

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

جامعة أبي بكر بلقايد - تلمسان

Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –

Faculté de TECHNOLOGIE



## **MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du **diplôme** de **MASTER**

**En** : AUTOMATIQUE

**Spécialité** : Automatique et Informatique Industrielle

**Par** : Talal Taha Yacine Kabir

&

Okacha Ounedjela

### **Sujet**

**Calage d'un Modèle couplé des BRM (ASM1-2ND/membranaire) sur des données expérimentales**

Soutenu publiquement, le 09 / 10 / 2025, devant le jury composé de :

Mme. Choukchou Braham Amal	Professeure	Université de Tlemcen	Présidente
Mme. Khedim Zeyneb	MCB	ESSAT, Tlemcen	Examinatrice
Mr. Benyahia Boumediene	Professeur	Université de Tlemcen	Encadrant
Mr. Jérôme Harmand	Directeur de recherche	LBE-INRAE-Narbonne	Co- Encadrant

Année universitaire : 2024 /2025



## REMERCIEMENT

Avant tout, je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers Allah Tout-Puissant, qui m'a accordé le courage et la patience nécessaires pour mener à bien ce travail.

Je suis profondément reconnaissant envers mes parents pour leur soutien constant et leurs encouragements à chaque étape de ce parcours. Vos conseils ont été essentiels dans la réalisation de mes objectifs. Que Dieu vous protège et vous bénisse toujours.

J'exprime également toute ma gratitude à mon encadrant, **M. BENYAHIA Boumediene**, pour son aide précieuse, sa patience et ses encouragements. Ses remarques pertinentes et son expertise ont grandement contribué à l'amélioration de la structure et de la qualité de ce travail.

Mes remerciements les plus sincères vont aussi à **M. Jérôme Harmand**, notre co-encadrant, pour les deux mois passés sous sa supervision. J'ai particulièrement apprécié ses observations constructives, son soutien constant et son aide précieuse face aux difficultés rencontrées.

Je tiens à remercier mon petit frère **Rayane** et aussi mes amis, en particulier **Bahaa** et **Iklil**, pour leur soutien constant et leur présence chaque fois que j'en avais besoin. Je remercie également toute ma famille. Merci à tous.

**Okacha**

Avant tout, je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers Allah Tout-Puissant, qui m'a accordé le courage et la patience nécessaires pour mener à bien ce travail.

Je suis profondément reconnaissant envers mes parents pour leur soutien constant et leurs encouragements à chaque étape de ce parcours. Vos conseils ont été essentiels dans la réalisation de mes objectifs. Que Dieu vous protège et vous bénisse toujours.

J'exprime également toute ma gratitude à mon encadrant, **M. BENYAHIA Boumediene**, pour son aide précieuse, sa patience et ses encouragements. Ses remarques pertinentes et son expertise ont grandement contribué à l'amélioration de la structure et de la qualité de ce travail.

Mes remerciements les plus sincères vont aussi à **M. Jérôme Harmand**, notre co-encadrant, pour les deux mois passés sous sa supervision. J'ai particulièrement apprécié ses observations constructives, son soutien constant et son aide précieuse face aux difficultés rencontrées.

Je tiens à remercier mon petit frère **Adnane** et aussi mes amis, en particulier **Adel Yebdri** et **Adel Bou-abdellah**, & **iklile Bendahmane** pour leur soutien constant et leur présence chaque fois que j'en avais besoin. Je remercie également toute ma famille. Merci à tous.

**Yacine**



# Table des matières

<b>Introduction Générale</b>	<b>13</b>
<b>1 Etat de l'art sur les systèmes de traitement Biologique/MBR des eaux usées</b>	<b>17</b>
1.1 Introduction	18
1.2 Les systèmes classiques de Traitement (STEP)	18
1.3 Étapes de Traitement par systèmes classiques	18
1.3.1 Prétraitement	18
1.3.2 Traitement Primaire	19
1.3.3 Traitement Secondaire	19
1.3.4 Traitement tertiaire (optionnel)	20
1.4 Les systèmes MBR de traitement des eaux usées	21
1.4.1 Principe et Types des MBR	21
1.4.1.1 Principe	21
1.4.1.2 Types des bioréacteurs à membranes	21
1.5 Avantages et inconvénients des bioréacteurs à membrane	23
1.6 Les Système WRRF	24
1.7 Modèles A.S.M pour le Traitement Biologique des Eaux Usées	25
1.7.1 Les principaux modèles	25
1.7.1.1 ASM1	25
1.7.1.2 ASM2	25
1.7.1.3 ASM3	26
1.8 Conclusion	26
<b>2 Modification du modèle ASM1-2nd pour intégrer les dynamiques des SMP et EPS</b>	<b>28</b>
2.1 Introduction	29
2.2 Modèle des Boues Activées N°1 (ASM1)	29
2.3 Le modèle ASM1-2ND	31
2.4 Intégration des SMP et EPS	33
2.4.1 Définition des SMP	33
2.4.2 Définition des EPS	34
2.4.3 Rôle des SMP et EPS dans le colmatage membranaire	34
2.4.4 Modélisation des SMP et EPS	35
2.5 Résultats de Simulation	39
2.6 Conclusion	43
<b>3 Couplage du modèle ASM1-2nd modifié avec des modèles membranaires</b>	<b>45</b>
3.1 Introduction	46
3.2 Le Couplage membranaire	46
3.2.1 Notion du couplage	46
3.2.2 Le besoin de modéliser le colmatage	46

3.3	Simulation des Différents Modèles couplés	47
3.3.1	Modèle 1 : (Benyahia et al. 2024)	47
3.3.1.1	Description du modèle	47
3.3.1.2	Les Équations du modèle	48
3.3.1.3	Résultats de Simulation	52
3.3.2	Modèle 2 : (Charfi et al. 2015)	55
3.3.2.1	Description du modèle	55
3.3.2.2	Équations du modèle	56
3.3.2.3	Résultats de Simulation	59
3.3.3	Modèle 3 : (Zuthi et al. 2017)	61
3.3.3.1	Description du modèle	61
3.3.3.2	Équations du modèle	62
3.3.3.3	Résultats de Simulation	65
3.3.4	Modèle 4 : (Qi Su et al.2025)	69
3.3.4.1	Description du Modèle	69
3.3.4.2	Équations du Modèle	70
3.3.4.3	Résultats de Simulation	73
3.4	Conclusion	75
<b>4</b>	<b>Calage du modèle couplé ASM1-2nd-modifié/Membrane</b>	<b>77</b>
4.1	Introduction	78
4.2	Le besoin de calage d'un modèle	78
4.2.1	Les étapes de Calage d'un modèle	79
4.2.2	Collecte et préparation des données expérimentales	79
4.2.3	Analyse de Sensibilité	79
4.2.4	Estimation et Validation des Paramètres	80
4.3	Le pilot et les données expérimentales	80
4.4	Calage de modèle ASM1-2nd/modèle membranaire charfi et al. 2015	83
4.4.1	Analyse de sensibilité	83
4.4.2	Calibrage et validation du modèle	85
4.5	Conclusion	88
	<b>Conclusion générale et Perspectives</b>	<b>90</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>93</b>

# Liste des tableaux

1.1	Table des Avantages & des inconvénients	23
2.1	Processus et leurs équations dans le modèle ASM1 [Henze] et al.1987	30
2.2	Processus et leurs équations dans le modèle ASM1-2ND ([Ostace et al. 2011])	33
2.3	Table des processus du modèle Modifie [Janus et al. 2013]	36
2.4	Paramètres stœchiométriques du modèle modifié [Ostace et al. 2011] & [Janus et al. 2013]	38
2.5	Les concentration des influents.	39
3.1	Paramètres et valeurs du modèle de [Benyahia] et al. 2024	51
3.2	Paramètres et valeurs du modèle de [charfi] et al. 2015	58
3.3	Les Paramètres et Les valeurs du Modèle [Zuthi]et al.2017	64
3.4	Table des paramètres du modèle de [Qi Su] et al.2025	72
4.1	Valeurs de flux(LMH) en fonction du temps	81
4.2	Paramètres de variation et leurs intervalles	83
4.3	Valeurs des Paramètres du modèle de [charfi] et al 2015	85

# Table des figures

1.1	Station d'épuration de Garmerwolde (Pays-Bas)	18
1.2	Les procédés de traitement des eaux usées ([Henri] et al.2004)	19
1.3	BRM immergé (BRMI)	22
1.4	BRM immergé (BRMIe)	22
2.1	Schéma des processus de nitrification et de dénitrification dans le modèle ASM1	29
2.2	Schéma des processus de nitrification et de dénitrification dans le modèle ASM1-2ND	31
2.3	Illustration schématique des mécanismes de colmatage des membranes [[Meng] et al., 2009]	34
2.4	Voies de formation et d'utilisation des EPS et des SMP dans le modèle biologique.	35
2.5	Matrice Petersen modèle modifié ([Ostace et al. 2011]) & [Janus et al. 2013]	37
2.6	Biomasse hétérotrophe	40
2.7	Bactéries oxydantes de l'ammoniac	40
2.8	Bactéries oxydantes de nitrite	41
2.9	Concentration d'ammonium $S_{NH}$	41
2.10	Produits associés à l'utilisation	42
2.11	Produits associés à la biomasse	42
2.12	Évolution des substances polymériques extracellulaires	43
3.1	Encrassement de la membrane par formation de gâteau et colmatage des pores	47
3.2	Évolution de la surface effective de la membrane ( $A$ )	52
3.3	Évolution de la masse du gâteau ( $M_c$ ) (modèle [Benyahia] et al. 2024)	52
3.4	Évolution de la masse du gâteau ( $M_p$ ) (modèle [Benyahia] et al. 2024)	53
3.5	Évolution de la résistance totale ( $R$ )	53
3.6	Évolution du débit de sortie ( $Q_{out}$ )	54
3.7	Formation du gâteau et Colmatage Des Pores ([charfi]et al.2015)	55
3.8	Rétrolavage des Pores de la Membrane ([charfi]et al.2015)	57
3.9	L'évolution de la Résistance Total	59
3.10	L'évolution du masse du gâteau	59
3.11	La pression transmembranaire	60
3.12	Évolution de la résistance totale ( $R$ )	65
3.13	Évolution de la pression Transmembranaire	65
3.14	Réduction de la taille des pores du membranes	66
3.15	Épaisseur de la masse du gâteau	67
3.16	les produits microbiens [Qi Su] et al.2025	69
3.17	Résistance de la Membrane	73
3.18	Résistance de du gâteau de filtration	73
3.19	Résistance de la couche limite (blocage des pores)	74
3.20	La pression transmembranaire	74
4.1	Réacteur avec Membrane externe	81
4.2	la pression transmembranaire expérimentale	81
4.3	mesures de la demande chimique en oxygène (DCO)	82

4.4	Les échantillons Monte Carlo	84
4.5	L'influence des Paramètres sur le coût	84
4.6	L'évolution de (PTM) expérimentales et des Modèles partie de L'estimation	86
4.7	L'évolution de (PTM) expérimentales et du Modèles partie de L'estimation	87
4.8	L'évolution du PTM expérimentale et PTM du Modèle	88

## Liste des acronymes

- BRM** : Bioréacteur à membrane
- BRMI** : Bioréacteur à membrane immergée
- BRMe** : Bioréacteur à membrane externe
- BRMA<sub>n</sub>** : Bioréacteur à membrane anaérobie
- BRMIA<sub>n</sub>** : Bioréacteur à membrane immergée anaérobie
- DCO** : Demande chimique en oxygène
- DBO** : Demande biochimique en oxygène
- MLSS** : Concentration de solides en suspension
- WAS** : Boues activées résiduelles
- SRT** : Temps de rétention des boues
- PTM** : Pression transmembranaire
- EPS** : Substances polymériques extracellulaires
- MES** : Matières en suspension
- SMP** : Sous-produits métaboliques
- CFV** : Vitesse de circulation transversale
- UF** : Ultrafiltration
- OMS** : Organisation mondiale de la santé

## Nomenclature

- A** : Surface membranaire ( $m^2$ )
- C** : Concentration en solides de la liqueur mixte (mg/L)
- Ca** : Concentration de la solution d'alimentation (mg/L)
- Cm** : Charge massique
- Cp** : Concentration du perméat (mg/L)
- Cs** : Fraction de la concentration totale des composés solubles (1/h)
- Csp** : Fraction de Si réinjectée pendant la relaxation (1/h)
- Cv** : Charge volumique
- Cxp** : Fraction de Xi réinjectée pendant la relaxation (1/h)
- E** : Énergie consommée (J)
- Jv** : Flux volumique ( $m^3/m^2h$ )
- Jv°** : Flux de l'eau pure ( $L/m^2 \cdot h$  ou LMH)
- KLA** : Coefficient global de transfert de masse volumique (1/h)
- LP°** : Perméabilité à l'eau ( $L/m^2 \cdot h \cdot bar$ )
- Mc** : Masse de solides attachés à la membrane (g)
- Mc\_max** : Masse maximale de solides attachés à la membrane (g)
- m** : Masse du filtre vide (mg)
- m** : Masse du filtre après filtration et séchage (mg)
- P** : Puissance cumulée (J)
- Pa** : Pression à l'entrée du module (bar)
- Pp** : Pression du perméat (bar)
- PTM** : Pression transmembranaire (bar)
- Qin** : Débit d'entrée (L/h)
- Qb** : Débit d'extraction des boues (L/h)
- Qbw** : Débit du perméat pendant la phase de rétro-lavage (L/h)
- QF** : Débit du perméat pendant la phase de filtration (L/h)
- Qout** : Débit de sortie (L/h)
- Qp** : Débit du perméat (L/h)
- Qp net** : Débit net de production (L/h)
- Qw** : Débit de purge (L/h)
- R** : Résistance membranaire due à l'encrassement ( $m^{-1}$ )
- Rm** : Résistance propre de la membrane ( $m^{-1}$ )
- SALK** : Alcalinité exprimée en moles de bicarbonate ( $HCO_3^-$ ) par litre ( $mol HCO_3^- / L$ )
- SALK\_in** : Alcalinité exprimée en moles de bicarbonate ( $HCO_3^-$ ) par litre dans l'affluent entrant ( $mol HCO_3^- / L$ )
- S** : Concentration en substrat de l'effluent (mg DBO/L ou mg DCO/L)
- Se** : Concentration en substrat de l'affluent (mg DBO/L ou mg DCO/L)
- Si** : Concentration du composé soluble (g/L)

- Si\_in** : Concentration d'entrée du composé soluble (g/L)
- Sinerte** : Concentration des composés solubles inertes (g/L)
- Sinerte\_in** : Concentration des composés solubles inertes dans l'affluent entrant (g/L)
- SN2** : Concentration en azote moléculaire (N ) (g/L)
- SN2\_in** : Concentration en azote moléculaire (N ) dans l'affluent entrant (g/L)
- SNd** : Concentration en azote organique (g/L)
- SNd\_in** : Concentration en azote organique dissous dans l'affluent entrant (g/L)
- SNH** : Concentration en azote ammoniacal (g/L)
- SNH\_in** : Concentration en ammonium (NH ) dans l'affluent entrant (g/L)
- SNo2** : Concentration en nitrite (g/L)
- SNo2\_in** : Concentration en nitrite (NO ) dans l'affluent entrant (g/L)
- SNo3** : Concentration en nitrate (g/L)
- SNo3\_in** : Concentration en nitrate (NO ) dans l'affluent entrant (g/L)
- So** : Concentration en oxygène dissous (g/L)
- So\_in** : Concentration d'entrée en oxygène dissous (g/L)
- So\_SAT** : Concentration maximale d'oxygène dissous (g/L)
- SS** : Concentration en Matière organique soluble rapidement biodégradable (g/L)
- SS\_in** : Concentration en Matière organique soluble rapidement biodégradable dans l'affluent entrant (g/L)
- St** : Somme des concentrations des composés solubles (g/L)
- Tf** : Temps de filtration (h)
- tbw** : Temps de rétro-lavage (h)
- TSB** : Temps de séjour des boues (h)
- TSH** : Temps de séjour hydraulique (h)
- tre relaxation** : Temps de relaxation (h)
- TR** : Taux de rétention
- V** : Volume du réacteur (L)
- Vp** : Volume de l'échantillon prélevé (L)
- Vperm** : Volume de perméat produit (m<sup>3</sup>)
- W** : Taux de détachement de Mc pendant la relaxation
- Xaob** : Concentration en biomasse (g/L)
- Xaob\_in** : Concentration en biomasse autotrophe (bactéries nitrifiantes) dans l'affluent entrant (g/L)
- Xbh** : Concentration en biomasse hétérotrophe (g/L)
- Xbh\_in** : Concentration en biomasse hétérotrophe (microorganismes dégradant la matière organique) dans l'affluent entrant (g/L)
- Xi\_in** : Concentration d'entrée du composé particulaire (g/L)
- Xinerte** : Concentration en biomasse inerte (g/L)
- Xinerte\_in** : Concentration en biomasse inerte (biomasse morte non dégradable) dans l'affluent entrant (g/L)
- XNd** : Concentration en azote organique particulaire (g/L)

**XNd\_in** : Concentration en azote organique particulaire dans l'affluent entrant (g/L)

**Xnob** : Concentration en biomasse nitrifiante non autotrophe (g/L)

**Xnob\_in** : Concentration en biomasse nitrifiante non autotrophe (bactéries spécifiques) dans l'affluent entrant (g/L)

**Xp** : Concentration en biomasse en phase particulaire (g/L)

**Xp\_in** : Concentration en biomasse en phase particulaire (biomasse particulaire) dans l'affluent entrant (g/L)

**Xs** : Concentration en biomasse active (g/L)

**Xs\_in** : Concentration en biomasse active (substrat) dans l'affluent entrant (g/L)

**Xt** : Somme des concentrations des composés particuliers (g/L)

# **Introduction Générale**

Face aux défis mondiaux grandissants liés aux ressources hydriques, la crise de l'eau s'impose aujourd'hui comme l'un des enjeux les plus pressants menaçant à la fois la durabilité environnementale et le développement humain. La demande en eau potable connaît une augmentation considérable, stimulée par la croissance démographique rapide, l'expansion industrielle et l'intensification des pratiques agricoles. Cette pression croissante entraîne un épuisement inédit des ressources en eau disponibles.

Parallèlement, l'augmentation de cette consommation s'accompagne d'une production massive d'eaux usées rejetées dans l'environnement. Ces effluents constituent une source majeure de pollution, représentant une menace sérieuse non seulement pour la santé publique, mais également pour l'équilibre et la biodiversité des écosystèmes aquatiques.

Face à ces enjeux, le traitement et la valorisation des eaux usées sont devenus des objectifs prioritaires afin de préserver les ressources en eau et de limiter l'impact des rejets sur le milieu naturel. Dans ce cadre, les stations de récupération des eaux usées — appelées Water Resource Recovery Facilities (WRRF) en anglais — se présentent comme une réponse innovante à ces défis.

En effet, leur rôle ne se limite plus uniquement au traitement et à l'assainissement des effluents. Ces installations modernes permettent également de récupérer d'autres ressources précieuses : le phosphore, réutilisable dans divers procédés industriels ; les nutriments, pouvant être valorisés comme fertilisants dans le secteur agricole ; et même l'énergie, grâce à la production de biogaz issue du méthane généré lors du traitement. Ce biogaz peut couvrir jusqu'à 50 % des besoins énergétiques de la station, réduisant ainsi sa dépendance aux énergies fossiles.

Ainsi, les WRRF participent non seulement à la protection des écosystèmes et à la réduction de la pollution, mais aussi à une économie circulaire plus durable, en transformant les déchets en ressources utiles tout en maintenant l'équilibre environnemental.

Les premiers systèmes de traitement des eaux usées, développés au cours du XX<sup>e</sup> siècle, reposaient principalement sur des procédés biologiques simples tels que les boues activées. Ces technologies, bien que relativement rudimentaires comparées aux standards actuels, ont représenté une avancée considérable à leur époque. Elles ont permis de réduire significativement la charge organique rejetée dans les milieux aquatiques et ont constitué une réponse efficace aux problèmes liés aux rejets non traités.

Cependant, avec le temps, les limites de ces systèmes traditionnels sont apparues. Leur capacité à éliminer certains polluants spécifiques restait insuffisante, la qualité des effluents demeurait variable, et la présence résiduelle de matières en suspension ou de micro-organismes réduisait les possibilités de réutilisation directe de l'eau.

C'est pour dépasser ces limites que les bioréacteurs à membranes (BRM) se sont imposés comme une solution particulièrement prometteuse au sein des WRRF. Ce procédé associe un traitement biologique classique à une étape de séparation par membranes, généralement des membranes d'ultrafiltration, qui retiennent les solides en suspension et une grande partie des micro-organismes. L'intégration de la filtration membranaire à la filière biologique offre de nombreux avantages : un effluent clarifié et pratiquement exempt de germes, une empreinte au sol plus réduite et une meilleure stabilité du traitement, même en cas de variations importantes de la charge polluante. Ces qualités font des BRM une alternative de plus en plus envisagée dans les nouvelles stations d'épuration, en réponse directe aux enjeux actuels de durabilité et

de réutilisation de l'eau.

Malgré leurs performances élevées, les bioréacteurs à membranes (BRM) présentent une limite importante : le colmatage membranaire. Ce phénomène résulte de l'accumulation de particules, de composés organiques sur la surface ou dans les pores de la membrane. Il provoque une diminution du flux de filtration ainsi qu'une augmentation de la pression transmembranaire. À long terme, il entraîne une baisse d'efficacité du procédé et impose des opérations régulières de maintenance, telles que le nettoyage chimique ou le remplacement des membranes.

C'est dans ce contexte que s'inscrit le présent travail, consacré au calage d'un modèle couplé biologique/membrane appliqué aux bioréacteurs à membranes (BRM). L'objectif est de proposer une approche de modélisation intégrant à la fois la dynamique biologique du procédé et le comportement physique de la membrane.

Pour la partie biologique, l'étude s'appuie sur le modèle ASM1-2ND ([Ostace et al. 2011]), enrichi par l'intégration des SMP (Soluble microbial products) et des substances polymériques extracellulaires (EPS), afin de faciliter le couplage avec la partie membranaire. Concernant cette dernière, quatre modèles distincts ont été sélectionnés dans le but de contribuer à la création d'une bibliothèque de modèles couplés.

Dans le cadre de ce travail, un stage a été réalisé au Laboratoire de Biotechnologie et de l'Environnement (LBE) à Narbonne (France). Il a porté sur le développement de modèles couplés et sur une étude de calage appliquée à des données expérimentales collectées par WOC WOD du défi clé de la région Occitanie (France).

La constitution de cette bibliothèque de modèles a pour objectif de faciliter les études de contrôle et d'optimisation des performances des BRM, tout en contribuant à renforcer leur fiabilité et leur efficacité opérationnelle.



# Chapitre 1

Etat de l'art sur les  
systèmes de traitement  
Biologique/MBR des  
eaux usées

## 1.1 Introduction

Le traitement des eaux usées est crucial pour protéger l'environnement et répondre aux normes strictes. Ce chapitre examine les systèmes biologiques classiques et les bioréacteurs à membrane (MBR), en détaillant leurs principes, avantages et limites. Les modèles ASM pour leur optimisation sont également présentés et détaillés.

## 1.2 Les systèmes classiques de Traitement (STEP)

Les stations d'épuration des eaux usées (STEP) jouent un rôle central dans la gestion des effluents domestiques, industriels et agricoles, permettant de réduire leur impact environnemental avant rejet ou réutilisation, inorganiques et pathogènes. Les systèmes classiques de traitement, développés au fil du XXe siècle, combinent des procédés physiques, chimiques et biologiques pour répondre à ces exigences. Cette section examine les principes fondamentaux des étapes de traitement, les technologies associées et les limites des STEP classiques.



FIG. 1.1 – Station d'épuration de Garmerwolde (Pays-Bas)

## 1.3 Étapes de Traitement par systèmes classiques

### 1.3.1 Prétraitement

Le prétraitement élimine les matières grossières et insolubles pour protéger les équipements en aval. Les principales opérations incluent :

- **Dégrillage et tamisage** : Les grilles, souvent à nettoyage automatique, retiennent les déchets solides (plastiques, textiles). Selon Tchobanoglous et al. (2003), ces procédés éliminent jusqu'à 5% de la demande biochimique en oxygène (DBO).
- **Dessablage** : Les particules lourdes (sables, graviers) sont séparées par sédimentation gravitaire. Le dessablage réduit l'usure des pompes et turbines jusqu'à 30%.
- **Déshuilage/Dégraissage** : Les graisses et huiles sont séparées par flottation assistée par injection d'air. Ces sous-produits sont souvent valorisés en méthanisation ou éliminés en décharge.

### 1.3.2 Traitement Primaire

Cette étape repose sur la décantation gravitaire pour séparer les matières en suspension sous forme de boues primaires. Ce procédé réduit environ 50% des MES et 30% de la demande Biochimie d'Oxygène (Metcalf et al. 2013). Dans certaines STEP, des coagulants (sels de fer ou d'aluminium) sont utilisés pour améliorer l'élimination des colloïdes.

### 1.3.3 Traitement Secondaire

Le traitement secondaire, coeur des STEP classiques, utilise des procédés biologiques pour dégrader les matières organiques dissoutes et les nutriments (azote, phosphore). Les technologies principales incluent :

- **Boues activées** :

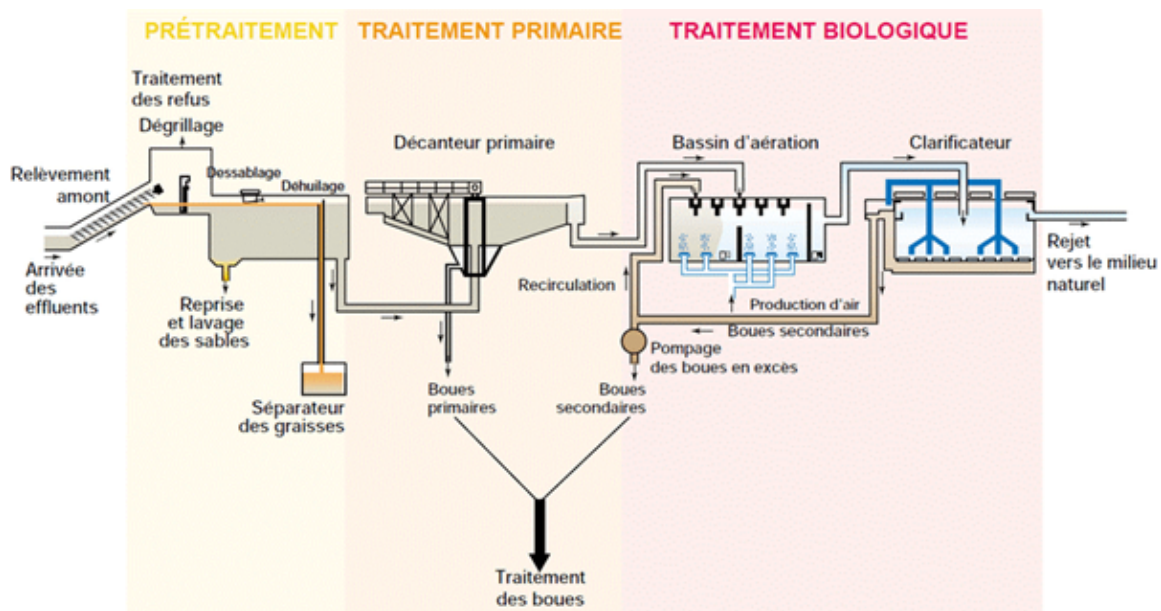


FIG. 1.2 – Les procédés de traitement des eaux usées (Henri et al.2004)

Cette **figure 1.2**) montre le fonctionnement d'une station d'épuration utilisant le procédé des boues activées. L'eau usée, appelée affluent, entre dans le système et passe d'abord par un décanteur primaire, où les particules solides lourdes se déposent au fond pour former des boues primaires. L'eau partiellement clarifiée est ensuite envoyée dans un bioréacteur, où des micro-organismes (boues activées) dégradent la matière organique dissoute grâce à un apport en oxygène. Après ce traitement biologique, l'eau est dirigée vers un décanteur secondaire, où les boues biologiques se séparent de l'eau traitée. Une partie de ces boues est recyclée vers le bioréacteur, et l'autre est extraite pour traitement. Enfin, l'eau clarifiée, appelée effluent, peut être rejetée dans le milieu naturel ou réutilisée. Ce procédé permet d'éliminer efficacement les polluants organiques et de produire une eau plus propre.

Ce procédé repose sur une biomasse bactérienne aérobie en suspension dans des bassins aérés. Une étude de **Henze** et al. (2008) montre une efficacité d'élimination de **90%** de la DBO et une capacité d'adaptation pour la nitrification-dénitrification.

- **Biofiltration** : C'est un procédé de traitement pour les eaux usées dans les stations d'épuration (STEP), repose sur une biomasse fixée, composée de micro-organismes (bactéries aérobies, anaérobies ou facultatives), qui se développent sur un support granulaire ou poreux comme le sable, la pouzzolane ou des billes de polyéthylène (**Henze** et al., 2008). Ce système permet la dégradation des polluants organiques et, dans certains cas, des nutriments (azote, phosphore), tout en filtrant physiquement les matières en suspension (MES) **Tchobanoglous** et al. (2003). Contrairement aux boues activées, la biomasse reste fixée, offrant une solution compacte et efficace pour le traitement des eaux usées.

### 1.3.4 Traitement tertiaire (optionnel)

Le traitement tertiaire vise à éliminer les polluants résiduels pour répondre à des normes strictes ou permettre la réutilisation. Les procédés incluent :

- **Nitrification-dénitrification** : transformation de l'azote ammoniacal en gaz d'azote. L'efficacité de l'élimination des nitrates atteint **95%** dans des conditions optimales (**Nicole** et al. 2018).
- **Désinfection** : Les rayons UV ou l'ozonation éliminent les pathogènes. Selon (**Lazarova** et al. (1998), L'UV est privilégié en France pour son faible coût et son absence de résidus chimiques.

Après avoir examiné les systèmes classiques de traitement des eaux usées (**STEP**), qui reposent sur des procédés biologiques comme la biofiltration ou les boues activées pour éliminer les polluants organiques et les matières en suspension (**Henze** et al., 2008), il est pertinent d'explorer des technologies plus avancées. Les systèmes à membrane biologique (**MBR**), qui combinent le traitement biologique à une filtration membranaire, offrent une alternative moderne aux **STEP** classiques. Leur adoption croissante dans le traitement des eaux usées justifie une analyse approfondie de leurs avantages, tels qu'une meilleure qualité de l'effluent, et de leurs inconvénients, notamment les coûts élevés et les défis d'entretien (**Judd** et al. 2011). Cette transition vers les **MBR** reflète l'évolution des besoins en matière de performance et de durabilité dans la gestion des eaux usées.

## 1.4 Les systèmes MBR de traitement des eaux usées

Au cours des dernières années, les réacteurs biologiques membranaires sont devenus une solution privilégiée pour l'amélioration de la qualité de l'eau des effluents domestiques et industriels ([C. Reith] et al. 1998). Cette technologie a été conçue et appliquée vers la fin des années 60 par la société Dorr-Oliver qui développa les premiers bioréacteurs des procédés de recirculation à boues activées.

### 1.4.1 Principe et Types des MBR

#### 1.4.1.1 Principe

Un bioréacteur à membrane (MBR) est une méthode avant-gardiste de purification des eaux usées qui associe un processus biologique basé sur les boues activées à une filtration par membrane, comme la microfiltration ou l'ultrafiltration ([Hyun-Suk] et al. 2012). Dans ce contexte, les micro-organismes décomposent les substances organiques en suspension, pendant que la membrane offre une séparation physique hautement efficace, arrêtant les amas de boues activées, les bactéries en vie et les particules([Sari Erkan] et al. 2018). Cette grande sélectivité des MBR permet d'obtenir des effluents de qualité suffisante pour être déversés dans l'environnement naturel ou réutilisés pour des usages urbains comme l'irrigation. Cette technologie se positionne donc comme une solution de pointe, surtout en matière de traitement tertiaire, répondant à des besoins de plus en plus grandissants.

#### 1.4.1.2 Types des bioréacteurs à membranes

##### — Les Bioréacteurs à membrane aérobie :

Les bioréacteurs à membrane aérobie intègrent dans un processus singulier l'épuration biologique par aération traditionnelle et la séparation liquide/solide à l'aide de membranes poreuses. On peut positionner les systèmes de BRM aérobies après le traitement secondaire. ou dans les bassins d'aération pour effectuer le traitement secondaire. La rétention intégrale des micro-organismes contribue à l'accroissement de la densité des boues et autorise une distinction claire entre le temps de rétention hydraulique et le temps de rétention des boues.

On peut catégoriser les systèmes de BRM en deux configurations : le bioréacteur à membrane en boucle externe (BRMe) et le bioréacteur à membrane interne ou immergée (BRMI). En ce qui concerne les BRM aérobie, la mise en place la plus couramment adoptée pour le traitement des EUM est celle dite immergée (ou interne) **figure1.3**. Cette configuration se base essentiellement sur la pression transmembranaire qui entraîne le perméat à travers la membrane, habituellement sous la barre de 1 bar.

En règle générale, les membranes organiques se présentent sous forme de fibres creuses ou planes sont les plus couramment employés. L'aération se fait par l'insufflation de fines bulles dans les bassins biologiques. Elle combat aussi l'obstruction de la membrane en générant une agitation près de celle-ci. De plus, elle contribue aussi à fournir l'oxygène indispensable au métabolisme cellulaire. Cette configuration offre plusieurs avantages par rapport à la configuration externe (membrane céramique), notamment une faible consommation d'énergie (1 kWhm) et faible coût des membranes organiques.

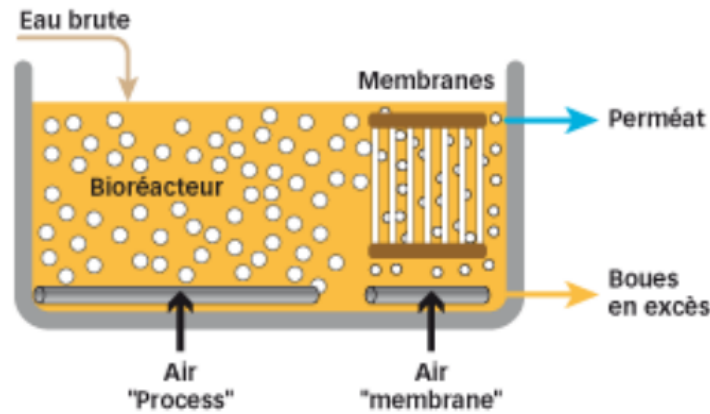


FIG. 1.3 – BRM immergé (BRMI)

Une autre configuration externe submergée a vu le jour ces dernières années **figure 1.4**. Elle est composée d'une membrane immergée de type fibre creuse ou d'une membrane organique plane placée dans un réservoir situé à la surface externe du bassin biologique. Cette configuration a pour bénéfice de dissocier l'insufflation d'air requise pour le métabolisme des bactéries et celle nécessaire pour le décolmatage de la membrane.

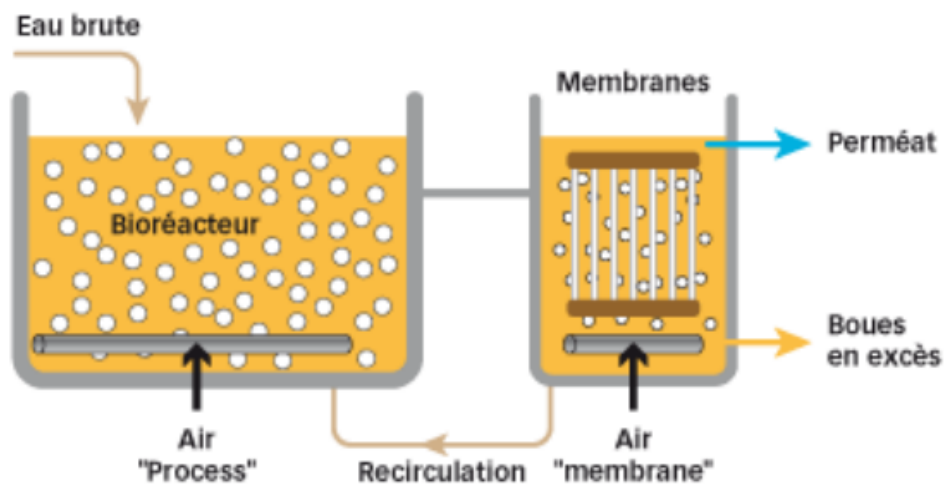


FIG. 1.4 – BRM immergé (BRMIe)

— **Les bioréacteurs à membrane anaérobie**

Le traitement biologique anaérobie, par rapport à la méthode aérobie, se distingue par une consommation d'énergie réduite en raison de l'absence d'aération, une croissance microbienne modeste, un abattement moins important de la DCO et la génération de biogaz (méthane). Tout comme pour les BRM aérobies, le traitement biologique dans les bioréacteurs à membrane anaérobie (BRMAN) est associé à une phase de séparation membranaire afin de conserver la biomasse indépendamment du temps de séjour hydraulique : cela donne lieu à une excellente qualité des effluents grâce à la biodégradation des matières organiques résiduelles. Le bioréacteur à membrane anaérobie immergée (BRMIAN) a suscité un vif intérêt parmi les diverses configurations des BRMAN.

Cela peut diminuer les coûts énergétiques et l'anxiété liée à la biomasse associés au recyclage des boues. De plus, une telle configuration facilite la régénération de la surface de la membrane en recirculant le biogaz produit.

## 1.5 Avantages et inconvénients des bioréacteurs à membrane

TAB. 1.1 – Table des Avantages & des inconvénients

Avantages	Inconvénients)
Diminution de la taille du bioréacteur grâce à l'élimination du bassin de sédimentation, ce qui réduit son empreinte au sol.	Le phénomène de colmatage, qui est un problème courant, exige l'adoption de diverses tactiques opérationnelles pour minimiser la tendance des membranes à se colmater, indépendamment de la complexité du processus et de l'équipement)
Il n'y a aucune restriction quant à la concentration de solides en suspension (MLSS) dans le MBR, ce qui favorise une diminution de la production de boues activées résiduelles (WAS). (Le niveau maximal de MLSS peut monter à environ 8000–12000 mg/L)	Le coût du capital et le coût opérationnel sont accrus en raison du tarif des membranes et des tactiques de prévention du colmatage)
On peut déterminer la qualité de l'eau traitée et la concentration de MLSS dans le bioréacteur en utilisant le temps de rétention des solides (SRT).	La complexité du processus est principalement due à la maintenance des membranes et aux procédures de nettoyage.)
L'absence de bassin de décantation secondaire dans les bioréacteurs à membrane assure une maîtrise exacte du temps de rétention des boues (SRT), ce qui permet une durée prolongée du mélange biologique et renforce ainsi l'efficacité du traitement des eaux résiduaires.	Prédisposition élevée à la génération de mousse, due en partie à une demande accrue d'aération.)
Grâce à la membrane dont les pores sont plus petits que les solides en suspension, un effluent de haute qualité est produit. Cela permet fréquemment d'éviter un traitement secondaire comme l'utilisation de filtres.	Durant son fonctionnement, sa consommation d'énergie est supérieure, parfois jusqu'à deux fois plus, comparativement à d'autres méthodes.)

## 1.6 Les Système WRRF

### • Définition

Les Water Resource Recovery Facilities (WRRF), ou Installations de Récupération des Ressources en Eau, sont des infrastructures de traitement des eaux usées qui mettent l'accent sur la récupération de ressources plutôt que sur la simple élimination des polluants. Contrairement aux approches traditionnelles centrées sur la dépollution, les WRRF visent à produire de l'eau propre, à récupérer des nutriments comme le phosphore et l'azote, et à générer de l'énergie renouvelable, contribuant ainsi à une économie circulaire ([Maktabifard] et al. 2023). En 2011, la Water Environment Federation (WEF) a marqué un tournant en déclarant que les Wastewater Treatment Plants (WWTP) ne sont pas des installations d'élimination des déchets, mais des installations de récupération des ressources, un changement officiellement adopté en juillet 2012 .

### • Origine du Terme WRRF

Le terme WRRF émerge dans les années 2010, dans un contexte de transition vers une gestion durable des eaux usées. Dave Vago, ancien président de la Michigan Water Environment Association (MWEA), est **crédité** pour avoir introduit et promu ce terme localement, avec une adoption officielle par la ([MWEA] en 2012). Des discussions précoces impliquant des décideurs du Nord-Ouest Pacifique des États-Unis et des experts comme Glen T. Daigger ont contribué à conceptualiser les WRRF, bien que des barrières socio-politiques et économiques aient initialement freiné leur adoption ([Coats] et al. 2017).

### • Différence entre WRRF et STEP

Les stations d'épuration des eaux usées (STEP) se concentrent principalement sur l'élimination des polluants pour répondre aux normes de rejet, adoptant une approche linéaire . Les installations de récupération des ressources des eaux usées (WRRF), en revanche, privilégient une approche circulaire avec les distinctions suivantes :

- **Récupération d'énergie** : Les WRRF utilisent la digestion anaérobie pour produire du biogaz (méthane), réduisant la dépendance aux énergies fossiles, contrairement aux STEP où la production de biogaz est moins optimisée.
- **Récupération de phosphore** : Les WRRF récupèrent le phosphore sous forme de struvite pour l'agriculture ou l'industrie, réduisant l'eutrophisation, alors que les STEP éliminent souvent le phosphore sans valorisation.
- **Récupération d'azote** : Les WRRF extraient l'azote (par exemple, sous forme d'ammoniac) pour les engrais, réduisant l'eutrophisation marine de 14 % dans certains cas, contrairement à l'élimination biologique sans récupération dans les STEP .

Les WRRF réduisent les impacts environnementaux (par exemple, 40% de réduction de l'eutrophisation) et favorisent l'autonomie énergétique.

### • Mécanisme des WRRF

Les WRRF intègrent des processus avancés pour traiter les eaux usées tout en récupérant des ressources. Les eaux usées collectées subissent un prétraitement (criblage, dégrillage, décantation primaire) pour éliminer les solides et graisses, suivi d'un traitement biologique utilisant des bactéries en conditions anaérobies ou aérobies (ex. : boues activées) pour décomposer les matières organiques, produisant du biogaz (méthane) exploitable comme énergie renouvelable.

Le phosphore est récupéré via la précipitation de struvite, utilisable comme engrais, tandis que l'azote est extrait sous forme d'ammoniac ou de nitrates pour l'agriculture grâce à des contrôles avancés. Enfin, des traitements avancés (filtration, désinfection) permettent la réutilisation de l'eau pour des usages non potables (ex. : irrigation), et les biosolides sont traités pour éliminer les pathogènes, servant d'amendements agricoles, favorisant une neutralité carbone potentielle et une réduction des coûts opérationnels.

## 1.7 Modèles A.S.M pour le Traitement Biologique des Eaux Usées

les **A.S.M** (Activated Sludge Models) sont un ensemble de modèles mathématiques développés par l'IWA (International Water Association) pour simuler, concevoir, optimiser et contrôler les procédés biologiques dans les stations d'épuration utilisant des boues activées. Ils décrivent les réactions biologiques et chimiques impliquant les micro-organismes (bactéries, protozoaires, etc.) responsables de la dégradation des polluants organiques et inorganiques présents dans les eaux usées.

### 1.7.1 Les principaux modèles

#### 1.7.1.1 ASM1

Le modèle ASM1 (Activated Sludge Model No.1) a été développé en 1987 par [Henze] et al., sous l'égide de l'International Water Association (IWA). Il marque une avancée majeure dans la modélisation dynamique des procédés de traitement biologique des eaux usées. Ce modèle représente les processus de dégradation de la matière organique biodégradable, la croissance bactérienne, ainsi que les transformations de l'azote par nitrification (l'ammoniac ( $NH_4^+$ )  $\rightarrow$  *nitrate*( $NO_3^-$ ) et dénitrification (nitrate ( $NO_3^-$ )  $\rightarrow$  *azote gazeux*( $N_2$ )). Il distingue plusieurs types de biomasse et de substrats, et permet de simuler le fonctionnement de systèmes en aérobie et anoxie. **ASM1** reste aujourd'hui une référence largement utilisée dans les logiciels de simulation (ex. : GPS-X, WEST) pour la conception et l'optimisation des stations à boues activées.

#### 1.7.1.2 ASM2

En 1995, l'IWA a publié le modèle **ASM2**, élaboré par [Henze] et al., afin d'étendre les capacités du modèle ASM1 en y ajoutant la modélisation de l'élimination biologique du phosphore. Ce processus est réalisé par des bactéries accumulatrices de phosphore (PAO) capables de stocker du phosphore sous forme de polyphosphates intracellulaires. ASM2 introduit également la notion de stockage de substrats carbonés (PHA) par ces micro-organismes. Par la suite, une version modifiée, appelée ASM2d, a été proposée en 1999 pour inclure la possibilité de dénitrification simultanée par les PAO, un phénomène observé dans les systèmes en conditions alternées. Ces modèles sont devenus essentiels pour simuler des filières bio-P (élimination biologique du phosphore) ou phosphore + azote, notamment dans les stations soumises à des normes de rejet strictes.

### 1.7.1.3 ASM3

Le modèle ASM3, publié en 2000 par [Henze] et al., propose une révision conceptuelle du modèle ASM1. Son objectif principal est d'améliorer la représentation des phénomènes de stockage de substrat par la biomasse hétérotrophe, ce que les modèles précédents ne prenaient pas en compte. ASM3 distingue entre croissance immédiate et stockage temporaire des substrats organiques, ce qui le rend particulièrement adapté aux systèmes à charges organiques fluctuantes ou à temps de séjour hydraulique court. Contrairement à ASM2, ASM3 n'intègre pas l'élimination du phosphore, mais offre une meilleure représentation des dynamiques microbiennes dans les procédés de traitement modernes, notamment les procédés séquentiels et les systèmes intensifs.

## 1.8 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter les fondements des systèmes classiques de traitement des eaux usées ainsi que les apports des procédés à membranes (MBR). Les étapes traditionnelles, bien qu'efficaces et largement utilisées, révèlent toutefois certaines limites face aux exigences actuelles. Les MBR, appuyés par les modèles ASM1, ASM2 et ASM3, se distinguent comme une alternative moderne offrant des performances épuratoires accrues. Cette comparaison ouvre la voie à une analyse plus approfondie des modèles ASM, en particulier l'ASM1-2ND, afin d'en examiner la pertinence et le potentiel d'application dans l'optimisation des procédés biologiques.



# Chapitre 2

**Modification du modèle  
ASM1-2nd pour  
intégrer les dynamiques  
des SMP et EPS**

## 2.1 Introduction

Le modèle ASM1-2nd, bien qu'efficace pour représenter les processus biologiques classiques, reste incomplet face aux spécificités des bioréacteurs à membranes (BRM). Ce chapitre vise à l'enrichir en intégrant les dynamiques des produits microbiens solubles (SMP), responsables d'une part importante du colmatage membranaire. Pour cela, une distinction est faite entre les UAP (Produits Associés à l'utilisation), et les BAP (Produits Associés à la Biomasse), générés par la lyse cellulaire. La nouvelle formulation proposée s'appuie sur une base cinétique compatible avec les observations expérimentales. Les sections suivantes décrivent en détail l'intégration de ces nouvelles composantes dans le modèle, ainsi que les adaptations apportées aux équations pour refléter les dynamiques observées dans les systèmes MBR.

## 2.2 Modèle des Boues Activées N°1 (ASM1)

Le Modèle de Boues Activées n° 1 (ASM1), proposé par [Henze] et al. en 1987, est une référence pour simuler le fonctionnement des stations d'épuration utilisant les boues activées. Il décrit comment l'oxygène et l'azote sont consommés et transformés, en tenant compte des étapes de nitrification et de dénitrification, [figure 2.1](#). Ce modèle fonctionne bien pour les eaux usées domestiques ou municipales bien caractérisées, mais il est moins adapté aux eaux usées industrielles. Il ne prend pas en compte l'élimination du phosphore.

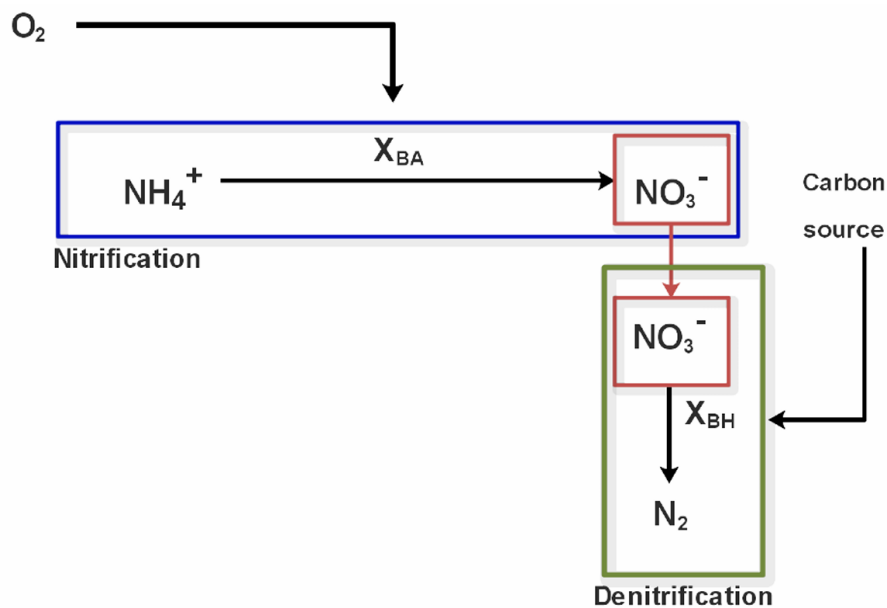


FIG. 2.1 – Schéma des processus de nitrification et de dénitrification dans le modèle ASM1

L'ASM1 repose sur huit grands processus biologiques et distingue deux types de bactéries : les hétérotrophes et les autotrophes. Ces processus couvrent la croissance, la dégradation des bactéries et la transformation des nutriments (comme l'azote) par nitrification et dénitrification. Ces processus biologiques sont représentés dans le tableau suivant :

/	Processus	Équation de processus ( $r_j$ )
1	Croissance aérobie des hétér	$\mu_H \frac{S_S}{K_S+S_S} \frac{S_O}{K_{OH}+S_O} X_H$
2	Croissance anoxique des Hétérotrophes	$\mu_H \frac{S_S}{K_S+S_S} \frac{K_{OH}}{K_{OH}+S_O} \frac{S_{NO}}{K_{NO}+S_{NO}} X_H$
3	Croissance aérobie des Autotrophes	$\mu_A \frac{S_{NH}}{K_{NH}+S_{NH}} \frac{S_O}{K_{OA}+S_O} X_A$
4	décès des Hétérotrophes	$b_H X_H$
5	décès des Autotrophs	$b_A X_A$
6	ammonification de l'Azote organique soluble	$k_a S_{ND} X_I$
7	Hydrolyse du carbone organique particulaire	$k_h \frac{X_S/X_H}{K_X+X_S/X_H} \left( \frac{S_O}{K_{OH}+S_O} + \frac{K_{OH}}{K_{OH}+S_O} \frac{S_{NO}}{K_{NO}+S_{NO}} \right) X_H$
8	Hydrolyse de l'azote organique particulaire	$k_h \frac{X_{ND}/X_I}{K_X+X_{ND}/X_I} \left( \frac{S_O}{K_{OH}+S_O} + \frac{K_{OH}}{K_{OH}+S_O} \frac{S_{NO}}{K_{NO}+S_{NO}} \right) X_I$

TAB. 2.1 – Processus et leurs équations dans le modèle ASM1 [Henze] et al.1987

Les composants du modèle ASM1 sont répartis en deux catégories : une fraction liée à la DCO, une autre liée à l'azote total (TN). Ces fractions sont présentées dans le tableau suivant :

Fractions COD	Fractions TN
Matière soluble facilement biodégradable (SS)	Organique soluble (SND)
Inerte soluble (SI)	Azote ammoniacal (SNH)
Matière particulaire lentement biodégradable (XS)	Organiques particulaires (XND)
Inerte particulaire (XI)	Nitrates et nitrites (SNO)
Inerte particulaire issu de la décomposition du biomasse (XP)	Oxygène (SO)
Biomasse hétérotrophe (XBH)	Alcalinité (SALK)
Biomasse autotrophe (XBA)	

## 2.3 Le modèle ASM1-2ND

le modèle ASM1 considère la nitrification comme un processus en une seule étape. L'hypothèse d'une nitrification en une étape est généralement acceptable pour modéliser les processus de traitement classiques. Cependant, l'exploitation des stations d'épuration peut révéler une accumulation de nitrite due à une conception incorrecte ou à un fonctionnement inefficace. Par conséquent, il est pertinent d'examiner la nitrification et la dénitrification comme des processus en deux étapes. Le modèle ASM1-2ND ([Ostace et al. 2011]) a été développé comme une version améliorée du modèle ASM1, intégrant des processus de nitrification et de dénitrification en deux étapes **figure 2.2**.

Les principaux composants du modèle modifié (ASM1-2ND) restent identiques à ceux du modèle ASM1. La demande chimique en oxygène (DCO) totale est divisée en trois catégories : DCO biodégradable, DCO non biodégradable et biomasse active. Cependant, les composants azotés sont modifiés, car la nitrification est modélisée comme un processus en deux étapes, les concentrations de nitrate et de nitrite, représentées par une seule variable ( $S_{NO}$ ) dans l'ASM1, sont représentées dans l'ASM1-2ND par deux variables d'état distinctes ( $S_{NO2}$  et  $S_{NO3}$ ), où la composante  $S_{NO2}$  est l'intermédiaire des processus de nitrification et de dénitrification. Les bactéries autotrophes ( $X_{BA}$ ) de l'ASM1 sont également divisées en deux types de biomasse : un groupe qui oxyde l'ammonium en nitrite ( $X_{AOB}$ ), et un groupe qui oxyde le nitrite en nitrate ( $X_{NOB}$ ), (voir **figure 2.2**).

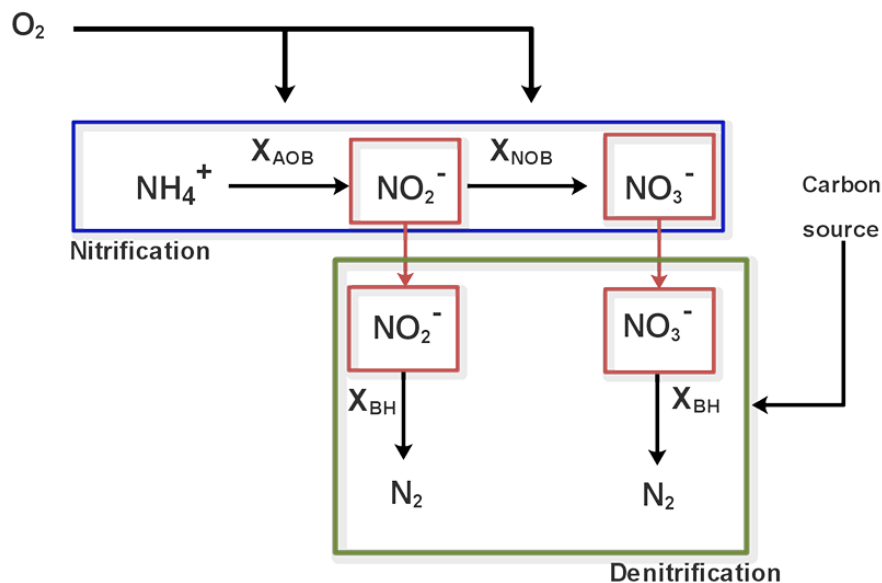


FIG. 2.2 – Schéma des processus de nitrification et de dénitrification dans le modèle ASM1-2ND

— **Processus du modèle ASM1-2ND**

Le modèle **ASM1-2ND** décrit onze processus dynamiques qui représentent la croissance et la décroissance de la biomasse dans le réacteur. Comme mentionné précédemment, la différence entre le modèle ASM1-2ND et le modèle ASM1 réside dans la modélisation de la nitrification et de la dénitrification en deux étapes, grâce à la division de la biomasse autotrophe en deux groupes :

- **AOB** (bactéries oxydantes de l'ammonium), représentées par **XAOB**.
- **NOB** (bactéries oxydantes des nitrites), représentées par **XNOB**.

Et qui sont représentés par les processus suivants :

— **Croissance aérobie des AOB décrite par le processus P5 :**

$$\mu_{AOB} \frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}} \frac{S_O}{K_{OA} + S_O} X_{AOB} \quad (2.1)$$

— **Croissance aérobie des NOB décrite par le processus P6:**

$$\mu_{NOB} \frac{S_{NO2}}{K_{NH} + S_{NH}} \frac{S_O}{K_{OA} + S_O} \frac{K_{NHI}}{K_{NHI} + S_{NH}} X_{NOB} \quad (2.2)$$

Ces deux équations représentent les deux étapes de la nitrification.

- La première équation décrit l'oxydation de l'ammonium en nitrite. Dans ce cas, la concentration en ammonium ( $S_{NH}$ ) et la concentration en oxygène dissous ( $S_O$ ) constituent les facteurs limitants.

- L'équation , qui correspond à la deuxième étape de la nitrification, décrit l'oxydation du nitrite en nitrate. Ici, la concentration en nitrite ( $S_{NO}$ ) et la concentration en oxygène dissous ( $S_O$ ) sont les facteurs limitants de ce processus ([Ostace et al. 2011]).

Pour les processus de dénitrification (P2 et P3), en absence d'oxygène dissous, le nitrite ( $S_{NO}$ ) et le nitrate ( $S_{NO}$ ) jouent le rôle d'accepteurs d'électrons. La biomasse hétérotrophe ( $X_{BH}$ ) utilise alors le carbone organique comme source d'énergie, via une respiration anoxique, pour réduire ces composés en azote gazeux ( $N_2$ ).([Ostace et al. 2011]).

— **Croissance anoxique des biomasse hétérotrophie sur le nitrite :**

$$S_{NO2} \mu_{H\eta_{NO2}} \frac{S_S}{K_S + S_S} \frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \frac{S_{NO2}}{K_{NO} + S_{NO2}} \frac{S_{NH}}{S_{NH} + K_{NH}} X_{BH} \quad (2.3)$$

— **Croissance anoxique des biomasse hétérotrophie sur le nitrate :**

$$S_{NO3} \mu_{H\eta_{NO3}} \frac{S_S}{K_S + S_S} \frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \frac{S_{NO3}}{K_{NO} + S_{NO3}} \frac{S_{NH}}{S_{NH} + K_{NH}} X_{BH} \quad (2.4)$$

Tous les résultats exposés ci-dessus sont synthétisés et présentés de manière concise dans le tableau suivant, offrant une vue d'ensemble claire et structurée des processus décrits :

/	Processus	Équation de processus ( $r_j$ )
1	Croissance aérobie des hétér	$\mu_H \frac{S_S}{K_S+S_S} \frac{S_O}{K_{OH}+S_O} X_{BH}$
2	Croissance anoxique des hétér $S_{NO_2}$	$\mu_H \eta_{NO_2} \frac{S_S}{K_S+S_S} \frac{K_{OH}}{K_{OH}+S_O} \frac{S_{NO_2}}{K_{NO_2}+S_{NO_2}} \frac{S_{NH}}{S_{NH}+K_{NH}} X_{BH}$
3	Croissance anoxique des hétér $S_{NO_3}$	$\mu_H \eta_{NO_3} \frac{S_S}{K_S+S_S} \frac{K_{OH}}{K_{OH}+S_O} \frac{S_{NO_3}}{K_{NO_3}+S_{NO_3}} \frac{S_{NH}}{S_{NH}+K_{NH}} X_{BH}$
4	Décès des Heterotrophes	$b_H X_{BH}$
5	Croissance aérobie des Nitrosomonas	$\mu_{AOB} \frac{S_{NH}}{K_{NH}+S_{NH}} \frac{S_O}{K_{OA}+S_O} X_{AOB}$
6	Croissance aérobie des Nitrobacter	$\mu_{NOB} \frac{S_{NO_2}}{K_{NH}+S_{NH}} \frac{S_O}{K_{OA}+S_O} \frac{K_{NH}}{K_{NH}+S_{NH}} X_{NOB}$
7	Décès des Nitrosomonas	$b_{AOB} X_{AOB}$
8	Décès des Nitrobacters	$b_{NOB} X_{NOB}$
9	ammonification de l'Azote organique soluble	$k_a S_{ND} X_{BH}$
10	Hydrolyse du carbone organique particulaire	$K_h \frac{X_S/X_{BH}}{K_X+X_S/X_{BH}}$ $\left( \frac{S_O}{K_{OH}+S_O} + \eta_g \frac{K_{OH}}{K_{OH}+S_O} \frac{S_{NO_2}+S_{NO_3}}{K_{NO_2}+S_{NO_2}+S_{NO_3}} \right) X_{BH}$
11	Hydrolyse de l'azote organique particulaire	$r_{10} \frac{X_{ND}}{X_S}$

TAB. 2.2 – Processus et leurs équations dans le modèle ASM1-2ND ([Ostace et al. 2011])

## 2.4 Intégration des SMP et EPS

### 2.4.1 Définition des SMP

Les produits microbiens solubles (SMP) sont des composés organiques solubles libérés par les micro-organismes au cours de leur métabolisme normal et de la lyse cellulaire dans les systèmes de cultures mixtes, tels que les bioréacteurs à membrane (MBR), les procédés de digestion anaérobie et les procédés à boues activées. Ces composés représentent une fraction significative de la matière organique soluble dans les effluents des traitements biologiques des eaux usées.

Les SMP sont composés d'une variété de molécules, incluant des protéines, des polysaccharides, des acides humiques, des acides aminés, des enzymes extracellulaires, des antibiotiques et des composants structuraux cellulaires, avec des masses moléculaires variant généralement de 0,5 à 50 kDa ([Jie Ni] et al. 2011).

Les SMP sont classés en deux groupes principaux en fonction de leurs mécanismes de production et de leurs cinétiques de dégradation ([Laspidou] et al. 2002) :

— **UAP (Utilization-Associated Products) :**

Produits associés à l'utilisation du substrat, formés proportionnellement à la consommation de substrat lors du métabolisme et de la croissance de la biomasse. Ces composés sont généralement plus biodégradables et présentent des structures moléculaires plus simples.

— **BAP (Biomass-Associated Products) :**

: Produits associés à la biomasse, générés lors de la décomposition endogène de la biomasse (décroissance ou lyse cellulaire). Ils exhibent des cinétiques de dégradation plus lentes et contribuent davantage à l'accumulation dans les systèmes.

### 2.4.2 Définition des EPS

Les extracellular polymeric substances (EPS) désignent un ensemble hétérogène de macromolécules organiques de haut poids moléculaire, comprenant principalement des polysaccharides, des protéines, des acides nucléiques et des lipides. Elles proviennent de l'activité métabolique des micro-organismes ainsi que de la lyse cellulaire. Les EPS forment une matrice extracellulaire hautement hydratée, essentielle à la structuration des biofilms et à l'agrégation cellulaire dans les systèmes biologiques de traitement des eaux usées, ([Sun] et al. 2014).

### 2.4.3 Rôle des SMP et EPS dans le colmatage membranaire

Les SMP (Substances Microbiennes Solubles) et les EPS (Substances Polymériques Extracellulaires) jouent un rôle essentiel dans le colmatage des membranes.

Les SMP sont considérés comme des facteurs majeurs du blocage des pores de la membrane, ce qui entraîne une baisse de perméabilité et une augmentation de la pression transmembranaire. Ils participent aussi à la formation de la couche de gâteau (cake layer) et à la diminution de sa porosité ([Meng] et al., 2009).

De leur côté, les EPS renforcent la structure de cette couche de gâteau, ce qui se traduit par une augmentation de la résistance hydraulique de la membrane .

C'est pourquoi, lors du couplage avec des modèles membranaires, il est essentiel de disposer d'un modèle biologique capable de décrire la dynamique des SMP et des EPS.

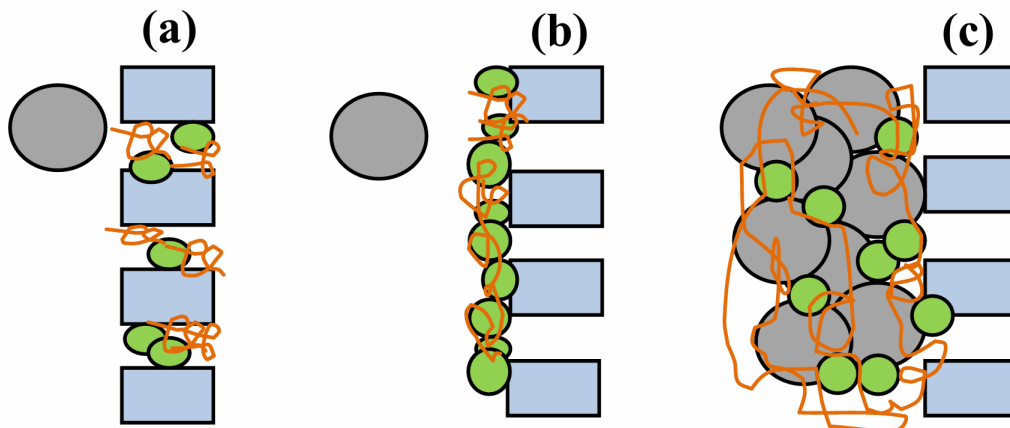


FIG. 2.3 – Illustration schématique des mécanismes de colmatage des membranes ([Meng] et al., 2009)

### 2.4.4 Modélisation des SMP et EPS

Pour la modélisation des SMP et des EPS dans le modèle ASM1-2ND, nous avons utilisé le modèle unifié proposé par ([Laspidou] et al. 2002) avec les corrections apportées par ([Menniti] et al. 2010), ainsi que les processus modélisés par ([Janus] et al. 2015) dans le modèle CES-ASM1.

Les SMP sont divisés en deux groupes :

- **UAP** (Utilization-Associated Products), produits lors de la croissance des hétérotrophes sur les substrats solubles facilement biodégradable.
- **BAP** (Biomass-Associated Products), produits lors de la décroissance de la biomasse et de l'hydrolyse des EPS.

La biodégradation des BAP est plus lente que celle des UAP.  
 Les EPS sont modélisés par une seule variable, XEPS, produite lors de l'activité des hétérotrophes (croissance ou décroissance)

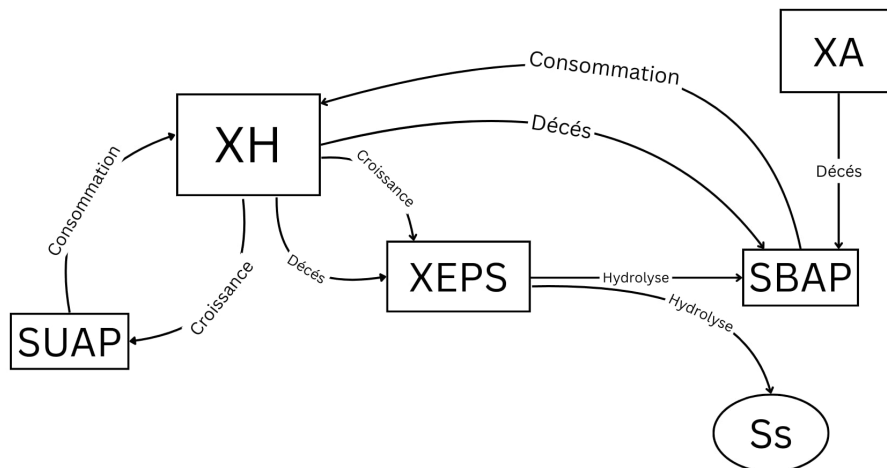


FIG. 2.4 – Voies de formation et d'utilisation des EPS et des SMP dans le modèle biologique.

Le modèle modifié est constitué de **16 processus** : les **11 processus** du modèle **ASM1-2ND** et **5 processus** supplémentaires liés aux SMP et aux EPS. Comme mentionné précédemment, les SMP sont divisés en deux groupes **UAP** (Utilization Associated Products), **BAP** (Biomass Associated Products).

Les processus sont décrits comme suit :

- **P12 et P13** : décrivent la croissance aérobie de la biomasse hétérotrophe sur les UAP et les BAP, où la concentration en oxygène dissous ( $S_O$ ) constitue le facteur limitant. ( [Janus] et al. 2015).

- **P14 et P15** : décrivent la croissance anoxique de la biomasse hétérotrophe sur les UAP et les BAP, en absence d'oxygène dissous. La présence de nitrite ( $S_{NO}$ ) ou de nitrate ( $S_{NO}$ ) constitue un facteur limitant. ( [Janus] et al. 2015).

Les EPS sont modélisées par un seul processus, P16, qui décrit leur hydrolyse. Cette réaction conduit à la production de BAP (Biomass Associated Products), ( [Janus] et al. 2015).

Toutes Les équations et Leurs processus sont résumées dans le tableau suivant :

/	Processus	Équation de processus ( $r_j$ )
12	Croissance aérobie des Hétér sur $S_{BAP}$	$\mu_{BAP} \cdot \left( \frac{S_{BAP}}{K_{BAP} + S_{BAP}} \right) \cdot \left( \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} \right) \cdot X_{bh}$
13	Croissance aérobie des Hétér sur $S_{UAP}$	$\mu_{UAP} \cdot \left( \frac{S_{UAP}}{K_{UAP} + S_{UAP}} \right) \cdot \left( \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} \right) \cdot X_{bh}$
14	Croissance anoxique des Hétér sur $S_{BAP}$	$\mu_{BAP} \cdot \left( \frac{S_{BAP}}{K_{BAP} + S_{BAP}} \right) \cdot \left( \frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \right) \cdot \left( \frac{S_{NO3} + S_{NO2}}{K_{NO} + S_{NO3} + S_{NO2}} \right) \cdot X_{bh}$
15	Croissance anoxique des Hétér sur $S_{UAP}$	$\mu_{UAP} \cdot \left( \frac{S_{UAP}}{K_{UAP} + S_{UAP}} \right) \cdot \left( \frac{K_{OH}}{K_{OH} + S_O} \right) \cdot \left( \frac{S_{NO3} + S_{NO2}}{K_{NO} + S_{NO3} + S_{NO2}} \right) \cdot X_{bh}$
16	Hydrolyse du XEPS	$K_{h\_EPS} \cdot X_{EPS}$

TAB. 2.3 – Table des processus du modèle Modifie [Janus et al. 2013]

L'évolution des concentrations des composantes du modèle modifié est décrite par la matrice de Petersen , qui relie les composantes aux processus via les paramètres stœchiométriques et définit les réactions ainsi que les relations entre elles. Ces réactions ont été utilisées à la base de notre simulation. Voir les équations ci-dessous.

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} S_{i,in} - Q_{OUT} S_i - Q_W S_i) + r_{S_i} \quad (2.5)$$

$$\frac{dX_i}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} X_{i,in} - Q_W X_i) + r_{X_i} \quad (2.6)$$

$$\frac{dS_{UAP}}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} S_{UAP,in} - Q_{OUT} S_{UAP} - Q_W S_{UAP}) + r_{S_{UAP}} \quad (2.7)$$

$$\frac{dS_{BAP}}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} S_{BAP,in} - Q_{OUT} S_{BAP} - Q_W S_{BAP}) + r_{S_{BAP}} \quad (2.8)$$

$$\frac{dS_O}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} S_{O,in} - Q_{OUT} S_O - Q_W S_O) + r_{S_O} + K_{LA} (S_{O,sat} - S_O) \quad (2.9)$$

processus	$S_I$	$S_S$	$X_I$	$X_S$	$X_{BH}$	$X_{AOB}$	$X_{NOB}$	$X_P$	$S_O$	$S_{NO2}$	$S_{NO3}$
1		$-\frac{1}{Y_H}$			$1 - f_{eps,h}$				$-\frac{1-Y_H-\gamma_h}{7h}$		
2		$-\frac{1}{Y_H}$			$1 - f_{eps,h}$					$-\frac{1-Y_H}{1.72 \cdot Y_H}$	
3		$-\frac{1}{Y_H}$			$1 - f_{eps,h}$						$-\frac{1-Y_H}{2.86 \cdot Y_H}$
4				$1 - f_P - f_{BAP} - f_{eps,dh}$	-1			$f_P$			
5						1			$-\frac{3.43-Y_{AOB}}{Y_{AOB}}$	$\frac{1}{Y_{AOB}}$	
6							1		$-\frac{1.14-Y_{NOB}}{Y_{NOB}}$	$-\frac{1}{Y_{NOB}}$	$\frac{1}{Y_{NOB}}$
7				$1 - f_P - f_{BAP}$		-1		$f_P$			
8				$1 - f_P - f_{BAP}$			-1	$f_P$			
9											
10		1		-1							
11											
12					$1 - f_{eps,h}$				$\frac{1-Y_{SMP}}{Y_{SMP}}$		
13					$1 - f_{eps,h}$				$\frac{1-Y_{SMP}}{Y_{SMP}}$		
14					$1 - f_{eps,h}$					$-\frac{1-Y_{SMP}}{2 \cdot 2.86 \cdot Y_{SMP}}$	$-\frac{1-Y_{SMP}}{2 \cdot 2.86 \cdot Y_{SMP}}$
15					$1 - f_{eps,h}$					$-\frac{1-Y_{SMP}}{2 \cdot 2.86 \cdot Y_{SMP}}$	$-\frac{1-Y_{SMP}}{2 \cdot 2.86 \cdot Y_{SMP}}$
16		$f_s$									

$S_{N2}$	$S_{NH}$	$S_{ND}$	$X_{ND}$	$S_{ALK}$	$X_{EPS}$	$S_{UAP}$	$S_{BAP}$
	$-(1 - f_{eps,h}) \cdot i_{XB} - f_{eps,h} \cdot i_{x_{eps}}$			$-\frac{i_{XB}}{14}$	$f_{eps,h}$	$\frac{\gamma_H}{Y_H}$	
$\frac{1-Y_H}{1.72 \cdot Y_H}$	$-(1 - f_{eps,h}) \cdot i_{XB} - f_{eps,h} \cdot i_{x_{eps}}$			$\frac{1}{14} \cdot \left( \frac{1-Y_H}{1.72 \cdot Y_H} - i_{XB} \right)$	$f_{eps,h}$		
$\frac{1-Y_H}{2.86 \cdot Y_H}$	$-(1 - f_{eps,h}) \cdot i_{XB} - f_{eps,h} \cdot i_{x_{eps}}$			$\frac{1}{14} \cdot \left( \frac{1-Y_H}{2.86 \cdot Y_H} - i_{XB} \right)$	$f_{eps,h}$		
			$i_{XB} - f_P \cdot i_{XP}$		$f_{eps,dh}$		$f_{BAP}$
	$-\frac{i_{XB} - \frac{1}{Y_{AOB}}}{-i_{XB}}$			$-\frac{1}{7 \cdot Y_{AOB}} - \frac{i_{XB}}{14}$			
			$i_{XB} - f_P \cdot i_{XP}$				$f_{BAP}$
			$i_{XB} - f_P \cdot i_{XP}$				$f_{BAP}$
	1	-1					
		1	-1				
	$-(1 - f_{eps,h}) \cdot i_{XB} - f_{eps,h} \cdot i_{x_{eps}} + \frac{i_{XBAP}}{Y_{SMP}}$			$-\frac{i_{XB}}{14}$	$f_{eps,h}$		$-\frac{1}{Y_{SMP}}$
	$-(1 - f_{eps,h}) \cdot i_{XB} - f_{eps,h} \cdot i_{x_{eps}}$			$-\frac{i_{XB}}{14}$	$f_{eps,h}$	$-\frac{1}{Y_{SMP}}$	
$-\frac{1-Y_{SMP}}{2.86 \cdot Y_{SMP}}$	$-(1 - f_{eps,h}) \cdot i_{XB} - f_{eps,h} \cdot i_{x_{eps}} + \frac{i_{XBAP}}{Y_{SMP}}$			$\frac{1-Y_H}{40 \cdot Y_H} - \frac{i_{XB}}{14}$	$f_{eps,h}$		$-\frac{1}{Y_{SMP}}$
$-\frac{1-Y_{SMP}}{2.86 \cdot Y_{SMP}}$	$-(1 - f_{eps,h}) \cdot i_{XB} - f_{eps,h} \cdot i_{x_{eps}}$			$\frac{1-Y_H}{40 \cdot Y_H} - \frac{i_{XB}}{14}$	$f_{eps,h}$	$-\frac{1}{Y_{SMP}}$	
		$i_{x_{eps,h}} - X_{BAP} \cdot (1 - f_s)$		$\frac{1}{14}$	-1		$1 - f_s$

FIG. 2.5 – Matrice Petersen modèle modifié ([Ostace et al. 2011]) & [Janus et al. 2013]

Paramètre	Symbole	Valeur	Unit
Taux de croissance maximal du XBH	$\mu_H$	4	$j^{-1}$
Coeff. de Demi-saturation (croissance hétéro)	$K_S$	10	$g\ DCO\ m^{-3}$
Coeff. de Demi-saturation (auto. oxygène)	$K_{OH}$	0,2	$g\ O_2\ m^{-3}$
Coeff. de Demi-saturation (nitrate et nitrite)	$K_{NO}$	0,5	$g\ NO_3-N\ m^{-3}$
Taux de décomposition hétérotrophe	$b_H$	0,4	$j^{-1}$
Taux de croissance max de Nitrosomonas	$\mu_{AOB}$	0,9	$j^{-1}$
Taux de croissance max de Nitrobacter	$\mu_{NOB}$	0,8	$j^{-1}$
Coeff. de Demi-saturation (croissance auto)	$K_{NH}$	1	$gNH_3-N\ m^{-3}$
Coeff. de Demi-saturation (auto. oxygène)	$K_{OA}$	0,5	$g\ O_2\ m^{-3}$
Taux de décomposition de Nitrosomonas	$b_{AOB}$	0,17	$j^{-1}$
Taux de décomposition de Nitrobacter	$b_{NOB}$	0,15	$j^{-1}$
Facteur de correction	$\eta_g$	0,8	-
Facteur de correction	$\eta_h$	0,8	-
Taux d'ammonification	$k_a$	3	$m^3\ (g\ DCO\ j)^{-1}$
Taux d'hydrolyse spécifique maximal	$k_h$	3	$g\ XS\ (g\ XBH\ DCO)^{-1}\ j^{-1}$
Coeff. de Demi-saturation (hydrolyse)	$K_X$	0,03	$g\ XS\ (g\ XBH\ DCO)^{-1}$
Facteur de correction	$\eta_{NO2}$	0,8	-
Facteur de correction	$\eta_{NO3}$	0,8	-
Rendement hétérotrophe	$Y_H$	0,67	$g\ DCO\ g\ DCO^{-1}$
Rendement de Nitrosomonas	$Y_{AOB}$	0,24	$g\ DCO\ g\ N^{-1}$
Rendement de Nitrobacter	$Y_{NOB}$	0,09	$g\ DCO\ g\ N^{-1}$
Fraction de biomasse en produits particulaires	$f_P$	0,08	$g\ DCO\ g\ DCO^{-1}$
Fraction d'azote dans la biomasse	$i_{XB}$	0,086	$g\ N\ g\ DCO^{-1}$
Fraction d'azote dans les produits particulaires	$i_{XP}$	0,06	$g\ N\ g\ DCO^{-1}$
Inhibition de l'oxydation des nitrites	$K_{NH-I}$	1	$g\ NH_4-N\ m^{-3}$
Facteur de conversion de $NO_2^-$ en DCO	$i_{COD,NO2}$	1,1414	$g\ DCO\ g\ N^{-1}$
Facteur de conversion de $NO_3^-$ en DCO	$i_{COD,NO3}$	3,4268	$g\ DCO\ g\ N^{-1}$
Facteur stoechiométrique pour la réduction	$i_{NO2\_N2}$	1,1429	$g\ N\ g\ N^{-1}$
Facteur stoechiométrique pour $NH_4^+$ en charge	$i_{charge,SHNX}$	1/14	$Charge\ g\ N^{-1}$
Facteur de conversion de $NO_3^-$ en charge	$i_{charge,SNOX}$	-1/14	$Charge\ g\ N^{-1}$
Taux de croissance het. spec. max. sur $S_{UAP}$	$\mu_{UAP}$	0,45	$j^{-1}$
Taux de croissance het. spec. max. sur $S_{BAP}$	$\mu_{BAP}$	0,05	$j^{-1}$
Taux d'hydrolyse maximal de $X_{EPS}$	$k_{h,EPS}$	0,17	$j^{-1}$
Fraction de $S_{UAP}$	$\gamma_H$	$0,096\ Y_H$	$g\ DCO\ g\ DCO^{-1}$
Constante de demi-saturation pour $S_{BAP}$	$K_{BAP}$	85	$g\ DCO\ m^{-3}$
Constante de demi-saturation pour $S_{UAP}$	$K_{UAP}$	100	$g\ DCO\ m^{-3}$
Coefficient de rendement	$Y_{SMP}$	0,45	$g\ DCO\ g\ DCO^{-1}$
Fraction de $S_{BAP}$ produite	$f_{BAP}$	0,0215	$g\ DCO\ g\ DCO^{-1}$
Fraction de $X_{EPS}$	$f_{EPS,h}$	0,18	$g\ DCO\ g\ DCO^{-1}$
Fraction de $X_{EPS}$	$f_{EPS,dh}$	0,045	$g\ DCO\ g\ DCO^{-1}$
Teneur en azote de $S_{BAP}$	$i_{X,BAP}$	0,07	$g\ N\ g\ DCO^{-1}$
Teneur en azote de $X_{EPS}$	$i_{X,EPS}$	0,07	$g\ N\ g\ DCO^{-1}$

TAB. 2.4 – Paramètres stœchiométriques du modèle modifié [Ostace et al. 2011] & [Janus et al. 2013]

## 2.5 Résultats de Simulation

Dans cette partie, une simulation du modèle modifié a été réalisée sous MATLAB afin de vérifier la compatibilité des équations ajoutées avec celles du modèle ASM1-2ND.

Une simulation d'un réacteur de 3 m<sup>3</sup>, fonctionnant pendant 150 jours, avec un débit d'entrée constant de 11 m<sup>3</sup>/j. Les concentrations de l'influent utilisées pour la simulation sont présentées dans le tableau Influent (table).

#	Variables	Unit	Constant Influent
1	$S_I$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	25
2	$S_S$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	80
3	$X_I$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	40
4	$X_S$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	200
5	$X_{BH}$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	50
6	$X_{AOB}$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	0
7	$X_{NOB}$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	0
8	$X_P$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	0
9	$S_O$	g.(COD).m <sup>-3</sup>	0
10	$S_{NO2}$	g.N.m <sup>-3</sup>	0
11	$S_{NO3}$	g.N.m <sup>-3</sup>	0
12	$S_{N2}$	g.N.m <sup>-3</sup>	0
13	$S_{NH}$	g.N.m <sup>-3</sup>	30
14	$S_{ND}$	g.N.m <sup>-3</sup>	5
15	$X_{ND}$	g.N.m <sup>-3</sup>	10
16	$SALK$	Mole.HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> .m <sup>-3</sup>	7
18	KLA	J <sup>-1</sup>	250

TAB. 2.5 – Les concentration des influents.

Le but de simulation est de visualiser **XBH, XAOB, XNOB,SNH,EPS, SUAP, SBAP**.

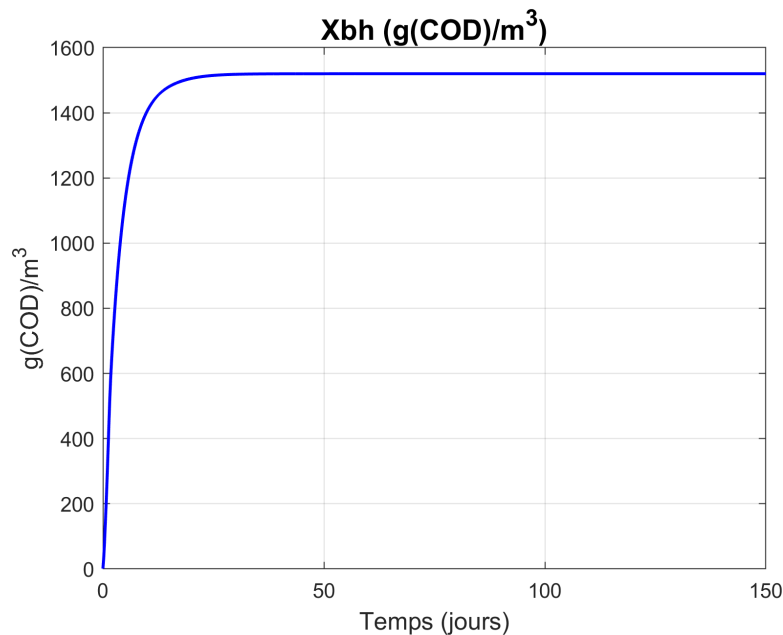


FIG. 2.6 – Biomasse hétérotrophe

La **figure 2.6**) montre l'évolution de la concentration de la biomasse hétérotrophe XBH (g(COD)/m<sup>3</sup>) en fonction du temps (jours). Initialement on observe une augmentation de XBH liée à la disponibilité du substrat soluble (SS). Quand la majorité des substrat sont consommé la concentration en XBH se stabilise, ce qui traduit un équilibre entre la croissance résiduelle et la lyse de la biomasse.

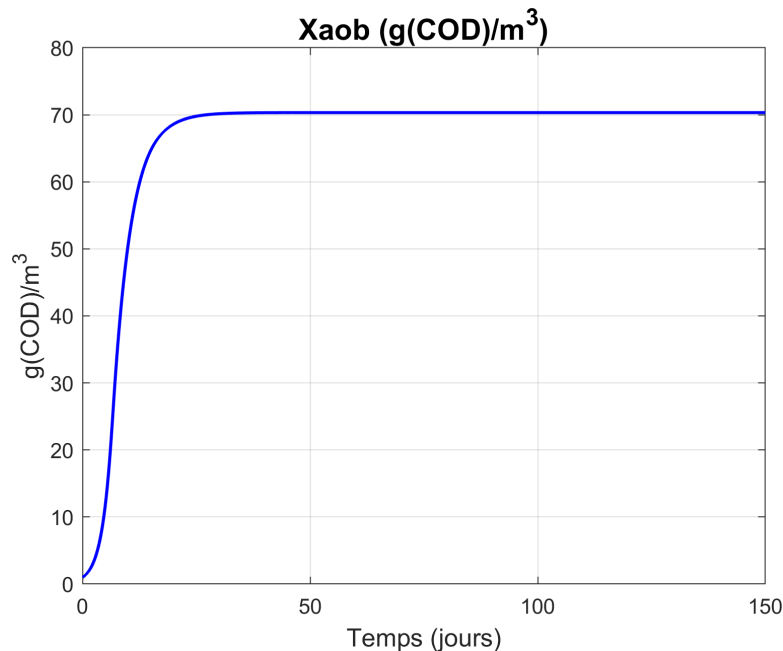


FIG. 2.7 – Bactéries oxydantes de l'ammoniac

La figure **figure 2.7**) montre l'évolution des bactéries oxydantes de l'ammonium XAOB (g(COD)/m<sup>3</sup>) en fonction du temps (jours). Initialement, on observe une augmentation des XAOB due au processus de nitrification de l'ammonium. Quand la majorité de l'ammonium est nitrifiée en

nitrite, on observe une stabilisation de la concentration d'AOB, ce qui correspond à un équilibre entre la croissance résiduelle et la lyse de la biomasse.

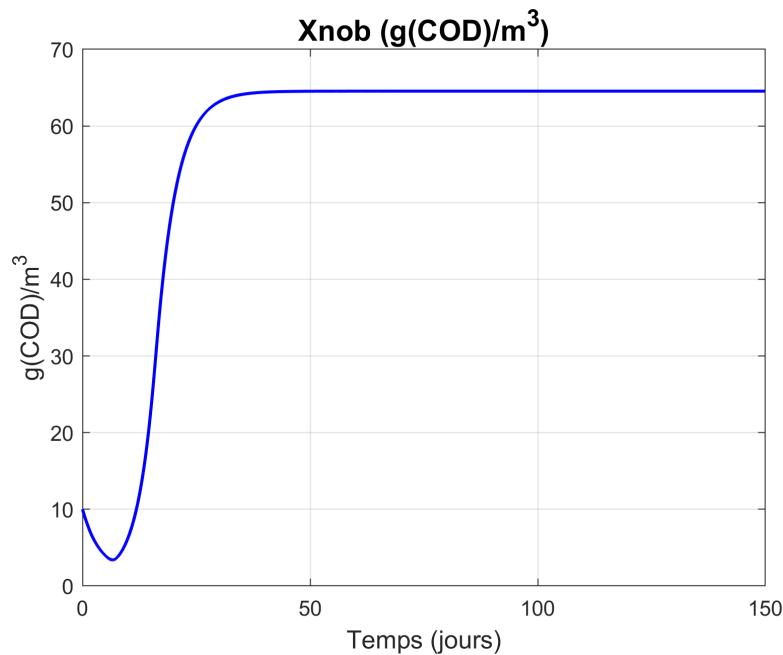


FIG. 2.8 – Bactéries oxydantes de nitrite

La **figure 2.8** montre l'évolution des bactéries oxydantes des nitrites XNOB ( $\text{g(COD)/m}^3$ ) en fonction du temps (jours). Initialement, on observe une augmentation des XNOB due au processus de nitrification des nitrites. Au moment où la majorité des nitrites est nitrifiée en nitrates, on observe une stabilisation de la concentration de NOB, ce qui correspond à un équilibre entre la croissance résiduelle et la lyse de la biomasse

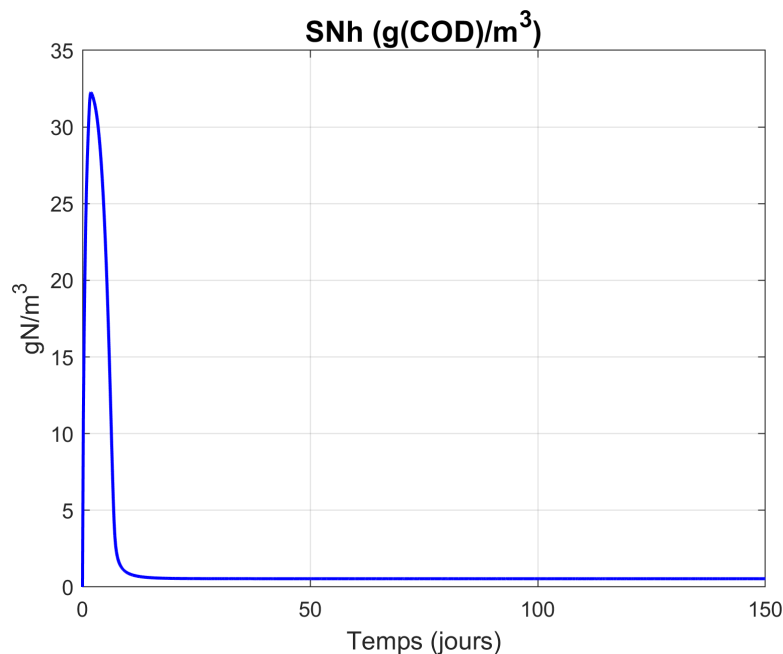


FIG. 2.9 – Concentration d'ammonium  $S_{Nh}$

La **figure 2.9** montre l'évolution de la concentration d'ammonium  $S_{Nh}$  ( $\text{g(N)/m}^3$ ) en fonction

de temps (jours), initialement on observe une augmentation de SNh due à la faible concentration d'AOB, Avec l'augmentation progressive de la biomasse AOB, la concentration en SNH diminue jusqu'à atteindre une valeur quasi nulle et elle se stabilise due à l'équilibre entre l'ammonium d'influent et la nitrification.

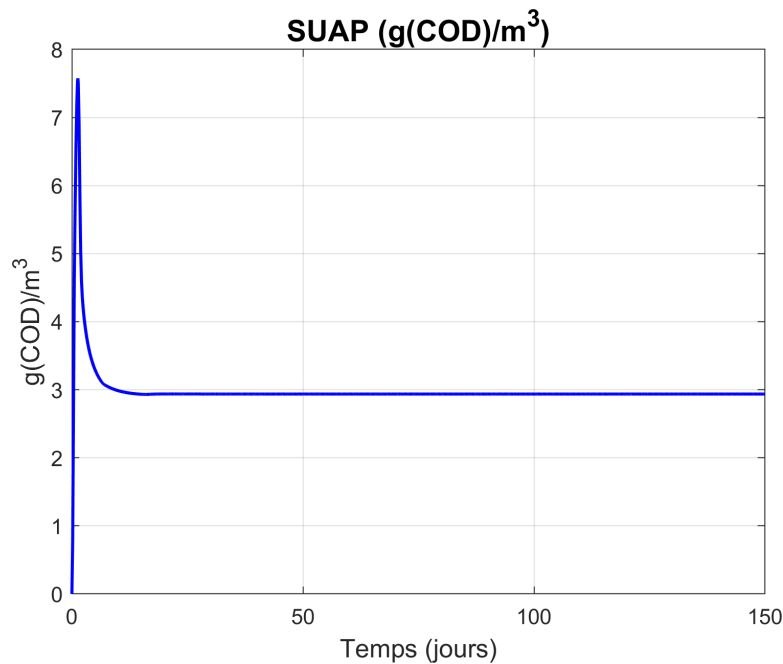


FIG. 2.10 – Produits associés à l'utilisation

La **figure 2.10**) montre l'évolution de la concentration des UAP, les produits associés à l'utilisation SUAP (g(COD)/m³), en fonction du temps (jours). On observe initialement un pic de concentration (0 à 8,9 g(COD)/m³) dû à la faible concentration de biomasse hétérotrophe. Avec l'augmentation des XBH, la concentration des UAP se stabilise à 5,7 g(COD)/m³ due à de l'équilibre entre la production et la dégradation des UAP.

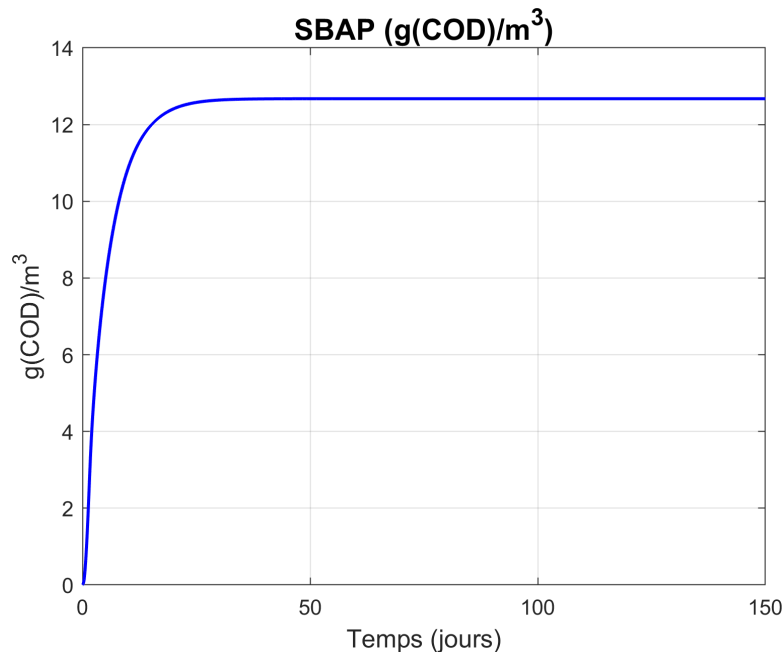


FIG. 2.11 – Produits associés à la biomasse

La **figure 2.11**) montre l'évolution de la concentration des BAP (SBAP) (g(COD)/m³) en

fonction du temps (jours). On observe une relation directe entre la biomasse et les BAP, car leur production est liée à la décroissance des hétérotrophes.

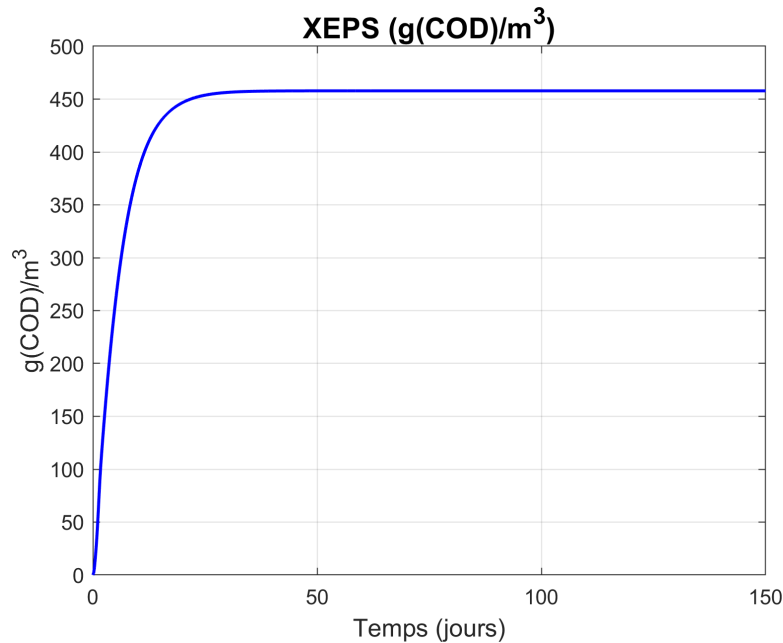


FIG. 2.12 – Évolution des substances polymériques extracellulaires

La **figure 2.12**) montre l'évolution de la concentration des EPS (XEPS) (g(COD)/m³) en fonction du temps (jours). On observe une relation directe entre la biomasse et les EPS, car leur production est liée à la croissance et à la décroissance des hétérotrophes.

## 2.6 Conclusion :

Les résultats de la simulation montrent qu'il existe des relations entre les différentes composantes du modèle et que celui-ci décrit correctement les processus de dégradation et de croissance de la biomasse, ainsi que les mécanismes de production et de dégradation des SMP et des EPS. Le modèle obtenu constitue ainsi une base fiable et prête à être utilisée pour l'étude et la modélisation du colmatage des membranes.



# Chapitre 3

Couplage du modèle  
ASM1-2nd modifié avec  
des modèles  
membranaires

## 3.1 Introduction

Dans la modélisation des procédés complexes, il est rare qu'un seul modèle puisse représenter de manière satisfaisante l'ensemble des phénomènes en jeu. Chaque modèle se concentre en général sur un aspect particulier – biologique, physique, chimique ou hydraulique – et néglige les interactions qui influencent pourtant fortement le comportement global du système. C'est dans ce contexte que la notion de couplage prend tout son sens. Elle consiste à associer plusieurs modèles distincts afin de combiner leurs forces et de rendre compte des interactions entre phénomènes. Le couplage permet ainsi de mieux reproduire la réalité du procédé, d'évaluer son fonctionnement dans des conditions variées et d'optimiser sa performance. Dans le cas des bioréacteurs à membrane, par exemple, l'association d'un modèle décrivant les réactions biologiques avec un modèle représentant les phénomènes de séparation membranaire constitue un outil puissant pour analyser et prédire le comportement du système dans son ensemble. C'est dans cette perspective que ce chapitre s'attache à présenter la notion de couplage, des modèles couplés, ses modalités de mise en œuvre et son intérêt dans le contexte des bioréacteurs à membrane.

## 3.2 Le Couplage membranaire

### 3.2.1 Notion du couplage :

Le couplage des modèles désigne l'intégration de deux ou plusieurs modèles différents afin de représenter un système de façon plus complète. Chaque modèle décrit une partie spécifique du système (par exemple un phénomène biologique, physique ou hydraulique), et le couplage consiste à les faire interagir en échangeant des informations clés comme des flux, des concentrations ou des pressions. Cette interaction peut être unidirectionnelle, lorsque les résultats d'un modèle servent uniquement d'entrée à un autre, ou bidirectionnelle, lorsque les modèles s'influencent mutuellement en permanence. Le couplage permet ainsi de prendre en compte les rétroactions entre phénomènes et de prédire le comportement global du système de manière plus réaliste que si chaque modèle était utilisé séparément.

Le couplage se fait en reliant deux modèles distincts par des variables communes : les sorties du premier modèle deviennent les entrées du second, et inversement si l'on veut un échange bidirectionnel. Concrètement, cela peut se réaliser en intégrant les équations dans un même cadre mathématique (couplage interne) ou en faisant communiquer deux programmes de simulation qui échangent des données à chaque pas de temps (couplage externe). L'important est d'identifier quelles grandeurs doivent circuler entre les modèles (par exemple des concentrations, des flux ou des pressions) et de s'assurer qu'elles sont cohérentes en termes d'unités, de pas de temps et d'échelles.

### 3.2.2 Le besoin de modéliser le colmatage

Le modèle modifié ASM1-2ND + SMP + EPS permet de décrire avec précision les processus biologiques d'un bioréacteur à membrane, en intégrant la production de produits microbiens solubles (SMP) et de substances polymériques extracellulaires (EPS). Ces composés jouent un rôle déterminant dans la formation des dépôts et l'évolution du colmatage au niveau de la membrane. Cependant, la compréhension complète du comportement d'un procédé MBR exige non seulement l'étude des processus biologiques,

mais également celle des mécanismes physiques responsables du fouling. D'où la nécessité d'un couplage avec des modèles membranaires capables de représenter la formation de couches de dépôts, l'obstruction des pores et la perte de perméabilité hydraulique. L'intégration de ces deux volets permet de mieux saisir les interactions entre la production biologique de SMP/EPS et l'accumulation de substances sur la surface membranaire. Un tel modèle couplé constitue un outil pertinent pour analyser et prédire l'évolution du colmatage, tout en offrant une base solide pour l'optimisation et la gestion des performances globales des procédés MBR.

### 3.3 Simulation des Différents Modèles couplés

Dans cette étude, nous avons couplé le modèle ASM1-2ND modifié avec quatre modèles de membranes distincts. Ces modèles reposent sur la loi de Darcy (résistances en série) et décrivent la pression transmembranaire (TMP) en fonction du flux et de la résistance totale. Chacun d'eux représente la résistance totale selon une approche différente.

#### 3.3.1 Modèle 1 : (Benyahia et al. 2024)

##### 3.3.1.1 Description du modèle :

Le modèle proposé par [Benyahia](#) et al. 2024 est une approche simplifiée et générique conçue pour modéliser le colmatage des membranes dans les bioréacteurs anaérobies à membranes (AnMBR). Il se distingue par sa focalisation sur deux mécanismes principaux de colmatage : la formation de gâteau, due à l'accumulation de solides sur la surface de la membrane, et le colmatage des pores, provoqué par la rétention de composés solubles, notamment les produits microbiens solubles (SMP), à l'intérieur des pores membranaires.

- **Mécanismes de colmatage :**

Le modèle repose sur deux mécanismes de colmatage fondamentaux, décrits avec précision pour refléter les phénomènes physiques observés dans les AnMBR :

- **Formation de gâteau :**

Des particules solides se déposent à la surface de la membrane, ce qui diminue progressivement la surface de filtration effective  $m_c(t)$  comme illustré par la [\(figure 3.1\)](#)

- **Colmatage des pores :**

Des solutés, de taille inférieure à celle des pores, obstruent partiellement ou totalement les pores de la membrane, réduisant ainsi la surface poreuse disponible  $m_p(t)$  comme représenté par la [\(figure 3.1\)](#)

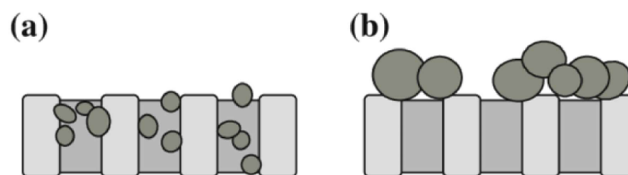


FIG. 3.1 – Encrassement de la membrane par formation de gâteau et colmatage des pores

- **Modèle de dynamique des membranes :**

La dynamique de la membrane est modélisée en tenant compte de deux effets du

colmatage :

- **La surface de filtration  $A(t)$  :**  
diminue avec l'accumulation de matières en surface  $m_c(t)$  et dans les pores  $m_p(t)$  contrairement aux modèles classiques à surface constante.
- **La résistance totale  $R(t)$  :**  
est la somme de la résistance de gâteau  $R_c(t)$  et de celle des pores  $R_p(t)$  toutes deux dépendant de  $m_c(t)$ ,  $m_p(t)$ , et de la surface  $A(t)$ .
- **Le flux  $J(t)$  :**  
est déterminé par la loi de Darcy, en fonction de la pression transmembranaire, de la viscosité, et de la résistance totale ( $R(0)+R(t)$ ), intégrant ainsi l'impact dynamique du colmatage sur la performance des AnMBR.

### 3.3.1.2 Les Équations du modèle

#### 1. Flux de perméat :

$$J(t) = \frac{Q_{\text{out}}(t)}{A(t)} = \frac{\Delta P}{\mu(R_0 + R(t))} \quad (3.1)$$

où  $Q_{\text{out}}(t)$  est le débit de sortie,  $A(t)$  la surface effective,  $\Delta P$  la pression transmembranaire,  $\mu$  la viscosité,  $R_0$  la résistance intrinsèque, et  $R(t)$  la résistance totale.

**Résistance totale au colmatage :**

$$R(t) = R_c(t) + R_p(t) \quad (3.2)$$

**Résistances spécifiques :**

$$R_c(t) = \alpha \frac{m_c(t)}{A(t)}, \quad R_p(t) = \alpha' \frac{m_p(t)}{\varepsilon A(t)} \quad (3.3)$$

où  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont les résistances spécifiques,  $m_c(t)$  et  $m_p(t)$  les masses accumulées, et  $\varepsilon$  la fraction de surface poreuse.

**Surface membranaire effective :**

$$A(t) = \frac{A_0}{1 + \frac{m_c(t)}{\sigma} + \frac{m_p(t)}{\sigma'}} \quad (3.4)$$

avec  $A_0$  la surface initiale, et  $\sigma$ ,  $\sigma'$  des paramètres de réduction.

#### • Dynamiques pendant la phase de filtration

- **Dynamique de la masse des solides attachés  $m_c(t)$  :**

$$\frac{dm_c}{dt} = Q_{\text{out}}(t) (C_s S_T + C_x X_T + C_{\text{smp}} \text{SMP}) \quad (3.5)$$

où :

- $S_T$  : total des substrats solubles (g/L),
- $X_T$  : total des matières particulières (g/L),

- SMP : produits microbiens solubles (g/L),
- $C_s, C_x, C_{\text{smp}}$  : paramètres de pondération .
- **Dynamique de la masse des particules bloquées dans les pores ( $m_p(t)$ ) :**

$$\frac{dm_p}{dt} = Q_{\text{out}}(t)(\beta_1 \text{SMP} + \beta_2 S_T) \quad (3.6)$$

où :

- $\beta_1$  : paramètre de colmatage des pores par les SMP ,
- $\beta_2$  : paramètre de colmatage des pores par  $S_T$  ( avec  $\beta_2 < \beta_1$ ).

### • Dynamiques pendant la phase de retrolavage

#### 1. Dynamique des solides attachés pendant le rétrolavage :

$$\frac{dm_c}{dt} = -\omega m_c(t) + m_{c,\text{ir}} \quad (3.7)$$

où :

- $\omega$  : taux de détachement du gâteau.
- $m_{c,\text{ir}}$  : masse irréversible de solides (g).

$$\frac{dm_p}{dt} = -\omega' m_p(t) + m_{p,\text{ir}} \quad (3.8)$$

où :

- $\omega'$  : taux de détachement du  $m_p$ .
- $m_{p,\text{ir}}$  : masse irréversible (g).

#### • Le Couplage des modèles :

Le couplage de ce modèle membranaire avec le modèle biologique se fait en considérant que S représente la somme de l'ensemble de la matière soluble, tandis que X correspond à la matière en suspension (MES), c'est-à-dire la somme de toutes les fractions X du modèle biologique. De plus, SMP est défini par la somme des fractions SUAP (produits associés à l'utilisation) et SBAP (produits associés à la biomasse).

$$S_t = \sum_{i=1} S_i \quad (3.9)$$

$$X_t = \sum_{i=1} X_i \quad (3.10)$$

Au niveau des équations dynamiques de concentration des composants biologiques, on effectue un couplage en divisant ces équations en trois groupes :

#### • La phase de filtration :

- Les solubles.

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{\text{in}} \cdot S_{i,\text{in}} - Q_{\text{out}} \cdot S_i - Q_w \cdot S_i - (S_i \cdot C_S \cdot Q_{\text{out}})) + r_i \quad (3.11)$$

avec  $i = [1, 2, 10, 11, 12, 13, 14, 15]$ .

– Les matières en suspension (MES)

$$\frac{dX_i}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} \cdot X_{i,in} - Q_w \cdot X_i - (X_i \cdot C_X \cdot Q_{out})) + r_i \quad (3.12)$$

avec  $i = [3, 4, 5, 6, 7, 8, 15]$ .

– Les SMP

$$\frac{dS_{UAP}}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} \cdot S_{UAP,in} - Q_{out} \cdot S_{UAP} - Q_w \cdot S_{UAP} - (S_{UAP} \cdot C_{SMP} \cdot Q_{out})) + r_{UAP} \quad (3.13)$$

$$\frac{dS_{BAP}}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} \cdot S_{BAP,in} - Q_{out} \cdot S_{BAP} - Q_w \cdot S_{BAP} - (S_{BAP} \cdot C_{SMP} \cdot Q_{out})) + r_{BAP} \quad (3.14)$$

• **La phase de Rétro-lavage :**

– Les solubles.

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} \cdot S_{i,in} - Q_w \cdot S_i) + r_i + (C'_S \cdot S_i) \quad (3.15)$$

avec  $i = [1, 2, 10, 11, 12, 13, 14, 15]$ .

– Les matières en suspension (MES)

$$\frac{dX_i}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} \cdot X_{i,in} - Q_w \cdot X_i) + r_i + (C'_X \cdot X_i) \quad (3.16)$$

avec  $i = [3, 4, 5, 6, 7, 8, 15]$ .

– Les SMP

$$\frac{dS_{UAP}}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} \cdot S_{UAP,in} - Q_w \cdot S_{UAP}) + r_{UAP} + (C'_{SMP} \cdot S_{UAP}) \quad (3.17)$$

$$\frac{dS_{BAP}}{dt} = \frac{1}{V} (Q_{in} \cdot S_{BAP,in} - Q_w \cdot S_{BAP}) + r_{BAP} + (C'_{SMP} \cdot S_{BAP}) \quad (3.18)$$

L'équilibre hydraulique du système peut être exprimé différemment selon la phase de fonctionnement :

— **Phase de filtration** : le débit d'alimentation est réparti entre le débit de sortie et le débit de purge

$$Q_{in} = Q_{out} + Q_w \quad (3.19)$$

— **Phase de rétrolavage** : l'ensemble du débit d'alimentation est dirigé vers la purge

$$Q_{in} = Q_w \quad (3.20)$$

- Les Paramètres de Simulation :

TAB. 3.1 – Paramètres et valeurs du modèle de [Benyahia] et al. 2024

Paramètre	Symbole	Valeur
Surface initiale du membrane	$A_0$	32.4 m <sup>2</sup>
paramètres de réduction	$\sigma$	200
paramètres de réduction	$\sigma'$	150
Coefficient du résistance spécifique 1	$\alpha$	$5 \times 10^{11}$ (m/g)
Coefficient du résistance spécifique 2	$\alpha'$	$10^{10}$ (m/g)
fraction du surface poreuse	$\varepsilon$	0.7
Pression Transmembranaire	$\Delta P$	0.2 bar
La Viscosité	$\mu$	$1.1574074 \times 10^{-13}$ (bar · j)
Resistance spécifique de la membrane	$R_0$	$5.0897 \times 10^{12}$ (m <sup>-1</sup> )
paramètres de pondération $S_t$	$C_s$	0.2
paramètres de pondération $X_t$	$C_x$	0.11
paramètres de pondération $SMP$	$C_{smp}$	0.3
paramètre de colmatage des pores par les $S_t$	$\beta_2$	0.3
paramètre de colmatage des pores par les $SMP$	$\beta_1$	0.05
taux de détachement du gâteau.	$\omega$	25
taux de détachement du pores	$\omega'$	8
facteur de réinjection de $S_t$	$C'_S$	0.0001
facteur de réinjection de $X_t$	$C'_X$	0.001
facteur de réinjection de $SMP$	$C'_{SMP}$	0.0001
Coefficient de Transfert d'oxygène	KLA	250 J <sup>-1</sup>

### 3.3.1.3 Résultats de Simulation :

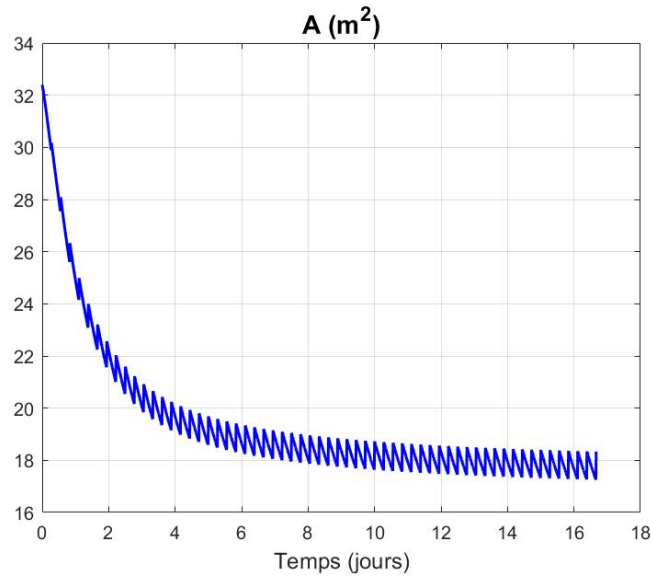


FIG. 3.2 – Évolution de la surface effective de la membrane ( $A$ )

Cette **figure 3.2**) montre l'évolution de la surface effective  $A$  sur 18 jours, avec une diminution globale progressive de  $32 \text{ m}^2$  à environ  $18 \text{ m}^2$ , marquée par des oscillations. On observe plusieurs cycles, chacun composé de deux phases : une phase de filtration plus longue où  $A$  diminue progressivement reflète l'impact du colmatage de la membrane par les solides attachés (formation de gâteau) et les composés solubles retenus dans les pores (principalement les produits microbiens solubles, SMP), et une phase de rétrolavage courte où  $A$  augmente légèrement, indiquant une récupération partielle. Ces oscillations soulignent les variations dynamiques, avec une tendance générale à la baisse due à l'accumulation progressive.

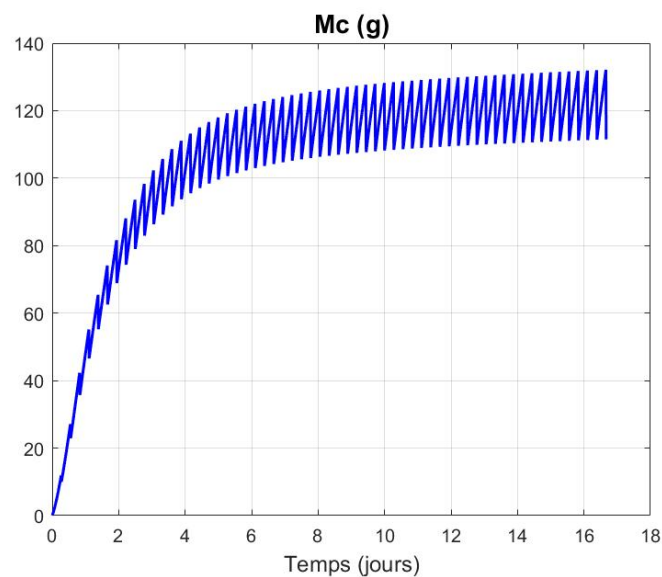


FIG. 3.3 – Évolution de la masse du gâteau ( $M_c$ ) (modèle [Benyahia] et al. 2024)

Cette courbe **figure 3.3**) illustre l'évolution de  $M_c$  (en g) sur 18 jours, avec une augmentation asymptotique de  $0 \text{ g}$  à environ  $130 \text{ g}$ , accompagnée d'oscillations prononcées. On identifie plusieurs cycles, chacun incluant une phase de filtration dominante où  $M_c$  augmente, reflétant une

accumulation correspondant à la masse de solides particulaires sur la surface de la membrane, formant une couche compacte, et une phase de rétrolavage brève où  $M_c$  diminue légèrement, montrant une réduction temporaire. Les points clés sont l'augmentation globale et les fluctuations cycliques, indiquant des variations répétitives dans le temps.

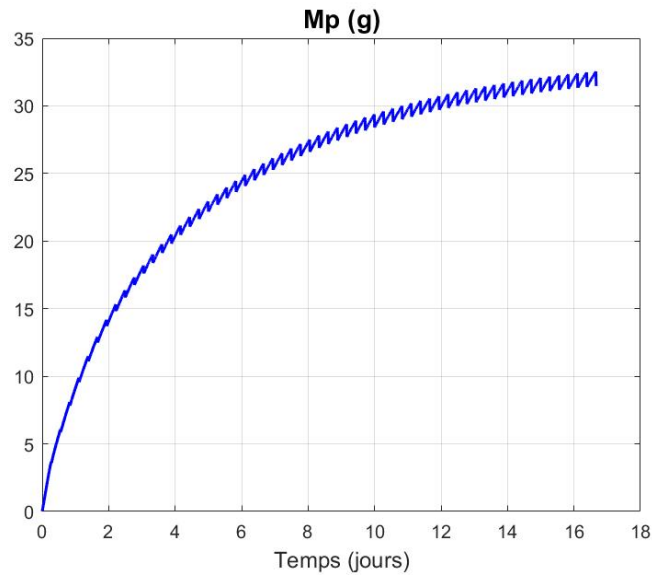


FIG. 3.4 – Évolution de la masse du gâteau ( $M_p$ ) (modèle [Benyahia] et al. 2024)

La **figure 3.4**) montre l'évolution de  $M_p$ , la masse de matière soluble retenue dans les pores (en g), sur la période de 18 jours. La courbe monte progressivement avec des oscillations, atteignant environ 30 g.  $M_p$  représente principalement les SMP (produits microbiens solubles) et d'autres composés solubles qui obstruent les pores de la membrane, causant un colmatage interne. Cette simulation met en évidence comment  $M_p$  contribue au *fouling* irréversible, augmentant la résistance des pores ( $R_p$ ).

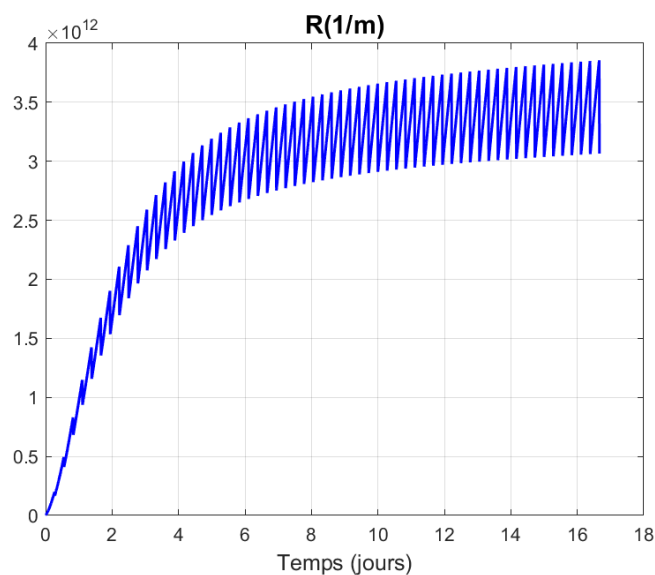


FIG. 3.5 – Évolution de la résistance totale ( $R$ )

Cette courbe **figure 3.5**) dépeint  $R(m^{-1})$ , la résistance totale de la membrane, sur 18 jours.

Elle augmente de manière asymptotique avec des oscillations, passant de 0 à environ  $3.5 \times 10^{12}$ .  $R$  est la somme de la résistance intrinsèque ( $R_0$ ), de la résistance du gâteau ( $R_c$ ) et de la résistance des pores ( $R_p$ ).

Les fluctuations reflètent les variations dans  $m_c$  et  $m_p$ . Cela entraîne une hausse de la pression transmembranaire (TMP) requise pour maintenir le flux, impactant l'efficacité énergétique de la filtration des eaux usées et nécessitant des cycles de nettoyage pour réinitialiser  $R$ .

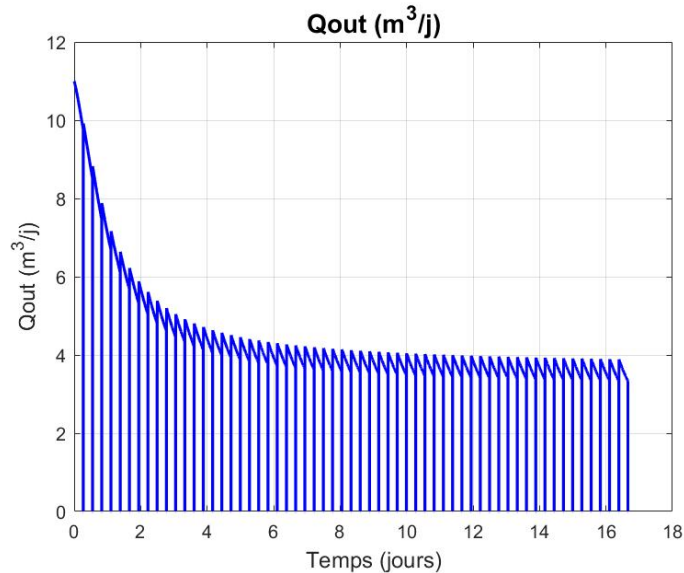


FIG. 3.6 – Évolution du débit de sortie ( $Q_{out}$ )

Cette courbe [figure 3.6](#) illustre l'évolution de  $Q_{out}$ , le débit de sortie (en  $m^3 \cdot j^{-1}$ ), sur une période de 18 jours. Elle met en évidence une décroissance oscillante, passant progressivement de  $11 m^3 \cdot j^{-1}$  à  $3,9 m^3 \cdot j^{-1}$ . Le débit de sortie est ramené à zéro durant les phases de rétrolavage. À l'issue de ces opérations, on observe une augmentation temporaire de  $Q_{out}$ , liée au détachement partiel de la couche de gâteau et au nettoyage des pores de la membrane. Toutefois, cette amélioration reste transitoire, car la valeur du débit diminue de nouveau au cours de la phase de filtration, sous l'effet du colmatage progressif de la membrane.

#### • Conclusion :

En résumé, le modèle couplé ASM1-2ND et le modèle membranaire permettent de simuler efficacement le colmatage dans les AnMBR en tenant compte de la formation de gâteau et du colmatage des pores. Les résultats montrent une baisse progressive de la surface de filtration et une hausse de la résistance, ce qui réduit le flux de perméat.

### 3.3.2 Modèle 2 : (Charfi et al. 2015)

#### 3.3.2.1 Description du modèle :

Le modèle développé par Charfi et al. (2015) a pour objectif de décrire de manière simplifiée mais représentative les phénomènes de colmatage qui se produisent dans les réacteurs biologiques à membrane (MBR) externe. Il s'appuie sur l'hypothèse que deux familles distinctes de matières sont responsables du colmatage : d'une part, les particules en suspension de taille supérieure aux pores de la membrane, totalement retenues en surface et formant un dépôt solide, et d'autre part, les produits microbiens solubles (SMP) qui, en raison de leur taille proche de la distribution des pores, peuvent s'accumuler sur la surface membranaire et à l'intérieur du dépôt particulaire. Ces deux contributions au colmatage se traduisent par deux résistances distinctes : la résistance de la couche polymère de SMP ( $R_s$ ) et la résistance du dépôt particulaire ( $R_c$ ). L'originalité du modèle réside dans la prise en compte simultanée de ces deux résistances ainsi que dans l'intégration des effets de procédures de nettoyage hydraulique, comme la relaxation et le rétrolavage, afin de prédire la dynamique de la résistance totale au cours des cycles de filtration et de nettoyage.

#### • Mécanismes de colmatage et dynamique des membranes :

Selon Charfi et al. (2015), la dynamique de colmatage des membranes peut être expliquée par trois phénomènes principaux. Le premier correspond à la formation d'un film polymère de SMP directement sur la surface membranaire, provoquant un blocage partiel ou complet des pores et une réduction de la perméabilité (voir figure 3.7). Le second est l'accumulation de particules en suspension formant un dépôt externe ou **couche de gâteau** (voir figure 3.7). Ce dépôt agit non seulement comme une barrière mécanique mais piège également une partie des SMP, ce qui entraîne une diminution progressive de sa porosité et donc une augmentation de sa résistance hydraulique. Le troisième phénomène est l'adsorption de petites molécules à l'intérieur des pores, qui provoque un rétrécissement de ces derniers. L'ensemble de ces phénomènes représente ce que l'on appelle le processus de colmatage des membranes.

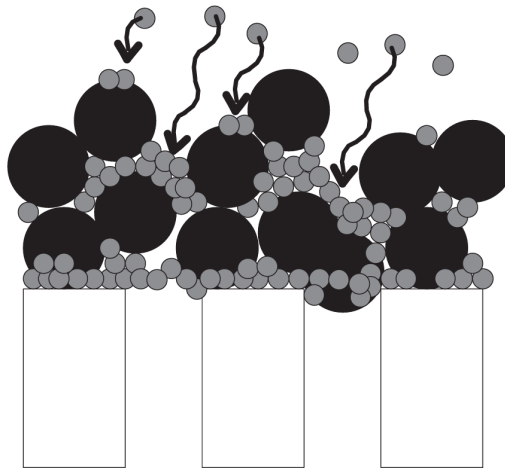


FIG. 3.7 – Formation du gâteau et Colmatage Des Pores (Charfi et al.2015)

### 3.3.2.2 Équations du modèle :

Le modèle repose sur la loi de Darcy, qui relie la pression transmembranaire (TMP) à la viscosité du perméat ( $\mu$ ), au flux de perméat ( $J_p$ ) et à la résistance totale ( $R_t$ ) :

$$TMP = \mu J_p R_t \quad (3.21)$$

La résistance totale est composée de la résistance de la membrane propre ( $R_0$ ), de la résistance de la couche polymère de produits microbiens solubles ( $R_s$ ) et de la résistance du dépôt particulaire ( $R_c$ ) :

$$R_t = R_0 + R_s + R_c \quad (3.22)$$

La résistance initiale est donnée par :

$$R_0 = \frac{TMP_0}{\mu J_p} \quad (3.23)$$

L'évolution de  $R_s$  est :

$$\frac{dR_s}{dt} = k_1 J_p \sigma S \quad \text{si } m_c \leq m_s \quad (3.24)$$

$$\frac{dR_s}{dt} = 0 \quad \text{si } m_c > m_s \quad (3.25)$$

La résistance du cake est :

$$R_c = \alpha m_c \quad (3.26)$$

La dynamique d'accumulation de masse surfacique est :

$$\frac{dm_c}{dt} = J_p (\sigma S + X) [1 - \beta (m_c - m_s)] \quad (3.27)$$

La variation de porosité est donnée par :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -k_\varepsilon \frac{\varepsilon}{\varepsilon + b} \quad (3.28)$$

avec :

$$k_\varepsilon = k_2 J_p \sigma S \quad (3.29)$$

La résistance spécifique du cake suit la relation de Kozeny–Carman :

$$\alpha = \frac{180(1 - \varepsilon)}{\rho_s d^2 \varepsilon^3} \quad (3.30)$$

et son évolution :

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{k_3(2\varepsilon_0 - 2k_\varepsilon t - 3)}{(\varepsilon_0 - k_\varepsilon t)^4} \quad (3.31)$$

avec :

$$k_3 = \frac{180 k_\varepsilon}{\rho_s d^2} \quad (3.32)$$

- **La phase de Rétrolavage :**

Le rétrolavage (backwash) consiste à inverser le flux à travers la membrane, ce qui permet de retirer à la fois le cake et la couche polymère de SMP, et de modifier la porosité du dépôt, (voir **figure 3.8**). L'évolution des grandeurs lors du rétrolavage est donnée par :

$$\frac{dm_c}{dt} = -n_1 m_c \quad (3.33)$$

$$\frac{dR_s}{dt} = -n_2 R_s \quad (3.34)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -n_3 \varepsilon \quad (3.35)$$

Les paramètres  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  et  $\eta_3$  traduisent l'efficacité du rétrolavage et dépendent de l'intensité ainsi que des conditions de nettoyage appliquées.

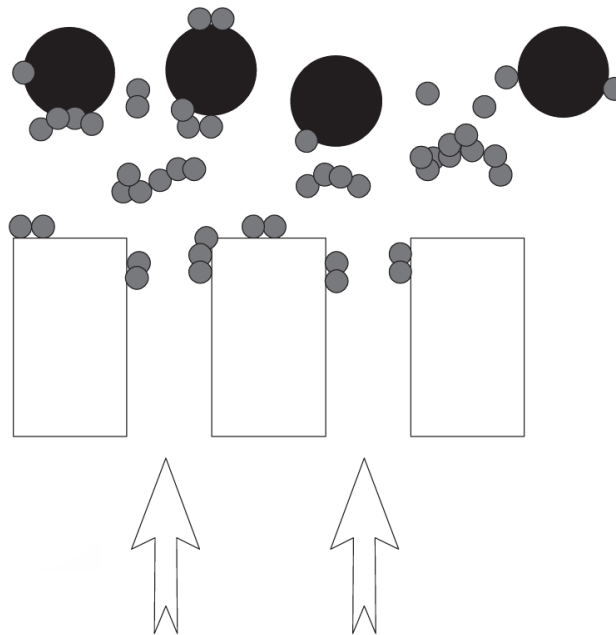


FIG. 3.8 – Rétrolavage des Pores de la Membrane ([charfi] et al.2015)

- **Couplage du modèle :**

Le couplage entre le modèle biologique et le modèle membranaire s'effectue par la représentation de  $X$  (matières en suspension, MES) dans le modèle de Charfi, remplacées par les MES dans le modèle modifié, ainsi que par les SMP, représentés par la somme de  $UAP$  et  $BAP$ .

L'équilibre hydraulique du système peut être exprimé différemment selon la phase de fonctionnement :

**Phase de filtration :** le débit d'alimentation est réparti entre le débit de sortie et le débit de purge

$$Q_{in} = Q_{out} + Q_w \quad (3.36)$$

**Phase de rétrolavage :** l'ensemble du débit d'alimentation est dirigé vers la purge

$$Q_{in} = Q_w \quad (3.37)$$

• Les Paramètres de Simulation :

TAB. 3.2 – Paramètres et valeurs du modèle de [charfi] et al. 2015

Paramètres	Symboles	Valeurs	Unités
Viscosité du perméat	$\mu$	$1.1574 \times 10^{-8}$	Pa · J
Flux du perméat	$J_p$	0.3395	$\text{m}^3/\text{m}^2 \cdot J$
Résistance spécifique de la membrane	$R_0$	$5.0897 \times 10^{12}$	$\text{m}^{-1}$
Pression trans-membranaire initiale	TMP <sub>0</sub>	$2 \times 10^4$	Pa
Constante de résistance de la couche polymère	$k_1$	$1 \times 10^{12}$	–
Fraction de produits microbiens solubles	$\sigma$	0.63	–
Masse spécifique de la couche polymère	$m_s$	0.2	$\text{g} \cdot \text{m}^{-2}$
Paramètre de cisaillement	$\beta$	0.055	$\text{m}^2/\text{g}$
Porosité initiale du gâteau	$\varepsilon_0$	0.2	–
Surface initiale du membrane	$A_0$	32.4	$\text{m}^2$
Densité du gâteau	$\rho_s$	$1 \times 10^6$	$\text{g}/\text{m}^3$
Diamètre moyen des particules du gâteau	$d$	$1,3 \times 10^{-5}$	m
Constante diminution porosité	$k_2$	$2.5 \times 10^{-3}$	$\text{m}^2\text{d}/\text{g}$
Coefficient de Transfert d'oxygène	KLA	250	$\text{J}^{-1}$
Débit du purge	Qw	0.1	$\text{m}^3/J$
Efficacité du nettoyage du gâteau	n1	400	–
Efficacité du nettoyage de la couche polymère	n2	100	–
Effet du rétrolavage sur la porosité du gâteau	n3	0.055	–

### 3.3.2.3 Résultats de Simulation :

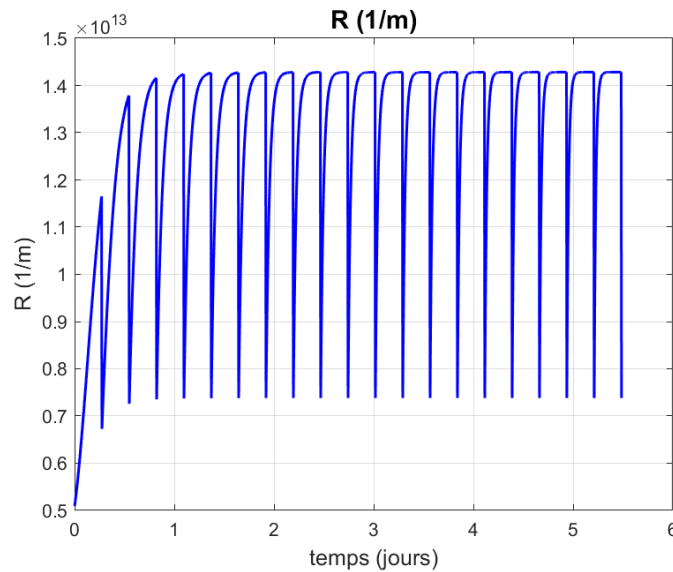


FIG. 3.9 – L'évolution de la Résistance Total

Cette **figure 3.9**) montre l'évolution de la résistance totale  $R (m^{-1})$  en fonction du temps (jours). On observe une augmentation globale de la résistance avec des oscillations, dues à l'accumulation des MES (formation du gâteau) et au colmatage des pores pendant la phase de filtration, suivies d'une diminution lors des phases de rétrolavage.

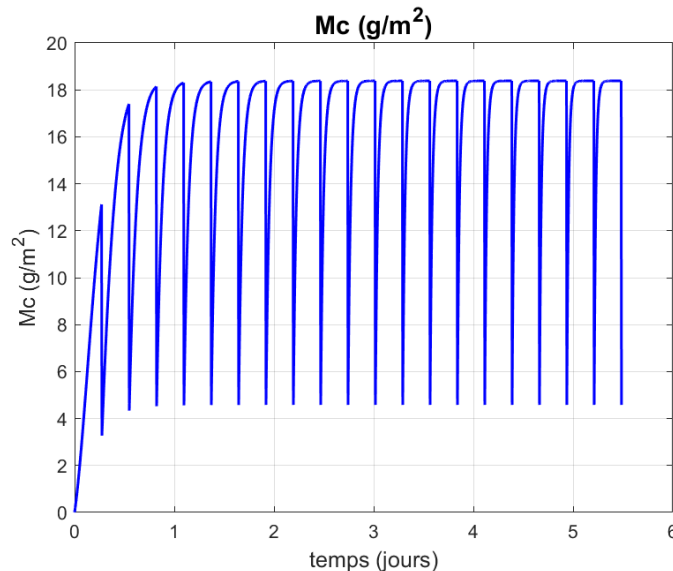


FIG. 3.10 – L'évolution du masse du gâteau

La **figure 3.10**) montre l'évolution de  $M_c (g m^{-2})$  en fonction du temps (jours). On observe une augmentation rapide de la masse du gâteau, suivie d'un équilibre oscillatoire entre  $4,5$  et  $18 g m^{-2}$ . Cette dynamique est due à l'influence du paramètre de cisaillement  $\beta$  ainsi qu'aux changements de phases entre la filtration et le rétrolavage.

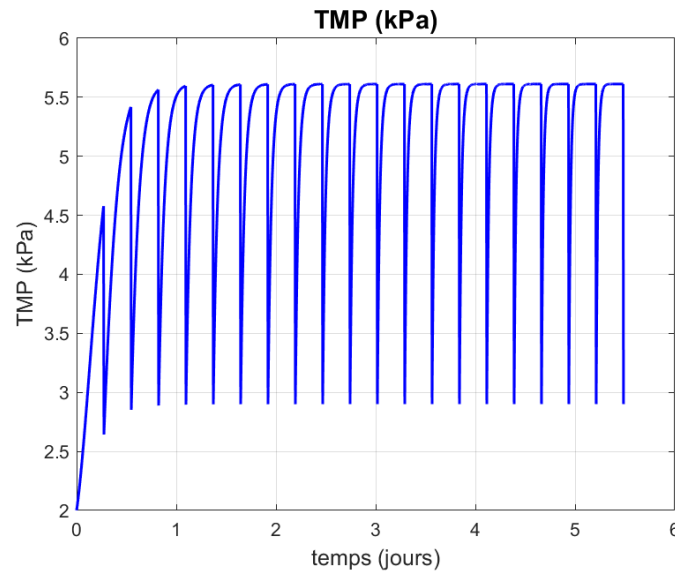


FIG. 3.11 – La pression transmembranaire

Cette **figure 3.11**) représente l'évolution de la TMP (en kPa) sur une période de 5,5 jours, montrant une augmentation rapide initiale de 2 kPa à environ 5,5 kPa, suivie d'une stabilisation avec des oscillations mineures. On observe plusieurs cycles, chacun composé de deux phases : une phase de filtration plus longue où la TMP augmente progressivement en raison de l'accumulation de foulants sur la membrane, et une phase de rétrolavage courte où la TMP diminue légèrement, indiquant une réduction temporaire de la pression due au détachement des dépôts.

• **Conclusion :**

Le modèle développé par **charfi** et al. (2015) propose une représentation claire et opérationnelle des phénomènes de colmatage dans les MBR, en distinguant explicitement l'effet des produits microbiens solubles et des solides en suspension. Sa structure, fondée sur la somme des résistances hydrauliques en série, en reliant directement ces évolutions aux paramètres de fonctionnement du système et aux caractéristiques de la suspension. L'intégration des phases de nettoyage hydraulique, relaxation et rétrolavage, offre un outil pertinent pour optimiser les cycles de filtration et de nettoyage. Ainsi, ce modèle constitue un support efficace pour ajuster les stratégies d'exploitation afin de limiter le colmatage, réduire la consommation énergétique et prolonger la durée de vie des membranes, tout en maintenant les performances de traitement.

### 3.3.3 Modèle 3 : (Zuthi et al. 2017)

#### 3.3.3.1 Description du modèle

Le modèle de [Zuthi] et al. 2017 est un modèle mathématique semi-empirique simplifié pour simuler le colmatage des membranes dans un bioréacteur à membranes immergées (MBR) aérobie. Basé sur le modèle de résistances en série, il distingue deux phases : blocage interne des pores et formation d'une couche externe (cake layer) incluant le biofilm. Il utilise des paramètres agrégés mesurables, comme la concentration en solides en suspension (MLSS) et les produits microbiens solubles (SMP).

#### • Mécanismes de Colmatage et Modèle de Dynamique des Membranes :

[Zuthi] et al. 2017 distinguent deux mécanismes principaux de colmatage, classés en interne et externe, tout en intégrant une dynamique temporelle pour refléter l'évolution progressive du fouling :

##### — Colmatage Interne (Pore Blocking et Pore Constriction) :

Le colmatage de pores est causé par des particules solubles, principalement les SMP, qui s'adsorbent dans les pores et réduisent leur rayon effectif ainsi que la porosité de surface. Ce mécanisme, dominant aux premiers stades, accroît la résistance de manière souvent irréversible. Le modèle dynamique le décrit par des équations différentielles reliant rayon des pores, porosité, flux et concentration en SMP. L'aération et le backwash n'agissent que de façon indirecte, ayant peu d'effet sur le blocage interne comparé à la couche externe.

##### — Colmatage Externe (Cake Layer Formation et Biofilm) :

Le colmatage par dépôt de particules implique l'accumulation de particules plus grandes que les pores (MLSS), formant une couche de gâteau compressible intégrant aussi le biofilm, source de résistance supplémentaire. Ce mécanisme domine à long terme, avec une croissance exponentielle liée à la compressibilité et à l'accumulation biologique. L'aération génère un cisaillement qui limite partiellement la couche, tandis que le backwash périodique améliore son détachement. Le modèle décrit cette dynamique en équilibrant l'attachement (lié au flux et à la concentration en MLSS) et le détachement via un taux moyen ( $k$ ), ce qui rend la résistance  $R_c$  évolutive et compressible.

Le modèle global de dynamique des membranes est basé sur la loi de Darcy

$$J = \frac{\text{TMP}}{\mu R_T} \quad (3.38)$$

où  $R_T$  est la résistance totale dynamique, définie par

$$R_T = R_m + R_p + R_c \quad (3.39)$$

avec  $R_m$  statique (résistance intrinsèque de la membrane). La dynamique est modélisée par des équations différentielles de premier ordre en temps ( $t$ ), intégrant l'évolution des résistances  $R_p$  (pore) et  $R_c$  (cake). Des termes exponentiels ( $e^{n_p t}$  et  $e^{n_c t}$ ) capturent l'accélération non linéaire du fouling post-phase initiale, liée à la croissance biologique et à l'augmentation de MLSS/SMP. Le détachement combiné (aération + backwash) est modélisé via  $k$  ( $0 < k < 1$ ), représentant une fraction des foulants détachés. Ce cadre permet une simulation prédictive pour des scénarios opérationnels variés, comme des MLSS croissants sans retrait de boues, et intègre des corrections pour la température (viscosité  $\mu$ ).

### 3.3.3.2 Équations du modèle

Le modèle repose sur la loi de Darcy comme base, étendue par des équations différentielles pour les résistances dynamiques.

1. Loi de Darcy pour le Flux (Équation Principale de Base) :

$$TMP = J \cdot \mu R_T \quad (3.40)$$

tel que  $J$  c'est le Flux de perméat ( $L/m^2 \cdot h$ ), et  $TMP$  c'est Pression transmembranaire (kPa), et  $\mu$  Viscosité du perméat ( $Pa \cdot s$ ), corrigée pour la température via l'équation suivante :

$$\mu_T = \mu_{20} e^{-0.0239(T-20)} \quad (3.41)$$

$\mu_{20}$  : Viscosité à 20°C ( $Pa \cdot s$ ), et  $T$  : Température du liquide mixte (°C).

2. Résistance Totale (Résistance-in-Séries) :

$$R_T = R_m + R_p + R_c \quad (3.42)$$

$R_m$  la Résistance intrinsèque de la membrane  $m^{-1}$ , et  $R_p$  c'est Résistance due au blocage des pores  $m^{-1}$ , dynamique, et  $R_c$  c'est la Résistance due à la couche de gâteau  $m^{-1}$ , dynamique.

3. Résistance due au Blocage des Pores ( $R_p$ ) :

$$R_p = e^{n_p t} \frac{8h_m}{f r_p^2} \quad (3.43)$$

ou :

$n_p$  est le Coefficient exponentiel pour la croissance de  $R_p$ ,  $h_m$  c'est Épaisseur effective de la membrane.  $f$  la Porosité effective de la membrane, évoluant via :

$$\frac{df}{dt} = -a_f c_{SMP}(t) J(t) \quad (3.44)$$

avec :

$a_f$  : Coefficient de réduction de porosité ( $3.25 m^2/kg$ ). et  $c_{SMP}(t)$  : Concentration en SMP (mg COD/L) et  $r_p$  : Rayon effectif des pores ( $\mu m$ ), évoluant via :

$$\frac{dr_p}{dt} = -a_p c_{SMP}(t) J(t) \quad (3.45)$$

$a_p$  : Coefficient de réduction de taille des pores ( $0.0000943 m^3/kg$ ).

Équation de bilan massique pour la réduction de porosité (dérivée de Busch et al., 2007) :

$$\rho_p \frac{df}{dt} = -\frac{4g_f J(t) c_{SMP}(t)}{m_{d,0} (m_{d,0}^2 - m_{d,i}^2)} \quad (3.46)$$

ou :

$\rho_p$  est Densité de la biomasse ( $kg/m^3$ ), et  $g_f$  la Fraction moyenne de particules solubles accumulées dans les pores. et  $m_{d,0}, m_{d,i}$  est le Diamètres extérieur et intérieur de la membrane (0.41 mm et 0.27 mm).

4. Résistance due à la Couche de Gâteau ( $R_c$ ) :

$$R_c = a_c h_c(t) \rho_c e^{n_c t} \quad (3.47)$$

—  $a_c$  : Résistance spécifique de la couche compressible.

—  $h_c(t)$  : Épaisseur variable de la couche de gâteau (m), évoluant via bilan massique :

$$\rho_c \frac{dh_c}{dt} = J \cdot (1 - k) C_c(t) \quad (3.48)$$

avec :

$\rho_c$  est la Densité de la couche de gâteau ( $\text{kg/m}^3$ ), et  $k$  c'est Taux moyen de détachement de la couche.  $C_c(t)$  la Concentration de particules formant la couche MLSS,  $\text{g/L}$ ), fonction du temps.  $n_c$  le Coefficient exponentiel pour la croissance de  $R_c$ .

• **Couplage des Modèles :**

Le couplage du modèle ASM1-2ND-SMP-EPS avec le modèle de [Zuthi] et al.2017 s'effectue en considérant que  $C_c(t)$  correspond au *MLSS*, lequel est représenté dans le modèle biologique par la somme des matières solides ( $\sum X_i$ ). Quant aux *SMP*, ils sont représentés par la somme des fractions *UAP* et *BAP*.

L'équilibre hydraulique du système peut être exprimé différemment selon la phase de fonctionnement :

— **Phase de filtration** : le débit d'alimentation est réparti entre le débit de sortie et le débit de purge

$$Q_{\text{in}} = Q_{\text{out}} + Q_w \quad (3.49)$$

- Les Valeurs des paramètres

Paramètres	Symboles	Valeurs
Surface de membrane	$A_0$	$32.4 \text{ m}^2$
Flux de perméat spécifique	$J_p$	$0.3395 \text{ m}^3/\text{m}^2\text{j}$
Débit sortant	$Q_{\text{out}}$	<b><math>11.0 \text{ m}^3/\text{j}</math></b>
Pression Transmembranaire	$\text{TMP}_0$	$2.2 \times 10^4 \text{ Pa}$
Viscosité dynamique	$\mu$	$1.16 \times 10^{-8} \text{ Pa} \cdot \text{j}$
Résistance initiale	$R_0$	$5.6 \times 10^{12} \text{ m}^{-1}$
Coeff. d'exponentiel	$n_p$	0.001
Coeff. d'exponentiel	$n_c$	0.0001
Résistance spécifique du gâteau	$\alpha_C$	$1 \times 10^{11} \text{ m/g}$
Coeff. de réduction de la porosité	$\alpha_F$	$3.25 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{g}$
Épaisseur de gâteau	$h_m$	$0.14 \times 10^{-3} \text{ m}$
Densité du couche gâteau	$\rho_c$	$1 \times 10^5 \text{ g/m}^3$
Densité de la biomasse	$\rho_p$	$1.0604 \times 10^6 \text{ g/m}^3$
Coeff. adsorption particules	$\alpha_P$	$9.4 \times 10^{-10} \text{ m}^3/\text{g}$
Diamètre extérieure de la membrane	$mdo$	$0.41 \times 10^{-3} \text{ m}$
Diamètre intérieure de la membrane	$mdi$	$0.27 \times 10^{-3} \text{ m}$
Fraction des particules solubles	$n_f$	0.1
Coefficient de détachement du gâteau	$K$	0.33
Débit d'eau de purge	$Q_w$	$0.3 \text{ m}^3/\text{J}$
Coefficient de Transfert d'oxygène	KLA	$250 \text{ J}^{-1}$

TAB. 3.3 – Les Paramètres et Les valeurs du Modèle [Zuthi] et al.2017

### 3.3.3.3 Résultats de Simulation

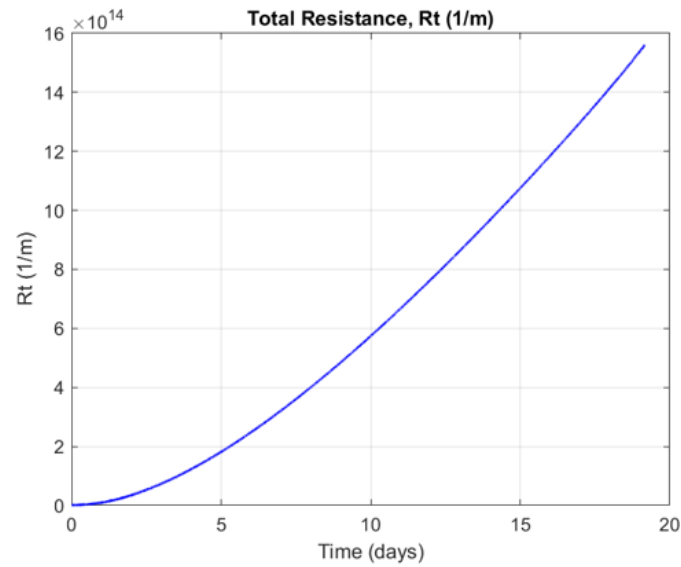


FIG. 3.12 – Évolution de la résistance totale (R)

Cette **figure 3.12**) représente l'évolution de la résistance totale R (en 1/m,) sur une période d'environ 20 jours, montrant une augmentation asymptotique progressive. L'augmentation reflète le développement dynamique du fouling sans intervention de retrolavage, où l'accumulation initiale est lente puis accélère, due à la combinaison de pore blocking par les SMP (produits microbiens solubles) et de cake formation par les MLSS

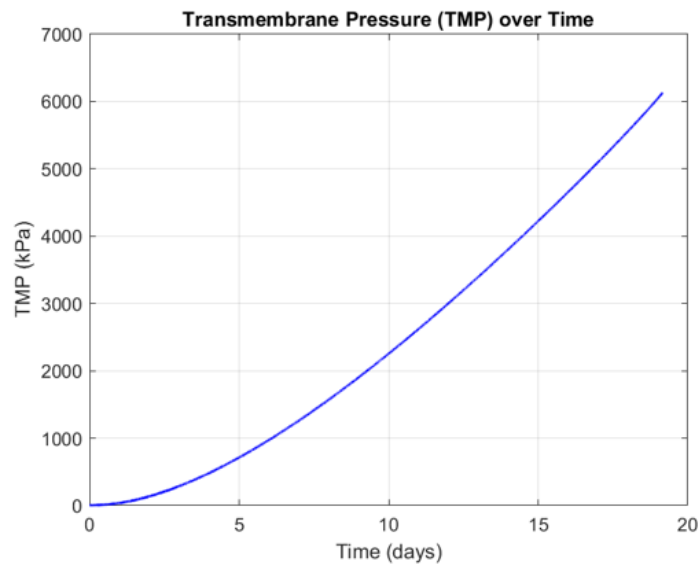


FIG. 3.13 – Évolution de la pression Transmembranaire

Cette courbe **figure 3.13**) illustre l'évolution de la pression transmembranaire (TMP), en kPa, sur une période d'environ 20 jours, montrant une augmentation exponentielle de 0 à près de 6,5 kPa, traduisant l'intensification progressive du fouling membranaire. Cette hausse est liée à l'accumulation des particules au niveau de la membrane, due à la fois à la formation d'une couche de gâteau (*cake layer*) par les matières en suspension (MLSS), qui s'accumulent en surface et créent une barrière supplémentaire à la filtration, et au blocage progressif des pores (*pore blocking*) par les produits microbiens solubles (SMP), qui réduisent la perméabilité intrinsèque de la membrane. Ainsi, à mesure que la résistance totale augmente, la TMP doit s'élever pour maintenir un flux de filtration constant, ce qui illustre clairement la dynamique non linéaire du colmatage en l'absence de toute opération de rétrolavage ou de relaxation.

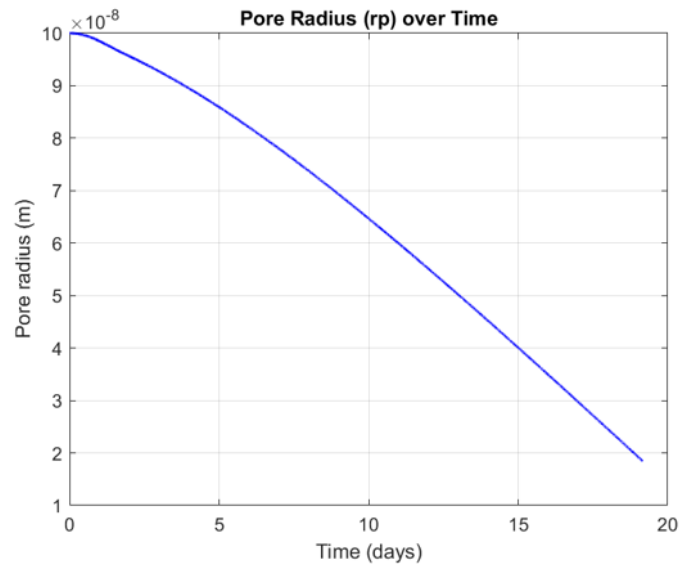


FIG. 3.14 – Réduction de la taille des pores des membranes

La **figure 3.14**) illustre la réduction progressive de la taille et du nombre de pores, conséquence directe de l'accumulation de matières en suspension à la surface et à l'intérieur du milieu filtrant. Cette obstruction des pores entraîne une diminution de la perméabilité, ce qui se traduit par la tendance décroissante observée sur le graphique.

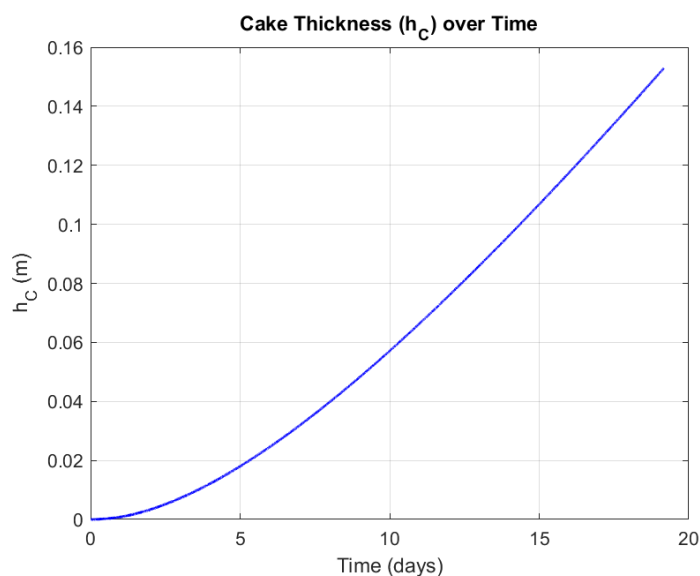


FIG. 3.15 – Épaisseur de la masse du gâteau

la **figure 3.15** montre la variation dans l'épaisseur de la masse du gâteau, L'augmentation observée sur la courbe s'explique par le colmatage progressif provoqué par le dépôt de particules. Ce phénomène implique non seulement l'accumulation de particules de taille supérieure à celle des pores, qui obstruent partiellement la structure, mais également la présence des SMP.

**• Conclusion**

Cette étude propose un modèle mathématique semi-empirique simple et pratique pour simuler le colmatage des membranes dans un bioréacteur à membrane submergé aérobie (MBR). En intégrant le blocage des pores par les produits microbiens solubles (SMP) et la formation d'une couche de gâteau par les solides en suspension (MLSS), le modèle prédit efficacement la hausse exponentielle de la pression transmembranaire (TMP). Validé par des données expérimentales, il offre un outil utile pour optimiser le contrôle du colmatage et améliorer l'efficacité opérationnelle des MBR dans le traitement des eaux usées.

### 3.3.4 Modèle 4 : (Qi Su et al.2025)

#### 3.3.4.1 Description du Modèle

Le modèle de ([Qi Su] et al.2025) offre une approche innovante pour simuler le colmatage des membranes dynamiques dans un réacteur à membrane dynamique. Il représente la résistance totale comme la somme de la résistance intrinsèque, de la couche de gâteau et du blocage des pores, en tenant compte de l'influence des solides en suspension (MLSS), des substances polymériques extracellulaires (EPS) et des produits microbiens solubles (SMP). Une fonction d'inhibition exponentielle limite la croissance excessive de la résistance, tandis que le rétrolavage par air réduit efficacement la couche de gâteau, assurant une restauration de la perméabilité. Ce modèle permet d'optimiser la gestion du colmatage pour une performance accrue des membranes dynamiques.

- **Mécanismes de Colmatage :**

Le colmatage des membranes dynamiques dans le réacteur à membrane dynamique à lots séquentiels (DMSBR) est principalement dû à deux phénomènes : la formation d'une couche de gâteau (*cake layer*) et le blocage des pores. Ces processus sont fortement influencés par les caractéristiques des boues, notamment la concentration des solides en suspension (MLSS), les substances polymériques extracellulaires (EPS), et les produits microbiens solubles (SMP) (**voir figure 3.16**). Les particules fines, les substances colloïdales et les macromolécules de SMP se déposent facilement sur la surface de la membrane ou dans ses pores, entraînant une augmentation de la pression transmembranaire (TMP) et une réduction du flux membranaire. Les Tubificidae, à une densité optimale de 2 g/L, atténuent le colmatage en réduisant les concentrations de MLSS et d'EPS tout en augmentant la taille des particules, ce qui diminue la résistance à la filtration. Cependant, une densité excessive de Tubificidae (3 g/L) peut exacerber le colmatage en raison de la production accrue d'EPS due à leur décomposition et à des comportements anormaux (sécrétion de mucus accrue, fragmentation des particules).

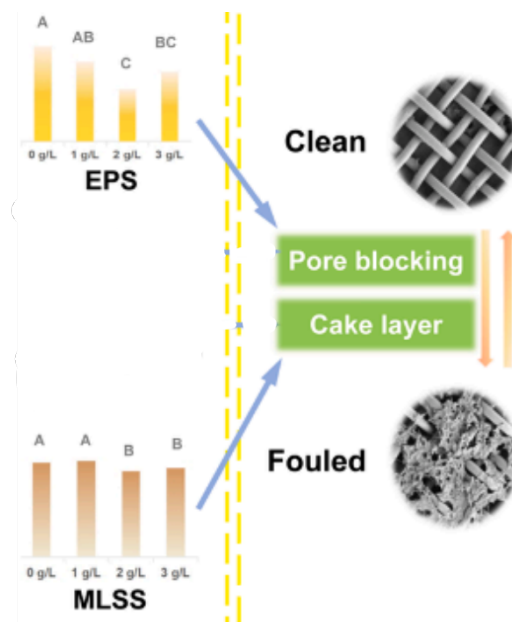


FIG. 3.16 – les produits microbiens [Qi Su] et al.2025

### 3.3.4.2 Équations du Modèle

Les équations suivantes décrivent la résistance totale de la membrane et son évolution dans Ce modèle :

— **Résistance totale :**

$$R = R_0 + R_C + R_B \quad (3.50)$$

Où  $R$  est la résistance totale ( $m^{-1}$ ),  $R_0$  est la résistance intrinsèque de la membrane propre,  $R_C$  est la résistance de la couche de gâteau, et  $R_B$  est la résistance due au blocage des pores.

— **Évolution de la résistance de la couche de gâteau :**

$$\frac{dR_C}{dt} = \alpha_C (JX_{MLSS} - m_{C,back}) \exp[-q(R_C + R_B)] \quad (3.51)$$

Où  $\alpha_C$  est la résistance spécifique de la couche de gâteau ( $m/kg$ ),  $J$  est le flux membranaire (LMH),  $X_{MLSS}$  est la concentration de solides en suspension ( $kg/m^3$ ),  $m_{C,back}$  est le flux de retour des solides dû au cisaillement ( $kg/(m^2 \cdot d)$ ), et  $q$  est une constante d'inhibition du colmatage ( $m$ ).

— **Évolution de la résistance au blocage des pores :**

$$\frac{dR_B}{dt} = k_B f_B \exp(bJ) J (S_{SMP} + X_{EPS}) \exp[-q(R_C + R_B)] \quad (3.52)$$

Où  $k_B$  est la résistance spécifique au blocage des pores ( $m/kg$ ),  $f_B$  est la fraction de SMP et EPS contribuant au blocage des pores,  $b$  est un coefficient de dépendance au flux ( $LMH^{-1}$ ), et  $S_{SMP}$  et  $X_{EPS}$  sont les concentrations de SMP et EPS ( $kg/m^3$ ).

— **Relation entre TMP, flux et résistance :**

$$R = \frac{TMP}{\mu J} \quad (3.53)$$

Où  $TMP$  est la pression transmembranaire (Pa),  $\mu$  est la viscosité dynamique de l'eau (Pa·s), et  $J$  est le flux membranaire (LMH).

#### • Mécanisme du Modèle :

Pendant la phase de filtration, le colmatage est modélisé par l'accumulation de particules (formation de la couche de gâteau) et le dépôt de composés solubles dans les pores (blocage des pores). La formation de la couche de gâteau est réversible et peut être contrôlée par des stratégies de nettoyage physique, tandis que le blocage des pores est partiellement irréversible. Les équations (3.49) et (3.50) ci-dessus décrivent respectivement l'accumulation de  $R_C$  (due à  $X_{MLSS}$ ) et de  $R_B$  (influencée par  $S_{SMP}$  et  $X_{EPS}$ ). La fonction d'inhibition  $\exp(-q(R_C + R_B))$  reflète la réduction de la surface de filtration effective à mesure que le colmatage augmente, limitant ainsi l'accumulation supplémentaire de résistance. Les résultats expérimentaux montrent que la densité optimale de Tubificidae (2 g ww/L) réduit le colmatage en minimisant  $X_{MLSS}$  et en augmentant la taille des particules, ce qui réduit la contribution des particules fines au blocage des pores.

La phase de rétro-lavage est modélisée par les deux équations suivantes, où  $w$  et  $w'$  représentent respectivement les taux de détachement du gâteau et des pores.

$$\frac{dR_c}{dt} = -\omega R_c(t) + R_{c,ir} \quad (3.54)$$

où :

- $\omega$  : taux de détachement de gâteaux.
- $R_{c,ir}$  : la résistance irréversible de gâteaux ( $1/m$ ).

$$\frac{dR_b}{dt} = -\omega' R_b(t) + R_{b,ir} \quad (3.55)$$

où :

- $\omega'$  : taux de détachement des pores,
- $R_{b,ir}$  : la résistance irréversible dans les pores ( $1/m$ ).

### • Couplage Des Modèles

Le couplage de ce modèle avec le modèle modifié s'effectue par la représentation de MLLS, SMP et XEPS au sein du modèle biologique.

L'équilibre hydraulique du système peut être exprimé différemment selon la phase de fonctionnement :

- **Phase de filtration** : le débit d'alimentation est réparti entre le débit de sortie et le débit de purge

$$Q_{in} = Q_{out} + Q_w \quad (3.56)$$

**Phase de rétrolavage** : l'ensemble du débit d'alimentation est dirigé vers la purge

$$Q_{in} = Q_w \quad (3.57)$$

• Les Paramètres de Simulation :

Paramètre	Symbole	Valeur
Surface de membrane	$A_0$	32.4 m <sup>2</sup>
Masse deS solides	$M_s$	0.12
coefficient de dépendance au flux	$b$	0.83
Viscosité dynamique	$\mu$	$1.16 \times 10^{-8}$ Pa · j
Flux de perméat spécifique	$j_p$	0.3395 m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup> j
Débit sortant	$Q_{out}$	<b>11.0 m<sup>3</sup>/j</b>
Pression Transmembranaire	TMP <sub>0</sub>	$2.0 \times 10^4$ Pa
Résistance initiale	$R_0$	$5.1 \times 10^{12}$ m <sup>-1</sup>
résistance spécifique	$K_b$	$1 \times 10^{10}$ m/g
raction de SMP $f_b$	$f_b$	0.9
Taille caractéristique	$q$	$7.5 \times 10^{-13}$ m
Charge massique de backwash	$mc_{Back}$	8 g/m <sup>2</sup> /j
la résistance spécifique de la couche de gâteau	$\alpha_C$	$5 \times 10^{11}$ m/g
taux de détachement de gâteaux	$w$	55
taux de détachement des pores	$w'$	35
Débit du purge	$Q_w$	0.3 m <sup>3</sup> /J
Coefficient de Transfert d'oxygène	KLA	270 J <sup>-1</sup>

TAB. 3.4 – Table des paramètres du modèle de [Qi Su] et al.2025

### 3.3.4.3 Résultats de Simulation

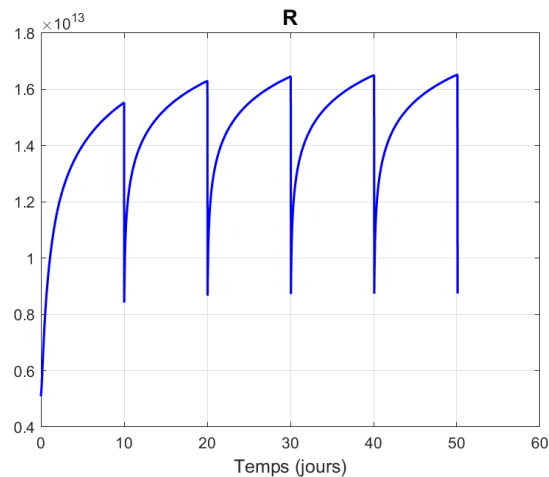


FIG. 3.17 – Résistance de la Membrane

La **figure 3.17**) illustre l'évolution de la résistance totale de la membrane ( $R$ ) sur 60 jours. On observe des cycles périodiques marqués par une augmentation progressive de  $R$ , due à l'accumulation de polluants lors de la filtration, suivie de chutes brutales correspondant aux opérations de nettoyage (rétrolavage ou traitement chimique/mécanique). Cette dynamique met en évidence le rôle essentiel des cycles de nettoyage pour prévenir le colmatage irréversible et garantir une performance stable ainsi qu'une meilleure durabilité de la membrane.

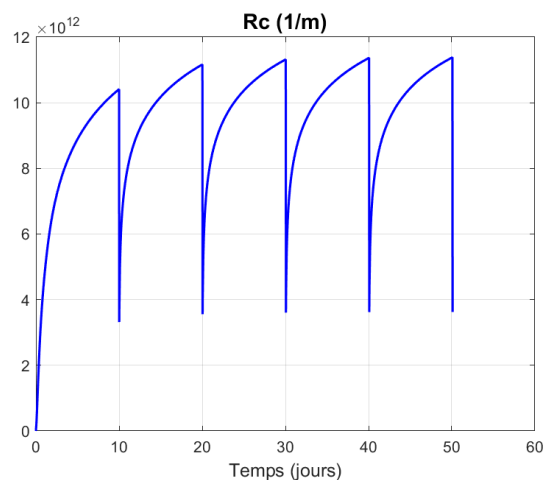


FIG. 3.18 – Résistance de du gâteau de filtration

La **figure 3.18**) montre que résistance du gâteau de filtration ( $R_c$ ) évolue de façon cyclique sur 60 jours, avec des hausses progressives atteignant  $10^{12}$  suivies de baisses abruptes lors des nettoyages.  $R_c$  résulte de la formation d'une couche compacte de solides obstruant la membrane, contribuant fortement au colmatage.

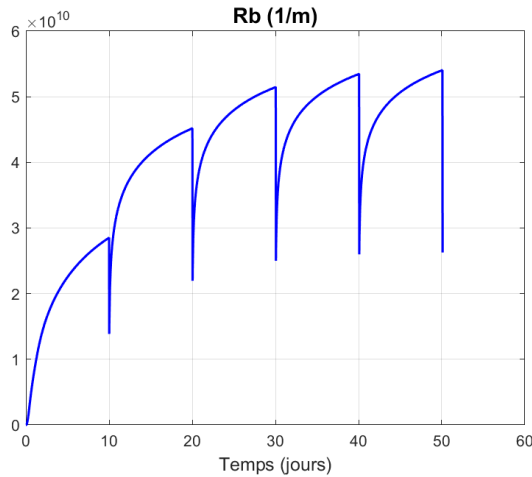


FIG. 3.19 – Résistance de la couche limite (blocage des pores)

la **figure 3.19**) L'évolution de la résistance de la couche limite ( $R_b$ ) sur 60 jours présente un profil cyclique, avec des hausses progressives jusqu'à environ  $5^{10}$  suivies de chutes nettes lors des nettoyages.  $R_b$  traduit l'effet de la polarisation de concentration à la surface de la membrane, accentué par l'accumulation de solides.

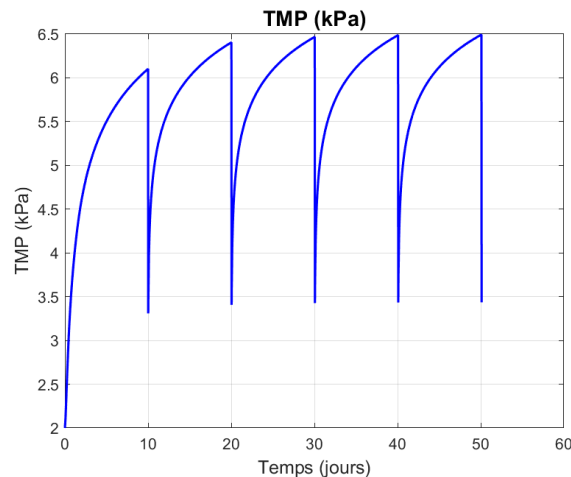


FIG. 3.20 – La pression transmembranaire

La courbe **figure 3.20**) de la pression transmembranaire ( $TMP$ ) sur 60 jours montre un comportement cyclique : une augmentation progressive jusqu'à environ 6.5 kPa, liée au colmatage de la membrane, suivie de baisses soudaines correspondant aux nettoyages. Cette dynamique illustre l'impact du colmatage sur l'hydraulique du système et l'importance des interventions périodiques pour limiter la consommation énergétique et prolonger la durée de vie du réacteur.

- **Conclusion :**

En conclusion, le modèle de Qi Su fournit une approche fiable pour décrire le colmatage des membranes en intégrant les dynamiques biologiques et physiques, avec des cycles de filtration et de nettoyage optimisés pour maintenir les performances.

## 3.4 Conclusion

En conclusion, l'étude de ces modèles montre que le modèle ASM1-2nd modifié avec des modèles membranaires simule efficacement l'évolution de la résistance membranaire, influencée par l'accumulation de solides (MLSS), et les (EPS) et (SMP). Les cycles de rétro-lavage réduisent la résistance, mais un colmatage irréversible progresse, augmentant la pression transmembranaire (TMP). Les nettoyages périodiques sont essentielle pour maintenir la performance et prolonger la durée de vie des membranes.



# Chapitre 4

**Calage du modèle  
couplé ASM1-2nd-  
modifié/Membrane**

## 4.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous appliquons le modèle de [charfi] et al. 2015 aux données recueillies dans le cadre du projet WOC WoD, inscrit dans le défi clé de la région Occitanie (France). L'objectif principal est de confronter les résultats issus des simulations aux mesures expérimentales disponibles, afin d'évaluer la capacité du modèle à représenter fidèlement la réalité observée.

## 4.2 Le besoin de calage d'un modèle

Dans toute démarche de modélisation, il est essentiel de rappeler qu'un modèle n'est qu'une représentation simplifiée de la réalité. Ses équations reposent sur des hypothèses et des paramètres qui, bien souvent, restent incertains ou difficiles à mesurer directement. Le calage intervient alors comme une étape indispensable : il consiste à ajuster ces paramètres en s'appuyant sur des données expérimentales, afin de réduire les écarts entre les prédictions du modèle et les observations réelles.

Sans ce processus, le modèle conserve un caractère purement théorique et risque de produire des résultats éloignés du comportement observé. Le calage assure donc la validité prédictive du modèle, renforce sa robustesse et garantit sa pertinence pour une utilisation opérationnelle, aussi bien en recherche qu'en ingénierie. Le calage joue un rôle majeur dans la gestion de l'incertitude et de l'identifiabilité, en particulier lorsqu'il s'agit de modéliser des systèmes complexes.

La modélisation des membranes (filtration, colmatage, fouling, etc.) illustre parfaitement ce besoin. Les performances d'une membrane dépendent de paramètres clés tels que la perméabilité, la sélectivité, la résistance hydraulique, ou encore les phénomènes de colmatage. Ces grandeurs sont fortement influencées par les conditions opératoires (pression, température, salinité, concentration en solutés, etc.) et restent difficiles à prédire uniquement à partir de modèles théoriques. Le calage sur données expérimentales devient alors une étape incontournable pour :

- Identifier les paramètres effectifs propres à chaque membrane et à chaque contexte d'utilisation.
- Améliorer la précision des simulations en tenant compte du comportement réel du matériau et des fluides.
- Mieux anticiper la performance et la durabilité des membranes dans des conditions de fonctionnement variées.

Ainsi, le calage ne constitue pas une simple opération de correction, mais bien une condition préalable à la fiabilité et à l'applicabilité des modèles dans la pratique.

### 4.2.1 Les étapes de Calage d'un modèle

### 4.2.2 Collecte et préparation des données expérimentales

La première étape du calage d'un modèle repose sur la collecte et la préparation de données expérimentales fiables et représentatives. La qualité et la diversité de ces données conditionnent directement la précision et la robustesse du modèle. Dans le cas étudié, la variation des conditions de fonctionnement, notamment par la modification du flux à plusieurs reprises, permet d'explorer différents régimes de colmatage et d'évaluer la capacité du modèle à reproduire fidèlement la dynamique observée. Les données essentielles à collecter incluent la pression transmembranaire (PTM), le flux, la concentration en solides, le temps de filtration ainsi que les paramètres physico-chimiques du milieu. Cette base de données constitue le socle expérimental nécessaire au processus de calage, garantissant une représentativité suffisante pour tester le modèle dans diverses conditions opératoires.

### 4.2.3 Analyse de Sensibilité

La deuxième étape vise à identifier les paramètres dominants à travers une analyse de sensibilité, indispensable pour éviter le sur-paramétrage et focaliser l'estimation sur les variables réellement déterminantes.

#### Sensibilité locale :

Elle consiste à évaluer l'effet d'une variation infinitésimale d'un paramètre sur la sortie du modèle.

Elle est généralement calculée via les dérivées partielles selon l'expression suivante :

$$s_i = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \theta_i} \quad (4.1)$$

Où  $S_i$  désigne l'indice de sensibilité associé au paramètre  $\theta_i$ . Cette méthode permet d'analyser précisément l'impact de chaque paramètre autour d'un point de fonctionnement donné.

#### Sensibilité globale :

Contrairement à l'approche locale, la sensibilité globale explore l'influence des paramètres sur l'ensemble du domaine de variation. Parmi les méthodes les plus utilisées, on retrouve l'approche basée sur la décomposition de la variance. L'indice de Sobol  $S_i$  se calcule selon la proportion de la variance de sortie attribuable au paramètre  $\theta_i$  :

$$S_i = \frac{\text{Var}_{\theta_i}(E[\mathbf{y} | \theta_i])}{\text{Var}(\mathbf{y})} \quad (4.2)$$

Cette approche permet d'identifier non seulement l'importance de chaque paramètre individuellement, mais également les interactions possibles entre eux, fournissant ainsi une vision plus complète et robuste de la structure du modèle.

#### Corrélation partielle de rang (PRCC)

PRCC est une méthode largement utilisée dans l'analyse de sensibilité globale. Contrairement à la simple corrélation de rang, la PRCC permet d'isoler l'effet propre d'un paramètre en contrôlant l'influence des autres. Elle est particulièrement adaptée aux analyses de sensibilité globales réalisées après un échantillonnage tel que l'échantillonnage de type Monte-Carlo. Le principe repose sur trois étapes principales.

- effectuer une régression du rang du paramètre  $X_i$  contre les autres paramètres  $X_j$ ,  $j \neq i$ , ce qui permet d'obtenir les résidus  $\varepsilon_i$  ;

- réaliser une régression du rang de la sortie  $Y$  contre les autres paramètres  $X_j$ ,  $j \neq i$ , pour obtenir cette fois les résidus  $\varepsilon_Y$  ;

- calculer ensuite la corrélation de Spearman entre les résidus  $\varepsilon_i$  et  $\varepsilon_Y$ .

Formellement, l'indice de corrélation partielle de rang associé au paramètre  $i$  s'écrit :

$$PRCC_i = \text{corr}(\varepsilon_i, \varepsilon_Y) = \frac{\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_Y)}{\sigma(\varepsilon_i) \sigma(\varepsilon_Y)} \quad (4.3)$$

avec :

$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_Y)$  est la covariance entre les résidus,

et

$\sigma(\varepsilon_i), \sigma(\varepsilon_Y)$  sont les écarts-types correspondants.

Cette méthode se révèle particulièrement efficace pour quantifier l'influence spécifique de chaque paramètre dans des modèles complexes, tout en restant robuste face aux relations monotones non linéaires.

#### 4.2.4 Estimation et Validation des Paramètres

La dernière étape consiste à ajuster les paramètres du modèle et à valider sa capacité prédictive. Dans notre cas, l'estimation repose sur la méthode des moindres carrés non linéaires, qui vise à minimiser la somme des écarts au carré entre les valeurs expérimentales et celles simulées par le modèle. L'équation de l'optimisation s'écrit :

$$\min_{\theta} \sum_{i=1}^n (y_{\text{exp},i} - y_{\text{mod},i}(\theta))^2 \quad (4.4)$$

Où  $y_{\text{exp},i}$  représente la valeur expérimentale mesurée, et  $y_{\text{mod},i}(\theta)$  la valeur prédite par le modèle en fonction des paramètres  $\theta$ .

Afin de garantir la fiabilité de cette estimation, les données sont séparées en deux ensembles : un premier ensemble de données pour l'estimation (optimisation) des paramètres sensibles et, deuxième ensemble de données utilisé pour la validation du modèle. L'évaluation repose sur l'indicateur statistique du coefficient de détermination ( $R^2$ ), défini comme suit :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_{\text{exp},i} - y_{\text{mod},i})^2}{\sum_{i=1}^n (y_{\text{exp},i} - \bar{y}_{\text{exp}})^2} \quad (4.5)$$

### 4.3 Le pilote et les données expérimentales

Le pilote a été installé au centre WOC WoD de Montpellier, en France. Il est spécifiquement destiné au traitement des eaux usées brutes dans le cadre d'un projet visant à la récupération et à la réutilisation de l'eau pour l'irrigation des espaces verts. Le dispositif se compose d'un bassin d'aération d'un volume utile de 2 m<sup>3</sup>, associé à une unité externe d'ultrafiltration équipée d'une membrane en polyéthylène sulfoné (PES) d'une surface de 1 m<sup>2</sup>.

Le fonctionnement de ce système repose sur un cycle périodique constitué de deux phases :

- une phase de filtration de 9 minutes ( $t_f = 9 \text{ min}$ )

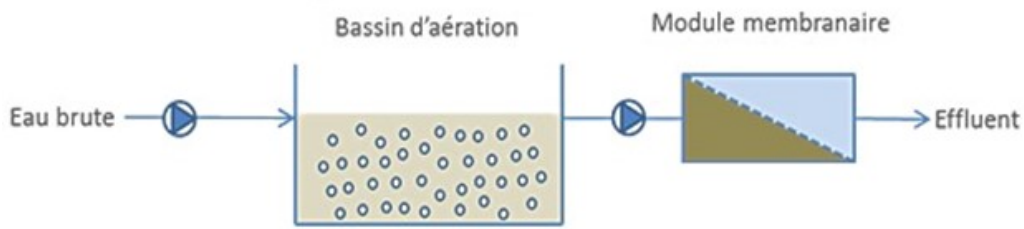


FIG. 4.1 – Réacteur avec Membrane externe

- une phase de rétro-lavage de 1 minute ( $t_b = 1$  min).

Un cycle expérimental d'une durée de 22 jours a été réalisé en mode flux constant, c'est à dire le flux de filtration est maintenu constant pour une valeur fixée, tandis que la pression transmembranaire évolue en fonction du colmatage de la membrane. Au cours de l'expérience quatre paliers successifs de flux ont été imposés :

Intervalle (jours)	LMH
0 à 0,96	3,45
0,96 à 13,13	6
13,13 à 19,75	8
19,75 à 22	10

TAB. 4.1 – Valeurs de flux(LMH) en fonction du temps

Pendant le cycle de fonctionnement, les mesures de la pression transmembranaire (PTM) ont été relevées périodiquement toutes les 10 secondes. Ces mesures sont présentées ci-dessous. **figure 4.2**)

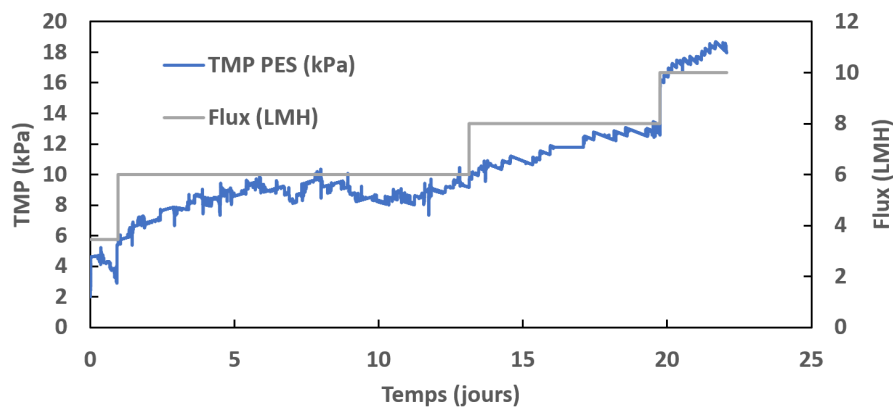


FIG. 4.2 – la pression transmembranaire expérimentale

La figure montre l'évolution de la pression transmembranaire PTM (kPa) en fonction du temps (jours) et des différents intervalles de flux (LMH). On observe une relation directe entre le flux et la PTM : à chaque augmentation du flux, la PTM s'élève, un flux plus élevé nécessite une pression transmembranaire plus importante.

De plus, dans chaque intervalle de flux, la PTM augmente progressivement au cours du temps. Cette évolution est liée au colmatage progressif de la membrane par les différents composés présents dans le réacteur.

Des mesures de la demande chimique en oxygène (DCO) totale et soluble ont été réalisées respectivement à huit reprises et à quatre reprises au cours de la période expérimentale. Les résultats obtenus sont présentés dans **la figure 4.3**)

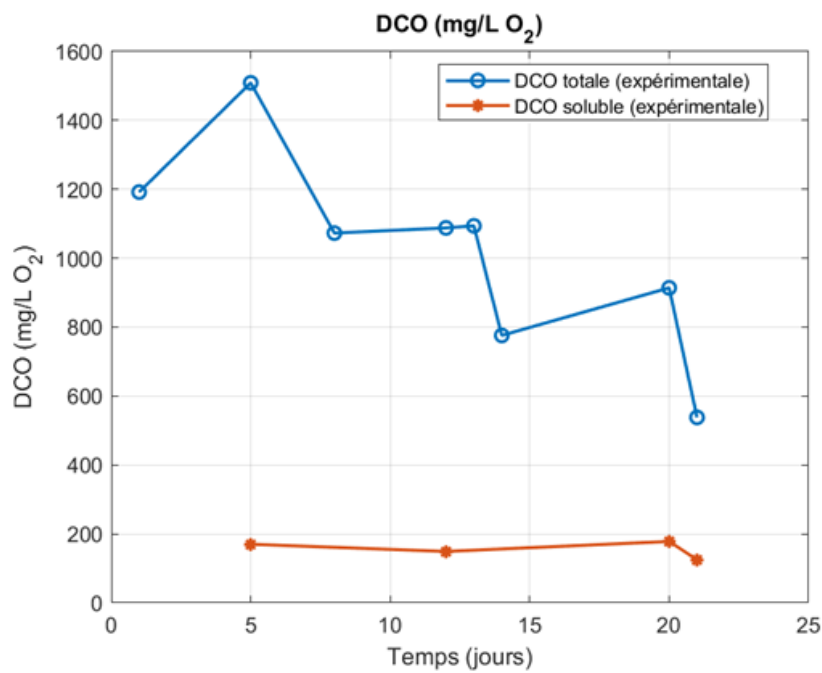


FIG. 4.3 – mesures de la demande chimique en oxygène (DCO)

## 4.4 Calage de modèle ASM1-2nd/modèle membranaire charfi et al. 2015

### — Pourquoi le modèle de [charfi] et al. 2015

Le choix du modèle de [charfi] et al. 2015 parmi les autres modèles étudiés au chapitre 3 s'explique par plusieurs raisons qui le rendent particulièrement adapté au contexte expérimental :

- il correspond directement à la configuration de l'expérience, car il décrit un réacteur aérobie associé à une membrane externe et fonctionne en flux constant avec une pression transmembranaire variable .
- il offre une description plus précise du processus de filtration en intégrant la formation progressive de la couche gâteau et l'évolution de sa porosité .
- il permet de mieux comprendre la dynamique de la filtration et de reproduire les conditions expérimentales avec plus de fidélité

### — Configuration du modèle :

Comme cette expérience a été réalisée dans le cadre de l'étude de la filtration des eaux usées brutes, sans mise en œuvre d'un bioréacteur, la biomasse active (**XH**, **XAOB**, **XNOB**) est absente. Dans ce contexte, les données obtenues ne peuvent pas être utilisées pour le calage du modèle couplé (ASM1-2ND SMP et EPS avec le modèle de [charfi] et al. 2015. À la place, nous avons choisi de réaliser le calage en nous appuyant **uniquement** sur le modèle de Charfi sans couplage. Conformément aux observations de [Laspidou] et al. 2002, les substances solubles microbiennes (SMP) représentent généralement 10 à 20 % de la DCO totale. Nous avons donc retenu une valeur de 12 % de la DCO totale pour représenter la fraction des SMP. Par ailleurs, la matière en suspension (MES), représentée dans le modèle de Charfi par la variable X, est assimilée à la différence entre la DCO totale et la DCO soluble. Cette approche est en accord avec les pratiques courantes de modélisation [Metcalf] et al. 2013, où la fraction particulaire de la DCO est considérée comme représentative de la MES.

### 4.4.1 Analyse de sensibilité :

En utilisant MATLAB/Simulink et l'application Simulink Sensitivity Analyzer, nous avons tout d'abord sélectionné les paramètres du modèle à analyser, ainsi que l'intervalle de variation associé à chacun de ces paramètres (voir tableau ci-dessous).

TAB. 4.2 – Paramètres de variation et leurs intervalles

Paramètre	Distribution	inférieure	supérieur
n1	Uniform	1	60
n2	Uniform	1	60
n3	Uniform	0.02	0.0605
$\sigma$	Uniform	0.4	0.8
$M_s$	Uniform	0.6	0.5
$\beta$	Uniform	0	0.04
$k_1$	Uniform	$9.0 \times 10^{12}$	$4 \times 10^{13}$
$k_2$	Uniform	0.00023	0.00027

Par la suite, l'outil a généré des échantillons de ces paramètres en appliquant la méthode de Monte Carlo. Pour chaque échantillon (c'est-à-dire chaque combinaison des valeurs des paramètres), une simulation du modèle a été exécutée automatiquement. À l'issue de chaque simulation, le coût associé à l'échantillon a été évalué. Les résultats obtenus pour l'ensemble des échantillons générés sont présentés dans la figure [figure 4.4](#)).

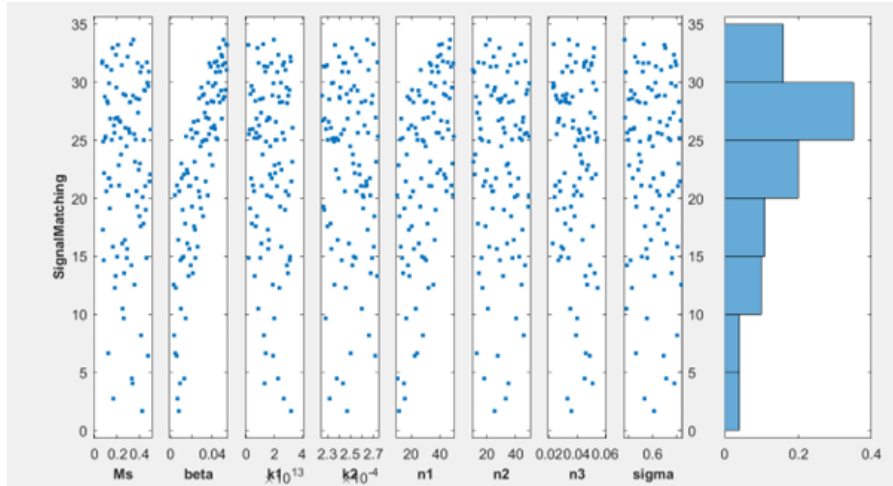


FIG. 4.4 – Les échantillons Monte Carlo

La figure représente le coût obtenu pour chaque simulation en fonction des valeurs des paramètres sélectionnés dans chaque échantillon. On observe que les deux paramètres  $n1$  et  $\beta$  présentent une relation directe avec la valeur du coût : lorsque ces paramètres augmentent, la valeur de la fonction objective augmente également.

Ensuite, l'outil calcule la sensibilité globale de chacun des paramètres en utilisant la méthode de corrélation partielle de rang (PRCC). Les résultats de ce calcul sont présentés dans la [figure 4.5](#)).

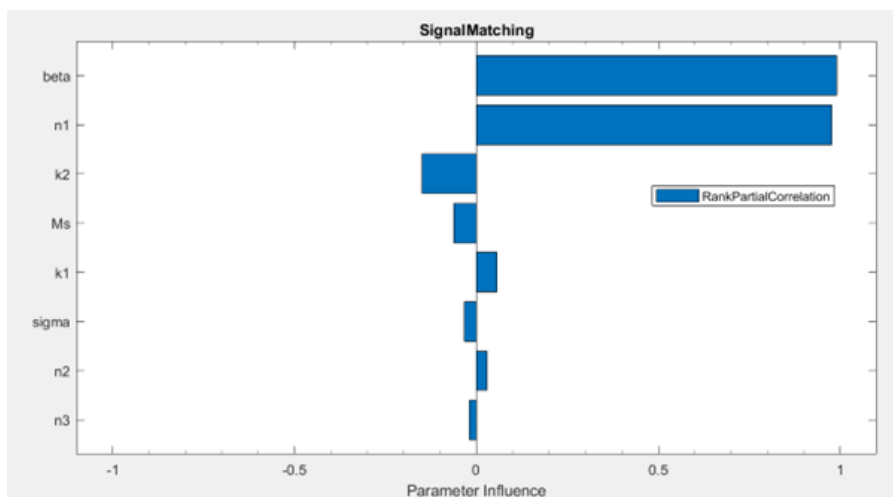


FIG. 4.5 – L'influence des Paramètres sur le coût

La figure ci-dessus présente les coefficients de corrélation partielle de rang (PRCC) estimés pour chacun des paramètres du modèle. Il apparaît que les paramètres  $\beta$  et  $n1$  exercent une influence prédominante, avec des coefficients proches de  $+1$ , traduisant une corrélation fortement positive avec le coût. Le paramètre  $k2$  présente quant à lui une influence négative modérée,

indiquant qu'une augmentation de sa valeur tend à réduire le coût. En revanche, les paramètres  $M_s$ ,  $k_1$ ,  $\sigma$ ,  $n_2$  et  $n_3$  affichent des coefficients proches de zéro, révélant une contribution négligeable à la variabilité du coût. Ces résultats permettent de conclure que les paramètres  $\beta$  et  $n_1$  sont les plus sensibles du modèle.

#### 4.4.2 Calibrage et validation du modèle

Dans cette partie, nous avons séparé les données expérimentales en deux ensembles afin de distinguer clairement la phase d'estimation de celle de validation. Le premier jeu de données, correspondant à la période de 0 à 11,2 jours, a été utilisé pour ajuster le modèle et estimer les paramètres sensibles. Le second jeu, couvrant la période de 11,5 à 22 jours, a ensuite servi à évaluer la capacité du modèle à reproduire correctement les observations, assurant ainsi une validation indépendante et objective des résultats.

Pour l'estimation des paramètres, nous avons utilisé la méthode des moindres carrés non linéaires, mise en œuvre sous MATLAB à l'aide de la fonction `fmincon`. Le principe consiste à minimiser l'écart entre les données expérimentales et les valeurs simulées par le modèle, c'est-à-dire à réduire l'erreur définie par la fonction objectif (voir ci-dessous).

$$\min_{\theta} \sum_{i=1}^n (PTM_{exp,i} - PTM_{mod,i}(\theta))^2 \quad (4.6)$$

Où  $PTM_{exp,i}$  représente la valeur expérimentale mesurée, et  $PTM_{mod,i}(\theta)$  la valeur prédite par le modèle en fonction des paramètres  $\theta = (n_1, \beta)$ .

Tout d'abord, les valeurs des paramètres les moins sensibles ont été fixées à leurs valeurs nominales. Ensuite, des valeurs initiales ont été choisies pour les deux paramètres sensibles,  $\beta$  et  $n_1$ , ainsi que leurs intervalles de variation, comme indiqué dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Symbole	Valeur
Masse spécifique de la couche polymère	$M_s$	$0.07 \text{ g} \cdot \text{m}^{-2}$
Constante de résistance de la couche polymère	$k_1$	$3 \times 10^{13}$
Constante diminution porosité	$k_2$	$2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{d/g}$
Fraction de produits microbiens solubles	$\sigma$	0.6
Efficacité du nettoyage du gâteau	$n_1$	25
Efficacité du nettoyage de la couche polymère	$n_2$	20
Effet du rétrolavage sur la porosité du gâteau	$n_3$	0.025
Paramètre de cisaillement	$\beta$	$0.01 \text{ m}^2/\text{g}$
Intervale de variation de $n_1$	$n_1$	[1 30]
Intervale de variation de $\beta$	$\beta$	[0.001 0.02]

TAB. 4.3 – Valeurs des Paramètres du modèle de charfi et al 2015

Les résultats obtenus d'optimisation sont présentés ci-dessous

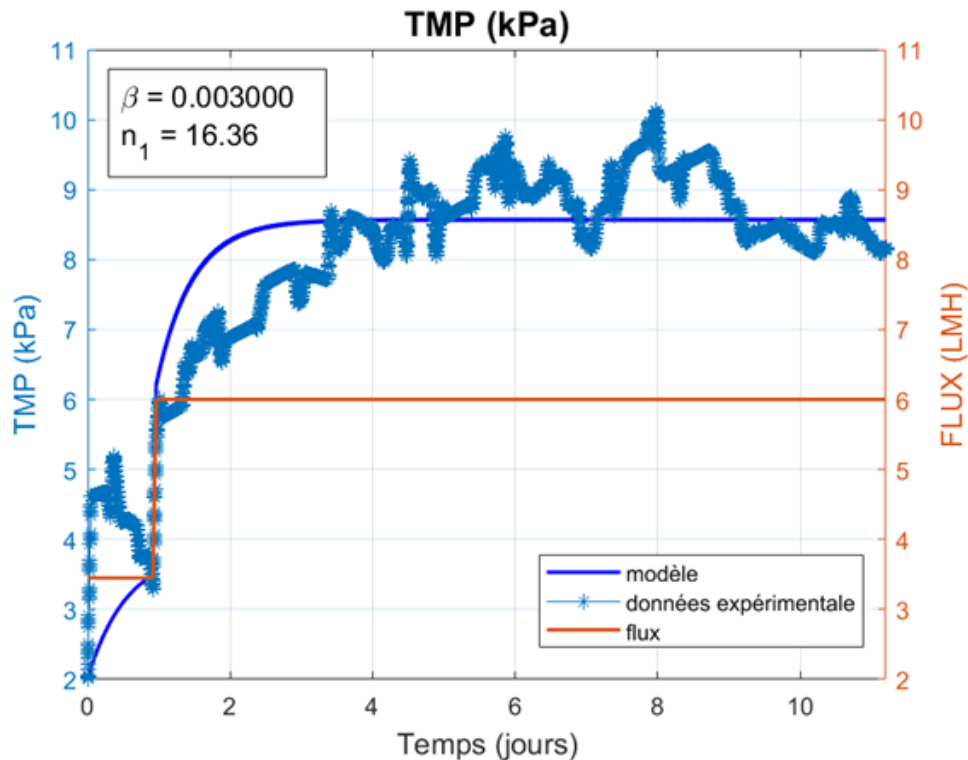


FIG. 4.6 – L'évolution de (PTM) expérimentales et des Modèles partie de L'estimation

La **figure 4.6** ci-dessus montre l'évolution temporelle de la pression transmembranaire (PTM) expérimentale et simulée, en kPa, ainsi que les valeurs fixées du flux en LMH. L'ajustement entre les données expérimentales et le modèle peut être jugé satisfaisant : malgré quelques oscillations dans la PTM expérimentale, les écarts restent limités sur toute la période d'étude (11,5 jours). Cela confirme la capacité du modèle à reproduire fidèlement les tendances générales du colmatage membranaire.

À un flux fixé de 3,45 LMH, la PTM expérimentale présente une augmentation initiale (de 2 à 4,5 kPa), suivie d'une décroissance progressive jusqu'à rejoindre la valeur du modèle. Ce comportement traduit une phase de colmatage rapide, puis une réorganisation ou un relâchement partiel de la couche de dépôts.

À un flux plus élevé de 6 LMH, deux phases sont distinguables. Durant les 4 premiers jours, la PTM croît régulièrement, avec un léger décalage entre modèle et expérience. Ensuite, entre le 4 et le 11,5 jour, une stabilisation s'observe autour de 8,5 kPa, la PTM expérimentale oscillant légèrement autour de cette valeur tandis que le modèle prédit une courbe plus régulière.

- Analyse des paramètres  $\beta$  et  $\eta_1$

Paramètre ( $\beta$ ) : Il représente l'influence du cisaillement sur le détachement de la couche de dépôt. Sa valeur très faible (0,003 m<sup>2</sup>/g) indique que l'érosion de la couche de gâteau sous l'effet du cisaillement est limitée. Autrement dit, l'augmentation du flux n'entraîne pas une élimination rapide ou importante du dépôt. Paramètre ( $\eta_1$ ) : Il correspond à l'efficacité de nettoyage du gâteau. Sa valeur relativement élevée (16,36) indique que le système est très sensible aux mécanismes de nettoyage, ce qui correspond à la stabilisation de la valeur du PTM

Enfin, le calcul du coefficient de détermination ( $R^2 = 0,71$ ) montre que le modèle présente une bonne capacité de représentation des données expérimentales, confirmant ainsi la pertinence de l'approche adoptée pour décrire le comportement de colmatage.

Pour valider le modèle, nous avons lancé une simulation sous MATLAB en utilisant les valeurs optimales de ( $\beta$ ) et ( $\eta_1$ ), ainsi que les valeurs de résistance et de PTM à l'instant 11,5 jours comme conditions initiales. Les résultats de cette simulation sont présentés ci-dessous.

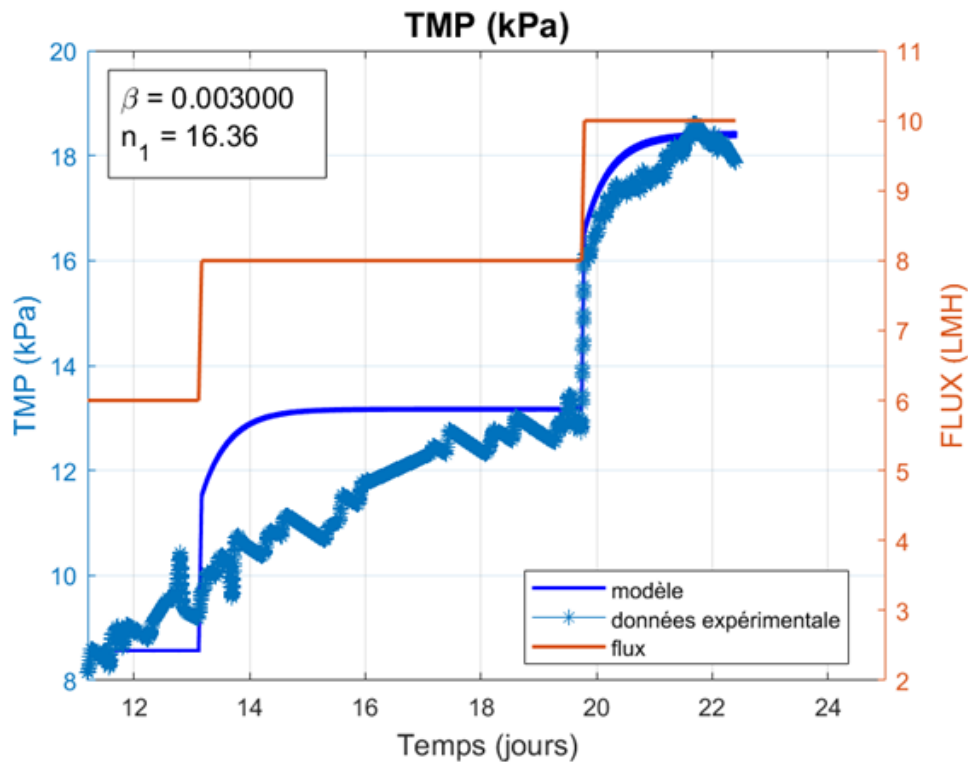


FIG. 4.7 – L'évolution de (PTM) expérimentales et du Modèles partie de L'estimation

La [figure 4.7](#)) présente l'évolution de la PTM simulée (modèle) et expérimentale en fonction du temps, ainsi que les paliers de flux appliqués entre 11,5 et 22 jours.

- Flux = 6 LMH (première phase) : la PTM simulée reste presque constante tandis que la PTM expérimentale augmente progressivement. Cela traduit un écart entre modèle et expérience pendant cette phase transitoire : le modèle sous-estime l'accumulation progressive observée expérimentalement.

- Flux = 8 LMH : le modèle montre une augmentation rapide de la PTM après une phase de stabilisation autour de 13 kPa, alors que la PTM expérimentale croît plus lentement avant de rejoindre la valeur simulée. Autrement dit, le modèle anticipe une montée plus franche que celle effectivement mesurée, mais les deux courbes finissent par converger.

- Flux = 10 LMH : les deux PTM (simulée et expérimentale) présentent une augmentation rapide après une stabilisation autour de 18,2 kPa, avec un bon accord entre elles sur cette portion. Le modèle représente correctement le comportement du système à ce niveau de flux.

les résultats montrent une bonne capacité prédictive du modèle vis-à-vis des valeurs expérimentales : le coefficient de détermination  $R^2 = 0,84$  indique que 84 % de la variance des données expérimentales est expliquée par la simulation. Cette valeur atteste que le modèle simple pro-

posé reproduit fidèlement les tendances générales du colmatage sous les conditions étudiées, et peut être considéré comme validé pour des analyses futures.

Globalement, le coefficient de détermination obtenu est  $R^2 = 0,91$ , ce qui traduit une bonne capacité prédictive du modèle vis-à-vis des données expérimentales sur l'ensemble de la période étudiée. Ce résultat confirme que le modèle est validé et peut être utilisé pour des analyses futures et des études de contrôle. La figure 4.8) présente l'évolution des deux PTM ainsi que les paliers de flux sur la période complète de 22 jours.

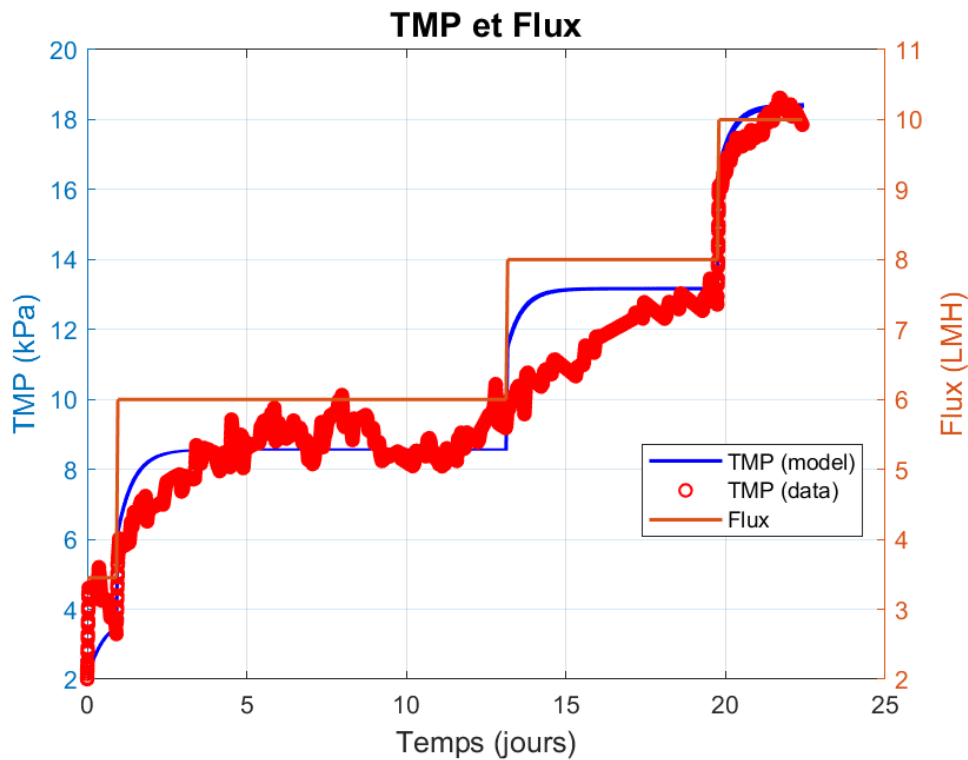


FIG. 4.8 – L'évolution du PTM expérimentale et PTM du Modèle

## 4.5 Conclusion

Ce chapitre a exposé le calage et la validation du modèle mathématique à partir des données expérimentales. Le modèle obtenu reproduit de manière satisfaisante les tendances globales du système étudié. Les résultats obtenus confirment la pertinence de ce modèle en tant qu'outil de pilotage et d'aide à la décision pour améliorer les performances du système.



# Conclusion générale et Perspectives

Au terme de ce travail consacré au calage d'un modèle couplé et à la modélisation des bioréacteurs à membranes (BRM), nous avons principalement cherché à concevoir un modèle complet décrivant à la fois la dynamique biologique du bioréacteur et la dynamique physique de la membrane (colmatage, filtration, rétro-lavage, ...).

Dans un premier temps, nous avons choisi le modèle ASM1-2ND, qui décrit bien la dynamique de dégradation de la matière carbonée et de l'azote et constitue une bonne représentation du traitement des eaux usées domestiques. Nous avons modifié ce modèle pour y introduire la dynamique des SMP et des EPS, qui jouent un rôle déterminant dans les processus de colmatage membranaire. Nous avons testé ce nouveau modèle et la compatibilité des équations ; les simulations montrent que ce modèle décrit correctement le comportement biologique.

La deuxième partie de notre travail a porté sur le couplage du modèle modifié avec quatre modèles de membrane distincts et sur la visualisation des différents phénomènes de colmatage de la membrane. Le but de cette partie est de constituer une bibliothèque de modèles couplés (biologique/membrane) prêts à l'utilisation pour les études de contrôle et d'optimisation des BRM.

Enfin, nous avons procédé au calage de l'un des modèles couplés (modèle Charfi, 2015) sur les données expérimentales collectées par WOC WOD dans le cadre du défi Clé de la région Occitanie (France). Les résultats de l'optimisation montrent que le modèle reproduit correctement les principales tendances observées, notamment l'accumulation des particules et l'évolution de la pression transmembranaire.

En conclusion, ce travail a permis de constituer une bibliothèque complète de modèles couplés biologique et membrane représentant de manière cohérente le fonctionnement des bioréacteurs membranaires (BRM). L'étude du calage sur données expérimentales montre que l'un des modèles reproduit correctement les tendances observées, en particulier l'accumulation des particules et l'évolution de la pression transmembranaire (PTM). Ces outils constituent une base opérationnelle, prête à être utilisée pour des études de pilotage, de contrôle et d'optimisation des BRM.

Les perspectives ouvertes par cette étude concernent plusieurs axes. D'une part, l'élargissement du modèle à d'autres configurations de bioréacteurs et à des eaux usées de nature différente, afin d'évaluer sa robustesse. D'autre part, l'intégration d'outils de commande prédictive ou d'intelligence artificielle permettant une adaptation en temps réel des paramètres de fonctionnement pour mieux maîtriser le colmatage.

Enfin, la disposition de données issues d'une station d'épuration (STEP) permet de caler et de valider les modèles sur des conditions réelles (débits, charges, rétro-lavages, évolution de la PTM), d'identifier la variabilité et les phénomènes transitoires, et d'obtenir des résultats exploitables pour le pilotage, l'optimisation et l'évaluation techno-économique du procédé.

# Bibliographie

- [Judd] S. Judd and C. Judd, *Mbr Book : Principles and Applications of Membrane Bioreactors for Water and Wastewater Treatment*. Butterworth-Heinemann, 2011.
- [Henze] M. Henze, W. Gujer, T. Mino, and M. Van Loosdrecht, “Activated Sludge Models ASM1, ASM2, ASM2d, and ASM3.” *Water Intelligence Online*, vol. 5, pp. 9781780402369, 2015, doi : 10.2166/9781780402369.
- [Takács] M. C. M. Van Loosdrecht, C. M. Lopez-Vazquez, S. C. F. Meijer, C. M. Hooijmans, and D. Brdjanovic, “Twenty-five years of ASM1: past, present, and future of wastewater treatment modeling.” *Journal of Hydroinformatics*, vol. 17, no. 5, pp. 697-718, 2015, doi : 10.2166/hydro.2015.006.
- [Meng] F. Meng, S.-R. Chae, A. Drews, M. Kraume, H.-S. Shin, and F. Yang, “Recent advances in membrane bioreactors (MBR) : membrane fouling and membrane material.” *Water Research*, vol. 43, no. 6, pp. 1489-1512, 2009, doi : 10.1016/j.watres.2008.12.044.
- [Naessens] W. Naessens, T. Maere, N. Ratkovich, S. Vedantam, and I. Nopens, “Critical review of membrane bioreactor models—Part 2: hydrodynamic and integrated models.” *Bioresource Technology*, vol. 122, pp. 107-118, 2012, doi : 10.1016/j.biortech.2012.05.071.
- [C. Reith] C. Reith and B. Birkenhead, “Membranes enabling affordable and cost-effective wastewater reuse as an alternative water source.” *Desalination*, vol. 117, no. 1, pp. 203-209, 1998, doi : 10.1016/S0011-9164(98)00097-6.
- [Hyun-Suk] H.-S. Oh, “Control of biological membrane fouling in MBRs for wastewater treatment by quorum quenching bacteria encapsulated in a microporous membrane.” *Environmental Science Technology*, vol. 46, no. 9, pp. 4877-4884, 2012, doi : 10.1021/es204312u.
- [Sari Erkan] H. Sari Erkan, N. Bakaraki Turan, and G. Önköl Engin, “Membrane bioreactors for wastewater treatment.” *Comprehensive Analytical Chemistry*, pp. 151-200, 2018, doi : 10.1016/bs.coac.2018.02.002.
- [Metcalf] M. Eddy, *Wastewater Engineering. McGraw-Hill Higher Education, 2013: Treatment and Resource Recovery*. 5th edition, McGraw-Hill, New York.
- [Henze.] M. Henze, M. C. M. Van Loosdrecht, G. Ekama, and D. Brdjanovic, “Biological wastewater treatment : principles, modeling, and design.” 2008, doi : 10.2166/9781780401867.

- [Tchobanoglous] G. Tchobanoglous, F. L. Burton, H. D. Stensel, and M. & Eddy, *Wastewater Engineering*. McGraw-Hill Companies, (4th edition). McGraw-Hill Education, 2003.
- [Lazarova] V. Lazarova, J.C. Bourdelot, M.L. Janex, and J.M. Laîné (1997), “Advances in wastewater disinfection : technical and economic evaluation and large-scale operation.” *Proc. WEFTEC Asia’98*, Singapore, March 8-11, 1998, 2, pp. 129-139.
- [Nicole] N. Wrage-Mönnig, M. A. Horn, R. Well, C. Müller, G. Velthof, and O. Oenema, “The role of nitrifier denitrification in nitrous oxide production revisited.” *Soil Biology and Biochemistry*, vol. 123, 2018, doi : 10.1016/j.soilbio.2018.03.020.
- [Ostace et al. 2011] G. S. Ostace, V. M. Cristea, and P. S. Agachi, “Extension of activated sludge model no. 1 with two-step nitrification and denitrification processes for improving performance.” *Environmental Engineering and Management Journal*, vol. 10, no. 10, pp. 1529-1544, 2011, doi : 10.30638/eemj.2011.214.
- [Hu] Y. Hu, X. C. Wang, Z. Yu, H. H. Ngo, Q. Sun, and Q. Zhang, “New perspective on fouling behavior and pollutant accumulation properties of sludge cake in a large-scale membrane bioreactor.” *Journal of Membrane Science*, vol. 510, pp. 10-17, 2016, doi : 10.1016/j.memsci.2016.02.058.
- [Qi Su] Q. Su, R. Wang, H. Xu, and J. Lou, “Analysis of the effect of Tubificidae on dynamic membrane bioreactor : mitigation of membrane fouling and Tubificidae-ASM3-dynamic membrane coupled model.” *Bioresource Technology*, vol. 418, p. 131899, 2025, doi : 10.1016/j.biortech.2024.131899.
- [Menniti] A. Menniti and E. Morgenroth, “Mechanisms of SMP production in membrane bioreactors : Choosing an appropriate mathematical model structure.” *Water Research*, vol. 44, no. 18, pp. 5240-5251, 2010, doi : 10.1016/j.watres.2010.06.040.
- [Poorasgari] E. Poorasgari, A. Farsi, and M. L. Christensen, “Fouling of a microfiltration membrane by humic-like substances : a mathematical approach to modeling permeate flux and membrane retention.” *Water Science and Technology*, vol. 73, no. 12, pp. 3033-3040, 2016, doi : 10.2166/wst.2016.176.
- [Laspidou] C. Laspidou, “A unified theory of extracellular polymeric substances, soluble microbial products, and active and inert biomass.” *Water Research*, vol. 36, no. 11, pp. 2711-2720, 2002, doi : 10.1016/s0043-1354(01)00413-4.
- [Sun] J. Sun, “Seasonal characteristics of supernatant organic matter and its effect on membrane fouling in a full-scale membrane bioreactor.” *Journal of Membrane Science*, vol. 453, pp. 168-174, 2014, doi : 10.1016/j.memsci.2013.11.003.
- [Janus] T. Janus and B. Ulanicki, “Activated sludge model based on ASM1 with biopolymer kinetics for integrated simulation of membrane bioreactors for wastewater treatment.” *Procedia Engineering*, vol. 119, pp. 1318-1327, 2015, doi : 10.1016/j.proeng.2015.08.958.

- [Namkung] E. Namkung and B. E. Rittmann, "Kinetics of soluble microbial product (SMP) formation by biofilms." *Water Research*, vol. 20, no. 6, pp. 795-806, 1986, doi : 10.1016/0043-1354(86)90106-5.
- [Manser] R. Manser, W. Gujer, and H. Siegrist, "Membrane bioreactor versus conventional activated sludge system : dynamics of nitrifying populations." *Water Science and Technology*, vol. 52, no. 10, pp. 417-425, 2005, doi : 10.2166/wst.2005.0719.
- [Zuthi] M. F. R. Zuthi, "New practical mathematical model of membrane fouling in a submerged aerobic membrane bioreactor." *Bioresource Technology*, vol. 238, pp. 86-94, 2017, doi : 10.1016/j.biortech.2017.04.006.
- [Benyahia] B. Benyahia, A. Charfi, G. Lesage, M. Heran, B. Cherki, and J. Harmand, "Coupling of a simple and generic membrane fouling model with biological dynamics : application to modeling an anaerobic membrane bioreactor (AnMBR)." *Membranes*, vol. 14, no. 3, p. 69, 2024, doi : 10.3390/membranes14030069.
- [Janus et al. 2013] Janus, T. (2013). Modelling and simulation of membrane bioreactors for wastewater treatment. Doctoral dissertation, De Montfort University, School of Engineering, Media and Sustainable Development, Leicester, United Kingdom.
- [Jiang] T. Jiang, "Modeling of the production and degradation of soluble microbial products (SMP) in membrane bioreactors (MBR)." *Water Research*, vol. 42, no. 20, pp. 4955-4964, 2008, doi : 10.1016/j.watres.2008.09.037.
- [charfi] A. Charfi, Y. Yang, J. Harmand, N. Ben Amar, M. Heran, and A. Grasmick, "Influence of soluble microbial products and suspended solids on membrane fouling dynamics and the interest of periodic relaxation and/or backwashing." *Journal of Membrane Science*, vol. 475, pp. 156-166, 2015, doi : 10.1016/j.memsci.2014.09.059.
- [Jie Ni] B.-J. Ni, B. E. Rittmann, and H.-Q. Yu, "Soluble microbial products and their implications in mixed culture biotechnology." *Trends in Biotechnology*, vol. 29, no. 9, pp. 454-463, 2011, doi : 10.1016/j.tibtech.2011.04.006.
- [Henri] Henri A, Collet L, Graziella D, Yves G, Martine P, and Frédéric C : Wastewater treatment, Guide ED5026 National Institute for Research and Safety (INRS), 2004.
- [Maktabifard] M. Maktabifard, "Net zero carbon condition in wastewater treatment plants : a systematic review of mitigation strategies and challenges." *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 185, p. 113638, 2023, doi : 10.1016/j.rser.2023.113638.
- [Coats] E. R. Coats and P. I. Wilson, "Towards crystallization of the water resource recovery facility (WRRF) concept : perspective of key stakeholders." *Environmental Science Technology*, vol. 51, no. 8, pp. 4158-4164, 2017, doi : 10.1021/acs.est.7b00363.
- [MWEA] Michigan Water Environment Association. (2012). Annual Report : Adoption of WRRF Terminology. MWEA Publications. [CWEA](#)

## Résumé

En réponse à la raréfaction croissante des ressources en eau, la réutilisation des eaux usées traitées s'impose comme une solution durable et stratégique. Ce travail de recherche s'inscrit dans cette dynamique et porte sur le développement et le test d'une bibliothèque de modèles couplés décrivant les processus biologiques et physiques des bioréacteurs à membranes (BRM). Il inclut également le calage de l'un de ces modèles à partir de données expérimentales, afin d'améliorer sa précision et son applicabilité. Cette approche vise à approfondir la compréhension du fonctionnement des BRM, à optimiser leurs performances et à contribuer à une gestion plus efficace et durable des ressources en eau.

**Mots clés :** Flexibilité, Modélisation, Réutilisation, Optimisation, Calage, BRM, Traitement des eaux usées, Modèle ASM, Colmatage.

## Abstract

In response to the growing scarcity of water resources, the reuse of treated wastewater has emerged as a sustainable and strategic solution. This research work falls within this framework and focuses on the development and testing of a library of coupled models describing the biological and physical processes of membrane bioreactors (MBRs). It also includes the calibration of one of these models using experimental data in order to improve its accuracy and applicability. This approach aims to deepen the understanding of MBR operation, optimize their performance, and contribute to a more efficient and sustainable management of water resources.

**Keywords :** Flexibility, Modelling, Reuse, Optimization, Calibration, BRM, Wastewater treatment, ASM model, fouling.

## ملخص

استجابةً للندرة المتزايدة في الموارد المائية، تُعد إعادة استخدام مياه الصرف الصحي المعالجة حلاً مستداماً واستراتيجياً. يندرج هذا العمل البحثي ضمن هذا الإطار، حيث يركز على تطوير واختبار مكتبة من النماذج المقترنة التي تصف العمليات الحيوية والفيزيائية في المفاعلات الحيوية الغشائية (BRM).

كما يتضمن هذا العمل معايرة أحد هذه النماذج اعتماداً على البيانات التجريبية بهدف تحسين دقته وقابليته للتطبيق. تهدف هذه المقاربة إلى تعميق الفهم لآلية عمل المفاعلات الحيوية الغشائية، وتحسين أدائها، والمساهمة في إدارة أكثر كفاءة واستدامة للموارد المائية.

**الكلمات المفتاحية:** المرونة، النمذجة، التحكم، إعادة الاستخدام، التحسين، المعايرة، المفاعلات الغشائية الحيوية، معالجة مياه الصرف الصحي، الملاحظة، الحمأة المنشطة، انسداد الغشاء.