

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة أبي بكر بلقايد - تلمسان

Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –

Faculté de TECHNOLOGIE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme** de **MASTER**

En : AUTOMATIQUE

Spécialité : Automatique et Informatique Industrielle

Par :

M. KAHOUADJI Wail

M. SAIM Mohammed

Sujet

Modélisation et contrôle d'un manipulateur aérien

Soutenu publiquement, le 02 / 10 / 2025 , devant le jury composé de :

Mme Kahouadji Salima	MCA	Université de Tlemcen	Présidente
M Mokhtari Med Rida	MCA	Université de Tlemcen	Examineur
M Bensalah Choukri	MCA	Université de Tlemcen	Encadreur

Année universitaire : 2024 /2025

Remerciements

Nous rendons grâce à Allah, le Tout-Puissant, qui nous a doté de la force, de la patience et du courage nécessaires pour mener à bien ce projet et surmonter chaque épreuve.

Nos remerciements les plus sincères vont à **M. Choukri BENSALLAH**, qui, en tant qu'encadrant, a su nous guider avec sagesse et bienveillance. Son soutien indéfectible, ses conseils avisés et sa confiance en nous ont été déterminants dans l'accomplissement de ce travail.

Nous souhaitons également exprimer notre profonde gratitude à **Mme. Kahouadji Salima** et **M. Mokhtari Med Rida**, membres du jury, qui nous honorent par leur présence et leur évaluation de notre projet.

Nous adressons nos remerciements à tous les enseignants du département GEE de l'Université Abou Bakr Belkaid de Tlemcen pour leur accompagnement tout au long de notre formation.

Enfin, nous tenons à exprimer notre reconnaissance infinie à nos parents, pour leur soutien inconditionnel, ainsi qu'à nos amis et toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la réussite de ce projet.

Dédicace

À mes chers parents

Cette œuvre est avant tout dédiée à vous, mes chers parents, qui avez toujours été ma plus grande source d'inspiration et de force. Votre amour inconditionnel, votre soutien indéfectible et vos sages conseils m'ont accompagné et guidé tout au long de mon parcours.

Dans les moments difficiles, vous avez su m'éclairer et m'encourager à persévérer, et dans les instants de réussite, vous avez partagé ma joie avec fierté. Chaque étape franchie est le reflet de vos sacrifices, de votre patience et de la confiance que vous avez placée en moi.

Je vous exprime ici ma gratitude la plus profonde pour tout ce que vous avez fait et continuez de faire. Je suis honoré et fier d'être votre enfant, et je vous dédie ce travail comme un témoignage de mon immense reconnaissance et de mon affection éternelle.

MOHAMMED

Dédicace

Je dédie ce travail à mes chers parents, qui m'ont toujours offert un soutien moral et matériel inestimable, et qui ont été à mes côtés dans chaque étape de mon parcours. Par leur encouragement constant et leur confiance, ils m'ont inspiré à donner le meilleur de moi-même et à persévérer face aux difficultés.

J'exprime également ma profonde gratitude à toute ma famille, dont l'appui indéfectible et la bienveillance m'ont accompagné tout au long de mon chemin académique. À vous tous, je dédie cette recherche en signe de reconnaissance sincère et de respect profond.

WAIL

Table des matières

1	Introduction	9
1.1	Aperçu des manipulateurs aériens actuellement développés :	10
1.2	Laboratoires et groupes de recherche	16
1.3	Définition générale :	18
1.4	Architecture du système :	18
1.4.1	Le drone :	18
1.4.2	Bras manipulateur :	19
1.5	Caractéristiques dynamiques	20
1.6	Mouvement de quadrirotor	20
1.7	Motivation	23
1.8	Conclusion	24
2	Modèle cinématique direct et inverse	25
2.1	Introduction	25
2.2	Modèle géométrique direct	25
2.3	Établissement du repère de référence	25
2.4	Convention de Denavit-Hartenberg (DH) :	26
2.5	Tableau des paramètres DH	27
2.6	Matrices de transformation homogène	28
2.7	Position et Orientation du quadrarotor	29
2.8	Modele cinématique	30
2.9	Modele cinématique inverse	32
3	Modèle dynamique	34
3.1	Introduction	34
3.1.1	Équations d'Euler-Lagrange	34
3.2	Énergie cinétique K	34
3.3	Énergie potentielle U	40
3.4	Équation dynamique générale	40
3.5	Matrice de coriolis $\mathbf{C}$	41
3.6	Forces gravitationnelles $G(q)$	41
4	Généralités sur les commandes	42
4.1	Introduction	42
4.2	Historique	42

4.3	Les stratégies de commande non linéaires	43
4.3.1	Commande adaptative	43
4.3.2	Commande par la logique floue	43
4.3.3	Commande prédictive	44
4.3.4	La commande par mode glissant	44
4.4	Contrôle par inversion de dynamique	44
4.5	Objectif du régulateur inversion de dynamique	45
4.6	Défis du régulateur inversion de dynamique	46
4.7	Conclusion	46
5	Simulations	47
5.1	Introduction	47
5.2	Les outils de simulation	48
5.2.1	MATLAB	48
5.2.2	Simulink	48
5.3	Les étapes de simulation	48
5.3.1	Le teste du jacobienne	48
5.3.2	Simulation du modèle cinématique :	49
5.3.3	Simulation de modèle dynamique :	51
5.3.4	Simulation du modèle cinématique et dynamique :	53

Table des figures

1.1	Exemples de tâches nécessitant l'utilisation de robots, en particulier de robots aériens	11
1.2	Quadricoptère type [6]	12
1.3	Quadricoptère transportant une charge utile via une pince [7]	12
1.4	Quadricoptère transportant une charge utile via un câble [8]	13
1.5	Quadricoptère plongeant équipé de griffes [9]	14
1.6	Quadricoptère transportant une charge utile via trois bras à deux degrés de liberté [10]	14
1.7	Quadricoptère transportant une charge utile via un bras à 6 degrés de liberté [11]	15
1.8	Quadricoptère transportant une charge utile à l'aide d'un bras robotique à 2 degrés de liberté avec axes parallèles [12]	15
1.9	Quadricoptère transportant une charge utile via un bras robotique à 2 degrés de liberté doté d'une topologie unique [13]	16
1.10	Bras manipulateur aérien	18
1.11	Quadrirotor	19
1.12	Bras manipulateur	19
1.13	les Mouvement de quadrirotor	20
1.14	Illustration du mouvement vertical	21
1.15	Illustration du mouvement de roulis	21
1.16	Illustration du mouvement de tangage	22
1.17	Illustration du mouvement de lacet	22
1.18	Illustration du mouvement de translation	23
2.1	Schéma avec les repères pertinents	26
3.1	p1c et p2c de bras manipulateur	39
5.1	Schéma bloc du manipulateur aérien	47
5.2	Schéma bloc de teste du jacobienne	48
5.3	x et y et z du manipulateur aérien	49
5.4	ϕ et θ et ψ du manipulateur aérien	49
5.5	x et y et z du manipulateur aérien	50
5.6	ϕ et θ et ψ du manipulateur aérien	50
5.7	x et y et z du manipulateur aérien	51
5.8	ψ du manipulateur aérien	52

5.9	n_1 et n_2 du manipulateur aérien	52
5.10	x et y et z du la base mobile	53
5.11	ψ du la base mobile	54
5.12	n_1 et n_2	54
5.13	x et y et z du effecteur final	55
5.14	ϕ et θ et ψ du effecteur final	55

Liste des tableaux

- 1.1 Groupe de recherche AM et principale réalisation. 17
- 2.1 Paramètres DH pour le manipulateur 28

Contexte du projet

La robotique aérienne est aujourd’hui l’un des domaines les plus prometteurs et les plus explorés dans le cadre des nouvelles technologies appliquées à la robotique et à l’automatisation. Avec l’évolution rapide des drones, en particulier des quadrirotors, les chercheurs et ingénieurs s’intéressent de plus en plus à leurs capacités non seulement en tant que plateformes de perception et d’observation, mais aussi en tant qu’outils capables d’interagir physiquement avec leur environnement. Le quadrirotor se distingue par sa maniabilité, sa capacité de vol stationnaire, ainsi que sa simplicité de conception et de contrôle. Ces caractéristiques en font une base idéale pour l’intégration de systèmes additionnels visant à étendre ses fonctionnalités. Cependant, dans leur forme classique, les quadrirotors sont essentiellement utilisés pour des tâches de navigation, de surveillance et de transport passif, sans pouvoir réaliser d’actions complexes de manipulation. Pour franchir cette limite et permettre au drone de manipuler des objets ou d’exécuter des tâches interactives, l’idée d’intégrer un bras robotique articulé à bord a vu le jour. Ce type de système hybride, appelé **manipulateur aérien**, combine la mobilité et l’agilité d’un drone avec les capacités de manipulation d’un bras robotique sériel, ouvrant ainsi la voie à une large gamme d’applications comme la saisie et le transport d’objets, la maintenance de structures en hauteur, la récupération d’échantillons dans des environnements dangereux ou encore des opérations de secours dans des zones inaccessibles à l’homme.

La conception et la modélisation d’un tel système posent toutefois des défis importants. En effet, l’ajout d’un bras robotique modifie profondément la dynamique du quadrirotor en déplaçant son centre de gravité et en générant des couples et forces supplémentaires lors des mouvements du bras. De plus, le système devient fortement non linéaire et couplé, ce qui rend son étude et son contrôle beaucoup plus complexes que ceux d’un quadrirotor seul ou d’un bras robotique isolé. Le projet de fin d’études proposé s’inscrit précisément dans ce cadre scientifique et technique. Son objectif principal est de **modéliser et contrôler un manipulateur aérien composé d’un quadrirotor et d’un bras robotique sériel à deux degrés de liberté**. Pour atteindre cet objectif, plusieurs étapes méthodologiques sont menées, allant de la modélisation cinématique à la simulation de lois de commande dans un environnement dédié.

La première étape du travail consiste à établir la **modélisation géométrique direct** du système combiné. Pour le bras robotique, la méthode de Denavit–Hartenberg (DH) est utilisée, car elle constitue une approche standardisée et systématique pour représenter les liaisons articulées et les transformations géométriques. Grâce à cette méthode, il est possible d’associer des repères à chaque articulation et de décrire la position et l’orientation de l’effecteur final par rapport à la base. Deux modèles cinématiques sont développés : le **modèle**

cinématique direct, qui exprime la position et l'orientation de l'effecteur final en fonction des angles articulaires, et le **modèle cinématique inverse**, qui permet de déterminer les angles articulaires nécessaires pour atteindre une position et une orientation désirées de l'effecteur. Ces modèles sont essentiels pour la planification des trajectoires et pour la mise en œuvre des algorithmes de commande, car ils établissent le lien entre l'espace articulaire du bras et l'espace opérationnel dans lequel les tâches doivent être réalisées.

Après la modélisation cinématique, la deuxième étape consiste à élaborer la **modélisation dynamique** du système combiné. Dans ce travail, la dynamique est formulée en utilisant la **méthode d'Euler-Lagrange**, qui est particulièrement adaptée pour des systèmes mécaniques complexes. Cette méthode consiste à exprimer les équations du mouvement à partir de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle du système, auxquelles sont ajoutées les forces généralisées. Appliquée au manipulateur aérien, elle permet d'obtenir des équations différentielles couplées, traduisant fidèlement les interactions entre le quadrirotor et le bras robotique. Les équations obtenues mettent en évidence la complexité du système, qui est à la fois fortement non linéaire et sensible aux perturbations. Elles constituent toutefois une base solide pour le développement des stratégies de commande adaptées.

Une fois le modèle dynamique obtenu, le projet se concentre sur la **conception de lois de commande** capables d'assurer à la fois la stabilité du drone et la précision des mouvements du bras robotique. Pour relever ce défi, des contrôleurs découplés sont développés, de manière à simplifier la commande en séparant les différentes coordonnées généralisées. Deux types de contrôleurs sont étudiés et comparés. D'une part, la **commande par inversion dynamique**, qui utilise directement les équations issues de la formulation d'Euler-Lagrange afin de compenser les effets non linéaires et les couplages. Cette technique permet de transformer le système original en un système virtuellement linéaire, ce qui facilite le suivi précis des trajectoires. D'autre part, une **commande proportionnelle-dérivée (PD)** est développée. Plus simple et moins dépendante de la précision du modèle, cette approche est néanmoins robuste et assure une stabilisation efficace, même en présence de perturbations ou d'incertitudes. En combinant ces deux approches, le projet permet d'analyser leurs performances respectives et d'évaluer leur pertinence pour des applications réelles.

Enfin, l'ensemble des modèles et algorithmes de commande proposés est implémenté et simulé dans l'environnement **MATLAB/Simulink**, qui offre des outils puissants pour la modélisation et l'analyse de systèmes dynamiques complexes. Les simulations sont réalisées en tenant compte d'un modèle complet et fortement non linéaire du manipulateur aérien. Différents scénarios de suivi de trajectoires sont étudiés afin d'évaluer la rapidité de convergence, la précision de suivi, la robustesse aux perturbations et la stabilité du système global. Les résultats montrent que la commande par inversion dynamique assure une grande précision, mais qu'elle peut être sensible aux erreurs de modélisation, tandis que la commande PD offre une robustesse appréciable et une simplicité de mise en œuvre.

En conclusion, ce projet de fin d'études apporte une contribution significative à la problématique actuelle de la robotique aérienne avancée. Il propose une démarche méthodologique complète qui va de la modélisation cinématique et dynamique jusqu'au développement et à la simulation de lois de commande performantes. L'intérêt du travail réside à la fois dans sa dimension académique, en enrichissant les connaissances sur les manipulateurs aériens, et dans ses perspectives applicatives, en ouvrant la voie à des systèmes capables d'exécuter des tâches complexes de manipulation dans des environnements où l'intervention humaine

est difficile ou dangereuse. Le projet met en évidence la faisabilité et la pertinence de la commande par inversion dynamique et par régulation PD, et constitue une étape essentielle vers la conception de manipulateurs aériens expérimentaux performants.

Chapitre 1

Introduction

Depuis quelques années, les véhicules aériens sans pilote (UAV – Unmanned Aerial Vehicles), et en particulier les drones multirotors, occupent une place de plus en plus importante dans la recherche scientifique, l’industrie et la vie quotidienne. Leur succès s’explique par leur agilité, leur capacité à évoluer dans des environnements complexes et leur flexibilité d’utilisation pour des tâches variées allant de l’inspection d’ouvrages d’art à la surveillance, en passant par le transport de charges légères et la photographie aérienne. Toutefois, dans la majorité des applications actuelles, ces drones se limitent à un rôle d’observateur ou de transporteur, sans véritable interaction physique avec leur environnement. Or, de nombreuses missions critiques nécessitent non seulement la capacité de se déplacer dans l’espace, mais aussi celle de manipuler des objets, d’interagir avec des surfaces ou encore d’effectuer des actions de précision en milieu aérien.

C’est dans ce contexte qu’est apparu le concept de manipulateur aérien, qui combine une plateforme volante et un bras robotisé. L’intégration d’un bras manipulateur sur un drone transforme radicalement son champ d’applications, en lui conférant de nouvelles capacités d’intervention. Un tel système peut par exemple être utilisé pour : la récupération d’échantillons en zones dangereuses, l’assistance aux opérations de secours, la maintenance d’infrastructures en hauteur, la manipulation d’objets en milieux confinés ou encore la réalisation de tâches de montage et d’assemblage en hauteur. Ces perspectives offrent un potentiel considérable, mais elles s’accompagnent aussi de défis scientifiques et technologiques importants.

En effet, l’ajout d’un bras robotisé sur une plateforme aérienne modifie profondément la dynamique globale du système. Contrairement aux bras fixés au sol, qui s’appuient sur une base immobile et stable, le bras d’un manipulateur aérien interagit directement avec une plateforme volante soumise à des contraintes de stabilité, de consommation énergétique et d’équilibre. Le mouvement du bras entraîne des forces et des couples de réaction qui affectent le drone, provoquant des oscillations, des déplacements indésirables ou même une perte de contrôle si le système n’est pas correctement compensé. Cette interaction étroite entre la plateforme et le bras rend la modélisation et la commande particulièrement complexes, puisque la stabilité et la précision de l’un dépendent directement de l’autre.

La complexité de ce problème est renforcée par le caractère non linéaire, fortement couplé et sous-actionné du système. Les drones multirotors sont déjà intrinsèquement instables et exigent un contrôle actif pour rester en vol stationnaire. Lorsqu’on y ajoute un manipulateur,

la difficulté est multipliée : le centre de masse global du système varie en fonction de la configuration du bras, les inerties équivalentes changent dynamiquement, et les équations de mouvement deviennent fortement interconnectées. Le contrôle doit alors non seulement stabiliser la plateforme, mais aussi garantir le suivi précis des trajectoires imposées au bras, tout en compensant les effets de rétroaction mécanique et aérodynamique.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à un manipulateur aérien constitué d'un drone porteur équipé d'un bras robotisé à deux degrés de liberté (2-DOF). Le choix d'un bras relativement simple, mais suffisant pour réaliser des tâches élémentaires de manipulation, permet d'explorer en profondeur les problématiques fondamentales de ce type de système sans introduire une complexité excessive. L'étude porte à la fois sur la modélisation cinématique et dynamique complète du système et sur la conception d'une loi de commande adaptée.

Le modèle géométrique est donc de développer un modèle mathématique rigoureux du manipulateur aérien. Ce modèle doit inclure les équations de la plateforme et du bras, ainsi que les termes de couplage entre eux. Les méthodes classiques de la robotique, telles que la formulation de Lagrange, seront utilisées pour obtenir des équations tenant compte de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle, des matrices d'inertie, des forces de Coriolis, et des termes gravitationnels. Ce modèle permettra de mieux comprendre l'influence des mouvements du bras sur la stabilité du drone et inversement, en mettant en évidence les interactions dynamiques clés.

Le second objectif est la mise en place d'une stratégie de commande robuste et performante. Parmi les approches possibles, la commande par inversion de dynamique combinée à un régulateur proportionnel-dérivé (PD) constitue une méthode particulièrement intéressante. Elle permet de linéariser le comportement global du système en annulant les non-linéarités via une loi de commande adaptée, tout en garantissant un suivi précis des trajectoires de référence. Cette approche sera évaluée en termes de performance, de robustesse face aux incertitudes du modèle et de capacité à rejeter.

1.1 Aperçu des manipulateurs aériens actuellement développés :

Récemment, l'évolution de la technologie s'est davantage concentrée sur l'amélioration du niveau de vie des êtres humains. Les robots et les systèmes mécatroniques sont appelés à soutenir les activités humaines dans la vie quotidienne, l'industrie, les loisirs, les services, l'espace et la médecine. Ces activités comprennent : l'inspection, la maintenance, la lutte contre les incendies, les robots de service dans les villes densément peuplées pour livrer des objets légers tels que le courrier ou des repas rapides, les opérations de sauvetage, la surveillance, le déminage, l'exécution de tâches dans des endroits dangereux (par exemple, les centrales nucléaires) ou le transport dans des endroits éloignés (voir figure 1.1).



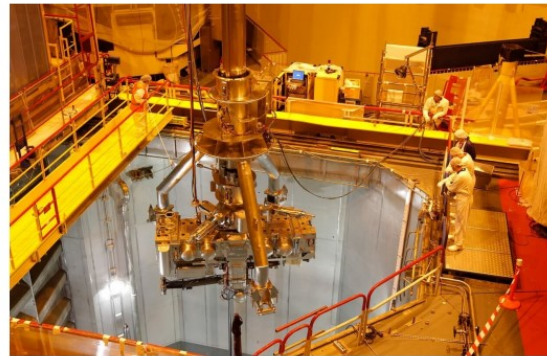
(a) Recherche et sauvetage dans une zone sinistrée [17]



(b) Déminage [18]



(c) Accès à des terrains difficiles [19]



(d) Maintenance dans une centrale nucléaire [20]

FIGURE 1.1 – Exemples de tâches nécessitant l'utilisation de robots, en particulier de robots aériens

Il existe deux grandes catégories de systèmes robotiques : les robots terrestres et les robots aériens. Cependant, les robots terrestres ont des contraintes et des limites qui les empêchent de se déplacer et d'accéder à tous les types d'environnements et de terrains. Récemment, les véhicules aériens ont été utilisés pour surmonter ces contraintes et offrent des possibilités de vitesse et d'accès à des régions qui seraient autrement inaccessibles aux véhicules robotiques terrestres. Il existe plusieurs types de véhicules aériens (à voilure fixe, hélicoptères, à rotor unique, à double rotor, quadricoptères, hexacoptères, octocoptères, etc.). Le système Quadroptor (voir fig. 1.2) fait partie des véhicules aériens sans pilote (UAV) qui possèdent certaines caractéristiques essentielles, telles que leur petite taille et leur faible coût, leur capacité à décoller et à atterrir verticalement (VTOL), leur capacité à effectuer des mouvements lents et précis et leur maniabilité impressionnante, qui soulignent leur potentiel pour des applications vitales. Ces applications comprennent : la sécurité intérieure (par exemple, la surveillance et la patrouille des frontières), la surveillance militaire, les missions de service et de sauvetage, et les sciences de la Terre (pour étudier le changement climatique, la dynamique des glaciers et l'activité volcanique) [1]. Cependant, la plupart des recherches sur les UAV se sont généralement limitées à des applications de surveillance et de contrôle dont les objectifs se limitent à « regarder » et « rechercher », mais « ne pas toucher ». En raison de leur mobilité supérieure, leur utilisation pour la manipulation aérienne suscite beaucoup d'intérêt. Les recherches antérieures sur les systèmes de manipulation aérienne à base de quadricoptères peuvent être divisées en trois approches.



FIGURE 1.2 – Quadricoptère type [6]

Dans la première approche, une pince ou un outil est installé au bas d'un drone afin de transporter une charge utile ou d'interagir avec des structures existantes, (voir Fig. 1.3). Dans [2; 3; 7], un quadricoptère équipé d'une pince est utilisé pour transporter des blocs et construire des structures. Dans [4], un capteur de force est utilisé pour appliquer une force normale à une surface. Par conséquent, non seulement l'attitude de la charge utile/de l'outil est limitée à l'attitude du drone, mais la portée accessible de l'effecteur terminal est également limitée en raison de la configuration fixe de la pince/de l'outil par rapport au corps et aux pales du drone. Par conséquent, le système aérien résultant a 4 degrés de liberté (DOF) : trois DOF translationnels et un DOF rotationnel (lacet), c'est-à-dire que la pince/l'outil ne peut pas effectuer de rotation en tangage ou en roulis sans se déplacer horizontalement.



FIGURE 1.3 – Quadricoptère transportant une charge utile via une pince [7]

La deuxième approche consiste à suspendre une charge utile à l'aide de câbles, (voir Fig. 1.4). Dans [8], un contrôleur adaptatif est présenté pour éviter l'excitation oscillatoire d'une charge utile. Dans [5; 14], l'attitude et la position spécifiques d'une charge utile sont obtenues à l'aide de câbles reliés à un ou trois quadricoptères. Cependant, cette approche présente l'inconvénient que le mouvement de la charge utile ne peut pas toujours être régulé

directement, car la manipulation est réalisée à l'aide d'un câble qui ne peut pas toujours entraîner le mouvement de la charge utile comme souhaité.

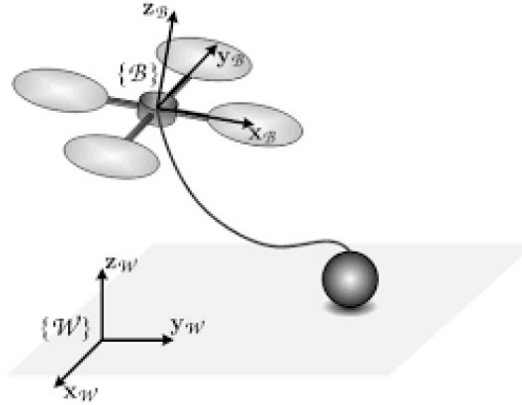


FIGURE 1.4 – Quadricoptère transportant une charge utile via un câble [8]

Pour surmonter ces limites, une troisième approche consiste à développer dans laquelle un véhicule aérien est équipé d'un manipulateur robotique capable d'interagir activement avec l'environnement. Par exemple, dans [15], un banc d'essai comprenant deux bras robotiques à 4 degrés de liberté et une grue émulant un robot aérien est proposé. En combinant la mobilité du véhicule aérien avec la polyvalence d'un manipulateur robotique, l'utilité de la manipulation mobile peut être maximisée. Lors de l'utilisation du manipulateur robotique, la dynamique de ce dernier est étroitement liée à celle du véhicule aérien, ce qui doit être pris en compte avec soin dans la conception du contrôleur. De plus, un robot aérien doit tolérer les forces de réaction résultant des interactions avec l'objet ou l'environnement extérieur. Ces forces de réaction peuvent affecter de manière significative la stabilité d'un véhicule aérien. Très peu d'articles dans la littérature étudient la combinaison d'un véhicule aérien et d'un manipulateur robotique. Dans [9], les auteurs proposent un robot volant capable de fondre sur des objets et de les saisir, à la manière d'un aigle qui pêche avec ses serres naturelles. Le système qu'ils proposent consiste en un quadricoptère équipé d'un bras robotique à 1 degré de liberté, (voir Fig. 1.5).

Les modèles cinématiques et dynamiques du quadricoptère combiné à un bras robotique à degrés de liberté multiples arbitraires sont dérivés à l'aide du formalisme d'Euler-Lagrange dans [16]. Sur cette base, les résultats de simulation utilisant le contrôle d'impédance cartésien pour le système combiné avec un bras robotique à 3 degrés de liberté sont présentés dans [21]. De plus, les effets des manipulateurs, deux bras à 4 degrés de liberté, sur le quadricoptère sont simulés à partir du modèle dynamique qui considère séparément le quadricoptère et les bras robotiques, en traitant les bras comme une perturbation de la boucle de contrôle du quadricoptère. Dans [10], un quadricoptère équipé de manipulateurs légers, trois bras à deux degrés de liberté, sont testés, bien que le mouvement des manipulateurs ne soit pas explicitement pris en compte lors de la conception du contrôleur PID (voir Fig. 1.6).



FIGURE 1.5 – Quadricoptère plongeant équipé de griffes [9]

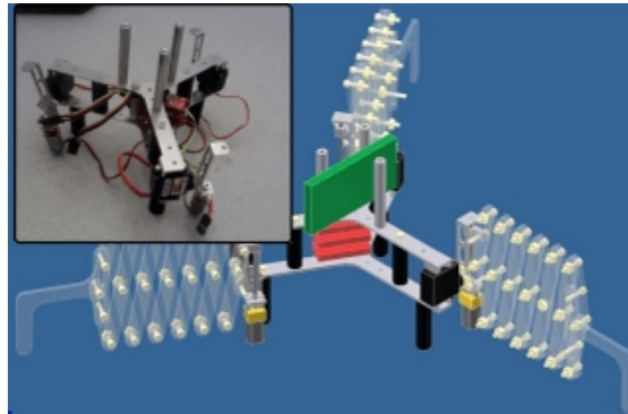


FIGURE 1.6 – Quadricoptère transportant une charge utile via trois bras à deux degrés de liberté [10]

Dans [11; 22; 23], un manipulateur comportant plus de deux liaisons a été utilisé. Cependant, avec ces systèmes, la charge utile finale du quadricoptère est réduite en raison du poids excessif du manipulateur, (voir Fig. 1.7). Dans [12], une manipulation aérienne utilisant un quadricoptère avec un bras robotique à 2 degrés de liberté est présentée, mais avec une certaine topologie qui empêche le système de prendre une position et une orientation arbitraires de l'effecteur terminal, comme le montre la Fig. 1.8. Dans ce système, les axes des articulations du manipulateur sont parallèles entre eux et parallèles à un axe dans le plan du quadricoptère. Ainsi, le système ne peut pas atteindre l'orientation autour du deuxième axe dans le plan du quadricoptère sans se déplacer horizontalement.

D'après ce qui précède, les systèmes qui utilisent une pince souffrent des degrés de liberté limités de l'effecteur terminal. Les autres systèmes sont équipés d'un manipulateur à deux degrés de liberté, mais avec une topologie qui empêche l'effecteur terminal de suivre une trajectoire arbitraire à 6 degrés de liberté, ou à plus de deux degrés de liberté, ce qui réduit considérablement la charge utile que le système peut transporter.



FIGURE 1.7 – Quadricoptère transportant une charge utile via un bras à 6 degrés de liberté [11]



FIGURE 1.8 – Quadricoptère transportant une charge utile à l'aide d'un bras robotique à 2 degrés de liberté avec axes parallèles [12]

Dans [13; 24], un nouveau système de manipulation aérienne est proposé. Il se compose d'un manipulateur à deux liaisons, avec deux articulations tournantes dont les axes sont perpendiculaires l'un à l'autre et dont l'axe de la première articulation est parallèle à un axe dans le plan du quadricoptère, (voir Fig. 1.9). Ainsi, l'effecteur terminal est capable d'atteindre une position et une orientation arbitraires sans se déplacer horizontalement. Cependant, la preuve que ce système peut effectuer n'importe quelle trajectoire souhaitée dans l'espace de travail n'a pas encore été apportée en raison des complications qui en résultent en matière de cinématique inverse et de contrôle. Ce système est similaire à un manipulateur en série à huit articulations, dont deux sont passives. Dans cette recherche, une nouvelle analyse cinématique inverse est présentée pour prouver et tester la capacité du robot à suivre des trajectoires à 6 degrés de liberté dans l'espace de travail. De plus, la conception du contrôleur est réalisée en utilisant la solution cinématique inverse pour suivre une trajectoire arbitraire à 6 degrés

de liberté dans l'espace de travail. Enfin, la mise en œuvre expérimentale du système est réalisée pour vérifier l's ses capacités, ce qui n'avait pas été fait auparavant.



FIGURE 1.9 – Quadricoptère transportant une charge utile via un bras robotique à 2 degrés de liberté doté d'une topologie unique [13]

1.2 Laboratoires et groupes de recherche

Au cours des dernières années, le domaine de la manipulation aérienne (AM – Aerial Manipulation) a pris une importance croissante au sein de la communauté scientifique et technologique. Plusieurs groupes de recherche se sont spécialisés dans l'étude et la mise au point de drones équipés de bras robotiques afin de leur conférer des capacités d'interaction directe avec leur environnement. L'idée principale est de dépasser la fonction traditionnelle des drones, jusque-là limités à des missions d'observation, de surveillance ou de transport, pour en faire de véritables systèmes aériens capables d'agir et de manipuler des objets en vol. Cette orientation ouvre des perspectives nouvelles dans des domaines variés tels que la maintenance d'infrastructures, l'inspection industrielle, la logistique, les interventions d'urgence, ou encore les opérations en milieux dangereux et difficiles d'accès.

En somme, les contributions du groupe de recherche en manipulation aérienne (AM) ont permis de franchir une étape décisive dans l'évolution de la robotique aérienne. Grâce à la mise au point et à la validation de manipulateurs aériens équipés de bras 2-DOF, il est désormais possible d'envisager des drones non plus uniquement comme des observateurs passifs, mais comme de véritables acteurs capables d'exécuter des tâches complexes d'intervention et de manipulation dans des environnements variés et exigeants, Le tableau (Table 1.1) suivant résume certains des projets réalisés :

TABLE 1.1 – Groupe de recherche AM et principale réalisation.

N°	Groupe de recherche	Plateforme de MA	Paramètres et performances	Modélisation	Commande	Implémentation	Tâche de manipulation principale
1	Université de Yale	Hélicoptère, pince souple	UAV 4.3 kg, Charge utile 1 kg	Séparée	PID	Expérience en vol extérieur	Saisir un objet non structuré en vol stationnaire
2	Université de Pennsylvanie	Quadrotor, pince	UAV 388 g, Pince 478 g, Charge utile 77 g	Globale	PID, Asservissement visuel	Expérience en vol intérieur (MOCAP)	Saisir, se poser, transporter des charges, Construction avec équipe de quadrotors
3	Université Drexel	Quadrotor, bras 2-DOF double, bras 4-DOF double, bras en chaîne série, manipulateur 6-DOF	UAV 721.8 g, Pince 64.6 g, Charge utile 200 g	Séparée	MRAC, PID adaptatif, Asservissement visuel	Simulation, Vol intérieur (MOCAP)	Saisir un objet en vol stationnaire, Tourner une valve, Tâche d'insertion
4	Université Johns Hopkins	Octo-rotor coaxial, bras 2-DOF, Quadrotor, pince Yale Open Hand	UAV 1.95 kg, Pince 0.372 kg, Total 2.3 kg	Globale, Séparée	Commande backstepping, linéarisation par retour, PID, commande prédictive	Simulation, Vol intérieur (MOCAP)	Perchage autonome, Pick-and-place aérien
5	Université d'État de l'Utah	Quadrotor, pince	UAV 1.4 kg, Saisie d'objet jusqu'à 7.5 cm	Séparée	PID	Vol intérieur	Saisir un objet statique avec incertitude de position
6	Université Stanford	Quadrotor, pince	UAV 120 g, Tuiles adhésives 1×1 cm	Séparée	Modélisation Motion Genesis	Simulation	Saisie dynamique de surfaces
7	Université du Nebraska-Lincoln	Quadrotor, Pince	Pince 1,2 kg, Longueur totale 540 mm	Séparée	Télécommande radio	Vol extérieur	Installation de capteurs souterrains

1.3 Définition générale :

Un **UAV avec bras manipulateur aérien** est un système robotique autonome ou semi-autonome composé d'un véhicule aérien sans pilote (UAV), souvent de type multirotor, couplé à un ou plusieurs bras manipulateurs articulés. Ce système permet non seulement le vol, mais également l'interaction physique avec l'environnement, ce qui le distingue des drones classiques dédiés uniquement à l'observation.

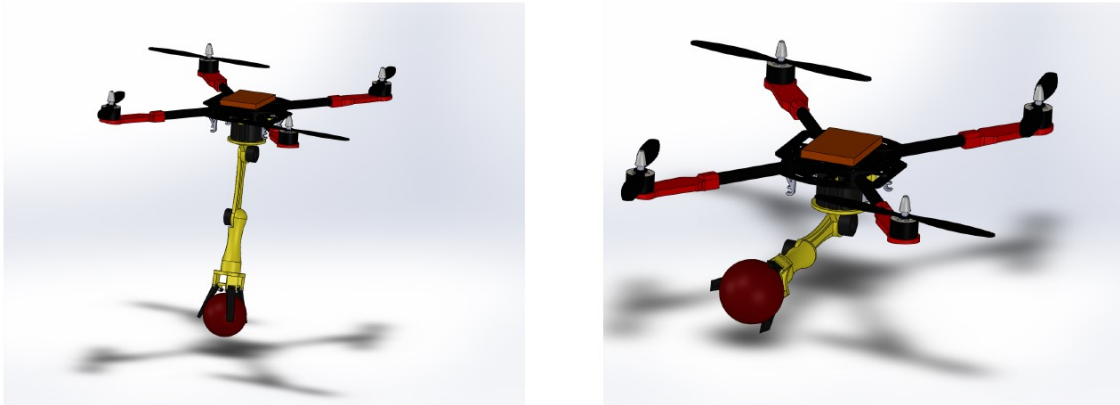


FIGURE 1.10 – Bras manipulateur aérien

1.4 Architecture du système :

1.4.1 Le drone :

Le nom technique des drones est "véhicules aériens sans pilote" (UAV). Ce sont des véhicules aériens qui existent dans une grande variété de tailles, de formes et de fonctions, et qui sont contrôlés soit par des systèmes à distance, soit par des systèmes de contrôle depuis le sol. Ils sont généralement utilisés pour effectuer des tâches dans lesquelles le vol habité est considéré comme risqué. Les drones trouvent principalement une utilisation dans les services militaires, mais sont désormais largement employés dans diverses opérations civiles telles que la recherche et le sauvetage, l'analyse météorologique, l'inspection d'infrastructures, entre autres.

Typiquement, un UAV est un multirotor (tel qu'un quadrirotor ou un hexarotor), offrant une grande maniabilité, un vol stationnaire précis, ainsi qu'une capacité à évoluer dans des environnements complexes. Contrairement aux hélicoptères. De plus, ces plateformes sont conçues pour rester très stables, même en présence de petites perturbations extérieures.



FIGURE 1.11 – Quadrirotor

1.4.2 Bras manipulateur :

Un bras manipulateur est un dispositif mécanique articulé conçu pour reproduire les mouvements du bras humain afin de manipuler des objets, effectuer des tâches précises ou interagir avec un environnement donné. Il est largement utilisé dans divers domaines tels que la robotique industrielle, aérienne, médicale ou spatiale. Ce type de bras est généralement léger et compact, doté de deux degrés de liberté (DOF). Il est fabriqué à partir de matériaux légers comme le carbone ou l'aluminium afin de minimiser la charge utile lorsqu'il est monté sur un drone. Enfin, il est équipé d'un effecteur terminal, tel qu'une pince ou un capteur, permettant d'accomplir différentes tâches de manipulation.

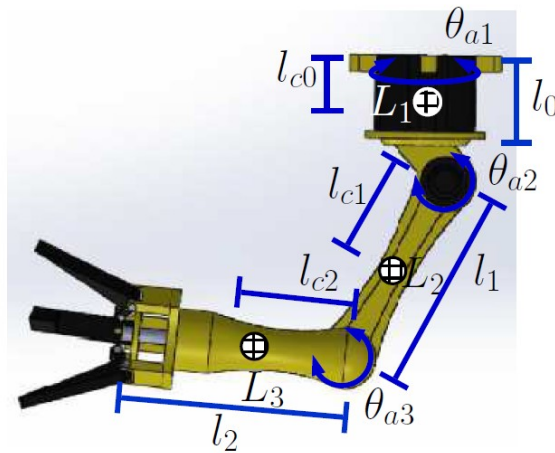


FIGURE 1.12 – Bras manipulateur

1.5 Caractéristiques dynamiques

L'intégration d'un bras manipulateur modifie la dynamique du drone de manière significative. Elle entraîne un déplacement du centre de gravité, engendre des effets de couple sur la plateforme, et introduit un couplage dynamique fort entre les actions de vol et de manipulation. Cela rend indispensable une modélisation précise du système ainsi qu'un contrôle robuste pour garantir la stabilité et les performances du drone manipulateur.

1.6 Mouvement de quadrirotor

Les mouvements de base du quadrirotor sont effectués par la vitesse de chaque rotor faisant ainsi varier la poussée. Ces mouvements sont combinés entre eux, ce qui signifie qu'il est impossible de créer une translation sans faire de roulis ou de tangage. Le quadrirotor a cinq mouvements principaux [26] : Mouvement vertical, mouvement de roulis, mouvement de tangage, mouvement de lacet et mouvement de translation.

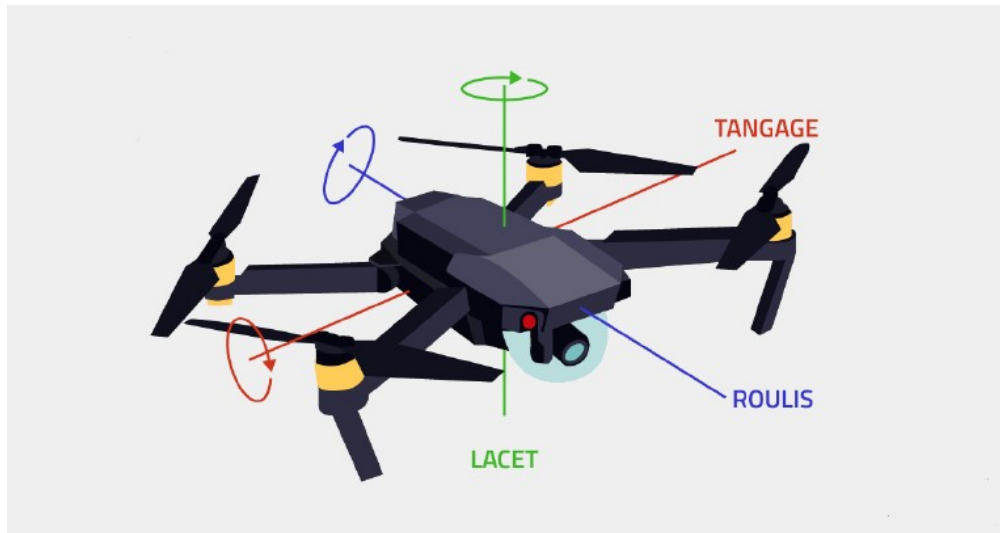


FIGURE 1.13 – les Mouvement de quadrirotor

Mouvement vertical

La force combinée des quatre rotors, projetés sur l'axe Z, s'oppose à la force de pesanteur. Le mouvement ascendant et descendant dû à la vitesse de rotation du moteur, si la portance est supérieure à la masse du quadrirotor le mouvement est vers le haut et si la force de la portance est inférieure à la masse du quadrirotor le mouvement est vers le bas [25].

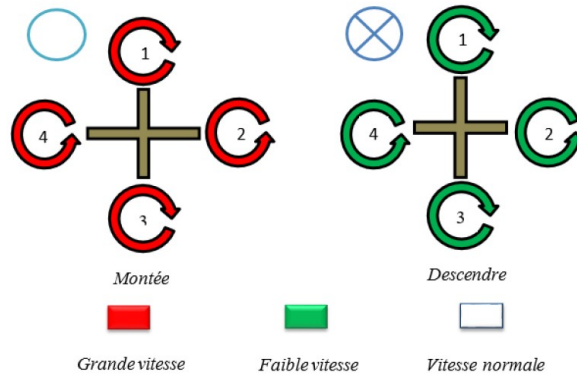


FIGURE 1.14 – Illustration du mouvement vertical

Mouvement de roulis

Le mouvement de roulis est obtenu en appliquant une différence de poussée entre le rotor 2 et 4, ce qui implique une rotation autour de l'axe X couplé à une translation sur l'axe Y. Si un changement de poussée est appliqué à un seul rotor, l'équilibre global de la véhicule est perturbé et tourne sur l'axe Z.

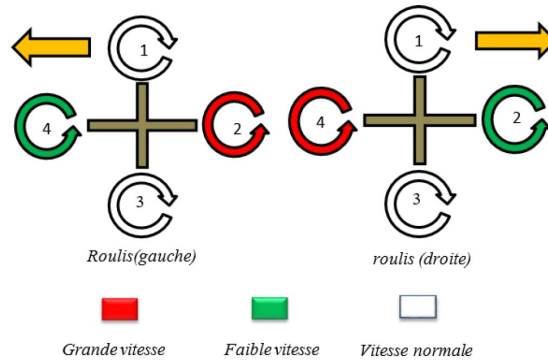


FIGURE 1.15 – Illustration du mouvement de roulis

Mouvement de tangages

De la même manière en appliquant un couple autour de l'axe y, pour qu'il y ait la différence de poussée entre le rotor 1 et le rotor 3, on obtient le mouvement de tangage. Ce dernier est associé à un mouvement de translation selon l'axe x.

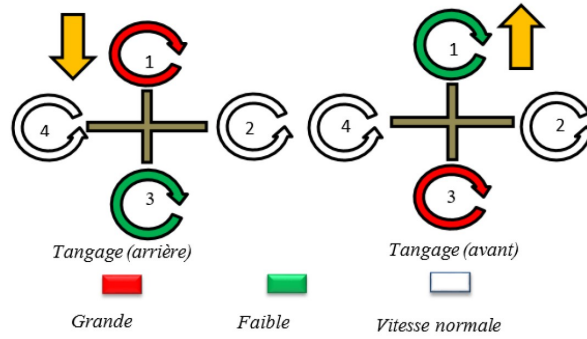


FIGURE 1.16 – Illustration du mouvement de tangage

Mouvement de lacet

Pour réaliser ce mouvement, il est nécessaire d'appliquer un couple autour de l'axe Z, pour ce faire, il suffit d'appliquer une différence de vitesse entre les rotors 1,3 et les rotors 2,4. Afin de ne pas coupler cette rotation avec d'autres rotations, il est nécessaire que les vitesses des paires de rotors sur le même bras soient égales. Et pour maintenir la poussée constante, il est important que l'augmentation de la vitesse de rotation sur une paire de rotors soit égale à la diminution de la rotation sur l'autre paire.

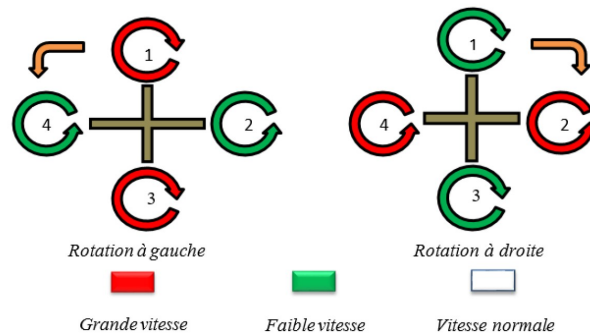


FIGURE 1.17 – Illustration du mouvement de lacet

Mouvement de translation

Dans ce cas, nous voulons appliquer une force le long de x ou de y qui est fait en inclinant le corps et en renforcer toute la poussée générée pour garder l'importance du composant de z de la poussée égale à la force de pesanteur.

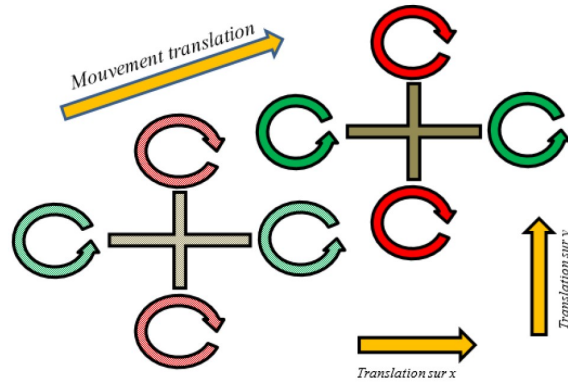


FIGURE 1.18 – Illustration du mouvement de translation

Mode de vol

En fonction des mouvements possibles, le drone effectuera trois modes de vol :

- 1- Vol vertical** : Dans le vol vertical, la résultante aérodynamique et le poids totale sont deux forces ayant la même direction mais de sens opposé. Le drone peut monter ou descendre, suivant l'effet aérodynamique soit supérieur ou inférieur au poids de l'appareil.
- 2- Vol stationnaire** : Dans le vol stationnaire, lorsque la force de Portance et la force de pesanteur sont égales et opposées, le drone sera immobile.
- 3- Vol translation** : Les mouvements d'inclinaison tangage, et roulis sont responsables pour assurer le vol de translation pour la navigation sur le plan horizontal

1.7 Motivation

Le développement des systèmes de manipulation aérienne représente aujourd'hui un domaine de recherche en pleine expansion, offrant un large éventail d'applications allant de l'inspection et la maintenance d'infrastructures, jusqu'aux opérations de sauvetage dans des environnements dangereux ou difficilement accessibles. L'association d'un quadrirotor, capable de se déplacer librement dans l'espace, et d'un bras robotique, permettant d'interagir directement avec l'environnement, constitue une solution innovante et prometteuse.

Cependant, cette combinaison soulève de nombreux défis scientifiques et techniques. En effet, le couplage entre la dynamique du drone et celle du bras robotique engendre une forte complexité mathématique et un comportement non linéaire du système global. Ces caractéristiques rendent la modélisation et le contrôle particulièrement délicats, mais également essentiels pour garantir la stabilité et la précision lors de l'exécution de tâches de manipulation.

C'est dans ce contexte que s'inscrit le présent travail, dont l'objectif est de modéliser et de contrôler un système de manipulation aérienne composé d'un quadrirotor et d'un bras robotique sériel à deux degrés de liberté. La démarche consiste à établir les paramètres de Denavit-Hartenberg du bras robotique, à développer les modèles cinématique direct et

inverse du système combiné, puis à utiliser la formulation d'Euler-Lagrange pour obtenir les équations de mouvement. Sur cette base, des lois de commande avancées, telles que l'inversion de dynamique et le régulateur PD découplé en cascade, sont conçues et testées en simulation sous MATLAB/Simulink.

La motivation de ce mémoire réside ainsi dans la volonté d'apporter une contribution à la modélisation rigoureuse et au développement de stratégies de commande efficaces pour les manipulateurs aériens. Ces travaux visent non seulement à relever les défis posés par la complexité dynamique du système, mais aussi à ouvrir la voie à des applications pratiques dans des domaines où l'intervention humaine est limitée ou risquée.

1.8 Conclusion

En somme, ce chapitre a jeté les fondations théoriques indispensables à la compréhension globale de la manipulation aérienne.

Nous avons également mis en lumière les atouts spécifiques des manipulateurs aériens pour des missions complexes, soulignant leur aptitude à intervenir dans des zones difficilement accessibles, leur mobilité combinée à une capacité de manipulation fine, ainsi que leur flexibilité d'intégration selon les besoins de chaque tâche. Cette analyse renforce l'importance d'un choix judicieux de configuration, adapté aux contraintes et objectifs spécifiques de chaque application.

Les prochains chapitres seront consacrés à la modélisation cinématique et dynamique du système développé dans ce projet.

Chapitre 2

Modèle cinématique direct et inverse

2.1 Introduction

Ce chapitre aborde les fondements de la modélisation cinématique appliquée à un drone quadrirotor muni d'un bras manipulateur comportant deux articulations. Cette modélisation joue un rôle clé dans la compréhension des mouvements et des interactions complexes du système. Elle constitue une étape préalable indispensable à la conception et à l'évaluation des algorithmes de commande. De plus, elle permet d'étudier les performances globales du système et de mettre en évidence ses éventuelles limites.

2.2 Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct constitue un outil mathématique permettant de déterminer la position et l'orientation d'un point dans l'espace cartésien à partir des valeurs des articulations d'un système mécanique. Dans le cadre de notre étude, il est utilisé pour calculer la position et l'orientation de l'extrémité du bras manipulateur en fonction des angles d'orientation du drone et des articulations du bras.

2.3 Établissement du repère de référence

Pour établir le modèle cinématique, il est crucial de décrire avec minutie la structure géométrique du système en question. Ce dernier est constitué d'une base volante, qui prend la forme d'un drone quadrirotor, et sur laquelle repose un bras manipulateur doté de deux degrés de liberté.

Le drone, équipé de quatre rotors disposés en croix, facilite les mouvements globaux en translation et en rotation dans l'espace. Quant au bras, il permet une interaction directe avec l'environnement, grâce à ses deux segments articulés qui se terminent par un effecteur capable de saisir ou de manipuler divers objets.

Pour traduire mathématiquement cette configuration, plusieurs systèmes de coordonnées sont mis en place. Le premier est un repère inertiel, fixe par rapport au sol, qui sert de base de référence pour exprimer les positions et orientations absolues. Un second repère, attaché au

centre du drone et se déplaçant avec lui, permet de modéliser les mouvements de translation et de rotation de la plateforme volante.

Enfin, des repères locaux sont associés à chaque articulation du bras, ainsi qu'à l'effecteur terminal. Cela permet de définir avec précision la position et l'orientation de chaque segment, en utilisant la convention de Denavit-Hartenberg. La figure suivante illustre cette organisation géométrique et met en évidence la disposition des différents repères utilisés pour la modélisation.

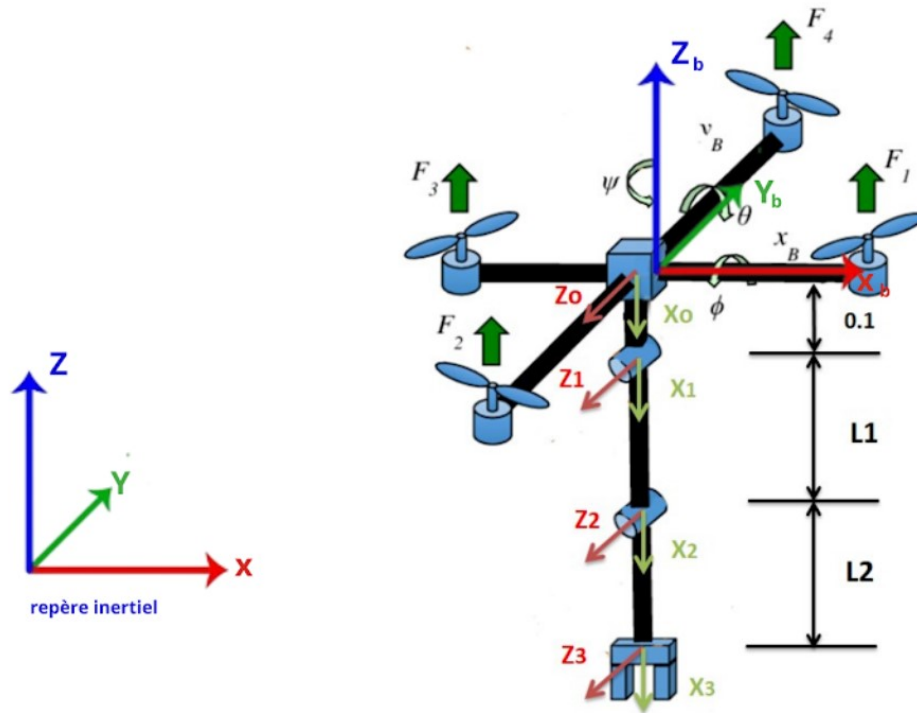


FIGURE 2.1 – Schéma avec les repères pertinents

2.4 Convention de Denavit-Hartenberg (DH) :

La modélisation géométrique joue un rôle crucial dans l'étude, la conception et le contrôle des systèmes robotiques. Son objectif est de décrire mathématiquement la position et l'orientation de chaque élément d'un robot par rapport à une base de référence donnée. Cette étape est essentielle pour analyser le mouvement global du robot et garantir la précision de ses trajectoires.

Cependant, la complexité croissante des architectures robotiques, qu'il s'agisse de manipulateurs industriels, de robots mobiles ou de drones, impose la nécessité d'adopter une méthode systématique et cohérente pour représenter les transformations entre les articulations. C'est ici qu'intervient la convention de Denavit-Hartenberg (DH), introduite par Denavit et Hartenberg en 1955. Aujourd'hui, cette méthode est devenue un standard incontournable en robotique.

Elle offre un cadre rigoureux pour associer un repère local à chaque articulation et exprimer les relations géométriques entre deux éléments successifs. Grâce à seulement quatre paramètres clés (θ_i , d_i , a_i et α_i), elle permet de décrire toutes les transformations nécessaires pour la cinématique directe d'un robot. Cette simplicité apparente, couplée à une grande généralité, explique pourquoi la convention DH est encore largement utilisée dans la recherche scientifique, l'enseignement et l'industrie.

Les paramètres sont définis de la façon suivante :

- Évaluer l'angle θ_i pour la rotation de x_{i-1} à x_i mesuré par rapport à z_{i-1} .
- Évaluer d_i , la distance de l'origine du repère $i - 1$ au point b_i mesuré au long de z_{i-1} .
- Évaluer a_i , la distance du point b_i à l'origine du repère i mesuré le long de x_i .
- Évaluer l'angle α_i pour la rotation de z_{i-1} à z_i par rapport à x_i .

Pour bien définir ces paramètres, on suit la procédure suivante :

1. Numéroté les articulations de J_1 jusqu'à J_n en commençant par la base et en terminant par la dernière articulation.
2. Établir un repère, numéroté O_0 à la base ayant son z_0 aligné avec l'axe de rotation du joint J_1 . x_0 et y_0 sont choisis en vérifiant la règle de la main droite.
3. Placer l'axe z_i aligné avec l'axe du joint J_{i+1} .
4. Placer l'origine O_i , l'intersection z_{i-1} avec z_i . S'il n'y a pas d'intersection, utiliser l'intersection de z_i avec la normale commune à z_i et z_{i-1} .
5. Choisir x_i orthogonale à z_i et z_{i-1} si ces deux axes intersectent. Si z_i et z_{i-1} sont parallèles, choisir x_i parallèle au perpendiculaire commun de z_i et z_{i-1} en s'éloignant de z_{i-1} .
6. Établir le repère de l'effecteur final $O_n x_n y_n z_n$.
7. Établir y_i pour compléter un repère de la main droite.
8. Placer le point b_i à l'intersection de x_i et z_{i-1} . S'il n'y a pas d'intersection, utiliser l'intersection de x_i avec la normale commune en x_i et z_{i-1} .

Dans le cadre de cette thèse, nous avons utilisé la convention de Denavit-Hartenberg pour modéliser la géométrie du bras manipulateur fixé au drone de manière systématique, cette méthode offre un moyen simple de définir les transformations entre les différents segments du bras, rendant ainsi le calcul de la cinématique directe plus accessible, et posant les bases pour établir la dynamique complète du système par la suite.

En adoptant cette approche, nous garantissons une description cohérente et précise des mouvements, ce qui est essentiel pour assurer un contrôle de haute précision et une interaction stable entre le drone et son bras manipulateur.

2.5 Tableau des paramètres DH

Le formalisme de Denavit-Hartenberg (DH) constitue une méthode standard en robotique pour modéliser la cinématique des bras articulés. Il permet de caractériser la position

et l'orientation relative entre les articulations successives à l'aide de quatre paramètres : la longueur du lien, l'angle de rotation, le décalage et la torsion. Les paramètres DH correspondant au manipulateur étudié sont présentés ci-dessous :

Joint i	θ_i (rad)	d_i (m)	a_i (m)	α_i (rad)
1	n_1	0	L_1	0
2	n_2	0	L_2	0

TABLE 2.1 – Paramètres DH pour le manipulateur

2.6 Matrices de transformation homogène

La modélisation géométrique directe d'un manipulateur s'appuie sur les matrices de transformation homogène. Ces matrices sont essentielles pour décrire à la fois la position et l'orientation de chaque maillon dans un système de référence spécifique. Cela se fait grâce aux paramètres géométriques établis par la convention de Denavit–Hartenberg (DH).

Pour établir la transformation générale entre deux repères consécutifs, on utilise la matrice notée A_i , qui est déterminée par la relation suivante :

$$A_i = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

En substituant les valeurs des paramètres DH du premier lien, à savoir $\theta_1 = n_1, d_1 = 0, a_1 = L_1, \alpha_1 = 0$:

$$A_1^0 = \begin{pmatrix} \cos(n_1) & -\sin(n_1) & 0 & L_1 \cos(n_1) \\ \sin(n_1) & \cos(n_1) & 0 & L_1 \sin(n_1) \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

cette matrice illustre comment le repère associé au premier maillon se transforme par rapport au repère de base du manipulateur.

De la même façon, en ce qui concerne le deuxième lien $\theta_2 = n_2, d_2 = 0, a_2 = L_2, \alpha_2 = 0$, la matrice qui lui est associée est :

$$A_2^1 = \begin{pmatrix} \cos(n_2) & -\sin(n_2) & 0 & L_2 \cos(n_2) \\ \sin(n_2) & \cos(n_2) & 0 & L_2 \sin(n_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

cette matrice montre comment le deuxième maillon se positionne et s'oriente par rapport au premier.

Pour intégrer le bras manipulateur au système global du drone, il est essentiel de connecter le repère du bras à celui du quadrirotor.

Cette tâche se fait à l'aide d'une matrice de transformation fixe, notée R , qui représente la position relative et l'orientation entre ces deux sous-systèmes :

$$A_0^b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour obtenir la transformation globale qui relie l'effecteur final au repère du quadrirotor, il faut multiplier les matrices précédentes les unes après les autres :

$$A_e^b = A_0^b * A_1^0 * A_2^1 \quad (2.1)$$

avec A_e^b transformation homogène de l'effecteur final par rapport au repère du quadrirotor.

Une fois que les termes trigonométriques ont été simplifiés, nous arrivons à :

$$A_e^b = \begin{pmatrix} \sin(n_1 + n_2) & \cos(n_1 + n_2) & 0 & L_2 \cdot \sin(n_1 + n_2) + L_1 \cdot \sin(n_1) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\cos(n_1 + n_2) & \sin(n_1 + n_2) & 0 & -\frac{1}{10} - L_1 \cdot \cos(n_1) - L_2 \cdot \cos(n_1 + n_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.7 Position et Orientation du quadrarotor

La position du centre de masse du quadrirotor dans le référentiel inertiel est donnée par :

$$P_b = \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix}$$

Le quadrirotor est caractérisé par une matrice de rotation R_b qui illustre son orientation dans l'espace tridimensionnel. Cette matrice se base sur les angles de roulis (ϕ), de tangage (θ) et de lacet (ψ). Elle offre ainsi une représentation mathématique précise du quadrirotor, même lorsqu'il est en mouvement dans l'espace. Cela permet d'effectuer des calculs et des simulations de ses déplacements avec une grande exactitude.

La matrice R_b joue un rôle essentiel en transformant les coordonnées d'un point, qui sont exprimées selon le repère du corps du drone, vers un repère inertiel fixe qui correspond

au monde extérieur. Cette matrice est construite à partir d'une combinaison de rotations élémentaires :

$$R_b = R_z(\psi) R_y(\theta) R_x(\phi)$$

$$\text{où } R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

en multipliant ces trois matrices élémentaires, on obtient la matrice finale R_b :

$$R_b = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

La position de l'effecteur final (P_e) [28] dans le repère inertiel peut alors être calculée à partir de la position du centre de masse et de l'orientation du quadrirotor, :

$$P_e = P_b + R_b P_e^b \quad (2.2)$$

où P_e^b est la position de l'effecteur dans le référentiel du quadrirotor,.

L'orientation de l'effecteur final peut être définie par la matrice de rotation obtenue en multipliant la matrice de rotation du quadrirotor, (R_b) avec la matrice de rotation de l'effecteur final par rapport au rapport au quadrirotor (R_e^b) :

$$R_e = R_b R_e^b \quad (2.3)$$

où R_e^b est l'orientation de l'effecteur par rapport au quadrirotor.

2.8 Modele cinématique

Le modèle cinématique direct décrit les m vitesses opérationnelles en fonction des n vitesses articulaires. Le vecteur de vitesse de l'effecteur final $\dot{\chi}_e = [\dot{x}_e, \dot{y}_e, \dot{z}_e, \dot{\psi}_e, \dot{\theta}_e, \dot{\phi}_e]^T$ s'exprime en fonction des vitesses des coordonnées articulaires $\dot{q} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{n}_1, \dot{n}_2]^T$.

Pour résoudre la cinématique directe, les entrées sont les 8 variables articulaires q et la sortie est le vecteur opérationnel de 6 variables χ_e . La position de l'effecteur final peut être déterminée à partir de l'équation (2.2), tandis que les angles d'Euler de l'effecteur terminal Φ_e sont calculés à partir de la matrice de rotation R_e^b selon l'équation (2.3)

Dans la suite de cette section, l'analyse cinématique des vitesses sera discutée. La vitesse linéaire $\dot{P}_e$ de l'effecteur final dans le monde fixe est obtenue par différenciation de l'équation (2.2).

$$\dot{P}_e = \dot{P}_b - \text{Skew}(R_b P_e^b) \omega_b + R_b \dot{P}_e^b \quad (2.4)$$

où $\text{Skew}(\cdot)$ est l'opérateur de la matrice antisymétrique (3×3), alors que ω_b est la vitesse angulaire du quadrirotor exprimée dans le référentiel inertiel fixé dans le monde. La vitesse angulaire ω_e de l'effecteur final est exprimée par cette équation :

$$\omega_e = \omega_b + R_b \omega_e^b \quad (2.5)$$

la vitesse angulaire ω_e^b représente la vitesse de l'effecteur final par rapport à le repère quadrirotor .

On considère $\Theta = [n_1, n_2]^T$, comme le vecteur des angles articulaires du manipulateur. La vitesse généralisée de l'effecteur final par rapport au drone, notée $v_e^b = [\dot{P}_e^b, \omega_e^b]^T$ décrit à la fois sa vitesse linéaire et sa vitesse angulaire dans le repère du quadrirotor. Cette vitesse peut être exprimée en fonction des vitesses articulaires $\dot{\Theta}$ à l'aide du Jacobien du manipulateur J_e^b :

$$v_e^b = J_e^b \dot{\Theta} \quad (2.6)$$

Dans le repère inertiel, la vitesse généralisée de l'effecteur final $v_e = [\dot{P}_e, \omega_e]^T$ prend en compte à la fois le mouvement du quadrirotor et celui du bras manipulateur. Elle s'exprime comme suit :

$$v_e = J_v v_b + J_e \dot{\Theta} \quad (2.7)$$

où $v_b = [\dot{P}_b^T, \omega_b^T]^T$,

$$J_v = \begin{bmatrix} I_3 & -\text{Skew}(R_b P_e^b) \\ 0_{3 \times 3} & I_3 \end{bmatrix}, \quad J_e = \begin{bmatrix} R_b & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_b \end{bmatrix} J_e^b.$$

À partir de l'équation (2.7), la vitesse généralisée de l'effecteur final s'exprime sous la forme compacte :

$$v_e = [J_v J_e] \begin{bmatrix} v_b \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Ainsi, le Jacobien global J du système s'écrit :

$$J = [J_v J_e] = \begin{bmatrix} I_3 & -\text{Skew}(R_b P_e^b) & R_b \times J_e^b(1) \\ 0_{3 \times 3} & I_3 & R_b \times J_e^b(2) \end{bmatrix}$$

avec $J_e^b(1)$: correspond aux trois premières lignes de la matrice Jacobienne du bras J_e^b , représentant la vitesse linéaire.

$J_e^b(2)$: correspond aux trois dernières lignes de J_e^b , représentant la vitesse angulaire.

Après avoir remplacé les termes, la matrice que l'on obtient représente le Jacobien global du système.

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -L_2 \cos(q_1 + q_2) - L_1 \cos(q_1) - \frac{1}{10} & -\sin(\psi)(L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_1 \sin(q_1)) & \cos(\psi)(L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_1 \cos(q_1)) & L_2 \cos(q_1 + q_2) \cos(\psi) \\ 0 & 1 & 0 & L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_1 \cos(q_1) + \frac{1}{10} & 0 & \cos(\psi)(L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_1 \sin(q_1)) & \sin(\psi)(L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_1 \cos(q_1)) & L_2 \cos(q_1 + q_2) \sin(\psi) \\ 0 & 0 & 1 & \sin(\psi)(L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_1 \sin(q_1)) & -\cos(\psi)(L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_1 \sin(q_1)) & 0 & L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_1 \sin(q_1) & L_2 \sin(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \sin(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\cos(\psi) & -\cos(\psi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Après avoir obtenu la matrice jacobienne globale $J \in \mathbb{R}^{6 \times 8}$, On remarque qu'elle se compose de huit colonnes, chacune représentant des vitesses généralisées :

$$\dot{q} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\psi} \ \dot{\theta} \ \dot{\phi} \ \dot{n}_1 \ \dot{n}_2]^T$$

Cependant, les colonnes liées à $\dot{\theta}$ (colonne 5) et $\dot{\phi}$ (colonne 6) ne peuvent pas être contrôlées. Les degrés de liberté mentionnés ne sont pas intégrés aux variables de commande de notre modèle. En effet, l'inclinaison avant/arrière et gauche/droite du drone n'est pas quelque chose que l'utilisateur peut contrôler directement, ni même par la loi de commande du bras. Ces mouvements sont en réalité le résultat du système interne de stabilisation du quadricoptère. Ainsi, bien que ces mouvements se manifestent naturellement dans la cinématique, ils ne peuvent pas être utilisés pour diriger l'effecteur. Pour obtenir une matrice qui corresponde mieux aux véritables entrées de commande du système, nous avons donc décidé de retirer ces colonnes de la jacobienne générale.

Pour le reste de notre étude, nous allons nous concentrer sur une Jacobienne simplifiée :

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cos(\psi)(L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_1 \cos(q_1)) & L_2 \cos(q_1 + q_2) \cos(\psi) \\ 0 & 1 & 0 & L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_1 \cos(q_1) + \frac{1}{10} & \sin(\psi)(L_2 \cos(q_1 + q_2) + L_1 \cos(q_1)) & L_2 \cos(q_1 + q_2) \sin(\psi) \\ 0 & 0 & 1 & \sin(\psi)(L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_1 \sin(q_1)) & L_2 \sin(q_1 + q_2) + L_1 \sin(q_1) & L_2 \sin(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos(\psi) & -\cos(\psi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.9 Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse permet de déterminer les valeurs des articulations nécessaires pour atteindre une position et une orientation désirées de l'effecteur dans l'espace. Il consiste à résoudre l'équation $x_d = f(q)$ afin d'en déduire $q = f^{-1}(x_d)$, où x_d est la position désirée et q le vecteur des variables articulaires. Contrairement à la cinématique directe, le modèle inverse est plus complexe, souvent non linéaire, et peut admettre plusieurs solutions ou être soumis à des singularités. Deux approches principales sont utilisées : la méthode analytique, adaptée aux structures simples, et la méthode numérique, reposant sur des techniques comme la pseudoinverse du jacobien $J^\dagger$, ou l'optimisation. Dans le cas des manipulateurs aériens (drones avec bras), la difficulté est accrue par la mobilité de la base, qui doit être intégrée dans le calcul inverse. Ces outils sont essentiels pour la planification de trajectoires et le contrôle en temps réel.

La relation “directe” entre les vitesses articulaires et cartésiennes :

$$\dot{X} = J\dot{q}$$

$\dot{X} \Rightarrow \dot{q}$: modèle cinématique inverse (MCI)

La résolution du système linéaire $\dot{X} = J\dot{q}$ est recherchée.

Dans le cas $m = n$, l'inverse de la matrice Jacobienne est exploitée :

$$\dot{q} = J^{-1}\dot{X}$$

Sinon, il est nécessaire d'utiliser le pseudo-inverse de Moore-Penrose :

$$\dot{q} = J^\dagger \dot{X}$$

avec :

$$\begin{array}{ll} \text{— } J^\dagger = J^T(JJ^T)^{-1} \text{ si } m < n & \text{(pseudo-inverse à droite)} \\ \text{— } J^\dagger = (J^T J)^{-1} J^T \text{ si } m > n & \text{(pseudo-inverse à gauche)} \end{array}$$

Dans ce cas, nous avons d'abord obtenu une jacobienne globale qui dimension 6×8 , ce qui signifie que m est inférieur à n .

Dans ce contexte, pour résoudre le modèle cinématique inverse, on doit généralement recourir au pseudo-inverse de Moore-Penrose à droite, qui est défini par l'équation $J^\dagger = J^T(JJ^T)^{-1}$.

Cependant, après avoir simplifié le modèle et éliminé les colonnes qui ne peuvent pas être commandées, la jacobienne se transforme en une matrice carrée de 6×6 . Ainsi, il devient possible d'utiliser directement l'inverse classique de la jacobienne, à condition que cette matrice soit inversible. Cela facilite la résolution directe du modèle cinématique inverse.

Chapitre 3

Modèle dynamique

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous commencerons par définir ces coordonnées généralisées, puis nous établirons les expressions de l'énergie cinétique et potentielle. Il existe deux manières de modéliser ce système : la méthode d'Euler-Lagrange, Enfin, nous appliquerons la méthode d'Euler-Lagrange pour dériver les équations dynamiques complètes, qui serviront de base à la conception des lois de commande présentées dans les chapitres suivants. une approche couramment utilisée en robotique et en mécanique des systèmes complexes. Elle repose sur l'application du principe de Lagrange, qui permet d'obtenir les équations du mouvement à partir des expressions d'énergie cinétique et potentielle, en fonction des coordonnées généralisées.

3.1.1 Équations d'Euler-Lagrange

Les équations d'Euler-Lagrange sont les équations fondamentales de la mécanique lagrangienne. Elles permettent de déduire les équations du mouvement d'un système mécanique à partir de ses énergies est donnée par :

$$L = K - U$$
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (3.1)$$

3.2 Énergie cinétique K

L'énergie cinétique d'un système mécanique à corps rigides comprend deux parties : l'énergie de translation, liée au mouvement du centre de masse, et l'énergie de rotation, liée à la rotation autour du centre de masse[29]. L'énergie cinétique totale est donnée par la somme des contributions relatives au mouvement du véhicule aérien et au mouvement de chaque maillon du manipulateur.

$$K = K_b + \sum_{i=1}^2 K_{L_i}, \quad (3.2)$$

L'énergie cinétique du drone est donnée par :

$$K_b = \frac{1}{2} m_b \dot{p}_b^T \dot{p}_b + \frac{1}{2} \omega_b^T I_b \omega_b \quad (3.3)$$

où :

- m_b : masse totale du drone (corps principal sans bras manipulateur).
- $\dot{p}_b$: vecteur vitesse linéaire du centre de masse du drone dans le repère inertiel.
- ω_b : vecteur vitesse angulaire du drone dans son repère propre.
- I_b : matrice d'inertie du drone exprimée dans son repère propre.

Pour le premier segment du bras manipulateur, l'énergie cinétique s'écrit :

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{p}_{1c}^T \dot{p}_{1c} + \frac{1}{2} \omega_1^T I_1 \omega_1 \quad (3.4)$$

avec :

$$\dot{p}_{1c} = J_{v_{1c}} \dot{\Theta}, \quad \omega_1 = J_{w_1} \dot{\Theta} \quad (3.5)$$

où :

- m_1 : masse du premier segment du bras manipulateur.
- $\dot{p}_{1c}$: vecteur vitesse linéaire du centre de masse du premier segment.
- ω_1 : vecteur vitesse angulaire du premier segment.
- I_1 : matrice d'inertie du premier segment par rapport à son centre de masse.
- $J_{v_{1c}}$: est la partie linéaire du jacobien géométrique du premier segment du bras manipulateur
- J_{w_1} : est la partie angulaire du jacobien géométrique du premier segment du bras manipulateur
- $\dot{\Theta}$: vecteur des vitesses articulaires du bras manipulateur

L'énergie cinétique du deuxième segment du bras est donnée par :

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \dot{p}_{2c}^T \dot{p}_{2c} + \frac{1}{2} \omega_2^T I_2 \omega_2 \quad (3.6)$$

avec :

$$\dot{p}_{2c} = J_{v_{2c}} \dot{\Theta}, \quad \omega_2 = J_{w_2} \dot{\Theta} \quad (3.7)$$

où :

- m_2 : masse du deuxième segment du bras manipulateur.
- $\dot{p}_{2c}$: vecteur vitesse linéaire du centre de masse du deuxième segment, exprimé dans le repère inertiel.
- $\dot{p}_{2c}^T \dot{p}_{2c}$: produit scalaire représentant la norme au carré de la vitesse linéaire.
- ω_2 : vecteur vitesse angulaire du deuxième segment.
- I_2 : matrice d'inertie du deuxième segment du bras par rapport à son centre de masse, exprimée dans son repère propre.

- $J_{v_{2c}}$: est la partie linéaire du jacobien géométrique du deuxième segment du bras manipulateur
- J_{w_2} : est la partie angulaire du jacobien géométrique du deuxième segment du bras manipulateur
- $\dot{\Theta}$: vecteur des vitesses articulaires du bras manipulateur

L'énergie cinétique totale du système est :

$$K = \frac{1}{2}m_b\dot{p}_b^T\dot{p}_b + \frac{1}{2}\omega_b^T I_b \omega_b + \frac{1}{2}m_1\dot{p}_{1c}^T\dot{p}_{1c} + \frac{1}{2}\omega_1^T I_1 \omega_1 + \frac{1}{2}m_2\dot{p}_{2c}^T\dot{p}_{2c} + \frac{1}{2}\omega_2^T I_2 \omega_2 \quad (3.8)$$

Après avoir analysé et simplifié les équations précédentes, et conformément aux travaux présentés dans [27], nous obtenons :

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q} \quad (3.9)$$

- $q \in \mathbb{R}^n$: vecteur des *coordonnées généralisées*, représentant la configuration du système.
- $\dot{q} \in \mathbb{R}^n$: vecteur des *vitesses généralisées*, soit $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$.
- $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$: *matrice d'inertie* (ou matrice de masse), symétrique définie positive, dépendant de q .
- $K(q, \dot{q})$: *énergie cinétique* du système exprimée en fonction de q et $\dot{q}$.

La matrice d'inertie $M(q)$ est une matrice symétrique définie positive qui représente l'opposition du système mécanique à l'accélération selon ses différents degrés de liberté. Elle dépend de la configuration du système, c'est-à-dire des coordonnées généralisées q ,

où q est le vecteur des coordonnées généralisées décrivant la configuration du système, $\dot{q} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{n}_1, \dot{n}_2]^T$ est le vecteur des vitesses généralisées, et $\ddot{q}$ celui des accélérations généralisées. Cette matrice traduit comment les propriétés physiques (masse, géométrie, inertie) influencent la dynamique du système.

$$M(q) = \frac{\partial^2 K}{\partial \dot{q}^2} \quad (3.10)$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$M_{11} = (m_b + m_1 + m_2)I_3$$

$$M_{22} = Q^\top I_b Q + m_1 T_b^\top (R_b p_{1c})^\top (R_b p_{1c}) T_b + Q^\top R_1^0 I_1 (R_1^0)^\top Q \\ + m_2 T_b^\top (R_b p_{2c})^\top (R_b p_{2c}) T_b + Q^\top R_2^0 I_2 (R_2^0)^\top Q$$

$$M_{33} = m_1 J_{v1}^\top J_{v1} + J_{w1}^\top R R_1^0 I_1 (R_1^0)^\top J_{w1} + m_2 J_{v2}^\top J_{v2} + J_{w2}^\top R_2^0 I_2 (R_2^0)^\top J_{w2}$$

$$M_{12} = M_{21}^\top = -m_1 (R_b p_{1c}) - m_2 (R_b p_{2c})$$

$$M_{13} = M_{31}^\top = m_1 R_b J_{v1} + m_2 R_b J_{v2}$$

$$M_{23} = M_{32}^\top = Q^\top R_1^0 I_1 (R_1^0)^\top J_{w1} - m_1 T_b^\top (R_b p_{1c}) R_b J_{v1} \\ + Q^\top R_2^0 I_2 (R_2^0)^\top J_{w2} - m_2 T_b^\top (R_b p_{2c}) R_b J_{v2}$$

où les matrices R_b , T_b et Q seront définies dans la partie suivante.

La matrice T_b est utilisée pour exprimer la relation entre les dérivées des angles d'Euler $\dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ et les vitesses angulaires du drone dans le repère du corps. Elle permet de passer des vitesses angulaires dans le repère du corps aux dérivées des angles d'Euler.

Elle est donnée par la matrice suivante :

$$T_b = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \cos(\theta) \\ 0 & \cos(\psi) & \cos(\theta) \sin(\psi) \\ 1 & 0 & -\sin(\theta) \end{bmatrix}$$

La matrice Q représente une transformation entre les vitesses du manipulateur et celles du UAV. Elle est définie par :

$$Q = R_b^\top T_b \quad (3.12)$$

Le produit $Q = R_b^\top T_b$ permet de relier les vitesses et inerties du manipulateur à celles du UAV. Cette matrice est essentielle pour modéliser les forces et moments résultants de la combinaison dynamique de l'UAV et du manipulateur.

La matrice d'inertie I_b représente la répartition de la masse et la résistance du UAV aux variations de sa vitesse angulaire. Elle est généralement une matrice symétrique 3×3 , et est définie comme suit :

$$I_b = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad I_{xx} = 1.24, \quad I_{yy} = 1.24, \quad I_{zz} = 2.48$$

La matrice J_{v1} est la (jacobienne linéaire) de la première de lien 1 du manipulateur. Elle représente la relation entre la vitesse linéaire du centre de masse du lien 1 et les vitesses des joints. La Jacobienne linéaire est donnée par :

$$J_{v1} = \begin{bmatrix} -\frac{L_1 \sin(n_1)}{2} & 0 \\ \frac{L_1 \cos(n_1)}{2} + 0.1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice J_{w1} est la (jacobienne angulaire) de la première de lien 1 du manipulateur. Elle représente la relation entre la vitesse angulaire du lien 1 et les vitesses des joints. Elle est simplement la direction du vecteur d'axe de rotation du lien 1 :

$$J_{w1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice J_{v2} est la (jacobienne linéaire) de la deuxième de lien 2 du manipulateur. Elle représente la relation entre la vitesse linéaire du centre de masse du lien 2 et les vitesses des joints. La Jacobienne linéaire est donnée par :

$$J_{v2} = \begin{bmatrix} -L_1 \sin(n_1) & -\frac{L_2}{2} (\cos(n_1) \sin(n_2) + \cos(n_2) \sin(n_1)) - L_1 \sin(n_1) \\ L_1 \cos(n_1) & \frac{L_2}{2} (\cos(n_1) \cos(n_2) - \sin(n_1) \sin(n_2)) + L_1 \cos(n_1) + \frac{1}{10} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice J_{w2} est la (jacobienne angulaire) de la deuxième de lien 2 du manipulateur. Elle représente la relation entre la vitesse angulaire du lien 2 et les vitesses des joints. Elle est simplement la direction du vecteur d'axe de rotation du lien 2 :

$$J_{w2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice R_1^0 est la (matrice de rotation) qui décrit la transformation du repère du lien 1 par rapport au repère de base. Elle est définie comme une rotation de l'axe de rotation du premier joint :

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(n_1) & -\sin(n_1) & 0 \\ \sin(n_1) & \cos(n_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice R_2^0 est la (matrice de rotation) qui décrit la transformation du repère du lien 2 par rapport au repère du lien 1. Elle est également obtenue par une exponentielle de la matrice de produit vectoriel du vecteur d'axe de rotation du second joint :

$$R_2^0 = R_1^0 \cdot R_2^1 \quad (3.14)$$

$$R_2^0 = \begin{bmatrix} \cos(n_1) \cos(n_2) - \sin(n_1) \sin(n_2) & -\cos(n_1) \sin(n_2) - \cos(n_2) \sin(n_1) & 0 \\ \cos(n_1) \sin(n_2) + \cos(n_2) \sin(n_1) & \cos(n_1) \cos(n_2) - \sin(n_1) \sin(n_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La position du centre de masse du lien 1, P_{1c} , est un vecteur qui décrit la position du centre de masse du lien 1 dans le repère du lien 1. Elle est généralement donnée par :

$$P_{1c} = \begin{bmatrix} \frac{L_1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où L_1 est la longueur du lien 1 et $\frac{L_1}{2}$ est la distance entre l'origine du repère du lien 1 et son centre de masse.

La position du centre de masse du lien 2, P_{2c} , est un vecteur similaire qui décrit la position du centre de masse du lien 2 dans le repère du lien 2. Elle est généralement donnée par :

$$P_{2c} = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où L_2 est la longueur du lien 2 et $\frac{L_2}{2}$ est la distance entre l'origine du repère du lien 2 et son centre de masse.

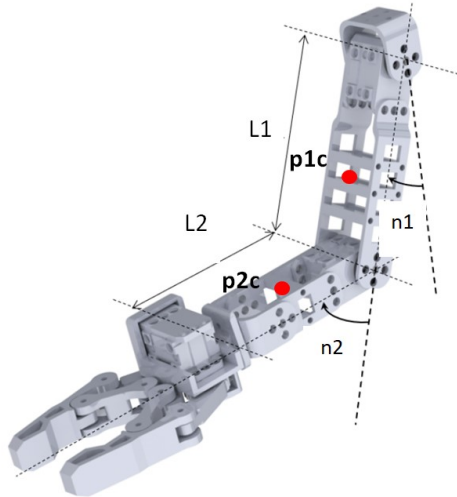


FIGURE 3.1 – p1c et p2c de bras manipulateur

3.3 Énergie potentielle U

L'énergie potentielle stockée dans le système est donnée par la somme de la contribution relative au véhicule et de la contribution relative à chaque manipulateur.

$$U = U_b + \sum_{i=1}^n U_{L_i} \quad (3.15)$$

où U_b est l'énergie potentielle associée au drone (UAV), tandis que U_{L_i} est l'énergie potentielle du $i^{\text{ème}}$ lien (segment) du bras manipulateur.

L'énergie potentielle du drone est donc donnée par :

$$U_b = m_b g \mathbf{e}_3^\top \mathbf{p}_b, \quad (3.16)$$

$$p_{L_i} = p_b + R_b^b p_{bL_i}^b \quad (3.17)$$

où $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ est l'accélération gravitationnelle, et $\mathbf{e}_3$ est un vecteur (3×1) qui sélectionne l'axe de Σ_i sur lequel la gravité agit, c'est-à-dire $\mathbf{e}_3 = [0 \ 0 \ 1]^\top$ si la gravité agit selon l'axe z de Σ_i .

D'autre part, en tenant compte de l'équation (3.17), la contribution à l'énergie potentielle de chaque lien du bras manipulateur est donnée par :

$$U_{L_i} = m_{L_i} g \mathbf{e}_3^\top (\mathbf{p}_b + \mathbf{R}_b^b \mathbf{p}_{bL_i}^b). \quad (3.18)$$

Ainsi, en tenant compte des équations (3.16) et (3.18), l'énergie potentielle totale du système équation (3.15) peut s'écrire comme :

$$U = m_b g \mathbf{e}_3^\top \mathbf{p}_b + g \sum_{i=1}^2 [m_{L_i} \mathbf{e}_3^\top (\mathbf{p}_b + \mathbf{R}_b^b \mathbf{p}_{bL_i}^b)]. \quad (3.19)$$

3.4 Équation dynamique générale

Les équations dynamiques de Lagrange permettent de décrire le mouvement d'un système mécanique en prenant en compte ses contraintes, énergies et éventuellement ses forces non conservatives.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (3.20)$$

- $M(q)$ est la matrice d'inertie du système.
- $C(q, \dot{q})\dot{q}$ est la matrice de Coriolis et centrifuge.
- $G(q)$ est le vecteur des forces gravitationnelles
- τ est le vecteur des couples et forces appliqués par les actionneurs.

3.5 Matrice de coriolis C

La matrice de Coriolis, souvent notée $C(q, \dot{q})$, est une matrice qui regroupe les termes liés aux effets gyroscopiques et aux forces de Coriolis dans l'équation dynamique d'un système mécanique :

$$C_{ijk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial M_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{jk}}{\partial q_i} \right) \quad (3.21)$$

où :

- M_{ij} est l'élément de la matrice d'inertie,
- q_i, q_j, q_k sont les coordonnées généralisées (angles ou positions des joints),
- C_{ijk} représente l'élément du symbole de Coriolis associé à la vitesse $\dot{q}_k$ pour chaque paire de joints i et j .

3.6 Forces gravitationnelles $G(q)$

La matrice $G(q)$, ou plus précisément le vecteur $G(q)$, représente l'ensemble des forces ou couples gravitationnels qui s'exercent sur un système mécanique en fonction de sa configuration q . Dans le contexte d'un robot manipulateur ou d'un drone équipé d'un bras robotisé, chaque articulation ou segment est soumis à la gravité. Le rôle de $G(q)$ est donc de modéliser l'influence de cette gravité sur l'ensemble du système.

Chaque composante de $G(q)$ correspond au couple gravitationnel requis pour maintenir l'articulation concernée dans une position statique, sans mouvement. Ce vecteur dépend des masses des différents segments, de leurs longueurs, de la position de leurs centres de gravité et de l'orientation de l'ensemble du système dans l'espace. Plus concrètement, lorsqu'un bras est tendu à l'horizontale, les efforts gravitationnels seront plus importants que lorsque ce même bras est replié vers le bas.

En commande robotique, le vecteur $G(q)$ joue un rôle essentiel. Il permet, notamment, de compenser les effets de la gravité, ce qui est crucial pour stabiliser le système ou assurer un bon suivi de trajectoire, en particulier pour des mouvements lents ou précis. Dans certains contrôleurs, on introduit une compensation directe de $G(q)$ afin de simplifier le comportement dynamique du système.

$$G(q) = \frac{\partial U}{\partial q} \quad (3.22)$$

Chapitre 4

Généralités sur les commandes

4.1 Introduction

L'objectif de la théorie de commande est l'analyse et la résolution des problèmes de commande qui émanent de l'environnement industriel. Des raisons économiques et de sécurité, conduisent à la recherche d'une loi de commande de plus en plus performante afin de garantir l'efficacité et le rendement de production. L'avion est un système non linéaire, c'est pour cette raison que l'on s'intéresse à savoir comment réaliser la synthèse d'une loi de contrôle pour un système non linéaire et déterminer la méthode de synthèse la plus adaptée. Donc de nombreuses stratégies de commande existent (linéaires et non linéaires). Une bonne technique doit éliminer tout risque d'instabilité et améliorer les performances d'un avion afin d'obtenir la convergence la plus rapide possible. Au travers de ce chapitre introductif, on souhaite rappeler les principes et les différentes techniques de commande linéaires et non linéaires, ensuite on va introduire les différents repères utilisés. Finalement nous développerons mathématiquement les équations et les lois mathématiques utilisés pour obtenir notre loi de commande.

4.2 Historique

Le contrôle non linéaire est né de la constatation que de nombreux systèmes physiques (robots, avions, drones, moteurs, etc.) ne peuvent être correctement décrits par des modèles linéaires. Jusqu'aux années 1950, la majorité des systèmes étaient régulés par des lois linéaires (comme le PID), suffisantes pour des procédés simples. Mais avec l'essor de l'aéronautique, de l'électronique de puissance et surtout de la robotique dans les années 1970–1980, il est apparu nécessaire de développer des techniques capables de traiter les phénomènes non linéaires, tels que les couplages dynamiques, les frottements, ou les contraintes physiques. Parmi ces méthodes, la commande PD (Proportionnelle–Dérivée), bien que d'origine linéaire et introduite au début du XXe siècle, a été largement utilisée en robotique dès les années 1970 pour le pilotage des premiers manipulateurs industriels, grâce à sa simplicité et son efficacité, même si elle reste limitée car elle ne compense pas les non-linéarités ni les couplages dynamiques. Avec le développement de la robotique avancée dans les années 1980, une approche plus élaborée appelée commande par inversion de dynamique, ou *computed torque control*, a vu le jour. Basée sur les équations de Lagrange ou d'Euler, elle permet d'inverser les équations du

mouvement afin de compenser directement les effets de l'inertie, de la gravité et des forces de Coriolis, ce qui transforme le système en un ensemble d'équations linéarisées et découplées. Popularisée par des chercheurs comme Craig, Spong et Slotine, cette commande illustre la transition des lois classiques vers des stratégies non linéaires plus sophistiquées, capables de gérer efficacement les systèmes complexes et fortement couplés.

4.3 Les stratégies de commande non linéaires

La commande non-linéaire a réellement commencé à émerger au début des années 80. L'idée fondatrice de ce type de commande relève d'un constat simple : un système physique n'est jamais linéaire. Donc, si l'on désire le commander finement, il faut commencer par le modéliser tel qu'il est, c'est-à-dire de manière non-linéaire.

Aujourd'hui et depuis plus d'un quart de siècle, de nombreux chercheurs tentent de résoudre les problèmes posés par l'analyse et la synthèse robuste de systèmes non linéaires, ils partent du principe que s'ils réussissent à démontrer en un point de fonctionnement une propriété d'un système muni d'une loi de commande non –linéaire.

De nombreuses techniques de commandes non-linéaires ont ainsi été développées depuis le début des années 80 et sont décrites ci-dessous :

4.3.1 Commande adaptative

La commande adaptative est une commande dont le but est de réagir à tout instant dans le sens désiré (en générale minimisation de l'erreur entre la consigne et la sortie) face aux variations que subit le système. La commande adaptative est née dans les années 50 de l'insuffisance des commandes classiques, les automaticiens se sont vite aperçus en effet qu'un contrôleur avec des paramètres fixes n'était pas toujours capable d'assurer les performances voulues, par exemple dans le cas où les paramètres du système variaient avec le temps. Parmi les stratégies de commande adaptative on distingue les méthodes directes comme par exemple la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), dont l'objectif est de concevoir un modèle de référence dont les performances coïncident avec ceux du système en boucle fermée, la fonction de la commande est d'éliminer toute divergence entre la réponse du modèle et celle du système quelque soient le signal d'entrée et les conditions de perturbation (internes ou externes).

4.3.2 Commande par la logique floue

La logique floue est basée sur la théorie des possibilités, qui est proche de la théorie des probabilités à une nuance près :

- Dans la théorie des probabilités, les fonctions d'appartenance sont booléennes : une variable quelconque x appartient à un ensemble S ou n'appartient pas à cet ensemble, et ce sans valeur intermédiaire.

- Dans la théorie des possibilités, les fonctions d'appartenance sont continues : une variable quelconque peut appartenir plus ou moins à un ensemble S , néanmoins la somme des

fonctions d'appartenance de x aux ensembles S_i vaut toujours 1. La commande floue est particulièrement adaptée à la commande des systèmes nonlinéaires complexes mal modélisés mais pour lesquels une grande expertise humaine existe, elle est particulièrement applicable à des systèmes dont le comportement désiré est décrit de manière plus qualitative que quantitative. Elle peut être appliquée rapidement (selon la quantité de règles floues à implémenter) et donne des résultats néanmoins spectaculaires. L'inconvénient de cette commande est qu'il est impossible d'utiliser ce type de techniques dans le but de garantir la stabilité ou les performances, encore moins la robustesse.

4.3.3 Commande prédictive

La commande prédictive est une technique de commande avancée de l'automatique. Elle a pour objectif de commander des systèmes industriels complexes comportant plusieurs entrées et sorties où le simple régulateur PID est insuffisant. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le futur comportement du procédé donc elle a joué un rôle très important dans le domaine de contrôle de processus, elle est basée sur l'utilisation d'un modèle pour prédire le comportement future du système sur un horizon du temps fini.

4.3.4 La commande par mode glissant

La commande par mode glissant est une classe de la commande à structure variable, elle est efficace et robuste pour les systèmes linéaires et non linéaires. Elle s'applique à un système à structure variable, c.à.d. un système dont la structure change pendant le fonctionnement. Il est caractérisé par un choix d'une fonction de commutation. Dans les systèmes à structure variable avec mode glissant, la trajectoire d'état est amenée vers une surface (hyperplan), puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est dite surface de glissement dans laquelle se produit le mouvement qu'on appellera mouvement de glissement.

4.4 Contrôle par inversion de dynamique

Le contrôle d'un manipulateur aérien, constitue un défi complexe en raison de la nature non linéaire, couplée et instable du système. Ce type de système présente de fortes interactions dynamiques entre la plateforme volante et le bras manipulateur, rendant le contrôle plus délicat qu'un simple drone ou qu'un bras fixé au sol. Dans ce contexte, l'utilisation de stratégies de commande performantes et robustes est primordiale. Le régulateur PD (Proportionnel-Dérivé) représente une solution classique souvent utilisée pour sa simplicité de mise en œuvre et son efficacité dans les systèmes linéaires. Il agit en combinant une correction proportionnelle de l'erreur instantanée et une anticipation de son évolution future, permettant ainsi une réponse rapide et un amortissement satisfaisant. Cependant, face aux non-linéarités importantes, aux perturbations extérieures (comme le vent) et aux incertitudes sur les paramètres du drone et du bras, les régulateurs PD peuvent montrer leurs limites. C'est pourquoi des méthodes plus avancées, comme la commande par mode glissant, sont

souvent privilégiées. Cette dernière est particulièrement adaptée aux systèmes non linéaires et incertains, car elle permet de forcer les trajectoires du système à suivre une surface de glissement, assurant une robustesse élevée face aux perturbations et aux variations du modèle. D'autres approches existent également, telles que la commande adaptative, prédictive ou en retour d'état, mais la commande par mode glissant se distingue par sa capacité à maintenir des performances élevées même dans un environnement difficile. Ainsi, dans le cas d'un manipulateur aérien, le choix d'une commande robuste comme celle par mode glissant peut s'avérer plus pertinent qu'un régulateur PD classique, bien que ce dernier puisse encore être utile pour certaines sous-parties du système, comme le contrôle local des articulations du bras.

Un régulateur PD (Proportionnel-Dérivé) est une loi de commande utilisée en automatique pour assurer la stabilisation et le suivi d'une trajectoire ou d'un point d'équilibre, et l'inversion dynamique (avec stabilisation PD).

La loi de commande est donnée par l'expression suivante :

$$u(t) = M(q) (\ddot{q}_d - k_d \dot{e} - k_p e) + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) \quad (4.1)$$

dans ce cas on a :

$$\begin{aligned} M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) &= u \\ \Rightarrow \ddot{q} &= M^{-1}(q) [u - C(q, \dot{q}) \dot{q} - G(q)] \\ \text{avec} \\ \Rightarrow u &= [C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q)] + M(q) (\ddot{q}_d + k_d (\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p (q_d - q)) \\ \Rightarrow \ddot{q} &= \ddot{q}_d + k_d (\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p (q_d - q) \\ \text{avec } e &= q_d - q \quad \Rightarrow \quad \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}, \quad \ddot{e} = \ddot{q}_d - \ddot{q} \\ \Rightarrow \ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e &= 0 \end{aligned}$$

- $u(t)$ est le signal de commande,
- $e(t) = q_d(t) - q(t)$ est l'erreur entre la consigne et la position réelle,
- $\dot{e}(t)$ est la dérivée de l'erreur,
- k_p est le gain proportionnel (réactivité),
- k_d est le gain dérivé (amortissement).

Ce régulateur est couramment utilisé dans les systèmes mécatroniques pour sa simplicité et son efficacité à assurer un bon compromis entre rapidité et stabilité.

4.5 Objectif du régulateur inversion de dynamique

L'objectif du régulateur inversion de dynamique est de garantir un bon comportement dynamique du système en assurant :

- le suivi précis d'une position ou d'une trajectoire de consigne $q_d(t)$,
- la réduction de l'erreur de position grâce au terme proportionnel $k_p \cdot e(t)$,
- l'amortissement des oscillations et la réduction du dépassement grâce au terme dérivé $k_d \cdot \dot{e}(t)$,
- une bonne stabilité dynamique sans avoir besoin du terme intégral (comme dans le PID).

Ce régulateur est particulièrement adapté aux systèmes mécaniques (bras robotisés, manipulateurs aériens) pour lesquels une réponse rapide et stable est recherchée.

4.6 Défis du régulateur inversion de dynamique

Le régulateur inversion de dynamique est simple à mettre en œuvre et offre de bonnes performances dans de nombreux cas, mais il présente certaines limites, notamment dans les systèmes non linéaires et couplés comme les manipulateurs aériens :

- Il ne compense pas les perturbations persistantes ni les erreurs de modélisation, car il ne possède pas de terme intégral.

- Il peut conduire à une commande trop agressive si les gains ne sont pas bien réglés, ce qui peut causer des oscillations ou une instabilité.

- Le terme dérivé est très bruité en pratique, surtout si les mesures de vitesse sont approximatives.

- Il est généralement insuffisant pour suivre des trajectoires complexes dans des systèmes dynamiquement couplés comme les drones avec bras manipulateur.

- Il n'est pas adapté à des systèmes fortement non linéaires sans compensation dynamique ou linéarisation préalable.

Pour ces raisons, le régulateur PD est souvent complété par des techniques plus avancées (commande en retour dynamique, linéarisation, commande adaptative, etc.).

4.7 Conclusion

Le régulateur inversion de dynamique est un outil de commande simple mais efficace, largement utilisé pour améliorer la dynamique des systèmes. En combinant une action proportionnelle qui corrige rapidement l'erreur et une action dérivative qui anticipe les variations, il permet d'obtenir une réponse rapide et bien amortie.

Toutefois, il ne compense pas l'erreur statique à long terme et reste sensible au bruit, ce qui nécessite une bonne mise au point des gains et, parfois, un filtrage de la dérivée. Globalement, le régulateur PD est particulièrement adapté aux systèmes nécessitant une réponse rapide et stable, comme les systèmes mécatroniques ou robotiques.

Chapitre 5

Simulations

5.1 Introduction

Nous avons utilisé MATLAB pour simuler notre système, qui intègre un drone et un manipulateur robotique. Cette simulation permet de visualiser le comportement dynamique de l'ensemble dans différentes conditions. Le régulateur PD, reconnu pour sa simplicité et son efficacité dans le contrôle de systèmes linéaires ou quasi-linéaires, présente néanmoins certaines limites, notamment en termes de robustesse face aux perturbations ou aux incertitudes du modèle dynamique. En modélisant précisément les dynamiques du drone et du bras manipulateur, nous avons pu analyser les variations de comportement du système, en particulier en ce qui concerne la stabilité, la précision du suivi de trajectoire. Le schéma présenté dans la figure 5.1 résume l'ensemble du travail réalisé.

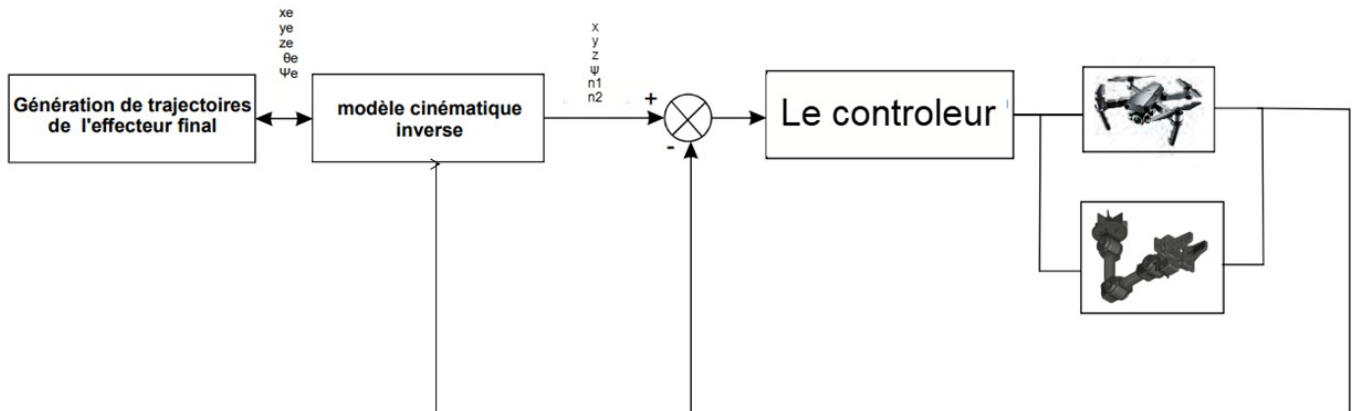


FIGURE 5.1 – Schéma bloc du manipulateur aérien

5.2 Les outils de simulation

5.2.1 MATLAB

MATLAB (Matrix Laboratory) est un environnement interactif combiné à un langage de programmation de haut niveau, principalement utilisé pour le calcul scientifique, l'analyse de données et la création d'algorithmes. Développé par MathWorks, il offre des outils puissants pour effectuer des calculs mathématiques avancés, visualiser des résultats et concevoir des modèles dans divers domaines tels que le traitement du signal, les systèmes de contrôle, l'apprentissage automatique ou encore la robotique. Il dispose d'un vaste ensemble de fonctions et de boîtes à outils dédiées, facilitant la résolution de problèmes complexes, l'optimisation et la simulation. Grâce à sa capacité à manipuler efficacement les matrices et les vecteurs, MATLAB est largement adopté dans les milieux scientifiques et techniques.

5.2.2 Simulink

Simulink est un environnement de programmation graphique associé à MATLAB, conçu pour la modélisation, la simulation et l'analyse des systèmes dynamiques. Il repose sur une interface intuitive basée sur des diagrammes de blocs, permettant de représenter visuellement des systèmes physiques et de concevoir des boucles de contrôle à l'aide de blocs fonctionnels prédéfinis, correspondant à des équations mathématiques, des opérateurs logiques ou des sous-systèmes complets. Simulink est largement utilisé dans des domaines tels que l'automobile, l'aéronautique et le génie des systèmes de contrôle pour la simulation à l'échelle système. Son intégration étroite avec MATLAB permet d'enrichir les modèles avec du code personnalisé, offrant ainsi une grande flexibilité pour la simulation et les tests en temps réel de systèmes complexes tels que les drones, les robots ou encore les algorithmes de commande avancés

5.3 Les étapes de simulation

5.3.1 Le teste du jacobienne

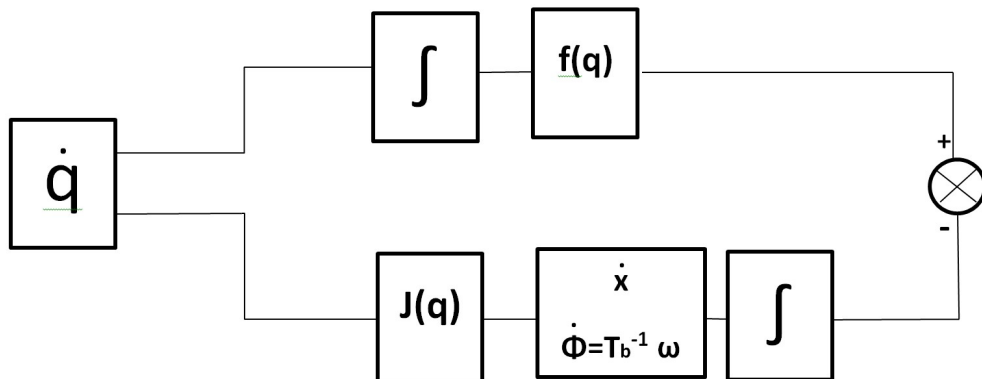


FIGURE 5.2 – Schéma bloc de teste du jacobienne

Pour vérifier que la matrice jacobienne J est correctement définie, nous avons comparé deux ensembles de courbes : celles obtenues par cinématique directe (lignes pleines) et celles issues de l'intégration via la jacobienne (pointillés). La superposition quasi parfaite des courbes sur l'ensemble des axes montre que la cinématique directe est bien suivie par l'intégration différentielle. Cela suggère que la matrice jacobienne est correctement formulée et que son utilisation permet une estimation fiable du mouvement, cohérente avec les résultats attendus.

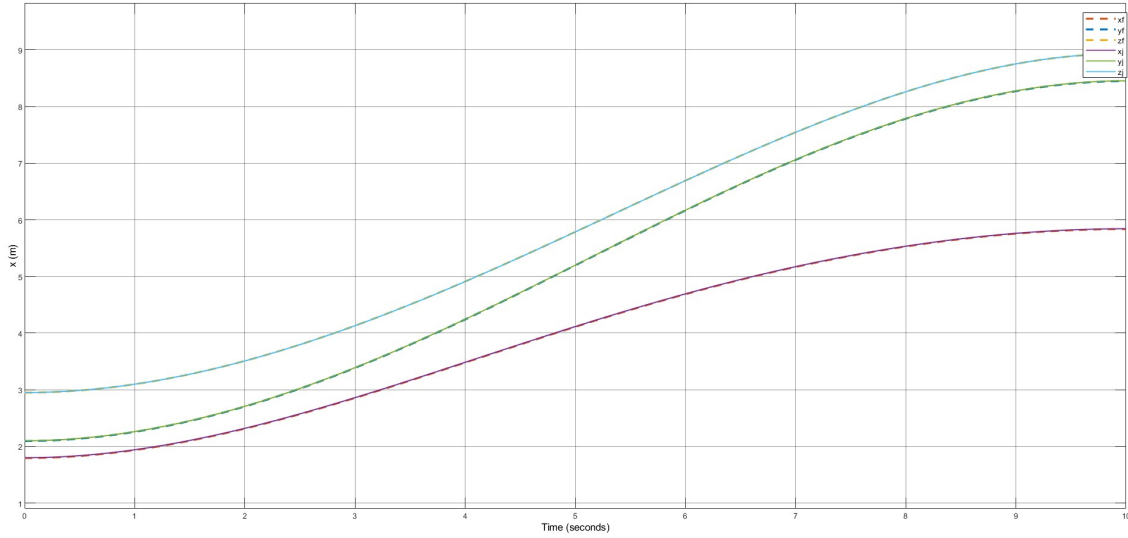


FIGURE 5.3 – x et y et z du manipulateur aérien

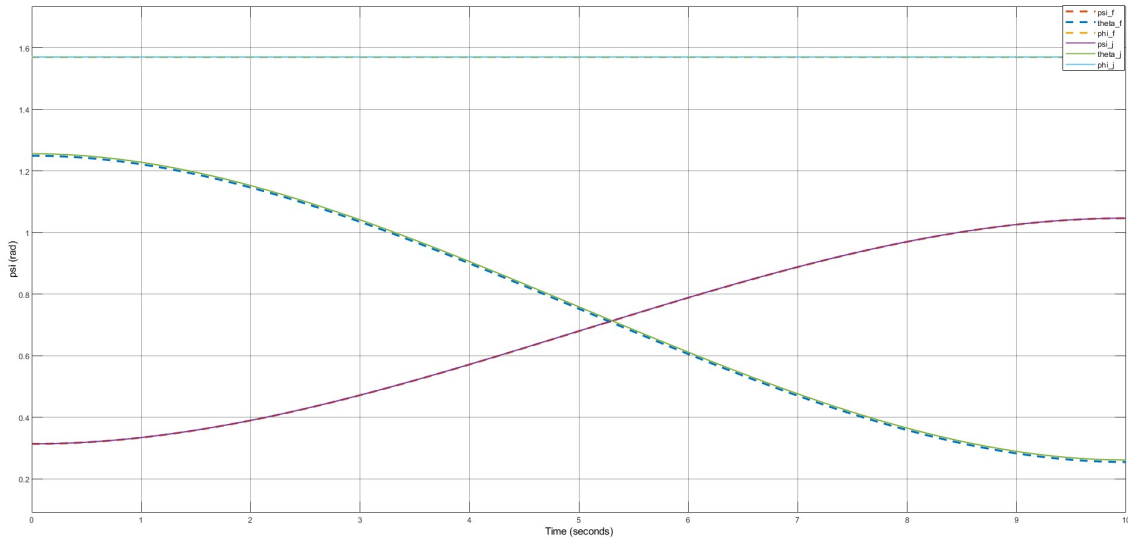


FIGURE 5.4 – ϕ et θ et ψ du manipulateur aérien

5.3.2 Simulation du modèle cinématique :

Le système modélisé est un drone équipé d'un bras manipulateur embarqué. Il se compose de deux sous-systèmes principaux : un drone mobile, qui contrôle les positions x , y , z ainsi

que les angles d'orientation ϕ (roulis), θ (tangage) et ψ (lacet), et un bras manipulateur fixé au drone, utilisé pour interagir avec l'environnement, notamment pour saisir, déplacer ou manipuler des objets. Le modèle utilisé est un modèle cinématique inverse.

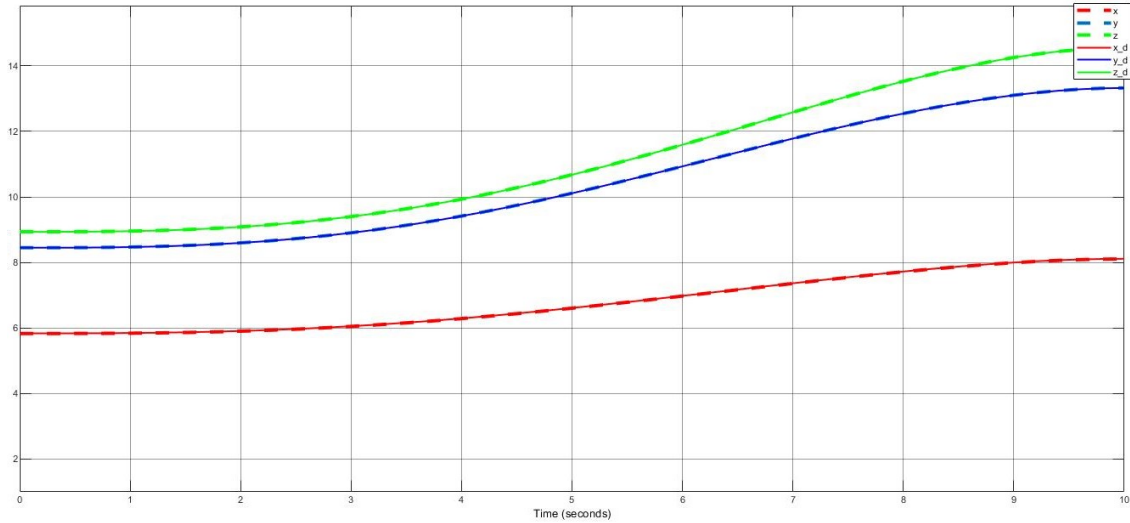


FIGURE 5.5 – x et y et z du manipulateur aérien

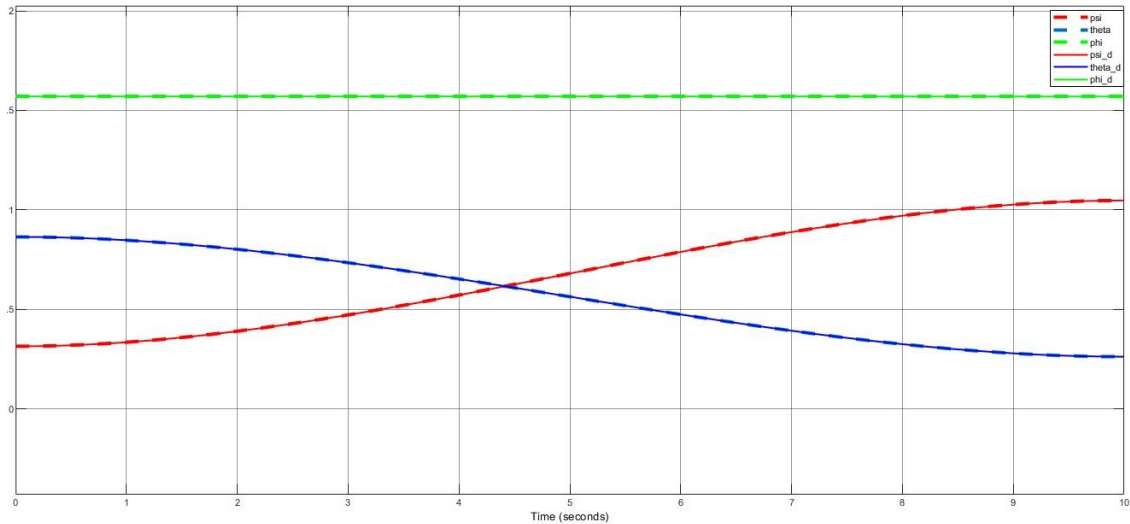


FIGURE 5.6 – ϕ et θ et ψ du manipulateur aérien

Dicussion des rèsultats :

Les résultats montrés dans la Figure 5.5 montrent que les positions du système drone avec bras manipulateur à 2 DOF (x, y, z) suivent de manière satisfaisante les trajectoires de référence (x_d, y_d, z_d) . Les courbes réelles sont presque confondues avec les consignes, ce qui traduit une bonne précision du modèle et une cohérence entre la planification et l'exécution.

On observe seulement de très faibles écarts transitoires dus au couplage entre la plateforme et le bras, mais ceux-ci restent négligeables. Globalement, le suivi est fluide et stable, ce qui confirme que le modèle cinématique est bien adapté pour décrire et contrôler le mouvement global du système.

En ce qui concerne les angles d'orientation dans la Figure 5.6 , Les résultats obtenus montrent que les angles d'orientation du système drone + bras manipulateur à 2 DOF (ϕ, θ, ψ) suivent correctement leurs trajectoires de référence (ϕ_d, θ_d, ψ_d). On observe que les courbes réelles se superposent presque parfaitement aux courbes désirées, ce qui traduit une bonne précision du modèle cinématique et de la stratégie de commande appliquée. Les écarts sont négligeables et disparaissent rapidement, confirmant la stabilité et la robustesse du suivi. Ainsi, le modèle cinématique adopté permet d'assurer un contrôle efficace de l'orientation du drone, malgré la complexité du couplage entre le véhicule et le bras manipulateur.

En conclusion, les résultats montrent que le modèle cinématique développé pour le système drone avec bras manipulateur est à la fois précis, stable et réaliste. Il permet un bon suivi des trajectoires sans nécessiter de correcteur supplémentaire. Le comportement simulé du système est cohérent avec les contraintes physiques et les attentes opérationnelles, ce qui confirme la validité du modèle utilisé.

5.3.3 Simulation de modèle dynamique :

Contrôle par inversion de dynamique et PD :

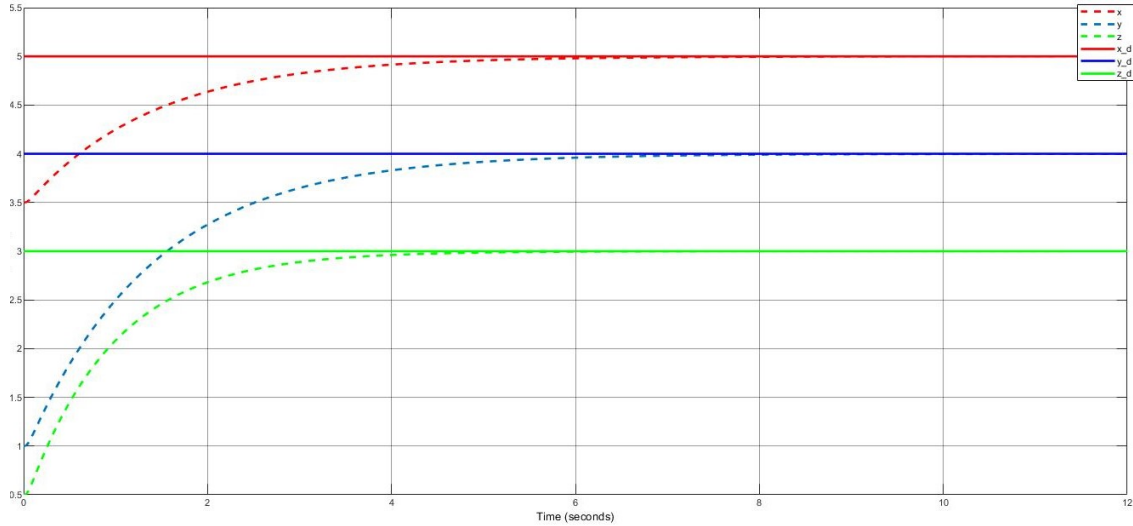


FIGURE 5.7 – x et y et z du manipulateur aérien

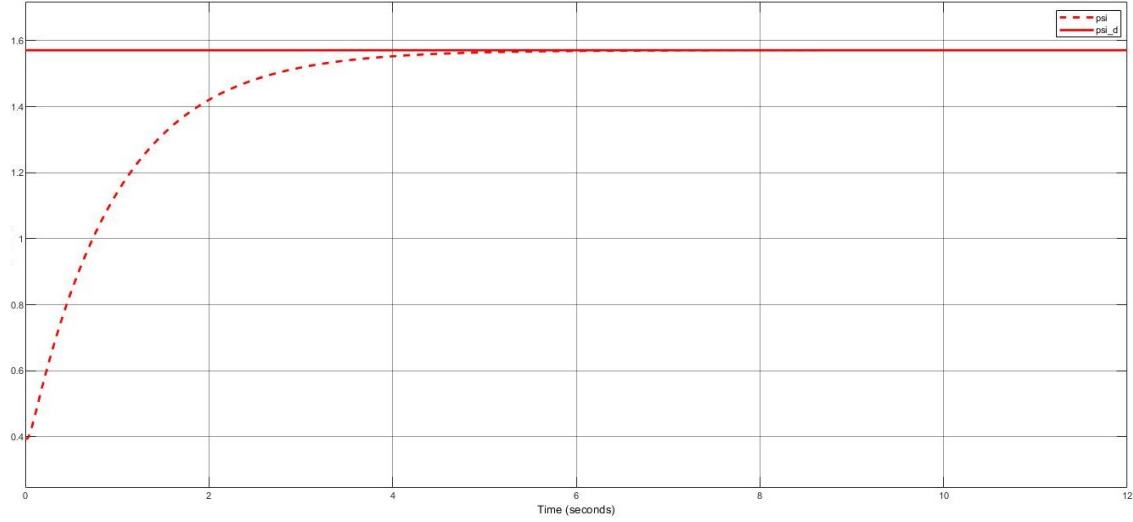


FIGURE 5.8 – ψ du manipulateur aérien

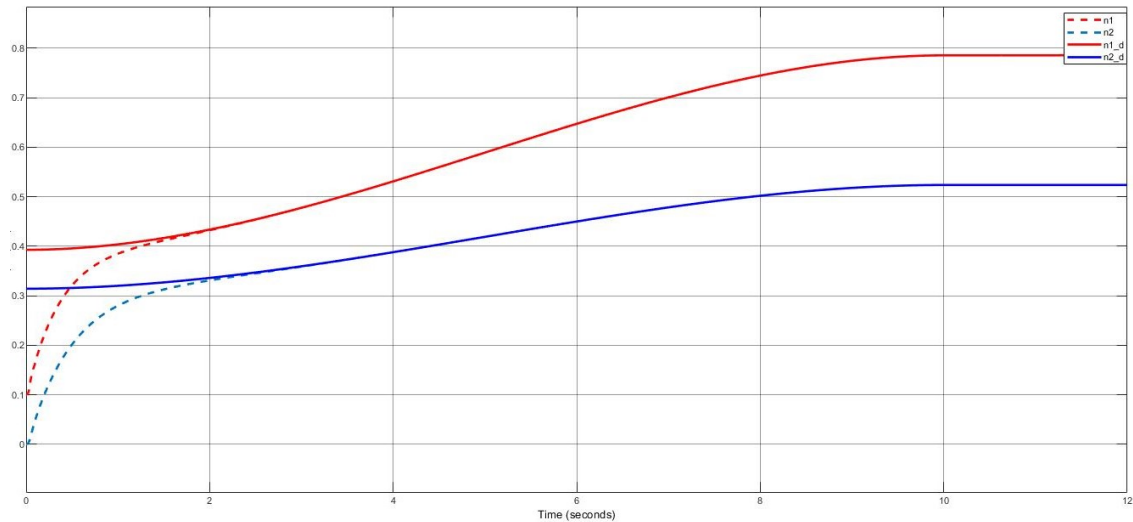


FIGURE 5.9 – $n1$ et $n2$ du manipulateur aérien

Dicussion des rèsultats

Les résultats illustrés sur les courbes de la Figure 5.7 , Le modèle dynamique montre que les positions x, y, z suivent correctement les consignes x_d, y_d, z_d : après un transitoire initial (quelques secondes) les trajectoires convergent et restent très proches des références. Les écarts sont faibles et la réponse est bien amortie, signe que l'inversion dynamique avec la loi PD fournit un feed-forward efficace complété par une rétroaction stable. ajouter une composante intégrale ou lisser la planification des mouvements du bras.

D'après les courbes présentées dans la Figure 5.8. Les résultats obtenus montrent une bonne performance de suivi : la variable contrôlée ψ (courbe en tiretés) démarre d'environ 0.4 rad et converge progressivement vers la consigne ψ_d (ligne continue) sans oscillations

significatives ni dépassement marqué. Le comportement observé est proche d'un amortissement critique, avec une montée rapide suivie d'un établissement en régime permanent, ce qui illustre que la commande par inversion de dynamique combinée à un correcteur PD compense efficacement la dynamique non linéaire et fournit l'amortissement nécessaire.

Les courbes de la Figure 5.9 illustrent le comportement des deux angles articulaires du bras manipulateur. Les résultats de simulation illustrent que les angles articulaires n_1 et n_2 (courbes en tiretés) suivent correctement leurs trajectoires de référence n_{1d} et n_{2d} (courbes continues). On observe une phase transitoire durant laquelle les articulations convergent rapidement vers leurs consignes respectives, sans oscillations marquées ni dépassements importants. Le suivi est globalement précis, ce qui met en évidence la capacité de la commande par inversion de dynamique associée au régulateur PD à compenser les effets non linéaires et couplés du système drone-manipulateur à 2-DOF. De faibles écarts transitoires subsistent entre les courbes réelles et désirées, mais ils restent acceptables et confirment la robustesse et l'efficacité de l'approche de commande employée.

En conclusion, l'utilisation du correcteur PD s'est révélée efficace pour le contrôle d'un tel système couplé. Ce travail constitue une base prometteuse pour des applications avancées en robotique aérienne, notamment pour des tâches de manipulation en environnement non structuré. Des perspectives futures pourraient inclure l'intégration d'observateurs d'état ou l'implémentation de lois de commande plus avancées telles que la commande adaptative ou prédictive.

5.3.4 Simulation du modèle cinématique et dynamique :

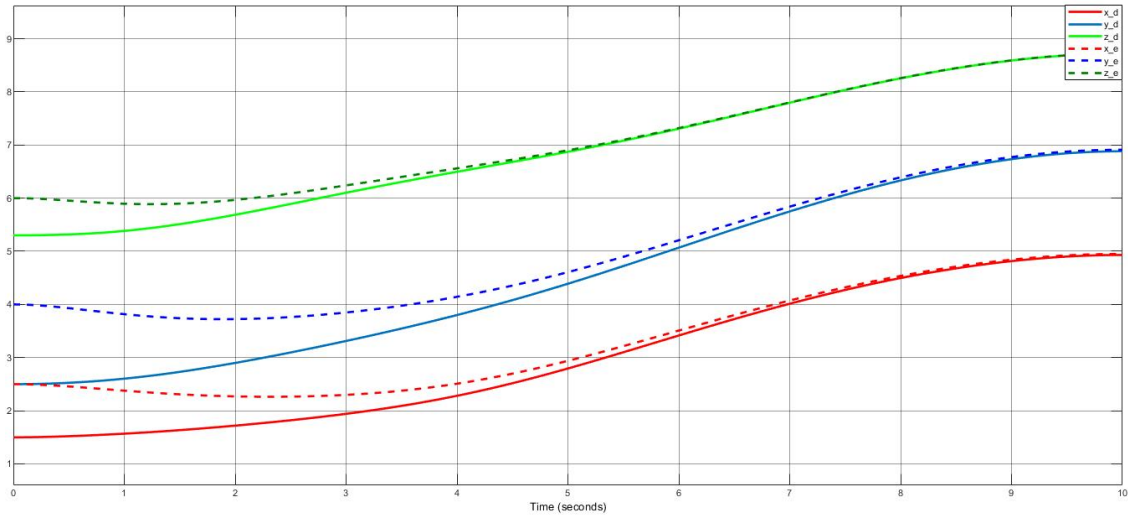


FIGURE 5.10 – x et y et z du la base mobile

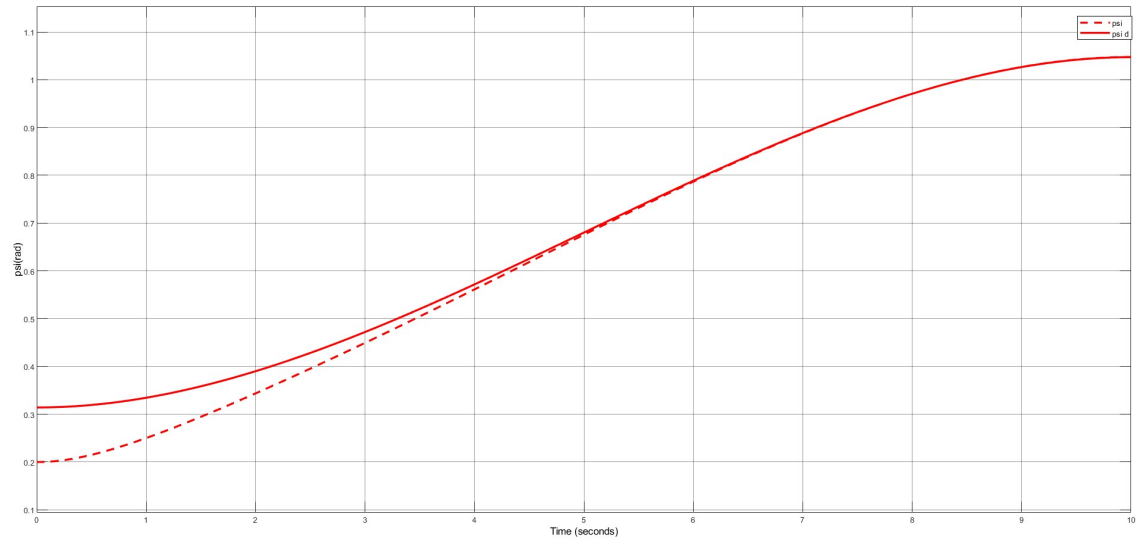


FIGURE 5.11 – ψ du la base mobile

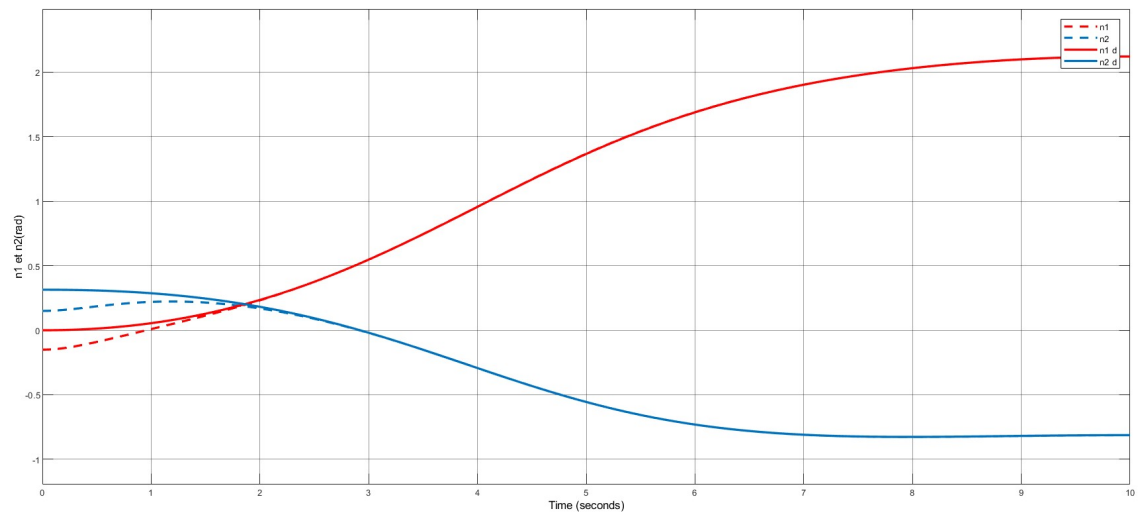


FIGURE 5.12 – $n1$ et $n2$

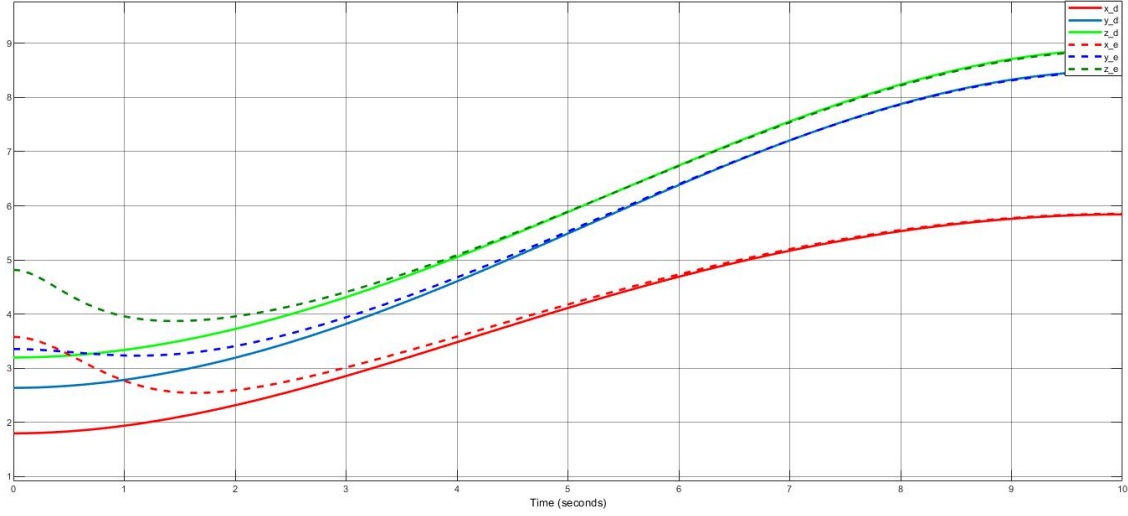


FIGURE 5.13 – x et y et z du effecteur final

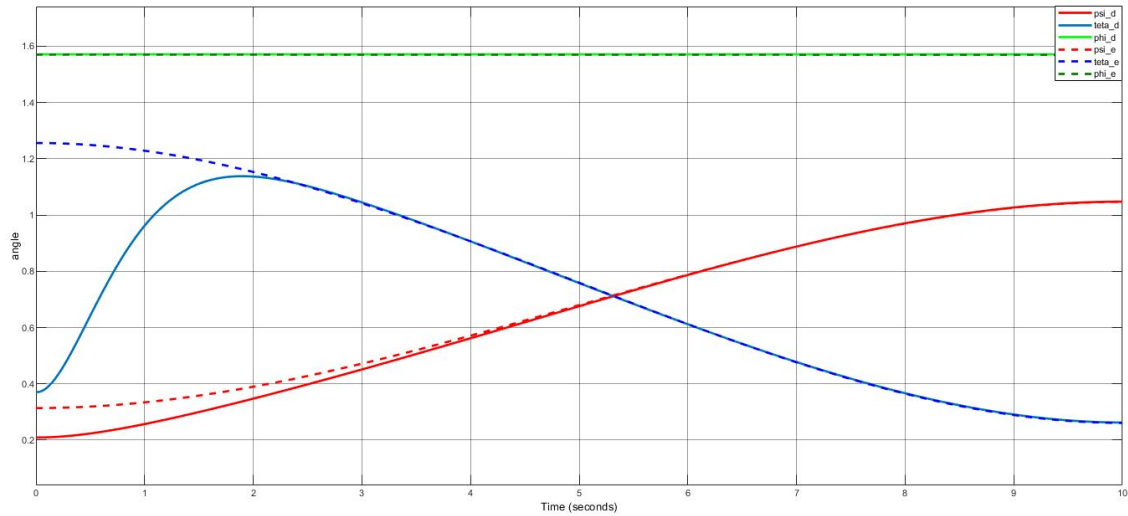


FIGURE 5.14 – ϕ et θ et ψ du effecteur final

Dicussion des r sultats

Comme l'illustre la Figure 5.10, Les r sultats obtenus pour les positions cartésiennes de l'effecteur terminal (x_e, y_e, z_e) comparées aux trajectoires de référence (x_d, y_d, z_d) montrent que le contrôleur adopté assure un suivi globalement satisfaisant. On remarque que les trajectoires réelles suivent correctement les trajectoires désirées, avec des écarts transitoires limités. Cela confirme l'efficacité de l'association entre la cinématique inverse, qui permet de générer des références cohérentes dans l'espace opérationnel, et le contrôle basé sur l'inversion de dynamique couplée à un régulateur PD.

En début de mouvement, de légers décalages apparaissent entre les trajectoires désirées et réelles, traduisant la difficulté du système à compenser immédiatement les effets dynamiques

couplés entre le drone et le bras manipulateur. Toutefois, grâce à l'action du régulateur PD, ces erreurs se réduisent progressivement, et les courbes réelles se superposent de manière satisfaisante aux trajectoires imposées. La bonne précision observée en régime permanent pour les trois coordonnées démontre la robustesse du contrôleur.

Ainsi, les résultats mettent en évidence que la stratégie de commande adoptée permet de réaliser un suivi précis de trajectoire en 3D. L'effecteur terminal est capable de suivre fidèlement les trajectoires désirées (x_d, y_d, z_d) , malgré la complexité du modèle dynamique et la présence d'interactions non linéaires entre la plateforme aérienne et le bras. Néanmoins, une optimisation des gains du régulateur PD ou l'utilisation de lois de commande plus avancées (par exemple basées sur l'adaptation ou la prédiction) pourrait encore améliorer la rapidité de convergence et réduire les écarts transitoires observés.

Les résultats de la simulation de la Figure 5.11 montrent une bonne correspondance entre l'angle réel ψ (courbe en pointillé) et la trajectoire désirée ψ_d (courbe continue). On observe que malgré une légère erreur transitoire au début du mouvement, le système parvient à suivre correctement la consigne. Cela traduit l'efficacité du modèle dynamique associé à la cinématique inverse dans la génération et le suivi de trajectoires pour le manipulateur aérien. L'écart initial peut être expliqué par les effets d'inertie du système couplé (drone et bras), ainsi que par les limitations dynamiques liées au couplage entre la plateforme volante et le manipulateur. Cependant, au fur et à mesure de l'évolution temporelle, l'angle ψ converge rapidement vers ψ_d , ce qui valide la robustesse de la loi de commande et la précision du modèle utilisé. Ce comportement démontre que la cinématique inverse fournit une trajectoire atteignable et que la dynamique modélisée permet un suivi stable et fidèle, confirmant ainsi la faisabilité du contrôle coordonné du système drone-manipulateur.

D'après Figure 5.12, La simulation des angles articulaires n_1 et n_2 du bras à deux degrés de liberté montre une bonne concordance entre les trajectoires réelles (n_1, n_2) et les trajectoires désirées (n_{1d}, n_{2d}) . On remarque que malgré des écarts initiaux dus aux effets dynamiques du couplage entre le drone et le bras manipulateur, les deux articulations parviennent à suivre correctement leurs consignes respectives. L'évolution temporelle illustre que n_1 converge progressivement vers n_{1d} avec une bonne précision, tandis que n_2 suit fidèlement n_{2d} malgré une phase transitoire plus marquée. Ce comportement valide la justesse de la cinématique inverse dans la génération des trajectoires articulaires et confirme que le modèle dynamique adopté permet un suivi stable et robuste. Ainsi, le système intégré drone-manipulateur assure une coordination satisfaisante entre la plateforme volante et le bras robotique, garantissant la faisabilité du contrôle des deux degrés de liberté dans des scénarios de manipulation aérienne.

D'après Figure 5.14, les angles de l'effecteur final ϕ , θ et ψ présentent un suivi satisfaisant par rapport à leurs trajectoires désirées. On observe que ϕ reste pratiquement constant et suit fidèlement sa consigne ϕ_d , ce qui montre la stabilité de la commande pour ce degré de liberté. Concernant θ , bien qu'une phase transitoire soit visible au début avec un léger écart entre θ_e et θ_d , la trajectoire réelle converge rapidement vers la référence et se stabilise avec une bonne précision. Enfin, l'angle ψ suit correctement sa trajectoire désirée ψ_d après un petit décalage initial dû aux effets d'inertie et au couplage dynamique entre le drone et le bras. Ces résultats mettent en évidence l'efficacité de la combinaison de la cinématique inverse et du modèle dynamique pour générer et assurer le suivi des trajectoires de l'effecteur final. Ils confirment que la commande adoptée permet une coordination robuste entre la plateforme aérienne et le bras manipulateur, garantissant la précision et la stabilité du mouvement dans

un contexte de manipulation aérienne.

Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié un système composé d'un drone équipé d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté (2 DOF), en mettant en œuvre à la fois des modèles cinématique et dynamique pour analyser et contrôler le comportement global du système.

Le modèle cinématique nous a permis de décrire les relations géométriques entre les mouvements des articulations du bras et la position de l'effecteur final dans l'espace. Ce modèle, basé sur la chaîne géométrique du bras et du drone, est essentiel pour la planification de trajectoires, la génération de mouvements et le calcul de la position souhaitée de l'effecteur. Cependant, il ne prend pas en compte les efforts, les masses, les vitesses ni les accélérations, ce qui limite son utilisation dans des environnements dynamiques ou en présence de perturbations.

En revanche, le modèle dynamique intègre les lois de la mécanique pour représenter le comportement réel du système. Il tient compte des forces d'inertie, des couples, des interactions entre le drone et le bras, ainsi que des effets de la gravité et des accélérations. Grâce à ce modèle, nous avons pu concevoir un contrôleur proportionnel-dérivé (PD) capable de stabiliser efficacement le système et d'assurer un suivi de trajectoire précis, même dans des conditions complexes.

Les simulations menées montrent que le modèle dynamique offre une représentation plus fidèle du comportement réel du système. Les résultats démontrent une bonne stabilité, un suivi précis des trajectoires désirées pour le drone et le bras, ainsi qu'une excellente synchronisation entre les deux sous-systèmes. L'effecteur final atteint les positions souhaitées avec précision, preuve de l'efficacité de la commande dynamique adoptée.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons atteint l'objectif principal qui consistait à modéliser et contrôler un système de manipulation aérienne composé d'un quadrirotor et d'un bras robotique sériel à deux degrés de liberté. Dans un premier temps, nous avons établi les paramètres de Denavit-Hartenberg pour le bras afin de définir le modèle cinématique direct et inverse du système combiné. Cette étape a permis de formaliser la relation entre les coordonnées articulaires du manipulateur et la position de l'effecteur final dans l'espace.

Par la suite, la dynamique du système a été modélisée en considérant l'interaction couplée entre le quadrirotor et le bras robotique. La formulation d'Euler-Lagrange a été employée pour déduire les équations du mouvement, fournissant une représentation mathématique précise et rigoureuse du comportement du système. Cette modélisation a constitué une base solide pour la conception des lois de commande adaptées.

Afin d'assurer le suivi de trajectoire et de garantir la stabilité du système, des stratégies de commande ont été développées et implémentées. Nous avons conçu des contrôleurs découplés, basés sur l'inversion de dynamique et le contrôle proportionnel-dérivé (PD) en cascade, permettant d'agir efficacement sur les coordonnées généralisées. Les algorithmes proposés ont été implémentés dans l'environnement MATLAB/Simulink et validés par des simulations réalisées sur un modèle hautement non linéaire. Les résultats obtenus ont confirmé la capacité des contrôleurs développés à assurer un suivi de trajectoire précis tout en maintenant la stabilité du système face aux interactions complexes entre le quadrirotor et le bras manipulateur.

En conclusion, ce travail a permis de mettre en évidence la faisabilité et la pertinence de la modélisation et du contrôle d'un système de manipulation aérienne hybride. Il ouvre la voie à des perspectives d'amélioration, notamment l'implémentation en temps réel sur une plateforme expérimentale, l'intégration de stratégies de commande robustes face aux incertitudes et perturbations, ainsi que l'extension à des manipulateurs aériens possédant davantage de degrés de liberté. Ces perspectives constituent des pistes prometteuses pour le développement d'applications concrètes dans des domaines variés tels que la surveillance, l'inspection, la maintenance ou encore le sauvetage en environnements difficiles d'accès.

Abstract

The main objective of our project is to model and control an aerial manipulation system, a quadrotor and a two-degree-of-freedom robotic arm. First, the kinematic model of the combined system and the Denavit-Hartenberg parameters of the serial robotic arm are obtained. Then, to derive the system dynamics, the quadrotor and the two-degree-of-freedom robotic arm are modeled as a combined system. The Euler-Lagrange formulation is used to obtain the equation of motion of the combined system. Then, decoupled controllers are developed for generalized coordinates. Cascaded decoupled PD controllers are designed for trajectory tracking of the combined system. The proposed control algorithms are implemented in the MATLAB/Simulink environment and tested in simulation using the highly nonlinear system model.

Résumé

Dans le cadre de notre projet de fin d'études, l'objectif principal est de modéliser et de commander un système de manipulation aérienne, intégrant un quadrirotor et un bras robotique à deux degrés de liberté. Premièrement, les paramètres de Denavit-Hartenberg du bras robotique sériel sont déterminés, permettant d'établir le modèle cinématique direct et inverse du système combiné. Ensuite, pour décrire la dynamique du système, le quadrirotor et le bras robotique sont modélisés comme un ensemble unifié. La formulation de Euler-Lagrange est employée pour obtenir les équations du mouvement du système combiné. Par la suite, des contrôleurs découplés sont développés pour les coordonnées généralisées. Des contrôleurs par inversion de dynamique et PD découplés en cascade sont conçus pour assurer le suivi de trajectoire du système combiné. Les algorithmes de contrôle proposés sont implémentés dans l'environnement MATLAB/Simulink et testés en simulation à l'aide du modèle de système hautement non linéaire.

ملخص

في إطار مشروعنا لنيل شهادة التخرج، يتمثل الهدف الرئيسي في نمذجة نظام تحكم جوي طائرة رباعية الدوار وذراع روبوتية ثنائية الدرجات. أولاً، تم الحصول على النموذج الحركي للنظام المدمج معالماً ديناميكياً هارتنبيرغ للذراع الروبوتية التسلسلية. بعد ذلك، لاستخلاص ديناميكيات النظام، تمت نمذجة الطائرة الرباعية الدوارة والذراع الروبوتية ثنائية الدرجات كنظام مدمج. استُخدمت صيغة أولر لاغرانج للحصول على معادلة حركة النظام المدمج. لاحقاً، طُوّرت وحدات تحكم منفصلة للإحداثيات المعممة. صُممت وحدات تحكم عض متسلسلة منفصلة لتتبع مسار النظام المدمج. طُبِّقت

خوارزميات التحكم المقترحة في بيئة پاةسا واختُبرت باستخدام نموذج النظام شديد الالاطية في المحاكاة.

الكلمات المفتاحية : طائرة بدون طيار، مناول جوي، رباعي المارواح، أولرلاغرانج ، تحكم قوي، التحكم التناسبي التفاضل.

Bibliographie

- [1] S. Gupte, P. I. T. Mohandas, and J. M. Conrad, survey of quadrotor unmanned aerial vehicles," in Southeastcon, 2012 Proceedings of IEEE, pp. 16, IEEE, 2012.
- [2] Q. Lindsey, D. Mellinger, and V. Kumar, with quadrotor teams," Autonomous Robots, vol. 33, no. 3, pp. 323336, 2012.
- [3] J. Willmann, F. Augugliaro, T. Cadalbert, R. D'Andrea, F. Gramazio, and M. Kohler, robotic construction towards a new
eld of architectural research," International journal of architectural computing, vol. 10, no. 3, pp. 439460, 2012.
- [4] A. Albers, S. Trautmann, T. Howard, T. A. Nguyen, M. Frietsch, and C. Sauter, ying robot for physical interaction with environment," in 2010 IEEE Con- ference on Robotics Automation and Mechatronics (RAM), pp. 441446, IEEE, 2010.
- [5] N. Michael, J. Fink, and V. Kumar, manipulation and transportation with aerial robots," Autonomous Robots, vol. 30, no. 1, pp. 7386, 2011.
- [6] Typical Quadrotor, Oct. 2014. Available at http://www.life-prog.ru/2_88206_sistema-magnitnoy-levitatsii.html.
- [7] D. Mellinger, Q. Lindsey, M. Shomin, and V. Kumar, , modeling, estimation and control for aerial grasping and manipulation," in Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), pp. 26682673, IEEE, 2011.
- [8] M. Bisgaard, A. la Cour-Harbo, and J. Dimon Bendtsen, control system for autonomous helicopter slung load operations," Control Engineering Practice, vol. 18, no. 7, pp. 800811, 2010.
- [9] J. Thomas, J. Polin, K. Sreenath, and V. Kumar, -inspired grasping for quadrotor micro uavs," in ASME 2013 International Design Engineering Technical Confer- ences and Computers and Information in Engineering Conference, pp. V06AT07A014 V06AT07A014, American Society of Mechanical Engineers, 2013.

- [10] M. Orsag, C. Korpela, and P. Oh, and control of mm-uav : Mobile manipulating unmanned aerial vehicle," *Journal of Intelligent Robotic Systems*, vol. 69, no. 1-4, pp. 227240, 2013.
- [11] G. Heredia, A. Jimenez-Cano, I. Sanchez, D. Llorente, V. Vega, J. Braga, J. Acosta, and A. Ollero, of a multirotor outdoor aerial manipulator," in *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014)*, pp. 3417 3422, IEEE, 2014.
- [12] S. Kim, S. Choi, and H. J. Kim, manipulation using a quadrotor with a two dof robotic arm," in *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 49904995, IEEE, 2013.
- [13] A. Khalifa, M. Fanni, A. Ramadan, and A. Abo-Ismael, and control of a new quadrotor manipulation system," in *Proceedings of the IEEE/RAS International Conference on Innovative Engineering Systems*, pp. 109114, IEEE, 2012.
- [14] F. A. Goodarzi and T. Lee, and control of quadrotor uavs transporting a rigid body connected via exible cables," in *American Control Conference (ACC)*, 2015, pp. 46774682, IEEE, 2015.
- [15] C. M. Korpela, T. W. Danko, and P. Y. Oh, -uav : Mobile manipulating unmanned aerial vehicle," *Journal of Intelligent Robotic Systems*, vol. 65, no. 1-4, pp. 93101, 2012.
- [16] V. Lippiello and F. Ruggiero, impedance control of a uav with a robotic arm," in *10th International IFAC Symposium on Robot Control*, pp. 704709, 2012.
- [17] S. M. Weiss, Vision based navigation for micro helicopters. PhD thesis, Citeseer, 2012.
- [18] Global Gemining Eorts, Oct. 2014. Available at https://www.army.mil/article/83702/Researchers__officials_collaborate_for_global_demining_efforts.
- [19] Dicult Terrains, Oct. 2014. Available at <https://www.jalamteas.com/pages/pulang-old-tree-tea>.
- [20] Robots at Work and Play, Oct. 2014. Available at <http://pixtale.net/2011/04/robots-at-work-and-play/>.
- [21] V. Lippiello and F. Ruggiero, redundancy in cartesian impedance control of uavs equipped with a robotic arm," in *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 37683773, IEEE, 2012.
- [22] F. Ruggiero, M. Trujillo, R. Cano, H. Ascorbe, A. Viguria, C. Perez, V. Lippiello, A. Ollero, and B. Siciliano, multilayer control for multirotor uavs equipped with a servo robot arm,"

- [23] R. Cano, C. Perez, F. Prua no, A. Ollero, and G. Heredia, design of a 6-dof aerial manipulator for assembling bar structures using uavs," RED-UAS, 2013.
- [24] A. Khalifa, M. Fanni, A. Ramadan, and A. Abo-Ismael, intelligent controller design for a new quadrotor manipulation system," in 2013 IEEE International Confer- ence on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), pp. 16661671, IEEE, 2013.
- [25] HCTE Fernando et al. "Modelling, simulation and implementation of a quadrotor UAV". In : 2013 IEEE 8th International Conference on Industrial and Information Systems. IEEE. 2013, p. 207-212
- [26] Hicham Khebbache. "Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires : application système UAV de type quadrirotor". Thèse de doct. 2018.
- [27] Lippiello, V., Ruggiero, F. (2012). Cartesian impedance control of a UAV with a robotic arm. IFAC Proceedings Volumes, 45(22), 704-709.
- [28] Fanni, M., Khalifa, A. (2017). A new 6-DOF quadrotor manipulation system : Design, kinematics, dynamics, and control. IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 22(3), 1315-1326.
- [29] Lippiello, V., Ruggiero, F. (2012). Cartesian impedance control of a UAV with a robotic arm. IFAC Proceedings Volumes, 45(22), 704-709.