

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة بوابكر بكاءيد - تلمسان

Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –

Faculté de TECHNOLOGIE



THESE

Présentée pour l'obtention du **grade de DOCTEUR EN SCIENCES**

En : Automatique

Spécialité : Automatique

Par : MESSIRDI Mohammed

Sujet

Contribution à l'observation et la commande non linéaire robuste H_∞ de l'actionneur électrique asynchrone.

Soutenue publiquement, le : 15 / 07 /2025

devant le jury composé de :

Mme BENMANSOUR Souhila	MCA	Univ. Tlemcen	Présidente
Mr BOUMEDIENE Abdelmadjid	Professeur	Univ. Tlemcen	Directeur de thèse
Mr HAMDAOUI Habib	Professeur	Univ. Sidi Bel Abbès	Examineur
Mr KERBOUA Abdelfettah	MCA	ESSAT. Tlemcen	Examineur
Mr SAIDI Khayreddine	MCA	Univ. Sidi Bel Abbès	Examineur

DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

Mon défunt père.

La mémoire de mon grand-père.

Ma très chère mère et ma grand-mère.

Mon frère Bachir

Ma Femme et mes deux enfants Ibtiha et Ibrahim.

Ma grande famille.

Et à toutes ce qu'ils nous a aidé et encouragé pour finir ce travail .

À toute ma famille

À tous ce qui comptent pour moi

REMERCIEMENTS

Je souhaite exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de cette thèse de Doctorat au laboratoire d'Automatique (LAT) de l'Université de Tlemcen.

Tout d'abord, je tiens à remercier sincèrement mon directeur de thèse, Monsieur BOUMEDIENE Abdelmadjid, Professeur à l'Université de Tlemcen, pour son encadrement, ses conseils avisés et son soutien tout au long de ce projet de recherche. Sa disponibilité, sa rigueur scientifique et ses échanges ont été d'une grande valeur pour moi. Je lui suis reconnaissant pour son engagement et ses orientations constructives qui ont permis d'aboutir à ce travail.

Je tiens également à exprimer mes remerciements à Mme BENMANSOUR Souhila, Maître de conférence « A » à l'Université de Tlemcen, pour avoir présidé le jury de soutenance de ma thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur HAMDAOUI , Professeur à l'Université Belabess, Belabess, ainsi qu'au Mr Kerboua Abd Elfattah Maître de conférence « A » à l'ESSAT de Tlemcen, SAIDI Khayreddine Maître de conférence « A » à l'Université Belabess, Belabess pour leur contribution en tant que membres du jury et pour avoir accepté d'examiner mon travail.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers Monsieur BOUIADJRA Rochdi Bachir, Maître de conférences « A » à l'Université Mustapha Stambouli de Mascara, pour son orientation clé au début de la thèse afin de pouvoir trouver une solution pour notre contribution.

Mes remerciements vont également à mes amis et collègues de l'Université Abou Bekr Belkaïd, en particulier OUDJAMA Farid, BOUBEKEUR Djamila, BENSID Sabri, HOUBA Mekki, MABROUKI Mohammed ,ainsi que tous les autres avec qui j'ai partagé de nombreux moments et échanges enrichissants.

Enfin, je tiens à exprimer toute ma gratitude envers ma famille pour leur amour, leur soutien indéfectible et leur compréhension tout au long de cette aventure académique. Ma Mère, ma grand-mère, mon frère Bachir, mes sœurs, mon oncle, mes tantes et leurs familles ont été une source constante d'encouragement et de soutien.

Je remercie également toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué au succès de ce travail.

Résumé

Ce travail porte sur la modélisation, l'analyse et la commande avancée du moteur asynchrone. Le modèle mathématique complet est établi afin de décrire avec précision la dynamique du système et de préparer son exploitation pour des stratégies de commande performantes. Une approche classique de commande linéaire est d'abord étudiée, incluant des techniques robustes basées sur la théorie H_∞ permettant d'assurer stabilité et performances face aux incertitudes et perturbations. Par la suite, une méthode innovante de commande non linéaire robuste est développée. Elle repose sur la résolution approximative de l'équation d'Hamilton-Jacobi-Isaacs (HJIE), un défi majeur pour la synthèse de lois de commande optimales dans un contexte non linéaire. Pour atteindre cet objectif, une méthode numérique associant la technique de Galerkin et celle des résidus pondérés est utilisée afin d'obtenir une solution approchée de l'HJIE. Les coefficients liés aux fonctions de base sont déterminés hors ligne, permettant ensuite la mise en œuvre d'une commande H_∞ non linéaire par retour d'état. L'efficacité de la stratégie proposée est démontrée par des simulations illustrant la robustesse et la performance de la commande appliquée au modèle complet du moteur asynchrone.

Mots-clés : commande H_∞ · méthode de Galerkin · moteur asynchrone · commande robuste · équation d'Hamilton-Jacobi-Isaacs · modèle non linéaire-commande vectorielle.

Abstract

This work focuses on the modelling, analysis, and advanced control of the induction motor. A complete mathematical model is established to accurately describe the system dynamics and enable the development of high-performance control strategies. A classical linear control approach is first studied, including robust techniques based on H_∞ theory to ensure stability and performance in the presence of uncertainties and disturbances. Subsequently, an innovative robust nonlinear control method is developed. It is based on an approximate solution to the Hamilton-Jacobi-Isaacs Equation (HJIE), which represents a major challenge in the synthesis of optimal control laws in a nonlinear context. To achieve this, a numerical method combining the Galerkin approach with the weighted residuals technique is employed to obtain an approximate solution to the HJIE. The coefficients associated with the basis functions are determined offline, enabling the implementation of a nonlinear H_∞ state-feedback control. The effectiveness of the proposed strategy is demonstrated through simulations, highlighting the robustness and performance of the control when applied to the complete induction motor model.

Keywords : H_∞ control · Galerkin method · Induction motor · Robust control · The Hamilton-Jacobi-Isaac Equation · Nonlinear model-field oriented control.

الملخص

تركز هذه الأطروحة على نمذجة المحرك الحثي، تحليله، وتصميم أنظمة التحكم المتقدمة له. تم تطوير نموذج رياضي شامل لوصف ديناميكيات النظام بدقة، مما يشكل أساساً لتصميم استراتيجيات تحكم عالية الأداء. تمت دراسة تقنيات التحكم الخطي، بما في ذلك طرق التحكم القوي H_∞ لضمان الاستقرار ومقاومة الاضطرابات وعدم اليقين في النموذج. بناءً على ذلك، تم اقتراح استراتيجية جديدة للتحكم غير الخطي القوي من نوع H_∞ التحدي الرئيسي في هذا السياق يتمثل في حل معادلة هاميلتون-جاكوبي-إيساكس (HJIE)، وهي خطوة أساسية لتحقيق تحكم راجع أمثل في الأنظمة غير الخطية. لمواجهة هذه الصعوبة، تم استخدام طريقة عددية تجمع بين طريقة جالركين وطريقة البواقي الموزونة للحصول على حل تقريبي للمعادلة. تم حساب معاملات دوال الأساس بشكل غير مباشر (off-line)، مما يسمح بتنفيذ قانون التحكم غير الخطي عملياً. وقد تم تقديم نتائج محاكاة تثبت فعالية الاستراتيجية المقترحة، من حيث تحسين الأداء والموثوقية عند تطبيقها على النموذج الكامل للمحرك الحثي.

الكلمات المفتاحية :

التحكم H_∞ · طريقة جالركين · المحرك الحثي · التحكم القوي · معادلة هاميلتون-جاكوبي-إيساكس · النموذج غير الخطي

التحكم بتوجيه الحقل

Table des Matières

Introduction générale	1
1 Modélisation de la machine asynchrone	4
1.1 Introduction au moteur asynchrone	4
1.1.1 Application principale	5
1.2 Modélisation mathématique du moteur asynchrone	5
1.2.1 Principes de fonctionnement de base	5
1.2.2 Mise en équations du moteur asynchrone	7
1.2.3 Caractéristiques non linéaires des moteurs à induction	16
1.3 Conclusion	18
2 Techniques classiques de commande des moteurs asynchrones	19
2.1 Introduction	19
2.2 Commande scalaire(V/f)	20
2.2.1 Principes de la commande scalaire (contrôle de la fréquence et de la tension)	20
2.2.2 Avantages et limitations	21
2.3 Commande vectorielle	21
2.3.1 Introduction à la commande vectorielle et son importance dans le contrôle des moteurs à induction	21
2.3.2 Modélisation et principe de séparation:	22
2.3.3 Commande vectorielle directe:	23
2.3.4 Commande vectorielle indirecte	28

2.3.5	Commande vectorielle simplifiée	30
2.3.6	Limitations et défis de la commande vectorielle, notamment face aux non linéarités	32
2.4	Conclusion	33
3	Commande H_∞ linéaire pour les moteurs asynchrones	34
3.1	Introduction	34
3.2	Norme H_∞	35
3.3	Propriétés de la norme H_∞	36
3.3.1	Interconnexion en série	37
3.3.2	Interconnexion en parallèle	37
3.3.3	Sous-additivité (Principe du gain maximal)	38
3.3.4	Inégalité de BRL (Bounded Real lemma)	38
3.3.5	Composition en boucle fermée	38
3.3.6	Norme H_∞ et incertitudes multiplicatives	39
3.3.7	Norme H_∞ et interconnexion redoutée (Small-Gain Theorem)	39
3.4	Le problème H_∞ standard	39
3.4.1	Formulation du problème	40
3.4.2	Hypothèses d'existence d'une solution au problème H_∞	42
3.4.3	Contrôle Loopshaping	45
3.4.4	Commande H_∞ linéaire appliquée au moteur asynchrone	51
3.5	Conclusion	63
4	Synthèse de la commande H_∞ non linéaire du moteur asynchrone par l'algorithme de Galerkin	65
4.1	Introduction	65
4.2	Modèle non linéaire de la machine asynchrone appliquée pour l'algorithme de GALERKIN	67
4.3	Problématique	71
4.3.1	approximation polynomiale	73
4.3.2	Méthode des résidus pondérés	73

4.3.3	Le choix des fonctions de pondérations	75
4.4	Algorithme de GALERKIN appliqué à la synthèse du contrôleur H_∞ non-linéaire par retour d'état	76
4.5	Simulations et interprétations	81
4.6	Conclusion	87
5	Observateur H_∞ non linéaire pour la machine asynchrone	89
5.1	Introduction	89
5.2	Méthode de Galerkin appliquée à la résolution des équations de HJI pour la commande par retour de sortie	90
5.2.1	Formulation mathématique	91
5.2.2	Implémentation de la commande par retour de sortie dans l'algorithme de GALERKIN	95
5.2.3	Structuration de l'algorithme de GALERKIN	96
5.2.4	Extraction de la matrice de gain G	98
5.3	Observateur $\mathcal{H}_\infty$ non linéaire appliquée à la machine asynchrone	99
5.3.1	Simulation et interprétations	100
5.4	Conclusion	105
6	Conclusions et perspectives	106
	Conclusions et perspectives	106
	Bibliographie	114

Introduction générale

Les machines asynchrones sont largement utilisées dans diverses applications industrielles en raison de leur robustesse, de leur faible coût et de leur entretien réduit. Toutefois, leur commande reste un défi en raison de leur dynamique fortement non linéaire et de la présence de paramètres incertains. Pour assurer des performances optimales et une meilleure stabilité, il est essentiel de concevoir des stratégies de commande avancées et des observateurs robustes capables d'estimer les états internes du système, notamment dans un contexte de perturbations et d'incertitudes.

La commande et l'observation des systèmes dynamiques non linéaires constituent un domaine de recherche fondamental dans le contrôle des systèmes électriques, notamment dans le cas des machines asynchrones. Ces dernières jouent un rôle central dans diverses applications industrielles en raison de leur robustesse, de leur coût réduit et de leur faible maintenance. Cependant, leur modèle intrinsèquement non linéaire et la présence d'incertitudes rendent leur commande et leur observation complexes.

L'objectif de cette thèse est d'apporter une contribution de la commande et l'observation non linéaire H_∞ de la machine asynchrone en présence des perturbations et incertitudes du système. L'approche H_∞ est largement utilisée pour garantir la robustesse face aux perturbations externes et aux incertitudes paramétriques. Nous nous intéressons à la conception dynamique de lois de commande et d'observateurs avancées permettant d'améliorer les performances, la stabilité et la robustesse du système.

Ainsi, cette thèse s'articule autour de plusieurs axes de recherche, allant de la modélisation de la machine asynchrone aux techniques avancées de commande et d'observation basées sur l'approche H_∞ .

Dans ce cadre, la commande et l'observateur H_∞ non linéaires constituent des solutions prometteuses. La commande H_∞ est particulièrement adaptée aux systèmes incertains, car elle permet de garantir un niveau de performance même en présence de perturbations. avec l'utilisation d'un observateur robuste, on peut reconstituer ou estimer nos variables d'état sans avoir besoin de capteurs physiques pour chacune d'elles. Cela permet donc de :

- réduire le nombre de capteurs installés sur le système ;
- diminuer les coûts liés à l'achat, l'entretien et le remplacement de ces capteurs ;
- améliorer la fiabilité du système, car il y aura moins de composants susceptibles de tomber en panne.

En résumé, éliminer certains capteurs grâce à l'observateur permet d'alléger la charge de maintenance et de réduire les dépenses.

Le premier chapitre présente les principes fondamentaux du fonctionnement de la machine asynchrone. Après une étude du modèle mathématique dans différentes représentations (abc , $dq0$, espace d'état), nous définissons les non-linéarités du système et les principales perturbations affectant son comportement,

ensuite au deuxième chapitre une analyse de quelques stratégies de commande classiques utilisées pour le contrôle de la machine asynchrone tel que la commande scalaire (V/f) et la commande classique (FOC). (field oriented control).

Le troisième chapitre développe une loi de commande robuste H_∞ linéaire appliquée au modèle linéarisé du moteur asynchrone. Les performances du correcteur fournis est évaluée par des simulations sur MATLAB est comparé avec celles du contrôleur classique FOC .

le dernier chapitre qui fait l'objet de notre publication [43], s'intéresse à la conception d'une loi de commande et un observateur H_∞ non linéaire à base du modèle non linéaire de la machine asynchrone par la méthode de GALERKIN afin de garantir un contrôle et une estimation fiable tenant compte des non linéarité du moteur et de perturbations externes . Une validation par simulation est réalisé pour évaluer les performances de l'algorithme proposé par comparaison de la dynamique de la commande fournie avec un autre contrôleur robuste linéaire LQR (Linear Quadratic Regulator).

Enfin une conclusion générale où nous résumons les principales contributions de la thèse et proposons des perspectives pour les travaux futurs, notamment en ce qui concerne l'amélioration

des performances de la commande et de l'observateur dans des conditions réelles d'exploitation.

Chapitre 1

Modélisation de la machine asynchrone

1.1 Introduction au moteur asynchrone

Les moteurs asynchrones, également connus sous le nom de moteurs à induction, sont l'un des types les plus courants de moteurs électriques utilisés dans une variété d'applications industrielles et commerciales.

Les bases des moteurs asynchrones ont été posées au 19ème siècle. Les travaux de Nikola Tesla, Michael Faraday et d'autres pionniers de l'électricité ont été cruciaux pour comprendre les principes fondamentaux de l'induction électromagnétique qui sous-tendent le fonctionnement de ces moteurs.

Les premiers prototypes de moteurs asynchrones ont été construits et testés au cours des dernières décennies du 19ème siècle. Nikola Tesla a été l'un des premiers à expérimenter avec ces moteurs et à développer des modèles fonctionnels.

Au début du 20ème siècle, des progrès significatifs ont été réalisés dans la conception et la fabrication des moteurs asynchrones. Des améliorations dans les matériaux magnétiques et les techniques d'enroulement ont permis d'augmenter l'efficacité et la fiabilité de ces moteurs.

Les moteurs asynchrones sont devenus largement disponibles et utilisés dans diverses industries au cours du 20ème siècle. Leur conception simple, leur coût relativement bas et leur

fiabilité en ont fait le choix privilégié pour de nombreuses applications.

1.1.1 Application principale

Industrie : Les moteurs asynchrones sont largement utilisés dans l'industrie pour une multitude d'applications, notamment les convoyeurs, les pompes, les compresseurs, les ventilateurs et les machines-outils. Leur capacité à fournir un couple élevé à des vitesses variables en fait des moteurs polyvalents pour un large éventail de processus industriels.

Transport : Dans le domaine du transport, les moteurs asynchrones sont utilisés dans les trains, les tramways et les systèmes de transport par électrique. Leur robustesse et leur capacité à fonctionner sur de longues distances en font un choix populaire pour les applications ferroviaires.

Énergie : Les moteurs asynchrones sont également utilisés dans les centrales électriques à base des éoliennes et d'autres applications liées à la production et à la distribution d'énergie électrique. Leur capacité à fonctionner efficacement à différentes charges les rend idéaux pour ces applications.

Domestique et commercial : Les moteurs asynchrones sont présents dans de nombreux appareils électroménagers tels que les machines à laver, les réfrigérateurs, les climatiseurs et les ventilateurs. Leur conception simple et leur fiabilité les rendent adaptés à une utilisation dans des environnements domestiques et commerciaux.

1.2 Modélisation mathématique du moteur asynchrone

1.2.1 Principes de fonctionnement de base

Le moteur asynchrone, aussi appelé moteur à induction, fonctionne sur le principe de l'induction électromagnétique. il est constitué de trois parties (figure 1-1) [38] :

- **Stator :** Partie fixe du moteur constituée d'enroulements alimentés par un courant alternatif triphasé ou diphasé.
- **Rotor :** Partie mobile, généralement en cage d'écureuil (rotor à cage) ou à enroulements (rotor bobiné) en court circuit.
- **Entrefer :** Espace entre le stator et le rotor, où se produit les forces électromagnétiques.

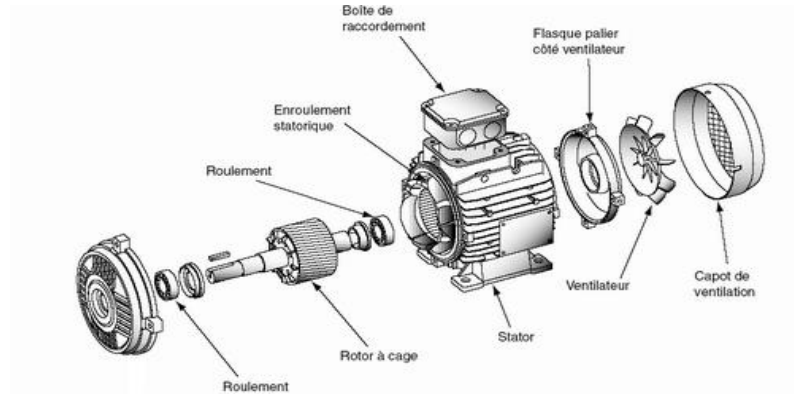


Figure1-1 Principale éléments composant un moteur asynchrone.

Le principe de fonctionnement d'un moteur asynchrone repose sur l'interaction entre un champ magnétique tournant créé en alimentant le bobinage triphasé par système de tension triphasé et des courants induits dans le rotor e court circuit(loi de Lenz), ce qui donne naissance à une force électromagnétique (loi de Laplace) (figure 1-2) [55], générant un couple qui met le rotor en mouvement.

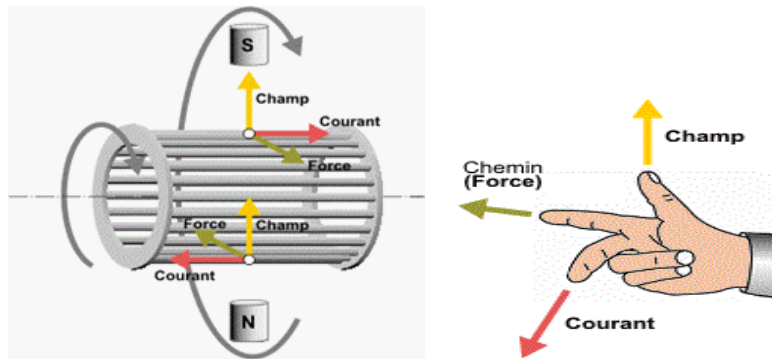


Figure 1-2 Principe de rotation du moteur asynchrone.

Ce champ tourne à une vitesse synchrone, déterminée par la fréquence du courant d'alimentation et le nombre de pôles du moteur.

$$Ns = 60 \times \frac{f}{P} \text{ où :}$$

f : est la fréquence du courant (Hz),

P : est le nombre de paires de pôles.

Cependant, les courants du rotor doivent tourner à une vitesse inférieure à celle du champ tournant. C'est ce qu'on appelle le glissement [56] :

$$g = \frac{N_s - N}{N_s},$$

où :

- N : vitesse mécanique du rotor (en tr/min).
- N_s : vitesse du champ tournant statorique.
- g : glissement (généralement entre 1% et 6% en régime nominal).

1.2.2 Mise en équations du moteur asynchrone

Quelques phénomènes comme la saturation magnétique et les courants de Foucault rendent l'élaboration d'un modèle complet de la machine asynchrone une tâche compliquée donc on est obligé de passer par quelques hypothèses simplificatrices qui tiennent compte de sa construction, de sa géométrie et de la répartition de ses enroulements. Les hypothèses simplificatrices les plus communément utilisées sont les suivantes [10]:

- Une parfaite symétrie du circuit électrique et magnétique,
- Les harmoniques d'ordre supérieur du champ magnétique dans le stator et le rotor sont négligeables,
- Les pertes ferromagnétiques et les effets de saturation sont également négligeables,
- L'effet de l'encoche et l'effet de peau sont aussi négligeables,
- Répartition sinusoïdale des champs magnétiques de chaque bobinage le long de l'entrefer.

Ces choix signifient entre autres que les flux sont additifs, les inductances propres sont constantes et il y a une variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

Le stator et le rotor sont constitués chacun de trois enroulements répartis dans l'espace, et séparés d'un angle électrique de 120° (figure 1-3) [38].

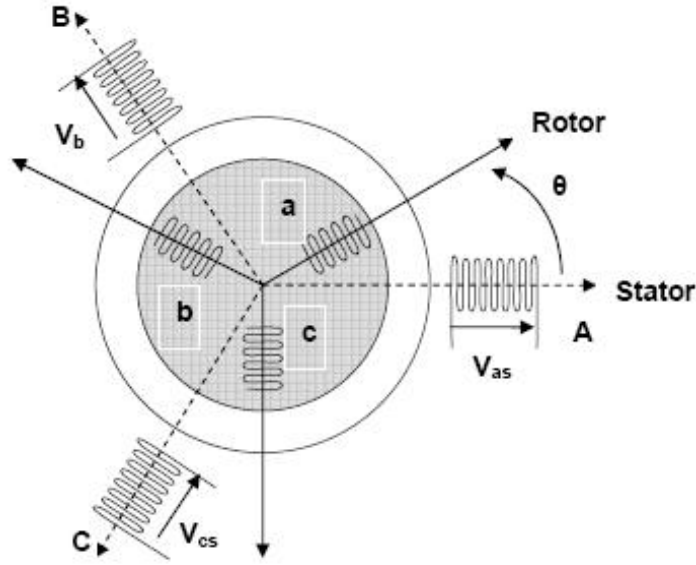


Figure1-3 Représentation schématique d'une machine triphasée.

Avec la prise en compte des hypothèses simplificatrices précédemment citées nous pouvons établir en notation matricielle compacte les six équations différentielles qui traduisent fidèlement le fonctionnement de la machine asynchrone comme suit :

$$[V_s] = [R_s] [I_s] + \frac{d[\varphi_s]}{dt}.$$

$$[V_r] = [R_r] [I_r] + \frac{d[\varphi_r]}{dt}.$$

Les équations décrivant la relation électromagnétique entre le stator et le rotor sont données par :

$$[\varphi_s] = [L_s] \cdot [I_s] + [M_{rs}] [I_r]. \quad (1.1)$$

$$[\varphi_r] = [M_{rs}] [I_s] + [L_r] \cdot [I_r]. \quad (1.2)$$

Avec :

$$\begin{aligned} [L_s] &= \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix}, [L_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}, \\ [R_s] &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \text{ et } [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Où $[L_s]$ et $[L_r]$ désignent respectivement la matrice des inductances des enroulements du stator et du rotor. l_s ou l_r est l'inductance d'une seule bobine, M_s et M_r sont les inductances mutuelles de couplages entre bobinages respectivement dans le stator et dans le rotor. En considérant la symétrie des enroulements du stator et du rotor, il est possible d'écrire :

$$[M_{sr}] = [M_{sr}]^t = M. \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta \end{bmatrix}.$$

où M est le maximum de l'inductance mutuelle entre une phase statorique et une autre rotorique.

Selon les lois d'électromagnétique nous pouvons écrire le modèle d'état traduisant la dynamique électrique de la machine asynchrone ayant les courants comme variable d'état comme suit :

$$\begin{cases} [V s_{abc}] = [R_s] [i_{sabc}] + \left(\frac{d}{dt} \right) \{ [L_s] [i_{sabc}] + [M_{sr}] [i_{rabc}] \} \\ [V r_{abc}] = [R_r] [i_{rabc}] + \left(\frac{d}{dt} \right) \{ [M_{rs}] [i_{sabc}] + [L_r] [i_{rabc}] \}. \end{cases} \quad (1.3)$$

L'équation du mouvement est donné par :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_e - C_r - f_v \Omega,$$

et

$$\Omega = P. \frac{d\theta}{dt} = P.\omega,$$

où :

C_e : Couple moteur de la machine (électromagnétique).

C_r : Le couple résistant.

f_v : Le coefficient de frottement visqueux.

Ω : Vitesse mécanique de rotation du rotor.

P : Nombre de paires de pôles de la machine.

ω : Vitesse électrique du rotor par rapport au stator.

L'expression du couple électromagnétique est donnée par :[42] [28]

$$[C_e] = P \begin{bmatrix} i_{sa} & i_{sb} & i_{sc} \end{bmatrix} \frac{d}{d\theta} [M_{sr}] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}.$$

La complexité de ce modèle réside dans le nombre de variable et l'ordre du système qui apparaît important, la transformation de PARK permet d'enlever la dépendance du temps dans les matrices inductances qui est une piste primordiale pour alléger l'étude dynamique de la machine asynchrone.

La transformation de PARK rapporte les équations électriques statoriques et rotoriques à des axes perpendiculaire appelé d pour direct et q pour quadrature.

Dans les deux figures (Figure 1-4) et (Figure 1-5), on montre l'interprétation géométrique

de la transformation de PARK [61]:

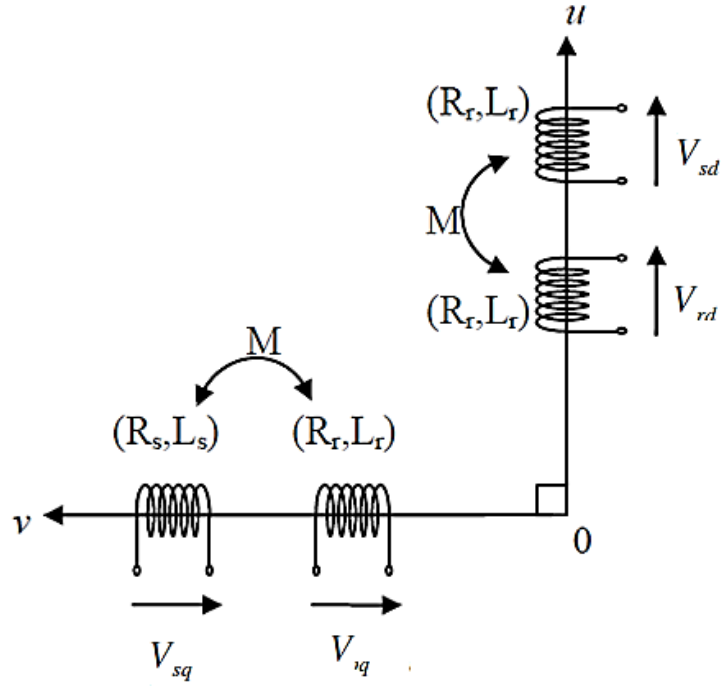


Figure 1-4 Modèle généralisé biphasé de la MAS dans le repère (d, q) .

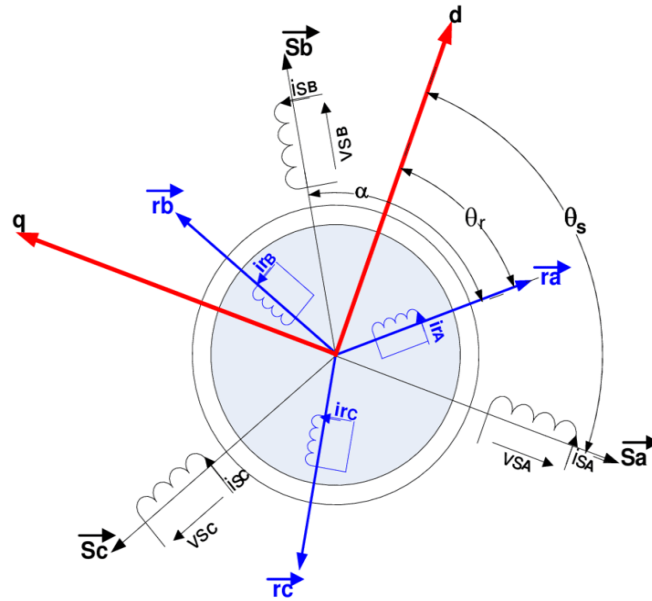


Figure1-5 Répartition des angles dans la représentation de PARK

Les axes (Sa, Sb, Sc) , (ra, rb, rc) désignent respectivement les axes des trois phases du stator et du rotor et on note d et q respectivement les axes directe et en quadrature du repère de PARK . θ_s et θ_r désignent respectivement les angles entre l'axe direct du repère de PARK et les axes de phase Sa et ra . θ désigne l'angle entre les axes de référence statorique et rotorique.

De la figure 1.5 on peut déduire que :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \frac{d\theta_r}{dt} + \frac{d\theta}{dt}.$$

Le transfert entre autre le repère triphasé et le diphasé s'effectue à l'aide de la matrice de passage $P(\theta)$ ou son inverse $P(\theta)^{-1}$ telque : [19]

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{pmatrix}$$

$$P(\theta)^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & -\sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_d \\ X_q \end{bmatrix} &= P(\theta) \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

donc :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} &= (P(\theta))^{-1} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_d \\ X_q \end{bmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & -\sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_d \\ X_q \end{bmatrix} \end{aligned}$$

En appliquant la transformation de PARK sur (1.1) et (1.2), on trouve :

$$\begin{aligned} \varphi_{ds} &= L_s \cdot i_{ds} + L_m \cdot i_{dr} \\ \varphi_{qs} &= L_s \cdot i_{qs} + L_m \cdot i_{qr} \\ \varphi_{dr} &= L_r \cdot i_{dr} + L_m \cdot i_{ds} \\ \varphi_{qr} &= L_r \cdot i_{qr} + L_m \cdot i_{qs} \end{aligned}$$

Avec :

$$L_s = l_s - M_s, L_m = \frac{3}{2}M \text{ et } L_r = l_r - M_r.$$

Et de même sur (1.3) nous mène à écrire :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= R_s \cdot i_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \frac{d\theta_s}{dt} \cdot \varphi_{qs} \\ V_{qs} &= R_s \cdot i_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \frac{d\theta_s}{dt} \cdot \varphi_{ds} \\ 0 &= R_r \cdot i_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \varphi_{qr} \\ 0 &= R_r \cdot i_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} + \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \varphi_{dr} \end{aligned}$$

Où L_s est l'inductance cyclique statorique, L_r l'inductance cyclique rotorique et L_m l'inductance mutuelle cyclique stator -rotor.

Le couple électromagnétique peut exprimer dans le nouvel repère est donné par l'équation

suivante :

$$C_e = P \frac{L_m}{L_r} \cdot (\varphi_{dr} i_{qs} - \varphi_{qr} i_{ds}) .$$

Il existe plusieurs possibilités pour le choix de l'orientation du repère d'axes (d, q) selon les objectifs de l'application :

- Axes tournant à la vitesse du rotor $(\theta = \theta_r)$, pour l'étude des grandeurs statoriques. Dans ces conditions les relations suivantes peuvent être établies :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega \text{ et } \omega_{gl} = \frac{d\theta_r}{dt} = 0.$$

- Axes liés au stator $(\theta = 0)$, pour l'étude des grandeurs rotoriques. Ce référentiel est choisi si on veut étudier des variations importantes de la vitesse de rotation associées ou non avec des variations de la fréquence d'alimentation [10]. Dans ces conditions les relations suivantes peuvent être établies :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = 0 \text{ et } \omega_{gl} = \frac{d\theta_r}{dt} = -\omega.$$

- Axes liés au champ tournant, pour l'étude de la commande et permet d'avoir des grandeurs constantes en régime permanent $(\theta = \theta_s)$.

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s \text{ et } \omega_{gl} = \frac{d\theta_r}{dt} = \omega_s - \omega.$$

Ce choix permet de prendre en considération la pulsation de glissement entre le rotor et le stator et s'adapte parfaitement à la commande vectorielle par orientation du flux rotorique. La régulation de vitesse de rotation du rotor est une application typique dans ce cas.[9]

Selon l'objectif de l'étude et la technique de commande adoptée, différentes structures de modèles de la machine asynchrone peuvent être développées. Le choix d'un modèle dépend des variables d'état sélectionnées pour décrire le fonctionnement de la machine et de la possibilité de les mesurer. Nous considérons comme variables d'état les courants statoriques (i_{ds}, i_{qs}) , les flux rotoriques $(\varphi_{dr}, \varphi_{qr})$ et la vitesse de rotation du rotor ω . Ce modèle lié au champ tournant sera retenu dans ce travail en raison de son avantage principal : il représente à la fois le stator et le rotor tout en exploitant les mesures de courant et de tension du stator.

La représentation d'état de la machine asynchrone est donnée par le modèle d'état non

linéaire suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{ds}}{dt} = \frac{-1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \omega_s \frac{M_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r^2} \Phi_{dr} + \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r} \Phi_{qr} \omega + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds}, \\ \frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_s i_{ds} - \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r} \Phi_{qr} \omega + \frac{M_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r} \Phi_{dr} \omega + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs}, \\ \frac{d\Phi_{dr}}{dt} = \frac{M_{sr} R_r}{L_r} i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \Phi_{dr} + \omega_g \Phi_{qr}, \\ \frac{d\Phi_{qr}}{dt} = \frac{M_{sr} R_r}{L_r} i_{qs} - \omega_g \Phi_{dr} - \frac{R_r}{L_r} \Phi_{qr}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{P^2 M_{sr}}{J L_r} \Phi_{dr} i_{qs} - \frac{P^2 M_{sr}}{J L_r} \Phi_{qr} i_{ds} - \frac{F_v}{J} \omega - \frac{P}{J} C_r. \end{array} \right. \quad (1.4)$$

Où les notations sont décritent dans le tableau1-1 suivant:

Notation	Description
d, q	l'axe direct et quadrature
i_{ds}, i_{qs}	courant statorique sur les axes d et q
Φ_{dr}, Φ_{qr}	flux rotorique sur les axes d et q
ω	la vitesse angulaire rotorique
ω_g	pulsation de glissement
ω_s	pulsation statorique électrique
σ	coefficient de HOPKINSON
R_r, R_s	résistance rotorique et statorique
L_r, L_s	inductance cyclique rotorique et statorique
M_{sr}	inductance mutuel rotorique et statorique
P	nombre de pair de pôle
J	moment d'inertie
F_v	frottement visqueux
C_r	couple de charge
$\Phi_r = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\Phi_{dr}^2 + \Phi_{qr}^2}$	amplitude flux rotorique

Tableau 1-1 Paramètres moteur asynchrone.

avec: $\sigma = 1 - \frac{M_{sr}^2}{L_s L_r}$.

Les équations ci-dessus peuvent être écrites sous une forme compacte comme suit :

$$\dot{X} = f(X) + g_1(X)W + g_2(X)U,$$

où,

$$X = \begin{bmatrix} i_{ds} & i_{qs} & \Phi_{dr} & \Phi_{qr} & \omega \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{bmatrix}^T,$$

est le vecteur d'état, $U = \begin{bmatrix} v_{ds} & v_{qs} \end{bmatrix}^T$ est le vecteur commande et $W = C_r$ est le vecteur de perturbation. On pose :

$$\begin{aligned} A &= \frac{-1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right), B = \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r}, C = \frac{R_r}{L_r}, \\ D &= \frac{M_{sr} R_r}{L_r}, E = \frac{p^2 M_{sr}}{J L_r}, F = -\frac{F_v}{J}, k_1 = \frac{1}{\sigma L_s} \text{ et } k_2 = -\frac{P}{J}. \end{aligned}$$

Finalement le modèle non linéaire de la machine asynchrone obtenu est écrit sous la forme suivante:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} Ax_1 + \omega_s x_2 + BCx_3 + Bx_4 x_5 \\ -\omega_s x_1 + Ax_2 - Bx_3 x_5 + BCx_4 \\ Dx_1 - Cx_3 + \omega_s x_4 - x_4 x_5 \\ Dx_2 - \omega_s x_3 + x_3 x_5 - Cx_4 \\ Ex_2 x_3 - Ex_1 x_4 + Fx_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix} W + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U. \quad (1.5)$$

1.2.3 Caractéristiques non linéaires des moteurs à induction

La prise en compte des non-linéarités dans le comportement des moteurs à induction est essentielle pour améliorer leur modélisation, leur commande et leur performance dans diverses applications industrielles. Ces non-linéarités proviennent de plusieurs phénomènes physiques et électriques inhérents à leur fonctionnement.

Sources des Non-Linéarités dans un Moteur à Induction

Saturation magnétique

Les matériaux ferromagnétiques du stator et du rotor ont une perméabilité variable, ce qui

entraîne une saturation du circuit magnétique à haute excitation. Cette saturation modifie l'inductance du moteur, rendant la relation entre le courant et le flux non linéaire.

Effet de la variation de la résistance du rotor

La résistance du rotor dépend de la température, qui évolue en fonction de la charge et des conditions de fonctionnement. Cette variation impacte la dynamique du moteur, notamment lors des démarrages et des charges fluctuantes.

Glissement et dépendance de la fréquence

Le moteur à induction fonctionne avec un glissement variable, influencé par la charge et la fréquence du courant d'alimentation. La relation entre couple et vitesse n'est pas linéaire, en particulier en régime transitoire.

Effets de peau et courants de Foucault

À des fréquences élevées, les courants de Foucault dans les conducteurs du rotor et du stator modifient l'impédance et la répartition du courant, entraînant une réponse non linéaire.

Hystérésis et pertes fer

L'hystérésis dans le matériau magnétique génère des pertes fer qui dépendent du cycle d'excitation, rendant la dynamique du moteur plus complexe.

Impact de ces non-linéarités sur le contrôle et la performance des moteurs

L'identification des non-linéarités dans un moteur à induction permet d'améliorer sa modélisation et sa commande. En intégrant ces aspects dans la conception des algorithmes de contrôle, on optimise le rendement énergétique et la stabilité du moteur, surtout pour les applications nécessitant une haute précision. Les moteurs électriques sont sujets à diverses perturbations et incertitudes qui peuvent affecter leur fonctionnement et leur performance. Voici quelques exemples de perturbations et d'incertitudes auxquelles les moteurs peuvent être confrontés :

Variations de tension d'alimentation : Les variations de tension d'alimentation peuvent entraîner des fluctuations de vitesse et de couple dans les moteurs électriques, ce qui peut affecter leur performance et leur efficacité.

Variations de charge : Les moteurs électriques sont souvent utilisés pour entraîner des charges variables, ce qui peut entraîner des changements brusques dans la vitesse, le couple et la consommation d'énergie.

Perturbations mécaniques : Les perturbations mécaniques telles que les vibrations, les chocs et les charges déséquilibrées peuvent endommager les roulements, les arbres et d'autres composants mécaniques du moteur, ce qui entraîne une usure prématurée et des défaillances.

Température ambiante : Les variations de température ambiante peuvent affecter la dissipation de chaleur du moteur, ce qui peut influencer sa performance et sa durée de vie.

Défauts d'isolation : Les défauts d'isolation dans les enroulements du moteur peuvent entraîner des fuites de courant, des courts-circuits et des défaillances catastrophiques.

Incertitudes de modèle : Les modèles utilisés pour simuler le comportement des moteurs électriques peuvent comporter des incertitudes liées aux paramètres du moteur, aux conditions de fonctionnement et à d'autres facteurs, ce qui peut entraîner des erreurs de prédiction.

Incertitudes de mesure : Les mesures de vitesse, de courant, de tension et d'autres paramètres du moteur peuvent comporter des erreurs et des incertitudes qui affectent la précision des données de contrôle et de diagnostic.

Effets électromagnétiques : Les moteurs électriques sont susceptibles d'être affectés par des interférences électromagnétiques provenant d'autres équipements électriques, ce qui peut perturber leur fonctionnement normal.

1.3 Conclusion

Après modélisation du moteur asynchrone et définir le défi entourant l'étude de commande de cette machine électrique à cause de ses non linéarités, nous présentons dans le chapitre suivant quelques commandes classiques connue dans le secteur industriel comme la commande scalaire et la commande par orientation du champs *FOC* (Field Oriented Control) et nous terminons par la commande robuste H_∞ linéaire appliqué au modèle non linéaire de la machine asynchrone.

Chapitre 2

Techniques classiques de commande des moteurs asynchrones

2.1 Introduction

Avant l'avènement des systèmes de commande avancés comme la commande vectorielle (Field-Oriented Control), les moteurs à induction étaient principalement contrôlés en ajustant leur fréquence et leur tension d'alimentation. Cette approche, appelée commande scalaire s'intéresse par l'ajustement de la fréquence et l'amplitude de la tension d'alimentation. Notamment le développement des convertisseurs *PWM* (Pulse Width Modulation) vers les années 80, a permis d'améliorer la commande scalaire en offrant un contrôle plus précis de la tension et de la fréquence. Cependant, elle présente des limites en termes de performance dynamique et de précision du couple. Au-delà de 1990 et avec la progression rapide d'électronique et l'augmentation de capacités de calcul des microcontrôleurs cela a ouvert la porte pour d'autres techniques plus avancées tel que la commande vectorielle qui a engendré l'inconvénient de sa précédente en termes de contrôle plus précis du couple et de la vitesse. Cependant, elle présente certaines limites face aux incertitudes, aux perturbations et aux variations des paramètres du moteur. C'est pourquoi des méthodes de contrôle robustes comme H_∞ sont souvent préférées dans des environnements exigeants la fiabilité, la précision et l'adaptabilité.

2.2 Commande scalaire(V/f)

La commande scalaire est une méthode de contrôle de la vitesse des moteurs asynchrones en gardant le rapport entre la fréquence et l'amplitude de la tension d'alimentation constant.

2.2.1 Principes de la commande scalaire (contrôle de la fréquence et de la tension)

Dans un moteur asynchrone, la vitesse de rotation du champ magnétique tournant (ou vitesse synchrone) est donnée par la formule :

$$N_s = 60 \cdot \frac{f}{P} \quad g = \frac{N_s - N}{N_s} \quad .$$

Le couple électromagnétique est donné par :

$$C_e = \frac{3P}{w_s} \frac{R_r}{g} |I_r|^2 \quad .$$

R_r : la résistance rotorique ramenée au stator

I_r : la valeur efficace du courant rotorique .

le couple étant proportionnel au flux en régime permanent ce qui mène à écrire:

$$C_e \propto \Phi \times i_{rq}$$

Φ : le flux magnétique statorique.

$$i_{rq} = i_r \times \cos \theta$$

i_{qr} : est la composante du courant rotorique.

Si on garde $\frac{V}{f}$ constant pour assurer que le flux reste aussi constant cela permet à la machine de fonctionner dans une plage où le circuit magnétique n'est pas saturé et par conséquent le flux Φ est directement proportionnel au courant magnétisant i_m car la relation entre eux est donné par :

$$\Phi \approx \frac{V}{\omega} = \frac{V}{2\pi f} ; \quad \Phi = L_m * i_m \Rightarrow i_m = \frac{V}{(2\pi \cdot f \cdot L_m)}$$

où :

V : La tension d'alimentation.

f : La fréquence de la tension.

L_m : L'inductance magnétisante du stator.

Lorsque la charge augmente, le glissement s'accroît, entraînant une augmentation du courant rotorique, et inversement. . Le courant rotorique I_r s'ajuste automatiquement pour maintenir l'équilibre entre le couple électromagnétique et le couple de charge, tout en gardant le flux constant.

2.2.2 Avantages et limitations

Avantages

- Simplicité à la mise en œuvre par rapport à d'autres méthodes de contrôle comme la commande vectorielle.
- Les systèmes de commande scalaire sont généralement moins coûteux.
- Performante pour des applications où la précision de contrôle de la vitesse et du couple n'est pas critique (pompe, compresseur, ventilateur...).

Limites

- À basse vitesse la commande scalaire ne permet pas un contrôle précis du couple et de la vitesse.
- La réponse dynamique est moins bonne comparée à la commande vectorielle, ce qui peut être un inconvénient pour les applications nécessitant des changements rapides de vitesse ou de couple.

2.3 Commande vectorielle

2.3.1 Introduction à la commande vectorielle et son importance dans le contrôle des moteurs à induction

La difficulté de commande du moteur asynchrone réside dans le fait que son modèle mathématique dans le repère de PARK est non linéaire, multivariables et fortement couplé. Pour obtenir

un contrôle dynamique performant du couple, il faut réaliser un découplage entre le couple et le flux. K.HASSE, de l'université de Darmstadt, et F.BLASCHKE, de l'université technique de Brunswick, sont les pères de la commande vectorielle des moteurs à courant alternatif. Le premier propose la commande vectorielle indirecte en 1968, le second en proposant la commande vectorielle directe en 1971.[41] .WERNER.LEONHARD, de l'université technique de Brunswick pose les bases de la commande à flux orienté et contribue à rendre les moteurs à courants alternatifs compétitifs face aux moteurs à courant continu.

Cette technique consiste à orienté le vecteur courant ou le vecteur flux afin de rendre le comportement de cette machine similaire à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée où le courant inducteur contrôle le flux et le courant d'induit contrôle le couple[49], cela est réalisée en plaçant le référentiel (d, q) de sorte que le flux soit aligner sur l'axe directe (d) .

Dans la littérature nous trouvons plusieurs types d'orientations à savoir, l'orientation du flux rotorique, statorique et d'entrefer. Dans ce qui suit nous nous intéressons à l'orientation du flux rotorique.[47] [30] [11]

2.3.2 Modélisation et principe de séparation:

Le principe d'orientation consiste à aligner le flux rotorique sur l'axe directe d (figure 2-1). [50] [51] [62]

On impose la pulsation de glissement comme suit : [36]

$$\omega_g = \frac{M_{sr}R_r}{L_r\Phi_{dr}}i_{qs}. \quad (2.1)$$

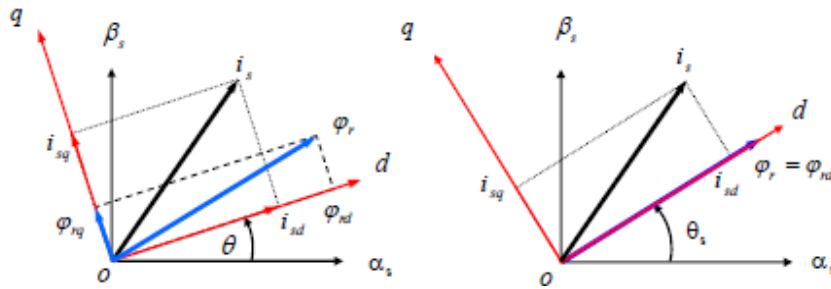


Figure 2-1 Principe d'orientation de flux rotorique.

En effet si on remplace (2.1) dans (1.4) nous obtenons :

$$\Phi_r = \Phi_{dr} \text{ et } \Phi_{qr} = 0.$$

Le modèle d'état (1.4) de la MAS devient : [36] [46]

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = -\frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{M_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r^2} \Phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds}, \\ \frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_s i_{ds} - \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r} \Phi_r \omega + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs}, \\ \frac{d\Phi_r}{dt} = \frac{M_{sr} R_r}{L_r} i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \Phi_r, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{p^2 M_{sr}}{j L_r} \Phi_r i_{qs} - \frac{f}{j} \omega - \frac{p}{j} C_r. \end{cases} \quad (2.2)$$

Avec le couple électromagnétique est donnée par : [64] [11]

$$C_e = \frac{p M_{sr}}{L_r} \Phi_r i_{qs}.$$

On constate que pour le réglage du flux rotorique Φ_r et le couple électromagnétique C_e il suffit juste d'agir sur i_{ds} et i_{qs} respectivement. [63]

La connaissance de la position et l'amplitude du flux rotorique est nécessaire pour la commande de la machine mais la mesure de ses deux derniers est indispensable, ce qui complique la mise en œuvre de la commande vectorielle.

Trois méthodes de commande vectorielle peuvent être distinguées, à savoir la méthode directe, la méthode indirecte et la méthode simplifiée.

2.3.3 Commande vectorielle directe:

BLASCHKE a proposé de placer un bobinage supplémentaire ou un capteur à effet hall sous le stator pour la mesure de la position et l'amplitude du flux rotorique mais cela rend la machine fragile et complexe en matière de construction ce qui nous fait perdre l'avantage de son choix par rapport autres. [12] [63]

Hasse propose l'estimation des ces grandeurs à partir des grandeurs mesurables tel que les tensions, les courants et la vitesse de rotation en se basant sur le modèle dynamique du flux

par résolution numérique de l'équation :

$$\frac{d\Phi_r}{dt} = \frac{M_{sr}R_r}{L_r}i_{ds} - \frac{R_r}{L_r}\Phi_r, \quad (2.3)$$

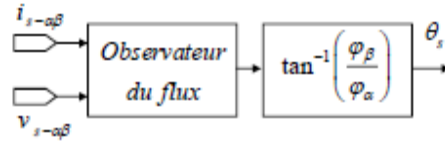


Figure 2-2 Calcul de l'angle d'orientation du référentiel tournant de la commande vectorielle directe.

donc :

$$\omega_g = \omega_s - \omega = \frac{d\theta_s}{dt} - \omega \Rightarrow \frac{d\theta_s}{dt} = \omega + \frac{M_{sr}R_r}{L_r\Phi_r}i_{qs}. \quad (2.4)$$

La pulsation de glissement est calculée à partir de l'équation (2.1).

Le flux rotorique et le couple électromagnétique sont contrôlés par des régulateur *PI* agissant sur les tensions respectivement V_{ds} et V_{qs} par : [51]

$$\begin{aligned} V_{ds} &= R_s i_{ds} + \sigma L_s s i_{ds} + \frac{M_{sr}}{L_r} s \Phi_r - \sigma L_s \omega_s i_{qs}. \\ V_{qs} &= R_s i_{qs} + \sigma L_s s i_{qs} + \frac{M_{sr}}{L_r} \omega_s \Phi_r + \sigma L_s \omega_s i_{ds}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Afin de remédier au problème de couplage entre ces deux équations, nous utilisons une méthode de compensation statique qui consiste à négliger les termes de couplage et les rajoutés à la sortie des correcteurs courants. [36]

Les tensions à la sortie des régulateurs sont données par :

$$\begin{aligned} V_{ds}^{reg} &= R_s i_{ds} + \sigma L_s s i_{ds}. \\ V_{qs}^{reg} &= R_s i_{qs} + \sigma L_s s i_{qs}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Les tensions de couplage sont données par :

$$\begin{aligned} V_{ds}^{comp} &= \frac{M_{sr}}{L_r} s \Phi_r - \sigma L_s \omega_s i_{qs} \\ V_{qs}^{comp} &= \frac{M_{sr}}{L_r} \omega_s \Phi_r + \sigma L_s \omega_s i_{ds} \end{aligned} \quad (2.7)$$

D'où les tensions références d'alimentation du contrôle :

$$\begin{aligned} V_{ds}^{ref} &= V_{ds}^{comp} + V_{ds}^{reg} \\ V_{qs}^{ref} &= V_{qs}^{comp} + V_{qs}^{reg} \end{aligned}$$

En appliquant la transformé de LAPLACE à (2.6) on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{i_{qs}}{V_{qs}^{reg}} &= \frac{1/(\sigma L_s)}{s + \rho_s} \\ \frac{i_{ds}}{V_{ds}^{reg}} &= \frac{1/(\sigma L_s)}{s + \rho_s} \end{aligned}$$

avec $\rho_s = \frac{R_s}{\sigma L_s} = \lambda$.

La boucle de régulation du courant est représentée par les figures suivante :[38]

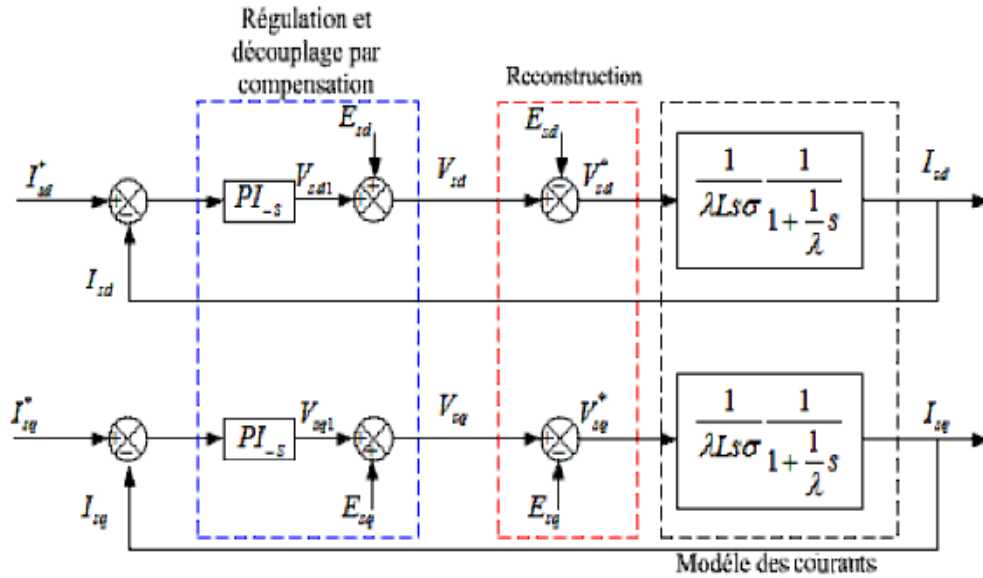


Figure 2-3 Découplage par compensation.

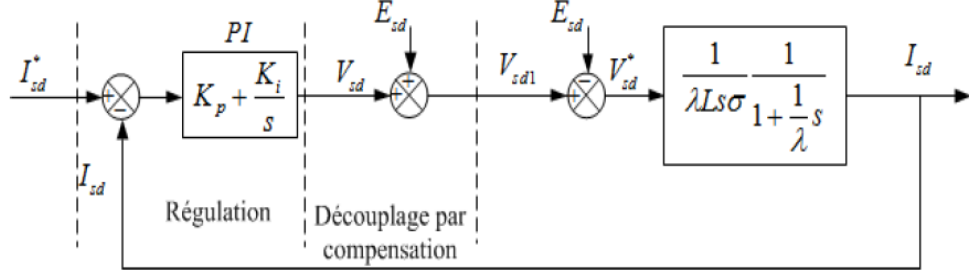


Figure 2-4 Shéma fonctionnel de la boucle de réglage du courant i_{ds} .

Les régulateurs PI des courants i_{ds} et i_{qs} sont calculé par la méthode du placement de pôles.

prenant la boucle de régulation i_{qs} sa fonction de transfert en boucle fermée s'écrit comme suit :

$$\frac{i_{qs}}{i_{qs}^{ref}} = \frac{k_{iq} (1 + sT_{iq}) / (\sigma L_s)}{s^2 + s \left(\rho_s + k_{iq} \frac{T_{iq}}{\sigma L_s} \right) + \frac{k_{iq}}{\sigma L_s}}. \quad (2.8)$$

On imposant deux pôles complexes conjugués à partie réelle négative et égale à sa partie imaginaire $p_{1,2} = -\rho \pm j\rho$.

Par identification nous obtenons les paramètres du régulateur PI : [15] [16] [17]

$$\begin{aligned} T_{iq} &= \frac{2\rho - \rho_s}{2\rho^2}. \\ k_{iq} &= 2\rho L_s \sigma. \end{aligned}$$

De même pour i_{ds} , on obtient :

$$\begin{aligned} T_{id} &= \frac{2\rho - \rho_s}{2\rho^2}. \\ k_{id} &= 2\rho L_s \sigma. \end{aligned}$$

La boucle de réglage du flux Φ_r est déduite de l'équation (2.3) après transformée de LAPLACE ce qui donne :

$$\frac{\Phi_r}{i_{ds}} = \frac{M_{sr} R_r / L_r}{\rho_r + s}, \text{ avec } \rho_r = \frac{R_r}{L_r}.$$

D'où le schéma bloc de régulation du flux rotorique .[36]

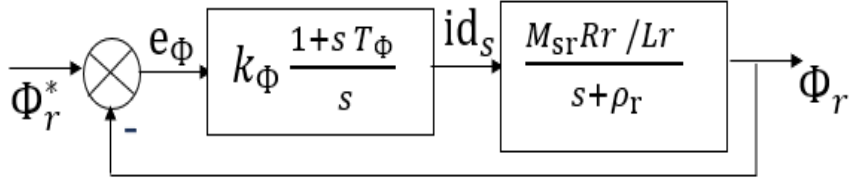


Figure 2-5 Boucle de réglage du Flux Φ_r .

La fonction de transfert en boucle fermée s'écrit comme suit :

$$\frac{\Phi_r}{\Phi_r^{ref}} = \frac{k_\Phi (1 + s T_\Phi) M_{sr} R_r / L_r}{s^2 + s \left(\rho_r + k_\Phi \frac{T_\Phi M_{sr} R_r}{L_r} \right)}.$$

On procède de la même façon que les paramètres du régulateurs courant pour le calcul du régulateur de flux pour cela nous imposons deux pôles $p_{1,2} = -\rho \pm j\rho$, qui donne comme résultat :

$$\begin{aligned} k_\Phi &= 2\rho^2 L_r / (M_{sr} R_r). \\ T_\Phi &= \frac{2\rho - \rho_r}{2\rho^2}. \end{aligned}$$

On choisi cette commande comme représentative des régulateurs classiques dans ce qui suit pour la comparée avec d'autres contrôleurs robuste à base de la théorie H_∞ . Les simulations de la commande vectorielle directe de la machine asynchrone alimentée en tension sont faites sur Matlab avec les paramètres machine cités dans le tableau ci-dessous qui vont être discutées

dans le chapitre 4.[36]

Notations	Valeurs	Notations	Valeurs
R_s	4.85 Ω	F_v	0.008 $N.m.s/rad$
R_r	3.805 Ω	ω_{ref}	150 rad/s
L_s, L_r	0.274 H	Φ_{ref}	1.8 Wb
p	2	Cr_{ref}	10 $N.m$
M_{sr}	0.258 H	J	0.0031 $Kg.m^2$

Tableau 2-1 Valeurs des paramètres moteurs.

Et les valeurs des pôles imposés sont résumé dans le tableau suivant :

Boucle de régulation	Pôles	k_ρ	T_ρ
Courants (i_{ds}, i_{qs})	$-200 \pm j200$	2485.3	3.05×10^{-3}
Flux (Φ_r)	$-50 \pm j50$	1395.6	17.22×10^{-3}

Tableau 2-2 Paramètres des régulateurs.

2.3.4 Commande vectorielle indirecte

Cette méthode se base sur le calcul de la position du flux rotorique en se basant sur des grandeurs de référence et avec la prise en compte que le régime permanent est établi [31] [37], ce qui donne le modèle suivant :

$$\begin{cases} V_{ds}^{ref} = R_s i_{ds}^{ref} - \sigma L_s \omega_s i_{qs}^{ref} \\ V_{qs}^{ref} = R_s i_{qs}^{ref} + \sigma L_s \omega_s i_{ds}^{ref} \\ \omega_s^{ref} = \omega + \frac{M_{sr} R_r}{L_r \Phi_r} i_{qs}^{ref} \end{cases}$$

La méthode consiste à découpler les courants associés au flux (i_d) et au couple (i_q) tel que :

$$\begin{aligned} i_{ds}^{ref} &= \frac{\Phi_r^{ref}}{M_{sr}} \\ i_{qs}^{ref} &= \frac{L_r C_e^{ref}}{\rho M_{sr} \Phi_r^{ref}} \end{aligned}$$

La figure suivante montre le schéma bloc de la commande vectorielle indirecte appliquée pour la comparaison avec la commande robuste H_∞ linéaire qui sera décrite au chapitre suivant.

utilisant une modulation *PWM*

En pratique industrielle, la commande vectorielle indirecte est la méthode la plus utilisée, car elle est plus simple à implémenter, plus robuste face aux conditions réelles de fonctionnement, et bien adaptée aux microcontrôleurs et automates programmables. En revanche, la commande vectorielle directe peut s'avérer avantageuse dans des travaux de recherche ou dans des situations nécessitant une décorrélation fine des courants sans recours à un modèle précis du moteur, ainsi que dans des applications à haute dynamique où le flux peut être mesuré ou estimé avec précision.[65]

2.3.5 Commande vectorielle simplifiée

ROBYNS a développé cette méthode en 1990 qui consiste à rendre le modèle de la machine asynchrone linéaire similaire à ceux du courant continu ce qui nous offre la possibilité de la réduction de complexité d'intégration d'algorithme et réduire le coût d'industrialisation

Le modèle de la machine garantissant l'annulation du flux rotorique Φ_{qr} est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{ds} = (R_s + \sigma L_s s) i_{ds} + \frac{M_{sr}}{L_r} \omega_s \Phi_{dr} - \omega_s \sigma L_s i_{qs}, \\ V_{qs} = (R_s + \sigma L_s s) i_{qs} + \frac{M_{sr}}{L_r} \omega_s \Phi_{dr} + \omega_s \sigma L_s i_{ds}, \\ \omega = \frac{\rho}{f + js} (C_e - C_r), \\ C_e = \frac{\rho M_{sr} \Phi_{dr}}{L_r} i_{qs}, \\ \Phi_{dr} = \frac{M_{sr}}{1 + \frac{L_r}{R_r} s} i_{ds}, \\ \omega_s = \omega + \frac{M_{sr} R_r}{L_r \Phi_{dr}} i_{qs}. \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Le diagramme Simulink basé sur ces équations est donné par :

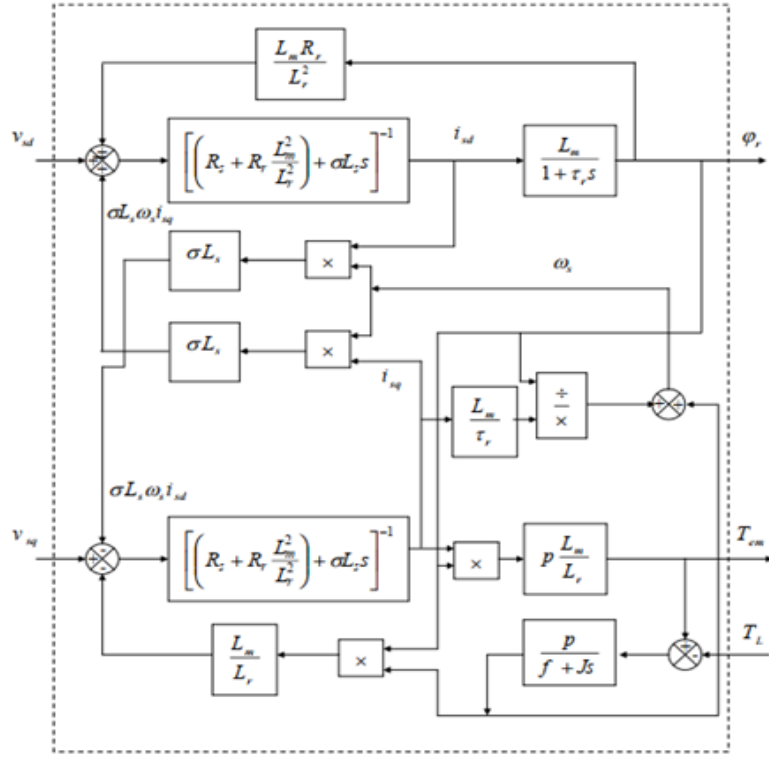


Figure 2-7 Schéma bloc de la machine asynchrone avec orientation de flux.

Le diagramme final obtenu est :

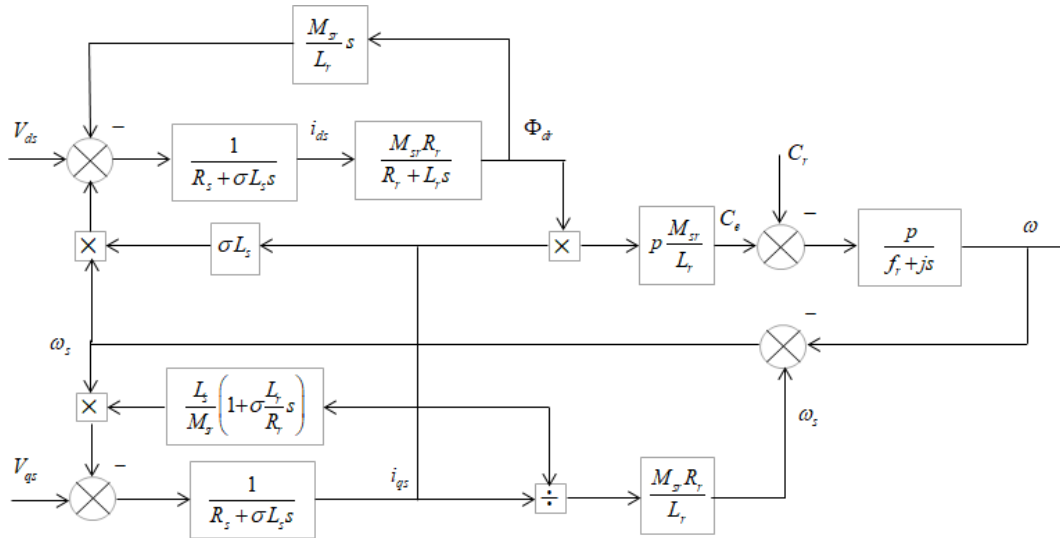


Figure 2-8 Schéma bloc de la machine asynchrone avec action de découplage.

ROBYNS a remarqué que la combinaison de ce schéma avec 2.9 , permet d'éliminer l'effet de l'axe q sur l'axe d grâce à une stratégie de retour d'état, aboutissant à l'imposition de la tension

V_{ds} selon : [36]

$$V_{ds} = \frac{R_s}{M_{sr}} \Phi_{dr}^{ref} - \omega_s \sigma L_s i_{qs},$$

où Φ_{dr}^{ref} est la valeur du flux référence.

Ce qui nous mène à écrire :

$$\begin{cases} V_{qs} = \left(R_s + R_r \frac{L_s}{L_r} \right) i_{qs} + \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{L_s \omega}{M_{sr}} \Phi_{dr}^{ref}, \\ \frac{J}{\rho} \frac{d\omega}{dt} = C_e - \frac{f}{\rho} \omega - C_r, \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} V_{ds} = \frac{R_s}{M_{sr}} \Phi_{dr}^{ref} - \omega_s \sigma L_s i_{qs}, \\ C_e = \frac{\rho M_{sr} \Phi_{dr}^{ref}}{L_r} i_{qs}, \\ \omega_s = \omega + \frac{M_{sr} R_r}{L_r \Phi_{dr}^{ref}} i_{qs}. \end{cases}$$

Ces équations nous montrent que le modèle de la machine est devenu similaire à celle du moteur CC , ce qui nous mène à rétablir le schéma fonctionnel simplifié de la machine asynchrone.

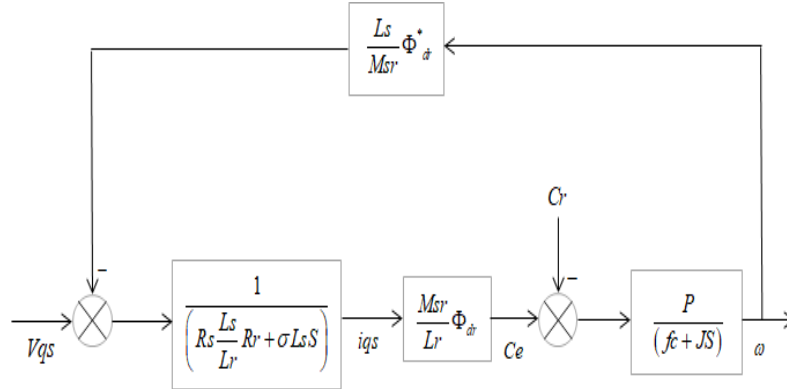


Figure 2-9 Schéma blocs simplifier de la machine asynchrone.

2.3.6 Limitations et défis de la commande vectorielle, notamment face aux non linéarités

La commande FOC repose sur le modèle mathématique du moteur à induction. Et comme ses paramètres (résistance et inductance rotorique ou statorique) varient avec la température et la

saturation magnétique. Ce qui dégrade la précision du contrôle et de mesure qui provoque des erreurs de flux et de couple. En plus La *FOC* nécessite la mesure ou l'estimation de l'angle du flux rotorique pour transformer les courants en repère (d, q) qui peut être sujet à des bruits de mesures, erreurs mécaniques ou pannes.

2.4 Conclusion

Les défis ainsi décrits nécessitent de recourir à d'autres techniques plus robustes, capables de faire face efficacement aux perturbations extérieures et aux variations paramétriques du système, tel que la commande robuste H_∞ . Nous étudions dans ce qui suit la commande H_∞ linéaire appliqué au modèle non linéaire de la machine asynchrone.

Chapitre 3

Commande H_∞ linéaire pour les moteurs asynchrones

3.1 Introduction

La synthèse d'une loi de commande robuste visant à asservir un processus repose nécessairement sur l'utilisation de modèles mathématiques qui sont obtenu par identification ou par modélisation physique. Malheureusement ses modèles restent infidèles pour la description exacte ou plus précisément donnant l'aspect réel du comportement dynamique du processus.

Cette robustesse est garantie en assurant aux systèmes asservis monovariables des marges de gain et de phase suffisantes[52]. Vers les années 60 les recherches ont été cibler sur la qualité de performances des systèmes multivariables représentés en espace d'état.

Le problème de contrôle H_∞ a été formulé par G.ZAMES lors de deux conférences plénières : celle de l'IEEE CDC en 1976 et celle de l'Abortion Conférence en 1979[5]. Il a ensuite été posé formellement dans son article de 1983[68]. En 1989, DOYLE, GLOVER, KHARGONEKAR et FRANCIS ont démontré que la résolution du problème H_∞ passe par celle de deux équations algébriques de RICCATI (*ARE*). Cependant, les origines de ce problème remontent aux années 1960, lorsque ZAMES a découvert le théorème de petit gain [69]. Après plus de trois décennies, le problème a finalement été résolu par P.APKARIAN et D.NOLL en 2006 [6]. L'objectif est de concevoir un contrôleur garantissant une stabilité asymptotique en boucle fermée ainsi un bon suivi de référence avec rejet de perturbation externes et atténuation de bruit de mesure tout en

prenant compte des incertitude lié au modèle.

Ce problème est traduit directement sous forme d'un critère d'optimisation avec contraintes dont les marge de gain sont interprétés en multivariables par la norme H_∞ d'où le nom de cette méthode de synthèse.

3.2 Norme H_∞

La norme H_∞ du système dynamique $G(s)$ définie dans l'espace fréquentiel est le maximum de la valeur singulière maximale de sa fonction de transfert qui s'écrit sous forme mathématique suivante :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(G(j\omega)).$$

Cette norme peut être interpréter dans les systèmes SISO comme le gain maximal de la réponse du système sur un tracé de BODE (figure 3-1), la fréquence en se point et appelé la fréquence de résonance maximale.

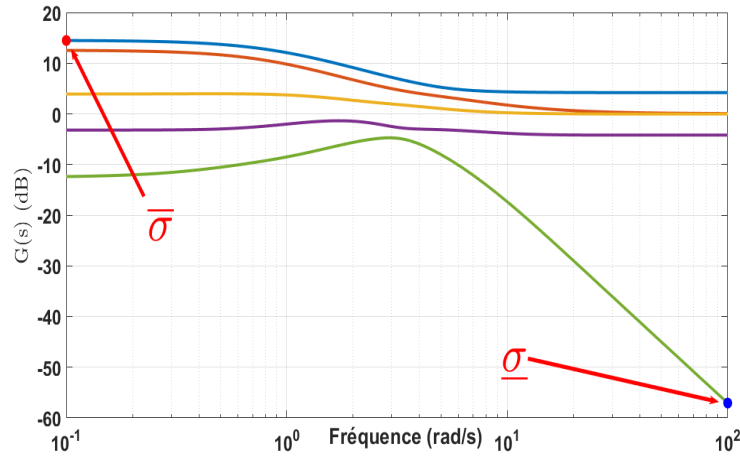


Figure 3-1 Minimum et maximum de valeurs singulières.

Tel que σ représente les valeurs singulières de la matrice de transfert $G(s)$, elles sont de nature réels positifs ou nuls et elles sont calculées par la formule suivante :

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i G(j\omega) G^T(-j\omega)} = \sqrt{\lambda_i G^T(-j\omega) G(j\omega)},$$

avec $G^T(-j\omega)$ est la transposé du conjuguée de $G(j\omega)$.

λ_i : représente la $i^{\text{ème}}$ valeur propre.

$\bar{\sigma}(G(j\omega))$ et $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ sont respectivement la plus grande et la plus petite valeur singulière.

Une relation d'ordre de ces derniers est donnée par la formule suivante :

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \sigma_1(G(j\omega)) \geq \sigma_2(G(j\omega)) \geq \dots \geq \underline{\sigma}(G(j\omega)) \geq 0.$$

$\bar{\sigma}(G(j\omega))$ grande équivalent à dire que le gain est faible.

$\underline{\sigma}(G(j\omega))$ petite équivalent à dire que le gain est important.

Une autre définition temporelle de la Norme H_∞ peut être interpréter comme le supremum du rapport entre la norme L^2 des signaux de sorties et la norme L^2 des signaux d'entrées.

$$\|G\|_\infty \triangleq \sup_{w \in L^2} \frac{\|Gw\|_{L^2}}{\|w\|_{L^2}} = \sup_{w \in L^2} \sqrt{\frac{\int_0^{+\infty} z^T(t)z(t)dt}{\int_0^{+\infty} w^T(t)w(t)dt}}.$$

Cette formule traduit que la stratégie de commande H_∞ réside sur la quantification d'amplification d'énergie des signaux des sorties par rapport à l'énergie des signaux des entrées.

3.3 Propriétés de la norme H_∞

Comme chaque contrôle optimal d'un système multivariable on se trouve souvent devant soit minimisation ou maximisation de la norme H_∞ pour afin de satisfaire les exigences du cahier des charges. La propriété 3.1, établit la condition essentielle pour l'existence ou non d'un majorant de la norme H_∞ d'une fonction de transfert. [70]

Soit un système linéaire invariant décrit par la présentation d'état:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \\ z(t) = Cx(t) + Dw(t), \end{cases}$$

à laquelle correspond la matrice de transfert:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D.$$

Propriété 3.1 [57] Soit un réel $\gamma > \bar{\sigma}(D)$. Alors $\|G(s)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si la matrice hamiltonienne:

$$H_\gamma = \begin{pmatrix} A - BR^{-1}D^TC & -\gamma BR^{-1}B^T \\ \gamma C^T S^{-1}C & -A^T + C^T DR^{-1}B^T \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} R = D^T D - \gamma^2 I \\ S = DD^T - \gamma^2 I, \end{matrix} \quad (3.1)$$

n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire.

Les propriétés fondamentales de la norme H_∞ , essentielles pour l'analyse des systèmes dynamiques se déclinent comme suit :

3.3.1 Interconnexion en série

La norme H_∞ de la mise en série de deux systèmes linéaires $F(s)$ et $G(s)$ satisfait l'inégalité :

$$\|F(s)G(s)\|_\infty \leq \|F(s)\|_\infty \|G(s)\|_\infty. \quad (3.2)$$

3.3.2 Interconnexion en parallèle

Pour deux systèmes $F(s)$ et $G(s)$ interconnectés en parallèle avec une entrée commune ou une sortie commune, la norme H_∞ vérifie :

$$\left\| \begin{pmatrix} F(s) \\ G(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty). \quad (3.3)$$

$$\left\| \begin{pmatrix} F(s) & G(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty). \quad (3.4)$$

L'inégalité (3.3) traduit que le fait qu'un système vectoriel formé de deux systèmes (par exemple, deux filtres ou deux réponses en fréquence), alors la norme H_∞ de ce système combiné est au moins aussi grande que la plus grande des normes H_∞ de chaque système pris séparément.

L'inégalité (3.4) montre que la norme H_∞ du produit de deux systèmes ne diminue pas le "pire comportement" (en fréquence) par rapport aux systèmes individuels.

Si la norme H_∞ d'une matrice de transfert composée de plusieurs blocs est inférieure à une

constante γ , alors la norme H_∞ de chaque bloc individuel est également inférieure à γ .

$$\left\| \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{pmatrix} \right\| < \gamma \Rightarrow \begin{cases} \|G_{11}(s)\|_\infty < \gamma \\ \|G_{12}(s)\|_\infty < \gamma \\ \|G_{21}(s)\|_\infty < \gamma \\ \|G_{22}(s)\|_\infty < \gamma. \end{cases} \quad (3.5)$$

Dans les systèmes dynamiques interconnectés, on peut analyser comment la norme H_∞ se comporte sous différentes opérations.

3.3.3 Sous-additivité (Principe du gain maximal)

Si deux sous-systèmes $T_1(s)$ et $T_2(s)$ sont connectés en parallèle, alors :

$$\|T_1(s) + T_2(s)\|_\infty \leq \|T_1(s)\|_\infty + \|T_2(s)\|_\infty.$$

3.3.4 Inégalité de BRL (Bounded Real lemma)

Un système linéaire décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bw \\ z = Cx + Dw, \end{cases}$$

satisfait $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$ si et seulement s'il existe une matrice de LYAPUNOV $P > 0$ telle que :

$$A^T P + PA + PBB^T P + C^T C < 0.$$

Conséquence : Cette propriété permet de caractériser la stabilité et la robustesse d'un système en boucle fermée.

3.3.5 Composition en boucle fermée

Dans un système en boucle fermée formé par l'interconnexion de $G(s)$ (le processus) et $K(s)$ (le contrôleur), la norme H_∞ du système résultant est bornée par la relation :

$$\|T_{zw}(s)\|_\infty \leq \frac{\|G(s)\|_\infty}{1 - \|G(s)K(s)\|_\infty},$$

sachant que si :

$$\|G(s)K(s)\|_{\infty} < 1,$$

alors le système est stable, sinon, il peut devenir instable sous des perturbations.

3.3.6 Norme H_{∞} et incertitudes multiplicatives

Dans un système avec incertitudes, un modèle perturbé peut-être représenté par :

$$G_{\Delta}(s) = G(s)(I + \Delta(s)),$$

où $\Delta(s)$ est une perturbation bornée telle que $\|\Delta(s)\|_{\infty} \leq \delta$.

La stabilité est garantie si :

$$\|G(s)\|_{\infty} \cdot \delta < 1$$

Conséquence : Cette propriété est cruciale pour analyser la tolérance aux incertitudes et la marge de robustesse.

3.3.7 Norme H_{∞} et interconnexion redoutée (Small-Gain Theorem)

Si un système est décrit par des sous-systèmes en boucle fermée $G(s)$ et $\Delta(s)$, alors la condition de stabilité est donnée par le théorème du petit gain :

$$\|G(s)\|_{\infty} \cdot \|\Delta(s)\|_{\infty} < 1.$$

Applications :

- **Contrôle robuste** : Permet d'évaluer la stabilité d'un système avec incertitudes.
- **Analyse des tolérances** : Si la perturbation $\Delta(s)$ dépasse une certaine limite, le système devient instable.

3.4 Le problème H_{∞} standard

On considère un système dynamique linéaire multivariables stable bouclé (Figure 3-2) admettant comme matrice de transfert $P(s)$ et le correcteur $K(s)$ a synthétisé pour accomplir la robustesse

et des performances souhaitées. Cette architecture est connue sous le nom du problème H_∞ standard :

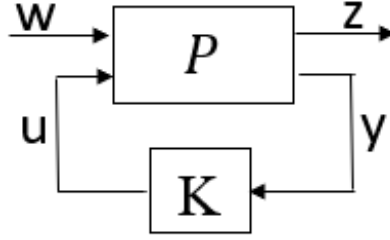


Figure 3-2 Schéma bloc du problème H_∞ standard.

Le système P possède deux entrées :

- w : représente les entrées extérieures, notamment le vecteur de consigne de commande, les perturbations et les bruits.
- u : représente le vecteur de commande.
- z : les sorties à optimiser pour satisfaire les critères de performance.
- y : les mesures disponibles utilisées par le contrôleur pour calculer la commande.

3.4.1 Formulation du problème

La matrice d'état d'interconnexion du système augmenté décrit en Figure 3-2 est donnée par :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|cc} A & B_w & B_u \\ \hline C_z & D_{zw} & D_{zu} \\ C_y & D_{yw} & D_{yu} \end{array} \right) \begin{pmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

où :

- $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état.
- $w(t) \in \mathbb{R}^n$ regroupe les entrées de perturbation et de référence.
- $u(t) \in \mathbb{R}^n$ est la commande.
- $z(t) \in \mathbb{R}^n$ est le critère de performance.
- $y(t) \in \mathbb{R}^n$ est la sortie mesurée.

Soit:

$$P = \left(\begin{array}{c|cc} A & B_w & B_u \\ \hline C_z & D_{zw} & D_{zu} \\ C_y & D_{yw} & D_{yu} \end{array} \right),$$

la représentation fréquentielle associé est donnée par :

$$\begin{aligned} P(s) &= \begin{pmatrix} P_{zw}(s) & P_{zu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} D_{zw} & D_{zu} \\ D_{yw} & D_{yu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_z \\ C_y \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{pmatrix} B_w & B_u \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

La fonction de transfert $P_{ij}(s)$ indique la fonction de transfert reliant la sortie i avec l'entrée j .

La formule reliant Z et w est connue sous le nom LFT (transformation linéaire fractionnaire) noté par $F_l(P, K)$ est donnée par la formule suivante :

$$E(s) = F_l(P(s), K(s))W(s),$$

où :

$$F_l(P(s), K(s)) := P_{zw}(s) + P_{zu}(s) K(s) (I - P_{yu}(s) K(s))^{-1} P_{yw}(s).$$

L'objectif de la synthèse H_∞ est de concevoir un contrôleur K assurant la stabilité interne du système P et minimisant la norme H_∞ de la fonction de transfert $F_l(P, K)$.

Cette norme est définie comme le supremum, pour toutes les fréquences w de la plus grande valeur singulière de la matrice évaluée en $j\omega$:

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \sup_{\omega \geq 0} \bar{\sigma}(F_l(P, K)(j\omega)).$$

Diverses méthodes de résolution sont disponibles pour aboutir au calcul et l'optimisation de la norme H_∞ :

- Méthode basée sur la résolution des équations de RICCATI.
- Méthode basée sur les inégalités matricielles linéaires.
- Méthode utilisant la paramétrisation de YOULA.

Si nous prenons comme exemple le contrôle optimal classique (*LQR*) ,il cherche à minimiser un coût quadratique, tandis que le contrôle H_∞ cherche quantifier le pire cas d'amplification des perturbations ou incertitudes dans un système. On considère un système linéaire sous la forme d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u, \\ z = C_1x + D_{12}u, \\ y = C_2x + D_{21}w. \end{cases}$$

où $x \in \mathbb{R}^{n_p}$ est l'état, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ le contrôle, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ la sortie mesurée, $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ entrées exogènes, et $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ vecteur de performance, sachant que les matrices A, B_1, B_2, C_1, D_{12} et D_{21} définissent la structure du système.

3.4.2 Hypothèses d'existence d'une solution au problème H_∞

Le problème H_∞ standard nécessite la vérification d'un certain nombre d'hypothèses : [23] [72]

(H₁) : (A, B_2) est stabilisable et (C_2, A) est détectable : Cette hypothèse assure l'existence d'un contrôleur stabilisant et même la possibilité d'ajouter un observateur.

(H₂) : Les matrices D_{12} et D_{21} sont de rang plein, garantissant que le contrôleur est propre et que les dimensions des entrées et sorties sont compatibles.

(H₃) : Pour tout $\omega \in \mathbb{R}$, la matrice $\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{pmatrix}$ est de rang $n + n_u$. Cela garantit que le transfert P_{12} n'a pas de zéros sur l'axe imaginaire.

(H₄) : Pour tout $\omega \in \mathbb{R}$, la matrice $\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{pmatrix}$ est de rang $n + n_y$. Cela garantit que le transfert P_{21} n'a pas de zéros sur l'axe imaginaire.

(H₅) : Des conditions supplémentaires simplifient les calculs en imposant :

$$D_{11} = 0, D_{12}^T \begin{bmatrix} C_1 & D_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_u} \end{bmatrix}.$$

Nous somme intéressé dans ce qui suit par la première méthode pour le calcul du gain

optimal K en résolvant une équation de RICCATI modifiée.

$$A^T P + PA + PB_2 R^{-1} B_2^T P + Q + \frac{1}{\gamma^2} P B_1 B_1^T P = 0, \quad (3.7)$$

P : est la solution symétrique définie positive,

Q : est une matrice de pondération des états,

R : est une matrice de pondération des commandes.

Le but est de trouver un contrôle $u = Kx$ qui minimise la norme H_∞ en respectant la propriété :

$$\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma, \quad (3.8)$$

où γ est un seuil de performance ou facteur d'atténuation ou d'amplification.

Le terme $\frac{1}{\gamma^2} P B_1 B_1^T P$ pénalise la réponse du système aux perturbations.

Typiquement si $R = D_{12}^T D_{12}$ on travaille avec des formes généralisées du problème H_∞ , où la matrice de pondération sur U apparaît explicitement.

Après résolution de l'équation (3.7) le régulateur optimale K en boucle fermée est donné par :

$$K(s) = (A + B_2 K)^{-1} B_2,$$

avec le gain de retour d'état est :

$$K = -R^{-1} B_2^T P.$$

La résolution du problème H_∞ standard repose sur l'algorithme de GLOVER-DOYLE, nécessitant de vérifier les conditions d'existence d'une loi de commande décrit dans le théorème suivant : [24]

Théorème 3.1 *Sous les hypothèses (H_i) $1 \leq i \leq 5$, il existe un contrôleur $K(s)$ qui affirme $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$, pour $\gamma > 0$ donné et assure la stabilité interne (le problème standard a une solution) si et seulement si les conditions suivantes sont vérifiées:*

1) *La matrice hamiltonienne $H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1 C_1^T & -A^T \end{bmatrix}$ ne doit pas avoir de valeurs propres sur l'axe imaginaire.*

2) Il existe une matrice symétrique X_∞ telle que :

$$A^T X_\infty + X_\infty A + C_1^T C_1 + X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty = 0.$$

3) La matrice hamiltonienne $H_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix}$ ne doit pas avoir de valeurs propres sur l'axe imaginaire. 4) Il existe une matrice symétrique Y_∞ telle que :

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T + B_1 B_1^T + Y_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty = 0.$$

5) Le produit $\rho(X_\infty Y_\infty)$ doit être inférieur à γ^2 , où γ est le niveau de performance souhaité et $\rho()$ désigne le module de la plus grande valeur propre.

Théorème 3.2 Sous les hypothèses (H_i) $1 \leq i \leq 5$, le contrôleur $K(s)$ stabilisant le système et garantissant $\|F_l(P, K)\| < \gamma$ est donné par :

$$K(s) = C_K(sI - A_K)^{-1} B_K, \quad (3.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} A_K &= A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty - B_2 B_2^T X_\infty - (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y_\infty C_2^T C_2. \\ B_K &= (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y_\infty C_2^T. \\ C_K &= -B_2^T X_\infty. \end{aligned}$$

De l'inégalité (3.8) on peut facilement remarquer que tous les bloc de $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty$ sont majorés par une seul variable γ , cela peut posé un problème si je veux respecter des exigences classiques séparées en bande passante, stabilité et atténuation du bruit, donc il y a pas flexibilité sur la forme du contrôleur pour touché chaque bloc séparément, d'où vient le contexte de *loopshaping* qui est présenté ci dessous.

3.4.3 Contrôle Loopshaping

Dans la synthèse H_∞ par Loopshaping, [29] [25] on intègre des fonctions de pondération w_i qui sont utilisées pour imposer des contraintes sur la performance, la robustesse et l'effort de commande. Elles permettent d'orienter la conception du contrôleur en modifiant la réponse fréquentielle du système.

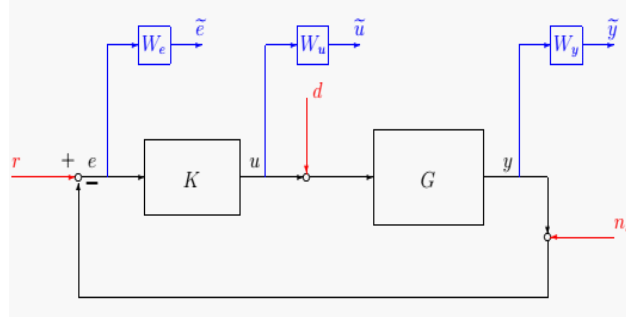


Figure 3-3 Mise sous forme standard de la synthèse.

La figure 3-3, montre le schéma fonctionnel de contrôle en boucle fermée, nous citons un système G contrôlé par un régulateur K ayant comme entrée l'erreur de suivi e et sa sortie le contrôle u , et y représente la mesure en sortie de la boucle. Comme entrées nous citons la perturbation d , le signal référence r .

Les filtres W_e, W_u, W_y sont placés pour pondérer les sorties $z = (\tilde{e}, \tilde{u}, \tilde{y})$ et W_d agit sur la perturbation externe d tel que :

$$\tilde{e} = W_e e, \tilde{u} = W_u u, \tilde{y} = W_y y, d = W_d \tilde{d}. \quad (3.10)$$

Le schéma fonctionnel de la figure 3-2 n'est qu'un cas spécial du schéma de la figure 3-3 où $W = (r, d, n_s)$, $z = (\tilde{e}, \tilde{u}, \tilde{y})$ et G avec les filtres W_i représente le système P . À partir de ce schéma fonctionnel détaillé, il est possible d'identifier plusieurs fonctions de transferts en boucle fermée décrivant les relations entre les signaux d'entrée exogènes, susceptibles d'influencer les performances du système, et les signaux de commande ainsi que les sorties. Les fonctions de transferts entre les signaux exogènes d'entrée pouvant affecter les performances du système

bouclé, et les signaux de commande et de sortie sont données par :

$$\begin{cases} y(s) = \frac{GK}{1+GK}r - \frac{GS}{1+GK}d - \frac{GK}{1+GK}n_s \\ e(s) = \frac{1}{1+GK}r + \frac{G}{1+GK}d - \frac{1}{1+GK}n_s \\ u(s) = \frac{K}{1+GK}r + \frac{KG}{1+GK}d - \frac{K}{1+GK}n_s. \end{cases} \quad (3.11)$$

on remarque bien que chaque transfert liant une sortie à une entrée est produit soit du contrôleur K ou le système G ou bien les deux KG par une fonction de transfert $\frac{1}{1+GK}$ connue sous le nom de fonction sensibilité S .

Fonctions de sensibilités

Après avoir analysé les propriétés fondamentales de la norme H_∞ appliquée aux systèmes linéaires multi variables, il convient désormais d'étudier son implication dans l'évaluation des fonctions de sensibilité, qui jouent un rôle déterminant dans l'analyse de la robustesse et des performances en boucle fermée. Dans ce contexte, nous introduirons ci-après les différentes formes de fonctions de sensibilité intervenant dans ce cadre.

- Fonction de sensibilité $S(s)$:

$$S(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)}.$$

Cette fonction quantifie traduit la relation entre la sortie et l'erreur. Bien qu'un gain faible soit requis aux basses fréquences pour une erreur de suivi et minimale, mais il ne peut être minimisé sur l'ensemble du spectre en raison de contraintes fondamentales liées à la fonction $T(s)$.

$$S(s) + T(s) = 1. \quad (3.12)$$

Comme on ne vise généralement qu'à suivre les basses fréquences donc W_e est choisi comme filtre passe-bas. La minimisation de la norme :

$$\|T_{r \rightarrow \tilde{e}}(K)\|_\infty = \|W_e(I + GK)^{-1}\|_\infty,$$

garantit que la composante basse fréquence $\tilde{e}$ de l'erreur e est minimale, donc un bon

suivi de référence r dans ce domaine fréquentiel.

- Fonction de sensibilité complémentaire $T(s)$:

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}.$$

Cette fonction reflète à la fois le suivi de consigne et la robustesse face au bruit de mesure. Elle doit être faible en hautes fréquences pour limiter les effets du bruit de mesure tout en assurant la relation (3.12) avec la fonction sensibilité.

de l'équation (3.11) on peut traduire un suivi de trajectoire par $Y \rightarrow r$, ce qui implique :

$$Y = \underbrace{GS.d}_{S=0} + \underbrace{Tr}_{T=1} - \underbrace{T.n_s}_{T=1} \text{ avec } S + T = 1, \quad (3.13)$$

donc en base fréquence on peut garantir un bon suivi de trajectoire et un rejet de perturbation, en prenant $T \simeq 1$ et $S \simeq 0$, temps qu'il n'y a pas de bruit n_s , car ceci intervient en haute fréquence.

Donc il y a un compromis entre $S(s)$ et $T(s)$, l'optimisation de l'un dégrade l'autre.

- Fonction de sensibilité mixte $KS(s)$:

$$KS(s) = K(s)S(s).$$

Cette fonction décrit le transfert du bruit de mesure n_s vers la commande u . Elle évalue la puissance de contrôle nécessaire pour garantir une commande réalisable tout en minimisant sa norme pour éviter un contrôle agressif.

Bien que le bruit soit principalement haute fréquence HF , la commande ne doit pas contenir de composantes HF significatives (pour éviter notamment la fatigue et la saturation des actionneurs). W_u est donc généralement choisi comme filtre HF et on trouve :

$$T_{n_s \rightarrow \tilde{u}}(K) = -W_u (I + KG)^{-1} K.$$

Et la norme $\|T_{n_s \rightarrow \tilde{u}}(K)\|_\infty$ attribue un coût aux composantes haute fréquence dans u .

Fonction de sensibilité complémentaire pondérée $W_T T(s)$:

$$W_T T(s) = W_T(s) T(s).$$

L'introduction d'une pondération $W_T(s)$ sert à renforcer certaines performances, comme l'atténuation du gain dans des plages de fréquence spécifiques.

Les fonctions de sensibilité varient selon l'application (performance/robustesse), comme notre plant P admet uniquement un transfert $w \rightarrow z$, donc cela requière une pondération multicritères adaptée. Qui se traduit par imposition d'un coût au comportement indésirable du système en boucle fermée.

Après intégration des fonctions de pondérations dans le schéma (??) le système augmenté sera écrit comme suit:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{u} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}}_Z = \underbrace{\begin{pmatrix} W_e S & W_e W_d S G & -W_e S \\ W_u K S & W_u W_d T & -W_u K S \\ W_y T & -W_y W_d S G & -W_y T \end{pmatrix}}_{LFT(P,K)_{w \rightarrow z}} \underbrace{\begin{pmatrix} r \\ d \\ n_s \end{pmatrix}}_W, \quad (3.14)$$

on peut même en déduire de (3.11) et (3.10) la matrice $P(s)$ et on écrit:

En explicitant la transformation linéaire fractionnaire et en considérant $W = (r, \tilde{d}, n_s)$, comme entrées, ainsi que $Z = (\tilde{e}, \tilde{u}, \tilde{y})$ comme signaux à surveiller, e l'entrée du contrôleur et u sa sortie on peut écrire:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{u} \\ \tilde{y} \\ e \end{pmatrix}}_{\begin{bmatrix} Z \\ e \end{bmatrix}} = \underbrace{\begin{pmatrix} W_e & W_e W_d G & -W_e & -W_e G \\ 0 & 0 & 0 & W_u \\ 0 & -W_y W_d G & 0 & W_y G \\ 1 & W_d G & -1 & -G \end{pmatrix}}_{P(s)} \underbrace{\begin{pmatrix} r \\ d \\ n_s \\ u \end{pmatrix}}_{\begin{bmatrix} W \\ u \end{bmatrix}},$$

Comme notre objectif est de minimiser la norme H_∞ de $LFT(P, K)_{w \rightarrow z}$ on peut écrire:

$$\left\| \underset{w \rightarrow z}{LFT}(P, K) \right\|_{\infty} \leq \gamma. \quad (3.15)$$

D'après la propriété (3.5), lorsque l'inégalité (3.15) est vérifiée, les conditions suivantes sont également satisfaites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|W_e S\|_{\infty} \leq \gamma \\ \|W_u K S\|_{\infty} \leq \gamma \\ \|W_e W_d S G\|_{\infty} \leq \gamma \\ \|W_u W_d T\|_{\infty} \leq \gamma. \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \|S\|_{\infty} \leq \left| \frac{\gamma}{W_e} \right| \\ \|K S\|_{\infty} \leq \left| \frac{\gamma}{W_u} \right| \\ \|S G\|_{\infty} \leq \left| \frac{\gamma}{W_e W_d} \right| \\ \|T\|_{\infty} \leq \left| \frac{\gamma}{W_u W_d} \right|. \end{array} \right. \quad (3.16)$$

la solution est considérer optimale si le facteur d'atténuation $\gamma = 1$, ce qui revient à écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|S\|_{\infty} \leq \left| \frac{1}{w_e} \right| \\ \|K S\|_{\infty} \leq \left| \frac{1}{w_u} \right| \\ \|S G\|_{\infty} \leq \left| \frac{1}{w_e w_d} \right| \\ \|T\|_{\infty} \leq \left| \frac{1}{w_u w_d} \right|. \end{array} \right.$$

Chaque fonctions de sensibilité est contrainte séparément par un gabarit ce qui donne une flexibilité à la synthèse du correcteur H_{∞} pour régler librement les performances souhaitées mieux que fixer un seul facteur d'atténuation sur la totalité de $\underset{w \rightarrow z}{LFT}(P, K)$.

Formes standards des gabarits

La modélisation des fonctions de pondérations s'appuie sur plusieurs critères à savoir les performances souhaitées tel que suivi de trajectoire, rejet de perturbation (filtre passe-haute), atténuation de bruit (filtre passe-bas). Quelque fois on choisit ces filtres suivant un critère bien défini sur une plage de fréquence bien définies (filtre passe bande).

De (3.14) on distingue que le gabarit $\frac{1}{W_e}$ de S agit sur l'erreur statique pour cela son gain doit être faible (négatif) en basse fréquence. L'intersection du gabarit avec l'axe $0dB$ peut être interprétée comme la bande passante de la boucle fermée.

Pour le gabarit $\frac{1}{W_u}$ de $K S$ agissant sur l'amplitude de la commande. Par exemple si on veut

que S soit petit en basse fréquence donc :

$$S \ll 1 \Rightarrow \frac{1}{1 + GK} \ll 1 \Rightarrow GK \gg 1.$$

Le gain en boucle ouverte est grand, typiquement après rétroaction $|G|$ sera petit :

$$GK \gg 1 \Rightarrow KS = \frac{K}{1 + KG} = \frac{1}{G} \Rightarrow KS \gg 1 \Rightarrow K \gg 1.$$

Ceci se traduit par une commande forte en basse fréquence. On peut facilement remarquer que le filtre W_u est l'inverse de W_e .

Quelque forme standard de W_e et W_u sont données par les formules suivantes: [23][53][54]

$$W_e(s) = \frac{\frac{s}{K_e} + \omega_c}{s + \omega_c \varepsilon} \text{ et } W_u(s) = \frac{s + z_1}{s + p_1} K_u, \quad (3.17)$$

sachant que :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_e > 1; \lim_{s \rightarrow \infty} W_e = \frac{1}{K_e} \text{ donne } |S(j\omega)| < K_e \rightarrow \text{le maximum de gain de } W_e, \\ \varepsilon < 1; \lim_{s \rightarrow 0} W_e = \frac{1}{\varepsilon} \text{ donne } |S(j\omega)| < \varepsilon \rightarrow \text{l'erreur statique souhaitée.} \\ \omega_c : \text{fréquence de coupure ou la bande passante.} \\ z_1 \ll p_1, \text{ on peut prendre : } z_1 = p_1 * \varepsilon. \\ K_u : \text{étant le gain maximale de la commande désirée.} \end{array} \right.$$

Les deux filtres W_e, W_d formant le gabarit de GS agit sur la perturbation en sortie. Si on désire un rejet de perturbation en basse fréquence il suffit de prendre Wd constant et jouer sur W_e . Ce filtre influe même sur la réponse transitoire en présence de perturbation et on résume: Pour $\omega < \omega_c$, un rejet de perturbation en BF implique :

$$|S| < 1 \Rightarrow |W_e W_d| > 1 \Rightarrow |GS(j\omega)| < \frac{1}{|W_e W_d|}.$$

Pour le gabarit $\frac{1}{W_u W_d}$ de T , il assure la robustesse de la stabilité au dynamiques négligées en imposant une forme de la fonction en boucle ouverte de telle façon à avoir un gain faible en haute fréquence afin d'assurer la robustesse même en apparaissant des dynamique non mod-

élisées. La figure suivante illustre les formes typiques des gabarits contraignant les fonctions de sensibilité: [38]

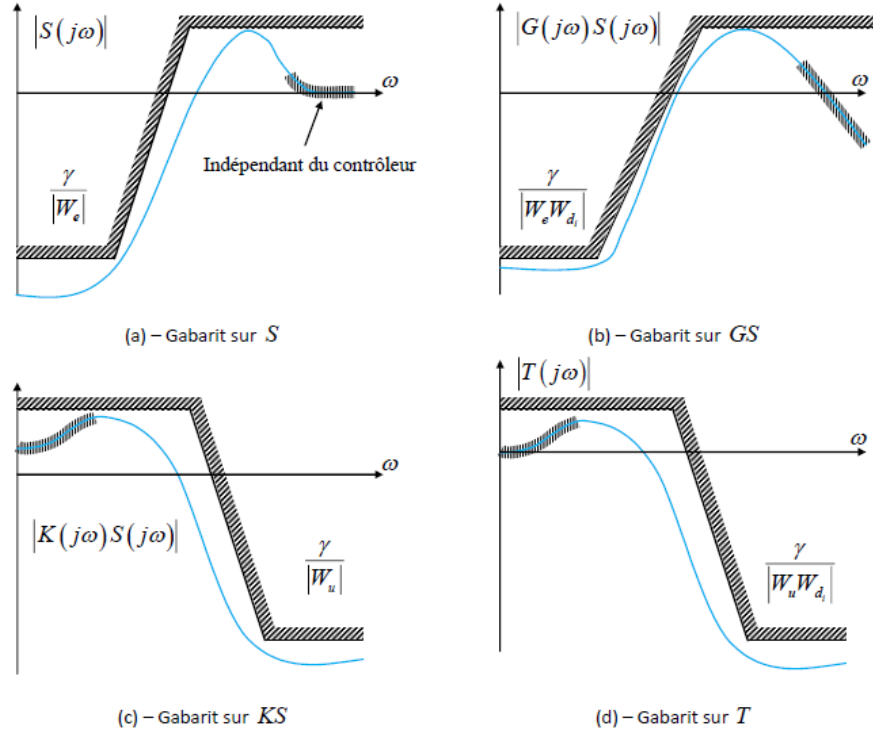


Figure 3-4 Les gabarit des fonctions de sensibilité.

Une fois les filtres sont déterminés et le système augmenté $P(s)$ est décrit, il est nécessaire de le mettre sous forme d'état (3.6) pour lui appliquer l'algorithme de synthèse H_∞ formuler ci dessus.

3.4.4 Commande H_∞ linéaire appliquée au moteur asynchrone

L'approche H_∞ est particulièrement pertinente pour les systèmes électromécaniques complexes comme le moteur asynchrone qui présente un comportement non linéaire, multivariable et couplé, ceci rend sa commande difficile afin de garantir la stabilité et les performances du moteur en présence d'incertitudes et de perturbations.

Afin de faciliter la conception du contrôleur H_∞ linéaire, la stratégie de commande vectorielle FOC est d'abord appliquée afin d'obtenir un modèle d'ordre réduit et de découpler les deux courant id, iq de tel façon à ramèner le système vers une structure équivalente à celle d'un

moteur à courant continu. Le modèle de la machine asynchrone est donné par (2.2) sous la forme :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} Ax_1 + \omega_s x_2 + BCx_3 \\ -\omega_s x_1 + Ax_2 - Bx_3 x_4 \\ Dx_1 - Cx_3 \\ Ex_2 x_3 + Fx_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix} W + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U. \quad (3.18)$$

avec :

$$\begin{aligned} A &= \frac{-1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right), B = \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r}, C = \frac{R_r}{L_r}, \\ D &= \frac{M_{sr} R_r}{L_r}, E = \frac{p^2 M_{sr}}{J L_r}, F = -\frac{F_v}{J}, k_1 = \frac{1}{\sigma L_s} \text{ and } k_2 = -\frac{p}{J}. \end{aligned}$$

En remplaçant $\omega_s = \omega + \omega_g = x_4 + D \frac{x_2}{x_3}$ dans (3.18), le modèle non linéaire finale sera comme suit :

$$\dot{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} Ax_1 + x_4 x_2 + D \frac{x_2^2}{x_3} + BCx_3 \\ -x_4 x_1 - D \frac{x_1 x_2}{x_3} + Ax_2 - Bx_3 x_4 \\ Dx_1 - Cx_3 \\ Ex_2 x_3 + Fx_4 \end{bmatrix}}_{f(X)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix}}_{g_1(X)} W + \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{g_2(X)} U. \quad (3.19)$$

La stratégie du contrôle vectorielle consiste à séparer la boucle de régulation en trois boucles, deux boucles internes de courant et une externe pour l'asservissement de la vitesse. Nous réécrivons de (2.6) les fonction de transfert de courant i_{qs}, i_{qs} tel que :

$$\begin{aligned} G_{i_d} = \frac{i_{qs}}{V_{qs}^{reg}} &= \frac{1/(\sigma L_s)}{s + \rho_s}, \\ G_{i_q} = \frac{i_{ds}}{V_{ds}^{reg}} &= \frac{1/(\sigma L_s)}{s + p_s}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

et pour l'équation mécanique nous avons :

$$G_v = \frac{\Omega}{Ce} = \frac{1}{Js + f_c}.$$

Dans ce qui suit on injecte les filtres gabarit pour chaque boucle de réglage afin d'extraire le correcteur robuste H_∞ du courant et de vitesse. Pour cela on suit les étapes de loopshaping décrit ci-dessus.

Implémentation des filtres dans les boucles de régulations

Prenant comme exemple explicatif la boucle de courant i_d et nous généralisons la procédure pour l'autres boucles de courant i_q et la boucle de vitesse w .

Pour la détermination du filtre d'erreur $W_{i_{de}}$, nous exigeons une bande passante $\omega_c = 700$ rad/s avec un maximum de gain $K_{i_e} = 1.5$ et une erreur statique $\varepsilon = 0.001$, ce qui donne :

$$W_{i_{de}}(s) = \frac{\frac{s}{K_e} + \omega_c}{s + \omega_c \varepsilon} = \frac{0.6667s + 700}{s + 0.7}. \quad (3.21)$$

Le filtre de commande $W_{i_{du}}$ est choisi l'inverse de $W_{i_{de}}$. En le multipliant par $K_{i_{du}}$ jusque afin que la fonction sensibilité S suit le gabarit $\frac{1}{W_{i_{de}}}$ tout en assurant que le facteur d'atténuation γ reste autour de 1.

Enfin le filtre $W_{i_{dd}}$ est initialement choisi constant très faible, ensuite nous l'augmentant tout en veillant à ce que γ reste au voisinage de 1.

Nous considérons le schéma bloc de la boucle courant présenté ci-dessous : [25]

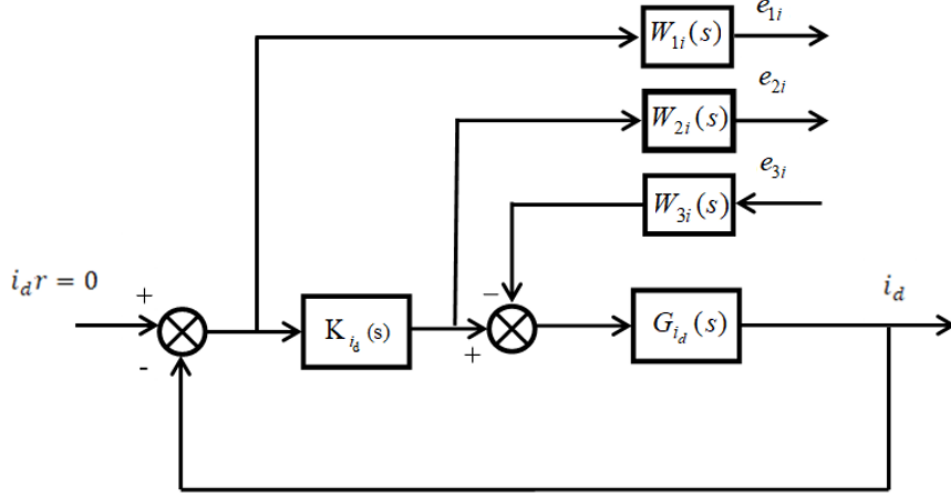


Figure 3-5 Schéma structurel de la boucle de réglage du courant i_{ds} .

Une fois les filtres sont déterminés , nous essayons de mettre le systeme augmenté sous la forme(3.6). La représentation d'état de chaque fonction de transfert est donnée par :

$$G_{id}(\text{entrée } u - d, \text{ sortie } y) : \begin{cases} \dot{x}_{id} = A_{id}x + B_{id}(u - d) \\ y = C_{id}x. \end{cases}$$

$$W_{id_e}(\text{entrée } e, \text{ sortie } \tilde{e}_1) : \begin{cases} \dot{x}_{id_e} = A_{id_e}x_{id_e} + B_{id_e}(r - y) \\ \tilde{e} = C_{id_e}x_{id_e} + D_{id_e}(r - y). \end{cases}$$

$$W_{id_u}(\text{entrée } u, \text{ sortie } \tilde{u}_2) : \begin{cases} \dot{x}_{id_u} = A_{id_e}x_{id_u} + B_{id_u}(r - y) \\ \tilde{e} = C_{id_u}x_{id_u} + D_{id_u}(r - y). \end{cases}$$

$$W_{id_d}(\text{entrée } \tilde{d}, \text{ sortie } d) : \begin{cases} \dot{x}_{id_d} = A_{id_d}x_{id_d} + B_{id_d}(r - y) \\ d = C_{id_d}x_{id_d} + D_{id_d}(\tilde{d}). \end{cases}$$

Ce qui donne la forme générale augmenté utilisé pour la conception du contrôleur robuste H_∞ linéaire suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{x}_{id} \\ \dot{x}_{id_e} \\ \dot{x}_{id_u} \\ \dot{x}_{id_d} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{id} & 0 & 0 & -B_{id}C_{id_d} \\ -B_{id_e}C_{id} & A_{id_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{id_u} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{id_d} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{id} \\ x_{id_e} \\ x_{id_u} \\ x_{id_d} \end{pmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & -B_{id}D_{id_d} \\ B_{id_e} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_{id_d} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r \\ \tilde{d} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B_{id} \\ 0 \\ B_{id_u} \\ 0 \end{bmatrix} u \\ \begin{pmatrix} \tilde{e}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{id_e}C_{id} & C_{id_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{id_u} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{id} \\ x_{id_e} \\ x_{id_u} \\ x_{id_d} \end{pmatrix} \\ + \begin{bmatrix} D_{id_e} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r \\ \tilde{d} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{id_d} \end{bmatrix} u \\ e = \begin{bmatrix} -C_{id} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{id} \\ x_{id_e} \\ x_{id_u} \\ x_{id_d} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r \\ \tilde{d} \end{pmatrix} + [0] u. \end{array} \right.$$

Simulations et discussions

Les paramètres de la machine sont présentés dans le tableau 2-1, l'algorithme de DOYLE-GOLVER a été implémenté sous MATLAB, les résultats obtenus sont présentés ci-après.

Les filtres de pondérations de la boucle courante sont choisis sous la forme suivante :

$$W_{id_e}(s) = \frac{0.6667s+1250}{s+0.00125}; \quad W_{id_u}(s) = \frac{0.015+1.875 \times 10^{-5}}{0.6667s+700}; \quad W_{id_d}(s) = 0.1; \gamma_{i_optimale} = 0.9909$$

et le contrôleur de courant robuste H_∞ fourni s'écrit comme suit :

$$K_{id}(s) = \frac{3.667 \times 10^6 s^2 + 6.905 \times 10^9 s + 5.676 \times 10^{10}}{s^3 + 1.16 \times 10^5 s^2 + 1.754 \times 10^8 s + 2.193 \times 10^5}$$

On peut facilement remarquer de (3.20) que le contrôleur de la deuxième boucle de courant $K_{iq}(s)$ est le même que $K_{id}(s)$ car ils ont la même fonction de transfert.

Le schéma bloc de la boucle de régulation de vitesse est comme suit : [25]

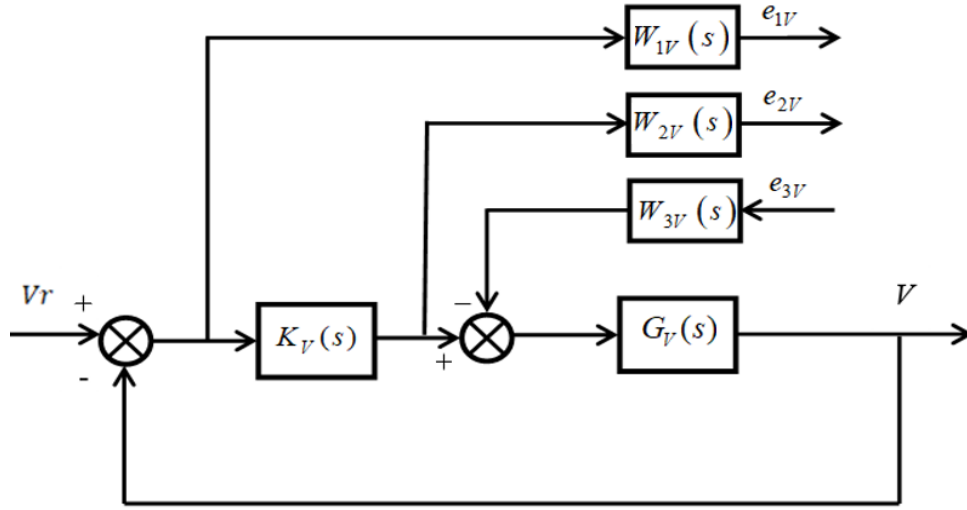


Figure 3-6 Schéma structurel de la boucle de réglage de vitesse.

Après choix des filtres adéquats on trouve :

$$W_{ve}(s) = \frac{0.6667s+130}{s+0.0013}; \quad W_{vu}(s) = \frac{0.479s+6.227 \times 10^{-4}}{0.6667s+130}; \quad W_{vd}(s) = 0.1; \quad \gamma_{v_optimale} = 0.9987.$$

et le contrôleur de vitesse robuste H_∞ calculer par l'algorithme à la forme suivante :

$$K_v(s) = \frac{9.915 \times 10^4 s^2 + 2.858 \times 10^7 s + 1.802 \times 10^9}{s^3 + 9.66 \times 10^4 s^2 + 1.927 \times 10^7 s + 2.505 \times 10^4}.$$

Les deux figures (3-7) et (3-8) montrent le choix judicieux des gabarits par rapport aux fonctions

de sensibilité qu'ils contraignent.

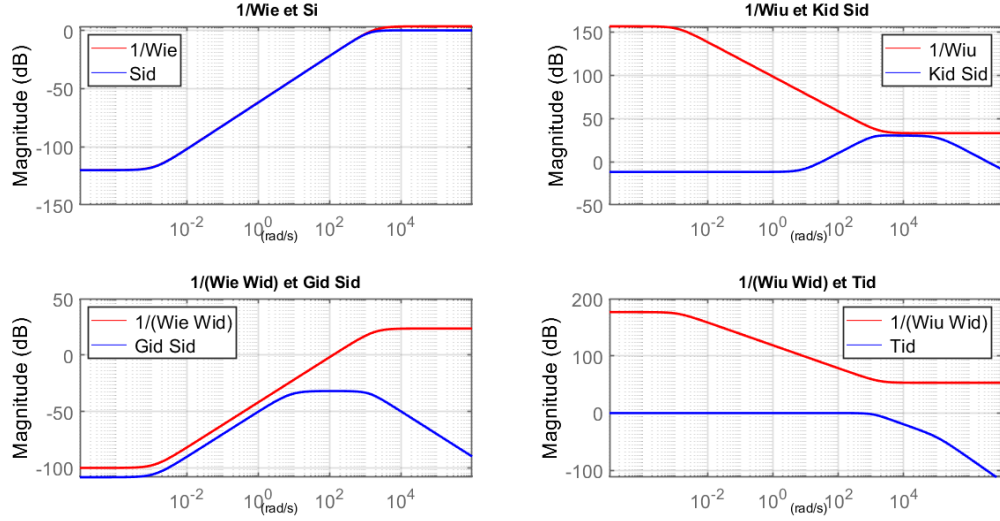


Figure 3-7 Les fonctions de sensibilité boucle courant et leur gabarits.

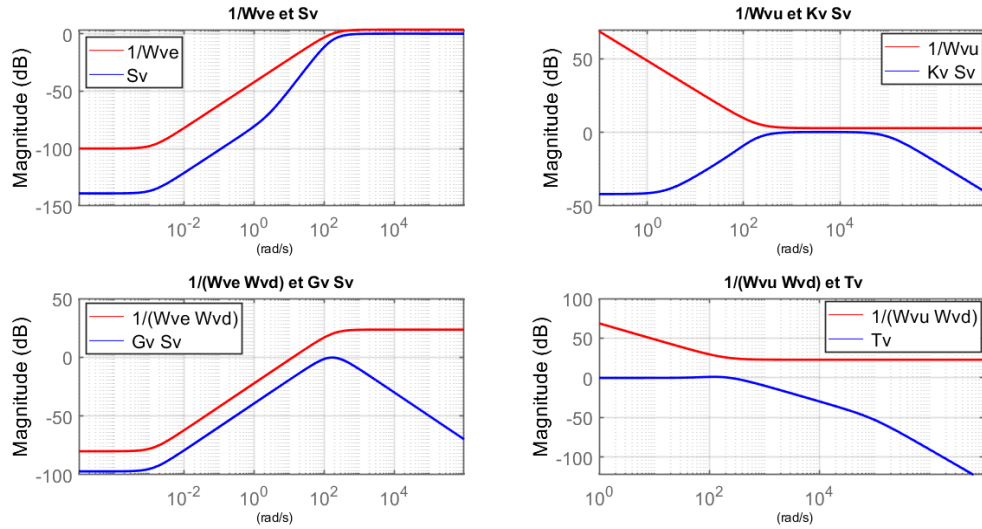


Figure 3-8 Les fonctions de sensibilité boucle vitesse et leur gabarits.

Les fonctions de sensibilité de courant ou du vitesse respecte bien le critère avec un gamma optimale proche de 1.

Plusieur résultats de simulations comparatifs seront présentées ci dessous pour justifier la fiabilité et la robustesse du régulateur H_∞ linéaire fourni par l'algorithme de DOYKE et GOLVER. face au régulateur classique PI ainsi déterminer dans la partie précédente dans le cadre de la commande vectorielle indirecte *IFCO* (indirect Field Oriented Control).

La forme de consigne vitesse présentée dans figure 3-9 étant choisie comme deux fonctions tangente hyperbolique en cascade pour l'assimiler au variateurs de vitesse actuellement disponible en industrie.

Le premier essai sur la machine sera à vide sans limitation ni de tensions ni de courants (figure 3-10) avec une référence vitesse en échelon pour analyser son comportement en régime transitoire mettant en évidence la dynamique du système, notamment le dépassement le temps de réponse et la robustesse des contrôleurs face au variation rapide de la consigne. les deux régulateur H_∞ et PI donnent un bon suivi de consigne traduit par une erreur de l'ordre de 10^{-3} pour chaqu'un avec un temps de réponse $t = \text{sec}$. Une légère oscillation est observée au début du régime transitoire qui est rapidement corrigé . la boucle de vitesse du contrôleur H_∞ et plus rapide que celle du régulateur classique PI . Les courants et les tensions du regulateur PI (figure 3-11 et figure 3-12) présentant un pic assez grand au moment ou l'échelon est appliqué ce qui indique car nos régulateurs favorise une réponse rapide du système contrairement au celles du contrôleur H_∞ il sont beaucoup moins réduit ce qui minimise l'énergie de contrôle et évite la saturation des régulateurs

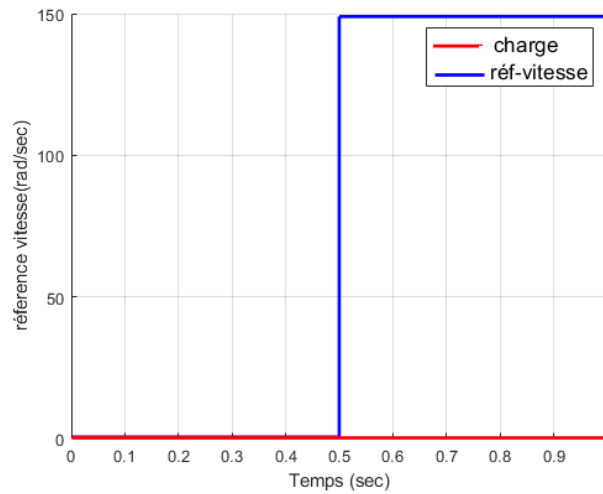


Figure 3-9 Références de vitesse
et la charge variable appliquée.

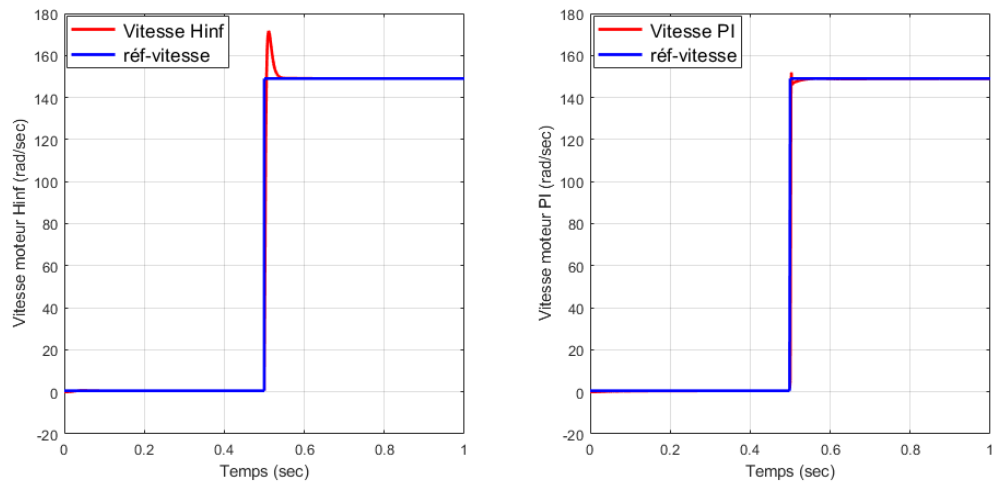


Figure 3-10 Réponse indicielle de vitesse des deux régulateurs H_{∞} et PI

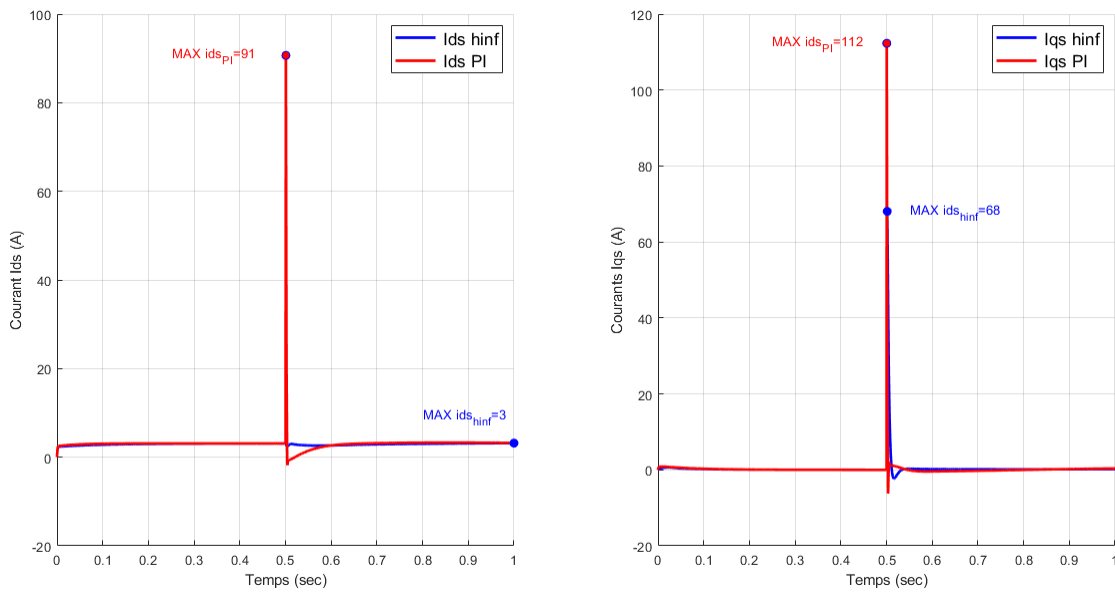


Figure 3-11 Les courants i_{d_s}, i_{q_s} des deux régulateurs.

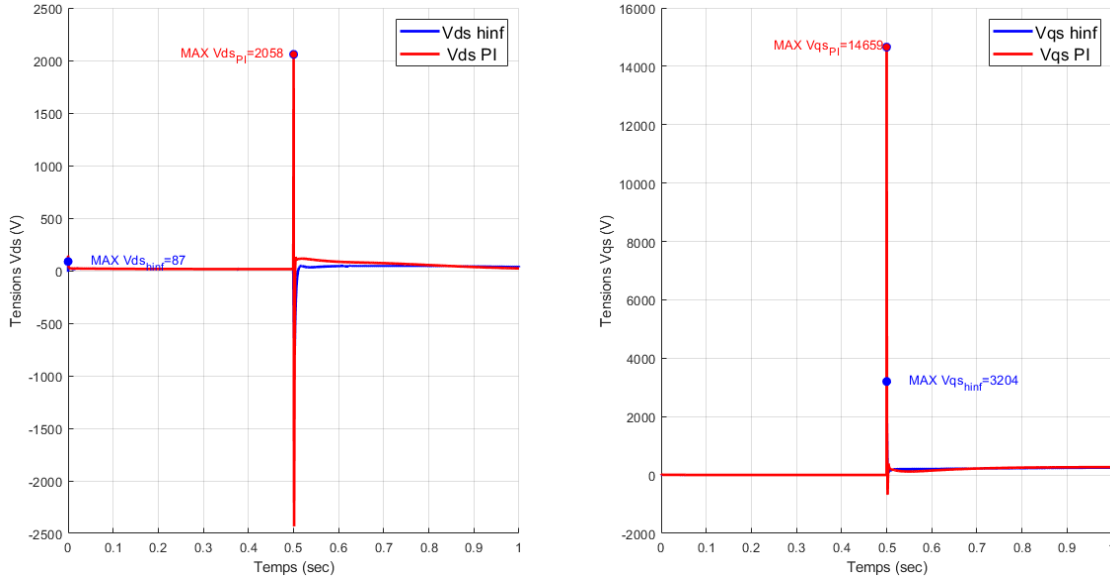


Figure 3-12 Les tensions V_{ds} , V_{qs} des deux régulateurs.

En deuxième temps nous faisons un démarrage à charge nominale (figure 3-13) $C_r = 9 Nm$ jusqu'à $t = 2 sec$, le régime permanent étant établi à $t_r = 1 sec$. Après ces 2 sec on relâche la charge jusqu'à $t = 3.5 sec$.

À cet instant nous appliquons de nouveau une charge $C_r = 5 Nm$ avec inversion de sens de rotation de la machine jusqu'à ce que le moteur atteigne une vitesse de $w = 2\pi rad/s = 1Hz$, lorsqu'il atteint cette consigne nous faisons aussi un autre test de rejet de perturbation dont le but est de vérifier les performances du contrôleur à faible vitesse. Le couple de charge appliqué étant $C_r = 5 Nm$.

La figure 3-14, montre que le contrôleur H_∞ assure une bonne poursuite de la référence sans dépassement et une erreur statique très faible $e = 0.0013$, comparant par son compétitif le PI .

Le couple électromagnétique suit la charge appliquée, les pics apparaissant en couple transitoire au moment de changement de référence.

Les allures de flux ϕ_{dr}, ϕ_{qr} (figure 3-15), montrent bien que le découplage flux/couple est toujours préservé, c'est-à-dire qu'en régime stationnaire $\phi_{dr\infty} = \phi_{no min le} = 0.8Wb$; $\phi_{qr\infty} = 0$.

Les courants statoriques i_{ds}, i_{qs} (figure 3-17) présentent quelques dépassements au moment de changement de la charge mais les régulateurs jouent leur rôle en stabilisant le moteur autour de

la valeur du courant nécessaire pour l'entraînement de la charge.

Les valeurs des tension Vd_s, Vq_s (figure 3-17) reste inférieur au nominale (312 *volts*) malgré le fort appel du couple.

le couple électromagnétique (figure 3-18) donne la même allure que celle de la charge appliquée apart quelque pics d'appel au moment de consigne mais il rejoint rapidement sa référence.

Pour la plage des petites vitesses on remarque la fidélité du régulateur envers l'erreur de suivi et le rejet de perturbation.

Ces résultats mettent en évidence l'efficacité de la stratégie robuste H_∞ proposée et confirment la validité de l'étude théorique.

.

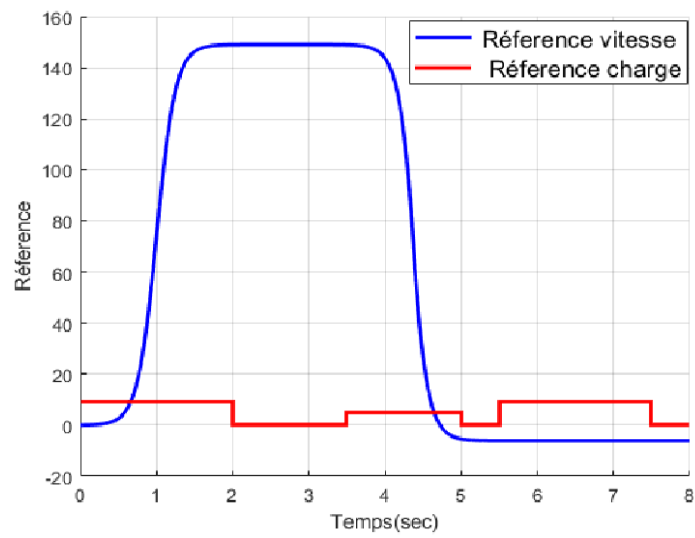


Figure 3-13 La référence de vitesse et la charge.

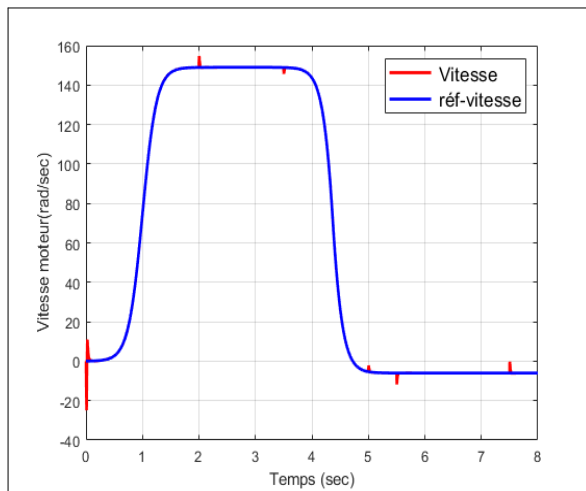


Figure 3-14 La vitesse(rad/s) du moteur.

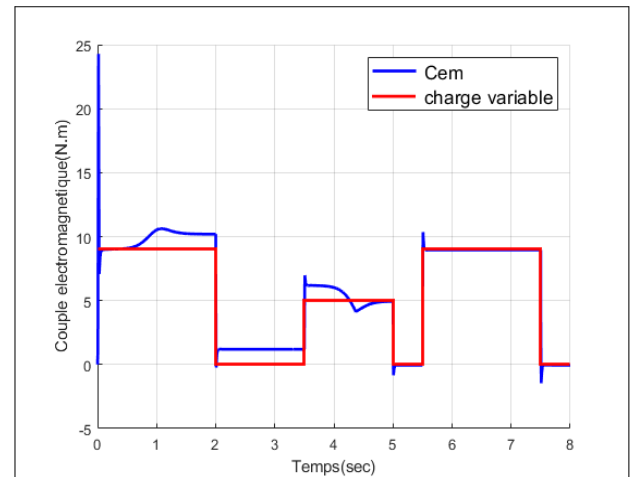


Figure 3-15 Le couple électromagnétique (Nm).

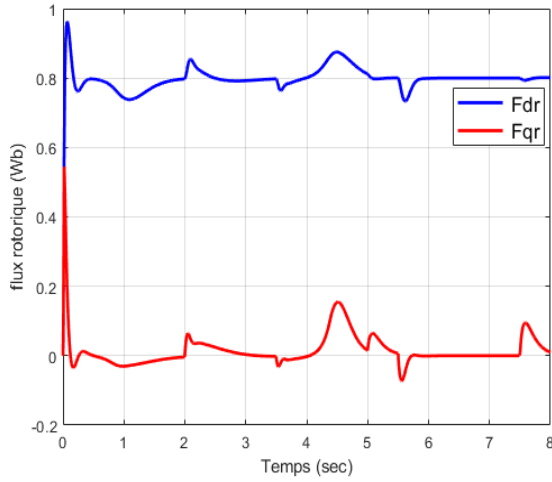


Figure3-16 Les flux rotoriques ϕ_{dr}, ϕ_{qr} (Wb)- H_{∞} .

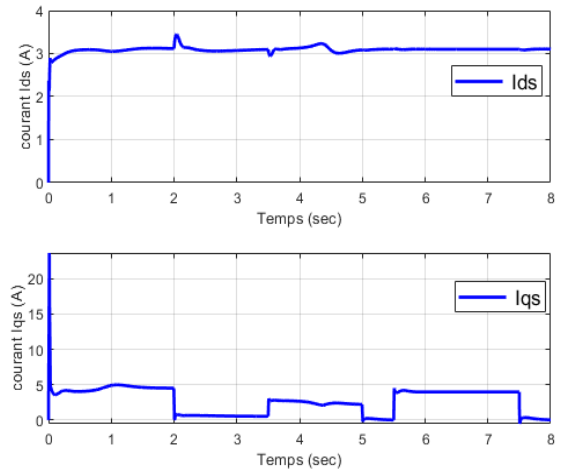


Figure3-17 Les courants statoriques i_{ds}, i_{qs} (A)- H_{∞} .

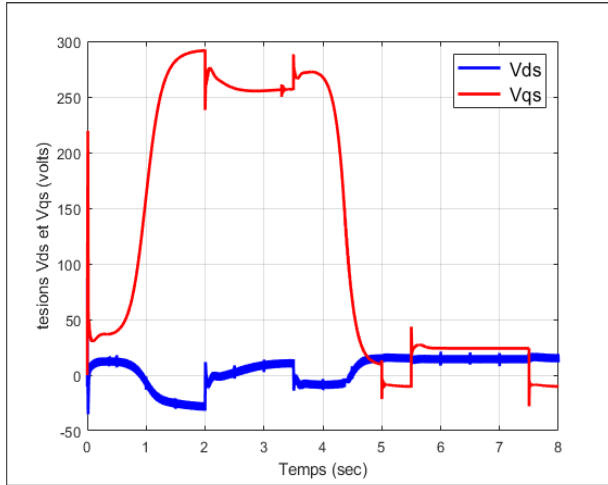


Figure 3-18 Les tensions de commande

V_{ds}, V_{qs} (volts)- H_{∞} .

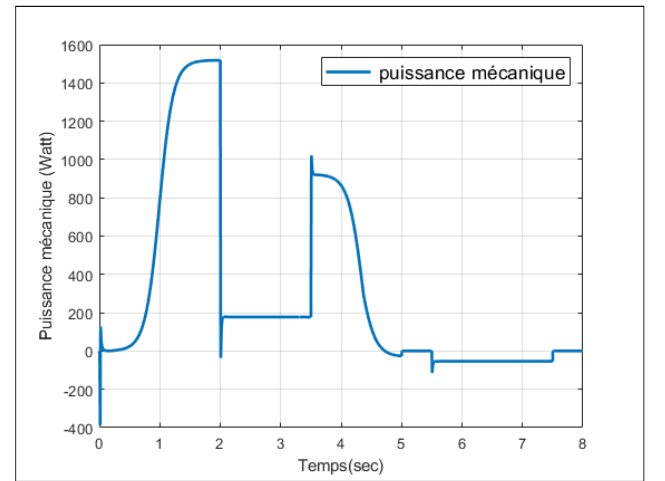


Figure 3-19 La puissance mécanique

absorbée (Watt)- H_{∞} .

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté deux loi de commande linéaire, la premiere c'était la commande classique par orientation de flux nommée par F.O.C connue par sa puissance dans le milieu industrielle mais elle est très sensible au variation paramétriques et au perturbation externe qui provoque la saturation de ses tension de commandes, c'est là cause du passage

vers le choix d'un contrôleur robuste tel que H_∞ linéaire privilégié dans des applications où il y a nécessité d'être capable de s'adapter et garantir la fiabilité face aux perturbations externes, les non linéarités et les incertitudes du modèle.

Nous constatons de nos résultats que la commande H_∞ linéaire a prouvé son efficacité dans la régulation de vitesse de la machine asynchrone, en assurant un bon suivi de consigne, un rejet de perturbation dans différentes conditions tel que le démarrage à vide et avec charge nominale. La consigne de vitesse est choisie dans les premiers tests comme échelon et la deuxième c'est une hyperbole qui présente une demande lisse de la consigne. Ces deux choix nous ont permis d'étudier le régime transitoire du moteur dans différentes conditions qui nous ont aidés à la comparaison des deux régulateurs précis.

La commande H_∞ est moins exigeante côté énergétique par rapport à la PI surtout à un chargement brusque de la consigne (réponse en échelon) ceci peut affecter la durée de vie des actionneurs peut même endommager le circuit de commande.

Malgré l'apport que le contrôleur H_∞ linéaire peut fournir à notre boucle de régulation mais cette approche reste fondée sur la linéarisation du modèle de la machine, qui est souvent valide uniquement autour du point de fonctionnement. Les oscillations ponctuelles instantanées visibles dans les différentes réponses peuvent causer l'instabilité du moteur dans certaines situations comme le changement au moment de grandes ou petites vitesses ce qui amplifie ses non linéarités non maîtrisées.

Pour cela nous abordons dans le chapitre suivant la synthèse du contrôleur H_∞ non linéaire en boucle fermée basée sur le modèle non linéaire de la machine asynchrone. La résolution du problème est faite par l'algorithme de GALERKIN.

Chapitre 4

Synthèse de la commande H_∞ non linéaire du moteur asynchrone par l'algorithme de Galerkin

4.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre une nouvelle méthode de commande robuste H_∞ non linéaire pour un moteur à induction. La difficulté de l'application d'une telle théorie est de résoudre l'équation de HAMILTON-JACOBI-ISAAC (HJIE). Pour ce faire, nous associerons deux techniques : une méthode de GALERKIN combinée à la méthode des résidus pondérés, afin d'obtenir une solution approximative de l'HJIE. Nous calculerons d'abord le coefficient d'une telle fonction de base par une méthode hors ligne, afin d'obtenir une solution approximative de l'HJIE. Enfin, nous fournirons le contrôleur H_∞ non linéaire stabilisant la boucle fermée et dont l'efficacité sera démontrée et confirmée par des simulations.

Le but du présent chapitre est de trouver une commande robuste H_∞ non linéaire, basée sur le modèle non linéaire d'un moteur asynchrone. Une telle théorie nécessite la résolution de l'équation dite de HAMILTON-JACOBI-ISAAC (HJIE), mais cela n'est pas toujours faisable par les biais des méthodes analytiques; c'est la cause du passage à la résolution numérique de cette dernière afin de fournir un régulateur robuste non linéaire.[43]

Il est bien connu que le moteur asynchrone est l'un des moteurs les plus largement utilisés dans l'industrie. Cela est principalement dû à son faible coût, sa petite taille, son bon rendement et son excellente fiabilité. Son seul défaut est l'énergie réactive, constamment consommée afin de magnétiser l'entrefer. Les machines triphasées, alimentées directement à partir du réseau, représentent la majorité des applications ; supplantant les machines monophasées, aux performances et au couple de démarrage bien moindres. Par le passé, la mise en œuvre du démarreur pour moteur asynchrone était compliquée, mais de nos jours, tous ces problèmes ont été résolus grâce aux progrès de l'électronique de puissance. À la suite de ces développements, le moteur asynchrone est désormais utilisé dans un large éventail de domaines tels que :

- Le transport (voitures électriques, trains à grande vitesse, tramways...).
- L'industrie.
- La production d'énergie (éoliennes).

Les moteurs asynchrones sont très populaires dans l'industrie en raison de leur efficacité, leur robustesse, leur faible coût et leur capacité à fonctionner dans de larges plages de couple et de vitesse. Cependant, leurs modèles sont relativement plus complexes et plus difficiles à contrôler comparativement à ceux des moteurs à courant continu ou synchrones ([22] et [32]).

La réponse en régime permanent du moteur asynchrone est stable, mais un problème dans certains designs de commande réside dans la variation des paramètres internes et les perturbations extérieures, ce qui engendre des incertitudes au sein du système.

L'application de la théorie de la commande H_∞ non linéaire aux entraînements de moteurs asynchrones a suscité un grand intérêt dans la littérature[70]. Les premières applications apparaissent dans [7],[8] et [27], où le problème dit de sensibilité mixte est considéré.

Dans un travail ultérieur [8], la théorie H_∞ a été appliquée pour concevoir un contrôleur statique à retour d'état pour le contrôle de la vitesse. La solution au problème proposé dans [8] a été obtenue en utilisant l'approche de DOYLE-GLOVER-KHARGONEKAR-FRANCIS (DGKF) [24].

VAN DER SCHAFT ([57] et [58]) a montré que les solutions du problème en question, dans le cas d'un retour d'état, peuvent être déterminées à partir de la solution de l'équation de HAMILTON-JACOBI, à savoir l'équation ou l'inégalité de HAMILTON-JACOBI-ISAACS (HJIE), qui constitue la version non linéaire de l'équation de RICCATI utilisée dans les problèmes de

commande H_∞ pour les systèmes linéaires. Le problème de commande non linéaire H_∞ via retour de sortie a été considéré, par exemple, par ISIDORI et ASTOLFI [33], BALL [18], ainsi qu'ISIDORI et KANG [34].

À la suite de tous ces travaux, une méthode d'approximation de GALERKIN a été développée pour la résolution de l'équation de HAMILTON-JACOBI-ISAACS (HJIE) qui apparaît dans le cas du retour de sortie. BEARD et McLAIN [44] ont combiné les méthodes d'approximation successive et de GALERKIN afin de dériver un nouvel algorithme produisant des lois de commande à retour d'état stabilisantes avec des régions de stabilité bien définies ([7] et [8]).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la commande du moteur asynchrone basée sur le modèle non linéaire. À cet effet, nous présentons un contrôleur à retour de sortie H_∞ non linéaire en appliquant la méthode hybride présentée dans ([67] et [13]).

Des investigations sont menées, et les résultats sont discutés.

Le plan de ce chapitre est organisé comme suit :

Après cette brève introduction, la section 2 est consacrée à la description du modèle d'erreur du moteur asynchrone. La section 3 présente l'énoncé du problème. La section 4 décrit la méthode de GALERKIN appliquée à notre problème, et dans la dernière section, des simulations numériques sont fournies.

4.2 Modèle non linéaire de la machine asynchrone appliquée pour l'algorithme de Galerkin

Le modèle de la machine asynchrone dans un repère (d, q) lié au champ tournant, dans l'espace d'état non linéaire, où les variables d'état sont les courants statoriques (ids, iqs) , les flux rotoriques $(\varphi_{dr}, \varphi_{qr})$ et la vitesse de rotation du rotor ω , est donné par les équations suivantes :[36]

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{ds}}{dt} = \frac{-1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \omega_s \frac{M_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r^2} \Phi_{dr} + \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r} \Phi_{qr} \omega + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds}, \\ \frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_s i_{ds} - \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r} \Phi_{qr} \omega + \frac{M_{sr} R_r}{\sigma L_s L_r} \Phi_{dr} \omega + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs}, \\ \frac{d\Phi_{dr}}{dt} = \frac{M_{sr} R_r}{L_r} i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \Phi_{dr} + \omega_g \Phi_{qr}, \\ \frac{d\Phi_{qr}}{dt} = \frac{M_{sr} R_r}{L_r} i_{qs} - \omega_g \Phi_{dr} - \frac{R_r}{L_r} \Phi_{qr}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{P^2 M_{sr}}{J L_r} \Phi_{dr} i_{qs} - \frac{P^2 M_{sr}}{J L_r} \Phi_{qr} i_{ds} - \frac{F_v}{J} \omega - \frac{P}{J} c_r. \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Dont la notation est indiquée dans le tableau 1-1.

L'équation (4.1) peut être écrites sous une forme compacte comme :

$$\dot{X} = f(X) + g_1(X)W + g_2(X)U,$$

où,

$$X = \begin{bmatrix} i_{ds} & i_{qs} & \Phi_{dr} & \Phi_{qr} & \omega \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{bmatrix}^T,$$

est le vecteur d'état, $U = \begin{bmatrix} v_{ds} & v_{qs} \end{bmatrix}^T$ est le vecteur de contrôle et $W = C_r$ est un vecteur de perturbation. Nous mettons :

$$\begin{aligned} A &= \frac{-1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right), B = \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r}, C = \frac{R_r}{L_r}, \\ D &= \frac{M_{sr} R_r}{L_r}, E = \frac{P^2 M_{sr}}{J L_r}, F = -\frac{F_v}{J}, k_1 = \frac{1}{\sigma L_s} \text{ et } k_2 = -\frac{P}{J}. \end{aligned}$$

Donc on a le système :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} Ax_1 + \omega_s x_2 + BCx_3 + Bx_4 x_5 \\ -\omega_s x_1 + Ax_2 - Bx_3 x_5 + BCx_4 \\ Dx_1 - Cx_3 + \omega_s x_4 - x_4 x_5 \\ Dx_2 - \omega_s x_3 + x_3 x_5 - Cx_4 \\ Ex_2 x_3 - Ex_1 x_4 + Fx_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix} W + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U. \quad (4.2)$$

Afin de réduire la dimension du système (4.2), nous allons introduire la commande vectorielle FOC(field oriented control) . Cette technique a été développée par BLASCHKE dans les années

70. Elle consiste à orienter le flux de la machine [49].

Une orientation du flux rotorique dans le repère synchrone est réalisée en imposant la pulsation de glissement comme suit :

$$\omega_g = \frac{M_{sr}R_r}{L_r\Phi_{rd}}i_{qs}.$$

Le résultat donne $\Phi_{qr} = 0$ et $\Phi_r = \Phi_{dr}$ [49].

Nous renommons la variable x_5 en tant que x_4 , le système (4.2) devient

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} Ax_1 + \omega_s x_2 + BCx_3 \\ -\omega_s x_1 + Ax_2 - Bx_3x_4 \\ Dx_1 - Cx_3 \\ Ex_2x_3 + Fx_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix} W + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U. \quad (4.3)$$

Si nous mettons $\omega_s = \omega + \omega_g = x_4 + D\frac{x_2}{x_3}$ dans (4.3), le modèle non linéaire du moteur à induction sera réécrit dans sa forme finale :

$$\dot{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} Ax_1 + x_4x_2 + D\frac{x_2^2}{x_3} + BCx_3 \\ -x_4x_1 - D\frac{x_1x_2}{x_3} + Ax_2 - Bx_3x_4 \\ Dx_1 - Cx_3 \\ Ex_2x_3 + Fx_4 \end{bmatrix}}_{f(X)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix}}_{g_1(X)} W + \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{g_2(X)} U. \quad (4.4)$$

Le dernier système constitue un modèle réduit décrivant l'évolution du moteur. Il possède un point de consigne non nul correspondant à un état d'équilibre. Celui-ci, étant strictement positif ou strictement négatif, est inadapté à l'utilisation de la méthode de GALERKIN car cette méthode se base sur la convergence vers un point d'équilibre nul. Dans ce qui suit, nous apporterons des modifications à notre système afin de pouvoir appliquer la méthode citée.

L'utilisation de la méthode d'approximation de GALERKIN pour la résolution de l'équation *HJIE* nécessitera une modification de la variable d'état X , en raison des conditions imposées par la méthode de GALERKIN. On choisit ensuite l'erreur sur la variable d'état X comme :

$e = X - X_d$, X_d : variable d'état désirée, X : variable d'état et e : l'erreur, donc :

$$X = e + X_d.$$

En utilisant ces nouvelles variables dans (4.3), on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 + \dot{x}_{1d} = A(e_1 + x_{1d}) + (e_2 + x_{2d})(e_4 + x_{4d}) + D \frac{(e_2 + x_{2d})^2}{(e_3 + x_{3d})} + BC(e_3 + x_{3d}) + k_1 v_{ds}, \\ \dot{e}_2 + \dot{x}_{2d} = -(e_4 + x_{4d})(e_1 + x_{1d}) - D \frac{(e_1 + x_{1d})(e_2 + x_{2d})}{(e_3 + x_{3d})} \\ \quad + A(e_2 + x_{2d}) - B(e_3 + x_{3d})(e_4 + x_{4d}) + k_1 v_{qs}, \\ \dot{e}_3 + \dot{x}_{3d} = D(e_1 + x_{1d}) - C(e_3 + x_{3d}), \\ \dot{e}_4 + \dot{x}_{4d} = E(e_2 + x_{2d})(e_3 + x_{3d}) + F(e_4 + x_{4d}), \end{array} \right.$$

on obtient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = Ae_1 + e_2e_4 + D \frac{(e_2 + x_{2d})^2}{(e_3 + x_{3d})} + BCe_3 + e_2x_{4d} + e_4x_{2d} + U_1, \\ \dot{e}_2 = -e_1e_4 - D \frac{(e_1 + x_{1d})(e_2 + x_{2d})}{(e_3 + x_{3d})} + Ae_2 - Be_3e_4 + e_1x_{4d} + e_4x_{1d} + B(e_3x_{4d} + e_4x_{3d}) + U_2, \\ \dot{e}_3 = De_1 - Ce_3 + U_3, \\ \dot{e}_4 = Ee_2e_3 + Fe_4 + E(e_2x_{3d} + e_3x_{2d}) + U_4, \end{array} \right. \quad (4.5)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = Ax_{1d} + x_{2d}x_{4d} + BCx_{3d} - \dot{x}_{1d} + k_1 v_{ds}, \\ U_2 = -x_{1d}x_{4d} + Ax_{2d} - Bx_{3d}x_{4d} - \dot{x}_{2d} + k_1 v_{qs}, \\ U_3 = Dx_{1d} - Cx_{3d} - \dot{x}_{3d}, \\ U_4 = Ex_{2d}x_{3d} + Fx_{4d} - \dot{x}_{4d} + k_2 W. \end{array} \right.$$

Nous pouvons simplifier ce dernier système en utilisant la variable d'état dérivative $\dot{X}$ au point désiré à l'aide de l'équation (4.2), donc :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1d} &= Ax_{1d} + x_{2d}x_{4d} + D \frac{x_{2d}^2}{x_{3d}} + BCx_{3d} + k_1 v_{ds}^*, \\ \dot{x}_{2d} &= -x_{4d}x_{1d} - D \frac{x_{1d}x_{2d}}{x_{3d}} + Ax_{2d} - Bx_{3d}x_{4d} + k_1 v_{qs}^*, \\ \dot{x}_{3d} &= Dx_{1d} - Cx_{3d}, \\ \dot{x}_{4d} &= Ex_{2d}x_{3d} + Fx_{4d} + k_2 W^*, \end{aligned}$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = k_1 (v_{ds} - v_{ds}^*) - D \frac{x_{2d}^2}{x_{3d}}, \\ U_2 = k_1 (v_{qs} - v_{qs}^*) + D \frac{x_{1d}x_{2d}}{x_{3d}}, \\ U_3 = 0, \\ U_4 = k_2 (W - W^*) = k_2 W_e. \end{array} \right.$$

Nous réécrivons le système (4.5) sous la forme compte :

$$\dot{e} = f(e) + g_{11}(e)W_e + g_{12}(e)U_e. \quad (4.6)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(e) = \begin{bmatrix} Ae_1 + e_2e_4 + D\frac{(e_2+x_{2d})^2}{(e_3+x_{3d})} + BCe_3 + e_2x_{4d} + e_4x_{2d} \\ -e_1e_4 - D\frac{(e_1+x_{1d})(e_2+x_{2d})}{(e_3+x_{3d})} + Ae_2 - Be_3e_4 + e_1x_{4d} + e_4x_{1d} + B(e_3x_{4d} + e_4x_{3d}) \\ De_1 - Ce_3 \\ Ee_2e_3 + Fe_4 + E(e_2x_{3d} + e_3x_{2d}) \end{bmatrix}, \\ g_{11}(e) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix}, g_{12}(e) = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ U_e = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}, W_e = W - W^*. \end{array} \right.$$

4.3 Problématique

Après avoir calculer le modèle prenant l'erreur de l'état comme nouvelle variable d'état, nous pouvons traiter le problème (4.6) comme un contrôle de retour d'état H_∞ donné par le cas général :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x) + g_1(x)\omega + g_2(x)u, \\ z = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ u \end{bmatrix}, \\ y = h_1(x), \\ f(0) = h_1(x) = 0. \end{array} \right. \quad (4.7)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système, $u \in \mathbb{R}^n$ est la variable de contrôle, $w \in \mathbb{R}^n$ est le signal de perturbation et $y \in \mathbb{R}^p$ est la sortie du système.

Étant donné $\gamma > 0$, on dit que le système a L_2 gain de ω à $(y^T, \omega^T)^T$ moins que γ , si pour

tous les $T < 0$ nous avons :

$$\int_0^T \left(\|y\|^2 + \|u\|^2 \right) dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|\omega\|^2 dt,$$

pour tout $\omega \in L_2(0, T)$ et $x(0) = 0$, avec $\|\cdot\|$ est la norme EUCLIDIENNE.

Le contrôle optimal H_∞ non linéaire ,consiste a trouver le plus petit $\gamma^* > 0$ et le contrôle associé u^* tel que le gain L_2 du système (4.7) de ω à $(y^T, u^T)^T$ sont tous égaux à $\gamma^*[8]$.

Dans [57] le gain L_2 du système (4.7) de ω à $(y^T, u^T)^T$ est tous égal à γ si nous choisissons un contrôle sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} u(x) &= -\frac{1}{2}g_2^T V_x^T(x), \\ \omega(x) &= -\frac{1}{2\gamma^2}g_1^T V_x^T(x). \end{aligned}$$

où l'équation HAMILTONIAN [24] est donnée par :

$$V_x(f(x) + g_1(x)\omega_* + g_2(x)u_*) + \|h_1\|^2 + \|u_*\|^2 - \gamma^2 \|\omega_*\|^2 = 0. \quad (4.8)$$

avec

$$\begin{aligned} u_*(x) &= -\frac{1}{2}g_2^T V_x^T(x), \\ \omega_*(x) &= -\frac{1}{2\gamma^2}g_1^T V_x^T(x). \end{aligned}$$

u_* : la loi de contrôle en boucle fermée.

ω_* : la pire perturbation.

γ : le niveau d'atténuation.

Nous pouvons réécrire l'équation (4.8) comme suit :

$$H(x, V_x, \omega_*, u_*) = 0.$$

La résolution d' unetelle équation non linéaire avec des méthodes analytiques est très diffi cile, et impossible dans certains cas, de sorte que nous nous référons aux méthodes numériques. Parmi

elles, nous utilisons la méthode des résidus pondérés proposée par FINLAYSON et SCRIVEN [26].

La méthode générale de résolution consiste à présenter $V(x)$ comme la solution du HAMILTONIEN avec sa projection dans un sous-espace dimensionnel fini N ayant une base constituée de N fonctions $\phi_i(x)$ telles que :

$$V_N(x) = \sum_{k=1}^N c_k \phi_k(x). \quad (4.9)$$

Le nouveau problème est donc de définir les composants scalaires c_k et nous considérons que les fonctions de base $\phi_k(x)$ sont choisies a priori avec la connaissance de certaines informations sur la solution exacte $V(x)$. Différentes méthodes d'approximation existent pour calculer ces scalaires et les fonctions de base sont présentées ci-dessous.

4.3.1 approximation polynomiale

Les N fonctions de base d'un problème H_∞ non linéaire sont données en développant le polynôme décrit par :

$$\phi_k(x) = \sum_{j=1}^{M/2} \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^{2j}. \quad (4.10)$$

avec n est l'ordre de système et M est un nombre impair représentant l'ordre de l'approximation [8].

4.3.2 Méthode des résidus pondérés

Nous définissons le résidu R comme la différence entre l'équation généralisée de HJI pour $V_N(x)$ et l'approximation de $V(x)$ à l'étape (i, j) (mises à jour de w et u) et l'équation généralisée de HJI ($GHJI$) pour $V(x)$. Soit :

$$R(c, x) = GHJI \left(V_N^{(i,j)}(x) \right) - GHJI(V(x)). \quad (4.11)$$

telle que :

$$GHJI(V(x)) = V_x(f + g_1\omega + g_2u) + \|h_1\|^2 + \|u\|^2 - \gamma^2 \|\omega\|^2 = 0. \quad (4.12)$$

et

$$\begin{aligned} GHJI \left(V_N^{(i,j)}(x) \right) &= \sum_{k=1}^N c_k \phi_{k,x}(x) \left(f(x) + g_1(x) w^{(i,j)} + g_2(x) u^{(i)} \right) \\ &\quad + \|h_1(x)\|^2 + \|u^{(i)}\|^2 - \gamma^2 \|\omega^{(i,j)}\|^2, \end{aligned}$$

où : $\phi_{k,x}(x) = \frac{\partial \phi_k}{\partial x}$.

Le but principal est de rechercher les coefficients c_k dont le but de rendre le résidu égal à zéro dans le sens des intégrales normales pondérées comme suit :

$$\oint_{\Omega} R(c, x) \omega_l d\Omega = 0, l = 1, \dots, N. \quad (4.13)$$

Si on combine (4.11) et (4.12), on obtient :

$$\sum_{k=1}^N c_k \oint_{\Omega} \phi_{k,x}(x) \left(f(x) + g_1(x) \omega^{(i,j)} + g_2(x) u^{(i)} \right) \omega_l d\Omega = - \oint_{\Omega} \left(\|h_1(x)\|^2 + \|u^{(i)}\|^2 - \gamma^2 \|\omega^{(i,j)}\|^2 \right) \omega_l d\Omega. \quad (4.14)$$

Ceci peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\sum_{k=1}^N B_{kl} c_k = d_l. \quad (4.15)$$

Avec :

$$B_{kl} = \oint_{\Omega} \phi_{k,x}(x) \left(f(x) + g_1(x) \omega^{(i,j)} + g_2(x) u^{(i)} \right) \omega_l d\Omega, \quad (4.16)$$

et

$$d_l = - \oint_{\Omega} \left(\|h_1(x)\|^2 + \|u^{(i)}\|^2 - \gamma^2 \|\omega^{(i,j)}\|^2 \right) \omega_l d\Omega. \quad (4.17)$$

Les fonctions de base $\phi_l(x)$ peuvent être facilement calculées à partir de (4.10), si nous connaissons les poids ω_l ainsi le problème pour trouver la solution approximative (4.9) est résolu juste en calculant B_{kl} et d_l .

Nous présentons dans la section suivante différentes formes du choix des fonctions de poids ω_l , qui donne la diversité de la méthode pondérée résiduelle.

4.3.3 Le choix des fonctions de pondérations

En 1923, les ingénieurs néerlandais BIEZENO et KOCH proposent de diviser le domaine Ω en N petits sous-domaines, Ω_l , et de choisir :

$$\omega_l = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \Omega_l, 1 \leq l \leq N, \\ 0 & \text{si } x \notin \Omega_l. \end{cases} \quad (4.18)$$

Ils ont appelé cette méthode " méthode de sous-domaine " et elle a été appliquée dans le problème de stabilité des poutres, tiges et des plaque ([26] et [39]).

Dans la méthode de collocation, les fonctions pondérées sont choisies comme fonctions de DIRAC :

$$\omega_l = \delta(x - x_l). \quad (4.19)$$

Dans la méthode du moment [39], les fonctions pondérées sont données par le polynôme :

$$\omega_l = x^l. \quad (4.20)$$

La combinaison des méthodes du moindre carré introduites par Gauss en 1795 avec la méthode pondérée résiduelle donne les fonctions pondérées :

$$\omega_l = \frac{\partial R}{\partial c_l}. \quad (4.21)$$

En fait pour minimiser le critère du carré le moins :

$$I(c_l) = \oint R^T R dx. \quad (4.22)$$

La méthode d'approximation la plus connue qui a été développée par l'ingénieur russe GALERKIN en 1915. Les fonctions pondérées sont choisies exactement égales aux fonctions de base comme :

$$\omega_l = \phi_l(x). \quad (4.23)$$

Dans notre travail, nous utilisons cette approximation pour résoudre l'équation HAMILTON-

JACOBI-HISAACS HJI généralisé dans l'objectif de fournir un contrôleur H_∞ non linéaire .

4.4 Algorithme de Galerkin appliqué à la synthèse du contrôleur H_∞ non-linéaire par retour d'état

Soit $u_0(x)$ un contrôle par retour d'état qui stabilise le système (4.7). Nous réécrivons la solution approximative des équations (4.11) et (4.12) données par (4.9) :

$$V_N(x) = \sum_{k=1}^N c_k \phi_k(x) = c^T \Phi(x), \quad (4.24)$$

où $c^T = [c_1 \dots c_N]$ et $\Phi(x) = [\phi_1(x) \dots \phi_N(x)]^T$.

Si nous choisissons les fonctions pondérées données dans (4.23), l'équation (4.14) devient :

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^N c_k \oint_{\Omega} \phi_{k,x}(x) \left(f(x) + g_1(x) \omega^{(i,j)} + g_2(x) u^{(i)} \right) \phi_l(x) d\Omega \\ &= - \oint_{\Omega} \left(\|h_1(x)\|^2 + \|u^{(i)}\|^2 - \gamma^2 \|\omega^{(i,j)}\|^2 \right) \phi_l(x) d\Omega. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Ou sous forme de matrice plus compacte :

$$\left(A_1 + A_2 \left(\omega^{(i,j)} \right) + A_3 \left(u^{(i)} \right) \right) c = b_1 + \gamma^2 b_2 \left(\omega^{(i,j)} \right) + b_3 \left(u^{(i)} \right), \quad (4.26)$$

telle que :

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= \oint_{\Omega} \Phi f^T(x) \nabla \Phi^T d\Omega, \\ A_2 \left(\omega^{(i,j)} \right) &= \oint_{\Omega} \Phi \omega^{(i,j)T} g_1^T(x) \nabla \Phi^T d\Omega, \\ A_3 \left(u^{(i)} \right) &= \oint_{\Omega} \Phi u^{(i)T} g_2^T(x) \nabla \Phi^T d\Omega, \end{aligned} \right. \quad (4.27)$$

et

$$\begin{cases} b_1 = - \oint_{\Omega} \Phi \|h_1(x)\|^2 d\Omega, \\ b_2(\omega^{(i,j)}) = \oint_{\Omega} \Phi \|\omega^{(i,j)}\|^2 d\Omega, \\ b_3(u^{(i)}) = - \oint_{\Omega} \Phi \|u^{(i)}\|^2 d\Omega. \end{cases} \quad (4.28)$$

Or

$$\nabla \Phi = [\phi_{1,x} \dots \phi_{N,x}] = \left[\frac{d\phi_1}{dx} \dots \frac{d\phi_N}{dx} \right].$$

Ainsi, la solution est donnée par :

$$c = \left(A_1 + A_2(\omega^{(i,j)}) + A_3(u^{(i)}) \right)^{-1} \left(b_1 + \gamma^2 b_2(\omega^{(i,j)}) + b_3(u^{(i)}) \right). \quad (4.29)$$

Nous utilisons les résultats donnés par la résolution de l'équation HAMILTON-JACOBI-BELLMAN HJB dans le cas d'un contrôle H_2 non linéaire [7] pour démontrer la solution unique du problème. Les lemmes suivants sont une extension de l'équation HJI.

Lemme 4.1 ([1] et [2]) *Si l'ensemble $\{\phi_k(x)\}_1^\infty$ est linéairement indépendant, alors l'ensemble $\left\{ \frac{\partial \phi_k(x)}{\partial x} F(x, \omega^{(i,j)}, u^{(i)}) \right\}_1^N$ est linéairement indépendant, avec :*

$$F(x, \omega^{(i,j)}, u^{(i)}) = f(x) + g_1(x) \omega^{(i,j)} + g_2(x) u^{(i)}.$$

Le Lemme suivant donne une condition d'inversabilité de la matrice $A_1 + A_2(\omega) + A_3(u)$. Tout d'abord, nous supposons que $\frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} F(x, \omega, u)$ peut être écrit comme une combinaison linéaire par rapport à l'ensemble $\{\phi_j(x)\}_1^\infty$, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} F(x, \omega, u) = \sum_{k=1}^{\infty} d_{jk} \phi_k(x) = d_j \Phi. \quad (4.30)$$

Lemme 4.2 [3] *Si l'ensemble $\{\phi_j(x)\}_1^\infty$ est linéairement indépendant et que l'équation (4.30) est vérifiée alors :*

$$\text{rang} \left(\oint_{\Omega} \Phi F(x, \omega, u)^T \nabla \Phi^T d\Omega \right) = N.$$

Beard et Mclain dans <cite>(7)</cite> donnent une méthode réduite pour
 BEARD et MCLAIN dans [8] donnent une méthode réduite pour calculer :

$$A_2 \left(\omega^{(i,j)} \right), A_3 \left(u^{(i)} \right) \text{ et } b_2(u).$$

Nous utilisons le point de selle de l'équation GHJI (4.12) donnée par :

$$\begin{aligned} \omega_* &= \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T(x) V_{x,N}^T = \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T(x) \sum_{k=1}^N c_k \phi_{x,k} = \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T(x) \nabla \Phi^T c, \\ u_* &= -\frac{1}{2} g_2^T(x) V_{x,N}^T = -\frac{1}{2} g_2^T(x) \sum_{k=1}^N c_k \phi_{x,k} = -\frac{1}{2} g_2^T(x) \nabla \Phi^T c. \end{aligned}$$

où :

$$V_{x,N} = \frac{\partial V_N(x)}{\partial x}.$$

Donc par (4.27) et (4.28), on a :

$$\left\{ \begin{aligned} A_2(c) &= \frac{1}{2\gamma^2} \oint_{\Omega} c^T \nabla \Phi g_1 g_1^T \nabla \Phi^T \Phi d\Omega, \\ &= \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{k=1}^N c_k \underbrace{\oint_{\Omega} \frac{\partial \phi_k}{\partial x} g_1 g_1^T \nabla \Phi^T \Phi d\Omega}_{G_{lk}}, \\ &= \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{k=1}^N c_k G_{lk}. \end{aligned} \right. \quad (4.31)$$

et

$$\left\{ \begin{aligned} A_3(c) &= -\frac{1}{2} \oint_{\Omega} c^T \nabla \Phi g_2 g_2^T \nabla \Phi^T \Phi d\Omega, \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N c_k \underbrace{\oint_{\Omega} \frac{\partial \phi_k}{\partial x} g_2 g_2^T \nabla \Phi^T \Phi d\Omega}_{K_k}, \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N c_k K_k. \end{aligned} \right. \quad (4.32)$$

De même, nous trouvons :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_2(c) = \frac{1}{4\gamma^2} \sum_{k=1}^N c_k G_{lk} c, \\ b_3(c) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^N c_k K_k c, \end{array} \right. \quad (4.33)$$

Et enfin nous pouvons écrire l'algorithme de GALERKIN conçu pour la synthèse du contrôleur H_∞ non linéaire par retour d'état donné par :

Input: N : entier positif, ε : un nombre suffisamment petit.

Input: $u^{(0)}(x)$: contrôle initial

Input: $A_1, A_3(u^{(0)}(x)), b_1, b_3(u^{(0)}(x)), G_{1i}, K_i, i = 0, \dots, N$

Input: $\Phi(x)$: vecteur des fonctions de base.

Fixer γ : niveau d'atténuation initial.

Fixer c^{old1}, c^{old2} suffisamment large

Fixer $i = 0, j_{end} = 0, j = 0, c^{(0,0)} = coefficients nulles$

$ \left\{ \begin{array}{l} \text{while } \ c^{(i,j_{end})} - c^{old2}\ > \varepsilon \\ \text{if } i = 0 \text{ then} \\ \quad \left \begin{array}{l} A^{(i)} = A_1 + A_3(u^{(0)}(x)) \\ b^{(i)} = b_1 - b_3(u^{(0)}(x)) \end{array} \right. \\ \text{else} \\ \quad \left \begin{array}{l} A^{(i)} = A_1 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N c_k^{(i-1)} K_k \\ b^{(i)} = b_1 - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^N c_k^{(i-1)} K_k c_k^{(i-1)} \end{array} \right. \\ \text{end} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{while } \ c^{(i,j)} - c^{old1}\ > \varepsilon \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{if } j == 0 \\ \quad A = A^{(i)}; b = b^{(i)} \\ \text{else} \\ \quad \left \begin{array}{l} A = A^{(i)} + \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{k=1}^N c_k^{(i,j-1)} G_{lk} \\ b = b^{(i)} + \frac{1}{4\gamma^2} \sum_{k=1}^N c_k^{(i,j-1)} G_{lk} c_k^{(i,j-1)} \end{array} \right. \\ \text{end} \\ c^{(i,j+1)} = A^{-1}b \\ c^{old1} = c^{(i,j)} \\ j = j + 1 \\ \text{end} \end{array} \right. \\ c^{(i+1,j_{end})} = A^{-1}b \\ j_{end} = j \\ c^{old2} = c^{(i,j_{end})} \\ i = i + 1 \\ \text{end} \end{array} \right. $	mise à jour de la commande totale u mise à jour de la pire perturbation w
---	--

4.5 Simulations et interprétations

Les simulations présentées dans ce chapitre sont réalisées sur une machine asynchrone triphasée alimentée en tension. Les valeurs des paramètres du modèle du moteur ainsi que les références sont fournies dans (Tableau 2-1). nous avons implémenter notre algorithme dans l'environnement MATLAB script afin de nous fournis la commande robuste non linéaire recherchée. celle ci a été appliquée sur le modèle non linéaire de la machine afin d'analyser le comportement dynamique du moteur.

Dans le cadre de la synthèse d'une commande non linéaire pour la machine asynchrone, nous avons tenté d'appliquer l'algorithme de GALERKIN pour résoudre l'équation HJI . Ce processus nécessite une commande initialisante pour débiter l'itération vers la solution optimale. Lors de nos essais, nous avons constaté que le choix de cette commande initiale influence fortement la convergence et la qualité des résultats obtenus. Une première approche a consisté à utiliser une commande H_∞ linéaire comme point de départ. Toutefois, cette solution n'a pas permis d'assurer la stabilité souhaitée : bien que l'algorithme converge numériquement, l'application réelle de la commande aboutit à une réponse divergente du système. Face à cette difficulté, nous avons opté pour l'utilisation de la commande LQR (Linear Quadratic Regulator) comme solution initiale. À ma grande satisfaction, cette approche a permis d'obtenir une commande stabilisante et un comportement du système conforme aux attentes. Ce phénomène est en fait cohérent : le LQR fournit une commande optimale quadratique adaptée aux dynamiques locales autour de l'équilibre, ce qui améliore significativement la qualité de l'initialisation pour les méthodes de type Galerkin appliquées aux systèmes non linéaires. Ainsi, la stabilité de l'algorithme dépend directement de la pertinence de la commande initiale choisie.

Afin de vérifier l'efficacité de notre algorithme, la commande H_∞ non linéaire est comparée avec une commande robuste linéaire déduite du modèle linéarisé, laquelle est calculée en utilisant l'approche du régulateur linéaire quadratique LQR dans MATLAB avec Q et R deux matrices diagonales pondérant respectivement le vecteur d'état x et la commande u . nous choisissons ces deux matrices comme suit:

$$\text{diag} (Q) = [1000, 1000, 0.1, 1000] , \text{diag} (R) = [1000, 1000].$$

La méthode proposée nécessite un choix approprié de la commande initiale $u_0(x) = U_{Lin}$, pour garantir la convergence rapide de l'algorithme car elle a une influence directe sur la stabilité en boucle fermée du système non linéaire.[8].

La commande initiale ainsi calculée par l'approche LQR est la suivante :

$$U_{Lin} = \begin{bmatrix} 0.7073 & -0.2996 & 41.5029 & -0.1621 \\ 0.2996 & 0.4289 & 161.6723 & 2.058 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{ids} \\ e_{igs} \\ e_{\phi r} \\ e_w \end{bmatrix}$$

Pour obtenir notre commande non linéaire calculée à partir du modèle non linéaire, nous choisissons deux fonctions de base d'ordre $M = 2$ et $M = 4$ (4.34) , qui seront utilisées pour la résolution de l'HAMILTONIEN par la méthode des résidus pondérés, afin de donner deux commandes, U_{NL2} et U_{NL4}

$$\begin{aligned} \phi(e) &= (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2, & M=2 \\ \phi(e) &= (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 + (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^4, & M=4 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Notez que pour le calcul de U_{NL4} (4.36), nous utilisons U_{NL2} (??) comme valeur de commande initiale de l'algorithme. c'est à dire $U_{LQR} \xrightarrow{\text{donne}} U_{NL2}$ et $U_{NL2} \xrightarrow{\text{donne}} U_{NL4}$.

$$U_{NL2} = \begin{bmatrix} 0.5117457233 \cdot e_2 - 0.3584430186 \cdot e_1 + 5.349498478 \cdot e_3 + 0.5152101358 \cdot e_4 \\ 0.5117457233 \cdot e_1 - 18.02645857 \cdot e_2 - 515.812497 \cdot e_3 - 5.764470446 \cdot e_4 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned}
U_{NL4} = & \left[\begin{aligned}
& 0.00003685388695 * e1^3 + 0.0001350450056 * e1^2 * e2 + 0.009064324389 * e1^2 * e3 + \dots \\
& 0.00002802653732 * e1^2 * e4 - 0.0002297411677 * e1 * e2^2 + 0.01029497885 * e1 * e2 * e3 + \dots \\
& 0.00008694685968 * e1 * e2 * e4 + 1.05055282 * e1 * e3^2 + 0.008333011878 * e1 * e3 * e4 + \dots \\
& 0.0000381151979 * e1 * e4^2 - 0.7246999758 * e1 - 0.00006412879795 * e2^3 - \dots \\
& 0.05510408805 * e2^2 * e3 - 0.00002546518628 * e2^2 * e4 - 2.075659822 * e2 * e3^2 - \dots \\
& 0.01184404676 * e2 * e3 * e4 - 0.000007723521079 * e2 * e4^2 + 0.8181314883 * e2 + \dots \\
& 24.61982018 * e3^3 + 0.08319993866 * e3^2 * e4 + 0.001732810086 * e3 * e4^2 - \dots \\
& 36.08339647 * e3 - 0.000002250177488 * e4^3 + 0.2870803298 * e4; \dots \\
& 0.00004501500188 * e1^3 - 0.0002297411677 * e1^2 * e2 + 0.005147489427 * e1^2 * e3 + \dots \\
& 0.00004347342984 * e1^2 * e4 - 0.0001923863939 * e1 * e2^2 - 0.1102081761 * e1 * e2 * e3 - \dots \\
& 0.00005093037256 * e1 * e2 * e4 - 2.075659822 * e1 * e3^2 - 0.01184404676 * e1 * e3 * e4 - \dots \\
& 0.000007723521079 * e1 * e4^2 + 0.8181314883 * e1 + 0.0001167955084 * e2^3 - \dots \\
& 0.02133331266 * e2^2 * e3 - 0.00001543969502 * e2^2 * e4 - 0.8500694394 * e2 * e3^2 - \dots \\
& 0.009333700016 * e2 * e3 * e4 - 0.00001014117611 * e2 * e4^2 - 10.48228542 * e2 - \dots \\
& 50.41864666 * e3^3 - 0.5743295943 * e3^2 * e4 - 0.001058244667 * e3 * e4^2 - \dots \\
& 248.6088298 * e3 - 0.0000005931917266 * e4^3 - 3.312025283 * e4.
\end{aligned} \right]
\end{aligned}
\tag{4.36}$$

Les résultats obtenus avec ces trois lois de commande sont illustrés et discutés cidessous.

Les erreurs de vitesse du moteur asynchrone contrôlé par les trois lois de commande sont présentées dans la Figure 4-1, qui montre différents comportements dynamiques

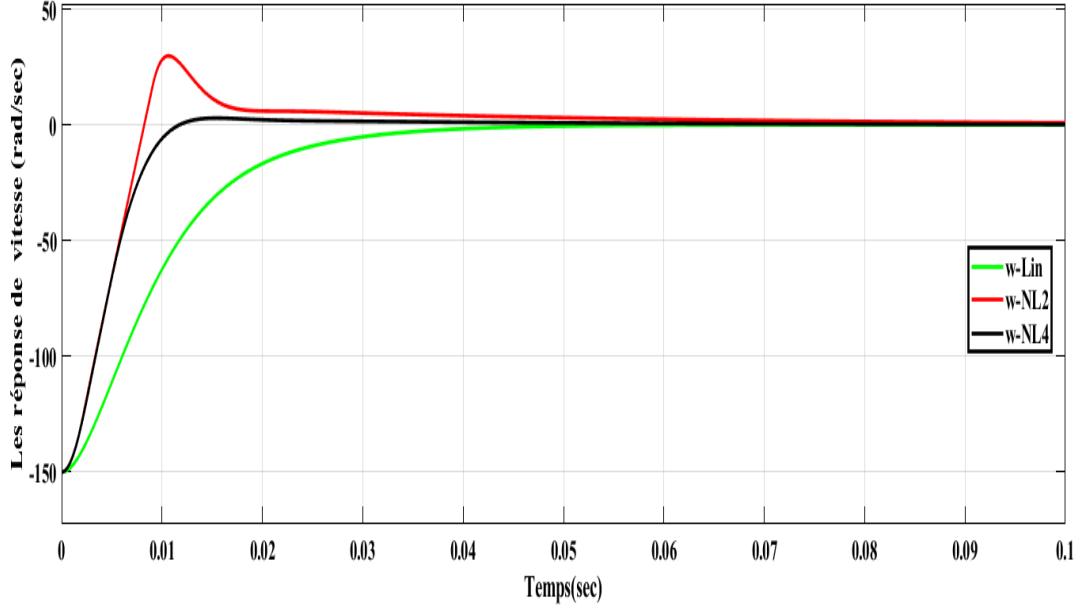


Figure 4–1 Les erreur des réponses indicielles de vitesses-

On remarque que l'erreur de vitesse linéaire w_{Lin} est stable, avec une progression lisse et sans dépassement, mais avec un temps de réponse long comparé à sa concurrente w_{NL4} . L'erreur de vitesse w_{NL2} atteint zéro en premier, mais avec un dépassement significatif suggérant un temps de réponse plus long. La dernière commande donne une erreur de vitesse stable, lisse et rapide w_{NL4} , comparée aux deux autres.

Les trois lois de commande fournissent une erreur statique de 10^{-5} sec à $t = 0.5$ sec.

Les deux Figures (Figure 4-2) et (Figure 4-3) montrent une comparaison des erreurs de courant e_{ids} et e_{iqs} respectivement résultant des trois lois de commande U_{Lin} , U_{NL2} et U_{NL4} .

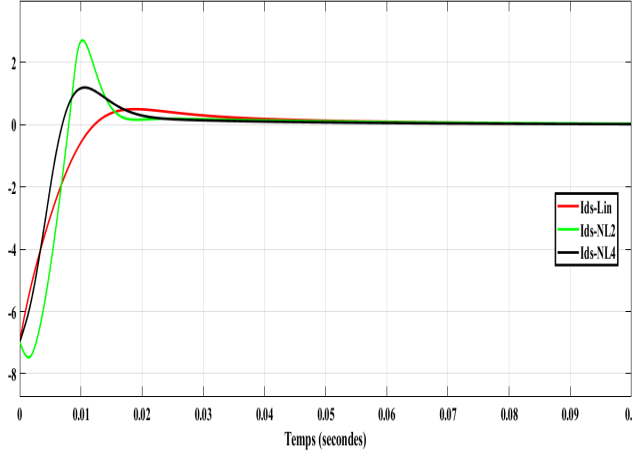


Figure 4-2 Erreurs des courant i_{ds} .

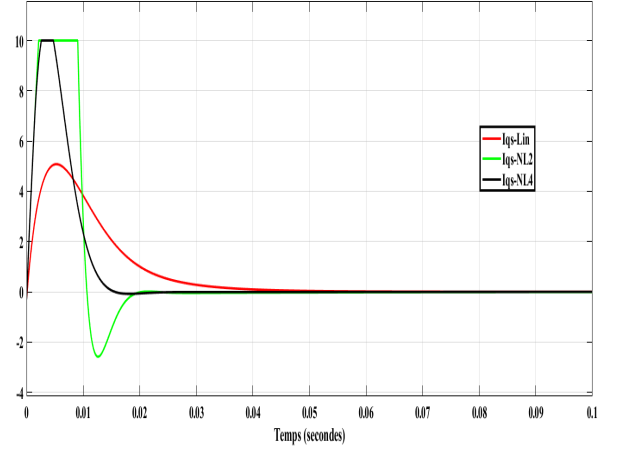


Figure 4-3 Erreurs des courant i_{qs} .

Une saturation de $\pm 10A$ est insérée dans le modèle Simulink afin de tester la robustesse de la commande H_∞ non linéaire face au saturation des régulateurs non linéaires et assimiler le comportement du moteur asynchrone proche au profil réel.

Pour le contrôle linéaire, la progression des erreurs de courant apparaît bien amorties, sans dépassement, mais révèle un peu moins rapide comparé aux erreurs de courant des contrôleurs non linéaire.

Pour $ei_{ds} (NL2, NL4)$, la convergence vers zéro est rapide avec un faible pic pour chacun. Pour $ei_{qs} (NL2, NL4)$, un fort courant d'appel est observé lors du démarrage, qui est limité par la saturation. L'erreur $ei_{ds} (Lin, NL4)$ converge rapidement vers l'origine, mais $ei_{ds} (NL2)$ évolue lentement.

Les deux Figures (Figure 4-4) et (Figure 4-5) montrent les erreurs de tension des deux axes, d et q, respectivement.

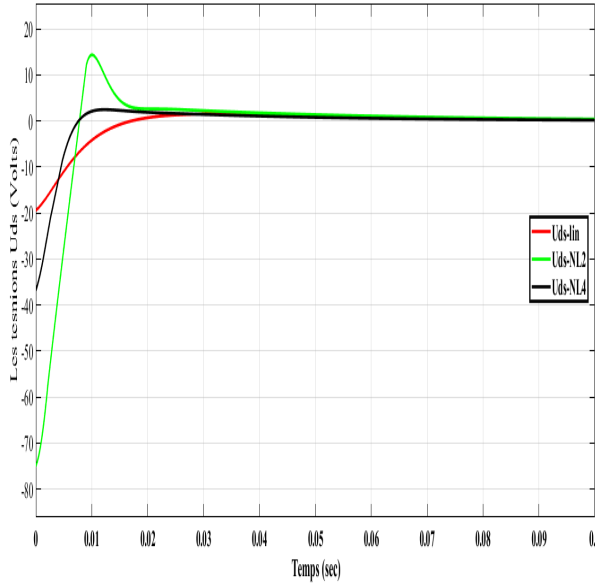


Figure 4-4 Les erreurs de tensions u_{ds} .

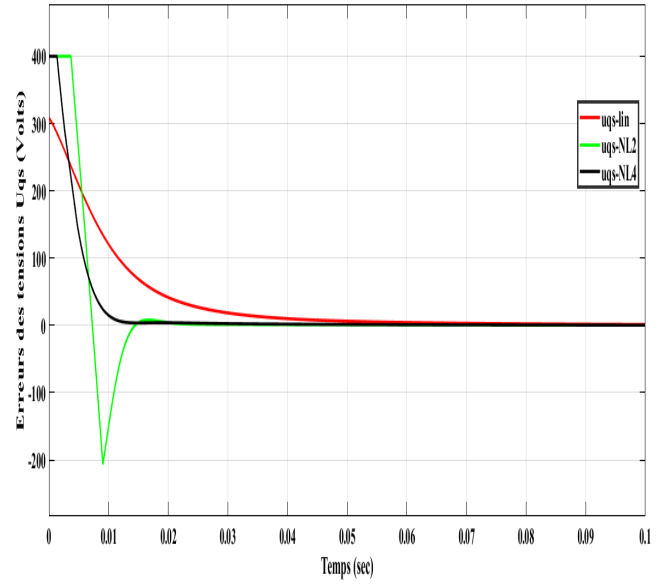


Figure 4-5 Les erreurs de tensions u_{qs} .

Les deux tensions $u_{ds,qs}(Lin)$ présentent un profil de faible tension et progressif sans oscillations, tandis que ses concurrentes $u_{ds,qs}(NL4,NL2)$ seaturent un moment avant de revenir rapidement à l'origine, sauf pour $u_{qs}(NL2)$, qui le fait avec un déplacement de 200V qui reste inférieur à la valeur nominale. D'autre part, l'erreur de tension $u_{ds,qs}(NL4)$ se comporte comme une réponse du premier ordre. En revanche, $u_{ds,qs}(NL2)$ s'établit en régime permanent avec un pic de 100V. Pour l'erreur statique, les erreurs de courant et de tension atteignent zéro avant $t = 0.10$ sec dans tous les cas.

Le choix des fonctions de base influence la stabilité de l'algorithme et la commande résultante. Des singularités ont été rencontrées spécialement à des ordres $M > 4$ qui nous a ramener à multiplier notre fonction de base par $(e_3 + x_{3des})$ pour éviter la division par zéro.

Dans la figure 4-6, nous présentons une comparaison de l'erreur de réponse de vitesse perturbée. Pour cela, nous appliquons une charge de 50 N.m pendant un court moment au temps de stabilisation. Nous observons que nos commandes non linéaires U_{NL2} et U_{NL4} rejoignent rapidement leur référence de vitesse avec un pic nettement inférieur par rapport au contrôle linéaire LQR qui dégrade la vitesse du moteur jusqu'à l'arrêt et il présente un régime transitoire très long par rapport au U_{NL2} et U_{NL4} . Cela traduit la bonne réjection des perturbations des deux commandes non linéaires ainsi fournies par l'algorithme de GALERKIN pour un niveau d'atténuation

$\gamma=10$.

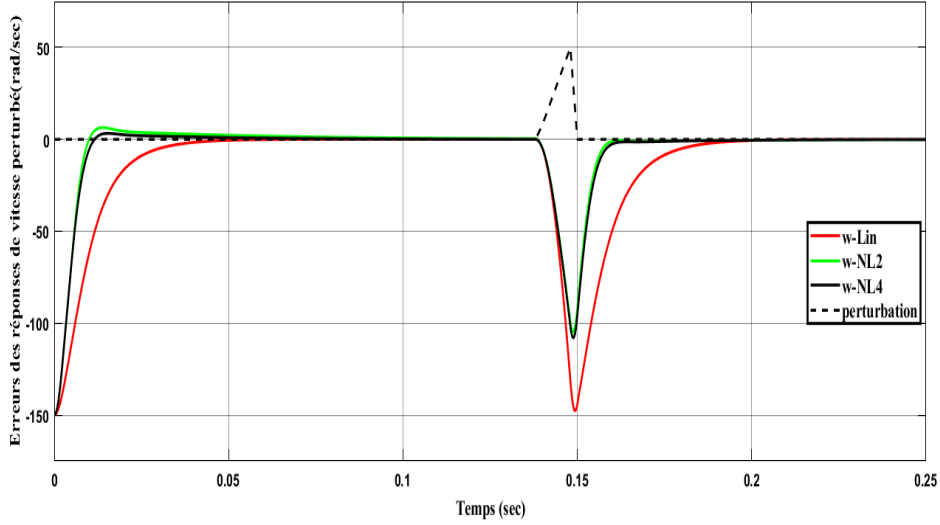


Figure 4-6 Test de rejet de perturbation.

La commande non linéaire d'ordre élevé u_{LN4} présente de meilleures performances que la commande linéaire et même la non linéaire d'ordre inférieur, ce qui améliore la puissance de l'algorithme proposé. Point de vue robustesse le rejet de perturbation des deux commandes non linéaire est assuré et il rattrape sa suite de consigne en un temps de réponse $t = 0.01$ sec.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une nouvelle technique de résolution d'équation d'HAMILTON JACOBI ISSACS basée sur la méthode de GALERKIN est appliquée sur le modèle non linéaire de la machine asynchrone afin de pouvoir générer un contrôleur H_∞ non linéaire robuste et fiable.

Nous constatons que plus l'ordre de fonction de base M augmente plus la réponse s'améliore (dépassement, temps de réponse, oscillation) mais cela résulte en une commande non linéaire beaucoup plus compliquée à réaliser. Comme on trouve dans la littérature des commandes robustes, si on demande un cahier de charge avec une bonne poursuite, rapidité et un rejet de perturbation cela sera toujours au détriment de l'énergie consommée par le moteur.

La commande non linéaire proposée offre un avantage précieux pour les applications exigeant

la prise en compte totale des non linéarités du modèle ce qui a été prouvé par l'adaptabilité et sa fiabilité lors de son application sur le moteur asynchrone connu par son modèle fortement non linéaire.

Après avoir démontré l'efficacité de la commande H_∞ non linéaire par retour d'état, appliquée au moteur asynchrone à l'aide de l'algorithme de Galerkin, les résultats de simulation ont confirmé la robustesse et la précision de cette stratégie face aux perturbations affectant le système.

Cependant, pour compléter cette approche de commande robuste, il est essentiel de doter le système d'un mécanisme d'observation tout aussi performant, capable d'estimer les états internes du moteur de manière fiable, sans recours à des capteurs coûteux ou sensibles.

C'est dans ce contexte qu'on introduit dans le chapitre suivant l'observateur H_∞ non linéaire, qui permet d'assurer une estimation robuste des variables d'état, même en présence de perturbations externes ou de mesures. Cet observateur vient renforcer l'architecture de commande en garantissant une cohérence dynamique entre les signaux mesurés, estimés et commandés.

Chapitre 5

Observateur H_∞ non linéaire pour la machine asynchrone

5.1 Introduction

L'estimation d'état des systèmes non linéaires est un problème central en automatique, avec des applications allant de la robotique aux procédés industriels. Contrairement aux systèmes linéaires, où l'observateur de LUENBERGER (1964) [40] offre une solution élégante, le cas non linéaire reste un défi ouvert. Les premières solutions, comme l'observateur de THAU (1973) [60] ou les méthodes à haute gain (KHALIL & PRALY, 2014) [35], supposent des conditions restrictives (linéarité par rapport à l'inconnu, forme triangulaire, etc.).

L'approche H_∞ , introduite par ZAMES (1981) [68] pour la robustesse des systèmes linéaires, a été étendue au cadre non linéaire via l'équation de HJI (VAN DER SCHAFT, 1992) [58]. Cependant, la résolution analytique de cette équation reste souvent impossible, conduisant à des méthodes numériques comme la méthode de GALERKIN (ALLA ET AL, 2019) [4], qui approxime la solution par projection sur une base fonctionnelle.

Les avancées récentes en estimation d'état pour les systèmes non linéaires ont exploré diverses approches pour contourner la complexité de l'équation HJI. Les méthodes LMI, introduites par BOYD ET AL (1994) [14], offrent une formulation convexe pour certaines classes de systèmes, mais leur conservatisme dont les conditions excessivement strictes limite leur applicabilité aux cas fortement non linéaires. Parallèlement, les techniques d'apprentissage par

renforcement, comme celles proposées par VRABIE ET LEWIS (2009) [66], intègrent des données pour résoudre HJI, mais leur dépendance à des bases de données exhaustives et leur manque de garanties robustes en boucle fermée restent problématiques. Les approches spectrales, notamment celles utilisant des bases polynomiales (NAGY ET AL., 2021) [45], améliorent la précision mais souffrent de sensibilité au choix des fonctions de base et de complexité numérique accrue avec la dimension du système.

Bien que prometteuses, ces méthodes ne parviennent pas à trouver un compromis satisfaisant entre précision, robustesse et coût de calcul pour une large classe de systèmes. En particulier, l'application de la méthode de Galerkin à la synthèse d'observateurs H_∞ non linéaires reste peu explorée, la plupart des travaux se concentrant sur le problème de commande (CHEN ET AL., 2020). [20]

La machine asynchrone constitue un défi majeur pour la conception d'observateurs, en raison de la complexité de son modèle, à la fois fortement non linéaire, couplé et dépendant du temps. Ses équations dynamiques intègrent des termes de couplage électromécanique complexes ainsi que des non-linéarités multiplicatives, notamment les produits entre les courants et la vitesse, ce qui complique considérablement la mise en œuvre d'un observateur à la fois précis et robuste. Les approches classiques fondées sur la linéarisation autour d'un point de fonctionnement se révèlent souvent inadéquates face aux régimes transitoires rapides, tandis que les observateurs à gain élevé génèrent généralement des niveaux de bruit incompatibles avec les exigences industrielles. L'approche ainsi proposée s'avère théoriquement d'être capable de surmonter les lacunes des autres.

Dans ce qui suit nous présentons l'aspect théorique nécessaire pour la synthétisation d'une commande H_∞ non linéaire par retour de sortie en se basant sur la résolution de l'équation HJI en utilisant la méthode de GALERKIN.

5.2 Méthode de Galerkin appliquée à la résolution des équations de HJI pour la commande par retour de sortie

Considérons dans cette partie que les variables d'états ne sont pas tous accessibles; c'est pour laquelle nous souhaitons adapter une commande par retour d'état estimé afin de garantir la

stabilité du système bouclé et les performances désirées.(Figure 5-1)

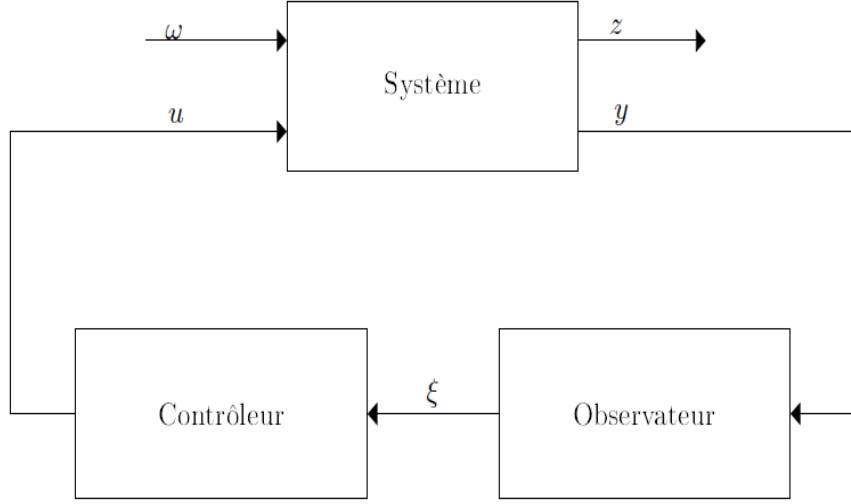


Figure 5-1 Problème standard $\mathcal{H}_\infty$ avec retour de sortie

5.2.1 Formulation mathématique

admettant que notre système est de classe de système affine en entrée ayant la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)\omega + g_2(x)u \\ z = h_1(x) + k_{11}(x)\omega + k_{12}(x)u \\ y = h_2(x) + k_{21}(x)\omega \end{cases} \quad (5.1)$$

Avec les hypothèses simplificatrices : ref(doyle golve karanfuur..)

$$\begin{aligned} k_{11}(x) &= 0 \\ h_1^T(x)k_{12}(x) &= 0 \\ k_{12}^T(x)k_{12}(x) &= I \\ k_{21}(x)g_1^T(x) &= 0 \\ k_{21}(x)k_{21}^T(x) &= I \\ f(0) &= h_1(0) = h_2(0) = 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Toutes les fonctions constituant le systèmes sont de classe C^∞ .

Notre but est de synthétisé une loi de commande par retour de sotie ayant la forme:

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= \eta(\xi, y) = f(\xi) + G(\xi)(y - h_2(\xi)) \\ u &= \theta(\xi).\end{aligned}$$

avec $\eta(0, 0) = (0, 0)$, $\theta(0) = 0$, tel que le système (Figure 5-1) soit :

-Asymptotiquement stable.

-Le L_2 gain du système soit inférieur ou égale à γ .

Avant d'analyser l'observabilité du système, il convient de s'assurer de sa détectabilité, propriété fondamentale garantissant que les états non mesurables peuvent être reconstruits à partir des sorties sur un horizon infini.

Définition 5.1 *Supposant que $f(0) = 0$ et $h(0) = 0$. La paire $(f; h)$ est dite localement détectable s'il existe un voisinage U du point $x = 0$ tel que, si $x(t)$ est toute trajectoire du système $\dot{x} = f(x)$ qui vérifie $x(0) \in U$, alors $h(x(t)) = 0$ pour tout $t \geq 0$ implique $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$.*

La stabilité et le rejet des perturbations des deux systèmes contrôleur et observateur associé en cascade et en boucle fermée est assurée par le théorème ci-dessous donnant le gain G de la matrice d'observation.

CHRISTEN ET CIRILLO [21] ont démontré que la matrice gain G est en fonction de y_* qui représente le minimum de l'hamiltonien K donné par:

$$K(x, W_x^T(x), \omega(x, W_x^T(x))) = W_x(f + g_1\omega) - 2\gamma^2 h_2^T(h_2 + k_2\omega) + \|h_1\|^2 - \gamma^2 \|\omega\|^2 \quad (5.3)$$

Le point selle (y_*, w_{**}) de (5.3) est obtenu comme suit:

Extraire $w = \hat{w}$ donnant

$$\left. \frac{\partial K}{\partial \omega}(x, W_x^T, w, y) \right|_{w=\hat{w}} = 0$$

On trouve

$$\hat{\omega}(x) = \frac{1}{2\gamma^2} (g_1^T(x) W_x - k_{21}^T(x) y) \quad (5.4)$$

Avec la prise en compte de (5.2), l'équation (5.3) devient

$$K(x, W_x^T, \hat{\omega}, y) = W_x^T f + \frac{1}{4\gamma^2} (y^T y - W_x^T g_1 g_1^T W_x) - y^T h_2 + \|h_1\|^2$$

De même pour y_* on calcule

$$\left. \frac{\partial K}{\partial \omega} (x, W_x^T, \hat{\omega}, y) \right|_{y=y_*(x, W_x)} = 0$$

ce qui donne

$$y_*(x, W_x) = 2\gamma^2 h_2(x) \quad (5.5)$$

Remplaçant (5.5) dans (5.4) on trouve

$$\omega_{**}(x, W_x) = \hat{\omega}(x, W_x, y_*) = \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T(x) W_x - k_{21}^T(x) h_2(x)$$

Theorem 1 [21] *Considérons le système non linéaire décrit par l'équation (5.1) et soit les hypothèses suivantes:*

(H₁) *La paire (f, h_1) est localement détectable.*

(H₂) *Il existe une fonction lisse définie positive $V(x)$ autour de l'origine de $\mathbb{R}^n$ solution de l'équation HJI :*

$$V_x (f(x) + g_1(x)\omega_*(x) + g_2(x)u_*(x)) + \|h_1(x)\|^2 + \|u_*(x)\|^2 - \gamma^2 \|\omega_*(x)\|^2 = 0$$

Avec

$$\begin{aligned} \omega_*(x) &= \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T(x) V_x^T \\ u_*(x) &= -\frac{1}{2} g_2^T(x) V_x^T \end{aligned}$$

(H₃) Il existe une matrice de gains $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$ telle que le point d'équilibre du système

$$\dot{\xi} = f(\xi) + g_1(\xi) \omega_*(\xi) - G h_2(\xi)$$

soit localement asymptotiquement stable.

(H₄) Il existe une fonction lisse semi-définie positive $W(x, \xi)$, définie localement au voisinage de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ avec $W(0, \xi) > 0$ pour $\xi \neq 0$, solution de l'équation HJI :

$$[W_x \ W_\xi] f_e(x, \xi) + h_e^T(x, \xi) h_e(x, \xi) + \gamma^2 \Phi^T(x, \xi) \Phi(x, \xi) = 0$$

Où

$$\begin{aligned} f_e(x, \xi) &= \begin{bmatrix} f(x) + g_1(x)\omega_*(x) + g_2(x)u_*(\xi) \\ f(\xi) + g_1(\xi)\omega_*(\xi) - Gh_2(\xi) \end{bmatrix} \\ h_e(x, \xi) &= u_*(\xi) - u_*(x) \\ \Phi(x, \xi) &= \frac{1}{2\gamma^2} (W_x g_1(x) + W_\xi G k_{21}(x))^T \end{aligned}$$

(H₅)

$$H_*(x, V_x^T) \leq 0$$

(H₆)

$$K(x, W_x^T(x), \omega_{**}(x, W_x^T(x)), y_*(x, W_x^T(x))) - H_*(x, V_x^T(x)) \leq 0 \quad (5.6)$$

admet une solution $W(x) > 0$, avec $W(0) = 0$,

ω_{**} : la pire perturbation augmentant $\|z\|_\infty$.

y_* : la commande réduisant l'effet de ω sur z .

(H₇)

$$W_x(x) - V_x(x) > 0, \forall x \neq 0$$

(H₈) La matrice Hessienne de (5.6) est non singulière au point $x = 0$ et l'équation :

$$(W_x(x) - V_x(x)) G(x) = y_*^T(x, W_x^T(x))$$

admet une solution lisse $G(x)$.

Alors la loi de commande décrit comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= f(\xi) + g_1(\xi) \omega_*(\xi, V_\xi^T) + g_2(\xi) u_*(\xi, V_\xi^T) - G(y - h_2(\xi)) \\ u &= u_*(\xi, V_\xi^T)\end{aligned}$$

stabilise asymptotiquement le système (5.1) et qui le rend dissipatif avec un gain $L_2 \leq \gamma$.

On déduit le gain $G(x)$ de l'observateur non linéaire en extractant x^T de $W_x(x) - V_x(x)$ et de $y_*^T(x, W_x^T(x))$ de manière à avoir: [34] et [21]

$$\begin{aligned}W_x(x) - V_x(x) &= x^T R(x) \\ y_*^T(x, W_x^T(x)) &= x^T L(x) \\ G(x) &= R^{-1}(x) L(x).\end{aligned}$$

5.2.2 Implémentation de la commande par retour de sortie dans l'algorithme de galerkin

La résolution du problème standard de la commande $\mathcal{H}_\infty$ non linéaire par retour de sortie est basée sur l'équation de HJI suivante :

$$K(x, W_x^T(x), \omega_{**}(x, W_x^T(x))) - H_*(x, V_x^T(x)) = 0 \quad (5.7)$$

avec

$$H_*(x, V_x^T(x)) = H(x, V_x^T(x), \omega_{**}, u_*) = 0$$

et

$$\omega_{**}(x, W_x) = \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T W_x - k_2^T(x) h_2(x). \quad (5.8)$$

H_* l'hamiltonien de commande par retour d'état au point selle ω_* et u_*

ω_* u_* sont respectivement la pire perturbation et la commande optimale calculé en section précédente .(4.35)

W solution de l'hamiltonien.

5.2.3 Structuration de l'algorithme de Galerkin

Soit $\psi_k(x)$, $k = 1, \dots, M$ des fonctions de base polynomiales définissant l'approximation numérique $W(x)$ solution de (5.7)

$$W_M(x) = \sum_{k=1}^M \nu_k \psi_k(x) = \nu^T \Psi(x) \quad (5.9)$$

avec $\nu^T = [\nu_1 \ \dots \ \nu_M]$ et $\Psi(x) = [\psi_1(x) \ \dots \ \psi_M(x)]^T$.

En jumelant (5.9) et (5.7), on trouve :

$$\sum_{i=1}^M \nu_i \psi_{i,x}(x) (f + g_1 \omega) - 2\gamma^2 h_2^T (h_2 + k_{21} \omega) + \|h_1\|^2 - \gamma^2 \|\omega\|^2 - H_*(x, V_x^T(x)) = 0. \quad (5.10)$$

avec

$\omega : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^r$ une perturbation initiale définie dans le domaine Ω .

$V(x)$: solution approchée de l'hamiltonien H , déduite par l'algorithme de GALERKIN appliqué pour la commande par retour d'état.

En appliquant la méthode des résidus pondérés proposé par GALERKIN et en suivant les mêmes démarches que la commande par retour d'état l'équation (5.10) donne :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^M \nu_k \oint_{\Omega} \psi_{k,x}(x) (f(x) + g_1(x) \omega) \psi_l(x) d\Omega = \\ \sum_{k=1}^M \oint_{\Omega} (2\gamma^2 h_2^T (h_2 + k_{21} \omega) - \|h_1(x)\|^2 + \gamma^2 \|\omega\|^2 + H_*) \psi_l(x) d\Omega, \end{aligned} \quad (5.11)$$

ou sous une représentation matricielle plus concise:

$$(C_1 + C_2(\omega))\nu = d_1 + \gamma^2 d_2(\omega)$$

tel que :

$$C_1 = \oint_{\Omega} f^T(x) \nabla \Psi^T \Psi d\Omega,$$

$$C_2(\omega) = \oint_{\Omega} \omega^T g_1^T(x) \nabla \Psi^T \Psi d\Omega,$$

et

$$d_1 = \oint_{\Omega} (2\gamma^2 \|h_2(x)\|^2 - \|h_1(x)\|^2 + H_*) \Psi d\Omega,$$

$$d_2(\omega) = \oint_{\Omega} (\|\omega\|^2 + 2h_2^T k_{21}\omega) \Psi d\Omega.$$

Remplaçant dans (5.8) on trouve

$$\omega = \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T W_x^T - k_{21}^T(x) h_2(x) = \frac{1}{2\gamma^2} g_1^T \nabla \Psi^T \nu - k_{21}^T(x) h_2(x). \quad (5.12)$$

À partir (5.12) les termes C_1 , $C_2(\omega)$ et $d_2(\omega)$ deviennent:

$$C_1 = \oint_{\Omega} (f^T(x) - h_2^T k_{21} g_1^T) \nabla \Psi^T \Psi d\Omega,$$

$$\begin{aligned} C_2(\nu) &= \frac{1}{2\gamma^2} \oint_{\Omega} \nu^T \nabla \Psi g_1 g_1^T \nabla \Psi^T \Psi d\Omega \\ &= \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{j=1}^M \nu_j \oint_{\Omega} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} g_1 g_1^T \nabla \Psi^T \Psi d\Omega \quad G_{2j} \\ &= \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{j=1}^M \nu_j G_{2j}, \end{aligned}$$

$$d_2(\nu) = \frac{1}{4\gamma^2} \sum_{j=1}^M \nu_j G_{2j} \nu.$$

L'algorithme de Galerkin pour la synthèse de la commande $\mathcal{H}_{\infty}$ non linéaire par retour de sortie est donné comme suit

Entrées : M entier positif, ε petit, c, H_*, u_*, ω_* , $C_1, C_2, d_1, d_2, G_{2j}, \Psi(x)$

Initialiser : ν^{old} suffisamment grand, $\omega^{(0)}(x) = \omega_*$,

for $i = 0$ to ∞ **do**

if $i = 0$ **then**

$$C^{(i)} = C_1 + C_2(\omega^{(0)}(x))$$

$$d^{(i)} = d_1 + d_2(\omega^{(0)}(x))$$

else

$$C^{(i)} = C_1 + \frac{1}{2\gamma_2^2} \sum_{j=1}^M \nu_j G_{2j}$$

$$d^{(i)} = d_1 + \frac{1}{4\gamma_2^2} \sum_{j=1}^M \nu_j G_{2j} \nu$$

(5.13)

end

$$\nu^{(i)} = (C^{(i)})^{-1} d^{(i)}$$

if $\|\nu^{(i)} - \nu^{old}\| \leq \varepsilon$ **then**

$i = \infty$

else

$$\nu^{old} = \nu^{(i)}$$

end

end

sauvegardé $\nu^{(\infty)}$

Algorithme 2- La méthode de GALERKIN pour la commande H_∞ par retour de sortie.

5.2.4 Extraction de la matrice de gain G

Étant donnés respectivement, les valeur de coefficients (c) de la fonction polynomiale $\phi(x)$ approximant la solution $V(x)$, et les valeur de coefficients (ν) de la fonction polynomiale $\psi(x)$ approximant la solution $W(x)$ par les deux algorithmes (**Algorithme 1**) et (**Algorithme 2**). Ensuite extraire $R_1(x)$ et $L(x)$ tel que :

$$\begin{aligned}x^T R_1(x) &= (\nu^T \nabla \Psi - c^T \nabla \Phi). \\x^T L(x) &= 2\gamma^2 h_2(x).\end{aligned}$$

Et on obtient finalement

$$G(x) = R_1^{-1}(x)L(x).$$

ou bien

$$(\nu^T \nabla \Psi - c^T \nabla \Phi)G(x) = 2\gamma^2 h_2(x),$$

5.3 Observateur $\mathcal{H}_\infty$ non linéaire appliquée à la machine asynchrone

La présente section développe une méthodologie de commande par retour de sortie basée sur l'algorithme de GALERKIN appliqué sur la machine asynchrone ayant comme modèle (4.6). L'implémentation considère que :

- $e_{i_{ds}}$ et $e_{i_{qs}}$, sont les seuls variables d'état accessibles affectés respectivement par un bruit de mesure mesures $\omega_{i_{ds}}$ et $\omega_{i_{qs}}$.

-La sortie de performance

$$z = h1(x) = \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \\ u_* \end{bmatrix}$$

-Le couplage entre la perturbation et la sortie

$$k21 = \begin{bmatrix} k\omega_{i_{ds}} \\ k\omega_{i_{qs}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

-Le vecteur sortie

$$y = h_2(x) + k_{21}(x) \begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 + 0.1 \omega_2 \\ e_2 + 0.1 \omega_3 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Donc, $h_2(x) = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix}^T$.

-La fonction polynomiale $\Psi(e) = \Phi(e)$.

-Le domaine d'intégration est :

$$\begin{aligned} [-x1_{\text{ nominale}}, x1_{\text{ nominale}}] &= [-3, 3] \\ [-x2_{\text{ nominale}}, x2_{\text{ nominale}}] &= [-3, 3] \\ [-x3_{\text{ nominale}}, x3_{\text{ nominale}}] &= [-0.8, 0.8] \\ [-x4_{\text{ nominale}}, x4_{\text{ nominale}}] &= [-150, 150] \end{aligned}$$

Pour la détermination des vecteurs de coefficients c et ν , nous avons utilisé les fonctions de bases suivantes :

$$\Phi = [x_1^2, x_1x_2, x_1x_3, x_1x_4, x_2^2, x_2x_3, x_2x_4, x_3^2, x_3x_4, x_4^2]^T,$$

$$\Psi = \Phi.$$

5.3.1 Simulation et interprétations

Dans le cadre de la commande H_∞ non linéaire par retour de sortie appliquée à un moteur asynchrone, nous avons implémenté un observateur basé sur l'algorithme de Galerkin pour estimer les états internes du système. Nous présentons dans ce qui suit les résultats de simulations en comparant pour chaque grandeur, les valeurs mesurées (courbes bleues) et estimées (courbes rouges).

Nous avons d'abord simulé le système global (figure 5-1) non perturbé afin de vérifier si notre algorithme permet de ramener tous les états vers le point d'équilibre nul. En suite nous avons

injecté une perturbation de mesure sur les deux courant ids et iqs suivant la formule 5.14 et une perturbation de chagre C_r au même temps à $0.5 \text{ sec} \leq t \leq 1.5 \text{ sec}$.

Les résultats onbtenus pour un facteur d'attenuation $\gamma = 20$ sont les suivants:

La commande du retour d'état:

$$\begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.9549 \times e1 - 1.8695 \times e2 - 18.542 \times e3 + 0.74775 \times e4 \\ 0.10225 \times e4 - 11.748 \times e2 - 6.1903 \times e3 - 1.8695 \times e1 \end{bmatrix}$$

Le gain G de l'observateur :

$$G = \begin{bmatrix} -254.5432 & 17.3325 \\ 17.3325 & -41.7552 \\ 3.6944 & -0.3275 \\ -19.3882 & 25.4380 \end{bmatrix}$$

La commande apparait sous forme linéaire a cause du choix de la fonction de base Φ pour approximer la solution de l'équation de HJI associée à la commande de la machine asynchrone.

L'ordre des fonctions de base Φ et Ψ influence la qualité de l'approximation des solutions $V(x)$ et $W(x)$, mais il entraîne également une augmentation du coût de calcul.

Ci dessous les résultat obtenus :

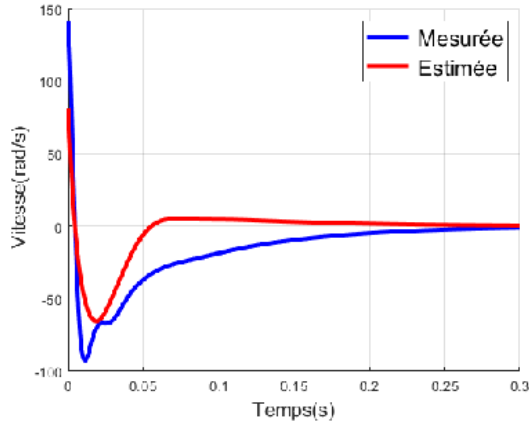


Figure 5-2 Vitesse mesurée _estimée.

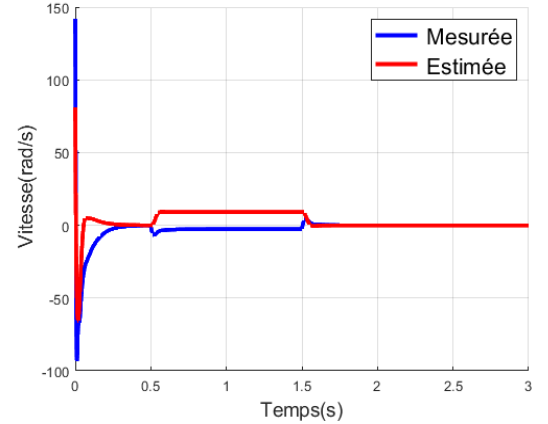


Figure 5-3 Vitesse mesurée _estimée.

Perturbée

On observe que la vitesse ω estimée suit correctement la vitesse mesurée après un court transitoire. Malgré un léger décalage initial, la réponse de l'observateur se stabilise rapidement et

reste fidèle aux variations de la vitesse réelle, notamment lors des changements de régime. Cela démontre l'efficacité du retour de sortie pour la régulation, ainsi que la capacité de l'observateur à reconstruire avec précision cette grandeur essentielle au contrôle.

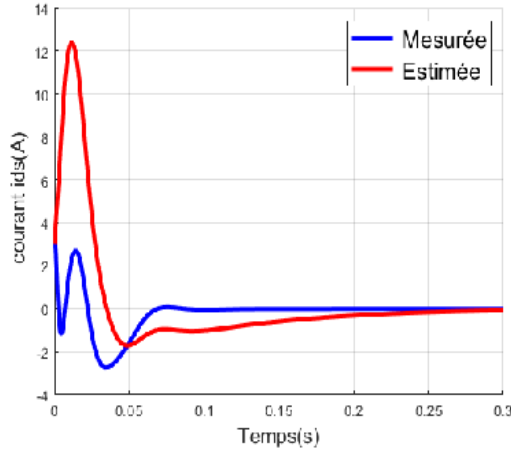


Figure 5-4 Courant i_{ds} mesurée _estimée.

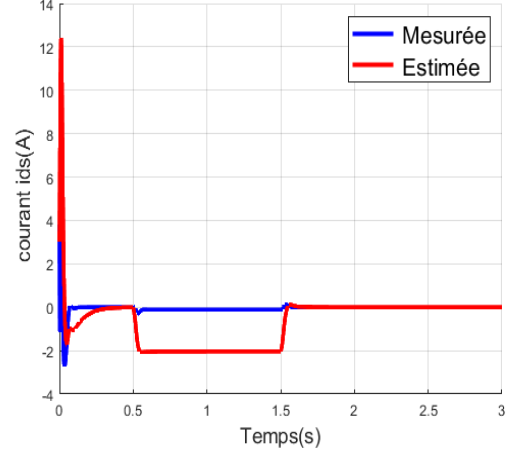


Figure 5-5 Courant i_{ds} mesurée _estimée.

Perturbé

Le courant direct statorique i_{ds} estimé suit globalement bien la valeur mesurée, malgré quelques écarts transitoires aux instants de commutation. Cette cohérence permet un bon pilotage du flux rotorique, car i_{ds} est directement lié à celui-ci. La fidélité de l'estimation après les perturbations confirme la robustesse de l'observateur.

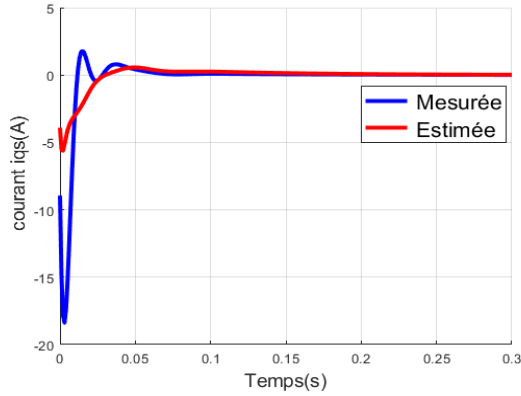


Figure 5-6 Courant i_{qs}
mesurée _estimée.

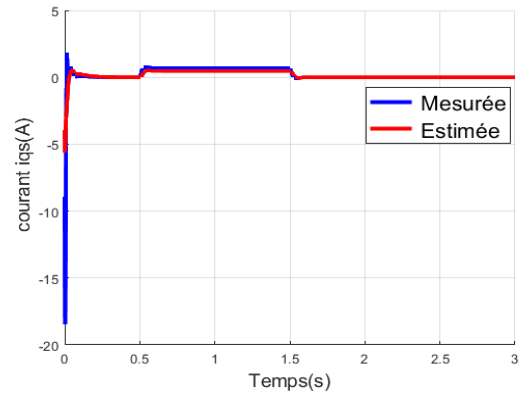


Figure 5-7 Courant i_{qs}
mesurée _estimée _Perturbé

Le courant en quadrature i_{qs} est également bien estimé, avec une excellente superposition entre les courbes mesurée et estimée après un démarrage rapide. Comme cette composante est responsable de la génération du couple électromagnétique, une bonne estimation garantit une

commande efficace du couple.

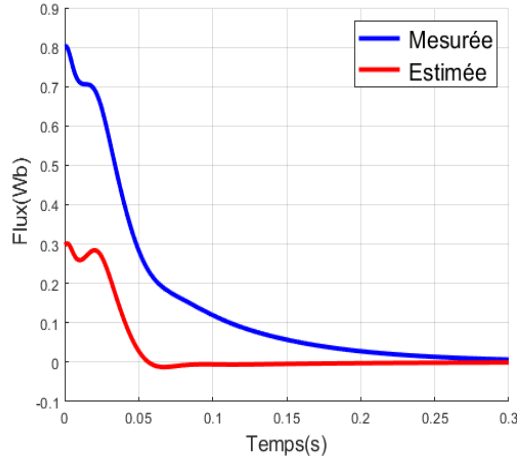


Figure 5-8 Flux mesurée _estimée.

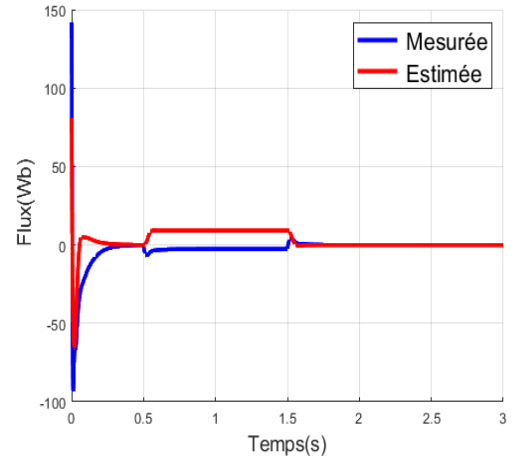


Figure 5-9 Flux mesurée _estimée.

Perturbé

Le flux estimé ϕ_{dr} converge rapidement vers la valeur mesurée, avec un écart très faible après le transitoire initial. Cela montre que l'approximation par l'algorithme de Galerkin est bien adaptée à la dynamique du flux magnétique, ce qui est crucial pour garantir une commande performante du moteur.

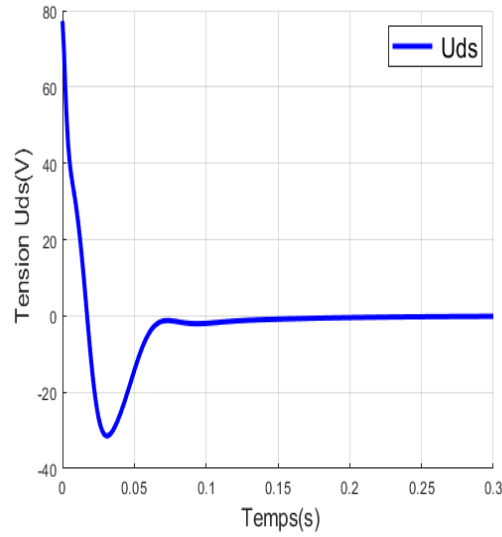


Figure 5-10 Commande u_{ds} mesurée

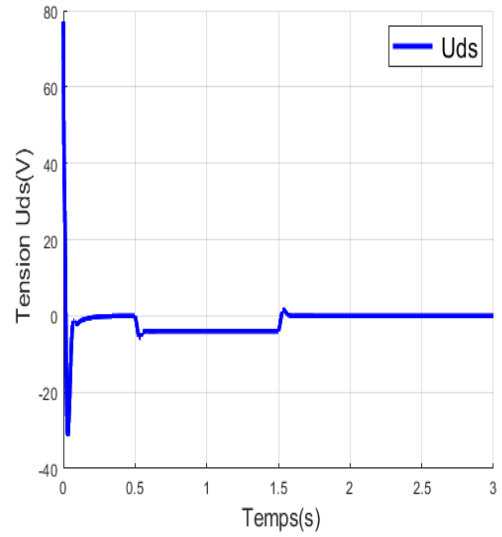


Figure 5-11 Commande u_{ds} perturbée

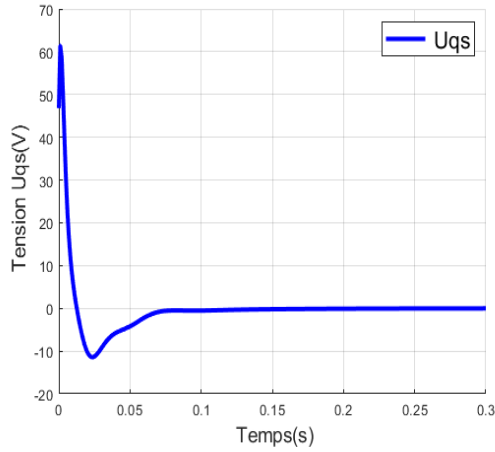


Figure 5-12 Commande u_{qs} mesurée

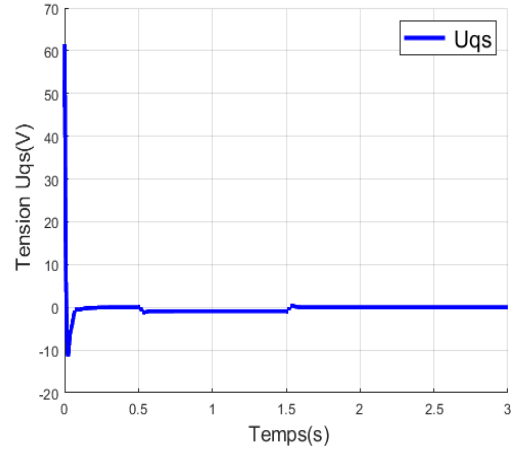


Figure 5-13 Commande u_{qs} perturbée

Les figures (Figure 5-10 et Figure 5-13) montrent l'évolution temporelle des tensions d'alimentation de la machine asynchrone selon les axes d et q , notées respectivement u_{ds} et u_{qs} .

Régime transitoire ($0 \leq t \leq 0.2s$) : On observe des pics de tension importants dans les deux composantes au démarrage. Cela est attendu, car le système réagit à l'erreur initiale pour atteindre rapidement les conditions souhaitées de fonctionnement. C'est une conséquence de la stratégie de commande robuste H_∞ , qui vise à compenser rapidement les perturbations et incertitudes.

Régime permanent ($t \geq 0.2s$) : Les tensions se stabilisent rapidement après le démarrage. Les variations de u_{ds} et u_{qs} correspondent aux changements de consigne ou aux perturbations appliquées au système ($0.5s \leq t \leq 1.5s$). Les tensions réagissent de manière contrôlée, sans oscillations excessives, ce qui montre la bonne stabilité de la commande.

Comportement différencié : La tension u_{ds} (rouge) est principalement liée au flux rotorique. On note qu'elle varie davantage, ce qui est normal puisque la régulation du flux est plus sollicitée.

La tension u_{qs} (bleue), associée au couple, reste très proche de zéro en régime permanent, ce qui signifie que le couple est bien maintenu sans efforts excessifs de la commande.

5.4 Conclusion

Les résultats de simulation mettent en évidence la performance et la robustesse de la commande H_∞ non linéaire appliquée au moteur asynchrone. On observe une excellente concordance entre les grandeurs mesurées et estimées, ce qui valide l'efficacité de l'observateur basé sur l'algorithme de Galerkin. Cette approche permet non seulement de réduire la dépendance aux capteurs physiques, mais aussi d'assurer un contrôle précis dans un contexte non linéaire soumis à des incertitudes.

Par ailleurs, les tensions d'alimentation u_{ds} et u_{qs} restent dans des plages admissibles et réagissent de manière adaptée aux variations du système. Cela confirme que la stratégie de commande adoptée garantit à la fois la stabilité, la performance, et une utilisation optimisée des ressources de commande, assurant ainsi un pilotage fiable et efficace du moteur.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

Dans ce travail, nous avons commencé par la modélisation du moteur asynchrone, en mettant en évidence la forte non-linéarité de son modèle, notamment au niveau du couple électromagnétique. Cette complexité rend l'analyse directe difficile, ce qui nous a conduits à recourir à une approche de linéarisation locale. Cette linéarisation est assurée par la méthode de commande vectorielle (*FOC*) associée à une compensation, permettant ainsi de rendre le comportement du moteur asynchrone similaire à celui d'un moteur à courant continu, et facilitant par conséquent la conception des lois de commande. Nous avons ensuite présenté plusieurs commandes classiques, telles que la commande scalaire et la commande vectorielle, qui malgré leur simplicité de mise en œuvre, montrent des limites en termes de robustesse, de précision dynamique et de sensibilité aux variations paramétriques. Pour dépasser ces limitations, une commande robuste H_∞ linéaire a été mise en œuvre, apportant des améliorations notables en matière de performance et de robustesse. Une comparaison sur banc de simulation Simulink entre ces trois stratégies de commande a permis de mieux comprendre leurs avantages et inconvénients. Néanmoins, bien que la linéarisation facilite la synthèse de commandes performantes, elle reste une approximation qui peut occulter certaines dynamiques non linéaires importantes.

Afin de prendre pleinement en compte la nature non linéaire du moteur, nous avons exploré une nouvelle approche développée pour utiliser une stratégie de commande robuste non linéaire qui permet de résoudre le problème H_∞ non linéaire en se basant sur l'approximation de la solution de son équation HAMILTON-JACOBI ISSAC associée appliqué au modèle non linéaire. Dans ce cadre, certains paramètres jouent un rôle déterminant, notamment le choix de la

commande initiale, la sélection de la fonction de base et son ordre, ainsi que l'estimation précise de la région d'attraction. Après plusieurs essais et simulations, nous avons constaté que la commande H_∞ non linéaire, obtenue à partir de la résolution de l'équation de HAMILTON-JACOBI-ISAACS par la méthode de GALERKIN, permet d'atteindre de meilleures performances. Toutefois, ces résultats ne peuvent être assurés sans une connaissance approfondie des théories du contrôle non linéaire.

Après cette étude approfondie sur la commande H_∞ non linéaire, nous avons entamé la conception d'un observateur non linéaire à partir de la formulation du problème d'estimation comme un jeu différentiel, où la solution de l'équation Hamilton-Jacobi-Isaacs (HJI) permet de garantir une atténuation optimale des perturbations.

Même démarche que la commande par retour d'état, nous utilisons la méthode de Galerkin pour approximer la solution de l'équation HJI, en projetant le problème dans un sous-espace de dimension finie. Cette approche permet de construire un observateur robuste capable d'estimer précisément les grandeurs non mesurées tout en assurant une stabilité forte face perturbations externe agissant sur modèle et aux bruits de mesure.

Dans les travaux futurs, nous projetons de concentrer nos recherches sur la sélection automatique de la fonction de base et sur l'estimation optimisée de la région d'attraction, en jumelant avec d'autres algorithmes d'optimisations et d'intelligence artificielle dans le but d'améliorer d'avantage les performances et la robustesse du système globale (commande et observateur).

Bibliographie

- [1] M. Abu-Khalaf and FL. Lewis "Nearly optimal state feedback control of constrained nonlinear systems using a neural network HJB approach". *Ann Rev Control.* 28: 239–251, 2004.19 : M. Abu-Khalaf , FL. Lewis." Nearly optimal control law for nonlinear systems with saturating actuators using a neural network HJB approach". *Automatica.* 41: 779–791, 2005.
- [2] M. Abu-Khalaf and FL. " Lewis Nearly optimal state feedback control of constrained nonlinear systems using a neural network HJB approach". *Ann Rev Control.* 28: 239–251, 2004.
- [3] 20 : M. Abu-Khalaf , FL. Lewis and J. Huang." Policy iterations on the Hamilton Jacobi-Isaacs equation for H_∞ state feedback control with input saturation". *IEEE Trans Autom Control.* 51(12):1989–1995, 2006.
- [4] Alla, A. N., et al. Nonlinear observer design for Lipschitz nonlinear systems. *Journal of the Franklin Institute*, 356(2), 1054–1070.2019.
- [5] P. Apkarian, Dominikus Noll. The H_∞ Control Problem is Solved. Aerospace Lab 2017, 13, p. 1-11
- [6] P. Apkarian, D. Noll " Non-Smooth H_∞ -Synthesis". *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 1, p. 229-244, 2006
- [7] : R. Beard, G. Saridis and J. Wen, "Galerkin Approximations of the Generalized Hamilton-Jacobi-Bellman Equation", *Automatica.* vol. 33, no. 12, pp. 2159-2177, December 1997.

- [8] : R. Beard and T. McLain, "Successive Galerkin approximation algorithms for nonlinear optimal and robust control", International Journal of Control. vol. 71, no. 5, pp. 717-743, 1998.
- [9] : B. Bensaker, H. Kherfane, A. Maouche and R. Wamkeu: Nonlinear modeling of induction motor drives for nonlinear sensorless control purposes . Preprint of 6 th IFAC symposium on non linear control system ,Vol. 3, pp.1475-1480,Sttugart, Germany.
- [10] : F.Berrezek " Modélisation non linéaire des machines électriques pour la commande et le diagnostic". Thèse de doctorat en sciences en Electrotechnique. Univ. Anaba, Algérie, 2016.
- [11] : Blaschke, M. (1972). "The principle of field orientation as applied to the new control of asynchronous machines." Siemens Review, 39(5), 217-220.
- [12] : F. Blaschke. "The principle of field orientation as application to the new transvector closed-loop control system for rotating field machines". Siemens Review. Vol.34, pp. 217-220.
- [13] : R. B.Bouiadjra, M. F. Khelfi, M. Salem and M. Sedraoui, " Nonlinear H_∞ control via measurement feedback using neural network". J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. 39(4): 1109-1118, 2016.
- [14] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., & Balakrishnan, V. , "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory". SIAM Studies in Applied Mathematics, Vol. 15. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).1994
- [15] : H. Bühler. "Réglage échantillonné : Traitement dans l'espace d'état", Presses Polytechniques Romandes, 1986.
- [16] : H. Bühler. "Réglage par mode de glissement". Presses Polytechniques Romandes, 1986.
- [17] BU3 : H. Bühler. "Conception des systèmes automatiques". Presses Polytechniques Romandes, 1988.
- [18] : J. Ball, J. W. Helton and M. L. Walker, " H_∞ control for nonlinear systems via output feedback", IEEE Trans. Automat. Contr. vol. 38, pp. 546-559, 1993.

- [19] : C. Canudas de Witt " Modélisation contrôle vectorielle et DTC". Paris Hermès Sciences publication, 2000.
- [20] Chen, C., Zhang, X., & Peng, X. ,Trajectory tracking control of four-rotor UAV based on nonlinear extended state observer and model predictive control in wind disturbance environment. Journal of Physics: Conference Series, 2764(1), 012075.2024.
- [21] :Christen, U. and Cirillo, R, Nonlinear H_1 control derivation and implementation Technical report, IMRT Report No. 31. Ecole polytechnique fédérale de Zurich.1997.
- [22] 1 : D. G. Dorrell, W. T. Thomson and S. Roach, "Analysis of airgap flux current and vibration signals as a function of the combination of static and dynamic airgap eccentricity in 3-phase induction motors", IEEE Trans. Ind. Appl. vol. 33, no. 1, pp. 24-34, 1997.
- [23] : G. Duc et S. Font, "Commande H_∞ et μ -analyse : des outils pour la robustesse",Hermès, 1999.
- [24] : J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar and B.A. Francis, "State space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems". IEEE Trans. Automat. Contr. vol. 34, pp. 831-846, 1989.
- [25] : F.Oudjama,"Contribution à la commande non linéaire robuste H_∞ d'un véhicule électrique". these,univ Tlemcen.2024.
- [26] : B. A. Finlayson and L. E. Scriven. " The method of weighted residuals and its relation to certain variational principles for the analysis of transport processes". Chemical Engineering Science, Vol. 20, pp. 395-404, 1965.
- [27] : H.C. Ferreira, R. M. Sales and P. H. Da Rocha, " Galerkin method and weighting functions applied to nonlinear H_∞ control with output feedback". Journal of vibration and Control. 28, 239-251, 2004.
- [28] :A. Glumineau, Commande des machines électriques, Hermes Science Publications, 2003.
- [29] : Hamza, A., Mohamed, A.H., & El-Badawy, A. "Robust H_∞ Control for a Quadrotor UAV". AIAA SciTech Forum. 2022

- [30] : Hasse, J. (1982). "Digital implementation of field-oriented control." IEEE Transactions on Industry Applications, 18(5), 649-654.
- [31] : B. Hemici, "Commande en position par la technique du flux orienté d'un moteur asynchrone alimenté par un onduleur de courant", Proc. Of 2nd CEA, Algiers, JOT, Vol. 1, 1994.
- [32] : J. Holts, " Sensorless control of induction motor drivers". Proceedings of the IEEE, vol.90, no. 8, pp. 1359-1394, 2002.
- [33] : A. Isidori and A. Astolfi, "Nonlinear H_∞ control via measurement feedback". J. Math. Syst. Estim. Contr, vol. 2, pp. 31-44, 1992.
- [34] : A. Isidori and Wei Kang, " H_∞ control via measurement feedback for general nonlinear systems". In IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 40, no. 3, pp. 466-472, March 1995.
- [35] : Khalil, H. K., & Praly,L, "High-gain observers in nonlinear feedback control. International Journal of Robust and Nonlinear Control", 24(6), 993–1015.2014
- [36] : A.Kerboua , " Commandes et observateurs par mode de glissement : Application à une machine Asynchrone alimentée en tension". Magister en Electrotechnique. Univ. ENP, Algérie, 1999.
- [37] : R. Krishnan and A.S. Bharadwai, "A review of parameter sensitivity and adaptation in indirect vector controlled induction motor drive", IEEE Trans. Pow. Elect. Vol. 6, N° 4, pp. 695-703, 1991.
- [38] : A. Lahmar, " Implantation expérimentale de la commande robuste par un contrôleur H_∞ ". Magister en Electrotechnique. Univ. Bantna,, Algérie, 2011.
- [39] : Lindgren, L.-E. " From weighted residual methods to finite element methods". Technical report, 2009.
- [40] : D. G.Luenberger, "Observing the state of a linear system. IEEE Transactions on Military Electronics", 8(2), 74–80,1964.

- [41] : Masao et al. Yano, "History of Power Electronics for Motor Drives in Japan [archive] " (consulté le 2 mai 2015), p. 6.
- [42] :P. Jufer, Machines électriques, PPUR Presses polytechniques, 1995.
- [43] : Messirdi, M., Boumédiène, A., & Oudjamaa, F . New approach for nonlinear robust H_∞ control of an induction motor. Journal of Control, Automation and Electrical Systems, 34(4), 743–751.2023.
- [44] : T. W. McLain and R. W. Beard, "Successive Galerkin approximations to the nonlinear optimal control of an underwater robotic vehicle". Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol.1, pp. 762-767, 1998.
- [45] : Nagy, I., et al, "Closed-form H_∞ optimal control for a class of infinite-dimensional systems". arXiv preprint arXiv:2106.04183.2021.
- [46] : P. Vas, "Vector control of AC machines". Oxford Science Publication, 1990.
- [47] : Park, R. H. (1929). "Two-reaction theory of synchronous machines." Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 48, 716-727.
- [48] : Paul Schwerdtner, Matthias Voigt. "Fixed-order H_∞ controller design for port-Hamiltonian systems". université Cornell,2022.
- [49] : M. Pietrzak, B. De Fornel, "Commande vectorielle du moteur asynchrone", SEE, Lille, 1992.
- [50] : B. Robyns, "Commande numérique des moteurs synchrones et asynchrones", Séminaire sur les entraînement à vitesse variable, Rabat, 1992.
- [51] : B. Robyns, D. Galardini, R. Gôrez, F. Labrique et H. Buyse, "Asservissement de vitesse d'un actionneur asynchrone par modèle de l'actionneur et sa commande vectorielle", Journée d'étude sur les Asservissements Électromécaniques, Metz, 1992.
- [52] : G.Salloum, " Contribution à la commande robuste de la machine asynchrone à double alimentation", Doctortat en génie électrique. Univ. Toulouse,, France, 2007.

- [53] : Scorletti, G., & Fromion, " Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle H_∞ ". Cours de 3e année, ENSI Caen, 2003.
- [54] : Scorletti, G., & Fromion, " Automatique fréquentielle avancée". École Centrale de Lyon., 2008.
- [55] : <https://energieplus-lesite.be/techniques/ascenseurs7/moteur-asynchrone/>
- [56] : G. Strutzer, E. Samigil " Modélisation et commande des moteurs Triphasés. Commande vectorielle des moteurs synchrones, commande numérique par contrôleurs DSP". TECH-NOSUP Livre. Edition ellipses,2000.
- [57] : A. J. Van der Schaft, " A state-space approach to nonlinear H_∞ control", Syst. Contr. Lett., vol. 16, pp. 1-8, 1991.
- [58] : A. J. Van Der Schaft, " L_2 -gain Analysis of Nonlinear Systems and Nonlinear State Feedback H_∞ Control", IEEE Trans. Automat. Control, vol. 37, no. 6, pp. 770-784, 1992.
- [59] : A. J. Van der Schaft, " Nonlinear state space H_∞ control theory", In H. L. Trentelman & J. C. Willems (Eds.), Essays on control: Perspectives in theory and application (pp. 153-190). Boston: BirkhaKuser, 1993.
- [60] F. E.Thau, "Observing the state of non-linear dynamic systems". International Journal of Control, 17(3), 471–479.1973
- [61] : D.Traore " Commande non linéaire sans capteur de la machine asynchrone". Thèse de doctorat, Ecole central de Nantes, France.2008.
- [62] : M. Trzynadlowsky, "The field orientation principle in control of induction motors", Lumer Acadimic Publication, 1994.
- [63] : P. Vas, "Vector control of AC machines". Oxford Science Publication, 1990.
- [64] : Vazquez, S., & Ceballos, M. "Control of induction motors using a field-oriented control technique."1998

- [65] :Venu Gopal B. T., «■Comparison Between Direct and Indirect Field Oriented Control of Induction Motor■», International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT), vol.■43, no■6, p.■364–369, Janvier■2017.
- [66] : Vrabie, D., & Lewis, F. L. Adaptive dynamic programming for linear systems using H_1 and H_2 performance criteria. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 39(5), 1291–1303.2009.
- [67] : Y. Wang, A. Chakrabarty, M. Zhou and J. Zhang, " Near-optimal Control of Motor Drives via Approximate Dynamic Programming". IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC) Bari, Italy. October 6-9, 2019.
- [68] : Zames, G. "Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformations, Multiplicative Seminorms, and Approximate Inverses." IEEE Transactions on Automatic Control, 26(2), 301-320.1981.
- [69] : G.Zams. " On the Input-Output Stability of Nonlinear Time-Varying Feedback Systems", Part I and II. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC11, p. 228 and 465, 1966.
"
- [70] : Zhao, H., & Wang, X.. "Robust H_∞ Control for the Nonlinear Cascade Systems with Passive and Nonpassive Subsystems". Mathematical Problems in Engineering .2021
- [71] : Zhaohua Yang, Pengyu Wang, Haishan Zhang, et al. "Optimal Sparse H_∞ Controller Design for Networked Control Systems".université Cornell,2024
- [72] : K. Zhou and J. C. Doyle, "Essentials of robust control", Englewood. Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.