

# Mémoire

Présentée

A L'UNIVERSITÉ DE TLEMCEN  
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE ET D'ELECTRONIQUE

Pour l'obtention du diplôme de

**MASTER**

Spécialité : “ Réseaux et Systèmes de Télécommunications”

Par

BENDIABDALLAH Mohamed Youssef

## **OPTIMISATION DES FILTRES SELECTIFS EN LONGUEUR D'ONDES À BASE DES CRISTAUX PHOTONIQUES UNIDIMENSIONNELS**

Soutenu en Juin 2013 devant le Jury :

BAHRI Sidi Mohammed	Maitre de conférences (B) à l'université de Tlemcen	Président
DJELTI Hamida	Maitre de conférences (B) à l'université de Tlemcen	Examinateur
M'HAMEDI Mohammed	Maitre-Assistant (A) à l'EPST de Tlemcen	Examinateur
ABRI Mehadjji	Maitre de conférences (A) à l'université de Tlemcen	Encadreur
ABRI Née BADAOUI Hadjira	Docteur à l'université de Tlemcen	Co- Encadreur

---

## Résumé

Ce travail de mémoire constitue une contribution sur les cristaux photoniques planaires unidimensionnels dans le domaine de l'optique intégrée. Dans ce travail, nous avons étudié l'analogie formelle existante entre l'électron et le photon. Nous avons essayé de définir les cristaux photoniques, et plus précisément les cristaux unidimensionnels. Nous avons par la suite, étudié les caractéristiques géométriques des cristaux photoniques afin de pouvoir les intégrer dans des systèmes optoélectroniques en tant que composants de filtrage. En effet, notre travail a présenté un intérêt très particulier sur la capacité de filtrage des cristaux photoniques unidimensionnels planaires d'une longueur finie en intervenant sur la géométrie des couches des semi-conducteurs qui les composent afin que le filtre sélectif à base de CP-1.5D puisse résonner à une fréquence exigée par un cahier des charges. Pour se faire, nous avons utilisées des méthodes stochastiques, à savoir « *le recuit simulé* » ainsi que « *l'algorithme génétique* » implémentés sous le logiciel de calcul *MATLAB* pour pouvoir intervenir sur les dimensions des différentes couches qui forment le filtre sélectif. Grâce à ces deux méthodes nous avons appris que changer l'épaisseur des couches qui composent le filtre induisait à changer la fréquence de résonance de ce dernier, mais aussi que pour une fréquence donnée, au moins deux résultats sont possibles, car pour une fréquence exigée  $f_x$ , chaque méthode donnait un résultat différent de l'autre.

**Mots clés** : Cristaux photoniques unidimensionnels, algorithme génétique, recuit simulé, filtres sélectifs en longueur d'ondes, optimisation.

---

## *Dédicace*

*A mon père...*

*A ma mère...*

*A mes frères...*

*A mes amis, Yasmine Saboundji, Mokhtar Korti,  
Abdeslam Belkhiter, ImeneSeladji, Bilal Beldjilali,  
Raouida Bendahmane, Ismail Ould Ahmed, AssiaFkier,  
Brahim Benmostefa, Tarik Gourari, Sarah Mahi,  
Hocine Hamel, Amine Hamzaoui, AdilaNemich,  
Oussama Benmaamar, à toute la promotion RST 2013  
ainsi qu'à toute personne ayant contribué de près ou de  
loin à l'aboutissement de ce modeste travail...*

*A toute personne ayant soif de savoir et défié les  
difficultés....*

---

## *Remerciements*

---

*“Imagination is more important than knowledge. For knowledge is limited, whereas imagination embraces the entire world, stimulating progress, giving birth to evolution.”*

*Albert Einstein*

*Je remercie tout d’abord Dieu tout puissant de nous avoir donné la force et le courage pour mener à bien ce modeste projet.*

*Au terme de ce travail, j’adresse mes remerciements les plus sincères à mes encadreurs Monsieur et Madame ABRI, pour m’avoir permis de bénéficier de leur grand savoir en la matière, pour leur pédagogie, leur compétences, leur disponibilité, leur modestie ainsi que leur aide précieuse tout au long de ce modeste travail.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur S. M. BAHRI Maître de conférences (A) à l’université Abou-Bekr Belkaid, de me faire l’honneur de présider le jury de soutenance, ainsi qu’à Madame H. DJELTI Maître de conférences (A) à l’université Abou-Bekr Belkaid et Monsieur M. M’HAMEDI Maître-Assistant à l’université à l’EPST de Tlemcen, qui ont bien voulu assurer la tâche d’examineurs et de consacrer une partie de leur temps pour porter leur jugement à ce modeste travail.*

*Ma profonde gratitude s’adresse à Mr le professeur Fathi Tarik BENDIMERAD, responsable du laboratoire de télécommunication de Tlemcen LTT.*

*Ensuite, j’exprime ma profonde gratitude à tous les enseignants de l’université de Tlemcen pour la qualité de l’enseignement qu’ils nous ont prodigué durant notre parcours universitaire.*

---

# Table des matières

Remerciements .....	i
Table des matières.....	ii
Liste des figures .....	iv
Liste des tableaux .....	vi
Introduction générale .....	1

## Chapitre I - Généralités sur les cristaux photoniques

---

I. 1. Introduction .....	3
I. 2. Analogie électron-photon .....	3
I. 2. 1. Étude électrique .....	3
I. 2. 2. Étude électromagnétique .....	8
I. 3. Définitions .....	13
I. 4. Les cristaux photoniques à une dimension (Miroirs de Bragg) .....	14
I. 4. 1. Caractéristiques physiques et géométriques d'un cristal photonique unidimensionnel .....	15
I. 4. 1. 1. Contraste d'indice .....	15
I. 4. 1. 2. La Période $\delta$ .....	16
I. 4. 1. 3. Facteur de remplissage $f$ .....	16
I. 5. Techniques de modélisation .....	16
I. 5. 1. Décomposition en ondes planes .....	16
I. 5. 2. Différences finies dans le domaine temporel .....	17
I. 6. Conclusion .....	17

## Chapitre II - Les méthodes stochastiques

---

II. 1. Introduction .....	19
II. 2. Les algorithmes génétiques .....	19
II. 2. 1. Principes de l'algorithme génétique .....	19
II. 2. 2. Caractéristiques des algorithmes génétiques .....	21
II. 2. 3. Codage des paramètres .....	21
II. 2. 4. Fonction d'évaluation (Fitness) .....	22
II. 2. 5. Création de la population initiale .....	23
II. 2. 6. Opérateurs de l'AG .....	23
II. 2. 6. 1. Sélection .....	23
II. 2. 6. 1. 1. Sélection par décimation .....	24
II. 2. 6. 1. 2. Sélection proportionnelle .....	24
II. 2. 6.1.3. Sélection par tournois .....	25
II. 2. 6. 2. Croisement .....	25

II. 2. 6. 2. 1. Croisement en un point .....	26
II. 2. 6. 2. 2. Croisement en deux points .....	26
II. 2. 6. 2. 3. Croisement uniforme .....	27
II. 2. 6. 3. Mutation .....	28
II. 2. 7. Cycle de l'AG .....	29
II. 2. 8. Applications de l'AG .....	29
II. 2. 9. Avantages et inconvénients .....	29
II. 3. Recuit simulé .....	31
II. 3. 1. Caractéristiques du Recuit Simulé .....	31
II. 3. 1. 1. Température .....	31
II. 3. 1. 2. Température Initiale $T_0$ .....	32
II. 3. 1. 3. Décroissance de la température .....	32
II. 3. 1. 4. Chaîne de Markov .....	34
II. 3. 2. Critère de Metropolis .....	34
II. 3. 3. Choix du nouveau point et décroissance de la température .....	35
II. 3. 4. L'algorithme de BOLTZMANN (BA: Boltzmann Annealing) .....	37
II. 3. 5. Recuit Rapide (FA : FastAnnealing) .....	37
II. 4. Conclusion .....	38

### **Chapitre III - Le filtrage sélectif en longueur d'onde dans les cristaux photoniques 1.5D**

III. 1. Introduction .....	39
III. 2. Défaut ponctuel dans les CPs-1D .....	40
III. 3. Les cristaux photoniques unidimensionnels en géométrie guides d'ondes CPs-1.5D .....	42
III. 3. 1. Les filtres sélectifs en longueur d'onde à CPs-1.5 D .....	42
III. 3. 2. Présentation des résultats de simulation .....	43
III. 3. 2. 1. Pour la longueur d'onde $1.95\mu\text{m}$ .....	43
III. 3. 2. 2. Pour la longueur d'onde $1.85\mu\text{m}$ .....	46
III. 3. 2. 3. Pour la longueur d'onde $1.75\mu\text{m}$ .....	48
III. 3. 2. 4. Pour la longueur d'onde $1.65\mu\text{m}$ .....	50
III. 3. 2. 5. Pour la longueur d'onde $1.55\mu\text{m}$ .....	53
III. 3. 2. 6. Pour la longueur d'onde $1.40\mu\text{m}$ .....	55
III. 3. 2. 7. Pour la longueur d'onde $1.30\mu\text{m}$ .....	57
III. 3. 2. 8. Pour la longueur d'onde $1.20\mu\text{m}$ .....	59
III. 3. 2. 9. Pour la longueur d'onde $1.10\mu\text{m}$ .....	61
III. 3. 2. 10. Aperçu du filtre après optimisation .....	62
III. 4. Conclusion .....	63
Conclusion générale .....	64
Référence bibliographique .....	65

# Liste des figures

<b>Figure I. 1.</b> Potentiel électrique dans un cristal unidimensionnel .....	3
<b>Figure I. 2.</b> Puits de potentiel électrique carré périodique .....	4
<b>Figure I. 3.</b> Diagramme de dispersion .....	6
<b>Figure I. 4.</b> Bandes permises et bandes interdites .....	7
<b>Figure I. 5.</b> Distribution de la permittivité électrique le long de la distribution x dans une modélisation 1D d'un cristal photonique .....	9
<b>Figure I. 6.</b> Les différents types de cristaux photoniques : Unidimensionnels (1D), bidimensionnels (2D) et tridimensionnels (3D) .....	13
<b>Figure I. 7.</b> Cristaux photoniques naturels : (a) opale, (b) papillon morfeus.....	14
<b>Figure I. 8.</b> Représentation schématique de l'interface des ondes réfléchies par chaque dioptre .....	15
<b>Figure I.9.</b> Périodes d'un cristal photonique unidimensionnel .....	16
<hr/>	
<b>Figure II. 1.</b> Les cinq niveaux d'organisation de l'algorithme génétique.....	20
<b>Figure II. 2.</b> Gène (paramètre du dispositif) codé par un entier long (16 bits).....	22
<b>Figure II. 3.</b> Sélection proportionnelle de 5 individus.....	25
<b>Figure II. 4.</b> Représentation schématique du croisement en 1 point.....	26
<b>Figure II. 5.</b> Représentation schématique du croisement en deux points.....	26
<b>Figure II. 6.</b> Représentation schématique du croisement uniforme.....	27
<b>Figure II. 7.</b> Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.....	27
<b>Figure II.8.</b> Principe de l'auto adaptation.....	28
<b>Figure II. 9.</b> Cycle complet d'un algorithme génétique.....	28
<b>Figure II.10.</b> Parcours de l'espace de recherche avec le recuit simulé.....	31
<b>Figure II. 11.</b> Algorithme du recuit Simulé (SimulatedAnnealing).....	36
<hr/>	
<b>Figure III. 1.</b> Spécification des fonctions désirée et synthétisée.....	39
<b>Figure III. 2.</b> Représentation schématique d'un CP 1D ayant un défaut ponctuel.....	41
<b>Figure III. 3.</b> Structure du filtre sélectif à base d'un CP 1.5D en incidence normale.....	42
<b>Figure III. 4.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde.....	44
<b>Figure III. 5.</b> Evolution de l'erreur pour 1.95 $\mu$ m : (a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	45
<b>Figure III. 6.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde .....	46
<b>Figure III. 7.</b> Evolution de l'erreur pour 1.85 $\mu$ m : (a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	47
<b>Figure III. 8.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde .....	48
<b>Figure III. 9.</b> Evolution de l'erreur pour 1.75 $\mu$ m : (a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	49

---

<b>Figure III. 10.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde .....	50
<b>Figure III. 11.</b> Evolution de l'erreur pour 1.65 $\mu\text{m}$ :	
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	51
<b>Figure III. 12.</b> La Transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.55 $\mu\text{m}$ .....	52
<b>Figure III. 13.</b> Evolution de l'erreur pour 1.55 $\mu\text{m}$ :	
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	53
<b>Figure III. 14.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.40 $\mu\text{m}$ .....	54
<b>Figure III.15.</b> Evolution de l'erreur pour 1.40 $\mu\text{m}$ :	
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	55
<b>Figure III. 16.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.30 $\mu\text{m}$ .....	56
<b>Figure III. 17.</b> Evolution de l'erreur pour 1.30 $\mu\text{m}$ :	
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	57
<b>Figure III. 18.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.20 $\mu\text{m}$ .....	58
<b>Figure III. 19.</b> Evolution de l'erreur pour 1.20 $\mu\text{m}$ :	
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	59
<b>Figure III. 20.</b> La transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.10 $\mu\text{m}$ .....	60
<b>Figure III. 21.</b> Evolution de l'erreur pour 1.10 $\mu\text{m}$ :	
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG) .....	61
<b>Figure.III.22.</b> Filtre CP 1.5D sélectif optimale en longueurs d'ondes.....	62

---

# Liste des tableaux

---

<b>Tableau I. 1.</b> Analogie électron-photon .....	13
<b>Tableau II.1.</b> Lois de décroissance de température les plus utilisées .....	33
<b>Tableau III. 1.</b> Paramètres de simulations.....	43
<b>Tableau III. 2.</b> Épaisseurs optimales en $\mu\text{m}$ des couches du filtre sélectif à base d'un CP 1.5D pour $1;95\mu\text{m}$ .....	45
<b>Tableau III. 3.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1.5D pour $1.85\mu\text{m}$ .....	48
<b>Tableau III. 4.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1D pour $1.75\mu\text{m}$ .....	50
<b>Tableau III. 5.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1.5D pour $1.65\mu\text{m}$ .....	52
<b>Tableau III. 6.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1D pour $1.55\mu\text{m}$ .....	54
<b>Tableau III. 7.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1D pour $1.40\mu\text{m}$ .....	56
<b>Tableau III. 8.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1D pour $1.30\mu\text{m}$ .....	58
<b>Tableau III. 9.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1D pour $1.20\mu\text{m}$ .....	60
<b>Tableau III. 10.</b> Épaisseur en $\mu\text{m}$ des couches du filtre CP 1D pour $1.10\mu\text{m}$ .....	62

---

# Introduction générale

---

## Introduction générale

Pour profiter des avantages du codage de l'information sous forme lumineuse il faudrait réaliser des circuits optiques capables de traiter les données sous forme optique tout comme les circuits électroniques traitent les données sous forme électrique. Depuis quelques années, les recherches se sont orientées vers le comportement des photons au lieu des électrons dans le but de contrôler la propagation de la lumière et donc d'offrir la possibilité d'empêcher ou de permettre, dans certaines plages de fréquences et dans une ou plusieurs directions, cette propagation. Les cristaux photoniques, nés des idées de Yablonovitch [1] et John en 1987 [2], sont de nouveaux matériaux dont les propriétés optiques permettent de manipuler la lumière à l'échelle de la longueur d'onde sur une, deux ou trois directions de l'espace. D'un point de vue théorique, l'étude et le développement des propriétés des matériaux à bande interdite photonique reposent sur la forte similitude qui existe entre les équations de Schrödinger et de Maxwell. Ils ont été présentés comme analogues pour l'optique intégrée des semi-conducteurs [1].

La miniaturisation des équipements électroniques a rapidement atteint ses limites en utilisant les matériaux classiques connus. Afin d'aller encore plus loin, les chercheurs ont donc vers des matériaux plus performants : Les cristaux photoniques.

Ces derniers sont une succession de couches de semi-conducteur d'une certaine épaisseur (de l'ordre du  $\mu\text{m}$ ). Leurs domaines d'applications ne se limitent pas aux systèmes optiques, mais aussi en télécommunication, en ingénierie biomédicale...etc.

Afin de pouvoir utiliser ces cristaux dans les systèmes optoélectroniques d'une façon à optimiser les équipements miniaturisés, ces derniers doivent répondre à un certain cahier des charges. Pour se faire, lors de la phase de conception, les chercheurs doivent employer des méthodes développées pour résoudre des problèmes d'optimisation globales qui sont classées selon leurs auteurs. On retrouve par exemple les méthodes analytiques, mais aussi les méthodes stochastiques - qui sont les plus courantes de nos jours - où l'approche de l'« optimum » est en partie ou entièrement guidée par un processus stochastique. Les procédures purement aléatoires ne sont ni efficaces, ni robustes, leur préférant les méthodes dites « pseudo-aléatoires ». Celles-ci utilisent un processus aléatoires comme outil de guidage pour guider une exploration intelligente de l'espace des solutions. Parmi ces méthodes, - que nous avons utilisé par la suite dans notre travail – on

---

trouve les algorithmes génétiques et le recuit simulé qui offrent un rapport qualité de résultat/temps de calcul très satisfaisant.

Dans le travail qui suit, nous allons nous concentrer sur cette étape de l'optimisation, où notre objet d'étude, un filtre sélectif en longueur d'onde à base de cristaux photoniques à une dimension va subir des changements géométriques à l'aide des deux méthodes citées ci-dessus.

Ce mémoire est scindé en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, nous nous intéresserons à l'analogie formelle qui existe entre le comportement de l'électron et celui du photon qui nous permet d'exploiter les idées et les concepts développés en physique du solide tels que la zone Brillouin, diagramme de bande...etc.

Le deuxième chapitre sera consacré à l'optimisation. Une problématique qui est posée pour toute conception de n'importe quel système. Dans notre travail, nous nous intéressons à deux méthodes d'optimisation : L'algorithme génétique et le recuit simulé.

Dans le troisième chapitre, une attention particulière sera portée sur l'optimisation des filtres sélectifs à base de cristaux photoniques 1D planaires, qui constitue l'un des dispositifs clés de l'optique intégrée. Les réponses spectrales en transmission seront présentées en utilisant deux méthodes très adaptées à ce genre de structure, celle du recuit simulé et de l'algorithme génétique à l'aide du logiciel de calcul MATLAB.

Ce mémoire se terminera par une conclusion générale, suivie par une référence bibliographique.

---

# Chapitre I

---

## Généralités sur les cristaux photoniques

---

## **I. 1. Introduction**

La course à la miniaturisation en électronique réclame des matériaux de plus en plus performants et entraîne donc la recherche vers ce domaine. En exploitant l'analogie formelle qui existe entre l'électron et le photon, des chercheurs ont réussi à concevoir puis à réaliser des cristaux aux propriétés optiques étonnantes : les cristaux photoniques. En effet, les applications s'étendent à l'ensemble du domaine de l'optoélectronique [3].

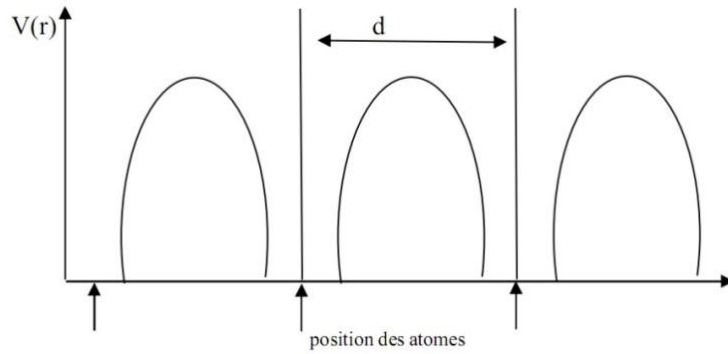
## **I. 2. Analogie électron-photon**

Un cristal ordinaire est un arrangement atomique périodique tridimensionnel. Dans le cas d'un cristal semi-conducteur pur, les électrons de valence sont tous utilisés pour former des liaisons entre les atomes et il ne reste plus d'électrons pour la conduction. Pour créer un électron conducteur, il faut fournir de l'énergie pour briser une liaison. C'est cette énergie qui sépare la bande de valence du semi-conducteur de sa bande de conduction, définissant ainsi une gamme d'énergie inaccessible pour les électrons. Ceux dont l'énergie est comprise dans ce «gap» ne pourront pas exister dans le cristal.

Existe-t-il un matériau analogue pour les photons à ces cristaux semi-conducteurs pour les électrons ? À ce stade, Nous allons montrer la similitude qui existe entre la résolution de l'équation de Schrödinger pour une particule dans un puits de potentiel périodique et le calcul des modes de propagation électromagnétique dans un matériau périodique.

### **I. 2. 1. Étude électrique**

Pour le cas d'un semi-conducteur, il faut résoudre l'équation de Schrödinger pour déterminer la fonction d'onde de l'électron en utilisant la forme de potentiel électrique suivante [4]:



**Figure I.1.** Potentiel électrique dans un cristal unidimensionnel

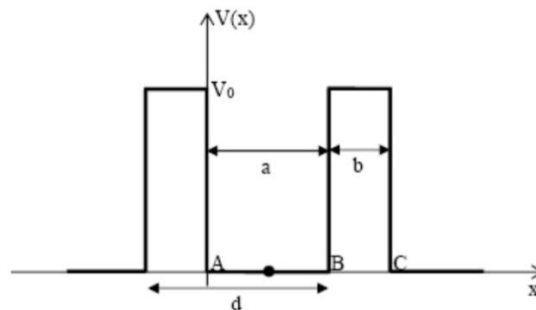
L'équation d'onde de Schrödinger s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) \psi = 0$$

(I.1)

Où  $m$  est la masse,  $\hbar$  la constante de Planck divisée par  $2\pi$ ,  $\psi$  la fonction d'onde,  $E$  l'énergie de l'électron et  $V(x)$  représente la distribution du potentiel électrique.

L'équation (I.1) qui est très complexe, doit être résolue grâce au modèle de Kronig-Penney [5,6]. Il est représenté par un puits de potentiel carré de hauteur de barrière  $V_0$  et de largeur de barrière  $b$ .



**Figure I.2.** Puits de potentiel électrique carré périodique.

La position des atomes est au centre de chaque puits de potentiel, et pour quitter l'atome, l'électron doit lutter contre la force d'attraction représentée par la barrière de potentiel (figure I.2).

Pour résoudre l'équation d'onde de Schrödinger, l'énergie totale  $E$  de la particule est supposée telle que  $0 \leq E \leq V_0$ .

Il faut alors résoudre l'équation d'onde de Schrödinger dans les deux régions suivantes :

$$A < x < B \rightarrow V(x) = V_a = 0$$

$$B < x < C \rightarrow V(x) = V_b = V_0$$

Puis appliquer aux fonctions d'ondes les conditions de continuité et de périodicité aux interfaces.

Sur le chemin A-B, on a  $0 < x < a$  et  $V=0$  d'où l'équation (I.1) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \psi_1(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi_1(x) = 0$$

(I.2)

Sur le chemin B-C, on a  $a < x < a+b$  et  $V=V_0$  d'où l'équation (I.1) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \psi_2(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0) \psi_2(x) = 0$$

(I.3)

(Avec  $E \leq V_0$  d'après les hypothèses)

Ainsi, la solution de l'équation (I.2) est donnée par :

$$\psi_1(x) = A \cdot \sin(\alpha x) + B \cdot \cos(\alpha x)$$

(I.4)

Avec  $\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ , et la solution de (I.4) est donnée par :

$$\psi_2(x) = C e^{-\beta x} + D e^{+\beta x}$$

(I.5)

$$\text{Avec } \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)}$$

De plus,  $\Psi(x)$  est la fonction d'onde solution relative à un motif du puits de potentiel périodique. La solution générale de l'équation d'onde est une fonction de Bloch (Périodique de même période que le potentiel  $V$ ) qui s'écrit :

$$u(x) = \Psi(x) e^{-jkx}$$

(I.6)

Où  $k$  est le vecteur d'onde que la particule qui traduit le déplacement de la particule dans le puits de potentiel périodique.

Les conditions de continuité doivent être satisfaites au point B sur les fonctions  $\psi_1(x)$ ,  $\psi_2(x)$  et sur leurs dérivées  $\psi_1'(x)$ ,  $\psi_2'(x)$  [7]. Nous obtenons ainsi :

$$\Psi_1(x = a) = \Psi_2(x = a)$$

(I.7)

$$\Psi_1'(x = a) = \Psi_2'(x = a)$$

(I.8)

De plus, les conditions de périodicité sont appliquées. Ainsi, la fonction d'onde  $u(x)$ (relation I.7) doit être identique en  $x = A$  et  $x = C$  et impose d'avoir :

$$u(x = 0) = u(x = a + b)$$

(I.9)

$$u'(x = 0) = u'(x = a + b)$$

(I.10)

Afin de déterminer les coefficients A, B, C et D, il est nécessaire de résoudre le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1(x = a) = \Psi_2(x = a) \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial x}(x = a) = \frac{\partial \Psi_2}{\partial x}(x = a) \\ u(x = 0) = u(x = a + b) \\ \frac{\partial u}{\partial x}(x = 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(x = a + b) \\ \Psi_1(x) = A \sin(\alpha x) + B \cos(\alpha x) \\ \Psi_2(x) = C e^{-\beta x} + D e^{+\beta x} \\ u(x) = \Psi(x) e^{-jkx} \end{array} \right.$$

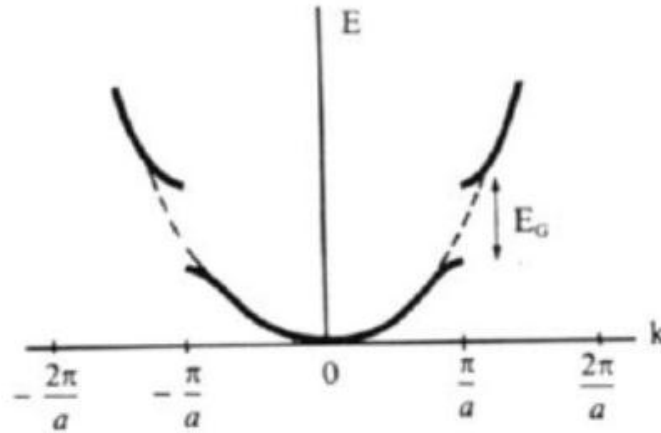
(I.11)

On aboutit à la conclusion suivante :

$$\cos(\alpha a) \operatorname{ch}(\beta b) + \frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\alpha\beta} \sin(\alpha a) \operatorname{sh}(\beta b) = \cos[k(a + b)]$$

(I.12)

$$\text{Avec } \alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \text{ et } \beta = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)}$$



**Figure I.3.** Diagramme de dispersion.

Sur la figure I.3 apparaît en pointillés la parabole d'équation  $E_0(k) = \frac{\hbar^2}{2m}k^2$ . Cette parabole est obtenue dans l'équation (I.12) lorsque  $b$  tend vers zéro, c'est-à-dire quand la barrière de potentiel est transparente. Alors, on considère que les électrons sont dans un volume infini. La courbe  $E(k)$  ne s'éloigne de cette parabole qu'au voisinage des valeurs  $k = n\frac{\pi}{a}$ , en créant chaque fois une bande d'énergie interdite (souvent appelée gap). Cette bande a la largeur  $E_G$  pour  $k = \pm\frac{\pi}{a}$ .

Pour analyser l'équation (I.12), on utilise la simplification de Kronig-Penney, pour cela, on suppose que la largeur  $b$  de barrière de potentiel tend vers zéro tout en gardant le produit  $bV_0$  constant.

$$\text{Ainsi } ch(\beta b) \rightarrow 1, \frac{sh(\beta b)}{\beta b} \rightarrow 1, \alpha^2 b \rightarrow 0 \text{ et } \beta^2 b \rightarrow \frac{2mV_0}{\hbar^2}.$$

Dans ce cas précis, l'allure du résultat est inchangée et l'équation (I.12) est ainsi simplifiée sous la forme :

$$\cos(\alpha a) + \frac{mV_0 a}{\hbar^2} \frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a} = \cos(ka) \quad (\text{I.13})$$

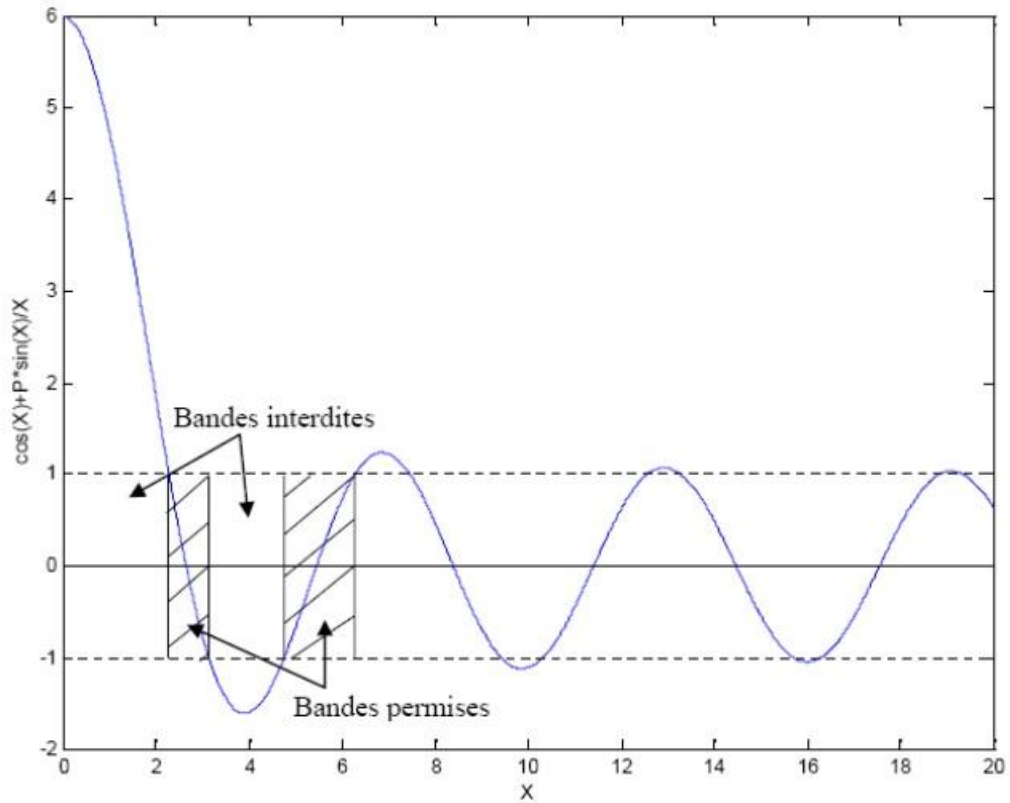
En posant  $X = \alpha a > 0$  et  $P = \frac{mV_0 a}{\hbar^2} > 0$ , on obtient une réponse du type :

$$\cos X + P \frac{\sin X}{X} = \cos(ka) \quad (\text{I.14})$$

En faisant une simple représentation graphique, en prenant une valeur arbitraire pour  $P$  ( $P=4$ ), il est possible de montrer que le membre de gauche de la relation (I.14)

admet des valeurs de cette fonction supérieures à 1 et inférieures à -1. Or, l'équation (I.14) n'admettra des solutions que lorsque le membre de gauche sera compris entre +1 et -1.

Ce comportement met en évidence la notion de « *bandes interdites* » et de « *bandes permises* » décrites par la figure (I.4).



**Figure I.4.** Bandes permises et bandes interdites.

## I. 2. 2. Étude électromagnétique

Dans un milieu sans sources (ni charges, ni courants) de constantes diélectriques, les évolutions temporelles et spatiales du champ électrique et magnétique sont données par :

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

(I.15)

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = -\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(I.16)

$$div\vec{E} = 0$$

(I.17)

$$div\vec{H} = 0$$

(I.18)

Pour établir l'équation de propagation du champ électrique  $\vec{E}$ , nous pouvons écrire successivement :

$$\overrightarrow{rot}\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{rot}\vec{H})$$

(I.19)

$$\overrightarrow{grad}div\vec{E} - \Delta\vec{E} = -\varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

(I.20)

D'où :

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

(I.21)

Le champ électrique  $\vec{E}$  peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{E}(t) = \vec{E} e^{j\omega t}$$

(I.22)

Avec  $\omega$  : pulsation.

Alors la relation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique s'écrit, après simplification, de la manière suivante :

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \vec{E} = 0$$

(I.23)

Avec  $\vec{E}$ : Champ électrique.

$\varepsilon$ : Permittivité.

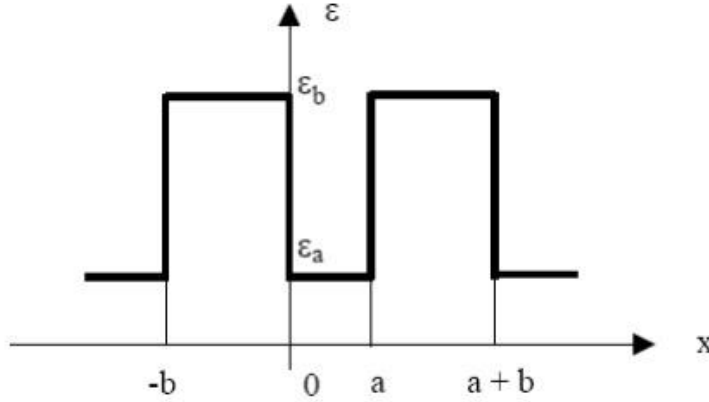
$c$ : Célérité dans le vide.

Dans un système unidimensionnel, l'équation précédente devient :

$$\nabla^2 \vec{E}(x) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \vec{E}(x) = 0$$

(I.24)

Pour résoudre l'équation de propagation (I.23) on va considérer le cas d'un milieu périodique diélectrique ayant la forme suivante :



$$\begin{aligned} 0 < x < a & \quad \sigma = \sigma_a \\ a < x < a + b & \quad \sigma = \sigma_b \end{aligned}$$

**Figure I.5.** Distribution de la permittivité électrique  $\varepsilon$  le long de la distribution  $x$  dans une modélisation 1D d'un cristal photonique.

Dans ce système unidimensionnel, la relation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique s'écrit :

$$\nabla^2 \vec{E}(x) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \vec{E}(x) = 0$$

(I.25)

La permittivité  $\varepsilon$  est périodique. La période de la distribution  $\varepsilon$  est  $(a + b)$ , on a alors  $\varepsilon(a + b) = \varepsilon$ .

La fonction d'onde est recherchée sous la forme classique d'une fonction de Bloch :

$$E(x) = u_k(x) e^{ikx}$$

(I.26)

Où  $u_k(x)$  est une fonction périodique ayant la même période que  $\varepsilon$ , et  $k$  représente le vecteur d'onde.

De la périodicité de  $E(x)$  et  $u_k(x)$ , il résulte que dans l'intervalle égal à une période  $[-b, a]$  :

$$u_k(x+a) = u_k(x-b)$$

(I.27)

$$\vec{E}(x+a) = \vec{E}(x-b)e^{ik(a+b)}$$

(I.28)

$$\frac{\partial u_k(x+a)}{\partial x} = \frac{\partial u_k(x-b)}{\partial x}$$

(I.29)

$$\frac{\partial E_k(x+a)}{\partial x} = \frac{\partial E_k(x-b)}{\partial x} e^{ik(a+b)}$$

(I.30)

Dans les deux régions :

$$\text{Pour } 0 < x < a \quad \nabla^2 \vec{E}(x) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_a \vec{E}(x) = \vec{0}$$

(I.31)

$$\text{Et pour } -b < x < 0 \quad \nabla^2 \vec{E}(x) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_b \vec{E}(x) = \vec{0}$$

(I.32)

Puisqu'on est dans un système unidimensionnel :

$$\text{Pour } 0 < x < a \quad E(x) = u_{k_1}(x)e^{ikx}$$

(I.33)

$$\text{Et pour } -b < x < 0 \quad E(x) = u_{k_2}(x)e^{ikx}$$

(I.34)

On revient à résoudre l'équation :

$$\nabla^2 \vec{E}(x) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \vec{E}(x) = 0$$

(I.35)

Dont l'équation caractéristique est :

$$r^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon = 0$$

(I.36)

Et donne comme solutions :

- Dans la zone d'espace où  $\varepsilon(x) = \varepsilon_a$

$$r = \pm i \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_a} = \pm i\alpha$$

(I.37)

- Dans la zone d'espace où  $\varepsilon(x) = \varepsilon_b$ ,

$$r = \pm i \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_b} = \pm i\beta$$

(I.38)

Pour  $0 < x < a$ , on écrira par conséquent  $E(x)$  sous la forme :

$$E(x) = A_1 e^{i\alpha x} + A_2 e^{-i\alpha x}$$

(I.39)

Pour  $a < x < a + b$

$$E(x) = B_1 e^{i\beta x} + B_2 e^{-i\beta x}$$

(I.40)

Avec :  $A_1, A_2, B_1$  et  $B_2$  des constantes d'intégration à déterminer suivant les conditions aux limites.

Auparavant, nous avons déterminé dans (I.33) et (I.34) la forme de  $u_{k_1}$ , respectivement de  $u_{k_2}$ , compte tenu que pour les zones d'espace correspondants,  $E(x)$  s'écrit également selon (I.39) et respectivement (I.40).

De l'égalité (I.33)=(I.39) vient :

$$u_{k_1}(x) = A_1 e^{i(\alpha-k)x} + A_2 e^{-i(\alpha+k)x}$$

(I.41)

De l'égalité (I.35)=(I.39) ressort :

$$u_{k_2}(x) = B_1 e^{i(\beta-k)x} + B_2 e^{-i(\beta+k)x}$$

(I.42)

A  $x = 0$  on a :

- La continuité du champ électrique, donc :  $u_{k_1}(x = 0) = u_{k_2}(x = 0)$
- (I.43)

Il faut donc ajouter les conditions de périodicité produites par les relations (I.27) et (I.29), que l'on écrira en  $x = 0$ . Il vient de ces conditions :

De (I.42):  $A_1 + A_2 = B_1 + B_2$

De (I.43):  $iA_1(\alpha - k) - iA_2(\alpha + k) = iB_1(\beta - k) - iB_2(\beta + k)$

De (I.27):  $A_1 e^{i(\alpha-k)a} + A_2 e^{-i(\alpha+k)a} = B_1 e^{-i(\beta-k)b} + B_2 e^{i(\beta+k)b}$

De(I.29):

$$iA_1(\alpha - k)e^{i(\alpha-k)a} - iA_2(\alpha + k)e^{-i(\alpha+k)a} = iB_1(\beta - k)e^{-i(\beta-k)b} - B_2(\beta + k)e^{i(\beta+k)b}$$

Il vient le système :

$$\begin{cases} A_1 + A_2 - B_1 - B_2 = 0 \\ iA_1(\alpha - k) - iA_2(\alpha + k) - iB_1(\beta - k) + iB_2(\beta + k) = 0 \\ A_1e^{i(\alpha-k)a} + A_2e^{-i(\alpha+k)a} - B_1e^{-i(\beta-k)b} - B_2e^{i(\beta+k)b} = 0 \\ iA_1(\alpha - k)e^{i(\alpha-k)a} - iA_2(\alpha + k)e^{-i(\alpha+k)a} - iB_1(\beta - k)e^{-i(\beta-k)b} + B_2(\beta + k)e^{i(\beta+k)b} = 0 \end{cases}$$

Le système n'admet de solution que si le déterminant est nul, soit :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ (\alpha - k) & -\alpha - k & -(\beta - k)(\beta + k) & \\ e^{i(\alpha-k)a} & e^{-i(\alpha+k)a} - e^{-i(\beta-k)b} & -e^{i(\beta+k)b} & \\ (\alpha - k)e^{i(\alpha-k)a} & -(\alpha + k)e^{-i(\alpha+k)a} & -(\beta - k)e^{-i(\beta-k)b} & (\beta + k)e^{i(\beta+k)b} \end{vmatrix} = 0$$

La résolution donne :

$$\cos(a + b) = \cos(\alpha a) \cos(\beta b) - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin(\alpha a) \sin(\beta b) \quad (\text{I.44})$$

$$\text{Où } \alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_a} \text{ et } \beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_b}$$

(I.45)

Cette équation présente la particularité de n'avoir de solution que lorsqu'elle est comprise entre -1 et +1 mais le membre de droite de l'égalité (I.44) peut être supérieur à +1 ou inférieur à -1. Dans ce cas, il n'y a pas de vecteur d'onde  $k$  qui vérifie la relation (I.45), donc aucune onde électromagnétique ne se propagera. Comme  $\alpha$  et  $\beta$  dépendent tous deux de la pulsation  $\omega$ , on parle alors de bande de fréquences interdites ou de bande interdites photoniques (BIP) [7].

Donc le matériau périodique unidimensionnel empêche les ondes électromagnétiques de se propager à ces fréquences considérées.

Cette notion de périodicité peut être étendue à deux ou trois dimensions, mais la nature vectorielle de l'équation de propagation complique considérablement la résolution théorique du problème.

Donc, il existe une analogie entre les semi-conducteurs, dont la périodicité atomique interdit la propagation des électrons dans certaines bandes d'énergie, et les

photons piégés dans des structures diélectriques périodiques. Ce n'est qu'en 1987 qu'E.Yablonovitch [1] et S.John [2] introduisent pour la première fois l'idée de bande interdite photonique avec l'abréviation BIP dans les cristaux photoniques.

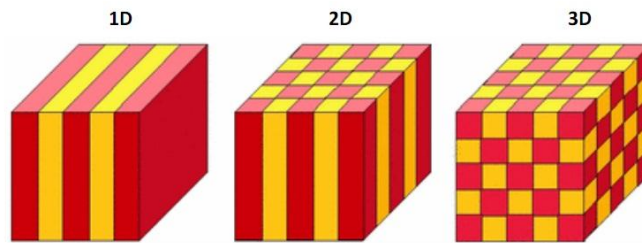
Voici un tableau qui résume cette analogie électron-photon :

	<i>Équation de Schrödinger</i>	<i>Équation de Maxwell</i>
<b>Champ</b>	$\psi(r, t) = \psi(r)e^{j\omega t}$	$H(r, t) = H(r)e^{j\omega t}$
<b>Grandeur caractéristique</b>	$V(\vec{r})$	$\varepsilon(\vec{r})$
<b>Opérateur hermitien</b>	$H = \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(r)$	$\theta = \nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon(r)} \nabla \right) \times$
<b>Équation aux valeurs propres</b>	$H\psi = E\psi$	$\theta H = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 H$

**Tableau I.1.** Analogie électron-photon [7].

### I. 3. Définitions

Les cristaux photoniques sont des structures périodiques de matériaux diélectriques ou métalliques [8] qui présentent une variation périodique d'indice de réfraction de l'ordre de la longueur d'onde, et qui interdisent la propagation des ondes lumineuses dans certaines gammes de longueurs d'onde situées à l'intérieur de la bande interdite photonique. Comme l'illustre la Figure I. 6, cette variation périodique peut être réalisée dans une, deux ou les trois directions de l'espace.

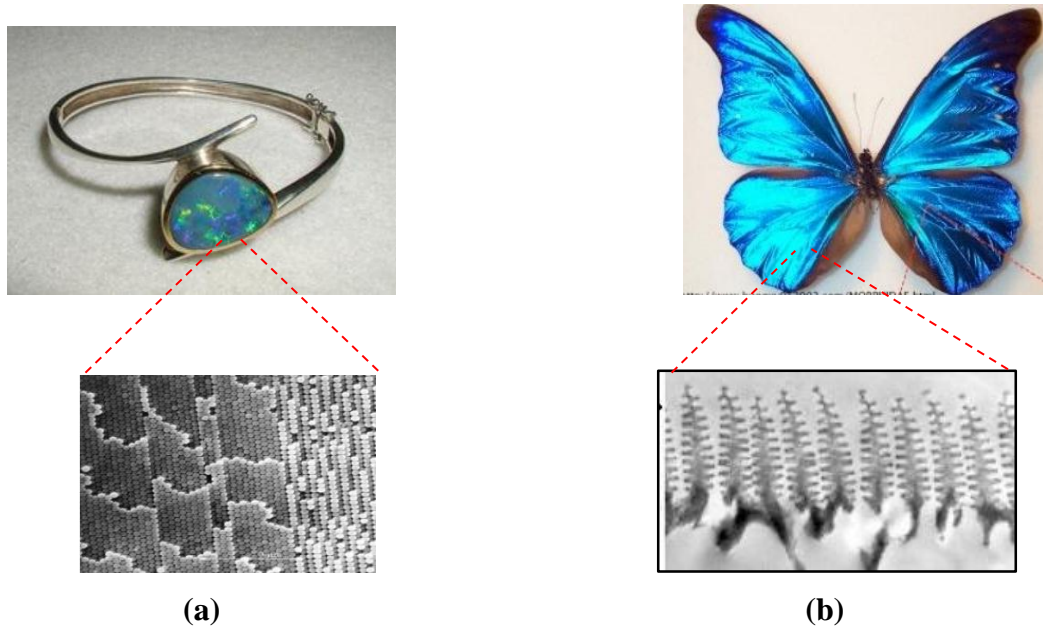


**Figure I.6.** Les différents types de cristaux photoniques : Unidimensionnels (1D), bidimensionnels (2D) et tridimensionnels (3D).

Les cristaux photoniques artificiels ont donc vu le jour dans l'année 1987 [9], ce qui leur donne aspect assez jeune. Pourtant, les matériaux qui ont un indice de réfraction qui varie périodiquement, nommés « miroirs de Bragg » sont connus et utilisés depuis très longtemps, ce sont entre autre des cristaux photonique à une dimension. C'est Lord Rayleigh en 1887 [10], le premier qui a montré que l'on pouvait ainsi produire un « gap »

ou bande interdite électronique. Mais la force de l'article de Yablonovitch était d'étendre cette idée, de faire des

miroirs de Bragg un concept général en s'appuyant pour cela sur les idées développées en physique du solide. C'est en cela que Yablonovitch peut être considéré comme le "père" des cristaux photoniques.



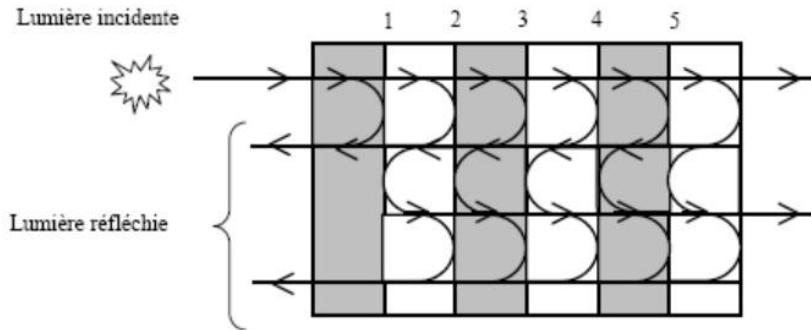
**Figure I.7.** Cristaux photoniques naturels : (a) opale, (b) papillon morfeus [11].

Par comparaison, on peut aussi trouver ces structures périodiques dans la nature, principalement sous forme minérale comme l'opale, une pierre constituée de microbilles de silice répartie sous un arrangement plus au moins régulier (Figure I.7(a)) ou encore sous forme vivante tels que les oiseaux, chenille, papillon (figure I. 7(b)).

#### **I. 4. Les cristaux photoniques à une dimension (Miroirs de Bragg)**

Les cristaux photoniques à une dimension, appelés aussi « *Miroirs de Bragg* » sont des successions de couches d'indices de réfraction différents, empilées, de manière périodique. Le comportement du réflecteur de Bragg est expliqué à partir du processus d'interférences multiples.

Comme le montre la figure I.8, une onde qui se propage dans la succession de couches, subit une réflexion à interface. Cette réflexion s'accompagne d'un changement de phase  $\pi$  si l'onde va d'un milieu de faible indice vers un milieu de fort indice. Elle s'effectue sans changement de phase dans le cas contraire.



**Figure I.8.** Représentation schématique de l'interface des ondes réfléchies par chaque dioptr.

Lorsque l'épaisseur optique totale des alternances est de  $\lambda/2$ , l'onde réfléchie par l'interface (1) est en phase avec celles réfléchies par les interfaces (3), (5), (7)... Par suite de ces interférences constructives, on finit ainsi par aboutir à une réflexion totale, ce qui revient à dire que l'onde ne peut se propager et que l'on est en présence d'une bande interdite photonique. Dans le cas particulier où les deux couches de chaque alternance ont la même épaisseur optique  $\lambda/4$ , on observe que les ondes réfléchies par toutes les interfaces (1), (2), (3) (4)... sont en phase.

#### **I. 4. 1. Caractéristiques physiques et géométriques d'un cristal photonique unidimensionnel**

Un cristal photonique unidimensionnel (CP1D) est caractérisé par les différents matériaux qui le composent, le système selon lequel ces matériaux sont organisés et les volumes relatifs qu'ils occupent dans la cellule élémentaire du cristal. Les quantités représentatives de ces différentes caractéristiques sont :

##### **I. 4. 1. 1. Contraste d'indice $\delta$**

Rapport entre les indices des deux matériaux, qui peut être comparé à la hauteur de la barrière de potentiel de la physique solide.

$$\delta = n_h / n_l$$

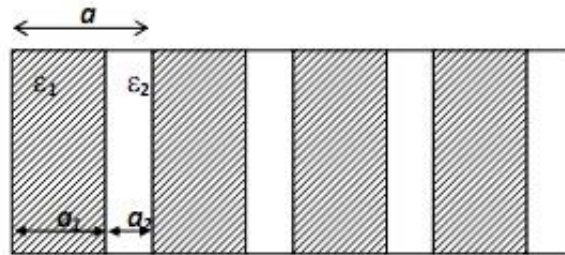
(I.46)

Avec :  $n_h$  : l'indice de réfraction du matériau de haut indice

$n_l$  : l'indice de réfraction du matériau de bas indice.

### I. 4.1. 2. La Période

Ces paramètres géométriques, choisis selon le domaine de fréquence étudié, influent sur les caractéristiques de la bande interdite photonique. La période  $a = (a_1 + a_2)$  avec  $a_1$  l'épaisseur de la couche de permittivité  $\epsilon_1$  et  $a_2$  l'épaisseur de la couche de permittivité  $\epsilon_2$ .



**Figure I.9.** Périodes d'un cristal photonique unidimensionnel.

### I. 4. 1. 3. Facteur de remplissage f

Peut être comparé à la largeur du potentiel périodique. S'il est pris pour le matériau de haut indice par exemple, il est défini comme le rapport entre le volume occupé par ce matériau dans la cellule élémentaire du cristal et le volume de cellule de cette dernière.

$$f = \frac{v_i}{\Lambda}$$

(I.47)

Avec :  $v_i$ : Volume occupé par le matériau de permittivité  $\epsilon_i$ .

$\Lambda$  : Volume de la cellule.

## I. 5. Techniques de modélisation

Les différentes méthodes utilisées pour décrire la propagation des ondes électromagnétiques dans les cristaux photoniques dérivent des méthodes standard utilisées en électromagnétique ou en physique de l'état solide. Les principales techniques utilisées sont : La décomposition en ondes planes, la méthode des différences finies dans le domaine temporel, les matrices de transfert et les théories de diffraction par réseaux...[12]

### I. 5. 1. Décomposition en ondes planes

---

La technique de la décomposition en ondes planes (plane wave expansion, PWE)[12]s'applique à toutes les structures dont le constant diélectrique est une fonction périodique de l'espace. Le théorème de Bloch permet de décomposer le champ magnétique sur une base d'ondes planes et de transformer la résolution des équations de Maxwell en un problème classique de diagonalisation de matrice. La méthode de décomposition en ondes planes est très efficace pour calculer les diagrammes de bandes de cristaux photoniques parfaitement périodiques. Elle peut être adaptée pour étudier certaines structures non périodiques comme les guides d'ondes ou les cavités grâce à la technique des supers cellules [12]. Mais quand la structure étudiée ne présente pas de variable de périodicité (variation du facteur de remplissage par exemple), le théorème de Bloch n'est plus valable et impose de recourir à la méthode des différences finies dans le domaine temporel.

### **I. 5.2. Différences finies dans le domaine temporel**

Depuis le premier algorithme proposé par Yee en 1966 [12], la méthode des différences finies dans le domaine temporel (finite difference time domain, FDTD) a été très utilisée en électromagnétisme. Sa versatilité permet de simuler la plupart des systèmes. Cette méthode de calcul par éléments finis décompose l'espace-temps selon une grille de cellules élémentaires. Les équations de Maxwell sont remplacées par un système d'équations qui relie le champ électromagnétique de chaque cellule aux champs des cellules voisines. Ces équations sont résolues en fonction des conditions initiales et des conditions aux limites. La méthode FDTD permet de résoudre les équations de Maxwell avec une précision arbitraire en augmentant la densité de la grille des cellules élémentaires. Cette méthode permet de calculer les diagrammes de bande mais est surtout utilisée pour simuler la propagation de la lumière dans les structures à base de cristaux photoniques en calculant l'évolution temporelle du champ électromagnétique. Le comportement spectral d'une structure est déduit de cette évolution temporelle par la transformation de Fourier.

### **I. 6. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons défini et mis des concepts généraux sur les cristaux photoniques et plus particulièrement les cristaux photoniques unidimensionnels planaires CPs 1.5D. Après qu'on ait montré l'analogie entre l'équation de Schrödinger et l'équation de propagation des ondes électromagnétiques, des définitions et l'historique des cristaux photoniques ont été présentés, qui sont un exemple de cette analogie et qui, à l'instar des cristaux usuels se présentant sous la forme d'une distribution périodique d'atomes, les

---

cristaux photoniques se présentent sous la forme d'une alternance périodique de matériaux d'indices optiques différents. Grâce à cette caractéristique, on peut interdire la propagation de la lumière pour certaines longueurs d'onde.

Nous avons ensuite énumérer les propriétés physiques et géométriques d'un cristal photonique unidimensionnel après avoir énoncé l'exemple le plus simple de ce dernier, le miroir de Bragg. Pour finir, nous avons cité deux méthodes de modélisation très utilisées en optique intégrée, qui sont la décomposition en ondes planes et les différences finies dans le domaine temporel.

Ces structures sont très prometteuses pour la réalisation des composants optiques planaires compacts et originaux. Il est donc important pour nous de prévoir leurs caractéristiques géométriques pour une application bien définie. Les méthodes stochastiques telles que l'algorithme génétique et le recuit simulé nous paraissent comme étant des outils adéquats pour répondre à notre problématique.

Le chapitre suivant sera entièrement dédié à la présentation générale de l'outil numérique utilisé.

---

## Chapitre II

---

### Les méthodes stochastiques

---

## **II. 1. Introduction**

Le but de l'analyse consiste à déterminer les caractéristiques de réflexion et de transmission du cristal photonique donné, alors que la synthèse consiste à agir sur un paramètre, à savoir l'épaisseur des couches qui composent le CP pour obtenir une courbe similaire à celle désirée.

Dans la littérature, les méthodes développées pour résoudre les problèmes d'optimisation globale sont réparties, selon les auteurs, en différentes classes. On trouve, parmi celles-ci, les méthodes stochastiques, qui sont des méthodes où l'approche de l'optimum est en partie ou entièrement guidée par un processus stochastique. Les procédures purement aléatoires qui explorent et mémorisent le meilleur élément trouvé, ne sont pas efficaces ni robustes. On leur préfère les méthodes dites pseudo-aléatoires ; celles-ci utilisent un choix aléatoire comme outil pour guider une exploration intelligente de l'espace des solutions. Parmi ces méthodes, les algorithmes génétiques et le recuit simulé qui nous ont paru comme étant les algorithmes les plus appropriés. Ces derniers nous ont permis d'éviter les limitations impliquées par les méthodes classiques.

## **II. 2. Les algorithmes génétiques**

Les algorithmes génétiques sont des méthodes d'optimisation de fonctions. Ces algorithmes s'inspirent de l'évolution génétique des espèces. Schématiquement, ils copient de façon extrêmement simplifiée certains comportements des populations naturelles. Ainsi, ces techniques reposent toutes sur l'évolution d'une population de solutions qui, sous l'action de règles précises, optimisent un comportement donné.

Les algorithmes génétiques sont l'œuvre de John Holland (1975) et de ses étudiants de l'Université de Michigan puis Goldberg [12]. Ils présentent des qualités intéressantes pour la résolution de problèmes combinatoires complexes. Ils sont basés sur la théorie de l'évolution des espèces dans leur milieu naturel, soit une transposition artificielle des concepts de base de la génétique et des lois de survie énoncées par Darwin.

### **II. 2. 1. Principes de l'algorithme génétique**

---

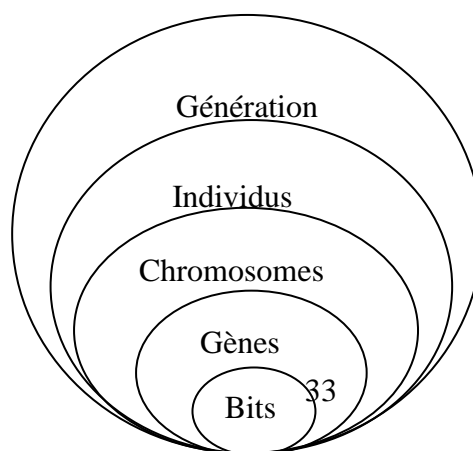
Les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation basés sur les mécanismes de la sélection naturelle. Ils ont été conçus, à l'origine, pour résoudre des problèmes traitant l'adaptation des individus à leur environnement, ce qui a amené les chercheurs à tenter de reproduire certains phénomènes naturels [13].

John Holland a débuté ses recherches dans les années 70. Il s'est directement inspiré du modèle des lois de Darwin de la nature, modèle basé sur la survie des espèces les plus fortes. Tout comme dans la nature où les spécimens se reproduisent, dans le modèle des AG les spécimens se reproduisent aussi ; en particulier, ceux jugés plus forts se reproduiront à un rythme plus rapide. Des opérations génétiques sont effectuées sur deux candidats pour obtenir deux nouveaux candidats plus performants que leur propre parent. La progéniture aura héritée des bons gènes de chaque parent, du moins on l'espère [13].

En biologie, on manipule des gènes et des chromosomes ; il s'en va de même dans le modèle des algorithmes génétiques. Les problèmes et les solutions sont codés, le codage peut prendre différentes formes. Une des plus répandues étant la chaîne de bits. Ces chaînes sont comparables aux chromosomes des systèmes biologiques, alors que les caractères ou les bits qui composent les chaînes sont comparables aux gènes. L'ensemble des chaînes forme une structure, alors qu'en biologie le bagage génétique se nomme génotype.

La première étape dans un algorithme génétique est de définir « *une génération* » initiale constituée par un ensemble d'individu, codés chacun par une chaîne binaire appelée génotype.

Ces individus sont soit définis au départ, soit choisis de manière purement aléatoire. On opte le plus souvent pour la seconde possibilité à cause de la simplicité de sa réalisation. On aboutit à une structure globale à cinq niveaux d'organisation (figure II.1), d'où résulte le comportement complexe des algorithmes génétiques.



---

**Figure II.1.** Les cinq niveaux d'organisation de l'algorithme génétique.

## II. 2. 2. Caractéristiques des algorithmes génétiques

Pour trouver une solution à un problème, les algorithmes génétiques utilisent une part du hasard. En effet, les candidats à la reproduction sont choisis de façon probabiliste. Les gènes de chaque parent sont croisés de façon aléatoire dans la progéniture. En croisant ainsi des générations en générations parmi les candidats jugés performants, on cherche à obtenir une progéniture plus performante que celle de la génération précédente, s'approchant ainsi de la solution optimale.

Les algorithmes génétiques, en tant qu'approche de résolution de problèmes, se caractérisent par un certain nombre d'aspects qui sont :

- Les AG possèdent une représentation codée et cherchent une représentation dans l'espace des solutions et non pas directement dans le domaine original.
- Les AG travaillent sur une population de points, au lieu d'un point unique.
- Les AG n'utilisent que les valeurs de la fonction étudiée, et non sa dérivée, ou une autre fonction auxiliaire.
- Les AG utilisent des règles de transmission probabilistes et non déterministes.

## II. 2. 3. Codage des paramètres

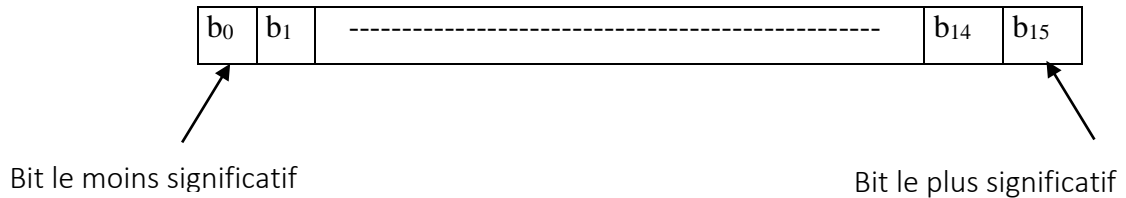
Les algorithmes génétiques manipulent le codage de l'ensemble des paramètres plutôt que les paramètres eux-mêmes. Avec l'approche de l'algorithme génétique, les paramètres sont codés sous forme de chaînes de longueur finie, à partir d'un alphabet fini. C'est grâce aux codes et aux similitudes de ces codes, que nous arrivons à trouver une solution satisfaisante à notre problème.

Le codage le plus fréquemment utilisé est le codage binaire. A chaque variable d'optimisation  $x_i$  (à chaque paramètre du dispositif), nous faisons correspondre un gène codé en une série de « 0 » et de « 1 ». Rappelons que dans cette étude les  $n$  variables sont supposées réelles. Nous considérons un espace de recherche fini :

$$X_{i\min} \leq X_i \leq X_{i\max} \quad \forall i \in [1, n] \quad (\text{II.1})$$

Afin de coder nos variables réelles en binaires, nous discrétisons l'espace de recherche. Ainsi un codage sur 16 bits implique une discrétisation des intervalles en :

$$g_{\max} = 2^{16} - 1 = 65535 \text{ valeurs discrètes.}$$



**Figure II.2.** Gène (paramètre du dispositif) codé par un entier long (16 bits).

A chaque variable réelle  $X_i$  on associe donc un entier de longueur  $g_i$  :

$$0 \leq g_i \leq g_{\max} \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Avec : } g_i = \sum_{i=1}^n b_i 2^i \quad (\text{II.3})$$

Les formules de codage et décodage sont alors les suivantes :

$$g_i = \frac{x_i - x_{i\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} \quad (\text{II.4})$$

$$x_i = x_{i\min} + (x_{i\max} - x_{i\min}) \frac{g_i}{g_{\max}} \quad (\text{II.5})$$

#### II. 2. 4. Fonction d'évaluation (Fitness)

La fonction d'évaluation  $f(x)$  (ou fonction *Fitness*) est une fonction qui associe à chaque individu une valeur d'adaptation, afin de déterminer le nombre de fois que cet individu sera sélectionné pour la reproduction. Les algorithmes génétiques utilisent cette fonction pour entreprendre une recherche efficace des structures plus performantes. Ils ne requièrent que des valeurs des fonctions d'évaluation associées aux chaînes individuelles. Les valeurs de la fonction « *fitness* » serviront au processus de sélection des candidats « aptes » à la reproduction et au processus de survie de certaines espèces. Cette fonction

---

représente également le lien entre le problème physique à résoudre et l'algorithme génétique.

Les AG sont des maximiseurs par défaut. Le problème posé doit être transformé en un problème de minimisation d'une fonction numérique à valeurs positives sur son domaine de définition. Pour résoudre le problème de minimisation, il suffit d'appliquer l'équation suivante :

$$fitness = Max - f(x) \quad (II.6)$$

Où *Max* : Représente la valeur maximale de la fonction d'évaluation.

### **II. 2. 5. Création de la population initiale**

La première étape de l'algorithme génétique est la genèse de la population, c'est-à-dire le choix des dispositifs de départ que nous allons faire évoluer. On pourrait prendre des individus régulièrement répartis dans l'espace. Néanmoins, une initialisation aléatoire est plus simple à réaliser : les valeurs  $g_i$  des gènes sont tirées au hasard selon une distribution uniforme.

Nous discuterons plus loin de la taille  $N$  de cette population, mais nous pouvons déjà dire qu'elle résultera d'un compromis entre le temps de calcul et la qualité de la solution. Une population trop petite évoluera probablement vers un optimum local peu intéressant. Une population trop grande sera inutile car le temps de convergence sera excessif. La taille de la population doit être choisie à réaliser un bon compromis entre le temps de calcul et la qualité du résultat.

### **II. 2. 6. Opérateurs de l'AG**

Les opérateurs génétiques sont appliqués à une population initiale de façon à réduire dans le temps, des populations successives de qualité. Nous étudions dans cette section les trois opérateurs génétiques de base : la sélection, le croisement et la mutation.

#### **II. 2. 6.1. Sélection**

La sélection est le processus selon lequel des chaînes de la population globale sont choisis suivant la valeur de leur fonction *fitness*, qu'on désire maximiser. Plus la valeur de la fonction d'évaluation d'une chaîne est élevée, plus cette chaîne a des chances d'être

---

choisie pour la reproduction. Une partie des chaînes choisies contribuera à une solution chromosome dans les générations futures.

Il existe plusieurs techniques pour la sélection des chromosomes à reproduire. Les plus utilisées sont :

- la sélection par décimation.
- la sélection proportionnelle.
- la sélection par tournois.

La fonction d'évaluation est l'arbitre qui a le droit de vie ou de mort sur les chaînes. Si une chaîne n'a pas une valeur de fonction *fitness* élevée, elle a peu de chance d'être choisie pour la reproduction. Ainsi, elle mourra d'une certaine manière, puisque ses gènes ne se retrouveront pas dans la prochaine génération. Une fois qu'une génération est choisie, une réplique exacte de celle-ci est réalisée puis intégrée à une poule d'accouplement.

#### **II. 2. 6.1.1. Sélection par décimation**

C'est un procédé très simple qui consiste à classer tous les individus d'une génération par ordre décroissant selon leurs valeurs d'adaptation. Un seuil minimal est alors fixé et tous les individus qui présentent une fonction *fitness* inférieure à ce seuil seront éliminés. Ainsi, seuls les meilleurs individus restants participeront à compléter cette population et à créer une nouvelle génération, par accouplement entre eux.

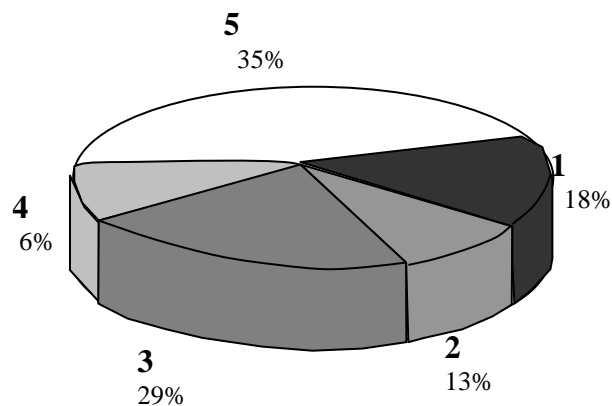
L'inconvénient d'une telle méthode est qu'elle élimine certains individus qui ne sont pas intéressants en eux-mêmes, mais qui peuvent transmettre des gènes intéressants à leurs descendants. Cette stratégie est simple, elle reste tout de même très exploitée par les algorithmes génétiques.

#### **II. 2. 6.1.2. Sélection proportionnelle**

Par ce procédé, les parents sont sélectionnés selon leurs valeurs d'adaptation. Les meilleurs individus ont plus de chance d'être sélectionnés que les autres.

Cette stratégie peut être mise en œuvre par une roulette russe. Selon cette technique, la probabilité d'être choisie est directement proportionnelle à la valeur d'aptitude du parent. D'abord on détermine la valeur d'aptitude de chaque chromosome, puis on détermine l'aptitude totale en faisant la somme de toutes les valeurs d'aptitude de

la population ; enfin, on détermine le pourcentage de l'aptitude de chaque chromosome par rapport à l'aptitude totale.



**Figure II.3.** Sélection proportionnelle de 5 individus.

La probabilité de sélection de l'individu  $i$  est donnée par :

$$probabilité_i = \frac{fitness_i}{\sum_i fitness_i} \quad (II.7)$$

Comme le montre la figure III.3, les quartiers de la roulette russe sont proportionnels à la valeur d'aptitude. Nous pouvons également noter qu'en faisant tourner la roulette, nous aurons beaucoup plus de chance de choisir les chromosomes 3 et 5.

### II. 2. 6.1.3. Sélection par tournois

Dans cette stratégie, un certain nombre d'individus est choisi. Ces derniers se combattent (on compare alors leurs fonction d'adaptation) pour accéder à la génération finale. Le plus adapté l'emporte avec une probabilité  $0.5 < p \leq 1$ . Cette étape est répétée jusqu'à ce que la génération finale soit remplie. Il est tout à fait possible que certains individus participent à plusieurs tournois : s'ils gagnent plusieurs fois, ils auront donc droit d'être copiés plusieurs fois dans la génération finale, ce qui favorisera la pérennité de leurs gènes.

## II. 2. 6.2. Croisement

Les individus survivants à la phase de sélection sont appariés aléatoirement et chaque paire formée va subir le croisement avec une probabilité  $P_{cross}$ , les paires croisées sont remplacées dans la population par leurs descendances. Différents types de croisement existent.

### II. 2. 6.2.1. Croisement en un point

On choisit au hasard un point de croisement identique sur les deux chromosomes, puis on effectue une coupure des deux chromosomes et on échange les deux fragments situés à droite (figure III.4)

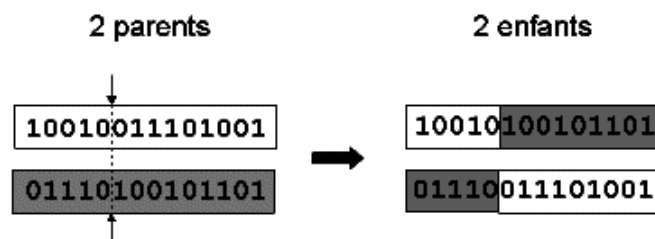


Figure II.4. Représentation schématique du croisement en 1 point.

Notons que le croisement s'effectue directement au niveau binaire, et non pas au niveau des gènes. Un chromosome peut donc être coupé au milieu d'un gène.

### II. 2. 6.2.2. Croisement en deux points

Le même principe que le croisement en un point sauf qu'on choisit au hasard deux points de croisement (figure III.5).

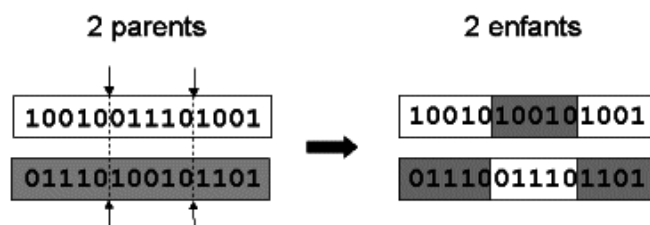
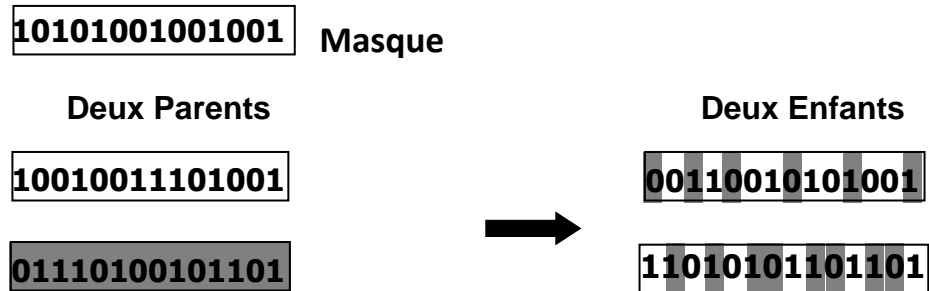


Figure II.5. Représentation schématique du croisement en deux points.

Notons que d'autres formes de croisement existent, du croisement en Kpoints jusqu'au cas limite du croisement uniforme.

### II. 2. 6.2.3. Croisement uniforme

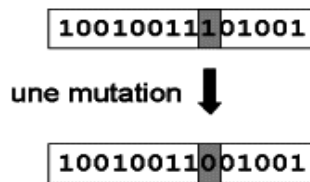
Dans ce cas, un masque de croisement (mot binaire de même longueur que les chromosomes) est utilisé. Un "0" à la nième position du masque laisse inchangé les symboles à la nième position des chromosomes. Tandis qu'un "1" déclenche un échange des symboles correspondants (figure III.6). Le masque est réalisé de façon aléatoire pour chaque couple d'individus.



**Figure II.6.** Représentation schématique du croisement uniforme.

### II. 2. 6.3. Mutation

Nous définissons une mutation comme étant l'inversion d'un bit dans un chromosome (Figure III.7). Cela revient à modifier aléatoirement la valeur d'un paramètre du dispositif. Les mutations jouent le rôle de bruit et empêchent l'évolution de se figer. Elles permettent d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre des bits mutés. De plus, elles garantissent mathématiquement que l'optimum global peut être atteint.

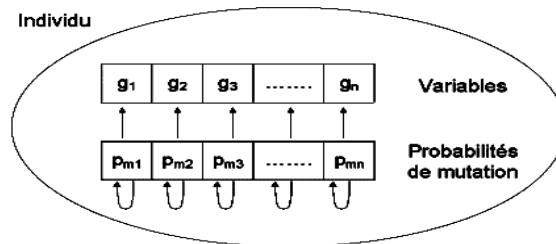


**Figure II.7.** Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.

D'autre part, une population trop petite peut s'homogénéiser à cause des erreurs stochastiques : les gènes favorisés par le hasard peuvent se répandre au détriment des autres. Cet autre mécanisme de l'évolution, qui existe même en l'absence de sélection, est connu sous le nom de dérive génétique. Du point de vue du dispositif, cela signifie que l'on risque alors d'aboutir à des dispositifs qui ne seront pas forcément optimaux. Les

mutations permettent de contrebalancer cet effet en introduisant constamment de nouveaux gènes dans la population.

De nombreuses méthodes existent. Souvent la probabilité de mutation  $P_m$  par bit et par génération est fixée entre 0,01 et 0,1. On peut prendre également  $P_m=1/L$  où  $L$  est le nombre de bits composant un chromosome. Il est possible d'associer une probabilité différente à chaque gène, et ces probabilités peuvent être fixes ou évoluer dans le temps.



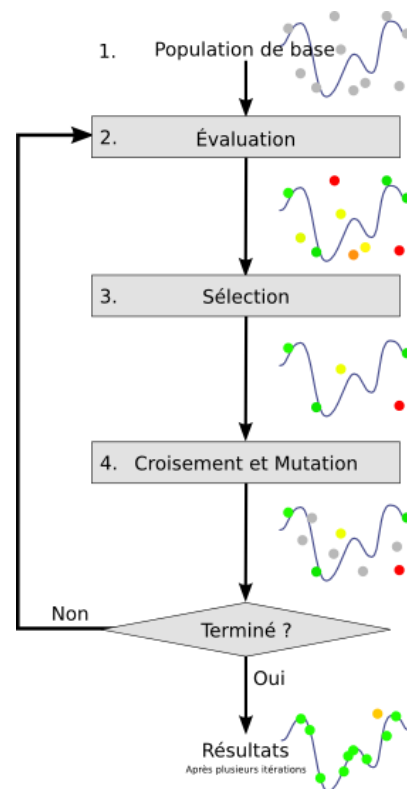
**Figure II.8.** Principe de l'auto adaptation.

A chaque variable est associée sa propre probabilité de mutation, qui est elle-même soumise au processus d'évolution. L'individu possède donc un second chromosome codant ces probabilités.

### II. 2. 7. Cycle de l'AG

La procédure de l'algorithme génétique fait intervenir toutes les entités précitées : la fonction d'évaluation, la sélection, le croisement et la mutation.

Pour résoudre un problème d'optimisation à l'aide de l'AG, il suffit de choisir une représentation binaire des solutions éventuelles qui va subir une évolution dans le temps, comme le montre la figure II.9.



**Figure II.9.** Cycle complet d'un algorithme génétique. [13]

---

## **II. 2. 8. Applications de l'AG**

Les applications des AG sont multiples : optimisation de fonctions numériques difficiles (discontinues, multimodales, bruitées), traitement d'image (alignement de photos satellites, reconnaissance de suspects), optimisation d'emplois du temps, optimisation de design, contrôle de systèmes industriels, apprentissage des réseaux de neurones,...etc. Les AG peuvent être utilisés pour contrôler un système évoluant dans le temps (chaîne de production, centrale nucléaire) car la population peut s'adapter à des conditions changeantes. En particulier, ils supportent bien l'existence de bruit dans la fonction à optimiser. Ils peuvent aussi servir à déterminer la configuration d'énergie minimale d'une molécule ou à modéliser le comportement animal.

Les AG sont également utilisés pour optimiser des réseaux (câbles, fibres optiques, mais aussi eau, gaz), des circuits VLSI, des antennes. Ils peuvent être utilisés pour trouver les paramètres d'un modèle petit-signal à partir des mesures expérimentales. Des commutateurs optiques adiabatiques ont été optimisés à l'aide des Stratégies d'évolutions chez SIEMENS. On envisage l'intégration d'AG dans certaines puces électroniques afin qu'elles soient capables de se reconfigurer automatiquement en fonction de leur environnement (Evolving Hardware).

## **II. 2. 9. Avantages et inconvénients**

Le grand avantage de l'algorithme génétique est le fait que, pour parvenir au résultat, nous n'avons nullement besoin de connaître les caractéristiques de la solution du problème, mais seulement de déterminer parmi deux solutions quelle est la meilleure. Par contre, ce genre d'algorithme est très coûteux en temps de calcul, difficile à programmer (les paramètres comme la taille de la population et la fonction d'évaluation sont difficiles à établir), et il n'a qu'une très faible chance, voire aucune, de trouver la solution idéale, il ne fait que s'en rapprocher.

## **II. 3. Recuit simulé**

Le recuit simulé est une version améliorée de la méthode d'amélioration itérative. Il a été mis au point par trois chercheurs de la société IBM, S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt et M.P. Vecchi en 1983, et indépendamment par V. Černý en 1985. [14] pour la résolution d'un problème de placement en VLSI (Very Large Scale Integration). La méthode est inspirée du principe thermodynamique dans lequel les déplacements dans l'espace de recherche sont basés sur la distribution de Boltzmann.

---

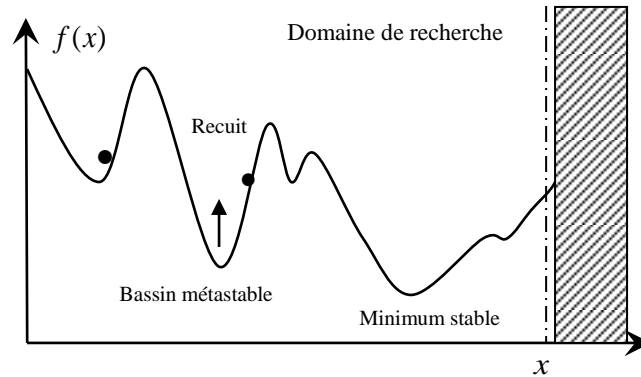
La probabilité de Boltzmann, notée  $\pi_i$ , mesure la probabilité de trouver un système dans une configuration  $C_i$  d'énergie  $E(C_i)$ , à une certaine température  $T$  donnée, dans l'espace de configurations  $U$  et elle est définie par :

$$\pi_i = \frac{\mathbf{Exp}\left(\frac{-E(C_i)}{k.T}\right)}{\sum_{j \in U} \mathbf{Exp}\left(\frac{-E(C_j)}{k.T}\right)} \quad (\text{II.8})$$

Où :  $k$  est appelé la constante de Boltzmann.

Dans cette expression, le facteur  $k.T$  montre que lorsque la température est très élevée, tous les états sont à peu près équiprobables, c'est-à-dire un grand nombre de configurations sont accessibles. Au contraire quand la température est basse, les états à haute énergie deviennent peu probables par rapport à ceux de faible énergie.

Pour appliquer ce principe au problème de minimisation de coût, le processus de recherche peut être assimilé à un processus de recuit comme en métallurgie. Quand on chauffe un métal à une température très élevée, le métal devient liquide et peut occuper toute configuration. Quand la température décroît, le métal va se figer peu à peu dans une configuration qu'il est de plus en plus difficile à déformer (on dit qu'il est refroidi). A moins de le réchauffer (recuit), le métal peut être retravaillé de nouveau pour lui donner la forme désirée. L'algorithme de Kirkpatrick simule ce processus en combinant dans l'algorithme les mécanismes de refroidissement et de recuit (Figure II.10).



**Figure II.10.** Parcours de l'espace de recherche avec le recuit simulé.

Cependant, le concept de température d'un système physique n'a pas d'équivalent direct avec le problème à optimiser. Le paramètre température  $T$  doit être simplement un paramètre de contrôle, indiquant le contexte dans lequel se trouve le système (ex: stade de la recherche). En effet, le paramètre  $T$  contrôle les déplacements vers les points voisins les moins bons pour échapper aux optimums locaux, sans pour autant trop s'écarter du chemin vers le vrai minimum. L'équivalent de l'énergie sera la valeur de la fonction de coût,  $g$ .

Le principe de "recuit" qui se traduit par une augmentation du niveau d'énergie, permet de sortir des minima locaux.

Ainsi, dans l'algorithme de recuit simulé, la probabilité de Boltzmann n'est pas directement appliquée, mais le critère de Metropolis est utilisé. Celui-ci permet de décider si une nouvelle configuration générée présente une variation de coût acceptable. Il permet de décider aussi de sortir des minima locaux quand le critère d'arrêt n'est pas encore atteint.

### **II. 3. 1. Caractéristiques du Recuit Simulé**

#### **II. 3. 1. 1. Température**

La température est un paramètre de contrôle. Le but est d'avoir une température assez haute pour sauter les barrières et suffisamment basse pour être malgré tout attiré vers le minimum le plus profond. En diminuant lentement la température, on permet au système de rechercher les "bassins d'attraction" dont la préférence est toujours donnée à celui dont le coût est minimal. La loi selon laquelle la température décroît est également importante pour l'efficacité de l'algorithme, puisqu'elle doit aussi laisser le temps au système de tester le maximum de configurations pour

---

être sûr d'obtenir le minimum global. Aussi, la température initiale doit-elle être suffisamment élevée pour que la descente en température soit aussi lente que possible.

### II. 3. 1. 2. Température Initiale $T_0$

Sachant que les températures élevées favorisent le désordre, la valeur de la température initiale  $T_0$  doit être choisie élevée. Elle est déterminée, sinon fixée arbitrairement, lors d'une phase de prétraitement avec une exploration initiale partielle de l'espace de configurations. D'après Kirkpatrick et Al,  $T_0$  doit être choisie de sorte que la probabilité d'acceptation de la plus mauvaise solution soit environ 80% (i.e.  $P_r = 0.8$ ).

Ensuite, dans l'expression de  $H$ , l'utilisateur doit fixer l'accroissement maximal acceptable de la fonction objectif, noté  $\Delta E^+$ , pour en déduire la valeur de  $T_0$ . On obtient alors l'expression suivante :

$$T_0 = \frac{\Delta E^+}{\ln(P_r)} \quad (\text{II.9})$$

Cette relation peut être déduite de la probabilité de Boltzmann selon l'application. Par exemple, on génère aléatoirement un certain nombre de configurations initiales. Puis on calcule la température initiale de façon à pouvoir accepter dans la suite de l'algorithme, les configurations dont le coût est  $3\sigma$  fois moins bon que la valeur moyenne des coûts connus, avec  $\sigma$  l'écart type du nombre de valeurs initiales de la fonction coût. La probabilité d'acceptation  $P_r$  est réglée à 0.01 pour avoir une température initiale suffisamment élevée. Ainsi, la température initiale vaut:

$$T_0 = \frac{-3\sigma}{\ln(P_r)} \quad (\text{II.10})$$

La définition de  $T_0$  est basée sur le taux de configurations acceptées par rapport aux configurations générées.

### II. 3. 1. 3. Décroissance de la température

Le changement de température  $T_k$  vers  $T_{k+1}$  est déterminé par le moment où l'on a détecté l'équilibre statistique (ou l'état de quasi-équilibre) à la température  $T_k$ . La recherche de cet état s'effectue en réitérant la chaîne de Markov qui correspond à peu près au nombre de configurations testées. La variation de température se fait donc par "palier" suivant la fonction de décroissance utilisée. Les fonctions les plus couramment rencontrées dans la littérature sont les fonctions linéaires, discrètes ou exponentielles (Voir Tableau II.1).

Type	Fonctions	Paramètres
Linéaire	$T_{k+1} = \alpha \cdot T_k$	$\alpha \leq 1$
Discrète	$T_{k+1} = T_k - \Delta T$	$\Delta T > 0$ , pour la descente $\Delta T < 0$ , pour le recuit
Exponentielle	$T_{k+1} = T_k \cdot \text{Exp}\left(\frac{-T_k}{\sigma_k}\right)$ $0 \leq \frac{T_{k+1}}{T_k} \leq 1$	$\sigma_k$ : Ecart type des coûts des configurations acceptées sous la température $T_k$ , $l$ : Paramètre de réglage fixé par l'utilisateur

**Tableau II.1.** Lois de décroissance de température les plus utilisées.

La loi plus utilisée est la loi linéaire, qui permet d'avoir une décroissance ni trop rapide (discrète) ni trop lente (exponentielle).

La décroissance exponentielle permet de tenir compte de l'état précédent par l'utilisation de l'écart type des coûts obtenus sous le palier de température précédent. Au début de la recherche, presque toutes les configurations sont acceptées. Comme ces configurations peuvent être très dispersées dans l'espace de recherche, l'écart type peut être alors relativement grand et donc la température décroît plus ou moins lentement selon la valeur donnée au paramètre  $l$ . La décroissance est donc dynamique et adaptative.

Pour la fonction discrète, la décroissance est indépendante de la valeur de l'état précédent du système et dépend uniquement de la valeur de la différence  $\Delta T$ . Cette fonction peut être utilisée lorsque le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre un état d'équilibre peut être évalué avec une assez bonne précision. Le nombre d'itérations à chaque étape de température est déterminé par la longueur de la "chaîne de Markov".

#### II. 3.1.4. Chaîne de Markov

La chaîne de Markov est l'ensemble des états finis aléatoires constitué d'une suite des probabilités associées à chaque configuration visitée à la température  $T_k$ . Lorsque  $T_k$  est constante, la probabilité est homogène. Et si le nombre de transitions tend vers l'infini, l'état le plus probable apparaît plus souvent et on obtient alors l'équilibre statistique à cette température.

---

Théoriquement, on montre que si l'on fait tendre la longueur de la chaîne de Markov vers l'infini, on peut obtenir la convergence asymptotique de l'algorithme.

En pratique, il n'est pas toujours possible de connaître à priori le nombre exact d'itérations nécessaire et le temps de calcul est limité, si bien que la convergence asymptotique ne peut être qu'approchée.

A cause de cette approximation, l'algorithme de recuit simulé ne peut garantir d'atteindre le minimum global avec une probabilité égale à 1. Ainsi, pour augmenter la chance d'obtenir une solution la plus proche du minimum global, il est important de trouver les valeurs de compromis entre les paramètres de contrôle de l'algorithme.

En résumé, le recuit simulé utilise une double dynamique :

1°) recherche de minima à température fixée avec la chaîne de Markov.

2°) diminution par étape de la température.

### II. 3.2. Critère de Metropolis

Après chaque passage d'un point  $x_0$  à un autre point  $x_1$ , on calcule la variation de la fonction de coût  $\Delta E = f(x_1) - f(x_0)$ . La probabilité d'acceptation déterminée par une fonction  $H$ , dépend de la température  $T$  et de la différence entre les deux valeurs de la fonction. En se référant à la loi de Boltzmann, définie comme suit [16] :

$$H = \exp(-\Delta E/T) \quad (\text{II.11})$$

Où  $E = f(x)$  représente l'énergie du système.

Lorsque la variation  $\Delta E \leq 0$ , l'exponentielle est supérieure ou égale à 1, le nouveau point doit être accepté, on lui affecte alors la probabilité maximale de 1.

Si  $\Delta E > 0$ , on compare  $H$  à un nombre aléatoire  $r$  dans  $[0,1[$ :

- Si  $r < H$  le nouveau point  $x_1$  est accepté;
- sinon il est rejeté et on essaie un autre point.

Les solutions ayant une forte augmentation en  $\Delta E$  sont donc moins probables pour une température donnée, d'autant moins que la température est faible.

Au début de l'algorithme, la température  $T$  est élevée, la probabilité  $H$  est proche de 1 et presque toutes les variations  $\Delta E$  sont acceptables. Au contraire, quand  $T$  diminue, les remontées sont de plus en plus difficiles, et seules de très faibles variations peuvent être acceptées. En fait,

---

la valeur appelée « température »  $T$  est seulement un paramètre permettant de contrôler l'amplitude des mouvements et permet d'éviter les minimums locaux.

Quand la température est nulle, la probabilité de transition devient unitaire et l'algorithme de Metropolis est alors identique à un algorithme d'amélioration itérative, dans ce cas, on risque de finir piégé dans des minimums locaux.

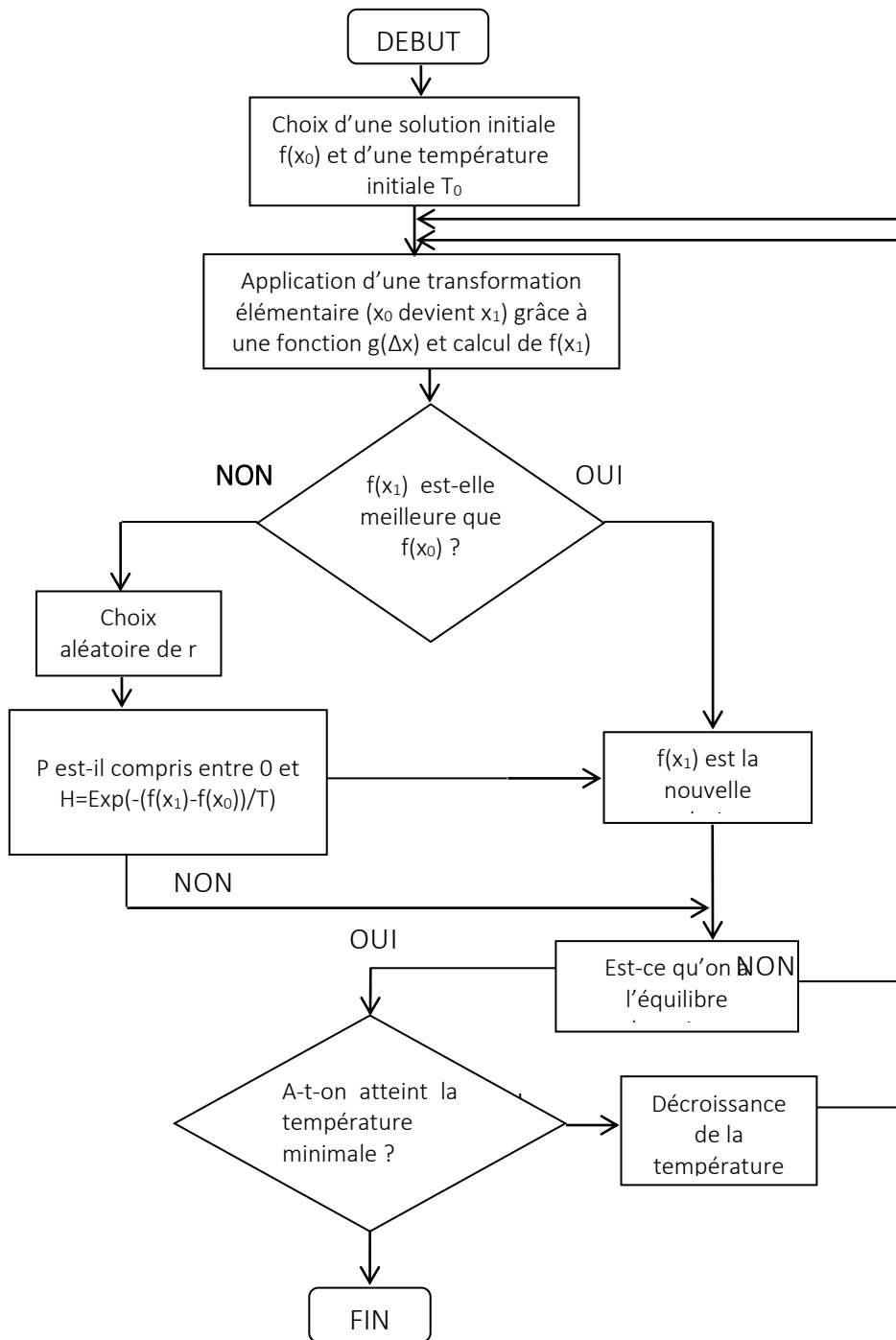
En revanche, quand la température n'est pas nulle, l'algorithme peut choisir des points avec une valeur de la fonction plus élevée, ce qui permet d'éviter les minimums locaux en faveur d'un minimum global et la recherche continue avec celle-ci jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint.

### **II. 3. 3. Choix du nouveau point et décroissance de la température**

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer la transformation élémentaire afin d'obtenir le nouveau point  $x_1$  à partir du point  $x_0$ .

On appelle  $\Delta x = x_1 - x_0$  la différence entre le nouveau point et le point courant, elle est généralement obtenue aléatoirement et respecte une densité de probabilité que l'on appelle  $g(\Delta x)$ .

Sur la figure II. 11, nous avons représenté la structure en bloc de l'algorithme du recuit simulé.



**Figure II.11.** Algorithme du recuit Simulé (Simulated Annealing)[15].

### II. 3. 4. L'algorithme de BOLTZMANN (BA: Boltzmann Annealing)

La première fonction  $g(\Delta x)$  est connue sous le nom de la fonction génératrice de recuit de Boltzmann. Elle a été employée par de nombreux utilisateurs de recuit simulé car elle permet une

réduction de la zone de recherche. L'algorithme de Boltzmann permet de choisir aléatoirement des valeurs  $\Delta x$  qui satisfont à la densité de probabilité gaussienne suivante :

$$g(\Delta x) = (2\pi T)^{-D/2} \text{Exp}(-\Delta x^2 / (2T)) \quad (\text{II.12})$$

Où  $T$  est la température du système et  $D$  la dimension de l'espace de travail.

Le système peut alors trouver un minimum global à la fonction  $f(x)$ , si la température du recuit  $T(K) = T_0 / \text{Ln}(K)$  a diminuée lentement pour tendre vers la température nulle.  $K$  est alors le pas du recuit simulé.

### II. 3. 5. Recuit Rapide (FA : Fast Annealing)

Un algorithme plus rapide peut être obtenu en utilisant une distribution de Cauchy, elle s'est révélée souvent supérieure à la méthode du type *BA* et elle est définie comme suit :

$$g(\Delta x) = \frac{1}{(\Delta x^2 + T^2)^{(D+1)/2}} \quad (\text{II.13})$$

Pour garantir que le système trouve statistiquement le minimum global, la procédure de refroidissement pour la distribution de Cauchy est de la forme :

$$T = \frac{T_0}{K^{1/D}} \quad (\text{II.14})$$

## II. 4. Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet d'un exposé détaillé sur le fonctionnement des algorithmes génétiques et leurs opérateurs : sélection, croisement et mutation, ainsi que sur ces applications et enfin quelques avantages et inconvénients.

Nous avons exposé avec détails la méthode du recuit simulé qui reste applicable à tous les problèmes d'optimisation. Cette technique de par sa procédure de recherche aléatoire peut assurer la convergence vers les optima globaux. C'est cette efficacité qui nous a poussés vers l'application de cet algorithme dans notre problème de synthèse.

Nous nous intéressons dans le chapitre suivant à l'application de l'algorithme génétique ainsi que le recuit simulé dans la synthèse de cristaux photoniques unidimensionnels par action sur les dimensions des différentes couches qui vont former le filtre CP, permettant d'obtenir une courbe de transmission désirée, exigée à l'avance par l'utilisateur.

---

## Chapitre III

---

### Le filtrage sélectif en longueur d'ondes par les CPs 1.5D

### III.1. Introduction

Dans le monde de la recherche et du développement technologique, les différentes méthodes de calcul, numériques ou analytiques, utilisées pour l'analyse et la prédiction du comportement linéaire des cristaux photoniques dépendent tout d'abord de la taille finie ou infinie des structures puis de leur dimensionnalité (1D, 2D ou 3D). Certaines méthodes s'appliquent dans plusieurs cas. L'étape d'optimisation devient actuellement clé dans la conception d'un dispositif optique. Lors du chapitre précédent, nous avons exposé deux méthodes stochastiques d'optimisation globale, à savoir « *l'algorithme génétique* » et « *le recuit simulé* ». De nos jours, ces deux méthodes sont utilisées dans la quasi-totalité des domaines de recherches tels que le domaine des réseaux d'antennes, du fait de la précision des résultats obtenus mais aussi du temps de calcul qui est relativement court. Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats issus de l'optimisation par les deux méthodes pour la conception d'un filtre sélectif en longueur d'onde pour une longueur d'onde donnée à base d'un CP-1.5D. L'idée consiste à rechercher l'épaisseur optique optimale de chaque couche du filtre pour que la transmission synthétisée soit aussi proche d'une transmission désirée tout en éliminant les transmissions parasites intervenant à des longueurs d'onde voisines.

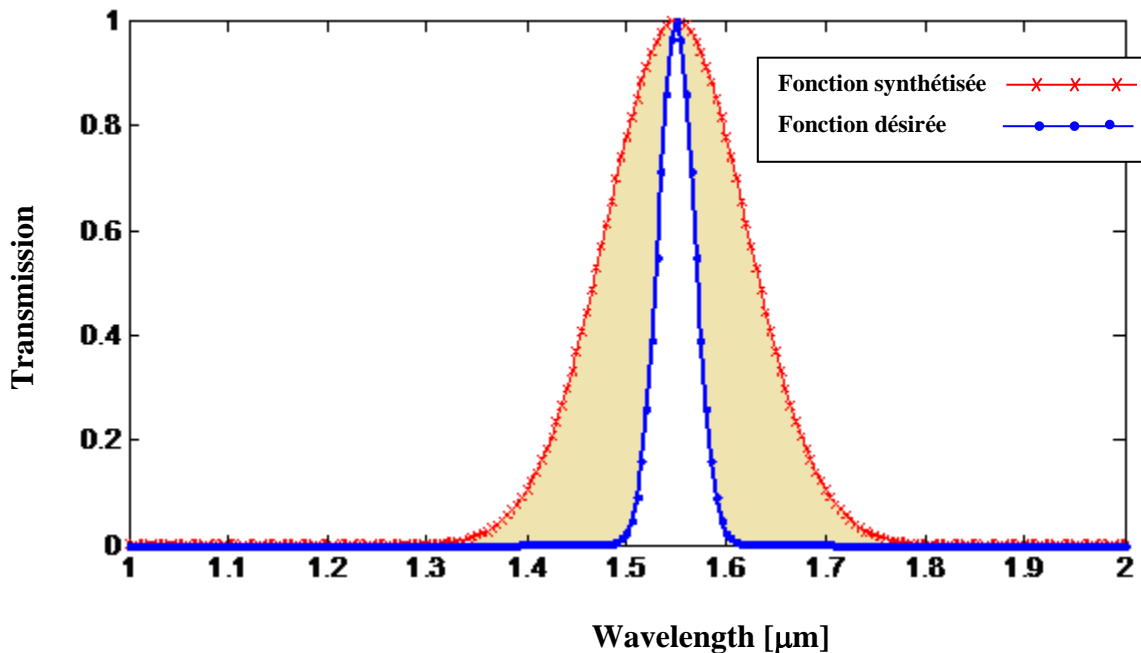


Figure III. 1. Spécification des fonctions désirée et synthétisée.

---

Le problème de synthèse consiste à approcher le spectre de transmission synthétisé du filtre à CP  $F_s(\lambda)$  à une fonction Gaussienne désirée  $F_d(\lambda_i)$  représentée par l'équation (III. 1) imposé préalablement par l'utilisateur, comme montrée selon la figure III.1.

$$F_d(\lambda_i) = e^{-\left(\frac{15(\lambda_i - \lambda_0)^2}{10^{-2}}\right)} \quad (\text{III. 1})$$

L'erreur commise entre les les deux fonctions s'écrit:

$$\delta(\lambda, d, n) = |F_s(\lambda, d, n) - F_d(\lambda, d, n)| \quad (\text{III.2})$$

Le problème d'optimisation consiste ensuite à minimiser l'erreur quadratique  $G(\lambda, n)$  :

$$G(\lambda) = \sum_{\lambda} \delta^2(\lambda, d, n) \quad (\text{III.3})$$

Les méthodes de synthèse utilisées sont l'algorithme génétique et le recuit simulé. Ces dernières nous ont parus efficaces et très adaptées à une telle problématique qui consiste bien entendu à la conception des filtres sélectifs.

### III. 2. Défaut dans les CPs-1D

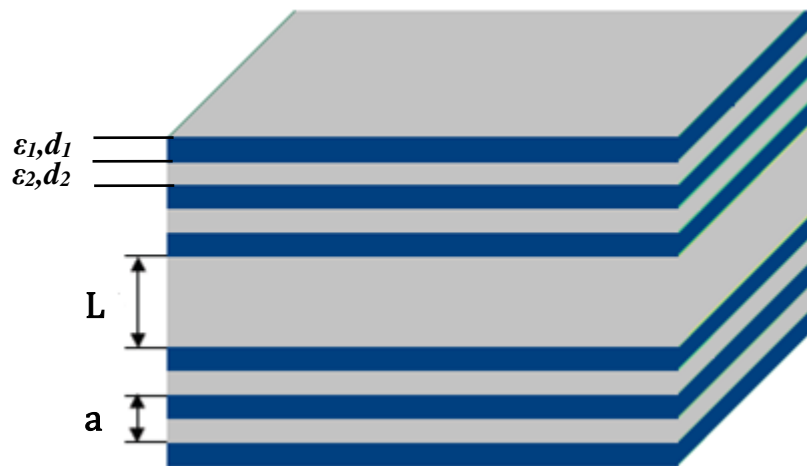
Pour contrôler précisément et efficacement la propagation de la lumière, l'introduction de défauts dans la périodicité de ces objets peut être un atout équivalent à celui apporté par le dopage des semi-conducteurs pour contrôler les propriétés de conduction des semi-conducteurs.

Parmi les défauts possibles dans les CPs, une distinction peut être faite entre les défauts ponctuels de dimension 0D correspondant à une brisure locale de la périodicité, et les défauts étendus de dimension 1D, 2D ou 3D. Ces derniers ne peuvent bien entendu exister que dans des CPs ayant une dimensionnalité supérieure ou égale [7].

Un défaut 0D dans un CP 1D correspond à la modification de l'épaisseur ou de la constante diélectrique d'une couche. La Figure III.2.est une représentation schématique d'une de ces structures. L est la longueur du défaut et a la période du CP 1D.

---

Cette structure est en fait une cavité de type Fabry-Perot où les miroirs sont composés de l'empilement de Bragg. Il s'agit d'un milieu périodique composé de l'alternance de deux couches d'épaisseur différente ( $d_1$  et  $d_2$ ) formées de matériaux ayant des constantes diélectriques différents ( $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ ) [4].



**Figure III.2.** Représentation schématique d'un CP 1D ayant un défaut ponctuel.

Un cristal photonique 1D parfait est périodique dans une seule direction et infiniment long dans la direction perpendiculaire à la direction de périodicité. Ce système n'existe pas dans la réalité. Ce dernier permet une Bande Interdite Photonique (BIP) unidirectionnelle dans la direction normale du miroir de Bragg. Cette BIP est sensible à l'angle d'incidence de l'onde c'est-à-dire que les CPs-1D réfléchissent la lumière seulement à une incidence normale ou près de la normale.

Pour compenser l'absence de bande interdite dans la direction perpendiculaire au plan de périodicité des cristaux 1D, la lumière peut être confinée dans une hétéro-structure d'indice. Ces guides d'ondes planaires sont couramment utilisés en optique intégrée et sont facilement fabriqués par des techniques habituelles d'épitaxie [4]. Les cristaux photoniques obtenus portent

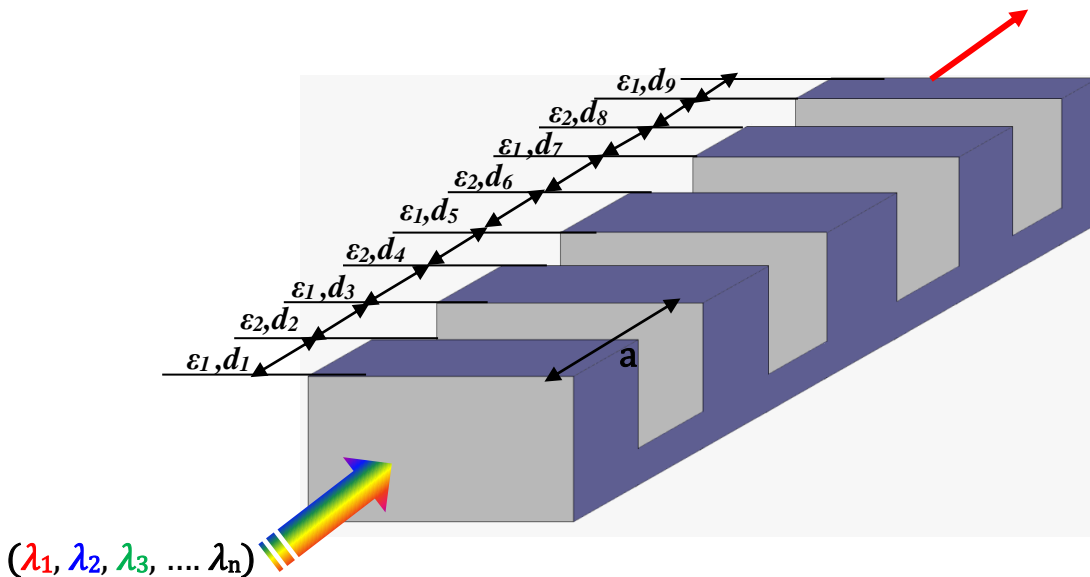
le nom les cristaux photoniques unidimensionnels planaires ou les cristaux photoniques en géométrie de guides d'ondes (1.5D).

### III. 3. Les cristaux photoniques unidimensionnels en géométrie guides d'ondes CPs-1.5D

Dans la réalité, les CPs 1D ont une taille finie dans la direction parallèle à l'axe des trous. Pour que le champ électromagnétique soit aussi confiné dans cette direction, le CP 1D peut être associé à un guide planaire à saut d'indice. On appelle ces structures des CPs 1.5D [4].

#### III.3. 1. Les filtres sélectifs en longueur d'onde à CPs-1.5 D

Notre filtre se compose d'un empilement périodique de deux diélectriques de constantes respectives  $\epsilon_1=12.25$  (*silicium*) et  $\epsilon_2=1$  (*l'air*). Il s'agit des matériaux à fort contraste d'indice, capable de créer un gap photonique large. En plus, notre miroir de Bragg est de taille finie  $L=N.a$  ( $N$  est le nombre de périodes et  $a$  la période).



**Figure III.3.** Structure du filtre sélectif à base d'un CP 1.5D en incidence normale.

La figure III.3 illustre le principe du filtre sélectif à base d'un CP-1.5D et qui repose sur la dépendance de l'épaisseur optique de chaque couche constituant le miroir de Bragg avec l'intensité du signal transmis intra-cavité.

---

### III.3. 2. Présentation des résultats de simulation

Pour l'étude de notre filtre, nous avons choisis d'exploiter une plage en longueur d'onde très utilisée en télécommunications optique comprise entre  $1\mu\text{m}$  et  $2\mu\text{m}$ . Il suffira alors de lancer l'opération de simulation à l'aide du logiciel de calcul MATLAB et de balayer la plage des fréquences en intervenant directement sur les programmes des algorithmes.

A ce stade, le filtre en question ne peut pas encore filtrer. On doit passer par l'étape de l'optimisation, qui va appliquer des changements au niveau de l'épaisseur de chaque couche afin de ne laisser passer qu'une seule longueur d'onde, et donc une seule fréquence.

Pour le bon déroulement de notre simulation, nous avons introduit les paramètres requis pour chacun des deux algorithmes :

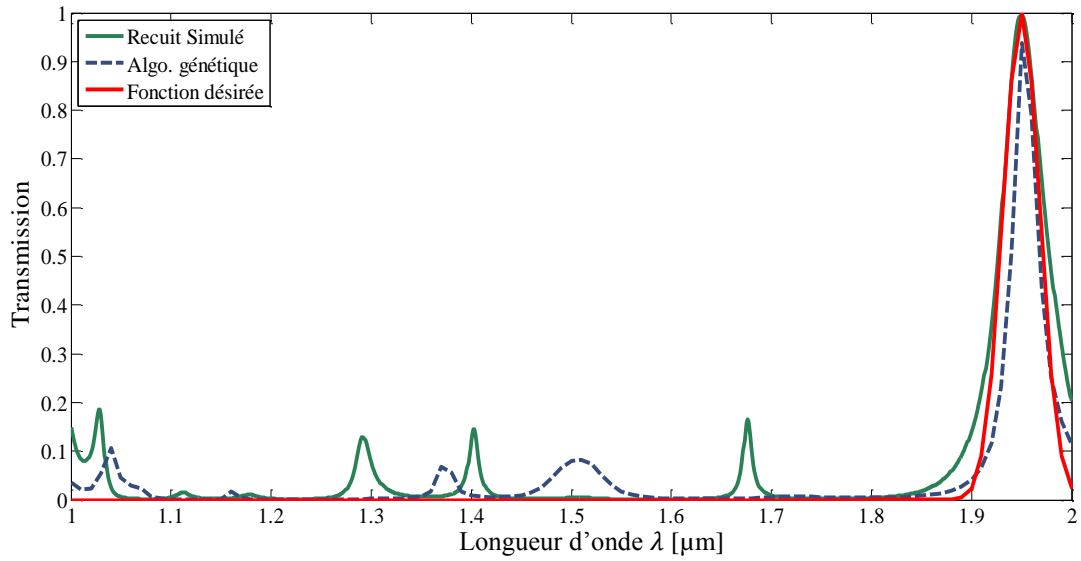
	<i>Paramètres d'entrée</i>
<i>Algorithme génétique</i>	<ul style="list-style-type: none"><li>- N (nombre de couches)=9.</li><li>- Population=100.</li><li>- Génération=100. (itérations)</li><li>- Codage sur 8 bits</li></ul>
<i>Recuit simulé</i>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Température=2.</li><li>- Décroissance de température linéaire (<math>T_{k+1} = \alpha.T_k</math>) avec <math>\alpha=0.1</math>.</li></ul>

**Tableau III. 1.** Paramètres de simulations.

Les paramètres d'entrée seront maintenus constants pour toutes les simulations effectuées dans notre travail (Tableau III.1).

#### III.3. 2.1. Pour la longueur d'onde $1.95\mu\text{m}$

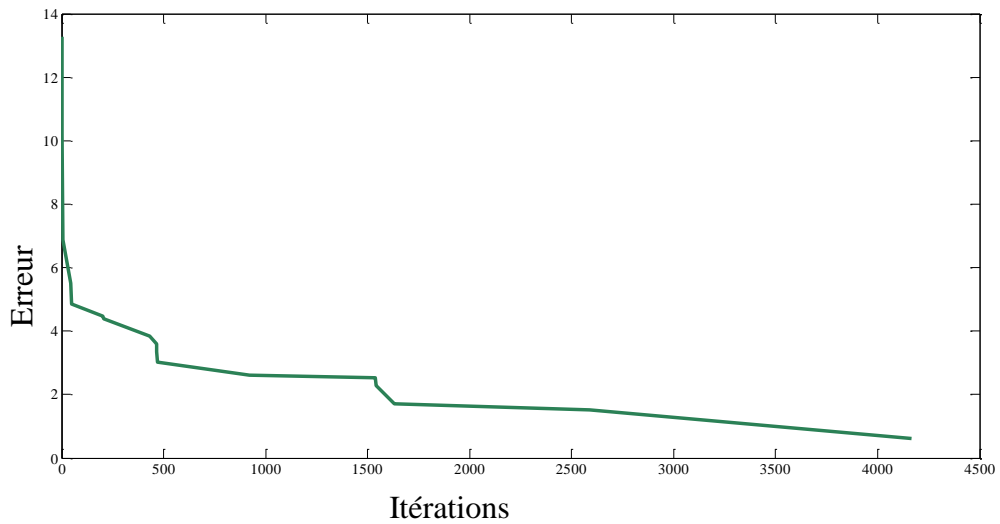
Nous commençons par balayer la plage de longueurs d'ondes à partir de la longueur d'onde  $\lambda=1.95\mu\text{m}$ . Après lancement de chaque simulation, voici, ci-dessous ce que nous obtenons :



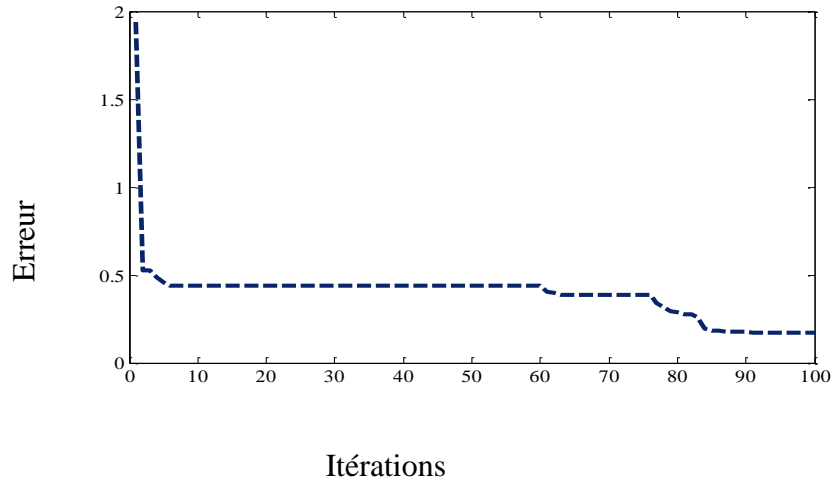
**Figure III.4.** La transmission en fonction de la longueur d'onde.

Selon la figure III.4 nous pouvons remarquer que le résultat de l'optimisation qui découle du recuit simulé ainsi que celui obtenu par l'algorithme génétique sont très proches.

Afin de minimiser l'erreur entre la fonction désirée et celle obtenue par les deux techniques, nous allons poursuivre notre étude en analysant l'évolution de l'erreur de chaque algorithme à partir de la figure III.5.



**(a)**



**Figure III. 5.** Évolution de l'erreur pour l'algorithme génétique (AG) (a) du Recuit Simulé, (b) de l'algorithme génétique (AG)

L'allure principale de la fonction de coût change pratiquement pas pour les deux algorithmes, la différence majeure réside dans le nombre d'itérations qu'effectue chacun des deux algorithmes, le nombre d'itérations pour l'algorithme génétique étant fixé au début de la simulation à 100. Pour la longueur d'onde  $\lambda=1.95\mu\text{m}$ , les épaisseurs des différentes couches du filtre sont représentées dans le tableau III. 2:

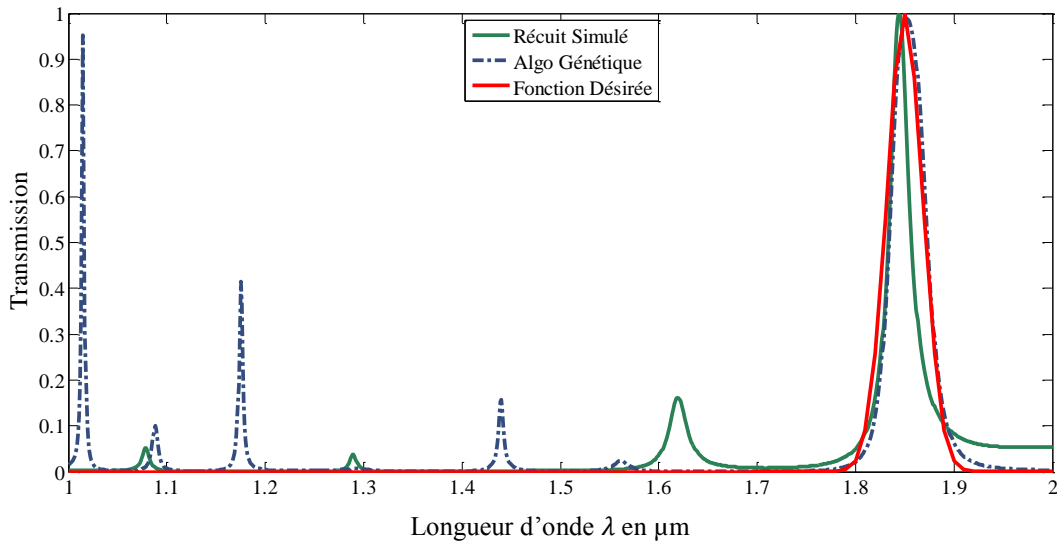
		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,55586239	0,25098039
	$d_2$	0,36686303	0,84705882
	$d_3$	0,09482554	0,12549020
	$d_4$	0,40444295	0,21568627
	$d_5$	0,26716700	0,65490196
	$d_6$	0,72568034	0,41568627
	$d_7$	0,68687490	0,58431373
	$d_8$	0,63234001	0,29019608
	$d_9$	0,83840796	0,75294118

**Tableau III. 2.** Épaisseurs optimales [ $\mu\text{m}$ ] des couches du filtre sélectif pour  $\lambda=1.95\mu\text{m}$

A partir de ce premier résultat nous pouvons d'ors et déjà dire que les deux méthodes donnent chacune une solution différente pour satisfaire les exigences.

### III.3.2.2. Pour la longueur d'onde $1.85\mu\text{m}$

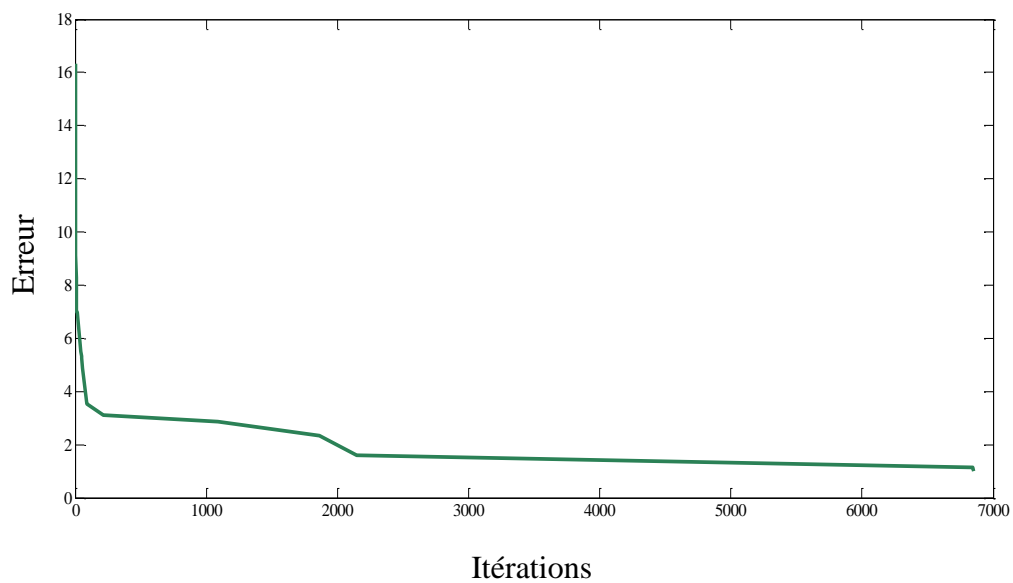
Dans cette section, nous cherchons à optimiser le filtre de telle sorte qu'il résonne à la longueur d'onde  $1.85\mu\text{m}$ . Le paramètre à optimiser est bien entendu la largeur des différentes couches.



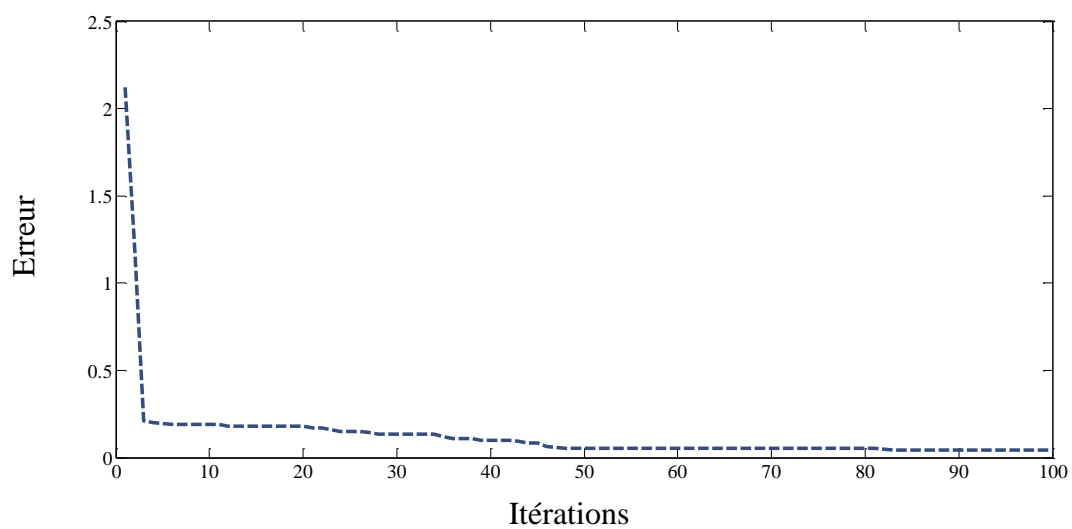
**Figure III.6.** La transmission en fonction de la longueur d'onde

Comme dans le cas précédent, l'algorithme génétique présente un graphique qui comporte une longueur d'onde non désirée, ce qui n'est pas le cas pour le cas du recuit simulé, dont l'allure du graphique se rapproche beaucoup de celle désirée en sortie de notre filtre.

Quant à la fonction « *fitness* » (fonction d'évaluation de l'erreur), son allure reste fidèle à celle du cas précédent, mais on remarque que dans le cas de l'algorithme génétique la différence calculée avec la fonction désirée se rapproche très rapidement de 0 (Voir figure III.7).



(a)



(b)

**Figure III. 7.** Évolution de l'erreur pour  $1.85\mu\text{m}$  :  
**(a)** du Recuit simulé (RS), **(b)** de l'algorithme génétique (AG)

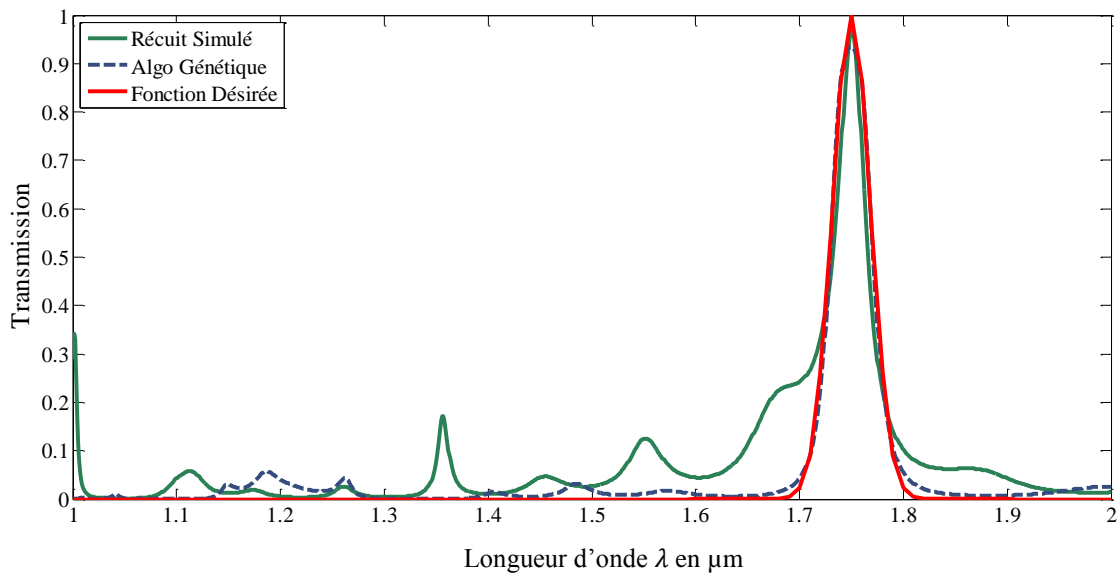
De même pour cet exemple, l'épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre sélectif en longueur d'onde diffère pour chaque algorithme :

		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,44166905	0,18039216
	$d_2$	0,16561041	0,90980392
	$d_3$	0,75871674	0,9254902
	$d_4$	0,93763872	0,19215686
	$d_5$	0,07738966	0,14117647
	$d_6$	0,35768119	0,30588235
	$d_7$	0,06548569	0,83529412
	$d_8$	0,2734179	0,24313725
	$d_9$	0,33440596	0,10588235

**Tableau III. 3.**Épaisseur  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1.5D pour  $1.85\mu\text{m}$

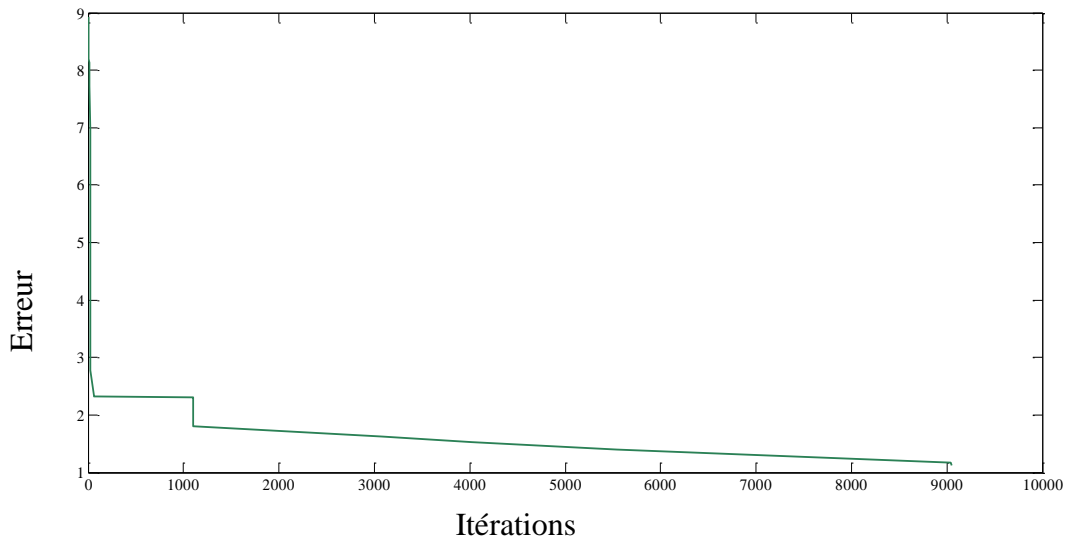
### III.3.2.3. Pour la longueur d'onde $1.75\mu\text{m}$

Toujours dans l'optimisation des filtres sélectifs en longueur d'onde, cette fois-ci nous passons à la longueur d'onde  $1.75\mu\text{m}$ . Nous présentons les résultats de synthèse obtenus par les deux méthodes.

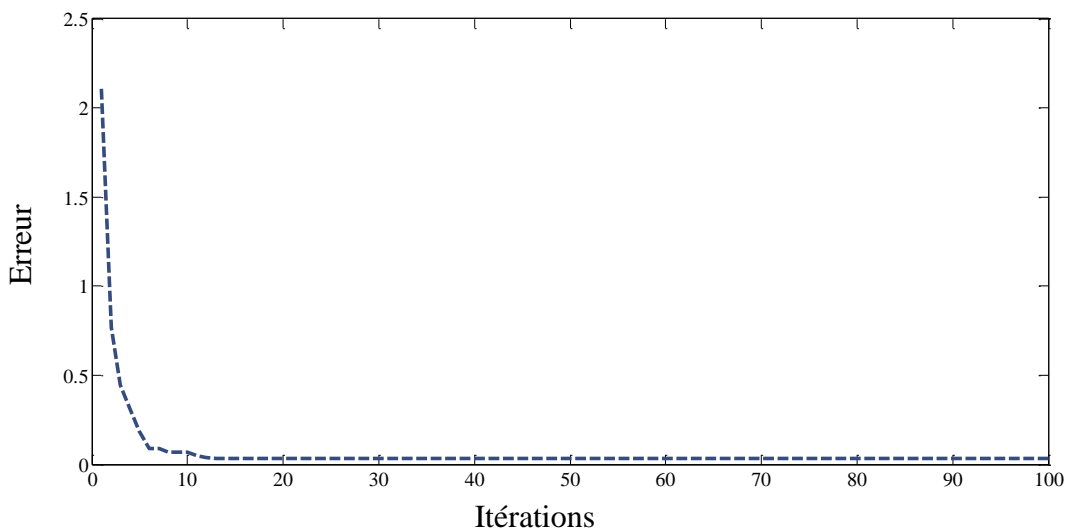


**Figure III.8.** La transmission en fonction de la longueur d'onde

Pour cette longueur d'onde, l'algorithme génétique nous offre en réponse une solution qui peut être considérée comme parfaite, car le graphique est superposé avec celui de la fonction désirée sur toute la gamme de longueur d'onde. On peut le considérer comme un excellent résultat. Le recuit simulé donne un résultat un peu moins bon mais reste dans les normes.



(a)



(b)

**Figure III.9.** Évolution de l'erreur pour  $1.75\mu\text{m}$  :  
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG)

Nous pouvons observer que l'erreur tend très rapidement vers 0, ce qui n'est pas le cas de l'erreur du recuit simulé. Même constat que lors des précédents cas. L'épaisseur (en  $\mu\text{m}$ ) de

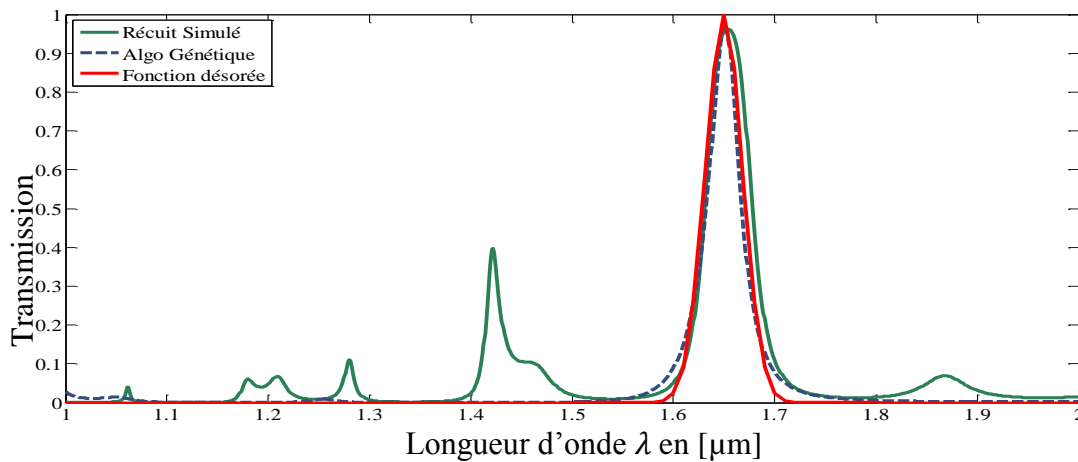
chaque couche varie en fonction de l'algorithme utilisé pour l'optimisation ; est donnée dans le tableau suivant :

		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,48320126	0,8745098
	$d_2$	0,98223659	0,69803922
	$d_3$	0,47954897	0,7372549
	$d_4$	0,34534859	0,32941176
	$d_5$	0,21306179	0,07843137
	$d_6$	0,82499857	0,3254902
	$d_7$	0,28713516	0,50196078
	$d_8$	0,65519834	0,78823529
	$d_9$	0,79060861	0,52156863

**Tableau III. 4.** Épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1D pour  $1.75\mu\text{m}$ .

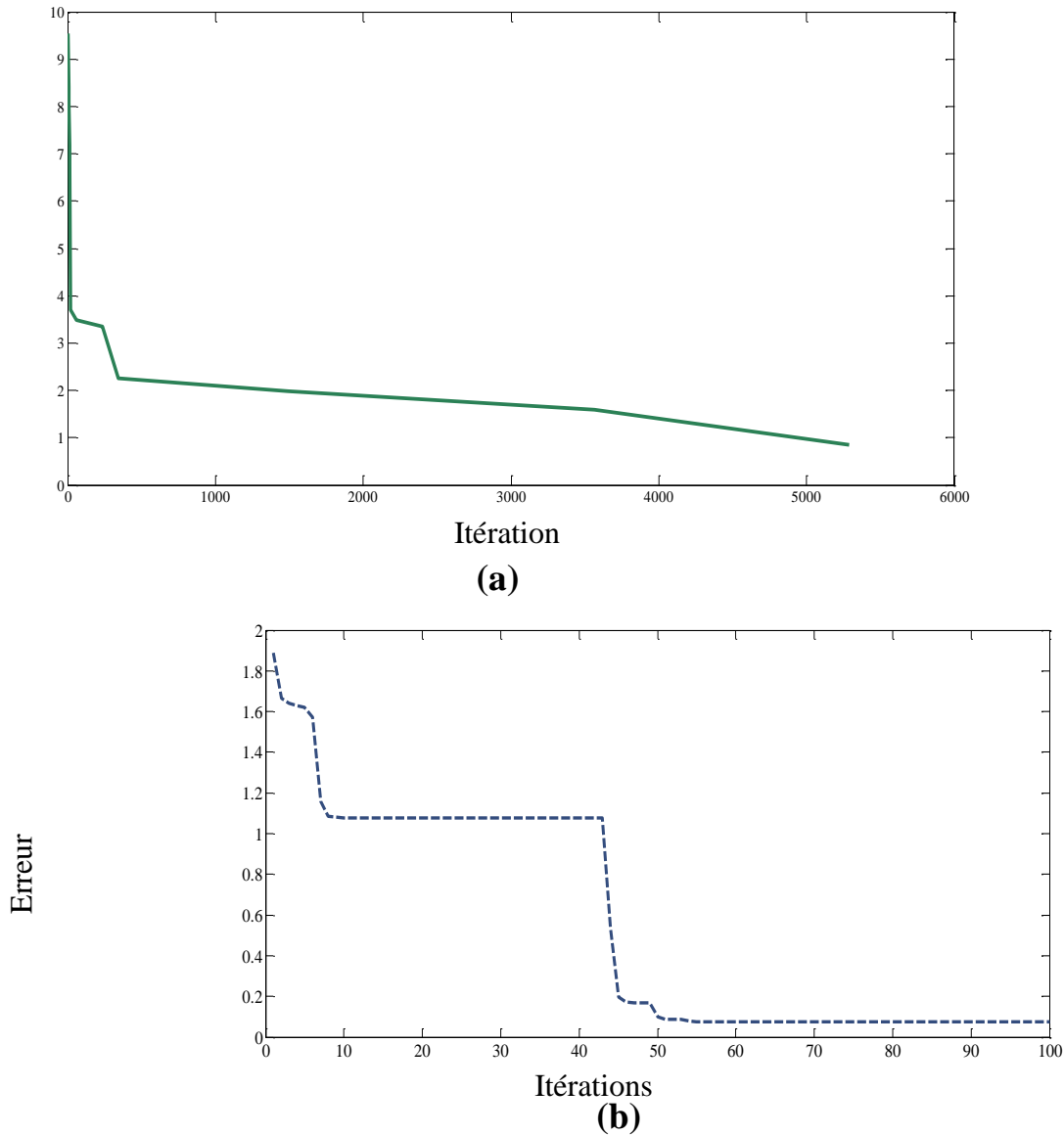
### III.3.2.4. Pour la longueur d'onde $1.65\mu\text{m}$

Toujours dans l'optimisation des filtres sélectifs en longueur d'onde, cette fois-ci nous passons à la longueur d'onde  $1.65\mu\text{m}$ . Nous présentons les résultats de synthèse obtenus par les deux méthodes.



**Figure III.10.** La transmission en fonction de la longueur d'onde

Comme pour la longueur d'onde  $\lambda=1.75\mu\text{m}$ , les résultats de l'optimisation obtenus pour  $\lambda=1.65\mu\text{m}$  sont en faveur de l'algorithme génétique, où la courbe se chevauche parfaitement avec la fonction désirée.



**Figure III.11.** Évolution de l'erreur pour  $1.65\mu\text{m}$  :  
**(a)** du Recuit simulé (RS), **(b)** de l'algorithme génétique (AG)

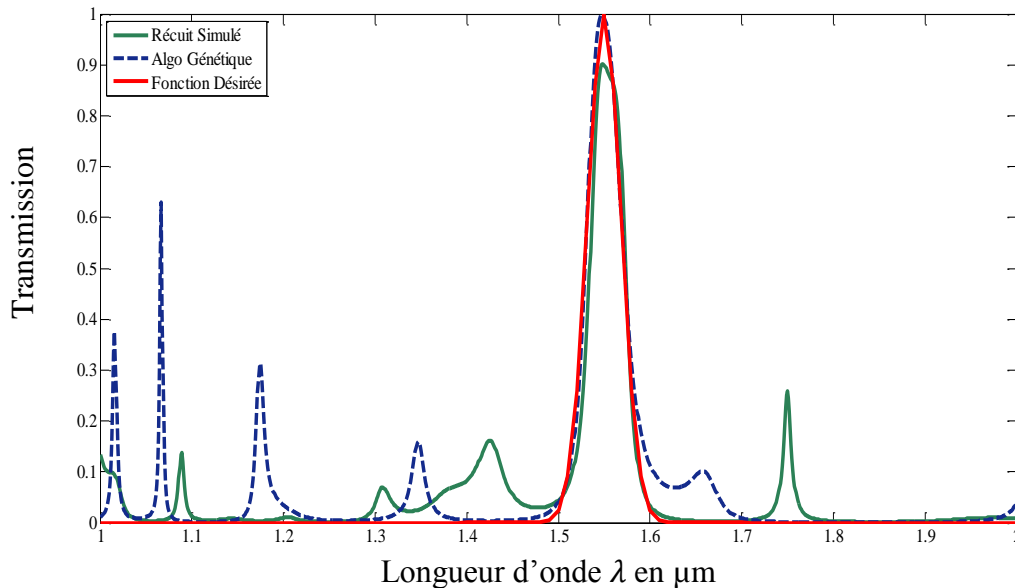
L'allure de la fonction fitness de l'algorithme génétique diffère un peu de ce que nous avons vu jusqu'à présent, on peut voir qu'elle reste constante durant environ 30 itérations, et s'est fixé au-delà de 50 itérations. Ce qui signifie qu'il a fallu fixer le nombre de génération à 50, et l'augmentation de l'itération n'implique pas une bonne solution. L'épaisseur (en  $\mu\text{m}$ ) de chaque couche varie en fonction de l'algorithme utilisé pour l'optimisation (Tableau III.5).

		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,06883232	0,45098039
	$d_2$	0,89839455	0,56078431
	$d_3$	0,44508982	0,1372549
	$d_4$	0,83703239	0,33333333
	$d_5$	0,35547524	0,27058824
	$d_6$	0,28072844	0,27058824
	$d_7$	0,37053843	0,05098039
	$d_8$	0,77918572	0,29803922
	$d_9$	0,87115637	0,09411765

**Tableau III. 5.** Épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1.5D pour  $1.65\mu\text{m}$

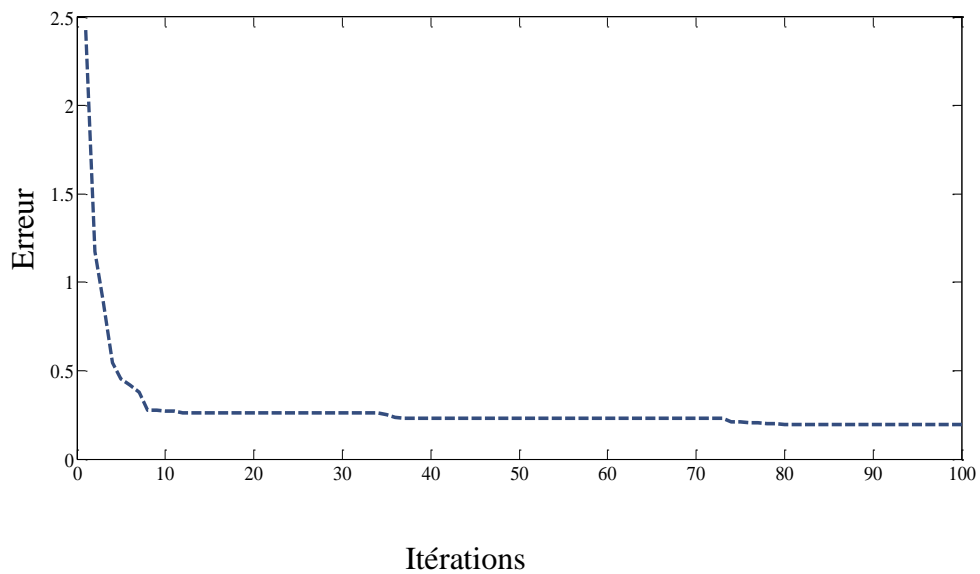
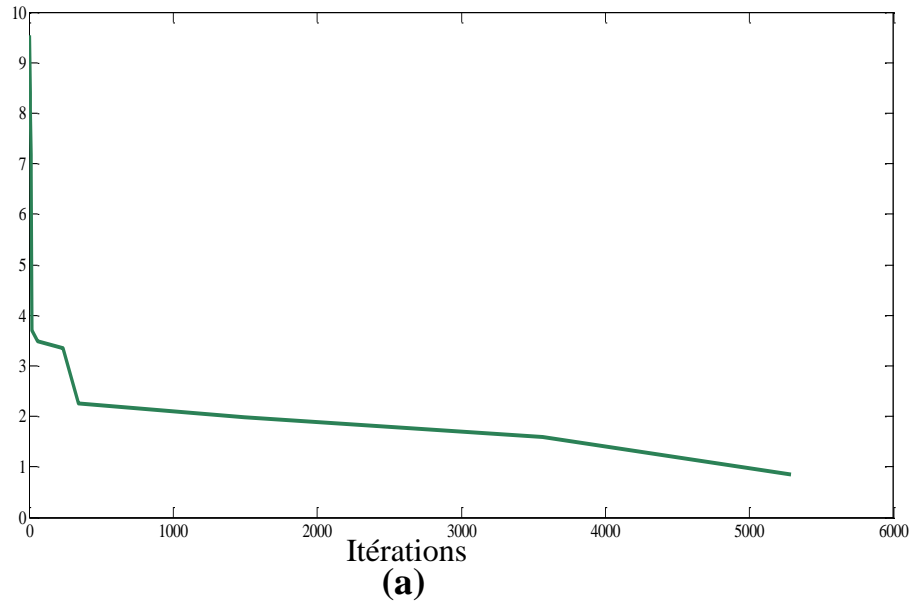
### III. 3. 2.5. Pour la longueur d'onde $1.55\mu\text{m}$

Toujours dans l'optimisation des filtres sélectifs en longueur d'onde, cette fois-ci nous passons à la longueur d'onde  $1.55\mu\text{m}$ . Nous présentons les résultats de synthèse obtenus par les deux méthodes.



**Figure III.12.** La Transmission en fonction de la longueur d'onde pour  $1.55\mu\text{m}$ .

Le résultat qui convient le mieux dans cet exemple est évidemment la réponse obtenue par le recuit simulé, car sa réponse comporte moins d'harmonique dans le reste de la plage de longueurs d'ondes (ou fréquences).



**Figure III.13.**Évolution de l'erreur pour  $1.55\mu\text{m}$  :  
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG)

La même remarque doit être répétée pour ce cas, l'épaisseur (en  $\mu\text{m}$ ) de chaque couche varie en fonction de l'algorithme utilisé pour l'optimisation ; l'épaisseur (en  $\mu\text{m}$ ) de chaque

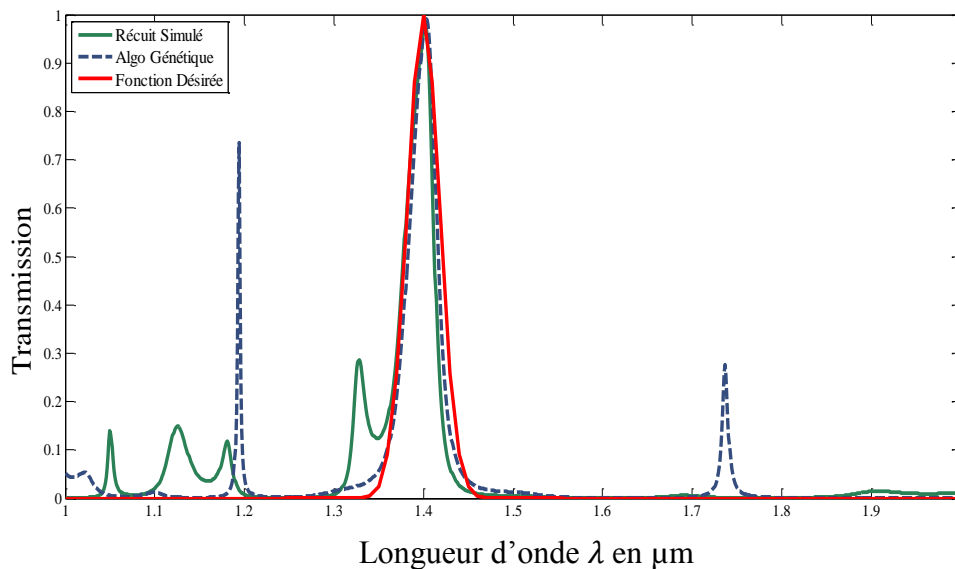
couche varie en fonction de l'algorithme utilisé pour l'optimisation ; exposée dans le tableau ci-dessous :

		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,57887826	0,69019608
	$d_2$	0,64262642	0,27843137
	$d_3$	0,40907413	0,2627451
	$d_4$	0,33863656	0,96470588
	$d_5$	0,12154845	0,36862745
	$d_6$	0,85964388	0,56470588
	$d_7$	0,62503995	0,64705882
	$d_8$	0,71272738	0,28235294
	$d_9$	0,82194557	0,19215686

**Tableau III. 6.** Épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1D pour  $1.55\mu\text{m}$

### III. 3. 2.6. Pour la longueur d'onde $1.40\mu\text{m}$

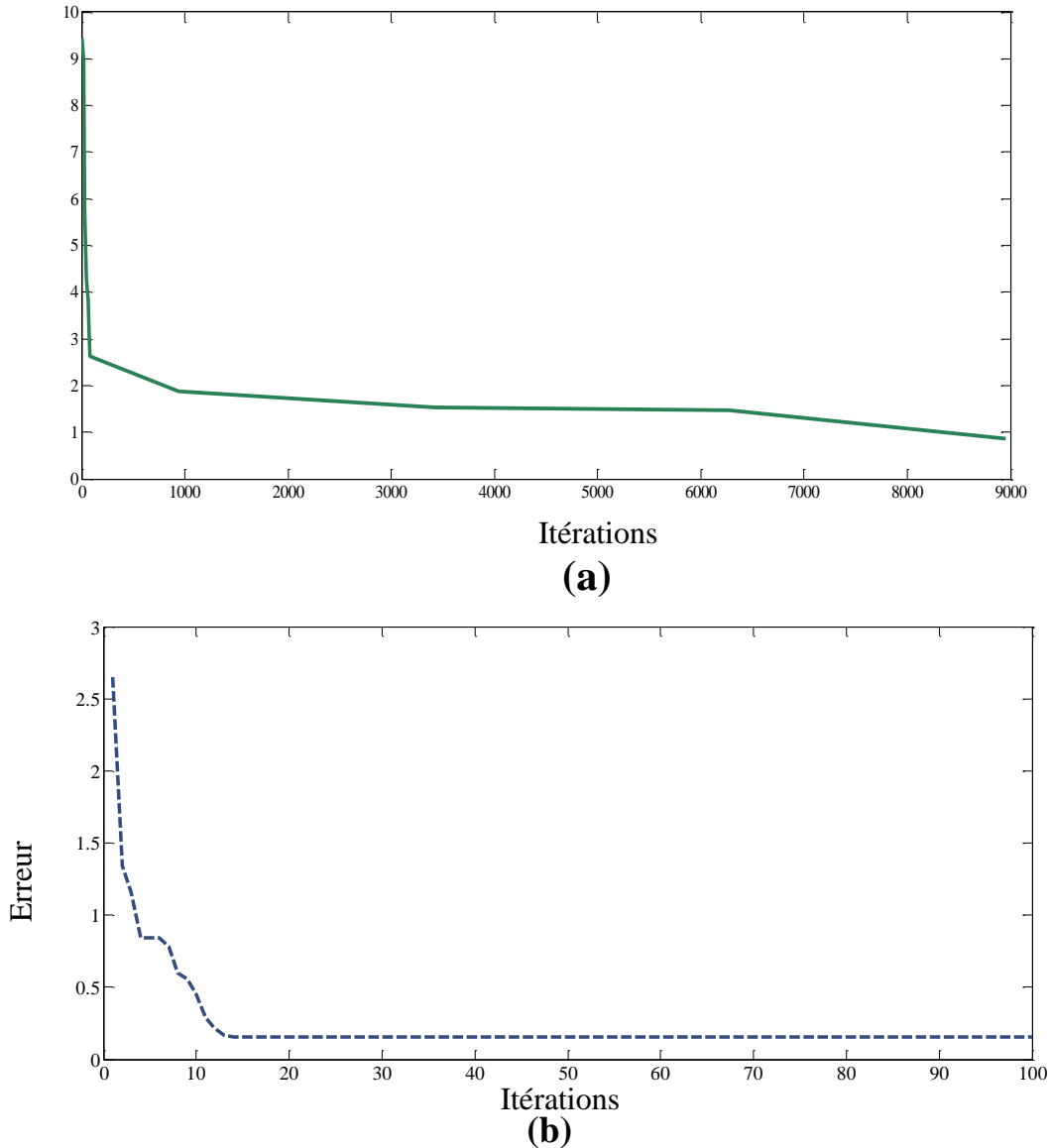
Toujours dans l'optimisation des filtres sélectifs en longueur d'onde, cette fois-ci nous passons à la longueur d'onde  $1.40\mu\text{m}$ . Nous présentons les résultats de synthèse obtenus par les deux méthodes.



**Figure III.14.** La transmission en fonction de la longueur d'onde pour  $1.40\mu\text{m}$ .

---

Comme pour la majorité des résultats analysés jusqu'à présent, le recuit simulé donne une réponse plus satisfaisante que celle fournie par l'AG. Nous présentons sur la figure III.15 l'évolution de l'erreur en fonction du nombre d'itération :



**Figure III.15.**Évolution de l'erreur pour 1.40μm :  
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG)

L'évolution de l'erreur a la même caractéristique que celles vues précédemment, à savoir elle tend vers l'axe des (x) graduellement (recuit simulé) ou très rapidement (algorithme génétique).

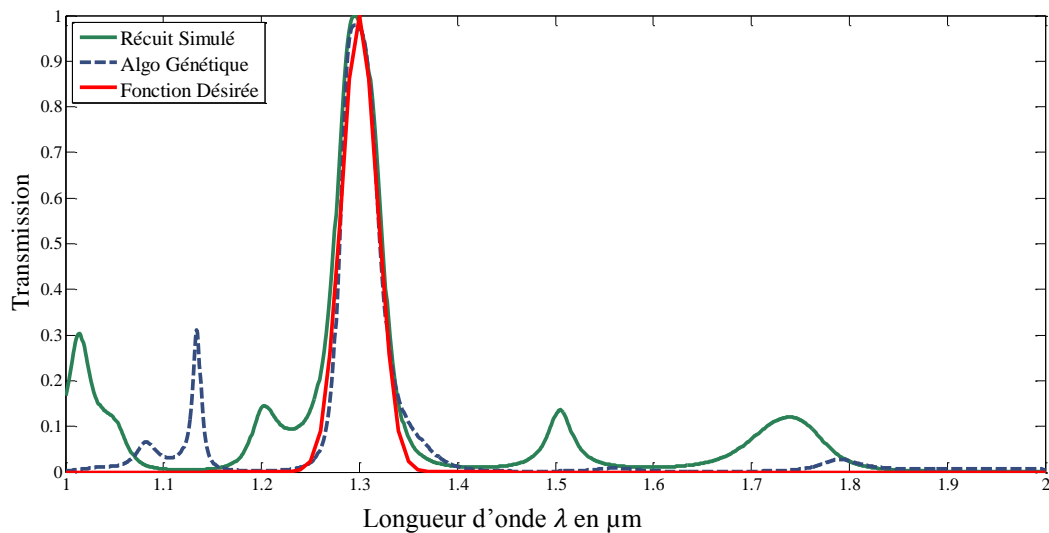
De même pour l'épaisseur des couches qui forment le filtre CP 1D :

		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,65727441	0,40392157
	$d_2$	0,19608948	0,53333333
	$d_3$	0,37270073	0,39607843
	$d_4$	0,58711515	0,37254902
	$d_5$	0,13360436	0,3372549
	$d_6$	0,31004038	0,88627451
	$d_7$	0,58342762	0,40392157
	$d_8$	0,93369411	0,37647059
	$d_9$	0,79182879	0,56078431

**Tableau III. 7.** Épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1D pour  $1.40\mu\text{m}$

### III. 3. 2.7. Pour la longueur d'onde $1.30\mu\text{m}$

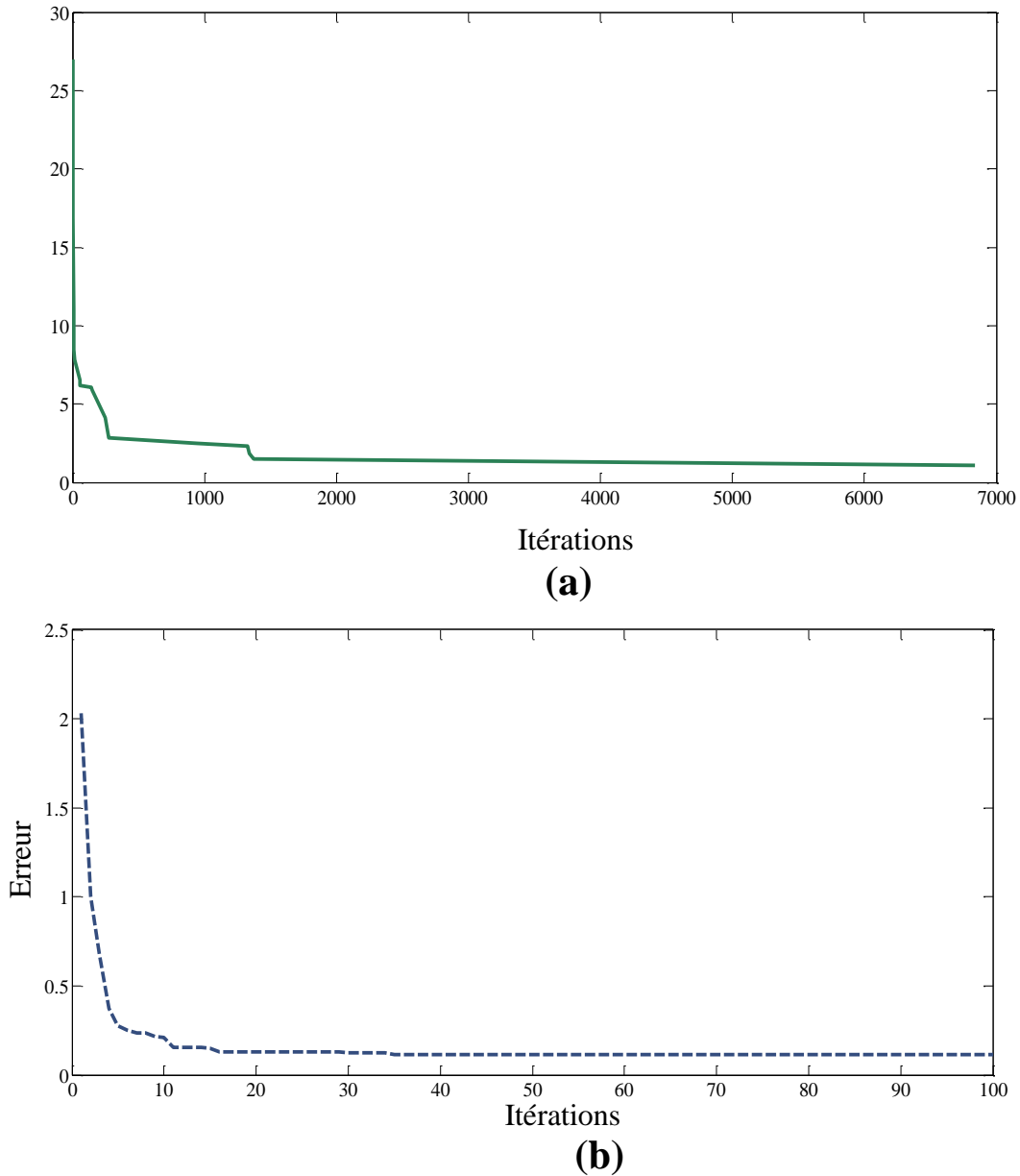
Toujours dans l'optimisation des filtres sélectifs en longueur d'onde, cette fois-ci nous passons à la longueur d'onde  $1.30\mu\text{m}$ . Nous présentons les résultats de synthèse obtenus par les deux méthodes.



**Figure III.16.** La transmission en fonction de la longueur d'onde pour  $1.30\mu\text{m}$ .

---

A cette longueur d'onde, les deux algorithmes offrent une bonne réponse en sortie. Elles répondent toutes les deux aux exigences. Nous présentons sur la figure III.16 l'évolution de l'erreur en fonction du nombre d'itération :



**Figure III.17.** Évolution de l'erreur pour 1.30μm :  
(a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG)

Le constat reste le même pour l'évolution de l'erreur des deux algorithmes, une allure tangente à l'axe des abscisses.

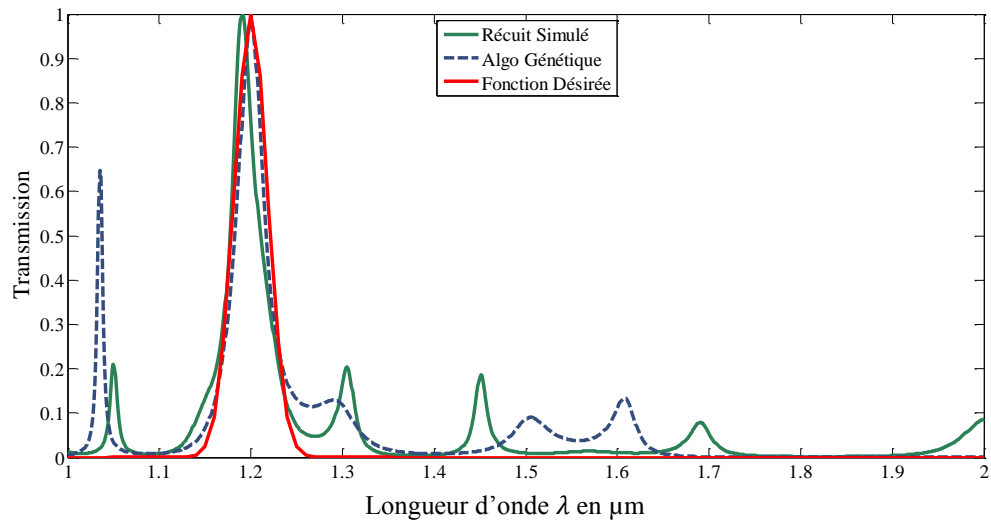
		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,16254269	0,93333333
	$d_2$	0,00598436	0,84313725
	$d_3$	0,55082264	0,1372549
	$d_4$	0,69331417	0,52941176
	$d_5$	0,1530192	0,05098039
	$d_6$	0,60272694	0,70980392
	$d_7$	0,0892785	0,05098039
	$d_8$	0,37296869	0,37647059
	$d_9$	0,740711	0,58039216

**Tableau III. 8.** Épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1D pour  $1.30\mu\text{m}$

Malgré une similitude de l'épaisseur de la couche 8 du filtre, le reste est conforme à ce qu'on a vu au pare avant, une différence significative entre les résultats fournis par les deux algorithmes.

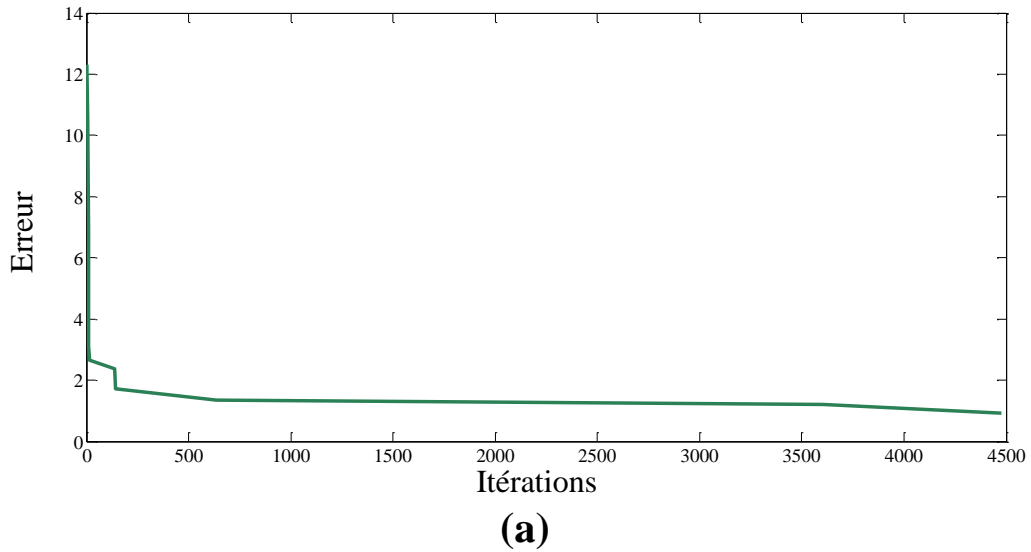
### III. 3. 2.8. Pour la longueur d'onde $1.20\mu\text{m}$

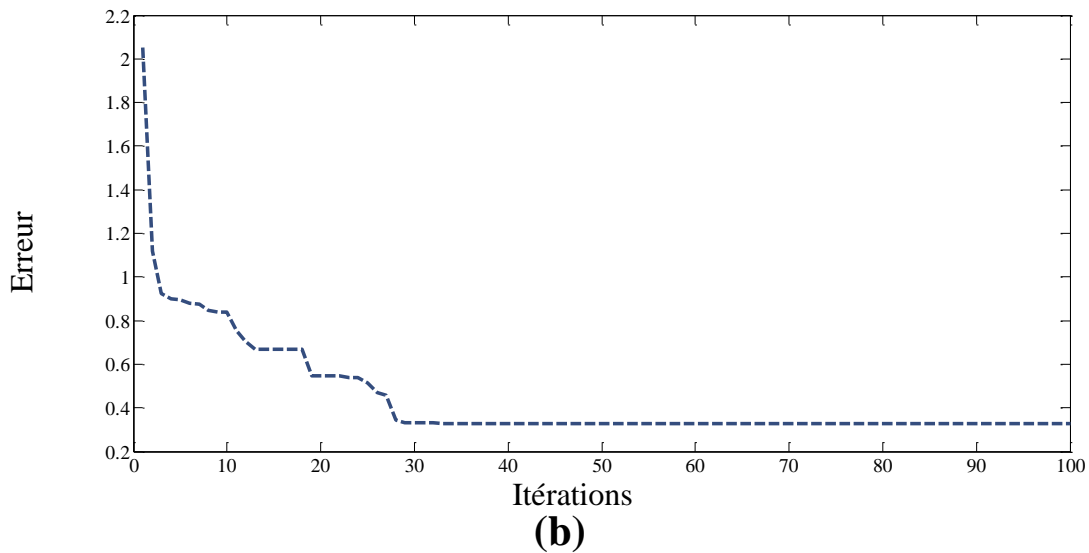
Toujours dans l'optimisation des filtres sélectifs en longueur d'onde, cette fois-ci nous passons à la longueur d'onde  $1.20\mu\text{m}$ . Nous présentons les résultats de synthèse obtenus par les deux méthodes.



**Figure III.18.** La transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.20μm.

Les deux algorithmes offrent une bonne réponse suite à l'optimisation malgré une interférence qui peut être causée par la longueur d'onde à  $\lambda=1.05\mu\text{m}$  pour le résultat obtenu avec l'algorithme génétique.





**Figure III.19.** Évolution de l'erreur pour  $1.20\mu\text{m}$  :  
**(a)** du Recuit simulé (RS), **(b)** de l'algorithme génétique (AG)

L'évolution de l'erreur reste fidèle aux précédentes avec cette allure décroissante, une décroissance rapide au tout début et très lente au fur et à mesure que la simulation avance.

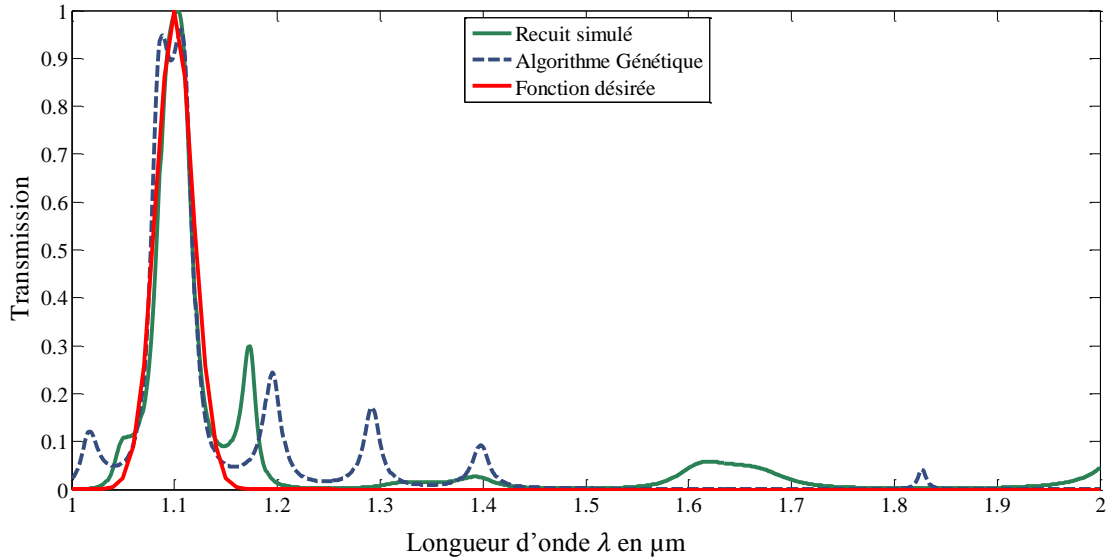
L'épaisseur des couches formatrices de notre filtre ne déroge pas à la règle, une différence très évidente :

		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,33251664	0,39215686
	$d_2$	0,36252453	0,70196078
	$d_3$	0,32134582	0,31764706
	$d_4$	0,53205656	0,63529412
	$d_5$	0,0236609	0,20784314
	$d_6$	0,82972349	0,24705882
	$d_7$	0,90503945	0,11372549
	$d_8$	0,63369284	0,49803922
	$d_9$	0,43033912	0,1372549

**Tableau III. 9.** Épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1D pour  $1.20\mu\text{m}$

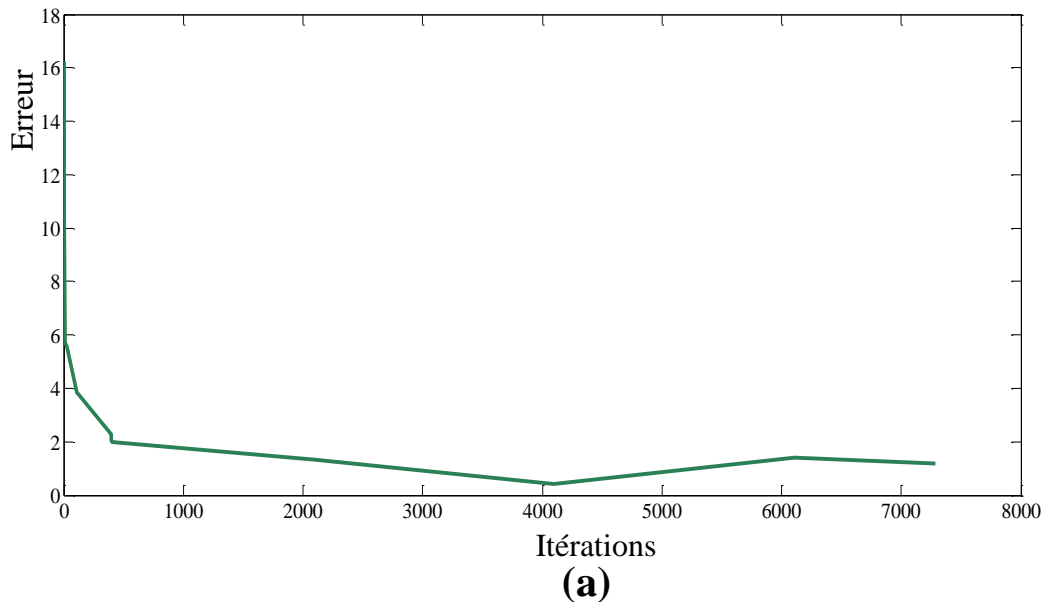
### III. 3. 2.9. Pour la longueur d'onde $1.10\mu\text{m}$

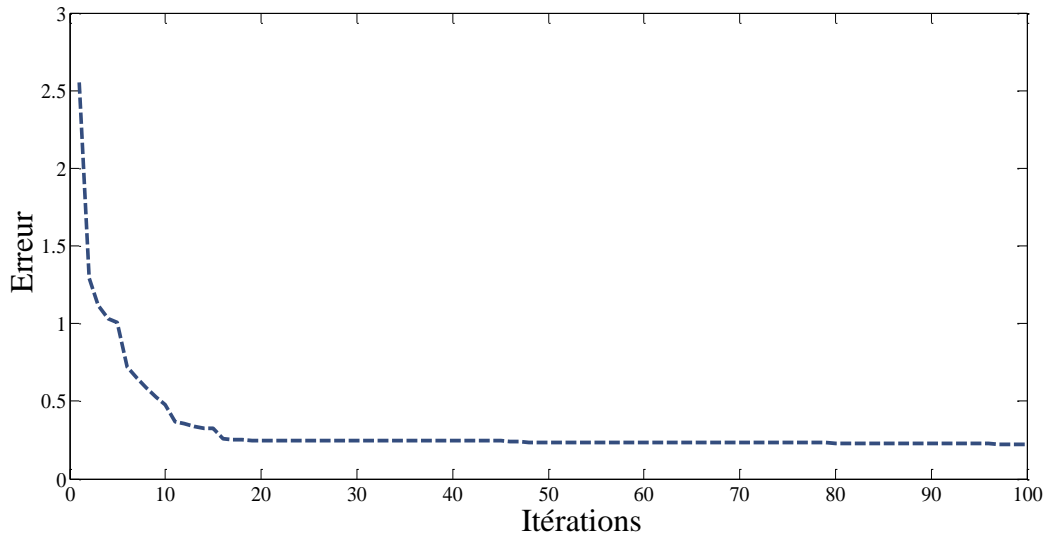
Pour finir, nous continuons avec la dernière optimisation des filtres sélectifs en longueur d'onde, qui va concerner la longueur  $1.10\mu\text{m}$ . En ce qui suit, nous exposons les résultats de synthèse obtenus par les deux méthodes.



**Figure III.20.** La transmission en fonction de la longueur d'onde pour  $1.10\mu\text{m}$

Dans ce dernier cas, les deux algorithmes fournissent une assez bonne réponse par rapport à la fonction désirée. Les harmoniques ne dépassant pas les 30% de la puissance de transmission à la longueur d'onde désirée, leur influence est quasi nulle.





(b)

**Figure III. 21.** Évolution de l'erreur 1.10 $\mu\text{m}$  :  
 (a) du Recuit simulé (RS), (b) de l'algorithme génétique (AG)

Une fois de plus, la fonction fitness présente la même allure de décroissance que les précédentes pour les deux algorithmes ainsi que l'épaisseur des différentes couches qui le compose.

		<i>Recuit Simulé</i>	<i>Algorithme Génétique</i>
<i>Épaisseur des couches <math>d_i</math> [<math>\mu\text{m}</math>]</i>	$d_1$	0,78251056	0,08235294
	$d_2$	0,08953504	0,52941176
	$d_3$	0,08945316	0,12941176
	$d_4$	0,53800145	0,5254902
	$d_5$	0,09518868	0,1254902
	$d_6$	0,21145765	0,29803922
	$d_7$	0,3428162	0,79215686
	$d_8$	0,73509175	0,54901961
	$d_9$	0,6420109	0,61960784

**Tableau III. 10.** Épaisseur en  $\mu\text{m}$  des couches du filtre CP 1D pour 1.10 $\mu\text{m}$

### III. 3. 2. 10. Aperçu du filtre après optimisation

Afin d'optimiser le filtre, nous sommes donc intervenus au niveau de l'épaisseur de chaque couche qui compose ce dernier dans le but d'injecter une plage de fréquences en entrée et de ne retenir qu'une seule en sortie (ou plusieurs selon les exigences).

Voici à quoi ressemblerai le filtre CP 1.5D après optimisation à l'aide de l'une ou de l'autre méthode (RC ou AG) dans la figure ci-dessous.

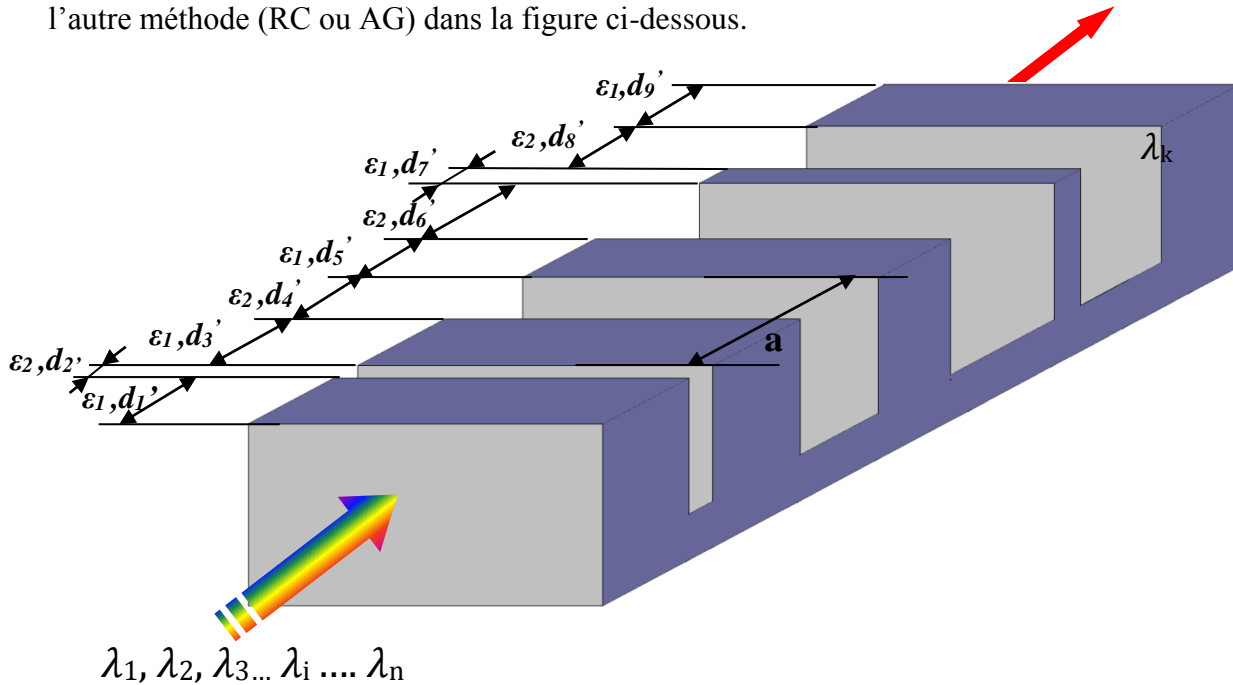


Figure.III.22. Filtre CP 1.5D sélectif optimale en longueurs d'ondes

### III. 4. Conclusion

L'ingénierie photonique suit la propriété de la BIP pour le control de la propagation de la lumière. Dans une vision simple, il suffit d'introduire des défauts de périodicité à des endroits convenablement choisis pour réaliser des composants optiques que l'on désire tel que le filtre sélectif en longueur d'onde. Le défaut ponctuel causé par la rupture de la périodicité diélectrique dans un CP-1.5D engendre l'ouverture d'une bande de fréquence autorisée très étroite à l'intérieur de la bande interdite photonique.

Notre problématique ici consiste à synthétiser la transmission à travers un filtre à CP-1.5D par un balayage de longueur d'onde afin d'extraire une longueur d'onde selon les besoins de l'utilisateur et aussi un cahier des charges précis.

---

## Conclusion générale

---

# Bibliographie

---

## Références bibliographiques

- [1] E.YABLONOVITCH « *Inhibited Spontaneous emission in solid-state physics and electronics* », Phys. Rev, Lett, vol.58 n20, pp.2059-2066, 1987.
- [2] S.JOHN “*Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices*”, Phys. Rev, Lett; vol.58, pp.2486, 1987.
- [3] Benoit LOMBARDET « *Etude et réalisation des cristaux photoniques pour l’optique intégrée* », Thèse de doctorat en sciences n3254, Ecole polytechnique de Lausanne, 2005.
- [4] L.BOUKERZAZA « *Influence des paramètres physiques sur la bande interdite d’un cristal photonique bidimensionnel à réseau hexagonal* » Thèse Magister, Constantine, 2008.
- [5] C.KITTEL « *physique de l’état solide* » Dunod, 7<sup>e</sup> édition, Paris 1998.
- [6] IFF.Y.WANG “*Introduction to solid state electronics*” North-Holland Company – Amsterdam-New York. Oxford, 1980
- [7] J.M.ZIMAN “*Principals of the theory of solids*” University press of Cambridge, 1965
- [8] Delphine NEEL “*Etude en champs proche optique de guides à cristaux photoniques sur SOI*”. Thèse de doctorat en sciences, Ecole centrale de Lyon, 2006.
- [9] [Fr.wikipedia.org/wiki/cristal\\_photonique](http://fr.wikipedia.org/wiki/cristal_photonique)
- [10] E.YABLONOVITCH « *Photonic band-gap Crystals* » Physics Condense Matter 5, p.2443-2460, Printed in UK, 1993.

---

[11] Davy GERARD « *Etude en champ proche et en champs lointain de composants périodiquement nanostructures : Cristaux photoniques et tamis à photons* » Thèse de doctorat en sciences, Université de Bourgogne, Juillet 2004.

[12] H.ABRI « *Étude et conception des microcomposants à base de cristaux photoniques bidimensionnels* » Thèse de Doctorat, Université de Tlemcen, Décembre 2012

[13] <http://fr.wikipedia.org/>

[14] <http://fr.wikipedia.org/>

[15] M. ABRI, « *Conception et Réalisation de Structures d'Antennes Imprimées Multi-bandes* », Thèse de Doctorat, Université de Tlemcen, Mars 2008.

[16] ABRI. M., Boukli-hacene. N & Bendimerad. F. T., « *Application of the genetic algorithm to the ring printed antennas arrays synthesis* », International Journal of Modelling and Simulation. ACTA press. Volume 28, Number 2, pp. 174–181, 2008. DOI: 10.2316/Journal.205.2008.2.205-4576.

# OPTIMISATION DES FILTRES SELECTIFS EN LONGUEURS D'ONDES A BASE DE CRISTAUX PHOTONIQUES UNIDIMENSIONNELS

Par M. BENDIABDALLAH Mohamed Youssef

**Résumé :** ce travail de mémoire constitue une contribution sur les cristaux photoniques planaires unidimensionnels dans le domaine de l'optique intégrée. Dans ce travail, nous avons étudié l'analogie formelle existante entre l'électron et le photon. Nous avons essayé de définir les cristaux photoniques, et plus précisément les cristaux unidimensionnels. Nous avons par la suite, étudié les caractéristiques géométriques des cristaux photoniques afin de pouvoir les intégrer dans des systèmes optoélectroniques en tant que composants de filtrage. En effet, notre travail a présenté un intérêt très particulier sur la capacité de filtrage des cristaux photoniques unidimensionnels planaires d'une longueur finie en intervenant sur la géométrie des couches des semi-conducteurs qui les composent afin que le filtre sélectif à base de CP-1.5D puisse résonner à une fréquence exigée par un cahier des charges. Pour se faire, nous avons utilisées des méthodes stochastiques, à savoir « le recuit simulé » ainsi que « l'algorithme génétique » implémentés sous le logiciel de calcul MATLAB pour pouvoir intervenir sur les dimensions des différentes couches qui forment le filtre sélectif. Grâce à ces deux méthodes nous avons appris que changer l'épaisseur des couches qui composent le filtre induisait à changer la fréquence de résonance de ce dernier, mais aussi que pour une fréquence donnée, au moins deux résultats sont possibles, car pour une fréquence exigée  $f_x$ , chaque méthode donnait un résultat différent de l'autre.

**Mots clés:** Cristaux photoniques unidimensionnels, algorithme génétique, recuit simulé, filtres sélectifs en longueur d'ondes, optimisation.

**Abstract:** this memory is a contribution to studies on planar photonic crystals in the field of integrated optics. In this work, we studied the existing formal analogy between the electron and photon. We tried to define photonic crystals, and more specifically one dimension crystals. We subsequently studied the geometrical properties of photonic crystals in order to integrate them in optoelectronic systems as filtering components. Indeed, our work has presented a very special interest in the filtering capacity of the one-dimensional planar photonic crystals of finite length by acting on the geometry of the semiconductor layers that compose so that the selective filter based on one-dimensional photonic crystals can resonate at a frequency required by specifications. To do so, we used stochastic methods, namely "simulated annealing" and "genetic algorithm" implemented in the software MATLAB to be able to intervene on the dimensions of the different layers that make up the selective filter. Using these two methods we learned that changing the thickness of the layers that make up the filter induced to change the resonance frequency of the latter, but also that for a given frequency  $f_x$ , at least two outcomes are possible, because each method gave a result different from the other.

**Keywords:** one-dimensional photonic crystals, genetic algorithm, simulated annealing, selective wavelength filters, optimization.

**الخلاصة:** هذه الذاكرة هو المساهمة في دراسات عن البلورات الضوئية مستو في مجال البصريات المتكاملة. في هذا العمل، درسنا هذا التشبيه الرسمية القائمة بين الإلكترون والفوتون. نحاول تعريف البلورات الضوئية، وبشكل أكثر تحديدا واحدة بلورات البعد. درسنا في وقت لاحق خصائص هندسية من البلورات الضوئية من أجل دمجها في النظم البصرية الالكترونية ومكونات التصفية. في الواقع، قدم عملنا مصلحة خاصة جدا في القدرة تصفية من الأبعاد واحد من البلورات الضوئية مستو محدود تعمل على هندسة طبقات أشباه الموصلات التي تولف بحيث مرشح انتقائي على أساس البلورات الضوئية الأبعاد يمكن لأحد أن يتردد صداه في تردد المواصفات المطلوبة من قبل. للقيام بذلك، استخدمنا أساليب العشوائية، وهما "محاكاة الصلب" و "الخوارزمية الجينية" التي تنفذ في MATLAB البرمجيات لتكون قادرة على التدخل لأبعاد الطبقات المختلفة التي تشكل عامل التصفية انتقائية. باستخدام هاتين الطريقتين علمنا أن تغيير سماكة الطبقات التي تشكل عامل التصفية التي يسببها لتغيير تردد صدق هذا الأخير، ولكن أيضا أن لتعطى تردد، اثنين على الأقل من نتائج ممكنة، لأن كل طريقة أعطى نتيجة لذلك مختلفة عن الأخرى.

**كلمات البحث:** بلورات أحادية البعد الضوئية، الخوارزمية الجينية، محاكاة الصلب، والمرشحات انتقائية الطول الموجي، والتحسين.