

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة أبي بكر بلقايد - تلمسان -

Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –

Faculté de TECHNOLOGIE



THESE

Présenté pour l'obtention du **grade** de **DOCTORAT 3^{ème} Cycle**

En : Génie mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Par : HOUALEF Ihab Eddine.

Sujet

Comportement mécanique des poutres composites renforcées par
nanotubes en carbone : cas de vibration et flambement

Soutenu publiquement, le 02/07/2024, devant le jury composé de :

M.BENACHOUR Mustapha	Prof	Univ. Tlemcen	Président
M.BENSAID Ismail	MCA	Univ. Tlemcen	Directeur de thèse
M.CHEIKH Abed El Madjid	Prof	Univ. Tlemcen	Co- Directeur de thèse
M.HADJOUI Abdelhamid	Prof	Univ. Tlemcen	Examineur 1
M.SERDOUN Nadjib	MCA	Univ. ESSA	Examineur 2
M. SAIMI Ahmed	MCA	Univ. Ain Témouchent	Invité

Année Universitaire : 2023/2024

Remerciements

Nous remercions Dieu miséricordieux de m'avoir donné le courage, la perspicacité, la santé et la persévérance nécessaires pour mener à bien cette thèse à la faculté, qui marque le terme de mes années de travail acharné et de réflexion profonde.

Dans ces quelques mots, Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance envers chaque individu ayant participé, de près ou de loin, à la réussite de ce projet, que ce soit par leur apport humain ou scientifique.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance envers mes superviseurs, Dr. BENSALD Ismail et Pr. CHEIKH Abed El Madjid, pour m'avoir accordé le privilège de profiter de leur savoir-faire scientifique et de leur expérience, tout en faisant preuve d'une disponibilité sans faille. Leur précieuse aide a été un soutien essentiel pour surmonter les défis rencontrés lors de l'accomplissement de mon projet et pour éclaircir mes questionnements. Je souhaite exprimer ma gratitude pour leur patience infinie et leurs encouragements constants, qui ont été les piliers de mon travail dans des circonstances idéales.

Je tiens également à exprimer ma gratitude au président du jury, Professeur BENACHOUR Mustapha, ainsi qu'aux examinateurs, Monsieur Pr. HADJOUI Abdelhamid et Monsieur Dr. SERDOUN Nadjib, pour avoir accepté de nous honorer de leur présence et de donner leur avis sur notre travail, merci infiniment.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Dr. SAIMI Ahmed pour son aide précieuse et sa disponibilité tout au long de mon travail. Votre soutien et vos conseils ont été inestimables pour la réalisation de ce projet. Merci infiniment.

Je remercie aussi tous les enseignants et les professeurs de département génie mécanique, tous les membres du « Laboratoire d'ingénierie des systèmes mécaniques et matériaux », nos sœurs, nos frères et parents, ainsi que nos chers amis, pour leurs efforts et leurs aides. Leur soutien, leurs expertise et leur conseils ont été d'une valeur inestimable tout au long de ce parcours académique.

Dédicaces

Tous les termes ne sauraient exprimer. L'amour, la reconnaissance, le respect, la gratitude, c'est avec simplicité que cette thèse est dédiée à :

En l'honneur de mon cher Père Mohammed, je tiens à exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours pour vous. Les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien-être ne sont comparables à rien au monde. Ce travail est le résultat des efforts que tu as déployés pour mon éducation et ma formation tout au long de cette période.

À Ma Mère Yamina, tu es pour moi la source de douceur et l'exemple de dévouement qui n'a cessé de me donner de l'encouragement. Tu as accompli davantage que toute mère pour assurer le bon déroulement de la vie et des études de ses enfants.

À mes sœurs : Anfal, Fatima Zohra, Chaïma et Hadjer.

À mes cousins : Imad, Mohammed, Fouad, Abedlilah, Housseem, Djawed et Moussa.

À mes Amis : Abdelatif, Housseem, Bachir, Ilyes, Alaeddine, Fouad, Ahmed, Ayoub.

À tous les membres de ma promotion.

À tous mes enseignants depuis mes premières années d'études.

À tous mes enseignants depuis mes premières années d'études.

À tous ceux qui me sont chers et qui me témoignent leur amour, je leur adresse ici mes sentiments les plus sincères et mes vœux les plus chaleureux.

Que Allah tout-puissant veille sur vous et vous accorde sagesse et bonheur ; à tous ceux qui ont participé, de près ou de loin, à la réussite de ce travail modeste.

Résumé

Les poutres jouent un rôle important dans les applications d'ingénierie telles que les pales de rotor, les ailes d'avion, les antennes d'engins spatiaux, les bras de robots, les capteurs et les actionneurs. Elles sont souvent soumises à des sollicitations dynamiques et statiques. Les vibrations, les fréquences naturelles et le flambage sont des sujets importants dans l'analyse des poutres. D'autre part, en raison de leurs excellentes propriétés thermiques, électriques et mécaniques, les nanotubes de carbone (NTCs) sont largement utilisés comme renfort pour les poutres composites polymères. Parmi toutes leurs propriétés mécaniques exceptionnelles telles qu'une grande résistance, un module élevé, une bonne résistance à la corrosion, un rapport d'aspect élevé et une faible densité, les poutres nanocomposites résultantes présentent des caractéristiques structurales significatives.

Ce travail de thèse a pour objet d'étudier le flambement statique et la vibration libre de poutres composites en polymères renforcées par nanotubes de carbone (NTCs). La théorie raffinée des poutres d'ordre supérieur est proposée pour traiter ce type de problème sans inclure le facteur de correction de cisaillement. Les poutres sont renforcées par différentes configurations de la distribution des nanotubes de carbone à paroi unique (SWCNTs) dans une matrice de polymère. Les propriétés matérielles des poutres en composites renforcées par des nanotubes de carbone (CRNTC) sont prédites en utilisant deux approches, la première et la loi de mélange étendue et la deuxième par l'approche d'Eshelby-Mori-Tanaka.

Les équations différentielles de mouvement obtenues en utilisant le principe de Lagrange sont résolues pour la première fois à l'aide d'une procédure numérique robuste et précise, c'est une combinaison de la méthode des Eléments Finis avec la méthode de Quadrature Différentielle (MEF-QD), avec une vitesse de convergence élevée, des performances de calcul rapides ainsi qu'une bonne stabilité numérique. Les résultats obtenus sont vérifiés et validés avec ceux d'autres méthodes de résolution qui existent dans la littérature et présentent un bon accord. L'influence des paramètres d'agglomération des NTC, des différents modèles de distribution des NTCs, du rapport longueur-épaisseur, de la fraction volumique et des conditions aux limites sur l'analyse de vibration et de flambement est étudiée et discutée.

Mots clés : Composites, Propriétés mécaniques, Nanotubes de carbone, agglomération, Vibration, Flambement, Théorie raffinée des poutres d'ordre supérieur, MEF-QD.

Abstract

Beams play an important role in engineering applications such as rotor blades, aircraft wings, spacecraft antennas, robot arms, towers, sensors and actuators. They are often exposed to dynamic and static stimulation. Vibrations, natural frequencies and buckling are important subjects in beam analysis. On the other hand, due to their excellent thermal, electrical and mechanical properties, carbon nanotubes (CNTs) are extensively used as reinforcement for polymer composite beams. Among all, the exceptional mechanical properties such as good corrosion resistance, high strength, high modulus, high aspect ratio and low density cause the resulting nanocomposite beams to have significant structural characteristics.

In this thesis, our purpose is to study the buckling and free vibration behaviors of nanocomposite beams reinforced with carbon nanotubes (CNTs) in polymeric beams matrix. Using the refined higher order beam theory without need of any shear correction factor. To evaluate the material properties of the resulted nanocomposite Eshelby-Mori-Tanaka's approach was used. The single walled carbon nanotubes (SWCNTs) are aligned and distributed in polymeric matrix with different patterns of reinforcement.

The obtained differential equations of motion by employing Lagrange's principle are solved using a robust and precise numerical procedure called, Differential Quadrature Finite Element Method (DQFEM) for the first time, with high convergence speed, fast calculus performance as well as a good numerical stability. The obtained results are checked and validated with those of other resolution methods that exist in the literature and have a good agreement. The effects of CNTs agglomeration parameters and different patterns of CNTs distribution, length to thickness quotients and mixed boundary conditions on the vibrational and buckling responses of the proposed porous nanocomposite beams have been investigated and discussed.

Key words: Mechanical properties, Free vibration, Buckling, Nanocomposite, CNTRC beams, Carbon nanotube agglomerations, refined higher-order beam theory , DQFEM.

ملخص

نظرًا للخصائص الحرارية والكهربائية والميكانيكية الممتازة، تُستخدم الأنابيب النانوية الكربونية (NTCs) على نطاق واسع كتعزيز لحزم البوليمر المركبة. من بين كل ذلك، فإن الخصائص الميكانيكية الاستثنائية مثل مقاومة التآكل، القوة العالية، معامل يونغ العالي، نسبة العرض على الارتفاع العالية والكثافة المنخفضة تجعل الحزم النانوية الناتجة تلعب دورًا مهمًا في التطبيقات الهندسية مثل؛ الشفرات الدوارة، أجنحة الطائرات، هوائيات المركبات الفضائية، أذرع الروبوت، الأبراج، أجهزة الاستشعار والمحركات.

هذه الأطروحة هي دراسة المقاومة بأنابيب الكربون النانوية (NTCs). يتم محاذاة وتوزيع الأنابيب النانوية الكربونية أحادية الجدار (السلوك الميكانيكي كالاتواء الساكن والاهتزاز الحر للحزم المركبات البوليميرية (SWCNTs) في قاعدة بوليميرية بأنماط مختلفة من التعزيز. تم اقتراح نظرية الحزمة الأعلى المكررة للتعامل مع هذا النوع من المشاكل دون استخدام عامل تصحيح القص. يتم التنبؤ بخصائص المواد المركبة المعززة بأنابيب الكربون النانوية (CRNTC) الناتجة باستخدام نهج إيشيلبي موري تاناكا وقانون الخلط.

نستخلص المعادلات التفاضلية للحركة باستعمال مبدأ لاغرانج، تم حل المعادلات لأول مرة باستخدام إجراء رقمي قوي ودقيق، وهو مزيج من طريقة العناصر المحدودة مع طريقة التربيع التفاضلي (MEF-DQ). تم فحص النتائج المحصلة عليها والتحقق من صحتها مع تلك الخاصة بالأعمال والنظريات المدروسة سابقًا وتظهر توافقًا جيدًا معها. تمت دراسة ومناقشة تأثير معاملات كتل الأنابيب النانوية الكربونية، نماذج توزيع الأنابيب النانوية الكربونية المختلفة، المعاملات الهندسية للحزمة والشروط الابتدائية المختلفة للحزمة على تحليل الاهتزاز والاتواء.

الكلمات المفتاحية: الأنابيب النانوية الكربونية، الخصائص الميكانيكية، الإهتزاز الحر، الاتواء، كتل الأنابيب النانوية الكربونية، نظرية الحزمة الأعلى، العناصر المحدودة مع طريقة التربيع التفاضلي.

Sommaire

Résumé	III
Abstract	IV
ملخص.....	V
Sommaire	VI
La liste des figures	XI
Liste des tableaux	XIV
Liste des abréviations.	XVI
Liste des symboles	XVII
Introduction générale	1
Chapitre I: Généralités sur les matériaux composites renforcées par des NTCs	3
I. Introduction	4
II. Généralités sur les nano-composites	4
II.1 Définition d'un nanocomposite	5
II.1.1. Les différents nanorenforts	6
II.1.2. Nanoparticules à trois dimensions nanométriques.	"6
II.1.3. Nanoparticules à deux dimensions nanométriques (nanofibres).	7
II.1.4. Nanoparticules à une dimension nanométrique (feuillets)	7
II.2 Classification des nanocomposites effectuée selon la nature de la matrice	7
II.2.1. Les composites à matrice organique (CMO).....	8
II.2.1.1. Les matrices thermoplastiques	8
II.2.1.2. Les matrices thermodurcissables	8
II.2.2. Les composites à matrice métallique (CMM)	8
II.2.3. Les composites à matrice céramique (CMC)	9
II.3 Classification des nanocomposites à matrice de polymère basée sur le type du renfort	9
II.3.1. Nanocomposites renforcés par des nanotubes de carbone	9

II.3.2.	Nanocomposites renforcés par des nanoparticules	10
II.3.3.	Nanocomposites à base d'argile	10
II.4	Procédés de fabrication des nanocomposites (NTC/polymère).....	11
II.4.1.	Polymérisation in situ	11
II.4.2.	Mélange en solution	12
II.4.3.	Mélange à l'état fondu	12
II.5	Propriétés des nanocomposites (NTC/polymère).....	13
II.5.1.	Propriétés électriques	13
II.5.2.	Propriétés thermiques	14
II.5.3.	Propriétés mécaniques	15
II.6	Interface matrice-renfort dans les nanocomposites à matrice polymère	16
II.7	Application des matériaux composites	17
II.7.1.	Applications de composites à matrice polymère	17
II.7.1.1.	Applications de composites renforcés en fibres de verre	17
II.7.1.2.	Applications de composites renforcés en fibres de carbone	18
II.7.1.3.	Applications de composites renforcés en fibres de bore	18
II.7.1.4.	Applications de composites renforcés en fibres d'aramide	18
II.7.2.	Applications de composites renforcés en matrice métallique	19
II.7.3.	Applications de composite renforcé en matrice de céramique	19
II.8	Les limites des nano-composites	20
III.	Généralités sur les nanotubes de carbone NTC	21
III.1	L'origine des nanotubes de carbone	22
III.1.1.	Le diamant	22
III.1.2.	Graphite	23
III.1.3.	Les fullerènes	24
III.1.4.	Le graphène	25
III.1.5.	Les nanotubes de carbone (NTC).....	26
III.2	Structure des nanotubes de carbone	27

III.2.1.	Nanotubes de carbone monofeuillets, SWNT (Single Walled Nanotube)	27
III.2.2.	Nanotubes de carbone multifeuillets MWNT (Multi Walled Nanotubes)	28
III.3	Méthodes de synthèse des NTCs	29
III.3.1.	Arc électrique	29
III.3.2.	Méthode d'Ablation Laser	30
III.3.3.	Méthode de dépôt chimique en phase vapeur (CVD).....	31
III.4	Les méthodes de purification des NTCs	32
III.4.1.	Les méthodes chimiques	32
III.4.2.	Les méthodes physiques	32
III.5	Propriétés des nanotubes de carbone	33
III.5.1.	Propriétés mécaniques	33
III.5.2.	Propriétés électriques	34
III.5.3.	Propriétés thermiques	34
III.5.4.	Propriétés optiques des nanotubes de carbone.....	35
III.6	Toxicité et risque représenté par les nanotubes de carbone	36
III.7	Applications des nanotubes de carbone	36
III.7.1.	Applications mécaniques	36
III.7.2.	Applications électroniques	37
III.7.3.	Applications dans le domaine de l'énergie	37
III.7.4.	Autres applications.....	38
IV.	Conclusion.....	38
Chapitre II:	Théories du comportement des poutres	39
I.	Introduction	40
II.	Les différentes théories des poutres	41
II.1	Théorie d'Euler Bernoulli EBT ou bien théorie classique des poutres CBT	41
II.2	Théorie de Timoshenko	42
II.3	Théorie d'ordre élevé HSDT	45

II.4	La théorie raffinée	47
II.5	La théorie de déformation quasi-3D	48
II.6	La théorie de déformation par cisaillement d'ordre zéro	49
II.7	La théorie de Levinson.....	50
III.	Conclusion.....	51
Chapitre III:	Mise en forme et état de l'art.....	52
I.	Etat de l'art.....	53
II.	Conclusion.....	87
Chapitre IV:	Analyse de la vibration libre des poutres NTCs-FG par la méthode MEF-QD	
	88	
I.	Introduction	89
II.	Configuration géométrique et propriétés matérielles de la poutre CRNTC-FG	89
III.	Formulation Théorique	92
III.1	Cinématique et Equations du mouvement.....	92
III.2	Relations constitutives.....	92
III.3	Les équations du mouvement	93
III.3.1.	Principe de Lagrange	93
III.3.2.	Procédure de solution basée sur la formulation mathématique par la méthode MEF-QD	94
III.3.2.1.	Formulation de la méthode de Quadrature Différentielle MQD.....	94
III.3.2.2.	Formulation de la méthode de Quadrature de Gauss-Lobatto	95
III.3.2.3.	Formulation de la méthode des Eléments Finis Quadrature Différentielle MEF-QD	97
III.3.3.	Équation du mouvement élémentaire.....	99
IV.	Résultats et discussion	100
IV.1	Convergence et validation (étude comparative) des résultats de la vibration libre	
	101	
IV.1.1.	Convergence	101
IV.1.2.	Etude comparative	103

IV.2	Etude paramétrique	104
V.	Conclusion.....	110
Chapitre V: Etude de comportement dynamique du flambement des poutres nanocomposites agglomérés.....		112
I.	Introduction	113
II.	Configuration géométrique et propriétés matérielles de la poutre en NTCs-FG	113
II.1	Estimation des propriétés de la fibre équivalente	113
II.2	Influence de l'agglomération des NTCs sur les propriétés des poutres en NTCs-FG 115	
II.3	Distribution des modèles NTCs	119
III.	Formulation théorique	120
III.1	Cinématique et équations du mouvement	120
III.2	La formulation de la méthode MEF-QD	121
III.3	Équation du mouvement élémentaire	122
IV.	Résultats numériques et discussion	123
IV.1	Validation (étude comparative) des résultats	123
IV.1.1.	Validation des résultats de la vibration libre.....	127
IV.1.2.	Étude comparative des résultats du Flambent.....	127
IV.2	Etude paramétrique	128
IV.2.1.	Analyse vibratoire des poutres CRNTC-FG	128
IV.2.2.	Analyse du flambement des poutres NTCs.....	133
V.	Conclusion.....	137
Conclusion générale		140
Références		142
Liste des publications		155

La liste des figures

Figure I-1 : Structure d'un matériau composite constitué d'une phase discontinue (charges) et d'une phase continue (matrice)	5
Figure I-2 : Représentation schématique des différents renforts (a) nanoparticule ; (b) nanofibre ; (c) feuillet	7
Figure I-3 : Schéma des différentes morphologies de nanocomposites rencontrées : (a) NC avec tactoïdes; (b) NC intercalé; (c) NC exfolié	11
Figure I-4 : Méthodes d'élaboration des nanocomposites polymères	13
Figure I-5 : Schématisation de la différence entre interphase et interface	17
Figure I-6 : Domaines d'applications de matériaux composites.....	20
Figure I-7 : Concept de dispersion et distribution dans les nanocomposites :.....	21
Figure I-8 : Allotropes du carbone.....	22
Figure I-9 : Une photo d'une pierre de diamant avec la structure cristalline du diamant	23
Figure I-10 : la roche de graphite avec Structure du graphite hexagonal	24
Figure I-11 : (a) Structure du fullerène C60 ; (b) un ballon de foot	24
Figure I-12 : Structure du graphène	25
Figure I-13 : Représentation de la courbure d'une feuille de graphène en CNTs	26
Figure I-14 : Empilement d'une feuille de graphène pour former un nanotube de carbone	27
Figure I-15 : Chiralité et géométrie des NTCs et leur configuration	27
Figure I-16 : NTC monofeuillet SWCNT	28
Figure I-17 : Nanotubes de carbone multiparois MWCNT	28
Figure I-18 : Représentation schématique de la méthode de synthèse de NTC par arc électrique	30
Figure I-19 : Schéma du dispositif de synthèse par ablation laser	31
Figure I-20 : Représentation schématique d'un réacteur CVD	31
Figure II-1 : Modèle de poutre Euler Bernoulli soumise à une charge transversale EBT	41
Figure II-2 : Cinématique de Timoshenko.....	44
Figure II-3 : Variation de la fonction de gauchissement $f(z) = z$ et $f'(z)$ en fonction de ...	44
Figure II-4 : Cinématique de la théorie d'ordre élevé HSDT	45
Figure II-5 : Variation de la fonction de cisaillement $f(z)$ des différents modèles d'ordre... ..	46
Figure II-6 : La dérivée de la fonction de cisaillement $g(z)$ des différents modèles d'ordre élevé varie en fonction de l'épaisseur de la poutre	47
Figure II-7 : Définition des déplacements positifs et des rotations	51

Figure III-1 : Premières utilisations des matériaux composites par l’homme.....	54
Figure III-2 : Géométrie des poutres CNTRC sur fondations élastiques (a) et sections transversales de différents modèles de renforcement (b)	63
Figure III-3 : Poutre composite NTC-FG : (a) système de coordonnées de la poutre et (b) section transversale de UD-, Poutres FG-X, FG- Λ et FG-V NTC	64
Figure III-4 : Phase de renforcement CNT, variant les paramètres d’agglomération : a) $\mu \leq \eta$, b) $\mu = \eta = 1$; c) $\mu \leq \eta, \eta = 1$	79
Figure III-5 : Modèle de cluster Eshelby d’agglomération de NTCs	80
Figure IV-1 : (a) ; Géométries des poutres composites renforcées par des NTCs.....	90
Figure IV-2 : Convergence de la première fréquence des poutres CRNTC-FG en fonction du nombre d’échantillonnage N des nœuds MEFQD et du degré de maillage Ne (nbr d’éléments) $Ne_i = Ne_i + 1$ et $N_i = N(i) + 2$	102
Figure IV-3 : Convergence de la première fréquence des poutres CRNTC-FG en fonction du nombre d’éléments N des nœuds MEFHQD et du degré de maillage Ne avec ; $Ne_i = Ne_i + 1$ et $N_i = N(i) + 2$	102
Figure IV-4 : Effet du rapport d’épaisseur lh et du type de configuration de poutre CRNTC-FG sur les fréquences fondamentales ω ($V_{cnt} * = 0.17$ et A-A).....	105
Figure IV-5 : Effet de la fraction volumique $V_{cnt} *$ et du rapport d’épaisseur lh et du sur les fréquences fondamentales ω (FG-X et A-A)	105
Figure IV-6 : Comparaison entre l’effet de la variation des conditions aux limites sur les fréquences fondamentales ω pour les poutres CRNTC-FG (FG-X, $V_{cnt} * = 0.17$).....	107
Figure IV-7 : La variation de la fréquence non-dimensionnelle ω en fonction du rapport géométrique (L/h) et pour différentes formes de distribution des NTC pour $V_{cnt} * = 0.17$	108
Figure IV-8 : La variation de la fréquence non-dimensionnelle ω en fonction du rapport d’épaisseur (L/h) et pour différentes fractions volumiques $V_{cnt} *$ (FG-X, A-A).....	109
Figure IV-9 : Les trois premiers modes de la poutre FG-X NTC en utilisant RSDBT $V_{cnt} * = 0.17$; $lh = 5$	110
Figure V-1 : Géométrie de la poutre NTC-FG agglomérée	115
Figure V-2 : schématisation de différents modèles de renforcement des NTCs : (a) Géométrie d’une poutre composite ; (b) Sections transversales de différentes formes de distributions de NTC	120
Figure V-3 : Influence des paramètres d’agglomération des NTC μ et η sur ; (a) le module de Young effectif et (b) le coefficient de Poisson des poutres nanocomposites types UD	124

Figure V-4 : Variation des fréquences non dimensionnelles ω en fonctions des paramètres d'agglomération pour divers modèles de distribution NTCs ($Lh = 10$, $fr * = 0.075$ et A-A)	129
Figure V-5 : Variation des fréquences naturelles non dimensionnelles ω de la poutre composite NTCs-FG en fonction de plusieurs rapports d'épaisseur Lh ($fr * = 0.075$, $\mu = \eta = 0.5$, A-A)	131
Figure V-6 : Effet des conditions aux limites sur le facteur de fréquence maximal ω de la poutre FG-X avec NTCs ($fr * = 0.075$, $\mu = \eta = 0.5$)	132
Figure V-7 : Représentation en 3D du paramètre de fréquence ω pour une poutre A-A avec divers rapports d'épaisseur et différents modèles de distributions de CRNTC ($fr * = 0.075$, $\mu = 0.5 = \eta$)	Erreur ! Signet non défini.
Figure V-8 : Variation en 3D de la fréquence non-dimensionnelle ω de la poutre FG-X en fonction des rapports d'épaisseur et de divers paramètres d'agglomération ($Lh = 10$, $fr * = 0.075$, A-A)	132
Figure V-9 : Variation de la charge critique du flambement N pour différentes distributions de NTC avec divers paramètres d'agglomération ($Lh = 10$, $fr * = 0.3$ et E-E)	134
Figure V-10 : Influence des rapports d'épaisseur Lh et des différents modèles de distribution de NTC sur la charge critique du flambement N à ($fr * = 0.3$, $\mu = \eta = 0.5$, E-E)	136
Figure V-11 : Effet des conditions aux limites mixtes et des rapports d'aspect Lh sur la charge critique du flambement de la poutre en FG-X ($fr * = 0.3$, $\mu = \eta = 0.5$)	136
Figure V-12 : Représentation 3D des charges critiques de flambage N avec différents rapports d'épaisseur et différents modèles de distribution des NTCs ($fr * = 0.3$, $\mu = 0.5 = \eta$, E-E)	137
Figure V-13 : Variation en barres 3D de la charge critique du flambement N en fonction des paramètres d'agglomération (μ, η) à ($Lh = 10$, $fr * = 0.3$, E-E et poutre X-FG)	137

Liste des tableaux

Tableau I-1: Avantages et inconvénients de l'ajout de nanoparticules aux polymères	6
Tableau I-2: Comparaison des différentes méthodes d'élaboration des composites polymères/NTC	13
Tableau I-3: Comparaison entre SWNT et MWNT	29
Tableau I-4: Conductivités thermiques à 300 K des différentes formes allotropiques du carbone comparées à celles de certains matériaux	35
Tableau II-1: Quelques fonctions de gauchissement des théories HSDT pour des poutres..	46
Tableau III-1: Comparaison de la première fréquence propre non dimensionnelle ω de poutres FGM simplement appuyées	65
Tableau IV-1: Les paramètres d'efficacité (η) PMMA/SWCNT (10,10)	91
Tableau IV-2: Les différentes formes de la fraction volumique des NTCs et leur formule correspondante	91
Tableau IV-3: Résultats de convergence de la première fréquence naturelle des poutres NTCs-FG avec une condition aux limites A-A ($L/h = 5$)	101
Tableau IV-4: Comparaison des trois premières fréquences propres non dimensionnelles ω de poutres FG simplement appuyées ($N = 10, N_e = 2$)	103
Tableau IV-5: Comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles pour les poutres CNT sans fondation élastique ($lh = 15 ; V_{cnt} = 0.12$)	104
Tableau IV-6: Comparaison des fréquences fondamentales adimensionnelles pour la poutre FG-CNTRC avec différentes fractions volumiques V_{cnt} * ($N = 10, N_e = 2, Reddy$)	106
Tableau IV-7: Comparaison des fréquences fondamentales adimensionnelles pour différents types de renforcements FG-CNTRC avec différentes conditions aux limites ($V_{cnt} = 0.17$)	106
Tableau V-1: Propriétés mécaniques des matériaux constituants utilisés (Shokrieh & Rafiee, 2010).....	114
Tableau V-2: La formule correspondante pour chaque forme de distribution de la fraction volumique des NTCs (Wattanasakulpong & Ungbhakorn, 2013 ; Tagrara et al., 2015)	119
Tableau V-3: Propriétés élastiques des matériaux de la matrice polymère et des nanotubes de carbone utilisées pour la validation avec des données expérimentales	123

Tableau V-4: Comparaison des résultats obtenus de la fréquence non dimensionnelle ω pour les poutres homogènes A-A 126

Tableau V-5: Comparaison des paramètres de fréquence fondamentale ω des poutres RCNT-FG renforcées par des NTCs alignés utilisant ROM, $V_{cnt} *= 0.12$; A-A 126

Tableau V-6: Résultats de comparaison des charges critiques pour les poutres homogènes 127

Tableau V-7: Évaluation des charges critiques pour les poutres en NTCs-FG $Lh = 10$, $V_{cnt} = 0.12$ 127

Tableau V-8: Évaluation des fréquences non dimensionnelles pour différents types de poutres CRNTC et différentes conditions aux limites en fonction des rapports d'épaisseur Lh ($\mu = \eta = 0.5$; $fr *= 0.075$)..... 130

Tableau V-9: Charges critiques de différents types des poutres en NTCs-FG pour différentes conditions aux limites et différents rapports d'épaisseur Lh avec ($\mu = \eta = 0.5$; $fr *= 0.3$) 133

Liste des abréviations

NTC	Nanotubes de carbone
FG	Fonctionnellement gradué
CRNTC	Poutre de composite renforcée par des nanotubes de carbone
CRNTC-FG	Composite renforcé par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradué
FGM	Matériau Fonctionnellement gradué
SWCNT	Nanotube de carbone à paroi unique (simple paroi)
DWCNT	Nanotube de carbone à double paroi
MWCNT	Nanotube de carbone à paroi multiple
CVD	Chemical Vapor Deposition
AFM	Microscopie à force atomique
CMO	Composites à matrice organique
CMC	Composites à matrice céramique
CMM	Composites à matrice métallique
MQDG	la méthode différentielle quadratique généralisée
EBT	Théorie d'Euler-Bernoulli
CLBT	La théorie classique des poutres
FSDT	La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre
HSDT	La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé
TSDT	La théorie de déformation en cisaillement du troisième ordre
SSDT	La théorie de déformation en cisaillement sinusoïdale
TBT	La théorie de poutre de Timoshenko

Liste des symboles

C_{60}	Fullerène C60
θ	l'angle chiral
\vec{a}_1 et \vec{a}_2	Les vecteurs de base du graphène
\vec{C}	Vecteur chiral
(n, m)	Un couple de nombres entiers qui définit la structure du nanotube
MD	La dynamique moléculaire
E	Module de Young
x, y, z	Coordonnées cartésiennes
u, v, w	Les déplacements suivant les directions x, y et z
ν	Le coefficient de poisson.
σ	Contrainte axiale
τ	Contrainte tangentielle
∂	Dérivée partielle
ρ	La masse volumique
h	Epaisseur de la poutre.
L	Longueur de la poutre
b	largeur de la poutre
η_1, η_2, η_3	Les paramètres d'efficacité
V_{cnt}	Fraction volumique de nanotube de carbone
V_p	Fraction volumique de la matrice polymère.
V_{cnt}^*	Fraction volumique du CNT pour une poutre à distribution uniformes
E_{11}^{cnt}	Module de Young de nanotube de carbone suivant l'axe horizontale.
E_{22}^{cnt}	Module de Young de nanotube de carbone suivant l'axe verticale.
μ	La fraction volumique des clusters par rapport au volume total de CNT
η	Le rapport volumique des CNTs à l'intérieur des clusters
\bar{N}	La charge de flambage
E_{11}	Module de Young équivalents l'axe longitudinal
E_{22}	Module de Young équivalents l'axe transversal
G_{12}	Module de cisaillement équivalent

$u_0(x)$	Déplacement axiale de la fibre moyenne
$w_0(x)$	Déplacement transversal de la fibre moyenne
w_b	Composante de la flexion du déplacement transversal
w_s	Composante du cisaillement du déplacement transversal
$\varepsilon_{xx}, \gamma_{xz}$	Composantes de déformation.
γ_{xz}	La déformation tangentielle. (déformations de distorsion)
$f(z)$	Fonction de cisaillement transversal (gauchissement)
J_1, J_2, J_3	Les moments d'inertie de masse
I_1, I_2, I_3	Les Termes de rigidité de la matrice
Q_{ij}	Coefficients de rigidité
ω	La fréquence
{ }	Vecteur colonne
[]	Matrice

Introduction générale

Introduction générale

Dans les deux dernières décennies, l'utilisation d'éléments structurels tels que des plaques et des poutres renforcés par des particules à des échelles nano dans le monde industriel augmente à grande vitesse en raison des progrès rapides de la nanotechnologie. De ce fait, le développement des matériaux composites est né de la volonté d'allier les qualités techniques des matrices et des renforts au besoin de la recherche de nouveaux matériaux performants, plus légers, servant dans des environnements thermiques et très résistants aux différents types de chargement. Grâce à leur légèreté, à leur résistance à la corrosion et à leurs propriétés mécaniques, électriques et thermiques excellentes, les nanotubes de carbone (NTCs) deviennent une nouvelle classe des fibres de renforcement dans les matériaux composites à matrice polymère, largement utilisés dans le domaine aérospatial.

Les nanocomposites sont considérés comme des matériaux intelligents dont les fonctions désirées sont intégrées, dès la conception, au cœur même de la matière dont la microstructure et la composition varient selon le type de distribution des NTCs et continuent avec la position de manière à optimiser les performances mécaniques de la structure qu'ils constituent. Ces matériaux possèdent de nombreux avantages qui les rendent appropriés dans des applications spécifiques industrielles. Il s'agit notamment d'une réduction potentielle des contraintes transversales dans le plan et à travers l'épaisseur, d'une amélioration des propriétés mécaniques, de haute ténacité, etc...

Le matériau renforcé par NTCs nanotubes de carbone à répartition fonctionnelle (NTCs-FG) est obtenu en faisant varier la distribution des nanotubes de carbone (NTC) de renforcement microstructural dans la matrice. Plusieurs paramètres qui influent sur le flambement et la vibration des poutres CRNTC ont été utilisés comme des rapports d'épaisseur, des fractions volumiques de nanotubes de carbone, conditions aux limites, l'effet de l'agglomération des NTCs, du type de distribution du NTC, etc...

L'objectif de l'étude présentée dans cette thèse est d'analyser le comportement mécanique en flambement et en vibration des poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone CRNTC, pour cela on a utilisé une théorie raffinée des poutres d'ordre supérieur pour des résultats plus précises et réelles sont tenus en compte le facteur de correction de cisaillement. Les équations régissant le mouvement du nano-poutre en composite sont dérivées en utilisant le principe de Lagrange et résolues via une solution numérique avec la méthode de

quadrature différentielle des éléments finis MEFQD en prenant en considération différentes conditions aux limites.

La présente thèse est structurée en cinq chapitres qui correspondent à des étapes successives et structurantes de la thèse.

Dans le premier chapitre, une synthèse bibliographique qui traite des matériaux composites nanostructurés en termes de constituants, de procédés d'élaboration, de types d'essais mécaniques et de comportements mécaniques de tels composites. Cette revue bibliographique balaye un grand nombre de sujets différents. En particulier, une description détaillée sur les nanotubes de carbone, leurs types et leurs différentes propriétés ainsi que leurs différentes méthodes de synthèse, de purification, de dispersion et de fonctionnalisation.

Le deuxième chapitre est consacré aux différentes théories de déformation des poutres en donnant un aperçu sur les hypothèses, les avantages et les déplacements de chaque théorie.

Le troisième chapitre présente une vision globale de l'état de l'art dans le domaine de la stabilité des structures composites. L'état d'avancement des recherches scientifiques y est résumé de manière non exhaustive. Après une description sommaire des modèles et des théories, les connaissances acquises soit à partir de modèles analytiques et/ou élément finis sont récapitulées, que celles-ci concernent des matériaux composites conventionnels ou des matériaux composites de nouvelle technologie (nano-composites).

Le quatrième chapitre présente une analyse des vibrations libres des poutres CRNTC-FG par la méthode MEF-QD. En utilisant le développement mathématique de la théorie raffinée de déformation en cisaillement d'ordre supérieur pour étudier l'analyse statique de notre modèle. Par la suite, une validation de la présente théorie de déformation du présent modèle de renforcement en comparant les résultats obtenus avec celles existantes dans la littérature. Ce chapitre comprend également une analyse approfondie sur le comportement des poutres CRNTC-FG, basée sur les résultats obtenus, ainsi qu'une exploration des divers paramètres à travers une étude paramétrique.

Dans le dernier chapitre, une nouvelle étude de l'influence d'agglomération du NTC sur les comportements de flambage et de vibration libre de poutres nanocomposites. Les propriétés du matériau de la poutre renforcée en NTC en FG seront estimées en utilisant la règle d'Eshelby-Mori-Tanaka qui peut capturer l'effet d'agglomération et qui est basée sur une fibre équivalente. Les équations différentielles du mouvement seront dérivées en utilisant le principe de Lagrange

en supposant la théorie de déformation en cisaillement d'ordre supérieur raffinée. La méthode des éléments finis en quadrature différentielle (MEF-QD) sera utilisée pour calculer les fréquences naturelles et les charges de flambement avec différentes conditions aux limites. Différents modèles de distribution de NTC sont présentés pour illustrer l'influence du taux d'agglomération des NTC dans les poutres CRNTC sur le comportement mécanique de ces derniers. Les résultats obtenus seront validés avec d'autres méthodes de résolution qui existent dans la littérature.

Cette thèse se termine par une conclusion générale, dans laquelle nous rappelons le cadre de l'étude, les principaux résultats obtenus sur le comportement des matériaux composites. Des futures perspectives de recherche ouvertes à la suite de ce travail sont mises en évidence.

Chapitre I: Généralités sur les matériaux
composites renforcées par des NTCs

Dans ce chapitre, une présentation générale des Matériaux nanocomposites est déterminée sur la base de l'étude bibliographique. Une synthèse bibliographique sur les nanotubes de carbone et montrer leur importance aussi les différentes techniques de synthèse en donnant les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles ainsi que les défauts des nanotubes de carbone, leurs applications, leurs différentes propriétés et leurs risques.

I. Introduction

Ce chapitre s'inscrit résolument dans l'esprit de la caractérisation des matériaux composites renforcés par des NTCs. L'état de l'art présente tout d'abord la problématique de l'étude et sa mise en place. Un bilan bibliographique sur les matériaux composites et les NTCs est également exposé. Cette caractérisation débute par une description générale des matériaux nanocomposites et de leurs différents constituants, aussi de leurs classifications. Ensuite, les différents procédés de fabrication des nanocomposites, le renforcement des polymères par les nanotubes de carbone. Commenant par quelques notions sur les polymères, puis les matériaux composites et nanocomposites et leurs types et leur composition, notamment les composites à base de polymères et de nanotubes de carbone. Par la suite, une description générale sur des propriétés des nanocomposites et de leur application. Dans un deuxième temps, les nanorenforts et les nanocharges en présentant les différents types de nanocharges. En particulier, on a concentré l'attention sur les NTCs, l'histoire de leur développement, leurs types et leurs différentes propriétés ainsi que leurs différentes méthodes de synthèse, de fabrication, de purification, de dispersion et de fonctionnalisation, ainsi que leurs domaines d'application. Enfin, nous exposons les différents domaines d'application des NTCs en donnant aussi leurs toxicités et risques.

Les années 70 ont vu l'apparition d'un nouveau type de matériau qui a très rapidement remplacé les métaux dans certaines applications : les matériaux composites à matrice polymère. Ils sont constitués d'un renfort sous forme de fibres et d'une matrice polymère. Leur assemblage donne un matériau dont les propriétés sont supérieures à celles de chacun des composants :

- Les renforts apportent les propriétés mécaniques.
- La matrice assure le transfert des charges et la protection des fibres.

II. Généralités sur les nano-composites

Les nanosciences, domaine multidisciplinaire à l'intersection de la physique, de la chimie et de la biologie, explorent les propriétés et les applications des matériaux à l'échelle nanométrique. À cette échelle, les propriétés des matériaux diffèrent radicalement de celles à l'échelle macroscopique, ouvrant la voie à des innovations révolutionnaires dans les domaines

de l'électronique, de la médecine et de la technologie des matériaux. Les recherches actuelles dans ce domaine dynamique promettent des avancées significatives, allant des nanomatériaux aux nanotechnologies.

Au cœur de cette exploration, les nanocomposites émergent comme des structures novatrices, combinant des matériaux à l'échelle nanométrique pour engendrer des propriétés uniques et révolutionnaires. Ces avancées transforment divers secteurs, offrant des opportunités inédites pour l'ingénierie de matériaux et le développement de technologies avant-gardistes. Ainsi, les nanosciences et les nano-composites se rejoignent pour créer un paysage scientifique et technologique passionnant, ouvrant la voie à des innovations qui redéfiniront notre avenir.

II.1 Définition d'un nanocomposite

Les matériaux composites sont des matériaux structuraux composés de deux ou plusieurs composants distincts, généralement une matrice et des renforts, qui lorsqu'ils sont combinés, exploitent les avantages spécifiques de chaque composant pour créer un matériau avec des propriétés améliorées.

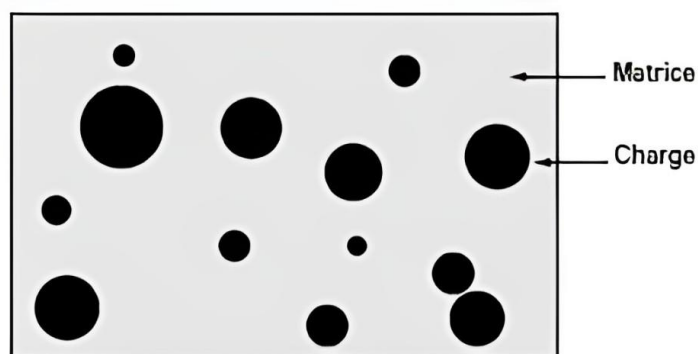


Figure I-1 : Structure d'un matériau composite constitué d'une phase discontinue (charges) et d'une phase continue (matrice) (Penu, 2008)

Les nano-composites sont des matériaux composites qui intègrent des nanoparticules ou des nanostructures dans leur matrice, offrant ainsi des propriétés améliorées à l'échelle nanométrique. Ces matériaux présentent des performances supérieures en termes de résistance, de conductivité et d'autres caractéristiques. La différence par rapport aux matériaux composites classiques provient du fait que les charges (renforts) possèdent au moins une dimension de l'ordre du nanomètre (au moins une dimension inférieure à 100 nanomètres). Ces nano charges peuvent être monodimensionnelles (NTC), bidimensionnelles (argiles en feuillets) ou encore tridimensionnelles (nano sphères) (Penu, 2008). En outre, on peut considérer que la matrice est la phase continue de matériau composite et le renfort est la phase discontinue (Figure I-1).

Les NTCs offrent divers avantages par rapport aux composites classiques. L'un de ces avantages réside dans la surface interfaciale entre les nanocharges et la matrice. À poids équivalent, les nanoparticules présentent une surface d'échange bien plus importante que les particules de taille microscopique. Par conséquent, les NC présentent des propriétés améliorées par rapport aux composites classiques, notamment une meilleure répartition des contraintes à l'intérieur de la matrice.

Bien que l'incorporation de charges microscopiques dans une matrice puisse améliorer certaines propriétés, cela s'accompagne d'une détérioration d'autres propriétés. Les NC démontrent fréquemment des propriétés comparables à celles des composites classiques, mais avec des teneurs de charges jusqu'à 20 fois inférieures. Cette particularité limite simultanément la dégradation des propriétés causée par l'ajout de charges macroscopiques.

Tableau I-1: Avantages et inconvénients de l'ajout de nanoparticules aux polymères (H. Koo, 2006)

Propriétés améliorées	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Propriétés mécaniques (ténacité, rigidité) - Barrière aux gaz - Retardateurs de flammes - Expansion thermique - Conductivité thermique - Résistance chimique - Renforcement 	<ul style="list-style-type: none"> - Augmentation de la viscosité (processabilité) - Difficultés de dispersion - Coloration noire lorsque des particules de carbone sont utilisées.

II.1.1. Les différents nanorenforts

Les renforts possèdent au moins une dimension morphologique inférieure à 100 nm et peuvent être catégorisés en fonction de leur géométrie.

II.1.2. Nanoparticules à trois dimensions nanométriques

Les nanoparticules à trois dimensions nanométriques sont des particules dont chaque dimension est inférieure à 100 nm. Cela signifie que leur taille dans toutes les directions est à l'échelle nanométrique. Un exemple courant de nanoparticules à trois dimensions nanométriques est celui des nano-cristaux. Ces nano-cristaux peuvent avoir différentes formes tridimensionnelles, telles que des cubes, des sphères ou des prismes, avec des dimensions qui

se mesurent à l'échelle nanométrique dans toutes les directions. Dans cette catégorie, on compte par exemple :

- ❖ Les agrégats d'atomes
- ❖ Les nanoparticules métalliques (or, fer, cobalt, argent, platine...)
- ❖ Les fullerènes

II.1.3. Nanoparticules à deux dimensions nanométriques (nanofibres)

Les nanofibres sont des particules caractérisées par deux dimensions de l'ordre du nanomètre, tandis que la troisième dimension est significativement plus grande. Le facteur de forme, défini comme le rapport longueur sur le diamètre de la fibre, est souvent supérieur à 100. Ces particules comprennent des fibres creuses, comme les nanotubes de carbone, ainsi que des fibres pleines, également appelées nanofils.

II.1.4. Nanoparticules à une dimension nanométrique (feuilletés)

Les nanofeuilletés présentent deux dimensions de l'ordre du micromètre, tandis que la troisième est de l'ordre du nanomètre. Leur facteur de forme est défini comme le rapport de la longueur sur l'épaisseur. Les propriétés des nanofeuilletés dépendent de leur arrangement et de leur orientation, provenant souvent de matériaux naturellement feuilletés. Les principaux précurseurs pour la fabrication de nanocomposites à matrice polymère sont les hydroxydes doubles à feuilletés et les argiles gonflantes, également appelées smectites, caractérisées par des charges positives et négatives en surface.

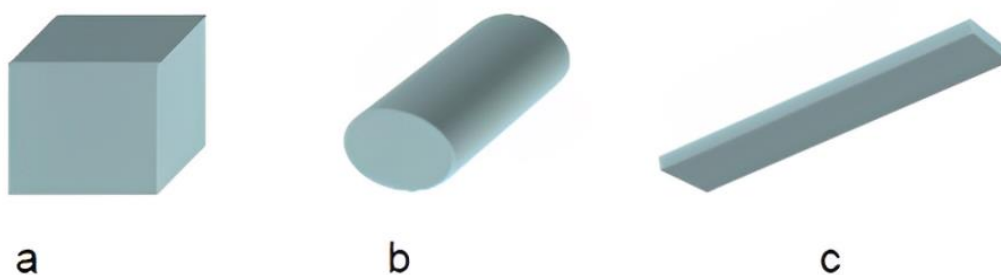


Figure I-2 : Représentation schématique des différents renforts (a) nanoparticule ; (b) nanofibre ; (c) feuillet (Wautelet et Lehn, 2003)

II.2 Classification des nanocomposites effectuée selon la nature de la matrice

On peut utiliser la classification traditionnelle des composites basée sur la nature de la matrice, en fonction de la température d'utilisation croissante. Les composites à matrice organique sont limités à des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, tandis que d'autres

types de composites peuvent être utilisés à des températures plus élevées : jusqu'à 600 °C pour une matrice métallique et jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique.

II.2.1. Les composites à matrice organique (CMO)

Également connus sous le nom de composites à matrice polymère, ces matériaux sont certainement les plus avancés en raison de leur importance sur le plan commercial et de la maîtrise de nombreux procédés de fabrication en termes de coût et de savoir-faire. Ils se classent en deux catégories :

- ❖ Les matrices thermoplastiques
- ❖ Les matrices thermodurcissables

II.2.1.1. Les matrices thermoplastiques

La famille des matrices thermoplastiques (on parle de « plastique ») se divise en plastiques de grande diffusion et plastiques techniques. Les plastiques courants sont utilisés par injection pour des objets moulés ou par extrusion pour films, plaques, tubes, profilés, etc. Les plastiques techniques, comme : le polychlorure de vinyle (PVC), le polyéthylène (PE), le polypropylène (PP), le polystyrène (PS), le polyamide (PA), le polycarbonate (PC), sont principalement mis en œuvre par injection.

Les thermoplastiques présentent un avantage économique grâce à leur coût bas, attribuable à la disponibilité des matières premières et aux procédés de fabrication. Néanmoins, ce coût réduit est associé à des propriétés mécaniques et thermomécaniques limitées. Cependant, ils possèdent la propriété de pouvoir être mis en forme plusieurs fois par chauffage et refroidissement successifs. Ils peuvent donc être récupérés et facilement recyclés.

II.2.1.2. Les matrices thermodurcissables

À la différence des composites à matrices thermoplastiques, les composites à matrices thermodurcissables ne peuvent être mis en forme qu'une seule fois. Après polymérisation sous l'effet de la chaleur en présence d'un catalyseur, ces résines forment un réseau très réticulé qui ne peut être rompu que par un apport significatif de chaleur. Par conséquent, les matrices thermodurcissables possèdent des propriétés mécaniques et thermiques supérieures à celles des composites à matrices thermoplastiques.

II.2.2. Les composites à matrice métallique (CMM)

Les composites à matrice métallique, également appelés MMCs (Metal-Matrix Composites), ont connu un développement notable grâce à la facilité et à la maîtrise des procédés de fabrication, ainsi qu'à leur coût abordable. Les matrices métalliques présentent

plusieurs avantages tels qu'une ductilité élevée, une résistance satisfaisante à certains solvants, une meilleure tenue en température que les résines, une meilleure usinabilité. A l'inverse, elles sont plus difficiles à mettre en œuvre, de densité plus élevée, et des problèmes peuvent apparaître aux interfaces fibres matrice du fait de la réactivité des matériaux.

La majorité des travaux de recherche se concentrent sur le développement des matrices à base d'alliages légers tels que l'aluminium, le magnésium et le titane. Cependant, on observe également des développements de CMM avec une matrice en acier, principalement étudiés pour leur résistance à l'abrasion. L'aluminium demeure la matrice la plus couramment utilisée dans les CMM en raison de sa faible densité et de ses propriétés mécaniques et physiques relativement élevées (Hottebart, 1994).

II.2.3. Les composites à matrice céramique (CMC)

Les CMC, catégorisés comme matériaux thermo-structuraux, intègrent délibérément une phase céramique pour améliorer la résistance à l'usure, la stabilité thermique et les propriétés mécaniques à haute température. Adaptés à des conditions aux limites, les CMC résistent à la chaleur, aux chocs thermiques et à des environnements corrosifs. Les matrices courantes, comme le carbure de silicium ou de carbone, se distinguent par leur excellente réfractarité, leurs modules élastiques élevés et leurs masses volumiques relativement faibles.

Les CMC sont des composites élaborés pour répondre à des critères exigeants tels que faible densité, résistance à la chaleur, ténacité et résistance thermomécanique. Ils sont destinés à des applications dans des plages de température supérieures à 1000 °C et pouvant atteindre 2000 °C, voire jusqu'à environ 3000 °C (Besnard, 2019).

II.3 Classification des nanocomposites à matrice de polymère basée sur le type du renfort

Une caractéristique commune aux procédés de fabrication de divers types de nanocomposites réside dans la dimension nanométrique des renforts, contrairement aux renforts micrométriques classiques. Afin d'acquérir les propriétés nécessaires, il est crucial d'assurer une distribution homogène des renforts sans agglomération. Ainsi, il est parfois nécessaire d'adapter les méthodes existantes ou d'en développer de nouvelles, prenant en compte cet aspect, comme illustré dans les exemples de nanocomposites classés par types de renforts ci-dessous.

II.3.1. Nanocomposites renforcés par des nanotubes de carbone

En plus des défis liés à la purification et à la séparation des divers types de nanotubes de carbone, la production de nanocomposites avec ces matériaux rencontre une problématique significative : la dispersion des nanotubes.

Diverses méthodes permettent d'obtenir une dispersion stable de nanotubes, notamment la sonification dans un solvant (réalisation d'une émulsion par ultrasons), la modification de la surface avec des surfactants qui présentent l'inconvénient d'introduire des impuretés ou la fonctionnalisation des extrémités ou des parois latérales. Il est important de noter que le processus de fabrication ne doit pas endommager les nanotubes pour conserver l'intégrité de leurs propriétés, notamment mécaniques.

II.3.2. Nanocomposites renforcés par des nanoparticules

Il existe trois méthodes pour disperser des nanoparticules dans une matrice :

- ❖ Mélange direct de la matrice et des nanoparticules, par exemple en solution.
- ❖ Polymérisation in situ en présence des nanoparticules.
- ❖ Formation in situ des nanoparticules et polymérisation in situ.

II.3.3. Nanocomposites à base d'argile

Trois catégories de nanocomposites peuvent être formées avec l'incorporation d'argiles dans une matrice polymère, dépendant de la nature des constituants utilisés, comprenant la matrice, les cations inorganiques et l'argile :

- Microcomposite : se caractérise par deux phases distinctes : une phase organique, constituée de polymères, et une phase inorganique, composée de nanocharges. Dans les nanocomposites, les nanocharges ont tendance à former des agrégats, tels que des amas ou des tactoïdes, dont la taille dans le cas des silicates, peut atteindre le micromètre. Lorsque la distance interfoliaire entre les feuillets des particules à feuillets reste inchangée pendant la mise en œuvre, le polymère ne s'insère pas dans cet espace. Dans de tels cas, l'utilisation du terme "nanocomposite" est inappropriée (voir figure I-3a).
- Nanocomposite intercalé : la distance interfoliaire est adéquate pour permettre l'insertion des chaînes de polymères dans l'espace interfoliaire, également appelé galerie. Cependant, les feuillets ne se séparent pas complètement. Ils restent couplés, c'est-à-dire ordonnés (figure I- 3 b).
- Nanocomposite exfolié : il s'agit de structures délaminées dans lesquelles les couches de silice sont complètement et uniformément dispersées dans la matrice polymère. La délamination maximise les interactions polymère/argile, augmentant considérablement la surface de contact et générant les propriétés spécifiques de ce type de nanocomposites (voir figure I-3c).

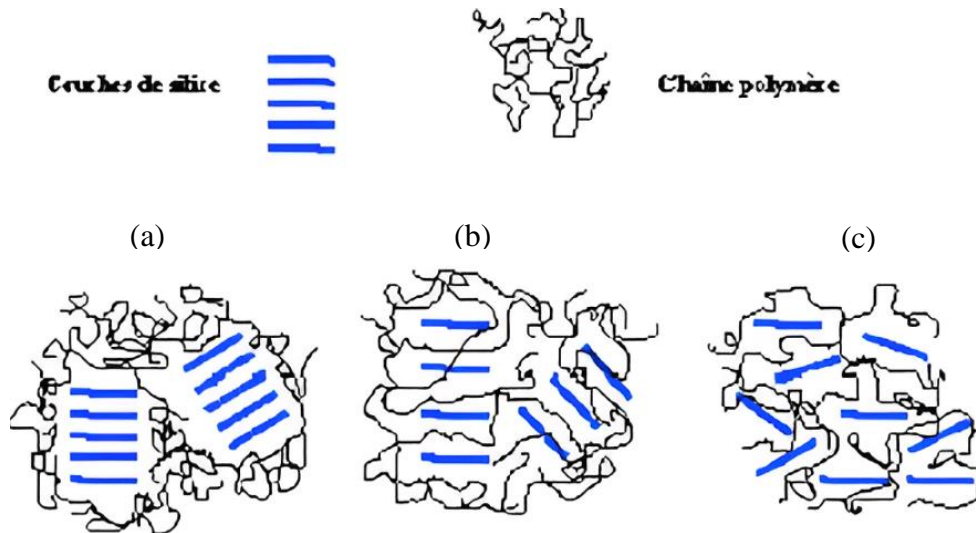


Figure I-3 : Schéma des différentes morphologies de nanocomposites rencontrés : (a) NC avec tactoïdes; (b) NC intercalé; (c) NC exfolié (H. Koo, 2006)

La production de nanocomposites à base d'argile implique deux étapes majeures. D'abord, la modification des lamelles d'argile vise à les rendre compatibles avec les polymères, nécessitant une altération de leur polarité par échange de cations. Ensuite, l'argile modifiée est intercalée avec le polymère, où celui-ci peut être ajouté sous forme de polymère ou de monomères polymérisant in-situ pour former le nanocomposite final. Cette approche, bien qu'efficace, peut augmenter le coût de fabrication.

II.4 Procédés de fabrication des nanocomposites (NTC/polymère)

Suite à la première recherche sur la préparation d'un nanocomposite de NTC/polymère en 1994 (Ajayan et al., 1994), de nombreux efforts de recherche ont été déployés pour comprendre la relation entre leurs propriétés, leur structure et leur fonctionnement, ainsi que pour trouver des applications utiles dans différents domaines. Ces efforts se sont intensifiés après la réalisation de la fabrication de NTC/polymère à l'échelle industrielle au début du 21ème siècle. En fonction de l'application recherchée, les nanocomposites de NTC/polymères sont classés en deux groupes principaux : les composites structuraux et les composites fonctionnels. (Du et al., 2007)

Les nanocomposites polymères/nanotubes de carbone NTC peuvent être mis en œuvre suivant plusieurs procédés : la polymérisation in-situ en présence des NTC, le mélange en solution par voie solvant ou le mélange par voie fondue.

II.4.1. Polymérisation in situ

Cette technique consiste à disperser des nanoparticules dans des solutions appropriées de monomères, puis à effectuer une polymérisation classique pour produire des nanocomposites (Palkovits et al., 2005). Le processus de polymérisation in situ se déroule en plusieurs étapes, débutant par l'ajout de charges au monomère liquide. En raison de la faible viscosité du monomère, la dispersion des charges peut être réalisée par ultrasons ou par agitation mécanique en régime turbulent. Une fois les charges bien dispersées dans la matrice, on débute la polymérisation. À la fin de la polymérisation, le monomère résiduel est extrait, par exemple par dégazage sous vide. Cette méthode offre l'avantage de ne pas nécessiter l'utilisation de solvants coûteux et difficiles à éliminer, tout en assurant une bonne dispersion des charges dans le monomère fondu à faible viscosité (Penu, 2008).

II.4.2. Mélange en solution

Cette méthode consiste à disperser des nanoparticules dans une solution polymère à l'aide d'un solvant approprié, suivie de l'évaporation du solvant pour former des films ou des feuilles nanocomposites. Elle réduit la viscosité pour faciliter la dispersion des NTCs. Cependant, l'utilisation et l'élimination du solvant sont des inconvénients, pouvant influencer les propriétés mécaniques du nanocomposite (Khan et al., 2007), et les ultrasons, bien qu'efficaces pour la dispersion des NTC, peuvent endommager les chaînes macromoléculaires (Aubry, 2009).

II.4.3. Mélange à l'état fondu

C'est l'une des méthodes classiques pour fabriquer des composites polymères, impliquant la dispersion des particules dans un polymère, généralement un thermoplastique, à l'état fondu. Les nanotubes et le polymère sont mélangés dans une extrudeuse chauffée. Le cisaillement généré par la rotation des vis est l'élément déterminant dans la qualité de la dispersion des charges. Les nanotubes peuvent ainsi circuler dans le polymère fondu. Bien que divers nanocomposites thermoplastiques aient été obtenus avec cette méthode (Aubry, 2009), son inconvénient majeur réside dans l'augmentation significative de la viscosité avec le taux de nanotubes (Lee et al., 2008). La mise en forme de matériaux composites à matrice polymère nécessite la mise en place de procédés très précis pour obtenir un matériau de haute qualité. La synthèse d'un polymère thermodurcissable s'avère plus complexe que celle d'un thermoplastique. Le second paramètre à prendre en compte dans la fabrication de composites est la dispersion des renforts au sein de la matrice.

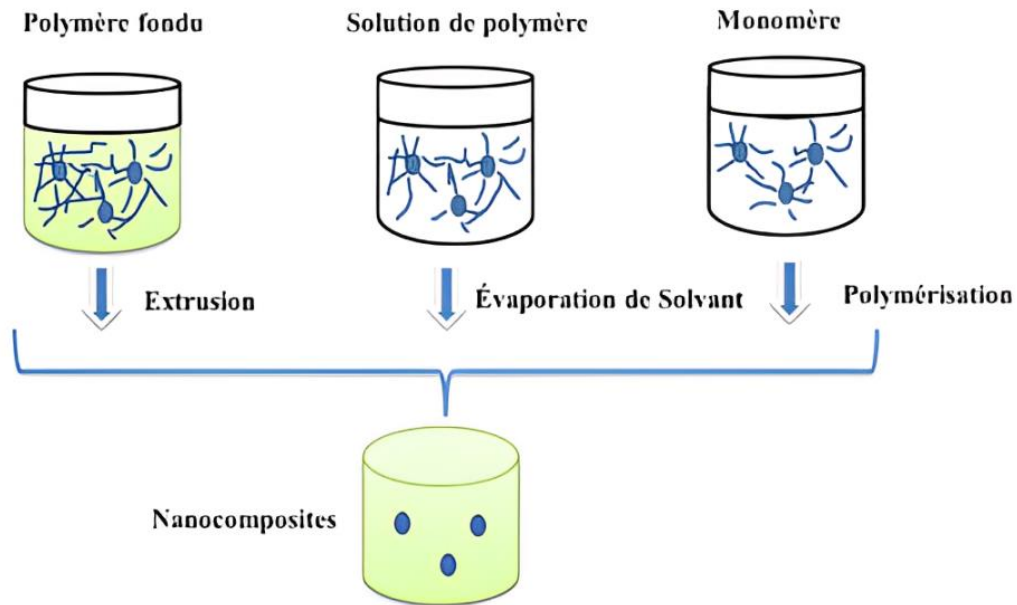


Figure I-4 : Méthodes d’élaboration des nanocomposites polymères (Althues et al., 2007)

Tableau I-2: Comparaison des différentes méthodes d’élaboration des composites polymères/NTC

Méthode de préparation	Principe	Avantages	Inconvénients
Mélanges en solution	Dispersion des NTC et du polymère en solution aqueuse aidée par les ultrasons et/ou la fonctionnalisation des NTC.	L’utilisation de faible taux de NTC.	L’utilisation et l’élimination des solvants
Mélange à l’état fondu	L’extrusion et l’injection sont les méthodes les plus utilisées afin d’obtenir de meilleures dispersions. La fonctionnalisation et la comptabilisation des NTC peuvent être utilisées.	Facile à produire à l’échelle industrielle (simple, propre, sans solvant).	La viscosité élevée dans le système.
Polymérisation in situ	Il existe deux types de polymérisation in situ : - Polymérisation classique en présence de NTC (dans ce cas pas de liaison covalente avec les NTC). - Le « grafting from »	Dans le cas du « grafting from » les propriétés mécaniques des composites sont améliorées.	Technique généralement longue.

II.5 Propriétés des nanocomposites (NTC/polymère)

II.5.1. Propriétés électriques

Il est évident que les NTCs ont démontré des capacités exceptionnelles en tant que nanocharges dans divers nanocomposites multifonctionnels. L'observation d'une amélioration significative de la conductivité électrique, avec des seuils de percolation très bas des NTC dans

les matrices polymères, sans compromettre d'autres aspects de la performance des polymères tels que leur légèreté, leur transparence optique, leurs faibles viscosités à l'état fondu, etc., a suscité un intérêt considérable dans le milieu industriel. Les nanocomposites NTC/polymères trouvent des applications dans des domaines tels que les revêtements conducteurs transparents, la peinture électrostatique et la protection contre les interférences électromagnétiques (Breuer et Sundararaj, 2004).

Les composites NTC/polymères démontrent un comportement de percolation, où la formation d'un réseau interconnecté de nanotubes conduit à une augmentation spectaculaire de la conductivité électrique. Les paramètres physiques des matériaux composites, tels que la conductivité électrique et le seuil de percolation, ont fait l'objet d'études approfondies pour produire des nanocomposites NTC/polymères conducteurs à des concentrations faibles de nanocharge. Cependant, diverses études indiquent que le seuil de percolation et la conductivité dépendent fortement du type et de la méthode de synthèse du polymère, du rapport d'aspect des NTCs, de la dispersion des NTCs et du degré d'alignement (Bauhofer & Kovacs, 2009).

Les nanocomposites MWCNT/PMMA présentent une amélioration significative de la conductivité électrique. (Kim et al., 2004) ont enregistré une valeur d'environ 3000 S/m à 0,4 % en poids avec un seuil de percolation extrêmement bas (environ 0,003 % en poids) grâce à la méthode de mélange en solution. De plus, l'ajout de MWCNT à la matrice de polyester PC par la technique de mélange à l'état fondu entraîne une augmentation impressionnante d'environ 16 ordres de grandeur de la conductivité maximale, atteignant environ 1000 S/m à 15 % en poids (Pötschke et al., 2004). Selon (Koerner et al., 2005), une valeur maximale de 2000 S/m est observée pour le polyuréthane PU incorporant 27 % en poids de MWCNT. Une valeur similaire de conductivité électrique a été obtenue pour le composite SWCNTs/polyaniline (PANI) préparé par mélange en solution à 15 % en poids de SWCNTs.

II.5.2. Propriétés thermiques

Les polymères, généralement caractérisés par une conductivité thermique intrinsèque inférieure à celle des métaux et des matériaux céramiques, présentent des limites dans des applications exigeant une conductivité thermique élevée. Ces applications comprennent les emballages, l'encapsulation des composants électriques, ainsi que d'autres domaines où la dissipation thermique, une faible dilatation thermique et un poids léger sont nécessaires. Pour répondre à ces exigences croissantes, il y a une demande croissante de polymères renforcés par des nanocharges organiques ou inorganiques. Dans ce contexte, les composites NTC/polymères

sont devenus utiles en raison de leur excellente conductivité, de leur stabilité thermique élevée et de leur légèreté.

La remarquable conductivité thermique des NTCs a suscité l'idée qu'ils pourraient considérablement améliorer la conductivité thermique des nanocomposites polymères. Le rapport de la conductivité thermique des NTCs à la conductivité thermique du polymère est de 104 (Moniruzzaman & Winey, 2006), indiquant que les propriétés de la matrice polymère seront plus importantes pour atteindre une conductivité thermique élevée dans un composite polymère. Il est tout aussi essentiel de prendre en compte la quantité de NTCs, le diamètre et la longueur, ainsi que leur orientation dans la matrice polymère, pour optimiser la conductivité thermique.

(Haggenmueller et al., 2007) ont constaté une augmentation de 600 % de la conductivité thermique en incorporant 20 % en volume de SWCNT dans une matrice de polyéthylène à haute densité. De plus, l'augmentation était plus importante que prévu par une extrapolation linéaire à partir des résultats à faible teneur en NTCs, ce qui indique un effet de percolation, c'est-à-dire que la chaleur est conduite à travers le composite via un réseau de NTCs hautement conducteurs thermiquement. (Biercuk et al., 2002) ont signalé une augmentation de 125 % de la conductivité thermique d'un époxy à température ambiante avec 1 % en poids de SWCNT.

En plus d'apporter des améliorations, l'incorporation de NTCs entraîne généralement une augmentation des températures de transition vitreuse, de fusion et de décomposition thermique de la matrice polymère, influençant ainsi les segments et les chaînes polymères. Il s'agit d'un effet important, car il améliore l'endurance thermique des composites polymères. Par exemple, l'ajout de 1 % en poids de NTCs à l'époxy a conduit à une élévation de la température de transition vitreuse de 63 à 88 °C (Gong et al., 2000), et de manière similaire, l'addition de 1 % en poids de SWCNT au polyméthacrylate de méthyle (PMMA) a entraîné une augmentation de 40 °C de la température de transition vitreuse (Velasco-Santos et al., 2003).

II.5.3. Propriétés mécaniques

L'addition de NTCs à une matrice polymère a le potentiel de générer des matériaux structurels présentant une augmentation substantielle du module de Young et de la résistance. Le comportement mécanique des composites NTC/polymères est largement déterminé par la contribution de chaque composant, ainsi que par la morphologie de phase développée pendant le mélange des NTCs et des polymères et l'adhésion interfaciale entre les phases. Cependant, la résistance des composites polymères/NTC dépend principalement de deux variables :

- Le degré de transfert de charge entre la matrice et les nanotubes. Si l'adhésion interfaciale entre les phases est faible, les nanotubes se comportent comme des trous ou des défauts nanostructurés, induisant des concentrations de contraintes locales (Wong et al., 2003), et les NTCs dans ce cas peuvent être détachés de la matrice.
- La dispersion des NTCs dans la matrice polymère : une dispersion homogène des nanotubes est essentielle. Une mauvaise dispersion conduit à une séparation des nanotubes de la matrice polymère plutôt qu'à la déformation des NTCs eux-mêmes, entraînant ainsi une réduction significative de la résistance (Wong et al., 2003).

(Meincke et al., 2004) ont examiné des composites de polyamide 6 (PA6) et de NTC. Les essais de traction réalisés sur ces composites ont révélé une augmentation significative de 27 % du module de Young. De même, (Biercuk et al., 2002) ont constaté une augmentation de la résistance à l'indentation jusqu'à 3,5 fois en ajoutant 2 % en poids de SWCNTs à une résine époxy. (Cadek et al., 2002) ont constaté qu'une addition de 1 % en poids de MWSNT par rapport à l'alcool polyvinylique (PVA) a entraîné une augmentation de la dureté et du module de Young de 1,6 fois et 1,8 fois, respectivement. Une dispersion uniforme et un alignement adéquat des NTCs dans les matrices polymères sont importants pour améliorer l'efficacité du renforcement.

Enfin, on peut citer les résultats de (Paiva et al., 2004) où la fonctionnalisation des nanotubes de carbone (SWNT) a été réalisée pour améliorer leur dispersion au sein d'une matrice polymère PVA, la contrainte limite d'élasticité subit des changements très marqués. Cette contrainte, de 83 MPa pour le PVA seul, diminue à 79 MPa lorsque les SWNT non fonctionnalisés forment des agglomérats dans le polymère. En revanche, en cas de bonne dispersion, cette contrainte atteint 97 MPa.

II.6 Interface matrice-renfort dans les nanocomposites à matrice polymère

Les propriétés des nanocomposites ne sont pas uniquement déterminées par les propriétés de leurs constituants. En plus de la dispersion/distribution, les forces d'interaction entre la matrice et le renfort jouent un rôle crucial dans les propriétés finales du matériau. Il est important de faire une distinction entre les termes "interphase" et "interface". L'interface représente la limite bidimensionnelle entre deux surfaces, tandis que l'interphase est la région tridimensionnelle située entre deux phases (voir Figure I-5). Diverses études ont montré qu'il existait une zone entre le renfort et la matrice pouvant avoir un impact de longue portée sur les chaînes de polymères à proximité du renfort (Zare, 2015). On désigne souvent cette région sous les termes ; "interphase", "zone interfaciale", ou "région interfaciale". L'intensité de l'interaction entre le renfort et sa matrice dépend de la structure et de la chimie de surface du renfort.

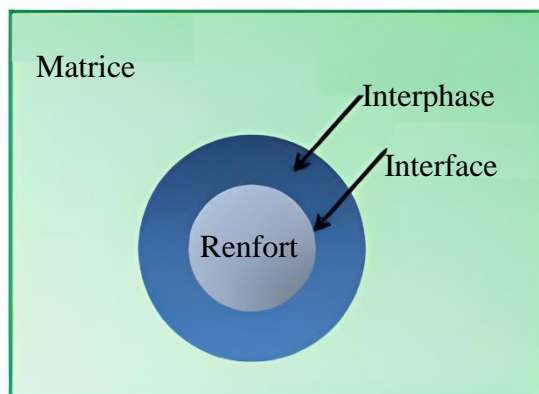


Figure I-5 : Schématisation de la différence entre interphase et interface (Abdennour et al)

Dans le cas où il y a une faible affinité entre la charge renforçante et la matrice, la propension à l'agglomération des renforts augmente avec la masse molaire élevée de la matrice. À l'inverse, lorsque l'affinité renfort/matrice est élevée, la masse molaire n'a plus d'influence sur cette agglomération. Enfin, la zone perturbée autour de la charge (interphase) peut présenter une densité plus faible ou plus élevée (avec des variations de la structure moléculaire) que la matrice, en fonction de l'affinité entre le renfort et la matrice (Adnan et al., 2007).

Il est important de noter que la plupart des matrices polymères présentent une faible compatibilité avec les NTCs en raison de leurs structures chimiques très différentes. En effet, l'adhésion entre un NTC et un polymère est limitée en raison des tensions superficielles élevées (Gao et al., 2005). Cette faible compatibilité entrave également une dispersion efficace et homogène des NTCs à l'intérieur de la matrice. Diverses études sont en cours pour comprendre et améliorer les phénomènes à l'interface (Lian et al., 2006), (Ajayan et al., 2000). Il s'agit principalement de travailler au niveau de la cohésion entre les deux éléments constitutifs du composite. Ceci peut être réalisé par une modification de surface des NTCs avant leur incorporation dans la matrice.

II.7 Application des matériaux composites

II.7.1. Applications de composites à matrice polymère

Les fibres les plus couramment utilisées comme renforts dans les composites à matrice polymère sont le verre et le carbone, avec l'aramide et le bore en suivant.

II.7.1.1. Applications de composites renforcés en fibres de verre

Les composites en fibres de verre trouvent principalement leur application dans diverses structures aérospatiales et de défense, telles que les boîtiers de moteurs de fusées à combustible solide, les lanceurs de fusées, les revêtements de carénages d'avions, les bateaux de patrouille,

les pales de rotor d'hélicoptères, les navires de chasseurs de mines, ainsi que dans les armures balistiques. Ces composites sont également utilisés dans d'autres secteurs industriels tels que :

- Les cabines de camions et de remorques, les réservoirs d'air comprimé du pompier.
- Les navires et les bateaux.
- Les équipements de l'industrie chimique tels que les réservoirs et les tuyaux, les équipements de traitement de l'eau.
- Les éléments de construction, les ponts, les armatures en béton ainsi que les structures en béton.
- Les équipements de chirurgie endoscopique.
- Les produits d'isolation électrique et les pales d'éoliennes.
- Les équipements de production du pétrole et du gaz, ainsi que les réservoirs de gaz naturel comprimé.

II.7.1.2. Applications de composites renforcés en fibres de carbone

Les composites en fibres de carbone sont utilisés dans de nombreuses applications aérospatiales et de défense, notamment dans les structures d'aéronefs militaires et commerciaux, les véhicules aériens sans pilote (les drones), les pales de ventilateurs de turbines à gaz d'aéronefs, les structures d'engins spatiaux, les antennes satellites et les navires militaires. Ces matériaux utilisées dans des équipements sportifs tels que les planches à neige, les clubs de golf, les bicyclettes, les skis, les raquettes de tennis, ainsi que dans des produits tels que les écouteurs, les meubles, les étuis d'ordinateurs portables, et les composants automobiles, notamment les éléments structurels et les arbres d'entraînement. La production en série d'un véhicule électrique BMW i3 fabriqué à partir de composites à fibre de carbone représente une étape importante dans l'application de ces composites.

II.7.1.3. Applications de composites renforcés en fibres de bore

Les composites polymères renforcés par des fibres de bore sont principalement utilisés dans les domaines de l'aérospatiale et de la défense. Leur première application remonte aux stabilisateurs du F-14. Ces composites, constitués de fibres de bore renforcées dans une matrice polymère, ont également été employés dans divers types d'avions de combat et de drones.

II.7.1.4. Applications de composites renforcés en fibres d'aramide

Les applications des composites à base de polymère renforcés de fibres d'aramide englobent divers domaines tels que les armures balistiques, les bouteilles sous pression pour avions commerciaux, les anneaux de confinement des moteurs d'aéronefs, les systèmes de

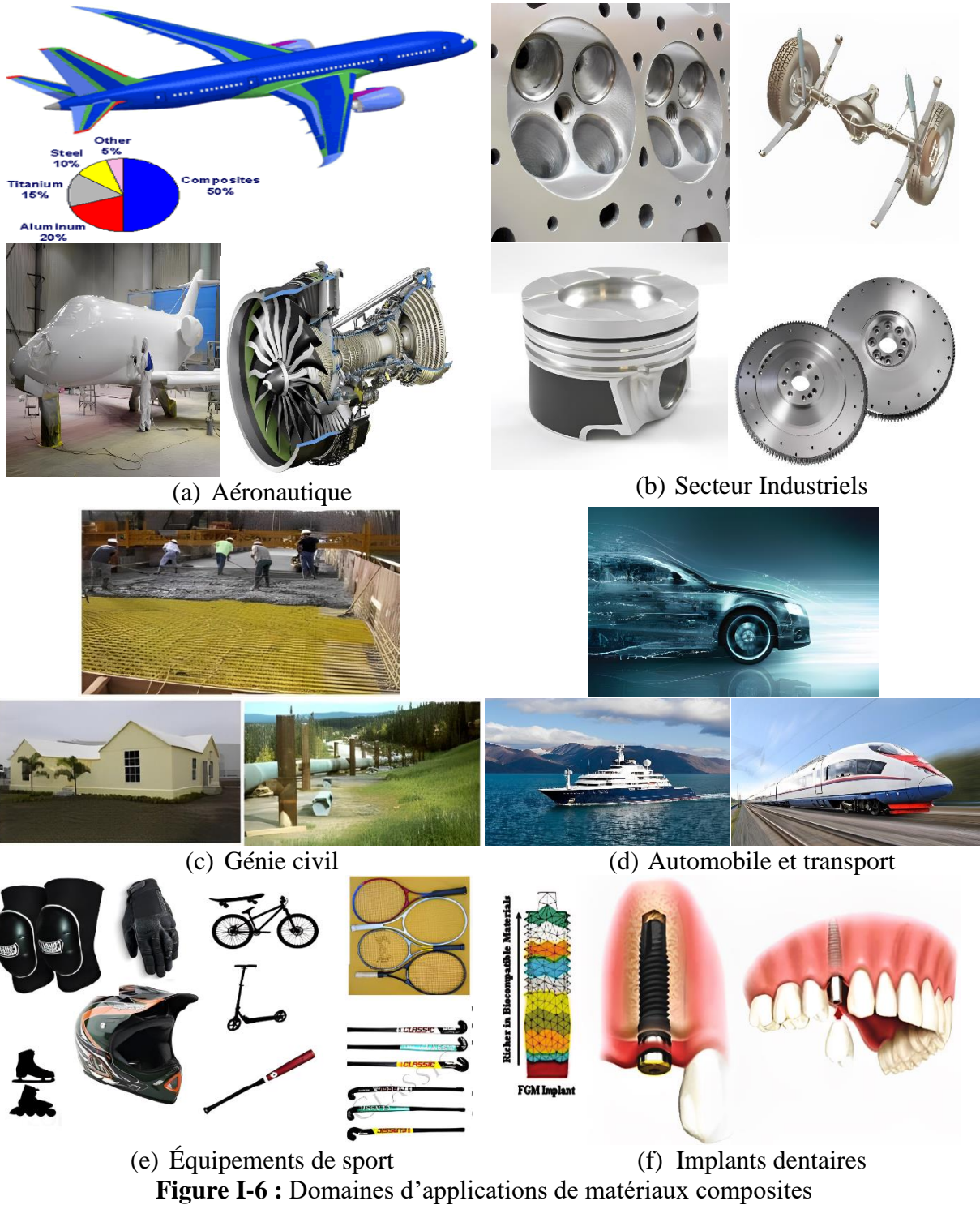
freinage et d'autres composants de friction, la réparation et le renforcement de structures dans le domaine du génie civil, ainsi que dans la construction de bateaux de patrouille, de service, de canots et de yachts de luxe ("Carbon-Carbon Composites," 1995).

II.7.2. Applications de composites renforcés en matrice métallique

Les composites commerciaux à matrice métallique les plus notables utilisent des fibres continues d'alumine dans une matrice d'aluminium, principalement dans les lignes de transmission. De plus, les composites renforcés par des fibres céramiques discontinues sont également employés pour améliorer l'alésage des cylindres et réduire l'usure des pistons des moteurs automobiles et des camions. Par ailleurs, le titane renforcé de particules de borure de titane est utilisé dans la fabrication des soupapes de moteur à combustion interne. L'aluminium renforcé par des particules de carbure de silicium a trouvé des applications limitées dans des domaines structurels aérospatiaux, commerciaux et optiques, tout en devenant un matériau de base dans les applications électroniques et photoniques. Ces composites à matrice métallique sont également associés à des applications dans les industries aérospatiales et de défense, comme les portes d'accès de remplacement de carburant pour le F-16, les ailettes ventrales et les manchons des pales du rotor d'hélicoptère. Enfin, dans le domaine des équipements sportifs, ils sont utilisés pour fabriquer des pièces structurales et mécaniques pour les bicyclettes, les bâtons de golf et les bâtons de baseball.

II.7.3. Applications de composite renforcé en matrice de céramique

Les matrices de carbure de silicium renforcées de fibres de carbure de silicium (SiC/SiC et C/SiC, respectivement) ont trouvé des applications dans les volets de moteurs d'avions militaires, apportant une réduction significative du poids total. L'utilisation de composites à matrice céramique permet une économie de poids allant jusqu'à 60 % par rapport à d'autres alliages, entraînant des économies de carburant estimées à 15 %. Par ailleurs, l'alumine renforcée de particules de carbure de silicium est largement utilisée dans les outils de coupe, tandis que l'alumine renforcée de particules de carbure de silicium a également été employée dans la fabrication de pièces pour les pompes à boues abrasives. (Zweben, 2015).



II.8 Les limites des nano-composites

Les nanocomposites présentent plusieurs avantages, mais ils sont également associés à certaines limites, notamment techniques, mais sont également confrontés au problème de leur coût.

Le premier facteur à contrôler concerne les dimensions, la dispersion uniforme et la répartition homogène des nanoparticules dans la matrice, qui déterminent les propriétés spécifiques du matériau. La mise au point de nouvelles techniques et procédés est nécessaire pour parvenir à une industrialisation efficace, surmontant ainsi les limitations des méthodes antérieures face à l'échelle nanométrique. Sans une transition vers une production à grande échelle et une réduction des coûts, les nanocomposites resteront confinés à des marchés de niche, tels que le secteur aéronautique, prêt à accepter un coût supplémentaire pour bénéficier des performances, ou à des applications très spécifiques qui exploitent les propriétés uniques des nanocomposites.

Le deuxième défi réside dans la disponibilité des nanocomposants, illustrée par la production en masse de nanotubes de carbone. Malgré leurs avantages, la production de ces nanotubes n'a pas encore atteint des niveaux suffisants. Le coût élevé des nanotubes de carbone à paroi unique (SWNTs), évalué à 500 dollars par gramme, rend improbable toute application de composites à grande échelle, même en considérant leurs propriétés exceptionnelles.

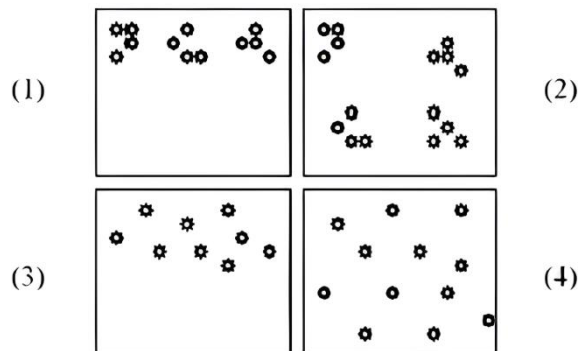


Figure I-7 : Concept de dispersion et distribution dans les nanocomposites :

- 1 : Mauvaises dispersion et distribution
- 2 : Mauvaise dispersion et bonne distribution
- 3 : Bonne dispersion et mauvaise distribution
- 4 : Bonnes dispersion et distribution

III. Généralités sur les nanotubes de carbone NTC

Depuis leur découverte par Iijima en 1991, les NTCs ont fait l'objet de nombreuses études scientifiques à travers le monde. Les premières recherches ont rapidement révélé des propriétés physiques remarquables de cette nouvelle forme de carbone. Le troisième titre décrit l'état actuel des connaissances concernant diverses formes de carbone traditionnelles telles que le graphite, le diamant et le carbone « mal organisé », ainsi que de nouvelles formes de carbone telles que les fullerènes, les nanotubes à parois multiples (multifeuillets) et le carbone à paroi

unique (monofeuillets) traitées de manière non exhaustive. Nous aborderons ensuite les techniques de synthèse les plus courantes, telles que l'ablation laser, l'arc électrique et le dépôt chimique en phase vapeur, la méthode dite (HiPCo), en nous concentrant sur les avantages et les inconvénients de chaque méthode. Après avoir introduit les propriétés mécaniques, thermiques, optiques et électroniques des nanotubes de carbone, nous présenterons les défauts des nanotubes de carbone. Enfin, nous nous intéressons à leurs applications et à leurs risques.

III.1 L'origine des nanotubes de carbone

Dans la nature, le carbone peut se trouver sous deux formes allotropiques : le diamant et le graphite. En 1924, John Desmond Bernal a réussi à déterminer la structure cristalline du graphite (Bernal, 1924). Au cours des premières années de 1950, Rosalind Franklin approfondit cette étude en distinguant le carbone graphitisé (plans du graphite parfaitement ordonnés) du carbone non graphitisé (plans du graphite désordonnés) (Franklin, 1951), tandis que la synthèse du diamant devint réalisable dès 1955 (Bundy et al., 1955). Mais c'est en 1985, avec la découverte d'une troisième forme allotropique, les fullerènes (Kroto et al., 1985), que le carbone a connu un regain d'intérêt. Depuis, de nombreuses autres formes de structure du carbone ont été observées, telles que les nanotubes ou les feuilles de graphène (figure I-8).

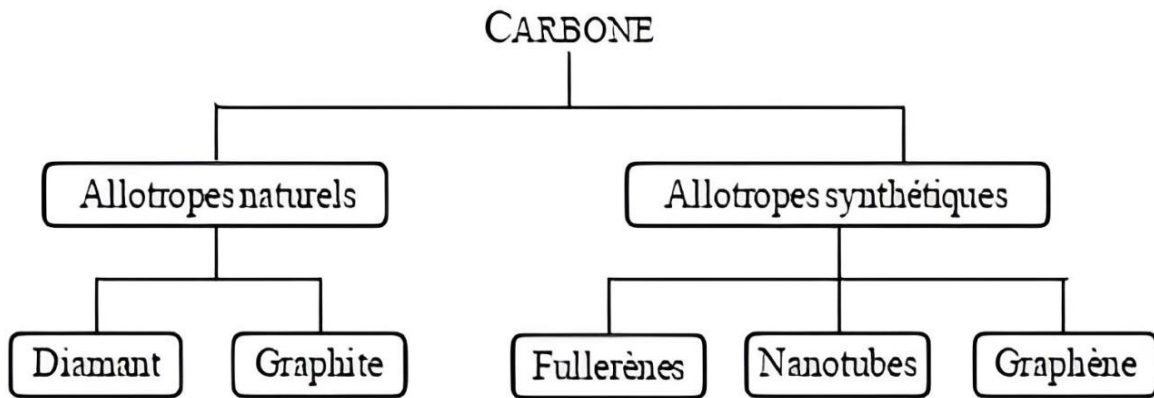


Figure I-8 : Allotropes du carbone

Il existe plusieurs formes de carbone dites traditionnelles avec des structures cristallines connues comme le graphite et le diamant. Ces derniers sont présents dans la nature sous forme de roches. Actuellement, de nouvelles formes de carbones existent et on peut en citer quelques un d'entre eux comme le fullerène, le (C60) aux nanotubes monocouches, les nanotubes multifeuillets (ou multiparois) et les nanotubes mono feuillet (ou mono paroi).

III.1.1. Le diamant

Le diamant représente la forme la plus compacte du carbone. Naturellement, sa formation nécessite des conditions de haute température et haute pression ($> 1000\text{ °C}$ et plusieurs gigapascals) et, en théorie, il n'est stable qu'à des pressions élevées. Cependant, étant une forme métastable du carbone, le diamant peut subsister à des conditions ambiantes. Sa structure est cubique à faces centrées avec la moitié des sites tétraédriques occupés (voir la figure I 9). Chaque atome de carbone est lié à quatre autres par des liaisons hybrides SP^3 , formant ainsi des tétraèdres réguliers. Contrairement au graphite, chaque électron de valence participe aux liaisons covalentes. C'est cette structure rigide qui confère au diamant sa réputation en tant que minéral naturel le plus dur.

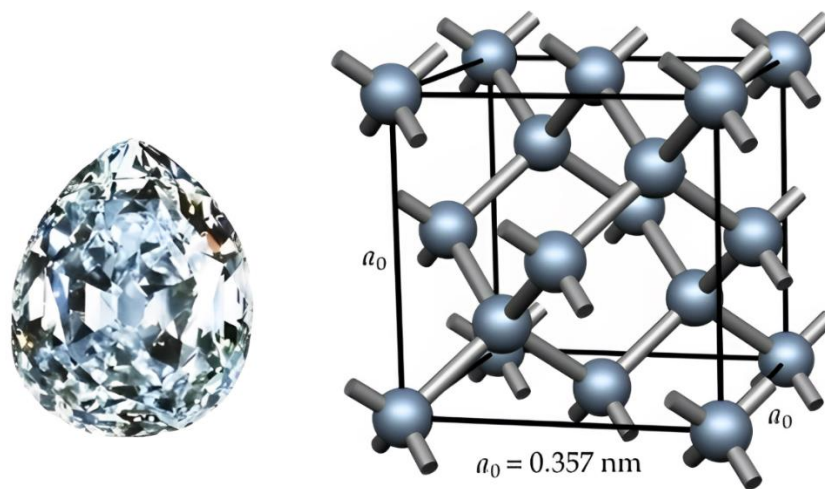


Figure I-9 : Une photo d'une pierre de diamant avec la structure cristalline du diamant ("Diamant Cullinan," n.d.)

III.1.2. Graphite

Le graphite présente une structure lamellaire composée d'un empilement de feuillets. Chaque feuillet, également appelé plan de graphène, est composé d'atomes de carbone disposés en un réseau hexagonal avec un paramètre de maille de $0,243\text{ nm}$ et la longueur de liaison C-C étant de $0,142\text{ nm}$. Il existe deux modes d'empilement des plans de graphène entre eux, donnant ainsi naissance à deux formes cristallines distinctes de graphite.

- La forme cristalline stable est le graphite hexagonal (Park et al., 1993). Les plans de graphène s'empilent, comme illustré dans la figure I 10, avec une distance inter-feuillets de $0,335\text{ nm}$.
- Une autre forme cristalline possible est le graphite rhomboédrique. Cette forme de graphite est moins stable que la forme hexagonale. Les plans de graphène sont également empilés, mais chaque plan est décalé d'une longueur de liaison par rapport au plan précédent.

Le graphite est rarement trouvé sous la forme d'un monocristal, même si la croissance de monocristaux macroscopiques est réalisable. Le graphite courant, tel que celui présent dans les mines de crayon, est un polycristal composé de cristallites de graphite hexagonal orientés de manière aléatoire.

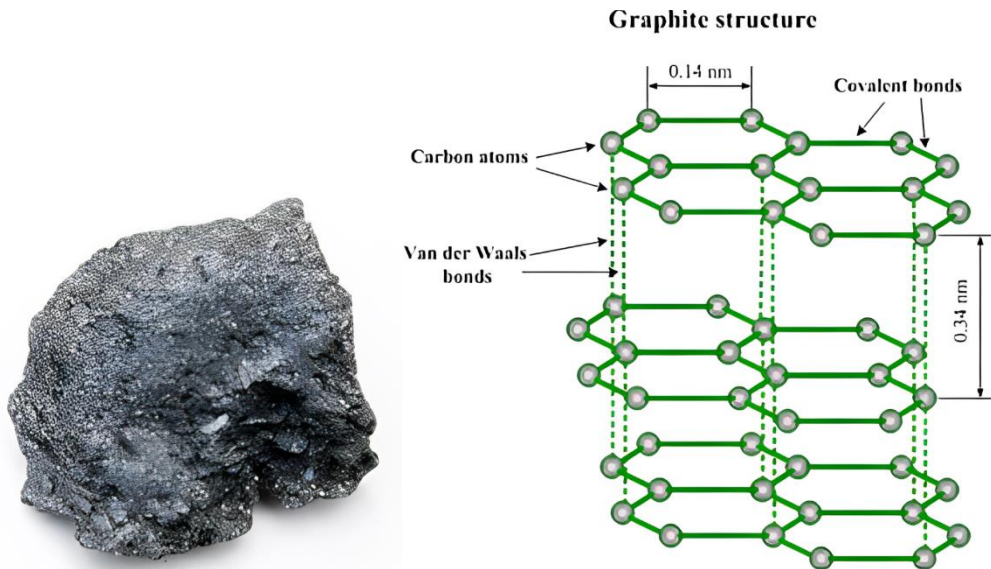


Figure I-10 : la roche de graphite avec Structure du graphite hexagonal (“Graphite [SubsTech],” n.d.)

III.1.3. Les fullerènes

Les fullerènes ont été initialement synthétisés par Kroto, Curl et Smalley à l'aide de la méthode de l'arc électrique (Lange et al., 2003) ainsi, la découverte du fullerène de Buckminster (C₆₀) provient d'une étude de recherche qui a combiné la chimie de synthèse, la spectroscopie hyperfréquence et la radioastronomie (Kroto, 1982).

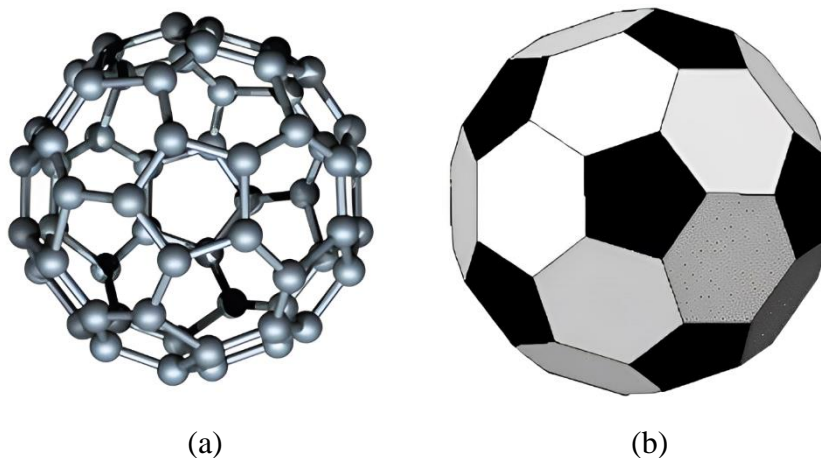


Figure I-11 : (a) Structure du fullerène C₆₀ ; (b) un ballon de foot (Technology, 2019)

Les molécules de fullerène sont composées de carbone formant 20 hexagones et 12 pentagones, constituant la base d'une symétrie icosaédrique dans une cage sphérique fermée (Figure I-11 (a)). Chaque atome de carbone dans une molécule de fullerène est lié à trois autres atomes de carbone (Kroto et al., 1985), pour expliquer cette stabilité tout en respectant la valence du carbone, un modèle de structure comparable à celui d'un ballon de football est proposé, où les sommets sont remplacés par des atomes de carbone (Figure I-11 (b)). Les fullerènes sont constitués d'isomères avec des homologues inférieurs tels que C₆₀ et C₇₀ aux fullerènes supérieurs tels que C₂₄₀, C₅₄₀ et C₇₂₀. Les fullerènes ont été l'objet de recherches intensives en raison de leurs applications technologiques, notamment dans les domaines des matériaux, de l'électronique et de la nanotechnologie.

III.1.4. Le graphène

Une seule couche de graphite est appelée graphène (un plan d'atomes de carbone), le graphène étant une forme bidimensionnelle (2D) de carbone dans laquelle les atomes sont disposés en un réseau en nid d'abeille.

Les recherches scientifiques ont démontré que le graphène présente des propriétés mécaniques, électriques, magnétiques, optiques et thermiques uniques (Novoselov et al., 2004). Dans le graphène, la longueur de la liaison C-C est d'environ 0,142 nm. Ces feuilles de graphène s'empilent les unes sur les autres grâce à des interactions à distance interplanaires appelées forces de Van der Waals, avec des espacements interplanaires d'environ 0,335 nm, formant ainsi la structure du graphite. La structure de base des fullerènes, des CNT et du graphite est le graphène.

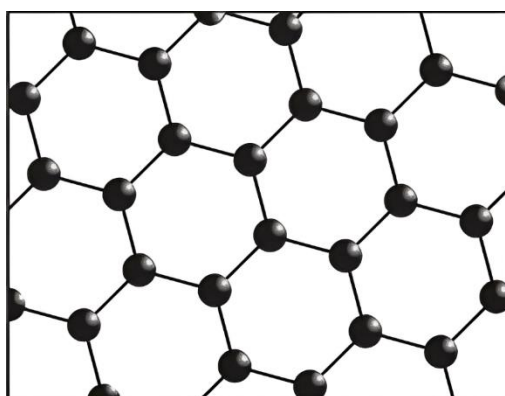


Figure I-12 : Structure du graphène (“GraphenLayer,” n.d.)

Le graphène forme le matériau de base pour diverses structures graphitiques de différentes dimensions, telles que les fullerènes (0 D), les nanotubes (1 D), ou le graphite (3 D). Les fullerènes, en raison de leur taille nanométrique, sont assimilables à des points sans

dimension, tandis que les nanotubes de carbone (NTC), en raison de leur longueur nettement supérieure à leur diamètre, peuvent être assimilés à des lignes, représentant ainsi des objets unidimensionnels.

III.1.5. Les nanotubes de carbone (NTC)

Découverts en 1991 (Iijima, 1991), les nanotubes de carbone présentent une structure où des feuillets de graphène sont enroulés sur eux-mêmes, avec leurs extrémités fermées par des demi-sphères ressemblant à des fullerènes.

Un nanotube de carbone est formé à partir d'une structure de base qui est le graphène. Les feuilles de graphène enroulées sur elles-mêmes formant les NTCs sont bidimensionnelles (2D), étant donné que le graphène a une épaisseur d'un atome, conférant ainsi à ces nanotubes certaines de leurs propriétés spécifiques. (Figure I-14)

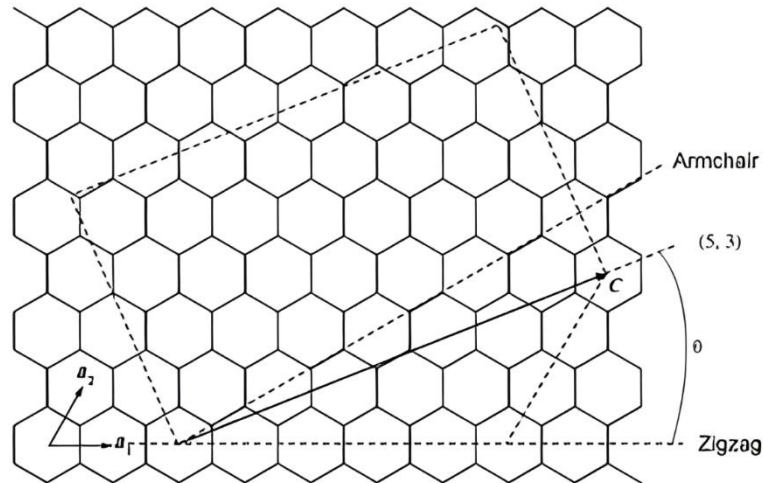


Figure I-13 : Représentation de la courbure d'une feuille de graphène en CNTs (Thostenson et al., 2001)

Chaque nanotube de carbone est dérivé d'une feuille de graphène, et sa structure peut être caractérisée par un vecteur \vec{C} (Figure I-13), qui est lié aux vecteurs unitaires du graphène, \vec{a}_1 et \vec{a}_2 :

$$\vec{C} = n \vec{a}_1 + m \vec{a}_2 \quad (\text{I-1})$$

L'indice chiral (n, m) est directement lié à l'angle chiral et aux propriétés électriques des CNTs. On peut définir l'angle chiral θ comme l'angle entre le vecteur \vec{C} et le vecteur unitaire \vec{a}_1 .

En fonction des index chiraux, les NTCs peuvent être classés en trois types différents, (Figure I-15) :

- ❖ Configuration armchair lorsque $n = m$, et $\theta = 30^\circ$
- ❖ Configuration zigzag lorsque $n \neq 0, m = 0$ et $\theta = 0^\circ$
- ❖ Configuration chirale lorsque $n \neq m$, et $0^\circ < \theta < 30^\circ$

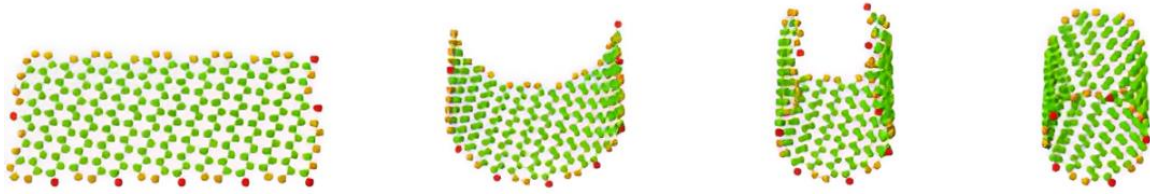


Figure I-14 : Empilement d'une feuille de graphène pour former un nanotube de carbone ("GraphenLayer," n.d.)

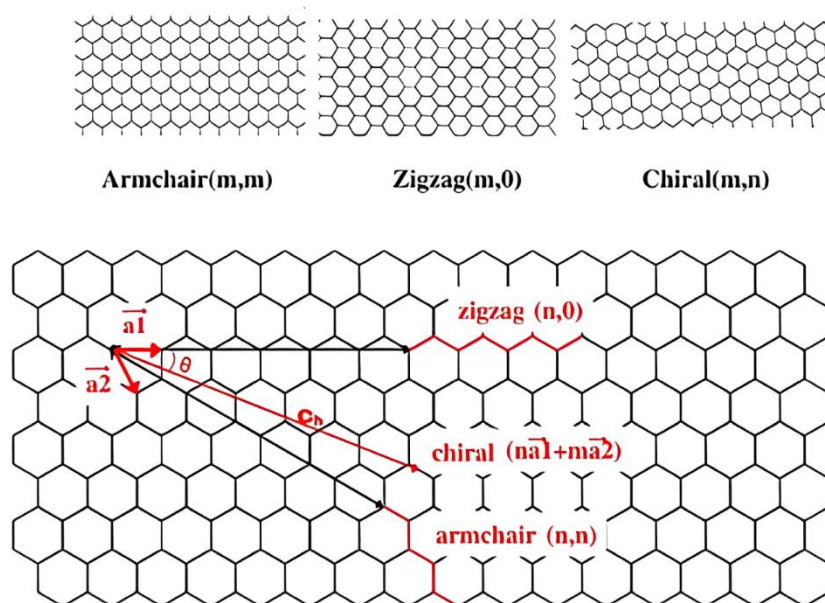


Figure I-15 : Chiralité et géométrie des NTCs et leur configuration ("GraphenLayer," n.d.)

III.2 Structure des nanotubes de carbone

On peut distinguer deux catégories de nanotubes de carbone : les nanotubes de carbone monoparoi (monofeuillets) et les nanotubes de carbone multiparois (multifeuillets), caractérisés par leurs différences de structure, de taille et a fortiori leurs propriétés physico-chimiques.

III.2.1. Nanotubes de carbone monofeuillets, SWNT (Single Walled Nanotube)

Un nanotube de carbone monoparoi (SWCNT) est constitué d'une seule feuille de graphène enroulée sur elle-même (Figure I-16). Le diamètre des SWCNT varie de 0,4 à 2 nm. (Dai et al, 1996) ont observé que le diamètre des CNT augmente avec la température de

production. La structure des SWCNTs peut être des arrangements en armchair, en zigzag et en chiral.

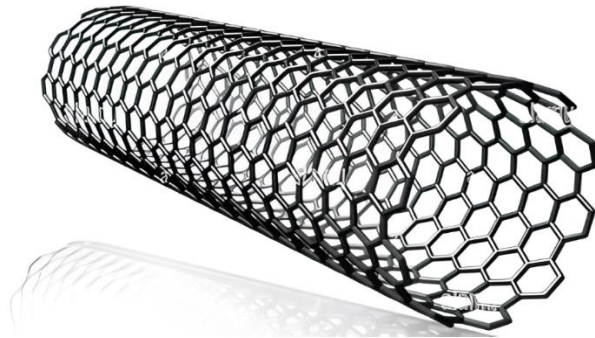


Figure I-16 : NTC monofeuillet SWCNT (Limited, n.d.)

III.2.2. Nanotubes de carbone multifeuillets MWNT (Multi Walled Nanotubes)

Les MWCNT sont formés par l'intégration de plusieurs nanotubes de carbone les uns dans les autres (Figure I-17). Le nombre de nanotubes inclus dans un MWCNT peut varier entre 3 et plus de 20. De plus, le diamètre du nanotube interne et du nanotube externe peut varier de 2 nm pour le tube interne à plus de 50 nm pour le tube externe.

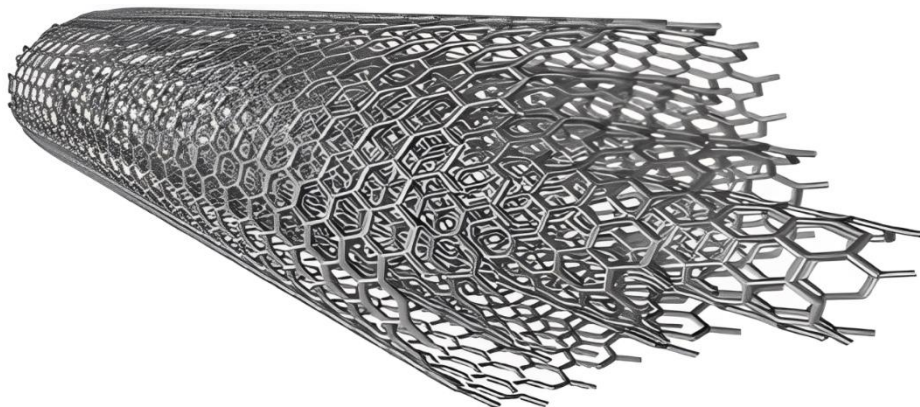


Figure I-17 : Nanotubes de carbone multiparois MWCNT (“Multi Walled Carbon Nanotubes,” n.d.)

Tableau I-3: Comparaison entre SWNT et MWNT (Iijima et Ichihashi, 1993)

SWCNT	MWNT
Une seule feuille de graphène	Plusieurs feuilles de graphène
Un catalyseur est nécessaire pour la synthèse	Peut être produit sans catalyseur
La pureté est faible	La pureté est élevée
Pendant le fonctionnement, la probabilité de défaut est plus importante.	La probabilité d'un défaut est faible, mais il est difficile de s'améliorer une fois qu'il se produit.
Moins d'accumulation dans le corps	Plus d'accumulation dans le corps
La caractérisation et l'évaluation sont faciles	Il a une structure très complexe
Il peut être facilement tordu et est plus souple	Il ne peut pas être facilement tordu

III.3 Méthodes de synthèse des NTCs

Actuellement, diverses techniques de synthèse des nanotubes de carbone (NTCs) peuvent être classées en deux catégories principales selon le niveau de température : la première catégorie, dite "méthodes à haute température" (telles que l'ablation laser et l'arc électrique), et la deuxième catégorie, dite "méthodes à moyenne température" (comme le CCVD, ou Dépôt Chimique en Phase Vapeur Catalytique « Catalytic Chemical Vapor Deposition », et ses dérivés). En général, le mode de production peut influencer les propriétés des CNTs (Guldi and Martín, 2010); cela inclut la source carbonée (solide, liquide ou gazeuse), la source d'énergie (chaleur ou pression), la durée, la température et le catalyseur.

Il existe diverses méthodes de synthèse des NTCs, mais ces trois méthodes sont les plus importantes et largement employées : l'arc électrique, l'ablation au laser et le dépôt chimique catalytique en phase vapeur (CCVD) (Toubestani et al., 2010). (Zheng et al., 2002)

III.3.1.Arc électrique

Cette méthode implique la création d'un courant continu entre une paire d'électrodes en graphite, anode et cathode, situées à quelques millimètres l'une de l'autre, dans un environnement gazeux tel que l'hélium ou l'argon, à une pression contrôlée (Kingston & Simard, 2003). Les MWCNT sont obtenus par arc électrique sans aucun catalyseur métallique, tandis que la production de SWCNT nécessite l'utilisation de catalyseurs métalliques mixtes tels que le fer, le cobalt et le nickel (Sano et al., 2001). En général, les NTCs synthétisés par arc électrique démontrent un niveau élevé de perfection structurale (Li et al., 2004). Cependant,

plusieurs paramètres tels que la température de la chambre, la composition et la concentration du catalyseur, la présence d'hydrogène, etc., influent sur leur taille et leur structure (Imasaka et al., 2006). Plus récemment, d'autres électrodes (Sagara et al., 2014) et divers produits chimiques ont été employés dans la synthèse de NTC par arc électrique (Su & Zhang, 2015). Certains groupes de recherche (A et al., 2015) ont réussi à produire des SWCNT hybrides à moindre coût par arc électrique à l'air libre.

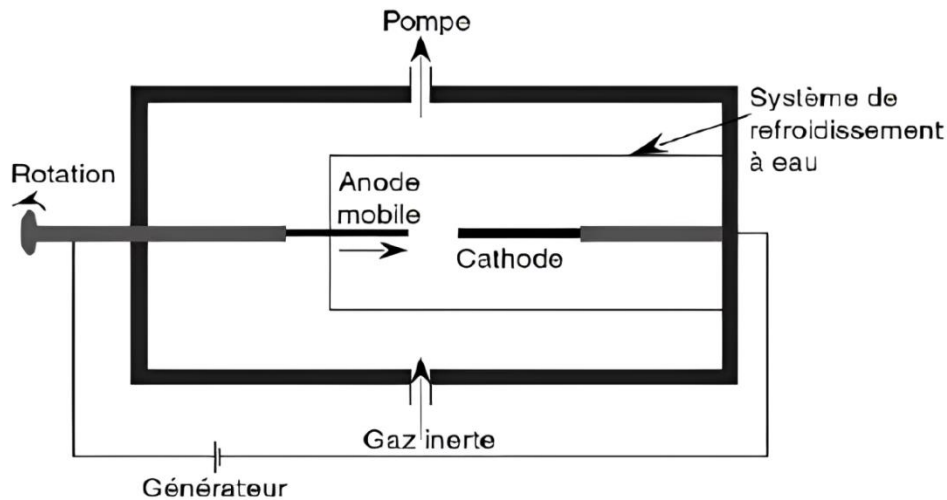


Figure I-18 : Représentation schématique de la méthode de synthèse de NTC par arc électrique (Thostenson et al., 2001)

III.3.2. Méthode d'Ablation Laser

La première synthèse de nanotubes de carbone par ablation laser a été réalisée en 1995 par Guo, (Guo et al., 1995). Cette méthode implique la vaporisation d'une cible de pastille de graphite solide montée dans un tube en quartz chauffé à des températures élevées (800 à 1500 °C) en présence d'un gaz inerte, grâce à l'irradiation par un rayonnement laser (Hutchison et al., 2001). Après la vaporisation de la cible, les produits carbonés résultant de la sublimation du graphite sont recueillis à l'intérieur de l'appareil (Kingston & Simard, 2003). Les CNT préparés par cette méthode démontrent un degré élevé de perfection structurale, probablement en raison des températures élevées utilisées dans la synthèse (Bandaru, 2007). De plus, les SWCNT peuvent être synthétisés en ajoutant un catalyseur métallique. Cependant, cette méthode présente des inconvénients tels que la puissance élevée nécessaire et la production de quantités moindres de CNT par rapport à la méthode d'arc électrique (Kumar et al., 2017a). Plusieurs paramètres influent sur la qualité et la quantité des nanotubes de carbone produits par ablation laser, notamment la composition chimique du matériau cible, la longueur d'onde et la puissance du laser, la distance entre la cible et les substrats, etc. (Arepalli, 2004).

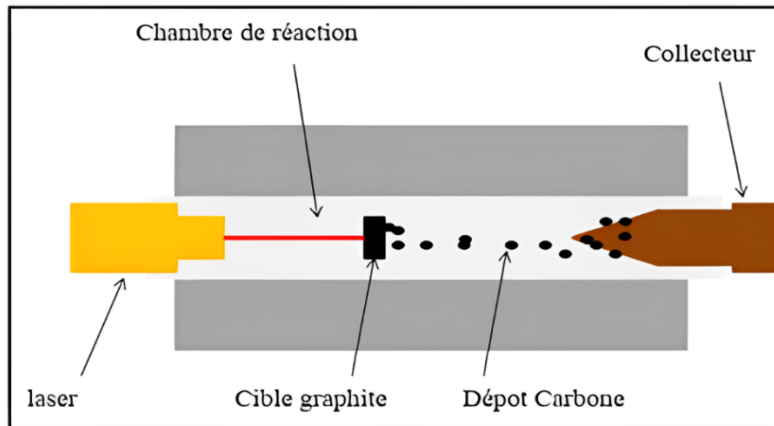


Figure I-19 : Schéma du dispositif de synthèse par ablation laser (Janas & Koziol, 2016)

III.3.3. Méthode de dépôt chimique en phase vapeur (CVD)

La méthode de dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est actuellement la plus largement employée pour la fabrication en série de divers types de nanotubes de carbone (Kumar et al., 2017). Dans cette technique, une source d'hydrocarbures gazeux (tels que l'éthanol, l'acétylène, le propylène, le méthane, l'éthylène, le CO, etc.) est chauffée à des températures allant de 500 à 1200 °C, en présence d'un catalyseur métallique de transition (Ni, Fe, Co, etc.) favorisant la croissance des nanotubes (Öncel & Yürüm, 2006). La CVD offre la possibilité d'une production à grande échelle, d'un alignement précis et d'une croissance maîtrisée des nanotubes (Brukh & Mitra, 2006).

L'inconvénient majeur de cette méthode réside dans le taux plus élevé de défauts présents dans les nanotubes de carbone obtenus par rapport aux deux autres procédés (Colomer et al., 2000). Ces défauts ont un impact négatif sur les caractéristiques électriques, thermiques et structurales des nanotubes de carbone. Actuellement, la méthode CVD est employée pour la synthèse contrôlée de NTC ultra-longs présentant une structure parfaite, sans défaut. Cette structure permet la production de NTC dotés d'excellentes propriétés électriques, mécaniques et thermiques (Nessim, 2010).

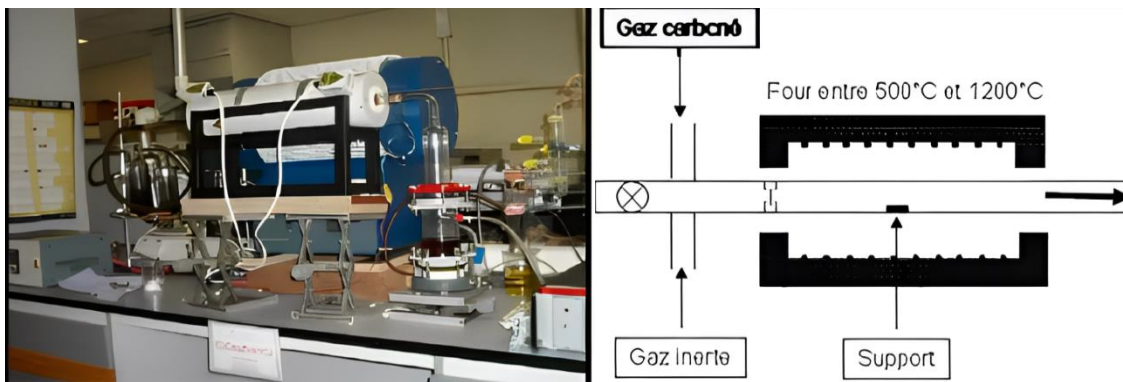


Figure I-20 : Représentation schématique d'un réacteur CVD (H. Koo, 2006)

III.4 Les méthodes de purification des NTCs

L'objectif de la purification des nanotubes de carbone n'est pas d'éliminer complètement les défauts, mais plutôt d'obtenir une distribution de taille (de diamètre et de longueur) la plus uniforme possible. Les principales impuretés comprennent des feuilles de graphite, du carbone amorphe, des métaux (catalyseur) et des fullerènes. Évidemment, toutes ces impuretés exercent une influence significative sur les propriétés souhaitées. Il existe deux grandes catégories de méthodes de purification : celles dépendant de la structure et celles dépendant de la taille.

III.4.1. Les méthodes chimiques

Les principales méthodes chimiques employées pour la purification des échantillons de nanotubes de carbone se regroupent en deux catégories distinctes. D'une part, les méthodes d'oxydation sélective (H. Koo, 2006) visent à éliminer par oxydation les impuretés telles que les catalyseurs et le carbone amorphe sans affecter les tubes, et ce, à des températures inférieures à 400 °C. Des améliorations ont été apportées pour corriger les imperfections de ces méthodes, notamment l'intercalation de potassium, qui facilite l'exfoliation des couches de graphite autour des particules métalliques, réduisant ainsi le nombre de traitements nécessaires pour les éliminer (Colomer et al., 2000). D'autre part, la fonctionnalisation et la solubilisation sélective des tubes par rapport aux impuretés (Yudasaka et al., 2008 ; Rinzler et al., 1998) permettent d'isoler les nanotubes des impuretés non tubulaires par filtration ou décantation. Les techniques utilisées pour la solubilisation et la fonctionnalisation des nanotubes de carbone sont exposées dans la section suivante.

III.4.2. Les méthodes physiques

Les techniques de purification physique offrent l'avantage de conserver la structure intrinsèque des NTCs, ce qui est important pour profiter de leurs propriétés notamment électriques. Diverses méthodes ont été employées, telles que la filtration, la centrifugation et la séparation par FFF (field-flow fractionation).

La méthode de séparation par filtration est basée sur les différences de forme et de solubilité entre les nanotubes de carbone, le carbone amorphe, les fullerènes et les particules métalliques. Les particules de petite taille ainsi que celles solubles sont récupérées dans le filtrat, tandis que les nanotubes de carbone (caractérisés par une grande forme aspect) demeurent dans le résidu. Par exemple, Bonard et al. (Bonard et al., 1997) ainsi que Shelimov et al. (Shelimov et al., 1998) ont employé la méthode de filtration pour purifier respectivement des MWCNT et des SWCNT. Pour ce faire, ils ont initialement dispersé les NTC en solution

en utilisant le SDS par sonication. Après la dispersion des NTC, des filtrations successives ont été réalisées pour atteindre des puretés de l'ordre de 90 %.

La centrifugation utilise l'influence de la gravité sur les particules et leur stabilité en solution. Cette différence de stabilité est associée aux charges négatives présentes sur les NTCs, traités au préalable par un acide, comme démontré par Hu et al. (Hu et al., 2005).

La méthode de séparation par FFF offre la possibilité de classer les particules en fonction de leurs dimensions, permettant ainsi la séparation des NTC selon leur taille. Cette technique est applicable à une grande quantité de produits (Chun et al., 2008). Elle permet d'obtenir des NTC clairement définis, adaptés à des applications spécifiques telles que la nanoélectronique.

L'inconvénient des approches physiques réside dans la nécessité de disperser initialement les NTC en solution, demandant l'ajout d'un agent dispersant ou d'un traitement acide pour fonctionnaliser les NTC avant le processus de purification.

III.5 Propriétés des nanotubes de carbone

Les NTCs présentent des surfaces spécifiques, des rapports d'aspect et une résistance mécanique exceptionnellement élevés. Leur résistance à la traction dépasse de 100 fois celle de l'acier, tandis que leur conductivité électrique et thermique se rapproche de celle du cuivre (Treacy et al., 1996). Ces caractéristiques en font d'excellents candidats comme renfort dans divers polymères et céramiques, contribuant ainsi à la création de produits de consommation désirables (Chang et al., 2005). Les NTCs possèdent également des propriétés électriques, mécaniques et thermiques exceptionnelles.

III.5.1. Propriétés mécaniques

C'est probablement le secteur où les propriétés des nanotubes de carbone se révèlent les plus impressionnantes. Des calculs théoriques et des mesures expérimentales ont confirmé que les nanotubes de carbone sont des matériaux extrêmement rigides et résistants. Malgré leur densité très faible, autour de 1,3 à 1,4 g/cm³ selon le type de NTC (Shet et al., 2005), ils affichent un module d'Young et une résistance à la traction extrêmement élevés.

Les propriétés mécaniques des NTC ont été examinées de manière théorique par Overney et al. (Overney et al., 1993), qui ont utilisé des analyses numériques pour explorer la rigidité et les propriétés vibratoires des CNTs. Ils ont découvert un module de Young d'environ 1,5 TPa. Une autre étude a rapporté un module de Young de 1,0 TPa (Lu, 1997). (Yu et al., 2000) ont indiqué théoriquement que le module de Young et la résistance à la traction des nanotubes de carbone dépassent 1 TPa et 140 GPa, respectivement. Alors qu'expérimentalement, le module de Young atteint et même dépasse la valeur 1 TPa (Krishnan

et al., 1998), aucun nanotube d'aucune sorte n'a été découvert ayant une résistance à la traction pratique même proche de la valeur théorique. Ceci est principalement attribuable aux défauts du matériau qui peuvent réduire la résistance à la traction jusqu'à environ 85 % (Coleman et al., 2006).

Les calculs théoriques, principalement effectués par modélisation numérique, ont fourni des valeurs de contraintes à rupture en traction. Par exemple, (Yakobson et Avouris, 2001) et (Belytschko et al., 2002) mentionnent des contraintes à rupture des NTCs de 150 GPa et comprises entre 93 et 112 GPa respectivement. Il est important de noter que ces approches de modélisation considèrent les structures des nanotubes comme étant parfaites.

III.5.2. Propriétés électriques

Selon le diamètre et l'indice de chiralité (Hamada et al., 1992), les SWCNT se comportent comme un métal ou comme un semi-conducteur, Les premières investigations sur les NTCs métalliques remontent à 1997 (Tans et al., 1997), (Bockrath et al., 1997), suivies en 1998 par les études sur les NTCs semi-conducteurs (Tans et al., 1998). Durant les cinq années qui ont suivi, de nombreux groupes de recherche ont construit des dispositifs électroniques à base des NTCs. Les nanotubes semi-conducteurs ont des gaps d'énergies qui varient inversement avec le diamètre, allant d'environ 1,8 eV pour les tubes de très petit diamètre à 0,18 eV pour les tubes de grand diamètre (Elliott et al., 2004). Certains nanotubes affichent des conductivités supérieures à celles du cuivre, tandis que d'autres se comportent davantage comme du silicium. C'est pourquoi les NTCs semi-conducteurs font l'objet d'études approfondies en nanoélectronique en vue de remplacer éventuellement les transistors à base de silicium (Avouris, 2007). L'intérêt pour la construction de dispositifs électroniques à l'échelle nanométrique à partir de nanotubes est considérable. Les nanotubes de carbone sont déjà utilisés dans divers domaines technologiques, notamment les microscopes à sonde à balayage, les écrans plats, les dispositifs de détection et les piles à combustible. Aujourd'hui, la plupart des grandes universités et des laboratoires industriels ont au moins un groupe dédié à l'étude des propriétés électroniques des SWCNT.

III.5.3. Propriétés thermiques

La conductivité thermique du graphène a été évaluée à 3080-5150 W.m⁻¹.K⁻¹ à température ambiante (Aymonier et al., 2006). Pour un nanotube (10,10) isolé à température ambiante, (Berber et al., 2000) ont estimé, par simulation, sa conductivité thermique à 6600 W.m⁻¹.K⁻¹. Cette valeur est significativement supérieure à celle du graphite et du diamant, ce

dernier étant reconnu comme un excellent conducteur thermique (de 1000 à 2600 $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$). Expérimentalement, (Kim et al., 2001) ont mesuré une conductivité thermique de plus de 3000 $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ sur des nanotubes multi-parois MWCNT à température ambiante. La conductivité thermique du polymère peut être facilement modifiée en incorporant des NTCs dans leur matrice, et ce potentiel est largement affecté par la nature des NTCs (Yang et al., 2009). Le tableau I-4 illustre les différentes conductivités thermiques des allotropes du carbone en comparaison avec celles de divers métaux.

Tableau I-4: Conductivités thermiques à 300 K des différentes formes allotropiques du carbone comparées à celles de certains matériaux (“CRC Handbook of Chemistry and Physics,” 2005)

Matériaux	Conductivité thermique ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)
Diamant	1000 - 2600
Graphène	3080 - 5150
NTC	3000 - 6600
Aluminium	237
Argent	429
Cuivre	401
Or	317

Dans ce tableau, il est observé que la conductivité thermique des nanotubes de carbone est considérablement supérieure à celle de l'argent ou du cuivre, des métaux reconnus pour leur forte conductivité thermique.

III.5.4. Propriétés optiques des nanotubes de carbone

Les nanotubes de carbone démontrent des capacités de limitation optique remarquables sur une vaste plage de longueurs d'onde, allant du visible au proche infrarouge. Des densités optiques équivalentes voire supérieures à celles d'autres matériaux connus en tant que bons limiteurs optiques (comme le carbone noir ou C60), ont été obtenues avec des nanotubes de carbone à parois simples (SWNT) en suspension dans des solutions aqueuses (Vivien et al., 1999). Ce type de dispersion s'avère donc être un excellent système de limitation optique à bande large. Il est important de noter que ce phénomène peut être observé dans un film polymère (Sun et al., 1998).

III.6 Toxicité et risque représenté par les nanotubes de carbone

Bien que les nanotubes de carbone présentent des propriétés et des caractéristiques très prometteuses, des préoccupations émergent concernant leur biocompatibilité (Smart et al., 2006) ainsi que leur éventuelle toxicité pour les êtres humains et leur environnement. De plus, leur dimension nanométrique favorise leur potentielle absorption par divers organismes ou milieux.

La toxicité, un autre inconvénient majeur des NTCs, est directement liée à leur dimension nanométrique et plus particulièrement, à leur important facteur de forme. De manière similaire aux fibres d'amiante, les NTCs peuvent aisément pénétrer les cellules et, à long terme, engendrer des risques de cancer. Il y a encore très peu d'études sur la toxicité des NTCs soient encore limitées, l'institut national de recherche et de sécurité recommande la prise de précautions maximales lors de leur manipulation ("Les nanotubes de carbone," n.d.).

Lorsqu'elles entrent dans le corps humain, les fibres d'amiante peuvent déclencher des maladies touchant les poumons, la cavité abdominale et même l'enveloppe du cœur. Cela résulte d'une part de la toxicité directe des fibres longues et d'autre part de la toxicité indirecte provoquée par des oxydants et des enzymes produits par les macrophages de l'organisme, suite à une phagocytose incomplète de ces mêmes fibres. La cancérogénicité des fibres longues a été mise en évidence dès 1977 par Stanton et al (Stanton & Layard, 1978), avec un effet de plus en plus marqué à mesure que le diamètre des fibres diminue.

III.7 Applications des nanotubes de carbone

Comme mentionné précédemment, en raison de leurs excellentes propriétés thermiques, électriques, mécaniques, optiques, les NTCs pourraient être utilisés pour de nombreuses applications.

III.7.1. Applications mécaniques

C'est le principal domaine d'application des nanotubes, où ils sont utilisés en tant que renforts dans des composites hautes performances (hautes résistances et de faible masse).

Ces propriétés mécaniques exceptionnelles sont réalisables uniquement lorsque l'interface entre les nanotubes et la matrice polymère est efficace, permettant ainsi un transfert de contrainte optimal. Dans l'idéal, où le composite tire pleinement parti de tous les avantages des nanotubes, ces derniers conféreront au nanomatériau de bonnes propriétés mécaniques (module, résistance à la traction, à la compression et à la dissipation d'énergie).

Cependant, les résultats obtenus ne sont que trop rarement aussi impressionnants que les laissent escompter les propriétés intrinsèques des nanotubes. Ainsi, des efforts supplémentaires

sont nécessaires dans la recherche pour améliorer les interfaces entre les nanotubes de carbone et le polymère. Ces interactions peuvent être favorisées par une fonctionnalisation des nanotubes qui aura, cependant, pour effet d'altérer dans la majorité des cas les propriétés mécaniques intrinsèques des NTCs. Des interactions thermiquement contrôlées de faible intensité aux interfaces nanotube/polymère peuvent néanmoins être exploitées pour l'amortissement des vibrations, notamment dans des domaines tels que l'aérospatial ou l'automobile (Suhr et al., 2006).

III.7.2. Applications électroniques

En raison de leur excellente conductivité électrique, observée dans le transport balistique d'électrons, certains nanotubes de carbone (appelés nanotubes métalliques) peuvent être exploités comme interconnexions à l'échelle nanométrique dans des circuits cherchant constamment à être miniaturisés (White & Todorov, 2001). De plus, ces nanotubes peuvent être utilisés en tant que composants d'électrodes pour des batteries (en complément du graphite par exemple (Endo et al., 2001)). On saisit ici la nécessité de pouvoir sélectionner et séparer les nanotubes en fonction de leurs propriétés électroniques (Chattopadhyay et al., 2003 ; Collins et al., 2001).

Les polymères renforcés par l'incorporation de nanotubes de carbone peuvent être exploités pour assurer une protection contre les interférences électromagnétiques susceptibles de perturber les circuits électriques (blindage EMI) (Kim et al., 2004). Leur excellente conductivité thermique peut également s'avérer très utile dans le cas des composants de l'électronique.

Leur potentiel en tant que dissipateur thermique pour gérer l'accumulation de chaleur dans les microprocesseurs devrait également se développer dans les prochaines années (Kordás et al., 2007).

III.7.3. Applications dans le domaine de l'énergie

Les nanotubes de carbone se présentent également comme d'excellents candidats pour le stockage d'énergie. Ils peuvent être utilisés dans des super-condensateurs capables de stocker et de délivrer de l'énergie rapidement (An et al., 2001). De plus, ils peuvent être utilisés dans les piles à combustible en tant que support pour le catalyseur au platine en raison de leur stabilité chimique, mécanique et de leur grande surface spécifique (Li et al., 2002).

Ce sont d'excellents candidats pour la formation d'hétérojonctions en volume dans les cellules photovoltaïques organiques (Landi et al., 2005 ; Kymakis & Amaratunga, 2006). Leur grand facteur de forme, qui crée une interface significative avec le polymère conjugué, ainsi

que leur capacité à faciliter le transport des électrons, en font d'excellents candidats pour promouvoir la séparation de charges dans le film composite, à condition qu'ils soient bien dispersés au sein de ce polymère.

III.7.4. Autres applications

En outre, les nanotubes sont excellents pour renforcer les matrices polymères, par exemple. Ils peuvent également être utilisés comme muscles artificiels ainsi que pour la production de matériaux composites de grande valeur tels que les articles de sport, la défense et l'aérospatiale. Il existe déjà des prototypes utilisés par des sportifs de haut niveau (cyclistes utilisant des vélos dont le cadre est un matériau composite contenant des nanotubes, joueurs de tennis utilisant des raquettes à base de nanotubes de carbone, joueurs de hockey utilisant des crosses dopées en nanotubes de carbone...).

IV. Conclusion

Les nanocomposites, comme les nanotechnologies en général, suscitent de grands espoirs en raison de leur potentiel et d'une attention médiatique considérable. Cependant, leur développement peut être entravé par quelques défis potentiels, tels que des attentes déçues concernant une technologie jugée trop prometteuse, le risque d'une bulle spéculative similaire à celle d'internet, qui pourrait diminuer les sources de financement, et les préoccupations environnementales liées à la taille des particules nanométriques, pouvant présenter des risques lorsqu'elles pénètrent dans le corps humain, rappelant les problèmes associés à l'amiante.

Actuellement, les nanocomposites se limitent à des marchés de niche, où leur utilisation est justifiée par l'amélioration des propriétés, même si cela entraîne un surcoût. Les récentes applications industrielles représentent des étapes cruciales pour le développement et la réussite de cette technologie, nécessitant un premier succès pour faciliter la transition du laboratoire à la commercialisation.

Les nano charges, en particulier les NTCs, suscitent un grand intérêt dans la recherche, car l'ajout de très faibles charges de NTC peut permettre d'améliorer considérablement les propriétés finales d'un grand nombre de systèmes en nanocomposites, offrant ainsi de nouvelles opportunités pour la demande continue de technologies avancées. L'avantage des nano charges est qu'elles offrent de très bonnes propriétés électriques, optiques, thermiques et mécaniques à faibles charges. Elles permettent d'améliorer ou d'ajuster de manière significative diverses propriétés des matériaux dans lesquels elles sont intégrées, telles que l'amélioration de la résistance au feu et des performances de déformation thermique, parfois en synergie avec des charges classiques.

Chapitre II: Théories du comportement
des poutres

Ce chapitre est consacré à la présentation de différentes théories de déformation des poutres en donnant les hypothèses de chaque théorie. Nous présentons dans ce chapitre quelques modèles sur les théories des poutres développées dans la littérature pour améliorer l'évolution de la variation du champ des déplacements à travers l'épaisseur des poutres.

I. Introduction

Le terme « poutre » peut avoir différentes significations, mais en construction et en génie mécanique, une poutre est un élément de structure dont une dimension, la longueur est très supérieure aux deux autres. Cependant, le modèle des poutres peut être utilisé pour des pièces très diverses à condition qu'elles respectent certaines conditions. La théorie des poutres est une théorie permettant de calculer les déformations et les contraintes dans une poutre soumise à des charges.

Les poutres représentent des composants structuraux conçus principalement pour résister aux charges impliquant principalement des contraintes de flexion et de flambement. En réalité, les poutres sont des éléments tridimensionnels, à des fins de modélisation analytique, on peut les considérer comme des éléments unidimensionnels en raison de leurs grandes dimensions longitudinales par rapport à leurs petites dimensions transversales. L'utilisation de cette théorie dans l'analyse des poutres offre une approche approximative, mais pratique et efficace pour étudier le comportement des poutres soumises à des charges transversales ou axiales.

De nombreuses recherches utilisant la théorie des poutres sont disponibles pour l'analyse analytique des phénomènes de flexion, de vibration et de flambement. Parmi les théories importantes proposées par les chercheurs pour l'étude analytique des poutres, on trouve :

1. La théorie des poutres d'Euler-Bernoulli, qui néglige l'effet du cisaillement (EBT : Euler-Bernoulli beam theory) (CBT) (Ghugal & Shimpi, 2001)
2. La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre FSDT, ou la théorie de Timoshenko (TBT : Timoshenko Beam theory) (Timoshenko, 1921), qui prend en compte l'effet du cisaillement en exigeant un coefficient de correction.
3. La théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieur HSDT (high shear deformation theory), qui prend en compte l'influence du cisaillement telle que :
 - La théorie de déformation de cisaillement du troisième ordre TSDT (ex : Théorie de Reddy (Heyliger & Reddy, 1988))
 - La théorie de déformation de cisaillement sinusoïdale SSDT (ex : Théorie de (Touratier, 1991)).

- La théorie de déformation de cisaillement exponentielle ESDT (ex : théorie de (Karama et al., 2003))

II. Les différentes théories des poutres

II.1 Théorie d'Euler Bernoulli EBT ou bien théorie classique des poutres CBT

Diverses théories de poutre ont été formulées sur la base de différentes hypothèses, aboutissant à des niveaux de précision variables. Parmi ces théories, l'une des plus simples et utiles est la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli (appelée aussi théorie classique des poutres (CBT)), initialement développée par Leonhard Euler et Daniel Bernoulli en 1751 pour résoudre les problèmes de vibrations des poutres minces sous diverses conditions aux extrémités. Elle est encore largement utilisée jusqu'à ces dernières années (Bauchau & Craig, 2009). La CBT peut offrir une précision adéquate lorsqu'elle est appliquée à l'analyse des poutres de faible épaisseur.

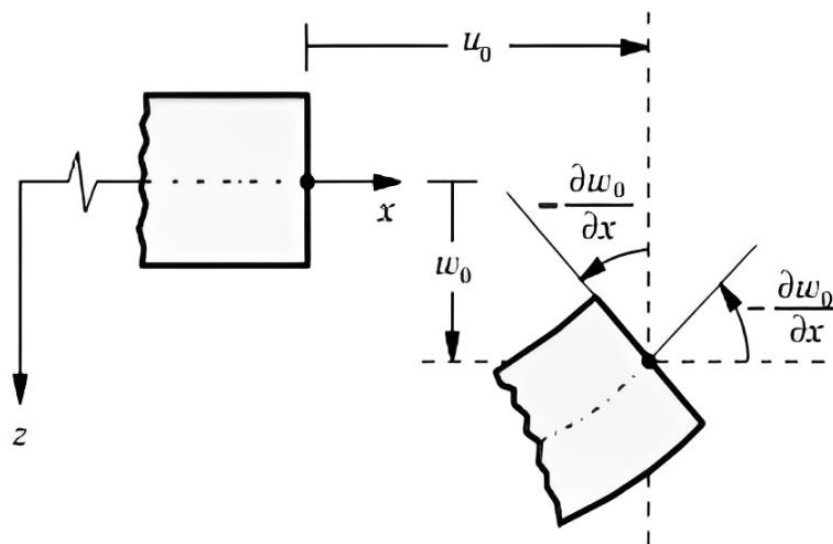


Figure II-1 : Modèle de poutre Euler Bernoulli soumise à une charge transversale EBT (Reddy, 1997)

La théorie des poutres d'Euler-Bernoulli (Figure II-1) est basée sur les trois hypothèses principales suivantes :

- Après déformation, les déformations dues au cisaillement transversal sont négligées (pas de cisaillement sur la hauteur de la poutre).
- Pendant la déformation, les sections transversales de la poutre sont supposées rester planes et perpendiculaires à l'axe déformé (la ligne moyenne de la poutre). C'est-à-dire qu'aucune déformation ne se produit dans le plan de la section transversale. Par

conséquent, deux translations et une rotation de corps rigides peuvent être utilisées pour représenter le champ de déplacement dans le plan.

- La fonction qui décrit la répartition du déplacement suivant l'épaisseur de la poutre est égale à zéro.

Sur la base des hypothèses mentionnées précédemment, l'expression générale du champ de déplacement qui correspond à la théorie des poutres d'Euler Bernoulli peut être exprimée comme suit (Wang, 2000) :

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{dw}{dx} \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II-1})$$

Où u et w sont les fonctions de déplacements d'un point suivant les directions x et z , respectivement, $u_0(x)$ et $w_0(x)$ sont les déplacements de la ligne moyenne de la poutre ($x, z = 0$).

Pour les poutres épaisses, cette théorie donne des résultats inexacts, car elle néglige les effets de la déformation par cisaillement.

Afin d'éviter les inconvénients de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli, une nouvelle théorie des poutres connue sous le nom de la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT : first shear deformation theory). Cette théorie peut prendre en compte l'influence de la déformation de cisaillement transversale.

La définition d'une poutre mince est une poutre dont l'épaisseur est relativement faible par rapport à sa longueur ; en général, si le rapport longueur/épaisseur de la poutre est supérieur à 20, la poutre est considérée comme une poutre mince.

II.2 Théorie de Timoshenko

En 1921, Timoshenko a introduit la déformation en cisaillement pour développer les équations gouvernantes des poutres (S. P. Timoshenko, 1921 ; Timoshenko, 1922). Cette théorie est souvent appelée théorie des poutres de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDBT) ou théorie des poutres de Timoshenko (TBT). Étant donné que cette théorie suppose une déformation transversale constante à travers l'épaisseur, un facteur de correction du cisaillement est nécessaire. À la différence de la théorie précédente, ce modèle prend en compte

les déformations de cisaillement transversales et la section plane reste plane, mais elle perd sa perpendicularité par rapport à la ligne moyenne de la poutre.

Les expressions données par TBT pour les déplacements d'une poutre chargée transversalement sont les suivantes :

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) + z\phi(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II-2})$$

$$\begin{cases} u(x, z) = u_0(x) - z \frac{dw_0}{dx} + z\gamma_{xz}^0(x) \\ w(x, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II-3})$$

Où $u_0(x)$ et $w_0(x)$ sont les déplacements de la surface moyenne de la poutre, $\gamma_{xz}^0(x)$ est la distorsion (déformation angulaire) mesurée sur la ligne moyenne de la poutre.

$$\phi(x) = \gamma_{xz}^0(x) - z \frac{dw_0}{dx} \quad (\text{II-4})$$

$\phi(x)$ est la rotation totale de la section mesurée sur la ligne moyenne (rotation de la poutre autour de l'axe y).

La distorsion est donnée par la relation suivante :

$$\gamma_{xz}^0(x, z, t) = \frac{du(x, z, t)}{dz} + \frac{dv(x, z, t)}{dx} \quad (\text{II-5})$$

Sachant que la contrainte de cisaillement est égale :

$$\tau_{xz} = G_{xz} \gamma_{xz}^0(x, t) \quad (\text{II-6})$$

G_{xz} : représente le module de cisaillement transversal qui est supposé constant pour une poutre isotrope.

Dans ce modèle, la déformation de cisaillement transversal est constante dans l'épaisseur, ce qui nécessite d'introduire des coefficients de correction k qui dépendent de la forme de la géométrie (pour une poutre de section rectangulaire $k=5/6$).

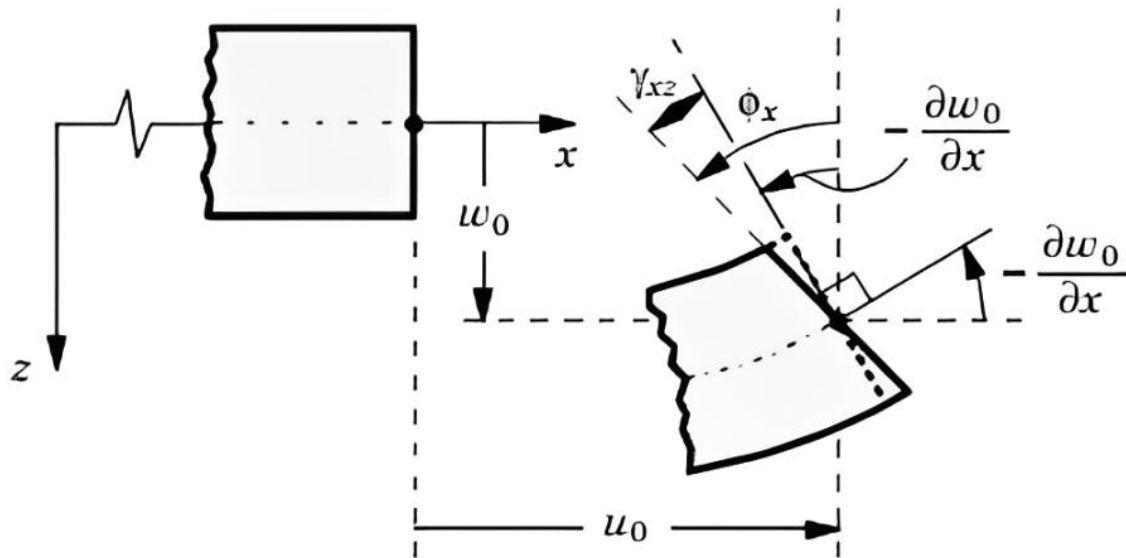


Figure II-2 : Cinématique de Timoshenko (Timoshenko & Gere, 1972)

La théorie de Timoshenko est plus riche et plus générale que la théorie élémentaire des poutres au prix d'une fonction supplémentaire. Cette solution permet d'affiner les solutions analytiques issues de la théorie classique.

Les contraintes tangentielles non nulles aux extrémités de la poutre et l'incorporation des coefficients de correction de cisaillement ont mené d'autres chercheurs à explorer une autre théorie pouvant ne pas prendre en compte ces facteurs : c'est la « théorie d'ordre élevé ».

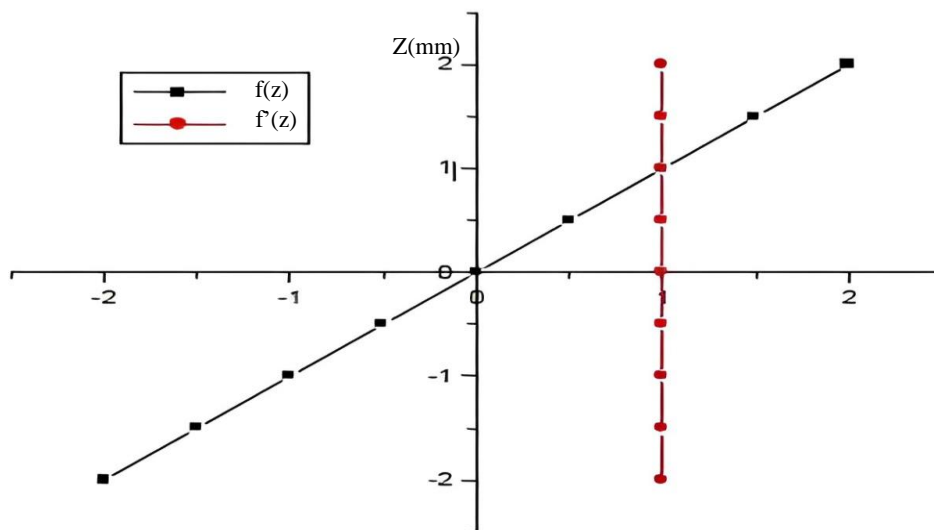


Figure II-3 : Variation de la fonction de gauchissement $f(z) = z$ et $f'(z)$ en fonction de l'épaisseur

II.3 Théorie d'ordre élevé HSDT

En réalité, lors de la déformation, la section plane de la poutre perd sa planéité (phénomène de gauchissement) et sa perpendicularité par rapport à la ligne moyenne de la poutre. Ceci nécessite l'introduction de nouvelles formules basées sur une distribution non linéaire des champs de déplacement dans la section de la poutre (Contrairement à la théorie CPT et à la théorie FSDT basées sur une distribution linéaire des champs de déplacement à travers l'épaisseur). Pour cette raison, plusieurs chercheurs ont développé la théorie HSDT afin de prédire une distribution plus réaliste et de mieux comprendre les phénomènes physiques induits dans la poutre.

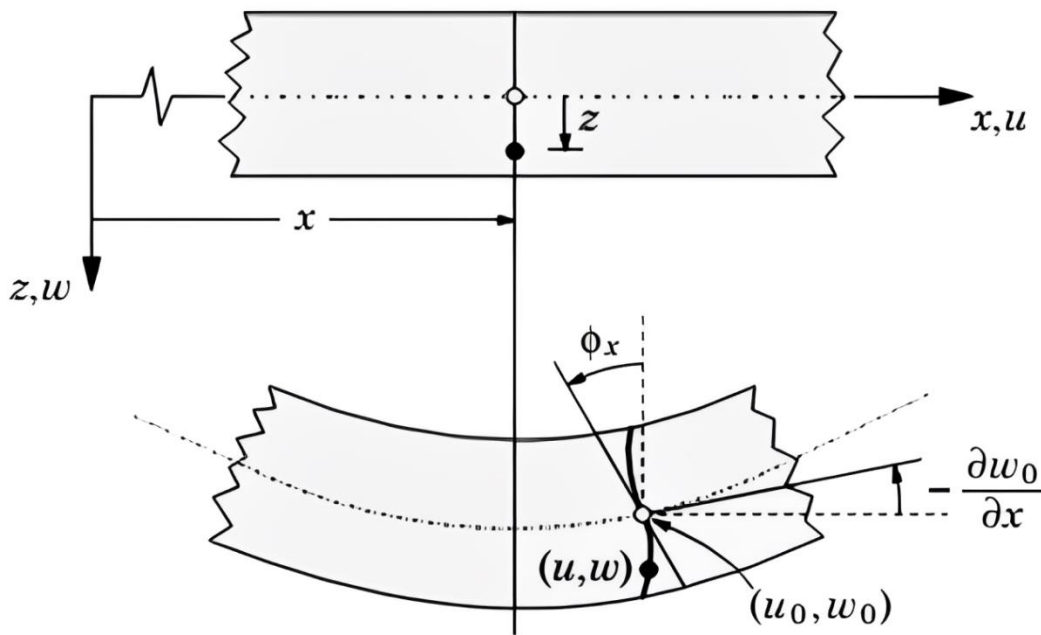


Figure II-4 : Cinématique de la théorie d'ordre élevé HSDT (Reddy, 1997)

Le champ de déplacement total pour le cas d'une poutre, selon la théorie HSDT, peut être exprimé comme suit :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x) - z \frac{dw(x)}{dx} + f(z)\phi_x(x, y) \\ w(x, y, z) = w_0(x) \end{cases} \quad (\text{II-7})$$

Notant que la fonction $f(z)$ est une fonction de cisaillement transversal et ϕ_x est la rotation autour de l'axe x . Elle est définie en fonction de la théorie appliquée. Plusieurs études sur des théories d'ordre supérieur ont été développées. Certaines des contributions aux théories d'ordre supérieur sont répertoriées dans le tableau suivant (dans ces théories, la distribution de la

contrainte de cisaillement transversal à travers l'épaisseur est parabolique et s'applique aux poutres épaisses et minces) :

Tableau II-1: Quelques fonctions de gauchissement des théories HSDT pour des poutres

Théorie	Fonction $f(z)$
CBT (Ghugal & Shimpi, 2001)	$f(z) = 0$
FSDT (TBT) (Timoshenko, 1921)	$f(z) = z$
TSDT (Reddy, 2007)	$f(z) = z \left(1 - \frac{4 \times z^3}{3h^2} \right)$,
TrSDT (Touratier, 1991)	$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right)$
ESDT (Karama, Afaq et al., 2003)	$f(z) = ze^{-2(z/h)^2}$
HSDT (Wattanasakulpong et al., 2013)	$f(z) = h \sinh \left(\frac{z}{h} \right) - z \cosh \left(\frac{1}{2} \right)$

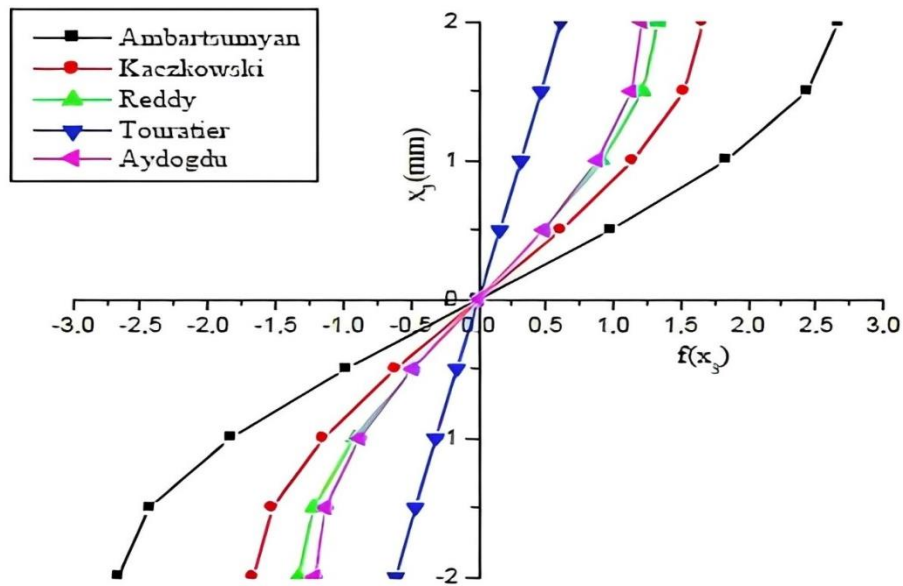


Figure II-5 : Variation de la fonction de cisaillement $f(z)$ des différents modèles d'ordre élevé à travers l'épaisseur de la poutre (Bakhadda & BOUIADJRA, 2021)

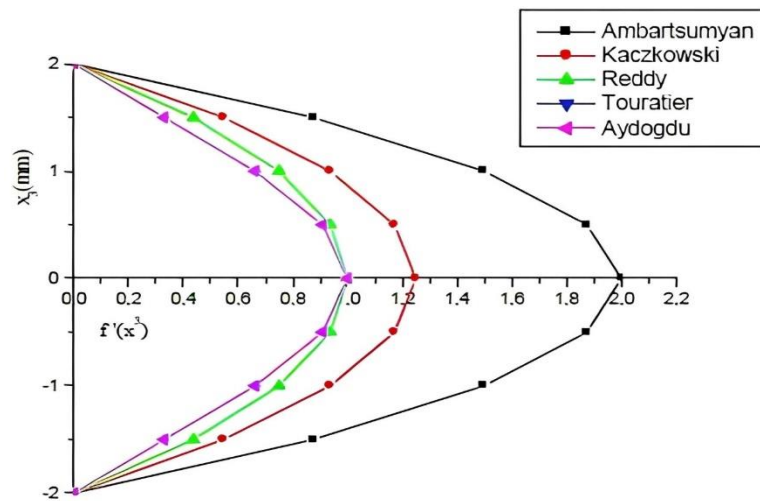


Figure II-6 : La dérivée de la fonction de cisaillement $g(z)$ des différents modèles d'ordre élevé varie en fonction de l'épaisseur de la poutre (Bakhadda & BOUIADJRA, 2021)

En fonction des figures II-5 et II-6 on remarque que les deux approches d'Ambartsumyan et de Kaczowski sont un sensiblement loin des autres fonctions de forme ; elles sont servies comme bases pour développer les autres fonctions qui sont plus proches de l'analyse 3D.

II.4 La théorie raffinée

La théorie affinée RBT peut être classée parmi les théories de déformation en cisaillement du troisième ordre. L'élaboration de la théorie des poutres raffinées repose sur des hypothèses que la théorie représente les variations paraboliques des déformations de cisaillement et des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur de la poutre, tout en satisfaisant aux conditions limites de traction nulle sur les surfaces supérieure et inférieure de la poutre. Ce modèle présente l'avantage notable de contenir seulement deux variables, offrant ainsi uniquement quatre inconnues à résoudre, par opposition aux cinq inconnues dans le cas de la HSDT. De plus, sans utiliser le facteur de correction du cisaillement, la théorie peut fournir une grande précision dans l'analyse du comportement des poutres soumises à des charges mécaniques.

Le champ de déplacement de la théorie proposée RBT est déterminé en se basant sur les hypothèses suivantes :

- Les déformations impliquées sont infinitésimales, car les déplacements sont petits par rapport à l'épaisseur des nano-poutres.

- Le déplacement transversal w est composé de deux composantes : de flexion w_b et de cisaillement w_s . Ces composantes sont seulement en fonction de la coordonnée x .
- La contrainte normale transversale σ_z est négligeable devant la contrainte plane σ_x .
- Suivant la direction x le déplacement u comporte deux composantes : la flexion et le cisaillement.
- On suppose que la composante de flexion u_b est similaire au déplacement prédit par la théorie classique des poutres.

Le champ de déplacement de la théorie raffinée est :

$$\begin{cases} u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{dw_b}{dx} - f(z) \frac{dw_s}{dx} \\ w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \end{cases} \quad (\text{II-8})$$

Où u_0 c'est le déplacement dans la direction x d'un point situé sur le plan médian de la poutre. (w_b ; w_s) Sont respectivement les composantes de flexion et de cisaillement du déplacement transversal et $f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse.

En raison des nombreux avantages de l'utilisation de la RPT, cette théorie a été employée pour résoudre les problèmes de flexion et de vibration des plaques composites laminées. Les solutions analytiques basées sur la méthode de Navier ont été utilisées pour évaluer la déflexion et la fréquence naturelle des plaques simplement supportées (Kim et al., 2009 ; Thai & Kim, 2010). En appliquant la solution de type Levy avec le RPT pour l'analyse du flambement des plaques orthotropes, les charges de flambement ont été déterminées pour des plaques avec deux bords opposés simplement appuyés et les deux autres bords soumis à des conditions limites arbitraires (Thai & Kim, 2011).

II.5 La théorie de déformation quasi-3D

En divisant le déplacement transversal en plusieurs composantes, dont la flexion, le cisaillement et en prenant en considération l'effet d'étirement de l'épaisseur de la plaque. Certaines approches connues comme les théories quasi-tridimensionnelles sont développées par (Zenkour, 2007) et récemment par (Mantari & Guedes Soares, 2012) : elles introduisent six inconnus, elles sont encore plus compliquées que la théorie de premier ordre. Ainsi, il y a un cadre pour développer une théorie d'ordre supérieur et de déformation normale précise, laquelle est relativement simple à employer et en même temps retient des caractéristiques physiques

importantes. En effet, (Thai & Kim, 2013) ont présenté plus récemment une théorie de déformation du cisaillement sinusoïdale quasi-3D avec seulement cinq inconnus pour simuler le comportement à la flexion des plaques FGMs.

Le champ de déplacement est basé sur la théorie d'ordre supérieur à quatre variables, où une particularité est ajoutée à la composante de déplacement transversal pour la rendre variable à travers l'épaisseur. On injecte une fonction non linéaire en (z) , alors le champ de déplacement devient :

$$\begin{cases} u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{dw_0}{dx} + f(z)\phi_x(x) \\ w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) + g(z)\phi_z(x) \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

Où u_0 c'est le déplacement dans la direction x d'un point situé sur le plan médian de la poutre. $(w_b ; w_s)$ Sont respectivement les composantes de flexion et de cisaillement du déplacement transversal et $f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse. ϕ est un déplacement supplémentaire ϕ qui prend en considération l'effet de la contrainte normale (l'effet d'étirement)

$$\text{avec} \quad g(z) = 1 - f'(z) \quad (\text{II-10})$$

II.6 La théorie de déformation par cisaillement d'ordre zéro

Récemment, une théorie de la déformation par cisaillement d'ordre zéro (ZSDT) a été développée par (Shimpi, 1999), qui prédit des résultats précis pour les plaques isotropes épaisses et minces. Cette théorie présente plusieurs avantages par rapport à la CLPT et à la FSDT. Par exemple, il satisfait à des contraintes de cisaillement transversal nulles sur les surfaces supérieure et inférieure des plaques, ne nécessite pas de facteur de correction de cisaillement et évite le blocage en cisaillement. Par exemple, elle satisfait aux contraintes de cisaillement transversal nulles sur les surfaces supérieure et inférieure des plaques, ne nécessite pas de facteur de correction de cisaillement et évite le blocage de cisaillement. Cependant, cette théorie n'a pas encore été étendue à l'analyse des structures composites stratifiées. Dans son étude, un effort a été fait pour développer une théorie de la déformation par cisaillement d'ordre zéro pour les plaques composites stratifiées.

Sur la base de la théorie de déformation des poutres en cisaillement d'ordre zéro, le champ de déplacement peut être écrit comme. (Bensaid et al., 2022) ;

$$\begin{cases} u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{dw_0}{dx} + \frac{1}{\lambda_x} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{z}{h} \right) - 2 \left(\frac{z}{h} \right)^3 \right] Q_x(z) \\ w(x, z, t) = w_0(x, t) \end{cases} \quad (\text{II-11})$$

Avec Q_x est la force de cisaillement transversal et λ_x représente une constante inconnue obtenue sur la base de la définition des forces de cisaillement transversal comme :

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{iz} dz \quad (\text{II-12})$$

II.7 La théorie de Levinson

(Levinson, 1980) a élaboré une théorie des plaques dans laquelle l'hypothèse de KirchhoffLove (selon laquelle les lignes droites normales à la surface médiane non déformée de la plaque restent droites et normales à la surface médiane déformée) est complètement abandonnée et est remplacée par l'hypothèse que si une dépendance temporelle est considérée, l'hypothèse que le déplacement transversal w est indépendant de z est conservée, c'est-à-dire qu'aucun étirement en épaisseur n'est autorisé. Ces hypothèses cinématiques permettent le cisaillement non uniforme des sections transversales ainsi que la possibilité, imposée ci-dessous, de satisfaire aux conditions aux limites sans cisaillement sur les faces de la plaque $z = \pm h/2$. Ici, ψ_x et ψ_y représentent les rotations au plan médian de la plaque, tandis que les quantités comparables dans les théories de Reissner et de Mindlin sont, en quelque sorte, des rotations moyennes des sections transversales. Φ_x et Φ_y peuvent être appelées fonctions de gauchissement. Les déplacements u et v ont été choisis comme indiqué dans les équations suivantes :

$$\begin{cases} u = z\psi_x(x, y, t) + z^3\Phi_x((x, y, t)) \\ v = z\psi_y(x, y, t) + z^3\Phi_y((x, y, t)) \end{cases} \quad (\text{II-13})$$

Qu'il suffise ici de dire que ce sont les expressions d'ordre le plus bas antisymétriques en z qui peuvent être rendues conformes aux conditions de libre cisaillement sur $z = \pm h/2$. La satisfaction de ces conditions nécessite la vérification des expressions données par les équations (II 14).

$$\begin{aligned}\phi_x &= \frac{4}{3h^2} \left(\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \phi_y &= \frac{4}{3h^2} \left(\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right)\end{aligned}\quad (\text{II-14})$$

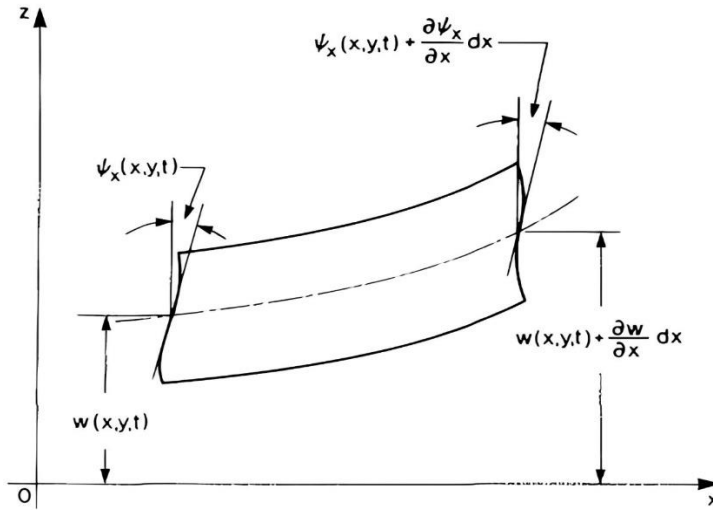


Figure II-7 : Définition des déplacements positifs et des rotations (Levinson, 1980)

III. Conclusion

Cette partie présente un aperçu des théories des poutres, notamment la théorie classique des poutres (CBT), la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT), la théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT), la théorie de déformation quasi-3D, la théorie de déformation par cisaillement d'ordre zéro et la théorie raffinée. Nous avons ensuite cité différents modèles développés dans la littérature à partir de ces théories des poutres.

Dans le cadre de ce travail de recherche. On va appliquer la théorie raffinée de déformation des poutres pour analyser le comportement mécanique en flexion et en vibration libre des poutres nanocomposites et pour sa validation, on comparera les résultats avec ceux obtenus avec les différentes théories trouvées dans la littérature.

Chapitre III: Mise en forme et état de l'art

Au cours de ces dernières années, un effort de recherche important a été imposé par les chercheurs sur l'analyse approfondie du comportement des structures en matériaux composites à gradients de propriétés (FGMs), ou celles renforcées par des nanotubes en carbone fonctionnellement gradués (NTCs-FG) en raison de leurs propriétés supérieures : optiques, thermiques, mécaniques, thermomécaniques et vibratoires par rapport aux composites conventionnels. Ce chapitre présente une revue complète de nombreuses études rapportées dans la littérature sur les réponses au comportement mécaniques, vibratoires, flambement, thermiques, thermomécaniques des structures en matériaux FG et NTCs-FG soumises à de nombreuses charges, conditions aux limites variables et différents environnements. Cette étude comprend : (i) une brève introduction aux composites, aux matériaux fonctionnellement gradués (FGMs) et aux nano-composites ; puis une revue approfondie des différents travaux antérieurs sur les études menées concernant l'analyse des propriétés mécaniques, vibratoires, flambement, thermiques, thermomécaniques, viscoélastiques et des structures NTCs-FG en considérant (plaques/poutres/coques/panneaux)

I. Etat de l'art

Depuis très longtemps, l'observation de matériaux tels que l'argile paille dans de vieilles maisons montre que l'homme bénéficie des avantages des composites, mais nous ne connaissons pas la date exacte de la fabrication du premier matériau composite par l'homme.

En 1939, la société française manufacture d'isolants et d'objets moulés combine fibre de verre et résine. Ce matériau composite est utilisé pour renforcer les hélices d'avions, puis dans la construction navale pendant la seconde guerre mondiale, et dans l'aéronautique durant l'après-guerre. Les procédés de fabrication ont été très largement modifiés entre 1946 et 1951. Le moulage de la résine et le placement des fibres s'apparentent à de la haute-couture (tissage, drapage et tressage) et les ouvriers réapprennent un savoir-faire d'artisan.





Figure III-1 : Premières utilisations des matériaux composites par l'homme

Dans de nombreux domaines tels que l'aéronautique, navale, l'armement, l'automobile, l'industrie des bâtiments, les transports, le médical, etc..., l'utilisation des matériaux composites est en constante progression. Cet engouement n'est pas un hasard mais un développement judicieux soutenu par des intérêts techniques et économiques.

Grâce à leur légèreté, tant au niveau de la rigidité, conductivité électrique, leur résistance à la corrosion et à leurs caractéristiques mécaniques, les matériaux composites constitués d'un renfort fibreux et d'une matrice sont largement utilisés dans le domaine aérospatial (Arif et al., 2017) Les matériaux composites sont des assemblages de deux ou plusieurs produits élémentaires non miscibles de natures différentes. La complémentarité des différents constituants permet d'aboutir à un matériau dont les performances sont généralement un compromis de celles des constituants (pris séparément). Les principaux composants des composites sont la matrice et le renfort (charge). La matrice peut être polymère, métallique ou céramique, et cette différence de matériau de matrice est à la base de la classification des composites. Le renfort peut également se présenter sous la forme de particules, de petites feuilles ou de fibres fines dont chacune a un effet spécial sur le composite résultant, lorsque les renforts fibreux sont répartis dans un polymère, les forces appliquées sur le composite sont uniformément transférées aux fibres, ce qui amène les fibres à augmenter la capacité de charge de la matrice, à empêcher la génération de fissures et à augmenter sa résistance. Les composites ne conservent pas seulement l'effet de chaque composant, mais ils interagissent également pour créer de nouvelles et meilleures propriétés.

La nanotechnologie trouve ses origines dans les idées et les concepts développés par le physicien Richard Feynman lauréat du prix Nobel dans un discours célèbre intitulé "There's Plenty of Room at the Bottom" en 1959. Feynman a suggéré la possibilité de manipuler et de

contrôler la matière à l'échelle atomique et moléculaire, (Feynman, 1960). Cependant, ce n'est qu'à partir des années 1980 que le terme "nanotechnologie" a commencé à être largement utilisé. Les avancées majeures dans les domaines de la physique, de la chimie et de la biologie ont conduit au développement de la nanotechnologie. Les nanomatériaux, tels que les nanoparticules, les nano-plaquettes et les nanotubes de carbone, ont été créés et caractérisés avec précision. Ces matériaux présentent des propriétés uniques liées à leur petite taille et à leur structure à l'échelle nanométrique (un milliardième de mètre) cela permet la manipulation et le contrôle de la matière à un niveau atomique et moléculaire.

Les nouveaux matériaux produits et utilisés ces dernières années peuvent être classés dans les groupes suivants :

- Matériaux composites.
- Matériaux piézoélectriques.
- Nano-composites.
- Les matériaux fonctionnellement gradués (FGMs).

Bien que la présence de fibres puisse améliorer les propriétés des matrices polymériques, elle présente certains inconvénients et défauts structuraux. Par exemple, les propriétés mécaniques des composites ne sont améliorées que dans les directions longitudinales et perpendiculaires aux fibres, et ces propriétés restent faibles. Pour remédier à ces inconvénients, de nouveaux composites multi-phases ont été développés contenant des particules de renforcement dans leurs structures en plus des fibres. L'application de particules de renforcement dans les matériaux composites présente de nombreux avantages. En raison de leur résistance mécanique élevée, ces particules empêchent la croissance de minuscules fissures qui peuvent entraîner une fissuration locale des matériaux de la matrice et une concentration de contrainte dans les fibres. De plus, ils améliorent les propriétés mécaniques des composites le long de la direction perpendiculaire aux fibres, augmentent la résistance à la compression des composites, améliorent les propriétés thermiques et électriques des composites et ont de nombreux autres effets favorables. Cependant, il existe encore quelques défauts dans les structures des composites polyphasés qui diminuent l'efficacité de ces matériaux, tels que le poids élevé des particules de renforcement, le manque d'adhérence appropriée entre la matrice polymère et les particules de renfort, la création de grands vides à la position des particules de renforcement et la concentration de contraintes à ces positions, et de nombreux autres défauts qui doivent être traités. Au cours des dernières années, diverses solutions et des techniques ont

été proposées pour améliorer les lacunes existantes, dont certaines ont été utiles, mais la plupart de ces problèmes peuvent être résolus par la dernière technologie réalisée par l'homme, c'est-à-dire la nanotechnologie (Harik, 2018; Tucker III et Liang, 1999).

L'étude des vibrations des poutres trouve ses racines dans les travaux du mathématicien suisse Leonhard Euler. (Euler, 1749) En 1749, Euler a publié un article intitulé "De vibratione chordarum" (Sur la vibration des cordes), où il a développé des équations différentielles pour décrire les vibrations des poutres encastrees-libres. Cette publication est souvent considérée comme le point de départ de l'étude des vibrations des structures. Au 19^e siècle, de nombreuses contributions importantes ont été apportées à la compréhension des vibrations des poutres. (Rayleigh, 1877) Lord Rayleigh, dans son célèbre ouvrage "The Theory of Sound" (La théorie du son) publié en deux volumes entre 1877 et 1878, a exploré en détail les vibrations des poutres et a introduit des concepts importants tels que les modes propres (Ritz, 1909). Ritz a amélioré la procédure de Rayleigh en 1909 en supposant un ensemble de nouvelles fonctions test admissibles. Cette approche est connue sous le nom de la méthode de Rayleigh-Ritz ou la méthode de Ritz. Le 20^e siècle a vu le perfectionnement de la théorie des poutres grâce aux travaux de scientifiques et d'ingénieurs tels que Timoshenko, Rayleigh et Bresse. Ces chercheurs ont contribué au développement de modèles mathématiques plus sophistiqués pour décrire les vibrations des poutres, en prenant en compte des phénomènes tels que la flexion, la torsion et la distribution de la masse. Timoshenko qui est largement reconnu pour ses travaux sur la flexion des poutres. Son article de (S. Timoshenko, 1921), "On the Correction for Shear of the Differential Equation for Transverse Vibrations of Prismatic Bars," a été essentiel pour comprendre les effets de cisaillement dans les poutres. Au cours du XXI^e siècle, les progrès réalisés dans les méthodes numériques et expérimentales ont facilité une analyse plus précise des vibrations des poutres. Des articles récents abordent des sujets tels que l'utilisation de la méthode des éléments finis pour modéliser les vibrations de poutres de formes complexes et les expériences de laboratoire pour valider les modèles.

Bien que les poutres homogènes et isotropes soient la base de la théorie des poutres, les poutres non-homogènes et/ou non-isotropes sont d'une grande importance. En effet, les matériaux non homogènes et/ou non isotropes présentent divers avantages, tels qu'une résistance mécanique accrue, une meilleure résistance aux chocs et aux températures élevées. Des applications de tels matériaux peuvent être rencontrées dans le domaine aéronautique, par exemple pour la construction des ailes, du fuselage et d'autres pièces (Gong & al., 1999). Les poutres en composites entrent dans cette catégorie. (Ecsedi & Dluhi, 2005) ont élaboré un

modèle linéaire pour les poutres non homogènes présentant une courbure dans un système de coordonnées curvilignes.

(Han et al., 1999) ont effectué une comparaison entre les quatre théories les plus couramment utilisées pour analyser les vibrations transversales. Plus spécifiquement, ils ont résolu les modèles adimensionnels des poutres d'Euler-Bernoulli, de Rayleigh, de la poutre de cisaillement et de Timoshenko en utilisant le principe de Hamilton pour étudier les vibrations libres et forcées dans diverses conditions aux limites. La distinction entre le modèle de Rayleigh et celui d'Euler-Bernoulli réside dans sa prise en compte de l'inertie de rotation, tandis que le modèle de la poutre en cisaillement considère le cisaillement transversal, et le modèle de Timoshenko tient compte des deux aspects. Ces théories reposent sur des hypothèses fondamentales, notamment la négligence de l'effet Poisson et la présence de deux axes de symétrie dans les sections des poutres analysées. Ce dernier est le modèle le plus précis des quatre énoncés. Les chercheurs ont constaté que lorsqu'on a un coefficient d'élanement (également appelé "slenderness ratio") supérieur à 100, le modèle d'Euler-Bernoulli convient bien pour les calculs. Dans les autres cas, il est préférable d'opter pour les modèles de Timoshenko ou de la poutre de cisaillement. Ils ont constatés que le modèle de Timoshenko est le plus approprié à utiliser.

(Van Rensburg & van der Merwe, 2006) ont également examiné la résolution analytique des équations différentielles de vibrations naturelles pour les poutres de Timoshenko soumises à des conditions de simplement appuyées ou encastées-libres. Ces équations ont été effectuées directement à partir des équations de Timoshenko plutôt que dans les expressions des énergies potentielle et cinétique comme cela a été fait dans l'article de (Han et al., 1999). Cette approche adimensionnelle permet de trouver des solutions pour n'importe quelle poutre.

Dans les théories des poutres classiques, les couplages de vibrations transverses avec les vibrations en torsion ou longitudinales sont négligés. Pourtant, elles peuvent exercer une influence significative sur le comportement des poutres étudiées, notamment en modifiant leurs fréquences propres. (Banerjee, 2001) a élaboré une théorie des poutres qui intègre les modes de torsion dans le modèle de Timoshenko. Dans le cas de la théorie classique de Timoshenko les fonctions modales sont deux nombres d'onde, mais sont désormais fonction de trois nombres d'onde. Les nombres d'onde, également appelés fréquences spatiales, représentent le nombre de cycles d'une onde par unité de distance. Cette théorie, initialement élaborée pour les poutres

homogènes isotropes de section pleine, peut être adaptée pour des poutres de section creuse, à épaisseur variable, voire des poutres en matériaux composites.

(Kim & White, 1996) ont formulé une théorie pour les poutres en composites laminés orthotropes, d'une géométrie creuse et à parois minces ou épaisses, dans un système d'axes curvilignes. Cette théorie prend en compte le cisaillement transversal, les fonctions de gauchissement de premier et de deuxième degré et des effets élastiques tridimensionnels. Contrairement aux approches antérieures, cette théorie ne suppose pas de contraintes de cisaillement constantes à travers l'épaisseur des parois lors du développement des fonctions de gauchissement. Les résultats obtenus ont été validés pour des poutres de section circulaire et rectangulaire à parois minces, ainsi que pour des poutres à parois épaisses.

Dans un contexte similaire, (Vo & Lee, 2008) ont élaboré un modèle vibratoire pour des poutres minces laminées orthotropes à section creuse, en utilisant la théorie des plaques de Kirchhoff-Love. Ce modèle tient compte du couplage entre les modes de flexion et de torsion. La méthode des éléments finis est très utilisée pour résoudre des problèmes qui ne sont pas ou sont difficilement résolubles avec les méthodes analytiques. Ce modèle est capable de gérer des séquences d'empilement arbitraires. Les équations de mouvement sont calculées grâce au principe d'Hamilton et les équations différentielles sont résolues grâce à la méthode des éléments finis. Ce modèle a la capacité de traiter des séquences d'empilement de manière arbitraire.

Les méthodes semi-analytiques sont couramment utilisées pour résoudre des problèmes complexes. Une étude menée par (Lee & Schultz, 2004) a illustré cette approche en développant des solutions pour les problèmes liés aux poutres de Timoshenko et aux plaques de Mindlin axisymétriques à l'aide de la méthode pseudo spectrale de Chebyshev. Cette méthode décompose le déplacement transversal et l'angle de flexion en produits de fonctions spatiales et temporelles, avec une fonction temporelle basée sur un simple cosinus. Les fonctions spatiales sont des sommes pondérées finies de polynômes de Chebyshev, qui sont orthogonaux, ainsi que l'utilisation de la technique d'expansion modale. Ces expressions sont ensuite intégrées dans les équations des poutres et des plaques pour déterminer les fréquences propres du système. Cependant, il convient de noter que contrairement à la méthode de Rayleigh-Ritz, le problème des poutres de Timoshenko est principalement adapté aux poutres homogènes de section constante en raison de sa mise en œuvre spécifique. De plus, cette

méthode se limite au calcul des fréquences propres, contrairement à la méthode de Rayleigh-Ritz.

L'étude menée par (Zhong & Guo, 2003) emploie la méthode des quadratures différentielles (« Differential Quadrature Method », DQM) pour résoudre les équations d'une poutre de Timoshenko non-linéaire simplement appuyée. Cette méthode implique que les dérivées de certaines fonctions sont exprimées comme des sommes pondérées de ces mêmes fonctions évaluées en plusieurs points à travers le domaine spatial de la poutre. Les équations différentielles ainsi que les conditions aux limites sont déduites à partir des expressions d'énergie en utilisant la méthode de Hamilton. L'étude se penche sur l'influence de termes non-linéaires et compare les résultats avec ceux obtenus pour une poutre non-linéaire simplement appuyée en utilisant le modèle d'Euler-Bernoulli. Il a été établi que pour les poutres minces, les termes non-linéaires peuvent être négligés. Bien que cette méthode puisse être utilisée pour calculer les réponses transitoires, il est important de noter qu'elle peut être relativement complexe à mettre en œuvre.

Les dernières années ont été marquées par un fort intérêt pour les nanotubes en carbone, principalement en raison de leurs propriétés mécaniques, électriques et chimiques exceptionnelles. Les nanotubes de carbone sont déjà disponibles sur le marché pour des applications de pointe. (Wang, Tan & Zhang., 2006) ont employé la méthode de quadrature différentielle pour résoudre les équations de Timoshenko relatives aux nanotubes en carbone à parois multiples. Ces nanotubes comportent plusieurs nanotubes coaxiaux imbriqués, où le déplacement de chaque nanotube est couplé aux nanotubes adjacents, entre autres, par les forces Van der Waals. La théorie d'Euler-Bernoulli est très répandue dans le domaine, mais ne donne pas de résultats satisfaisants pour des poutres épaisses. Un modèle à poutre unique, regroupant l'ensemble des parois même si elles ne sont pas en contact physique, donne des résultats acceptables pour les nanotubes minces. Cependant, pour les nanotubes épais à parois multiples, il est nécessaire d'utiliser un modèle à plusieurs poutres, où chaque paroi est associée à une poutre individuelle, pour calculer les vibrations de manière précise. Les nanotubes en carbone à parois multiples présentent des propriétés plus intéressantes encore que les nanotubes en carbone à paroi simple. En effet, ils offrent la possibilité d'obtenir une résistance mécanique supérieure ainsi qu'une meilleure conductivité électrique et thermique. Ces matériaux pourraient trouver des applications variées, notamment dans la fabrication de capteurs, d'écrans électromagnétiques, d'équipements sportifs et bien d'autres domaines. Lorsque l'on étudie les nano-poutres de Timoshenko, les effets à petite échelle deviennent importants. Ces effets sont

pris en compte dans la théorie non-locale de Timoshenko par l'ajout d'un terme supplémentaire par rapport à la théorie classique locale de Timoshenko. (Mohammadi & Ghannadpour, 2011) ont effectué une résolution numérique des équations non-locales d'une nano-poutre de Timoshenko en utilisant la méthode de Rayleigh-Ritz et les polynômes de Chebyshev du premier type. L'effet à petite échelle a pour résultat de réduire considérablement les fréquences propres des nano-poutres, surtout pour les modes à hautes fréquences.

Les matériaux fonctionnellement gradués « FGM » (« Functionally Graded Materials ») suscitent un intérêt croissant dans la recherche en raison de leurs propriétés prometteuses pour des applications à haute température. Les FGM sont des matériaux dont les propriétés varient le long d'une direction préférentielle, telle que l'épaisseur, contrairement aux matériaux composites classiques où l'on suppose que les propriétés restent constantes dans chaque couche individuelle. Les FGM sont capables de maintenir leur intégrité structurelle tout en supportant d'importants gradients de température, ce qui les rend utiles dans des domaines tels que le nucléaire et l'aéronautique. Ils sont particulièrement adaptés aux applications soumises à des gradients de température significatifs. Par exemple, ils peuvent protéger les surfaces exposées à des températures très élevées, de l'ordre de 2000K, lorsqu'ils sont utilisés comme revêtements protecteurs. Un exemple d'application concrète est celui des pales de turbines à gaz (Mahamood Akinlabi, Shukla, & Pityana., 2012). Certains chercheurs se sont penchés sur l'étude de poutres non homogènes en FGM. (Ziane, Meftah, Belhadj, Tounsi, & Bedia., 2013) ont analysé des poutres FGM à section creuse en résolvant les équations de manière analytique. Ils ont pris en compte les rotations des plans autour des trois axes principaux dans le champ de déplacement, avec des fonctions de gauchissement. La matrice de rigidité utilisée ressemble à celle d'un matériau isotrope, mais ses composantes varient le long de l'épaisseur. Les équations de mouvement ont été dérivées en appliquant le principe de Hamilton.

Le nanotube de carbone fonctionnellement gradué (NTC-FG) est un matériau composite qui suit le modèle gradation fonctionnelle du renfort NTC avec un alignement longitudinal dans la direction axiale de sorte que ces propriétés matérielles soient graduées dans le sens de l'épaisseur. En utilisant le concept des MGFs (FGMs), (Shen, 2009a) a montré que la force de liaison interfaciale puisse être améliorée via l'utilisation d'une dispersion graduée de NTC dans la matrice. L'ajout de NTC, de manière uniforme ou aléatoire, avec des répartitions en FG fournit non seulement des caractéristiques thermiques, électriques et mécaniques enrichies, mais contribue également à éliminer les contraintes inter-laminaires qui existent habituellement dans les composites stratifiés traditionnels en raison de l'inadéquation du module d'élasticité

(Reinoso & Blázquez, 2016). Mercan et coll. (Mercan et al., 2018) ont étudié la fréquence naturelle des plaques épaisses circulaires en composites stratifiées et en NTC-FG avec déformation par cisaillement par la méthode de convolution singulière discrète. Ils ont également réalisé une étude comparative pour évaluer l'exactitude des résultats présentés avec les publications disponibles. L'expression mathématique des profils de distribution équivalents des NTCs en {UD et FG (O, X, V et Λ)} ont été appliquées par les différents chercheurs dans leur analyse à travers l'épaisseur. Elle est donnée dans (présenté graphiquement sur la Figure I.2) (Zhang et al., 2020).

Les matériaux composites/nano-composites en forme (ou répartition) graduée ont des applications potentielles dans plusieurs domaines allant du structurel aux protections de différents composants mécaniques, électriques, etc. Des méthodes de fabrication telles que la métallurgie des poudres (PM) a été utilisée pour les nano-composites en gradation fonctionnelle (GF) à matrice métallique et le frittage par plasma étincelant (SPS) a été utilisé pour les composites à matrice céramique FG (FG-CMC). Agari (Agari, 2002) a divulgué une gamme de procédures pour obtenir des mélanges de polymères, où l'auteur s'est concentré sur les méthodes de polymérisation-diffusion et de dissolution-diffusion pour préparer des mélanges de polymères FG. Il existe plusieurs manières d'obtenir un classement en faisant varier les concentrations de particules dans une direction particulière. En 2005, Friedrich et al. (Friedrich et al., 2005) ont démontré avec succès le processus de fabrication de composites polymères renforcés par fibres réparties en gradation fonctionnelle. D'autre part, avec des polymères thermodurcissables appropriés, des distributions de particules telles que FG- Λ , FG-V et FG-X peuvent être réalisables avec la procédure suggérée par Wang et al. (Wang et al., 2014).

L'étude de (Tagrara et al., 2015a) présente une théorie des poutres raffinée pour analyser la flexion, le flambement et les vibrations libres des poutres en composites renforcées par des nanotubes de carbone (CRNTC) sur une fondation élastique. La théorie proposée prend en compte l'effet de déformation par cisaillement et ne nécessite pas de facteur de correction de cisaillement, similaire à la théorie de la poutre de Timochenko (TBM). Les poutres CRNTC sont composées de nanotubes de carbone à paroi unique (SWCNT) alignés et répartis dans une matrice polymère avec différents formes de renforcement (distribution de NTC dans la poutre en forme-X, O, UD, V). De plus, les effets des différentes paramètres de la poutre sur les réponses en flexion, flambement et vibrations libres de la poutre CRNTC sont discutées, tels que le module de fondations élastiques, le module de cisaillement et les fractions volumiques

de nanotubes de carbone. Ils ont trouvé que la poutre de distribution des NTCs en forme X est la plus rigide par rapport aux autres types de poutres CRNTC avec des flèches moins importantes et des charges critiques plus élevées. L'analyse montre que l'ajout de nanotubes de carbone améliore la rigidité et la résistance des poutres CRNTC. Les résultats indiquent également que la poutre-X est la plus résistante en termes de support de charge de flexion et de flambage, tandis que la poutre-O est la plus faible. De plus, l'étude met en évidence l'effet des fractions volumiques de nanotubes de carbone et des rapports d'épaisseur sur le paramètre de fréquence du poutre-X. En conclusion, l'étude démontre que l'ajout de nanotubes de carbone améliore significativement les propriétés mécaniques des poutres CRNTC, en augmentant leur rigidité et leur résistance.

(Wattanasakulpong & Ungbhakorn, 2013) examinent le comportement de flexion, de flambement et de vibration des poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone (CRNTC) reposant sur une fondation élastique comme le montre la figure III-2(a). Les propriétés des matériaux des poutres CRNTC sont estimées en utilisant la règle de mélange et diverses théories de déformation par cisaillement d'ordre supérieur sont employées pour résoudre les problèmes. Ils ont déterminé les équations du mouvement à l'aide du principe d'Hamilton pour dériver les modèles mathématiques de l'analyse. Les effets de la fondation élastique, des fractions volumiques de nanotubes de carbone et des facteurs de raideur des ressorts sur les déplacements, les contraintes et les charges de flambage des poutres sont également étudiés. Comme indiqué dans la figure III-2(b), cette étude prend en considération quatre modèles différents de distribution des renforts NTC à travers l'épaisseur (UD-NTC, O-NTC, NTC-X et NTC-V). La poutre NTC-X est la plus résistante en termes de charge du flambement, tandis que la poutre NTC-O est la plus faible. De plus, l'étude examine les effets des fractions volumiques de nanotubes de carbone, des rapports d'épaisseur et des facteurs de raideur des ressorts sur le comportement des poutres. Ils ont observé que les théories de déformation par cisaillement d'ordre supérieur sont importantes pour prédire les contraintes de cisaillement, et l'augmentation des facteurs de raideur des ressorts entraîne une réduction du déplacement transversal.

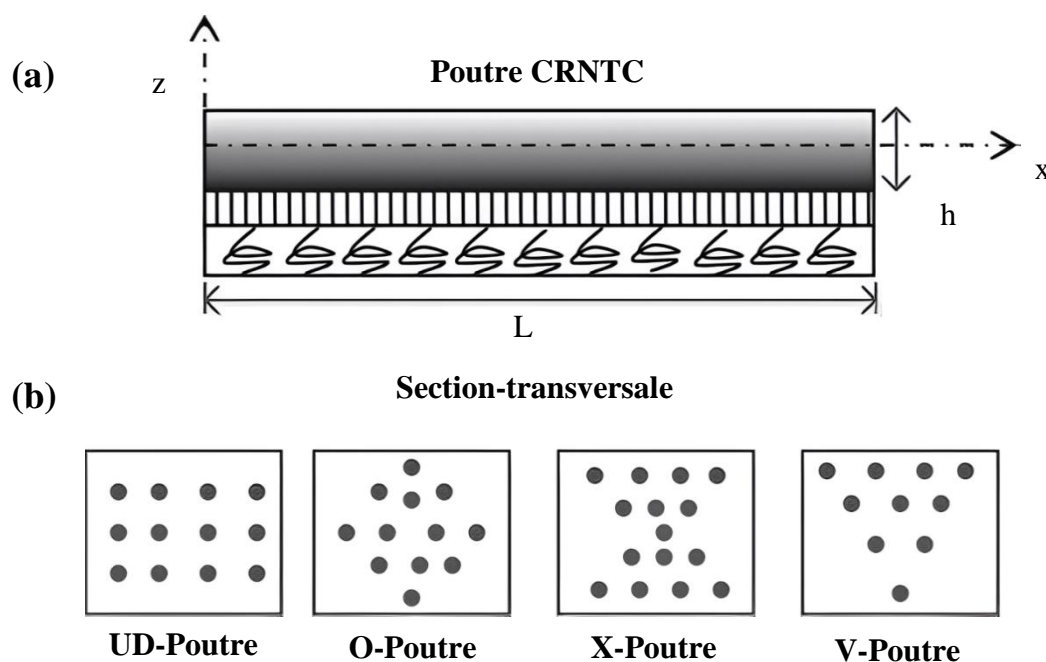


Figure III-2 : Géométrie des poutres CNTRC sur fondations élastiques (a) et sections transversales de différents modèles de renforcement (b)

(Lin et Xiang, 2014) ont présenté les résultats d'une analyse numérique de la vibration libre des poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à paroi unique (SWCNT) (Figure III-3 a). Ils ont étudié les effets de divers facteurs sur les caractéristiques de vibration libre non linéaire des poutres, notamment la fraction volumique de renfort NTC, la distribution de NTC (Figure III-3 b), le rapport longueur/épaisseur de la poutre et les conditions d'appui aux extrémités. Ils ont supposé que les NTCs étaient répartis dans une matrice polymérique selon quatre motifs de renforcement différents (Figure III-3 b). Dans leur étude, la méthode numérique de Ritz est utilisée pour résoudre des problèmes de vibration. L'étude compare les résultats sur la base des théories des poutres du premier ordre et du troisième ordre (Reddy), en mettant en évidence les différences entre les fréquences de vibration. Les résultats montrent la différence entre les fréquences de vibration et les rapports de fréquences non linéaires et linéaires entre ces deux théories. Ils ont démontré que l'augmentation de la fraction volumique des NTCs dans les poutres composites peut généralement entraîner une rigidité plus élevée. En outre, la distribution des NTCs dans la poutre composite peut affecter sa rigidité. Les poutres fonctionnellement graduées NTCs-FG, avec une distribution variable FG-X, peuvent présenter des caractéristiques de rigidité supérieures à celles des poutres uniformément distribuées (UD-NTC). Cependant, l'impact spécifique de la distribution des NTCs sur la rigidité dépend d'autres facteurs tels que le volume de remplissage des NTCs, le rapport longueur/épaisseur de la poutre et les conditions aux extrémités.

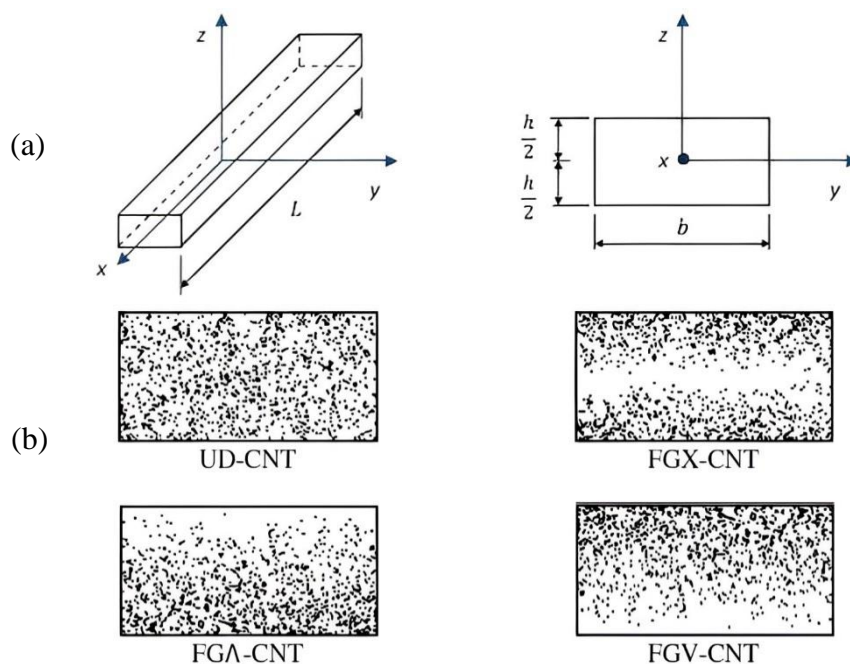


Figure III-3 : Poutre composite NTC-FG : (a) système de coordonnées de la poutre et (b) section transversale de UD-, Poutres FG-X, FG-A et FG-V NTC (Lin et Xiang, 2014)

L'étude de (Shen et Xiang, 2013) examine les comportements des vibrations de grande amplitude, de la flexion non linéaire et du flambage thermique de poutres nano-composites renforcées par des NTCs (CRNTC) reposant sur une fondation élastique. Deux types de poutres CRNTC sont considérés : celles avec des renforts uniformément répartis (UD) et celles avec des renforts à gradient fonctionnel (FG). La méthode utilisée dans cette étude repose sur la dérivation des équations de mouvement pour les poutres CRNTC, en prenant en compte à la fois les effets de la fondation élastique et les effets thermiques. Les propriétés matérielles des CRNTC sont également considérées comme dépendantes de la température. Les résultats montrent que la fraction volumique de nanotubes de carbone a un effet significatif sur les courbes charge-déflexion de flexion de la poutre, mais un effet moins prononcé sur les rapports de fréquence non linéaire à linéaire et sur les courbes charge-déflexion de flambage thermique.

(Thai et Vo, 2012) ont proposé plusieurs théories de déformation par cisaillement d'ordre supérieur pour l'analyse de la flexion et des vibrations libres des poutres fonctionnellement graduées FG. Les auteurs développent des théories qui prennent en compte la variation d'ordre supérieur de la contrainte de cisaillement transversal à travers l'épaisseur de la poutre et qui satisfont les conditions aux limites sans contrainte. Les propriétés matérielles de la poutre en FGM sont supposées varier selon une distribution de loi de puissance de la fraction volumique des constituants (métal, céramique). Les équations de mouvement sont déduites du principe d'Hamilton et des solutions analytiques sont obtenues pour une poutre simplement appuyée.

Les effets de l'indice de la loi de puissance et de la déformation par cisaillement sur les réponses en flexion et en vibrations libres des poutres FGMs sont examinés. L'étude a conclu que les théories de poutres proposées satisfont les conditions aux limites sans contrainte et ne nécessitent pas de facteur de correction de cisaillement. L'augmentation de l'indice de loi de puissance réduit la rigidité de la poutre, entraînant ainsi une augmentation des déformations et une réduction des fréquences naturelles. L'inclusion des effets de la déformation par cisaillement entraîne également des déformations accrues et des fréquences naturelles réduites. Le Tableau III-1 présente les résultats obtenus par (Thai et Vo, 2012), et montre la variation de la fréquence en fonction de l'indice de loi de puissance.

Tableau III-1: Comparaison de la première fréquence propre non dimensionnelle $\bar{\omega}$ de poutres FGM simplement appuyées (Thai et Vo, 2012)

L/h	Mode	Méthode	P				
			0	0.5	1	5	10
5	1	TBT	5.1527	4.4107	3.9904	3.4012	3.2816
		SBT	5.1531	4.4110	3.9907	3.3998	3.2811
		HBT	5.1527	4.4107	3.6265	3.4014	3.2817
		EBT	5.1542	4.4118	3.9914	3.3991	3.2814
		CBT	5.3953	4.5931	4.1484	3.5949	3.4921

(Ke et al., 2013a) ont proposé une analyse novatrice de la stabilité dynamique des poutres renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (CRNTC-FG). Les équations différentielles gouvernant le comportement des poutres sont résolues à l'aide de la méthode des quadratures différentielles. Les résultats de l'étude mettent en évidence l'influence significative de la fraction volumique des nanotubes, du rapport longueur/épaisseur et des conditions aux limites sur les propriétés de stabilité dynamique des poutres. L'augmentation de la fraction volumique des NTCs entraîne des fréquences naturelles plus élevées et des charges critiques de flambage accrues (réduit), soulignant ainsi l'importance de la répartition des nanotubes dans la poutre pour son comportement de stabilité. De plus, l'étude compare les poutres CRNTC-FG avec des poutres CRNTC UD, mettant en évidence les différences de comportement en termes de vibration libre, de flambage et de stabilité dynamique.

Une nouvelle théorie des poutres hyperboliques inverses a fait l'objet de (Sayyad et Ghugal, 2018) pour étudier les réponses à la flexion, au flambement et aux vibrations libres de poutres à gradation fonctionnelle reposant sur une fondation élastique. Les propriétés matérielles de la poutre sont variées selon la direction de l'épaisseur selon la loi de puissance.

Le principe d'Hamilton est utilisé pour déduire les équations de mouvement. Des solutions analytiques de type Navier sont obtenues pour les problèmes de flexion, de flambage et de vibration. Les résultats numériques démontrent l'influence de l'indice de la loi de puissance, du rapport longueur-épaisseur et du paramètre de fondation sur les déplacements, les contraintes, les charges critiques de flambement et les fréquences des poutres. Les résultats de cette étude montrent une excellente concordance avec ceux obtenus de la théorie des poutres paraboliques de Reddy et de la théorie des poutres du premier ordre de Timoshenko. La conclusion de l'étude indique que la nouvelle théorie proposée est en excellent accord avec les théories existantes et fournit des prédictions précises pour le comportement des poutres FGM. De plus, l'augmentation de l'indice de la loi de puissance réduit la rigidité de la poutre FGM, entraînant ainsi une augmentation des déplacements et une réduction des fréquences naturelles et des charges critiques de flambage.

(Bekhadda et al., 2019b) ont appliqué une nouvelle théorie des poutres de déformation par cisaillement du premier ordre pour l'analyse de vibration et du flambement des poutres FGM. Ils ont supposé que les propriétés matérielles variaient dans la direction de l'épaisseur et estimées à l'aide d'un modèle de loi de puissance. La procédure de résolution basée sur les séries de Fourier permet de résoudre avec succès les équations du mouvement dérivées du principe de Hamilton. Ces chercheurs examinent l'influence de plusieurs paramètres tels que l'indice de la loi de puissance, les paramètres géométriques de la poutre, le rapport des modules d'élasticité et la charge axiale sur les comportements dynamiques et de flambement des poutres FGM.

L'étude de (Vodenitcharova & Zhang, 2006) se concentre sur la flexion et le flambage local d'une poutre nano-composite renforcée par un nanotube de carbone à paroi unique (SWNT). Il prend en compte l'ovalisation de la section transversale SWNT et analyse les composantes de déformation et de contrainte dans les deux matériaux pour des courbures et des épaisseurs de matrice variables. Le flambage SWNT dans les nano-composites entraîne des contraintes plus élevées dans la matrice environnante, ce qui dégrade la résistance de la structure des nano-composites. Cela souligne l'importance de prendre en compte l'effet du flambage SWNT sur le comportement mécanique global des nano-composites.

L'analyse du flambage mécanique des plaques rectangulaires à gradient fonctionnel (céramique-métal) a été présentée par (Zhao et al., 2009). Les plaques FGM ont des propriétés matérielles qui varient exponentiellement à travers l'épaisseur, et le champ de déplacement est approximé à l'aide de la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT),

conjointement avec la méthode kp-Ritz sans élément. La méthode intègre également une technique d'intégration nodale conforme stabilisée pour évaluer la rigidité à la flexion des plaques. Les simulations numériques et les analyses montrent que l'exposant de la fraction volumique et la taille du trou affectent considérablement la charge de flambage. La conclusion de l'étude souligne l'efficacité de la méthode kp-Ritz sans éléments pour traiter des plaques de géométries variées et de tailles de trous différentes par rapport aux méthodes traditionnelles.

L'étude de (Tran et al., 2013) se concentre sur l'analyse du flambage thermique de plaques en matériaux composites à gradient fonctionnel (FGM). Les auteurs présentent une formulation basée sur les NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) et la théorie de la déformation par cisaillement du troisième ordre (TSDT) pour modéliser le comportement mécanique de la plaque FGM. La méthode des éléments finis utilisée dans cette étude repose sur l'utilisation de fonctions de base NURBS pour décrire la géométrie de la plaque et la distribution de température à travers son épaisseur. Les auteurs discutent également de l'influence de divers paramètres tels que le rapport longueur/épaisseur, le rapport d'aspect, les conditions aux limites et les propriétés du matériau sur le flambage thermique. Ils constatent que la température critique de flambage diminue avec l'augmentation du rapport longueur/épaisseur et de l'indice de puissance, et qu'elle est plus élevée sous une distribution de température non linéaire par rapport à une distribution uniforme ou linéaire.

Diverses théories de poutres, telles que la théorie de la poutre d'Euler-Bernoulli, la théorie de la poutre de Timoshenko et la théorie de la poutre de Reddy, sont utilisées pour analyser le comportement au flambage des poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à paroi simple (SWCNTs) (Fattahi & Safaei, 2017). La méthode de quadrature différentielle généralisée (GDQ) est utilisée pour discrétiser les équations différentielles gouvernant le problème, ainsi que quatre conditions aux limites couramment utilisées. Les propriétés matérielles des poutres nano-composites sont obtenues par simulation dynamique moléculaire (MD) correspondant à des composites de nanotubes de carbone courts (10,10) et longs (10,10), qui sont intégrés dans une matrice de polyéthylène amorphe. Les propriétés des matériaux des poutres nano-composites ont été obtenues par simulation de dynamique moléculaire (MD) et comparées à celles calculées par la règle du mélange pour déterminer les paramètres d'efficacité des nanotubes de carbone. Des résultats numériques sélectionnés sont présentés pour indiquer les influences de la fraction volumique des nanotubes et des supports d'extrémité sur les charges critiques de flambage axial des poutres nano-composites liées aux composites de nanotubes longs et courts. Les résultats montrent que la charge critique de flambage est réduite lorsque les

contraintes de cisaillement transversal sont prises en compte dans les théories de poutres. L'étude met également en évidence les défis liés à la caractérisation des propriétés mécaniques des nanostructures 1D et la nécessité de nouvelles techniques d'essai.

(Shen et Zhu, 1970) ont analysé numériquement le flambement des plaques composites renforcées par des nanotubes de carbone (CRNTC) dans un environnement thermique. La théorie des plaques de déformation par cisaillement d'ordre supérieur avec une non-linéarité cinématique a été utilisée pour modéliser les plaques composites. Les résultats de l'étude montrent que le chargement de flambage et la résistance en post-flambage de la plaque peuvent être considérablement augmentés grâce au renforcement par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués. La fraction volumique de nanotubes de carbone a un effet significatif sur la charge de flambage des plaques. Des études paramétriques sont également menées pour analyser l'effet de la fraction volumique de nanotubes, des variations de température, du rapport d'épaisseur de la plaque et du rapport de forme de la plaque sur le comportement mécanique des plaques CRNTC.

(Thai et al., 2018) ont proposé une formulation sans maillage à intégration nodale naturellement stabilisée (NSNI) pour analyser les comportements en flexion et les vibrations libres de plaques composites renforcées par des nanotubes de carbone (CRNTC). La formulation NSNI est basée sur la théorie des plaques de déformation par cisaillement d'ordre supérieur (HSDT) et utilise une règle de mélange étendue pour calculer les propriétés matérielles effectives des plaques CRNTC. Les distributions uniformes et fonctionnellement graduées des NTCs à travers l'épaisseur de la plaque sont étudiées. De plus, des équations pour la matrice de rigidité globale, la matrice de masse et le vecteur de force ont été incluses, ainsi que l'utilisation d'un programme Matlab pour résoudre ces équations. Les résultats ont montré que la méthode NSNI basée sur la HSDT (théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieur) était stable et précise, offrant une convergence rapide et convenant aux calculs numériques. Les fréquences non-dimensionnelles des plaques CRNTC ont été comparées pour différents types de plaques, de matériaux et de configurations géométriques, mettant en évidence l'impact des propriétés matérielles et des paramètres géométriques sur ces fréquences. En outre, l'étude a abordé la formulation sans maillage pour analyser les comportements de flexion et de vibration libre des plaques CRNTC, en utilisant des fonctions de forme d'interpolation de Kriging mobiles. L'imposition des conditions limites essentielles est totalement similaire à la méthode des éléments finis (MEF) en raison de la satisfaction de la

propriété de la fonction delta de Kronecker des fonctions de forme d'intégration Kriging mobiles.

(Ke et al., 2010) ont étudié les vibrations libres non linéaires de poutres composites fonctionnellement graduées renforcées par des nanotubes de carbone à paroi unique (SWCNT), en utilisant la théorie des poutres de Timoshenko. Les propriétés matérielles des composites renforcés par des nanotubes de carbone à gradient fonctionnel (CRNTC-FG) ont été supposées varier dans la direction de l'épaisseur et ont été estimées à l'aide de la règle des mélanges. La méthode de Ritz a été employée pour dériver les équations différentielles du mouvement, ensuite résolue par une méthode itérative directe pour obtenir les fréquences de vibrations non linéaires des poutres CRNTC-FG avec différentes conditions aux limites. Une étude paramétrique approfondie a été menée pour examiner les influences de la fraction volumique de nanotubes NTCs, de l'amplitude des vibrations, du rapport de longueur/épaisseur et des conditions aux limites sur les caractéristiques non linéaires des vibrations libres des poutres CRNTC-FG. Les résultats des poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à distribution uniforme (CRNTC-UD) sont également fournis pour comparaison. Les résultats numériques sont présentés de manière tabulaire et graphique afin d'analyser les effets de la fraction volumique des nanotubes, de l'amplitude des vibrations, du rapport de hauteur, des conditions aux limites et de la distribution des NTCs sur les caractéristiques non linéaires des vibrations libres des poutres CRNTC-FG. Les résultats démontrent que la fraction volumique des NTC influe sur les fréquences linéaires et non linéaires, et que la disposition des nanotubes exerce également une influence sur les ratios de fréquence non linéaire. De plus, l'analyse compare les résultats obtenus pour les poutres CRNTC-FG avec les poutres CRNTC-FG, mettant en évidence les différences de comportement dues à la répartition des nanotubes. Ces résultats soulignent l'importance de la distribution spécifique des nanotubes sur la rigidité et la résistance des poutres composites. Les résultats numériques indiquent que : une augmentation de la fraction volumique de NTC entraîne des fréquences linéaires et non linéaires plus élevées pour les poutres UD- et CRNTC-FG ; les fréquences linéaires et non linéaires des poutres CRNTC-FG avec une distribution symétrique de NTC sont supérieures à celles des poutres avec une distribution uniforme ou asymétrique de NTC ; les rapports de fréquence non linéaire de la poutre E-E de la poutre CRNTC-UD et de la poutre CRNTC-FG renforcée symétriquement par NTC sont indépendants du signe de l'amplitude de vibration et leurs courbes sont symétriques.

(Mahdavi et al., 2011) ont examiné l'effet des forces d'interaction van der Waals non linéaires sur le comportement vibratoire des nanotubes de carbone double paroi (DWCNT) intégrés dans une matrice polymère. L'étude utilise les modèles de poutre d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko pour établir la relation entre les amplitudes de déflexion et les fréquences de résonance du DWCNT. Les paramètres pris en compte comprennent le module de Young, le coefficient de Poisson, l'épaisseur effective du tube et la densité de masse du DWCNT, ainsi que le milieu environnant en polyéthylène. Ces chercheurs ont montré que le milieu environnant a un effet significatif sur la fréquence de résonance pour la vibration unidirectionnelle, tandis que la taille et la longueur du DWCNT ont des effets variables sur les modes de vibration. De plus, le modèle de poutre de Timoshenko est recommandé pour l'analyse des vibrations en mode supérieur des DWCNT, en raison des effets de la déformation de cisaillement et de l'inertie rotative. Un comportement d'assouplissement dans la relation entre l'amplitude de déflexion et la fréquence de résonance a été observé grâce à la théorie de la poutre de Timoshenko, une observation inédite dans la littérature. En comparant les résultats prédits par ces deux modèles de poutre, on constate que le modèle d'Euler-Bernoulli peut fournir des résultats aussi précis pour la vibration du premier mode du NTC intégré que le modèle de poutre de Timoshenko, même pour des poutres présentant un rapport longueur-diamètre plus petit en raison de l'effet du milieu environnant. Cependant, le modèle de poutre de Timoshenko est fortement recommandé pour l'analyse de vibration des modes supérieurs des NTCs en raison des effets de la déformation de cisaillement et de l'inertie de rotation. Cette analyse approfondie sur la vibration des DWCNTs est susceptible d'être utile pour la conception et les applications de résonateurs, capteurs et nano-composites à base de NTC.

(Shen et al., 2017) ont exploré les vibrations de faible et grande amplitude de poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone CRNTC thermiquement fléchis reposant sur des fondations élastiques. Pour les poutres CRNTC, des renforcements à distribution uniforme (UD) et à gradient fonctionnel (FG) sont considérés, où les propriétés matérielles dépendantes de la température des poutres CRNTC sont supposées être graduées dans la direction de l'épaisseur et estimées à l'aide d'un modèle micromécanique, ainsi que la règle étendue de mélange a été utilisée pour estimer ces propriétés. Les équations de mouvement sont déduites en se basant sur une théorie de poutre à déformation de cisaillement d'ordre supérieur incluant l'interaction (poutre-fondation) entre les poutres et les fondations élastiques. Les illustrations numériques portent sur les caractéristiques de vibrations de faible et grande amplitude des poutres CRNTC thermiquement fléchies sous un champ de température

uniforme. Les effets de la fraction volumique et des modèles de distribution des NTCs, ainsi que de la rigidité des fondations, sont examinés afin de comprendre leur impact sur les caractéristiques vibratoires des poutres du CRNTC. Les résultats de l'étude mettent en évidence l'influence de la température, de la fraction volumique des nanotubes de carbone et de la rigidité de la fondation sur les caractéristiques de vibration des poutres. Une étude paramétrique a été réalisée pour les poutres CRNTC de type UD, FG-X et FG-O avec de faibles fractions volumiques de NTC. La température de flambage, le chemin d'équilibre thermique de flambage et la fréquence dépendante de la température sont obtenus. Les résultats numériques montrent que les fréquences fondamentales augmentent, mais les rapports de fréquence non linéaire à linéaire diminuent avec l'augmentation de la rigidité de la fondation élastique. La fraction volumique de NTC a un effet significatif sur les fréquences fondamentales dans les états pré-flambage et post-flambage, tandis que cet effet est moins prononcé sur les rapports de fréquence non linéaire à linéaire. Les résultats confirment qu'un renforcement à gradient fonctionnel a un impact significatif sur les caractéristiques de vibration non linéaire des poutres CRNTC fléchies thermiquement.

Une nouvelle technique pour l'analyse non linéaire des poutres reposant sur des fondations élastiques à deux paramètres a été développée par Hui-Shen Shen (Shen, 2011) à la base de la théorie de déformation de poutre Euler-Bernoulli simplement appuyée. Le modèle non linéaire est introduit en utilisant l'expression exacte de la courbure. Deux types de conditions aux limites, à savoir mobiles et immobiles, sont considérés. L'équation de mouvement non linéaire, incluant l'interaction poutre-fondation, est dérivée séparément pour ces deux types de conditions aux limites. L'analyse se concentre sur trois aspects principaux : les trajectoires d'équilibre après le flambement d'une poutre chargée axialement, les grandes déflexions statiques d'une poutre en flexion sous une pression transversale uniforme et les fréquences non linéaires d'une poutre avec ou sans contraintes initiales. Les résultats de l'étude démontrent que la raideur de la fondation a un effet significatif sur le comportement non linéaire des poutres. En outre, l'analyse met en évidence l'importance des conditions aux extrémités dans le comportement de flexion et de vibration non linéaires des poutres. En conclusion, cette étude présente une approche novatrice pour l'analyse non linéaire des poutres reposant sur des fondations élastiques à deux paramètres. Les résultats obtenus mettent en évidence l'importance de la raideur de la fondation et des conditions aux extrémités dans le comportement non linéaire des poutres. De plus, l'expression exacte de la courbure est utilisée pour introduire le modèle non linéaire et la rigidité de la fondation est considérée comme un paramètre dans l'analyse.

En utilisant la méthode des éléments finis basée sur la théorie des plaques de déformation par cisaillement du premier ordre, (Zhu et al., 2012) ont effectué des analyses de flexion et de vibrations libres dans des plaques composites renforcées par des nanotubes de carbone à simple paroi (SWCNT). Les propriétés mécaniques et thermiques des SWCNT peuvent changer avec la température. Les simulations de la dynamique moléculaire sont utilisées pour obtenir ces propriétés dépendantes de la température. Quatre types de distributions du matériau de renforcement aligné uni-axialement sont considérés, à savoir des distributions uniformes et trois types de distributions graduées fonctionnelles de nanotubes de carbone le long de la direction de l'épaisseur des plaques. Les propriétés matérielles effectives des plaques nano-composites sont estimées selon la règle des mélanges. Des études paramétriques détaillées ont été réalisées pour révéler les influences des fractions volumiques de nanotubes de carbone et des rapports bord-épaisseur sur les réponses en flexion, les fréquences naturelles et les formes de mode des plaques. De plus, les effets de différentes conditions aux limites sont également examinés. L'effet de la fraction volumique sur la variation du paramètre de fréquence fondamentale est pratiquement linéaire pour diverses distributions de NTC. Lorsque le rapport largeur-épaisseur a/h augmente, les changements incrémentiels des paramètres de fréquence des plaques EEEE sont beaucoup plus importants que ceux des plaques AAAA, ce qui peut être attribué au fait que les plaques EEEE CRNTC présentent des contraintes plus fortes et sont donc sensibles aux variations de longueur-épaisseur b/h . Avec l'augmentation de la valeur de b/h , les plaques AAAA CNTRC deviennent manifestement moins sensibles aux variations du rapport largeur-épaisseur (A : appuyée ; E : encadrée). Les résultats montrent que la fraction volumique de nanotubes de carbone et le rapport largeur-épaisseur ont un impact significatif sur la déflexion en flexion et les fréquences naturelles des plaques. Les différentes distributions de renforts ont également une influence sur la rigidité des plaques. Les propriétés mécaniques des matériaux composites, telles que les propriétés thermiques et les effets non linéaires, sont également discutées.

(Civalek et al., 2021) ont examiné le comportement des vibrations libres de micro-poutres renforcées par des nanotubes de carbone (CRNTC). Ils ont supposé que les NTCs étaient répartis dans une matrice polymérique selon quatre motifs de renforcement différents. Les propriétés matérielles des micro-poutres CRNTC sont prédites en utilisant la règle des mélanges. Les équations différentielles du mouvement dépendant de la microstructure sont dérivées en appliquant le principe de Hamilton sur la base de la théorie des contraintes couple et de plusieurs théories des poutres (Euler-Bernouli EBT, Rayleigh RBT, Timoshenko TBT,

Sinusoïdale SBT, Parabolique PBT). La méthode utilisée dans l'étude repose sur la résolution analytique du problème de vibration libre des micro-poutres CRNTC à l'aide de la procédure de solution de Navier. Les paramètres d'échelle, le rapport longueur/épaisseur, les conditions aux limites, la fraction volumique et le motif de renforcement des NTCs sont examinés pour étudier leurs effets sur les fréquences. Cette étude examine les résultats basés sur diverses théories de poutres et facteurs de déformation par cisaillement. Les résultats de l'étude révèlent que les valeurs de fréquence de la théorie des poutres de Timoshenko sont bien inférieures à celles des autres théories, et que l'effet de taille est plus prononcé lorsque l'épaisseur de la micro-poutre est proche du paramètre d'échelle de longueur. De plus, l'étude examine les effets de la fraction volumique de nanotubes de carbone, du motif de distribution, du paramètre d'échelle de longueur, du rapport longueur/épaisseur et du nombre de modes. L'augmentation du rapport hauteur/largeur (une micro-poutre plus rigide) entraîne généralement des fréquences naturelles plus élevées, mais il existait un rapport hauteur/largeur optimal qui maximisait les fréquences naturelles. Des fractions volumiques plus élevées de nanotubes de carbone ont entraîné des fréquences naturelles plus élevées. Ces chercheurs ont observé que les fréquences les plus élevées se produisent dans la poutre en forme de X, tandis que la poutre en forme de O présente les fréquences les plus basses. Ils ont constaté que l'effet de taille est plus marqué lorsque l'épaisseur de la poutre est proche du paramètre d'échelle, et cet effet disparaît presque lorsque l'épaisseur de la poutre augmente.

(Shen et Wang, 2014) ont analysé les vibrations de grande amplitude, de la flexion non linéaire et du flambage thermique de poutres en matériau à gradient fonctionnel (FGM) reposant sur une fondation élastique dans des environnements thermiques. Les chercheurs ont utilisé des modèles micromécaniques tels que le modèle de Voigt et le modèle de Mori-Tanaka pour évaluer les propriétés des matériaux dépendant de la température. Les équations de mouvement ont été exprimées en utilisant une théorie de déformation par cisaillement d'ordre supérieur pour les poutres. Les effets de la température sur les propriétés des matériaux des FGMs sont inclus dans l'analyse, en supposant que les propriétés des matériaux dépendent de la température. Les résultats de l'étude ont montré que les poutres FGMs avec des propriétés matérielles intermédiaires n'ont pas nécessairement des fréquences non linéaires intermédiaires et que la trajectoire de post-flambage thermique des poutres FGMs simplement appuyées n'est plus de type bifurcation pour des champs de température uniformes et non uniformes. De plus, l'étude a révélé que la rigidité de la fondation affecte significativement la réponse de post-flambage thermique et les courbes charge-déformation des poutres. Les résultats ont été comparés à des

études existantes et ont montré une bonne concordance, confirmant ainsi l'exactitude de la solution présentée pour l'analyse des vibrations. En outre, l'étude a évalué l'exactitude des modèles de Voigt et de Mori-Tanaka dans l'analyse structurelle des poutres FGMs. L'indice de fraction volumique affecte de manière significative la réponse thermique après le flambage et les courbes de déformation de la poutre en flexion, tandis que son effet sur les rapports de fréquences non linéaires/linéaires est moins prononcé. En conclusion, l'étude a mis en évidence l'importance de prendre en compte les effets thermiques et l'interaction poutre-fondation dans l'analyse des poutres FGMs. Les résultats ont des implications significatives pour la conception et l'ingénierie des structures dans des environnements thermiques variés.

(Mohseni & Shakouri, 2019) ont étudié Les vibrations libres et le flambage de poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradient fonctionnel (CRNTC-FG) avec une épaisseur variable reposant sur des fondations élastiques. La théorie de la poutre de Timoshenko a été appliquée pour prendre en compte les effets de l'inertie rotative et de la déformation transversale de cisaillement, les équations du mouvement sont formulées à l'aide du principe de Hamilton. Les équations obtenues sont résolues avec la méthode de quadrature différentielle généralisée (GDQ) pour obtenir les fréquences naturelles et les charges de flambement. Différentes distributions de NTC à travers l'épaisseur sont prises en compte et la loi de mélange est utilisée pour décrire les propriétés matérielles effectives des poutres CRNTC-FG. Cette étude examine les effets de divers paramètres ; des conditions aux limites, de la fraction volumique et de la distribution des nanotubes, de la fondation et du rapport d'épaisseur sur la fréquence naturelle et la charge de flambage critique des poutres, ainsi que la conception et l'optimisation des poutres CRNTC-FG pour le flambage, en considérant diverses fonctions pour la fonction de forme de la poutre. Les résultats montrent que les fréquences fondamentales augmentent avec le rapport d'épaisseur et la fraction volumique de NTC, et que les fréquences des poutres CRNTC-FG avec certaines conditions aux limites sont plus élevées que d'autres. De plus, les charges de flambage augmentent avec le rapport d'épaisseur, la distribution de NTC et la raideur de la fondation élastique de Pasternak. L'étude identifie également la forme optimale de la poutre qui peut supporter environ 7 % de charges axiales supplémentaires avec le même poids. Ces résultats fournissent des informations précieuses pour la conception et l'analyse des poutres CRNTC-FG. (Mohseni & Shakouri, 2019) ont conclu que ; l'augmentation de la fraction volumique de NTC augmente les fréquences naturelles et les charges de flambement des poutres, La présence d'une fondation élastique affecte les caractéristiques de vibration et de stabilité des poutres, une rigidité de fondation plus élevée entraînant des

fréquences naturelles et des charges de flambement plus élevées, L'épaisseur variable des poutres introduit une non-linéarité géométrique, qui influence leur comportement dynamique et peut conduire à la localisation des modes. Enfin, en raison de l'optimisation du poids dans les applications aérospatiales et de turbomachines, la forme optimale de la poutre et la distribution des nanotubes sont suggérées pour atteindre la capacité maximale de supporter des charges axiales avec un poids fixe.

(Alshorbagy et al., 2011) ont utilisé la méthode des éléments finis pour analyser les caractéristiques de vibration libre des poutres fonctionnellement graduées FGM, avec une variation de propriétés du matériau axiale ou transversale à travers l'épaisseur, basée sur la loi de puissance. Ils ont étudié les effets de la distribution des matériaux, du rapport de finesse et des conditions aux limites sur les fréquences naturelles et les formes modales des poutres. La méthode des éléments finis est utilisée pour obtenir une approximation numérique de l'équation du mouvement et les résultats numériques sont présentés pour valider le modèle. Le modèle présent dans leurs études se révèle plus efficace pour remplacer une poutre à géométrie non uniforme par une poutre graduée géométriquement de manière uniforme, que ce soit axialement ou transversalement. Le système d'équations du mouvement est élaboré à la base du principe des travaux virtuels selon les hypothèses de la théorie de la poutre d'Euler–Bernoulli. La méthode des éléments finis est employée pour discrétiser le modèle et obtenir une approximation numérique de l'équation du mouvement. Le modèle a été validé par des travaux précédemment publiés et a montré une bonne concordance avec ces derniers. Les résultats montrent que la variation des propriétés des matériaux a un impact significatif sur les fréquences fondamentales et les formes modales des poutres FGM. Les figures et les tables illustrent la variation des fréquences non-dimensionnelles pour différentes distributions de matériaux, rapports de finesse et conditions aux limites. Il est observé que l'augmentation du module d'Young entraîne une augmentation significative de la fréquence, en particulier pour de faibles exposants de la loi de puissance. Ainsi les fréquences naturelles diminuaient à mesure que la poutre FGM devenait plus rigide en raison de l'augmentation de la fraction volumique du matériau à module supérieur. De plus, les résultats mettent en évidence les effets de la distribution des matériaux et de l'exposant de la loi de puissance sur les fréquences et les formes modales, soulignant ainsi l'importance de ces facteurs dans la conception et l'analyse des poutres FGM. La conclusion souligne également les limitations de la théorie de la poutre d'Euler dans la prise en compte de l'effet de cisaillement, mettant en évidence la nécessité de modèles plus avancés pour une analyse précise des poutres FGM.

Les réponses aux vibrations libres des poutres des nanotubes de carbone sont examinées par (Naresh et al., 2014). Les équations différentielles du mouvement d'une poutre composite renforcée par des NTCs sont présentées sous une formulation d'éléments finis, et la validité de la formulation développée est démontrée en comparant les fréquences naturelles évaluées avec celles de la littérature disponible. Diverses études paramétriques sont effectuées pour étudier l'effet du rapport d'aspect longueur/épaisseur, du pourcentage de volume du NTC et des conditions aux limites sur les fréquences naturelles et les formes de mode d'une poutre composite renforcée par des NTCs. Il est démontré que l'ajout de NTC dans une poutre composite augmente significativement les fréquences naturelles, indiquant une augmentation de la rigidité de la structure. L'augmentation du rapport d'aspect dans les poutres CRNTC entraîne également une augmentation significative des fréquences naturelles.

(Moradi-Dastjerdi et al., 2015) ont étudié l'analyse des vibrations libres de plaques sandwich nano-composites à gradient fonctionnel renforcées par des NTCs orientés de manière aléatoire. Dans cette étude, les effets de divers paramètres sur la fréquence naturelle des plaques sandwich CRNTC-FG ont été examinés en utilisant une théorie de plaque de déformation par cisaillement raffinée (RSDT). Les plaques sandwich étaient simplement appuyées, avec une fondation élastique. Les NTCs étaient considérées comme droites avec une orientation aléatoire, et l'approche de Mori-Tanaka a été utilisée pour estimer les propriétés mécaniques des nano-composites. Les équations du mouvement ont été élaborées à l'aide du principe de Hamilton et ont été résolues par la méthode de Navier. Les résultats montrent que l'augmentation de certains paramètres, tels que le rapport longueur/épaisseur (a/h) ou longueur/largeur (a/b) et la fraction volumique maximale de NTC, augmente les fréquences de vibration. En revanche (en contrepartie), l'augmentation de l'exposant de la fraction volumique ou la diminution de l'épaisseur des couches de composite diminue le paramètre de fréquence. Les paramètres de fondation élastique influent également sur les fréquences. En conclusion, l'étude fournit des équations mathématiques détaillées et des idées précieuses sur le comportement vibratoire des plaques sandwich CRNTC-FG.

(Wattanasakulpong & Chaikittiratana, 2015) ont étudié le comportement statique et dynamique des plaques composites renforcées par des CNTs reposant sur une fondation élastique. Les plaques sont renforcées par des NTCs à parois simples avec quatre types de distributions de NTC uni-axialement alignées (type X, UD, V, O). Les équations du mouvement pour les plaques CRNTC reposant sur une fondation élastique sont obtenues à l'aide de la théorie généralisée de déformation par cisaillement des plaques. La méthode de Navier

est employée pour formuler des solutions analytiques pour les problèmes de flexion, de flambage et de vibration des plaques CRNTC simplement appuyées. Divers paramètres significatifs tels que la fraction volumique des NTCs, les coefficients de raideur des ressorts, l'épaisseur de la plaque et les rapports d'aspect, etc., sont pris en considération. Selon les résultats numériques, il est révélé que la déflexion des plaques diminue avec l'augmentation des facteurs de raideur des ressorts ; tandis que la charge de flambage et la fréquence naturelle augmentent avec l'augmentation des facteurs pour chaque type de plaque. Les résultats montrent que la plaque avec une distribution de NTC de type X présente la capacité la plus forte pour résister à la charge de flexion, au flambage et à des fréquences naturelles plus élevées par rapport aux autres types de plaques. De plus, l'étude compare différents modèles de distribution de NTC et de fractions volumiques et leurs effets sur le comportement mécanique des plaques. Ces conclusions fournissent des informations précieuses pour la conception et le développement de plaques CRNTC pour diverses applications en ingénierie.

En raison de leur rapport d'allongement élevé, de leur faible rigidité en flexion et des forces de Van der Waals, les NTCs ont tendance à s'agglomérer en liasses sphériques, ce phénomène interférant directement avec les propriétés matérielles d'un CRNTC (composite renforcé de nanotubes de carbone). Pour estimer de manière plus réaliste les propriétés du CRNTC, il est nécessaire de prendre en compte cet effet d'agglomération. Cependant, dans la plupart des études, y compris le CNTRC, le schéma d'homogénéisation le plus couramment utilisé est la règle étendue des mélanges (ROM) ne prenant pas en compte cet effet, dans ce qui suit, on cite un ensemble de travaux qui ont pris en considération ce phénomène dans l'étude du comportement mécanique de différents type de structures renforcés par les nanotubes en carbone :

(Moradi-Dastjerdi et al., 2017) ont mené une étude pour analyser les vibrations libres des plaques sandwich nano-composites renforcées par des nanotubes de carbone ayant subis l'agglomération. En utilisant l'approche Eshelby-Mori-Tanaka, les propriétés des matériaux des nano-composites ont été variées en fonction de leur épaisseur. Les feuilles frontales (couche supérieure et inférieure) des plaques sandwich ont été analysées à l'aide de la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre, tandis que le cœur des plaques sandwich a été analysé à l'aide de la théorie de l'élasticité 3D. Le principe variationnel de Hamilton a été utilisé pour déterminer les équations du mouvement, ce qui a permis de représenter avec précision la réponse dynamique du système. Une solution analytique pour l'analyse de vibration libre de plaques sandwich simplement appuyées reposant sur une fondation élastique est présentée en

utilisant la solution de Navier. Les résultats de l'étude mettent en évidence l'impact significatif de divers facteurs sur les fréquences naturelles des plaques sandwich. En particulier, la fraction volumique des NTCs, l'état d'agglomération des NTCs, les coefficients de la fondation élastique et les dimensions géométriques des plaques ont tous été identifiés comme des facteurs influents. Les propriétés mécaniques effectives des composites avec des NTCs non regroupés orientés de manière aléatoire et des NTCs agglomérées localement ont également été étudiées. Les résultats montrent que ces facteurs ont des effets significatifs sur les fréquences naturelles des plaques sandwich nano-composites. Les résultats de cette étude peuvent être utilisés pour optimiser la conception et les performances des plaques sandwich nano-composites dans des industries telles que l'aérospatiale et l'automobile, où des matériaux légers et à haute résistance sont demandés.

(Tornabene et al. 2017) ont examiné la réponse statique de plaques et de coques composites renforcées par des NTC agglomérés. Un modèle d'agglomération à deux paramètres a été utilisé pour décrire la micromécanique des particules, qui ont tendance à s'agglomérer en régions sphériques lorsqu'elles sont dispersées dans une matrice polymère. Du point de vue macro-mécanique, les structures considérées se caractérisent par une variation graduelle de leurs propriétés mécaniques le long de la direction de l'épaisseur, car différentes distributions sont utilisées pour décrire la fraction volumique de la phase de renforcement. Les équations différentielles du problème statique ont été résolues numériquement, grâce à l'utilisation de la méthode de quadrature généralisée (QDG). L'étude de la variation des paramètres d'agglomération, ainsi que des profils à travers l'épaisseur décrivant la fraction volumique de NTC, a été réalisée dans le but de mettre en évidence l'impact de la phase de renforcement. Les résultats de l'étude ont montré que la réponse statique linéaire des nano-plaques et des nano-coques est significativement affectée par l'agglomération des nanotubes de carbone. De plus, la concentration des particules de NTC et la distribution de leur fraction volumique sur l'épaisseur de la structure ont un impact notable sur la réponse statique.

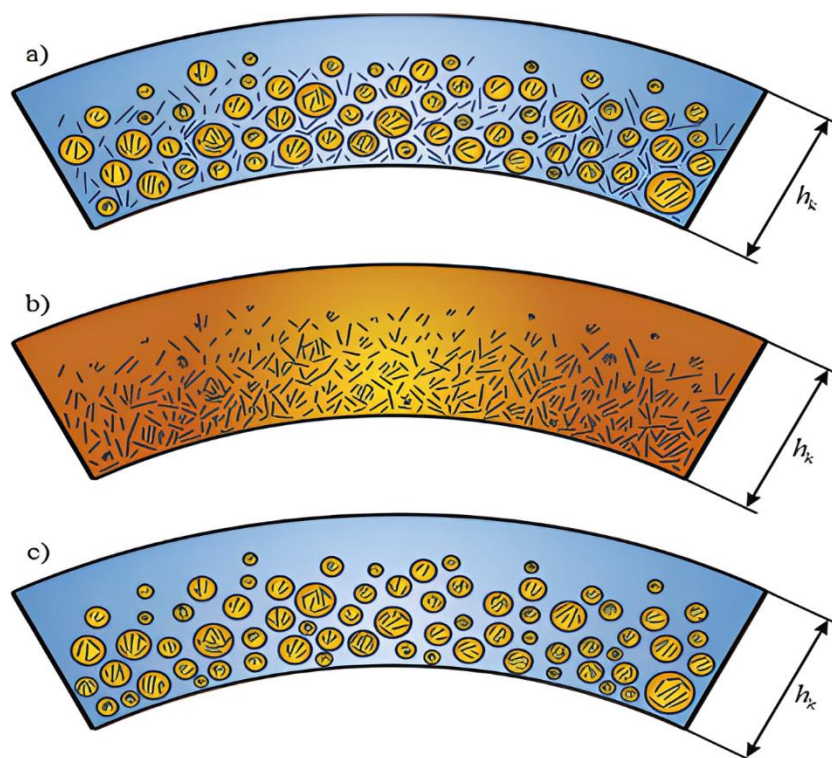


Figure III-4 : Phase de renforcement CNT, variant les paramètres d'agglomération : a) $\mu \leq \eta$, b) $\mu = \eta = 1$; c) $\mu \leq \eta, \eta = 1$ (Tornabene et al. 2017)

(Kamarian et al., 2015a) ont présenté l'analyse des vibrations libres de poutres nanocomposites fonctionnellement graduées FGM reposant sur une fondation Pasternak et ont examiné l'effet d'agglomération des nanotubes de carbone. Pour ce faire, les chercheurs ont utilisé une approche mathématique basée sur le modèle de la méthode de quadrature généralisée (QDG) pour résoudre les équations gouvernant le comportement vibratoire de ces poutres, la distribution de la fraction volumique des NTCs à travers l'épaisseur a été graduée selon une distribution de puissance généralisée. Le modèle a également pris en compte l'effet d'agglomération des NTCs sur les propriétés mécaniques effectives du matériau composite (Figure III-5). De plus, l'étude a utilisé l'approche d'Eshelby-Mori-Tanaka (basée sur une fibre équivalente) pour estimer les propriétés matérielles et a examiné l'effet des différents profils de fraction volumique de NTC, du module de fondation et d'autres paramètres sur le comportement vibratoire de la structure. Les équations du mouvement ont été obtenues en utilisant la théorie de la poutre de Timoshenko et en appliquant le principe de Hamilton. La méthode de quadrature généralisée, en tant qu'outil numérique efficace et précis, a été exploitée pour obtenir les fréquences naturelles de la structure. Des études paramétriques détaillées ont été menées pour examiner l'impact de l'agglomération des NTCs, de différents profils de fraction volumique des NTC, du module de fondation de Winkler, du module élastique de fondation en cisaillement,

du rapport longueur-portée, des épaisseurs des plaques externes et des conditions aux limites sur le comportement vibratoire de la structure. En conclusion, l'étude a mis en évidence l'importance de prendre en compte l'agglomération des NTCs dans l'analyse des propriétés mécaniques et du comportement vibratoire des poutres composites renforcées par des NTCs. De plus, elle a démontré que l'utilisation de poutres sandwich nano-composites FG dans la plupart des états d'agglomération améliore les fréquences fondamentales de la structure, mais dans certains cas, elle a un effet destructeur sur les caractéristiques vibratoires. Il a été constaté que la structure FG-sandwich améliore le comportement vibratoire de la poutre par rapport à d'autres types pour toutes les conditions aux limites et aux rapports longueur-portée.

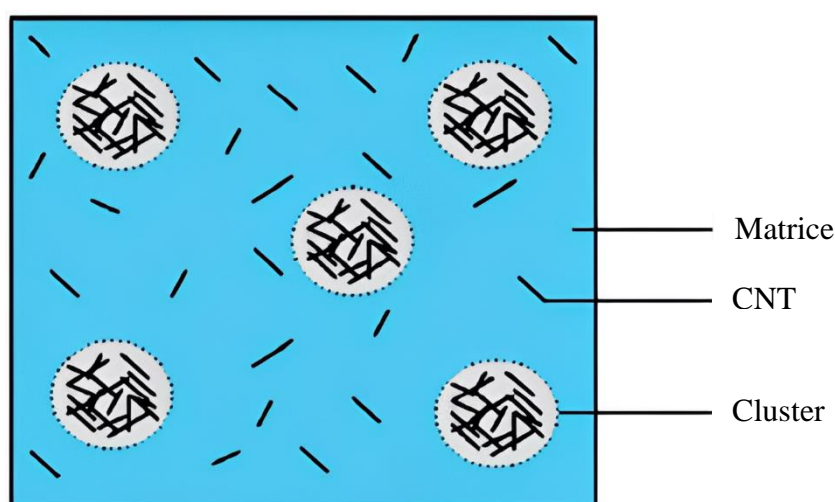


Figure III-5 : Modèle de cluster Eshelby d'agglomération de NTCs (Kamarian et al., 2015)

(Heshmati & Yas, 2013) ont étudié l'effet de l'agglomération et de la distribution des NTCs sur les caractéristiques de vibration libre des poutres de nano-composites FGMs renforcés par des nanotubes de carbone à paroi simple (SWCNT) en utilisant l'approche Eshelby-Mori-Tanaka. L'influence de l'agglomération et de la répartition des nanotubes de carbone sur le comportement dynamique de la poutre a été étudiée. Le système d'équations du mouvement est dérivé en utilisant le principe du travail virtuel et les hypothèses de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli et la méthode des éléments finis est employée pour obtenir une approximation numérique des équations de mouvement. Les résultats de l'étude indiquent que l'agglomération des NTCs affaiblit le composite, et que la rigidité effective diminue avec l'agglomération croissante. De plus, l'étude compare les fréquences naturelles de différentes configurations de poutres et de conditions aux limites, montrant que l'agglomération a un effet significatif sur les fréquences naturelles des poutres. En outre, les résultats mettent en évidence

l'importance de la distribution des NTCs et des conditions aux limites sur le comportement dynamique des poutres nano-composites FGMs. En conclusion, l'étude démontre que l'agglomération des NTCs a un impact significatif sur les propriétés dynamiques des poutres nano-composites, avec une diminution de la rigidité effective. Ces résultats soulignent l'importance de prendre en compte l'agglomération et la distribution des NTCs.

(Ebrahimi et al., 2019a) ont étudié l'effet d'agglomération des nanoparticules (NTC) sur la dispersion des ondes dans des poutres nano-composites hybrides multi-échelles. Les poutres sont constituées de renforts à l'échelle macro et nanométrique dispersés dans une matrice de polymères. Pour ce faire, les chercheurs ont estimé les propriétés équivalentes du matériau de la poutre nano-composite en utilisant l'approche d'Eshelby-Mori-Tanaka et la règle de mélange. Ils ont également employé la théorie des poutres paraboliques raffinées d'ordre supérieur pour calculer les relations cinétiques. En outre, les équations de mouvement sont obtenues en appliquant le principe d'Hamilton. Ensuite, ces équations sont résolues analytiquement pour enrichir la fréquence des ondes. Les chercheurs ont examiné l'influence de différents paramètres sur la variation de la fréquence des ondes et de la vitesse de phase de la poutre nano-composite hybride multi-échelles. Les résultats de cette étude révèlent que les réponses mécaniques du système diminuent lorsque les nanotubes sont regroupés à l'intérieur de clusters. Les chercheurs ont constaté que la fréquence d'onde et la vitesse de phase augmentent chaque fois que la fraction volumique de la fibre ou la fraction massique des NTC augmente. De plus, la fréquence d'onde et la vitesse de phase diminueront avec l'augmentation de la fraction volumique des NTCs à l'intérieur des clusters. Ainsi, la fréquence d'onde et la vitesse de phase peuvent être amplifiées en diminuant la fraction volumique des clusters. L'indice de gradient exerce une influence décroissante sur à la fois la fréquence d'onde et la vitesse de phase des poutres nano-composites multi-échelles.

(Hedayati & Sobhani Aragh, 2012) ont analysé les vibrations libres de plaques sectorielles annulaires en CNT renforcées en continu (CGCNTR) reposant sur une fondation élastique. Les fractions volumiques de nanotubes de carbone à paroi unique (SWCNT) agglomérés et orientés de manière aléatoire sont supposées être graduées dans la direction de l'épaisseur. Pour prédire les propriétés mécaniques du composite NTC/polymère, une fibre équivalente est utilisée pour remplacer un nanotube de carbone incorporé dans une matrice polymère et son interphase environnante. Pour déterminer l'effet de l'agglomération des NTCs sur les propriétés élastiques des composites renforcés par des NTC, un modèle micromécanique à deux paramètres d'agglomération est utilisé. Dans ce travail de recherche, un modèle continu

équivalent basé sur l'approche Eshelby–Mori–Tanaka est employé pour estimer la loi constitutive effective du milieu élastique isotrope (matrice) avec des NTC orientés. Les équations du mouvement sont résolues à l'aide de la méthode de quadrature généralisée différentielle (MQDG). L'influence des NTC agglomérés, des paramètres de rigidité de la fondation élastique et de divers paramètres géométriques sur les caractéristiques vibratoires des plaques est étudiée. Les résultats de l'étude démontrent que la méthode utilisée converge rapidement et produit des paramètres de fréquence précis pour les plaques annulaires. L'analyse paramétrique révèle que la distribution symétrique de NTC agglomérés réduit efficacement le paramètre de fréquence par rapport à une distribution uniforme ou asymétrique. De plus, l'étude met en évidence l'impact des paramètres de rigidité de la fondation élastique sur les caractéristiques vibratoires des plaques, ainsi que l'influence des différents paramètres d'agglomération sur les fréquences naturelles. En conclusion, l'étude souligne l'importance des matériaux composites renforcés par des NTC et reposant sur une fondation élastique dans divers domaines de l'ingénierie. Les résultats confirment la précision et la rapidité de convergence de la méthode utilisée, tout en mettant en évidence l'efficacité de la distribution symétrique des NTC agglomérés pour réduire le paramètre de fréquence des plaques sectorielles annulaires. De plus, l'analyse paramétrique met en lumière l'impact significatif des différents paramètres sur les caractéristiques vibratoires des plaques, offrant ainsi des informations précieuses pour la conception et l'ingénierie de ces structures.

L'effet de l'agglomération de NTC à paroi unique (SWCNT) sur les caractéristiques de vibration libre des plaques sandwich a été examiné par (Tahouneh, 2017). Il est supposé que les fractions volumiques des nanotubes de carbone à paroi unique (SWCNT) sont agglomérées de manière aléatoire dans la direction de l'épaisseur. L'approche MT a été utilisée pour estimer les propriétés élastiques matérielles effectives de la plaque sandwich nano-composite. La méthode de quadrature généralisée en 2D (GDQM) a été utilisée pour résoudre les équations du mouvement et mettre en œuvre les différentes conditions aux limites. Les résultats montrent que l'influence de l'agglomération des nanotubes de carbone a un impact significatif sur les propriétés mécaniques et donc les fréquences naturelles des plaques CRNTC-FGS. Il est constaté que, sauf dans certains cas, les structures de type FGS améliorent les caractéristiques vibratoires des CRNTC. Les effets de différentes conditions aux limites, de divers paramètres géométriques, de différents profils de matériau le long de l'épaisseur et des coefficients élastiques de la fondation des plaques rectangulaires sandwich reposant sur une fondation élastique ont été étudiés.

(Craveiro & Loja, 2020) ont étudié le comportement des vibrations libres de plaques nano-composites obtenues en incorporant des distributions fonctionnellement graduées de NTC dans une matrice polymère, en tenant compte de l'effet d'agglomération des nanotubes de carbone. Cet effet est connu pour dégrader les propriétés des matériaux, il est donc important de prédire les conséquences qu'il peut entraîner sur les performances mécaniques des structures. À cette fin, l'estimation des propriétés élastiques est réalisée selon le modèle d'agglomération à deux paramètres basé sur l'approche d'Eshelby-Mori-Tanaka pour des nano-inclusions dispersées de manière aléatoire. La méthode utilisée dans l'étude comprend l'utilisation de modèles d'éléments finis pour l'analyse des vibrations libres, l'évaluation des propriétés mécaniques des composites renforcés par des nanotubes de carbone à l'aide du modèle d'agglomération Eshelby-Mori-Tanaka (EMT) et la comparaison des résultats avec des données expérimentales. Les résultats montrent que l'EMT est en accord avec la littérature antérieure et que la distribution des NTCs a un impact significatif sur les fréquences naturelles des plaques. Trois principaux cas d'agglomération ont été considérés, à savoir l'absence d'agglomération, l'agglomération complète et l'agglomération partielle. De plus, les effets des différentes distributions de fractions volumiques de NTC et des conditions aux limites sur les fréquences naturelles sont examinés. Les résultats montrent que l'effet d'agglomération a un impact négatif sur les fréquences naturelles des plaques, quelle que soit la distribution de NTC considérée. Pour les formes de mode de vibration correspondantes, l'effet d'agglomération a été démontré, dans la plupart des cas, de ne pas avoir un impact significatif, sauf pour deux des cas étudiés : pour une plaque carrée et une plaque rectangulaire avec une distribution symétrique (SFG) et asymétrique (USFG) de NTC, respectivement. Globalement, les résultats confirment que ne pas tenir compte de l'effet d'agglomération des nanotubes peut conduire à des prédictions moins précises des propriétés élastiques et des performances des structures. Dans cette étude, les auteurs ont conclu que :

- Étant donné que les NTCs ont tendance à s'agglomérer pour des fractions volumiques relativement faibles, cela conduit à une conclusion importante, à savoir que ne pas prendre en compte l'effet de l'agglomération des NTCs pourrait conduire à une surestimation des propriétés élastiques du CRNTC, entraînant ainsi une prédiction moins précise du comportement de la structure.
- Pour toutes les distributions de NTC dans des situations non agglomérées, les fréquences naturelles de ces structures étaient toujours plus élevées par rapport aux

résultats pour la même distribution de nanotubes de carbone sous une condition d'agglomération, qu'elle soit complète ou partielle.

- Pour tous les cas considérés, c'est-à-dire aucune agglomération, trois états différents d'agglomération complète et les deux états différents d'agglomération partielle, la distribution SFG des nanotubes de carbone le long de l'épaisseur a fourni des fréquences naturelles plus élevées, en comparaison avec les deux autres distributions considérées pour le même état d'agglomération. Cela se produit en raison de la concentration plus élevée de NTC dans les régions de contraintes de flexion élevées.
- Les résultats des études d'agglomération complète démontrent également que la diminution du paramètre d'agglomération détériore le comportement des vibrations libres de ces structures, entraînant des fréquences naturelles plus basses pour toutes les distributions considérées.
- Lors de la considération de l'agglomération partielle des nanotubes de carbone dans les plaques CRNTC-FG, plus le paramètre d'agglomération est élevé, plus les fréquences naturelles sont basses pour les distributions de nanotubes de carbone considérées.

(Kamarian et al., 2016) ont réalisé une analyse des vibrations libres de coques coniques renforcées par des NTCs agglomérés. Les propriétés mécaniques effectives du matériau de la coque conique nano-composite sont estimées en utilisant l'approche d'Eshelby-Mori-Tanaka basée sur une hypothèse de fibre équivalente. Les résultats numériques sont comparés aux données expérimentales disponibles dans la littérature. Les équations du mouvement sont élaborées en se basant sur la théorie de la déformation transversale du premier ordre (FSDT). Les équations différentielles du mouvement pour la coque conique orthotrope sont résolues à l'aide de la méthode de quadrature généralisée différentielle (QDG). L'étude explore l'influence de divers paramètres caractéristiques sur le comportement vibratoire de la coque CRNTC, notamment la fraction volumique des NTC, l'agglomération, les conditions aux limites et les paramètres géométriques tels que le rapport épaisseur sur rayon. Les résultats numériques montrent que les paramètres d'agglomération peuvent affecter significativement les fréquences naturelles de la structure. La fraction volumique de NTC et les paramètres d'agglomération ont un impact important sur les fréquences fondamentales de la structure, et le nombre d'ondes le plus bas ne garantit pas nécessairement la fréquence la plus basse. De plus, le paramètre sans dimension géométrique h/R_2 ratio, les conditions aux limites, jouent un rôle important sur le nombre d'ondes correspondant aux fréquences fondamentales.

L'utilisation de la nanotechnologie dans les matériaux en béton est un domaine de recherche en pleine expansion, offrant des possibilités d'amélioration des propriétés mécaniques et structurelles des structures en béton. (Zamanian et al., 2017) ont étudié le comportement de flambage non linéaire de colonnes de béton encastrées renforcées par des nanoparticules de SiO₂, en tenant compte des effets d'agglomération et des caractéristiques du composite équivalent. Les caractéristiques du composite équivalent ont été déterminées en utilisant l'approche Mori-Tanaka. La colonne a été simulée mathématiquement à l'aide des modèles de poutres d'Euler-Bernoulli et de Timochenko, et la fondation a été simulée à l'aide d'une couche de ressort et de cisaillement. Les équations qui régissent le comportement de flambage ont été déterminées à l'aide de la méthode énergétique et du principe de Hamilton. La méthode de quadrature différentielle (MQD) a été utilisée pour obtenir la charge de flambement de la structure. Des résultats numériques ont été obtenus en utilisant la méthode de quadrature différentielle et les influences du pourcentage en volume des nanoparticules de SiO₂, des paramètres géométriques et de l'agglomération sur le flambement de la colonne ont été étudiées. Les résultats numériques montrent que la prise en compte des effets d'agglomération entraîne une diminution de la charge de flambement de la structure.

(Ghorbanpour Arani & Zamani, 2018) ont étudié l'analyse de flexion de poutres nanocomposites reposant sur une fondation modifiée à variables multiples du modèle de Vlasov (MVMF) en tenant compte de l'agglomération et de la distribution des nanotubes de carbone. L'approche Eshelby-Mori-Tanaka est utilisée pour déterminer l'influence de l'agglomération des NTCs sur les propriétés élastiques de la poutre. Les équations différentielles sont déduites en utilisant le principe de l'énergie potentielle minimale et la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli. Les équations différentielles du quatrième ordre sont résolues analytiquement pour obtenir les déplacements transversaux et les contraintes de flexion de la poutre. L'étude fournit des déplacements transversaux et des contraintes de flexion pour différents paramètres d'agglomération, conditions aux limites et fondations élastiques. Les résultats démontrent l'exactitude de l'analyse, l'influence des paramètres d'agglomération et de la fraction volumique de nanotubes de carbone, ainsi que la convergence du paramètre dans la technique itérative. Enfin, ils ont comparé les déplacements transversaux et les contraintes de flexion pour différents paramètres d'agglomération, diverses conditions aux limites simultanément et une fondation élastique variable sans nécessité d'instaurer des valeurs pour le paramètre de fondation.

(Soleymani et al., 2022) ont exploré l'influence de l'agglomération des nanotubes de carbone sur le comportement au flambement de coques cylindriques multicouches composites NTCs/fibre/polymère/métal soumises à une pression hydrostatique. Les propriétés élastiques équivalentes des coques cylindriques multicouches NTCs/fibre/polymère/métal (CNTFPML) ont été obtenues en utilisant l'approche d'Eshelby-Mori-Tanaka, en tenant compte des effets de dispersion et d'agglomération. Principalement, les NTCs ont été ajoutés à la matrice polymère, puis cette nouvelle matrice a été renforcée par des matériaux de fibres de carbone ou de verre. Enfin, la couche composite a été assemblée avec des couches métalliques et une coque hybride a été préparée. La précision de la méthode appliquée a été validée par la méthode des éléments finis et des tests expérimentaux sur des cylindres composites carbone/époxy et verre/époxy soumis à une pression hydrostatique. Les équations différentielles ont été dérivées selon la première approximation de la théorie des coques de Kirchhoff-Love et résolues par une combinaison des méthodes de Galerkin et d'expansion en séries de Fourier. Ces chercheurs ont démontré que divers facteurs tels que l'agglomération des NTC, la fraction massique et volumique des NTC et le type de matériaux fibreux utilisés ont un impact significatif sur la charge de flambage critique des coques composites multiphasiques.

En considérant l'effet d'agglomération des nanotubes de carbone, des analyses de fréquence naturelle de cylindres nano-composites CRNTC-FG ont été rapportées dans [(Moradi-Dastjerdi et al., 2013) ; (Pourasghar & Kamarian., 2013)]. On observe que la distribution et l'orientation des nanotubes de carbone agglomérés ont un effet significatif sur la rigidité effective et le paramètre de fréquence des cylindres composites. (Tahouneh & Naei, 2017) ont utilisé la théorie de l'élasticité tridimensionnelle (3D) pour évaluer la réponse de vibration libre de plaques sandwich CRNTC-FG en modélisant l'effet d'agglomération des NTCs orientés de manière aléatoire. (Thomas & Roy, 2017) ont étudié les réponses de vibration et d'amortissement de coques renforcées par des NTCs et des fibres de carbone en trois phases en utilisant la méthode des éléments finis (FEM). (Sobhaniaragh et al., 2017) ont examiné des coques cylindriques en céramique renforcées par des amas de NTC et ont rapporté leurs réponses thermoélastiques en utilisant la méthode de la quadrature différentielle généralisée (GDQM). (Thanh et al., 2017), en utilisant une méthode basée sur la théorie de la déformation en cisaillement d'ordre supérieur (HSDT), ont étudié les fréquences naturelles des plaques FG-CRNTC soumises à un environnement thermique et à des charges mécaniques dépendant du temps.

II. Conclusion

Cette revue de littérature offre un aperçu approfondi des recherches menées dans des domaines qui sont proches ou éloignés du sujet de recherche actuel. L'accent a surtout été mis sur les études utilisant des méthodes analytiques ou semi-analytiques telles que la solution de Navier, la méthode de quadrature différentielle QD, la méthode des éléments finis MFE et autres. Un grand nombre de chercheurs ont utilisé le principe de Hamilton pour calculer les équations de mouvement des problèmes considérés. Ce chapitre décrit un état de l'art très riche de l'évolution du renfort NTC pour les structures en vibrations, ainsi que ses avantages et inconvénients. Vu la naissance récente d'un nouveau matériau composite renforcé par des NTCs (CRNTC-FG) et son utilisation dans cette thèse, une brève revue bibliographique du développement de ce matériau est présentée. Une série d'hypothèses de déformation concernant le comportement de ce type de matériau composite CRNTC ont été développées en se basant sur des travaux existants. Ils serviront de point de départ pour la création d'un modèle de comportement pour la mise en forme présenté dans les chapitres 4 et 5. Il a été confirmé que le changement de fraction volumique des CNTs améliore considérablement les caractéristiques de flexion, de flambement et de vibration de la structure CRNTC-FG.

Chapitre IV: Analyse de la vibration libre des
poutres NTCs-FG par la méthode MEF-QD

Ce chapitre est réservé à la modélisation des poutres CRNTC en vibration libre par une nouvelle méthode numérique MEF-QD. Elle se base sur la formulation de la méthode des éléments finis FEM couplée avec la méthode de quadrature différentielle QD.

I. Introduction

Chaque théorie appliquée à la résolution des problèmes de la mécanique des milieux continus vise à effectuer un calcul approximatif des grandeurs généralisées. Ceci repose sur un système d'équations d'équilibre, de compatibilité et de conditions aux limites définies sur les bords de la structure. Ces formulations sont complétées par une loi de comportement qui établit une relation entre les contraintes et les déformations généralisées.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'analyse des vibrations libres des poutres composites renforcées de nanotubes de carbone CRNTC à l'aide d'une théorie de déformation en cisaillement d'ordre supérieur raffinée RHSDT. Le modèle utilisé dans cette étude prend en compte les effets de déformation par cisaillement sans avoir besoin de facteurs de correction de cisaillement et satisfait aux conditions d'absence de contrainte de cisaillement sur les bords libres. Les nanotubes de carbone sont incorporés dans une matrice polymère présentant une distribution fonctionnellement graduée sur toute l'épaisseur de la poutre et leurs propriétés matérielles sont déterminées à l'aide de la loi du mélange. Les équations différentielles du mouvement sont dérivées à l'aide du principe de Lagrange, puis résolues à l'aide de la méthode des éléments finis en quadrature différentielle (MEF-QD). Les résultats obtenus sont validés par rapport à la littérature existante et une étude paramétrique est menée pour étudier les effets de divers paramètres géométriques et matériels sur le comportement vibratoire des poutres.

II. Configuration géométrique et propriétés matérielles de la poutre CRNTC-FG

Considérons une poutre en CRNTC d'épaisseur « h », largeur « b » et longueur « L » dans les sens x et z respectivement, comme montré dans la figure (IV-1 a). Cette poutre est constituée d'un mélange de matrice polymère isotrope et de SWCNTs (10, 10). Quatre modèles différents de la distribution des renforts à travers l'épaisseur sont pris en considération dans cette étude, comme indiqué dans la figure (IV-1 b), (poutre UD, poutre O, poutre X et poutre V).

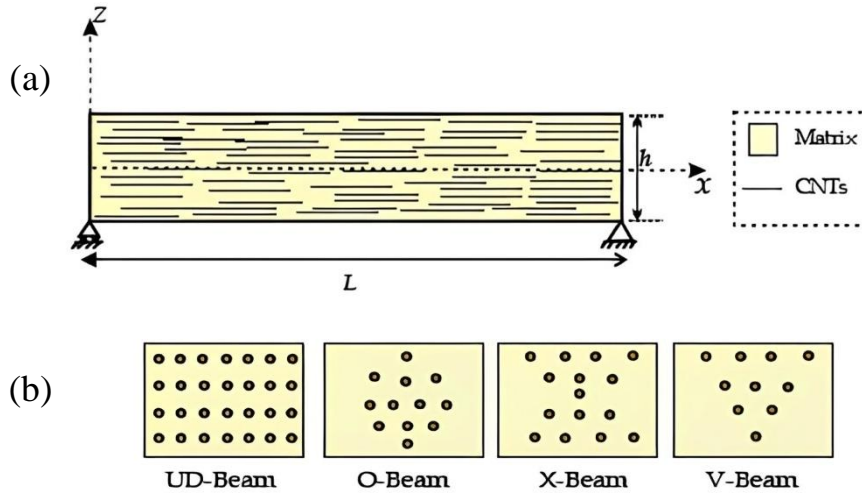


Figure IV-1 : (a) ; Géométries des poutres composites renforcées par des NTCs
(b) ; les différents modèles de distributions des renforts

Les propriétés mécaniques de la poutre CRNTC peuvent être déterminées en appliquant la loi du mélange permettant d'obtenir les modules effectifs de Young et de cisaillement des poutres CRNTC (Wattanasakulpong et Ungbhakorn, 2013).

$$E_{11} = \eta_1 V_{cnt} E_{11}^{cnt} + V_p E^p \quad \text{(IV-1)}$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cnt}}{E_{22}^{cnt}} + \frac{V_p}{E^p} \quad \text{(IV-2)}$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cnt}}{G_{12}^{cnt}} + \frac{V_p}{G^p} \quad \text{(IV-3)}$$

Où E_{11} , E_{22} et G_{12} sont le module de Young du composite et le module de cisaillement du composite respectivement. E_{11}^{cnt} , E_{22}^{cnt} et G_{12}^{cnt} sont respectivement le module de Young et le module de cisaillement des SWCNT. En outre, E^p et G^p indiquent les propriétés correspondantes de la matrice de polymères. Sur la base des simulations de dynamique moléculaire MD données par (Yas & Samadi, 2012 ; Han & Elliott, 2007), trois paramètres d'efficacité (η) ont été anticipés pour saisir les propriétés de la poutre. Ces paramètres sont dépendants du polymère PMMA et de SWCNT. Le tableau IV-1 montre les paramètres d'efficacité associés à la fraction volumique V_{cnt} .

Tableau IV-1: Les paramètres d'efficacité (η) PMMA/SWCNT (10,10) (Yas & Samadi, 2012)

V_{cnt}^*	η_1	$\eta_2 = \eta_3$
$V_{cnt}^* = 0.12$	1.2833	1.0556
$V_{cnt}^* = 0.17$	1.3414	1.7101
$V_{cnt}^* = 0.28$	1.3238	1.7380

Autres propriétés en termes de la densité de masse et du coefficient de Poisson, ceux-ci peuvent être définis comme :

$$v = V_{cnt}v^{cnt} + V_p v^p; \quad \rho = V_{cnt}\rho^{cnt} + V_p\rho^p \quad \text{(IV-4)}$$

Où V_{cnt} et V_p sont les fractions volumiques de NTC et la matrice en polymère, respectivement.

Pour les différents types de la distribution des NTCs à l'intérieur des sections transversales de la matrice polymère, comme il est représenté dans la Figure IV-1 b, les fonctions mathématiques utilisées pour montrer les distributions de constituants matériels sont exprimées dans le tableau IV-2.

Tableau IV-2: Les différentes formes de la fraction volumique des NTCs et leur formule correspondante

Types de distribution des NTC	V_{cnt}
UD CRNTC	$V_{cnt} = V_{cnt}^*$
FG-V CRNTC	$\left(1 + 2\frac{z}{h}\right)V_{cnt}^*$
FG-O CRNTC	$2\left(1 - 2\frac{ z }{h}\right)V_{cnt}^*$
FG-X CRNTC	$4\frac{ z }{h}V_{cnt}^*$

Où V_{cnt}^* : est la fraction volumique considérée du NTCs. Elle est déterminée à partir de la relation suivante :

$$V_{cnt}^* = \frac{W_{cnt}}{W_{cnt} + (\rho^{cnt}/\rho^m)(1 - W_{cnt})} \quad \text{(IV-5)}$$

Avec W_{cnt} est la fraction massique des nanotubes de carbone dans la poutre nanocomposite.

III. Formulation Théorique

III.1 Cinématique et Equations du mouvement

Basé sur l'approche théorique raffinée de déformation en cisaillement d'ordre supérieur des poutres (RHSDT), le champ raffiné de déplacement est constitué du déplacement axial u , et de deux composantes de déplacement transversal ; w_b et w_s sont écrit sous les formes suivantes (Thai & Vo, 2012) ; (Bekhadda et al., 2019a) :

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{dw_b}{dx} - f(z) \frac{dw_s}{dx} \quad (\text{IV-6a})$$

$$v(x, z, t) = 0 \quad (\text{IV-6b})$$

$$w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \quad (\text{IV-6c})$$

Où u_0 est le déplacement axial dans le plan médian de la poutre CRNTC selon direction x ; w_b et w_s sont respectivement les composantes du déplacement transversal due à la flexion et du cisaillement dans la direction z .

Les composantes de déformation associées au champ de déplacement basé sur le RHSDT peuvent être obtenues comme suit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du_0}{dx} - z \frac{d^2w_b}{dx^2} - f(z) \frac{d^2w_s}{dx^2} \quad (\text{IV-7})$$

$$\gamma_{xz} = g(z) \frac{dw_s}{dx}$$

Tel que
$$f(z) = z - \frac{h}{dx} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right), g(z) = 1 - \frac{df(z)}{dz} \quad (\text{IV-8})$$

Avec $f(z)$ est la fonction de cisaillement transversal (gauchissement) et $g(z)$ sa dérivé.

III.2 Relations constitutives

En supposant que le comportement de la poutre CRNTC est élastique et isotrope, les relations constitutives peuvent être exprimées comme suit :

$$\sigma_x(z) = Q_{11}(z) \varepsilon_x \quad (\text{IV-9})$$

$$\tau_{xz}(z) = Q_{55}(z) \gamma_{xz}$$

À partir des caractéristiques du matériau établies par la loi de mélange, les coefficients de rigidité sont définis comme suit :

$$Q_{11}(z) = \frac{E(z)}{1 - \nu^2}, \quad Q_{55}(z) = G_{12}(z) \quad (\text{IV-10})$$

III.3 Les équations du mouvement

III.3.1. Principe de Lagrange

En appliquant le principe de Lagrange, on peut obtenir les équations du mouvement. Le principe peut être écrit sous une forme analytique comme suit (Bensaid et Saimi, 2021):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (\text{IV-11})$$

Où q_i représente les coefficients inconnus (u_i , w_{bi} et w_{si}) ; L est lagrangien.

L'expression de la variation de l'énergie de déformation de la poutre est donnée par :

$$U_e^B = \frac{1}{2} \int_{V_e} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} dV$$

$$U_e^B = \frac{1}{2} \int_{V_e} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} dV \quad (\text{IV-12})$$

$$U_e^B = \frac{1}{2} b \int_0^l \left\{ \begin{bmatrix} \frac{du_0}{dx} \\ \frac{d^2 w_b}{dx^2} \\ \frac{d^2 w_s}{dx^2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & I_3 \\ I_2 & I_5 & I_4 \\ I_3 & I_4 & I_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{du_0}{dx} \\ \frac{d^2 w_b}{dx^2} \\ \frac{d^2 w_s}{dx^2} \end{bmatrix} + \frac{dw_s}{dx} I_7 \frac{dw_s}{dx} \right\} dx$$

$$U_e^B = \frac{1}{2} b \int_0^l \left[\left(I_1 \frac{d^2 u_0}{dx^2} + 2I_2 \frac{du_0}{dx} \frac{d^2 w_b}{dx^2} + 2I_3 \frac{du_0}{dx} \frac{d^2 w_s}{dx^2} + 2I_4 \frac{d^2 w_b}{dx^2} \frac{d^2 w_s}{dx^2} \right. \right. \quad (\text{IV-13})$$

$$\left. \left. + I_5 \frac{d^2 w_b}{dx^2} \frac{d^2 w_b}{dx^2} + I_6 \frac{d^2 w_s}{dx^2} \frac{d^2 w_s}{dx^2} + I_7 \frac{dw_s}{dx} \frac{dw_s}{dx} \right) \right] dx$$

Où V_e est le volume de l'élément ; $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7$ sont les coefficients de la rigidité de la poutre, définis comme suit :

$$(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{11} \{1, z, f, zf, z^2, f^2\} dz \quad (\text{IV-14})$$

$$I_7 = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{55} g^2 dz$$

L'expression de la variation de l'énergie cinétique de la poutre CRNTC-FG est donnée par :

$$\begin{aligned}
 T_e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho_f (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dV \\
 T_e &= \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho_f \left[\left\{ \dot{u}_0 - z\dot{w}_b - f(z) \frac{d\dot{w}_s}{dx} \right\}^2 + (\dot{w}_b^2 + \dot{w}_s^2) \right] dV \\
 T_e &= \frac{1}{2} b \int_0^l \left\{ \begin{bmatrix} \dot{u}_0 \\ \dot{w}_b \\ \dot{w}_s \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ J_2 & J_5 & J_4 \\ J_3 & J_4 & J_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_0 \\ \dot{w}_b \\ \dot{w}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{w}_b \\ \dot{w}_s \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} J_1 & J_1 \\ J_1 & J_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w}_b \\ \dot{w}_s \end{bmatrix} \right\} dx \quad \text{(IV-15)} \\
 T_e &= \frac{1}{2} b \int_0^l \left[J_1 (\dot{u}_0^2 + \dot{w}_b^2 + \dot{w}_s^2 + 2\dot{w}_b \dot{w}_s) - 2J_2 \dot{u}_0 \frac{d\dot{w}_b}{dx} - 2J_3 \dot{u}_0 \frac{d\dot{w}_s}{dx} \right. \\
 &\quad \left. + 2J_4 \frac{d\dot{w}_b}{dx} \frac{d\dot{w}_s}{dx} + J_5 \left(\frac{d\dot{w}_b}{dx} \right)^2 + J_6 \left(\frac{d\dot{w}_s}{dx} \right)^2 \right] dx
 \end{aligned}$$

Où le point dessus désigne la dérivée par rapport à la variable temporelle t , et $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6$ sont les moments d'inertie de masse, définis comme suit :

$$(J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6) = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \{1, z, f, zf, z^2, f^2\} dz \quad \text{(IV-16)}$$

III.3.2. Procédure de solution basée sur la formulation mathématique par la méthode MEF-QD

III.3.2.1. Formulation de la méthode de Quadrature Différentielle MQD

La solution numérique des équations différentielles joue un rôle considérable dans les domaines de l'ingénierie. Les règles de quadrature différentielle permettent d'approximer les dérivées d'une fonction en fonction en utilisant une somme linéaire pondérée des variables du champ le long d'une ligne passant par le point. Pour les fonctions de base polynomiales QD, un ensemble de polynômes de Lagrange est utilisé comme fonction de test.

Par conséquent, pour une fonction $f(x)$ de variable x sa dérivée de l'ordre n dans un point discret x_i peut être exprimée comme :

$$\frac{\partial^n f(x; t)}{\partial x^n} = \sum_{j=1}^N A_{ij}^{(n)} f(x_j, t) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad \text{(IV-17)}$$

Où $A_{ij}^{(n)}$ est le coefficient de pondération associé à la nième dérivée, et pour $n = 1$, le coefficient de pondération est obtenu comme suit :

$$A_{ij}^{(1)} = \frac{M(x_i)}{(x_i - x_j)M(x_j)} \quad i \neq j, j = 1, 2, \dots, N \quad (\text{IV-18})$$

$$A_{ii}^{(1)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ij}^{(1)} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

avec

$$M(x_i) = \prod_{k=1, k \neq i}^N (x_i - x_k) \quad (\text{IV-19})$$

$$M(x_j) = \prod_{k=1, k \neq i}^N (x_j - x_k)$$

Si $n > 1$, les dérivées secondaires et d'ordre supérieur (jusqu'à la nième dérivée), les coefficients de pondération sont déterminés à l'aide de la relation itérative simple suivante :

$$A_{ij}^{(n)} = n \left(A_{ij}^{(1)} * A_{ii}^{(n-1)} - \frac{A_{ij}^{(n-1)}}{(x_i - x_j)} \right) \quad i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, N, n > 1 \quad (\text{IV-20})$$

$$A_{ii}^{(n)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij}^{(n)} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

III.3.2.2. Formulation de la méthode de Quadrature de Gauss-Lobatto

La théorie de la méthode de quadrature de Gauss-Lobatto peut être trouvée dans la littérature mathématique. Cette méthode présente le degré de précision $(2n - 3)$ pour la fonction $f(x)$ définie dans $[-1, 1]$ est la suivante :

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{j=1}^N C_j f(x_j) \quad (\text{IV-21})$$

Avec le coefficient de pondération C_j du Gauss-Lobatto, l'intégration est donnée par :

$$C_1 = C_N = \frac{2}{N(N-1)}, \quad C_j = \frac{2}{N(N-1)[P_{N-1}(x_j)]^2} \quad (j \neq 1, N) \quad (\text{IV-22})$$

x_j est le zéro ($j - 1$) de la dérivée première de $P_{N-1}(x)$. Pour résoudre les racines du polynôme de Legendre, nous utilisons la formule de récursivité comme équations (IV-23) et (IV-24). Il est facile d'obtenir des milliers de racines.

$$P_{N+1}(x) = \frac{2N + 1}{N + 1} x P_N(x) - \frac{N}{N + 1} P_{N-1}(x) \quad (\text{IV-23})$$

avec $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$. La nième dérivée du polynôme de Legendre peut être trouvée par :

$$P_{N+1}^{(n)}(x) = x P_N^{(n)}(x) + (N + n) P_N^{(n)}(x) \quad (\text{IV-24})$$

Pour obtenir une population plus dense près des limites (bonne répartition des points proches des conditions aux limites), les points d'échantillonnage sont sélectionnés selon la distribution de la grille des nœuds Gauss-Lobatto.

$$x_j = -\cos\left(\frac{j - 1}{N - 1} \pi\right) \quad (\text{IV-25})$$

Les nœuds Gauss-Lobatto sont résolus avec la méthode d'itération Newton-Raphson.

$$x^{iT+1} = x^{iT} - F'(x^{iT})^{-1} F(x^{iT}), \quad iT = 0, 1, \dots \quad (\text{IV-26})$$

Où
$$x = [x_2, x_3, \dots, x_{N-1}]^T \quad (\text{IV-27})$$

$$F(x) = [f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_{N-1})]^T \quad (\text{IV-28})$$

$$F'(x) = \left[\frac{\partial f(x_j)}{\partial x_i} \right]_{(N-2) \times (N-2)} \quad (\text{IV-29})$$

$$f(x_j) = \sum_{k=1, k \neq j}^N \frac{1}{x_j - x_k} \quad j = 2, 3, \dots, N - 1 \quad (\text{IV-30})$$

$$\frac{\partial f(x_j)}{\partial x_i} = \begin{cases} - \sum_{k=1, k \neq j}^N \frac{1}{(x_j - x_k)^2}, & (i = j) \\ \frac{1}{(x_j - x_k)^2}, & (i \neq j) \end{cases} \quad (\text{IV-31})$$

Ici, k est la valeur de x à l'étape iT^{th} d'itération. Cette méthode est moins sensible à la valeur initiale. Les valeurs données par l'équation (IV-25) sont utilisées comme valeurs initiales.

III.3.2.3. Formulation de la méthode des Eléments Finis Quadrature Différentielle MEF-QD

La méthode des éléments finis (MEF) est considérée comme un outil efficace pour la solution numérique, utilisée dans un large éventail de problèmes d'ingénierie. Cependant, cette méthode présente parfois des lacunes en termes de convergence, de vitesse de calcul et d'instabilité numérique. Actuellement, il est nécessaire de coupler cette méthode avec d'autres méthodes numériques ou semi-numériques afin de la rendre plus robuste, stable et rapide dans le calcul. La méthode des éléments finis de quadrature différentielle a été développée par (Xing et Liu, 2009), dont les règles de quadrature différentielle et la quadrature de Gauss-Lobatto sont utilisées pour discrétiser les énergies du système. En supposant que la fonction de déflexion est :

$$u(x) = \sum_{i=1}^N L_i(x)u_i$$

$$w(x) = \sum_{i=1}^N L_i(x)w_i$$
(IV-32)

Avec L_i est le polynôme de Lagrange, $u_i = u(x_i)$ et $w_i = w(x_i)$ sont les déplacements des points de quadrature de Gauss Lobatto ou les déplacements des nœuds de QD de l'élément fini de la poutre.

En utilisant la méthode de QD et la quadrature de Gauss-Lobatto, les équations pour l'énergie cinétique et l'énergie de déformation (IV 12-15) peuvent être écrites comme suit :

$$T_e = \frac{1}{2} b [J_1 ([\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] \dot{u}_0^2 + [\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] \dot{w}_b^2 + [\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] \dot{w}_s^2$$

$$+ 2[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] \dot{w}_b \dot{w}_s) - 2J_2 [\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \dot{u}_0 \dot{w}_b$$

$$- 2J_3 [\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \dot{u}_0 \dot{w}_s$$

$$+ 2J_4 [\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \dot{w}_s \dot{w}_b$$

$$+ J_5 [\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \dot{w}_b^2$$

$$+ J_6 [\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \dot{w}_s^2]$$
(IV-33)

$$\begin{aligned}
 U_e^B = & \frac{1}{2} b I_1 \left[u_0^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1} u_0 \right] + \\
 & 2I_2 \left[u_0^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1} w_b \right] + 2I_3 \left[u_0^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1} w_s \right] + \\
 & 2I_4 \left[w_b^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \right] + 2I_4 \left[w_b^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1} w_s \right] + \quad \text{(IV-34)} \\
 & I_5 \left[w_b^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1} w_b \right] + I_6 \left[w_s^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1} w_s \right] + \\
 & I_7 \left[w_s^T \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1} w_s \right]
 \end{aligned}$$

avec $A^{(1)}$ et $A^{(2)}$ sont les matrices des coefficients de pondération (obtenus à partir de la méthode QD) pour la première et le deuxième dérivé, respectivement calculées à l'aide des équations (18-20) pour les nœuds de Gauss-Lobatto.

$$C = \text{diag}[C_1 C_2 \dots C_N] \quad \text{(IV-35)}$$

Où C_j sont les coefficients de pondération de l'intégration de Gauss-Lobatto.

$$\bar{u}^T = [u_1 u_2 \dots u_N] \quad \text{(IV-36)}$$

$$\bar{w}^T = [w_1 w_2 \dots w_N]$$

Afin de construire un élément qui satisfait aux exigences de continuité entre les éléments, les vecteurs de déplacement des éléments doivent être :

$$u^T = [u_1 u_3' u_3 \dots u_{N-2} u_N u_N'] \quad \text{(IV-37)}$$

$$w^T = [w_1 w_3' w_3 \dots w_{N-2} w_N w_N']$$

La relation entre u et w est définie en utilisant la méthode DQ :

$$u = Q \bar{u}, \quad w = Q \bar{w} \quad \text{(IV-38)}$$

Où

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_{1,1}^{(1)} & A_{1,2}^{(1)} & A_{1,3}^{(1)} & \dots & A_{1,N-1}^{(1)} & A_{1,N}^{(1)} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ A_{N,1}^{(1)} & A_{N,2}^{(1)} & A_{N,3}^{(1)} & \dots & A_{N,N-1}^{(1)} & A_{N,N}^{(1)} \end{bmatrix} \quad \text{(IV-39)}$$

Toutes les formes de distribution de nœuds pour la différenciation et la quadrature sont $[-1, 1]$. Par conséquent, afin de les appliquer en pratique, les modifications suivantes doivent être apportées aux matrices différentielles et en quadrature :

$$\bar{C} = \frac{l_e}{2} C, \quad \bar{A}^{(1)} = \frac{2}{l_e} A^{(1)}, \quad \bar{A}^{(2)} = \frac{4}{l_e} A^{(2)} \quad (\text{IV-40})$$

avec l_e est la longueur de l'élément de poutre.

Les matrices de globales du système sont obtenues selon les règles FEM pour l'assemblage de matrices élémentaires ;

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_0(t) \\ \ddot{w}_b(t) \\ \ddot{w}_s(t) \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} u_0(t) \\ w_b(t) \\ w_s(t) \end{Bmatrix} = [0] \quad (\text{IV-41})$$

La matrice de masse élémentaire obtenue avec (MEF-QD) :

$$[M] = \begin{bmatrix} J_1[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] & -J_2[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & -J_3[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \\ -J_2[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & J_1[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] + J_5[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & J_1[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] + J_4[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \\ -J_3[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & J_1[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] + J_4[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & J_1[\bar{Q}^{-T} \bar{C} \bar{Q}^{-1}] + J_6[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \end{bmatrix} \quad (\text{IV-42})$$

La matrice de rigidité élémentaire obtenue avec (MEF-QD) :

$$[K] = \begin{bmatrix} I_1[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & I_2[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1}] & I_3[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1}] \\ I_2[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & I_5[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1}] & I_4[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1}] \\ I_3[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] & I_4[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1}] & I_6[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(2)T} \bar{C} \bar{A}^{(2)} \bar{Q}^{-1}] + I_7[\bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1}] \end{bmatrix} \quad (\text{IV-43})$$

III.3.3. Équation du mouvement élémentaire

En appliquant le principe de Lagrange Équation (IV-11) au système discrétisé par la méthode MEF-QD montrée ci-dessus, nous obtenons le système d'équations différentielles suivant :

$$[M^e]\{\ddot{q}\} + [K^e]\{q\} = [0] \quad (\text{IV-44})$$

Avec ;

- $[M^e]$ et $[K^e]$ sont la matrice de masse élémentaire et la matrice de rigidité élémentaire, respectivement.

- $\{\ddot{q}\}$ et $\{q\}$ sont les vecteurs globaux d'accélération et de déplacement adaptés à la connectivité DQFEM, respectivement.
- Considérant $[M]$ et $[K]$ les matrices globales après l'assemblage de la masse et de la rigidité, respectivement, donc l'équation différentielle du mouvement devient :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = [0] \quad \text{(IV-45)}$$

L'assemblage des matrices globales est similaire à celui de la version classique de la méthode des éléments finis pour assurer la compatibilité en déplacement et en rotation aux nœuds des éléments adjacents. Dans l'application actuelle de MEF-QD, les conditions aux limites sont appliquées de la même manière que dans la version h-p de la méthode des éléments finis.

IV. Résultats et discussion

Dans cette partie, des résultats numériques sont présentés pour analyser et discuter le comportement de vibration libre des poutres composites CRNTC-FG, en considérant différents types de conditions aux limites, notamment : appuis simple-appuis simple (A-A), encastres-encastres (E-E), encastres-libres (E-L) et encastres-appuis simple (E-A). Tout d'abord, une étude de validation est réalisée pour démontrer l'exactitude du modèle actuel. Ensuite, une étude paramétrique est effectuée pour étudier l'influence de divers paramètres physiques et géométriques. La matrice utilisée dans cette étude est de polymères (méthacrylate de méthyle), appelés PMMA.

Les caractéristiques de la poutre CRNTRC-FG utilisée dans cette étude sont données comme suit : (Shen, 2009 ; Yas et Samadi, 2012)

Matrice de polymère : $E_m = 2.5 \text{ GPa}$; $\nu_m = 0.3$; $\rho_m = 1190 \text{ Kg/m}^3$

Renfort SWCNT (10, 10) : $\nu_{cnt} = 0.19$; $\rho_{cnt} = 1400 \text{ Kg/m}^3$; $E_{11}^{cnt} = 600 \text{ Gpa}$; $E_{22}^{cnt} = 10 \text{ Gpa}$; $G_{12}^{cnt} = 17.2 \text{ Gpa}$.

Les résultats de la vibration libre doivent être présentés sous la forme sans dimension comme

$$\bar{\omega} = \omega L \sqrt{\frac{I_{00}}{A_{110}}} \quad \text{(IV-46)}$$

Avec $A_{110} = E_m \cdot h$ et $I_{00} = \rho_m \cdot h$ sont les moments d'inerties d'une poutre constituée d'un matériau matriciel pur.

IV.1 Convergence et validation (étude comparative) des résultats de la vibration libre

IV.1.1. Convergence

Le tableau IV-3 consiste à trouver le nombre approprié de termes (nombre d'éléments N_e et de points d'échantillonnage N) dans la méthode des éléments finis en quadrature différentielle (MEF-QD) pour le degré de convergence associé au premier mode de la fréquence propre $\bar{\omega}$ des poutres composites CRNTC-FG. Différentes fractions volumiques de nanotubes de carbone ($V_{cnt}^* = 0.12, 0.17$ et 0.28) immergés (renforcées) dans la matrice époxy avec différentes formes de renforcement y compris (UD-, -O, -X, -V). On observe que le degré de convergence de la fréquence propre fondamentale est très rapide en utilisant uniquement $N_e = 4$ et $N = 10$. De plus, le choix de la combinaison du nombre d'échantillons N avec le nombre d'éléments N_e est libre, ce qui signifie que n'importe quelle combinaison peut être choisie, de sorte que plus la valeur du point d'échantillonnage augmente, plus le résultat sera obtenu convergé.

Tableau IV-3: Résultats de convergence de la première fréquence naturelle des poutres NTCs-FG avec une condition aux limites A-A ($L/h = 5$)

N	4			10			20		
N_e	1			4			9		
Pattern	V_{cnt}^*			V_{cnt}^*			V_{cnt}^*		
	0.12	0.17	0.28	0.12	0.17	0.28	0.12	0.17	0.28
UD	1.6945	2.1650	2.4001	1.6430	2.0951	2.3314	1.6430	2.0951	2.3314
O	1.4867	1.9016	2.2030	1.4300	1.8219	2.1205	1.4300	1.8219	2.1205
X	1.7694	2.2516	2.4365	1.7231	2.1903	2.3759	1.7231	2.1903	2.3759
V	1.6948	2.1669	2.4145	1.6270	2.0730	2.3233	1.6270	2.0730	2.3233

Dans les figures IV-2 et 3, une combinaison du nombre d'échantillonnage N avec le nombre d'éléments N_e ($N_e(i + 1) = N_e(i) + 1$ et $N_e(i + 1) = N_e(i) + 2$) a été utilisée. À chaque itération, un ensemble de points d'échantillonnage et deux éléments supplémentaires ont été ajoutés. On voit que la méthode MEFQD converge rapidement, avec $N = 4$ et $N_e = 1$ comme point de départ de la convergence, les résultats commencent à converger à partir de $N = 6$ et $N_e = 2$, ce qui confirme l'efficacité du modèle proposé. Il donne de bons résultats avec un minimum de raffinement.

Pour avoir un bon accord avec d'autres travaux de la littérature et selon l'étude de convergence du MEFQD utilisée dans cette étude, nous choisirons un nombre d'échantillonnage $N = 10$, et un nombre d'éléments $N_e = 2$ pour les études restantes.

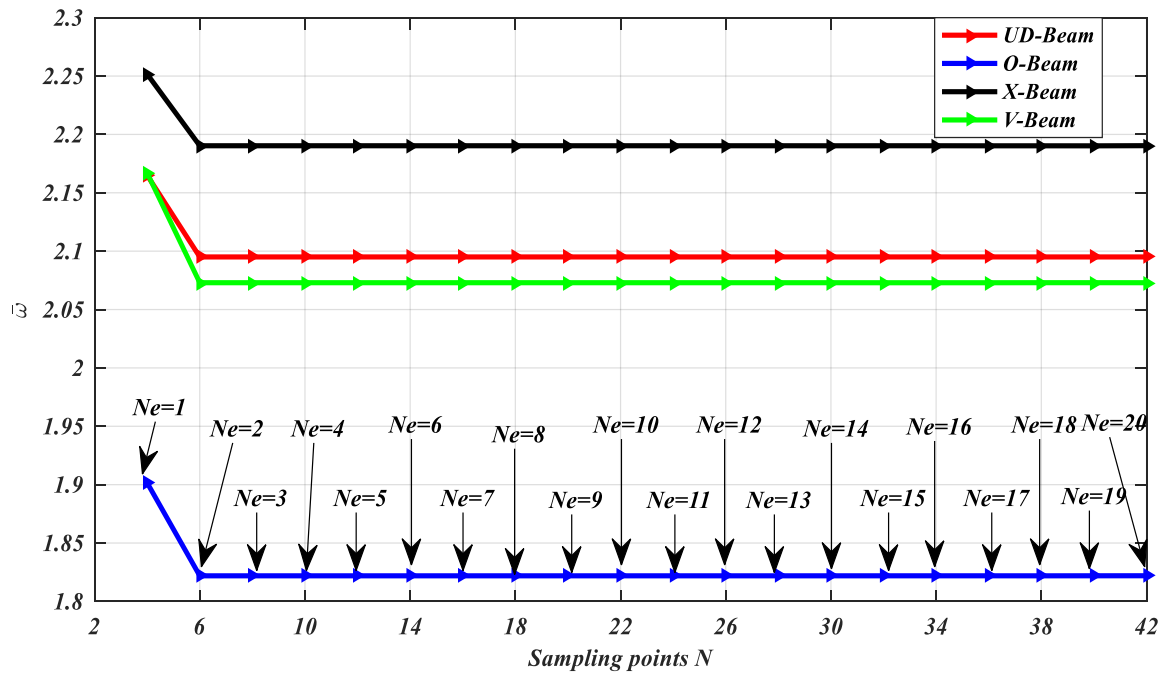


Figure IV-2 : Convergence de la première fréquence des poutres CRNTC-FG en fonction du nombre d'échantillonnage N des nœuds MEFQD et du degré de maillage Ne (nbr d'éléments) $Ne(i) = Ne(i) + 1$ et $N(i) = N(i) + 2$

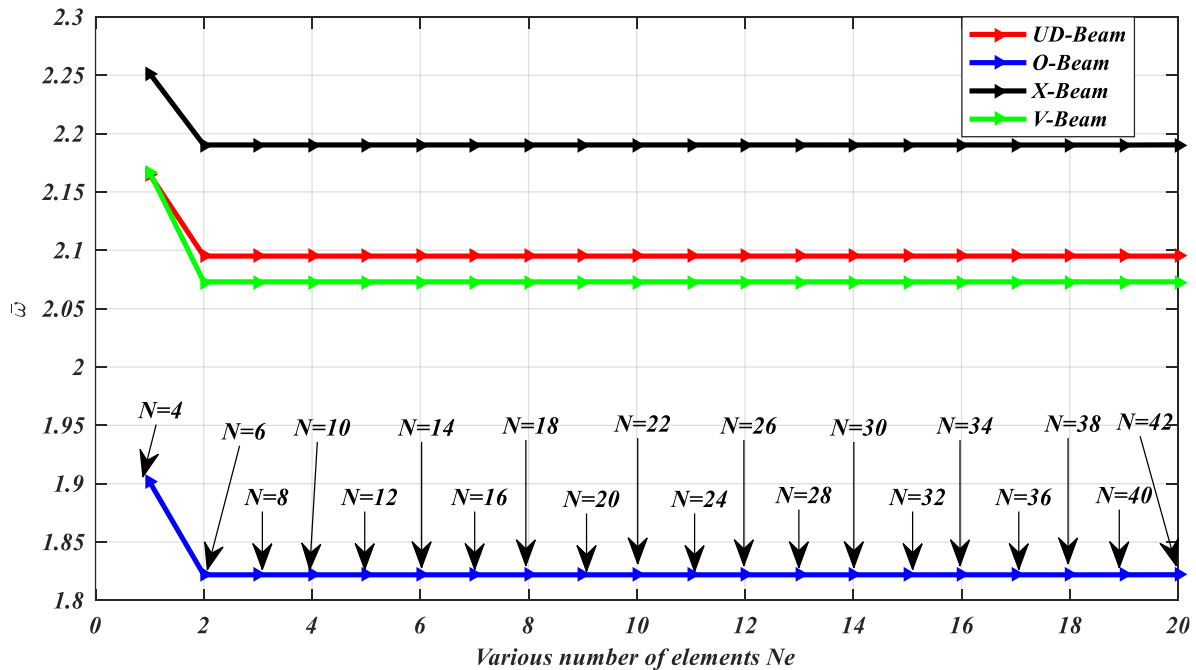


Figure IV-3 : Convergence de la première fréquence des poutres CRNTC-FG en fonction du nombre d'éléments N des nœuds MEFHQD et du degré de maillage Ne avec ; $Ne(i) = Ne(i) + 1$ et $N(i) = N(i) + 2$

IV.1.2. Etude comparative

Afin d'évaluer la précision des résultats obtenus prédits par la méthode actuelle, les valeurs des fréquences propres de poutres composites simplement appuyées ont été comparées avec les travaux existants dans la littérature. Premièrement, une poutre fonctionnellement graduelle (céramique-métal) dans laquelle ses propriétés matérielles sont ; $E_c = 380\text{ Gpa}$, $\nu_c = 0.3$, $\rho_c = 3960\text{ Kg/m}^3$ pour la céramique et $E_m = 70\text{Gpa}$, $\rho_m = 2700\text{ Kg/m}^3$, $\nu_m = 0.3$ pour le métal avec l'étude fournie par (Thai et Vo, 2012) dans le tableau III-3. La deuxième consiste à considérer les poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone FG-CNTRC selon différentes formes (motifs) de la fraction volumique avec les résultats fournis par (Wattanasakulpong et Ungbhakorn, 2013 ; Tagrara et al., 2015).

D'après le tableau IV-4, on peut observer que les résultats obtenus par la présente étude correspondent bien aux résultats obtenus par (Thai et Vo, 2012) pour différents exposants de la loi de puissance (p), rapports de hauteur (L/h) et nombre de modes, ce qui confirme la validité de modèle proposé dans cette étude.

Tableau IV-4: Comparaison des trois premières fréquences propres non dimensionnelles $\bar{\omega}$ de poutres FG simplement appuyées (N = 10, Ne = 2)

L/h	Mode	Model	P					
			0	0.5	1	5	10	
5	1	Thai et Vo, (2012)	5.1527	4.4107	3.9904	3.4012	3.2816	
		Présent	5.1527	4.5328	4.2551	3.7055	3.4513	
	2	TBT Thai et Vo, (2012)	17.8812	15.4588	14.0100	11.5431	11.0240	
		Présent	17.8812	15.3461	13.7723	11.2436	10.8418	
	3	Thai et Vo, (2012)	34.2097	29.8382	27.0979	21.7158	20.5561	
		Présent	30.2314	27.0488	24.8169	19.2826	17.9026	
	1	1	Thai et Vo, (2012)	5.1531	4.4110	3.9907	3.3998	3.2811
			Présent	5.1531	4.5332	4.2554	3.7036	3.4509
		2	SBT Thai et Vo, (2012)	17.8868	15.4631	14.0138	11.5324	11.0216
			Présent	17.8868	15.3501	13.7757	11.2345	10.8389
		3	Thai et Vo, (2012)	34.2344	29.8569	27.1152	21.6943	20.5581
			Présent	30.2314	27.0499	24.8182	19.2772	17.9040
20	1	Thai et Vo, (2012)	5.4603	4.6511	4.2051	3.6485	3.5390	
		Présent	5.4603	4.7882	5.0022	4.0061	3.7385	
	2	TBT Thai et Vo, (2012)	21.5732	18.3962	16.6344	14.3746	13.9263	
		Présent	21.5732	18.3864	16.6132	14.3429	13.9072	
	3	Thai et Vo, (2012)	47.5930	40.6526	36.7679	31.5780	30.5369	
		Présent	47.6040	40.7801	37.0412	31.8954	30.7086	
	1	Thai et Vo, (2012)	5.4603	4.6511	4.2051	3.6484	3.5389	
		Présent	5.4603	4.7882	4.5022	4.0060	3.7384	
	2	SBT Thai et Vo, (2012)	21.5736	18.3965	16.6347	14.3728	13.9255	
		Présent	21.5736	18.3867	16.6134	14.3412	13.9065	
	3	Thai et Vo, (2012)	47.5950	40.6542	36.7692	31.5699	30.5337	
		Présent	47.6060	40.7818	37.0426	31.8871	30.7045	

La précision des résultats de vibrations libres présentés est comparée à celle des théories des poutres d'ordre hyperbolique et sinusoidal présentées respectivement par (Wattanasakulpong et Ungbhakorn, 2013 ; Tagrara et al., 2015) pour les poutres CRNTC-FG et les résultats sont présentés dans le tableau IV-5. Il est indiqué que le modèle actuel et la procédure de résolution peuvent prédire avec précision les fréquences naturelles des poutres composites NTC-FG.

Tableau IV-5: Comparaison des fréquences fondamentales non dimensionnelles pour les poutres CNT sans fondation élastique ($l/h = 15 ; V_{cnt}^* = 0.12$)

	Source	UD	O	X	V
HSDT	Source (*)	0.9745	0.7454	1.1151	0.8441
	Présent	0.9745	0.7454	1.1152	0.9442
SSDT	Source (**)	0.9749	0.7446	1.1163	0.8443
	Source (*)	0.9745	0.7453	1.1152	0.8441
	Présent	0.9745	0.7453	1.1152	0.9442
SSDT	Source (*)	0.9756	0.7440	1.1180	0.8448
	Présent	0.9749	0.7446	1.1163	0.9444

*(Wattanasakulpong et Ungbhakorn, 2013) **(Tagrara et al., 2015b)

IV.2 Etude paramétrique

La figure IV-4 présente les valeurs maximales des fréquences non dimensionnelles en fonction du rapport longueur/épaisseur (L/h) des poutres CRNTC-FG en vibration libre. Les poutres sont supposées être simplement appuyées au niveau des deux extrémités (A-A) et renforcées par $V_{cnt}^* = 0.17$ de NTC avec différents modèles de répartitions. On peut voir que la fréquence naturelle la plus élevée est détectée dans le cas de la poutre avec le renforcement FG-X, puis suivie par la vibration libre des poutres avec renforcements UD, FG-V et FG-O, respectivement. En effet, la rigidité de la poutre composite avec une distribution en X est beaucoup plus grande par rapport à celle des autres types.

Pour déterminer l'influence significative des fractions volumiques de NTC V_{cnt}^* sur la réponse dynamique des poutres CRNTC-FG en fonction des rapports de hauteur sur longueur (L/h) dans le cas où la distribution de fraction volumique est de type -X pour la condition aux limites d'appui simple dans les deux extrémités A-A, cela est illustré dans la figure IV-5. Une augmentation du coefficient de fraction volumique V_{cnt}^* entraîne une augmentation de la fréquence naturelle de la poutre composite renforcée CRNTC-FG. En effet, le module de Young devient plus élevé et, par conséquent, la poutre devient plus rigide.

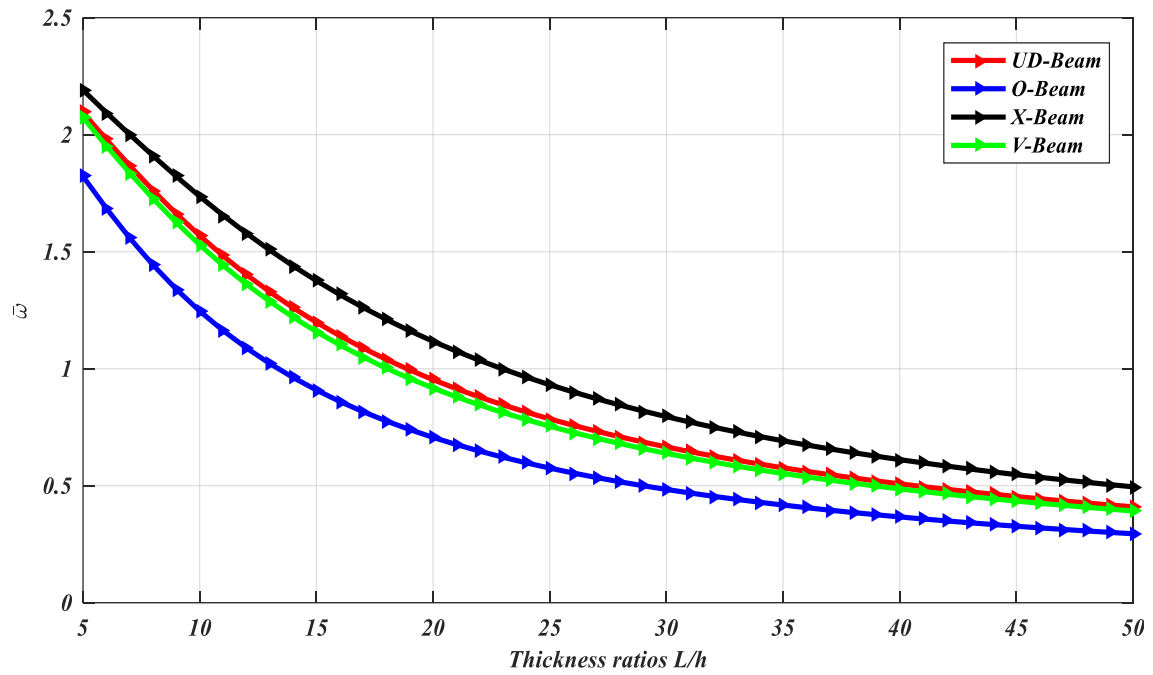


Figure IV-4 : Effet du rapport d'épaisseur l/h et du type de configuration de poutre CRNTC-FG sur les fréquences fondamentales $\bar{\omega}$ ($V_{cnt}^* = 0.17$ et A-A)

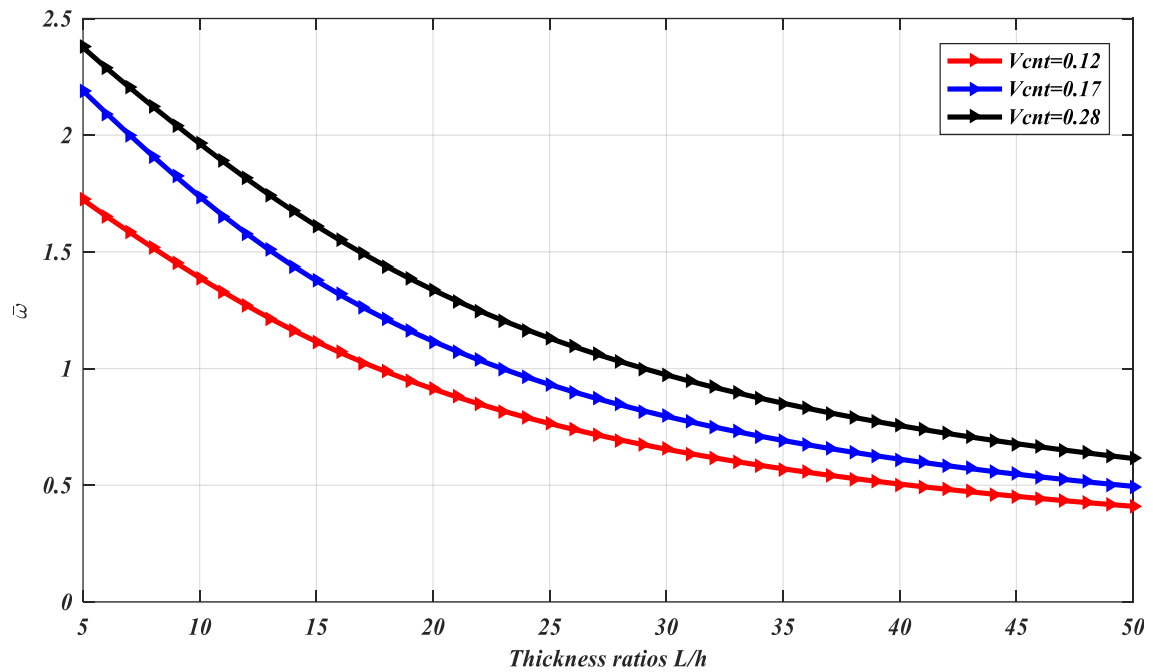


Figure IV-5 : Effet de la fraction volumique V_{cnt}^* et du rapport d'épaisseur l/h et du sur les fréquences fondamentales $\bar{\omega}$ (FG-X et A-A)

Le tableau IV-6 présente les résultats obtenus de la fréquence naturelle non dimensionnelle des poutres sinusoïdales raffinés de CRNTC-FG en tenant compte de divers rapports d'épaisseur (L/h), de différents types de distribution des NTCs dans les poutres et des

fractions volumiques de NTC (V_{cnt}^*) sont présentés comme résultats de référence. On constate que la poutre en FGM-X est la plus rigide et que sa fréquence est élevée par rapport aux autres cas. En augmentant la fraction de NTC (V_{cnt}^*) pour chaque distribution dans les poutres, on observe une augmentation significative de la fréquence. De plus, on remarque que le rapport d'épaisseur a une influence plus grande sur le paramètre de fréquence lorsqu'il prend une valeur réduite.

Tableau IV-6: Comparaison des fréquences fondamentales adimensionnelles pour la poutre FG-CNTRC avec différentes fractions volumiques V_{cnt}^* ($N = 10, Ne = 2, Reddy$)

L/h	$V_{cnt}^* = 0.12$				$V_{cnt}^* = 0.17$				$V_{cnt}^* = 0.28$			
	UD	O	X	V	UD	O	X	V	UD	O	X	V
5	1.6430	1.4300	1.7231	1.6270	2.0951	1.8219	2.1903	2.0730	2.3314	2.1205	2.3759	2.3233
10	1.2582	1.0083	1.3891	1.2290	1.5689	1.2463	1.7364	1.5291	1.8259	1.5041	1.9637	1.7902
15	0.9745	0.7453	1.1152	0.9442	1.1983	0.9088	1.3761	1.1583	1.4361	1.1149	1.6114	1.3930
20	0.7807	0.5830	0.9123	0.7531	0.9529	0.7065	1.1168	0.9172	1.1605	0.8733	1.3368	1.1190

Tableau IV-7: Comparaison des fréquences fondamentales adimensionnelles pour différents types de renforcements FG-CNTRC avec différentes conditions aux limites ($V_{cnt}^* = 0.17$)

Conditions aux limites	Type of CNT distribution	L/h			
		5	10	15	20
A-A	UD-Poutre	2.0951	1.5689	1.1983	0.9529
	O- Poutre	1.8219	1.2463	0.9088	0.7065
	X- Poutre	2.1903	1.7364	1.3761	1.1168
	V- Poutre	2.0730	1.5291	1.1583	0.9172
E-E	UD- Poutre	2.6514	2.2459	1.9559	1.7070
	O- Poutre	2.3480	1.9546	1.6311	1.3715
	X- Poutre	2.7356	2.3445	2.0941	1.8736
	V- Poutre	2.6083	2.1423	1.8073	1.5370
E-A	UD- Poutre	2.4035	1.9717	1.6247	1.3536
	O- Poutre	2.1385	1.6552	1.2926	1.0404
	X- Poutre	2.4800	2.1025	1.7956	1.5365
	V- Poutre	2.3468	1.8499	1.4772	1.2061
E-L	UD- Poutre	0.9718	0.6383	0.4594	0.3551
	O- Poutre	0.7973	0.4842	0.3384	0.2584
	X- Poutre	1.0504	0.7325	0.5416	0.4239
	V- Poutre	0.8882	0.5508	0.3883	0.2975

La variation des fréquences naturelles des poutres composites CRNTC-FG basée sur la théorie raffinée des poutres de déformation en cisaillement de premier ordre (RSDBT) pour différentes conditions aux limites (A-A, E-A, E-E, E-L) est présentée dans le Tableau IV-7, en fonction de différents motifs de distribution des NTCs (UD, -X, -V, -O) et de rapports d'épaisseur ($l/h = 5, 10, 15, 20$ 0.175 à $V_{cnt}^* = 0.17$).

En examinant les résultats, on constate que la fréquence non-dimensionnelle maximale est obtenue pour la poutre composite CRNTC-FG ayant une condition aux limites encastree-

encastrée (E-E) en raison du renforcement des bords, tandis que les fréquences de la poutre composite encastrée-libre (E-L) fournissent les valeurs les plus faibles. Une autre observation est que la distribution FG-X a les fréquences naturelles les plus élevées par rapport à d'autres modèles de distribution. De plus, on remarque que lorsque les rapports d'aspect (L/h) augmentent, les fréquences naturelles diminuent.

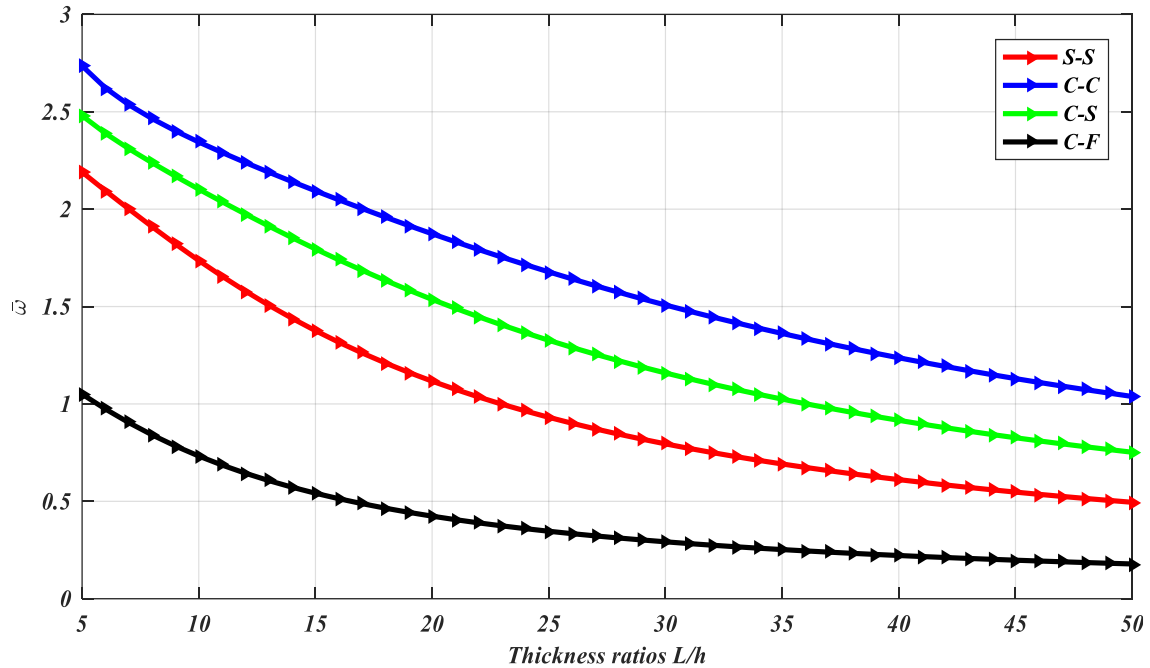


Figure IV-6 : Comparaison entre l'effet de la variation des conditions aux limites sur les fréquences fondamentales $\bar{\omega}$ pour les poutres CRNTC-FG (FG-X, $V_{cnt}^* = 0.17$)

La figure IV-6 montre l'effet des différentes conditions aux limites sur la fréquence sans dimension de la poutre CRNTC-FG en fonction des rapports d'épaisseur à $V_{cnt}^* = 0.17$ et avec une distribution FG-X. Il est clair que la fréquence naturelle obtenue pour la condition aux limites encastrée-libre (C-F) est inférieure, tandis qu'elle est intermédiaire pour les conditions aux limites Simplement-Simplement appuyées (A-A) puis encastrée-Simplement appuyées (E-A). Cependant, la valeur de la fréquence naturelle est la plus élevée pour le cas des bords serrés-serrés (encastrée-encastrée (E-E)).

La figure IV-7 présente un graphique en barres 3D de la fréquence non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) par rapport à diverses formes de répartition des renforts NTCs et aux rapports d'épaisseur (L/h) pour $V_{cnt}^* = 0.17$. Les résultats de cette figure montrent que les poutres renforcées par FG-X ont la fréquence naturelle maximale, ce qui en fait la poutre composite la plus résistante, suivie des poutres UD-, V- et O-, respectivement. De plus, l'augmentation de la valeur du

rapport longueur/épaisseur (L/h) conduit à une diminution du paramètre de fréquence ($\bar{\omega}$), en raison de la réduction de la surface et de la diminution de la rigidité de la poutre.

La variation de la fréquence non-dimensionnelle pour les poutres CRNTC-FG (type-X) est représentée dans la figure IV-8 par un graphique en barres en 3D, en fonction des rapports longueur/épaisseur (L/h) et pour différentes valeurs de la fraction volumique de nanotubes de carbone ($V_{cnt}^* = 0.12; 0.17 \text{ et } 0.28$). On peut voir que la valeur maximale de V_{cnt}^* augmente la fréquence propre de chaque arrangement de renforcement en raison de l'amélioration de la rigidité locale. Il est également observé, comme précédemment, que les valeurs de la fréquence diminuent avec l'augmentation du paramètre longueur/épaisseur (L/h).

Les trois premières formes de modes pour les déplacements transversaux de la poutre FG-X (NTC) sont illustrées dans la figure IV-9 avec $V_{cnt}^* = 0.17 \text{ et } l/h = 5$. On peut remarquer que toutes les formes de modes de vibration présentent un mode double couplé (cisaillement-fléchissement) pour la présente théorie RSDBT. Ainsi, à partir de ce mode double couplé qui met en évidence l'effet de la contrainte de cisaillement transversal sur le comportement vibratoire des poutres en CRNTC-FG, cet effet est important et doit être pris en considération dans la conception de poutres composites épaisses.

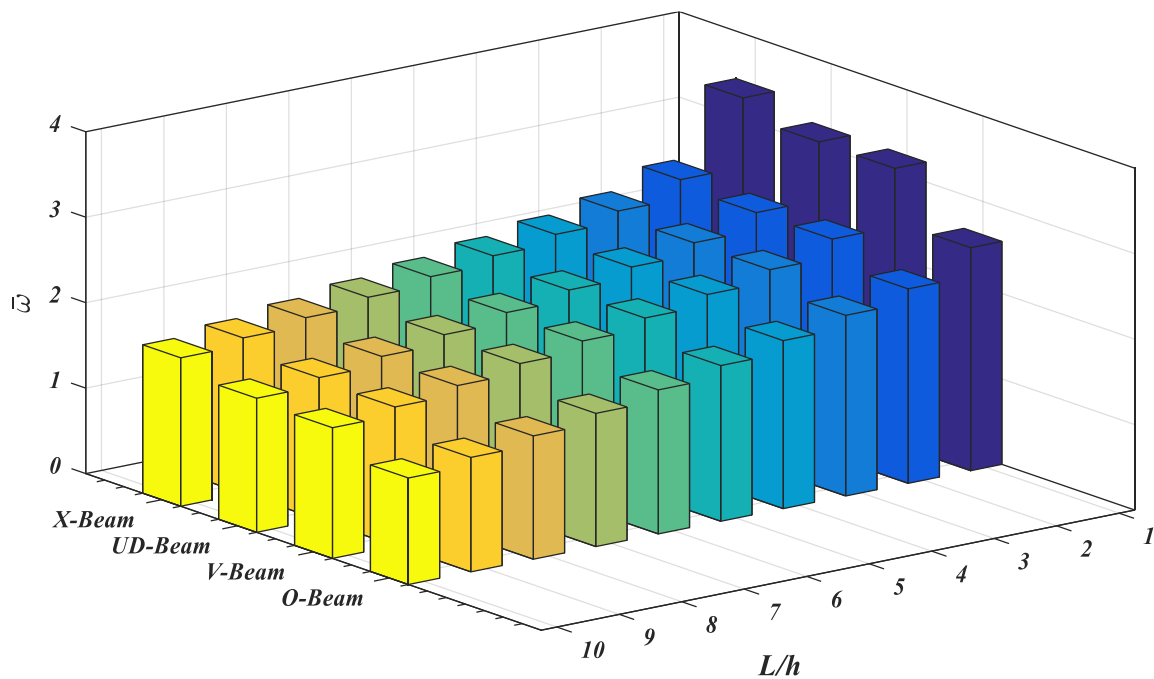


Figure IV-7 : La variation de la fréquence non-dimensionnelle $\bar{\omega}$ en fonction du rapport géométrique (L/h) et pour différentes formes de distribution des NTC pour $V_{cnt}^* = 0.17$

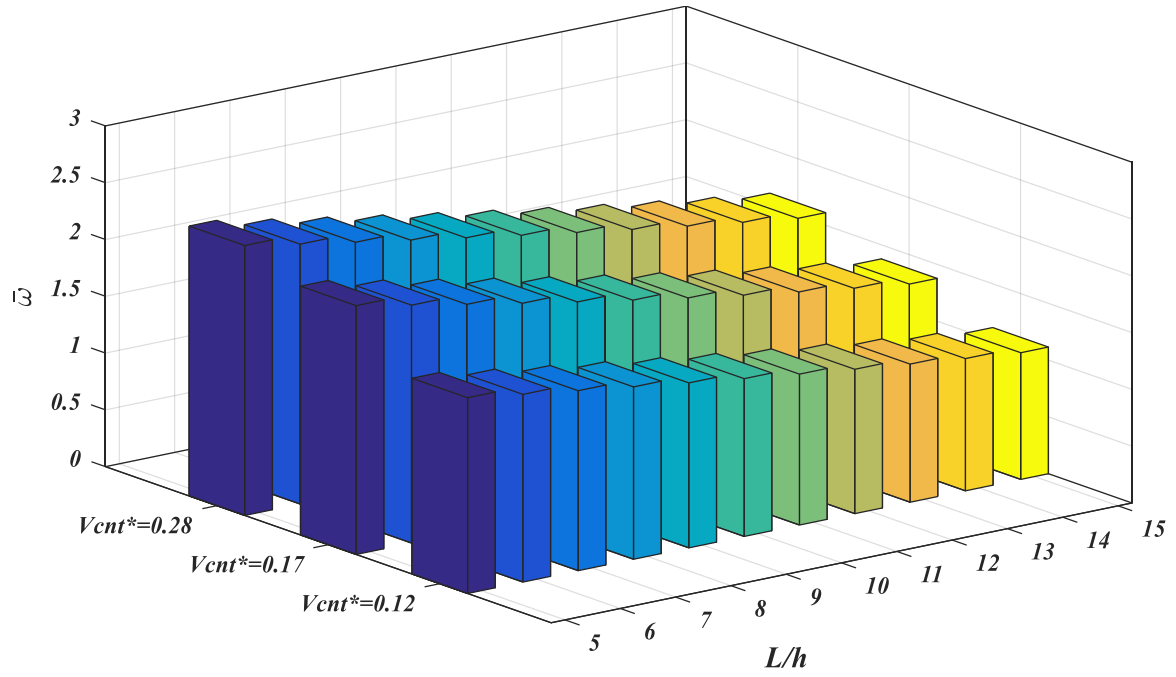
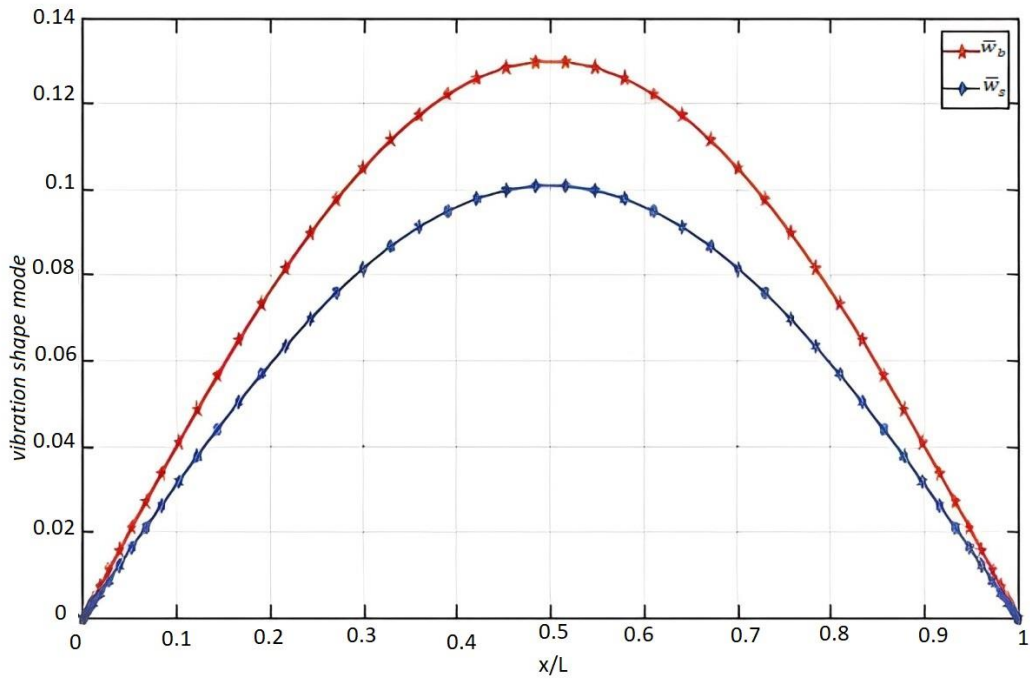


Figure IV-8 : La variation de la fréquence non-dimensionnelle $\bar{\omega}$ en fonction du rapport d'épaisseur (L/h) et pour différentes fractions volumiques V_{cnt}^* (FG-X, A-A)



(a)

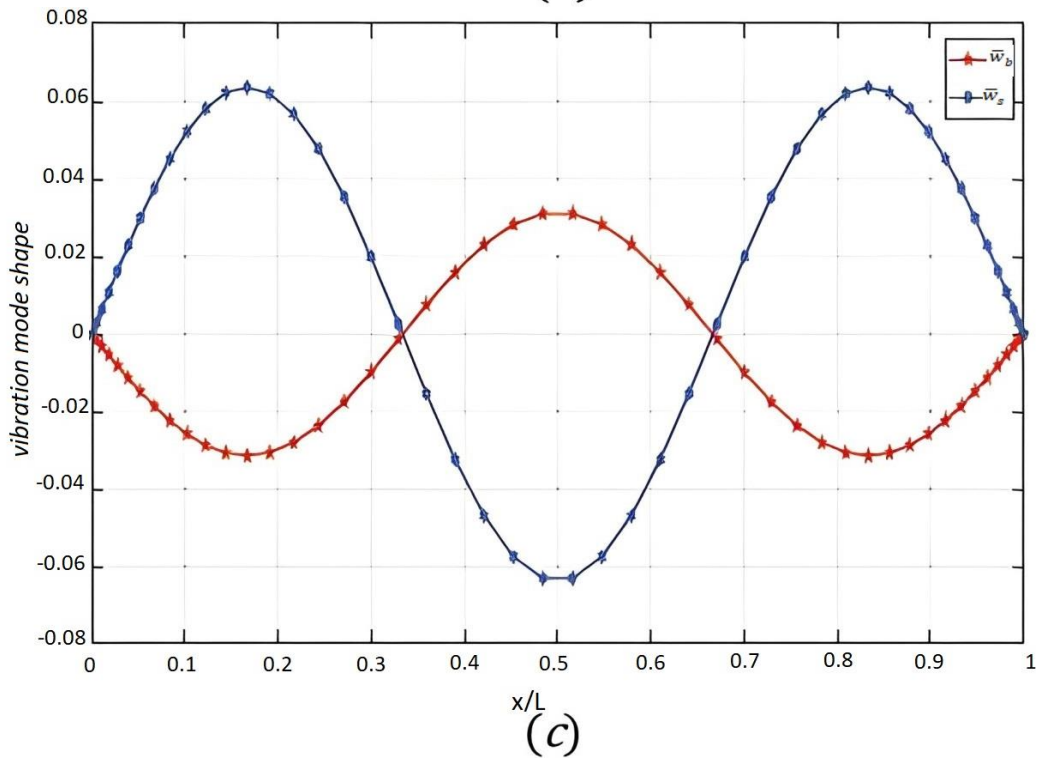
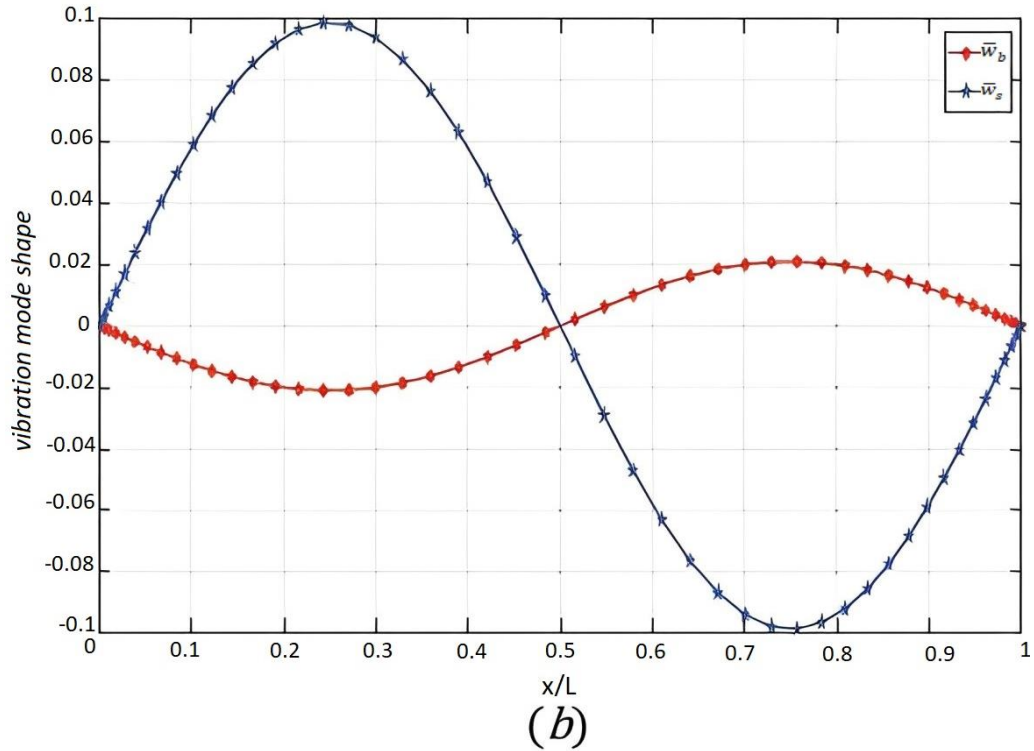


Figure IV-9 : Les trois premiers modes de la poutre FG-X NTC en utilisant RSDBT $V_{cnt}^* = 0.17$; $l/h = 5$.

V. Conclusion

Dans ce chapitre, une analyse dynamique des poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone à gradient fonctionnel est réalisée sur la base d'une théorie (sophistiquée)

raffinée des poutres de déformation par cisaillement d'ordre supérieur RHSDT, sans utiliser de facteur de correction de cisaillement. La forme à gradient fonctionnel, qui décrit la répartition des nanotubes de carbone à travers la direction de l'épaisseur de la poutre, est prise en compte, et leurs propriétés matérielles sont estimées grâce à la loi étendue du mélange. Les équations générales du mouvement ont été extraites en utilisant le principe de Lagrange et ensuite résolues à l'aide d'une méthode numérique robuste avec une vitesse de convergence élevée et une stabilité numérique améliorée, appelée méthode des éléments finis en quadrature différentielle pour la première fois dans ce domaine. La précision du présent modèle associée à la résolution numérique est vérifiée par comparaison avec certains résultats existants dans la littérature. Selon les résultats obtenus de cette étude, les remarques les plus intéressantes peuvent être résumées comme suit :

- Le présent outil numérique basé sur (MEF-QD) montre une convergence rapide, un calcul rapide en termes d'exécution et une bonne stabilité numérique. Le modèle proposé peut être étendu pour étudier des structures plus complexes.
- Les temps de calcul en utilisant la présente MEFQD basée sur la théorie RHSDT sont considérablement plus rapides par rapport à la méthode des éléments finis classique et à la solution analytique.
- La convergence des résultats peut être contrôlée en augmentant le nombre d'échantillons et le nombre d'éléments.
- Dans l'ensemble, la présence de nanotubes de carbone en tant qu'éléments de renforcement sous une forme graduée joue un rôle important dans l'amélioration de la rigidité et de la résistance des poutres composites.
- À partir des résultats obtenus, on constate que le motif X des CRNTC-FG fournit la fréquence naturelle non-dimensionnelle la plus élevée par rapport aux autres types de poutres (CRNTC-FG), tandis que la poutre type O est la plus petite fréquence.
- Il a été démontré que l'augmentation de la fraction volumique des NTCs (V_{cnt}^*) augmente la fréquence propre des poutres composites renforcées.
- La variation des rapports longueur sur épaisseur (L/h) a un impact significatif sur la valeur maximale des fréquences naturelles des poutres CRNTC-FG.
- Les résultats de fréquence des poutres avec une condition aux limites E-E sont plus élevés que ceux des conditions aux limites E-A et A-A, respectivement.

Chapitre V: Etude de comportement
dynamique du flambement des poutres
nanocomposites agglomérés

Dans cette partie, Une Analyse des vibrations et du flambement des poutres NTCs-FG agglomérées sera abordée en utilisant la théorie Rhsdt. Les équations de mouvements résolues à l'aide de la méthode MEFQD.

I. Introduction

Chaque théorie appliquée à la résolution des problèmes de la mécanique des milieux continus vise à effectuer un calcul approximatif des grandeurs généralisées. Ceci repose sur un système d'équations d'équilibre, de compatibilité et de conditions aux limites définies sur les bords de la structure. Ces formulations sont complétées par une loi de comportement qui établit une relation entre les contraintes et les déformations généralisées.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les comportements de flambage et de vibration libre de poutres nano-composites renforcées par des nanotubes de carbone agglomérés (NTC) à gradation fonctionnelle (FG). Les propriétés du matériau de la poutre renforcée en NTC en FG sont estimées à l'aide de la règle d'Eshelby-Mori-Tanaka basée sur une fibre équivalente. Les équations différentielles du mouvement sont dérivées en utilisant le principe de Lagrange en supposant la théorie de déformation en cisaillement d'ordre supérieur raffinée. La méthode des éléments finis en quadrature différentielle (MEFQD) est utilisée pour calculer les fréquences naturelles et les charges de flambement avec différentes conditions aux limites. Une étude paramétrique est menée pour étudier. Les effets de plusieurs paramètres tels que les facteurs d'agglomération des NTCs, les modèles de distribution des NTCs, les rapports longueur-épaisseur et les conditions aux limites mixtes sur les réponses vibratoires et au flambement sont explorés. Les résultats obtenus sont comparés et validés par rapport à la littérature existante.

II. Configuration géométrique et propriétés matérielles de la poutre en NTCs-FG

Cette section est divisée en trois sous-parties, dans lesquelles les approches, les techniques et les caractéristiques qui soutiennent la présente étude.

II.1 Estimation des propriétés de la fibre équivalente

Les NTCs peuvent être utilisés comme nano-charges pour améliorer considérablement les caractéristiques mécaniques d'une matrice polymère telle que la résine époxy. Ainsi, sur la base du concept de fibre équivalente, la méthode actuelle d'estimation des propriétés d'Eshelby-Mori-Tanaka (Shi et al., 2004) est utilisée pour les systèmes nano-composites biphasés actuels. D'autres approches d'homogénéisation plus simples peuvent également être envisagées, telles que celles présentées dans (Tornabene et al., 2016) ; (Sobhani et al., 2022).

Cependant, grâce aux techniques MT, les propriétés mécaniques globales des composites fibreux peuvent être estimées avec précision. De plus, la contrainte interne moyenne à l'intérieur des clusters et de la matrice peut également être calculée en utilisant cette méthode. Elle permet également de simuler divers phénomènes supplémentaires, tels que l'agglomération de nanoparticules, les orientations aléatoires, l'ondulation et la courbure des NTCs. Il convient d'ajouter que les simulations de dynamique moléculaire (MD) ou les analyses MEF à plusieurs échelles sont utilisées pour déterminer les propriétés équivalentes de la fibre. En considérant les SWCNT avec un indice de chiralité de (10, 10) dans la présente étude, les propriétés mécaniques des fibres correspondantes sont présentées dans le tableau V-1.

$$\begin{aligned}
 E_{LEF} &= \frac{E_{LC}}{V_{EF}} - \frac{E_M V_M}{V_{EF}} \\
 \frac{1}{E_{TEF}} &= \frac{1}{E_{TC} V_{EF}} - \frac{V_M}{E_M V_{EF}} \\
 \frac{1}{G_{EF}} &= \frac{1}{G_C V_{EF}} - \frac{V_M}{G_M V_{EF}} \\
 \nu_{EF} &= \frac{\nu_C}{V_{EF}} - \frac{\nu_M V_M}{V_{EF}}
 \end{aligned} \tag{V-1}$$

Où dans les paramètres indiqués dans l'équation. (V-1) tels que : E_{LEF} , E_{TEF} , G_{EF} , ν_{EF} , E_{LC} , E_{TC} , G_C , ν_C , E_M , G_M , ν_M , V_{EF} , et V_M sont définis comme ; le module longitudinal de la fibre équivalente, le module transversal de la fibre, le paramètre de cisaillement de la fibre équivalente, le coefficient de Poisson de la fibre résultante, le module d'Young longitudinal, le module transversal des composites, le module de cisaillement des composites, le coefficient de Poisson de la phase des composites, le module d'Young de la matrice, le paramètre de cisaillement de la matrice, le coefficient de Poisson de la matrice, la fraction volumique à la fois de la fibre équivalente et de la matrice. Il est à noter que les simulations MEF à plusieurs échelles ou MD ont été utilisées pour déterminer ELC, GC, et ETC, respectivement.

Tableau V-1: Propriétés mécaniques des matériaux constituants utilisés (Shokrieh & Rafiee, 2010)

Propriétés mécaniques	Fibre Equivalente	Matrice environnante
E_M	–	2.1
E_{LEF} (GPa)	649.12	–
E_{TEF} (GPa)	11.27	–
G_{EF}	5.13	–
$\nu_{C/M}$	0.284	0.34
$\rho_{C/M}$ (kg/m ³)	1400	1150

II.2 Influence de l'agglomération des NTCs sur les propriétés des poutres en NTCs-FG

Ce modèle suppose que certains des renforcements fournis par les NTCs sont dispersés dans toute la matrice et que certains se manifestent sous forme de clusters (groupes) en raison de l'effet d'agglomération, où l'on suppose que les inclusions ressemblent à une forme sphérique comme le montre la figure V-1 (Ebrahimi et al., 2019b). Le paramètre V_r représente le volume total de NTC renforcés à l'intérieur de l'élément de volume représentatif (EVR), qui est la somme de $V_r^{cluster}$ et V_r^m qui sont définis comme le volume des NTCs dans le cluster et le volume du NTC dispersé dans la matrice et à l'extérieur des clusters. De plus, les lettres r et m représentent respectivement la phase de renforcement et la matrice, permettant de décrire le pourcentage total du volume des NTCs dans l'EVR comme suit :

$$V_r = V_r^{cluster} + V_r^m \quad (\text{V-2})$$

L'approche d'homogénéisation utilisée ici a déjà été discutée et mise en œuvre dans la section 4.1 du document de référence suivant (Shi et al., 2004).

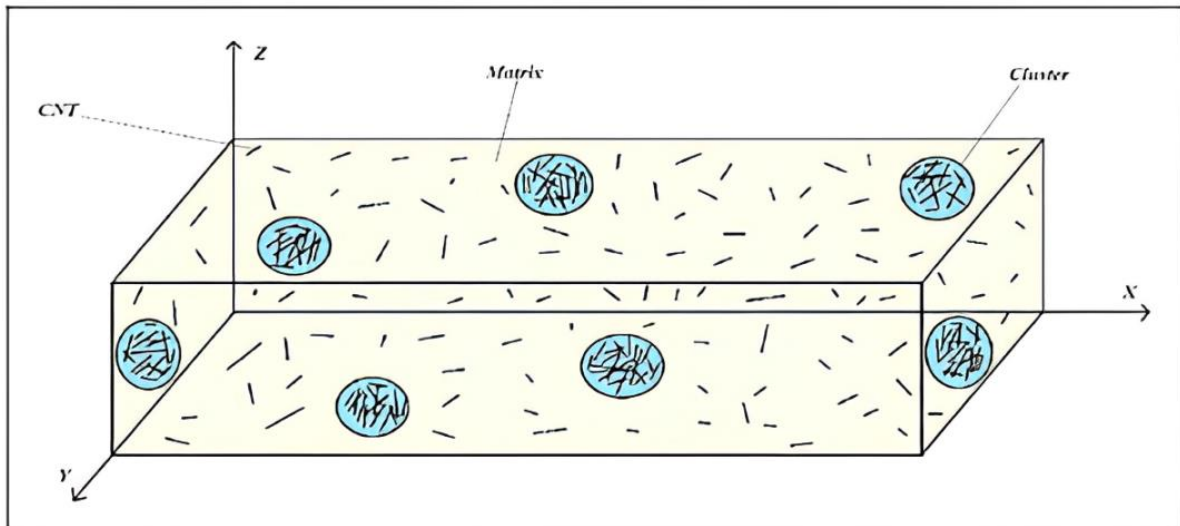


Figure V-1 : Géométrie de la poutre NTC-FG agglomérée

Les deux paramètres d'agglomération utilisés dans cette étude sont exprimés comme suit :

$$\mu = \frac{V_{cluster}}{V}, \quad \eta = \frac{V_r^{cluster}}{V_r} \quad 0 \leq \eta, \quad \mu \leq 1 \quad (\text{V-3})$$

Dans cette équation ; V est le volume total de l'élément de volume représentatif (EVR), $V_{cluster}$ est le volume total du cluster, μ est la fraction volumique des clusters, et η est le rapport volumique des NTCs à l'intérieur des clusters par rapport au volume total de NTC dans le EVR.

L'équation (V-3) indique que les valeurs $\mu = 1$ et $\eta = 1$ correspondent aux cas où toutes les NTCs sont réparties uniformément dans la matrice et où tous les nanotubes sont regroupés en clusters. La proportion volumique des NTCs à l'intérieur et à l'extérieur des clusters est identique dans le cas " $\mu = \eta$ ". Ainsi, pour déterminer les propriétés globales de l'ensemble du système composite, les modules d'élasticité pour les clusters et la matrice sont calculés. Les propriétés mécaniques en termes de paramètres de volume effectif (de masse volumique effective) K_{in} et de cisaillement G_{in} du cluster et les paramètres de volume opérationnels K_{out} et le coefficient de cisaillement G_{out} de la matrice équivalente à l'extérieur du cluster peuvent être déterminées comme suit (Shi et al., 2004).

$$K_{in} = K_m + \frac{f_r \eta (\delta_r - 3K_m \alpha_r)}{3(\mu - f_r \eta + f_r \eta \alpha_r)} \quad (\text{V-4})$$

$$K_{out} = K_m + \frac{f_r (1 - \eta) (\delta_r - 3K_m \alpha_r)}{3[1 - \mu - f_r (1 - \eta) + f_r (1 - \eta) \alpha_r]} \quad (\text{V-5})$$

$$G_{in} = G_m + \frac{f_r \eta (\eta_r - 2G_m \beta_r)}{2(\mu - f_r \eta + f_r \eta \beta_r)} \quad (\text{V-6})$$

$$G_{out} = G_m + \frac{f_r (1 - \eta) (\eta_r - 2G_m \beta_r)}{2[1 - \mu - f_r (1 - \eta) + f_r (1 - \eta) \beta_r]} \quad (\text{V-7})$$

De (V-5) à (V-7), les coefficients mécaniques α_r , β_r , δ_r et η_r peuvent être exprimés dans les formules suivantes :

$$\alpha_r = \frac{3(K_m + G_m) + K_r - l_r}{3(G_m + K_r)} \quad (\text{V-8})$$

$$\beta_r = \frac{1}{5} \left\{ \frac{4G_m + 2K_r + l_r}{3(G_m + K_r)} + \frac{4G_m}{G_m + P_r} + \frac{2[G_m(3K_m + G_m) + m_r(3K_m + 7G_m)]}{G_m(3K_m + G_m) + m_r(3K_m + 7G_m)} \right\} \quad (\text{V-9})$$

$$\delta_r = \frac{1}{3} \left[n_r + 2l_r + \frac{(2K_r + l_r)(3K_m + 2G_m - l_r)}{G_m + K_r} \right] \quad (\text{V-10})$$

$$\eta_r = \frac{1}{5} \left[\frac{2}{3} (2\eta_r - l_r) + \frac{8G_m p_r}{G_m + p_r} + \frac{8m_r G_m (3K_m + 4G_m)}{3K_m (m_r + G_m) + G_m (7m_r + G_m)} + \frac{2(K_r - l_r)(2G_m + l_r)}{3(G_m + K_r)} \right] \quad (\text{V-11})$$

Les coefficients m et r représentent les désignations des phases de la matrice et du renforcement, tandis que K_m et G_m sont liés à la matrice par les modules d'élasticité en compression et en cisaillement respectivement. Les modules élastiques de Hill pour la phase de renforcement (NTCs) sont symbolisés par : k_r, l_r, m_r, n_r , et p_r qui peuvent être obtenus à partir de l'équivalence de deux matrices résultantes.

$$C_r = \begin{bmatrix} n_r & l_r & l_r & 0 & 0 & 0 \\ l_r & k_r + m_r & k_r - m_r & 0 & 0 & 0 \\ l_r & k_r - m_r & k_r + m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_r \end{bmatrix} \quad (\text{V-12})$$

$$C_r = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & -\frac{\nu_{ZL}}{E_Z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{ZT}}{E_Z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LZ}}{E_L} & -\frac{\nu_{TZ}}{E_T} & \frac{1}{E_Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TZ}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{ZL}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{V-13})$$

Avec $E_L, E_T, E_Z, G_{TZ}, G_{ZL}, G_{LT}$ et ν_{LT} symbolisent les caractéristiques matérielles de la fibre équivalente, et peuvent être calculés en utilisant l'inverse de la matrice des règles d'Hill. Ensuite, l'expression du module d'élasticité en compression efficace K et du module de cisaillement effectif G du composite peut être exprimée comme suit :

$$K = K_{out} \left[1 + \frac{\mu \left(\frac{K_{in}}{K_{out}} - 1 \right)}{1 + \alpha(1 - \mu) \left(\frac{K_{in}}{K_{out}} - 1 \right)} \right] \quad (\text{V-14})$$

$$G = G_{out} \left[1 + \frac{\mu \left(\frac{G_{in}}{G_{out}} - 1 \right)}{1 + \beta(1 - \mu) \left(\frac{G_{in}}{G_{out}} - 1 \right)} \right] \quad (\text{V-15})$$

En considérant que :

$$\nu_{out} = \frac{(3K_{out} - 2G_{out})}{2(3K_{out} + G_{out})} \quad (\text{V-16})$$

$$\alpha = \frac{(1 + \nu_{out})}{3(1 - \nu_{out})} \quad (\text{V-17})$$

$$\beta = \frac{2(4 - 5\nu_{out})}{15(1 - \nu_{out})} \quad (\text{V-18})$$

Enfin, les expressions compactes du module de Young efficace E et du coefficient de Poisson ν des renforts de NTC peuvent s'écrire comme suit :

$$E = \frac{9KG}{3K + G} \quad (\text{V-19})$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{6K + 2G} \quad (\text{V-20})$$

De plus, la règle fondamentale de la loi du mélange est incorporée pour formuler la densité équivalente correspondante du nanocomposite NTCs-FG dans le cas de l'existence de l'effet d'agglomération des NTCs dans la matrice polymère (Tornabene et al., 2016 ; Ebrahimi et al., 2019) :

$$\rho(z) = (\rho_r - \rho_m)f_r + \rho_m \quad (\text{V-21})$$

Le paramètre f_r dans l'équation (21) représente la forme et la distribution de la fraction volumique des NTCs dans la matrice en fonction de z (direction de l'épaisseur), et elle est exprimée comme indiqué dans le tableau V-2. ρ_r et ρ_m représentent les masses volumiques des NTCs et de la matrice, respectivement.

Tableau V-2: La formule correspondante pour chaque forme de distribution de la fraction volumique des NTCs (Wattanasakulpong & Ungbhakorn, 2013 ; Tagrara et al., 2015)

Les formes de distribution des NTCs	
Poutre-UD	$f_r = f_r^*$
Poutre-O	$f_r = 2 \left(1 - 2 \frac{ z }{h} \right) f_r^*$
Poutre-FGX	$f_r = 4 \frac{ z }{h} f_r^*$
Poutre-FGV	$f_r = \left(1 + 2 \frac{z}{h} \right) f_r^*$

II.3 Distribution des modèles NTCs

Supposons une poutre CRNTC constituée d'un mélange de matrice polymère isotrope et renforcée par SWCNT. La poutre dans la figure V-2 (a) a des dimensions de longueur (L) et d'épaisseur (h). La figure V-2 (b) montre quatre modèles différents de distribution des CNTs à travers leur section transversale de la poutre. Les fonctions (f_r) liées à la répartition des motifs de CNT sur l'épaisseur de la poutre composite sont présentées dans le tableau V-2, où UD signifie pour une distribution uniforme et FG signifie pour un gradient fonctionnel.

Il convient de noter que dans l'intervalle $\left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right]$, la coordonnée dans la direction de l'épaisseur varie, avec h représentant l'épaisseur de la poutre et f_r^* étant donné par :

$$f_r^* = \frac{W_r}{W_r + (\rho_r/\rho_m)(1 - W_r)} \tag{V-22}$$

Dans l'équation. (22), la fraction massique des NT est donnée par W_r . On peut voir dans le tableau V-2 que les constituants du matériau varient continuellement à travers l'épaisseur de la poutre nano-composite et peuvent prendre différentes formes graduées, telles que les poutres O-, X- et Poutres-V, tandis que la distribution uniforme des nano-charges est indiquée par la poutre UD-Poutre.

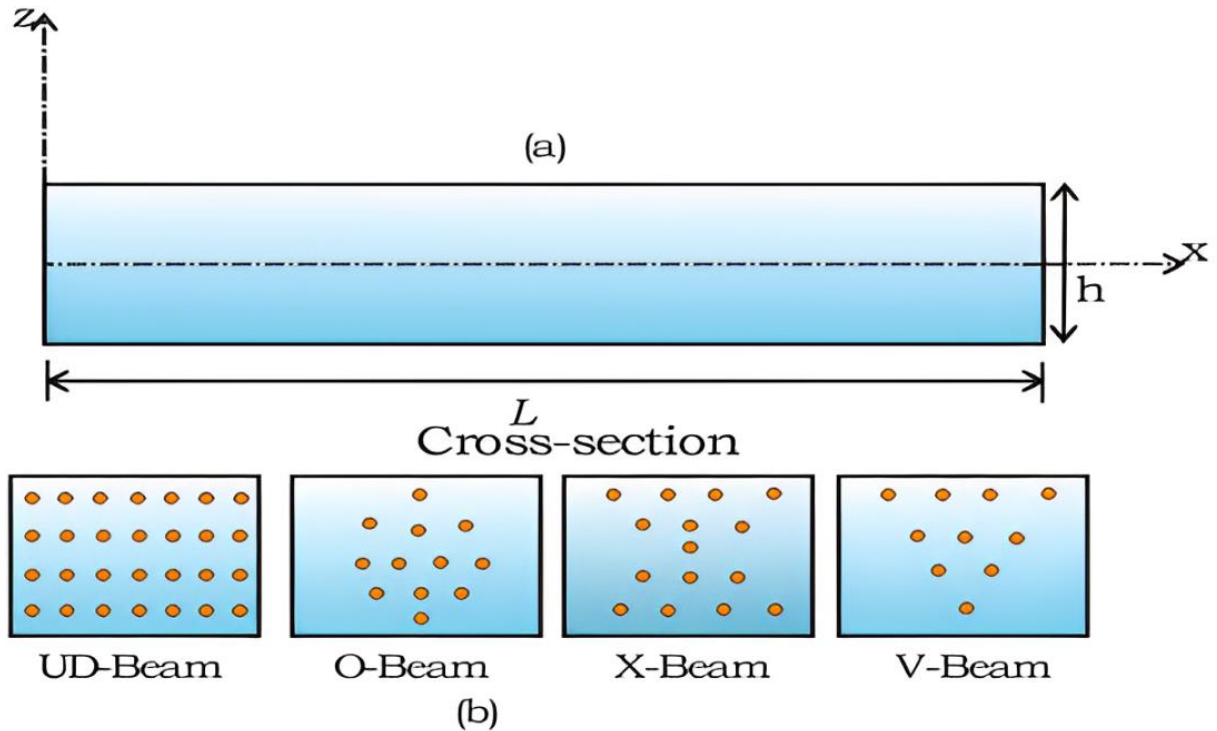


Figure V-2 : schématisation de différents modèles de renforcement des NTCs :
 (a) Géométrie d'une poutre composite ; (b) Sections transversales de différentes formes de distributions de NTC

III. Formulation théorique

III.1 Cinématique et équations du mouvement

Une théorie de poutre raffinée d'ordre supérieur est utilisée dans cette partie pour déterminer les relations cinématiques de la poutre. La déformation et la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur de la poutre sont déterminées en imposant une fonction de forme (répartition des NTCs). Les relations de déplacement du modèle de poutre sont données par (Tagrara et al., 2015b) :

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{dw_b}{dx} - f(z) \frac{dw_s}{dx} \quad (\text{V-23})$$

$$w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t)$$

avec $u_0(x, t)$, $w_b(x, t)$ et $w_s(x, t)$ sont ; le déplacement axial dans les directions x , les autres composantes représentent les paramètres de flexion et de cisaillement du mouvement transversal de n'importe quel point le long de l'axe neutre de la poutre, et $f(z)$ représente une fonction de forme. Les déformations développées liées à la cinématique de la poutre peuvent être écrites comme suit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du_0}{dx} - z \frac{d^2 w_b}{dx^2} - f(z) \frac{d^2 w_s}{dx^2}, \quad \gamma_{xz} = g(z) \frac{dw_s}{dx} \quad (\text{V-24})$$

$$\text{où} \quad g(z) = 1 - \frac{df(z)}{dz} \quad (\text{V-25})$$

En utilisant la loi constitutive élastique linéaire, La contrainte normale σ_x et la contrainte de cisaillement τ_{xz} sont données par :

$$\sigma_x(z) = Q_{11}(z) \varepsilon_x \quad (\text{V-26})$$

$$\tau_{xz}(z) = Q_{55}(z) \gamma_{xz}$$

$$\text{avec:} \quad Q_{11}(z) = \frac{E(z)}{1 - \nu^2}, \quad Q_{55}(z) = \frac{E(z)}{2(1 + \nu)} \quad (\text{V-27})$$

L'énergie de déformation due à la déformation de la poutre et l'énergie cinétique du modèle RSDBT de poutre FG-CNT sont les mêmes de la première étude dans le quatrième chapitre par les équations IV-12 et IV-13, respectivement.

L'expression de l'énergie potentielle induite par la force axiale N_0 est formulée comme suit :

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} b \int_0^L N_0 \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx = \frac{1}{2} b \int_0^L N_0 \left(\frac{dw_b}{dx} + \frac{dw_s}{dx} \right)^2 dx \\ W &= \frac{1}{2} b \int_0^l \left\{ \begin{bmatrix} \frac{dw_b}{dx} \\ \frac{dw_b}{dx} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} N_0 & N_0 \\ N_0 & N_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dw_b}{dx} \\ \frac{dw_b}{dx} \end{bmatrix} \right\} dx \quad (\text{V-28}) \\ W &= \frac{1}{2} b \int_0^l N_0 \left\{ \left(\frac{dw_b}{dx} \right)^2 + 2 \frac{dw_b}{dx} \frac{dw_s}{dx} + \left(\frac{dw_b}{dx} \right)^2 \right\} dx \end{aligned}$$

III.2 La formulation de la méthode MEF-QD

Les règles de quadrature différentielle approximent tout type de dérivées d'une fonction donnée par une somme linéaire pondérée des variables du domaine le long d'une interpolation passant par le point. Un ensemble de polynômes de Lagrange est utilisé comme fonctions de test pour les fonctions de base polynomiales de la QD (Liu et al., 2017 ; Xing et Liu, 2009).

La procédure de solution basée sur la formulation mathématique par la méthode MEF-QD est expliquée en détail dans la section III.3.2 du chapitre IV.

En utilisant les règles QD et la quadrature Gauss-Lobatto, les expressions de l'énergie cinétique et de l'énergie de déformation des équations (IV 12-15) peuvent être écrites comme les équations (IV-33, IV-34)

Les matrices pour l'ensemble du système sont obtenues selon les règles de la FEM pour l'assemblage des matrices élémentaires :

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_0(t) \\ \ddot{w}_b(t) \\ \ddot{w}_s(t) \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} u_0(t) \\ w_b(t) \\ w_s(t) \end{Bmatrix} + [G] \begin{Bmatrix} u_0(t) \\ w_b(t) \\ w_s(t) \end{Bmatrix} = [0] \quad (\text{V-29})$$

La matrice de masse élémentaire et la matrice de rigidité obtenues avec DQFEM sont les mêmes que celles de la première étude, données par les équations (IV-42, IV-43).

La matrice géométrique élémentaire obtenue avec (DQFEM)

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1} & \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1} \\ 0 & \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1} & \bar{Q}^{-T} \bar{A}^{(1)T} \bar{C} \bar{A}^{(1)} \bar{Q}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{V-30})$$

Dans l'équation (V-32), tous les autres composants sont nuls ; $\{q\}$ est le vecteur propre du déplacement nodal, correspondant à la valeur propre (eigenvalue) :

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} \quad (\text{V-31})$$

III.3 Équation du mouvement élémentaire

En appliquant les équations de Lagrange au système discrétisé par la technique DQFEM, on peut obtenir le système élémentaire d'équations sous une forme compacte :

$$[M^e]\{\ddot{q}\} + [G^e]\{q\} + [K^e]\{q\} = [0] \quad (\text{V-32})$$

avec ;

- $[K^e]$ et $[M^e]$ sont les matrices élémentaires de rigidité et de masse, respectivement.
- $\{\ddot{q}\}$ et $\{q\}$ sont les vecteurs d'accélération et de déplacement adaptés à la connectivité DQFEM, respectivement.
- Considérant $[M]$, $[G]$ et $[K]$ les matrices globales après l'assemblage de la masse ; de la matrice géométrique et la de rigidité, respectivement, puis l'équation différentielle du mouvement devient :

$$[M]\{\ddot{q}\} + [G]\{q\} + [K]\{q\} = [0] \quad (\text{V-33})$$

La procédure d'assemblage dans les matrices globales est similaire à celle de la version classique de la méthode des éléments finis pour garantir la compatibilité des déplacements et des rotations aux nœuds des éléments adjacents. Dans cette application de MEFQD, les conditions aux limites sont appliquées de la même manière que dans la version h-p de la méthode des éléments finis.

Dans ce travail, une méthode numérique robuste, comme discutée précédemment, est utilisée pour résoudre les équations du mouvement et analyser les comportements de vibration libre et de stabilité des poutres CRNTC. Un programme informatique a été élaboré afin de résoudre le problème de valeurs propres standard ci-dessus en utilisant la technique MEFQD.

IV. Résultats numériques et discussion

IV.1 Validation (étude comparative) des résultats

Cette partie est divisée en deux sous-sections pour vérifier la précision des résultats. Dans la première partie, la validité de l'approche MT utilisée pour déterminer les caractéristiques mécaniques fonctionnelles des NTCs avec l'influence de certains paramètres d'agglomération des NTCs. Les propriétés matérielles utilisant la procédure MT pour la matrice et le renfort nanométrique sont extraites des travaux de (Barai et Weng, 2011), (Odegard et al., 2003) et (Shen & Li, 2010) qui sont présentés dans le tableau V-3.

Tableau V-3: Propriétés élastiques des matériaux de la matrice polymère et des nanotubes de carbone utilisées pour la validation avec des données expérimentales

Mechanical properties	Matrix polymer (**)	CNT (*)
Young's modulus (E)	0.85 GPa	–
Poisson's parameter (ν)	0.4	–
Longitudinal Young's modulus (E_{11})	–	1.06 TPa
Bulk modulus (K_{23})	–	271 GPa
Shear modulus (G_{23})	–	17 GPa
shear modulus (G_{12})	–	442 GPa
In plane Poisson's parameter (ν_{12})	–	0.162

(**): (Barai & Weng, 2011); (Odegard et al., 2003) ; (*): (Shen & Li, 2010)

L'influence des paramètres d'agglomération (η et μ) sur le module d'Young effectif et le coefficient de Poisson sur le comportement de la poutre NTC-DU est représentée dans la figure V-3. On observe dans la partie (a) de la figure V-3 que lorsque μ est inférieur à η ($\mu < \eta$), les valeurs du module de Young augmentent avec la croissance de la valeur de μ et atteignent la valeur extrême dans le cas où les NTCs sont réparties uniformément dans le

composite (UD-NTCs) c'est-à-dire $\mu = \eta$, puis la rigidité correspondante diminue progressivement lorsque $\mu > \eta$. De plus, on peut voir à partir de la figure V-3 (a) que l'agglomération nécessite que η soit supérieur à μ . La figure V-3 (b) montre l'influence de la quantité d'agglomération sur le coefficient de Poisson pour le modèle de poutre NTC-DU. Contrairement au comportement du module de Young, avec l'augmentation de μ , le coefficient de Poisson diminue pour $\mu < \eta$ et augmente avec $\mu > \eta$, car le quotient de Poisson de la fibre équivalent de carbone discuté dans la section précédente est inférieur au coefficient de Poisson de la phase de matrice polymère.

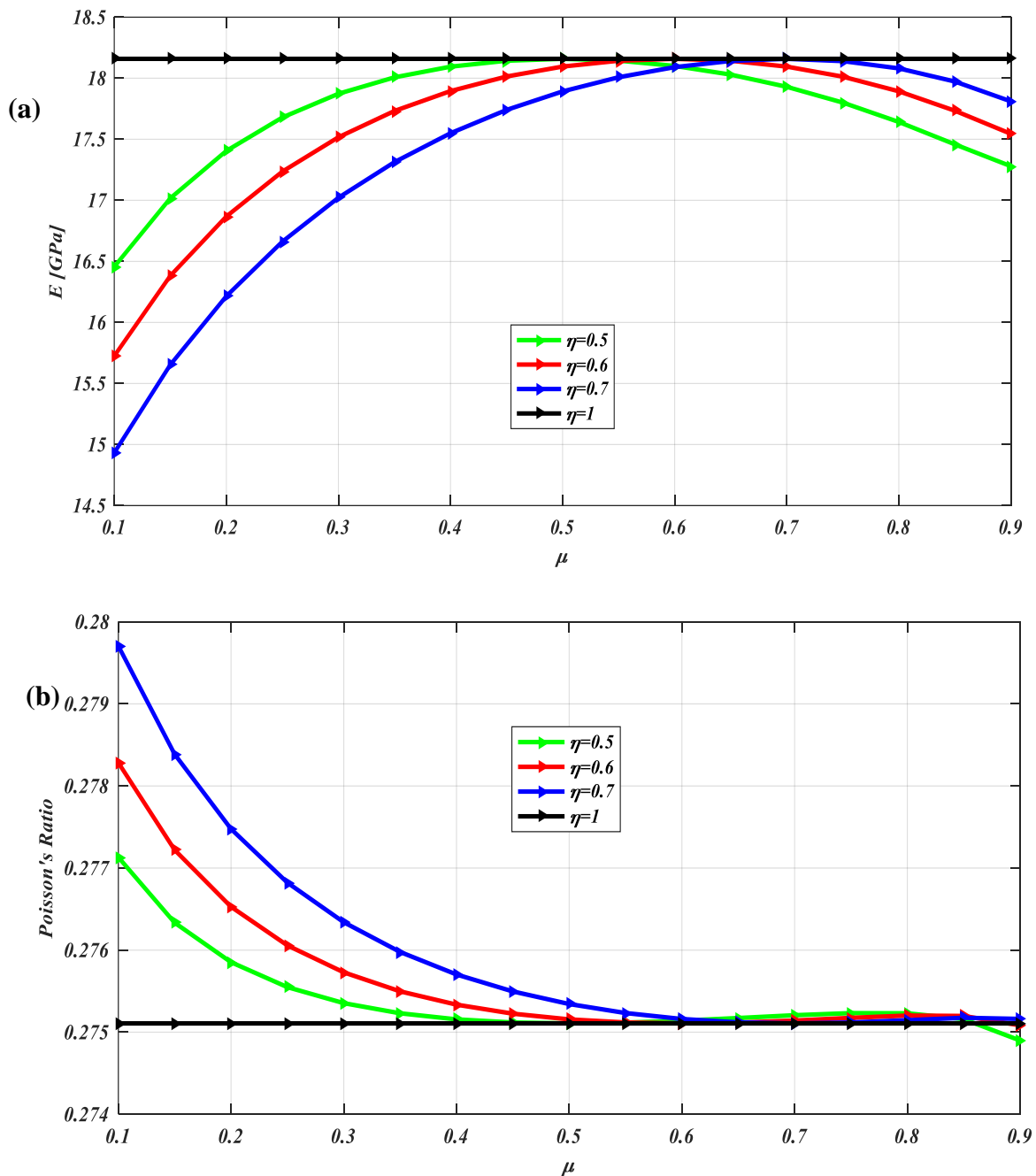


Figure V-3 : Influence des paramètres d'agglomération des NTC μ et η sur ; (a) le module de Young effectif et (b) le coefficient de Poisson des poutres nanocomposites types UD

Cette section présente ensuite les résultats obtenus en mesurant la vibration et le flambement d'une poutre en NTCs-FG à l'aide de la méthode MEFQD et les compare aux résultats obtenus avec différents types de solutions analytiques. Premièrement, les paramètres de fréquence fondamentale et de charge de flambement pour un cas de poutre homogène seront vérifiés avec les résultats disponibles dans (Thai et Vo, 2012 ; Sayyad et Ghugal, 2018), comme le montrent le tableau V-4 et le tableau V-6. Dans la deuxième étape, une comparaison des résultats obtenus pour un cas de poutres en CRNTC-FG est réalisée avec les références [(Yas et Samadi, 2012) ; (Ke et al., 2013b) ; (Wattanasakulpong et Ungbhakorn, 2013) ; (Yas et Heshmati, 2012)], pour les fréquences naturelles maximales et les charges de stabilité maximales, en utilisant la ROM comme illustré dans le tableau V-5 et le tableau V-7. Selon le ROM, le module de young effectif et le module de cisaillement du CRNTC peuvent être exprimés comme (Yas et Samadi, 2012 ; Ke et al., 2013).

$$\begin{aligned}
 E_{11} &= \eta_1 V_{cnt} E_{11}^{cnt} + V_m E^m \\
 \frac{\eta_2}{E_{22}} &= \frac{V_{cnt}}{E_{22}^{cnt}} + \frac{V_m}{E^m} \\
 \frac{\eta_3}{G_{12}} &= \frac{V_{cnt}}{G_{12}^{cnt}} + \frac{V_m}{G^m}
 \end{aligned} \tag{V-34}$$

Le module de cisaillement et le module Young de des SWCNTs sont désignés par G_{12}^{cnt} et E_{11}^{cnt} , E_{22}^{cnt} respectivement. De plus, la phase matricielle a les propriétés mécaniques données par E^m et G^m . Les coefficients η_1 , η_2 et η_3 sont définis en détail dans les références (Yas and Samadi, 2012) et (Tagrara et al., 2015b). En outre, V_m et V_{cnt} représentent la fraction volumique de la matrice polymère et des NTCs. Il convient également de noter que le PMMA, défini comme poly méthacrylate de méthyle, est la composition de la matrice, et les nano charges en tant que renfort sont des SWCNT de type (10, 10), dont les propriétés mécaniques sont (Yas et Samadi, 2012 ; Sayyad et Ghugal, 2018).

$$E^m = 2.5 \text{ GPa}, \rho^m = 1190 \text{ Kg/m}^3, \nu^m = 0.3 \text{ for PMMA}$$

$$E_{11}^{cnt} = 600 \text{ GPa}$$

$$E_{22}^{cnt} = 10 \text{ GPa}$$

$$G_{12}^{cnt} = 17.2 \text{ GPa for (10, 10) SWCNT at } T = 300 \text{ K}$$

$$\rho^{cnt} = 1400 \text{ Kg/m}^3$$

$$\nu^{cnt} = 0.3$$

Ici, les facteurs d'efficacité des NTCs (η_i) liés à la fraction volumique supposée (V_{cnt}^*) sont définis par : $\eta_1 = 1.2833$ et $\eta_2 = \eta_3 = 1.0556$ pour $V_{cnt}^* = 0.12$; $\eta_1 = 1.3414$ et $\eta_2 = \eta_3 =$

1.7101 pour $V_{cnt}^* = 0.17$; $\eta_1 = 1.3238$ et $\eta_2 = \eta_3 = 1.7380$ pour $V_{cnt}^* = 0.28$ (Yas et Samadi, 2012)

Les formules non-dimensionnelles suivantes sont utilisées pour plus de simplicité.

$$\text{vibration} \quad \bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho^m}{E^m}} \quad (V-35)$$

$$\text{Flambement} \quad \bar{N} = \frac{N_0}{A^m} \quad (V-36)$$

Tableau V-4: Comparaison des résultats obtenus de la fréquence non dimensionnelle $\bar{\omega}$ pour les poutres homogènes A-A

L/h	Mode	Présent	Thai et Vo, 2012	Sayyad et Ghugal, 2018
5	1	5.1527	5.1527	5.1453
	2	17.9447	17.8812	17.589
	3	30.2313	34.2097	32.24

Tableau V-5: Comparaison des paramètres de fréquence fondamentale $\bar{\omega}$ des poutres RCNT-FG renforcées par des NTCs alignés utilisant ROM, $V_{cnt}^* = 0.12$; A-A

Formes CNTS	Méthode	L/h	
		10	15
UD	Méthode de ritz (Ke et al., 2013b)	1.2576	–
	DQ (Yas et Samadi, 2012)	1.2581	0.9753
	Elément finis (Yas et Heshmati, 2012)	1.2503	–
	Nuttawit (Wattanasakulpong, 2013)	–	0.9745
	Karamian (Kamarian et al., 2015b)	1.2589	0.9752
	Présent	1.2582	0.9745
FG-X	DQ (Yas et Samadi, 2012)	–	1.1150
	Nuttawit (Wattanasakulpong, 2013)	–	1.1152
	Karamian (Kamarian et al., 2015b)	1.3968	1.1191
	Présent	1.3891	1.1152

Tableau V-6: Résultats de comparaison des charges critiques pour les poutres homogènes

L/h	Présent	Vo et al, 2014	Sayyad et Ghugal, 2018
5	48.0712	48.840	48.596
10	51.5658	52.308	52.237

Tableau V-7: Évaluation des charges critiques pour les poutres en NTCs-
FG $L/h = 10, V_{cnt} = 0.12$

Source	UD	O	X	V
QDG [*]	0.0986	0.0588	0.1288	0.0925
Nuttawit [**]	0.0984	0.0576	0.1288	–
present	0.09845	0.05762	0.1288	0.09230

[*]:(Yas et Samadi, 2012) ; [**]:(Wattanasakulpong, 2013) .

IV.1.1. Validation des résultats de la vibration libre

Le tableau V-4 présente une comparaison entre les résultats obtenus pour les fréquences naturelles sans dimension d'une poutre homogène simplement appuyée, calculées par la formule suivante ($\bar{\omega} = \omega L^2 / h \sqrt{\rho/E}$), avec ($E = 70 \text{ GPa}$, $\rho = 2702 \text{ Kg/m}^3$) à partir de la présente procédure de résolution utilisant la méthode MEFQD et la théorie de poutre à déformation transversale de deux nœuds (RHSDT) avec les résultats disponibles dans la littérature fournis par les références [(Thai & Vo, 2012) ; (Sayyad & Ghugal, 2018)]. Selon le tableau V-4, les fréquences fondamentales obtenues à l'aide du modèle de résolution actuel sont en bonne corrélation avec les résultats précédemment publiés.

De plus, pour le cas de poutres composites FG-CNTs dans tableau V-5. Les résultats actuels obtenus à partir de la présente méthode (MEFQD) sont en bon accord avec les résultats fournis par (Ke et al., 2013b) basés sur la méthode de Ritz, (Yas & Samadi, 2012), (Kamarian et al., 2015b) utilisant la procédure QDG, et (Yas et Heshmati, 2012) utilisant la méthode des éléments finis MEF, Nuttawit et Variddhi (Wattanasakulpong et Variddhi, 2013) avec la méthode de Navier pour toutes les formes de distribution de NTC et les rapports d'épaisseur, ce qui prouve et confirme l'efficacité du présent modèle fourni.

IV.1.2. Étude comparative des résultats du Flambent

Les charges de flambement finales ($N_{cr} = 12N_0L^2/Eh^2$) des poutres homogènes obtenues à partir de la présente théorie (RHSDT) et du modèle de résolution (DQFEM) sont présentées dans le tableau V-6 et sont comparées avec [(Sayyad et Ghugal, 2018) ; (Vo et al., 2014)]. On peut voir que pour chaque valeur du rapport longueur/épaisseur L/h, les résultats du modèle actuel correspondent bien à ceux prédits par [(Sayyad et Ghugal, 2018) ; (Vo et al.,

2014)]. De plus, l'effet de la déformation par cisaillement sur la charge de flambement critique sans dimension devient important lorsque la valeur de L/h devient petite.

D'autre part, en ce qui concerne l'investigation du flambement dans le cas des poutres NTCs-FG, les résultats de la présente résolution basée sur « la théorie raffinée des poutres d'ordre supérieur » en résolution avec la méthode MEFQD développée correspondent très bien avec ceux fournis par Yas et Samadi (Yas & Samadi, 2012), Nuttawit (Wattanasakulpong et Variddhi, 2013) établis sur des poutres NTCs de Timoshenko, comme le montre le tableau V-7, pour chaque modèle de distribution des NTCs.

IV.2 Etude paramétrique

IV.2.1. Analyse vibratoire des poutres CRNTC-FG

Dans cette partie, une analyse paramétrique pour étudier les effets des facteurs d'agglomération η et μ , de V_{cnt} du rapport longueur/épaisseur L/h et des différentes conditions aux limites sur la fréquence propre non-dimensionnelle. Comme indiqué précédemment, le tableau V-1 montre les propriétés mécaniques de la fibre équivalente que nous avons utilisée dans la présente étude. De plus, on suppose que la matrice a les propriétés matérielles suivantes :

$$E^m = 10 \text{ GPa}, \quad \rho^m = 1150 \text{ Kg/m}^3, \quad \nu^m = 0.3$$

Les figures V-4 (a) à (e) présentent la variation de la fréquence naturelle ($\bar{\omega}$) pour des poutres avec différentes configurations de NTC par rapport aux paramètres d'agglomération (μ et η) à $f_r^* = 7.5\%$.) En raison des variations de raideur active exposées précédemment, lorsque $\mu < \eta$, la fréquence sans dimension augmente avec l'augmentation de la valeur de l jusqu'à l'égale de g, puis la fréquence fondamentale commence à diminuer lorsque $\mu > \eta$. Ainsi, la fréquence naturelle atteint sa valeur maximale en cas d'agglomération lorsque $\mu = \eta$. De plus, on constate que la poutre FG-X présente des valeurs plus élevées de la fréquence naturelle non-dimensionnelle par rapport aux autres formes de poutres UD, V et O, respectivement. En outre, avec un taux élevé de η . (fréquemment $> 0,95$) et de faibles valeurs de μ , les poutres nano-composites présentent de mauvaises performances en termes de vibration libre. Cela montre clairement l'effet de ces paramètres d'agglomération et doit être pris en compte lors de la phase de conception.

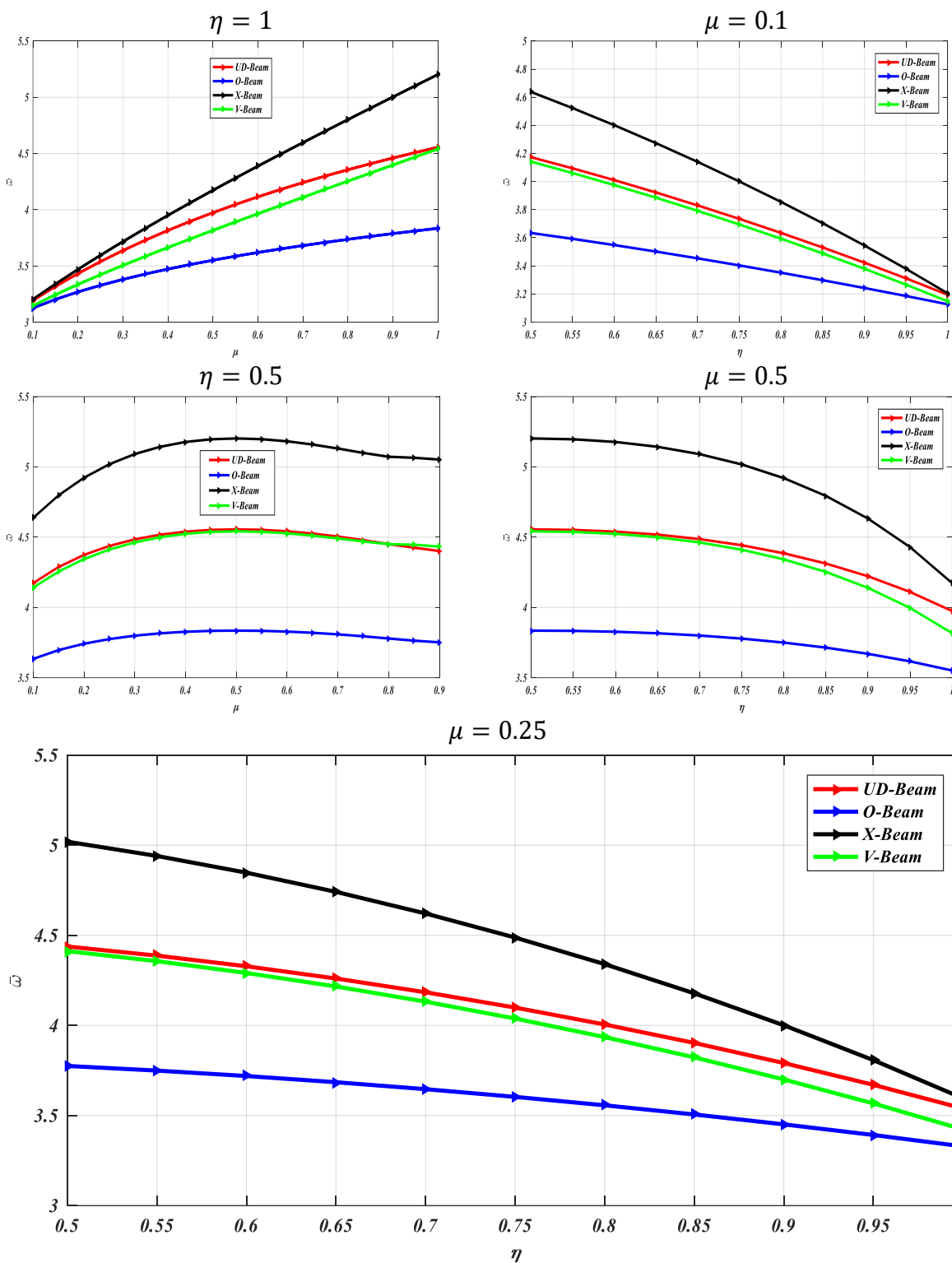


Figure V-4 : Variation des fréquences non dimensionnelles $\bar{\omega}$ en fonctions des paramètres d'agglomération pour divers modèles de distribution NTCs ($L/h = 10$, $f_r^* = 0.075$ et A-A

L'influence des conditions aux limites est un facteur qu'il ne faut pas négliger en raison de son importance. Le tableau V-8 montre les différences entre plusieurs cas de conditions aux limites, de formes de distribution des NTCs en fonction du rapport (L/h) à $\mu = \eta = 0.5$. Quatre types différents de supports aux limites sont considérés dans cette partie, notés (A-A),

(E-E), (E-L) et (E-A). On observe que les fréquences non dimensionnelles sont les plus élevées pour les poutres E-E suivies de ; E-A, A-A et E-L, en raison du raidissement induit (durcissement) par les supports dans ce cas. De plus, on conclut que la valeur maximale de la fréquence est pour la poutre FG-X par rapport à celle des poutres avec une dispersion plus importante des NTCs. D'autre part, une augmentation des valeurs des rapports longueur/épaisseur (L/h) améliore les comportements dynamiques des poutres nanocomposites.

Tableau V-8: Évaluation des fréquences non dimensionnelles pour différents types de poutres CRNTC et différentes conditions aux limites en fonction des rapports d'épaisseur L/h ($\mu = \eta = 0.5$ $f_r^* = 0.075$)

Conditions aux limites	forme des NTCs	L/h			
		10	15	20	25
A-A	UD	4.556	4.5990	4.6145	4.6218
	FG-O	3.8353	3.8608	3.8699	3.8741
	FG-X	5.2026	5.2761	5.3027	5.3152
	FG-V	4.5416	4.5845	4.5999	4.6071
E-E	UD	9.8341	10.1892	10.3241	10.3886
	FG-O	8.4314	8.6291	8.7022	8.7367
	FG-X	10.9262	11.5297	11.7682	11.8841
	FG-V	9.3732	9.6819	9.7986	9.8542
E-A	UD	6.9926	7.1266	7.1757	7.1988
	FG-O	5.9258	6.0011	6.0283	6.0411
	FG-X	7.9046	8.1360	8.2225	8.2636
	FG-V	6.6981	6.8184	6.8623	6.8830
E-L	UD	1.6377	1.6451	1.6178	1.6490
	FG-O	1.3750	1.3793	1.3809	1.3816
	FG-X	1.8786	1.8912	1.8957	1.8978
	FG-V	1.5501	1.5567	1.5590	1.5601

Les effets des différentes distributions de modèles de NTC et des rapports de finesse (longueur/épaisseur L/h) sur les résultats de vibration libre de la poutre FG-X sont représentés dans la figure V-5. La fréquence de la poutre FG-X est plus élevée par rapport aux autres formes de dispersion. Cela est dû au fait que lorsque la distribution FG-X est utilisée pour renforcer la poutre, la structure présente la rigidité à la flexion maximale par rapport aux autres distributions.

De plus, une augmentation des rapports d'épaisseur entraîne une augmentation de la valeur de la fréquence naturelle.

La figure V-6 représente les caractéristiques de la fréquence fondamentale de la poutre FG-X pour divers rapports longueur sur épaisseur (L/h) et différentes conditions aux limites désignées par (A-A, E-E, E-A et E-L). Il est démontré que la fréquence est significativement influencée par les conditions aux limites et le facteur de rapport d'épaisseur, où la fréquence est plus élevée pour la poutre NTC FG-X avec un rapport (L/h) plus grand et plus élevé pour les conditions de bord de type E-E. De plus, la fréquence résultante fluctue en raison des conditions aux limites, les poutres E-E ayant les fréquences les plus élevées, suivies des poutres E-A, A-A, et enfin des poutres E-L pour chaque rapport d'épaisseur (L/h) pour tous les types de poutres composites.

La figure V-7 présente un diagramme en barres 3D de la fréquence non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) par rapport à différentes formes de distribution de renforts (NTCs) et de rapports de longueur sur épaisseur (L/h) pour $f_r^* = 0.075$ et $\mu = 0.5 = \eta$. Les résultats obtenus montrent que les poutres FG-X renforcées NTCs ont la fréquence naturelle maximale, ce qui en fait la poutre composite la plus robuste, suivie respectivement des poutres UD-, V- et O-. De plus, l'augmentation du rapport longueur sur épaisseur (L/h) entraîne une diminution du paramètre de fréquence ($\bar{\omega}$), en raison de la réduction de la surface et de la diminution de la rigidité de la poutre.

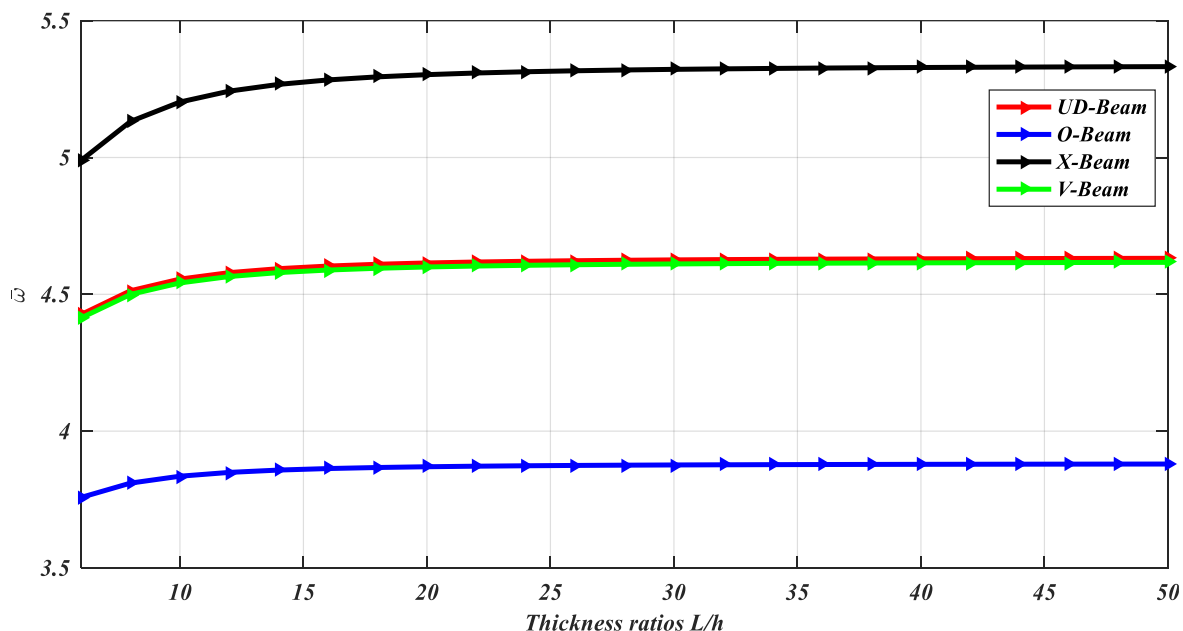


Figure V-5 : Variation des fréquences naturelles non dimensionnelles $\bar{\omega}$ de la poutre composite NTCs-FG en fonction de plusieurs rapports d'épaisseur L/h ($f_r^* = 0.075$, $\mu = \eta = 0.5$, A-A)

La figure V-8 est une représentation graphique à barres 3D pour montrer l'effet combiné des paramètres d'agglomération tels que le rapport de volume des NTCs à l'intérieur (η) et à l'extérieur (μ) des clusters sur le paramètre de fréquence $\bar{\omega}$ à $f_r^* = 0.075$ avec condition A-A. On peut voir que l'amplitude du paramètre de fréquence $\bar{\omega}$ change linéairement avec la variation de (η) et de manière non linéaire pour (μ), et atteint sa valeur maximale à $\eta = 0.75$ et $\mu = 0.55$ et son minimum (la plus basse) à $\eta = 1$ et $\mu = 0.1$.

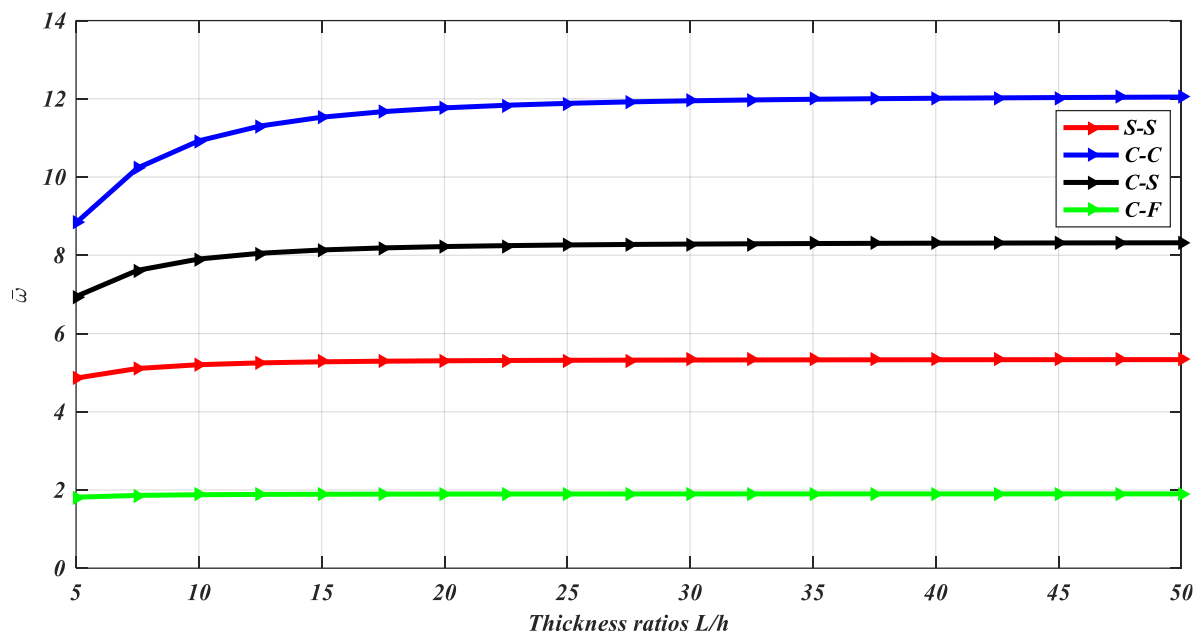


Figure V-6 : Effet des conditions aux limites sur le facteur de fréquence maximal $\bar{\omega}$ de la poutre FG-X avec NTCs ($f_r^* = 0.075, \mu = \eta = 0.5$)

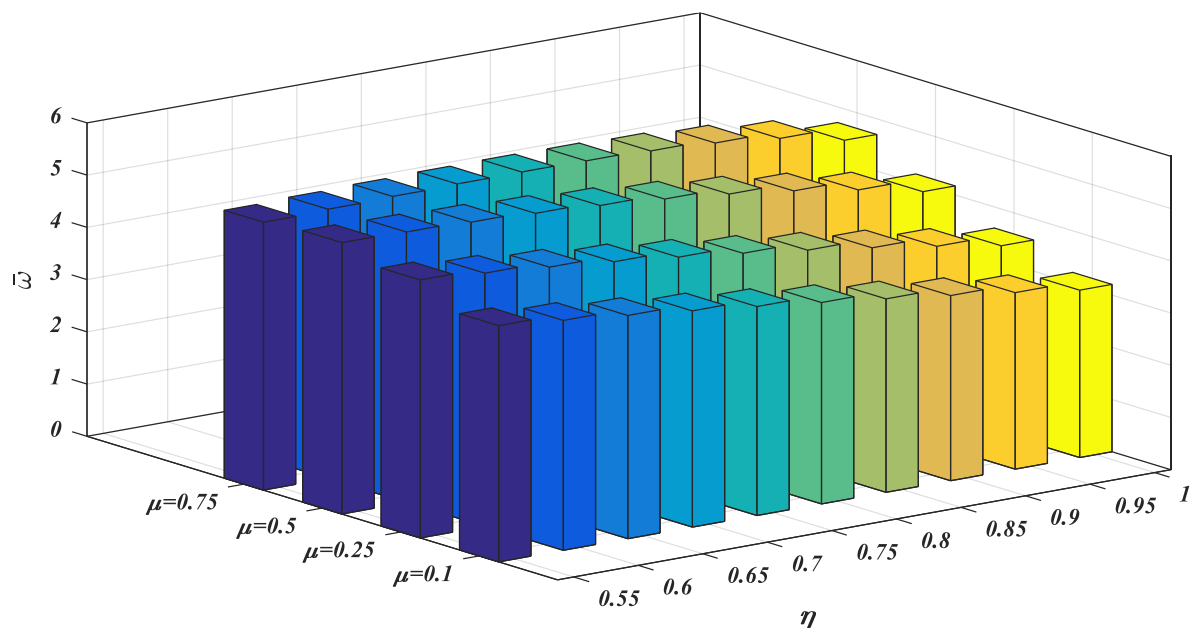


Figure V-7 : Variation en 3D de la fréquence non-dimensionnelle $\bar{\omega}$ de la poutre FG-X en fonction des rapports d'épaisseur et de divers paramètres d'agglomération ($L/h = 10, f_r^* = 0.075, A-A$)

IV.2.2. Analyse du flambement des poutres NTCs

Le tableau V-9 compare les charges de flambage critiques des poutres composites renforcées par UD, X, O, V avec $\mu = \eta = 0.5$ et différentes conditions aux limites pour différents rapports épaisseur/longueur L/h . Comme on peut le voir, en faisant varier les rapports de longueur à épaisseur ($L/h = 10, 15, 20, 25$), les charges critiques de flambage diminuent avec l'augmentation de la valeur de L/h . De plus, la charge critique maximale est obtenue pour les poutres composites à base de NTC avec la condition de bord E-E, tandis qu'elle prend une valeur minimale en cas de condition de bord E-L. Il convient également de noter que les poutres avec une distribution en forme de FG- X des NTCs sont plus rigides que les autres poutres en V, O et UD, ce qui entraîne des charges critiques plus élevées. Cela est dû au fait que la distribution de NTC-X dans le renforcement des poutres à une rigidité à la flexion plus importante par rapport à d'autres formes de distribution des NTCs. On peut également remarquer que les fréquences naturelles des poutres UD sont plus élevées par rapport aux poutres V et O. Cela est dû au fait que la poutre UD contient plus de NTC et est donc plus rigide que les poutres V et O correspondantes.

Tableau V-9: charges critiques de différents types des poutres en NTCs-FG pour différentes conditions aux limites et différents rapports d'épaisseur L/h avec ($\mu = \eta = 0.5$; $f_r^* = 0.3$)

Conditions aux limites	Forme des NTCs	L/h			
		10	15	20	25
A-A	UD	0.0637	0.0287	0.01626	0.01042
	FG-O	0.0353	0.0157	0.00889	0.00569
	FG-X	0.1053	0.0484	0.02756	0.01774
	FG-V	0.0690	0.0311	0.01760	0.01129
E-E	UD	0.2367	0.1111	0.06376	0.04119
	FG-O	0.13682	0.06224	0.03530	0.02268
	FG-X	0.35718	0.17889	0.1053	0.06888
	FG-V	0.19201	0.08893	0.05077	0.03272
E-A	UD	0.12701	0.05811	0.03303	0.02124
	FG-O	0.07142	0.03213	0.01815	0.01163
	FG-X	0.20275	0.09627	0.05548	0.03591
	FG-V	0.10899	0.04958	0.02812	0.01806
E-L	UD	0.01625	0.007252	0.00408	0.00261
	FG-O	0.00889	0.003960	0.00222	0.00142
	FG-X	0.02756	0.01235	0.00697	0.00446
	FG-V	0.01282	0.00571	0.00321	0.00205

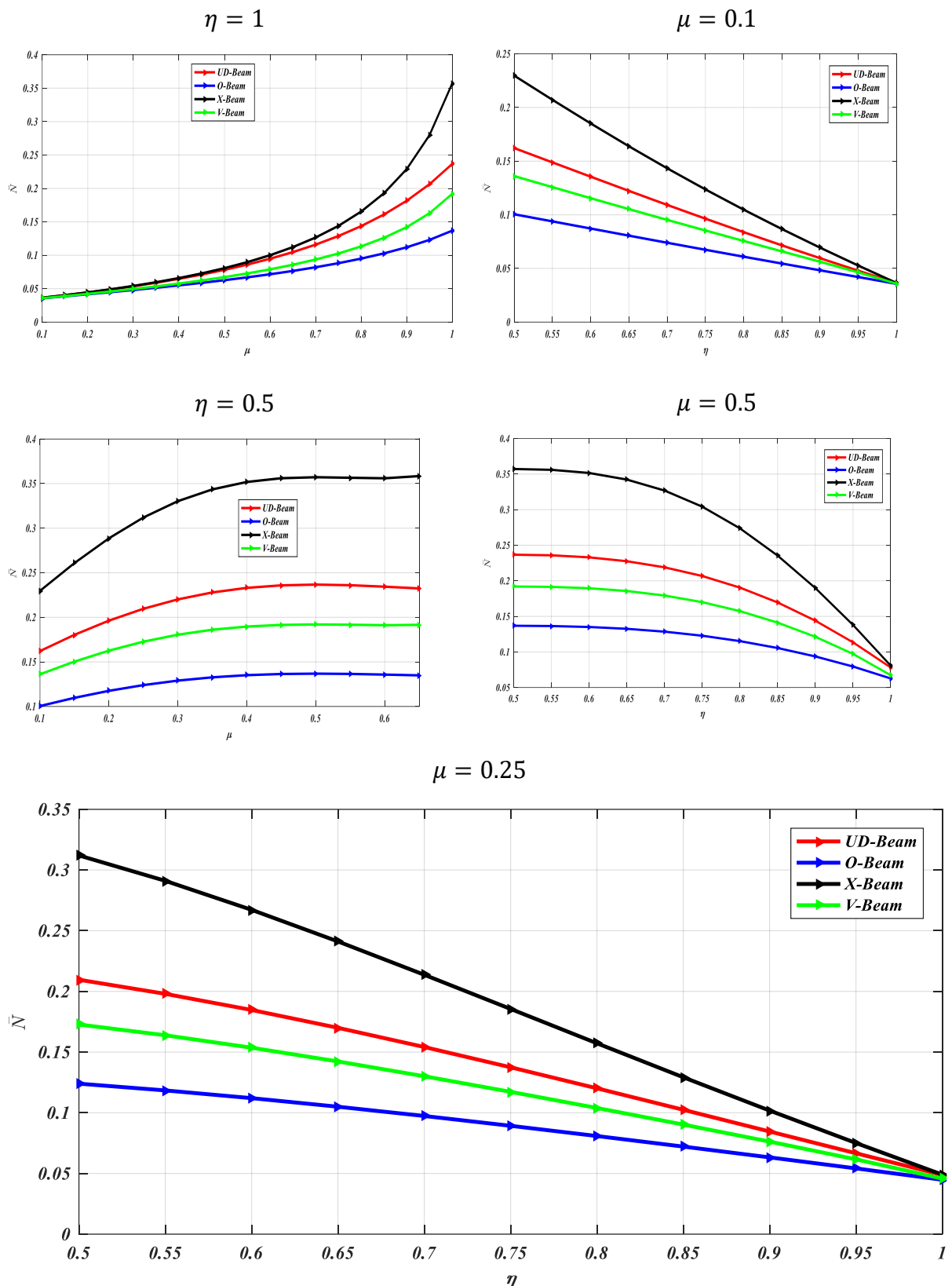


Figure V-8 : Variation de la charge critique du flambement \bar{N} pour différentes distributions de NTC avec divers paramètres d'agglomération ($L/h = 10$, $f_r^* = 0.3$ et E-E)

La figure V-9 illustre comment la charge critique de flambage des poutres CRNTC agglomérées varie simultanément avec les variations des deux facteurs d'agglomération (μ, η) pour différents types de renforcements CRNTC dans des conditions aux limites E-E et une fraction volumique $f_r^* = 0.3$. On observe que la charge de flambage continue d'augmenter avec l'augmentation de la valeur de μ jusqu'à ce que $\mu = \eta$, et ce pour le cas $\mu < \eta$. Ensuite, une fois que $\mu > \eta$, la charge de flambage diminue avec l'augmentation de la valeur de η car la rigidité effective du composite diminue avec l'augmentation du volume proportionnel des NTCs agglomérées à l'intérieur des inclusions. Ainsi, les charges de flambage maximales sont atteintes lorsque $\mu = \eta$. De plus, il a été déterminé que les distributions de NTC liées aux poutres FG-X avec des conditions aux limites E-E supportent les charges de flambage les plus élevées.

La réponse de la charge de flambage en fonction des rapports de longueur sur épaisseur (L/h) pour différentes distributions de NTCs est illustrée dans la figure V-10. La charge de flambage diminue considérablement à mesure que le rapport longueur/épaisseur L/h augmente jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur constante pour de grands rapports L/h . On peut également déduire que la fréquence des poutres composites avec une dispersion de type FG-X des NTCs est plus élevée que celle des poutres avec d'autres distributions de NTC.

Dans la figure V-11, la théorie raffinée des poutres d'ordre supérieur est utilisée pour étudier les poutres composites renforcées de type FG-X CRNTC en tenant compte de l'influence des conditions aux limites mixtes. La variation des charges de flambage maximales des poutres est présentée par rapport aux rapports longueur/épaisseur à $f_r^* = 0.3$. On remarque que les résultats obtenus pour la condition aux limites encastree-libre E-L donnent la charge de flambage la plus basse, tandis qu'elle est intermédiaire pour les conditions aux limites simplement appuyées - simplement appuyées (A-A) puis encastree-simplement appuyées (E-A). Cependant, la valeur de la charge critique est la plus élevée pour le cas des extrémités encastrees-encastrees (E-E). D'autre part, le changement dans les rapports d'aspect (L/h) a un effet considérable sur la charge maximale de stabilité.

La figure V-12 présente un diagramme à barres en 3D de la charge critique de flambage par rapport aux variations conjointes des rapports longueur/épaisseur (L/h) et des différentes configurations de poutres en NTCs-FG agglomérées, pour $f_r^* = 0.3$ et une condition aux limites E-E. On peut voir que la valeur de la charge de flambage N varie de manière non linéaire avec la variation de (L/h) et atteint la valeur la plus élevée pour le type de poutre FG-X à $L/h = 5$, et prend la valeur la plus basse à $L/h = 15$ pour la distribution de poutres FG-O.

La figure V-13 montre un graphique à barres tridimensionnel de la variation de la charge critique de flambage \bar{N} en fonction du rapport volumique des NTCs à l'intérieur (η) et à l'extérieur (μ) des clusters pour une fraction volumique de NTC $f_r^* = 0.3$ et une condition aux limites E-E. On observe que l'amplitude de la charge de flambage N varie de manière monotone avec la variation de (η) et (μ) et atteint son maximum à $\eta = 0.5$ et $\mu = 0.75$, et un minimum à $\eta = 0.95$ et $\mu = 0.1$. Ce qui montre l'effet significatif de ces deux paramètres et doit être pris en compte dans la phase de conception des structures renforcées par des NTC qui peuvent subir ce phénomène.

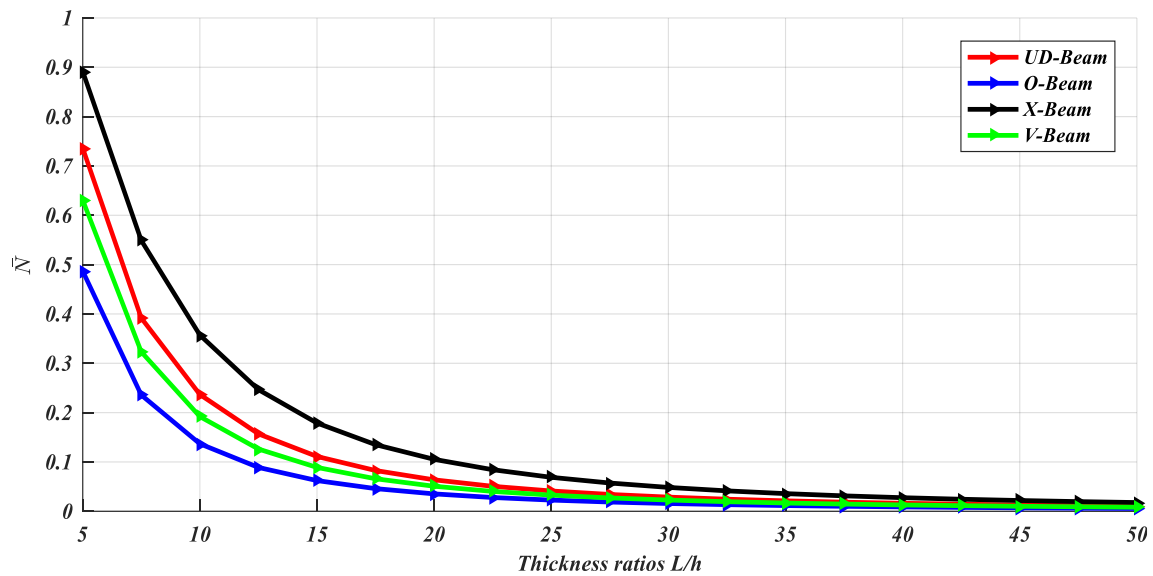


Figure V-9 : Influence des rapports d'épaisseur L/h et des différents modèles de distribution de NTC sur la charge critique du flambement \bar{N} à ($f_r^* = 0.3, \mu = \eta = 0.5, E-E$)

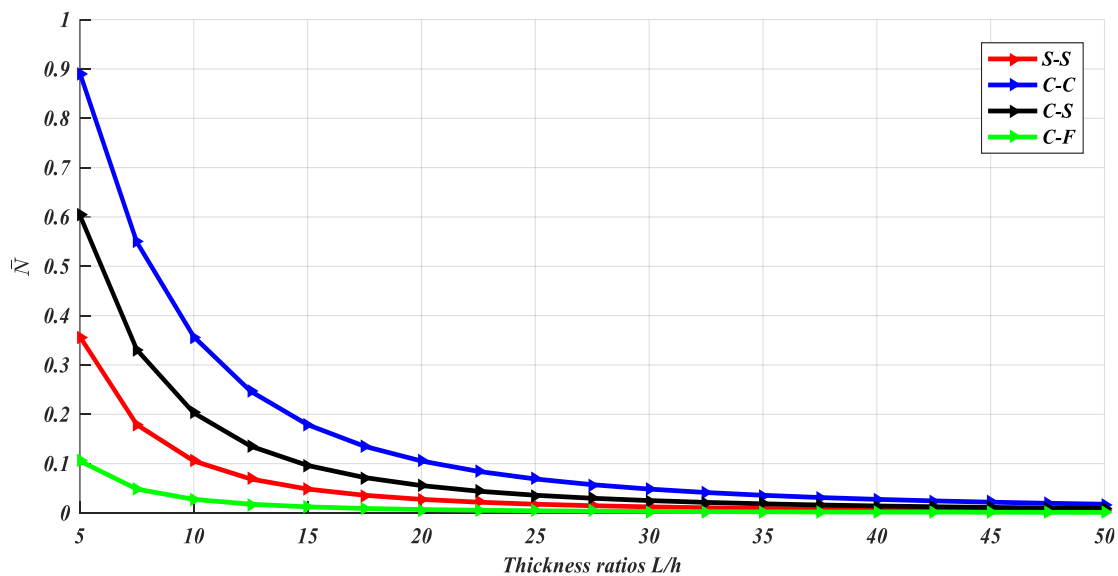


Figure V-10 : Effet des conditions aux limites mixtes et des rapports d'aspect L/h sur la charge critique du flambement de la poutre en FG-X ($f_r^* = 0.3, \mu = \eta = 0.5$)

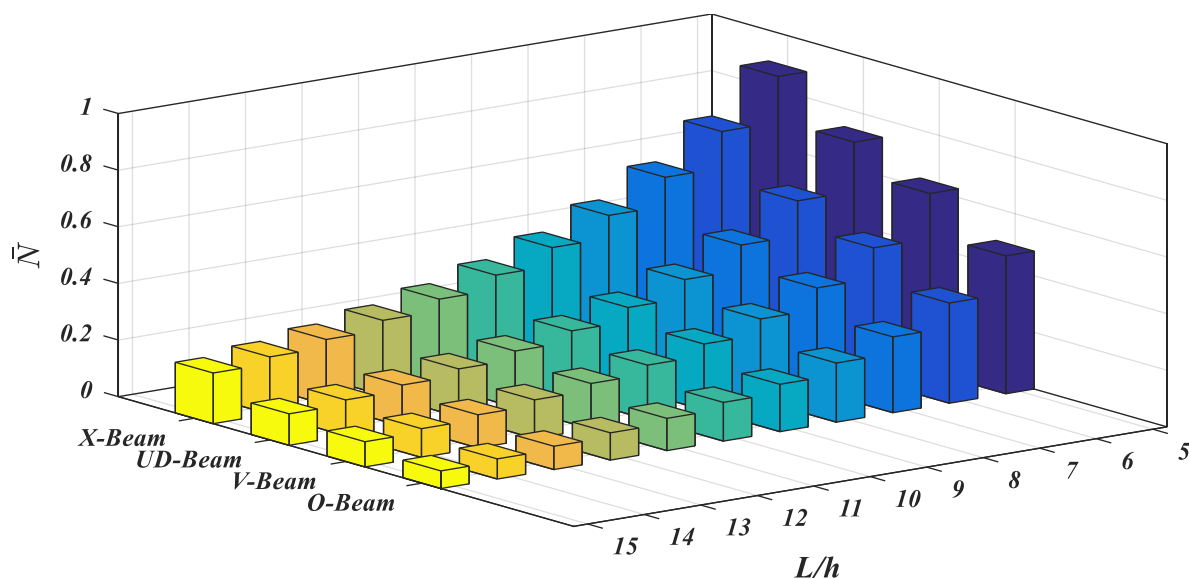


Figure V-11 : Représentation 3D des charges critiques de flambage \bar{N} avec différents rapports d'épaisseur et différents modèles de distribution des NTCs ($f_r^* = 0.3$, $\mu = 0.5 = \eta$, E-E)

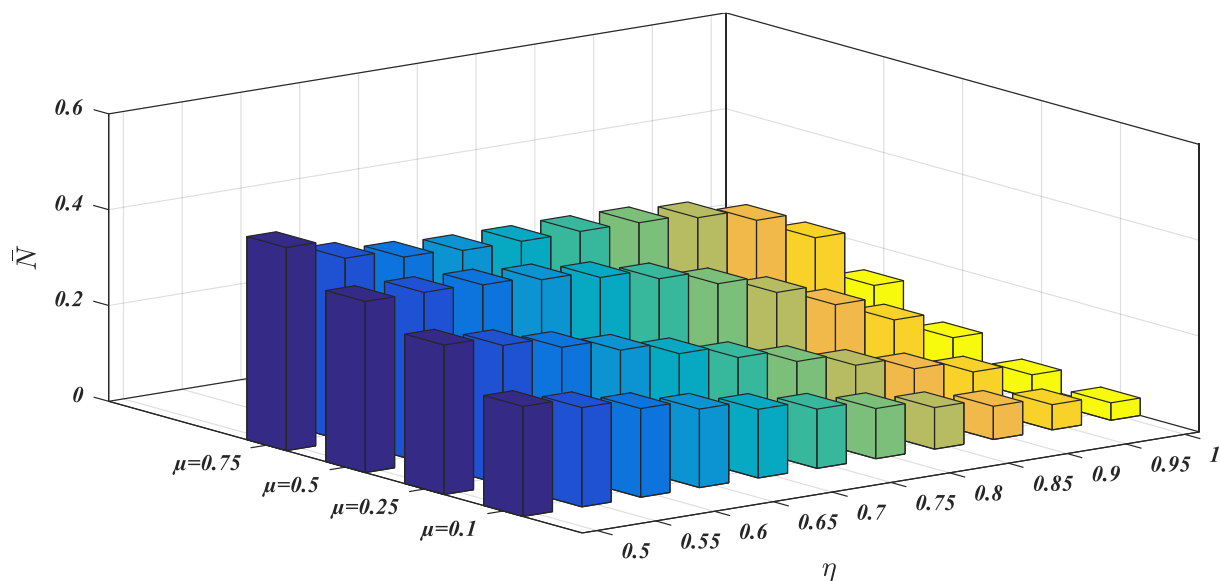


Figure V-12 : Variation en barres 3D de la charge critique du flambement \bar{N} en fonction des paramètres d'agglomération (μ, η) à ($L/h = 10$, $f_r^* = 0.3$, E-E et poutre X-FG)

V. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude dynamique et de flambement d'une poutre composite renforcée avec des NTCs agglomérés NTCs-FG est présentée pour la première fois sur la base d'un élément de poutre à deux nœuds d'ordre supérieur et de la méthode MEFQD. Différents modèles de distribution de NTC immergés dans la matrice polymère sont utilisés pour renforcer

les poutres composites tout en tenant compte de l'influence de l'agglomération des NTCs. ... La technique d'approche Eshelby–Mori–Tanaka a été utilisée pour évaluer les caractéristiques matérielles réelles associées à la structure. Les résultats obtenus sont validés avec d'autres méthodes de résolution qui existent dans la littérature ouverte. Selon les résultats numériques finaux et les paramètres obtenus, nous pouvons conclure que :

- La forme X de poutre en NTC-FG présente la fréquence naturelle et la charge critique de flambage les plus élevées par rapport aux autres types de NTC tels que les poutres UD, V et O, respectivement.
- Les propriétés mécaniques des poutres CRNTC sont affectées par l'effet d'agglomération. Il a été constaté que sauf dans certains cas les NTCs améliorent toujours les caractéristiques mécaniques. À l'exception de certaines conditions, les NTCs améliorent encore les propriétés mécaniques.
- Il a été largement démontré que le phénomène d'agglomération des NTCs peut affaiblir considérablement les composites renforcés par les NTCs. On en conclut également que le module d'Young effectif prend une grande valeur lorsque tous les nanotubes sont répartis uniformément, comme dans la situation où....
- Les charges de flambage et les fréquences naturelles sont obtenues pour les poutres FG-X, qui ont une meilleure réponse que les autres types de poutres CRNTC, tandis que les poutres FG-O offrent la plus faible.
- Le type de bifurcation de flambage ne peut pas se produire lorsqu'il s'agit d'une poutre de type FG-V NTCs, en raison de la dispersion asymétrique des NTCs dans la poutre, ce qui entraîne un déplacement axial non nul au niveau du plan médian de la poutre, ce qui peut être surmonté en incorporant des conditions aux limites de type E-E.
- Lorsque l'épaisseur de la poutre passe de grande à petite (d'épaisse à mince), on observe une croissance considérable de la fréquence de la charge de flambage.
- Les fréquences fondamentales et les charges de flambage critiques sont fortement influencées par les conditions aux limites. On en conclut également que les poutres avec des conditions aux limites E-E pour chaque distribution de NTCs ont des fréquences plus élevées et des charges de stabilité plus importantes.
- Selon les résultats obtenus dans ce travail, la méthode MEF-QD présente des avantages tels qu'un principe mathématique simple, une vitesse de convergence rapide, une faible quantité de calcul, une haute précision de calcul et des besoins en mémoire réduits, etc.,

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail effectué dans le cadre de cette thèse porte sur l'analyse du comportement mécanique des poutres composites renforcées par nanotubes en carbone (cas de vibration et de flambement) et les différents paramètres pouvant influencer sur le comportement des poutres renforcées. Cette étude est basée sur la théorie raffinée de déformation en cisaillement d'ordre supérieur RHSDT. Les propriétés mécaniques des poutres CRNTC sont supposées varier dans le sens de l'épaisseur selon la loi du mélange. Les poutres sont renforcées par des nanotubes de carbone selon les quatre différentes formes de distribution des NTCs en forme unidirectionnel UD et fonctionnellement graduée de type (O, X et V). Les équations différentielles du mouvement ont été extraites en utilisant le principe de Lagrange et ensuite résolues à l'aide d'une méthode numérique robuste appelée méthode des éléments finis en quadrature différentielle pour la première fois dans ce domaine.

L'approche théorique raffinée d'ordre supérieur (RHSDT) est appliquée pour explorer les caractéristiques des vibrations et des flambements des poutres composites renforcées par NTC agglomérés. Les propriétés matérielles sont considérées être variées à travers l'épaisseur de la poutre selon la loi du mélange. Ces propriétés du matériau de la poutre renforcée en NTC en FG sont estimées à l'aide de la règle d'Eshelby-Mori-Tanaka basée sur la fibre équivalente. Le principe de Lagrange est utilisé pour déterminer les équations d'équilibres. Ce système d'équations a été résolu par une méthode numérique MEF-QD pour déterminer la fréquence adimensionnelle due à la vibration libre ainsi que les charges critiques dues au flambement de la poutre en composite.

Les résultats obtenus concordent avec ceux disponibles dans la littérature. Plusieurs études paramétriques ont été traitées pour déterminer l'influence des différents paramètres géométriques et des propriétés matérielles sur la fréquence adimensionnelle, les modes propres et la charge critique de flambement de la poutre CRNTC-FG. Ce travail nous a permis d'aboutir aux conclusions suivantes :

- Le présent outil numérique basé sur (MEF-QD) montre une convergence rapide, un calcul rapide en termes d'exécution et une bonne stabilité numérique. Le modèle proposé peut être étendu pour étudier des structures plus complexes. La convergence des résultats peut être contrôlée en augmentant le nombre d'échantillons et le nombre d'éléments.

- Les temps de calcul en utilisant la présente MEF-QD basée sur la théorie RHSDT sont considérablement plus rapides par rapport à la méthode des éléments finis classique et à la solution analytique.
- À partir des résultats trouvés par la formulation proposée, on peut dire que la disposition des NTCs dans la matrice polymère influe sur les charges critiques et les fréquences. On a trouvé que la distribution des renforts en forme Poutre-X rend les poutres CRNTC-FG plus rigides tandis que la distribution en forme Poutre-O les rend plus souples.
- Les charges de flambage et les fréquences naturelles sont obtenues pour les poutres FG-X, qui ont une meilleure réponse que les autres types de poutres CRNTC, tandis que les poutres FG-O offrent la plus faible.

Les perspectives des études qui peuvent être menées dans le futur sont :

- Le code du programme élaboré MEFQD peut être intégré dans un logiciel de system d'ingénierie assisté par ordinateur (IAO) qui va nous a permis de résoudre des formes de structure plus complexes.
- L'étude de stabilité dans un milieu à haute température des poutres à matériau piézoélectrique.
- Prendre en considération l'influence de la variation de la température et de la porosité sur les propriétés du matériau et leur comportement.

Références

- A, J.B., M, J., D, R.R., Haridoss, P., (2015). “Synthesis of thin bundled single walled carbon nanotubes and nanohorn hybrids by arc discharge technique in open air atmosphere.” *Diamond and Related Materials* 55, 12–15.
- Abdenmour, B., Mohamed, Z., Houari, H., Lakhdar, B., n.d. “Etude Statique et Dynamique des Structures en Polymère à Base de Nanotubes de Carbone.”
- Adnan, A., Sun, C.T., Mahfuz, H., (2007). “A molecular dynamics simulation study to investigate the effect of filler size on elastic properties of polymer nanocomposites. *Composites Science and Technology* 67, 348–356.”
- Agari, Y., (2002). “Polymer Blends, Functionally Graded, in: *Encyclopedia of Smart Materials*. John Wiley & Sons, Ltd.”
- Ajayan, P.M., Schadler, L.S., Giannaris, C., Rubio, A., (2000). “Single-Walled Carbon Nanotube-Polymer Composites: Strength and Weakness. *Adv. Mater.* 12, 750–753.”
- Ajayan, P.M., Stephan, O., Colliex, C., Trauth, D., (1994). “Aligned Carbon Nanotube Arrays Formed by Cutting a Polymer Resin—Nanotube Composite. *Science* 265, 1212–1214.”
- Alshorbagy, A.E., Eltaher, M.A., Mahmoud, F.F., 2011. “Free vibration characteristics of a functionally graded beam by finite element method.” *Applied Mathematical Modelling* 35, 412–425. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.07.006>
- Althues, H., Henle, J., Kaskel, S., (2007). “Functional inorganic nanofillers for transparent polymers”. *Chem. Soc. Rev.* 36, 1454–1465.
- An, K.H., Kim, W.S., Park, Y.S., Moon, J.-M., Bae, D.J., Lim, S.C., Lee, Y.S., Lee, Y.H., (2001). “Electrochemical Properties of High-Power Supercapacitors Using Single-Walled Carbon Nanotube Electrodes. *Advanced Functional Materials*” 11, 387–392.
- Arepalli, S., 2004. “Laser ablation process for single-walled carbon nanotube production.” *J Nanosci Nanotechnol* 4, 317–325.
- Arif, M., Asif, M., Ahmed, I., 2017. *Advanced Composite Material for Aerospace Application-a Review. International Journal of Engineering and Manufacturing Science.* 393–409.
- Aubry, C., (2009). “Développement et mise en oeuvre de structures textiles multifonctionnelles contenant des nanotubes de carbone : application aux capteurs chimiques pour la détection de solvants (These de doctorat).” Lille 1.
- Avouris, P., (2007). “Electronics with carbon nanotubes. *Phys. World* 20, 40.”
- Aymonier, C., Loppinet-Serani, A., Reverón, H., Garrabos, Y., Cansell, F., (2006). “Review of supercritical fluids in inorganic materials science.” *The Journal of Supercritical Fluids, A collection of papers dedicated to the memory of Prof. Aydin Akgerman* 38, 242–251.
- Bakhadda, B.,BOUIADJRA, M., 2021. “Etude du comportement mécanique des structures en nano composites.”(Thesis).
- Bandaru, P.R., (2007). “Electrical properties and applications of carbon nanotube structures.” *J Nanosci Nanotechnol* 7, 1239–1267.
- Banerjee, J.R., (2001). “Frequency equation and mode shape formulae for composite Timoshenko beams.” *Composite Structures* 51, 381–388.
- Barai, P., Weng, G.J., 2011. A theory of plasticity for carbon nanotube reinforced composites. *International Journal of Plasticity* 27, 539–559. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2010.08.006>
- Bauchau, O.A., Craig, J.I., 2009. “Three-dimensional beam theory, in: Bauchau, O.A., Craig, J.I. (Eds.), *Structural Analysis, Solid Mechanics and Its Applications*.” Springer Netherlands, Dordrecht, pp. 223–259.

- Bauhofer, W., Kovacs, J.Z., (2009). "A review and analysis of electrical percolation in carbon nanotube polymer composites." *Composites Science and Technology, CNT-NET 07 Special Issue with regular papers* 69, 1486–1498 .
- Bekhadda, A., Bensaid, I., Cheikh, A., Kerboua, B., (2019a). "Static buckling and vibration analysis of continuously graded ceramic-metal beams using a refined higher order shear deformation theory." *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures* 15, 1152–1169.
- Bekhadda, A., Cheikh, A., Bensaid, I., Hadjoui, A., Daikh, A.A., (2019b). "A novel first order refined shear-deformation beam theory for vibration and buckling analysis of continuously graded beams." *Advances in aircraft and spacecraft science* 6, 189–206.
- Belytschko, T., Xiao, S.P., Schatz, G.C., Ruoff, R.S., (2002). "Atomistic simulations of nanotube fracture." *Phys. Rev. B* 65, 235430.
- Bensaid, I., Houalef, I., Saimi, A., Cheikh, A., (2022). "Free Vibration Analysis of Nano-beams Made of Graded Metal Ceramic based on refined zeroth-order shear deformation theory."
- ., Saimi, A., (2023). "Dynamic investigation of functionally graded porous beams resting on viscoelastic foundation using generalised differential quadrature method." *Australian Journal of Mechanical Engineering* 21, 1440–1459
- Berber, S., Kwon, Y.-K., Tománek, D., (2000). "Unusually High Thermal Conductivity of Carbon Nanotubes." *Phys. Rev. Lett.* 84, 4613–4616.
- Bernal, J.D., (1924). "The Structure of Graphite. Proceedings of the Royal Society of London Series" A 106, 749–773.
- Besnard, C., (2019). "Elaboration de composites céramiques oxyde/oxyde par caléfaction (phdthesis)". Université de Bordeaux.
- Biercuk, M.J., Llaguno, M.C., Radosavljevic, M., Hyun, J.K., Johnson, A.T., Fischer, J.E., (2002). "Carbon nanotube composites for thermal management. *Applied Physics Letters*"
- Bockrath, M., Cobden, D.H., McEuen, P.L., Chopra, N.G., Zettl, A., Thess, A., Smalley, R.E., (1997). "Single-Electron Transport in Ropes of Carbon Nanotubes."
- Bonard, J.-M., Stora, T., Salvétat, J.-P., Maier, F., Stöckli, T., Duschl, C., Forró, L., de Heer, W.A., Châtelain, A., (1997). "Purification and size-selection of carbon nanotubes."
- Breuer, O., Sundararaj, U., (2004). "Big returns from small fibers: A review of polymer/carbon nanotube composites."
- Brukh, R., Mitra, S., 2006. "Mechanism of carbon nanotube growth by CVD". *Chemical Physics Letters* 424, 126–132.
- Bundy, F.P., Hall, H.T., Strong, H.M., Wentorfjun., R.H., (1955). "Man-Made Diamonds". *Nature* 176, 51–55 .
- Cadek, M., Coleman, J.N., Barron, V., Hedicke, K., Blau, W.J., (2002). "Morphological and mechanical properties of carbon-nanotube-reinforced semicrystalline and amorphous polymer composites". *Applied Physics Letters* 81, 5123–5125.
- Carbon-Carbon Composites, 1995. <https://doi.org/10.31399/asm.hb.emde.a0003064>
- Chang, T.E., Jensen, L.R., Kisliuk, A., Pipes, R.B., Pyrz, R., Sokolov, A.P., (2005). "Microscopic mechanism of reinforcement in single-wall carbon nanotube/polypropylene nanocomposite". *Polymer* 46, 439–444.
- Chattopadhyay, D., Galeska, I., Papadimitrakopoulos, F., (2003). "A Route for Bulk Separation of Semiconducting from Metallic Single-Wall Carbon Nanotubes". *J. Am Chem Soc.*
- Chun, J., Fagan, J.A., Hobbie, E.K., Bauer, B.J., (2008). "Size Separation of Single-Wall Carbon Nanotubes by Flow-Field Flow Fractionation". *Anal. Chem.* 80, 2514–2523.

- Civalek, Ö., Dastjerdi, S., Akbaş, Ş.D., Akgöz, B., (2021). “Vibration analysis of carbon nanotube-reinforced composite microbeams”. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*.
- Coleman, J.N., Khan, U., Blau, W.J., Gun’ko, Y.K., (2006). “Small but strong: A review of the mechanical properties of carbon nanotube–polymer composites”. *Carbon* 44, 1624
- Collins, P.G., Arnold, M.S., Avouris, P., (2001). “Engineering Carbon Nanotubes and Nanotube Circuits Using Electrical Breakdown”. *Science* 292, 706–709.
- Colomer, J.-F., Stephan, C., Lefrant, S., Van Tendeloo, G., Willems, I., Kónya, Z., Fonseca, A., Laurent, C., Nagy, J.B., (2000). “Large-scale synthesis of single-wall carbon nanotubes by catalytic chemical vapor deposition (CCVD) method”. *Chemical Physics Letters* 317, 83–89.
- Craveiro, D.S., Loja, M. a. R., (2020). “A Study on the Effect of Carbon Nanotubes’ Distribution and Agglomeration in the Free Vibration of Nanocomposite Plates”.
- “CRC Handbook of Chemistry and Physics: A Ready-Reference of Chemical and Physical Data, 85th ed Edited by David R. Lide”(National Institute of Standards and Technology). CRC Press LLC: Boca Raton, FL. 2004. 2712 pp. \$139.99. ISBN 0-8493-0485-7., 2005. . *J. Am. Chem. Soc.* 127, 4542–4542.
- Dai, H., Hafner, J.H., Rinzler, A.G., Colbert, D.T., Smalley, R.E., (1996). “Nanotubes as nanoprobe in scanning probe microscopy”. *Nature* 384, 147–150.
- Diamant Cullinan: Un diamant très célèbre [WWW Document], n.d. URL <https://zshopb.site/ProductDetail.aspx?iid=130058925&pr=57.88> (accessed 12.14.23).
- Du, J.-H., Bai, J., Cheng, H.-M., (2007). “The present status and key problems of carbon nanotube based polymer composites. *Express Polym*”. *Lett.* 1, 253–273.
- Ebrahimi, F., Seyfi, A., Dabbagh, A., (2019a). “Wave dispersion characteristics of agglomerated multi-scale hybrid nanocomposite beams”. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 54, 276–289.
- Ecsedi, I., Dluhi, K., (2005). “A linear model for the static and dynamic analysis of non-homogeneous curved beams”. *Applied Mathematical Modelling* 29, 1211–1231.
- Elliott, J.A., Sandler, J.K.W., Windle, A.H., Young, R.J., Shaffer, M.S.P., (2004). “Collapse of Single-Wall Carbon Nanotubes is Diameter Dependent”. *Phys. Rev. Lett.* 92, 095501.
- Endo, M., Kim, Y.A., Hayashi, T., Nishimura, K., Matusita, T., Miyashita, K., Dresselhaus, M.S., (2001). “Vapor-grown carbon fibers (VGCFs): Basic properties and their battery applications”. *Carbon* 39, 1287–1297.
- “Engineered Materials Handbook Desk Edition”, (1995). . ASM International.
- Euler, L., (1749). “De vibratione chordarum exercitatio”.
- Fattahi, A.M., Safaei, B., (2017). “Buckling analysis of CNT-reinforced beams with arbitrary boundary conditions”. *Microsyst. Technol.* 23, 5079–5091.
- Feynman, R.P., (1960). “There’s Plenty of Room at the Bottom. *Engineering and Science* 23, 22–36”.
- Franklin, R.E., (1951). “The structure of graphitic carbons”. *Acta Cryst* 4, 253–261.
- Friedrich, K., Zhang, Z., Schlarb, A.K., (2005). “Effects of various fillers on the sliding wear of polymer composites”. *Composites Science and Technology, 20th Anniversary Special Issue* 65, 2329–2343.
- Gao, J., Itkis, M.E., Yu, A., Bekyarova, E., Zhao, B., Haddon, R.C., (2005). “Continuous Spinning of a Single-Walled Carbon Nanotube–Nylon Composite Fiber”. *J. Am. Chem. Soc.* 127, 3847–3854.
- Ghorbanpour Arani, A., Zamani, M.H., (2018). “Bending analysis of agglomerated carbon nanotube-reinforced beam resting on two parameters modified Vlasov model foundation”. *Indian J Phys* 92, 767–777.

- Ghugal, Y.M., Shimpi, R.P., (2001). "A Review of Refined Shear Deformation Theories for Isotropic and Anisotropic Laminated Beams". *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 20, 255–272.
- Gong, S.W., Lam, K.Y., Reddy, J.N., (1999). "The elastic response of functionally graded cylindrical shells to low-velocity impact". *International Journal of Impact Engineering* 22, 397–417.
- Gong, X., Liu, J., Baskaran, S., Voise, R.D., Young, J.S., (2000). "Surfactant-Assisted Processing of Carbon Nanotube/Polymer Composites". *Chem. Mater.* 12, 1049–1052.
- GraphenLayer [WWW Document], n.d. URL <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/e0/GraphenLayer.svg/langfr-800px-GraphenLayer.svg.png> (accessed 12.15.23).
- Graphite [SubsTech], n.d.
- Guldi, D.M., Martín, N., (2010). "Carbon Nanotubes and Related Structures: Synthesis, Characterization, Functionalization, and Applications". John Wiley & Sons.
- Guo, T., Nikolaev, P., Thess, A., Colbert, D.T., Smalley, R.E., (1995). "Catalytic growth of single-walled nanotubes by laser vaporization". *Chemical Physics Letters* 243, 49–54.
- H. Koo, J., (2006). "Polymer Nanocomposites: Processing, Characterization, and Applications, First edition". ed. McGraw-Hill Education.
- Haggenmueller, R., Guthy, C., Lukes, J.R., Fischer, J.E., Winey, K.I., (2007). "Single Wall Carbon Nanotube/Polyethylene Nanocomposites: Thermal and Electrical Conductivity". *Macromolecules* 40, 2417–2421.
- Hamada, N., Sawada, S., Oshiyama, A., (1992). "New one-dimensional conductors: Graphitic microtubules". *Phys. Rev. Lett.* 68, 1579–1581.
- Han, S.M., Benaroya, H., Wei, T., (1999). "Dynamics Of Transversely Vibrating Beams Using Four Engineering Theories". *Journal of Sound and Vibration* 225, 935–988.
- Han, Y., Elliott, J., (2007). "Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites". *Computational Materials Science* 39, 315–323.
- Harik, V., (2018). "Mechanics of carbon nanotubes: fundamentals, modeling and safety". Academic Press.
- Hedayati, H., Sobhani Aragh, B., (2012). "Influence of graded agglomerated CNTs on vibration of CNT-reinforced annular sectorial plates resting on Pasternak foundation". *Applied Mathematics and Computation* 218, 8715–8735.
- Heshmati, M., Yas, M.H., (2013). "Free vibration analysis of functionally graded CNT-reinforced nanocomposite beam using Eshelby-Mori-Tanaka approach". *J Mech Sci Technol* 27, 3403–3408.
- Heyliger, P.R., Reddy, J.N., (1988). "A higher order beam finite element for bending and vibration problems". *Journal of Sound and Vibration* 126, 309–326.
- Hottebart, P., (1994). "Etude d'un composite à matrice métallique Al-SiC de fonderie : caractérisation microstructurale et comportement mécanique monotone et cyclique" (These de doctorat). Lille 1.
- Hu, H., Yu, A., Kim, E., Zhao, B., Itkis, M.E., Bekyarova, E., Haddon, R.C., (2005). "Influence of the Zeta Potential on the Dispersability and Purification of Single-Walled Carbon Nanotubes". *J. Phys. Chem. B* 109, 11520–11524.
- Hutchison, J.L., Kiselev, N.A., Krinichnaya, E.P., Krestinin, A.V., Loutfy, R.O., Morawsky, A.P., Muradyan, V.E., Obraztsova, E.D., Sloan, J., Terekhov, S.V., Zakharov, D.N., (2001). Double-walled carbon nanotubes fabricated by a hydrogen arc discharge method. *Carbon* 39, 761–770. [https://doi.org/10.1016/S0008-6223\(00\)00187-1](https://doi.org/10.1016/S0008-6223(00)00187-1)
- Iijima, S., (1991). "Helical microtubules of graphitic carbon". *Nature* 354, 56–58.

- Iijima, S., Ichihashi, T., (1993). “Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter”. *Nature* 363, 603–605 .
- Imasaka, K., Kanatake, Y., Ohshiro, Y., Suehiro, J., Hara, M., (2006). “Production of carbon nanotubes and nanotubes using an intermittent arc discharge in water”. *Thin Solid Films, The Joint Meeting of 7th APCPST (Asia Pacific Conference on Plasma Science and Technology) and 17th SPSM (Ss)* 506–507, 250–254.
- Janas, D., Koziol, K.K., (2016). “Carbon nanotube fibers and films: synthesis, applications and perspectives of the direct-spinning method”. *Nanoscale* 8, 19475–19490.
- Kamarian, S., Salim, M., Dimitri, R., Tornabene, F., (2016). “Free vibration analysis of conical shells reinforced with agglomerated Carbon Nanotubes”. *International Journal of Mechanical Sciences* 108–109, 157–165.
- Kamarian, S., Shakeri, M., Yas, M., Bodaghi, M., Pourasghar, A., (2015a). “Free vibration analysis of functionally graded nanocomposite sandwich beams resting on Pasternak foundation by considering the agglomeration effect of CNTs”. *Jnl of Sandwich Structures & Materials* 17, 632–665. <https://doi.org/10.1177/1099636215590280>
- Karama, M., Afaq, K.S., Mistou, S., (2003). “Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity”. *International Journal of Solids and Structures* 40, 1525–1546. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00647-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00647-9)
- Ke, L.-L., Yang, J., Kitipornchai, S., (2013). “Dynamic Stability of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Beams”. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 20, 28–37. <https://doi.org/10.1080/15376494.2011.581412>
- Ke, L.-L., Yang, J., Kitipornchai, S., (2010). “Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams”. *Composite Structures* 92, 676–683.
- Khan, U., Ryan, K., Blau, W.J., Coleman, J.N., (2007). “The effect of solvent choice on the mechanical properties of carbon nanotube–polymer composites”. *Composites Science and Technology* 67, 3158–3167.
- Kim, C., White, S.R., (1996). “Analysis of thick hollow composite beams under general loadings”. *Composite Structures* 34, 263–277. [https://doi.org/10.1016/0263-8223\(95\)00146-8](https://doi.org/10.1016/0263-8223(95)00146-8)
- Kim, H.M., Kim, K., Lee, S.J., Joo, J., Yoon, H.S., Cho, S.J., Lyu, S.C., Lee, C.J.,(2004). “Charge transport properties of composites of multiwalled carbon nanotube with metal catalyst and polymer: application to electromagnetic interference shielding”. *Current Applied Physics* 4, 577–580. <https://doi.org/10.1016/j.cap.2004.01.022>
- Kim, P., Shi, L., Majumdar, A., McEuen, P.L., (2001). “Thermal Transport Measurements of Individual Multiwalled Nanotubes”. *Phys. Rev. Lett.* 87, 215502.
- Kim, S.E., Thai, H.T., Lee, J., (2009). “Buckling analysis of plates using the two variable refined plate theory”. *Thin-Walled Structures* 47, 455–462.
- Kingston, C.T., Simard, B., (2003). “Fabrication of Carbon Nanotubes”. *Analytical Letters* 36, 3119–3145.
- Koerner, H., Liu, W., Alexander, M., Mirau, P., Dowty, H., Vaia, R.A., (2005). “Deformation–morphology correlations in electrically conductive carbon nanotube–thermoplastic polyurethane nanocomposites”. *Polymer, In Honor of James E. Mark* 46, 4405–4420. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2005.02.025>
- Kordás, K., Tóth, G., Moilanen, P., Kumpumäki, M., Vähäkangas, J., Uusimäki, A., Vajtai, R., Ajayan, P.M., (2007). “Chip cooling with integrated carbon nanotube microfin architectures”. *Applied Physics Letters* 90, 123105. <https://doi.org/10.1063/1.2714281>
- Krishnan, A., Dujardin, E., Ebbesen, T.W., Yianilos, P.N., Treacy, M.M.J., (1998). “Young’s modulus of single-walled nanotubes”. *Phys. Rev. B* 58, 14013–14019.

- Kroto, H.W., (1982). "Tilden Lecture. Semistable molecules in the laboratory and in space." *Chem. Soc. Rev.* 11, 435–491. <https://doi.org/10.1039/CS9821100435>
- Kroto, H.W., Heath, J.R., O'Brien, S.C., Curl, R.F., Smalley, R.E., (1985). "C₆₀: Buckminsterfullerene". *Nature* 318, 162–163.
- Kumar, S., Rani, R., Dilbaghi, N., Tankeshwar, K., Kim, K.-H., (2017). "Carbon nanotubes: a novel material for multifaceted applications in human healthcare". *Chem. Soc. Rev.* 46, 158–196.
- Kymakis, E., Amaratunga, G.A.J., (2006). "Electrical properties of single-wall carbon nanotube-polymer composite films". *Journal of Applied Physics* 99, 084302.
- Landi, B.J., Castro, S.L., Ruf, H.J., Evans, C.M., Bailey, S.G., Raffaele, R.P., (2005). "CdSe quantum dot-single wall carbon nanotube complexes for polymeric solar cells". *Solar Energy Materials and Solar Cells, International Conference on Physics, Chemistry and Engineering* 87, 733–746. <https://doi.org/10.1016/j.solmat.2004.07.047>
- Lange, H., Sioda, M., Huczko, A., Zhu, Y.Q., Kroto, H.W., Walton, D.R.M., (2003). "Nanocarbon production by arc discharge in water". *Carbon* 41, 1617–1623.
- Lee, J., Schultz, W.W., (2004). "Eigenvalue analysis of Timoshenko beams and axisymmetric Mindlin plates by the pseudospectral method". *Journal of Sound and Vibration* 269, 609–621.
- Lee, S.H., Kim, M.W., Kim, S.H., Youn, J.R., (2008). "Rheological and electrical properties of polypropylene/MWCNT composites prepared with MWCNT masterbatch chips". *European Polymer Journal* 44, 1620–1630.
- "Les nanotubes de carbone : quels risques, quelle prévention ? - Article de revue - INRS" [WWW Document], n.d. URL <https://www.inrs.fr/media.html?refINRS=ND%202286> (accessed 12.23.23).
- Levinson, M., (1980). "An accurate, simple theory of the statics and dynamics of elastic plates". *Mechanics Research Communications* 7, 343–350.
- Li, H., Guan, L., Shi, Z., Gu, Z., (2004). "Direct Synthesis of High Purity Single-Walled Carbon Nanotube Fibers by Arc Discharge". *J. Phys. Chem. B* 108, 4573–4575.
- Li, W., Liang, C., Qiu, J., Zhou, W., Han, H., Wei, Z., Sun, G., Xin, Q., (2002). "Carbon nanotubes as support for cathode catalyst of a direct methanol fuel cell". *Carbon* 40, 787–790.
- Lian, J., Zhou, W., Wei, Q.M., Wang, L.M., Boatner, L.A., Ewing, R.C., (2006). "Simultaneous formation of surface ripples and metallic nanodots induced by phase decomposition and focused ion beam patterning". *Applied physics letters* 88.
- Limited, A., n.d. Carbon nanotube Banque de photographies et d'images à haute résolution [WWW Document]. Alamy. URL <https://www.alamyimages.fr/photos-images/carbon-nanotube.html> (accessed 12.18.23).
- Lin, F., Xiang, Y., (2014). "Numerical analysis on nonlinear free vibration of carbon nanotube reinforced composite beams". *Int. J. Str. Stab. Dyn.* 14, 1350056.
- Liu, C., Liu, B., Zhao, L., Xing, Y., Ma, C., Li, H., (2017). "A differential quadrature hierarchical finite element method and its applications to vibration and bending of Mindlin plates with curvilinear domains". *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 109, 174–197. <https://doi.org/10.1002/nme.5277>
- Lu, J.P., (1997). "Elastic properties of single and multilayered nanotubes". *Journal of Physics and Chemistry of Solids* 58, 1649–1652.
- Mahamood, R.M., Akinlabi, E.T., Shukla, M., Pityana, S.L., (2012). "Functionally Graded Material: An overview". *International Association of Engineers (IAENG)*.

- Mahdavi, M.H., Jiang, L.Y., Sun, X., (2011). “Nonlinear vibration of a double-walled carbon nanotube embedded in a polymer matrix”. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* 43, 1813–1819. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2011.06.017>
- Mantari, J.L., Guedes Soares, C., (2012). “Bending analysis of thick exponentially graded plates using a new trigonometric higher order shear deformation theory”. *Composite Structures* 94, 1991–2000.
- Meincke, O., Kaempfer, D., Weickmann, H., Friedrich, C., Vathauer, M., Warth, H., (2004). “Mechanical properties and electrical conductivity of carbon-nanotube filled polyamide-6 and its blends with acrylonitrile/butadiene/styrene”. *Polymer* 45, 739–748.
- Mercan, K., Baltacıoglu, A.K., Civalek, Ö., (2018). “Free vibration of laminated and FGM/CNT composites annular thick plates with shear deformation by discrete singular convolution method”. *Composite Structures* 186, 139–153.
- Mohammadi, B., Ghannadpour, S.A.M., (2011). “Energy approach vibration analysis of nonlocal Timoshenko beam theory”. *Procedia Engineering*, 11th International Conference on the Mechanical Behavior of Materials (ICM11) 10, 1766–1771.
- Mohseni, A., Shakouri, M., (2019). Vibration and stability analysis of functionally graded CNT-reinforced composite beams with variable thickness on elastic foundation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications* 233, 2478–2489. <https://doi.org/10.1177/1464420719866222>
- Moniruzzaman, M., Winey, K.I., (2006). “Polymer Nanocomposites Containing Carbon Nanotubes”. *Macromolecules* 39, 5194–5205.
- Moradi-Dastjerdi, R., Malek-Mohammadi, H., Momeni-Khabisi, H., (2017). “Free vibration analysis of nanocomposite sandwich plates reinforced with CNT aggregates”. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 97, 1418–1435. <https://doi.org/10.1002/zamm.201600209>
- Moradi-Dastjerdi, R., Payganeh, G., Malek-Mohammadi, H., (2015). “Free Vibration Analyses of Functionally Graded CNT Reinforced Nanocomposite Sandwich Plates Resting on Elastic Foundation”. *Journal of Solid Mechanics* 7, 158–172.
- Moradi-Dastjerdi, R., Poursasghar, A., Foroutan, M., (2013). “The effects of carbon nanotube orientation and aggregation on vibrational behavior of functionally graded nanocomposite cylinders by a mesh-free method”. *Acta Mech* 224, 2817–2832. <https://doi.org/10.1007/s00707-013-0897-z>
- “Multi Walled Carbon Nanotubes” [WWW Document], n.d. . indiamart.com. URL <https://www.indiamart.com/proddetail/multi-walled-carbon-nanotubes-20733113433.html> (accessed 12.18.23).
- Naresh, B., Babu, A.A., Sudhagar, P.E., Thaslim, A.A., Vasudevan, R., (2014). Free Vibration Analysis of a Carbon Nanotube Reinforced Composite Beam. *Applied Mechanics and Materials* 592–594, 2041–2045. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.592-594.2041>
- Nessim, G.D., (2010). “Properties, synthesis, and growth mechanisms of carbon nanotubes with special focus on thermal chemical vapor deposition”. *Nanoscale* 2, 1306–1323.
- Novoselov, K.S., Geim, A.K., Morozov, S.V., Jiang, D., Zhang, Y., Dubonos, S.V., Grigorieva, I.V., Firsov, A.A., (2004). Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films. *Science* 306, 666–669. <https://doi.org/10.1126/science.1102896>
- Odegard, G.M., Gates, T.S., Wise, K.E., Park, C., Siochi, E.J., (2003). “Constitutive modeling of nanotube-reinforced polymer composites”. *Composites Science and Technology, Modeling and Characterization of Nanostructured Materials* 63, 1671–1687.

- Öncel, Ç., Yürüm, Y., (2006). Carbon Nanotube Synthesis via the Catalytic CVD Method: A Review on the Effect of Reaction Parameters. *Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures* 14, 17–37.
- Overney, G., Zhong, W., Tománek, D., (1993). “Structural rigidity and low frequency vibrational modes of long carbon tubules”. *Z Phys D - Atoms, Molecules and Clusters* 27, 93–96.
- Paiva, M.C., Zhou, B., Fernando, K.A.S., Lin, Y., Kennedy, J.M., Sun, Y.-P., (2004). “Mechanical and morphological characterization of polymer–carbon nanocomposites from functionalized carbon nanotubes”. *Carbon* 42, 2849–2854.
- Palkovits, R., Althues, H., Rumpelcker, A., Tesche, B., Dreier, A., Holle, U., Fink, G., Cheng, C.H., Shantz, D.F., Kaskel, S., (2005). “Polymerization of w/o microemulsions for the preparation of transparent SiO₂/PMMA nanocomposites”. *Langmuir* 21, 6048–6053.
- Park, E.B., Shim, J.W., Choi, H.J., Park, Y.W., (1993). “Anomalous thermoelectric power of the alkali metal doped and the pyrolyzed fullerene”. *Synthetic Metals, Proceedings of the International Conference on Science and Technology of Synthetic Metals* 56, 3258–3263. [https://doi.org/10.1016/0379-6779\(93\)90112-A](https://doi.org/10.1016/0379-6779(93)90112-A)
- Penu, C., (2008). “Nanocomposites à matrice polyamide 6 ou polystyrène et à renforts de nanotubes de carbone : du procédé de synthèse aux phénomènes de percolation (These de doctorat)”. Vandoeuvre-les-Nancy, INPL.
- Pötschke, P., Bhattacharyya, A.R., Janke, A., (2004). “Carbon nanotube-filled polycarbonate composites produced by melt mixing and their use in blends with polyethylene”. *Carbon, European Materials Research Society 2003, Symposium B: Advanced Multifunctional Nanocarbon Materials and Nanosystems* 42, 965–969.
- Pourasghar, A., Yas, M. h., Kamarian, S., (2013). “Local aggregation effect of CNT on the vibrational behavior of four-parameter continuous grading nanotube-reinforced cylindrical panels”. *Polymer Composites* 34, 707–721.
- Rayleigh, J.W.S., (1877). “The theory of sound. London, Macmillan and co”.
- Reddy, J.N., (2007). “Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams”. *International Journal of Engineering Science* 45, 288–307.
- Reddy, J.N., (1997). “Mechanics of laminated plates: theory and analysis.”
- Reinoso, J., Blázquez, A., (2016). “Geometrically nonlinear analysis of functionally graded power-based and carbon nanotubes reinforced composites using a fully integrated solid shell element”. *Composite Structures* 152, 277–294.
- Rinzler, A.G., Liu, J., Dai, H., Nikolaev, P., Huffman, C.B., Rodríguez-Macías, F.J., Boul, P.J., Lu, A.H., Heymann, D., Colbert, D.T., Lee, R.S., Fischer, J.E., Rao, A.M., Eklund, P.C., Smalley, R.E., (1998). “Large-scale purification of single-wall carbon nanotubes: process, product, and characterization”. *Applied Physics A: Materials Science & Processing* 67, 29–37. <https://doi.org/10.1007/s003390050734>
- Ritz, W., 1909. Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 135, 1–61.
- Sagara, T., Kurumi, S., Suzuki, K., (2014). “Growth of linear Ni-filled carbon nanotubes by local arc discharge in liquid ethanol”. *Applied Surface Science* 292, 39–43.
- Sano, N., Wang, H., Chhowalla, M., Alexandrou, I., Amaratunga, G. a. J., (2001). “Synthesis of carbon “onions” in water”. *Nature* 414, 506–507.
- Sayyad, A.S., Ghugal, Y.M., (2018a). “An inverse hyperbolic theory for FG beams resting on Winkler-Pasternak elastic foundation”. *Advances in aircraft and spacecraft science* 5, 671–689.

- Shelimov, K.B., Esenaliev, R.O., Rinzler, A.G., Huffman, C.B., Smalley, R.E., (1998). "Purification of single-wall carbon nanotubes by ultrasonically assisted filtration". *Chemical Physics Letters* 282, 429–434.
- Shen, H.-, Zhu, Z., (1970). "Buckling and Postbuckling Behavior of Functionally Graded Nanotube-Reinforced Composite Plates in Thermal Environments". *CMC* 18, 155–182.
- Shen, H.-S., (2011). "A novel technique for nonlinear analysis of beams on two-parameter elastic foundations". *Int. J. Str. Stab. Dyn.* 11, 999–1014.
- Shen, H.-S., (2009). "Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments". *Composite Structures* 91, 9–19.
- Shen, H.-S., He, X.-Q., Yang, D.-Q., (2017). "Vibration of thermally postbuckled carbon nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations". *International Journal of Non-Linear Mechanics* 91, 69–75.
- Shen, H.-S., Wang, Z.-X., (2014). "Nonlinear analysis of shear deformable FGM beams resting on elastic foundations in thermal environments." *International Journal of Mechanical Sciences* 81, 195–206.
- Shen, H.-S., Xiang, Y., (2013). "Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments." *Engineering Structures* 56, 698–708.
- Shen, L., Li, J., (2010). "Erratum: Transversely isotropic elastic properties of single-walled carbon nanotubes". *Phys. Rev. B* 81, 119902.
- Shet, C., Chandra, N., Namilae, S., (2005). "Defect–Defect Interaction in Carbon Nanotubes under Mechanical Loading". *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 12, 55–65.
- Shi, D.-L., Feng, X.-Q., Huang, Y.Y., Hwang, K.-C., Gao, H., (2004). "The Effect of Nanotube Waviness and Agglomeration on the Elastic Property of Carbon Nanotube-Reinforced Composites". *Journal of Engineering Materials and Technology* 126, 250–257.
- Shimpi, R.P., (1999). "Zeroth-Order Shear Deformation Theory for Plates". *AIAA Journal* 37, 524–526.
- Shokrieh, M.M., Rafiee, R., (2010). "Prediction of mechanical properties of an embedded carbon nanotube in polymer matrix based on developing an equivalent long fiber." *Mechanics Research Communications* 37, 235–240.
- Smart, S.K., Cassady, A.I., Lu, G.Q., Martin, D.J., (2006). "The biocompatibility of carbon nanotubes." *Carbon, Toxicology of Carbon Nanomaterials* 44, 1034–1047.
- Sobhani, E., Masoodi, A.R., Civalek, O., Ahmadi-Pari, A.R., (2022). "Agglomerated impact of CNT vs. GNP nanofillers on hybridization of polymer matrix for vibration of coupled hemispherical-conical-conical shells." *Aerospace Science and Technology* 120, 107257.
- Sobhaniragh, B., Batra, R.C., Mansur, W.J., Peters, F.C., (2017). "Thermal response of ceramic matrix nanocomposite cylindrical shells using Eshelby-Mori-Tanaka homogenization scheme." *Composites Part B: Engineering* 118, 41–53.
- Soleymani, M., Ghasemi, A.R., Moslemi-Abyaneh, B., (2022). "Agglomerated carbon nanotubes effects on buckling behavior of fiber metal laminated nanocomposite shells." *Polymers and Polymer Composites* 30, 09673911221108743 .
- Stanton, M.F., Layard, M., (1978). "The carcinogenicity of fibrous minerals, in: Workshop on Asbestos: Definitions and Measurement Methods." *National Bureau of Standards Washington, DC*, pp. 143–151.
- Su, Y., Zhang, Y., (2015). "Carbon nanomaterials synthesized by arc discharge hot plasma." *Carbon* 83, 90–99.

- Suhr, J., Zhang, W., Ajayan, P.M., Koratkar, N.A., (2006). “Temperature-Activated Interfacial Friction Damping in Carbon Nanotube Polymer Composites.” *Nano Lett.* 6, 219–223.
- Sun, X., Yu, R.Q., Xu, G.Q., Hor, T.S.A., Ji, W., (1998). Broadband optical limiting with multiwalled carbon nanotubes. *Applied Physics Letters* 73, 3632–3634. <https://doi.org/10.1063/1.122845>
- Tagrara, S.H., Benachour, A., Bouiadjra, M.B., Tounsi, A., (2015). “On bending, buckling and vibration responses of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams”. 1 19, 1259–1277.
- Tahouneh, V., (2017). “The effect of carbon nanotubes agglomeration on vibrational response of thick functionally graded sandwich plates.” 1 24, 711–726.
- Tahouneh, V., Naei, M.H., (2017). “Using eshelby–mori–tanaka scheme for 3D free vibration analysis of sandwich curved panels with functionally graded nanocomposite face sheets and finite length”. *Polymer Composites* 38, E563–E576.
- Tans, S.J., Devoret, M.H., Dai, H., Thess, A., Smalley, R.E., Geerligs, L.J., Dekker, C., (1997). “Individual single-wall carbon nanotubes as quantum wires.” *Nature* 386, 474–477.
- Tans, S.J., Verschueren, A.R.M., Dekker, C., (1998). “Room-temperature transistor based on a single carbon nanotube”. *Nature* 393, 49–52.
- Technology, N.N., (2019). “General Information About Fullerene C60, Also Known As Buckyballs”. Medium.
- Thai, C.H., Ferreira, A.J.M., Rabczuk, T., Nguyen-Xuan, H., (2018). “A naturally stabilized nodal integration meshfree formulation for carbon nanotube-reinforced composite plate analysis”. *Engineering Analysis with Boundary Elements, Improved Localized and Hybrid Meshless Methods - Part 1* 92, 136–155.
- Thai, H.-T., Kim, S.-E., (2013). “A simple quasi-3D sinusoidal shear deformation theory for functionally graded plates”. *Composite Structures* 99, 172–180.
- Thai, H.-T., Kim, S.-E., (2011). “Levy-type solution for buckling analysis of orthotropic plates based on two variable refined plate theory”. *Composite Structures* 93, 1738–1746.
- Thai, H.-T., Kim, S.-E., (2010). “Free vibration of laminated composite plates using two variable refined plate theory”. *International Journal of Mechanical Sciences* 52, 626–633.
- Thai, H.-T., Vo, T.P., (2012). “Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories”. *International Journal of Mechanical Sciences* 62, 57–66. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2012.05.014>
- Thanh, N.V., Khoa, N.D., Tuan, N.D., Tran, P., Duc, N.D., (2017). “Nonlinear dynamic response and vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite (FG-CNTRC) shear deformable plates with temperature-dependent material properties and surrounded on elastic foundations”. *Journal of Thermal Stresses* 40, 1254–1274.
- Thomas, B., Roy, T., (2017). “Vibration and damping analysis of functionally graded carbon nanotubes reinforced hybrid composite shell structures”. *Journal of Vibration and Control* 23, 1711–1738.
- Thostenson, E.T., Ren, Z., Chou, T.-W., (2001). “Advances in the science and technology of carbon nanotubes and their composites: a review”. *Composites Science and Technology* 61, 1899–1912 .
- Timoshenko, S., Gere, J.M., (1972). “Mechanics of materials”. Van Nostrand Reinhold Co, New York.
- Timoshenko, S.P., (1922). “On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section”. *Philosophical Magazine Series 1* .

- Timoshenko, S.P., (1921). LXVI. "On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars". *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 41, 744–746.
- Tornabene, F., Fantuzzi, N., Baccocchi, M., (2017). "Linear static response of nanocomposite plates and shells reinforced by agglomerated carbon nanotubes". *Composites Part B: Engineering, Composite lattices and multiscale innovative materials and structures* 115, 449–476.
- Tornabene, F., Fantuzzi, N., Baccocchi, M., Viola, E., (2016). "Effect of agglomeration on the natural frequencies of functionally graded carbon nanotube-reinforced laminated composite doubly-curved shells". *Composites Part B: Engineering* 89, 187–218.
- Toubestani, D.H., Ghoranneviss, M., Mahmoodi, A., Zareh, M.R., (2010). "CVD Growth of Carbon Nanotubes and Nanofibers: Big Length and Constant Diameter". *Macromolecular Symposia* 287, 143–147.
- Touratier, M., (1991). "An efficient standard plate theory". *International Journal of Engineering Science* 29, 901–916.
- Tran, L.V., Thai, C.H., Nguyen-Xuan, H., (2013). "An isogeometric finite element formulation for thermal buckling analysis of functionally graded plates". *Finite Elements in Analysis and Design* 73, 65–76.
- Treacy, M.M.J., Ebbesen, T.W., Gibson, J.M., (1996). "Exceptionally high Young's modulus observed for individual carbon nanotubes". *Nature* 381, 678–680.
- Tucker III, C.L., Liang, E., (1999). "Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation". *Composites Science and Technology* 59, 655–671.
- van Rensburg, N.F.J., van der Merwe, A.J., (2006). "Natural frequencies and modes of a Timoshenko beam". *Wave Motion* 44, 58–69.
- Velasco-Santos, C., Martínez-Hernández, A.L., Fisher, F.T., Ruoff, R., Castaño, V.M., (2003). "Improvement of Thermal and Mechanical Properties of Carbon Nanotube Composites through Chemical Functionalization". *Chem. Mater.* 15, 4470–4475.
- Vivien, L., Anglaret, E., Riehl, D., Bacou, F., Journet, C., Goze, C., Andrieux, M., Brunet, M., Lafonta, F., Bernier, P., (1999). "Single-wall carbon nanotubes for optical limiting". *Chemical Physics Letters* 307, 317–319.
- Vo, T.P., Lee, J., (2008). "Free vibration of thin-walled composite box beams". *Composite Structures* 84, 11–20.
- Vo, T.P., Thai, H.-T., Nguyen, T.-K., Maheri, A., Lee, J., (2014). "Finite element model for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams based on a refined shear deformation theory". *Engineering Structures* 64, 12–22.
- Vodenitcharova, T., Zhang, L.C., (2006). "Bending and local buckling of a nanocomposite beam reinforced by a single-walled carbon nanotube". *International Journal of Solids and Structures* 43, 3006–3024.
- Wang, C.M., (2000). "Shear deformable beams and plates relationships with classical solutions"/ [WWW Document].
- Wang, C.M., Tan, V.B.C., Zhang, Y.Y., (2006). "Timoshenko beam model for vibration analysis of multi-walled carbon nanotubes". *Journal of Sound and Vibration* 294, 1060–1072.
- Wang, Y., Ni, Q.-Q., Zhu, Y., Natsuki, T., (2014). "Functionally graded epoxy composites using silane coupling agent functionalized multiwalled carbon nanotubes". *NANO* 09, 1450011.

- Wattanasakulpong, N., Chaikittiratana, A., (2015). "Exact solutions for static and dynamic analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates with Pasternak elastic foundation". *Applied Mathematical Modelling* 39, 5459–5472.
- Wattanasakulpong, N., Ungbhakorn, V., (2013a). "Analytical solutions for bending, buckling and vibration responses of carbon nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundation". *Computational Materials Science* 71, 201–208.
- Wautelet, M., Lehn, J.-M., (2003). "Les nanotechnologies, Nouvelle édition". ed. Dunod.
- White, C.T., Todorov, T.N., (2001). "Quantum electronics: Nanotubes go ballistic". *Nature* 411, 649–652.
- Wong, M., Paramsothy, M., Xu, X.J., Ren, Y., Li, S., Liao, K., (2003). "Physical interactions at carbon nanotube-polymer interface". *Polymer* 44, 7757–7764.
- Xing, Y., Liu, B., (2009). "High-accuracy differential quadrature finite element method and its application to free vibrations of thin plate with curvilinear domain". *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 80, 1718–1742.
- Yakobson, B.I., Avouris, P., (2001). "Mechanical Properties of Carbon Nanotubes, in: Dresselhaus, M.S., Dresselhaus, G., Avouris, P". (Eds.), *Carbon Nanotubes: Synthesis, Structure, Properties, and Applications, Topics in Applied Physics*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 287–327.
- Yang, K., Gu, M., Guo, Y., Pan, X., Mu, G., (2009). "Effects of carbon nanotube functionalization on the mechanical and thermal properties of epoxy composites". *Carbon* 47, 1723–1737.
- Yas, M.H., Heshmati, M., (2012). "Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube under the action of moving load". *Applied Mathematical Modelling* 36, 1371–1394.
- Yas, M.H., Samadi, N., (2012). "Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation". *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 98, 119–128.
- Yu, M.F., Lourie, O., Dyer, M.J., Moloni, K., Kelly, T.F., Ruoff, R.S., (2000). "Strength and breaking mechanism of multiwalled carbon nanotubes under tensile load". *Science* 287, 637–640.
- Yudasaka, M., Iijima, S., Crespi, V.H., (2008). "Single-Wall Carbon Nanohorns and Nanocones, in: Jorio, A., Dresselhaus, G., Dresselhaus, M.S. (Eds.), *Carbon Nanotubes: Advanced Topics in the Synthesis, Structure, Properties and Applications, Topics in Applied Physics*". Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 605–629.
- Zamanian, M., Kolahchi, R., Bidgoli, M.R., (2017). "Agglomeration effects on the buckling behaviour of embedded concrete columns reinforced with SiO₂ nano-particles". *Wind and Structures* 24, 43–57.
- Zare, Y., (2015). "Effects of interphase on tensile strength of polymer/CNT nanocomposites by Kelly–Tyson theory". *Mechanics of Materials* 85, 1–6.
- Zenkour, A.M., (2007). "Benchmark trigonometric and 3-D elasticity solutions for an exponentially graded thick rectangular plate". *Arch Appl Mech* 77, 197–214 .
- Zhang, H., Gao, C., Li, H., Pang, F., Zou, T., Wang, H., Wang, N., (2020). "Analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite structures: A review". *Nanotechnology Reviews* 9, 1408–1426.
- Zhao, X., Lee, Y.Y., Liew, K.M., (2009). "Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates". *Composite Structures* 2, 161–171.
- Zheng, B., Li, Y., Liu, J., (2002). "CVD synthesis and purification of single-walled carbon nanotubes on aerogel-supported catalyst". *Appl Phys A* 74, 345–348. <https://doi.org/10.1007/s003390201275>

- Zhong, H., Guo, Q., (2003). “Nonlinear Vibration Analysis of Timoshenko Beams Using the Differential Quadrature Method”. *Nonlinear Dynamics* 32, 223–234.
- Zhu, P., Lei, Z.X., Liew, K.M., (2012). Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory”. *Composite Structures* 94, 1450–1460. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.11.010>
- Ziane, N., Meftah, S.A., Belhadj, H.A., Tounsi, A., Bedia, E.A.A., (2013). “Free vibration analysis of thin and thick-walled FGM box beams”. *International Journal of Mechanical Sciences* 66, 273–282.
- Zweben, C., (2015). “Composite Materials, in: *Mechanical Engineers’ Handbook*”. John Wiley & Sons, Ltd, pp. 1–37. <https://doi.org/10.1002/9781118985960.meh110>

Liste des publications

Cette thèse conclue trois ans de travaux réalisés au sein du Laboratoire d'ingénierie des systèmes mécaniques et matériaux en Génie Mécanique « IS2M » de l'Université Aboubakr Belkaïd, Tlemcen.

Houalef, I.E., Bensaid, I., Saimi, A., Cheikh, A., 2023. An analysis of vibration and buckling behaviors of nano-composite beams reinforced with agglomerated carbon nanotubes via differential quadrature finite element method. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 0, 1–19. <https://doi.org/10.1080/15376494.2023.2185706>

Houalef, I.E., Bensaid, I., Saimi, A., Cheikh, A., 2022. Free Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Higher Order Refined Composite Beams Using Differential Quadrature Finite Element Method. *European Journal of Computational Mechanics* 505–538. <https://doi.org/10.13052/ejcm2642-2085.3143>

Houalef, I.E., Bensaid, I., Saimi, A., 2023. Buckling analysis of nanocomposite beams based on refined beam theory by considering the Agglomeration effect of CNTs. *International Conference on Scientific and Innovative Studies* 1. <https://doi.org/10.59287/icsis.570>