Résumé :

La simulation numérique de par son faible coût, et l'obtention de résultats théorique permet de cerner les besoins et les conditions de l'expérience en un laps temps assez court une des méthodes les plus communes pour simuler un plasma "composé de particules" est dite la méthode "Particles In Cell" (PIC). Dans ce travail, on a détaillé l'effet qu'à un champ électrostatique sur un gaz ionisé. puis on a décrit la méthode PIC ensuite on a comparé des différentes méthodes numériques. Et enfin on a simulé l'atténuation de Landau à l'aide du code XES1, programme de simulation de particules. On a ensuite étudié l'influence du nombre de points de la grille et de l'amplitude de la perturbation sur nos résultats et on a terminé notre manuscrit par une conclusion.

Table des Matières

Introduction Générale	4		
I. Généralité sur les plasmas et l'électrostatique	5		
I.1 Les plasmas	7		
I.1.1 Qu'est-ce qu'un plasma?	9		
I.1.2 Les paramètres caractéristiques de plasma :	0		
I.1.3 Les différents types de Plasmas 1	3		
I.2 Champ électrostatique dans un plasma 1	4		
1.2.1 Onde électrostatique dans un plasma 14	4		
1.2.2 Atténuation collisionnelle des ondes électrostatique dans			
un gaz faiblement ionisé 15	5		
I.2.3 Interaction non collisionnelle entre des ondes électrostatique et des électrons	3		
dans un plasma 1.	5		
1.2.4 Atténuation de Landau 17	1		
II. Description du modèle de simulation 18	8		
II.1 Description générale 19			
II.2 Equation de mouvement des particules			
II.3 Méthodes du calcul			
II.3.1 La méthode d'Euler 21			
II.3.2 Méthode prédictrice-correctrice			
II.3.3 Schéma saute mouton			
II.4 Densité de charge et champ électrique	3		
II.4.1 Le point de la grille la plus proche (ordre 0)	4		
II.4.2 Premier ordre nuage	5		
II.5 Calcul champ électrique 22	5		

III.	Calcul numérique
	III.1 Atténuation de Landau
	III.2 Notion sur code XES1
	III.2.1 Définition
	III.2.2 Les paramètre du code
	III.2.3 Plasma
	III.3 Expérience
IV.	Conclusion
V.	Bibliographique

On peut dire qu'un plasma est une collection de particules chargées, localisées dans l'espace, avec (généralement) la densité des charges positives à peu près égale à la densité des charges négatives. Mais il existe des plasmas dits non-neutre composés presque exclusivement d'électrons ou d'ions (e. g. faisceau d'électrons) qui démontrent les propriétés collectives d'un plasma. Les charges positives sont généralement des ions, des atomes ou des molécules dont on a enlevé un ou plusieurs électrons. Les charges négatives sont généralement des électrons, mais dans certains milieux avec des espèces électronégatives, on peut avoir la formation d'ions négatifs (F⁻, Cl⁻, O⁻).

Normalement, on considère cette collection de particules chargées un plasma si la dimension de cet objet est plus grande qu'une distance de blindage (une distance sur laquelle l'effet d'influences externes (e. g. des plaques chargées) est réduit ou éliminé par une redistribution interne des charges). Le mouvement des particules chargées peut être dominé



Historique

ment, des plasmas ont été observés sans comprendre leur nature ou composition. Des exemples de plasmas naturels sont le soleil, les aurores boréales, les flammes et la foudre. Ce n'est qu'à la suite d'expériences qu'il a été démontré que les nuages sont chargés électriquement pendant les orages et que la foudre est un transfert de charge important, que les flammes peuvent être influencées par des objets chargés, démontrant ainsi la nature électrique des ces phénomènes. En général, les plasmas sont de bons conducteurs d'électricité. Avec cette connaissance, les scientifiques étaient capables de produire des plasmas par des

décharges électriques, de telle sorte que le début du 20iemesiècle a vu des travaux

significatifs sur les décharges à haute pression (les arcs) et à basse pression (les décharges luminescentes).

Depuis, notre compréhension des plasmas a progressé énormément, grâce aux multiples applications des plasmas et du besoin d'en comprendre les propriétés physiques et chimiques. Après la deuxième guerre mondiale, les scientifiques ont réalisé qu'il y a peut être des moyens de contrôler les réactions de fusion pour produire l'énergie du soleil - la solution ultime pour la production de l'énergie. Ceci a donné une grande poussée à la recherche en plasmas avec des retombés importants dans plusieurs domaines. Par ailleurs, la simulation numérique de par son faible coût, et l'obtention de résultats théorique permet de cernes les besoins et les conditions de l'expérience en un laps temps assez court une des méthodes les plus communes pour simuler un plasma "composé de particules" est dite une méthode "Particles In Cell" (PIC).

Ce mémoire a été conçu de la manière suivante, dans le premier chapitre on a défini le plasma ainsi que ses paramètres caractéristiques et on a détaillé l'effet qu'à un champ électrostatique sur un gaz ionisé. Le deuxième chapitre a été consacré à la description de la méthode PIC (Particles in cell) et à la comparaison des différentes méthodes. Dans le troisième chapitre, on a simulé l'atténuation de Landau pour se faire, on a utilisé le code XES1, programme de simulation de particules. On a ensuite étudié l'influence du nombre de points de la grille et de l'amplitude de la perturbation sur nos résultats et on a terminé notre manuscrit par une conclusion.

Chapitre I Généralités électrostatique sur les plasmas

1. Les plasmas

1.1 Qu'est-ce qu'un plasma

A l'état solide, les atomes sont fermement emprisonnés dans un réseau rigide (comme dans la glace par exemple). Lorsque l'on monte en température, on passe à l'état liquide (la glace se liquéfie), où les atomes peuvent glisser les uns par rapport aux autres, ce qui permet au liquide d'épouser la forme d'un récipient. Si on chauffe encore, on arrive à l'état gazeux : les atomes se déplacent alors librement, indépendamment les uns des autres (l'eau s'est transformée en vapeur). Enfin, quand on arrive à de très hautes températures (typiquement plusieurs millions de degrés !), les constituants de l'atome se séparent, noyaux et électrons se déplacent indépendamment et forment un mélange globalement neutre : c'est un plasma (Voir la Figure (I.1)). Le plasma, aussi appelé gaz ionisé, ressemble à une « soupe » constituée de deux ingrédients fondamentaux : les ions, chargés positivement, et les électrons, chargés négativement. La force attractive entre les particules des deux types est telle que les charges positives et négatives tendent à se mêler en un ensemble quasi neutre à l'échelle macroscopique [1] et [2].



Figure (I.1) : Etats de la matière en fonction de la température (chauffage).

Suivant la température, les atomes peuvent être partiellement ou totalement ionisés (c'est à dire que le noyau est partiellement ou totalement "épluché" de ses électrons). Un plasma peut donc être considéré comme un mélange d'ions chargés positivement et d'électrons chargés négativement, coexistant éventuellement avec des atomes et des molécules neutres. Par exemple, dans un tube luminescent, les ions et les électrons sont peu nombreux par rapport aux atomes et aux molécules (voir Figure (I.2)). Par contre, dans les plasmas produits pour les expériences de fusion, le gaz est fortement ionisé, et les atomes et molécules sont en faible proportion, voire totalement absents dans le cœur de la décharge. (Dans les deux cas, la description des plasmas s'inspire de la physique des gaz et de la mécanique des fluides, et utilise des grandeurs macroscopiques habituelles, telles que densité, température, pression, vitesse d'écoulement.)

Les trois conditions que doit satisfaire un gaz ionisé pour être un plasma sont les suivantes:

1- La somme totale des charges est nulle dans un volume macroscopique. C'est la quasi-neutralité qui exige que les dimensions du système L soient beaucoup plus

grandes que λD la longueur de Debye, $\lambda D \ll L$: Par définition λD est la plus petite

distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge est écranté.

 $\lambda Ds = \epsilon 0 kBT sn 0 qs 2$

(1.1)

2- Les effets collectifs des particules doivent être plus importants que les effets dus aux forces colombiennes entre particules. 3- Ces effets collectifs peuvent être quantifiés par le nombre de particules ND compris

dans une sphère de rayon ND= $43n\pi\lambda D3$ donc ND $\gg1$.

Finalement, il y a un critère concernant les collisions. Par exemple, un gaz faiblement ionisé n'est pas un plasma car les particules chargées subissent tellement de collisions avec les atomes neutres que le mouvement du gaz est influencé par des forces hydrodynamiques

plutôt que par des forces électromagnétiques. Ainsi, si ω est la fréquence typique

d'oscillations de plasma et t est le temps moyen entre collisions avec des neutres, il faut

exiger que ω t > 1 pour que le comportement du gaz soit celui d'un plasma plutôt que celui

d'un gaz neutre.



Figure (I.2) : Types de plasma en fonction de leur température par rapport à leur densité.

I.2 Les paramètres caractéristiques de plasma :

Les plasmas sont constitués de population d'électron, d'ions et des neutres dont les interactions peuvent être décrites par les principales quantités de densité et de température:

La densité :

En spécifiant la densité des ions ou d'électrons. Nous définissons la densité comme le

nombre d'électrons par unité de volume, soit ne. Si les ions ont une charge+Ze, la densité

ionique ni est obtenue par la condition de neutralité de charge nee=niZe; c'est l'hypothèse de

quasi-neutralité où ni=ne/Z: Si Z vaut 1 nous avons alors ni=ne.

La température :

Bien que les deux gaz d'électrons et d'ions soient mélangés; il faudra distinguer entre

température électronique Te et température ionique Ti: A l'équilibre thermique ces deux

quantités sont égales. Cependant, lorsqu'on calcule les temps d'équipartition d'énergie, on constate les échelles de temps suivantes:

- les électrons se thermalisent entre eux;

- les ions se thermalisent entre eux;

-finalement, ces deux gaz se thermalismes entre eux.

Dans beaucoup de cas, le temps de confinement est trop court pour que le troisième processus ait lieu, d'où une température électronique et une température ionique qui sont différentes.

Signalons qu'il y a également lieu dans certains cas de tenir en compte d'une anisotropie de température. En effet, dans beaucoup de cas, le plasma est immergé dans un champ magnétique: les propriétés de transport de l'énergie diffèrent dans la direction du champ et dans celle perpendiculaire au champ.

En plus de la densité et de la température, il y a d'autres paramètres caractérisant le plasma :

Les longueurs caractéristiques :

Le libre parcours moyen est la distance moyenne entre deux collisions :

$$l=12n\sigma \tag{1.2}$$

La longueur de Debye est la distance critique d'interaction collective c'est-à- dire la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique est écranté (équation 1.1).

Les fréquences caractéristiques :

La fréquence de collision est la fréquence moyenne entre deux collisions successives; on

distingue les collisions: électrons-ions (ωei); électron-neutres (ωen) et ions-neutre (ωin):

La température des électrons est très supérieure à la température des ions et des neutres. La fréquence plasma est la fréquence d'oscillation d'un plasma soumis à une perturbation locale de la densité électronique.

$$\omega pei=e2\epsilon 0 mei 12 nei$$
 (1.3)

La grandeur β :

Pour un plasma magnétisé, le paramètre β représente le rapport de la pression thermique,

 $p = nk_BT$ et de la pression magnétique B22 μ 0:

 $\beta = nkBTB22\mu 0$

(1.4)

Avec kB est la constante de Boltzmann. Les ions et les électrons sont supposés être à la

même température T et n est la densité des électrons du plasma. B est le champ magnétique et

µ0 la perméabilité magnétique de vide. En effet, le confinement magnétique d'un plasma n'est

possible que si la valeur de β est inférieure à un, ($\beta \ll 1$).

Ecrantage de Debye :

La plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge est écranté s'appelle la longueur de Debye. Elle apparait en résolvant l'équation de Poisson

autour d'une charge test qt:

$2\phi = \rho \epsilon 0 = q \epsilon 0 ne - n0 - q t \delta r$

(1.5)

Et en prenant une distribution de Boltzmann pour la densité des électrons et des ions qui entourent la charge test:

$$ns=n0expqs\varphi 2kBT$$
 (1.6)

Où n0 est la densité électronique à l'équilibre (s = e électronique ou i ionique). Ainsi, on

trouve que le potentiel électrique produit par la charge s'écrit:

$$\varphi = qt4\pi\epsilon 0 rexp - r\lambda D$$
 (1.7)

Où r est la distance par rapport à la charge test.

Paramètre de couplage :

Dans un plasma, il faut prendre en compte deux propriétés:

- 1- La tendance de désordre due à l'agitation thermique.
- 2- La tendance à l'organisation due à l'aspect dynamique et collectif de l'interaction colombienne.

Un équilibre s'établit entre l'ordre et le désordre quantifié par le paramètre plasma ou paramètre de couplage [4] donné par :

A=vthne2me02

(1.8)

Nous identifions deux limites pour A : le cas fortement couplés A<< 1; dans laquelle l'énergie potentielle de l'interaction particules est plus importante que leurs mouvements cinétiques et le cas faiblement couplés A >> 1; où les mouvements thermiques des particules sont plus importants. C'est le cas presque toujours rencontré des plasmas naturels et

artificiels. En termes de la longueur de Debye, le paramètre plasma devient :

$$A = n\lambda D3 \tag{1.9}$$

I.3 Les différents types de Plasmas

L'état plasma regroupe des milieux très différents et les exemples de plasmas à l'état naturel sont nombreux, on peut citer :

1. Les plasmas spatiaux se trouvent dans les nébuleuses, dans les nuages d'hydrogène composant le milieu interstellaire dans les étoiles. Le cœur des étoiles, exemple de plasma chaud et très dense (l'ionisation est totale).

2. Les plasmas terrestres se trouvent dans la foudre, la magnétosphère, l'ionosphère terrestre (plasma partiellement ionisé).

A l'état artificiel, il y a aussi une grande gamme de paramètres accessibles, suivant que l'on considère les plasmas des flammes ou des décharges (ex les tubes à néon et le phénomène de la foudre). Les plasmas sont au cœur des recherches sur la production d'énergie par fusion thermonucléaire "plasmas de fusion", plasmas portés à des températures très élevées [3]

La figure (I.1.2) résume, en fonction de la densité électronique et de la température exprimée en K (1 eV a été pris ici égal à 7740 K : cas des plasmas ayant des distributions maxwelliennes), les différents types de plasma que l'on peut rencontrer dans la nature et en laboratoire :

-Plasma naturelles : toutes les étoiles, nébuleuses, quarks, pulsars, vent solaire, ionosphère, aurores boréales, éclaires...

-Les plasmas industriels : « décharge électrique »(disjoncteur, lampes...), plasma de traitement de surface, pour le dépôt, la gravure, le dopage de couches minces(ordinateurs, carrosseries...), écrans à plasma, fusion nucléaire(tokamak, inertiel...), stérilisation (lampe UV, ioniser...), nombreuses applications encore en laboratoires ou prototypes (améliorations de la combustion, traitements de déchets...), propulsion par plasmas, La simulation numérique des plasmas permet de faire des tests à moindre coût. L'objet de ce mémoire est d'étudier des méthodes numériques pour la simulation, l'évolution de particules chargées, par exemple celles d'un plasma dans un champ électrostatique,

2. Champ électrostatique dans un plasma

En général le plasma est régi par des interactions entre particules au sein du gaz, toutefois les oscillations, les ondes et le bruit peuvent jouer un rôle significatif dans le comportement et l'évolution d'un plasma. Cela est dû aux interactions longue portée entre les particules chargées et une variété de type d'oscillations et d'ondes qui peuvent être générées par des champs extérieur ou encore par un plasma non homogène

2.1 Onde électrostatique dans un plasma

Les oscillations électrostatiques dans un plasma peuvent se propager comme des ondes longitudinales. Le champ électrique de ces ondes est dans la direction de la propagation de l'onde.

Soit A(x,t) une grandeur macroscopique, on peut considérer l'amplitude A₁ des oscillations d'ondes électrostatique dans un plasma comme étant faible (A₁<<A₀).

$$A = A0 + A1 \exp i kx \cdot \omega t \tag{1.10}$$

Où A_0 est la valeur de la grandeur macroscopique en absence d'oscillation, k le nombre d'onde et w la fréquence de l'onde.

On obtient l'équation de dispersion des ondes électrostatique dans le plasma, en considérant le système comme étant linéaire.

 $\omega 2 = \omega p 2 + \gamma Temk2$

(1.11)

 w_p est la fréquence du plasma, e la charge électronique, T_e sa température, m sa masse, et γ la chaleur spécifique du gaz électronique.

A partir de l'équation de dispersion, on peut constater que la fréquence de l'onde électrostatique est proche de la fréquence du plasma si la longueur d'onde $(2\pi/k)$ est plus grande que le rayon de Debye.

Et à de courtes longueurs d'onde, la vitesse de phase des ondes électrostatique correspond à la vitesse thermique des électrons.

2.2 Atténuation collisionnelle des ondes électrostatique dans un gaz faiblement ionisé

Dans l'équation de dispersion, la fréquence des collisions électron-neutre ve-n peut être

négligée. Cependant dans un gaz faiblement ionisé, les collisions é-n peuvent influencer les

oscillations du plasma. Le plasma n'oscille pas si $\omega \ll ve-n$. A hautes fréquences, $\omega > ve-n$ les

collisions é-n produisent une atténuation des oscillations électrostatique du plasma, d'où l'équation de dispersion corrigée :

$$\omega = \omega p 2 + \gamma Temk2 - ive - n \tag{1.13}$$

L'amplitude des oscillations du plasma avec la fréquence (eq (1.13)), décroit

exponentiellement commeexpiroi(-iven). Cet effet est habituellement considéré comme

l'atténuation collisionnelle des ondes électrostatique. En prenant en compte que la fréquence de l'onde est proche de la fréquence de Langmuir, l'existence d'atténuation collisionnelle des ondes électrostatique dans un plasma doit vérifier la condition suivante :

ne,cm-3n0,cm-3>>10-12cm32

(1.14)

Où n₀ est la densité des neutres dans le gaz.

2.3 Interaction non collisionnelle entre des ondes électrostatiques et des électrons dans un plasma

Comme on peut le constater dans la figure (1.3), un électron peut être piégé dans un puits de potentiel créé par l'onde qui va mener à leur interaction effective. L'électron aura une vitesse u et -u après réflexion. La variation de l'énergie de l'électron due à l'interaction avec l'onde électrostatique sera :

 $\Delta \varepsilon = m(vph+u)2 - m(vph-u)2 = 2m vphv$

(1.15)

 $vph=\omega k$ est la vitesse de phase de l'onde, si est l'amplitude du potentiel d'oscillation dans

l'onde, alors la vitesse typique de l'électron piégé est v=eqm et l'échange d'énergie typique

entre l'onde électrostatique et l'électron piégé peut être estimé à :

$$\Delta \varepsilon = vphme\phi = e\phi mvph2e\phi \qquad (1.16)$$



Figure (1.3) interaction les ondes électrostatique et les électrons libre –piégé.

Quant à l'échange d'énergie entre l'onde électrostatique et l'électron libre, elle est

approximativement égale à eq. Cela signifie qu'à basses amplitudes des oscillations,

l'échange d'énergie non-collisionnelle est principalement dû aux électrons piégés.

La fréquence d'oscillation d'un électron piégé dans un puits de potentiel de l'onde pour des

vitesses de l'électron comprises entre vph+u et vph-u est :

 $ve\omega \approx vk \approx ke\phi m \approx eE1km \approx e2ne1\epsilon0m \approx \omega pne1ne$

(1.17)

 E^1 est l'amplitude d'oscillation du champ électrique et n_e^1 l'amplitude des oscillations de la densité des électrons piégés. Pour obtenir cette dernière équation, on a utilisé la relation de Maxwell linéaire entre l'amplitude des oscillations du champ électrostatique et la densité électronique.

$$ikE1 = -1\varepsilon 0ene1$$
 (1.18)

La fréquence de collision électron-électron (Maxwellienne) basée sur l'estimation de la

température électronique vTeet la section efficace (coulombienne) σee est :

 $vee=nevTe\sigma ee=neTem.e44\pi\epsilon 02Te2$

(1.19)

Si la fréquence Maxwellienne est plus importante que la fréquence d'interaction électron-

onde vee≫vew alors la fonction de distribution de l'électron n'est pas perturbée par

l'interaction non-collisionnelle avec l'onde électrostatique. Et si la perturbation relative de la densité électronique est faible alors la fonction de distribution de l'électron durant l'interaction non-collisionnelle f(E) peut être négligée.

$ne1ne {\ll} nee64\pi\epsilon 03 Te3$

(1.20)

Les électrons piégés vont jouer un rôle important dans l'atténuation de l'onde

électrostatique, les électrons ayant une vitesse vph+u vont transférer leurs énergies à l'onde

électrostatique, tandis que les électrons ayant une vitesse de vph-u vont recevoir de l'énergie

de l'onde électrostatique. Ainsi, l'atténuation non-collisionnelle des oscillations électrostatique du plasma a lieu quand :

$$\partial f \partial vxvx = vph < 0$$
 (1.21)

Dans cette relation, v_x est la composante de la vitesse de l'électron dans la direction de la propagation de l'onde et la dérivation se fait quand la vitesse de l'électron est égale à la vitesse de phase de l'onde.

2.4 Atténuation de Landau

Si l'inégalité de l'équation (1.21) est valide, alors l'oscillation électrostatique du plasma transfert de l'énergie aux électrons comme cela a été décrit précédemment. On estime le taux de transfert de cette énergie par unité de temps et par unité de volume de la façon suivante :

$$\partial W \partial t = fv + u - fv - uu ne.ve\omega . \Delta \epsilon = \partial f \partial vx nee 2m \omega \phi 2$$
 (1.22)

En prenant en compte que $\varphi^2 = (E^1)^2/k^2 = W/\epsilon_0 k^2$ où W est l'inclinaison de l'énergie spécifique de l'atténuation des oscillations.

Chapitre 2 Description du modèle de simulation

La technologie plasma demande une maitrise dans le confinement et la manipulation des gaz où les conditions peuvent être extrêmes tel que les tokamaks; Cela peut être très couteux et prendre un temps considérable dans l'élaboration du site. Par contre, la simulation numérique est à moindre coût et les programmes peuvent être écrits très rapidement.

On peut aussi ajouter, que la simulation numérique nous permet d'accéder à toutes les informations désirées, même celles très difficiles à obtenir lors d'une expérience, tel que la trajectoire d'une particule.

La méthode PIC est une méthode qui traite les plasmas comme étant un système de particules

1. Description générale

On souhaite résoudre l'équation du mouvement pour chacune des particules dans le plasma. En générale, l'équation du mouvement ne peut pas être résolue à l'aide de l'analyse linéaire. A chaque pas du temps "time step", le champ électrique de chaque particule doit être calculé. Ce calcul est très onéreux, et donc il est préférable auparavant de le calculer à travers une grille discrète. Puis assigner l'information de chaque particule [8].

Ce calcul est la répétition de (04) quatre opérations illustré dans la figure (II.1). Il commence avec pour conditions initiales; les positions, les vitesses et les charges de toutes particules issues du plasma. En utilisant les positions et les charges, la grille de la densité de charge est obtenue dans l'étape 1.

Le champ électrique est alors calculé dans cette grille. A l'étape 2, on assigne le champ électrique à partir de la grille aux particules, et finalement, les équations du mouvement peuvent être calculées à l'aide des positions et des vitesses qui sont en avance d'une itération.

Interpolation des champs sur les particules

E,Bi→E,Bk

Avancée les particules par les équations de mouvement

 $x,vkn \rightarrow x,vkn+1$

Interpolation des densités de la charge et de courant

x,vk→p,ji

Calcul du champ auto-consistant

 $E,Bin \rightarrow E,Bin+1$

Figure (II.1): principe de la méthode PIC

2. Equations du mouvement des particules :

Le mouvement des particules est principalement gouverné par électromagnétisme et il en découle la loi de force de Lorentz.

$$f=ma=md2rdt2$$
 (2.1)

Où f est la force, m la masse de particule, a l'accélération, r la position, t le temps, q la

charge, E le champ électrique, v la vitesse, B le champ magnétique.

Dans ce travail, on tient compte uniquement des plasmas dans les limites électrostatiques et donc on néglige le champ magnétique. Le mouvement des particules dépendra que du champ électrique.

En plus, nous allons travailler sur une seule dimension, donc notre équation de mouvement sera comme suit :

md2xdt2=qEx

(2.3)

Soit le champ électrique Ex(t) est une fonction arbitraire du temps, on ne peut pas

résoudre l'équation (2.3) par l'analyse linéaire, nous devons utiliser une méthode numérique afin de se rapprocher de la solution réelle. Nous allons voir les différentes méthodes possibles.

Celles-ci séparent l'équation (2.3) en deux équation 1er ordre :

dvdt=qmEt , dxdt=vt

3. Méthodes de calcul :

3.1 La méthode d'Euler

La méthode d'Euler est la plus simple et la plus intuitive méthode pour résoudre les équations différentielles. Comme elle est si simple, nous allons la dériver ici, on utilise les équations de différence finie on obtient :

 $\Delta v \Delta t = vn + 1 - vn \Delta t = qm En$

(2.6)

 $\Delta x \Delta t = xn + 1 - xn \Delta t = vn$

(2.7)

Où Δt représente une différence finie du temps

On sépare Δv et Δr dans l'ancienne et la nouvelle information (on connait déjà

l'information ancienne et on veut calculer la nouvelle).

On peut réarranger afin de trouver les équations pour une nouvelle vitesse et position :

$$vn+1=vn+qmEn\Delta t$$
 (2.8)

$$xn+1=xn+vn\Delta t$$
 (2.9)

Pour cette approximation, Δt doit être petit, la méthode d'Euler est connue comme étant

une approximation "grossière" (1er ordre) et loin d'être parfaite. on prend compte de la

dérivation des premières étapes, il est inutile d'essayer de faire des estimations pour tout l'intervalle de temps.

3.2 Méthode prédictrice-correctrice

On peut rendre la méthode d'Euler en 2èmeordre (relativement plus précise):

$$vn+1=vn+qmEn\Delta t$$
 (2.11)

Puis on calcule un nouveau champ électrique En+1 à la nouvelle position et vitesse.

Il est évident que cette méthode est plus long à calculer que la méthode d'Euler, mais elle aussi plus précise.

Cependant si on veut augmenter la précision dans notre simulation, nous devons recourir à d'autres méthodes.

3.3. Schéma saute mouton

Il est possible d'atteindre le 2eme ordre de la méthode avec u petit extra informatique à

ajouter à la méthode d'Euler. Comme mentionné précédemment, nous souhaitons calculer la nouvelle vitesse et position en utilisons le champ électrique moyen pour l'un et la vitesse moyenne pour l'autre, respectivement à travers une itération du temps.

L'estimation du champ électrique, à chaque itération, doit être la plus rigoureuse (si la variation est linéaire alors c'est correct).

On peut exécuter cet arrangement de sorte que les équations différentielles (2.8) et (2.9), deviennent :

(2.12)

$$xn+1=xn+vn+12\Delta t \tag{2.13}$$

La vitesse étant connue à mi étape. La Figure (II.2) illustre l'arrangement. Les arrangements tels que celui-ci sont connues comme Leap Frog (saute mouton), on l'appelle ainsi de par le fait que la vitesse et la position ne sont pas calculer dans la même itération. Dans le calcul de la nouvelle position, nous "sautons" la vitesse puisqu'elle est déjà connue.



Figure (II.2) : le schéma saute mouton (Leap Frog)

En utilisant cette arrangement dans la méthode PIC, on doit recalculer les vitesses initiales des particules qui représenteront des vitesses hypothétique à la moitie d'un pas de

temps $\Delta t2$ avant le début de la simulation.

Il y a quelques inconvénients dans le calcul avec cet arrangement. Dans les méthodes décrites auparavant, il n'y a pas de raison à ce que le pas du temps reste constant. Tandis que dans la méthode "Leap Frog", la vitesse doit être "centrée" dans le pas du temps.

Un autre inconvénient est qu'au milieu du pas, on ne connait que la vitesse ; on peut

calculer l'énergie cinétique Ecn=12mvn2 et on aimerait aussi connaitre l'énergie

potentielle au même moment ce qui n'est pas le cas. On peut le réaliser en calculant la moitie du pas, mais c'est onéreux dans le temps de calcul. On peut aussi stocker les valeurs précédentes de la vitesse et la moyenne des valeurs ancienne et nouvelle, on aura :

Ec=12mvn+12vn-12

(2.14)

4. densité de charge et champ électrique :

Les opérations du programme est de convertir les différentes informations entre la particule et la grille. Le champ électrique peut être calculé sans utiliser de grille et cela à l'aide de la loi de coulomb. Toutefois les simulations de plasma constitué d'un nombre important de particules demandent un temps de calcul excessif.

De même le traitement de particule ponctuelle à une dimension pourrait signifier que les particules avant la même charge ne peuvent pas se déplacer l'un après l'autre, or il est indispensable pour simuler un plasma réel à une dimension. La projection de nos particules dans la grille ainsi les charges peuv t Il y a insité de : NGP charge qui e ules. La ł X_{i+1} 1 X;+2 X deuxième oj icule est estimé en uti $t+\Delta t$: CIC X_i X_{i+1} \dot{X}_{i-1} \dot{X}_{i+2}

Figure (II.3) : la forme effective de la particule à la position X de deux temps différents.

4.1 le point de la grille la plus proche (ordre 0):

Le point de la grille la plus proche ou le NGP (Nearest Grid point) est le plus simple des arrangements, la charge d'une particule est seulement assignée à un seul point de le grille

(NGP), la forme effective de la particule est rectangulaire avec la largeur ΔX comme elle est

représenté sur la Figure (II.3), la densité de charge attribuée au point de la grille la plus proche est comme suit :

$$\rho i = q \Delta x$$
 (2.15)

Où q est la charge de particule, ΔX l'espacement entre les points de la grille.

De façon similaire, lorsqu'on calcule le champ électrique le particule est exposée au champ électrique au point le plus proche de sa location.

Un des problèmes majeurs du schéma NGP est l'absence de manipulation des particules entre les points de la grille. Si on considère une particule se déplaçant la long de la grille, la densité de charge ne va pas varier de façon continue mais plutôt par pic discret d'un point de la grille à un autre, induisant un bruit sur la densité de charge et le champ électrique. Ce problème signifie aussi que les comportements d'un plasma tel que l'oscillation du plasma ne peut être simulé en utilisant le schéma NGP.

4.2 Premier Ordre nuage :

Dans le nuage de la cellule, ou le CIC (Cloud In Cell), l'arrangement de chaque particule est associé avec deux points de la grille, la forme effective de la particule est triangulaire avec

la largeur 2AX comme présentée sur la Figure (II.3). La densité de charge pi attribuée au

point de la grille le plus proche vers la gauche de la particule et $\rho i+1$ la densité de charge

attribuée au point le plus proche vers la droite, est :

$$\rho i + 1 = q \Delta x x - X i \Delta x$$
 (2.16)

$$\rho i = q \Delta x X i + 1 - x \Delta x = q \Delta x X i + \Delta x - x \Delta x$$

(2.17)

Où q est la charge de particule, x la position de la particule, Xi la position de ieme point de

grille, Δx l'espacement entre point de grille.

Ceux-ci peuvent être optimisés pour enlever des opérations mathématiques inutiles, on

suppose que X0=0 :

$$\rho i + 1 = q \Delta x x \Delta x - i$$
 (2.18)

$$\rho i = q \Delta x \cdot \rho i + 1$$
 (2.19)

L'arrangement de nuage en cellules (CIC) produit de loin moins de bruit que le NGP, puisque chaque particule est associée à deux points de la grille qui va permettre la manipulation des particules entre les points. La largeur de la forme effective des particules est deux fois celle de l'arrangement NGP.

5. Calcul du champ électrique :

Pour calculer le champ électrique, nous avons la densité de charge pn qui a été définie

dans la grille, l'équation que nous devons résoudre est l'équation de poisson :

.E =

 $2\phi = \rho(x) \epsilon 0$

(2.20)

Où E est le champ électrique, φ le potentiel électrostatique, $\rho(x)$ la densité de charge, $\epsilon 0$ la

permittivité (constante diélectrique) de l'espace libre (vide). Ce qui dans une dimension devient :

 $dExdx = d2\phi dx = \rho(x) \epsilon 0$

(2.21)

Nous pouvons résoudre l'équation (2.17) en appliquant la transformation de Fourier. Pour résoudre l'équation (2.16) nous utilisons la formule de l'équation de différence finie voir la Figure (II.4), on obtient :

(2.22)

 ϕ n-1-2 ϕ n+ ϕ n+1 Δ x2=- ρ n ϵ 0

(2.23)

Figure (II.4) : La forme numérique de grille à une dimension.



CHAPITRE III Calcul Numérique

Nous allons simuler notre gaz en utilisant un programme de simulation de particules (XES1) [9], qui nous permettra d'étudier le comportement des électrons et des ions, dans un plasma. Dans ce mémoire de master, nous allons prouver des prédictions théoriques faites dans le passé sur l'atténuation de Landau.

1. Atténuation de Landau

Dans ce chapitre, nous allons principalement nous intéresser à la perturbation X_1 . La technique de perturbation est un élément fondamental de la simulation et elle peut être d'ordre élevé. Toutefois on se limite, dans ce travail, au premier ordre. Considérons un champ électrique perturbé dans un plasma unidimensionnel.

Où la fréquence ω est considérée satisfaire la relation de dispersion (Eq (1.13)) $\omega = \omega k$ et E le

champ électrostatique

L'accélération des fluctuations au temps t est :

$$Ft=emExt,t$$
 (3.2)

Cette accélération dépend de la localité de la particule x(t), et en cas de perturbation, la particule aura comme localisation :

$$xt = x0t + x1t + ...$$
 (3.3)

Où x_0 est la localité quand la particule n'est pas perturbé et x_1 est la correction de premier ordre due à la perturbation du champ électrique.

L'accélération nette des particules sera :

Fxt,t=Fx0t+x1t+...,t

$=Fx0t,t+x1\partial\partial xFx1t,t+...$ (3.4)

Qui peut être réécrite de la façon suivante :

$$Ft=F1t+F2t+...$$
 (3.5)

2. Notion sur code XES1

2.1 Définition

XES1 est un code unidimensionnel électrostatique. Il simule le plasma périodique, et permet d'obtenir des différents diagnostiques : Vx espace de phase, le champ électrique, le

potentiel, la densité, l'énergie cinétique, l'énergie totale, l'énergie du champ, les modes de Fourier et l'espace de vitesse.

2.2 Les paramètres du code

XES1 a besoin d'un fichier d'entre (nom.inp) afin s'exécuté. Ce fichier comporté des paramètres globaux et des paramètres spéciaux.

2.2.1 Les paramètres globaux

-nsp : Nombre d'espèce de particules à simuler.

-l : longueur du système.

-dt : Pas du temps.

-nt : Nombre totale de pas.

-mmax : Nombre maximum des modes à voir de l'énergie électrostatique.

-ng : Nombre totale des points de la grille (an carré).

-iw : 0 pour l'ordre 0 (NGP), 1 pour l'ordre 1 (CIC, PIC), 2 pour l'ordre 2 (quadratic spline),

3 pour l'ordre 3 (cubic spline).

-ec : Conservation du moment 0 / conservation de l'énergie 1.

-epsi : $1\epsilon 0$ (On prend epsi= 1).

-a1 : Facteur de compensation (a1=0 \implies pas de compensation).

-a2 : Facteur de lissage (a2=0 \Rightarrow pas de lissage).

-E0 : Amplitude du champ électrique appliqué.

-w0 : Fréquence du champ électrique appliqué.

-accum Paramètre de diagnostic de vitesse (0 pas de diagnostique).

2.2.2 Les paramètres spéciaux :

-n : Nombre de particules.

-nv2 : Exposant due la distribution f(v) au commencement, on prend habituellement zéro.

-nlg : Nombre de sous-groupes ayant la même distribution de vitesse (on prend 1).

-mode : Nombre de mode à donnée une perturbation initiale en x et vx.

-wp : Fréquence du plasma.

-wc : Fréquence du cyclotron.

-qm: qm .

- vt1 : Fournit la distribution gaussienne de la vitesse thermique vt1 centrée dessus vx=v0 et vy=0.

-vt2 : Fournit la distribution gaussienne (ou autre) de la vitesse thermique vt2 en utilisant les fonctions de distribution inverses.

-v0 : Vitesse de dérive dans la direction de x

-x1 : Amplitude de la perturbation dans x, en général moins que la moitié de l'espacement des particules dans le grille, n/l; utilisé comme x1 cos (2pi x mode/l + thetav).

-v1 : Amplitude de perturbation en v; utilisé comme v1 sin(2pi x mode/l +thetax).

-thetav: θv .

-thetax : θx .

-nbins : Nombre de cases "bin" utilisé pour accumulation de la distribution de vitesse des diagnostics.

2.3 Plasma

Les plasmas simulés ont les caractéristiques suivantes :

- (1) Ils sont conduits électriquement.
- (2) Les collisions entre les particules chargées et les particules neutres sont importants.
- (3) A la surface de leurs limites, les pertes sont importantes.
- (4) L'ionisation des neutres contient le plasma dans un état stable.
- (5) Les électrons et les ions ne sont pas en équilibre thermodynamique.

3. Expérience

L'atténuation de Landau est souvent perçue comme une atténuation non-collisionnelle qui résulte d'un échange d'énergie résonnant entre les ondes et les particules de plasma [9]. Dans cette expérience, nous avons appliqué une petite perturbation linéaire dans le but d'observer le taux d'inclusion de l'énergie électrostatique, le gain en énergie cinétique et les

variations de la fonction de distributionfv, mes premières observations de f (v) [9].Pour

trouver le pente on procédé de la manière suivant:

ESE=A*exp^[70](wrt-iwit2

ESE=A*cos2wrt*exp^[i0](-2wit)

ESEt=ESE(0)exp^[70](-2 ω it)

 $ln(ESE(t))-ln(ESE(0))=ln(expini)(-2\omega it))$

 $ln(ESE(t))-ln(ESE(0))=-2\omega it$

Landau .inp

nsp-----l-----dt-----nt----mmax----l/a---accum 1 6.283185307 0.20 300 3 0 1 ng----iw-ec---epsi------a1-----a2-------WO 64 2 0 1.00 0.00 1000.00 0 0

L'ESPÈCE 1: Plasma froid d'électron

n-----nv2---nlg---mode 16000 0 1 1 wp----wc----qm-----vt1----vt2---v0 1.00 0.00 -1.00 0.00 0.40 0.00 x1----v1---thetax--thetav 0.1 0.00 0.00 0.00 nbins---vlower---vupper 50 -3.0 3.0

Figure(III.1) : Fichier data



Figure(III.2) : Energie cinétique pour ng=64 x1=0.1 n=16000



Figure(III.3) : Energie cinétique pour ng=64 x1=0.01 n=16000



Figure(III.4) : Energie électrostatique pour ng=64 x1=0.1 n=16000



Figure(III.5) : Energie électrostatique pour ng=64 x1=0.01 n=16000



Figure(III.6) : Fonction de distribution pour ng=64 x1=0.1 n=16000



Figure(III.7) : Fonction de distribution ng=64 x1=0.01 n=16000



Figure(III.8) : Energie cinétique pour ng=64 x1=0.1 n=100000



Figure(III.9) : Energie cinétique pour ng=64 x1=0.01 n=100000



Figure(III.10) : Energie électrostatique pour ng=64 x1=0.1 n=100000



Figure(III.11) : Energie électrostatique pour ng=64 x1=0.01 n=100000



Figure(III.12) : Fonction de distribution pour ng=64 x1=0.1 n=100000



Figure(III.13) : Fonction de distribution pour ng=64 x1=0.01 n=100000

Energie électrostatique ng =64	
	wi
X1=0.1 n=160000	0.110030434
X1=0.1 n=100000	0.141880599
X1=0.01 n=16000	0.093204302
X1=0.01 n=100000	0.090443204

Tableau 1 : calculs des pentes pour ng=64.

L'utilisation de plus de particules nous permet de trouver avec plus de précision le taux d'atténuation. Et pour avoir une meilleur résolution, nous avons posé le nombre de grilles ng=512, voir les Figures et le tableau de calcul les pentes ci-dessous.

Energie électrostatique ng=512	wi
X1=0.1 n=16000	0.109924003
X2=0.1 n=100000	0.103506321
X1=0.01 n=16000	0.08951358
X2=0.01 n=100000	0.088671810

Tableau 2 : calculs des pentes pour ng=512.



Figure(III.14) : Energie cinétique pour ng=512 x1=0.1 n=16000







Figure(III.16) : Energie électrostatique pour ng=512 x1=0.1 n=16000



Figure(III.17) : Energie électrostatique pour ng=512 x1=0.01 n=16000



Figure(III.18) : Fonction de distribution pour ng=512 x1=0.1 n=16000



Figure(III.19) : Fonction de distribution ng=64 x1=0.01 n=16000



Figure(III.20) : Energie cinétique pour ng=512 x1=0.1 n=100000



Figure(III.21) : Energie cinétique pour ng=512 x1=0.01 n=100000



Figure(III.22) : Energie électrostatique pour ng=512 x1=0.1 n=100000



Figure(III.23) : Energie électrostatique pour ng=512 x1=0.01 n=100000





Figure(III.24) : Fonction de distribution pour ng=512 x1=0.1 n=100000

Figure(III.25) : Fonction de distribution pour ng=512 x1=0.01 n=100000

Dans la premier excitation dans laquelle ng=64, le résultat est moins précis que la simulation à ng=512 d'où l'importance du choix du ng.

A la perturbation x1=0.01 (dans la deuxième simulation) on n'obtient pas un bon résultat,

tandis que quand le nombre de particules augmente, wi est plus satisfaisant et rapproche la

valeur théorique wi=0.06 [9]. L'atténuation est plus significative quand le nombre de

particules augmente.

A fin d'éviter d'avoir des résultats erronés dans notre simulation nous avons tout d'abord exécuté notre programme avec un nombre restreint de particules et on a constate le comportement de f(v), puis après avoir augmenté le nombre de particules on a vérifié que la fonction de distribution ne comportait pas d'erreurs.

Conclusion

Nous avons utilisé la méthode PIC à travers un programme machine XES1 qui à été écrit afin de simuler des plasmas unidimensionnels dans la limite électrostatique la méthode "particles in cell" a été discuté en détail dans la deuxième chapitre de ce mémoire.

La validité de ce programme a été examinée à travers divers comportements du plasma dans des travaux antérieurs [8], [9]. Nous avons pu simuler l'atténuation de landau. Celle-ci

est en accord avec la valeur théorique with=0.06 quand la perturbation est petite.

Nous avons aussi constaté que plus le nombre de particules augmentait plus on se

rapprochait de la valeur théorique with.

Nos perspectives sont d'étudier d'autre comportements du plasma tels que ; l'instabilité de deux jets d'électron, l'oscillation de plasma... Mais aussi d'introduire un champ magnétique dans notre simulation.

Nos études futures porteront aussi sur l'influence du choix des paramètres d'entrée tels que le nombre de points de la grille (ng), introduction d'une vitesse initiale....

Enfin, on peut constater que la simulation sur ordinateur de la physique des plasmas, nous permet de gagner dans le temps et le cout sur la préparation des conditions adéquates à une expérience donnée.

Bibliographie

[1] *P.H.Rebut*, (1999), L'énergie des étoiles, la fusion nucléaire contrôlée, Edition Odilejacob,ISBN:2-7381-9752-4, Chp3.

[2] N.G.Sabri, (2009-2010), Etude de la propagation d'une onde Electromagnétisme dans un plasma de Tokamak-Interaction onde-plasma, these de doctorat, Université de Tlmcen.

[3] T.H. Stix, (1992), « Waves in Plasmas ».

[4] J. Howard, (2002), Introduction to plasma physics, C17 Lecture Notes, Australian narinal university.

[5] *F.Filbet*, (2001), Contribution à l'analyse et la simulation numérique de l'équation de Vlasov, Thèse de Doctorat; Université Hanri Poincaré-Nancy I D.F.D Mathématique (juillet).

[6] J.I.Queyrel, J.Mesplède, (1985), « précis de physique. ». Paris.

[7] E Durand, (1964), Electrostatique, paris France.

[8] D.Martin, (2007), Electrostatic PIC simulation of plasmas in one dimension, Project Report, the university of Manchester (janury).

[9]Edison Estacio (2003), Particle simulation of plasma, University of California Berkely.

Résumer :

La simulation numérique de par son faible coût, et l'obtention de résultats théorique permet de cerner les besoins et les conditions de l'expérience en un laps temps assez court une des méthodes les plus communes pour simuler un plasma "composé de particules" est dite la méthode "Particles In Cell" (PIC). Dans ce travail, on a détaillé l'effet qu'à un champ électrostatique sur un gaz ionisé. Puis on a décrit la méthode PIC ensuite on a comparé des différentes méthodes numériques. Et enfin on a simulé l'atténuation de Landau à l'aide du code XES1, programme de simulation de particules. On a ensuite étudié l'influence du nombre de points de la grille et de l'amplitude de la perturbation sur nos résultats et on a terminé notre manuscrit par une conclusion.

Les mots clé :

- (1) Simulation des particules dans un plasma.
- (2) Modèle électrostatique.
- (3) Méthode PIC.
- (4) Programme XES1.