

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Abou Bekr Belkaïd, Tlemcen.
Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Thèse de Doctorat d'Etat en Productique

Intitulée :

MODELISATION, ANALYSE ET EVALUATION DES PERFORMANCES D'UN AS/RS A CONVOYEUR GRAVITATIONNEL

Présentée le dimanche 14 décembre 2003, par :

Zaki SARI

Devant le Jury :

Président :

Brahim CHERKI Maître de Conférence LAT – UABB Tlemcen, Algérie.

Rapporteur :

Noureddine GHOUALI Professeur LAT – UABB Tlemcen, Algérie.

Examineurs :

Hassane ALLA Professeur LAG – UJF Grenoble, France

Mohamed S. BOUCHERIT Maître de Conférence LCP – ENP Alger, Algérie.

Nasser MEBARKI Maître de Conférence IRCCyN – UN Nantes, France.

Noureddine ZERHOUNI Professeur LAB – ENSMM Besançon, France.

Thèse réalisée sous la direction de :

Noureddine GHOUALI, Professeur à l'Université de Tlemcen, Algérie, et le regretté

Houssine CHETTO, Professeur à l'Université de Nantes, France, disparu prématurément.

Table des Matières

| | |
|---|------------|
| Remerciements | vii |
| Introduction Générale | 1 |
| Chapitre 1 : Introduction aux Systèmes Flexibles de Production | 7 |
| 1.1. Introduction Générale | 7 |
| 1.1.1. Les types de systèmes de production | 7 |
| 1.1.2. Définitions | 9 |
| 1.1.3. Principes des systèmes de production | 10 |
| 1.1.4. Mesures de performances | 12 |
| 1.2. Les Eléments des Systèmes Flexibles de Production | 13 |
| 1.2.1. Les stations de travail | 14 |
| 1.2.2. Les équipements de transport | 18 |
| 1.2.3. Les systèmes de stockage | 23 |
| 1.2.4. Les systèmes de contrôle et de communications | 25 |
| 1.3. La Flexibilité | 31 |
| 1.3.1. Introduction | 31 |
| 1.3.2. La flexibilité : un état de l'art | 32 |
| 1.3.2. Flexibilité relative aux systèmes de transport et de stockage/déstockage | 36 |
| 1.4. Types de Systèmes Flexibles de Production | 37 |
| 1.5. Les Cellules Flexibles et la Technologie de Groupe | 39 |
| 1.5.1. Introduction | 39 |
| 1.5.2. Avantages et inconvénients des cellules flexibles | 40 |
| 1.5.3. Types de cellules flexibles | 40 |
| 1.7. Conclusion | 42 |
| Chapitre 2 : Les Systèmes Automatisés de Stockage/Déstockage | 43 |
| 2.1. Introduction | 43 |

| | |
|---|-----------|
| 2.2. Définition, Fonction, Composition et Utilité d'un AS/RS | 44 |
| 2.2.1. Définition | 44 |
| 2.2.2. Fonction | 44 |
| 2.2.3. Composition | 45 |
| 2.2.4. Terminologie | 45 |
| 2.2.5. Utilité | 46 |
| 2.2.6. Inconvénients | 47 |
| 2.3. Types d'AS/RS | 47 |
| 2.3.1. Les AS/RS à charge unitaire | 48 |
| 2.3.2. Les AS/RS multi allées | 48 |
| 2.3.4. Les AS/RS à racks glissants | 49 |
| 2.3.5. Les AS/RS à mini charge | 49 |
| 2.3.6. Les AS/RS à carrousel | 49 |
| 2.3.7. Les AS/RS à personne embarquée | 49 |
| 2.3.8. Les AS/RS à étagères profondes | 50 |
| 2.3.9. Les AS/RS à convoyeur gravitationnel | 50 |
| 2.4. Conception d'un AS/RS | 50 |
| 2.5. Méthodologies de Stockage | 51 |
| 2.5.1. Stockage dédié | 51 |
| 2.5.2. Stockage aléatoire ouvert | 52 |
| 2.5.3. Stockage aléatoire par classe | 52 |
| 2.6. Disposition de l'Aire de Stockage | 52 |
| 2.6.1. Le bâtiment | 52 |
| 2.6.2. Les allées | 52 |
| 2.6.3. Les étagères | 53 |
| 2.7. Etat de l'Art | 53 |
| 2.8. Conclusion | 61 |
| | |
| Chapitre 3 : Modélisation des Temps de Transport d'un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel | 63 |
| 3.1. Introduction | 63 |
| 3.2. AS/RS à Charge Unitaire | 65 |
| 3.3. AS/RS à Convoyeur Gravitationnel | 67 |
| 3.3.1. Approche continue | 69 |
| 3.3.2. Approche discrète | 71 |

| | |
|--|------------|
| 3.3.3. Temps de dépôt/livraison et retards d'accélération/décélération | 73 |
| 3.4. Etude en Simulation | 75 |
| 3.5. Interprétation des Résultats et Conclusions | 82 |
| Chapitre 4 : Impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur les temps de transport d'un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel | 85 |
| 4.1. Introduction | 85 |
| 4.2. Modélisation des Temps Stockage et Déstockage | 86 |
| 4.3. Comparaison des Performances | 88 |
| 4.4. Résultats et Interprétations | 89 |
| 4.5. Conclusion | 94 |
| Chapitre 5 : Evaluation des Performances d'un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel et d'un AS/RS à Charge Unitaire | 97 |
| 5.1. Introduction | 97 |
| 5.2. Espace Utilisé | 99 |
| 5.3. Temps de Transport | 101 |
| 5.4. Résultats et Interprétations | 104 |
| 5.5. Conclusion | 112 |
| Chapitre 6 : Analyse des Taux de Fonctionnement des Machines S/R d'un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel | 113 |
| 6.1. Introduction | 113 |
| 6.2. Etudes Préliminaires | 113 |
| 6.3. Stations de Dépôt/Livraison et Convoyeur de Re-Stockage aux extrémités opposées du rack | 115 |
| 6.3.1. Fonctionnement à taux élevé | 115 |
| 6.3.2. Fonctionnement à taux bas | 117 |
| 6.4. Stations de Dépôt/Livraison à l'extrémité du rack et Convoyeur de Re-Stockage au centre du rack | 119 |
| 6.4.1. Fonctionnement à taux élevé | 119 |
| 6.4.2. Fonctionnement à taux bas | 120 |
| 6.5. Stations de Dépôt/Livraison au centre du rack et Convoyeur de Re-Stockage à extrémités du rack | 122 |
| 6.5.1. Fonctionnement à taux élevé | 122 |

| | |
|---|------------|
| 6.5.2. Fonctionnement à taux bas | 123 |
| 6.6. Stations de Dépôt/Livraison et Convoyeur de Re-Stockage au centre du rack | 125 |
| 6.6.1. Fonctionnement à taux élevé | 125 |
| 6.6.2. Fonctionnement à taux bas | 126 |
| 6.7. Conclusion | 128 |
| Chapitre 7 : Optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour minimiser le temps de déstockage | 129 |
| 7.1. Introduction | 129 |
| 7.2. Formulation du Problème | 130 |
| 7.3. Résolution Numérique du Problème | 132 |
| 7.3.1. Technique d'énumération | 132 |
| 7.3.2. Méthodes d'arrondi | 133 |
| 7.3.3. Résolution du problème | 134 |
| 7.3.4. Une méthode exacte de résolution : SQP-BB | 136 |
| 7.4. Résultats et Interprétations | 136 |
| 7.5. Généralisation aux Autres Positions (cas B, C, et D) | 139 |
| 7.6. Expressions Analytiques des Dimensions Optimales du Rack | 142 |
| 7.7. Conclusion | 144 |
| Chapitre 8 : Perspectives et Extensions | 145 |
| 8.1. Introduction | 145 |
| 8.2. Validation Expérimentale des Modèles du Temps de Déstockage d'un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel | 146 |
| 8.3. Une Heuristique pour le Stockage/Déstockage dans un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel | 147 |
| 8.4. Modèles du Temps de Simple Cycle d'un AS/RS multi allées | 149 |
| 8.4.1. Approche continue | 150 |
| 8.4.2. Approche discrète | 152 |
| 8.4.3. Etude en simulation | 153 |
| 8.5. Conclusion | 155 |
| Conclusion Générale | 157 |
| Références Bibliographiques | 161 |

Remerciements

Lorsque je suis arrivé à l'Université de Tlemcen en 1992, Je ne connaissais pratiquement personnes. Mon frère Abdelhamid, me présenta son ami Noureddine Ghouali, Professeur à l'Université de Tlemcen. Ils avaient lancé quelques temps auparavant, en collaboration avec d'autres collègues, une petite entité de recherche appelée Laboratoire de Robotique. Oh combien rares étaient ces entités à cette époque et quelle chance j'avais d'y avoir tout de suite été acceptée. Mr Ghouali m'y accueillit avec plaisir. Je trouvais dans ce laboratoire le cadre idéal pour faire de la recherche. En 1996, je bénéficiais d'une bourse de formation alternée. Là encore, Mr Ghouali n'hésita pas une seconde, il accepta tout de suite d'être mon directeur de recherche. De plus il contacta ses amis et collègues, en France, pour me trouver un laboratoire d'accueil. Je lui en suis reconnaissant pour tout cela et bien plus, car tout au long de ces années, ses conseils éclairés, son amitié et sa modestie ont été pour moi d'une aide considérable.

Je me retrouvais donc, une nuit enneigée de Décembre 1996 à Nantes. Non seulement j'arrivais pour la première fois dans une ville où je ne connaissais personne, mais en plus, je ne savais même pas ce que voulait dire le mot productique. Mes travaux antérieurs traitaient de l'électronique de puissance, et comme tous les jeunes chercheurs, je croyais que la science se résumait à ce que je connaissais. Le regretté Houssine Chetto, Professeur à l'Université de Nantes, disparu prématurément, me reçut dans son laboratoire, me fit découvrir la productique, me proposa un thème de recherche et me suivit tout au long de mon travail. Je me souviens de cet automne 2000 où je le rencontrai pour la dernière fois, il était tout aussi dynamique. Il devait décéder quelques mois plus tard. Je tiens à lui rendre hommage par ce modeste travail.

Que pourrai-je dire de Brahim Cherki, Maître de Conférence à l'Université de Tlemcen. Comment pourrai je décrire ses amitiés sincères, ses discussions fructueuses, où on apprend toujours, que cela traite de l'automatique ou de l'histoire des sciences. Lorsque B. Cherki parle de sciences, son visage s'éclaire comme celui d'un enfant qui voit une friandise. Ses connaissances sont encyclopédiques et il n'hésite jamais à en faire profiter ses interlocuteurs. Avec ça, sa modestie, son amabilité et sa finesse

son légendaires. Je le remercie de me compter parmi ses amis et de m'avoir fait l'honneur de présider le Jury de cette thèse.

Que Hassane Alla, Professeur à l'Université de Grenoble, trouve ici, toute ma gratitude pour avoir accepté de juger ce travail, malgré le peu de temps qui lui était alloué. Les discussions que j'ai eu avec lui lors de congrès (CNP'98, CIP'01, CIP'03) ont toujours été très fructueuses pour moi, sa gentillesse n'a d'égal que sa culture scientifique. Je le remercie pour sa participation à ce Jury.

J'ai connu M.S.Boucherit, Maître de Conférence à l'Ecole Polytechnique d'Alger, dans la fin des années 80, lorsque je faisais mon Magister à l'ENP. Depuis ce temps, notre amitié s'est de plus en plus renforcée. Que de choses nous avons réalisé ensemble, je ne citerai que l'organisation des COMAEI'93 et 96. Je le remercie vivement pour avoir accepté d'expertiser ce travail et sa participation au Jury.

Lorsque j'ai rejoint le LNJI de Nantes en 1996, Quelques personnes m'ont permis de m'intégrer rapidement dans l'équipe. A leur tête, Nasser Mebarki. Il m'a appris beaucoup de choses, particulièrement dans le domaine de la simulation des systèmes de production. Les discussions fructueuses que j'ai eues avec lui m'ont beaucoup aidé dans mon travail de recherche. Il a toujours répondu favorablement à toutes mes sollicitations. C'était le cas, lorsque je lui ai proposé de faire partie de mon Jury de thèse. Je l'en remercie vivement.

L'acharnement de Noureddine Zerhouni, professeur à l'ENSMM de Besançon, de faire quelque chose pour le pays m'a toujours fasciné et ému. Il est derrière les CIP, le RPN et bien d'autres choses. Il est incapable de dire non à une sollicitation malgré toutes ses charges. Les discussions avec lui finissent toujours par « il faut faire quelque chose pour le pays ». Je le remercie pour tous cela et pour avoir accepté de participer à ce Jury.

Je remercie les membres du Laboratoire d'Automatique de Tlemcen, en particulier, A. Azzouz, N. Gaouar, L. Ghomri, K. Hachemi, A. Moussaoui et L. Triqui, sans lesquels ce travail n'aurait pu être achevé.

Je remercie aussi les membres du Laboratoire Nantais de Génie Industriel, en particulier, A Araab, C. Martinez, F. Poitiers et P. Castagna qui m'ont beaucoup aidé dans mes premiers pas en productique.

Que A. Belarbi, S. Grassman et C. Saygin de l'Université de Missouri Rolla, trouvent ici tous mes remerciements pour l'aide qu'ils m'ont prodigué lors de mon séjour à l'UMR.

Je remercie tous les membres enseignants travailleurs et étudiants de l'université de Tlemcen, qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier tous les membres de ma famille pour la patience, les sacrifices, les encouragements, la gentillesse et le soutien qu'ils m'ont prodigué tous au long de ce travail. Je citerai en particulier ma mère et ma femme.

Je remercie A. Sari et T. Sari pour les conseils éclairés qu'ils m'ont donnés, ainsi que pour la correction de ce mémoire.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'accomplissement de ce travail.

Je citerai quelques noms qui m'ont été d'un grand apport à certaines périodes de ma vie. Madame Abiayed Institutrice à l'Ecole Larbi Télessi. Monsieur Seladji et Madame Larbaoui, Professeur au Collège El Makkarri. Messieurs Bouguettaya, Fleuriot et Swidireck, Professeur au Lycée Commandant Ferradj. Messieurs A. Benazzouz, Refoufi, K. Meghriche et A. Hamedi de l'INELEC Boumerdes. Monsieur T. Bendimered de l'Université de Tlemcen.

Je ne pourrai clôturer cette liste sans rendre hommage à mon père Boumédiène Sari, autodidacte, à la culture encyclopédique, qui nous a fait aimer, à mes frères et à moi même, la science au sens le plus large et qui a fait tous les sacrifices qui soient, pour que nous puissions aller chercher cette science là où elle se trouve.

Enfin, je remercie Dieu Tous Puissant.

Introduction Générale

La transformation de matériaux en produits utiles est probablement l'une des plus anciennes activités de l'homme. Les civilisations passées sont le plus souvent évaluées et reconnues par « les produits manufacturés » qu'elles ont utilisés.

Mais comme toutes les entreprises humaines, l'activité de production est assujettie au changement constant dans la technologie et les connaissances humaines [Gershwin 94]. La production artisanale a été remplacée par les grandes unités industrielles au 19^{ème} et 20^{ème} siècles. Mais à la fin du 20^{ème} et au début du 21^{ème} siècle, ces grandes unités industrielles disparaissent et laissent la place à de nouvelles structures industrielles aux concepts différents. Ces structures sont « les Systèmes Flexibles de Production » (*Flexible manufacturing Systems, FMS*). Ces systèmes sont capable de produire de grandes mais aussi de petites quantités de produits à des coûts minimum, leurs structures leur permettent de produire un très large éventail de produits et donc d'être moins sujets à un crash économique.

L'un des plus importants objectifs des systèmes flexibles de production (FMS) est de minimiser tous les facteurs provoquant des surcoûts, sans pour autant donner de valeurs ajoutées aux produits. Parmi ces facteurs, il y a le stockage. Pendant le stockage, le produit ne subit aucune transformation, et donc, n'acquiert aucune plus-value. En contrepartie, il consomme du temps et de l'argent. De ce fait, dans les systèmes flexibles de production, le meilleur stockage, c'est « *pas de stockage du tout* ». Il est évident que cette affirmation, bien que vraie, n'est pas, pour autant, réalisable. Le stockage reste nécessaire pour le bon fonctionnement des systèmes de production. Par exemple, sur une chaîne de montage, si une pièce, aussi petite et peu coûteuse soit elle, venait à manquer, elle pourrait paralyser la chaîne toute entière.

Le système de stockage, doit être, par conséquent, le plus petit possible (minimiser l'investissement initial, le nombre de produits stockés,

les durées de stockage...). En même temps, il doit réagir très rapidement à une demande de stockage ou de déstockage, pour minimiser les temps d'attente au niveau de la production. Les systèmes automatisés de stockage/déstockage (*Automated Storage/Retrieval Systems, AS/RS*) sont une bonne alternative aux systèmes conventionnels de stockage pour atteindre les objectifs suscités.

Les systèmes flexibles de production (FMS) peuvent changer rapidement de produits ou de séquences de production, sans perdre leurs productivités, à condition qu'il soit possible d'obtenir le bon produit, palette, support, ou outil, à la bonne place et au bon moment. Pour ce faire, un système efficace pour leur stockage/déstockage et transport est requis. Un système intégré composé d'un FMS d'un AGVS (*Automated Guided Vehicle System*) et d'un AS/RS permet une production très efficace de grandes variétés de produits en petites et moyennes quantités.

Les AS/RS ont donc une importance capitale dans la réussite des défis de la nouvelle industrie. Malheureusement, mis à part certains types d'AS/RS (par exemple à charge unitaire), ils ne sont pas beaucoup étudiés, bien qu'ils soient très utilisés dans l'industrie et les services,. Ce manque d'intérêt pour les AS/RS particuliers tel que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, fait qu'ils ne sont utilisés que pour des applications particulières et très en deçà de leurs possibilités. Notre but dans ce travail est donc, de révéler ces possibilités de manière à explorer tous les champs d'applications de tels systèmes. Une étude méthodique a été menée sur l'AS/RS à convoyeur gravitationnel pour déterminer ses modèles, évaluer ses performances et optimiser ses dimensions.

Nous avons partagé ce travail en huit chapitres. Les deux premiers représentent une introduction à la productique, ils n'apportent rien de nouveau, mais ils sont utiles à la compréhension du sujet pour les non spécialistes. Les six chapitres restant représentent le travail proprement dit.

Le premier chapitre est une introduction aux systèmes automatisés de production. Il contient les principaux éléments nécessaires à la compréhension des systèmes flexibles de production. Il commence par une introduction générale où sont présentés les différents types de systèmes de production, les définitions des termes principaux utilisés en productique, les principes de ces systèmes et leurs mesures de performances. Ensuite, les différents éléments constituant un système de production sont présentés. On parle de stations de travail, d'équipement de transport, de systèmes de stockage et de systèmes de contrôle et de communications. La notion de flexibilité est ensuite développée et analysée en faisant un état de l'art sur la nécessité de la flexibilité, ses définitions, ses différentes classifications, ainsi que les mesures et les choix de celle-ci. Les différents types de systèmes

flexibles de productions sont ensuite présentés. Enfin, les cellules flexibles et la technologie de groupe, très utilisés dans les systèmes flexibles de production sont présentées. Leurs avantages et inconvénients ainsi que les différents types de cellules flexibles y sont inclus.

Le deuxième chapitre est composé de deux parties principales. La première partie est réservée à une présentation détaillée des systèmes de stockages. Ainsi les définitions, fonctions, compositions et utilités des systèmes automatisés de stockage/déstockage (AS/RS) sont développées. Ensuite, une présentation des différents types d'AS/RS est accomplie. Elle est suivie d'une section réservée à la conception des AS/RS et d'une autre, aux différentes méthodologies de stockage. Enfin une énumération des différentes composantes des aires de stockage ainsi que de leurs dispositions clôturer la première partie de ce chapitre. Dans la seconde partie un état de l'art détaillé, regroupant les travaux les plus importants dans le domaine est présenté. Plus de 120 articles concernant les systèmes automatisés de stockage/déstockage (AS/RS), leur analyse, modélisation, conception, contrôle, ordonnancement, pilotage, évaluation des performances et simulation sont cités. Malheureusement, aucun de ces articles ne concerne directement l'AS/RS à convoyeur gravitationnel que nous nous proposons d'étudier dans ce travail.

Le troisième chapitre, représentant le cœur de ce travail, est réservé à la modélisation des temps de transport des machines de stockage et de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Après une description du système et la présentation des travaux antérieurs, deux modèles sont développés : Le premier, modèle approché, est basé sur l'espérance mathématique de la fonction de distribution des distances, en terme de temps, entre les casiers et les stations de dépôt/livraison ou le convoyeur de re-stockage. Le second, considéré comme exact est la moyenne de tout les temps de transport entre les casiers et les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage. La section suivante est réservée à l'étude de l'influence des temps de dépôt/livraison et des retards d'accélération/décélération sur les temps de déstockage. Ensuite, une validation du modèle approché est réalisée à travers la simulation des deux modèles développés et de la comparaison des résultats obtenus pour chacun d'entre eux. Enfin l'interprétation des résultats de simulation ainsi que les conclusions de cette étude sont présentées.

Dans le quatrième chapitre, nous nous sommes intéressés à l'impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur les temps de transport de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Deux positions principales sont considérées : au centre ou au coin bas du rack. Nous commençons par une modélisation des temps moyens de stockage et de déstockage pour chacune de ces positions. Ensuite nous procédons à une comparaison des modèles obtenus en les divisant par des expressions de base,

ainsi nous obtenons des modèles par unités qui faciliteront la comparaison des différentes configurations du système. Enfin nous présentons les résultats de cette comparaison. Nous interprétons ces résultats pour classer les configurations par rapport à leurs performances.

Le cinquième chapitre est consacré à l'évaluation des performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel comparé à un AS/RS à charge unitaire équivalent. Une étude comparative des deux systèmes, est réalisée sur une grande plage de configurations et de fonctionnements. Deux critères de performances sont pris en considération : l'espace utilisé et les temps de transport. Le rapport entre les espaces utilisés pour chacun des systèmes dépendra de leurs configurations, plus particulièrement du nombre de couches dans l'AS/RS à convoyeur gravitationnel et du rapport entre la largeur de l'allée et celle du rack de stockage. Une investigation est conduite concernant les temps de stockage et de déstockage. Pour ce faire, trois paramètres principaux sont variés : le nombre de couches, le facteur de forme et le taux de remplissage. Enfin, une présentation des résultats et de leurs interprétations est réalisée. Il s'avère que certaines configurations de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel le rendent comparable à l'AS/RS à charge unitaire.

Au sixième chapitre, nous nous proposons d'étudier le taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage. Ce taux dépend de la fréquence de stockage et déstockage. Si celle-ci est importante, le taux sera élevé, si elle est faible, le taux sera bas. Pour notre part, nous nous intéressons dans cette étude, aux différences entre le taux de fonctionnement de la machine de stockage et celui de la machine de déstockage. Cette différence peut avoir des conséquences certaines, si le système travaille à un taux élevé. Une machine pouvant, ainsi, retarder l'autre, puisqu'en régime établi le taux de déstockage est égal au taux de stockage. Par contre, si le taux de fonctionnement du système est bas, la différence entre le taux de fonctionnement des deux machines S/R n'aura aucune influence parce que ces machines seront souvent en position de repos.

Le chapitre 7 concerne l'optimisation des dimensions de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel pour minimiser le temps de déstockage. Pour cela nous avons formulé le problème qui s'avère être un problème non linéaire en nombre entiers (PNLNE). Nous avons donc adopté les méthodes d'optimisation déjà utilisées dans ce domaine pour résoudre notre problème. Les résultats obtenus sont intéressants et nous ont menés au développement de solutions analytiques approchées.

Enfin le chapitre 8 est consacré aux perspectives et extensions de notre travail. Dans ce chapitre, nous présentons les travaux en cours relatifs à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, ainsi que les extensions possibles des modèles développés pour d'autres AS/RS. Commençons par une validation

expérimentale des modèles des temps de déstockage, développés au chapitre 3. Cette validation expérimentale est réalisée grâce au logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Ensuite, nous développons une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette heuristique, construite de manière intuitive, semble prometteuse et présente beaucoup d'intérêt. L'expérimentation de cette heuristique, en utilisant le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA, est en cours de réalisation. Enfin, nous présentons deux modèles du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées : un modèle continu approché et un modèle discret exact. Ces deux modèles sont comparés pour valider le modèle approché en utilisant la simulation. La procédure adoptée dans le développement et la simulation de ces modèles est similaire à celle utilisée pour le développement et la simulation des modèles de temps de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel présenté au chapitre 3. Des travaux sont en cours pour le développement de modèles du temps de double cycle ainsi que l'extension de ces modèles à des AS/RS à racks glissants.

Chapitre 1

Introduction aux Systèmes Flexibles de Production

1.1. Introduction Générale.

La transformation de matériaux en produits utiles est probablement l'une des plus anciennes activités de l'homme. Les civilisations passées sont le plus souvent évaluées et reconnues par « les produits manufacturés » qu'elles ont utilisés.

Mais comme toutes les entreprises humaines, l'activité de production est assujettie au changement constant dans la technologie et les connaissances humaines [Gershwin 94]. La production artisanale a été remplacée par les grandes unités industrielles au 19^{ème} et 20^{ème} siècles. Mais en cette fin de siècle, ces grandes unités industrielles disparaissent et laissent la place à de nouvelles structures industrielles aux concepts différents. Ces structures sont « les Systèmes Flexibles de Production » (*Flexible manufacturing Systems*). Ces systèmes sont capables de produire de grandes mais aussi de petites quantités de produits à des coûts minimum, leurs structures leur permettent de produire un très large éventail de produits et donc d'être moins sujets à un crash économique.

1.1.1. Les types de systèmes de production.

La production est la transformation de matériaux en quelques choses d'utiles et portables [Gershwin 94]. Askin et Standridge [Askin 93], pensent que la construction d'un bâtiment ou d'un pont est tout aussi de la production, que la fabrication de circuits électroniques par exemple. Il subdivise les systèmes de production en deux grands types :

- Les systèmes de fabrication, où les produits sont transformés, soit par usinage, soit par modelage.
- Les systèmes d'assemblage, où différents produits sont réunis pour former un produit final.

Askin et Standridge [Askin 93], donnent une classification de la configuration des systèmes suivant le type de déplacement des produits à travers le système de production (la figure 1.1 représente la quantité de produits par rapport à la variété de ces derniers et pour différentes configurations) :

- Configuration selon le type de produit (*Product layout*).
- Configuration selon le traitement (*process layout*).
- Configuration en îlots (*group technology*).
- Configuration à position fixe pour les produits trop volumineux (bâtiment, bateau, avions...). Dans cette dernière configuration, ce sont les machines qui se déplacent vers le produit.

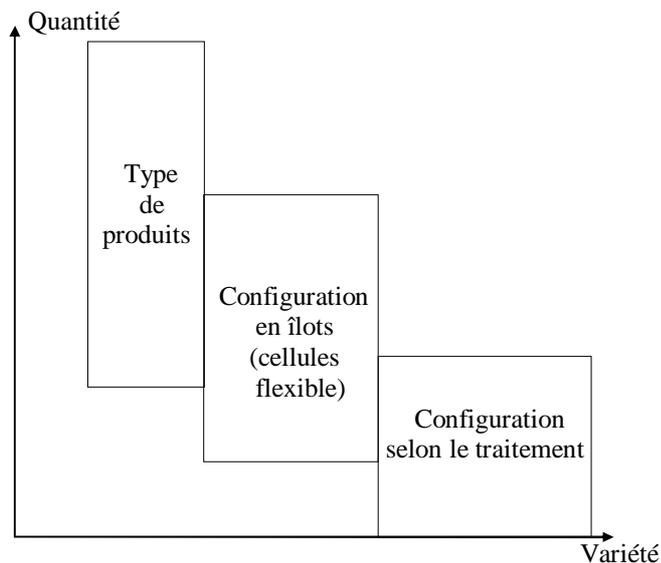


Figure. 1.1 : Quantité par rapport à Variété de Produits des différentes configurations des systèmes de production.

Viswanadham [Viswanadham 92] présente une classification, où la configuration des systèmes de production dépend de la quantité et de la variété des produits (comme représenté en figure 1.2) :

- Atelier conventionnel (*job shop*) : Il est utilisé pour la production de très faibles quantités de produits, voire de produits à l'unité (prototypes, machines outils, avions...)

- Production par lots (*batch production*) : Les produits sont manufacturés par lots de plus ou moins grands volumes (en général 75% des lots ont moins de 50 unités).
- Chaînes de production dédiée (*dedicated high volume production line*) : Elles sont utilisées pour la production, ou l'assemblage, d'un seul type de produit, à très grande productivité (automobile, lampes...)
- Production en flux continu (*continous flow process*) : Cette configuration est utilisée pour la production de très grandes quantités de produits en continu (raffinage de pétrole, sidérurgie, textile, industries chimiques...)

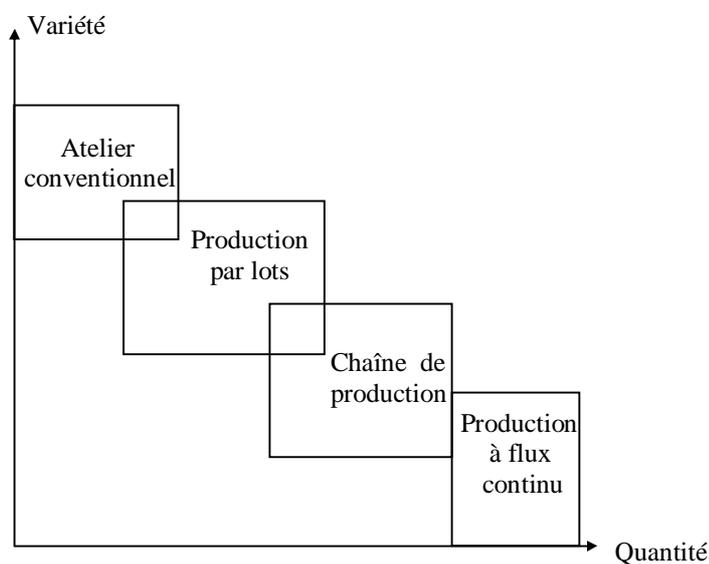


Figure. 1.2 : Variété par rapport à Quantité de Produits des différentes configurations des systèmes de productions.

La production peut se faire en discontinu (à la pièce) ou en continu (raffinage de pétrole...). Bien que les méthodes d'analyses soient faites pour la production discontinue, elles peuvent être néanmoins utilisées pour l'étude des systèmes de production continue [Gershwin 94] [Askin 93].

1.1.2. Définitions.

Avant d'aborder en détail le domaine des systèmes de production, nous allons donner quelques définitions concernant les paramètres les plus en vue de ce domaine.

□ Taux de production ou cadence de production : (*Production rate, throughput*). C'est la quantité de produit fabriqué par unité de temps. Si le

système produit plusieurs types de produits, alors le taux de production est donné sous forme de vecteur.

❑ Capacité : (*Capacity*) C'est le débit de sortie maximal pouvant être raisonnablement atteint compte tenu des différentes contraintes. C'est le taux de production maximum pour le cas d'un seul type de produit

❑ En-cours ou stock d'en-cours : (*Work-in-process, in-process inventory, work-in-progress*). C'est le produit dans ses différents stades d'élaboration dans l'atelier, depuis les matières premières jusqu'au produit complètement terminé.

- (*Work-in-process*) : Ce sont les produits en cours de production
- (*In-process inventory*) : Ce sont les produits présents dans tout le système de production.

❑ Temps de cycle : (*Throughput time, cycle time*). C'est le temps compris entre l'arrivée de la matière en production et la sortie du produit fini. C'est le temps moyen qu'un produit passe dans le système de production.

❑ Délai : (*Lead time*). Durée nécessaire à la réalisation d'un produit. C'est le temps entre la connaissance du besoin d'une commande et la fin de la réalisation du produit correspondant.

❑ Temps de changement (*setup time*) : C'est le temps nécessaire pour passer de la fabrication d'un article à un autre sur une unité de production donnée.

❑ Temps d'exécution (*processing time*) : C'est le temps pendant lequel un produit subit une transformation lui conférant une valeur ajoutée.

❑ Temps de transfert (*move time*) : C'est le temps que met un lot de produits pour se déplacer d'une opération à une autre.

❑ Temps d'attente (*queue time, waiting time*) : c'est le temps pendant lequel un produit, ou un lot de produits, reste près d'un poste de charge avant d'être transféré au poste suivant.

❑ Flexibilité (*flexibility*) : C'est la faculté d'un système à s'adapter réellement au changement de l'environnement. (la flexibilité sera traitée en détail au § 3).

❑ Qualité (*quality*) : C'est la conformité au besoin.

1.1.3. Principes des systèmes de production.

Les systèmes de production sont complexes et dynamiques, leurs performances dépendent des buts à atteindre et des stratégies utilisées pour

atteindre ces buts. L'étude des systèmes de production demande un certain nombre de principes, qui lui permettrait d'être standardisée dans le futur :

- Loi de Little (*Little's law*) : Cette loi est probablement le principe le plus reconnu dans les systèmes de production, elle stipule que :

$$L = \lambda W$$

L étant les en-cours (produit en cours de production), λ étant le taux de production et W étant le temps de cycle.

- La Conservation de la matière : En régime établi, la quantité de produits entrant dans le système est égale à la quantité de produits sortant de celui-ci.
- La Fiabilité par rapport à la taille du système : Plus le système est grand moins il est fiable. Ceci est dû aux difficultés rencontrées lors de la conception, de la gestion, de la maintenance..., des grands systèmes. La fiabilité d'un système donné est le produit des fiabilités des composantes indépendantes du système. Etant donné que la fiabilité est une valeur comprise entre zéro et un, la fiabilité d'un système est inférieure ou égale à la plus faible fiabilité de ses composantes.
- Le vieillissement : Un système de production perd ses capacités initiales avec le temps, un système flexible permet de s'adapter à cette déperdition.
- La Complexité par rapport à la taille du système : La complexité d'un système varie exponentiellement avec sa taille. Si M est le nombre de composants d'un système et N le nombre d'états de chaque composant, le système aura donc N^M états et le nombre de lien entre les composants sera de $M(N-1)/2$.
- Le progrès de la technologie : La technologie progresse continuellement. Ce qui permet d'améliorer régulièrement les performances des systèmes de production.
- L'aspect aléatoire des systèmes de production : Les équipements ne réagissent pas toujours de manière parfaitement connue (panne...). Ce qui peut être modélisé, c'est une moyenne de leurs fonctionnements.
- L'imperfection des systèmes de production : La perfection ne peut être atteinte, il faut se contenter de ce qui est satisfaisant.
- Gain des opérations combinées : Les simplifications, éliminations et combinaisons d'opérations permettent d'économiser du temps, de l'argent et de l'énergie.

1.1.4. Mesures de performances.

Le but principal d'un système de production est de faire des profits. Pour augmenter les profits, il faut fabriquer des produits à faible coût et de bonne qualité pour pouvoir les imposer dans un marché à forte compétition.

De ce fait, pour améliorer un produit, il faut minimiser son coût et augmenter sa qualité. Ceci peut se faire à travers l'optimisation d'un certain nombre de critères appelés critères de performances :

- **Le temps de cycle** : Il est composé du temps de changement, du temps d'exécution, du temps de transfert, et du temps d'attente. Seul le temps d'exécution augmente la valeur du produit, tandis que les autres temps, tout en coûtant de l'argent, ne donnent aucune valeur ajoutée au produit. Il faudra, donc, minimiser ces temps pour minimiser les coûts de production. Dans le cas idéal, ces temps sont nuls et le temps de cycle sera égal au temps d'exécution. Dans la réalité, il faut approcher autant que possible cette égalité.
- **Les stocks d'en-cours** : Les stocks d'en-cours coûtent de l'argent sans apporter de valeur ajoutée au produit. Ils doivent donc être minimisés. L'idéal serait que le nombre de produits en cours de production soit égal au nombre de produits en exécution. Néanmoins, il reste nécessaire de conserver des stocks pour pallier à d'éventuelles perturbations externes (approvisionnement défectueux, commande imprévue...) ou internes (pannes...)
- **Taux d'utilisation des machines** : Un taux d'utilisation de machines élevé, permet d'amortir ces machines plus rapidement, ce qui est avantageux. En contre partie, si on augmente le taux d'utilisation des machines sans tenir compte des autres facteurs, on risque de provoquer une augmentation importante des stocks d'en-cours. Il est, donc, préférable de laisser les machines à l'arrêt, que de surproduire. Le mieux c'est d'utiliser les machines pour fabriquer la quantité exacte du produit approprié au bon moment.
- **Le taux de production** : Le taux de production représente la quantité de produits sortant du système par unité de temps, il doit donc être maximisé.
- **La capacité** : la capacité est le débit de production maximum pouvant être atteint. C'est la valeur maximum que peut atteindre le taux de production.
- **La qualité** : La qualité est l'un des plus importants critères de performances. Des produits défectueux qui échappent à l'inspection peuvent provoquer des pertes nettement supérieures à leurs propres valeurs marchandes (blocage de la chaîne de montage, retour de produit dans le

cadre de la garantie...). A cause de ces problèmes, des techniques d'inspections des produits ont été mises au point, pour remplacer la méthode classique d'inspection d'échantillons pris aléatoirement à la fin de chaque fabrication.

- Contrôle en cours de production (*process control*) : Ici, les produits sont inspectés pendant la fabrication, les corrections, en cas de défauts, se font immédiatement. Ce qui permet d'éviter de fabriquer des produits défectueux irrécupérables. Cette technique permet, donc, non seulement, d'augmenter la qualité, mais aussi, de diminuer les coûts de production. (voir § 2.1.5)
- Inspection de 100% des produits. Dans cette technique, tous les produits sont inspectés. Elle est particulièrement adaptée aux produits à haut niveau de technicité (voir § 1.2.1.5)

1.2. Les Eléments des Systèmes Flexibles de Production.

Un système flexible de production (*Flexible Manufacturing System, FMS*) est constitué d'un ensemble de machines à commande numérique, de stations de travail connectées par un système de transport automatisé, le tout commandé par ordinateur.

Les systèmes flexibles de production peuvent être caractérisés par les points suivants :

- Machines reprogrammables à commande numérique.
- Changement d'outils automatisé
- Système de transport automatisé
- Chargement et déchargement automatisé
- Contrôle coordonné.

Les systèmes flexibles de production nécessitent des machines complexes et chères, mais leur nombre est réduit par rapport à d'autres systèmes de production. Globalement une économie dans le coût et l'espace de l'ordre de 30% peut être réalisée [Askin 93].

Les systèmes flexibles de production sont constitués d'un certain nombre d'équipements qui peuvent être divisés en quatre grandes familles :

- Les stations de travail, englobant les machines à commande numérique, les systèmes de changement d'outils, les palettes, les supports, les systèmes d'inspection...

- Les systèmes de manutention et de transport, comprenant les systèmes de transport, les robots manipulateurs...
- Les systèmes de stockages, renfermant les aires de stockages, les systèmes de chargement/déchargement...
- Les systèmes de contrôle et de communication.

1.2.1. Les stations de travail.

Une station de travail est composée d'une machine à commande numérique, d'un magasin d'outils avec un système automatique de changement d'outils, d'un magasin à palettes et supports, d'un système automatique de chargement/déchargement des palettes dans la machine, d'un système automatique d'inspection et d'un système de contrôle.

1.2.1.1. Les Machines.

La principale composante des systèmes flexibles de production est, sans conteste, la machine. C'est au niveau de la machine que le produit acquiert une valeur ajoutée lors de sa fabrication par usinage (machines outils) ou par transformation (moulage, injection, traitement de surfaces...) :

- Les machines outils, utilisées dans les systèmes flexibles de production, sont, en général, des machines à commande numérique. Elles sont commandées par un programme mémorisé dans un contrôleur à base de microprocesseur. Le programme est développé pour chaque produit. En changeant d'outils et de programme de commande, une machine est en mesure de réaliser une grande variété d'opérations sur des produits de forme, de taille et de matériaux différents.
- Les machines d'injection ont un moule, un système d'injection, un creuset chauffé (plastique, zamac, aluminium...). Le moule s'ouvre et se ferme automatiquement, les pièces sont chassées du moule par des éjecteurs, l'injection se fait par un système de piston à haute pression.
- Pour le traitement de surfaces, un ensemble de bacs est installé en chaîne, reliés par un ou plusieurs chariots automatisés. A l'une des extrémités de la chaîne se trouve la station d'entrée / sortie.
- Un nombre important de types de machines existe dans les systèmes de production. Nous citerons à titre d'exemple : les laminoirs, les presses, les fours, les plieuses...

1.2.1.2. Les palettes et supports.

Les palettes et supports sont des composants essentiels d'un système flexible de production. Les palettes sont des pièces qui servent d'interface entre les machines et les produits. Le support est un dispositif qui permet de soutenir le produit pendant la fabrication ou l'assemblage. Les produits, solidaires de leurs supports, se déplacent dans le système de production sur des palettes.

La palette doit pouvoir se déplacer dans tout le système de production, elle doit, donc être compatible avec tous les éléments du système flexible de production. Les palettes sont de forme carrée, rectangulaire ou circulaire, elles peuvent être fabriquées en acier, en bois ou en plastique.

Le support soutient et localise le produit. La forme des supports dépend du type de produit. Les supports dédiés à un produit ne sont pas utilisables pour un autre. De ce fait, les supports provoquent une augmentation des coûts de production, particulièrement pour les produits en petits lots. Des tentatives de fabrications de supports standard, autorisant leurs utilisations pour une plus ou moins grande variété de produits, ont permis d'augmenter la flexibilité du système et de diminuer les coûts de productions. L'une des techniques de fabrication de supports flexibles, est de réaliser les supports en assemblant un groupe de pièces de formes standards (formes en V, en \square , en T...)

1.2.1.3. Changeur automatique d'outils.

Un changeur automatique d'outils est un système capable de sélectionner l'outil approprié, pour une opération donnée, à partir d'un magasin d'outils et de le fixer sur la tête porte outils de la machine. Les magasins d'outils, capables de contenir jusqu'à 60 outils, et plus quelques fois, peuvent être en forme de disque, d'anneau ou de chaîne.

Il est possible d'utiliser des magasins d'outils centralisés pour tout le système. Dans ce cas, des zones tampons de stockage d'outils sont disposés au niveau de chaque station de travail, et un système de transport est utilisé pour transférer les outils du magasin central vers les stations de travail. Ce système présente l'avantage d'une réduction du nombre total d'outils dans le système, mais nécessite un système de transport plus élaboré et présente des temps de changement plus longs.

En règle générale, les changeurs automatiques d'outils, améliorent la productivité du système, augmentent sa flexibilité, réduisent les en-cours et les coûts de production, particulièrement pour les petits lots de produits.

1.2.1.4. Magasin et chargement/déchargement des palettes.

Lorsque les produits arrivent à la station de travail sur les palettes, ils sont réceptionnés dans un magasin en forme de carrousel, de ligne ou autre. Les produits sont ensuite chargés sur la table de travail de machine à l'aide d'un système automatique de chargement/déchargement, qui peut être, par exemple un robot manipulateur. La machine, à l'aide d'un système de détection (code barre...) identifie le produit, charge l'outil et le programme correspondants à ce produit, et procède à la fabrication.

Pour réduire le nombre de supports, et si les temps de changement d'outils sont suffisamment faibles, la fabrication peut se faire à la pièce et non par lots. Des pièces différentes arrivent à la machine, qui les traite les unes à la suite des autres, en changeant à chaque fois, programmes et outils. Ceci permet de réduire considérablement le nombre total de supports, mais, en contre partie, il faudra prévoir des magasins d'outils plus importants.

1.2.1.5. Système automatique d'inspection.

L'inspection des produits a pour but d'assurer que ces derniers répondent aux spécifications exigées. Un système efficace d'inspection est vital pour la fabrication de produits de qualité.

On peut définir une inspection comme une opération où la totalité ou une partie du produit est comparée avec le produit normalisé. L'inspection automatique nécessite l'intégration de cette dernière dans le cycle de production. Ce qui permet de minimiser les transports et de corriger rapidement les défauts. L'inspection automatique requiert différents types de technologies : informatique, électronique, optique, ultrason, métrologie, photographie...

Dans le passé, l'inspection se faisait après la production de tout le lot. Cette méthode provoquait des pertes considérables : des produits défectueux, en plus ou moins grandes quantités, devaient être, soit retravaillés, soit rejetés. De plus, les corrections du processus de fabrication ne pouvaient être faites que pour les lots suivants. Pour remédier à ces problèmes, deux techniques d'inspection ont été élaborées.

- Inspection pendant l'opération : Cette inspection se fait pendant la fabrication, la pièce est positionnée, sur la table de la machine, et jaugée pendant la fabrication. Cette technique n'est pas très précise, mais elle est souvent suffisante et nécessite un faible investissement de départ. De plus, elle permet d'informer le contrôleur de la machine sur les corrections à apporter au processus de fabrication (usure d'outils, positionnement...).

- **Inspection après l'opération** : Après l'exécution de l'opération, la pièce est transportée vers une machine de mesure qui vérifie les dimensions, l'état de surface..., de la pièce. Après vérification, la pièce est orientée vers la destination appropriée (acceptée, rejetée ou retravaillée). De plus, des informations sont transmises aux machines outils pour la correction des défauts. Cette technique est beaucoup plus précise que la précédente, mais elle nécessite un investissement très important.

1.2.1.6. Système de contrôle.

Une station de travail est un système complexe composé de plusieurs équipements interdépendants. Le système de contrôle a pour mission de coordonner et superviser le fonctionnement de tous ces équipements. Il doit superviser un certain nombre de fonctions dont :

- Le chargement du produit sur la machine, l'exécution de l'opération et le déchargement.
- Surveiller et protéger le système des perturbations (mauvais chargement, casse d'outil, casse de support...).
- Veiller au respect des priorités des différents produits.
- Maximiser l'utilisation de la machine et minimiser la quantité d'équipements annexes (outils, supports, palettes...)

Le système de contrôle a d'autres fonctions, parmi elles, celle de surveiller l'usure des outils pour les remplacer avant leur casse. Ceci est réalisé par l'utilisation de plusieurs détecteurs qui permettent de déceler des :

- Changements dans les dimensions des produits.
- Changements dans la géométrie des outils.
- Augmentation des vibrations et du bruit.
- Détériorations de l'état de surface.
- Changement dans le couple et la température de coupe.

Ces détections se font en ligne et les corrections peuvent intervenir tout de suite après la fin d'une opération.

1.2.2. Les équipements de transport.

1.2.2.1. Introduction.

Les équipements de transport servent à déplacer les produits et éventuellement les outils entre les machines suivant les chemins planifiés pendant la conception du FMS.

Il existe différents moyens de transport et différentes stratégies. On peut, par exemple, transporter les produits d'une aire de stockage vers une station de travail, puis vers une aire de stockage, ou par contre faire les déplacements entre les stations de travail, ce qui diminue le nombre de déplacements. On peut aussi déplacer les produits par petits lots au lieu que ce soit par unité. Le choix de l'une de ces méthodes dépend du système global. On favoriserait le déplacement à l'unité lorsque les distances entre stations sont petites. Par contre, pour de grandes distances, le déplacement par lots sera plus intéressant. De plus, la taille et le poids des produits, comparés au système de transport, peuvent limiter le choix d'une méthode ou d'une autre.

1.2.2.2. Classification des équipements de transport.

Il existe plusieurs manières de classifications des équipements de transport [Viswanadham 92] :

- Suivant le type d'installation (sur le sol, suspendu ou aérien).
- Suivant le type de commande (manuel, contrôlé, automatique)
- Suivant le type de déplacement (chemins fixes ou routage flexible)
- Suivant le type de fonctionnement :
 - Dans les systèmes synchrones, toutes les charges dans le système, se déplacent simultanément à la même vitesse et à intervalles réguliers.
 - Dans les systèmes asynchrones, les charges se déplacent indépendamment les unes des autres.

1.2.2.3. Différents types d'équipements de transport.

Il existe différents types d'équipements de transport, avec des degrés d'automatisation très variables. Nous pouvons citer :

- Les convoyeurs : Ils sont utilisés pour le transport de produits de taille et de poids uniforme avec un débit important à des destinations précises et sur un chemin fixe. Il existe différents types de convoyeurs : convoyeur à tapis roulant, à chaîne, à rouleau... Il peuvent être à même le sol, surélevés, ou

aériens. Les convoyeurs sont des équipements de transport synchrones. Ils peuvent être en forme de ligne (unidirectionnel ou bidirectionnel), ou en boucle fermée (déplacement continu ou re-circulation). Ils sont utilisés dans les chaînes de montages, les carrières, les cimenteries, les aéroports...

- Les grues et palans : Ils sont utilisés pour les déplacements verticaux et/ou horizontaux de produits de divers tailles et poids dans un espace limité. Ils sont utilisés principalement dans les chantiers de construction, les ports...
- Les véhicules industriels : Les tracteurs d'aéroport, les transpalettes..., sont autant de véhicules qui servent à transporter différents types de produits suivant des chemins variables pourvu que des allées adéquates soient prévues. Les véhicules autoguidés (*Automated Guided Vehicles*, AGV) sont les véhicules industriels les plus élaborés avec un degré d'automatisation très important. (voir § 2.2.4)
- Les robots industriels : Ils sont utilisés comme équipements de chargement déchargement et/ou déplacement de produits d'un point à un autre dans un espace limité. De plus, ils peuvent être utilisés pour réaliser des opérations simples comme le soudage à point ou la peinture. Ils sont en général commandés numériquement, et sont compatibles avec les machines à commande numérique. Les robots sont classifiés de différentes manières. Parmi elles, la classification par catégorie [Viswanadham 92] :
 - Les robots de première catégorie sont des robots à séquence fixe, sans détecteurs, ni puissance de calcul.
 - Les robots de seconde catégorie sont des robots dotés de détecteurs externes, et d'une certaine puissance de calcul. Cela leur permet de modifier leurs actions en réponse à de petites perturbations. Ils sont capables de distinguer les différents produits (taille, forme...) et de les classer par type.
 - Les robots de troisième catégorie sont des robots intelligents qui sont capables de collecter des informations à travers des capteurs, de traiter ces informations dans des calculateurs puissants et de prendre les décisions qui s'imposent.

Les robots industriels ont un large potentiel d'applications dans les systèmes flexibles de production. Ils peuvent s'adapter à l'environnement à travers leurs capteurs et leurs contrôleurs programmables. Ils peuvent communiquer facilement avec les autres équipements du système par leurs contrôleurs respectifs.

Les déplacements des produits n'augmentent pas leurs valeurs ajoutées, par contre, ils coûtent de l'argent, du temps et provoquent des risques de

détériorations. Il ne faut donc déplacer les produits que quand c'est nécessaire, et dans tous les cas minimiser les temps et distances de déplacements.

1.2.2.4. Les Véhicules autoguidés (*Automated Guided Vehicles*).

Les convoyeurs se déplacent sur des chemins fixes, les véhicules avec chauffeurs peuvent se déplacer de manière complètement indépendante. Entre les deux se trouvent les véhicules autoguidés. Ils peuvent se déplacer entre un nombre défini de destinations. Ces destinations sont pré-programmées dans un système de contrôle. Les véhicules autoguidés sont, peut être, l'équipement de transport le plus utilisé dans les systèmes flexibles de production grâce aux nombreux avantages qu'ils présentent. Parmi ces avantages, nous pouvons citer :

- Grande flexibilité de routage.
- Possibilité d'automatisation totale.
- transport de charges très importantes (jusqu'à 50 tonnes [Viswanadham 92]).

Il existe différents types d'AGV :

- Les AGV remorqueurs (*towing AGVs*), qui peuvent tirer des charges sur roulettes, sont utilisés dans les installations où les charges sont volumineuses. Ils sont capables de tracter des charges de l'ordre de 25 tonnes [Viswanadham 92].
- Les AGV à charge unitaire (*unit load AGVs*), sont utilisés pour transporter des charges sur leurs plates-formes. Ils peuvent être équipés de plusieurs accessoires comme des rouleaux, des convoyeurs à tapis, des chariots élévateurs... Ils peuvent être unidirectionnels ou bidirectionnels. Des charges transportées de l'ordre de 6 tonnes sont fréquentes [Viswanadham 92].
- Les AGV d'assemblages (*assembly line AGVs*), sont utilisés dans les lignes d'assemblages. Ils transportent les produits d'une station d'assemblage à une autre, jusqu'à la livraison des produits finis à la dernière station.
- Les AGV à Bras Manipulateur (*robotic arm AGVs*), sont des combinaisons d'AGV et de robots. Ils sont utilisés pour les faibles charges. On les rencontre, principalement, dans l'industrie des semi-conducteurs. Leur potentiel d'utilisation est nettement plus important que celui des autres types d'AGV (avantages des AGV et des robots).
- Les AGV pour systèmes de fabrication flexibles (*flexible machining system AGVs*), sont des AGV qui servent à transporter et servir de supports aux

produits. De plus, les outils nécessaires à la fabrication y sont entreposés. Dans ce cas, la matière première et les outils sont chargés sur l'AGV, ils sont transportés aux différentes stations de travail pour subir les différentes opérations tout en restant sur l'AGV. Finalement le produit fini est déchargé de l'AGV. Ces véhicules nécessitent une grande précision de positionnement. Ils permettent de réaliser des ateliers flexibles entièrement automatisés.

- Les AGV autonomes (*autonomous AGVs*), sont les AGV du futur. Ils pourront communiquer avec les autres AGV du système et avec le contrôleur principal. Ils seront dotés de systèmes visuels leur permettant d'éviter les obstacles et de reconnaître les produits. Ils seront capables de détecter leurs propres dysfonctionnements, de se réparer, de détecter les accidents...

Les AGV sont guidés de différentes manières :

- Electromagnétique, par fil électrique enterré, dans ce cas l'AGV détectera les signaux radio fréquence (RF) transmis dans le fil et pourra suivre le chemin tracé par le fil. Ce système est très utilisé parce que très fiable. Son principal inconvénient est la difficulté d'ajouter ou de modifier les chemins.
- Optique, ici, des bandes en couleurs sont peintes ou collées sur le sol. Des capteurs optiques permettent de détecter les différences de couleurs et de suivre ces bandes. Facile à installer, ces systèmes présentent l'inconvénient d'être inefficaces dans les environnements sales ou poussiéreux.
- Infrarouge, dans ce cas les véhicules sont équipés de caméras qui détectent des sources de lumière infrarouge aux extrémités des allées. D'installation facile et peu coûteuse, insensible à la lumière ambiante, ils présentent, néanmoins, l'inconvénient de la sensibilité aux obstacles visuels.

D'autres systèmes de guidages sont aussi utilisés comme le guidage par inertie, par triangulation, à ultrason, à laser...

1.2.2.5 Les Systèmes de Véhicules Auto Guidés.

Pour pouvoir concevoir un système AGV (AGVS) fonctionnant en chargement/déchargement, un certain nombre de spécifications doivent être pris en compte :

- Le point de chargement P, et de déchargement D.
- Le chemin qui relie les emplacements P et D.
- Le nombre d'AGV à mettre en œuvre.

- l'itinéraire que doivent prendre les AGV

Le chemin et les emplacements dépendent de la conception. Le nombre de véhicules et le routage dépendent de l'exploitation.

Il existe plusieurs types de configurations d'AGVS :

- Les AGVS unidirectionnels, où les AGV ne peuvent circuler que dans un seul sens. Ils présentent l'avantage de la simplicité, mais sont peu efficaces (figure. 1.3).

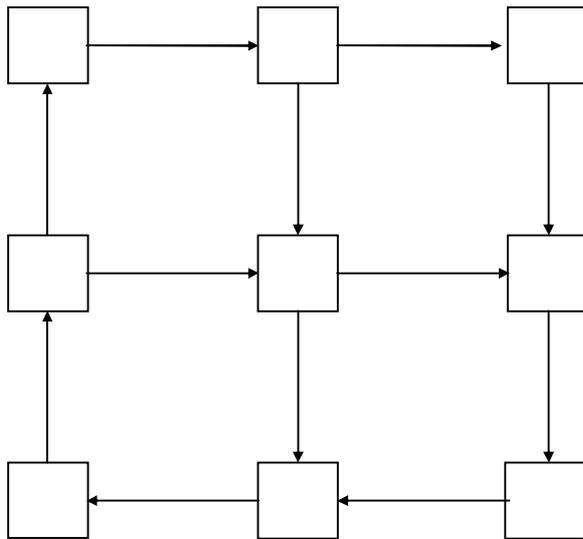


Figure. 1.3 : Système AGV unidirectionnel.

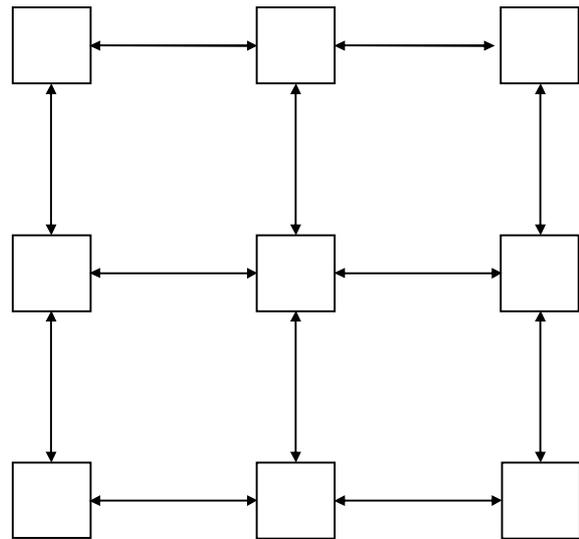


Figure. 1.4 : Système AGV bidirectionnel.

- Les AGVS bidirectionnels, où les AGV peuvent circuler dans les deux sens. Ils nécessitent des contrôles complexes, mais permettent de réduire le temps de transfert. (figure. 1.4)
- Les AGVS à lignes Multiples, où dans chaque allée, il existe deux voies où les AGV peuvent circuler en sens inverses. Ceci permet d'éviter les blocages des systèmes bidirectionnels et les temps d'attentes importants des systèmes unidirectionnels. Il requiert, en contre partie, des allées plus larges et des systèmes de chargement/déchargement plus élaborés. (figure. 1.5)
- Les systèmes mixtes qui regroupent des combinaisons des trois systèmes précédents. Ces systèmes tentent de bénéficier des avantages des trois systèmes usuels tout en évitant leurs inconvénients. Ils peuvent être développés suivant la topologie du système de production et le taux d'échange entre ses différentes stations. (figure. 1.6)

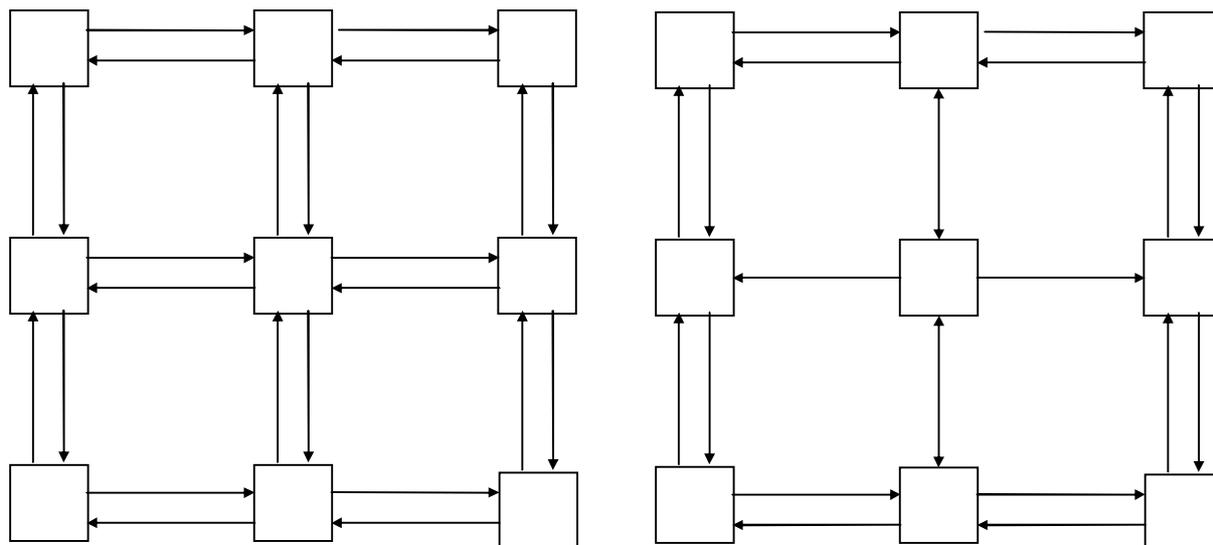


Figure. 1.5 : Système AGV à lignes multiples. Figure. 1.6 : Système AGV mixte.

Souvent, dans les systèmes AGV, des points d'intersections compliquent le contrôle (priorité, attente...) et augmentent les temps d'attente et de transfert. Pour pallier à ces inconvénients, une technique de routage appelée *tandem AGVS* a été développée. Dans le système tandem, plusieurs boucles sont définies suivant la topologie du système de production (par exemple une boucle par cellule). Chaque boucle dessert un certain nombre de stations de travail plus des aires de transit avec des boucles adjacentes. Le produit circule soit dans une boucle (transport sur AGV), soit entre deux boucles (déplacement dans une aire de transit).

1.2.3. Les systèmes de stockage.

1.2.3.1. Introduction.

Bien que l'un des principaux objectifs de l'étude des systèmes flexibles de production soit la réduction des en-cours et des stocks, il reste néanmoins nécessaire de construire des aires de stockage dans les unités de production. Ces aires peuvent être utilisées pour stocker des produits qui peuvent, par exemple, en cas de perturbations, paralyser une chaîne de montage...

Les aires de stockage peuvent, en plus du stockage, servir à d'autres activités, comme l'emballage, le contrôle de qualité... Les aires de stockages peuvent aller du système complètement automatique au stockage manuel.

1.2.3.2. Composants d'une aire de stockage.

Une aire de stockage est composée d'un bâtiment, d'un système de rangement (racks, étagères...) d'un mécanisme de transport, de chargement et déchargement, et d'un système de contrôle.

Le bâtiment est en général construit en structure légère supportée par les racks de rangement. Le système de rangement est en général une structure en étagères composées de profilés d'acier verticaux sur quoi se fixent des profilés d'acier horizontaux formant les supports pour les palettes de stockage.

Afin de réduire l'espace réservé aux allées, des convoyeurs gravitationnels peuvent être utilisés dans chaque casier du rack. On insère les produits à stocker par une extrémité du convoyeur et on les ressort par l'autre extrémité. Ces systèmes respectent la loi premier entré premier sorti - FIFO (*First In First Out*).

Les systèmes de portiques roulants, de carrousels... peuvent être utilisés pour faciliter le stockage/déstockage. Des mécanismes de transport automatiques, semi-automatiques ou manuels sont utilisés pour le transport, le chargement et le déchargement des produits : les transpalettes sont souvent utilisées à cet usage, mais dans ce cas, jusqu'à 50% de l'espace des aires de stockage sera réservé aux allées qui doivent être assez larges pour permettre aux transpalettes de manœuvrer [**Tanchoco 94**].

Des véhicules spéciaux peuvent être utilisés pour minimiser les surfaces des allées. Ces véhicules roulant à grande vitesse (160 m/min) circulent sur des rails à même le sol ou suspendu. Ils sont équipés d'un plateau se déplaçant à la perpendiculaire des allées, ce qui permet le chargement et déchargement des palettes sans faire de manœuvres. De ce fait, les allées sont en général de 15 cm plus larges que les palettes [**Tanchoco 94**].

Les systèmes de stockage doivent être compatibles avec les systèmes de transport. Une aire de transit doit être prévue pour déposer les produits à stocker et récupérer les produits à déstocker.

1.2.3.3. Méthodologie de stockage.

Il existe plusieurs types de systèmes de stockage. Les systèmes automatiques peuvent sélectionner les lieux de stockage, reconnaître le produit etc. Mais, il est possible, d'utiliser des opérateurs humains pour certaines opérations, ce qui permet de supprimer certains automatismes et d'augmenter la flexibilité du système. Les systèmes automatiques coûtent plus chers à l'investissement, mais sont en général plus fiables.

Les systèmes de stockage peuvent être soit dédiés soit ouverts. Dans les systèmes dédiés, chaque produit possède sa propre aire de stockage. Dans les systèmes ouverts, le stockage des produits se fait de manière aléatoire, dans ce cas, un système de commande élaboré doit mémoriser les emplacements des différents produits, pour pouvoir les récupérer, ainsi que les emplacements libres.

1.2.3.4. Les systèmes automatisés de Stockage/Déstockage.

Les systèmes de stockage les plus élaborés sont les systèmes automatiques de Stockage/Déstockage (*automated storage retrieval systems AS/RS*). Ces systèmes, de plus en plus utilisés, sont constitués de magasins de stockage (racks), de machines S/R de stockage/déstockage (une machine S/R par allée) et d'un convoyeur reliant les machines S/R et les points d'entrée/sortie de l'aire de stockage [Keserla 94]. Les AS/RS seront détaillés dans le chapitre 2.

Les magasins de stockage sont constitués de grandes étagères (racks) installées le long d'allées permettant l'accès aux emplacements de stockage.

La machine de stockage déstockage peut être un portique en forme de rectangle creux, les cotés horizontaux glissent sur des rails fixées le long des allées (l'un au sol, l'autre au plafond). Tandis que sur les côtés verticaux est placé un plateau glissant à deux degrés de liberté (linéaires, avec l'un vertical et l'autre horizontal perpendiculaire à l'allée) permettant de charger et décharger les palettes.

Les convoyeurs reliant les machines S/R sont en général des convoyeurs linéaires soit à tapis roulant soit gravitationnels. A leurs deux extrémités, sont fixés les points d'entrée et de sortie du système de stockage [Askin 93].

1.2.4. Les systèmes de contrôle et de communications.

Le système de contrôle peut être composé d'un ordinateur central de commande, il donne des instructions et reçoit des états des situations de chaque équipement du FMS. Il peut garder en mémoire les gammes d'usinage des produits si les ordinateurs subalternes sont saturés.

C'est le système de contrôle qui décide quand et/ou comment les produits doivent se déplacer entre les différentes machines et être chargés ou déchargés.

Un système de contrôle élaboré peut commander et ordonnancer en temps réel le FMS. Il peut, entre autres, décider de remplacer les outils après une certaine durée d'utilisation pour éviter les pertes de qualité et les risques de casse ; il peut vérifier la charge des batteries des AGV... [Askin 93].

Le système de contrôle est composé de trois entités principales :

- Les calculateurs, sont des ordinateurs à base de microprocesseurs dotés de mémoire et de puissances de calculs plus ou moins grandes.
- Les logiciels, développés pour chaque type de commande, sont le cœur du système de contrôle. De leurs puissances dépend le degré de performances du système.
- Les bases de données, les systèmes de transmission d'information, les capteurs... représentent la troisième entité.

1.2.4.1. Architecture des systèmes de contrôle

Plusieurs structures de contrôle ont été développées pour la commande des FMS. La plupart d'entre elles sont une variante ou une combinaison de trois structures principales :

- La structure centralisée. Cette structure est caractérisée par un seul centre de contrôle pour l'élaboration de l'ensemble des décisions. Toutes les informations arrivent dans un contrôleur central qui, après traitement prend les décisions qui s'imposent et les transmet aux différentes composantes du FMS pour les exécuter (figure.1.7).

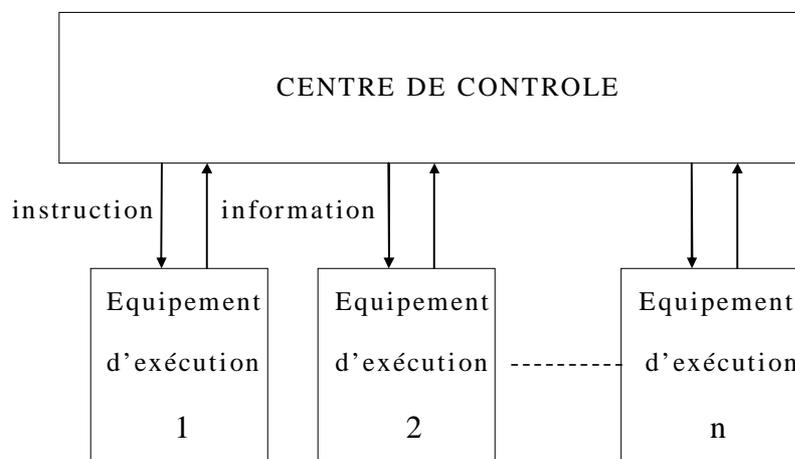


Figure. 1.7 : Représentation d'une structure de contrôle centralisée.

Cette structure présente l'avantage de centraliser les décisions et de limiter le nombre de transmissions d'informations. En contre partie, elle présente plusieurs inconvénients dont :

- La limitation de la taille du FMS (imposée par les temps de traitement dans le centre de contrôle).

- La sensibilité aux perturbations (c'est l'ordinateur central qui doit prendre, par exemple, la décision de changer un outil après une casse).
 - Le risque de paralysie du FMS en cas de défaillance de l'ordinateur central.
 - La difficulté d'extensions (ajout de nouveaux équipements). Le contrôle de chaque nouvel équipement doit se faire à partir de l'ordinateur central. Ce qui nécessite à chaque fois des réaménagements importants des logiciels et des systèmes de communications.
- **La structure hiérarchique.** Dans cette structure, il existe plusieurs niveaux de contrôle, chacun recevant des instructions du niveau supérieur et transmettant des instructions au niveau inférieur. De même, les informations étant transmises en sens inverse (figure 1.8).

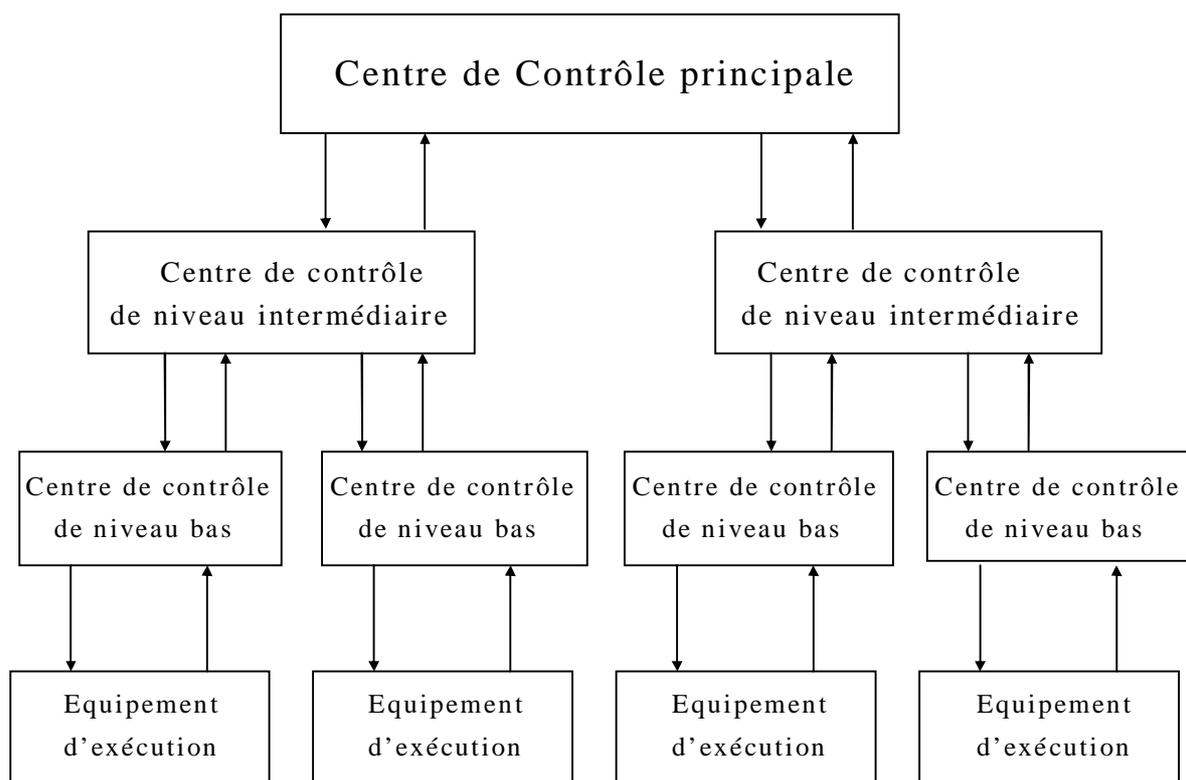


Figure 1.8 : Représentation d'une structure de contrôle hiérarchique à trois niveaux.

Cette structure présente plusieurs avantages dont :

- Le nombre de décisions par centre de contrôle, à prendre pendant un temps donné est moins important.

- Chaque niveau possède une certaine autonomie de calcul et de décision.

Par contre elle présente des inconvénients, dont le principal est le manque de coopération entre les centres de contrôle de même niveau.

- La structure distribuée. Cette structure est caractérisée par la disposition de plusieurs centres de contrôle de même niveau et de même priorité. Chaque centre de contrôle, prend ses décisions indépendamment des autres, en fonction de son environnement propre, tout en ayant une coopération (échange d'informations) avec les autres centres de contrôle (figure 1.9)

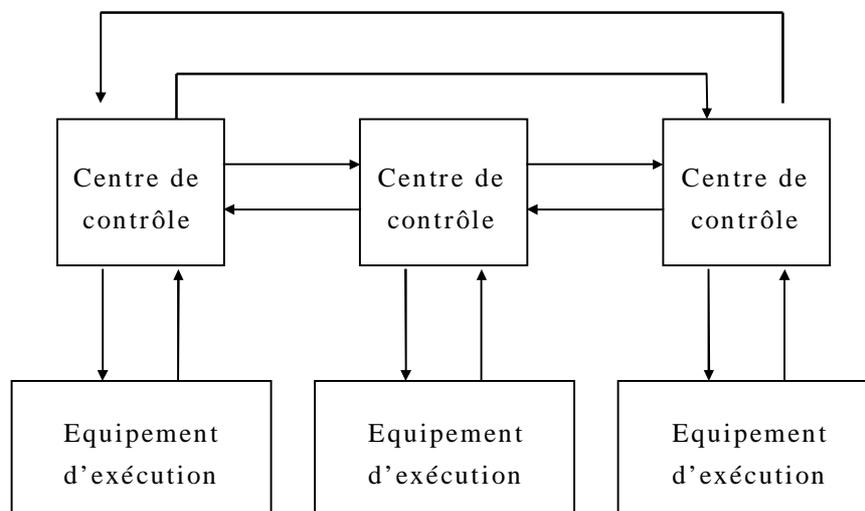


Figure 1.9 : Représentation d'une structure de contrôle distribuée.

Cette structure à pour principaux avantages :

- Chaque centre de contrôle peut prendre des décisions en temps réel concernant les équipements sous sa responsabilité.
- Le nombre de décisions par unité de temps est faible.
- La coopération avec les autres centres permet la prise de décision en tenant compte de l'environnement global.

Des structures hybrides, tentant de bénéficier des avantages de chaque structure existent. Par exemple, une structure hiérarchique, où les centres de décisions de chaque niveau pourront communiquer entre eux tout en ayant plus de liberté dans la prise de décision concernant leur environnement propre, permettra de bénéficier des avantages des trois structures citées ci-dessus (figure 1.10).

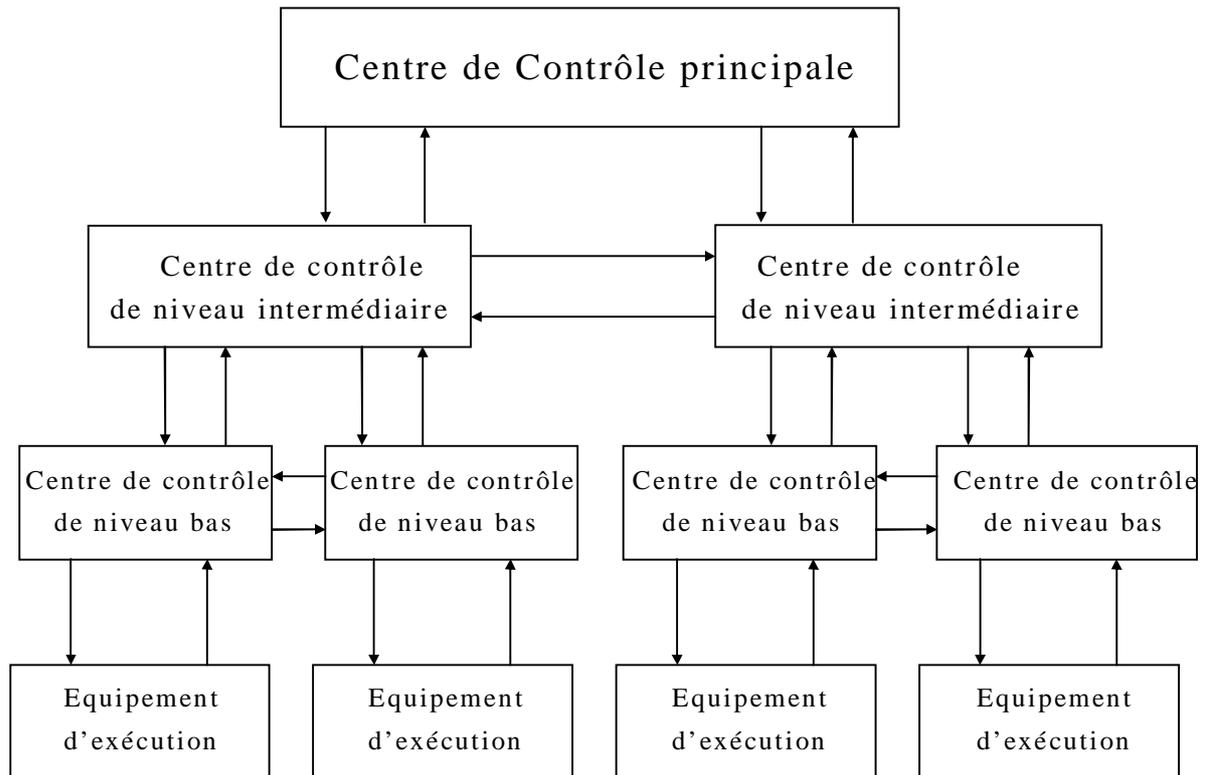


Figure 1.10 : Représentation d'une structure de contrôle hybride combinant une structure hiérarchique à trois niveaux et une structure distribuée.

1.2.4.2. Les systèmes de communications.

Pour permettre une coopération entre les différents centres de contrôle, quelque soit la structure, il est nécessaire de prévoir un système de communications entre ces différents centres. Le système de communications est nécessaire pour un grand nombre d'opérations dont :

- La récupération de programmes ou données d'un centre de contrôle principale à un centre subalterne.
- La transmission d'informations concernant l'état de la production d'un contrôleur de machine à un centre de contrôle plus important.
- L'acquisition des mesures de production (taux de production, temps d'attente, temps de changement, utilisation des machines...)
- La transmission de fichiers à la mémoire de masse concernant l'état de toutes les composantes du système (produits, outils, supports, palettes, matières premières...)

- Le transfert de données en temps réel, lorsque nécessaire. (contrôle des outils, routage des AGV...)

Pour ce faire, il est nécessaire de concevoir un réseau de communication local (*Local Area Network, LAN*). Un LAN est un système de communication reliant tous les centres de contrôle du système de production. Il est caractérisé par :

- Le moyen de transmission (*transmission medium*). Il existe trois supports de transmission :

- La paire de fil électrique torsadé (*twisted pair*) : Elle est utilisée sur des courtes distances. Elle présente un très faible coût, mais en contre partie, est très sensible aux interférences électromagnétiques et supporte un taux de transmission assez faible.
- Les câbles coaxiaux (*coaxial cable*) : Ils permettent d'atteindre des taux de transmission de 100 Mb/s. Ils sont peu sensibles aux interférences électromagnétiques, ainsi que peu coûteux. Ce sont les supports de transmission les plus utilisés dans les LAN.
- Les fibres optiques (*fiber optic links*) : Ce sont les plus performants supports de transmission, permettant des taux de transmission de l'ordre de 600 Mb/s. De plus ils sont complètement insensibles aux interférences électromagnétiques. Par contre ils restent encore assez onéreux.

- Le signal de transmission (*signaling*) : Il existe trois types de signaux de transmission :

- Bande de Base (*Baseband*) : Les signaux sont transmis sous forme de pulsations discrètes. Ce qui permet une lecture numérique directe ne nécessitant pas de modem. En contre partie, le taux d'information transmis est assez faible.
- Bande Large (*Broadband*) : C'est la technique la plus utilisée dans les LAN. Elle utilise des signaux analogiques. Le signal numérique est modulé puis transmis. La bande de fréquence étant assez large, elle est divisée en canaux qui peuvent être utilisés simultanément. Cette technique nécessite des modems à chaque entrée/sortie, mais permet des taux de transfert très élevés.
- Bande Porteuse (*Carrier band*) : C'est la même technique que le broadband, mais un seul canal est utilisé sur toute la largeur de la bande du signal.

- Topologies du réseau de communications (*network topologies*) : Il existe principalement trois types de configurations du réseau :

- Topologie en étoile, où un système central est connecté directement à tous les équipements de contrôle.
 - Topologie anneau, où les équipements sont connectés les un à la suite des autres en boucle fermée.
 - Topologie bus, où chaque équipement de contrôle vient se connecter sur un bus principal.
- **Méthodes d'accès** (*access control methods*) : Quelque soit la configuration du système de communication, il présente un grand nombre d'entrées/sorties (une pour chaque équipement de contrôle). Il faut donc réglementer l'accès au système pour la transmission souhaitée. Plusieurs méthodes d'accès ont été élaborées, elle sont en général classé en trois catégories : Contrôle aléatoire, Contrôle distribué, contrôle centralisé.

1.3. La Flexibilité

1.3.1. Introduction

Dans le domaine de l'industrie où la concurrence est féroce, les grandes unités de production deviennent de moins en moins compétitives, parce que très peu adaptables aux variations du marché. Ces unités disparaissent progressivement laissant place à de nouvelles structures industrielles aux concepts différents : les Systèmes Flexibles de Production (*Flexibles Manufacturing Systems "FMS"*). Ces systèmes sont conçus pour produire en petites et moyennes quantités, à des coûts minimums, une variété de produits avec des temps de préparation des machines et de changement d'outils minimums. Leurs structures leur permettent de produire une très large gamme de produits et donc d'être moins sujet à un crash économique.

Un système de production flexible a pour but d'aboutir, non seulement, à une productivité importante, mais aussi à une grande flexibilité de production lui permettant de suivre les variations du marché. Ainsi, la flexibilité peut être définie comme la possibilité de s'adapter à un large éventail d'environnements différents. Elle peut être aussi définie comme étant la caractéristique de l'interface entre un système et son environnement extérieur. Dans ce cas, la flexibilité agit comme un filtre protégeant le système des perturbations d'origine interne, ou externe au système de production.

Dans cette section, nous nous proposons, dans un premier temps, de faire l'état de l'art dans le domaine de la flexibilité dans les systèmes de production. Pour cela, nous développons les différents aspects de l'analyse de la flexibilité : ses définitions, ses facteurs, ses classifications, ses mesures, ses critères de choix... Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à la

flexibilité relative aux systèmes de transport et de stockage/déstockage. Les travaux de cette section ont fait l'objet d'une communication présentée au CNP'98 [Sari 98].

1.3.2. La Flexibilité : Un Etat De L'art

1.3.2.1. La nécessité de la flexibilité

La nécessité de la flexibilité est dictée par plusieurs facteurs. Selon Correa [Correa 94], les deux principaux sont :

- L'incertitude : elle comprend les incertitudes relatives au système de production (pannes...) et les incertitudes de l'environnement extérieur (fournisseurs, clients, transport...)
- La variété des produits et des procédés : la flexibilité doit être d'autant plus grande que le nombre de produits augmente et les procédés de fabrications différents.

Cependant, De Toni [De Toni 97], après une synthèse de la littérature du domaine, résume les principaux facteurs nécessitant la flexibilité en 5 points :

- La variabilité de la demande : elle peut être aléatoire, saisonnière...
- La durée de vie des produits et des technologies : par exemple dans l'industrie informatique la durée de vie des produits est très limitée.
- Le large éventail de produits manufacturés : il existe sur le marché de plus en plus de variétés d'un même produit.
- La production à la commande : elle n'était utilisée que pour certains produits à prix très élevés et faible quantité (avions, navires...). Cependant, cette technique est de plus en plus utilisée pour des produits de grande consommation (industrie automobile, informatique,...).
- Les courts délais de livraison : à cause de la concurrence, les délais de livraisons doivent être très courts.

A ces points nous pensons qu'il faut ajouter le suivant, car de grande importance :

- Le Juste à temps : la réduction des encours et des stocks a un impact direct sur l'immobilisation financière.

1.3.2.2. Définition de la Flexibilité

La flexibilité peut être définie comme la possibilité de s'adapter à un large éventail d'environnements différents. Elle peut être aussi définie comme étant la caractéristique de l'interface entre un système et son environnement

extérieur. Dans ce cas, la flexibilité agit comme un filtre protégeant le système des perturbations d'origine interne, ou externe au système de production.

1.3.2.3. Classification de la Flexibilité

La flexibilité peut être classée selon différents critères :

- La classification horizontale ou par phase,
- La classification verticale ou hiérarchisée,
- La classification temporelle,
- La classification par l'objet de la variation.

La classification horizontale ou par phase : elle a pour but de limiter l'analyse à une seule phase à la fois. En général, on considère la phase de production, en amont de laquelle se trouve la phase de conception et d'acquisition, et en aval, la phase de distribution et de services. Ces trois phases sont souvent résumées en deux :

- La flexibilité interne : comprenant la flexibilité de produits, de procédés, d'équipements de fabrication...
- La flexibilité externe : comprenant la flexibilité d'acquisition, de conception, de distribution...

Une entreprise est dite flexible, si elle peut devenir plus compétitive en s'adaptant à un environnement interne et externe variable [De Toni 97].

La classification verticale ou hiérarchisée : elle concerne le degré du détail de l'objet analysé. La flexibilité peut être estimée par rapport à une seule ressource (aspect microscopique) ou à tout le système (aspect macroscopique). Plusieurs classifications basées sur ce principe sont proposées dans la littérature, nous en citerons deux.

Slack [Slack 87, 88] proposa une classification hiérarchisée en quatre catégories :

- Les ressources de production : elle englobe la technologie suivie, l'énergie utilisée, les infrastructures...
- Les objectifs de production : elle englobe la flexibilité des produits, du volume, des délais...
- La fonction de production : elle englobe la fiabilité des délais et l'offre basée sur les besoins du consommateur.
- L'entreprise en entier.

Gupta [**Gupta 93**] proposa une classification hiérarchisée basée sur l'amplitude et le domaine des variations :

- La machine : elle englobe la flexibilité de la machine de production.
- La cellule de production : elle englobe, outre la flexibilité de la machine, celle de l'opérateur, des équipements de chargement/déchargement et des équipements de transport.
- L'atelier (ou l'usine) : elle concerne, principalement, la stabilité des coûts par rapport à la variabilité des produits des volumes.
- L'entreprise en entier.

La classification temporelle : elle dépend du temps, Merchant [**Merchant 83**] proposa une classification de la flexibilité sur la base temporelle. Cette dernière fut, par la suite, utilisée comme base de départ pour le développement de la plupart des classifications temporelles rencontrées dans la littérature. On y trouve :

- Flexibilité instantanée : c'est la capacité à réagir immédiatement pour le choix du meilleur équipement (machine, AGV...) nécessaire à la prochaine opération du produit en cours de production.
- Flexibilité à très court terme : c'est la capacité de modifier l'ordre et l'assortiment des produits en cours de production.
- Flexibilité à court-terme : c'est la capacité de modifier certaines caractéristiques de conceptions d'un produit.
- Flexibilité à court moyen terme : c'est la capacité de fonctionner à productivité maximale malgré les variations dans les volumes de production.
- Flexibilité à moyen terme : c'est la capacité d'ajouter ou de supprimer des produits de l'assortiment de produits en cours de production.
- Flexibilité à moyen-long terme : c'est la possibilité de modifier la capacité de production en ajoutant ou supprimant des équipements de production (machines...)
- Flexibilité à long terme : c'est la capacité d'adapter le système à de nouveaux types de produits.

La Classification par l'objet de la variation : elle concerne la flexibilité pour chaque objet, concret ou abstrait, du système tels que : les machines, les produits, les procédés, les opérations, le routage, ...

Cette classification est la plus utilisés dans la littérature [**Askin 93**], [**Browne 84**], [**De Toni 97**]. Beaucoup d'essais de classification y ont été réalisés, nous

reprendrons, ici, la classification proposée par Browne [**Browne 84**] qui nous paraît la plus complète.

- Machine : la plage d'opérations possibles en faisant de petits réglages.
- Produit : la possibilité de réaliser différents types de produits en changeant de configuration.
- Procédé : la variété de produits réalisés avec la même configuration du système.
- Opérations : la possibilité d'utiliser des opérations différentes pour réaliser le produit.
- Routage : la possibilité d'utiliser des machines, ou des opérations différentes, pour réaliser des produits sous la même configuration du système.
- Le volume : la quantité n'influe pas sur les profits.
- l'extension : la facilité d'augmenter la taille du système.

Askin [**Askin 93**], qui reprend une classification similaire, ajoute la flexibilité suivante :

- Transport de produit : transport de différents types de produits en gardant la bonne orientation.

La classification selon plusieurs critères : D'autres types de classifications peuvent être obtenus par combinaison de plusieurs classifications de base. Benjaafar [**Benjaafar 96**] décrit une classification combinant les classifications verticale et par l'objet de la variation. Tandis que Barad [**Barad 88**] propose une classification temporelle combinée à une classification par l'objet de la variation qu'on peut résumer comme suit :

- Flexibilité à court-moyen terme qui englobe :
 - la flexibilité de machine,
 - la flexibilité de procédé,
 - la flexibilité de transfert,
 - la flexibilité de routage,
 - la flexibilité d'opération,
 - la flexibilité de volume.
- La flexibilité à long terme qui englobe :
 - la flexibilité de produit,
 - la flexibilité de production,

- la flexibilité d'extension.

1.3.2.4. Mesure et choix de la Flexibilité

Malgré l'importance et le gain d'intérêt que la flexibilité a eu dans le domaine de recherche en productique, sa mesure reste encore un sujet très peu développé à cause de sa multi dimensionnalité et le manque d'indicateurs pour une mesure directe. En fonction de ces mesures, le choix de la flexibilité peut être réalisé à deux niveaux :

- lors de la conception du système de production, on parle alors de choix technologique ou encore de choix matériel (*hardware*),
- lors de l'organisation et de la gestion du système de production, on parle alors de choix logiciel (*software*).

La flexibilité peut être considérée de différentes façons, en fonction des utilisateurs, des buts ou des fonctions en relation avec l'analyse de celle-ci. Nous pouvons citer :

- La compétitivité par rapport à la performance.
- La performance souhaitée par rapport aux résultats de performances.
- Le potentiel par rapport aux performances effectives...

1.3.3 Flexibilité relative aux systèmes de transport et de stockage/déstockage

Dans cette section, nous nous intéressons à la flexibilité relative aux systèmes de transport et de stockage/déstockage. Nous présentons en particulier des résultats obtenus pour des systèmes à base de véhicules auto guidés (*Automated Guided Vehicle Systems "AGVS"*) [Aarab 97] et des systèmes de stockage/destockage automatisés (*Automated Storage/ Retrieval Systems "AS/RS"*) [Peters 96].

Les systèmes de production mettant en oeuvre ces moyens de transfert doivent faire face à une densité de trafic variable entre deux stations et des produits de taille, de dimensions et de forme variables. Dans ce cas la flexibilité peut être définie comme étant la réponse à des demandes de transfert de nature et de fréquence variables. Les principaux critères de flexibilité utilisés pour l'étude des AGVS et des AS/RS sont :

- Flexibilité du trafic : c'est l'aptitude à s'accommoder à des variations de charges entre les stations sans dégradation du temps de réponse. Cette flexibilité peut être obtenue d'une part par un dimensionnement adéquat des équipements de transfert, et d'autre part par un choix

judicieux des règles d'affectation de ces équipements aux demandes de transport.

- Flexibilité de routage : la flexibilité de routage peut être définie comme l'aptitude à transporter un produit d'une station à toute autre station indépendamment des produits en phase de transfert.
- Flexibilité du circuit : c'est, pour une opération donnée, l'aptitude à disposer de plusieurs chemins pour atteindre la station correspondante à partir de toute autre station capable de réaliser l'opération précédente.
- Flexibilité de charge : c'est l'aptitude à manipuler, à transporter et à stocker/déstocker des charges de nature, forme, dimension et poids différents.
- Flexibilité d'affectation : c'est l'aptitude à stocker un produit dans n'importe quel casier du système. Cette flexibilité est très grande pour le stockage aléatoire et très faible pour le stockage dédié. Elle est intermédiaire pour le stockage par classes.

1.4. Types de Systèmes Flexibles de Production.

Un système flexible de production a pour but d'aboutir, non seulement, à une grande flexibilité de production, mais aussi à une productivité importante pour pouvoir suivre un marché où la concurrence est féroce. Le développement des FMS a permis d'en installer un nombre important dans différents types d'environnements industriels. Cependant, une confusion perdure dans le domaine de la classification et de la définition des différents types de FMS.

Widmer [**Widmer 91**], pense que la classification des systèmes flexibles de production peut se faire, en se basant sur le nombre de machines à commande numérique (CN) et leur agencement, de la manière suivante :

- Le module flexible (MF) est une machine à CN avec une aire de stockage, un changeur de pièces et un changeur automatique d'outils.
- La cellule flexible (CF) représente plusieurs modules reliés par un véhicule filoguidé permettant l'alimentation des machines en pièces.
- Le groupe flexible (GF) est un ensemble de cellules et de modules formant la même zone de production (fabrication, usinage, ou assemblage) joints par des véhicules filoguidés ; le tout est géré par un ordinateur central.

- Le système flexible (SF) représente plusieurs cellules flexibles reliées entre elles par des véhicules filoguidés composant les diverses zones de production.
- La ligne flexible (LF) est un ensemble d'instruments attribué aux diverses machines comme une ligne de véhicules filoguidés, de robots, de convoyeurs, de navettes....

Askin et Standridge [Askin 93], quant à eux présentent une classification, en 5 niveaux, basée principalement sur le nombre de machines à CN :

- l'équipement (*équipement*), représente une machine à CN, un robot manipulateur...
- la station de travail (*workstation*), représente une machine à CN avec son aire de stockage, son système de chargement/déchargement, son changeur d'outils...
- la cellule flexible (*cell*), représente une ou deux stations de travail.
- l'atelier flexible (*shop*), représente un ensemble de cellules reliées par un système de transport automatique.
- l'unité industrielle (*facility*), est l'ensemble de plusieurs ateliers.

Ils pensent que dans la plupart des cas un système flexible de production représente, en fait, un atelier flexible.

Maccarthy [Maccarthy 93] dresse une classification pouvant être appliquée à un grand nombre de systèmes flexibles de production. A partir de la littérature, il formule les remarques suivantes :

- Le terme FMS est général, il ne peut donc pas faire partie d'une classification, mais plutôt il définit toute structure de production se disant flexible.
- Un certain nombre de divergences réside dans la plupart des systèmes de classifications. Par exemple dans le système présenté par [Widmer 91], il n'existe pas de relation de classification entre les lignes flexibles et les autres structures, de plus le terme système flexible qui est très général est considéré comme un niveau de la classification.

Dans la classification de Maccarthy, le terme système flexible de production (FMS) représente n'importe quelle structure flexible automatisée. La classification se fait suivant les caractéristiques de fonctionnement et de contrôle des FMS. Elle consiste en quatre structures inter-reliées :

- La machine flexible unique (*Single flexible machine, SFM*) : est une machine à commande numérique (CN) avec changeur d'outils, système de transport et aire de stockage.
- La cellule flexible de production (*flexible manufacturing cell, FMC*) : est constituée d'un groupe de SFM reliées par un système unique de transport.
- Le système flexible de production à plusieurs machines (*multi-machine flexible manufacturing system, MMFMS*) est constitué de plusieurs SFM connectées par un système de transport capable de desservir plusieurs machines à la fois (transport multiple).
- Le système flexible de production à plusieurs cellules (*multi-cell flexible manufacturing system, MCFMS*) est constitué de plusieurs FMC et éventuellement de SFM connecté par un système de transport automatique.

Aussi, il définit un système de production flexible (FMS) comme étant un système capable de produire une grande variété de produits. Il est constitué d'un ensemble de machines à commande numérique, connectées par un système de transport automatisé, le tout commandé par ordinateur.

1.5. Les Cellules Flexibles et la Technologie de Groupe.

1.5.1. Introduction.

Les cellules de production flexibles, basées sur la technologie de groupe, ont un compromis intéressant entre les chaînes de production et les ateliers conventionnels.

La technologie de groupe a pour principe de rassembler les produits par familles ayant des gammes d'usinages similaires, permettant de les produire sur un ensemble de machines dédiées, appelées cellules. Ceci permet de diviser le système de production en un ensemble de cellules, chacune fabricant une famille de produits [Askin 93][Tanchoco 94].

Les cellules flexibles ne sont pas basées uniquement sur la technologie de groupe, mais d'autres alternatives, plus flexibles du point de vue de la commande, peuvent être considérées : les cellules virtuelles et les cellules fractales en sont des exemples [Tanchoco 94].

1.5.2. Avantages et inconvénients des cellules flexibles.

Les cellules flexibles présentent des caractéristiques intéressantes dans le domaine de la production à petits et moyens volumes. Comparées aux chaînes de production et aux ateliers conventionnels, pour un certain nombre de paramètres, elles présentent les avantages et inconvénients suivants :

- La flexibilité : Les cellules présentent une plus grande flexibilité que les chaînes de production (*flow line*), mais sont moins flexibles que les ateliers conventionnels (*flow shop*) [Askin 93][Tanchoco 94].
- Le système de Transport : Il est plus performant et plus simple par rapport à celui d'un atelier conventionnel, et à peine plus complexe que pour une chaîne de production [Tanchoco 94].
- Utilisation des machines : Le taux d'utilisation des machines dans les cellules flexibles est plus élevé que pour les ateliers conventionnels et moins important que dans les chaînes de production [Askin 93].
- Les en-cours : les en-cours, dans une cellule, sont comparable à ceux d'une chaîne de production et nettement plus faibles que ceux d'un atelier conventionnel [Askin 93][Tanchoco 94].
- Le temps de cycle : les temps de cycles sont beaucoup plus faibles que dans un atelier conventionnel et à peine plus élevés que pour une chaîne de production [Tanchoco 94].
- Coût de la production : Les produits fabriqués dans une cellule ont un coût à l'unité comparable à ceux d'une chaîne de production et très réduits par rapport à ceux d'un atelier conventionnel [Askin 93].

1.5.3. Types de cellules flexibles.

Il existe plusieurs types de cellules flexibles, Askin [Askin 93] les classe en 3 types :

- *Group technology flow lines* [Askin 93] : Elle est utilisée lorsque tous les produits fabriqués ont la même gamme d'usinage et nécessitent des temps d'usinages relativement similaire sur chaque machine. Ces cellules peuvent être assimilées à de petites chaînes de production.
- *Group technology cell* [Askin 93] : Elle est utilisée lorsque les gammes d'usinages des produits ne sont pas similaires, alors, les produits peuvent aller de n'importe quelle machine à n'importe quelle autre. En général, les machines sont placées proches les unes des autres.

- *Group technology center* : Dans ces cellules, les machines sont placées comme dans une configuration selon le traitement (*process layout*) mais chaque machine est dédiée à la fabrication d'une famille de produits.

Tanchoco [Tanchoco 94], présente aussi une classification en trois types :

- Les cellules orientées ligne (*line oriented cell*) : Ces cellules ont la particularité d'avoir des machines placées les unes à la suite des autres pour faciliter les déplacements des systèmes de transport qui peuvent être, par exemple, des convoyeurs en ligne, en U ou encore en boucle fermée. La configuration des systèmes de transport dépend de l'espace alloué à la cellule, de la liaison avec d'autres cellules... Contrairement au flow shop, les opérations ne se font pas nécessairement de la première vers la dernière machine. Au fait, l'auteur définit quatre mouvements possibles : la répétition (sur une même machine), le déplacement séquentiel (comme pour les flow shop), le contournement et le retour en arrière. Il précise, néanmoins, qu'il faut minimiser les retours en arrière pour améliorer le temps de production et diminuer les déplacements.
- Les cellules orientées réseau (*network oriented cell*) : Cette configuration permet de relier n'importe quelle machine à n'importe quelle autre, pourvu qu'il y est suffisamment de trafic entre les deux pour justifier une liaison. L'orientation réseau permet de minimiser les déplacements en évitant, notamment, les mouvements de contournement en créant des accès direct entre certaines machines. Dans le même type de cellule, l'auteur introduit la notion de technologie de groupe, mais à l'échelle des opérations : Dans les gammes d'usinage des produits, il peut exister des suites d'opérations communes à deux ou plusieurs produits, ces suites d'opérations, si suffisamment fréquentes peuvent être groupées en sous cellules où les produits correspondants, viendraient subir une partie de leurs gamme d'usinage.
- Les cellules virtuelles (*virtual cell*) : Les cellules virtuelles, introduites par McLean [Tanchoco 94], ne sont pas un ensemble fixe d'équipements mais une base de données et de procédés dans un contrôleur. Lorsque la demande d'un produit (ou d'un lot de produits) nécessite de grouper un certain nombre de stations de travail, un contrôleur de cellules virtuelles prend en charge le contrôle de ces stations de travail et permet la communication entre elles. Au moment de la création de la cellule, en se basant sur la gamme d'usinage, le contrôleur choisit les stations de travail nécessaires et conçoit un routage entre elles selon le système de transport disponible. La cellule virtuelle ainsi créée existera jusqu'à l'accomplissement de toute la

production demandée. Elle peut être mémorisée pour d'éventuelles commandes futures du même produit. Au cas où des perturbations apparaissent pendant la production, la cellule s'adapte au nouvel environnement en se réorganisant. Les cellules virtuelles, bien qu'elles ne soient pas utilisées dans l'industrie actuellement, pourront avoir de grandes applications à l'avenir. Après une étude approfondie, l'auteur précise que dans la plupart des cas, les cellules virtuelles ont des performances de 20% supérieures aux cellules basées sur la technologie de groupe.

1.7. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons abordé les spécifications des systèmes flexibles de production.

La première partie a été consacrée à une présentation des différents types de systèmes de production et quelques définitions de termes relatifs à ce domaine. Ensuite, nous avons décrit les principaux critères de performances des systèmes de production.

Il nous est apparu nécessaire de décrire le fonctionnement des éléments constituant les systèmes flexibles de production, à savoir, les stations de travail, les systèmes de transport et de manutention, les systèmes de stockage, et enfin, les systèmes de contrôle et de communications. Dans ce contexte, les structures fondamentales (centralisée, hiérarchisée, distribuée) des systèmes de contrôle ont été présentées.

Une attention particulière a été accordée au concept et aux définitions de la notion de flexibilité. Un état de l'art englobant, la nécessité de la flexibilité, ses classifications, les difficultés concernant la mesure et le choix des systèmes flexibles, physique et décisionnel, a été présenté.

Ensuite, ont été discutées différentes classifications des systèmes flexibles de production selon le type de décomposition du système physique, et selon la nature du flux des produits.

Enfin, nous nous sommes intéressés aux problèmes de la conception des cellules flexibles. Parmi les techniques utilisées dans la configuration du système physique, la technologie de groupe s'avère très intéressante. Deux types de classifications des cellules flexibles, basées principalement sur cette technique, ont été présentés. Nous avons, aussi, décrit les cellules virtuelles qui permettent de doter le système de plus de flexibilité,

Chapitre 2

Les Systèmes Automatisés de Stockage/ déstockage.

2.1. Introduction.

L'un des plus importants objectifs des systèmes flexibles de production (FMS) est de minimiser tous les facteurs provoquant des surcoûts, sans pour autant donner de valeurs ajoutées aux produits. Parmi ces facteurs, il y a le stockage. Pendant le stockage, le produit ne subit aucune transformation, et donc, n'acquiert aucune plus-value. En contrepartie, il consomme du temps et de l'argent. De ce fait, dans les systèmes flexibles de production, le meilleur stockage, c'est « *pas de stockage du tout* ». Il est évident que cette affirmation, bien que vraie, n'est pas, pour autant, réalisable. Le stockage reste nécessaire pour le bon fonctionnement des systèmes de production. Par exemple, sur une chaîne de montage, si une pièce, aussi petite et peu coûteuse soit elle, venait à manquer, elle pourrait paralyser la chaîne toute entière.

Le système de stockage, doit être, par conséquent, le plus petit possible (minimiser l'investissement initial, le nombre de produits stockés, les durées de stockage...). En même temps, il doit réagir très rapidement à une demande de stockage ou de déstockage, pour minimiser les temps d'attente au niveau de la production. Les systèmes automatisés de stockage/déstockage (*Automated Storage/Retrieval Systems, AS/RS*) sont une bonne alternative aux systèmes conventionnels de stockage pour atteindre les objectifs énoncés ci-dessus.

Les systèmes flexibles de production (FMS) peuvent changer rapidement de produits ou de séquences de production, sans perdre leurs productivités, à condition qu'il soit possible d'obtenir le bon produit, palette, support, ou outil, à la bonne place et au bon moment. Pour ce faire un système efficace pour leurs stockage/déstockage et transport est requis. Un système intégré composé d'un FMS d'un AGVS et d'un AS/RS permet une production très efficace de grandes variétés de produits en petites et moyennes quantités.

Les stations de travail composées principalement de machines à commande numérique sophistiquée, représentent un investissement très élevé, ce qui pousse à les maintenir autant que possible en opération pour augmenter au maximum leur rendement. Pour se faire, la matière première, les supports, les palettes, et les outils doivent être toujours disponibles. L'absence de l'un de ces éléments provoque une sous utilisation des stations de travail. Il faut donc prévoir un système efficace pour stocker tous ces éléments, et aussi, les mettre à la disposition des stations de travail lorsque nécessaires. L'AS/RS est capable d'assurer cette fonction.

Dans ce chapitre, nous présentons les définition, fonction, composition et utilité d'un système de stockage AS/RS à la section 2.2. Ensuite, à la section 2.3 nous définirons les différents types d'AS/RS. La section 2.4 sera consacrée à la conception des AS/RS et la section 2.5 aux différentes méthodologies de stockage. La section 2.6 traitera des différentes composantes des aires de stockage ainsi que leurs dispositions. Enfin à la section 2.7, un état de l'art détaillé sur les AS/RS sera présenté.

2.2. Définition, fonction, composition et utilité d'un système de stockage AS/RS

2.2.1. Définition :

Selon le *Material Handling Institute*, un système automatisé de stockage déstockage est défini comme : Une combinaison d'équipements et de systèmes de contrôle qui prend en charge, stocke et déstocke, des produits avec précision, exactitude et célérité sous un certain degré d'automatisation.

2.2.2. Fonction :

Un système automatisé de stockage/déstockage (AS/RS) a pour fonction de recevoir, identifier, classer, mettre en stock, déstocker, emballer..., des produits. Il sert aussi à emmagasiner les produits en cours de production, la matière première, les pièces détachées, les palettes, les supports, les outils, les produits à retravailler...

En règle générale, un AS/RS, quelque soit son type, peut réaliser, sans intervention humaine, les opérations suivantes :

- déstockage d'un article (produit, outil, palette...) d'un emplacement de stockage,
- transport de cet article vers un point de livraison,
- stockage d'un article, dans un emplacement prédéterminé, à partir d'un point de dépôt.

Toutes ces opérations sont contrôlées à l'aide d'un système à base de PLC ou micro-ordinateurs avec des logiciels adéquats.

2.2.3 Composition :

Un système automatisé de stockage/déstockage est composé :

- d'une série d'allées avec des étagères de stockage de part et d'autre,
- de machines de stockage/déstockage, en général une par allée,
- de points d'entrées/sorties,
- d'un système de contrôle orchestrant le tout.

2.2.4. Terminologie :

- Casier : le casier est l'unité de stockage de base. C'est l'espace tridimensionnel nécessaire au stockage d'une charge unique ou d'un ensemble de charges.
- Baie : c'est la colonne formée de l'ensemble de casiers allant du sol au plafond.
- Rangée : c'est l'ensemble de casiers formés par des baies placées les une à la suite des autres.
- Etagère : c'est la structure formant une rangée. C'est en général une structure d'acier, conçue pour supporter la totalité des charges placées dans chaque casier.
- Allée : l'allée est l'espace entre deux rangées où circule la machine de stockage/déstockage.
- Machine S/R : la machine de stockage/déstockage (*Storage/Retrieval machine, S/R machine*) est une structure mobile servant à stocker/déstocker les produits. C'est en général un portique en forme de rectangle creux, les cotés horizontaux glissent sur des rails fixés le long des allées (l'un au sol, l'autre au plafond). Tandis que sur les côtés verticaux coulissent un plateau glissant à deux degrés de liberté (linéaires, vertical et horizontal perpendiculaire à l'allée) permettant de charger et décharger les palettes.
- Module de stockage : ce sont des palettes ou des containers de formes standardisées pouvant être placés dans les casiers, chargés par les machines S/R et déchargés dans les stations de dépôt/livraison. Les containers peuvent être des paniers en fil de fer, des plateaux, des bacs, des boîtes de carton ou plastique...

- Station P/D : la station de dépôt/livraison (*Pickup/Deposit station, P/D station*), est aussi appelée station d'entrée/sortie. C'est le point par où transitent tous les produits entrant ou sortant du système. C'est aussi, l'interface entre la machine S/R et le système de transfert externe à l'AS/RS. En général les stations P/D sont formées de convoyeurs à accumulation.

2.2.5 Utilité :

Quelles raisons peut avoir une entreprise pour choisir un AS/RS ? Elles sont nombreuses, nous pouvons citer :

- Diminution de l'espace requis : un AS/RS peut diminuer grandement l'espace nécessaire au stockage. La place ainsi récupérée peut être utilisée pour augmenter la production.
- Augmentation de la capacité : pour le même espace, un AS/RS augmente considérablement la capacité de stockage. Une entreprise, dont le système de stockage est saturé, peut, en choisissant un AS/RS, accroître sa capacité de stockage, sans investir dans de nouveaux locaux.
- Gestion et un contrôle des stocks améliorés : à n'importe quel instant, le système de contrôle de l'AS/RS peut donner avec précision les quantités types et qualités, des produits, présents en stock, celles délivrées dans l'heure, la journée, la semaine...
- Ordonnancement de production amélioré : grâce à une meilleure connaissance et à un contrôle plus précis des en-cours, l'ordonnancement de la production peut être mieux optimisé.
- Réduction des temps de réponse : les systèmes AS/RS possèdent des temps de réponse très réduits, pour localiser, stocker ou déstocker des articles, par rapport aux systèmes classiques de stockage.
- Réduction des stocks : due à une meilleure gestion et contrôle des stocks, et à des temps de réponse réduits, il est possible de réduire, la quantité de produits en stock.
- Réduction des risques de rupture de stocks : grâce à une meilleure gestion des stocks, qui peut se faire en temps réel. Les ruptures de stocks sont pratiquement inexistantes, ou de très faibles durées lorsqu'elles sont inévitables.
- Réduction de la main d'œuvre : l'automatisation de la majorité des opérations dans les AS/RS permet de diminuer l'intervention humaine, que ce soit dans l'administration ou l'exécution.

- Réduction des détériorations : l'automatisation permet la diminution des risques de casse des produits.
- Diminution des coûts de fonctionnement : étant donné le haut degré d'automatisation, les coûts de fonctionnement sont réduits au maximum (réduction du personnel, de la lumière, du chauffage...).
- Augmentation du rendement dans la production : grâce à l'augmentation de la productivité des stations de travail, les AS/RS permettent d'augmenter le rendement du système de production.
- Augmentation de la sécurité : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, la sécurité est grandement améliorée.
- Réduction des vols : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, le vol de produits par le personnel, ou autres, est très réduit.
- Grande flexibilité de fonctionnement : les AS/RS peuvent s'accommoder d'une grande variété d'articles à stocker. De plus ils sont facilement interfaçables avec des systèmes comme les AGVS, les FMS, les systèmes d'inspection...
- Production juste à temps (JIT) : les AS/RS permettent d'avoir le bon produit, outils, palette et support au bon endroit au bon moment grâce aux points cités ci-dessus. Ceci permet de contribuer amplement à la réalisation de la production juste à temps.

2.2.6. Inconvénients

Les AS/RS peuvent offrir beaucoup d'intérêts, comme nous l'avons noté précédemment, mais, d'un autre côté, ils présentent quelques inconvénients dont les plus importants sont :

- Les AS/RS, une fois installés sont très difficiles à modifier.
- L'investissement initial est très élevé. Par exemple, pour un AS/RS de 10000 casiers, 5 machines S/R et un convoyeur de 60m, l'investissement initial varie entre 2 et 3 millions de Dollars US [Maleki 91].

2.3. Types d'AS/RS.

Il existe différents types d'AS/RS. Leur classification est basée sur leurs structures et leurs applications. Nous pouvons citer, parmi les plus importantes :

- les AS/RS à charge unitaire,
- les AS/RS multi allées,
- les AS/RS à racks glissants (ou racks mobiles).
- les AS/RS à mini charge,
- les AS/RS à carrousel,
- les AS/RS à personne embarquée,
- les AS/RS à étagères profondes,
- les AS/RS à convoyeur gravitationnel,

2.3.1. Les AS/RS à charge unitaire

Les AS/RS à charge unitaire sont utilisés pour stocker des charges palettisées ou en container standard. Les charges sont en général supérieures à 250 kg par unité. En général, le système est commandé par ordinateur. Il est équipé d'une machine de stockage/déstockage, appelée machine S/R, conçue pour traiter des containers ou palettes à charge unitaire. Chaque machine est placée sur des rails fixés au sol. La machine S/R est composée d'un cadre sur lequel coulisse, verticalement, un plateau, qui sert à transporter les charges. Ce plateau peut se déplacer horizontalement à la perpendiculaire du cadre. De ce fait, il peut charger/décharger les produits dans les casiers, ainsi qu'au niveau de la station de dépôt/livraison. Plusieurs types de mécanismes de support de la charge sont possibles :

- Le système à plateau coulissant : c'est le même principe que le transpalette.
- Le système à ventouse : la charge est accrochée en créant un vide dans des ventouses.
- Le système à aimant : approprié pour les produits en fer et acier.

Les machines S/R peuvent avoir des hauteurs de 6m à 40m et supportant des charges de 50kg à 5tonnes [Singh 96].

2.3.2. Les AS/RS multi allées

Les AS/RS multi allées sont une variation des AS/RS à charge unitaire. Leurs machines S/R capables de circuler sur deux axes horizontaux, peuvent servir plusieurs allées à la fois. Leur topologie est identique à celle des AS/RS à charge unitaire. Toutefois une allée commune reliant toutes les allées de service est aménagée pour permettre à la machine S/R de circuler. Une description plus détaillée de ce système sera présentée au chapitre 5.

2.3.4. Les AS/RS à racks glissants (racks mobiles [Kulwiec 85])

Les AS/RS à racks glissants sont une variation des AS/RS multi-allées. La particularité de ces systèmes est que les allées de service n'apparaissent que lorsqu'une opération de stockage ou déstockage est prévue dans les racks correspondants. Les racks formant le système glissent latéralement sur des rails de telle sorte que l'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens. Au repos, il existe une seule allée de service, celle-ci pouvant « se déplacer » entre n'importe quel deux racks mitoyens (en vérité ce n'est pas l'allée qui se déplace mais les racks).

2.3.5. Les AS/RS à mini charge

Les AS/RS à mini charge sont utilisés pour stocker de petites charges, tel que les pièces détachées, les outils,... Dans chaque casier, il y a un container où sont stockés un ensemble de produits identiques ou non. En cas de stockage/déstockage, c'est le container en entier qui est déplacé vers un opérateur qui va procéder à la sélection des produits à déstocker ou à stocker (l'opérateur peut être une personne ou un robot). Le système convient très bien aux utilisations où l'espace imparti est faible, et où le volume de stockage/déstockage n'est ni assez élevé pour l'installation d'un AS/RS à charge unitaire, ni assez faible pour l'utilisation d'un stockage manuel. Ce système, nécessitant un investissement relativement faible, et présentant la possibilité de traiter de petites charges, est très utilisé dans l'industrie.

2.3.6. Les AS/RS à carrousel

Les carrousels sont une bonne alternative aux systèmes à mini charge [Tompkins 84]. Dans ces systèmes, ce sont les casiers qui se déplacent vers l'extrémité du rack ou un opérateur (personne ou robot) stocke/déstocke les produits. Le système consiste en un ensemble de casiers montés en carrousel et se déplaçant horizontalement vers une extrémité du rack où l'opération de stockage/déstockage sera réalisée.

2.3.7. Les AS/RS à personne embarquée

Les AS/RS à personne embarquée sont des systèmes permettant de stocker plusieurs petits produits dans chaque casier. Une personne montée sur une plate-forme mobile, choisit dans chaque casier les produits à déstocker, ainsi qu'elle emmagasine, dans le casier adéquat, les produits à stocker. Ce système permet de stocker/déstocker plusieurs produits en une seule opération. Ce qui permet de réduire les temps de stockage/déstockage. L'opérateur, après les avoir déstockés, charge les produits sur la machine S/R qui les transporte vers la station de dépôt/livraison. La plate-forme, sur laquelle se trouve l'opérateur,

peut contenir des systèmes automatiques de levage, pour charger/décharger les produits lourds.

2.3.8. Les AS/RS à étagères profondes

Les AS/RS à étagères profondes est une variation de l'AS/RS à charge unitaire. La différence, est que dans les AS/RS à étagère profonde, plusieurs charges unitaires peuvent être stockées dans le même casier l'une après l'autre. Jusqu'à 10 charges peuvent être ainsi stockées dans le même casier, et donc, possédant la même adresse. Ceci permet une grande densité de stockage et une utilisation de l'espace maximum. Au niveau de chaque casier, les produits peuvent se déplacer horizontalement. Ils sont stockés d'un côté du casier et déstockés de l'autre côté. Ce déplacement est possible grâce à un plateau mobile qui se déplace de la machine S/R à l'entrée du casier. La machine S/R est identique à celle d'un AS/RS à charge unitaire avec en plus des fonctions spécifiques pour lui permettre le contrôle des plateaux mobiles.

2.3.9. Les AS/RS à convoyeur gravitationnel

Ce système est une variation des AS/RS à étagères profondes. Il est conçu pour stocker soit des produits individuels, soit des charges en palettes ou container. Le système consiste en un ensemble de casiers profonds équipés, chacun, d'un convoyeur gravitationnel, aux extrémités desquels se trouvent deux machines S/R. Le stockage se réalise sur un ensemble de convoyeurs gravitationnels accessibles aux deux extrémités. Le chargement se fait sur une face et le déchargement se fait sur l'autre face. Les deux machines S/R sont reliées par un convoyeur gravitationnel de re-stockage incliné en sens inverse. Ceci permet, lorsqu'on désire déstocker un produit se trouvant au milieu d'un casier, de sortir les produits qui le précèdent, de les mettre sur le convoyeur gravitationnel, puis de les re-stocker par l'autre face grâce à l'autre machine S/R. Dans ce cas et en considérant une seule étagère, une machine S/R sera spécialisée dans le stockage et l'autre dans le déstockage. Une description détaillée de ce système sera présentée au chapitre 3.

2.4. Conception d'un AS/RS

Pour la conception d'un AS/RS, un certain nombre de paramètres doivent être pris en compte. Ces paramètres dépendent de l'utilisation de l'AS/RS. Le *Material Handling System Institute* [MHI 77] ainsi que Bozer et White [Bozer 80] dressent une liste de ces paramètres. Nous présentons, ici, les plus importants :

- Dimensions de la charge : largeur, hauteur, profondeur, poids,
- Dimensions du casier : largeur, hauteur, profondeur,

- Nombre total de casiers
- Structure de l'étagère : charge utile, charge admissible,...
- Rendement : le nombre de stockage/déstockage par unité de temps
- Nombre de machine S/R, d'allée, d'étagères,...
- Durée de cycle : cycle simple, cycle double, cycle multi-adresses,...
- Taux d'utilisation des machines.

En concevant un AS/RS, deux principes fondamentaux doivent être considérés [White 82]. Le premier est l'utilisation d'un facteur de sécurité de 85%. C'est-à-dire que l'AS/RS doit fonctionner, au maximum, à 85% de ses capacités maximales. Le second est qu'il n'existe pas de règles générales pour la conception d'un AS/RS. Il faut considérer chaque cas comme un problème unique.

2.5. Méthodologies de stockage

Les systèmes de stockage peuvent être soit dédiés soit ouverts. Dans les systèmes dédiés, chaque produit possède sa propre aire de stockage. Dans les systèmes ouverts, le stockage des produits se fait de manière aléatoire, dans ce cas, un système de commande élaboré doit mémoriser les emplacements des différents produits, pour pouvoir les récupérer, ainsi que les emplacements libres.

2.5.1. Stockage dédié

Dans le stockage dédié, l'espace de stockage est partagé en blocs, chacun est utilisé pour stocker un produit déterminé. Cette méthode de stockage présente des avantages et des inconvénients. Les principaux avantages sont :

- Chaque produit ayant une aire de stockage prédéterminée, le contrôle du système est grandement simplifié.
- La gestion des stocks est simplifiée : la quantité de chaque produit peut être contrôlée visuellement.
- Chaque aire de stockage peut être conçue pour le stockage du produit correspondant (casiers de taille variables, allées plus ou moins larges,...).

Les principaux inconvénients sont :

- L'espace de stockage est augmenté parce qu'il faut donner suffisamment d'espace pour les stocks maximum de chaque produit. La somme des stocks maximum de chaque produit étant supérieure au stock maximum de tous les

produits. Puisque les stocks maxima pour chaque produit sont de l'ordre du double des stocks moyens, le taux de remplissage du système de stockage sera relativement bas.

- Le système est difficilement modifiable : l'ajout de nouveaux produits non prévus à l'origine est très complexe.

2.5.2. Stockage aléatoire ouvert

Contrairement au stockage dédié, dans le stockage aléatoire, n'importe quel produit peut être stocké dans n'importe quel casier. Un système de contrôle élaboré garde en mémoire les adresses de chaque type de produit. Le stockage aléatoire a pour principal avantage d'utiliser beaucoup moins d'espace que le stockage dédié. L'espace total de stockage devant être équivalent au stock maximum de tous les produits. Ceci permet une réduction importante d'espace. Askin et Standridge [Askin 93] présente un exemple de stockage aléatoire où le gain d'espace par rapport au stockage dédié est de l'ordre de 40%. Cependant, les systèmes de stockages aléatoires nécessitent un contrôle très élaboré.

2.5.3. Stockage aléatoire par classe.

Le stockage aléatoire permet de réduire l'espace de stockage par rapport au stockage dédié. Le stockage par classe s'attaque au temps de cycle. Des réductions du temps de cycle peuvent atteindre 40% [Askin 93]. Les produits dans un AS/RS ne restent pas stockés la même durée. Si les produits qui restent stockés peu de temps sont placés près de la station de livraison et les produits qui restent plus longtemps sont placés loin de la station, le rendement du système peut être grandement amélioré. Le stockage par classe subdivise les casiers en classes par rapport à leurs distances du point de livraison. Les casiers les plus proches formant la première classe, les plus loin formant la dernière. Les produits à stocker sont aussi classés suivant le temps qu'ils vont passer dans le système. Ceux qui restent le moins longtemps seront stockés dans la première classe et ceux qui restent le plus longtemps dans la dernière.

2.6. Disposition de l'aire de stockage.

La disposition de l'aire de stockage est primordiale quant au but de minimiser les coûts et temps de stockage/déstockage. Une disposition mal conçue entraînerait de grandes pertes à l'investissement et au fonctionnement.

2.6.1. Le Bâtiment :

La forme du bâtiment dépend du type de système AS/RS qu'il doit abriter. Pour que l'espace soit utilisé au maximum, une forme parallélogramme paraît être la plus appropriée pour un AS/RS classique.

2.6.2. Les Allées :

La longueur et la position des allées influent sur le temps de réponse du système de stockage. Des allées plus longues nécessitent des temps moyens de stockage/déstockage plus importants que des allées plus courtes.

2.6.3. Les étagères :

La hauteur, la profondeur, le type d'étagères influent sur les performances globales du système. Il existe plusieurs types d'étagères :

- Les étagères à charge multiples : les casiers ont une profondeur tel qu'ils peuvent stocker plusieurs produits de même type, la règle de stockage sera LIFO (dernier entré, premier sorti).
- Les étagères pour mini et micro charges :
- Les étagères à convoyeur gravitationnel : Chaque casier d'une profondeur importante est pourvu d'un convoyeur gravitationnel. Le casier est accessible, des deux cotés, par deux machines S/R l'une pour le stockage, l'autre pour le déstockage. La règle de stockage déstockage est, ici, FIFO (Premier entré, premier sorti).

2.7. Etat de l'art

La simulation est souvent utilisée pour l'étude des systèmes de stockage. Le rendement ainsi que le taux de charge des AS/RS sous différentes règles de fonctionnement, en supposant la configuration du système connue, fut étudié en utilisant la simulation par Barrett [Barrett 77], Sand [Sand 76] et Schwarz *et al.* [Schwarz 78]. Koenig [Koenig 80] rechercha les configurations optimales d'AS/RS sachant que certaines grandeurs de conception sont connues. Rao et Wang [Rao 91] ont étudié les performances d'un AS/RS fonctionnant sous plusieurs lois de contrôle. L'étude fut réalisée en deux phases : dans la première, l'efficacité de ces lois de contrôle fut vérifiée pour les différentes composantes du système, dans la seconde, l'impact de ces lois sur les performances globales de l'AS/RS a été investigué. La simulation multi-passe fut utilisée sous le langage SIMAN. Mansuri [Mansuri 91] développa un modèle par simulation capable d'analyser et d'évaluer un type de stockage. Le stockage aléatoire, dédié et une combinaison des deux furent explorés. Leurs avantages et inconvénients ont été mis en valeur. West [West 93] a développé un modèle de simulation pour aider à la sélection de systèmes de manutention. Le langage ProModel fut sélectionné pour la simulation du modèle de l'AS/RS après qu'une évaluation des langages SIMAN, ProModel et WITNESS se soit faite. Randhawa et Shroff [Randhawa 95] ont simulé, en utilisant SIMAN, six différentes configurations d'AS/RS à charge unitaire combinées à trois règles d'ordonnement. Les résultats ont été comparés selon différents critères, le taux de charge de l'AS/RS étant le principal. Lee *et al.* [Lee 96b] ont utilisé

ARENA 1.1 pour simuler un AS/RS à allées étroites. Le modèle de simulation développé, est utilisé pour examiner la logique de fonctionnement du système. Ce qui permet de déterminer le nombre optimal de machines de stockage/déstockage pour un rendement maximal. Eben-Chaime et Pliskin [Eben-Chaime 96] ont développé un modèle de simulation intégrant l'AS/RS dans son environnement global. Ils ont considéré trois types de fonctionnement : simple cycle, double cycle et fonctionnement hybride. Les résultats ont montré que sous le fonctionnement en double cycle, le système peut devenir instable. Le fonctionnement hybride étant donc la meilleure alternative. Kulturel *et al.* [Kulturel 99] ont simulé un AS/RS sous des règles de stockage partagé. Le temps de cycle est utilisé comme principale mesure de performance. La sensibilité du système à la variété de produits, au temps de réapprovisionnement, au taux de demande est examinée. Van Den Berg et Gademann [Van Den Berg 00] ont présenté une étude en simulation d'un AS/RS. Cette étude considère une grande variété de règles de contrôle et de règles d'attribution des emplacements de stockage. Pour le stockage à classes, un nouvel algorithme, permettant de jouer entre l'espace de stockage nécessaire et le temps de transport, a été utilisé.

Le contrôle des AS/RS a suscité un certain intérêt des chercheurs. Linn et Wysk [Linn 90 a et b] ont développé un système expert pour le contrôle d'un AS/RS. Le système de contrôle utilise la structure hiérarchisée en subdivisant le contrôle de l'AS/RS en trois niveaux : contrôle stratégique, tactique et de process. La simulation multipass est utilisée pour adapter les stratégies de contrôle aux variations du système. Les stratégies de contrôle incluent aussi bien le contrôle à long terme que le contrôle à court terme. Wang et Yih [Wang 97] ont développé un système de contrôle automatisé pour AS/RS basé sur les réseaux de neurones. Le système de contrôle est capable de supporter des variations dans la configuration de l'AS/RS ainsi que différentes exigences dans les performances. Les réseaux de neurones artificiels sont utilisés pour l'apprentissage du contrôle. Les entrées de ces réseaux sont la configuration du système et les performances exigés tandis que les sorties sont les stratégies de contrôle.

Certains auteurs ont considéré l'aspect coût des AS/RS. Bozer et White [Bozer 80] ont développé une méthodologie de conception basée sur des techniques analytiques. Ceci a été réalisé en utilisant le modèle de coût de Zollinger [Zollinger 75]. Karaswa *et al.* [Karaswa 80] ont développé un modèle du coût d'AS/RS où seulement le simple cycle fut considéré. La fonction de coût générale englobe des termes pour les racks, les machines S/R, le bâtiment et la charge. Le problème de programmation non linéaire ainsi obtenu fut résolu en utilisant les multiplicateurs de Lagrange. L'entier naturel le plus proche de la solution étant choisi. Dessouky et Wilson [Dessouky 91] ont considéré la réduction des coûts de production dans un système robotisé

d'assemblage intégré à un AS/RS. Les coûts de production sont composés des coûts d'investissements et d'inventaires. Ces derniers dépendent des règles d'ordonnancement d'assemblage ainsi que de la politique de stockage de l'AS/RS.

Le fonctionnement des AS/RS comme composante de plus grands systèmes fut aussi étudié. Gagnon et Sheu [**Gagnon 93**] ont présenté un modèle permettant de déterminer les meilleures stratégies à long terme pour l'acquisition de technologies avancées comme les AS/RS, la CAD, les CIM... Zachary et Richman [**Zachary 93**] démontra que la gestion des opérations est basée sur trois fondements : TQM (*Total Quality Management*), JIT (*Just In Time*) et CIM (*Computer integrated Manufacturing*). Dans ce dernier ils incluent les FMS, les AS/RS, les AGV... Rees [**Rees 94**] décrit l'utilisation de deux AS/RS à Air Canada. Ces systèmes permirent une grande réduction de l'espace utilisé ainsi qu'une augmentation de la productivité et un inventaire plus précis. Simms [**Simms 95**] examina le rôle que peuvent jouer les AS/RS dans l'augmentation du rendement des systèmes de production. Knutton [**Knutton 95**] suggéra les avantages de l'utilisation des AS/RS dans le stockage de produits finis. Il montra que ces AS/RS font plus qu'augmenter la vitesse ou la productivité. Erevelles et Aithal [**Erevelles 96**] présenta l'intégration d'une AS/RS dans un environnement CIM contrôlé par une MRP. Qureshi [**Qureshi 00**] montra le rôle important que prennent les AS/RS dans l'industrie et les services en concordance avec le marché actuel.

Le stockage à classes a trouvé un certain intérêt. Rosenblatt et Eynan [**Rosenblatt 89**] ont déterminé les limites optimales des régions de stockage basées sur les classes. La procédure de résolution du problème est basée sur une recherche à une seule dimension. Les auteurs montrent que le maximum de réduction dans les temps de transport est obtenu lorsque l'AS/RS contient relativement peu de régions de stockage. Ces mêmes auteurs [**Eynan 94**] ont présenté une procédure de partition d'une aire de stockage en classes. Trois types de classes sont considérés, et leurs temps de cycle correspondants sont modélisés. Ils ont montré que les meilleures performances sont obtenues avec un petit nombre de classes. Kouvelis et Papanicolaou [**Kouvelis 95**] ont considéré un AS/RS rectangulaire en temps à deux classes. Ils ont développé des relations explicites pour les limites optimales des régions ainsi que pour le temps de transport du simple cycle pour des racks optimisés.

Plusieurs exemples d'AS/RS utilisés dans l'industrie sont illustrés dans la littérature. Anon [**Anon 91**] présenta le cas de Goetz and Son qui pour éviter l'investissement dans un nouveau bâtiment d'une valeur de 2,5 millions de dollars US, décida d'agrandir ses installations verticalement en se basant sur le concept de la construction de FMS autour de l'AS/RS. La firme réussit à pratiquement éliminer la manutention des produits tout en augmentant ses capacités de production sans augmenter sa main d'œuvre. Fitzgerald

[**Fitzgerald 91**] présenta le cas de Associated Newspapers qui aménageant dans une nouvelle structure d'une valeur de 150 millions de livres sterling, se sont équipés des meilleures technologies du moment y compris des AS/RS. Sprow [**Sprow 91**] tenta de répondre aux questions qui se posent sur l'utilité d'un AS/RS dans un FMS de construction métallique tout en présentant les avantages que peut procurer un AS/RS à un tel système. Marcoux [**Marcoux 92**] décriva l'installation et l'utilisation d'un AS/RS dans une usine à papier. Kellock [**Kellock 94**] rapporta la décision prise par F G Wilson d'introduire l'utilisation d'un système automatisé de manutention et de stockage/déstockage (AS/RS) pour l'augmentation de la production au lieu d'investir dans une nouvelle machine. Il fut constaté que seulement 30% du temps de la machine était utilisé avant l'introduction de l'AS/RS. Lundesjö [**Lundesjö 96**] corrigea l'idée préconçue que les AS/RS sont inflexibles. Il montra que les AS/RS peuvent être installés graduellement. Il illustra son étude par la présentation des installations d'une usine de Volvo en suède.

La conception des AS/RS a intéressé beaucoup de chercheurs. Allen [**Allen 92**] résuma les critères de sélection des systèmes d'AS/RS, il présenta plusieurs types dont les carrousels horizontaux et verticaux, les racks verticaux... Rosenblatt *et al.* [**Rosenblatt 93**] ont considéré deux aspects des AS/RS jusque là étudiés séparément ; l'optimisation du coût et le comportement dynamique du système. A l'aide d'un heuristique d'optimisation/simulation, ils ont déterminé les paramètres de conception nécessaire à un certain niveau de performance. Sung et Han [**Sung 93**] ont déterminé la taille des buffers nécessaire à l'alimentation d'un système de production à partir d'un AS/RS, tout en minimisant les coûts de manutention et de pertes de production. Derks [**Derks 93**] montra que l'approche holistique dans la conception des systèmes est beaucoup plus performante que l'approche réductionniste conventionnelle. Pour illustrer son étude, il considéra la conception et réalisation d'un AS/RS en suivant les étapes essentielles dans la construction des systèmes et la notion de hiérarchie dans les objectifs. Fohn *et al* [**Fohn 94**] ont utilisé la conception d'un AS/RS pour illustrer l'utilisation d'une puissante approche de modélisation basée sur l'engineering concurrent. Trevino *et al* [**Trevino 95**] ont développé une procédure de conception des AS/RS à carrousel. Cette procédure est basée sur trois étapes : satisfaire la capacité de stockage, les contraintes d'espace et le rendement tout en minimisant le coût. Lee et Lee [**Lee 00**] ont proposé un AS/RS à cellule modulable. Ils ont démontré l'intérêt du système à travers des exemples numériques. Ils ont remarqué qu'un tel système est plus flexible par rapport à la taille des produits tout en ayant une meilleure utilisation de l'espace. Malmborg [**Malmborg 00**] considéra la conception et modélisation d'AS/RS à double navette. Il détermina la distribution de la probabilité de l'état de la queue de transactions de stockage et déstockage en utilisant des valeurs estimées des temps de cycles. Ce même auteur [**Malmborg 01**] présenta une

nouvelle règle d'évaluation de la configuration des racks pour AS/RS. Cette nouvelle règle permet d'éviter de faire deux hypothèses nécessaires pour les règles précédentes : la proportion de simple et double cycle ainsi que la capacité de stockage lorsque le stockage aléatoire est considéré par rapport au stockage dédié. Dans un autre travail [Malmberg 01], il étudia un AS/RS à véhicules autonomes. Il présenta des outils de conception analytiques basés sur les caractéristiques du système pour la modélisation des performances liées aux attributs clés du système tels que la capacité de stockage, la configuration du rack et le nombre de véhicules.

Le problème de la position du point de repos de la machine de stockage déstockage (machine S/R) a été largement étudié. Bozer et White [Bozer 84] ont suggéré plusieurs règles statiques de positionnement du point de repos, mais ils n'ont fourni aucune comparaison quantitative de leurs performances. Egbelu [Egbelu 91] étudia le problème de positionnement du point de repos de la machine S/R en utilisant la programmation linéaire. Il développa des formulations pour minimiser le temps de cycle moyen et maximum. Egbelu et Wu [Egbelu 93] ont utilisé la simulation pour faire une étude comparative de six règles de positionnement du point de repos de la machine S/R. Quatre de ces règles ont été développées par Bozer et White [Bozer 84], les deux autres étant celles présentées par Egbelu [Egbelu 91]. Hwang et Lim [Hwang 93] utilisèrent les règles développées par Egbelu [Egbelu 91] et les transformèrent en un problème de positionnement unique en utilisant les distances de Tchebyshev pour la première règle et le minimax de Tchebyshev pour la seconde. Peters *et al.* [Peters 96] ont proposé des solutions analytiques au problème de positionnement du point de repos de la machine S/R. Après une synthèse de la littérature dans le domaine, plusieurs modèles des points de dépôt/livraison sont proposés. Ensuite une approximation continue du rack est utilisée pour développer des modèles analytiques du point de repos. Des développements de ces modèles sont réalisés pour inclure des configurations à plusieurs points de dépôt/ livraison. Chang et Egbelu ont développé deux algorithmes pour la détermination du point de repos optimal d'une machine S/R desservant un AS/RS multi-allées. Le premier algorithme [Chang 97 a] permet de déterminer le point de repos optimal en vue de minimiser le temps de cycle maximum de la prochaine opération de stockage ou déstockage. Le second algorithme [Chang 97 b] permet de déterminer le point de repos optimal en vue de minimiser le temps de cycle moyen sur l'ensemble des opérations de stockage/déstockage. Park [Park 01] proposa une stratégie de détermination du point de repos optimal pour des racks à distribution non uniforme. Il présenta des relations analytiques basées sur la probabilité que la prochaine opération soit un stockage ou un déstockage. Différents chemins pour revenir au point de repos après une opération ont été étudiés pour un fonctionnement efficace de la machine S/R.

Les problèmes d'ordonnancement des ordres de stockage ou de déstockage, d'attribution d'emplacement de stockage et de choix d'ordre de stockage et de déstockage pour le double cycle ont trouvé un écho très favorable de la part des chercheurs. Les travaux dans ces domaines sont très nombreux. Houshyar et McGinnis [**Houshyar 90**] ont considéré le problème d'attribution de machines à des emplacements le long d'une ligne afin d'optimiser le flux de matériel. Ils développèrent une heuristique basée sur le principe d'attribution quadratique qui a donné de bons résultats. Hackman et Rosenblatt [**Hackman 90**] ont développé une heuristique permettant de déterminer les types et quantités de produits à stocker dans un AS/RS lorsque la capacité de celui-ci est inférieure à la quantité de produits à stocker. Des essais précédant et succédant l'implémentation de l'heuristique ont été réalisés afin de vérifier l'optimalité de cette heuristique. Jaikumar et Solomon [**Jaikumar 90**] ont considéré la réattribution optimale des palettes dans un AS/RS à taux de stockage/destockage très variable. White [**White 90**] présenta un état de l'art des pratiques de l'ordonnancement dans les systèmes de production équipés de technologies modernes tel que les AS/RS, les FMS, les CIM... Il examina sept paradigmes d'ordonnancement qu'il estima être les plus importants et/ou prometteurs. Randhawa *et al.* [**Randhawa 91**] déterminèrent l'effet du nombre de stations de dépôt./livraison sous différentes règles d'ordonnancement. Les critères d'évaluation des performances ont été le rendement ainsi que le temps moyen et maximum d'attente. Eben-Chaime [**Eben-Chaime 92**] démontra l'effet négatif du séquençement par blocks sur le temps d'attente et la longueur des files d'attentes dans un environnement non déterministe. Il proposa comme solution au problème, la règle d'affectation du voisin le plus proche. Lee [**Lee 92**] considéra le problème d'attribution d'espace de stockage dédié de sorte que le temps total de cycle est minimisé dans un AS/RS à personne à bord. Une heuristique pour la disposition des espaces de stockage est développée basée sur la technologie de groupe. Dans les AS/RS à personne à bord, des ordres de déstockage récurrents sont fréquents, van Oudheusden et Zhu [**van Oudheusden 92**] proposèrent une approche directe pour la conception des racks de stockage lorsque ces ordres récurrents représentent un grand pourcentage de fonctionnement. La méthodologie présentée utilise le triage des ordres ainsi que des algorithmes similaires à celui du vendeur de commerce. Le double cycle est composé d'un temps de stockage, d'un temps de déstockage et d'un temps inter-emplacement. Eynan et Rosenblatt [**Eynan 93**] ont appliqué la règle du plus proche voisin à un AS/RS à classes dans le but de réduire ce temps inter-emplacements. Koenigsberg [**Koenigsberg 93**] présenta les similarités et les différences dans les modèles des serveurs de chaînes appliqués à différents systèmes tels que les systèmes de production et d'assemblage les AS/RS ainsi que les réseaux d'ordinateurs et de communications. Kim [**Kim 93**] développa une heuristique permettant la détermination des espaces et positions de

stockage dans un AS/RS à mini charge. L'heuristique est basée sur la réduction des coûts de stockage et de manutention. Elsayed *et al.* [Elsayed 93] exposèrent le problème de séquençement et de mise en lot pour minimiser les pénalités de retard lorsque les ordres de déstockage doivent être satisfaits à dates précises. Linn et Xie [Linn 93] investiga l'effet des règles de séquençement sur les performances d'un AS/RS utilisé comme valve pour une ligne d'assemblage utilisant le juste à temps (JIT). Sarker *et al.* [Sarker 94] présenta les avantages d'une meilleure technique d'ordonnancement pour le AS/RS à double navette, cette technique étant basée sur le modèle de stockage à classes. Le modèle considéré présente une grande réduction dans les temps de transport par rapport au modèle du plus proche voisin. Lee et Kim [Lee 95] ont considéré l'ordonnancement des ordres de stockage/déstockage dans un AS/RS à charge unitaire sous un environnement juste à temps (JIT). Le but était de minimiser les pénalités d'avance ou de retard. Quatre heuristiques ont été proposées basées sur deux étapes, la constitution des doubles cycles puis leur ordonnancement optimisé. Une solution optimale du problème fut proposée en utilisant la programmation en nombres entiers. Muralidharan *et al.* [Muralidharan 95] proposèrent une heuristique combinant le stockage aléatoire et à classes. Ils ont montré que cette approche réduit considérablement le temps d'attente et de service. Bozer et White [Bozer 96] ont développé un algorithme pour déterminer le nombre minimum d'opérateurs en bout d'allée dans un AS/RS à mini charge. L'algorithme étant basé sur un modèle analytique approximé du taux d'utilisation de l'opérateur. Lee et Schaefer [Lee 96a] ont considéré le problème d'ordonnancement des demandes de déstockage dans un AS/RS à charge unitaire. Ils ont développé un algorithme permettant de séquencer les demandes en double cycle afin de minimiser les temps de transport. Cet algorithme utilise une combinaison de la méthode hongroise et de l'algorithme de classement. Il permet d'obtenir des solutions optimales ou quasi optimales. Lim *et al.* [Lim 96] ont déterminé la configuration optimale des règles de fonctionnement d'un système de production à entrée sortie directe (DIOMS) utilisant la méthode Taguchi. Le DIOMS étant un système de production composé de plusieurs stations de travail placées le long d'un AS/RS central. Elsayed et Lee [Elsayed 96] ont investigué le fonctionnement d'un AS/RS où les ordres de déstockage sont à dates spécifiées. Ils ont développé des règles permettant l'association des ordres de stockage et déstockage en double cycle ainsi que l'ordonnancement de ces ordres de tel sorte que le retard global des ordres de déstockage soit minimisé. Hwang *et al.* [Hwang 96] ont considéré le problème d'optimisation de la taille d'un AGV transportant des produits d'un AS/RS à mini charge vers une chaîne d'assemblage d'électronique. Jawahar *et al.* [Jawahar 98 a et b] ont réalisé le lien entre le fonctionnement d'un AS/RS, d'un AGVS et l'ordonnancement de la production du FMS desservi par celui-ci. Des heuristiques et des algorithmes génétiques ont été considérés pour

l'amélioration des performances de l'AS/RS. Mahajan *et al.* [**Mahajan 98**] ont présenté une heuristique d'ordonnancement, basé sur l'heuristique du plus proche voisin, afin d'augmenter le rendement d'un AS/RS à mini charge. Un modèle analytique validé par la simulation a été développé pour prédire les performances de l'heuristique présentée. Van Den Berg et Gademann [**Van Den Berg 99**] ont considéré la détermination du routage optimal dans un AS/RS à stockage dédié. Le problème d'ordonnancement d'une liste de demande de déstockage, équivalent à celui du voyageur de commerce et donc NP-complet, fut réduit à l'ordonnancement en stockage dédié et résolu. Park *et al.* [**Park 99**] ont considéré la position et la taille des buffers dans un système de récupération de produits en bout d'allée d'un AS/RS à mini charge. Ils ont développé des expressions analytiques pour la mesure des performances tel que le rendement. Hsieh et Tsai [**Hsieh 01**] ont présenté une méthode d'attribution des emplacements de stockage dans un AS/RS à classe basée sur le BOM (coût des produits). Cette méthode permet, en plus des avantages du stockage par classe, l'intégration de l'AS/RS dans un environnement CIM.

L'évaluation des performances des AS/RS est un domaine très important, c'est pour cela qu'il est très étudié. Sarker *et al.* [**Sarker 91**] ont étudié les performances de l'AS/RS à double navette. Ils ont considéré le cycle quadruple. Ils ont développé une heuristique d'ordonnancement pour le déstockage ainsi qu'une approximation du temps de cycle. Le même type d'AS/Rs fut analysé par Keserla et Peters [**Keserla 94**]. Ils ont développé un heuristique d'ordonnancement afin de minimiser le temps du cycle quadruple. Meller et Mungwattana [**Meller 97**] ont considéré les AS/RS à navettes multiples. Ils ont développé des modèles analytiques pour estimer le rendement de ce genre de systèmes. Des améliorations du rendement supérieures à 100% sont possibles lorsque l'AS/RS à triple navettes est comparé à la mono navette. Eben-Chaïme et Pliskin [**Eben-Chaïme 97**] ont étudié un AS/RS multi-machines S/R dans sa globalité, contrairement aux travaux précédents qui ne considèrent qu'une seule machine S/R à la fois. Plusieurs mesures de performances telles que le temps de réponse, le temps d'attente, le rendement furent considérés. Su [**Su 98**] considéra l'évaluation des performances d'un AS/RS à carrousel. Il développa une méthodologie pour les concevoir et évaluer leurs performances. Lee *et al.* [**Lee 99**] ont développé des modèles pour l'estimation des performances de racks à cellules inégales sous un stockage aléatoire avec simple et double cycle. Ce genre de racks est utilisé dans les AS/RS pour augmenter l'utilisation du volume de stockage. Dallari *et al.* [**Dallari 00**] ont évalué les performances de différentes méthodologies de stockage et procédures de construction dans un AS/RS à personne à bord. Ils ont déterminé les temps de cycle pour chaque méthodologie en fonction de la forme des aires de stockage, du nombre d'opérateurs et de l'algorithme d'ordonnancement utilisé.

Depuis une quinzaine d'année les réseaux de Pétri ont trouvé un terrain très favorable dans la modélisation des AS/RS. Knapp et Wang [Knapp 92] ont étudié la faisabilité de modéliser des AS/RS en utilisant les réseaux de Pétri stochastiques. Ils ont considéré plusieurs mesures de performances tel que le rendement les règles de contrôle, l'attribution des cellules... Lin et Wang [Lin 95] ont continué le travail précédent [Knapp 92]. Ils ont développé des modèles en réseaux de Pétri stochastiques (SPN) pour différentes mesures de performances. Ils ont mis l'accent sur la flexibilité des modèles SPN et ont discuté plusieurs algorithmes de contrôle des AS/RS à base de ces modèles. Zhou et DiCesare [Zhou 96] ont modélisé des buffers utilisés dans des FMS en réseaux de Pétri. Après une étude théorique plusieurs exemples réels furent proposés pour illustrer les résultats du modèle. Parmi ces exemples, un AS/RS associé à des buffers fut présenté. Chincholkar et Chetty [Chincholkar 96a] ont utilisé les réseaux de Pétri stochastiques colorés (SCPN) pour modéliser, simuler et analyser des AS/RS. Ils ont développé un programme de simulation basé sur les SCPN et la méthode de Taguchi pour l'analyse de certains paramètres tels que le temps de transport à vide, le temps de cycle... Ces mêmes auteurs [Chincholkar 96a] ont utilisé les SCPN pour l'ordonnancement des FMS. Ils ont montré la supériorité de leur méthode à travers une étude de cas. Hsieh [Hsieh 98] à présenté une structure hiérarchisée à quatre niveaux pour la modélisation d'AS/RS à base de réseaux de Pétri. Le modèle complet fut implémenté dans un programme en visual C orienté objet.

2.8. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux systèmes automatisés de stockage/déstockage, nous avons traité les différents aspects de ces systèmes, de la conception à l'utilisation. Ces systèmes ont permis une meilleure gestion des stocks en minimisant les temps d'accès, en augmentant la sécurité et en permettant une gestion d'inventaire en temps réel.

Nous avons présenté, en deuxième partie de ce chapitre (section 2.7), un état de l'art détaillé des recherches sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage. Cette section a montré l'intérêt que porte la communauté scientifique aux systèmes de stockage. Cet intérêt est justifié par le fait que les AS/RS ont une importance capitale dans les systèmes de production ou de distribution. C'est pour cela que nous nous sommes intéressés à ce domaine et que nous y avons consacré cette étude.

Chapitre 3

Modélisation des temps de transport d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous proposons de développer des modèles analytiques représentant les temps de stockage et de déstockage d'un système automatisé de stockage/déstockage à convoyeur gravitationnel (AS/RS(CG)). Deux modèles sont développés : Le premier, modèle approché, est basée sur l'espérance mathématique de la fonction de distribution des distances, en terme de temps, entre les casiers et les stations de dépôt/livraison ou le convoyeur de re-stockage. Le second, considéré comme exact est la moyenne de tout les temps de transport entre les casiers et les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage.

Le premier modèle, présenté dans la section 3.3.1, est approché mais se présente sous forme d'expressions analytiques simples et calculables à la main. Ce modèle est basé sur les travaux de Bozer et White [**Bozer 84**] concernant l'AS/RS à charge unitaire présenté en section 3.2.

Le second modèle, présenté en section 3.3.2, est un modèle exact mais particulièrement complexe. Il nécessite plusieurs heures de calcul par ordinateur pour l'obtention du temps de transport pour une configuration donnée. Ce modèle nous servira comme référence pour valider le premier modèle.

En section 3.3.3, une étude de l'influence des temps de dépôt/livraison et des retards d'accélération/décélération sur les temps de déstockage est présentée. Cette étude montre que l'effet de ces temps et retards est identique pour les deux modèles développés en section 3.3.1 et 3.3.2.

La validation du modèle approché, présenté en section 3.4, est réalisée à travers la simulation des deux modèles développés et de la comparaison des résultats obtenus pour chacun d'entre eux. Ceci permettra de déterminer la précision et les limites d'utilisation du modèle approché. Il va de soi que le modèle exact, trop lourd, n'est pas pratique et donc peu ou pas utilisable. Par contre le modèle approché peut en une simple opération déterminer le temps moyen de stockage et de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

L'interprétation des résultats de simulation ainsi que les conclusions de cette étude sont présentées en section 3.5.

Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet d'une communication présentée au *CPI2001* [Sari 01a] et d'une publication acceptée par *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* [Sari 03a].

Notations :

Avant d'entamer notre étude, nous allons définir les différents termes que nous utiliserons pour le développement des modèles.

| | |
|--------------------|--|
| b | facteur de forme, |
| T | facteur de normalisation, |
| $\overline{E(SC)}$ | temps moyen de simple cycle, |
| $\overline{E(DC)}$ | temps moyen de double cycle, |
| $\overline{E(RC)}$ | temps moyen de déstockage, |
| $\overline{E(V)}$ | temps moyen de transport en deux points de la face du rack, |
| L, H, D | longueur, hauteur et profondeur du rack d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| l, h, d | longueur, hauteur et profondeur d'un emplacement de stockage, |
| M | nombre d'emplacements dans un casier (nombre de couches dans un rack), |
| m | numéro de couche, |
| N_l | nombre de casier pour chaque ligne, |
| N_h | nombre de casier pour chaque colonne, |

| | |
|------------|---|
| t_h | temps de transport horizontal de la station de dépôt/livraison à la colonne la plus éloignée, |
| t'_h | temps de transport horizontal entre deux casiers mitoyens, |
| t_v | temps de transport vertical de la station de dépôt/livraison à la ligne la plus éloignée, |
| t'_v | temps de transport vertical entre deux casiers mitoyens, |
| V_h, V_v | vitesse horizontale et verticale des machines de stockage et de déstockage, |
| ρ | taux de charge, |
| (x, y) | position du casier, |
| $(x, y)_d$ | point de repos des machines de stockage et de déstockage, |

3.2 AS/RS à Charge Unitaire.

Bozer et White [Bozer 84] ont développé des expressions analytiques du temps de simple et double cycle dans les AS/RS à charge unitaire. Pour ce faire, ils ont utilisé une approche statistique basée principalement sur l'approximation des distances des casiers du rack en fonction continue. Leur étude est construite sur les hypothèses suivantes :

- La face du rack est considéré comme étant une surface continue où les produits peuvent être stockés/déstockés en n'importe quel point.
- La station de dépôt/livraison est située en bas, à l'extrémité gauche du rack.
- La machine S/R peut fonctionner soit en simple soit en double cycle.
- Les dimensions du rack ainsi que les vitesses horizontale et verticale de la machine S/R sont connues.
- La machine S/R se déplace simultanément dans le sens horizontal et vertical (Tchebychev travel).
- Pour le calcul des temps de cycles, les vitesses horizontale et verticale de la machine S/R sont considérées constantes.
- Le stockage aléatoire est considéré, ce qui veut dire que n'importe quel point de la face du rack a la même probabilité de subir une opération de stockage/déstockage.
- Les temps de dépôt/livraison associés à la manutention des produits par la machine S/R ne sont pas pris en considération dans le calcul du temps de cycle. Ces temps sont généralement indépendants de la forme du rack et de la vitesse de la machine S/R. Ils sont souvent

déterministes et, donc, peuvent être ajouté aux expressions des temps de cycles à posteriori.

Ils ont procédé aux définitions suivantes :

- t_h comme étant le temps de déplacement horizontal de la station de dépôt/livraison à la baie la plus éloignée.
- t_v comme étant le temps de déplacement vertical de la station de dépôt/livraison à la ligne la plus éloignée.
- T comme étant le facteur de normalisation avec : $T = \max(t_h, t_v)$
- b comme étant le facteur de forme avec : $b = \min\left(\frac{t_h}{T}, \frac{t_v}{T}\right)$, ce qui implique que $0 < b \leq 1$.

Ils ont supposé que $t_h > t_v$, d'où $T = t_h$ et $b = \frac{t_v}{T}$. En raison du stockage aléatoire, les points de stockage/déstockages sont aléatoirement distribués entre 0 et 1 horizontalement (selon l'axe des abscisses) et entre 0 et b verticalement (selon l'axe des ordonnées). Par conséquent, si deux points quelconques sur la face du rack sont représenté par (x_1, y_1) et (x_2, y_2) , alors le temps de transport normalisé entre ces deux point est $\max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$. Donc le temps de transport du point de dépôt/livraison de coordonnées $(0, 0)$ au point de stockage/déstockage de coordonnées (x, y) sera $\max(x, y)$. Ils ont considéré $G(z)$ comme étant la probabilité que le temps de transport de $(0, 0)$ à (x, y) est inférieur ou égal à z . En supposant que les coordonnées (x, y) sont indépendamment générées on a : $G(z) = Pr(x \leq z) \cdot Pr(y \leq z)$. De plus, les points de stockage/déstockage sont uniformément distribués.

$$\text{Donc : } Pr(x \leq z) = z \quad \text{et} \quad Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/b & \text{si } 0 < z \leq b \\ 1 & \text{si } b < z \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{D'où : } G(z) = \begin{cases} z^2/b & \text{si } 0 < z \leq b \\ z & \text{si } b < z \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{Dérivant } G(z), \text{ la densité de probabilité est : } g(z) = \begin{cases} 2z/b & \text{si } 0 < z \leq b \\ 1 & \text{si } b < z \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{Le temps moyen de simple cycle est donc : } \overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 z g(z) dz$$

Résolvant cette équation et multipliant par le facteur de normalisation T , le temps moyen de simple cycle devient donc : $\overline{E(SC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ (1)

Similairement le temps moyen de double cycle est obtenu comme étant :

$$\overline{E(DC)} = T \left(\frac{4}{3} + \frac{b^2}{2} - \frac{b^3}{30} \right) \quad (2)$$

De l'analyse précédente, il est possible de déduire le temps moyen de déplacement entre un coin et n'importe quel autre point du rack, et similairement entre n'importe quel point et un coin du rack comme étant [**Peters 96**] :

$$\overline{E1} = T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (3)$$

De la même façon, il est possible de déduire le temps moyen de déplacement entre le milieu et n'importe quel point du rack, et similairement entre n'importe quel point et le milieu du rack comme étant [**Peters 96**] :

$$\overline{E2} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (4)$$

Le modèle ainsi développé par Bozer et White [**Bozer 84**] pour l'AS/RS à charge unitaire nous a servi comme base de départ pour le développement d'un modèle analytique du temps de cycle pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Dans les sections qui vont suivre, nous allons détailler le modèle ainsi développé.

3.3. AS/RS à convoyeur gravitationnel

L'AS/RS à convoyeur gravitationnel est composé d'un rack profond composé d'un ensemble de casiers pouvant contenir plusieurs produits placés les un à la suite des autres. Chaque casier est muni d'un convoyeur gravitationnel à base de rouleaux ou roues libres incliné de telle façon à permettre le glissement des produits d'un bout à l'autre du casier, donc d'une face à l'autre du rack. Les produits sont stockés d'un côté du rack (face de stockage) par la machine de stockage, ils glissent sur les convoyeurs gravitationnels, et ils sont déstockés de l'autre côté du rack (face de déstockage) par la machine de déstockage. Les machines de stockage/déstockage peuvent se déplacer simultanément sur deux axes (Tchebychev Travel). Ces deux axes forment le plan x-y parallèle aux deux faces du rack (figure 3.1). Une station de dépôt et une station de livraison sont situées respectivement au coin bas de la face de stockage et de la face de déstockage. Un convoyeur de re-stockage incliné en sens inverse relie la machine de déstockage à la machine de stockage.

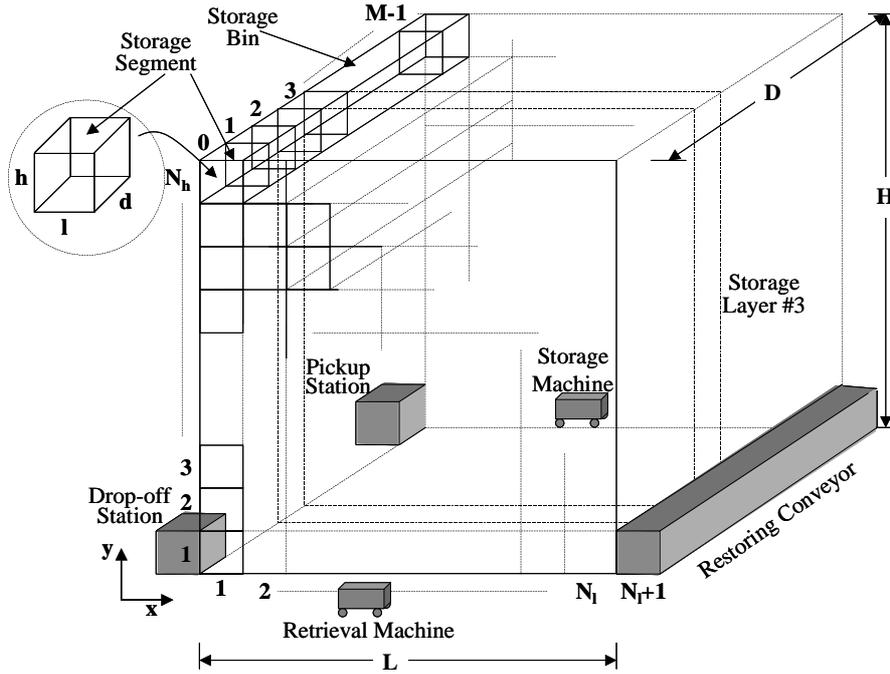


Figure 3.1 : Configuration of a Typical Flow-rack AS/RS

Comme le montre la figure 3.1, le rack, composé de casiers (bins), a une largeur L une hauteur H et une profondeur D . Il contient N_l casiers horizontaux et N_h casiers verticaux. Chaque casier est formé de M emplacements de stockage (storage segments) numéroté de 0 (face de déstockage) à $M-1$ (face de stockage). Chaque emplacement peut stocker un seul produit à la fois. Chaque emplacement a une largeur de $l = L/N_l$, une hauteur de $h = H/N_h$ et une profondeur de $d = D/M$. Les emplacements ayant le même numéro forme une couche, il y a donc M couches numérotées de 0 (face de déstockage) à $M-1$ (face de stockage). Les machines de stockage et de déstockage possèdent la même vitesse horizontale V_h , et la même vitesse verticale V_v . Par conséquent, les temps de transport peuvent être calculés comme suit :

- Le temps de déplacement horizontal de la station de dépôt/livraison à la colonne la plus éloignée : $t_h = L/V_h$
- Le temps de déplacement vertical de la station de dépôt/livraison à la ligne la plus éloignée : $t_v = H/V_v$
- Le temps de déplacement horizontal d'un casier au suivant : $t'_h = l/V_h = t_h/N_l$

- Le temps de déplacement vertical d'un casier au suivant :

$$t'_v = h/V_v = t_v/N_h$$

Ces équations de bases sont utilisées pour le développement des modèles du temps de cycle en utilisant l'approche continue (section 3.3.1) et l'approche discrète (section 3.3.2)

3.3.1. Approche continue

Pour cette approche, nous basons notre étude sur les travaux de Bozer et White [**Bozer 84**] sur l'AS/RS à charge unitaire présenté dans la section 3.2. Nous considérons que la face de stockage ou de déstockage du rack à convoyeur gravitationnel est similaire à celle d'un rack à charge unitaire. De ce fait l'opération de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel est identique à une opération de simple cycle pour l'AS/RS à charge unitaire. Par conséquent le temps moyen de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel peut être calculé en utilisant l'expression (1).

Contrairement au stockage, l'opération de déstockage nécessite l'enlèvement de tous les produits précédant l'article désiré, de telle sorte que celui-ci glisse sur le convoyeur gravitationnel pour atteindre la face de déstockage. Les produits enlevés avant l'article désiré seront renvoyés vers la machine de stockage à travers le convoyeur de re-stockage. Donc le temps moyen de déstockage pour un produit se trouvant dans la couche m peut être déterminé comme suit :

$$\overline{E(RC)}_m = \overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)} + m \cdot (\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)}) \quad (5)$$

Où :

- m représente le numéro de la couche où se trouve le produit désiré ($0 \leq m \leq M-1$),
- $\overline{E(V_1)}$ est le temps moyen de transport entre le point de repos de la machine de déstockage et le point de déstockage,
- $\overline{E(V_2)}$ est le temps moyen de transport entre le point de déstockage et la station de livraison,
- $\overline{E(V_3)}$ est le temps moyen de transport, entre le point de déstockage et le convoyeur de re-stockage.
- $\overline{E(V_4)}$ est le temps moyen de transport, entre le convoyeur de re-stockage et le point de déstockage.

Les points de repos optimaux tels que déterminés par Peters *et al.* [Peters 96] sont la station de dépôt pour la machine de stockage et le milieu du rack pour la machine de déstockage.

Les expressions pour $\overline{E(V_1)}, \overline{E(V_2)}, \overline{E(V_3)}, \overline{E(V_4)}$ peuvent être aisément obtenues à partir des travaux de Bozer et White [Bozer 84] et de Peters *et al.* [Peters 96] présentés à la section 3.2. Nous avons donc :

$$\overline{E(V_1)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

$$\overline{E(V_2)} = T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

$$\overline{E(V_3)} = \overline{E(V_4)} = T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (8)$$

Nous pouvons réécrire l'équation (5) en remplaçant ses termes par leurs valeurs définies dans les équations (6), (7) et (8) :

$$\overline{E(RC)}_m = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) + m T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (9)$$

Le temps moyen de cycle des machines de stockage et de déstockage dépend de la configuration du rack, de la capacité de stockage ainsi que du nombre de produits stockés dans le système. Basé sur la notation utilisée pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel (voir figure 3.1), la capacité de stockage peut être calculée comme étant : $N = N_l \cdot N_h \cdot M$. Le taux de charge du système, ρ , est le rapport entre le nombre de produits stockés et la capacité de stockage. Par conséquent, ρ varie entre 0 et 1. La densité de stockage au niveau de chaque couche du rack (couche de rang m avec $0 \leq m \leq M-1$) dépend du taux de charge et du nombre d'emplacements, M , par casiers. Etant donné que le stockage est aléatoire, plusieurs scénarios peuvent être envisagés :

Cas-1 : Si $\rho \leq 1/M$ alors les produits stockés sont présents principalement dans la couche n° 0.

Cas-2 : Si $1/M < \rho \leq 2/M$ alors les produits stockés sont présents principalement dans les couches n° 0 et 1.

Cas-3 : Si $m/M < \rho \leq (m+1)/M$ alors les couches numérotées de 0 à m contiennent la plupart des produits stockés.

Cas-4 : Si $(M-1)/M < \rho \leq 1$ alors la capacité de stockage est presque complètement utilisée.

Pour chacun des cas définis précédemment, l'expression du temps moyen de déstockage peut être obtenue à partir de l'expression (9). Pour le Cas-1, puisque seule la première couche est utilisée (donc $m=0$), alors le temps moyen de déstockage sera :

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4}T\left(\frac{b^2}{3}+1\right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M} \quad (10)$$

Pour les trois autres cas, le nombre de couches contenant la plupart des produits stockés peut être déterminé en divisant le nombre de produits stockés par la capacité de stockage d'une couche (qui est égale à $N_l.N_h$). En d'autres termes, la dernière couche principalement utilisée pour un taux de charge, ρ , donné est :

$$m = \rho M - 1 \quad (11)$$

Cette expression peut être aisément calculée à partir de l'équation du Cas-3, en calculant m pour la limite supérieure de ρ .

Le temps moyen de déstockage de n'importe quel produit stocké dans n'importe quelle couche pour un système avec m couches principalement utilisées est :

$$\overline{E(RC)} = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m \overline{E(RC)}_i \quad (12)$$

En remplaçant l'expression (9) dans l'expression (12), puis en calculant cette dernière, le temps moyen de déstockage peut être réécrit comme :

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4}T\left(\frac{b^2}{3}+1\right) + \frac{m}{2}.T\left(\frac{b^2}{3}+1\right) \quad (13)$$

Finalement, en remplaçant l'équation (11) dans l'équation (13), l'expression du temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel devient :

$$\overline{E(RC)} = T\left(\frac{b^2}{3}+1\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\rho.M\right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1 \quad (14)$$

3.3.2. Approche discrète.

Les expressions du temps moyen de déstockage présentées dans la section 3.3.1 sont des expressions approchées, non exactes, basées sur l'hypothèse que la face du rack est continue. Cette hypothèse n'est pas vraie puisque la face du rack est composée d'une matrice de casiers, et donc le temps de transport à ces casiers représente un ensemble de valeurs discrètes. Pour valider les expressions obtenues grâce à l'approche continue, il faut des

solutions exactes obtenues analytiquement ou par expérimentation. Notre but dans cette section est de développer un modèle exact du temps moyen de déstockage, basé sur une approche discrète. Ce modèle nous permettra de valider les expressions approchées obtenues dans la section 3.3.1. le temps moyen de déstockage exact peut être obtenu en sommant les temps de déstockage de tous les emplacements, et ensuite divisant cette somme par le nombre d'emplacements [Bozer 84].

Similairement à l'étude présentée en début de la section 3.3.1, le temps de transport des machines S/R dépend de la configuration du rack, de la capacité de stockage et du nombre de produits stockés. Pour déstocker un produit se trouvant dans une couche donnée, tous les produits le précédant dans le même casier seront déstockés et envoyés vers la machine de stockage à travers le convoyeur de re-stockage, pour être stockés à nouveau par la machine de stockage. Finalement, le produit désiré est récupéré.

Comme présenté dans la figure 3.2, la station de livraison a pour coordonnées $(x,y)=(0,1)$, le convoyeur de re-stockage a pour coordonnées $(x,y)=(N_l+1,1)$, le point de repos de la machine de déstockage est le milieu du rack, il peut être défini comme étant :

$$(x, y)_d = \left(\left[\frac{N_l+1}{2} \right], \left[\frac{N_h+1}{2} \right] \right) \quad (15)$$

Sachant que la machine peut se déplacer simultanément dans le sens horizontal et vertical (Tchebychev travel), le temps de transport entre les casiers de coordonnées (i,j) et (i',j') est :

$$t((i, j), (i', j')) = \max(t_h |i' - i|, t_v |j' - j|) \quad (16)$$

Le temps de transport de la machine de déstockage peut être décomposé en trois types :

Transport entre le point de repos et le casier (i,j)

$$E_1 = \max \left(t_h \left| i - \left[\frac{N_l+1}{2} \right] \right|, t_v \left| j - \left[\frac{N_h+1}{2} \right] \right| \right) \quad (17)$$

Transport entre le casier (i,j) et la station de livraison

$$E_2 = \max(t_h |0 - i|, t_v |1 - j|) \quad (18)$$

Transport entre le casier (i,j) et le convoyeur de re-stockage

$$E_3 = \max(t_h |N_l + 1 - i|, t_v |1 - j|) \quad (19)$$

Le temps de déstockage, en utilisant l'approche discrète, pour un produit stocké dans la couche z du casier (i,j) est :

$$E^D(RC)_{ijz} = E_1 + E_2 + 2.z.E_3 \quad (20)$$

Le temps de déstockage pour n'importe quel produit dans le casier (i,j) avec m_{ij} couches, dans ce casier, rempli par d'autres produits, est :

$$\overline{E^D(RC)_{ij}} = \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} (E_1 + E_2 + 2.k.E_3) \quad (21)$$

Considérant tout le rack avec une capacité de stockage de $N = M.N_l.N_h$, le temps moyen de déstockage pour n'importe quel produit est :

$$\overline{E^D(RC)} = \frac{1}{N_l N_h} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} (E_1 + E_2 + 2.k.E_3) \quad (22)$$

Finalement, le temps moyen de déstockage basé sur l'approche discrète peut être obtenu en remplaçant les expressions (17), (18), et (19) dans l'équation (22):

$$\overline{E^D(RC)} = \frac{1}{N_l \cdot N_h} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} \left(\max \left(t'_h \left| i - \left\lfloor \frac{N_l + 1}{2} \right\rfloor \right|, t'_v \left| j - \left\lfloor \frac{N_h + 1}{2} \right\rfloor \right| \right) + \right. \\ \left. \max(t'_h |0-i|, t'_v |1-j|) + 2.k \cdot \max(t'_h |N_l + 1 - i|, t'_v |1 - j|) \right) \quad (23)$$

où $\sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} m_{ij} = [\rho.N] \cong \rho.N$

3.3.3 Temps de dépôt/livraison et retards d'accélération/décélération

Dans les sections précédentes les effets des temps de chargement/déchargement (C/D) du produit, du casier ou vers la station de livraison ou le convoyeur de re-stockage, ainsi que des retards d'accélération/décélération (A/D) des machines de stockage et de déstockage, sur les temps moyens de transport n'ont pas été pris en considération. Dans les AS/RS à charge unitaire, ces termes temporels peuvent simplement être supposés constants et ajoutés à l'expression finale du temps moyen de transport [Bozer 84], [Peters 96] ou alors, ils peuvent être introduits comme fonctions dans le modèle [Hwang 90], [Chang 97].

Dans cette section, nous allons étudier l'influence des temps C/D et des retards A/D sur les modèles des temps moyens de déstockage développés en utilisant l'approche continue (voir section 3.3.1) et l'approche discrète (voir section 3.3.2). Les temps C/D, pour des produits de tailles et poids comparables peuvent être considérés comme constants. Etant donné que les vitesses des machines de stockage/déstockage sont supposées constantes, nous pouvons supposer, aussi, que les retards dus à leurs accélérations/décélération sont constants. Chaque déplacement de la machine

de déstockage est accompagné d'une accélération et d'une décélération, ainsi que d'un chargement ou d'un déchargement. Etant donné que toutes ces grandeurs sont constantes, nous pouvons les sommer en une composante temporelle associée à chaque déplacement que nous appellerons t_c . Les modèles des temps moyens de déstockage représentés par les expressions (5) et (22) peuvent être reformulés en ajoutant t_c . Pour l'approche continue, considérons l'expression (5) en y introduisant t_c :

$$\overline{E(RC)}_{m_{t_c}} = \left(\overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)} + t_c \right) + m \left(\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)} + t_c \right) \quad \text{Approche continue} \quad (24)$$

Après le remplacement de $\overline{E(RC)}_i$ dans l'équation (12) par l'équation (24), L'expression du temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel avec les temps C/D et les retards A/D pris en considération devient :

$$\overline{E(RC)}_{t_c} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho.M \right) + \frac{\rho.M + 1}{2} t_c \quad \text{Approche continue} \quad (25)$$

La composante temporelle moyennée du temps moyen de déstockage due à tous les temps C/D et les retards A/D peut être définie comme suit :

$$\overline{T^C}_c = \frac{\rho.M + 1}{2} t_c \quad \text{Approche continue} \quad (26)$$

Similairement, en y introduisant t_c , l'équation (22) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\overline{E^D(RC)}_{t_c} = \frac{1}{N_l N_h} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} \left[(E_1 + E_2 + t_c) + k(2E_3 + t_c) \right] \quad \text{Approche discrète} \quad (27)$$

L'équation (27) peut être réarrangée comme la sommation de l'équation (22) et un terme fonction de t_c :

$$\overline{E^D(RC)}_{t_c} = \overline{E^D(RC)} + \frac{1}{N_l N_h} \frac{t_c}{2} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} (m_{ij} + 1) \quad \text{Approche discrète} \quad (28)$$

La composante temporelle moyennée du temps moyen de déstockage due à tous les temps C/D et les retards A/D, en utilisant l'approche discrète peut être définie comme suit :

$$\overline{T^D}_c = \frac{1}{N_l N_h} \frac{t_c}{2} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} (m_{ij} + 1) \quad \text{Approche discrète} \quad (29)$$

Finalement en calculant les sommations dans l'équation (29), celle-ci devient égale à l'équation (26) :

$$\overline{T^D}_c = \frac{\rho.M + 1}{2} t_c = \overline{T^C}_c \quad (30)$$

De ce fait, nous pouvons conclure que l'influence des temps C/D et des retards A/D est la même aussi bien pour l'approche continue que pour l'approche discrète.

3.4. Etude en simulation.

Puisque la méthode discrète est utilisée dans la littérature [Bozer 84] pour valider les modèles approchés, le modèle développé en section 3.3.1 sera comparé à celui présenté en section 3.3.2 à l'aide de la simulation de ces deux modèles et de la détermination des différences relatives entre le modèle approché et le modèle exacte.

La méthode continue, présentée en section 3.3.1 donne des expressions simples et compactes (équation (10) et (14)), où seul le taux de charge, ρ , varie. Effectivement pour une configuration donnée, T , b et M sont constantes. Ces expressions peuvent donc être calculées à la main avec une grande facilité. Par contre, la méthode discrète, présentée en section 3.3.2 donne une relation complexe (équation (23)) qui rend le calcul manuel fastidieux même pour de petits systèmes.

Une « disposition de remplissage » correspond à une localisation spécifique des produits dans les casiers de stockage. Lorsque le taux de charge est égal à un ($\rho = 1$) tous les emplacements de stockage sont utilisés (le rack est plein). Il existe donc une seule disposition de remplissage. Par contre, lorsque le taux de charge est inférieur à un ($\rho < 1$) il existe, pour un même taux de charge, un très grand nombre de dispositions de remplissage. De ce fait la détermination du temps moyen de déstockage, par la méthode discrète (équation (23)), basée sur une seule disposition de remplissage s'avère erronée. Il faut, donc, pour un taux de charge donné, générer un grand nombre de dispositions de remplissage aléatoires, et ainsi, déterminer le temps moyen de déstockage en faisant la moyenne des temps obtenus pour chaque disposition. Contrairement à la méthode discrète, la méthode continue (équation (10) et (14)), ne nécessite que le nombre total de produits stockés, à travers le taux de charge ρ , pour la détermination du temps moyen de déstockage.

En premier lieu, nous nous proposons de déterminer l'impact du nombre de dispositions de remplissage, utilisé en simulation, sur la précision de la méthode discrète. Pour ce faire, le modèle d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel de 36 casiers, disposés en 6x6, 4 couches et un taux de charge, ρ , de 70% a été simulé pour une variété de nombres de dispositions de remplissage (NFA) allant de 2000 à 120000. Les résultats de cette simulation sont présentés dans le tableau 3.1. Celui-ci, en plus du nombre de dispositions de remplissage (NFA), inclut le temps moyen de déstockage par la méthode discrète (DERT), l'écart type et le temps de calcul.

A partir des résultats présentés au tableau 3.1, nous remarquons que pour des NFA entre 2000 et 12000, les DERT ont une précision de 3 chiffres significatifs. Pour des NFA de 14000 à 120000, cette précision augmente à 4 chiffres significatifs. Par conséquent, plus le nombre de dispositions de remplissage est grand mieux est la précision. Bien que le NFA ait été augmenté à 120000, la précision n'a pas dépassé les 4 chiffres significatifs. Nous pouvons penser que cela est dû à la méthode de calcul. Pour valider cette méthode de calcul, l'AS/RS(CG) a été simulé à un taux de charge de 100% et un NFA de 20000. Puisque à un taux de charge de 100% toutes les dispositions de remplissage sont identiques (tous les emplacements de stockage sont occupés), l'écart type doit être égal à 0 si la méthode de calcul est parfaite. De ce fait, la précision de la méthode de calcul sera égale à l'écart type lorsque le taux de charge est de 100%. La simulation a donné un écart type de l'ordre de 10^{-12} . Par conséquent la méthode de calcul est suffisamment précise et l'écart entre les résultats du DERT n'est pas dû à cette dernière.

| NFA | Ecart type | DERT | Temps de calcul | NFA | Ecart type | DERT | Temps de calcul |
|--------|------------|---------|-----------------|---------|------------|---------|-----------------|
| 2 000 | 0.2737 | 13.2448 | 4 min 37 s | 32 000 | 0.2750 | 13.2492 | 1 h 13 min |
| 4 000 | 0.2738 | 13.2455 | 9 min 09 s | 36 000 | 0.2734 | 13.2481 | 1 h 21 min |
| 6 000 | 0.2753 | 13.2466 | 13 min 25 s | 40 000 | 0.2725 | 13.2467 | 1 h 33 min |
| 8 000 | 0.2764 | 13.2511 | 18 min 29 s | 50 000 | 0.2752 | 13.2495 | 1 h 54 min |
| 10 000 | 0.2769 | 13.2453 | 26 min 09 s | 60 000 | 0.2744 | 13.2482 | 2 h 14 min |
| 12 000 | 0.2744 | 13.2507 | 27 min 33 s | 70 000 | 0.2742 | 13.2480 | 2 h 38 min |
| 14 000 | 0.2755 | 13.2460 | 32 min 22 s | 80 000 | 0.2740 | 13.2462 | 3 h 05 min |
| 16 000 | 0.2736 | 13.2490 | 40 min 45 s | 90 000 | 0.2744 | 13.2481 | 3 h 25 min |
| 20 000 | 0.2739 | 13.2461 | 45 min 10 s | 100 000 | 0.2742 | 13.2475 | 3 h 48 min |
| 24 000 | 0.2732 | 13.2469 | 54 min 14 s | 110 000 | 0.2747 | 13.2488 | 4 h 04 min |
| 28 000 | 0.2748 | 13.2474 | 1 h 3 min | 120 000 | 0.2755 | 13.2477 | 4 h 28 min |

Table 3.1. Ecart type, temps moyen de déstockage par la méthode discrète (DERT) et temps de calcul par rapport au nombre de dispositions de remplissage (NFA)

Pour pouvoir garder un temps de calcul raisonnable, un NFA de 20000 à été sélectionné pour la simulation détaillée du système afin d'obtenir une précision de 4 chiffres significatifs. La simulation a été réalisée sur une large variété de systèmes. Des racks de 36, 144, 225, 400 et 630 casiers, avec 4, 6, 8, et 10 couches ont été sélectionnés. Le facteur de forme b a été varié de 1 à 0,014, tandis que le taux de charge, ρ , fut varié de $1/M$ à 1. Les tableaux 3.2 à 3.6 contiennent l'erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour différentes tailles des racks et facteurs de formes.

| M-N | 4 – 144 | | | | 6 – 216 | | | |
|------------|--|-------|-------|-------|----------|-------|-------|-------|
| b | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.49 | 6.22 | 4.77 | 4.78 |
| 25 | 13.3 | 10.4 | 8.38 | 8.27 | 5.22 | 1.60 | 0.626 | 0.539 |
| 30 | 9.44 | 6.23 | 4.70 | 4.63 | 2.70 | 0.285 | 1.83 | 1.87 |
| 40 | 3.57 | 1.43 | 0.986 | 1.03 | 1.19 | 1.96 | 3.36 | 3.40 |
| 50 | 1.83 | 0.885 | 2.68 | 2.74 | 0.153 | 2.94 | 4.65 | 4.74 |
| 60 | 0.945 | 2.20 | 3.57 | 3.61 | 0.869 | 3.40 | 5.40 | 5.45 |
| 70 | 0.339 | 2.94 | 4.85 | 4.90 | 0.709 | 3.66 | 5.29 | 5.32 |
| 80 | 0.454 | 3.37 | 4.96 | 5.00 | 1.04 | 3.81 | 5.64 | 5.67 |
| 85 | 0.430 | 3.49 | 4.98 | 5.01 | 1.19 | 4.11 | 5.77 | 5.81 |
| 90 | 1.08 | 3.61 | 5.62 | 5.64 | 0.836 | 3.90 | 5.46 | 5.46 |
| 100 | 0.917 | 3.73 | 5.47 | 5.50 | 1.06 | 3.95 | 5.69 | 5.71 |
| M-N | 8 – 288 | | | | 10 – 360 | | | |
| b | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.4 | 10.5 | 8.52 | 8.43 |
| 20 | 3.70 | 1.58 | 0.823 | 0.864 | 2.04 | 0.678 | 2.48 | 2.57 |
| 25 | 2.01 | 0.709 | 2.51 | 2.52 | 0.603 | 2.65 | 3.90 | 3.93 |
| 30 | 1.18 | 1.93 | 3.27 | 3.32 | 0.157 | 2.93 | 4.68 | 4.71 |
| 40 | 0.174 | 3.11 | 4.72 | 4.74 | 0.764 | 3.55 | 5.30 | 5.35 |
| 50 | 0.732 | 3.59 | 5.30 | 5.32 | 0.952 | 3.82 | 5.57 | 5.56 |
| 60 | 1.05 | 3.76 | 5.61 | 5.65 | 1.03 | 3.92 | 5.67 | 5.74 |
| 70 | 1.19 | 3.90 | 5.8 | 5.83 | 1.09 | 4.03 | 5.78 | 5.77 |
| 80 | 0.913 | 3.96 | 5.56 | 5.58 | 1.14 | 4.08 | 5.80 | 5.80 |
| 85 | 1.17 | 3.99 | 5.81 | 5.83 | 1.14 | 4.24 | 5.82 | 5.83 |
| 90 | 1.02 | 4.05 | 5.70 | 5.71 | 1.15 | 4.12 | 5.82 | 5.86 |
| 100 | 1.13 | 4.07 | 5.80 | 5.82 | 1.18 | 4.14 | 5.87 | 5.88 |

Tableau 3.2. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 36 casiers.

| M-N | 4 – 576 | | | | 6 – 864 | | | |
|------------|--|--------------|--------------|--------------|------------------|--------------|--------------|--------------|
| b | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.43 | 7.37 | 6.97 | 7.50 |
| 25 | 13.7 | 11.6 | 11.2 | 11.8 | 5.72 | 3.67 | 3.32 | 3.80 |
| 30 | 9.35 | 7.25 | 6.90 | 7.41 | 3.62 | 1.54 | 1.21 | 1.72 |
| 40 | 4.85 | 2.80 | 2.44 | 2.95 | 1.26 | 0.787 | 1.16 | 0.644 |
| 50 | 2.36 | 0.302 | 0.0473 | 0.463 | 0.457 | 1.59 | 1.96 | 1.44 |
| 60 | 1.01 | 1.03 | 1.38 | 0.856 | 0.146 | 1.97 | 2.34 | 1.83 |
| 70 | 0.476 | 1.59 | 1.95 | 1.43 | 0.155 | 2.28 | 2.68 | 2.13 |
| 80 | 0.0089 | 2.07 | 2.43 | 1.91 | 0.191 | 2.33 | 2.70 | 2.16 |
| 85 | 0.132 | 2.23 | 2.60 | 2.06 | 0.191 | 2.32 | 2.74 | 2.16 |
| 90 | 0.0845 | 2.18 | 2.55 | 2.01 | 0.308 | 2.45 | 2.84 | 2.27 |
| 100 | 0.231 | 2.34 | 2.72 | 2.17 | 0.266 | 2.43 | 2.83 | 2.26 |
| M-N | 8 – 1152 | | | | 10 – 1440 | | | |
| b | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.8 | 11.7 | 11.3 | 11.8 |
| 20 | 5.04 | 2.96 | 2.64 | 3.14 | 2.58 | 0.562 | 0.162 | 0.677 |
| 25 | 2.60 | 0.556 | 0.173 | 0.709 | 1.20 | 0.884 | 1.24 | 0.738 |
| 30 | 1.28 | 0.789 | 1.12 | 0.632 | 0.504 | 1.59 | 1.96 | 1.42 |
| 40 | 0.274 | 1.77 | 2.18 | 1.61 | 0.0118 | 2.17 | 2.56 | 1.99 |
| 50 | 0.0322 | 2.15 | 2.52 | 1.99 | 0.188 | 2.37 | 2.72 | 2.17 |
| 60 | 0.156 | 2.28 | 2.69 | 2.10 | 0.246 | 2.42 | 2.83 | 2.22 |
| 70 | 0.195 | 2.34 | 2.75 | 2.17 | 0.273 | 2.46 | 2.86 | 2.29 |
| 80 | 0.322 | 2.47 | 2.90 | 2.29 | 0.283 | 2.47 | 2.88 | 2.30 |
| 85 | 0.262 | 2.43 | 2.84 | 2.26 | 0.282 | 2.48 | 2.89 | 2.32 |
| 90 | 0.292 | 2.48 | 2.89 | 2.32 | 0.295 | 2.50 | 2.90 | 2.32 |
| 100 | 0.285 | 2.48 | 2.89 | 2.30 | 0.297 | 2.51 | 2.92 | 2.33 |

Tableau 3.3. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 144 casiers.

| M-N | 4 - 900 | | | | 6 - 1350 | | | |
|------------|--|-------------|--------------|--------------|------------------|-------------|--------------|--------------|
| b | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.61 | 7.62 | 8.03 | 8.60 |
| 25 | 13.8 | 11.7 | 12.2 | 12.7 | 5.65 | 3.68 | 4.10 | 4.66 |
| 30 | 9.51 | 7.52 | 7.93 | 8.51 | 3.60 | 1.64 | 2.04 | 2.66 |
| 40 | 4.77 | 2.78 | 3.23 | 3.79 | 1.44 | 0.564 | 0.114 | 0.472 |
| 50 | 2.43 | 0.458 | 0.887 | 1.45 | 0.556 | 1.48 | 1.05 | 0.437 |
| 60 | 1.19 | 0.795 | 0.354 | 0.225 | 0.142 | 1.90 | 1.44 | 0.810 |
| 70 | 0.498 | 1.51 | 1.06 | 0.468 | 0.358 | 2.11 | 1.63 | 1.02 |
| 80 | 1.15 | 1.89 | 1.45 | 0.859 | 0.116 | 2.20 | 1.73 | 1.11 |
| 85 | 0.0011 | 2.02 | 1.57 | 0.972 | 0.187 | 2.28 | 1.80 | 1.18 |
| 90 | 0.0715 | 2.11 | 1.65 | 1.05 | 0.154 | 2.26 | 1.78 | 1.16 |
| 100 | 0.148 | 2.20 | 1.74 | 1.13 | 0.171 | 2.29 | 1.81 | 1.18 |
| M-N | 8 - 1800 | | | | 10 - 2250 | | | |
| b | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.9 | 11.8 | 12.2 | 12.8 |
| 20 | 4.95 | 2.96 | 3.38 | 3.95 | 2.68 | 0.687 | 1.12 | 1.69 |
| 25 | 2.67 | 0.679 | 1.09 | 1.68 | 1.19 | 0.807 | 0.370 | 0.206 |
| 30 | 1.48 | 0.536 | 0.0759 | 0.482 | 0.577 | 1.45 | 0.984 | 0.397 |
| 40 | 0.428 | 1.62 | 1.16 | 0.583 | 0.0430 | 2.01 | 1.56 | 0.934 |
| 50 | 0.0487 | 2.02 | 1.55 | 0.943 | 0.106 | 2.19 | 1.72 | 1.09 |
| 60 | 0.0902 | 2.20 | 1.70 | 1.11 | 0.169 | 2.26 | 1.82 | 1.14 |
| 70 | 0.146 | 2.27 | 1.78 | 1.16 | 0.181 | 2.31 | 1.83 | 1.19 |
| 80 | 0.166 | 2.29 | 1.80 | 1.17 | 0.179 | 2.34 | 1.84 | 1.20 |
| 85 | 0.176 | 2.30 | 1.82 | 1.18 | 0.207 | 2.37 | 1.88 | 1.23 |
| 90 | 0.177 | 2.33 | 1.83 | 1.19 | 0.186 | 2.36 | 1.86 | 1.21 |
| 100 | 0.183 | 2.34 | 1.84 | 1.20 | 0.190 | 2.37 | 1.87 | 1.21 |

Tableau 3.4. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 225 casiers.

| M-N | 4 - 1600 | | | | 6 - 2400 | | | |
|------------|--|--------------|--------------|---------------|------------------|--------------|--------------|--------------|
| b | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.0400 | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.66 | 8.57 | 8.13 | 8.90 |
| 25 | 13.9 | 12.7 | 12.3 | 13.1 | 5.83 | 4.77 | 4.36 | 5.09 |
| 30 | 9.56 | 8.46 | 8.03 | 8.80 | 3.65 | 2.58 | 2.17 | 2.90 |
| 40 | 4.82 | 3.76 | 3.34 | 4.07 | 1.49 | 0.415 | 0.498 | 0.764 |
| 50 | 2.48 | 1.42 | 0.998 | 1.74 | 0.601 | 0.473 | 0.898 | 0.151 |
| 60 | 1.23 | 0.163 | 0.244 | 0.497 | 0.203 | 0.893 | 1.33 | 0.560 |
| 70 | 0.550 | 0.524 | 0.958 | 0.203 | 0.0351 | 1.09 | 1.54 | 0.737 |
| 80 | 0.187 | 0.903 | 1.33 | 0.568 | 0.0540 | 1.17 | 1.62 | 0.832 |
| 85 | 0.0666 | 1.02 | 1.46 | 0.694 | 0.0760 | 1.20 | 1.66 | 0.856 |
| 90 | 0.0128 | 1.11 | 1.54 | 0.770 | 0.0830 | 1.22 | 1.68 | 0.867 |
| 100 | 0.0832 | 1.19 | 1.63 | 0.850 | 0.0961 | 1.24 | 1.70 | 0.883 |
| M-N | 8 - 3200 | | | | 10 - 4000 | | | |
| b | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.0400 | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.9 | 12.8 | 12.4 | 13.1 |
| 20 | 4.99 | 3.91 | 3.51 | 4.23 | 2.72 | 1.65 | 1.22 | 1.97 |
| 25 | 2.72 | 1.65 | 1.23 | 1.98 | 1.31 | 0.232 | 0.165 | 0.581 |
| 30 | 1.52 | 0.433 | 0.0297 | 0.774 | 0.628 | 0.449 | 0.876 | 0.112 |
| 40 | 0.479 | 0.613 | 1.07 | 0.293 | 0.110 | 1.00 | 1.43 | 0.639 |
| 50 | 0.123 | 0.997 | 1.44 | 0.653 | 0.0272 | 1.16 | 1.61 | 0.810 |
| 60 | 0.0163 | 1.14 | 1.60 | 0.801 | 0.0742 | 1.22 | 1.68 | 0.865 |
| 70 | 0.0758 | 1.22 | 1.67 | 0.860 | 0.0939 | 1.25 | 1.72 | 0.901 |
| 80 | 0.0906 | 1.23 | 1.70 | 0.881 | 0.100 | 1.26 | 1.73 | 0.897 |
| 85 | 0.0939 | 1.24 | 1.71 | 0.884 | 0.106 | 1.26 | 1.73 | 0.894 |
| 90 | 0.0967 | 1.25 | 1.72 | 0.893 | 0.107 | 1.27 | 1.74 | 0.905 |
| 100 | 0.103 | 1.26 | 1.73 | 0.900 | 0.107 | 1.28 | 1.75 | 0.911 |

Tableau 3.5. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 400 casiers.

| M-N | 4 – 2520 | | | | 6 – 3780 | | | |
|------------|--|--------------|--------------|---------------|------------------|--------------|--------------|--------------|
| b | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.0143 | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.014 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 8.93 | 8.44 | 8.67 | 9.32 |
| 25 | 13.1 | 12.6 | 12.8 | 13.5 | 5.13 | 4.63 | 4.86 | 5.49 |
| 30 | 8.84 | 8.34 | 8.55 | 9.21 | 2.95 | 2.47 | 2.67 | 3.32 |
| 40 | 4.11 | 3.63 | 3.84 | 4.49 | 0.778 | 0.286 | 0.496 | 1.16 |
| 50 | 1.77 | 1.29 | 1.50 | 2.14 | 0.121 | 0.611 | 0.404 | 0.269 |
| 60 | 0.526 | 0.0459 | 0.249 | 0.903 | 0.517 | 1.03 | 0.807 | 0.138 |
| 70 | 0.156 | 0.641 | 0.430 | 0.232 | 0.703 | 1.22 | 0.983 | 0.311 |
| 80 | 0.539 | 1.03 | 0.822 | 0.157 | 0.788 | 1.31 | 1.08 | 0.390 |
| 85 | 0.650 | 1.15 | 0.933 | 0.267 | 0.811 | 1.33 | 1.11 | 0.416 |
| 90 | 0.728 | 1.23 | 1.02 | 0.343 | 0.825 | 1.35 | 1.13 | 0.424 |
| 100 | 0.810 | 1.32 | 1.10 | 0.417 | 0.843 | 1.37 | 1.14 | 0.433 |
| M-N | 8 – 5040 | | | | 10 – 6300 | | | |
| b | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.0143 | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.014 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.2 | 12.7 | 12.9 | 13.6 |
| 20 | 4.30 | 3.82 | 3.99 | 4.64 | 2.01 | 1.52 | 1.72 | 2.39 |
| 25 | 2.01 | 1.51 | 1.71 | 2.36 | 0.596 | 0.105 | 0.320 | 0.986 |
| 30 | 0.809 | 0.324 | 0.527 | 1.18 | 0.0849 | 0.579 | 0.351 | 0.306 |
| 40 | 0.245 | 0.740 | 0.541 | 0.128 | 0.615 | 1.12 | 0.902 | 0.207 |
| 50 | 0.621 | 1.13 | 0.905 | 0.217 | 0.774 | 1.30 | 1.07 | 0.364 |
| 60 | 0.760 | 1.28 | 1.05 | 0.350 | 0.828 | 1.36 | 1.12 | 0.424 |
| 70 | 0.817 | 1.34 | 1.12 | 0.405 | 0.847 | 1.38 | 1.14 | 0.431 |
| 80 | 0.835 | 1.36 | 1.14 | 0.421 | 0.865 | 1.40 | 1.17 | 0.435 |
| 85 | 0.848 | 1.38 | 1.16 | 0.435 | 0.864 | 1.40 | 1.17 | 0.444 |
| 90 | 0.853 | 1.38 | 1.15 | 0.437 | 0.866 | 1.41 | 1.17 | 0.442 |
| 100 | 0.860 | 1.40 | 1.16 | 0.441 | 0.870 | 1.41 | 1.18 | 0.446 |

Tableau 3.6. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 630 casiers.

3.5. Interprétations des résultats et conclusions

Dans ce chapitre, nous avons développé des expressions analytiques compacts pour les temps moyens de stockage et de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Ces expressions sont déterminées en utilisant l'approche continue qui considère la face du rack comme un plan où le stockage ou le déstockage peut être réalisé à n'importe quel point. Ces expressions approchées ont été comparées, pour leur validation, avec les expressions exactes, obtenues à partir de l'approche discrète, à travers la simulation. De cette simulation un certain nombre de conclusions peuvent être faites. Nous résumons, ici, l'essentiel :

- Quelque soit la taille et la forme du rack, l'erreur pour $\rho_{\min} = 1/M$ varie entre 11% et 14%. Cette erreur importante peut être justifiée par le fait que la méthode continue est définie uniquement pour $\rho \geq 1/M$. De ce fait, à la limite de validité de la méthode continue, $\rho_{\min} = 1/M$, l'erreur est importante.
- Pour les systèmes carrés en temps ($b=1$), l'erreur est relativement faible. Elle est inférieure à 2% pour un système à 36 casiers et un taux de charge supérieur à $2\rho_{\min} = 2/M$. Cette erreur diminue lorsque la taille du système augmente. Pour un système à 400 casiers l'erreur est inférieure à 0,1% sauf pour des taux de charge très faibles.
- Pour des systèmes non carrés en temps ($b < 1$) et des taux de charge moyens et élevés ($\rho > 2\rho_{\min}$), l'erreur dépend, principalement, de la taille du rack. Elle est relativement importante pour les petits systèmes : elle est de l'ordre de 5,9% pour un système à 36 casiers. Elle diminue lorsque la taille du rack augmente pour atteindre 2,4% pour un système à 630 casiers.
- Pour un taux de charge maximum, $\rho = 1$, et un facteur de forme $b < 1$, l'erreur est plus faible que pour des taux de charge inférieurs à 1. Elle est de l'ordre de 5,9% pour un système à 36 casiers mais diminue à moins de 1,5% pour un système à 630 casiers.
- L'erreur ne semble pas être très sensible au nombre de couches M . Nonobstant, une légère augmentation de l'erreur est remarquée lorsque le nombre de couches M augmente.
- L'erreur dépend, aussi, de la forme du rack. Elle est minimale pour les systèmes carrés en temps ($b = 1$) et augmente lorsque b diminue jusqu'à une erreur maximale qui apparaît pour $0,25 < b < 0,36$. Pour $b < 0,25$ l'erreur diminue lorsque b diminue.

A la conception, les systèmes de stockage sont toujours dimensionnés pour travailler au maximum à 85% de leurs capacités de stockage, soit un

taux de charge maximal de 85% [White 82], [Groover 87]. Toutefois, pour des raisons économiques, ces systèmes sont conçus pour travailler au mieux de leurs performances. Ceci laisse penser qu'ils fonctionnent, dans la plupart des cas, légèrement au-dessous du taux de charge maximal. De ce fait, nous avons jugé intéressant de définir une « zone utile » de fonctionnement de l'AS/RS. Cette « zone utile » définie pour un taux de charge allant de 70% à 85% ($0,7 < \rho < 0,85$) est la zone de réel fonctionnement. Dans cette zone, pour les systèmes carrés en temps ($b=1$), l'erreur est très faible, elle varie de 1,2% pour les systèmes à 36 casiers à 0,1% pour les systèmes à 400 casiers. D'autre part, pour les système non carrés en temps ($b < 1$), l'erreur, assez faible, diminue lorsque la taille du système augmente. Elle est de 2.9 % pour des systèmes à 144 casiers, 2.4 % pour des systèmes à 225 casiers, 1.8 % pour des systèmes à 400 casiers, et 1.4 % pour des systèmes à 630 casiers. Cependant, pour de très petits systèmes, l'erreur reste relativement importante : elle est de 5,8% pour des systèmes à 36 casiers. De ce fait, et pour des cas pratiques de l'industrie et des services, les expressions développées sont tout à fait applicables grâce à leur grande simplicité et bonne précision.

Nous pouvons dire que, globalement, l'erreur entre les deux méthodes est acceptable, elle peut être largement justifiée par le gain en temps de calcul. Il est vrai que la méthode discrète a nécessité près de 3000 heures de temps de calcul CPU (sur des Pentiums à 120MHz) pour l'obtention des résultats présentés dans les tableaux 3.2 à 3.6. Par contre la méthode continue ne nécessita que quelques secondes. Toutefois, la méthode continue n'est pas très adéquate pour calculer le temps moyen de déstockage ni à de très faible taux de charge (autour de ρ_{\min}) ni pour les petits systèmes où le facteur de forme est différent de 1. Ces limites étant définies, cette méthode peut donner en une simple opération manuelle le temps moyen de déstockage avec une erreur acceptable. Lorsque les systèmes sont de grande taille cette méthode s'avère particulièrement précise.

Les expressions des temps moyens de stockage et de déstockage développées dans cette étude peuvent être utilisées pour :

1. Etablir des standards de performances des systèmes existants.
2. Déterminer les performances de différentes configurations d'AS/RS à convoyeurs gravitationnels au moment de la conception.
3. Comparer les performances des AS/RS à convoyeur gravitationnels avec d'autres types d'AS/RS
4. Comparer différentes techniques de stockage pour améliorer les performances des AS/RS à convoyeurs gravitationnels.

Chapitre 4

Impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur les temps de transport d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

4.1 Introduction.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'analyser l'influence des positions des stations de dépôt/livraison (stations D/L) et du convoyeur de re-stockage (CR) sur les temps moyens de déstockage dans l'AS/RS à convoyeur gravitationnel.

Nous commencerons par une modélisation des temps moyens de stockage et de déstockage pour chacune des configurations du système, obtenue en changeant les positions des stations D/L et de CR. Deux positions principales sont considérées pour les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage : au centre ou au coin bas du rack.

Ensuite nous procéderons à une comparaison des modèles obtenus en les divisant par des expressions de base, ainsi nous obtiendrons des modèles par unités qui faciliteront la comparaison des différentes configurations du système.

Enfin nous présenterons les résultats de cette comparaison. Nous interpréterons ces résultats pour classer les configurations par rapport à leurs performances.

Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet d'une communication présentée au *CPI2001* [Sari 01b] et d'une publication soumise à *IEEE Transactions on Robotics and Automation* [Sari 03b].

4.2. Modélisation des temps de stockage et déstockage.

Lorsque nous déplaçons les stations de dépôt/livraison, ainsi que le convoyeur de re-stockage, nous remarquons des variations importantes dans l'expression du temps moyen de déstockage. Deux positions principales sont considérées pour les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage : au centre ou au coin bas du rack. En les positionnant au centre du rack, le temps moyen de transport sera réduit puisque la distance entre ceux-ci et n'importe quel casier dans le rack sera réduite. Lorsque le convoyeur de re-stockage est positionné à l'extrémité du rack, il occupera une colonne entière d'espace. Par contre, lorsqu'il est placé au centre du rack, il occupera, seulement, l'équivalent de deux ou trois casiers (ceci dépend de la profondeur du rack et de l'inclinaison des convoyeurs gravitationnels, puisque la pente de celle du convoyeur de re-stockage est opposée à celles des casiers). En changeant les positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage, les expressions des temps de transport de base, $\overline{E(V_1)}, \overline{E(V_2)}, \overline{E(V_3)}, \overline{E(V_4)}$ varieront. Ces expressions peuvent être déterminées pour chaque configuration en utilisant les équations (3) et (4) du chapitre trois. Les résultats de ces calculs sont résumés dans le tableau 4.1 présenté ci-dessous.

| Position | Centre | Coin | $\overline{E(V_1)}$ | $\overline{E(V_2)}$ | $\overline{E(V_3)} = \overline{E(V_4)}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|--------|------|--|--|--|-------------|---|---|--|--|--|-----------|---|---|-------------|---|--|--|--|--|-----------|---|---|-------------|---|--|--|--|--|
| Station D/L | | X | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Convoyeur | | X | | | | Station D/L | | X | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | Convoyeur | X | | Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | Convoyeur | | X | Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ |
| Station D/L | | X | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Convoyeur | X | | | | | Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | Convoyeur | | X | Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | Convoyeur | X | | | | | | | |
| Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Convoyeur | | X | | | | Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | Convoyeur | X | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Convoyeur | X | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tableau 4.1. Récapitulatif des temps de transport pour différentes positions des station D/L et du convoyeur CR.

Similairement à l'analyse présentée à la section 3.3.1, les expressions des temps moyens de stockage et déstockage pour les différentes positions des

stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sont déterminées et présentées ci-dessous :

Cas A : Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

$$\overline{E(SC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (1)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (2)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (3)$$

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémité du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (4)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (5)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (6)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$\overline{E(SC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (7)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (8)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (9)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (10)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (11)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (12)$$

4.3. Comparaison des performances.

Pour pouvoir comparer les performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel avec différentes positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage, nous utiliserons le système de grandeurs par unité. Nous prendrons comme grandeurs de base les expressions des temps moyens de stockage et déstockage du cas A (station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack). Ainsi, les expressions (1) à (3) seront utilisées pour diviser toutes les expressions (4) à (12) et ainsi obtenir des grandeurs par unité.

Cas A : Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = 1, \quad (13)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = 1 \quad \text{quelque soit } \rho. \quad (14)$$

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = 1, \quad (15)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2 + \rho.M}{1 + 2\rho.M} \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (16)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = 1 \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (17)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = \frac{1}{2}, \quad (18)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2\rho.M}{1 + 2\rho.M} \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (19)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2}{3} \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (20)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = \frac{1}{2}, \quad (21)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{1 + \rho.M}{1 + 2\rho.M} \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (22)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2}{3} \quad \text{for } \rho < \frac{1}{M}. \quad (23)$$

4.4. Résultats et interprétations.

A partir des équations (13) à (27), nous remarquons que les temps moyens de stockage, par unité, sont constants, tandis que les temps moyens de déstockage, par unité, dépendent du nombre de couches M et du taux de charge ρ .

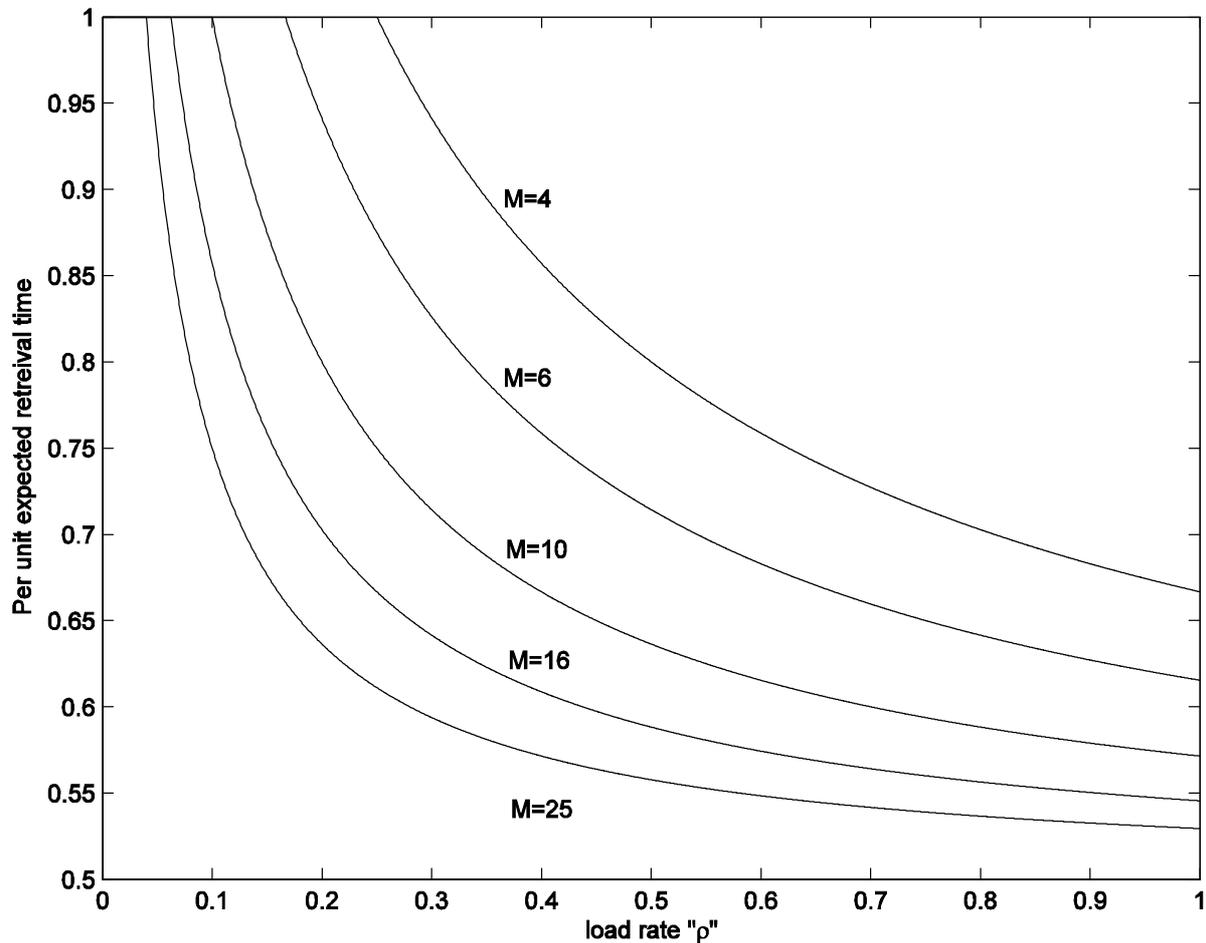


FIGURE 4.1. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au coin et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

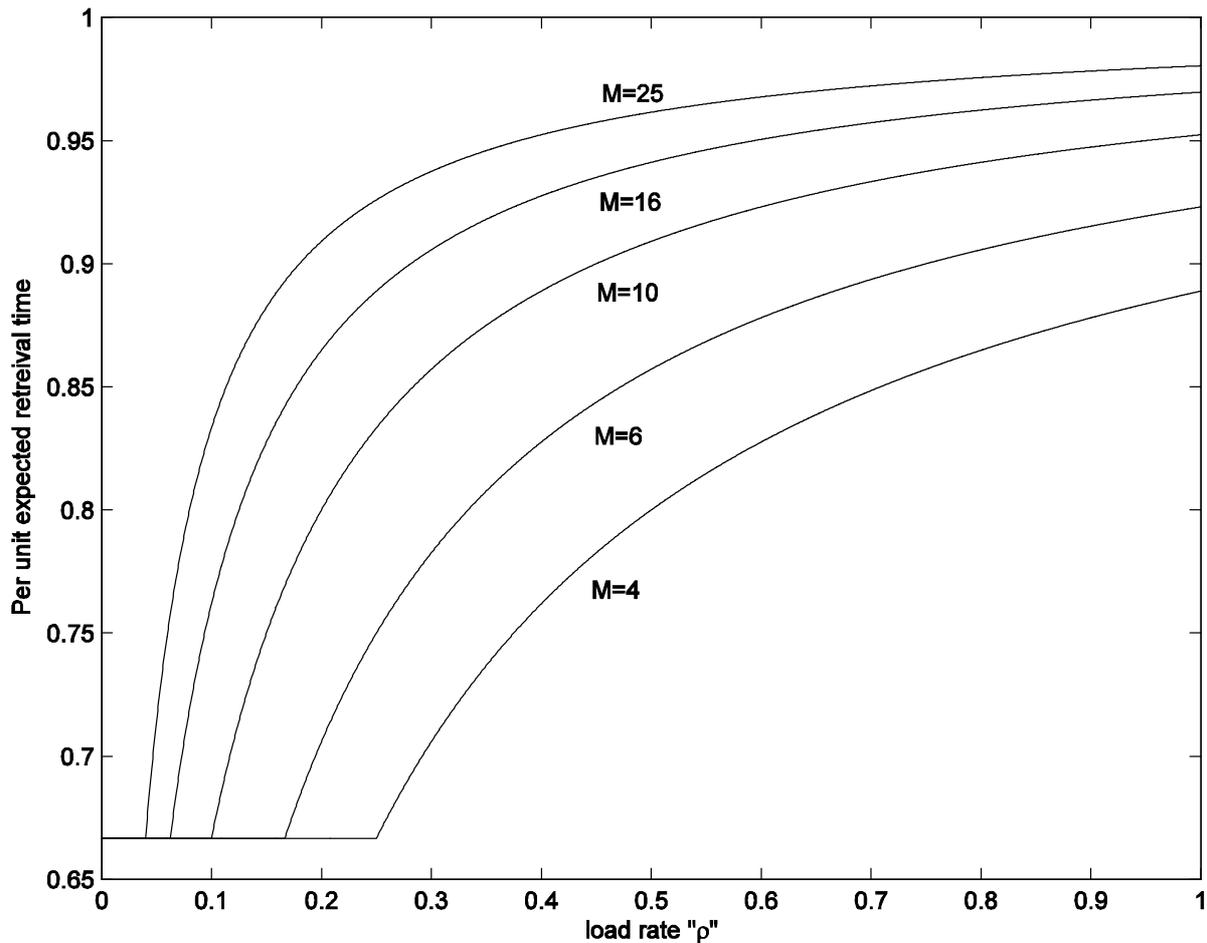


FIGURE 4.2. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au centre et le convoyeur de re-stockage au coin du rack.

Les figures 4.1 – 4.3 représentent le temps moyen de déstockage par rapport au taux de charge ρ . Similairement, les figures 4.4 – 4.6 représentent le temps moyen de déstockage par rapport au nombre de couches M . Les expressions du cas A (station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack) ont été utilisées comme grandeurs de base. Par conséquent, des temps moyens de déstockage par unité inférieurs à 1 indiquent une amélioration des performances du système par rapport au cas A. Par contre, des temps moyens de déstockage par unité supérieurs à 1 indiquent une détérioration des performances du système.

Notons que les temps de dépôt/livraison et les retards d'accélération/décélération étudiés dans la section 3.3.3 n'ont pas été pris en considération dans cette analyse comparative. Cependant, les résultats présentés, dans les figures ci-dessous, fournissent une vue générale du comportement de chaque système. A partir de ces figures un certain nombre de remarques peuvent être tirées. Ces remarques se décomposent en deux catégories : l'influence du taux

de charge et du nombre de couches sur les temps moyens de déstockage, ainsi que l'impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur ces mêmes temps moyens de déstockage.

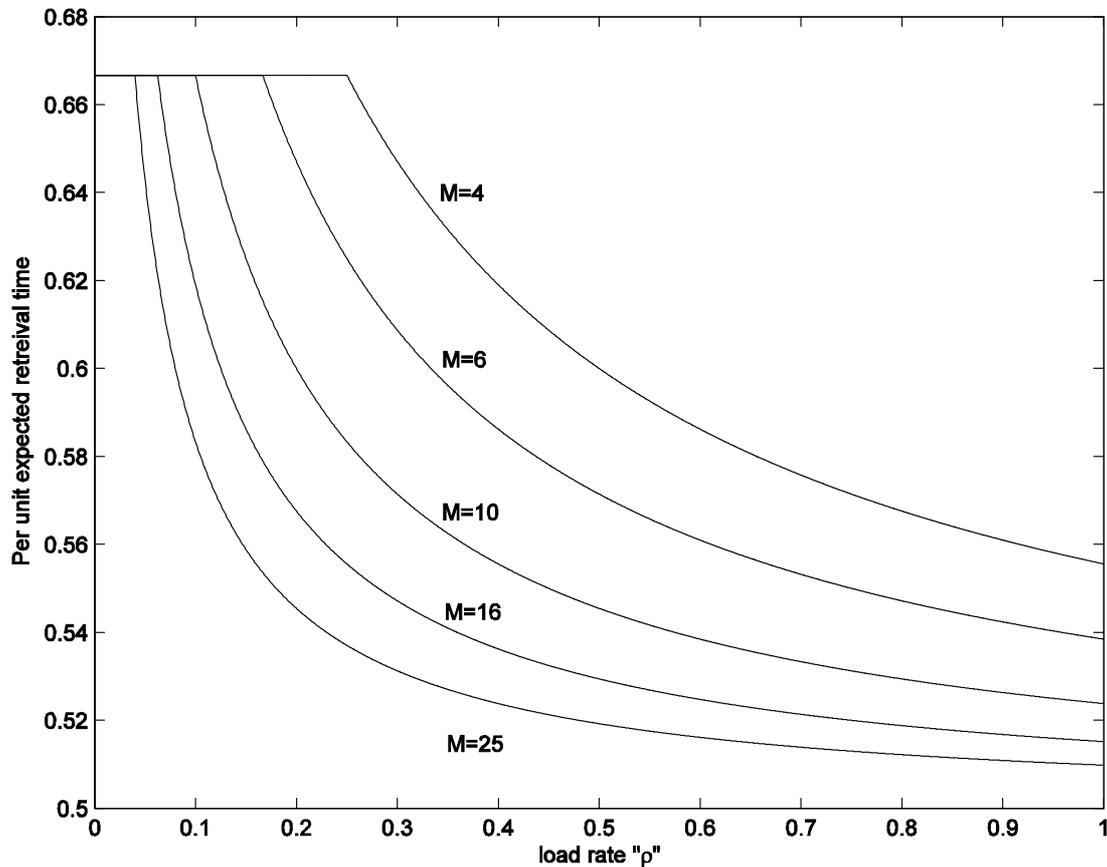


FIGURE 4.3. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

Comportement du temps moyen de déstockage par rapport au taux de charge et au nombre de couches :

- Dans le cas où la station de livraison est au coin du rack et le convoyeur de re-stockage au centre (figures 4.1 et 4.4), nous remarquons que lorsque M ou ρ augmente le temps moyen de déstockage par unité diminue.
- Dans le cas où la station de livraison est au centre du rack et le convoyeur de re-stockage au coin (figures 4.2 et 4.5), nous remarquons que lorsque M ou ρ augmente le temps moyen de déstockage par unité augmente aussi.

- Dans le cas où la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack (figures 4.3 et 4.6), nous remarquons que lorsque M ou ρ augmente le temps moyen de déstockage par unité diminue.
- Finalement, nous pouvons dire que lorsque M ou ρ augmente, le temps moyen de déstockage par unité, augmente lorsque le convoyeur de re-stockage est au coin du rack et diminue lorsqu'il est au centre du rack. Ceci est prévisible puisque lorsque M ou ρ augmente le temps de re-stockage (qui représente une partie du temps de déstockage) va augmenter. Quand M tend vers l'infini, la position de la station de livraison n'a aucun effet sur le temps de déstockage.

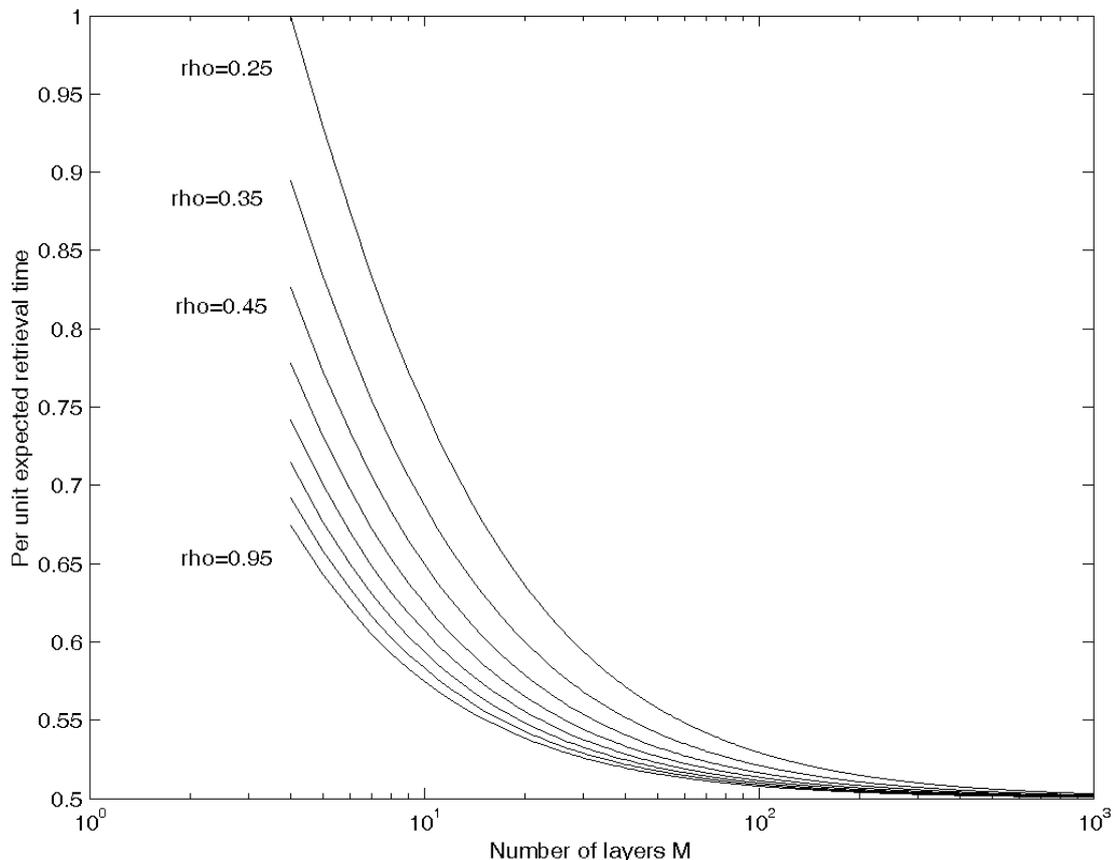


FIGURE 4.4. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au nombre de couches pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au coin et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

Comportement du temps moyen de déstockage par rapport aux positions de la station de livraison et du convoyeur de re-stockage :

- Nous remarquons que le meilleur système est lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack sauf pour de petites valeurs de M et ρ .
- La position de la station de livraison a un faible effet sur le temps de déstockage, sauf lorsque le nombre de couches M et le taux de charge ρ sont petits
- Finalement, nous pouvons dire que le meilleur système est lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack, suivi par le système où la station de livraison est au coin du rack et le convoyeur de re-stockage au centre, puis le système où la station de livraison est au centre du rack et le convoyeur de re-stockage au coin. Enfin le système le moins intéressant par rapport au temps moyen de déstockage est lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont aux coins du rack.

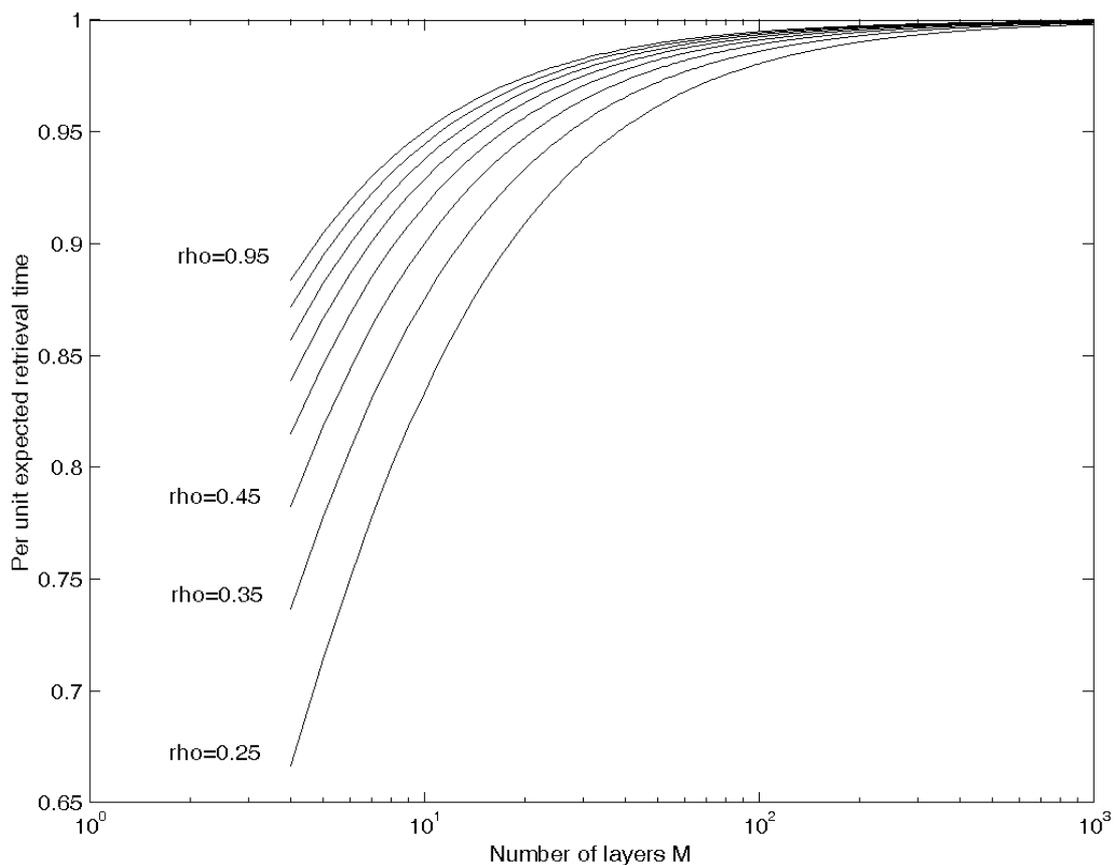


FIGURE 4.5. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au nombre de couches pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au centre et le convoyeur de re-stockage au coin du rack.

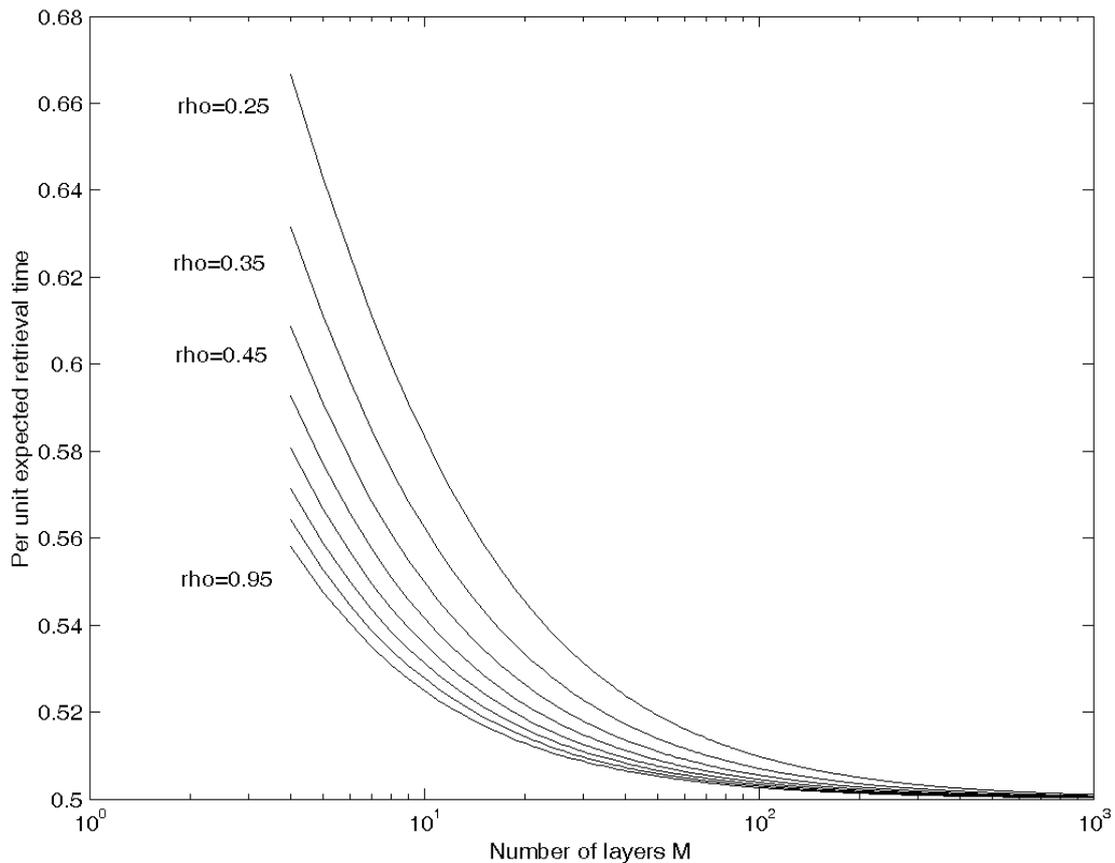


FIGURE 4.6. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au nombre de couches pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, qui est une continuation du chapitre 3, nous avons analysé l'impact des positions des stations de dépôt/livraison ainsi que celles du convoyeur de re-stockage sur les temps moyens de stockage et déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Plusieurs de ces positions ont été étudiées et des modèles ont été développés pour chacune d'entre elles. A l'aide de ces modèles une comparaison des performances entre les différentes configurations a été menée sur une grande plage de taux de charge et de nombre de couches. A partir des résultats de cette étude, nous pouvons faire les remarques suivantes :

- Le meilleur système est lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack sauf pour de petites valeurs de M et ρ .
- La position de la station de livraison a un faible effet sur le temps de déstockage sauf de petites valeurs de M et ρ .

- Lorsque M ou ρ augmente, le temps moyen de déstockage par unité, augmente lorsque le convoyeur de re-stockage est au coin du rack et diminue lorsqu'il est au centre du rack.
- Finalement, nous pouvons dire que le meilleur système est lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack.

Chapitre 5

Evaluation des performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel et d'un AS/RS à charge unitaire

5.1 Introduction.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de faire une étude comparative des performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport à l'AS/RS à charge unitaire. Cette étude sera réalisée sur une grande plage de configurations et de fonctionnements des deux systèmes. Deux critères de performances sont pris en considération :

En section 5.2, l'espace utilisé par chaque système est déterminé et comparé à l'autre système. Le rapport entre les espaces utilisés pour chacun des systèmes dépendra de leurs configurations, plus particulièrement du nombre de couches dans l'AS/RS à convoyeur gravitationnel et du rapport entre la largeur de l'allée et celle du rack de stockage.

En section 5.3, une investigation est conduite concernant les temps de stockage et de déstockage. Pour ce faire, trois paramètres principaux sont variés : le nombre de couches, le facteur de forme et le taux de remplissage.

La section 5.3 est réservée à la présentation des résultats et de leurs interprétations. Il s'avère que certaines configurations de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel le rendent comparable à l'AS/RS à charge unitaire.

Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet d'une publication soumise à *International Journal of Production research* [Sari 03c].

Les performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec deux machines de stockage/déstockage ont été comparées avec celles d'un AS/RS à charge unitaire à deux allées. Cette comparaison est basée sur deux critères : l'espace utilisé et le temps moyen de transport. Etant donné que l'AS/RS à charge unitaire possède deux allées, donc deux machines S/R, les deux systèmes sont techniquement équivalents. De plus, les deux systèmes ont la même capacité de stockage, N . La hauteur des racks des deux AS/RS est identique, de telle façon que la comparaison des espaces utilisés pour chaque système se fera sur la base de la surface au sol occupée par chacun des deux AS/RS. Les surfaces occupées par les stations de dépôt/livraison ainsi que les dégagements sont supposées identiques pour les deux systèmes.

Notations :

Avant d'entamer notre étude, nous allons définir les différents termes que nous utiliserons pour le développement des calculs :

| | |
|----------------------|--|
| A_f | surface au sol occupée par l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| A_u | surface au sol occupée par l'AS/RS à charge unitaire, |
| %A | pourcentage d'économie de surface au sol, |
| b_f | facteur de forme pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| b_u | facteur de forme pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| $\overline{E(SC)}_u$ | temps moyen de simple cycle pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| $\overline{E(SC)}_f$ | temps moyen de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| $\overline{E(RC)}_f$ | temps moyen de déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| f | rapport entre la largeur de l'allée et la profondeur de l'emplacement de stockage, |
| l, h, d | longueur, hauteur et profondeur d'un emplacement de stockage, |
| M | nombre d'emplacements dans un casier (nombre de couches dans un rack), |
| N | Capacité de stockage (nombre total d'emplacements de stockage), |
| N_l | nombre de casier pour chaque ligne pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| N_h | nombre de casier pour chaque colonne, |
| N_u | nombre de casier pour chaque ligne pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| N_h | nombre de casier pour chaque colonne (pour les deux systèmes), |
| T_f | facteur de normalisation pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| T_u | facteur de normalisation pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| w | largeur d'allée, |
| ρ | taux de charge, |

5.2. Espace utilisé

Les figures 5.1 et 5.2 représentent les vues de dessus des deux types d'AS/RS que nous nous proposons d'étudier.

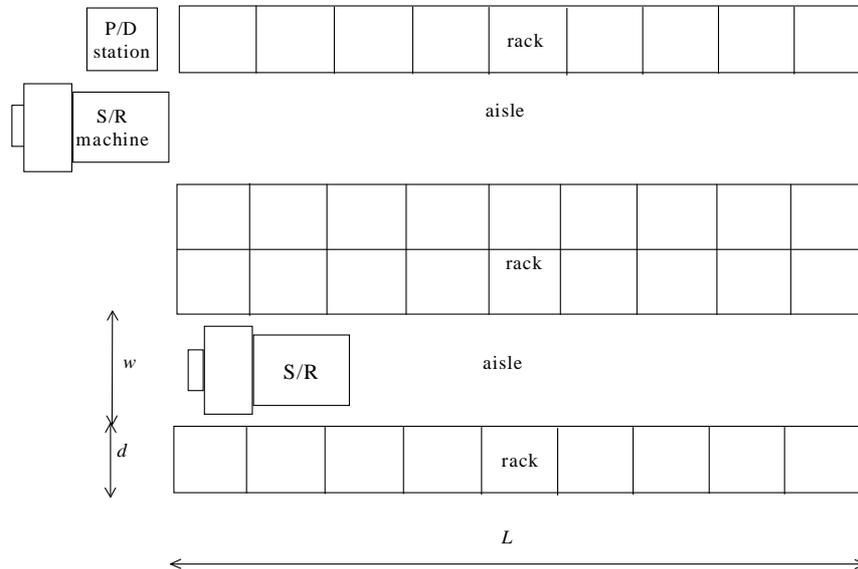


Figure 5.1. AS/RS à charge unitaire (vue de dessus)

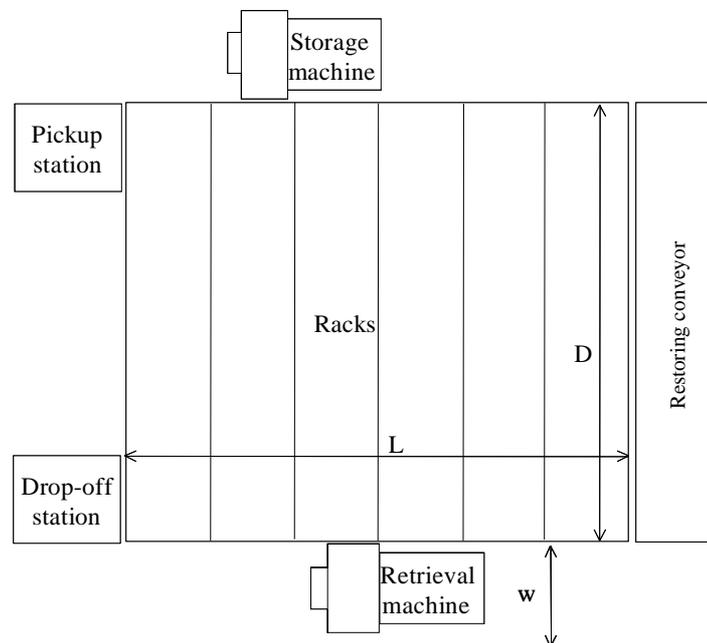


Figure 5.2. AS/RS à convoyeur (vue de dessus).

En utilisant les dimensions représentées dans les figures 1 et 2, les surfaces au sol occupées par les deux AS/RS peuvent être calculées de la manière suivante :

Pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel :

$$A_f = N_l \cdot l \cdot (M \cdot d + 2w). \quad (1)$$

Pour l'AS/RS à charge unitaire:

$$A_u = N_u \cdot l \cdot (4 \cdot d + 2w). \quad (2)$$

Les deux systèmes ont la même capacité de stockage.

Pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel :

$$N = M \cdot N_l \cdot N_h. \quad (3)$$

Pour l'AS/RS à charge unitaire:

$$N = 4 \cdot N_u \cdot N_h. \quad (4)$$

Par conséquent, le nombre de casiers horizontaux dans l'AS/RS à charge unitaire peut être calculé comme suit :

$$N_u = \frac{M \cdot N_l}{4}. \quad (5)$$

En combinant les équations (1), (2), et (5), le pourcentage de surface gagné par l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport à l'AS/RS à charge unitaire peut être déterminé comme suit :

$$\%A = \frac{A_u - A_f}{A_f} = \frac{f(M - 4)}{M(f + 2)}, \quad (6)$$

$$\text{où } f = \frac{w}{d}. \quad (7)$$

La figure 3 montre la variation du pourcentage d'économie d'espace (%A) en fonction du rapport f entre la largeur d'allée et la profondeur de segment de stockage. Plusieurs profondeurs de racks, en terme de nombre de couches, ont été considérées ($M=6$, $M=8$, et $M=10$). Nous pouvons remarquer des graphes de cette figure que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel permet une économie d'espace conséquente lorsque M et f augmentent.

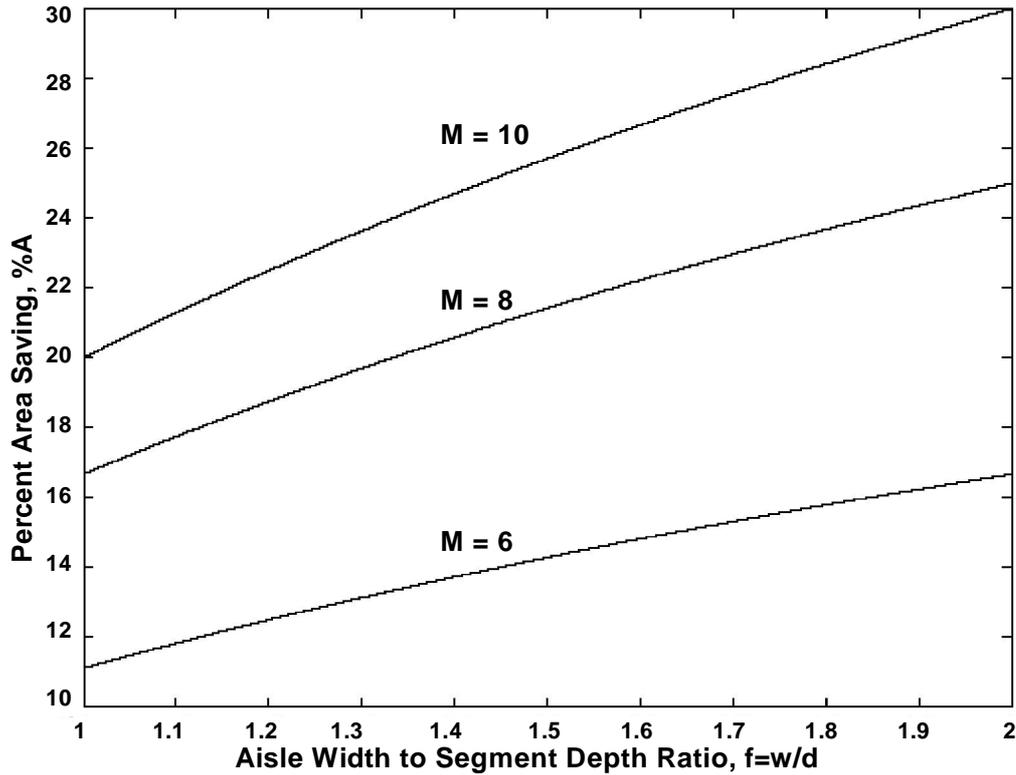


Figure 5.3. Pourcentage de surface économisé pour une variété de configurations d'AS/RS

5.3. Temps de transport

Le temps de transport global est fonction des temps de déplacement horizontaux et verticaux. Etant donné que les deux AS/RS ont la même hauteur et que leur machines S/R ont les mêmes vitesses, le temps de déplacement vertical pour les deux systèmes est le même. Par conséquent, en utilisant les équations suivantes, développées au chapitre trois :

$$t'_h = l/V_h = t_h/N_l,$$

$$t'_v = h/V_v = t_v/N_h,$$

ainsi que l'équation (5), le facteur de normalisation et le facteur de forme pour l'AS/RS à charge unitaire peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$T_u = \frac{M}{4} T_f, \quad (8)$$

$$b_u = \frac{4}{M} b_f. \quad (9)$$

En outre, le temps moyen de simple cycle de l'AS/RS à charge unitaire, représentant aussi bien le stockage que le déstockage, développé en section 3.2, symbolisé par l'équation (1) du chapitre 3, peut être réécrit en utilisant les équations (8) et (9) comme :

$$\overline{E(SC)}_u = T_u \left(\frac{b_u^2}{3} + 1 \right) = \frac{M}{4} T_f \left(\frac{4b_f^2}{3M} + 1 \right). \quad (10)$$

Le temps moyen de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel tel que déterminé au chapitre 4 est :

$$\overline{E(SC)}_f = T_f \left(\frac{b_f^2}{3} + 1 \right). \quad (11)$$

Pour être en mesure de mener une étude comparative des temps de transport des AS/RS à convoyeur gravitationnel et à charge unitaire, deux mesures de performances ont été définies :

- Le rapport des temps de stockage (*ESTR*), est le temps moyen de stockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport au temps moyen de simple cycle (stockage ou déstockage) de l'AS/RS à charge unitaire.
- Le rapport des temps de déstockage (*ERTR*), est le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport au temps moyen de simple cycle (stockage ou déstockage) de l'AS/RS à charge unitaire.

Le simple cycle de l'AS/RS à charge unitaire représente aussi bien un stockage qu'un déstockage avec $\overline{E(SC)}_u = \overline{E(RC)}_u =$ temps de simple cycle.

Nous pouvons obtenir *ESTR* en divisant l'équation (11) par l'équation (10).

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{4b_f^2 + 12}{4b_f^2 + 3M}. \quad (12)$$

Les expressions des temps moyens de stockage et de déstockage dépendent des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage tel que présenté au chapitre 4. De ce fait quatre ensembles d'équations de *ESTR* et *ERTR* sont obtenus pour les différentes positions suscités.

Cas A : Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{4.b_f^2 + 12}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (12)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M} \left(\frac{1}{2} + \rho.M \right), \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (13)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{3b_f^2 + 9}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}, \quad (14)$$

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémité du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{4.b_f^2 + 12}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (15)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M} \left(1 + \frac{1}{2} \rho.M \right), \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (16)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{3b_f^2 + 9}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (17)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2.b_f^2 + 6}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (18)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M} \rho.M, \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (19)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (20)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2.b_f^2 + 6}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (21)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{b_f^2 + 3}{4b_f^2 + 3M} (1 + \rho.M), \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (22)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (23)$$

A partir des équations précédentes, nous pouvons remarquer que les *ESTR* sont constants, étant donné que b_f et M sont constants pour une configuration donnée. En effet ils dépendent uniquement de la forme du rack et de la vitesse des machines S/R. D'autre part, les *ERTR* ne dépendent que du taux de charge ρ .

5.4. Résultats et interprétations

Les graphes des figures 5.4-5.6 représentent la variation du temps de transport par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel où les stations de dépôt/livraison sont soit à l'extrémité soit au centre du rack. Les figures montrent les variations de *ESTR* (famille de courbes c) et *ERTR* (famille de courbes a et b) pour des configurations à 10 couches (figure 5.4), à 6 couches (figure 5.5) et à 4 couches (figure 5.6). Sur chaque figure, la famille de courbes (a) représente les *ERTR* lorsque le convoyeur de re-stockage est à l'extrémité du rack, tandis que la famille de courbes (b) représente les *ERTR* lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack. De plus le facteur de forme b est varié de 0 à 1 par des incréments de 0,1 de telle sorte à montrer la variation des *ESTR* et *ERTR* en fonction de b . Les figures 5.4 et 5.5 montrent cette variation en fonction du facteur de forme, alors que pour la figure 5.6, la variation du facteur de forme n'a aucun effet sur les *ESTR* et *ERTR* pour une configuration à 4 couches. Ceci peut être facilement expliqué en remplaçant M par 4 dans les équations (12)-(23).

En règle générale, les configurations ayant le convoyeur de re-stockage au centre du rack sont meilleures que celles avec le convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack. De plus placer le convoyeur de re-stockage au centre du rack permettra d'économiser de l'espace, car au lieu d'occuper une colonne entière, il n'occupera que l'équivalent de deux ou trois casiers suivant la longueur et l'inclinaison du casier. Ceci est dû au fait que le convoyeur de re-stockage est incliné dans le sens opposé à celui des casiers de stockage.

Les figures 5.4-5.6 peuvent être utilisées pour la sélection du type d'AS/RS à utiliser pour une application particulière sur la base du meilleur temps de cycle. Etant donné que les *ESTR* et *ERTR* sont des rapports entre les temps de transport de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel et l'AS/RS à charge unitaire, la ligne horizontale de valeur $E(RC)/E(SC)$ égale à 1, représente le temps de cycle de l'AS/RS à charge unitaire. Jusqu'à un certain taux de charge, l'AS/RS à convoyeur gravitationnel a des performances supérieures à celles de l'AS/RS à charge unitaire en terme de temps de transport. Au delà de ce taux de charge c'est l'inverse qui se produit. Par exemple, pour un système à 10 couches avec les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage au centre du rack, l'AS/RS à convoyeur gravitationnel a de meilleures performances jusqu'à un taux de charge de l'ordre de 0,9. Ce qui

est en général plus que le taux de charge maximal d'un AS/RS qui est de l'ordre de 0,85 [White 82], [Groover 87].

Les graphes des figures 5.7-5.9 représentent la variation du temps de transport par rapport au nombre de couches, pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel, où les stations de dépôt/livraison sont soit à l'extrémité soit au centre du rack, pour différents taux de charge. De la même façon que précédemment, nous avons considéré les quatre configurations suivant la position de la station de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage, soit à l'extrémité ou au centre du rack. Aussi, nous avons varié le facteur de forme b , de 0,1 à 1 par incrément de 0,1 pour visualiser la variation des $ESTR$ et $ERTR$ sur une large plage de configurations. La variation des temps de transport pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel peut être décomposée en trois scénarios :

- Cas 1 – Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack : l' $ERTR$ augmente lorsque M augmente si le facteur de forme est supérieur à une certaine valeur de seuil b_0 . Pour $\rho=1$, b_0 est de l'ordre de 0,6, pour $\rho=0,75$, b_0 est de l'ordre de 0,7, et pour $\rho=0,5$, b_0 est entre 0,8 et 0,9.
- Cas 2 - Station de dépôt/livraison à l'extrémité et convoyeur de re-stockage au centre du rack : l' $ERTR$ diminue lorsque M augmente. La diminution d' $ERTR$ est plus importante si le facteur de forme b et/ou le taux de charge ρ sont petits.
- Cas 3 - Station de dépôt/livraison au centre et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack : l' $ERTR$ augmente lorsque M augmente. L'augmentation d' $ERTR$ est plus importante si le facteur de forme b et/ou le taux de charge ρ sont grands.
- Case 4 – Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack : En règle générale, l' $ERTR$ diminue lorsque M augmente, sauf pour de grandes valeurs de b et ρ , comme $b=1$ et $\rho=1$. Cette exception n'est pas gênante pour l'application de la règle car un taux de charge très élevé ($\rho=1$) n'est jamais atteint dans la réalité.

Pour $\rho=0,75$, qui est définie comme la zone de fonctionnement réel [White 82], [Groover 87], et lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack, l' $ERTR$ de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel est très proche de l'unité, donc de celle de l'AS/RS à charge unitaire. L' $ESTR$ diminue rapidement lorsque M augmente. Ceci est dû au fait que le temps de stockage ne dépend ni de M ni de ρ , mais seulement de la taille et de la forme du rack. Lorsque M augmente, les dimensions de la face du rack diminuent et donc l' $ESTR$ diminue.

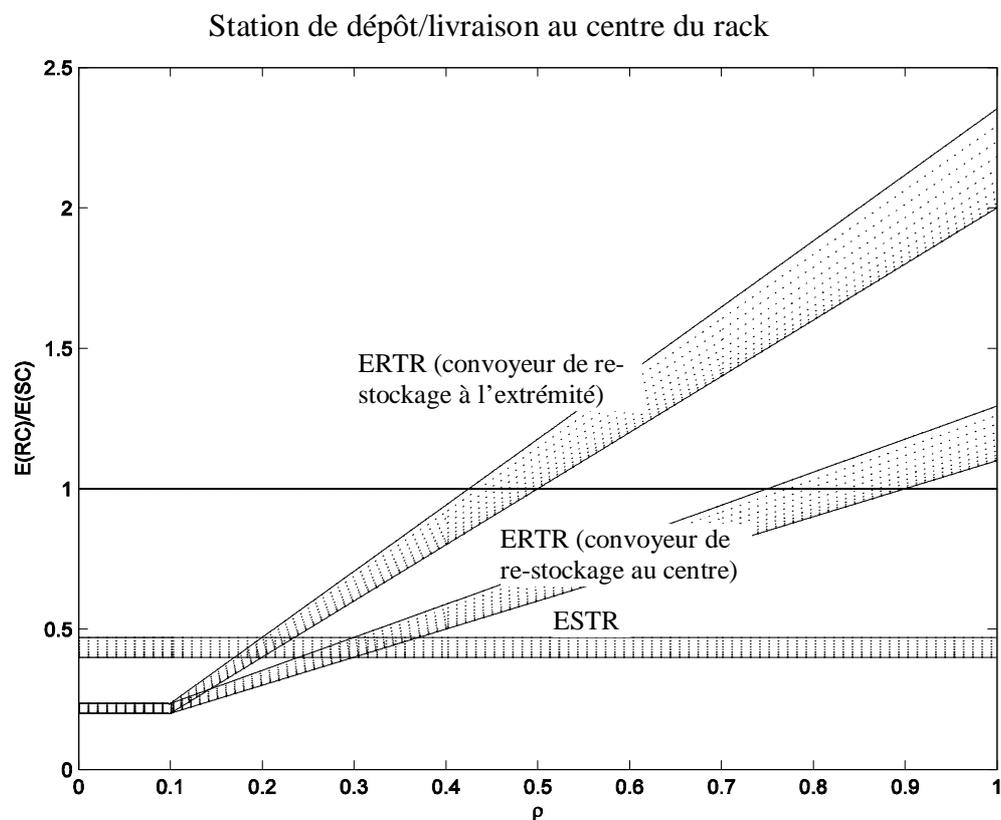
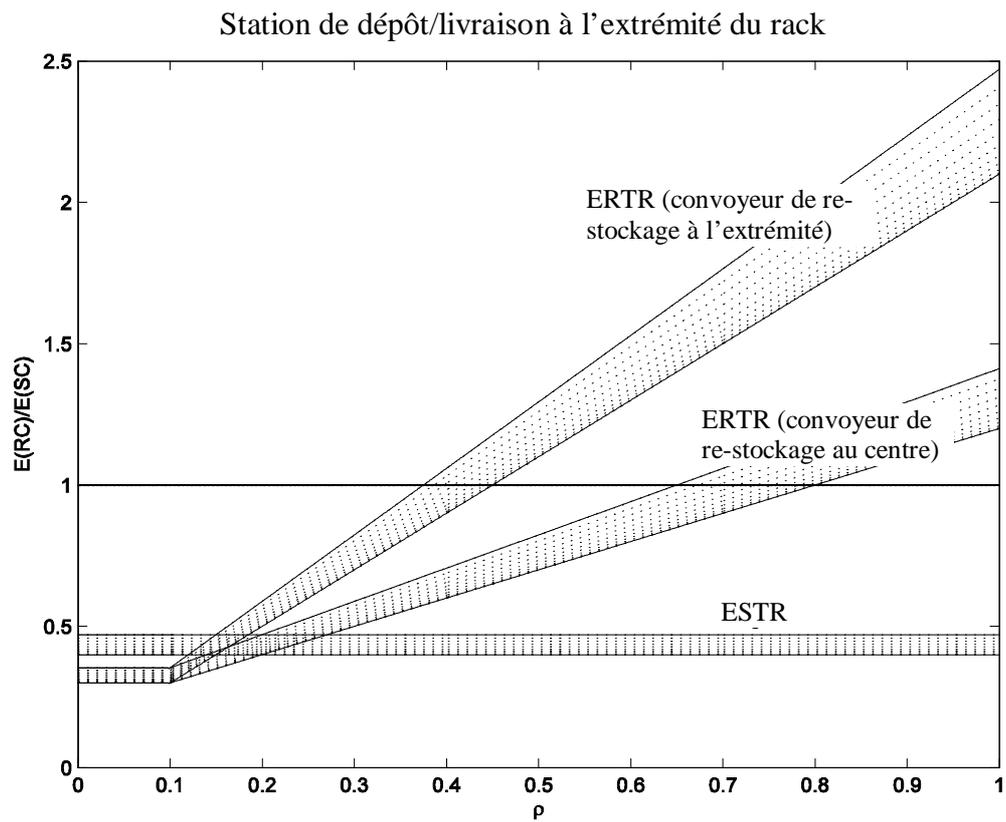


Figure 5.4 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du taux de charge.
Pour un nombre de couches $M=10$

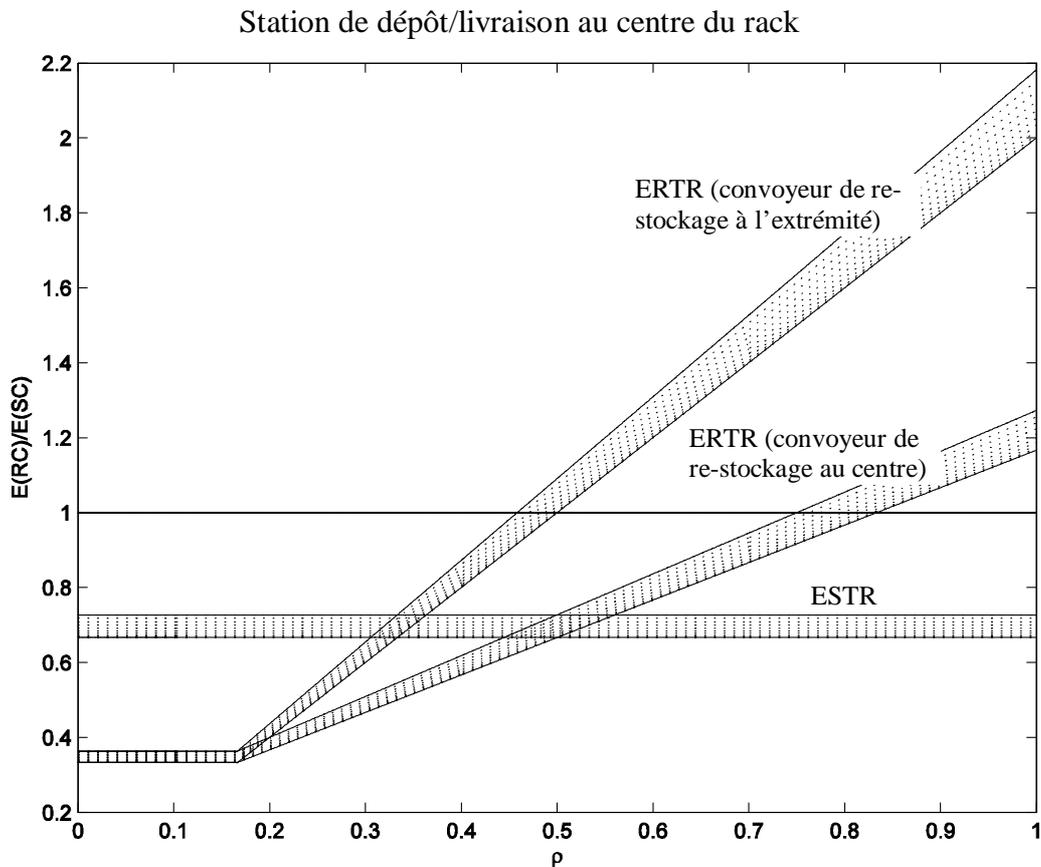
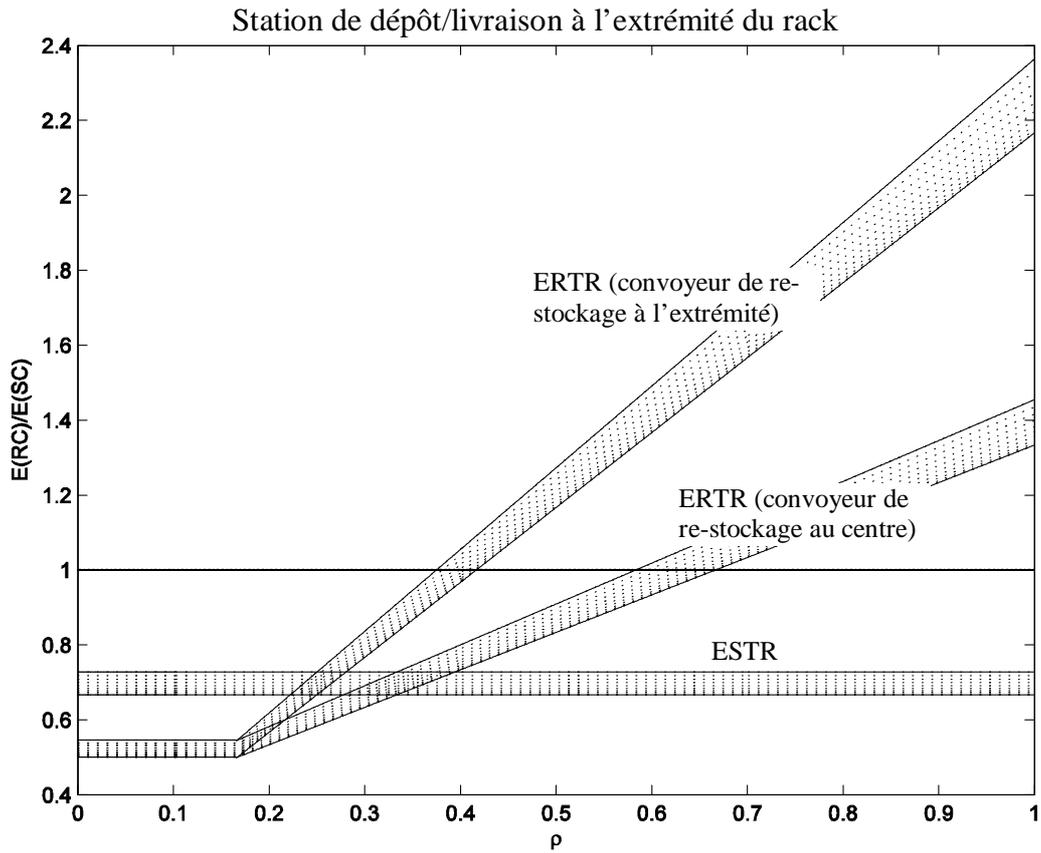


Figure 5.5 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du taux de charge.
Pour un nombre de couches $M=6$.

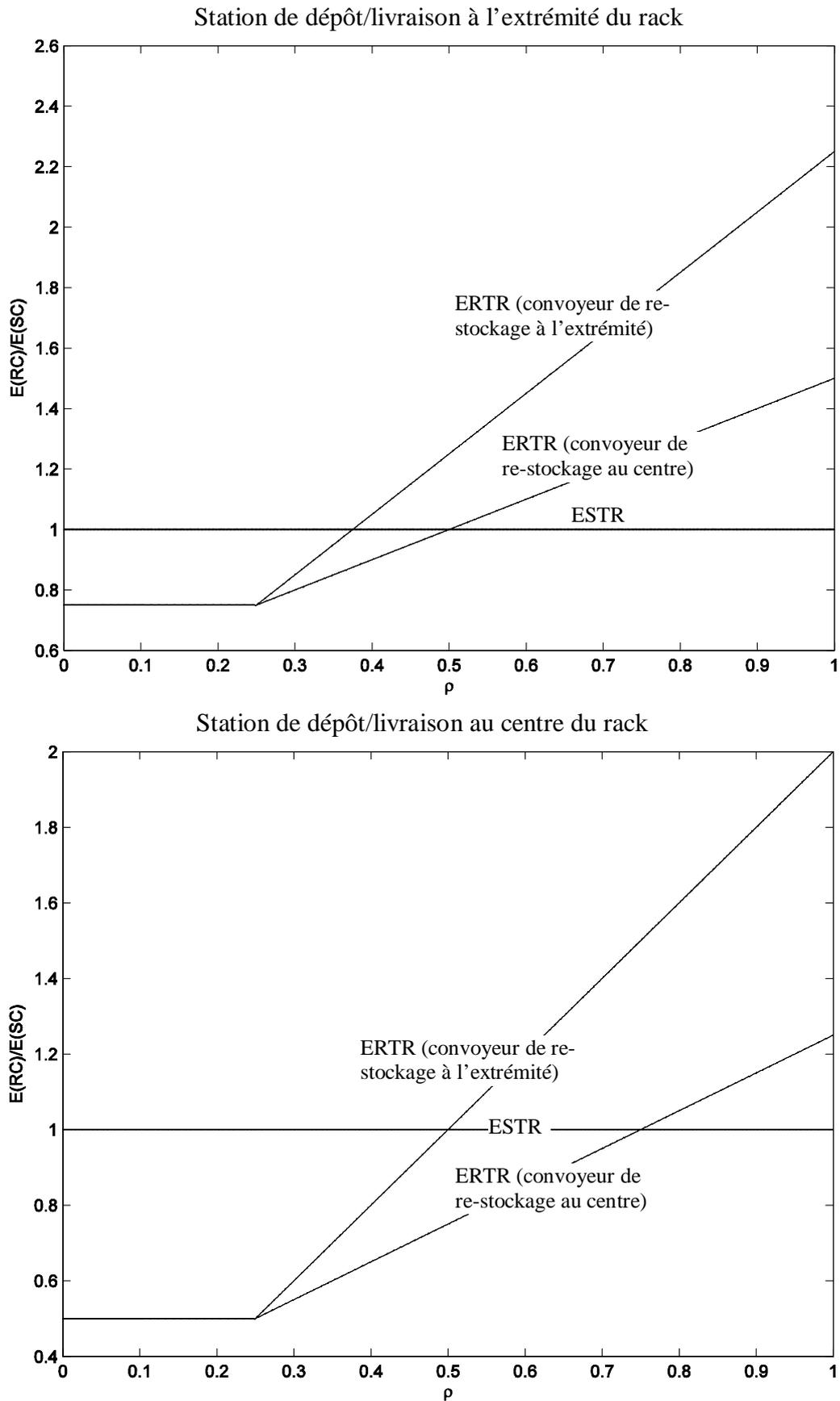


Figure 5.6 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du taux de charge.
Pour un nombre de couches $M=4$

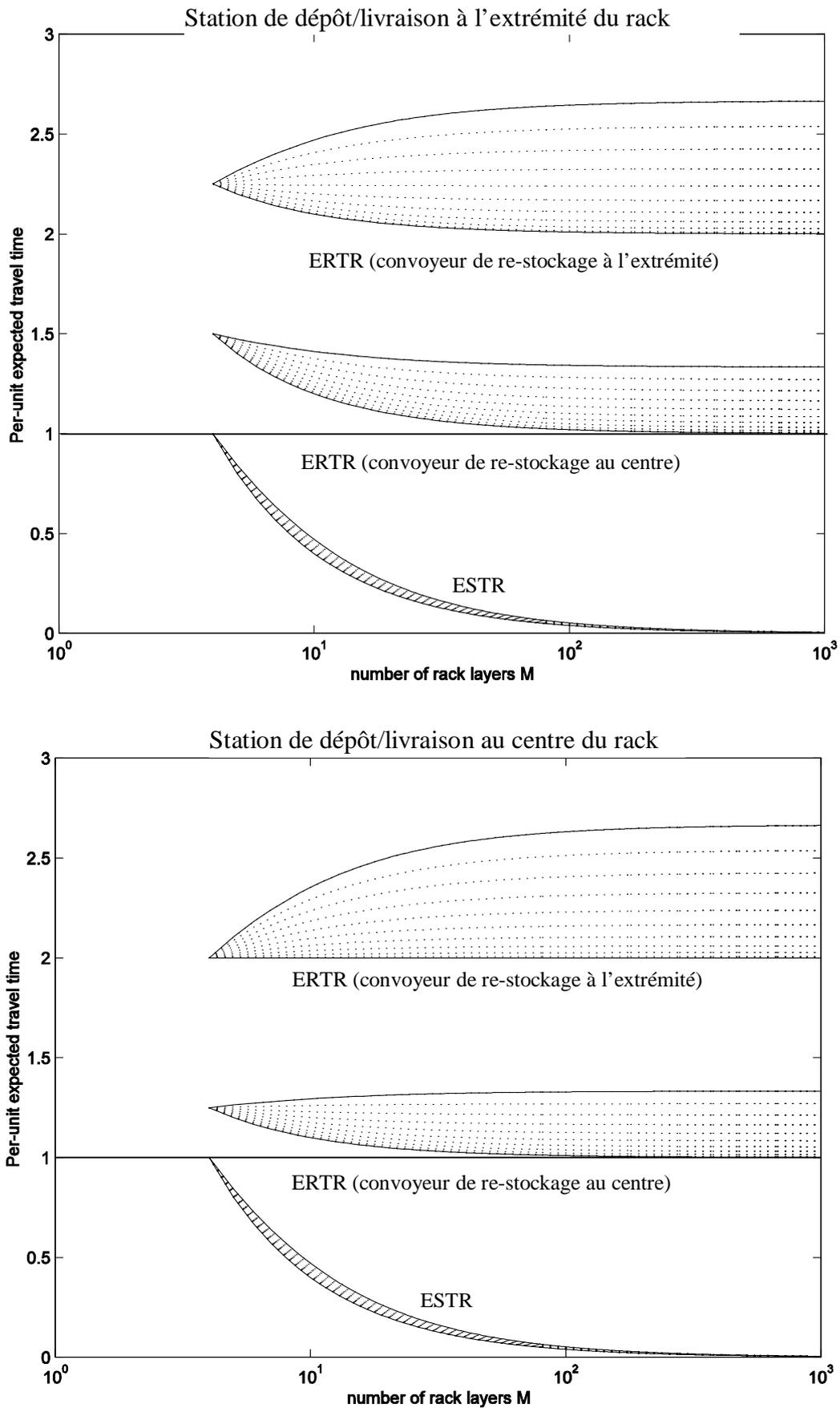


Figure 5.7 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du nombre de couches M
Pour un taux de charge $\rho=1$

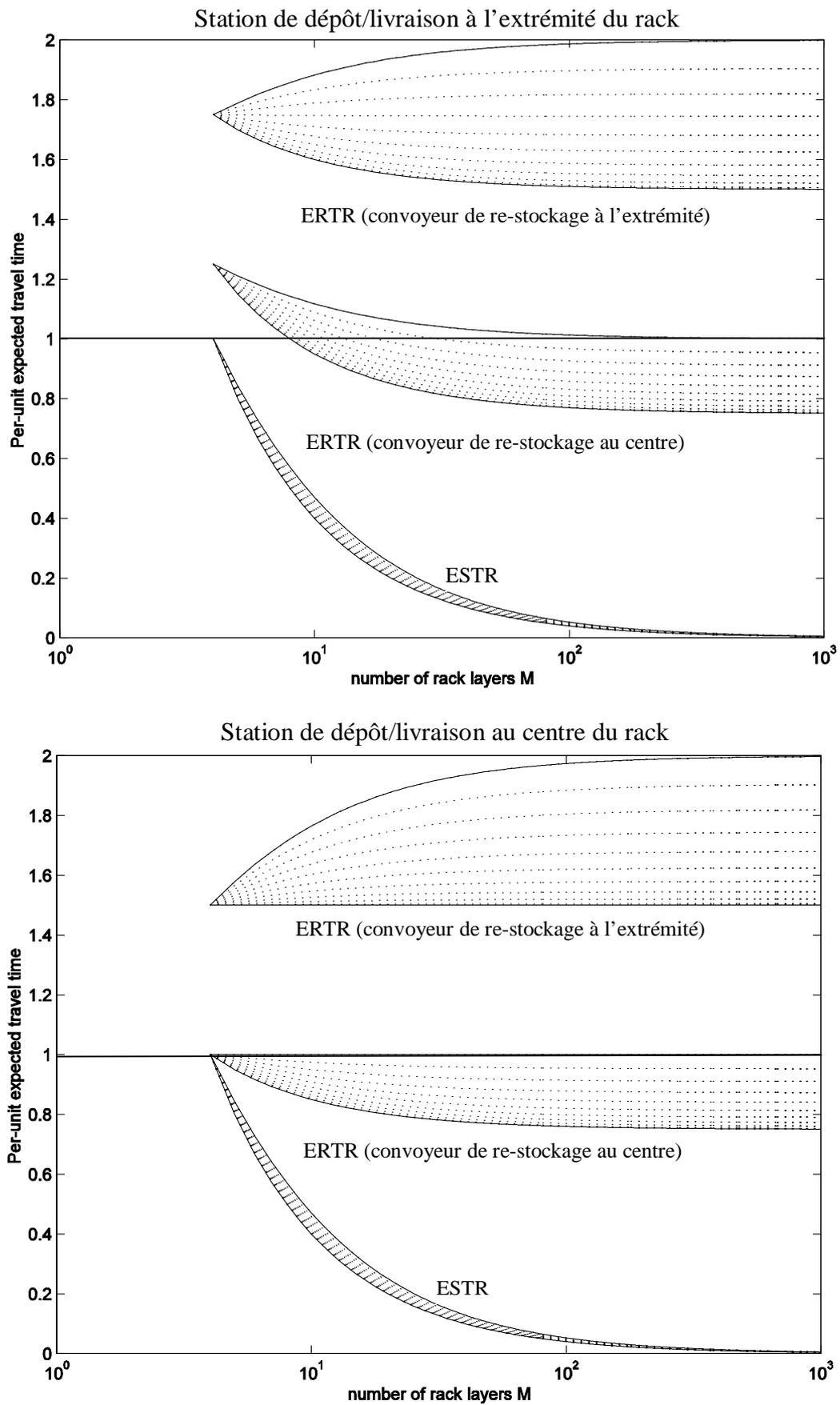


Figure 5.8 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du nombre de couches M
 Pour un taux de charge $\rho=0,75$

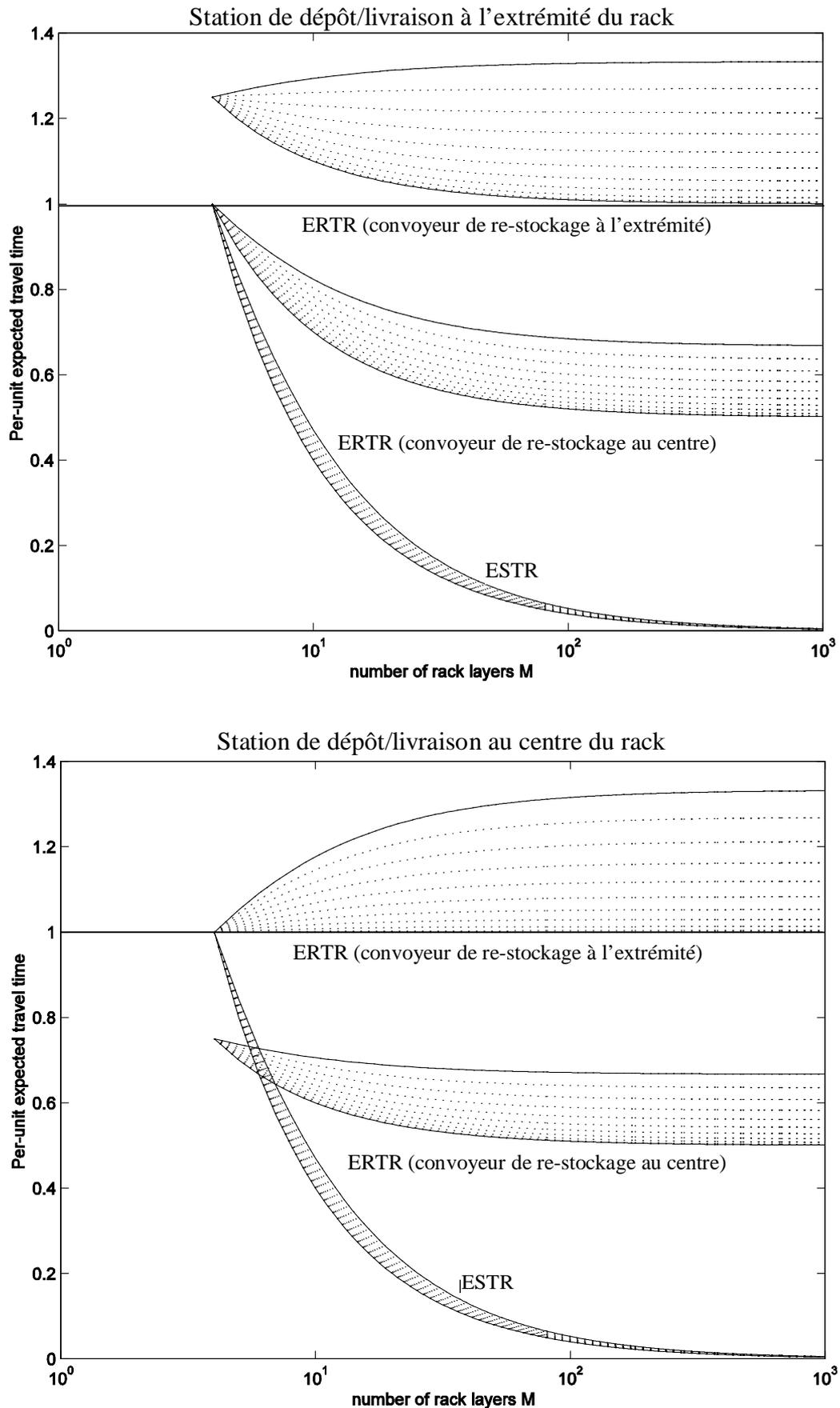


Figure 5.9 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du nombre de couches M
 Pour un taux de charge $\rho=0,50$

5.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des modèles pour mesurer deux performance de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel: l'espace utilisé par le rack de stockage et le temps de transport des machines S/R. Les modèles sont construits sur les modèles de l'AS/RS à charge unitaire de telle sorte qu'une comparaison entre les deux AS/RS est réalisée. Pour ce faire différentes configurations de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel étudiées et comparées à leur équivalent de l'AS/RS à charge unitaire sont exposées.

L'analyse présentée dans ce chapitre démontre l'impact du taux de charge, du nombre de couches, du facteur de forme et des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur l'espace utilisé et le temps moyen de stockage et de déstockage. Un AS/RS à convoyeur gravitationnel et un AS/RS à charge unitaire ayant tous les deux la même capacité de stockage, le même nombre de machines S/R et la même hauteur ont été comparés sur la base des deux critères de performances suscités. Les conclusions suivantes ont été tirées :

- L'AS/RS à convoyeur gravitationnel occupe moins d'espace au sol que l'AS/RS à charge unitaire. Cette différence augmente lorsque le nombre de couches M augmente.
- Le temps moyen de stockage des deux systèmes est le même pour $M=4$. Lorsque M augmente, le temps de stockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel diminue rapidement par rapport à celui de l'AS/RS à charge unitaire.
- Le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel augmente lorsque le taux de charge augmente. Pour les configurations où le convoyeur de re-stockage est situé au centre du rack, le temps de déstockage est inférieur ou égal à celui des AS/RS à charge unitaire pour des taux de charge de l'ordre de 0,75. Ce qui est le taux de charge utilisé en pratique.

En général, un AS/RS à convoyeur gravitationnel, lorsque comparée à un AS/RS à charge unitaire équivalent (même capacité de stockage, même nombre de machines S/R et même hauteur), requière moins d'espace, possède un temps moyen de stockage inférieur, et un temps de déstockage équivalent dans certaines configurations. Dans d'autres configurations ce dernier est supérieur.

Les résultats présentés dans ce chapitre peuvent être utilisés pour déterminer quels types d'AS/RS, à convoyeur gravitationnel ou à charge unitaire auront les meilleures performances sous des conditions de fonctionnement données. De plus, les modèles présentés peuvent être utilisés comme outils d'aide à la conception pour déterminer la meilleure configuration d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel sous des conditions de fonctionnement données.

Chapitre 6

Analyse des taux de fonctionnement des machines S/R d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

6.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier le taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage. Ce taux dépend de la fréquence de stockage et déstockage. Si celle-ci est importante, le taux sera élevé, si elle est faible, le taux sera bas. Du taux de fonctionnement nous pouvons déduire la limite maximale de la fréquence de stockage ou de déstockage pour un système donné. A la conception, cette fréquence de stockage ou de déstockage nous permet de déterminer le nombre minimum de machines S/R pour un taux de fonctionnement optimal.

Pour notre part, nous nous intéressons dans cette étude, aux différences entre le taux de fonctionnement de la machine de stockage et celui de la machine de déstockage. Cette différence peut avoir des conséquences certaines, si le système travaille à un taux élevé. Une machine pouvant, ainsi, retarder l'autre, puisqu'en régime établi le taux de déstockage est égal au taux de stockage. Par contre, si le taux de fonctionnement du système est bas, la différence entre le taux de fonctionnement des deux machines S/R n'aura aucune influence parce que ces machines seront souvent en position de repos.

6.2. Etudes préliminaires.

Dans ce qui suit, nous considérons toutes les positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. Pour chacune de ces possibilités, deux cas se présentent :

- Fonctionnement à taux élevé : la machine va très rarement vers son point de repos, sa file d'attente d'opérations est toujours pleine.
- Fonctionnement à taux faible : la machine va vers son point de repos après chaque opération, sa file d'attente est le plus souvent vide.

Avant d'entamer notre analyse, posons quelques définitions :

- f_s : fréquence de stockage, c'est le nombre de stockage par unité de temps.
- f_r : fréquence de déstockage, c'est le nombre de déstockage par unité de temps.
- τ_s : taux de fonctionnement de la machine de stockage.
- τ_r : taux de fonctionnement de la machine de déstockage.

La machine de déstockage se charge de déstocker les produits, elle peut avoir recours au déplacement de produits vers le convoyeur de re-stockage afin d'atteindre le produit désiré. Soit $\overline{E(RC)}$ le temps moyen de déstockage d'un produit. Donc le taux de fonctionnement de la machine de déstockage est :

$$\tau_r = f_r \cdot \overline{E(RC)} \quad (1)$$

La machine de stockage se charge, quant à elle, non seulement de stocker les produits qui arrivent de la station de dépôt, mais aussi de re-stocker les produits qui arrivent du convoyeur de re-stockage. Il va de soit, que lors du fonctionnement en régime établi du système sur une période de temps suffisante, le nombre de stockage est égal au nombre de déstockage. De la, nous pouvons écrire : $f_s = f_r$ (2)

Aussi, nous pouvons supposer, au vu de cette égalité, que la machine de stockage va réaliser le stockage d'un produit nouvellement arrivé au système, suivi d'une suite de re-stockage de produits se trouvant dans le convoyeur de re-stockage. Ces produits sont ceux qui précédaient le dernier produit déstocké. A partir de cela, nous pouvons conclure que la machine de stockage réalise à chaque fois trois opérations. Soit :

- $\overline{E(SC)}$ le temps moyen de stockage d'un produit
- $\overline{E(FC)}$ le temps moyen de re-stockage d'un produit lors d'un déstockage
- $\overline{E(RR)}$ le temps d'accès du point de repos (station de dépôt) au convoyeur de re-stockage.

Donc le taux de fonctionnement de la machine de stockage est :

$$\tau_s = f_s \left(\overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)} \right) \quad (3)$$

Etant donné (2), posons $f_s = f_r = 1$, puis réécrivons (1) et (3) tel que :

$$\tau_r = \overline{E(RC)} \quad (4)$$

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)} \quad (5)$$

L'équation (5) du chapitre 3 nous donne le temps moyen de déstockage décomposé en quatre termes tel que :

$$\overline{E(RC)}_m = \overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)} + m \left(\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)} \right) \quad (6)$$

Où :

- m représente le numéro de la couche où se trouve le produit désiré ($0 \leq m \leq M-1$),
- $\overline{E(V_1)}$ est le temps moyen de transport entre le point de repos de la machine de déstockage et le point de déstockage,
- $\overline{E(V_2)}$ est le temps moyen de transport entre le point de déstockage et la station de livraison,
- $\overline{E(V_3)}$ est le temps moyen de transport, entre le point de déstockage et le convoyeur de re-stockage.
- $\overline{E(V_4)}$ est le temps moyen de transport, entre le convoyeur de re-stockage et le point de déstockage.

Tandis que $\overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)}$ représente le déstockage du produit désiré, $m \left(\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)} \right)$ représente le re-stockage des produits le précédant. En d'autres termes $\overline{E(FC)}$. Dépendant du taux de fonctionnement, bas ou élevé, les déplacements de et vers le point de repos seront fréquents ou rares, respectivement.

Considérons les différentes configurations du système ainsi que les différents cas de fonctionnement :

6.3 Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

6.3.1. Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

L'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)}$$

Notons que $\overline{E(RR)}$ est nul parce que la machine S n'est presque jamais à son point de repos. Cette équation revient à écrire :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \quad (7)$$

où $E_1 + E_2$ représente $\overline{E(SC)}$ et $E_3 + E_4$ représente $\overline{E(FC)}$ tel

qu'illustré dans la figure 6.1. Notons de cette figure que les temps E_1, E_2, E_4 sont égaux et équivalent à $E(V_2)$. Nous avons donc :

$$E_1 = E_2 = E_4 = E(V_2) = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (8)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (9)$$

En remplaçant les équations (8) et (9) dans (7), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

b) Déstockage.

De façon similaire au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.2., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 \quad (11)$$

avec :

$$E_1 = E_2 = E(V_2) = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (12)$$

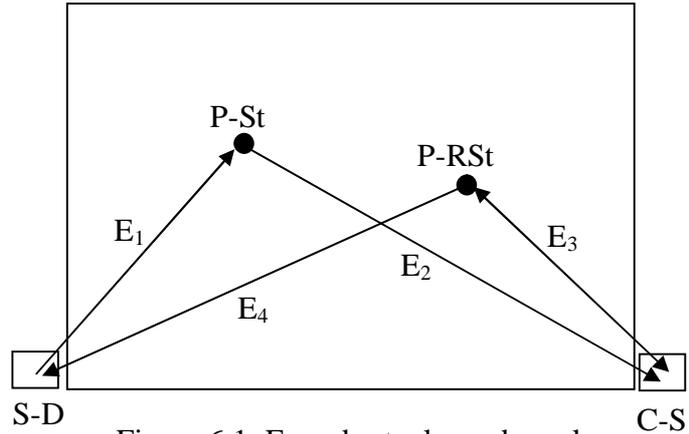


Figure 6.1. Face de stockage du rack

P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

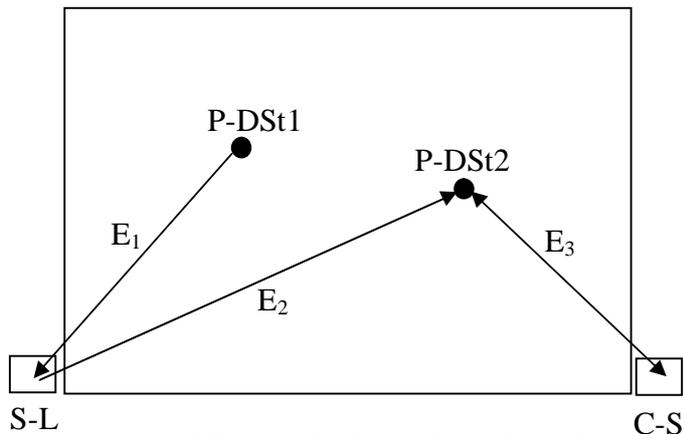


Figure 6.2. Face de déstockage du rack

P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right), \quad (13)$$

En remplaçant les équations (12) et (13) dans (11), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{2} \right). \quad (14)$$

En retranchant l'équation (10) de l'équation (14) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (15)$$

6.3.2. Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se tiennent donc à leurs points de repos respectifs.

a) Stockage :

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)}.$$

Ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5. \quad (16)$$

La figure 6.3. montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2$$

$$\overline{E(FC)} = E_4 + E_5$$

$$\overline{E(RR)} = E_3$$

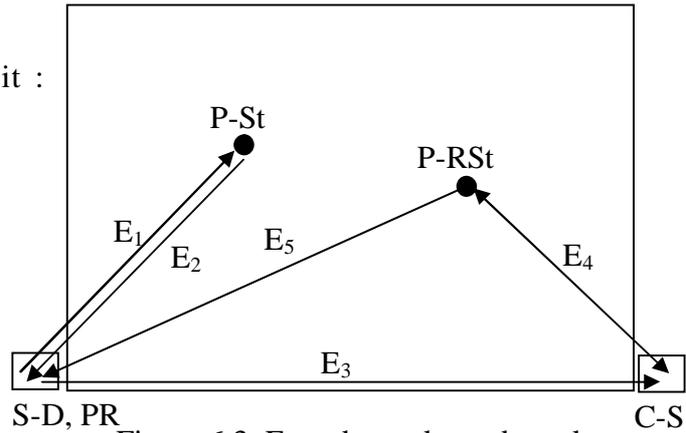


Figure 6.3. Face de stockage du rack

P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage

S-D : station de dépôt ; PR : point de repos

C-S : convoyeur de re-stockage

Notons que le point de repos PR est situé à la station de dépôt. Similairement aux paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_5 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (17)$$

$$E_4 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (18)$$

$$E_3 = T \text{ ou } T b \quad (19)$$

En remplaçant les équations (17), (18) et (19) dans (16), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \cdot \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{2} \right) + (T \text{ ou } T.b) \right\}. \quad (20)$$

b) Déstockage :

Comme au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.4., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \quad (21)$$

avec :

$$E_1 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (22)$$

$$E_3 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (23)$$

$$E_4 = \frac{T}{2} \quad (24)$$

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) \quad (25)$$

En remplaçant les équations (22) à (25) dans (21), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{4} \right) + \frac{T}{2} \right\} \quad (26)$$

En retranchant l'équation (20) de l'équation (26) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) + \frac{T}{2} \quad \text{où} \quad |\tau_r - \tau_s| = T \left(\frac{b^2}{12} + b - \frac{1}{4} \right) \quad (27)$$

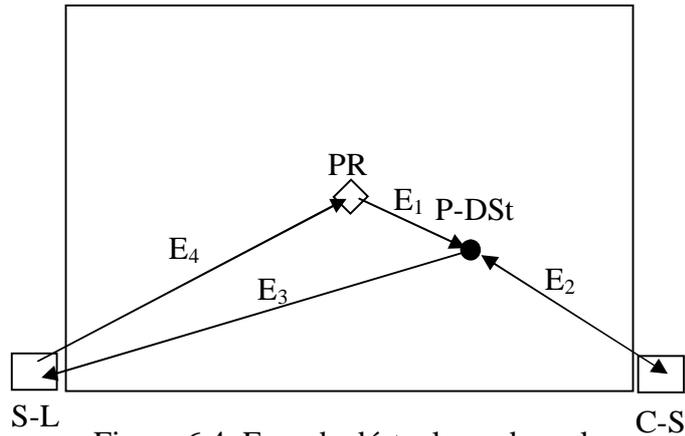


Figure 6.4. Face de déstockage du rack
P-DSt: point de déstockage ; PR : point de repos
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

6.4. Station de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

6.4.1. Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

Vu que le système fonctionne à taux élevé, $\overline{E(RR)}$ est nul comme montré précédemment. L'équation (5) s'écrit donc :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)}$$

ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \quad (28)$$

tel illustré dans la figure 6.5. Nous avons donc :

$$E_1 = E_4 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (29)$$

$$E_2 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (30)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (31)$$

En remplaçant les équations (29), (30) et (31) dans (28), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{3}{4} \right) \quad (32)$$

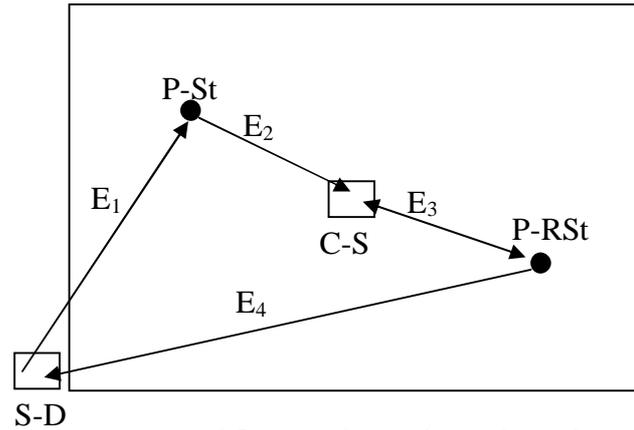


Figure 6.5. Face de stockage du rack

P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

b) Déstockage :

Similairement au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.6., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 \quad (33)$$

avec :

$$E_1 = E_2 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (34)$$

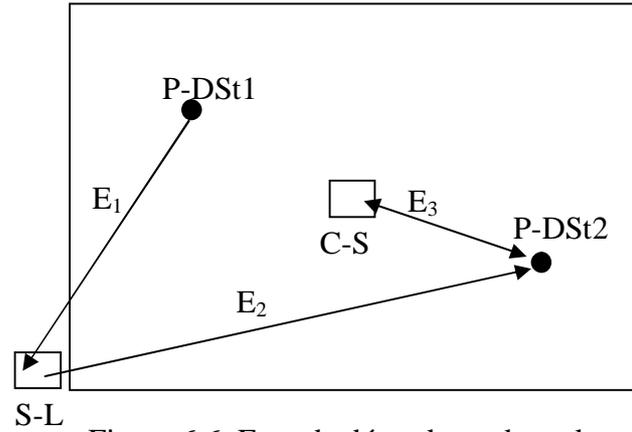


Figure 6.6. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (35)$$

En remplaçant les équations (12) et (13) dans (11), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{3}{4} \right). \quad (36)$$

En retranchant l'équation (32) de l'équation (36) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (37)$$

6.4.2. Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se positionnent donc sur leurs points de repos respectifs.

a) Stockage

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)}$$

Ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 \quad (38)$$

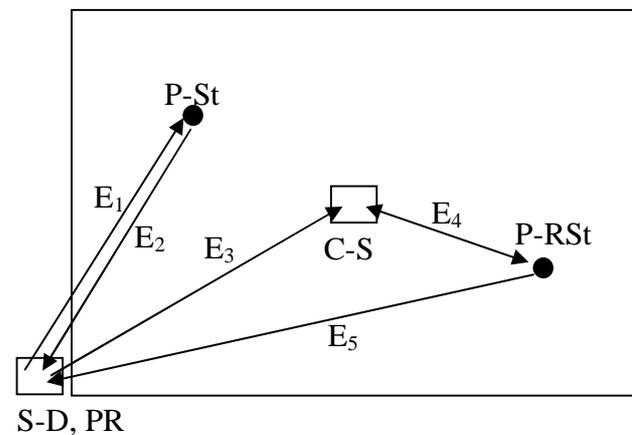


Figure 6.7. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; PR : point de repos
C-S : convoyeur de re-stockage

La figure 6.7. montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2$$

$$\overline{E(FC)} = E_4 + E_5$$

$$\overline{E(RR)} = E_3 \quad \text{C-S}$$

Notons que le point de repos PR est situé à la station de dépôt. A L'image des paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_5 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (39)$$

$$E_4 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (40)$$

$$E_3 = \frac{T}{2}. \quad (41)$$

En remplaçant les équations (17), (18) et (19) dans (16), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + 1 \right) + \frac{T}{2} \right\}. \quad (42)$$

b) Déstockage

Compte tenu du paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.8., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 + E_4, \quad (43)$$

avec :

$$E_1 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (44)$$

$$E_3 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (45)$$

$$E_4 = \frac{T}{2}, \quad (46)$$

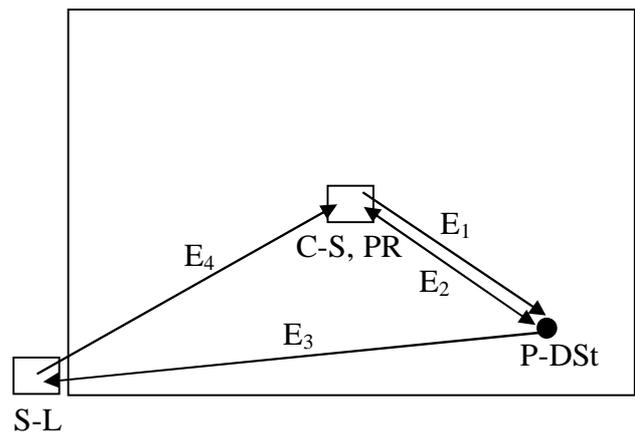


Figure 6.8. Face de déstockage du rack
P-DSt : point de déstockage ; PR : point de repos
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (47)$$

En remplaçant les équations (44) à (47) dans (43), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{2} \right) + \frac{T}{2} \right\}. \quad (48)$$

En retranchant l'équation (42) de l'équation (48) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (49)$$

6.5. Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

6.5.1 Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

Pour ce cas, où $\overline{E(RR)}$ est nul, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)},$$

ce qui est équivalent à

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4. \quad (50)$$

Comme le montre la figure 6.9. Nous avons :

$$E_1 = E_4 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (51)$$

$$E_2 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (52)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (53)$$

En remplaçant les équations (51)-(53) dans (50), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

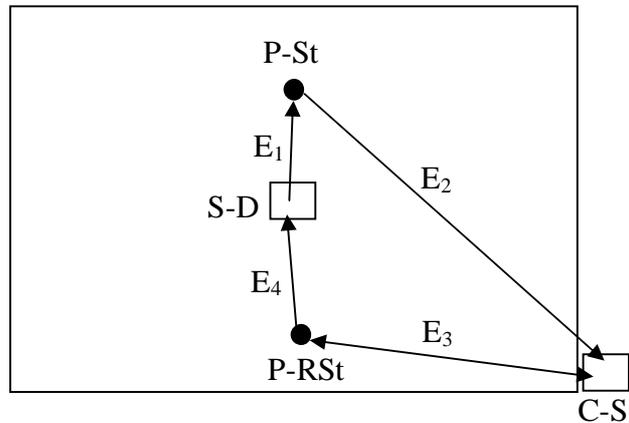


Figure 6.9. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right) \tag{54}$$

b) Déstockage :

Compte tenu du paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.10., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \tag{55}$$

avec :

$$E_1 = E_2 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \tag{56}$$

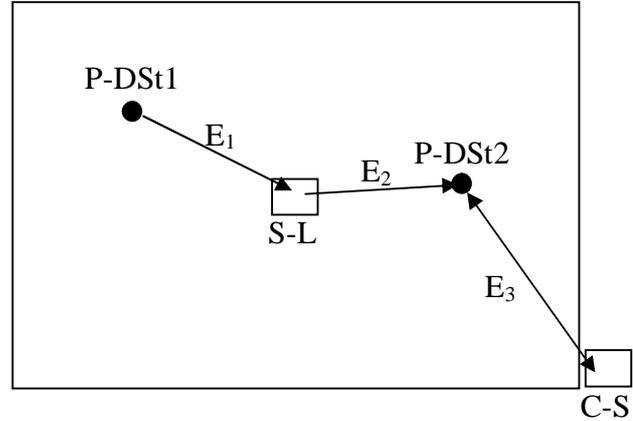


Figure 6.10. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right). \tag{57}$$

En remplaçant les équations (56) et (57) dans (55), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right). \tag{58}$$

En retranchant l'équation (54) de l'équation (58) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \tag{59}$$

6.5.2 Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se tiennent donc à leurs points de repos respectifs.

a) Stockage :

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

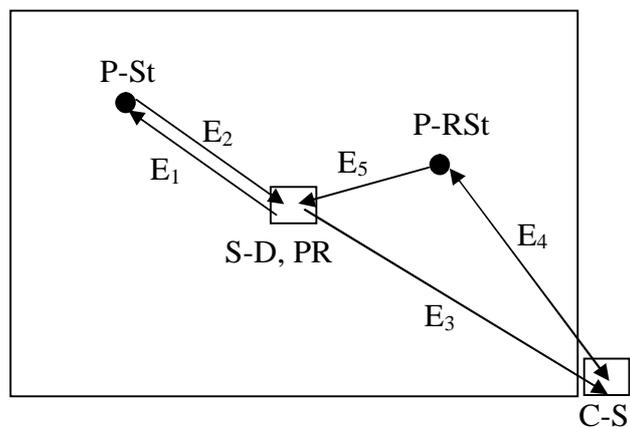


Figure 6.11. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; PR : point de repos
C-S : convoyeur de re-stockage

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)},$$

ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5. \quad (60)$$

La figure 6.11 montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2,$$

$$\overline{E(FC)} = E_4 + E_5,$$

$$\overline{E(RR)} = E_3.$$

A l'image des paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_5 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (61)$$

$$E_4 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (62)$$

$$E_3 = \frac{T}{2} \quad (63)$$

En remplaçant les équations (61), (62) et (63) dans (60), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{4} \right) + \frac{T}{2} \right\}. \quad (64)$$

b) Déstockage

De façon similaire au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.8., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \quad (65)$$

avec :

$$E_1 = E_3 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (66)$$

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right). \quad (67)$$

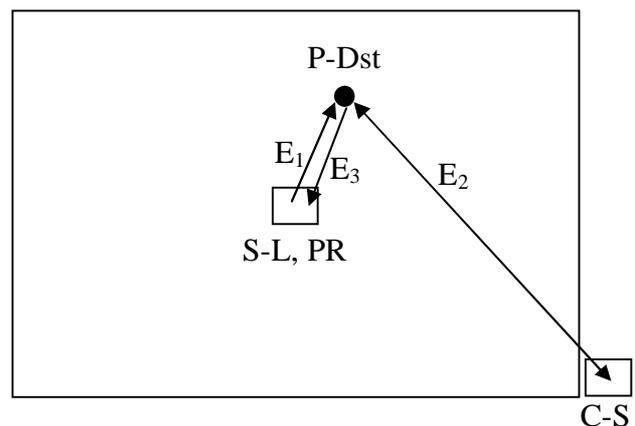


Figure 6.12. Face de déstockage du rack
P-DSt : point de déstockage ; PR : point de repos
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

En remplaçant les équations (66) et (67) dans (65), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right). \quad (68)$$

En retranchant l'équation (64) de l'équation (68) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = \frac{T}{2} - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (69)$$

6.6. Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

6.6.1 Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

Vu que le système fonctionne à taux élevé, $\overline{E(RR)}$ est nul comme montré précédemment, l'équation (5) s'écrit donc :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)},$$

ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4, \quad (70)$$

tel qu'illustré dans la figure 6.13.

Nous avons donc :

$$E_1 = E_2 = E_4 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (71)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (72)$$

En remplaçant les équations (71) et (72) dans (70), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \cdot T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (73)$$

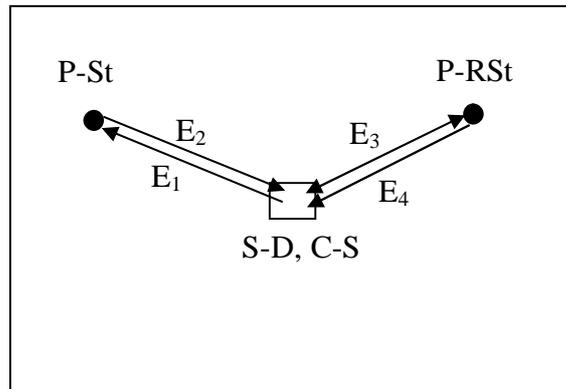


Figure 6.13. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

b) Déstockage

En se basant sur le paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.14, comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \quad (74)$$

avec :

$$E_1 = E_2 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (75)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (76)$$

En remplaçant les équations (75) et (76) dans (74), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (77)$$

En retranchant l'équation (73) de l'équation (77) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (78)$$

6.6.2 Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se tiennent donc sur leurs points de repos respectifs.

a) Stockage :

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)}.$$

Le terme $\overline{E(RR)}$ est nul parce que le point de repos et le convoyeur de re-stockage sont tous les deux au centre du rack. Ceci est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4. \quad (79)$$

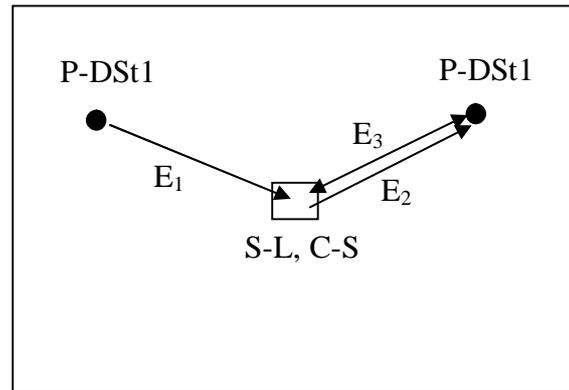


Figure 6.14. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

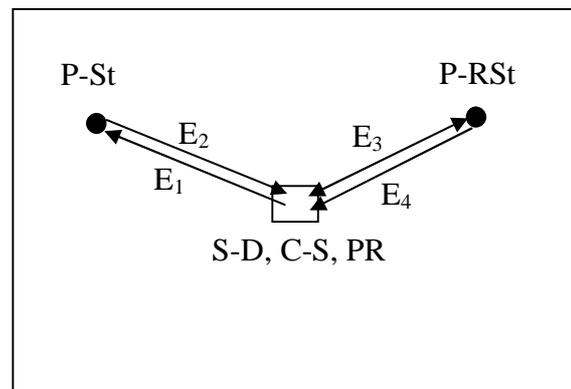


Figure 6.15. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; PR : point de repos
C-S : convoyeur de re-stockage

La figure 6.15 montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2,$$

$$\overline{E(FC)} = E_3 + E_4.$$

A l'image des paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_4 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (80)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (81)$$

En remplaçant les équations (80) et (81) dans (79), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (82)$$

b) Déstockage :

De façon similaire au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.14, comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \quad (83)$$

avec :

$$E_1 = E_3 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (84)$$

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (85)$$

En remplaçant les équations (84) et (85) dans (83), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockeage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (86)$$

En retranchant l'équation (82) de l'équation (86) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (78)$$

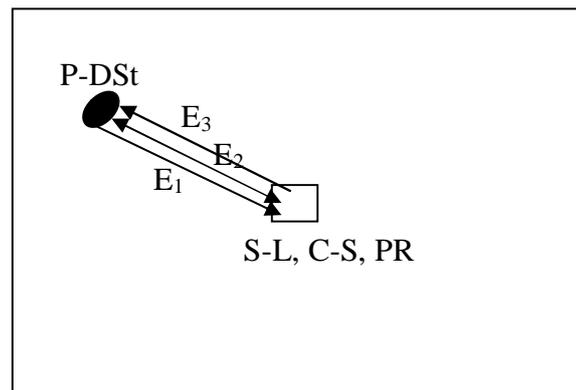


Figure 6.14. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

6.7. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au taux de fonctionnement des machines de stockage et déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Une analyse a été menée pour chaque position des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. De cette analyse, nous avons fait les observations suivantes :

- Pour la dernière configuration du système (stations de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack) les taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage sont les mêmes quel que soit le cas de figure. De plus, et comme présenté au chapitre 4, cette configuration possède les plus petits temps moyens de stockage et déstockage. De ce fait, cette configuration peut être considérée comme la meilleure des quatre configurations étudiées.
- Pour les autres configurations, la différence entre les taux de fonctionnement des deux machines, est nulle pour des taux élevés. Par contre elle ne l'est pas pour des taux de fonctionnement faibles. Toutefois, cette différence n'a d'influence sur le fonctionnement global du système que lorsque le taux de fonctionnement des machines S/R est élevé, mais dans ce cas cette différence est nulle. Nous pouvons donc conclure que quel que soit la configuration, et malgré les différences entre les taux de fonctionnements des machines de stockage et de déstockage, il n'y a pas de conséquences notables sur le fonctionnement global du système.

Chapitre 7

Optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour minimiser le temps de déstockage

7.1. Introduction

Dans ce chapitre nous nous proposons de déterminer les dimensions optimales du rack d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel en vue de minimiser le temps de déstockage. Pour cela nous avons formulé le problème qui s'avère être un problème non linéaire en nombre entiers (PNLNE). Nous avons donc adopté les méthodes d'optimisation déjà utilisées dans ce domaine pour résoudre notre problème. Les résultats obtenus sont intéressants et nous ont mené au développement de solutions analytiques approchées. Ce chapitre résume les travaux d'une thèse de Magister réalisée sous notre direction [Azzouz 01a]. Les résultats de ces travaux ont fait l'objet de plusieurs communications en congrès [Azzouz 00], [Azzouz 01b], [Azzouz 01c], [Azzouz 01d], ainsi que d'un article à soumettre [Azzouz 03].

La programmation non linéaire en nombres entiers (PNLNE) est une branche assez particulière de la programmation mathématique. Peu de travaux ont été réalisés dans ce domaine, dû à l'aspect non régulier du problème. Karaswa *et al* [Karaswa 80] ont présenté, pour résoudre un modèle de coût de type (PNLNE), une méthode assez naturelle qui consiste à résoudre le problème relaxé par les méthodes lagrangiennes. La solution du (PNLNE) sera prise par arrondi à l'entier le plus proche de la solution du (PNL). Les années 1960 ont connu des développements en programmation mathématique. L'extension de la méthode de Newton à la résolution des PNL avec contraintes inégalités - due à Wilson 1963 cité dans [Gill 74]- a permis la vulgarisation de la méthode des suites des approximations quadratiques (Sequential quadratic programming, SQP). L'une de ses performances est sa convergence superlinéaire, cependant elle demeurerait à convergence locale [Boggs 95]. Plusieurs travaux en vue de globaliser la convergence du schéma (SQP) ont fait l'objet -ces vingt dernières années- de plusieurs publications qui venaient enrichir la littérature de la (PNL). L'introduction des fonctions de mérite dans

l'algorithme a pu induire la convergence globale tant souhaitée. Ces fonctions peuvent être placées dans deux catégories, des fonctions "Barrières" appelées encore "Méthodes du point intérieur" et des fonctions de pénalités extérieures. On peut classer les fonctions de mérite selon un critère de régularité, ainsi, une première sous classe va regrouper les fonctions différentiables sous le vocable du "Lagrangien augmenté" et une autre sous classe de fonctions non régulières par les fonctions L1 pénalités" [Gill 74]. Quelques centaines d'articles ont été publiés, permettant d'avoir une littérature dense des (SQP). Plusieurs versions de l'algorithme SQP peuvent être trouvées dans [Boggs 95], [Durazzi 00], [Lawrence 98a], [Lawrence 98b], [Minoux 84a], [Schittkowski 90], [Schittkowski 99]. Durant ces dix dernières années, plusieurs chercheurs ont tenté de combiner les méthodes de résolution des (PNL) et les algorithmes de la programmation linéaire en nombres entiers (PLNE). Fletcher et Leyffer [Fletcher 94], [Leyffer 97] ont développé des méthodes de résolution des PNL en variables mixtes basées sur la décomposition de Benders et le procédé de Branch and Bound.

7.2. Formulation du problème :

Sur la base de l'expression du temps moyen de déstockage, les dimensions du rack de stockage sont optimisées pour obtenir le temps de cycle minimal pour des paramètres du système prédéfinis. Rappelons l'équation du temps moyen de déstockage, développée au chapitre 3, pour le cas où les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage sont aux extrémités opposées du rack :

$$E(RC) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho \cdot M \right) \quad \text{pour} \quad \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (1)$$

Minimiser l'expression (1), sous contraintes, revient à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min J(N_v, N_h, M) = \max(t_v, t_h) \left(\frac{\min\left(\frac{t_v}{T}, \frac{t_h}{T}\right)^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho \cdot M \right) \quad (2)$$

$$\text{sous les contraintes:} \begin{cases} n_1 \leq N_h \cdot N_l \cdot M \leq n_2 \\ N_h, N_l \geq 1 \\ M \geq 4 \\ N_h, N_l, M = \text{entiers} \end{cases} \quad (3)$$

La première équation du système (3) représente la contrainte liée à la taille du rack. Les valeurs n_1 et n_2 représentent une plage de tolérance du nombre total

d'emplacements dans le rack ou taille du rack. Cette taille peut être déterminée par l'équation (4) [Askin 93] :

$$N = \sum_{i=1}^m \frac{T_a(i)}{2} + S_s(i) \quad (4)$$

où $T_a(i)$ est la taille du lot du produit i , et $S_s(i)$ est le stock de sécurité du produit i .

Cette tolérance sur la taille du rack permet d'obtenir des solutions intéressantes du problème d'optimisation sachant que la quatrième contrainte exige que les dimensions du rack soient des entiers naturels. Les deuxième et troisième contraintes sont des contraintes de bord classiques. Les longueur et hauteur du rack ne peuvent pas être de dimension nulle, tandis que la profondeur du rack doit avoir au moins quatre emplacement pour que le système ai un quelconque intérêt tel que montré au chapitre 5.

En considérant toutes les valeurs que peut prendre le facteur de normalisation T , l'équation (2) s'écrira sous la forme :

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

De manière analogique, nous pouvons déduire les formulations des problèmes d'optimisation pour les autres positions des stations de dépôt/livraison et des convoyeurs de re-stockage.

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

Les problèmes des cas B, C et D ont les mêmes contraintes que celles du premier cas.

7.3. Résolution numérique du problème.

Le problème d'optimisation considéré est un problème non linéaire en nombres entiers (PNLNE). Sa résolution est une tâche délicate étant donné qu'il n'existe pas de méthode formelle de résolution de celui-ci [Azzouz 01a]. Nous avons résolu le problème en utilisant différentes méthodes. Pour choisir la meilleure de ces méthodes, nous avons considéré deux critères :

- L'exactitude : c'est le critère principal de comparaison de nos résultats, la meilleure méthode est celle dont les résultats sont les plus proches de l'optimal.
- Le temps de calcul : ce critère permet de déterminer la rapidité de la méthode.

Afin de valider l'optimalité des dimensions du rack sur une grande plage de fonctionnement, nous avons fait varier le taux de charge ρ du système de 0,2 à 1 ainsi que la vitesse de la machine de déstockage de telle sorte que $t'_h^2 + t'_v^2 = 2$. Cette contrainte sur la vitesse de la machine de déstockage permet d'effectuer la comparaison sur des grandeurs homogènes. Les simulations numériques ont été réalisées sous le langage Matlab 5.3 sur un PC-PIII, 550MHz.

7.3.1. Technique d'énumération

Cette technique considère toutes les configurations possibles du rack, calcule, pour chacune, le temps de cycle et sélectionne la configuration avec le temps de déstockage minimal. C'est une méthode d'exploration totale sa convergence vers la solution est assurée puisque la recherche du minimum se fait dans un ensemble fini et discret [Minoux 84b]. Cette technique peut se résumer dans l'algorithme qui suit :

Soit le domaine :

$$D := \{(x, y, z) \in N^3 : n_1 \leq xyz \leq n_2 \cap (x, y, z) \geq (1, 1, 4)\}$$

Pour $n = n_1, n_1 + 1, \dots, n_2$, et t'_v, t'_h, ρ donnés :

Chercher (x, y, z) et déterminer $J(x, y, z)$

Sélectionner $(x, y, z)^*$ pour lesquels J est minimum.

Les résultats de cette méthode sont présentés aux tableaux 7.1 et 7.2

7.3.2. Méthodes d'arrondi

La méthode d'énumération présente l'avantage d'être exacte, cependant lorsque le nombre de casier est très grand, le temps de calcul de la méthode d'énumération augmentera de manière trop importante. Il faut donc trouver des méthodes moins gourmandes en temps de calcul. Plusieurs techniques ont été proposées pour la résolution de ce problème par Karasawa et al [Karasawa 80] et Azzouz et al [Azzouz 00], [Azzouz 01a]. Elles sont basées sur la relaxation de la contrainte d'intégrité, la résolution du problème relaxé et la déduction d'une solution entière à partir de la solution relaxée. Le problème ainsi relaxé se réduit à :

$$\min f(x) \quad \text{soumis aux contraintes : } g_i(x) \leq 0 \text{ for } i=1, 2, \dots, m.$$

La relaxation peut se faire de différentes manières :

- *La relaxation directe* : la contrainte d'intégrité est simplement ignorée le problème est résolu et la solution entière est déduite de la solution relaxée.
- *La relaxation par linéarisation exponentielle* : en introduisant le logarithme sur la fonction objectif du problème, celle-ci devient une fonction linéaire et le problème en entier est linéarisé pour devenir :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \left(\frac{t_v'^2 \exp(2x_1 - y_1)}{3t_v'} + t_v' \exp(y_1) \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho \exp(z_1) \right) \\ \ln(n_1) \leq x_1 + y_1 + z_1 \leq \ln(n_2) \\ (x_1, y_1, z_1) \geq (0, 0, \ln(4)) \\ x_1 - y_1 \leq \ln\left(\frac{t_v'}{t_h'}\right) \end{array} \right.$$

$$\text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \ln(N_l) \\ y_1 = \ln(N_h) \\ z_1 = \ln(M) \end{array} \right.$$

- *La relaxation par normalisation (per-unitage)* : pour cette méthode, tous les paramètres sont divisés par des grandeurs de base pour relaxer la contrainte d'intégrité. Une fois que le problème, ainsi obtenu, est résolu, les paramètres sont multipliés par les grandeurs de base pour retrouver la solution finale. Le problème sera résolu comme suit :
 - Normaliser le système : Etant donnée une estimation du point de fonctionnement du système (X,Y,Z) posons alors $x_1 = x/X$, $y_1 = y/Y$, $z_1 = z/Z$.
 - Résoudre le problème sans dimensions ainsi obtenu avec le vecteur initial comme point initial. La solution du (PNLNE) est obtenue donc en posant :

$$\begin{cases} x^* = [x_1 X] \\ y^* = [y_1 Y] \\ z^* = [z_1 Z] \end{cases}$$

où [a] représente l'entier le plus proche de a.

7.3.3. Résolution du problème

Plusieurs algorithmes peuvent être utilisés pour la résolution du problème, celui des suites des approximations quadratiques (SQP) est considéré parmi les plus performants [Schittkowski 99], d'un côté, il assure une convergence super linéaire, et d'un autre, il offre la possibilité de globaliser la convergence de l'algorithme [Boggs 95], [Fletcher 94], [Lawrence 98.a]. Le schéma de résolution par la méthode SQP est constitué de trois étapes essentielles :

- *Formulation du sous problème quadratique*: Considérons le problème non linéaire (avec seulement des contraintes inégalités)

$$(P) : \begin{cases} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0 \quad i=1 ; m \end{cases}$$

On définit le lagrangien associé à (P) par :

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda^T g(x)$$

Soit (x^k, λ^k) une estimation à l'itération k de (x^*, λ^*) , point selle du Lagrangien L, un sous problème est formulé de la façon suivante :

$$\begin{cases} \min(\frac{1}{2}d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d) \\ \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) \leq 0 \quad i=1 ; m \end{cases}$$

avec H_k une approximation du hessien du lagrangien $\nabla^2 L(x, \lambda)$, obtenue à partir d'une formule de BFGS [Boggs 95], [Schittkowski 99] :

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k^T q_k}{q_k^T s_k} - \frac{H_k H_k^T}{s_k^T H_k s_k}$$

avec H_0 prise comme matrice de départ supposée définie positive et :

$$\begin{cases} d_k = x - x_k \\ s_k = x_{k+1} - x_k \\ q_k = \nabla L(x_{k+1}, \lambda_k) - \nabla L(x_k, \lambda_k) \end{cases}$$

Notons que la matrice H_{k+1} est définie positive si H_k l'est aussi et $q_k^T s_k \geq 0$.

- *Résolution du problème quadratique obtenu* : La résolution du problème quadratique se fait généralement par une stratégie des contraintes actives (de type gradient projeté) appelée encore méthode des projections.
- *Génération de la suite (x_k)* : Soit d_k^* la solution obtenue par la résolution du problème quadratique, λ_k le multiplicateur de Lagrange associé. Une nouvelle estimation de la solution est donnée à partir de la précédente comme suit :

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ \lambda_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_k \\ \lambda_k \end{pmatrix} + \alpha_k \begin{pmatrix} d_k^* \\ \lambda'_k - \lambda_k \end{pmatrix},$$

où α_k est un paramètre choisi pour induire une décroissance de la fonction de pénalité l_1 utilisée par Han (in [Schittkowski 90]) :

$$l_1(x, \alpha) = f(x) + \sum_{i=1}^m r_i \max(0, g_i(x)).$$

Le paramètre r est le degré de pénalisation [Powell 78] :

$$r_i = (r_{k+1})_i = \max \left\{ \lambda_i, \frac{1}{2} (r_k)_i + \lambda_i \right\}$$

avec un test d'arrêt (une tolérance de l'ordre de 10^{-8} est prise sur les solutions obtenues).

7.3.4. Une méthode exacte de résolution SQP-BB

La méthode de Branch and Bound, dite encore méthode de séparation et d'évaluation, est un algorithme qui détermine en un nombre fini d'étapes la solution globale d'un problème d'optimisation en nombres entiers.

On note par :

$$P : \begin{cases} \min f(x) \\ g(x) \leq 0 \\ x_i \in \mathbb{N} \end{cases} \quad P' : \begin{cases} \min f(x) \\ g(x) \leq 0 \\ x_i \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Le problème en nombres entiers à résoudre (P), et le problème relaxé (P').

La procédure de Branch and Bound bien détaillée dans [Azzouz 01b], [Johnson 00], [Leyffer 97] commence par résoudre le PNL (P').

Si la solution de P' vérifie les conditions de P arrêter.

Sinon il existe x'_j fractionnaire, faire alors en cette composante un branch (construire un nœud).

$P'_1 = P' \cup \{x \leq [x'_j]\}$ et $P'_2 = P' \cup \{x \geq [x'_j]\}$ où $[a]$ représente la partie entière de a .

Il est clair que la solution de P est soit dans P'_1 soit dans P'_2 . Le procédé est répété jusqu'à l'obtention d'une solution entière. Si la contrainte de bord est atteinte, la branche est alors totalement explorée.

7.4. Résultats et interprétations

Le problème a été résolu par les différentes méthodes présentées en section 7.3. La résolution s'est effectuée sur une large plage de configurations et de fonctionnements du système. Ainsi, la taille N , le nombre de couches M , le facteur de forme b et le taux de remplissage ρ furent variés pour obtenir plus de 1300 problèmes d'optimisation à traiter. Les résultats de ces résolutions sont visualisés dans les figures 7.1 et 7.2. Un résumé de ces résultats est présenté aux tableaux 7.1 et 7.2. A partir de ces résultats, nous pouvons faire les constations suivantes :

- *Remarques en rapport avec les méthodes de résolution :*
 - La méthode d'énumération donne des résultats exacts mais devient très gourmande en temps de calcul lorsque la taille du système augmente.

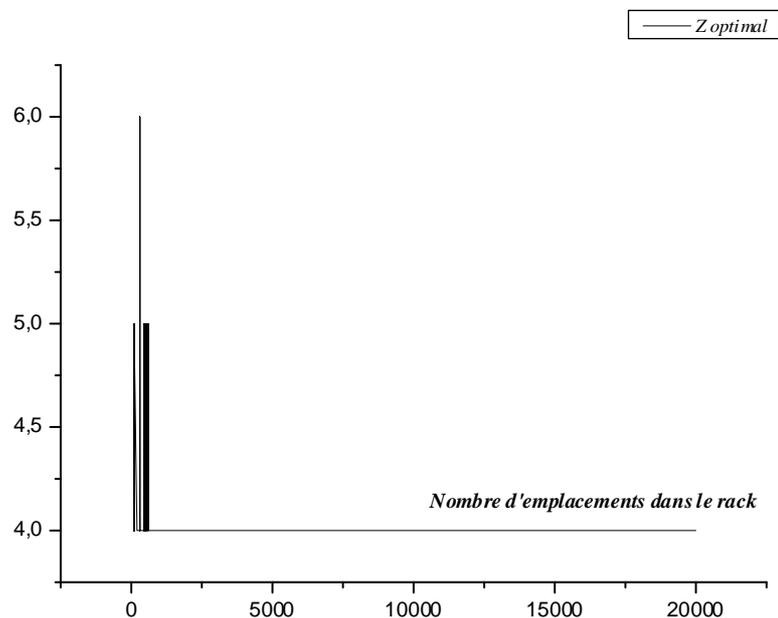


Figure 7.2 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas A.

| Paramètres | Enumération | | | | | Relaxation | | | | Lin-Expo | | | | Per-Unitage | | | | Branch & Bound | | | | |
|------------|-------------|--------|-----------|-------|-------|------------|----|-------|-------|----------|----|-------|-------|-------------|-------|-------|-------|----------------|----|-------|-------|------|
| | t'_h | t'_v | N_{eff} | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M |
| 1,37 | 0,34 | 100 | 2 | 10 | 5 | 0,80 | 2 | 10 | 4 | 0,80 | 2 | 10 | 4 | 0,8 | 2,47 | 9,9 | 4 | 1,00 | 2 | 10 | 5 | 0,80 |
| 1,27 | 0,63 | 100 | 5 | 5 | 4 | 0,50 | 3 | 7 | 4 | 0,86 | 4 | 7 | 4 | 0,87 | 3,5 | 7 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 0,50 |
| 1 | 1 | 100 | 5 | 5 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 1,00 | 4,95 | 4,95 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 1,00 |
| 0,63 | 1,27 | 100 | 5 | 5 | 4 | 0,50 | 7 | 3 | 4 | 0,86 | 7 | 4 | 4 | 0,87 | 7 | 3,5 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 0,50 |
| 0,34 | 1,37 | 100 | 10 | 2 | 5 | 0,80 | 10 | 2 | 4 | 0,80 | 10 | 2 | 4 | 0,80 | 9,89 | 2,47 | 4 | 1,00 | 10 | 2 | 5 | 0,80 |
| 1,37 | 0,34 | 504 | 6 | 21 | 4 | 0,88 | 6 | 22 | 4 | 0,92 | 6 | 22 | 4 | 0,92 | 5,53 | 22,14 | 4 | 1,00 | 6 | 21 | 4 | 0,88 |
| 1,27 | 0,63 | 504 | 7 | 18 | 4 | 0,78 | 8 | 16 | 4 | 1,00 | 8 | 16 | 4 | 1,00 | 7,82 | 15,65 | 4 | 1,00 | 9 | 14 | 4 | 0,78 |
| 1 | 1 | 504 | 9 | 14 | 4 | 0,64 | 11 | 11 | 4 | 1,00 | 11 | 11 | 4 | 1,00 | 11,07 | 11,06 | 4 | 1,00 | 14 | 9 | 4 | 0,64 |
| 0,63 | 1,27 | 504 | 14 | 9 | 4 | 0,78 | 16 | 8 | 4 | 1,00 | 16 | 8 | 4 | 1,00 | 15,65 | 7,82 | 4 | 1,00 | 18 | 7 | 4 | 0,78 |
| 0,34 | 1,37 | 504 | 21 | 6 | 4 | 0,88 | 22 | 6 | 4 | 0,92 | 22 | 6 | 4 | 0,92 | 22,13 | 5,53 | 4 | 1,00 | 21 | 6 | 4 | 0,88 |
| 1,37 | 0,34 | 1980 | 11 | 45 | 4 | 0,98 | 11 | 44 | 4 | 1,00 | 11 | 44 | 4 | 1,00 | 11,07 | 44,27 | 4 | 1,00 | 11 | 45 | 4 | 0,98 |
| 1,27 | 0,63 | 1984 | 16 | 31 | 4 | 0,97 | 16 | 31 | 4 | 0,97 | 16 | 31 | 4 | 0,97 | 15,65 | 31,3 | 4 | 1,00 | 16 | 31 | 4 | 0,97 |
| 1 | 1 | 2024 | 22 | 23 | 4 | 0,96 | 22 | 22 | 4 | 1,00 | 22 | 22 | 4 | 1,00 | 22,13 | 22,13 | 4 | 1,00 | 23 | 22 | 4 | 0,96 |
| 0,63 | 1,27 | 1984 | 31 | 16 | 4 | 0,97 | 31 | 16 | 4 | 0,97 | 31 | 16 | 4 | 0,97 | 31,3 | 15,65 | 4 | 1,00 | 31 | 16 | 4 | 0,97 |
| 0,34 | 1,37 | 1980 | 45 | 11 | 4 | 0,98 | 44 | 11 | 4 | 1,00 | 44 | 11 | 4 | 1,00 | 44,27 | 11,06 | 4 | 1,00 | 45 | 11 | 4 | 0,98 |
| 1,37 | 0,34 | 9800 | 25 | 98 | 4 | 0,98 | 25 | 99 | 4 | 0,99 | 25 | 99 | 4 | 0,99 | 24,74 | 98,99 | 4 | 1,00 | 25 | 98 | 4 | 0,98 |
| 1,27 | 0,63 | 9800 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 |
| 1 | 1 | 9800 | 49 | 50 | 4 | 0,98 | 49 | 49 | 4 | 1,00 | 49 | 49 | 4 | 1,00 | 49,99 | 49,49 | 4 | 0,99 | 50 | 49 | 4 | 0,98 |
| 0,63 | 1,27 | 9800 | 70 | 35 | 4 | 1,00 | 70 | 35 | 4 | 1,00 | 70 | 35 | 4 | 1,00 | 70 | 34,99 | 4 | 1,00 | 70 | 35 | 4 | 1,00 |
| 0,34 | 1,37 | 9800 | 98 | 25 | 4 | 0,98 | 99 | 25 | 4 | 0,99 | 99 | 25 | 4 | 0,99 | 98,99 | 24,74 | 4 | 1,00 | 98 | 25 | 4 | 0,98 |

Tableau 7.1. Résumé des solutions des problèmes d'optimisation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel

| Paramètres | | Enumération | | | Relaxation | | | Lin-Expo | | | Per-Unitage | | | Branch & Bound | | |
|------------|--------|------------------|------------------|---------------|------------------|------------|---------------|------------------|------------|---------------|------------------|------------|---------------|------------------|------------|---------------|
| t'_h | t'_v | N_{eff} | $E(\text{RC})_E$ | TC_E | $E(\text{RC})_R$ | ER_{E-R} | TC_R | $E(\text{RC})_L$ | ER_{E-L} | TC_L | $E(\text{RC})_P$ | ER_{E-P} | TC_P | $E(\text{RC})_B$ | ER_{E-B} | TC_B |
| 1,372 | 0,343 | 100 | 9,23 | 0,21 | 7,60 | 17,65 | 0,6 | 7,60 | 17,65 | 0,54 | 7,92 | 14,22 | 0,5 | 9,23 | 0,00 | 6,16 |
| 1,265 | 0,632 | 100 | 12,91 | 0,21 | 9,96 | 22,90 | 0,71 | 11,44 | 11,43 | 0,55 | 10,33 | 20,01 | 0,6 | 12,91 | 0,00 | 7,96 |
| 1 | 1 | 100 | 11,67 | 0,21 | 11,67 | 0,00 | 0,5 | 11,67 | 0,00 | 0,72 | 11,55 | 1,00 | 0,61 | 11,67 | 0,00 | 4,56 |
| 0,632 | 1,265 | 100 | 12,91 | 0,21 | 9,96 | 22,90 | 0,6 | 11,44 | 11,43 | 0,6 | 10,33 | 20,01 | 0,72 | 12,91 | 0,00 | 14,99 |
| 0,343 | 1,372 | 100 | 9,23 | 0,21 | 7,60 | 17,65 | 0,61 | 7,60 | 17,65 | 0,72 | 7,91 | 14,29 | 0,54 | 9,23 | 0,00 | 8,95 |
| 1,372 | 0,343 | 504 | 18,61 | 1,21 | 18,81 | 1,08 | 0,72 | 18,81 | 1,08 | 0,65 | 17,72 | 4,80 | 0,6 | 18,61 | 0,00 | 5,06 |
| 1,265 | 0,632 | 504 | 25,07 | 1,21 | 23,61 | 5,84 | 0,54 | 23,61 | 5,84 | 0,55 | 23,08 | 7,95 | 0,72 | 25,09 | 0,05 | 8,68 |
| 1 | 1 | 504 | 29,75 | 1,21 | 25,67 | 13,73 | 0,55 | 25,67 | 13,73 | 0,6 | 25,82 | 13,20 | 0,65 | 29,75 | 0,00 | 15,37 |
| 0,632 | 1,265 | 504 | 25,09 | 1,26 | 23,61 | 5,89 | 0,72 | 23,61 | 5,89 | 0,71 | 23,08 | 7,99 | 0,55 | 25,07 | 0,05 | 7,63 |
| 0,343 | 1,372 | 504 | 18,61 | 1,26 | 18,81 | 1,08 | 0,6 | 18,81 | 1,08 | 0,5 | 17,71 | 4,83 | 0,61 | 18,61 | 0,00 | 10,38 |
| 1,372 | 0,343 | 1980 | 35,81 | 5,99 | 35,21 | 1,68 | 0,72 | 35,21 | 1,68 | 0,6 | 35,44 | 1,06 | 0,66 | 35,81 | 0,00 | 12,47 |
| 1,265 | 0,632 | 1984 | 46,85 | 5,99 | 46,85 | 0,00 | 0,65 | 46,85 | 0,00 | 0,61 | 46,18 | 1,42 | 0,6 | 46,85 | 0,00 | 39,6 |
| 1 | 1 | 2024 | 53,08 | 6,04 | 51,33 | 3,30 | 0,55 | 51,33 | 3,30 | 0,72 | 51,64 | 2,73 | 0,71 | 53,08 | 0,00 | 10,38 |
| 0,632 | 1,265 | 1984 | 46,85 | 6,04 | 46,85 | 0,00 | 0,61 | 46,85 | 0,00 | 0,54 | 46,18 | 1,42 | 0,5 | 46,85 | 0,00 | 6,97 |
| 0,343 | 1,372 | 1980 | 35,81 | 6,04 | 35,21 | 1,68 | 0,66 | 35,21 | 1,68 | 0,6 | 35,42 | 1,09 | 0,6 | 35,81 | 0,00 | 12,09 |
| 1,372 | 0,343 | 9800 | 79,63 | 59,92 | 79,83 | 0,25 | 0,66 | 79,83 | 0,25 | 0,72 | 79,22 | 0,52 | 0,61 | 79,63 | 0,00 | 3,25 |
| 1,265 | 0,632 | 9800 | 103,29 | 59,92 | 103,29 | 0,00 | 0,6 | 103,29 | 0,00 | 0,65 | 103,29 | 0,00 | 0,72 | 103,29 | 0,00 | 0,38 |
| 1 | 1 | 9800 | 116,08 | 59,92 | 114,33 | 1,51 | 0,55 | 114,33 | 1,51 | 0,55 | 116,35 | 0,23 | 0,54 | 116,08 | 0,00 | 3,13 |
| 0,632 | 1,265 | 9800 | 103,29 | 60,03 | 103,29 | 0,00 | 0,72 | 103,29 | 0,00 | 0,61 | 103,27 | 0,02 | 0,55 | 103,29 | 0,00 | 0,39 |
| 0,343 | 1,372 | 9800 | 79,63 | 60,03 | 79,83 | 0,25 | 0,6 | 79,83 | 0,25 | 0,66 | 79,22 | 0,52 | 0,72 | 79,63 | 0,00 | 10,49 |

Tableau 7.2. Erreurs relatives et temps de calcul pour les différentes méthodes de résolution du problème d'optimisation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel

7.5. Généralisation aux autres positions (cas B, C, et D).

Dans la section 7.4, nous avons présenté les résultats obtenus pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel avec ses stations de dépôt/livraison et son convoyeur de re-stockage placés aux extrémités du rack (cas A). Dans cette section, nous nous proposons d'analyser les autres positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. Nous avons réalisé les mêmes simulations pour les différentes positions. La figure 7.1 montre la variation du facteur de forme b en fonction de la taille N du système pour toutes les positions (cas A, B, C et D). Les figures 7.3, 7.4 et 7.5 montrent la variation du nombre de couches M en fonction de la taille N du système pour les cas B (stations de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack), cas C (stations de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack) et cas D (stations de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack). A partir de ces résultats, nous pouvons faire les constations suivantes :

- Quelque soit les positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage, le facteur de forme b est toujours égal à 1 sauf pour les petits systèmes ($N < 500$). Ceci confirme la littérature qui stipule que les AS/RS optimaux ont tendance à être carré en temps.

- La position des stations de dépôt/livraison n'a pas d'influence sur le nombre de couches optimal M . Celui-ci est toujours égal à 4 sauf pour les petits systèmes ($N < 500$).
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est à l'extrémité du rack (cas A et C), le nombre de couches optimal M est toujours égal à 4 sauf pour les petits systèmes ($N < 500$).
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack (cas B et D), le nombre de couches optimal M varie en fonction du taux de remplissage ρ . Lorsque le taux de remplissage est faible, le nombre de couches est élevé. Lorsque ρ augmente, M diminue. A partir de $\rho > 0,5$, le nombre de couches optimal se stabilise et est rarement supérieur à 4. Cette constatation peut s'expliquer par le fait que lorsque ρ est faible, il est rarement nécessaire de recourir au re-stockage. Donc le nombre de couches optimal peut augmenter car cette augmentation va faire diminuer les dimensions de la face du rack (N_l et N_h) donc le temps de déstockage du produit désiré. Ceci est particulièrement remarquable lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack car, dans ce cas, le temps de re-stockage est divisé par deux. Le fait que M^* augmente lorsque ρ diminue doit se remarquer même pour les autres cas (A et C) mais la contrainte de bord, $M \geq 4$, doit masquer ce phénomène pour ces cas là.

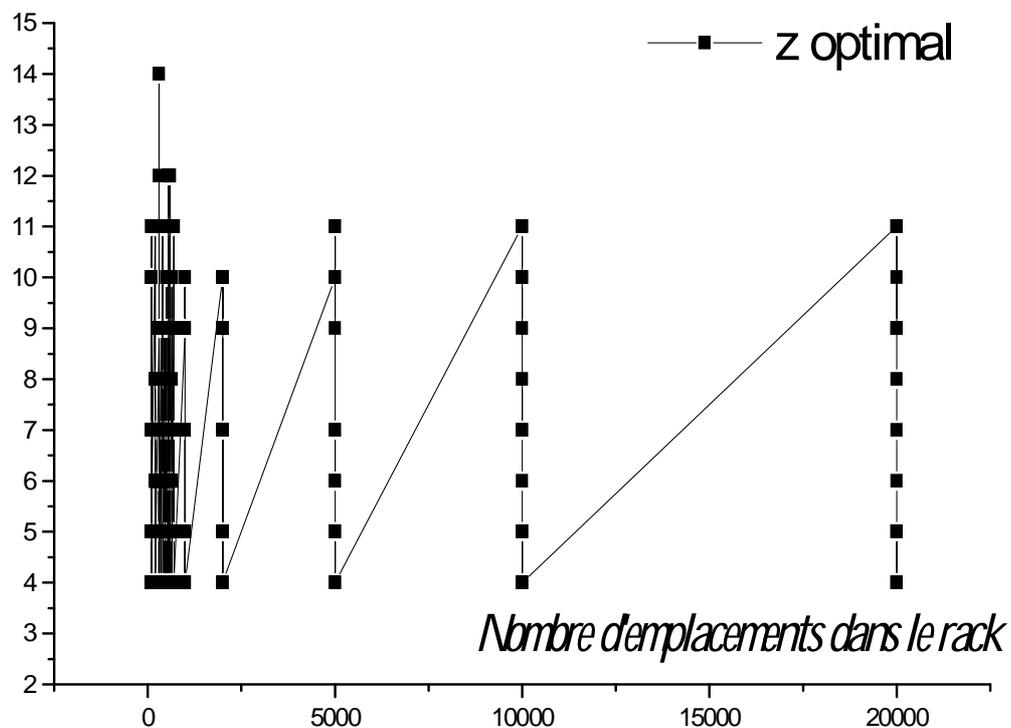


Figure 7.3 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas B.

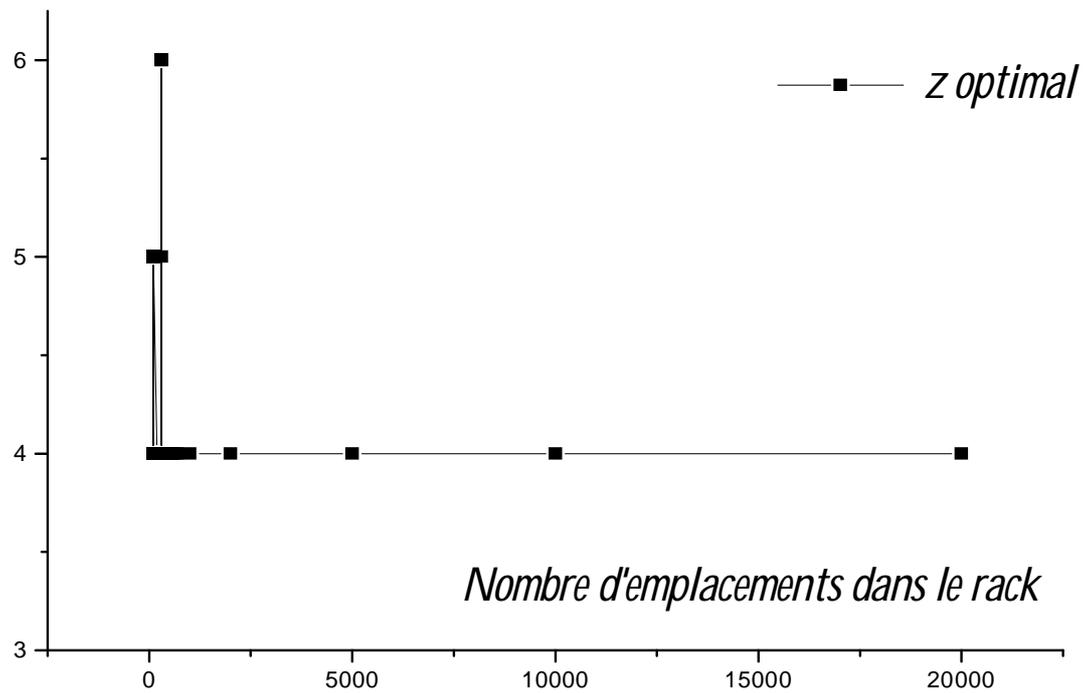


Figure 7.4 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas C.

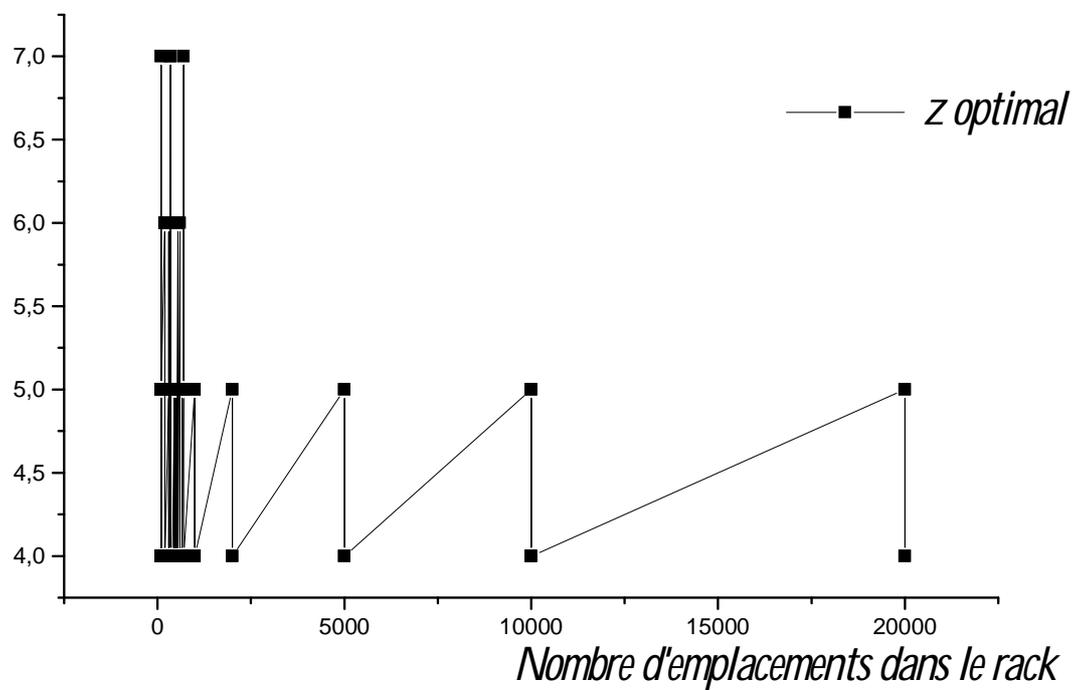


Figure 7.5 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas D.

Etant donné la variation du nombre de couches optimal M par rapport aux différents paramètres du système, nous avons voulu visualiser ces variations en faisant la moyenne des M optimaux de toutes les configurations traitées en simulation. Le nombre total de configuration traitées est de 1360 par cas (A, B, C et D). Le tableau 7.3 résume les résultats obtenus.

| Types de configurations | Nbre de config | Cas A | Cas B | Cas C | Cas D |
|---|----------------|--------|--------|--------|--------|
| Toutes les configurations | 1360 | 4,0809 | 5,1721 | 4,0493 | 4,2360 |
| Configurations avec $\rho < 0,5$ | 480 | 4,1146 | 6,7917 | 4,0500 | 4,4896 |
| Configurations avec $\rho > 0,5$ | 880 | 4,0625 | 4,2886 | 4,0489 | 4,0977 |
| Configurations avec $\rho > 0,5$ et $N > 500$ | 550 | 4,0000 | 4,1484 | 4,0000 | 4,0183 |

Tableau 7.3 : Valeurs moyenne du nombre de couches optimal

7.6 Expressions analytiques des dimensions optimales du rack.

Dans ce paragraphe, nous allons présenter une solution analytique approchée du problème d'optimisation des dimensions du rack. Cette solution est déduite des observations faites sur les résultats de simulation des différentes méthodes d'optimisation utilisées dans ce chapitre. D'après ces résultats, nous pouvons tirer deux conclusions :

- Pour la quasi-totalité des situations, le facteur de forme optimal b est égal à 1, sauf pour des racks de très petite taille.
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est à l'extrémité du rack, et pour $N > 500$ et $\rho > 0,5$, le nombre de couches optimal est égal à 4. (voir tableau 7.3)
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack, et pour $N > 500$ et $\rho > 0,5$, le nombre de couches optimal est très rarement supérieur à 4, surtout pour le cas D (voir tableau 7.3).

A partir de ces observations nous pouvons réduire le problème d'optimisation, lorsque $N > 500$ et $\rho > 0,5$ à :

$$\begin{cases} \min J(N_h, N_l, 4) \\ \frac{1}{4}n_1 \leq N_h, N_l \leq \frac{1}{4}n_2, \\ N_h, N_l \geq 1 \\ N_h, N_l = \text{integers} \end{cases}$$

avec les expressions :
$$\begin{cases} N_h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Nt'_v}{t'_h}} \\ N_l = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Nt'_h}{t'_v}} \end{cases}$$
 comme solutions exactes du problème.

Pour tester son efficacité, nous l'avons comparé avec la méthode d'énumération. L'erreur relative entre ces deux méthodes est représentée dans la figure 7.6. Nous remarquons que cette erreur devient très faible pour les grands systèmes. Cependant, elle peut être très importante pour les petits systèmes. Ces erreurs importantes ont lieu lorsque les solutions analytiques ne sont pas entières. Par conséquent, cette méthode peut donner des solutions analytiques exactes si elles sont entières. Autrement elles peuvent être arrondies aux entiers les plus proches ou servir comme bornes améliorées pour l'algorithme de Branch and Bound.

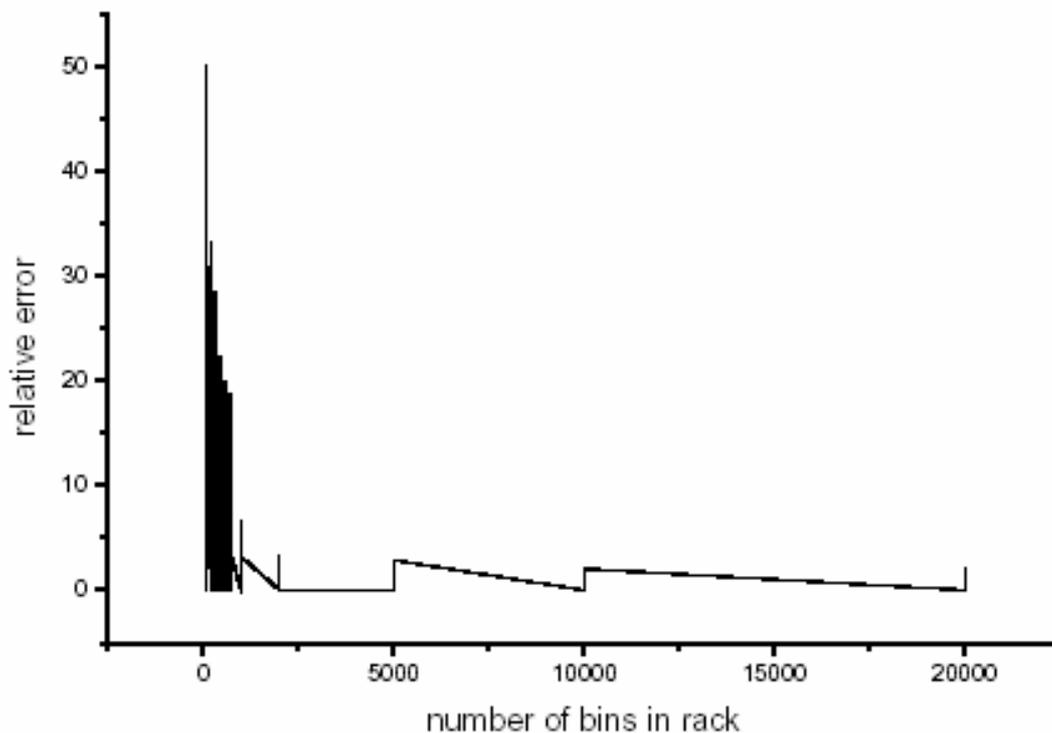


Figure 7.6 : Erreur relative entre la solution analytique et la solution par méthode d'énumération

7.7. Conclusion

Dans ce Chapitre, nous nous sommes intéressé à l'optimisation des dimensions du rack de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel en vue de minimiser le temps moyen de déstockage. Nous avons utilisé plusieurs méthodes pour la résolution du problème d'optimisation qui s'est avéré un problème non linéaire en nombre entiers. Nous avons comparé ces méthodes et conclu que la meilleure était la méthode Branch and Bound. Aussi la méthode d'énumération était performante pour les petit systèmes.

Les résultats de simulation nous ont permis d'analyser l'optimalité du systèmes sur une large plage de configurations et de fonctionnements. Nous avons tiré, de ces résultats, un certain nombre de conclusions qui nous ont permis de développer une solution analytique au problème valable dans la majorité des situations de fonctionnement réel. Il est vrai que cette solution analytique n'est valable que pour $N > 500$ et $\rho > 0,5$. Dans l'industrie, la distribution et les services, où ce genre d'AS/RS est utilisé, il est très rare que le système soit conçu avec un $N < 500$ et fonctionne avec un $\rho < 0,5$. Cette solution analytique peut dans le cas où elle ne satisfait pas aux contraintes du problème devenir une borne améliorée pour l'algorithme de Branch and Bound.

Chapitre 8

Perspectives et extensions

8.1. Introduction :

Dans ce chapitre nous présenterons les travaux en cours relatifs à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, ainsi que les extensions possibles des modèles développés pour d'autres AS/RS.

Dans la section 8.2, nous présentons une validation expérimentale des modèles des temps de déstockage, développés au chapitre 3. Cette validation expérimentale est réalisée grâce au logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Les résultats de cette section ont fait l'objet d'une communication au CIP2003 [**Triqui 03**].

Dans la section 8.3, nous développons une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette heuristique, construite de manière intuitive, semble prometteuse et présente beaucoup d'intérêt. L'expérimentation de cette heuristique, en utilisant le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA, est en cours de réalisation dans le cadre d'une thèse de Magister sous notre direction [**Gaouar 04**].

Dans la section 8.4, nous présentons deux modèles du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées : un modèle continu approché et un modèle discret exact. Ces deux modèles sont comparés pour valider le modèle approché en utilisant la simulation. La procédure adoptée dans le développement et la simulation de ces modèles est similaire à celle utilisée pour le développement et la simulation des modèles de temps de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel présenté au chapitre 3. Le développement du modèle du temps de simple cycle ainsi que sa validation

expérimentale ont fait l'objet d'une communication au CIP2001 [Bénamar 01]. Des travaux sont en cours pour le développement de modèles du temps de double cycle ainsi que l'extension de ces modèles à des AS/RS à racks glissants. Ces travaux sont effectués dans le cadre d'une thèse de doctorat sous notre co-direction.

8.2 Validation expérimentale des modèles du temps de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

Dans cette section nous présentons les résultats de la simulation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par ARENA. ARENA est une interface graphique très puissante du langage de simulation des événements discrets SIMAN. Elle est particulièrement adaptée à la simulation des systèmes de production. Nous l'avons donc utilisé pour simuler un AS/RS à convoyeur gravitationnel afin de vérifier l'exactitude des modèles développés au chapitre 3. ARENA est conçu de telle sorte qu'elle simule les systèmes tels qu'ils fonctionnent réellement. Des modules sont utilisés pour simuler la création de produits, le transport de produits la mise en attente, etc. Cette conception d'ARENA permet de remplacer l'expérimentation réelle par de la simulation. Il n'y a pas de modèle mathématique, mais un ensemble de modules représentant des tâches similaires à celles qui s'effectuent dans un système réel. Nous avons, donc, développé un programme de simulation du stockage, déstockage et restockage de produits dans un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Nous nous sommes intéressés au temps moyen de déstockage. Nous avons choisi un système avec les caractéristiques suivantes :

Nombre de casiers et de couches : $N_l=6$, $N_h=6$, $M=8$.

Temps de déplacement : $t_h=12s$, $t_v=12s$.

Facteurs de forme et normalisation : $b=1$, $T=12s$.

Le système a été simulé sur 10^6s , avec une « pré-période » transitoire de 10^5s . Pour chaque point de fonctionnement, la simulation s'est faite plusieurs fois et une valeur moyenne a été calculée. Pour déterminer les points de fonctionnement, le taux de charge ρ a été varié par incrément de 5% entre 20% et 95%. Les valeurs ainsi déterminées, ont été comparées à celle du modèle analytique approché développé au chapitre 3 et dont l'expression est :

$$E(RC) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho M \right).$$

Dans le tableau 8.1 [Triqui 03], sont représentés les résultats de la simulation, ceux du modèle analytique ainsi que l'erreur relative entre les deux. La figure 8.1 [Triqui 03] visualise l'erreur entre les résultats analytiques et de simulations. Nous remarquons à travers le tableau 8.1 et la

figure 8.1 que les résultats de simulation sont très proches de ceux du modèle analytique et que l'erreur entre les deux est négligeable. Ceci valide expérimentalement le modèle analytique développé au chapitre 3. D'autant plus que la simulation pour des systèmes de très petite taille et/ou de faibles taux de charge a donné des erreurs relativement faibles.

| Taux de charge (%) | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 65 | 70 | 80 | 85 | 90 | 95 |
|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Résultats analytique (s) | 20,00 | 23,20 | 29,60 | 36,00 | 42,40 | 45,60 | 48,80 | 55,20 | 58,40 | 61,60 | 64,80 |
| Résultats de simulation (s) | 20,10 | 23,48 | 29,46 | 36,56 | 42,86 | 45,69 | 48,05 | 55,13 | 58,29 | 61,41 | 64,05 |
| Erreurs relatives (%) | 0,498 | 1,19 | 0,475 | 1,53 | 1,07 | 0,197 | 1,56 | 0,127 | 0,189 | 0,309 | 1,17 |

Tableau 8.1 : Temps moyen de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel

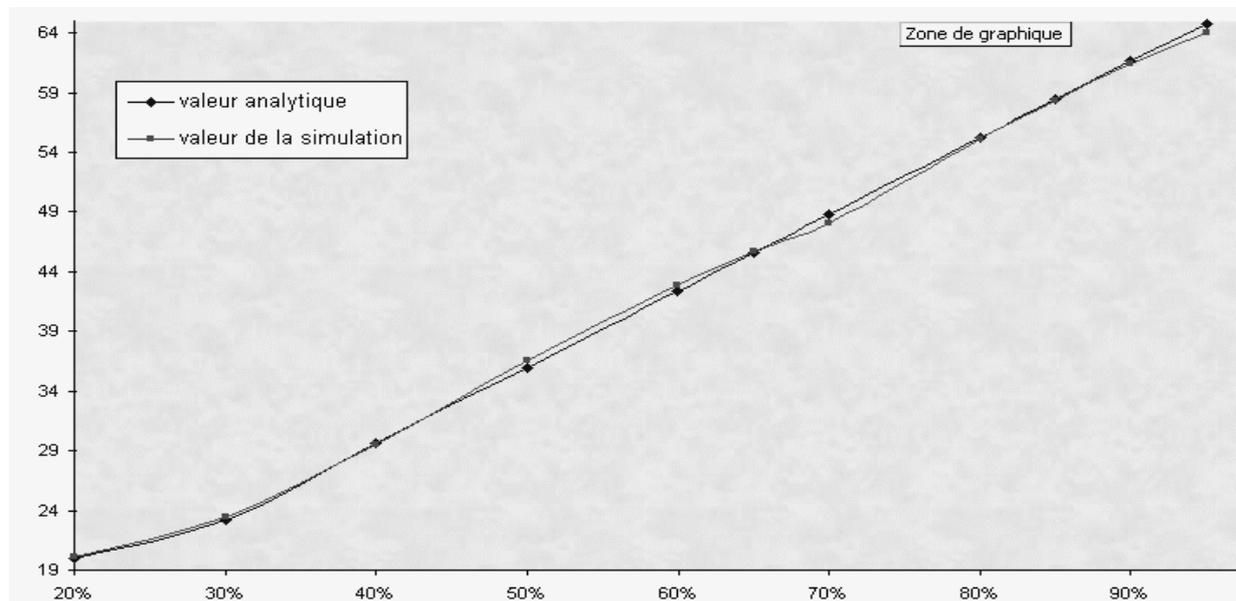


Figure 8.1 : Temps moyen de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel en fonction du taux de charge.

8.3 Une heuristique pour le stockage/déstockage dans un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

Dans cette section, nous allons présenter une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel [Sari 02]. Nous avons construit cette heuristique de manière intuitive pour essayer de réduire au maximum le temps de déstockage. La réduction du temps de stockage, celui-ci étant très petit par rapport au temps de déstockage, n'a pas été prise en considération dans le développement de cette heuristique.

Pour la construction de cette heuristique, nous avons procédé de la façon suivante. Le temps de déstockage est composé de deux grandeurs : le temps de déstockage du produit désiré et le temps de déstockage des produits le

précédant. Ces deux grandeurs peuvent être minimisées par la réduction de produits différents dans le même casier ainsi que par le déstockage des produits les plus proches de la station de livraison et/ou du point de repos de la machine de déstockage. A partir de cela nous avons développé l'heuristique qui peut être défini de la manière suivante :

Procédure de stockage :

1. Stocker le produit en cours derrière un produit identique. Si plusieurs choix sont possibles alors :
 - a. Stocker dans le casier où il y a qu'un seul type de produits (identiques au produit en cours de stockage). Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier où il y a le plus de produits. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.
 - b. Stocker dans le casier où il y a le plus de produits de même type (identiques au produit en cours de stockage). Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier où il y a le moins de produits en général. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.
2. Stocker dans un casier vide. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.
3. Stocker dans le casier où il y a le moins de produits. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier où il y a le moins de types de produits différents. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.

Procédure de déstockage :

Chercher le produit désiré se trouvant dans la couche la plus proche de la machine de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : déstocker à partir du casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : déstocker à partir du casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.

Cette heuristique est, actuellement, en cours d'expérimentation, en l'implémentant dans un programme de simulation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, en utilisant le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Les résultats préliminaires semblent très prometteurs et prédisent des améliorations très importantes du temps moyen de déstockage par rapport au stockage purement aléatoire.

Nous avons montré au chapitre 5 que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, avec un stockage purement aléatoire, avait un temps de cycle comparable à celui de l'AS/RS à charge unitaire tout en ayant une occupation d'espace beaucoup plus réduite. L'heuristique développée permettra d'améliorer considérablement le temps de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette amélioration permettra à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel d'avoir des performances globales supérieures à celles de l'AS/RS à charge unitaire et donc de devenir une alternative intéressante à celui-ci.

Il est vrai que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel est actuellement cantonné à des applications où la variété des produits stockés est très réduite, voir le stockage de produits identiques. Si les améliorations des temps de déstockage sont remarquables, un large champ d'application s'ouvrira devant cet AS/RS.

8.4 Modèles du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées.

Un AS/RS multi allées est composé d'un ensemble de racks fixes disposés deux à deux en parallèle et séparés par des allées. Chacune de ces allées, appelées allées de desserte donnant accès à deux racks. Une allée commune placée perpendiculairement aux racks relie toutes les allées de desserte. Une seule machine de stockage/déstockage dessert l'ensemble des racks. De ce fait, cette machine S/R se déplace suivant trois axes : verticalement le long des colonnes formant les racks, horizontalement le long des allées de desserte et transversalement le long de l'allée commune dont l'une des extrémité est équipée d'une station de dépôt/livraison. Une vue de dessus schématique du système est représentée dans la figure 8.2

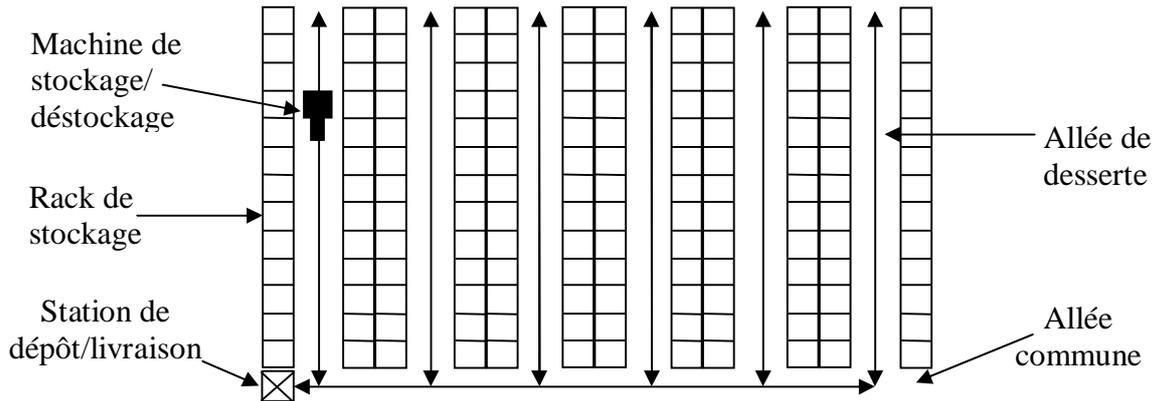


Figure 8.2 : Vue de dessus d'un AS/RS multi allées

8.4.1. Approche continue

Posons t_p le temps de transport horizontal de la station de dépôt/livraison jusqu'à l'allée la plus éloignée, t_h le temps de transport horizontal pour parcourir entièrement une allée de desserte, t_v le temps de transport vertical de la station de dépôt/livraison à l'étagère la plus haute [Sari 99]. En se basant sur la procédure détaillée dans la section 3.2, on pose :

$$0 \leq x_1 \leq t_h ; 0 \leq x_2 \leq t_p ; 0 \leq y \leq t_v$$

Soit : $x = x_1 + x_2$ alors $0 \leq x \leq H$ avec $H = t_h + t_p$

$$\text{Soit : } T' = \max(t_h + t_p ; t_v) \text{ et } b' = \min\left(\frac{t_h + t_p}{T'} ; \frac{t_v}{T'}\right) \quad (1)$$

Due au déplacement simultané de la machine S/R (horizontalement et verticalement), le temps de transport du point de dépôt/livraison au point (x, y) est égal à $\max(x, y)$.

Soit $G(z) = Pr(x \leq z) Pr(y \leq z)$, la probabilité que le temps de transport du point de dépôt/livraison au point (x, y) soit inférieur à z .

1^{er} cas : $t_h > t_v$

$$\text{Donc : } Pr(x \leq z) = \frac{z}{H} \text{ si } 0 \leq z \leq H \text{ et } , Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1 & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases} .$$

$$\text{D'où : } G(z) = \begin{cases} z^2 / H t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ z / H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases} .$$

Dérivant $G(z)$, la densité de probabilité sera : $g(z) = \begin{cases} 2z/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1/H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

Le temps moyen de simple cycle est donc : $\overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 z g(z) dz$.

En résolvant l'équation précédente nous obtenons le temps moyen de simple cycle comme étant :

$$\overline{E(SC)}_1 = (t_h + t_p) \left(\frac{t_v^2}{3(t_h + t_p)^2} + 1 \right). \quad (2)$$

2^{ème} cas : : $t_h \leq t_v$

1^{er} sous cas : $t_v \leq H$

Donc : $\Pr(x \leq z) = \frac{z}{H}$ si $0 \leq z \leq H$ et $\Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1 & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

D'où : $G(z) = \begin{cases} z^2/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ z/H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

Dérivant $G(z)$, la densité de probabilité sera : $g(z) = \begin{cases} 2z/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1/H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

Le temps moyen de simple cycle est donc : $\overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 z g(z) dz$.

En résolvant l'équation précédente nous obtenons le temps moyen de simple cycle comme étant :

$$\overline{E(SC)}_{21} = (t_h + t_p) \left(\frac{t_v^2}{3(t_h + t_p)^2} + 1 \right). \quad (3)$$

2^{ème} sous cas : $H \leq t_v$

Donc : $\Pr(y \leq z) = \frac{z}{t_v}$ si $0 \leq z \leq t_v$ et $\Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/H & \text{si } 0 < z \leq H \\ 1 & \text{si } H < z \leq t_v \end{cases}$.

D'où : $G(z) = \begin{cases} z^2/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq H \\ z/t_v & \text{si } H < z \leq t_v \end{cases}$.

Dérivant $G(z)$, la densité de probabilité sera : $g(z) = \begin{cases} 2z/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq H \\ 1/t_v & \text{si } H < z \leq t_v \end{cases}$.

Le temps moyen de simple cycle est donc : $\overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 z g(z) dz$.

En résolvant l'équation précédente nous obtenons le temps moyen de simple cycle comme étant :

$$\overline{E(SC)}_{22} = t_v \left(\frac{(t_h + t_p)^2}{3t_v^2} + 1 \right). \quad (4)$$

En remplaçant les expressions (1) dans (3)-(4), nous obtenons :

$$\overline{E(SC)}_c = T' \left(\frac{b'^2}{3} + 1 \right), \quad (5)$$

avec : $T' = \max(t_h + t_p ; t_v)$ et $b' = \min\left(\frac{t_h + t_p}{T'} ; \frac{t_v}{T'}\right)$.

Cette équation est similaire à celle de l'AS/RS à charge unitaire. Ceci est du au fait que la distribution des distances entre la station de dépôt/livraison et les casiers de stockage est supposée uniforme, ce qui n'est pas vrai pour les distances horizontales où la distribution est trapézoïdale. Ceci entraînera certainement une erreur dans l'évaluation du temps de simple cycle par cette méthode. Nous déterminerons l'importance de cette erreur en comparant cette méthode avec une méthode exacte.

8.4.2. Approche discrète

Cette approche est une approche exacte basée sur la détermination des temps de transports de tous les casiers et le calcul de la moyenne de ces temps. Soit un AS/RS multi allées composés de M allées de desserte, N_l casiers horizontaux et N_h casiers verticaux par rack, t_p étant le temps de transport horizontal de la station de dépôt/livraison jusqu'à l'allée la plus éloignée, t_h le temps de transport horizontal pour parcourir entièrement une allée de desserte et t_v le temps de transport vertical de la station de dépôt/livraison à l'étagère la plus haute [Sari 99]. Soit :

$t'_p = \frac{t_p}{M}$ le temps de transport d'une allée de desserte à la suivante.

$t'_h = \frac{t_h}{N_l}$ le temps de transport horizontal d'un casier au suivant.

$t'_v = \frac{t_v}{N_h}$ le temps de transport vertical d'un casier au suivant.

En suivant la même procédure détaillée à la section 3.3.2, nous déterminons le temps de cycle moyen comme étant la moyenne des temps de transport de tous les casiers du système, soit :

$$\overline{E(SC)}_d = \frac{4}{N} \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \max(t'_h |0-i| + t'_p |k-1|; t'_v |1-j|) \quad (6)$$

avec $N = 2(M \cdot N_l \cdot N_h)$

8.4.3. Etude en simulation.

La méthode continue, présentée en section 8.4.1 donne une expression du temps de simple cycle, simple et compacte, où T' et b' sont constantes. Cette expression peut donc être calculée à la main avec une grande facilité. Par contre, la méthode discrète, présentée en section 8.4.2 donne une relation complexe qui rend le calcul manuel fastidieux même pour de petits systèmes. Cependant, la méthode discrète donne des résultats exacts contrairement à la méthode continue qui donne des résultats approchée. Dans cette section, nous nous proposons de déterminer la précision de la méthode continue sur une large plage de configurations. Le nombre de configurations simulées étant très important (plus de 600), nous ne présenterons ici que les résultats les plus significatifs, qui sont résumés dans le tableau 8.2 [**Benamar 01**].

L'erreur relative entre la méthode continue et la méthode discrète est rarement supérieure à 4%. Ceci est le cas pour les très petits systèmes (100 casiers), ainsi que pour les configurations où l'effet trapézoïdal de la distribution horizontale des distances est important. Ceci est le cas lorsque t_h et t_p sont de valeurs comparables. Dans notre simulation nous avons pris :

$$t'_p = 4t'_h = 4t'_v$$

Nous remarquons dans le tableau 8.2 que l'erreur est importante chaque fois que le rapport N_l/M est proche de 4.

De ce fait, nous pouvons conclure que la méthode continue peut prédire le temps de simple cycle avec une précision acceptable mais pouvant être grandement améliorée. Cette amélioration peut être réalisée en utilisant une distribution des distances horizontales plus proche de la réalité du système. Nous travaillons sur ce point et espérons obtenir des résultats prochainement. De plus, un modèle du temps de double cycle doit être développé, ceci est beaucoup plus difficile pour l'AS/RS multi allées que pour l'AS/RS à charge unitaire étant donnée que le double cycle peut concerner des casiers dans la même allée, tel que dans l'AS/RS à charge unitaire, ou dans deux allées

différentes. Une fois que les modèles de simple et de double cycle soient développés, ceux-ci peuvent être étendus au AS/RS à rack glissant dont l'AS/RS multi allées est un cas particulier.

| N | N_l | N_h | M | $E(SC)_d$ | $E(SC)_c$ | $Erreur\%$ |
|-------|-------|-------|------|-----------|-----------|------------|
| 100 | 5 | 2 | 5 | 22 | 21,06 | 4,27 |
| 100 | 5 | 5 | 2 | 10,4 | 9,93 | 4,52 |
| 100 | 2 | 5 | 5 | 19,36 | 18,46 | 4,65 |
| 200 | 5 | 10 | 2 | 12,6 | 12,7 | 0,794 |
| 200 | 2 | 2 | 25 | 99 | 98,01 | 1,00 |
| 200 | 5 | 5 | 4 | 18,2 | 17,49 | 3,90 |
| 200 | 10 | 5 | 2 | 15,2 | 14,6 | 3,95 |
| 400 | 10 | 10 | 2 | 16,4 | 16,38 | 0,122 |
| 400 | 2 | 2 | 50 | 199 | 198 | 0,503 |
| 400 | 10 | 4 | 5 | 27,04 | 26,21 | 3,07 |
| 400 | 10 | 5 | 4 | 23,1 | 22,38 | 3,12 |
| 1000 | 5 | 20 | 5 | 27,3 | 27,35 | 0,183 |
| 1000 | 2 | 2 | 125 | 499 | 498 | 0,200 |
| 1000 | 25 | 5 | 4 | 38,04 | 37,22 | 2,16 |
| 1000 | 20 | 5 | 5 | 37,04 | 36,23 | 2,19 |
| 2000 | 2 | 50 | 10 | 59,64 | 59,63 | 0,0167 |
| 2000 | 2 | 2 | 250 | 999 | 998 | 0,100 |
| 2000 | 25 | 5 | 8 | 54,02 | 53,16 | 1,59 |
| 2000 | 10 | 25 | 4 | 30,88 | 31,45 | 1,85 |
| 4000 | 2 | 2 | 500 | 1999 | 1998 | 0,0500 |
| 4000 | 4 | 2 | 250 | 1001 | 1000 | 0,0999 |
| 4000 | 20 | 25 | 4 | 37,59 | 38,51 | 2,45 |
| 4000 | 16 | 25 | 5 | 37,57 | 38,51 | 2,50 |
| 10000 | 2 | 2 | 1250 | 4999 | 4998 | 0,0200 |
| 10000 | 4 | 2 | 625 | 2501 | 2500 | 0,0400 |
| 10000 | 20 | 50 | 5 | 57,52 | 58,64 | 1,95 |
| 10000 | 25 | 40 | 5 | 52,65 | 54 | 2,56 |
| 20000 | 4 | 100 | 25 | 133,3 | 133,3 | 0,005 |
| 20000 | 2 | 2 | 2500 | 9999 | 9998 | 0,0100 |
| 20000 | 25 | 50 | 8 | 66,84 | 68,72 | 2,81 |
| 20000 | 25 | 40 | 10 | 67,72 | 69,74 | 2,98 |
| 40000 | 2 | 2 | 5000 | 19999 | 19998 | 0,005 |
| 40000 | 2 | 4 | 2500 | 9999 | 9998 | 0,0100 |
| 40000 | 50 | 50 | 8 | 85,89 | 88,68 | 3,25 |
| 40000 | 40 | 50 | 10 | 83,99 | 86,97 | 3,55 |

Tableau 8.2 Temps de simple cycle d'un AS/RS multi-allées

8.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les travaux partiellement réalisés ou en cours de réalisation, concernant les AS/RS à convoyeurs gravitationnels ainsi que les extensions des modèles de temps de cycles pour d'autres types d'AS/RS.

Dans la section 8.2, nous avons présenté une validation expérimentale du modèle de temps de déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette validation a montré l'aptitude du modèle présenté au chapitre 3 à prédire le temps moyen de déstockage. Et ceci, même pour des systèmes de petite taille, où l'approximation utilisée pour l'obtention du modèle développé est particulièrement commune.

Dans la section 8.3, nous avons exposé une heuristique de stockage/déstockage qui a pour but de minimiser le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Les résultats préliminaires de cette heuristique nous ont semblé très intéressants, bien qu'ils ne soient pas suffisamment vérifiés pour être publiés. Des travaux supplémentaires sont en cours pour les valider. Si cela est réalisé, cette heuristique permettra de grandes améliorations du temps moyen de déstockage. Ce qui permettra à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel d'élargir son champ d'applications et de devenir une alternative viable à l'AS/RS à charge unitaire.

Dans la section 8.4, nous avons présenté un modèle du simple cycle pour l'AS/RS multi allées. Ce modèle est basé sur la même approche que celui développé pour l'AS/RS à charge unitaire [Bozer 84]. Entre autres, la distribution des distances entre la station de dépôt/livraison et les casiers de stockage est supposée uniforme, ce qui est parfaitement valable pour l'AS/RS à charge unitaire mais pas pour l'AS/RS multi allées. Une amélioration du modèle peut être obtenue en utilisant une loi distribution plus proche de la réalité de l'AS/RS multi allées.

Ce chapitre montre les nombreux champs d'investigations qu'il faudra explorer comme perspectives au présent travail. Il montre les possibilités importantes de ces AS/RS dans les applications industrielles si leurs comportements sont mieux connus. La modélisation de ces comportements sera l'une de nos préoccupations futures.

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés aux systèmes automatisés de stockage déstockage (AS/RS). Nous avons étudié en particulier l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Ce type d'AS/RS, très peu étudié, est utilisé dans l'industrie agro-alimentaire où un seul type de produits, ou très peu de produits différents, y sont stockés. Les mêmes produits sont stockés dans les casiers et le déstockage se fait suivant la règle FIFO. Cette façon de l'utiliser limite considérablement son champ d'applications. Pour notre part, nous avons voulu voir quelles seraient les performances du système s'il est utilisé de manière plus générale, avec un stockage aléatoire de produits de différents types. C'est souvent le stockage le plus pratiqué dans l'industrie, la distribution et les services.

Nous avons donc commencé par modéliser les temps de transport des machines de stockage et de déstockage du système. Pour ce faire, nous avons suivi l'approche statistique utilisé par Bozer pour la modélisation du temps de cycle de l'AS/RS à charge unitaire [Bozer 84]. Nous avons procédé à une validation par simulation de nos modèles qui nous a permis de déterminer leurs précisions et leurs limites. Ces modèles sont adéquats pour calculer le temps moyen de déstockage sauf pour de très faibles taux de charge (autour de ρ_{\min}) et/ou pour les petits systèmes où le facteur de forme est différent de 1. Ces limites étant définies, ces modèles peuvent donner en une simple opération manuelle le temps moyen de déstockage avec une erreur acceptable. Lorsque les systèmes sont de grande taille, les modèles proposés s'avèrent particulièrement précis. Les expressions des temps moyens de stockage et de déstockage ainsi développées peuvent être utilisées pour :

- Etablir des standards de performances des systèmes existants.
- Déterminer les performances de différentes configurations d'AS/RS à convoyeurs gravitationnels au moment de la conception.
- Comparer les performances des AS/RS à convoyeur gravitationnels avec d'autres types d'AS/RS

- Comparer différentes techniques de stockage pour améliorer les performances des AS/RS à convoyeurs gravitationnels.

Ensuite, nous avons mené une investigation sur l'impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur les temps moyens de transport. Deux positions furent étudiées : à l'extrémité ou au centre du rack. Des modèles des temps de stockage et déstockage furent développés pour chacune des configurations et une simulation sur une large plage de fonctionnement fut menée pour déterminer quelle était la meilleure des configurations quant au temps de transport. Finalement, nous avons pu déterminer que le meilleur système est établi lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack, suivi par le système où la station de livraison est au coin du rack et le convoyeur de re-stockage au centre, puis le système où la station de livraison est au centre du rack et le convoyeur de re-stockage au coin. Enfin le système le moins intéressant par rapport au temps moyen de déstockage est établi lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont aux coins du rack.

L'étape suivante fut le développement de modèles pour l'évaluation des performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, comparées à celles de l'AS/RS à charge unitaire, considéré comme l'AS/RS générique. Deux critères de performances furent analysés : l'espace utilisé par les racks de stockage et les temps de transport des machines S/R. Une simulation de ces modèles sur une large plage de fonctionnements, a mené à la conclusion qu'en règle général, un AS/RS à convoyeur gravitationnel, lorsque comparée à un AS/RS à charge unitaire équivalent (même capacité de stockage, même nombre de machines S/R et même hauteur), requiert moins d'espace, possède un temps moyen de stockage inférieur, et un temps de déstockage équivalent dans certaines configurations. Dans d'autres configurations ce dernier est supérieur. Ces résultats peuvent être utilisés pour déterminer quels types d'AS/RS, à convoyeur gravitationnel ou à charge unitaire auront les meilleures performances sous des conditions de fonctionnement données. De plus, les modèles présentés peuvent être utilisés comme outils d'aide à la conception pour déterminer la meilleure configuration d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel sous des conditions de fonctionnement données.

Après, une analyse des taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage fut menée. Pour ce faire des modèles de ces taux furent développés pour chaque position des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. L'analyse de ces modèles a mené aux observations suivantes :

- Lorsque les stations de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage sont au centre du rack, les taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage sont les mêmes quelques soit le cas de

figure. De plus, cette configuration possède les plus petits temps moyens de stockage et déstockage. De ce fait, cette configuration peut être considérée comme la meilleure des quatre configurations étudiées.

- Pour les autres configurations, la différence entre les taux de fonctionnement des deux machines, est nulle pour des taux élevés et non nulle pour des taux de fonctionnement faibles. Toutefois, cette différence n'a d'influence sur le fonctionnement global du système que lorsque le taux de fonctionnement des machines S/R est élevé. Donc, quelque soit la configuration, et malgré les différences entre les taux de fonctionnements des machines de stockage et de déstockage, il n'y a pas de conséquences notables sur le fonctionnement globale du système.

Nous avons ensuite considéré l'optimisation des dimensions du rack de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel en vue de minimiser le temps moyen de déstockage. Les résultats de simulation nous ont permis d'analyser l'optimalité du système sur une large plage de configurations et de fonctionnements. Nous avons tiré, de ces résultats, un certain nombre de conclusions qui nous ont permis de développer une solution analytique approchée valable dans la majorité des situations de fonctionnement réel.

Enfin, nous proposons un certain nombre de travaux en cours d'étude et qui concernent particulièrement :

- La validation expérimentale des modèles des temps moyens de transport de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Les premiers résultats de cette validation ont montré l'aptitude des modèles développés, à prédire le temps moyen de déstockage.
- Le développement d'une heuristique de stockage/déstockage qui à pour but de minimiser le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Les résultats préliminaires de cette heuristique nous ont semblé très intéressants, et prédisent de grandes améliorations du temps moyen de déstockage. Ce qui permettra à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel d'élargir son champ d'applications et de devenir une alternative viable à l'AS/RS à charge unitaire.

Il existe de nombreux champs d'investigations qu'il faudra explorer comme perspectives au présent travail. Ces AS/RS possèdent des possibilités importantes dans les applications industrielles si leurs comportements sont mieux connus. La modélisation de ces comportements et son application sur des exemples réels, sera l'une de nos préoccupations futures.

Références Bibliographiques

- [Aarab 97] Aarab, A., Chetto, H. & Albert, P. (1997). Scheduling Rules for AGV Based Production Lines, *Conférence IFAC-IFIP-IMACS, Belfort (France), 20-22 Mai 1997*.
- [Allen 92] Allen, S.L., (1992), A selection guide to AS/R systems, *Industrial Engineering*, 24 (3), 28-31
- [Anon 91] Anon, (1991), Job-shop FMS speeds vertical growth, *Tooling & Production*, 57 (2), 52-54
- [Ashayeri 2002] Ashayeri, J., Heuts, R.M., et al, (2002), A geometrical approach to computing expected cycle times for zone-based storage layouts in AS/RS, *Int Jnl Production Research*, 40 (17), 4467-4483
- [Askin 93] Askin, R.G. & Standridge, C.R. (1993). *Modeling and Analysis of Manufacturing Systems*, (John Wiley & Sons, Ed.)
- [Azzouz 00] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2000) Optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour un temps de cycle minimum. Journées des Mathématiques Appliquées, J.M.A 2000. Blida.
- [Azzouz 01a] Azzouz, A., (2001) Optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour un temps de cycle minimum. Thèse de Magister. Université de Tlemcen. Algérie.
- [Azzouz 01b] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2000) La méthode de branch and Bound appliquée à l'optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Conférence Internationale sur la productique. Alger, 9-11 juin 2001.
- [Azzouz 01c] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2000) Closed form expressions for optimal dimensions for flow rack AS/RS. Conférence internationale sur la conception et la production intégrée. Fès 24 -26 octobre 2001.
- [Azzouz 01d] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2000) Une synthèse sur l'optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel, Conférence internationale sur la conception et la production intégrée. Fès 24 -26 octobre 2001.

- [Azzouz 03] Azzouz, A., Sari, Z., Grassman, S.E. et Ghouali, N., (2003) Synthesis on the Optimization of the Dimensions of a Flow-rack Automated Storage and Retrieval System, (article à soumettre).
- [Barad 88] Barad, M. & Sipper D. (1988). Flexibility in Manufacturing Systems : Definitions and Petri Net Modeling, *International Journal of Production Research*, Vol. 26, No. 2, pages 237-248.
- [Barrett 77] Barrett, B.G., (1977), *An empirical comparison of high-rise warehouse policies for operator-controlled stacker cranes*. Logistics Research and Analysis, Eastman Kodak Company
- [Benamar 01] Benamar, A., Sari, Z. and Ghouali, N., (2001) Single-Cycle Time Models of Multi-Aisle AS/RS, CIP2001, Alger 09-11 Juin 2001, pp 118-123.
- [Benjaafar 96] Benjaafar, S. & Ramakrishnan, R. (1996). Modeling, Measurment and Evaluation of Sequencing Flexibility in Manufacturing systems, *International Journal of Production Research*, Vol. 34, No. 5, pages 1195-1220.
- [Biteau 91] R. Biteau, A. Garreau & M. Gavaud, "*Dictionnaire des Termes de Gestion Industrielle*", AFGI, (1991).
- [Boggs 95] Boggs, P. T., Tolle, J. W., (1995) Sequential Quadratic Programming. Acta numerica, pp 1-51. Cambridge University press.
- [Bozer 80] Bozer, Y.A. and White, J.A., (1980) Optimum designs of automated storage/retrieval systems. *TIMS/ORSA Joint National Meeting*, Washington, DC
- [Bozer 84] Bozer, Y.A. and White, J.A., (1984) Travel-time models for automated storage/retrieval systems. *IIE Transactions*, 16(4), 329-338.
- [Bozer 94] Bozer, Y.A., Cho, M.-S., Srinivasan, M.M., (1994), Expected waiting times in single-device trip-based material handling systems, *European Jnl Operational Research*, 75 (1), 200-216
- [Bozer 96] Bozer, Y.A., White, J.A., (1996), A generalised design and performance analysis model for end-of-aisle order-picking systems, *IIE Trans* 28 (4), 271-280
- [Browne 84] Browne, J., Dubois, D., Rathmill, K., Sethi, S.P. & Stecke, K.E. (1984). Classification of Flexible Manufacturing Systems, *The FMS Magazine*, Vol. 2, No. 2, pages 114-117.
- [Chang 95] Chang, D.T., Wen, U.P and Lin, J.T., (1995), The impact of acceleration/deceleration on travel-time models for automated storage retrieval systems. *IIE Transactions*, 27(1), 108-111.
- [Chang 97] Chang, D.T. and Wen, U.P., (1997) The impact on rack configuration on the speed profile of the storage and retrieval machine. *IIE Transactions*, 29(5),525-531
- [Chang 97a] Chang, S.H. and Egbelu, P.J., (1997] Relative pre-positioning of storage/retrieval machines in automated storage/retrieval systems to minimize maximum system response time. *IIE Transactions*, 29(4), 303-312
- [Chang 97b] Chang, S.H. and Egbelu, P.J., Relative pre-positioning of storage/retrieval machines in automated storage/retrieval systems to minimize expected system response time. *IIE Transactions*, 29(4), 313-322

- [**Chincholkar 96a**] Chincholkar, A.K., Chetty O.V.K., (1996), Simultaneous optimization of control factors in automated storage and retrieval systems and FMS using stochastic colored Petri, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 12 (2), 137-144
- [**Chincholkar 96b**] Chincholkar, A.K., Chetty, O.V.K., (1996), Stochastic coloured Petri nets for modelling and evaluation, and heuristic rule base for scheduling FMS, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 12 (5), 339-348
- [**Correa 94**] Correa H.L. (1994). Linking Flexibility, Uncertainty and variability in Manufacturing Systems, (Avebury London).
- [**Dallari 00**] Dallari, F., Marchet, G., Ruggeri, R., (2000), Optimisation of man-on-board automated storage/retrieval systems, *Integrated Manufacturing Systems*, 11 (2), 87-93
- [**De Toni 97**] De Toni, A. & Tonchia, S. (1997) Manufacturing Flexibility : A Literature Review, *Working paper*, (Dept. of Electric, DIEGM, University of Udine, Italy).
- [**Derks 93**] Derks, R.P., (1993), Purpose-driven product and process design, *Industrial Engineering*, 25 (1), 38-42
- [**Dessouky 91**] Dessouky, M.M., Wilson, J.R., (1991), Minimizing production costs for a robotic assembly system, *Engineering Costs & Production Economics*, 21 (1), 81-92
- [**Durazzi 00**] Durazzi, C., (2000) On the Newton Interior- Point Method For nonlinear Programming Problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 104, 1, pp 73-90.
- [**Eben-Chaïme 92**] Eben-Chaïme, M., (1992), Operations sequencing in automated warehousing systems, *Int Jnl Production Research*, 30 (10), 2401-2409
- [**Eben-Chaïme 96**] Eben-Chaïme, M., Pliskin, N., (1996), An integrative model for automatic warehousing systems, *Int Jnl Computer Integrated Manufacturing*, 9 (4), 286-292
- [**Eben-Chaïme 97**] Eben-Chaïme, M., Pliskin, N., (1997), Operations management of multiple machine automatic warehousing systems, *Int Jnl Production Economics*, 51 (1-2), 83-98
- [**Egbelu 91**] Egbelu, P.J., (1991) Framework for dynamic positioning of storage/retrieval machines in an automated storage/retrieval system. *International Journal of Production Research*, 29(1), 17-37.
- [**Egbelu 93**] Egbelu, P.J. and Wu, C.T., (1993) A comparison of dwell point rules in automated storage/retrieval systems. *International Journal of Production Research*, 31(11), 2515-2530.
- [**Elsayed 93**] Elsayed, E.A., Lee, M.-K., et al, (1993), Sequencing and batching procedures for minimizing earliness and tardiness penalty of order retrievals, *Int Jnl Production Research*, 31 (3), 727-738
- [**Elsayed 96**] Elsayed, E.A., Lee, M.-K, (1996), Order processing in automated storage/retrieval systems with due dates, *IIE Trans*, 28 (7), 567-577
- [**Erevelles 96**] Erevelles, W.F., Aithal, S.K.,(1996), Development of an interface between a supervisory shop controller and MRP system in a CIM environment, *Jnl Materials Processing Technology*, 61 (1-2), 120-123
- [**Eynan 93**] Eynan, A., Rosenblatt, M.J, (1993), An interleaving policy in automated storage/retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 31 (1), 1-18

- [Eynan 94] Eynan, A., Rosenblatt, M.J., (1994), Establishing zones in single-command class-based rectangular AS/RS, *IIE Trans*, Jan 1994, 26 (1), 38-46
- [Fitzgerald 91] Fitzgerald, A., (1991), Relational database technology: its use for real-time management information, *Integrated Manufacturing Systems*, 2 (3), 13-17
- [Fletcher 94] Fletcher, R. Leyffer, S., (1994) Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation. *Mathematical programming*, 66. pp 327- 349.
- [Fohn 94] Fohn, S.M., Greef, A.R., et al, (1994), A constraint-system shell to support concurrent engineering approaches to design, *Artificial Intelligence in Engineering*, 9 (1), 1-17
- [Foley 91] Foley, R.D., Frazelle, E.H., (1991), Analytical results for mini-load throughput and the distribution of dual command travel time, *IIE Trans*, 23 (3), 273-281
- [Gagnon 93] Gagnon, R.J., Sheu, C., (1993), A mixed integer programming model for acquiring advanced engineering technologies, *Computers & Industrial Engineering*, 24 (1), 33-52
- [Gaouar 04] Gaouar, N. (2004) Amélioration des performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel, thèse de Magister (soutenance prévu en Juin 2004), Université de Tlemcen.
- [Gershwin 94] S.B. Gershwin, "*Manufacturing Systems Engineering*", PTR Printice Hall, (1994).
- [Gill 74] Gill, P.E., Murray, W., (1974) Numerical methods for constrained optimization. Academic Press.
- [Graves 78] Graves, S.C., Hausman, W.H. and Schwarz, L.B., (1978) Storage retrieval interleaving in automatic warehousing systems, *Management Science*, 23(9), 935-945.
- [Groover 87] Groover, M.P., (1987) *Automation production systems and computer integrated manufacturing*. Prentice hall, Englewood Cliffs, pp 404-416.
- [Gupta 93] Gupta, D. (1993). On Measurement and Valuation of Manufacturing Flexibility, *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No. 12, pages 2947-2958,
- [Ha 94] Ha, J.-W., Hwang, H., (1994), Class-based storage assignment policy in carousel system, *Computers & Industrial Engineering*, 26 (3), 489-499
- [Hackman 90] Hackman, S.T., Rosenblatt, M.J., (1990), Allocating items to an automated storage and retrieval system, *IIE Transactions*, 22 (1), 7-14
- [Hausman 76] Hausman, W.H., Schwarz, L.B. and Graves, S.C., (1976) Optimal storage assignment in automatic warehousing systems. *Management Science*, 22(6), 629-638.
- [Houshyar 90] Houshyar, A., McGinnis, L.F., (1990), A heuristic for assigning facilities to locations to minimize WIP travel distance in a linear facility, *Int Jnl Production Research*, 28 (8), 1485-1498
- [Hsieh 98] Hsieh, S., Hwang, J.-S., Chou, H.-C., (1998), A Petri net based structure for AS/RS operation modeling, *Int Jnl Production Research*, 36 (12), 3323-3346
- [Hsieh 01] Hsieh, S., Tsai, K.-C, (2001), A BOM oriented class-based storage assignment in an automated storage/retrieval system, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 17 (9), 683-691

- [Hwang 90] Hwang, H. and Lee, S.B., (1990) Travel-time models considering the operating characteristics of the storage and retrieval machine. *International Journal of Production Research*, **28**(10), 1779-1789.
- [Hwang 91] Hwang, K., Ha, J.-W., (1991), Cycle time models for single/double carousel system, *Int Jnl Production Economics*, **25** (1-3), 129-140
- [Hwang 93] Hwang, H. and Lim, J.M., (1993) Deriving an optimal dwell point of the storage/retrieval machine in an automated storage/retrieval system. *International Journal of Production Research*, **31**(11), 2591-2602.
- [Hwang 94] Hwang, H., Ha, J.-W., (1994), An optimal boundary for two class-based storage assignment policy in carousel system, *Computers & Industrial Engineering*, **27** (1-4), 87-90
- [Hwang 96] Hwang, H., Kim, S.Y., Moon, S.W., (1996), Determination of optimum unit load size of the AGV in an electronics assembly production system, *Int Jnl Production Research*, **34** (5), 1293-1306
- [Jaikumar 90] Jaikumar, R., Solomon, M.M., (1990), Dynamic operational policies in an automated warehouse, *IIE Trans*, **22** (4), 370-376
- [Jawahar 98 a] Jawahar, N., Aravindan, P., Ponnambalam, S.G., (1998), Optimal random storage allocation for an AS/RS in an FMS, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology* **14** (2), 116-132
- [Jawahar 98 b] Jawahar, N., Aravindan, P., et al, (1998), AGV schedule integrated with production in flexible manufacturing systems, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, **14** (6), 428-440
- [Johnson 00] Johnson, E.L., Nemhauser, G.L. and Savelsbergh, M.W.P, (2000) Progress in linear programming based algorithms for integer programming. *Inform Journal on Computing*. Vol. 12. N° 01. pp 2-23.
- [Karaswa 80] Karaswa, Y., Nakayama, H. and Dohi, S., (1980) Trade-off analysis for optimal design automated warehouses. *International Journal of Systems Sciences*, **11**(5), 567-576.
- [Keserla 94] A. Keserla & B.A. Peters, "An Analysis of Dual Shuttle Automated Storage/Retrieval Systems", Working paper, Dept. Of Industrial Engineering, Texas A&M University, (1994).
- [Kim 90] Kim, J., Seidmann, A., (1990), A framework for the exact evaluation of expected cycle times in automated storage systems with full-turnover item allocation, *Computers & Industrial Engineering*, **18** (4), 601-612
- [Kim 93] Kim, K.H., (1993), A joint determination of storage locations and space requirements for correlated items in a mini-load automated storage/retrieval, *Int Jnl Production Research*, **31** (11), 2649-2659
- [Knapp 92] Knapp, G.M., Wang, H.-P., (1992), Modelling of automated storage-retrieval systems using Petri nets, *Jnl Manufacturing Systems*, **11** (1), 20-28
- [Knutton 95] Knutton, P., (1995), Holding stock costs cash, so keep it moving, *Works Management*, **48** (10), 33-37
- [Koenig 80] Koenig, J., (1980) Design and model the total system. *Industrial Engineering*, **12**(10), 22-27.

- [**Koenigsberg 93**] Koenigsberg, E., (1993), Similarities and differences in cycling server queuing models, *Omega*, 21 (2), 163-173
- [**Kouvelis 95**] Kouvelis, P., Papanicolaou, V., (1995), Expected travel time and optimal boundary formulas for a two-class-based automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 33 (10), 2889-2905
- [**Kulturel 99**] Kulturel, S., Ozdemirel, N.E., et al, (1999), Experimental investigation of shared storage assignment policies in automated storage/retrieval systems, *IIE Trans*, 31 (8), 739-749
- [**Kulwiec 85**] Kulwiec, R.A., (1985), Material Handling Handbook, *John Wiley & Sons, Second Edition*.
- [**Lawrence 98a**] Lawrence, C., (1998) A Computationally Efficient Feasible Sequential Quadratic Programming Algorithm. Department of Electrical Engineering and Institute for Systems Research University of Maryland, College Park, Phd thesis.
- [**Lawrence 98b**] Lawrence, C., Tits, A., (1998) A Computationally Efficient Feasible Sequential Quadratic Programming Algorithm. Department of Electrical Engineering and Institute for Systems Research. University of Maryland, College Park Technical report.
- [**Lee 92**] Lee, M.-K., (1992), A storage assignment policy in a man-on-board automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 30 (10), 2281-2292
- [**Lee 95**] Lee, M.-K., Kim, S.-Y. (1995), Scheduling of storage/retrieval orders under a just-in-time environment, *Int Jnl Production Research*, 33 (12), 3331-3348
- [**Lee 96a**] Lee, H.F., Schaefer, S.K., (1996), Retrieval sequencing for unit-load automated storage and retrieval systems with multiple openings, *Int Jnl Production Research*, 34 (10), 2943-2962
- [**Lee 96b**] Lee, S.G., de Souza, R., Ong, E.K., (1996), Simulation modeling of a narrow aisle automated storage and retrieval system (AS/RS) serviced by rail-guided vehicles, *Computers in Industry*, 3 1996, 30 (3), 241-253
- [**Lee 97**] Lee, H.F., (1997) Performance analysis for automated storage and retrieval systems. *IIE Transactions*, 29(1), 15-28
- [**Lee 97**] Lee, H.F., Schaefer, S.K., (1997), Sequencing methods for automated storage and retrieval systems with dedicated storage, *Computers & Industrial Engineering*, 32 (2), 351-362
- [**Lee 99**] Lee, Y.H., Tanchoco, J.M.A., Chun, S.J., (1999), Performance estimation models for AS/RS with unequal sized cells, *Int Jnl Production Research*, Dec 1999, 37 (18), 4197-4216
- [**Lee 00**] Lee, Y., Lee, M.H., (2000), An automated storage/retrieval system with modularised cells, *Annals DAAAM*, 11 (6), 269-270
- [**Leyffer 97**] Leyffer, S., (1997) Generalized outer approximation. Technical report, Department of mathematics, University of Dundee. England. UK.
- [**Lim 96**] Lim, J.-M., Kim, K.-S., et al, (1996), Determination of an optimal configuration of operating policies for direct-input-output manufacturing systems using Taguchi meth, *Computers & Industrial Engineering*, 3/4 1996, 31 (3/4), 555-560

- [Lin 95] Lin, S.-C., Wang, H.-P. B., (1995), Modelling an automated storage and retrieval system using Petri nets, *Int Jnl Production Research*, 33 (1), 237-260
- [Linn 90 a] Linn, R.J., Wysk, R.A., (1990), An expert system framework for automated storage and retrieval system control, *Computers & Industrial Engineering*, 18 (1), 37-48
- [Linn 90 b] Linn, R.J., Wysk, R.A, (1990), An expert system based controller for an automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 28 (4), 735-756
- [Linn 93] Linn, R.J., Xie, X., (1993), A simulation analysis of sequencing rules for AS/RS in a pull-based assembly facility, *Int Jnl Production Research*, 31 (10), 2355-2367
- [Lundesjö 96] Lundesjö, G., (1996), Handling and storage: automation: it doesnt have to be all or nothing, *Works Management*, 49 (10), 61-65
- [Maccarthy 93] B.L. Maccarthy & Jiyin Liu, "A new classification scheme for flexible manufacturing systems", *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No 2, pages 299-309, (1993).
- [Mahajan 98] Mahajan, S., Rao, B.V., Peters, B.A, (1998), A retrieval sequencing heuristic for miniload end-of-aisle automated storage/retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 36 (6), 1715-1731
- [Maleki 91] Maleki, R.A., (1991), *Flexible Manufacturing Systems: the Technology and Management*, Prentice Hall.
- [Malmberg 00] Malmberg, C.J., (2000), Interleaving models for the analysis of twin shuttle automated storage and retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 38 (18), 4599-4610
- [Malmberg 01] Malmberg, C.J., (2001), Rule of thumb heuristics for configuring storage racks in automated storage and retrieval systems design, *Int Jnl Production Research*, 39 (3), 511-527
- [Malmberg 02] Malmberg, C.J., (2002), Conceptualizing tools for autonomous vehicle storage and retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 40 (8), 1807-1822
- [Mansuri 91] Mansuri, M., (1991), Simulation model development to analyze, evaluate and design storage allocation and AS/RS operation, *Simulation*, 57 (4), 231-239
- [Mansuri 97] Mansuri, M., (1997), Cycle-time computation, and dedicated storage assignment, for AS/R systems, *Computers & Industrial Engineering*, 33 (3-4), 307-310
- [Marcoux 92] Marcoux, S.G., (1992), Integrated automatic storage and retrieval in a fine papers finishing department, *Tappi Jnl*, 75 (7), 59-61
- [Meller 97] Meller, R.D., Mungwattana, A., (1997), Multi-shuttle automated storage/retrieval systems, *IIE Trans*, 29 (10), 925-938
- [Merchant 83] Merchant M.E. (1983). Current Status of and Potential for Automation in the Working Manufacturing Industry, *Annals of CIRP*, Vol. 32 No. 2.
- [MHI 77] *Considerations for planning and installing an automated storage/retrieval systems*, Material Handling Institute, Inc., AS/RS Document-100 7M, 1977.
- [Minoux 84a] Minoux. M., (1984) *Programmation mathématique. Théorie et Algorithmes*, Tome 1, Edition Dunod.

- [**Minoux 84b**] Minoux. M., (1984) Programmation mathématique. Théorie et Algorithmes, Tome 2, Edition Dunod.
- [**Muralidharan 95**] Muralidharan, B., Linn, R.J., Pandit, R., (1995), Shuffling heuristics for the storage location assignment in an AS/RS, *Int Jnl Production Research*, 33 (6), 1661-1672
- [**Nadjid 94**] N.M. Nadjid, "Contribution au Pilotage Dynamique et en Ligne d'une Cellule Flexible d'Usinage", Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, (1994).
- [**Pan 96**] Pan, C.-H., Wang, C.-H., (1996), A framework for the dual command cycle travel time model in automated warehousing systems, *Int Jnl Production Research*, 8 1996, 34 (8), 2099-2117
- [**Park 99**] Park, B.C., Frazelle, E.H., White, J.A., (1999), Buffer sizing models for end-of-aisle order picking systems, *IIE Trans*, 31 (1), 31-38
- [**Park 01**] Park, B.C., (2001), An optimal dwell point for automated storage/retrieval systems with uniformly distributed, rectangular racks, *Int Jnl Production Research*, 39 (7), 1469-1480
- [**Peters 96**] Peters, B.A., Smith, J.S. and Hale, T.S., (1996) Closed form models for determining the optimal dwell point location in automated storage and retrieval systems. *International Journal of Production Research*, 34(6), 1757-1771.
- [**Qureshi 00**] Qureshi, R., (2000), Warehouse: the art of retrieval, *Materials Handling News*, May 2000, 72 (509), 27-28
- [**Randhawa 91**] Randhawa, S.U., McDowell, E.D., Wang, W.-T., (1991), Evaluation of scheduling rules for single- and dual-dock automated storage/retrieval system, *Computers & Industrial Engineering*, 20 (4), 401-410
- [**Randhawa 95**] Randhawa, S.U., Shroff, R., (1995), Simulation-based design evaluation of unit load automated storage/retrieval systems, *Computers & Industrial Engineering*, 28 (1), 71-79
- [**Rao 91**] Rao, G.N., Wang, H.P., (1991), Evaluation and dynamic allocation of AS/RS control rules: a simulation study, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 6 (1), 62-82
- [**Rees 94**] Rees, R., (1994) Smooth landing at air Canada for 140,000 aircraft parts, *Industrial Engineering*, 26 (6), 28-29
- [**Rosenblatt 89**] Rosenblatt, M.J., Eynan, A., (1989), Deriving the optimal boundaries for class-based automatic storage/retrieval systems, *Management Science*, 35 (12), 1519-1524
- [**Rosenblatt 93**] Rosenblatt, M.J., Roll, Y., Zyser, V., (1993), A combined optimization and simulation approach for designing automated storage/retrieval systems, *IIE Trans*, 25 (1), 40-50
- [**Sand 76**] Sand, G. M., (1976), *Stacker crane product handling systems*. Eastman Kodak Company
- [**Sari 97**] Sari, Z., (1997), Introduction aux Systèmes flexibles de Production, *Rapport Interne*, (LNGI-OGP-IUT de Nantes), pages 29-32.
- [**Sari 98**] Sari, Z., Chetto H., Ghouali N., (1998), Analyse de la Flexibilité des Systèmes Automatisés de Production , *CNP'98, Tizi- Ouzou, Algerie, Mai 1998*.

- [Sari 99] Sari, Z., (1999) Linear and discrete travel time models for multi-aisle AS/RS, rapport interne, LAT, Tlemcen.
- [Sari 01a] Sari, Z., Chetto H., Ghouali N., (2001), Expected retrieval time models of flow rack AS/RS, *CPI 2001, Fes, Morocco, 24-27 October 2001*.
- [Sari 01b] Sari, Z., Chetto H., Ghouali N., (2001), Impact of P/D station and restoring conveyor locations on retrieval time models of flow rack AS/RS, *CPI 2001, Fes, Morocco, 24-27 October 2001*.
- [Sari 02] Sari, Z., (2002) Une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, rapport interne, LAT, Tlemcen.
- [Sari 03a] Sari, Z., Saygin C., Ghouali N., (2003), Travel-Time Models for Flow-Rack Automated Storage and Retrieval Systems, *accepted by International Journal of Advanced Manufacturing Technology on May 2003*.
- [Sari 03b] Sari, Z., Grassman S.E., Ghouali N., (2003), Impact of Pickup/Dropoff Stations and Restoring Conveyor Locations on Retrieval Time Models of Flow-rack Automated Storage and Retrieval Systems, *submitted to IEEE Transactions on Robotics and Automation on April 2003*.
- [Sari 03c] Sari, Z., Saygin C., Ghouali N., (2003), Performance Evaluation of Flow-Rack and Unit Load Automated Storage & Retrieval Systems, *Submitted to International Journal of Production Researches on May 2003*.
- [Sarker 91] Sarker, B.R., Sabapathy, A., et al, (1991), Performance evaluation of a double shuttle automated storage and retrieval system, *Production Planning & Control*, 2 (3), 207-213
- [Sarker 94] Sarker, B.R., Mann, L., Dos Santos, J.R.G.L., (1994), Evaluation of a class-based storage scheduling technique applied to dual-shuttle automated storage and retrieval systems, *Production Planning & Control*, 5 (5), 442-449
- [Sarker 95] Sarker, B.R., Babu, P.S., (1995), Travel time models in automated storage/retrieval systems: a critical review, *Int Jnl Production Economics*, 40 (2-3), 173-184
- [Schittkowski 90] Schittkowski, K., (1990) Numerical optimization. Theory, Methods and Applications. Technical report, 816. Bayreuth. Germany.
- [Schittkowski 99] Schittkowski, K., (1999) Numerical optimization. Theory, Methods and Applications. annual conference. Bayreuth. Germany.. Academic Press. New York.
- [Schwarz 78] Schwarz, L.B., Graves, S.C. and Hausman, W.H., (1978) Scheduling policies for automatic warehousing systems : Simulation results. *AIIE Transactions*, 10(3), 260-270.
- [Simms 95] Simms, M., (1995), Automated handling -- helping hand, *Engineering*, 236 (2), 14-16
- [Slack 87] Slack, N. (1987). The Flexibility of Manufacturing Systems, *International Journal of Operations & Production Management*, Vol. 7, No. 4, pages 35-45.
- [Slack 88] Slack, N. (1988). Manufacturing Systems Flexibility : An Assessment Procedure, *Comuter Integrated Manufacturing Systems*, Vol. 1, No. 1, pages 25-31.
- [Sprow 91] Sprow, E., (1991), Sheet-metal FMS: too big a jump?, *Tooling & Production*, 57 (7), 53-55

- [Su 98] Su, C.-T., (1998), Performance evaluations of carousel operation, *Production Planning & Control*, 5 1998, 9 (5), 477-488
- [Sung 93] Sung, C.S., Han, Y.H., (1993), Optimal buffer space for a periodic review production/inventory system with inventory-dependent production rate, *Int Jnl Production Economics*, 29 (1), 11-25
- [Tanchoco 94] J.M.A. Tanchoco, "*Material Flow Systems in Manufacturing*", Chapman & Hall, (1994).
- [Thonemann 98] Thonemann, U.W., Brandeau, M.L., (1998), Note. Optimal storage assignment policies for automated storage and retrieval systems with stochastic demands, *Management Science*, 44 (1), 142-148
- [Trevino 95] Trevino, J., Liao, F., Chopra, S., (1994), Cardes -- carousel design, *Int Jnl Production Research*, 32 (5), 1013-1026
- [Triqui 03] Triqui, L., Gaouar, N. and Sari, Z. (2003) Simulation d'un Système Automatisé de Stockage/Déstockage à Convoyeur Gravitationnel par Arena, CIP2003, Alger 14-16 Octobre 2003.
- [Van Den Berg 99] Van Den Berg, J.P., Gademann, A.J.R.M., (1999), Optimal routing in an automated storage/retrieval system with dedicated storage, *IIE Trans*, 31 (5), 407-415
- [Van Den Berg 00] Van Den Berg, J.P., Gademann, A.J.R.M., (2000), Simulation study of an automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 38 (6), 1339-1356
- [Van Oudheusden 92] Van Oudheusden, D.L., Zhu, W., (1992), Storage layout of AS/RS racks based on recurrent orders, *European Jnl Operational Research*, 58 (1), 48-56.
- [Viswanadham 92] N. Viswanadham & Y. Narahari, "*Performance Modeling of Automated Manufacturing Systems*", Printice Hall, (1992).
- [Wang 97] Wang, J.-Y., Yih, Y., (1997), Using neural networks to select a control strategy for automated storage and retrieval systems (AS/RS), *Int Jnl Computer Integrated Manufacturing*, 10 (6), 487-495
- [West 93] West, T.M., Amundson, A.N., Randhawa, S.U., (1993), Evaluation of alternative materials handling systems, *Computers & Industrial Engineering*, 25 (1-4), 187-190
- [White 82] White, J.A. and Kinney H.D., (1982) Storage and warehousing. In *Handbook of Industrial Engineering*, G. Salvendy ed., John Wiley & Sons, New York
- [White 90] White, K.P., (1990), Advances in the theory and practice of production scheduling, *Control & Dynamic Systems*, Jan 1990, 37 (1), 115-157
- [Widmer 91] M. Widmer, "*Modèles mathématiques pour une gestion efficace des ateliers flexibles*", Collection META, Lavoisier TEC DOC, (1991)
- [Zachary 93] Zachary, W.B., Richman, E., (1993), Building an operations management foundation that will last: TQM, JIT and CIM, *Industrial Engineering*, Aug 1993, 25 (8), 39-43
- [Zhou 96] Zhou, M.C., DiCesare, F., (1996), Petri Net modeling of buffers in automated manufacturing systems, *IEEE Trans Systems, Man & Cybernetics - Part B*, 26 (1), 157-164
- [Zollinger 75] Zollinger, H.A., (1975) Planning, evaluating and estimating storage systems. *Advanced Material Handling Seminar*, Purdue University, IN,

les durées de stockage...). En même temps, il doit réagir très rapidement à une demande de stockage ou de déstockage, pour minimiser les temps d'attente au niveau de la production. Les systèmes automatisés de stockage/déstockage (*Automated Storage/Retrieval Systems, AS/RS*) sont une bonne alternative aux systèmes conventionnels de stockage pour atteindre les objectifs suscités.

Les systèmes flexibles de production (FMS) peuvent changer rapidement de produits ou de séquences de production, sans perdre leurs productivités, à condition qu'il soit possible d'obtenir le bon produit, palette, support, ou outil, à la bonne place et au bon moment. Pour ce faire, un système efficace pour leur stockage/déstockage et transport est requis. Un système intégré composé d'un FMS d'un AGVS (*Automated Guided Vehicle System*) et d'un AS/RS permet une production très efficace de grandes variétés de produits en petites et moyennes quantités.

Les AS/RS ont donc une importance capitale dans la réussite des défis de la nouvelle industrie. Malheureusement, mis à part certains types d'AS/RS (par exemple à charge unitaire), ils ne sont pas beaucoup étudiés, bien qu'ils soient très utilisés dans l'industrie et les services,. Ce manque d'intérêt pour les AS/RS particuliers tel que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, fait qu'ils ne sont utilisés que pour des applications particulières et très en deçà de leurs possibilités. Notre but dans ce travail est donc, de révéler ces possibilités de manière à explorer tous les champs d'applications de tels systèmes. Une étude méthodique a été menée sur l'AS/RS à convoyeur gravitationnel pour déterminer ses modèles, évaluer ses performances et optimiser ses dimensions.

Nous avons partagé ce travail en huit chapitres. Les deux premiers représentent une introduction à la productique, ils n'apportent rien de nouveau, mais ils sont utiles à la compréhension du sujet pour les non spécialistes. Les six chapitres restant représentent le travail proprement dit.

Le premier chapitre est une introduction aux systèmes automatisés de production. Il contient les principaux éléments nécessaires à la compréhension des systèmes flexibles de production. Il commence par une introduction générale où sont présentés les différents types de systèmes de production, les définitions des termes principaux utilisés en productique, les principes de ces systèmes et leurs mesures de performances. Ensuite, les différents éléments constituant un système de production sont présentés. On parle de stations de travail, d'équipement de transport, de systèmes de stockage et de systèmes de contrôle et de communications. La notion de flexibilité est ensuite développée et analysée en faisant un état de l'art sur la nécessité de la flexibilité, ses définitions, ses différentes classifications, ainsi que les mesures et les choix de celle-ci. Les différents types de systèmes

flexibles de productions sont ensuite présentés. Enfin, les cellules flexibles et la technologie de groupe, très utilisés dans les systèmes flexibles de production sont présentées. Leurs avantages et inconvénients ainsi que les différents types de cellules flexibles y sont inclus.

Le deuxième chapitre est composé de deux parties principales. La première partie est réservée à une présentation détaillée des systèmes de stockages. Ainsi les définitions, fonctions, compositions et utilités des systèmes automatisés de stockage/déstockage (AS/RS) sont développées. Ensuite, une présentation des différents types d'AS/RS est accomplie. Elle est suivie d'une section réservée à la conception des AS/RS et d'une autre, aux différentes méthodologies de stockage. Enfin une énumération des différentes composantes des aires de stockage ainsi que de leurs dispositions clôturer la première partie de ce chapitre. Dans la seconde partie un état de l'art détaillé, regroupant les travaux les plus importants dans le domaine est présenté. Plus de 120 articles concernant les systèmes automatisés de stockage déstockage (AS/RS), leur analyse, modélisation, conception, contrôle, ordonnancement, pilotage, évaluation des performances et simulation sont cités. Malheureusement, aucun de ces articles ne concerne directement l'AS/RS à convoyeur gravitationnel que nous nous proposons d'étudier dans ce travail.

Le troisième chapitre, représentant le cœur de ce travail, est réservé à la modélisation des temps de transport des machines de stockage et de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Après une description du système et la présentation des travaux antérieurs, deux modèles sont développés : Le premier, modèle approché, est basé sur l'espérance mathématique de la fonction de distribution des distances, en terme de temps, entre les casiers et les stations de dépôt/livraison ou le convoyeur de re-stockage. Le second, considéré comme exact est la moyenne de tout les temps de transport entre les casiers et les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage. La section suivante est réservée à l'étude de l'influence des temps de dépôt/livraison et des retards d'accélération/décélération sur les temps de déstockage. Ensuite, une validation du modèle approché est réalisée à travers la simulation des deux modèles développés et de la comparaison des résultats obtenus pour chacun d'entre eux. Enfin L'interprétation des résultats de simulation ainsi que les conclusions de cette étude sont présentées.

Dans le quatrième chapitre, nous nous sommes intéressés à l'impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur les temps de transport de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Deux positions principales sont considérées : au centre ou au coin bas du rack. Nous commençons par une modélisation des temps moyens de stockage et de déstockage pour chacune de ces positions. Ensuite nous procédons à une comparaison des modèles obtenus en les divisant par des expressions de base,

ainsi nous obtenons des modèles par unités qui faciliteront la comparaison des différentes configurations du système. Enfin nous présentons les résultats de cette comparaison. Nous interprétons ces résultats pour classer les configurations par rapport à leurs performances.

Le cinquième chapitre est consacré à l'évaluation des performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel comparé à un AS/RS à charge unitaire équivalent. Une étude comparative des deux systèmes, est réalisée sur une grande plage de configurations et de fonctionnements. Deux critères de performances sont pris en considération : l'espace utilisé et les temps de transport. Le rapport entre les espaces utilisés pour chacun des systèmes dépendra de leurs configurations, plus particulièrement du nombre de couches dans l'AS/RS à convoyeur gravitationnel et du rapport entre la largeur de l'allée et celle du rack de stockage. Une investigation est conduite concernant les temps de stockage et de déstockage. Pour ce faire, trois paramètres principaux sont variés : le nombre de couches, le facteur de forme et le taux de remplissage. Enfin, une présentation des résultats et de leurs interprétations est réalisée. Il s'avère que certaines configurations de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel le rendent comparable à l'AS/RS à charge unitaire.

Au sixième chapitre, nous nous proposons d'étudier le taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage. Ce taux dépend de la fréquence de stockage et déstockage. Si celle-ci est importante, le taux sera élevé, si elle est faible, le taux sera bas. Pour notre part, nous nous intéressons dans cette étude, aux différences entre le taux de fonctionnement de la machine de stockage et celui de la machine de déstockage. Cette différence peut avoir des conséquences certaines, si le système travaille à un taux élevé. Une machine pouvant, ainsi, retarder l'autre, puisqu'en régime établi le taux de déstockage est égal au taux de stockage. Par contre, si le taux de fonctionnement du système est bas, la différence entre le taux de fonctionnement des deux machines S/R n'aura aucune influence parce que ces machines seront souvent en position de repos.

Le chapitre 7 concerne l'optimisation des dimensions de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel pour minimiser le temps de déstockage. Pour cela nous avons formulé le problème qui s'avère être un problème non linéaire en nombre entiers (PNLNE). Nous avons donc adopté les méthodes d'optimisation déjà utilisées dans ce domaine pour résoudre notre problème. Les résultats obtenus sont intéressants et nous ont menés au développement de solutions analytiques approchées.

Enfin le chapitre 8 est consacré aux perspectives et extensions de notre travail. Dans ce chapitre, nous présentons les travaux en cours relatifs à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, ainsi que les extensions possibles des modèles développés pour d'autres AS/RS. Commençons par une validation

expérimentale des modèles des temps de déstockage, développés au chapitre 3. Cette validation expérimentale est réalisée grâce au logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Ensuite, nous développons une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette heuristique, construite de manière intuitive, semble prometteuse et présente beaucoup d'intérêt. L'expérimentation de cette heuristique, en utilisant le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA, est en cours de réalisation. Enfin, nous présentons deux modèles du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées : un modèle continu approché et un modèle discret exact. Ces deux modèles sont comparés pour valider le modèle approché en utilisant la simulation. La procédure adoptée dans le développement et la simulation de ces modèles est similaire à celle utilisée pour le développement et la simulation des modèles de temps de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel présenté au chapitre 3. Des travaux sont en cours pour le développement de modèles du temps de double cycle ainsi que l'extension de ces modèles à des AS/RS à racks glissants.

Chapitre 1

Introduction aux Systèmes Flexibles de Production

1.1. Introduction Générale.

La transformation de matériaux en produits utiles est probablement l'une des plus anciennes activités de l'homme. Les civilisations passées sont le plus souvent évaluées et reconnues par « les produits manufacturés » qu'elles ont utilisés.

Mais comme toutes les entreprises humaines, l'activité de production est assujettie au changement constant dans la technologie et les connaissances humaines [Gershwin 94]. La production artisanale a été remplacée par les grandes unités industrielles au 19^{ème} et 20^{ème} siècles. Mais en cette fin de siècle, ces grandes unités industrielles disparaissent et laissent la place à de nouvelles structures industrielles aux concepts différents. Ces structures sont « les Systèmes Flexibles de Production » (*Flexible manufacturing Systems*). Ces systèmes sont capables de produire de grandes mais aussi de petites quantités de produits à des coûts minimum, leurs structures leur permettent de produire un très large éventail de produits et donc d'être moins sujets à un crash économique.

1.1.1. Les types de systèmes de production.

La production est la transformation de matériaux en quelques choses d'utiles et portables [Gershwin 94]. Askin et Standridge [Askin 93], pensent que la construction d'un bâtiment ou d'un pont est tout aussi de la production, que la fabrication de circuits électroniques par exemple. Il subdivise les systèmes de production en deux grands types :

- Les systèmes de fabrication, où les produits sont transformés, soit par usinage, soit par modelage.
- Les systèmes d'assemblage, où différents produits sont réunis pour former un produit final.

Askin et Standridge [Askin 93], donnent une classification de la configuration des systèmes suivant le type de déplacement des produits à travers le système de production (la figure 1.1 représente la quantité de produits par rapport à la variété de ces derniers et pour différentes configurations) :

- Configuration selon le type de produit (*Product layout*).
- Configuration selon le traitement (*process layout*).
- Configuration en îlots (*group technology*).
- Configuration à position fixe pour les produits trop volumineux (bâtiment, bateau, avions...). Dans cette dernière configuration, ce sont les machines qui se déplacent vers le produit.

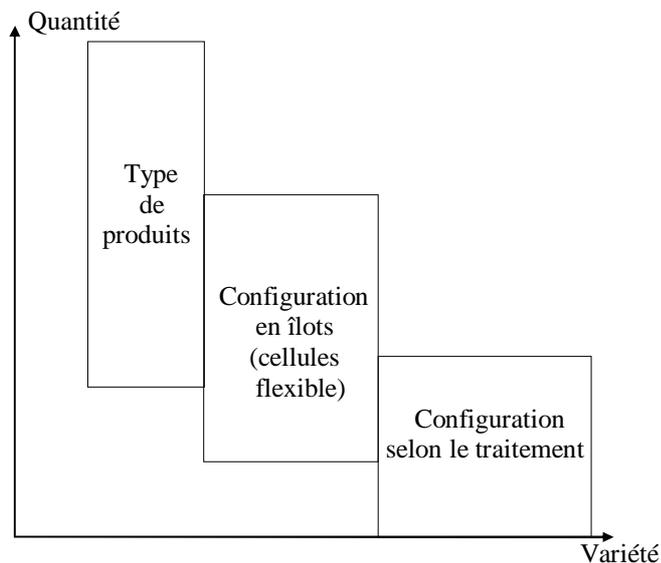


Figure. 1.1 : Quantité par rapport à Variété de Produits des différentes configurations des systèmes de production.

Viswanadham [Viswanadham 92] présente une classification, où la configuration des systèmes de production dépend de la quantité et de la variété des produits (comme représenté en figure 1.2) :

- Atelier conventionnel (*job shop*) : Il est utilisé pour la production de très faibles quantités de produits, voire de produits à l'unité (prototypes, machines outils, avions...)

- Production par lots (*batch production*) : Les produits sont manufacturés par lots de plus ou moins grands volumes (en général 75% des lots ont moins de 50 unités).
- Chaînes de production dédiée (*dedicated high volume production line*) : Elles sont utilisées pour la production, ou l'assemblage, d'un seul type de produit, à très grande productivité (automobile, lampes...)
- Production en flux continu (*continous flow process*) : Cette configuration est utilisée pour la production de très grandes quantités de produits en continu (raffinage de pétrole, sidérurgie, textile, industries chimiques...)

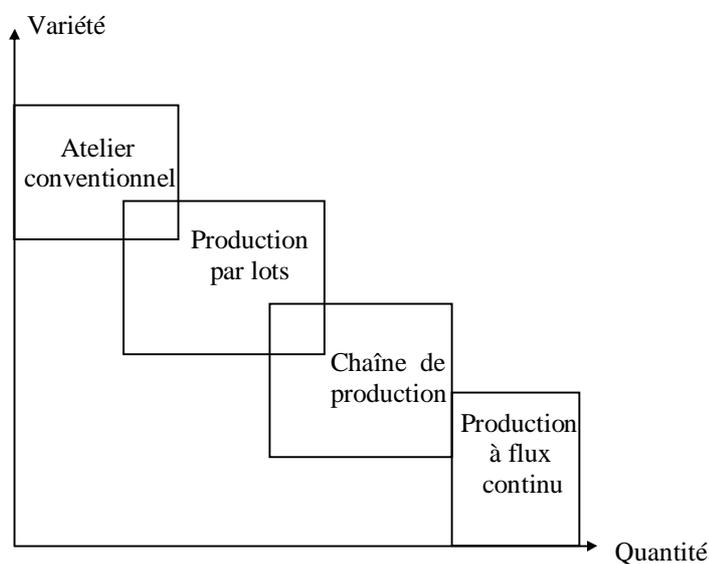


Figure. 1.2 : Variété par rapport à Quantité de Produits des différentes configurations des systèmes de productions.

La production peut se faire en discontinu (à la pièce) ou en continu (raffinage de pétrole...). Bien que les méthodes d'analyses soient faites pour la production discontinue, elles peuvent être néanmoins utilisées pour l'étude des systèmes de production continue [Gershwin 94] [Askin 93].

1.1.2. Définitions.

Avant d'aborder en détail le domaine des systèmes de production, nous allons donner quelques définitions concernant les paramètres les plus en vue de ce domaine.

□ Taux de production ou cadence de production : (*Production rate, throughput*). C'est la quantité de produit fabriqué par unité de temps. Si le

système produit plusieurs types de produits, alors le taux de production est donné sous forme de vecteur.

❑ Capacité : (*Capacity*) C'est le débit de sortie maximal pouvant être raisonnablement atteint compte tenu des différentes contraintes. C'est le taux de production maximum pour le cas d'un seul type de produit

❑ En-cours ou stock d'en-cours : (*Work-in-process, in-process inventory, work-in-progress*). C'est le produit dans ses différents stades d'élaboration dans l'atelier, depuis les matières premières jusqu'au produit complètement terminé.

- (*Work-in-process*) : Ce sont les produits en cours de production
- (*In-process inventory*) : Ce sont les produits présents dans tout le système de production.

❑ Temps de cycle : (*Throughput time, cycle time*). C'est le temps compris entre l'arrivée de la matière en production et la sortie du produit fini. C'est le temps moyen qu'un produit passe dans le système de production.

❑ Délai : (*Lead time*). Durée nécessaire à la réalisation d'un produit. C'est le temps entre la connaissance du besoin d'une commande et la fin de la réalisation du produit correspondant.

❑ Temps de changement (*setup time*) : C'est le temps nécessaire pour passer de la fabrication d'un article à un autre sur une unité de production donnée.

❑ Temps d'exécution (*processing time*) : C'est le temps pendant lequel un produit subit une transformation lui conférant une valeur ajoutée.

❑ Temps de transfert (*move time*) : C'est le temps que met un lot de produits pour se déplacer d'une opération à une autre.

❑ Temps d'attente (*queue time, waiting time*) : c'est le temps pendant lequel un produit, ou un lot de produits, reste près d'un poste de charge avant d'être transféré au poste suivant.

❑ Flexibilité (*flexibility*) : C'est la faculté d'un système à s'adapter réellement au changement de l'environnement. (la flexibilité sera traitée en détail au § 3).

❑ Qualité (*quality*) : C'est la conformité au besoin.

1.1.3. Principes des systèmes de production.

Les systèmes de production sont complexes et dynamiques, leurs performances dépendent des buts à atteindre et des stratégies utilisées pour

atteindre ces buts. L'étude des systèmes de production demande un certain nombre de principes, qui lui permettrait d'être standardisée dans le futur :

- Loi de Little (*Little's law*) : Cette loi est probablement le principe le plus reconnu dans les systèmes de production, elle stipule que :

$$L = \lambda W$$

L étant les en-cours (produit en cours de production), λ étant le taux de production et W étant le temps de cycle.

- La Conservation de la matière : En régime établi, la quantité de produits entrant dans le système est égale à la quantité de produits sortant de celui-ci.
- La Fiabilité par rapport à la taille du système : Plus le système est grand moins il est fiable. Ceci est dû aux difficultés rencontrées lors de la conception, de la gestion, de la maintenance..., des grands systèmes. La fiabilité d'un système donné est le produit des fiabilités des composantes indépendantes du système. Etant donné que la fiabilité est une valeur comprise entre zéro et un, la fiabilité d'un système est inférieure ou égale à la plus faible fiabilité de ses composantes.
- Le vieillissement : Un système de production perd ses capacités initiales avec le temps, un système flexible permet de s'adapter à cette déperdition.
- La Complexité par rapport à la taille du système : La complexité d'un système varie exponentiellement avec sa taille. Si M est le nombre de composants d'un système et N le nombre d'états de chaque composant, le système aura donc N^M états et le nombre de lien entre les composants sera de $M(N-1)/2$.
- Le progrès de la technologie : La technologie progresse continuellement. Ce qui permet d'améliorer régulièrement les performances des systèmes de production.
- L'aspect aléatoire des systèmes de production : Les équipements ne réagissent pas toujours de manière parfaitement connue (panne...). Ce qui peut être modélisé, c'est une moyenne de leurs fonctionnements.
- L'imperfection des systèmes de production : La perfection ne peut être atteinte, il faut se contenter de ce qui est satisfaisant.
- Gain des opérations combinées : Les simplifications, éliminations et combinaisons d'opérations permettent d'économiser du temps, de l'argent et de l'énergie.

1.1.4. Mesures de performances.

Le but principal d'un système de production est de faire des profits. Pour augmenter les profits, il faut fabriquer des produits à faible coût et de bonne qualité pour pouvoir les imposer dans un marché à forte compétition.

De ce fait, pour améliorer un produit, il faut minimiser son coût et augmenter sa qualité. Ceci peut se faire à travers l'optimisation d'un certain nombre de critères appelés critères de performances :

- **Le temps de cycle** : Il est composé du temps de changement, du temps d'exécution, du temps de transfert, et du temps d'attente. Seul le temps d'exécution augmente la valeur du produit, tandis que les autres temps, tout en coûtant de l'argent, ne donnent aucune valeur ajoutée au produit. Il faudra, donc, minimiser ces temps pour minimiser les coûts de production. Dans le cas idéal, ces temps sont nuls et le temps de cycle sera égal au temps d'exécution. Dans la réalité, il faut approcher autant que possible cette égalité.
- **Les stocks d'en-cours** : Les stocks d'en-cours coûtent de l'argent sans apporter de valeur ajoutée au produit. Ils doivent donc être minimisés. L'idéal serait que le nombre de produits en cours de production soit égal au nombre de produits en exécution. Néanmoins, il reste nécessaire de conserver des stocks pour pallier à d'éventuelles perturbations externes (approvisionnement défectueux, commande imprévue...) ou internes (pannes...)
- **Taux d'utilisation des machines** : Un taux d'utilisation de machines élevé, permet d'amortir ces machines plus rapidement, ce qui est avantageux. En contre partie, si on augmente le taux d'utilisation des machines sans tenir compte des autres facteurs, on risque de provoquer une augmentation importante des stocks d'en-cours. Il est, donc, préférable de laisser les machines à l'arrêt, que de surproduire. Le mieux c'est d'utiliser les machines pour fabriquer la quantité exacte du produit approprié au bon moment.
- **Le taux de production** : Le taux de production représente la quantité de produits sortant du système par unité de temps, il doit donc être maximisé.
- **La capacité** : la capacité est le débit de production maximum pouvant être atteint. C'est la valeur maximum que peut atteindre le taux de production.
- **La qualité** : La qualité est l'un des plus importants critères de performances. Des produits défectueux qui échappent à l'inspection peuvent provoquer des pertes nettement supérieures à leurs propres valeurs marchandes (blocage de la chaîne de montage, retour de produit dans le

cadre de la garantie...). A cause de ces problèmes, des techniques d'inspections des produits ont été mises au point, pour remplacer la méthode classique d'inspection d'échantillons pris aléatoirement à la fin de chaque fabrication.

- Contrôle en cours de production (*process control*) : Ici, les produits sont inspectés pendant la fabrication, les corrections, en cas de défauts, se font immédiatement. Ce qui permet d'éviter de fabriquer des produits défectueux irrécupérables. Cette technique permet, donc, non seulement, d'augmenter la qualité, mais aussi, de diminuer les coûts de production. (voir § 2.1.5)
- Inspection de 100% des produits. Dans cette technique, tous les produits sont inspectés. Elle est particulièrement adaptée aux produits à haut niveau de technicité (voir § 1.2.1.5)

1.2. Les Eléments des Systèmes Flexibles de Production.

Un système flexible de production (*Flexible Manufacturing System, FMS*) est constitué d'un ensemble de machines à commande numérique, de stations de travail connectées par un système de transport automatisé, le tout commandé par ordinateur.

Les systèmes flexibles de production peuvent être caractérisés par les points suivants :

- Machines reprogrammables à commande numérique.
- Changement d'outils automatisé
- Système de transport automatisé
- Chargement et déchargement automatisé
- Contrôle coordonné.

Les systèmes flexibles de production nécessitent des machines complexes et chères, mais leur nombre est réduit par rapport à d'autres systèmes de production. Globalement une économie dans le coût et l'espace de l'ordre de 30% peut être réalisée [Askin 93].

Les systèmes flexibles de production sont constitués d'un certain nombre d'équipements qui peuvent être divisés en quatre grandes familles :

- Les stations de travail, englobant les machines à commande numérique, les systèmes de changement d'outils, les palettes, les supports, les systèmes d'inspection...

- Les systèmes de manutention et de transport, comprenant les systèmes de transport, les robots manipulateurs...
- Les systèmes de stockages, renfermant les aires de stockages, les systèmes de chargement/déchargement...
- Les systèmes de contrôle et de communication.

1.2.1. Les stations de travail.

Une station de travail est composée d'une machine à commande numérique, d'un magasin d'outils avec un système automatique de changement d'outils, d'un magasin à palettes et supports, d'un système automatique de chargement/déchargement des palettes dans la machine, d'un système automatique d'inspection et d'un système de contrôle.

1.2.1.1. Les Machines.

La principale composante des systèmes flexibles de production est, sans conteste, la machine. C'est au niveau de la machine que le produit acquiert une valeur ajoutée lors de sa fabrication par usinage (machines outils) ou par transformation (moulage, injection, traitement de surfaces...) :

- Les machines outils, utilisées dans les systèmes flexibles de production, sont, en général, des machines à commande numérique. Elles sont commandées par un programme mémorisé dans un contrôleur à base de microprocesseur. Le programme est développé pour chaque produit. En changeant d'outils et de programme de commande, une machine est en mesure de réaliser une grande variété d'opérations sur des produits de forme, de taille et de matériaux différents.
- Les machines d'injection ont un moule, un système d'injection, un creuset chauffé (plastique, zamac, aluminium...). Le moule s'ouvre et se ferme automatiquement, les pièces sont chassées du moule par des éjecteurs, l'injection se fait par un système de piston à haute pression.
- Pour le traitement de surfaces, un ensemble de bacs est installé en chaîne, reliés par un ou plusieurs chariots automatisés. A l'une des extrémités de la chaîne se trouve la station d'entrée / sortie.
- Un nombre important de types de machines existe dans les systèmes de production. Nous citerons à titre d'exemple : les laminoirs, les presses, les fours, les plieuses...

1.2.1.2. Les palettes et supports.

Les palettes et supports sont des composants essentiels d'un système flexible de production. Les palettes sont des pièces qui servent d'interface entre les machines et les produits. Le support est un dispositif qui permet de soutenir le produit pendant la fabrication ou l'assemblage. Les produits, solidaires de leurs supports, se déplacent dans le système de production sur des palettes.

La palette doit pouvoir se déplacer dans tout le système de production, elle doit, donc être compatible avec tous les éléments du système flexible de production. Les palettes sont de forme carrée, rectangulaire ou circulaire, elles peuvent être fabriquées en acier, en bois ou en plastique.

Le support soutient et localise le produit. La forme des supports dépend du type de produit. Les supports dédiés à un produit ne sont pas utilisables pour un autre. De ce fait, les supports provoquent une augmentation des coûts de production, particulièrement pour les produits en petits lots. Des tentatives de fabrications de supports standard, autorisant leurs utilisations pour une plus ou moins grande variété de produits, ont permis d'augmenter la flexibilité du système et de diminuer les coûts de productions. L'une des techniques de fabrication de supports flexibles, est de réaliser les supports en assemblant un groupe de pièces de formes standards (formes en V, en \square , en T...)

1.2.1.3. Changeur automatique d'outils.

Un changeur automatique d'outils est un système capable de sélectionner l'outil approprié, pour une opération donnée, à partir d'un magasin d'outils et de le fixer sur la tête porte outils de la machine. Les magasins d'outils, capables de contenir jusqu'à 60 outils, et plus quelques fois, peuvent être en forme de disque, d'anneau ou de chaîne.

Il est possible d'utiliser des magasins d'outils centralisés pour tout le système. Dans ce cas, des zones tampons de stockage d'outils sont disposés au niveau de chaque station de travail, et un système de transport est utilisé pour transférer les outils du magasin central vers les stations de travail. Ce système présente l'avantage d'une réduction du nombre total d'outils dans le système, mais nécessite un système de transport plus élaboré et présente des temps de changement plus longs.

En règle générale, les changeurs automatiques d'outils, améliorent la productivité du système, augmentent sa flexibilité, réduisent les en-cours et les coûts de production, particulièrement pour les petits lots de produits.

1.2.1.4. Magasin et chargement/déchargement des palettes.

Lorsque les produits arrivent à la station de travail sur les palettes, ils sont réceptionnés dans un magasin en forme de carrousel, de ligne ou autre. Les produits sont ensuite chargés sur la table de travail de machine à l'aide d'un système automatique de chargement/déchargement, qui peut être, par exemple un robot manipulateur. La machine, à l'aide d'un système de détection (code barre...) identifie le produit, charge l'outil et le programme correspondants à ce produit, et procède à la fabrication.

Pour réduire le nombre de supports, et si les temps de changement d'outils sont suffisamment faibles, la fabrication peut se faire à la pièce et non par lots. Des pièces différentes arrivent à la machine, qui les traite les unes à la suite des autres, en changeant à chaque fois, programmes et outils. Ceci permet de réduire considérablement le nombre total de supports, mais, en contre partie, il faudra prévoir des magasins d'outils plus importants.

1.2.1.5. Système automatique d'inspection.

L'inspection des produits a pour but d'assurer que ces derniers répondent aux spécifications exigées. Un système efficace d'inspection est vital pour la fabrication de produits de qualité.

On peut définir une inspection comme une opération où la totalité ou une partie du produit est comparée avec le produit normalisé. L'inspection automatique nécessite l'intégration de cette dernière dans le cycle de production. Ce qui permet de minimiser les transports et de corriger rapidement les défauts. L'inspection automatique requiert différents types de technologies : informatique, électronique, optique, ultrason, métrologie, photographie...

Dans le passé, l'inspection se faisait après la production de tout le lot. Cette méthode provoquait des pertes considérables : des produits défectueux, en plus ou moins grandes quantités, devaient être, soit retravaillés, soit rejetés. De plus, les corrections du processus de fabrication ne pouvaient être faites que pour les lots suivants. Pour remédier à ces problèmes, deux techniques d'inspection ont été élaborées.

■ Inspection pendant l'opération : Cette inspection se fait pendant la fabrication, la pièce est positionnée, sur la table de la machine, et jaugée pendant la fabrication. Cette technique n'est pas très précise, mais elle est souvent suffisante et nécessite un faible investissement de départ. De plus, elle permet d'informer le contrôleur de la machine sur les corrections à apporter au processus de fabrication (usure d'outils, positionnement...).

- **Inspection après l'opération** : Après l'exécution de l'opération, la pièce est transportée vers une machine de mesure qui vérifie les dimensions, l'état de surface..., de la pièce. Après vérification, la pièce est orientée vers la destination appropriée (acceptée, rejetée ou retravaillée). De plus, des informations sont transmises aux machines outils pour la correction des défauts. Cette technique est beaucoup plus précise que la précédente, mais elle nécessite un investissement très important.

1.2.1.6. Système de contrôle.

Une station de travail est un système complexe composé de plusieurs équipements interdépendants. Le système de contrôle a pour mission de coordonner et superviser le fonctionnement de tous ces équipements. Il doit superviser un certain nombre de fonctions dont :

- Le chargement du produit sur la machine, l'exécution de l'opération et le déchargement.
- Surveiller et protéger le système des perturbations (mauvais chargement, casse d'outil, casse de support...).
- Veiller au respect des priorités des différents produits.
- Maximiser l'utilisation de la machine et minimiser la quantité d'équipements annexes (outils, supports, palettes...)

Le système de contrôle a d'autres fonctions, parmi elles, celle de surveiller l'usure des outils pour les remplacer avant leur casse. Ceci est réalisé par l'utilisation de plusieurs détecteurs qui permettent de déceler des :

- Changements dans les dimensions des produits.
- Changements dans la géométrie des outils.
- Augmentation des vibrations et du bruit.
- Détériorations de l'état de surface.
- Changement dans le couple et la température de coupe.

Ces détections se font en ligne et les corrections peuvent intervenir tout de suite après la fin d'une opération.

1.2.2. Les équipements de transport.

1.2.2.1. Introduction.

Les équipements de transport servent à déplacer les produits et éventuellement les outils entre les machines suivant les chemins planifiés pendant la conception du FMS.

Il existe différents moyens de transport et différentes stratégies. On peut, par exemple, transporter les produits d'une aire de stockage vers une station de travail, puis vers une aire de stockage, ou par contre faire les déplacements entre les stations de travail, ce qui diminue le nombre de déplacements. On peut aussi déplacer les produits par petits lots au lieu que ce soit par unité. Le choix de l'une de ces méthodes dépend du système global. On favoriserait le déplacement à l'unité lorsque les distances entre stations sont petites. Par contre, pour de grandes distances, le déplacement par lots sera plus intéressant. De plus, la taille et le poids des produits, comparés au système de transport, peuvent limiter le choix d'une méthode ou d'une autre.

1.2.2.2. Classification des équipements de transport.

Il existe plusieurs manières de classifications des équipements de transport [Viswanadham 92] :

- Suivant le type d'installation (sur le sol, suspendu ou aérien).
- Suivant le type de commande (manuel, contrôlé, automatique)
- Suivant le type de déplacement (chemins fixes ou routage flexible)
- Suivant le type de fonctionnement :
 - Dans les systèmes synchrones, toutes les charges dans le système, se déplacent simultanément à la même vitesse et à intervalles réguliers.
 - Dans les systèmes asynchrones, les charges se déplacent indépendamment les unes des autres.

1.2.2.3. Différents types d'équipements de transport.

Il existe différents types d'équipements de transport, avec des degrés d'automatisation très variables. Nous pouvons citer :

- Les convoyeurs : Ils sont utilisés pour le transport de produits de taille et de poids uniforme avec un débit important à des destinations précises et sur un chemin fixe. Il existe différents types de convoyeurs : convoyeur à tapis roulant, à chaîne, à rouleau... Il peuvent être à même le sol, surélevés, ou

aériens. Les convoyeurs sont des équipements de transport synchrones. Ils peuvent être en forme de ligne (unidirectionnel ou bidirectionnel), ou en boucle fermée (déplacement continu ou re-circulation). Ils sont utilisés dans les chaînes de montages, les carrières, les cimenteries, les aéroports...

- Les grues et palans : Ils sont utilisés pour les déplacements verticaux et/ou horizontaux de produits de diverses tailles et poids dans un espace limité. Ils sont utilisés principalement dans les chantiers de construction, les ports...
- Les véhicules industriels : Les tracteurs d'aéroport, les transpalettes..., sont autant de véhicules qui servent à transporter différents types de produits suivant des chemins variables pourvu que des allées adéquates soient prévues. Les véhicules autoguidés (*Automated Guided Vehicles*, AGV) sont les véhicules industriels les plus élaborés avec un degré d'automatisation très important. (voir § 2.2.4)
- Les robots industriels : Ils sont utilisés comme équipements de chargement/déchargement et/ou déplacement de produits d'un point à un autre dans un espace limité. De plus, ils peuvent être utilisés pour réaliser des opérations simples comme le soudage à point ou la peinture. Ils sont en général commandés numériquement, et sont compatibles avec les machines à commande numérique. Les robots sont classifiés de différentes manières. Parmi elles, la classification par catégorie [Viswanadham 92] :
 - Les robots de première catégorie sont des robots à séquence fixe, sans détecteurs, ni puissance de calcul.
 - Les robots de seconde catégorie sont des robots dotés de détecteurs externes, et d'une certaine puissance de calcul. Cela leur permet de modifier leurs actions en réponse à de petites perturbations. Ils sont capables de distinguer les différents produits (taille, forme...) et de les classer par type.
 - Les robots de troisième catégorie sont des robots intelligents qui sont capables de collecter des informations à travers des capteurs, de traiter ces informations dans des calculateurs puissants et de prendre les décisions qui s'imposent.

Les robots industriels ont un large potentiel d'applications dans les systèmes flexibles de production. Ils peuvent s'adapter à l'environnement à travers leurs capteurs et leurs contrôleurs programmables. Ils peuvent communiquer facilement avec les autres équipements du système par leurs contrôleurs respectifs.

Les déplacements des produits n'augmentent pas leurs valeurs ajoutées, par contre, ils coûtent de l'argent, du temps et provoquent des risques de

détériorations. Il ne faut donc déplacer les produits que quand c'est nécessaire, et dans tous les cas minimiser les temps et distances de déplacements.

1.2.2.4. Les Véhicules autoguidés (*Automated Guided Vehicles*).

Les convoyeurs se déplacent sur des chemins fixes, les véhicules avec chauffeurs peuvent se déplacer de manière complètement indépendante. Entre les deux se trouvent les véhicules autoguidés. Ils peuvent se déplacer entre un nombre défini de destinations. Ces destinations sont pré-programmées dans un système de contrôle. Les véhicules autoguidés sont, peut être, l'équipement de transport le plus utilisé dans les systèmes flexibles de production grâce aux nombreux avantages qu'ils présentent. Parmi ces avantages, nous pouvons citer :

- Grande flexibilité de routage.
- Possibilité d'automatisation totale.
- transport de charges très importantes (jusqu'à 50 tonnes [Viswanadham 92]).

Il existe différents types d'AGV :

- Les AGV remorqueurs (*towing AGVs*), qui peuvent tirer des charges sur roulettes, sont utilisés dans les installations où les charges sont volumineuses. Ils sont capables de tracter des charges de l'ordre de 25 tonnes [Viswanadham 92].
- Les AGV à charge unitaire (*unit load AGVs*), sont utilisés pour transporter des charges sur leurs plates-formes. Ils peuvent être équipés de plusieurs accessoires comme des rouleaux, des convoyeurs à tapis, des chariots élévateurs... Ils peuvent être unidirectionnels ou bidirectionnels. Des charges transportées de l'ordre de 6 tonnes sont fréquentes [Viswanadham 92].
- Les AGV d'assemblages (*assembly line AGVs*), sont utilisés dans les lignes d'assemblages. Ils transportent les produits d'une station d'assemblage à une autre, jusqu'à la livraison des produits finis à la dernière station.
- Les AGV à Bras Manipulateur (*robotic arm AGVs*), sont des combinaisons d'AGV et de robots. Ils sont utilisés pour les faibles charges. On les rencontre, principalement, dans l'industrie des semi-conducteurs. Leur potentiel d'utilisation est nettement plus important que celui des autres types d'AGV (avantages des AGV et des robots).
- Les AGV pour systèmes de fabrication flexibles (*flexible machining system AGVs*), sont des AGV qui servent à transporter et servir de supports aux

produits. De plus, les outils nécessaires à la fabrication y sont entreposés. Dans ce cas, la matière première et les outils sont chargés sur l'AGV, ils sont transportés aux différentes stations de travail pour subir les différentes opérations tout en restant sur l'AGV. Finalement le produit fini est déchargé de l'AGV. Ces véhicules nécessitent une grande précision de positionnement. Ils permettent de réaliser des ateliers flexibles entièrement automatisés.

- Les AGV autonomes (*autonomous AGVs*), sont les AGV du futur. Ils pourront communiquer avec les autres AGV du système et avec le contrôleur principal. Ils seront dotés de systèmes visuels leur permettant d'éviter les obstacles et de reconnaître les produits. Ils seront capables de détecter leurs propres dysfonctionnements, de se réparer, de détecter les accidents...

Les AGV sont guidés de différentes manières :

- Electromagnétique, par fil électrique enterré, dans ce cas l'AGV détectera les signaux radio fréquence (RF) transmis dans le fil et pourra suivre le chemin tracé par le fil. Ce système est très utilisé parce que très fiable. Son principal inconvénient est la difficulté d'ajouter ou de modifier les chemins.
- Optique, ici, des bandes en couleurs sont peintes ou collées sur le sol. Des capteurs optiques permettent de détecter les différences de couleurs et de suivre ces bandes. Facile à installer, ces systèmes présentent l'inconvénient d'être inefficaces dans les environnements sales ou poussiéreux.
- Infrarouge, dans ce cas les véhicules sont équipés de caméras qui détectent des sources de lumière infrarouge aux extrémités des allées. D'installation facile et peu coûteuse, insensible à la lumière ambiante, ils présentent, néanmoins, l'inconvénient de la sensibilité aux obstacles visuels.

D'autres systèmes de guidages sont aussi utilisés comme le guidage par inertie, par triangulation, à ultrason, à laser...

1.2.2.5 Les Systèmes de Véhicules Auto Guidés.

Pour pouvoir concevoir un système AGV (AGVS) fonctionnant en chargement/déchargement, un certain nombre de spécifications doivent être pris en compte :

- Le point de chargement P, et de déchargement D.
- Le chemin qui relie les emplacements P et D.
- Le nombre d'AGV à mettre en œuvre.

- l'itinéraire que doivent prendre les AGV

Le chemin et les emplacements dépendent de la conception. Le nombre de véhicules et le routage dépendent de l'exploitation.

Il existe plusieurs types de configurations d'AGVS :

- Les AGVS unidirectionnels, où les AGV ne peuvent circuler que dans un seul sens. Ils présentent l'avantage de la simplicité, mais sont peu efficaces (figure. 1.3).

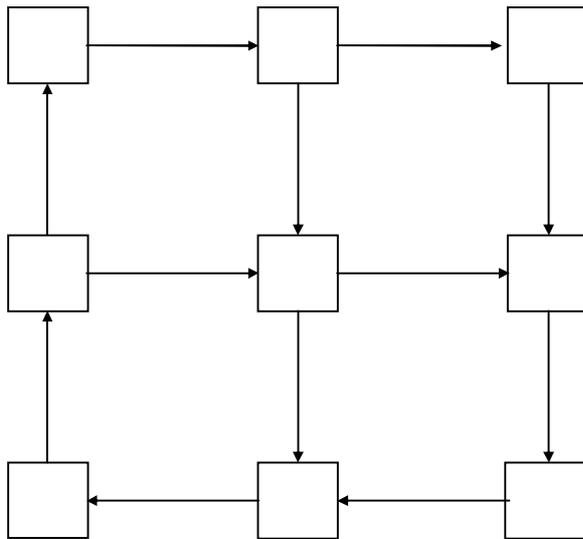


Figure. 1.3 : Système AGV unidirectionnel.

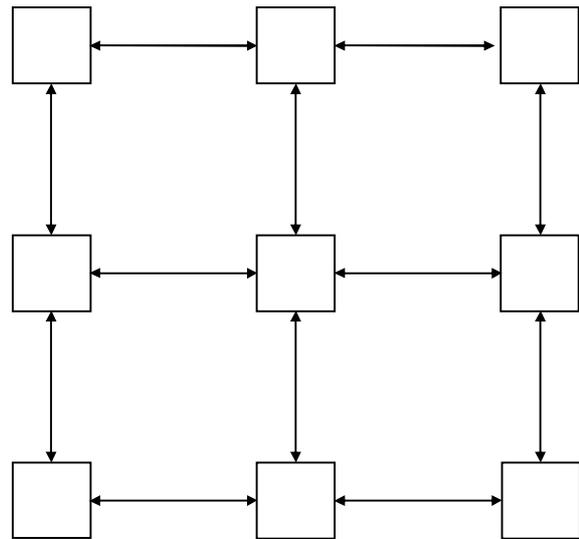


Figure. 1.4 : Système AGV bidirectionnel.

- Les AGVS bidirectionnels, où les AGV peuvent circuler dans les deux sens. Ils nécessitent des contrôles complexes, mais permettent de réduire le temps de transfert. (figure. 1.4)
- Les AGVS à lignes Multiples, où dans chaque allée, il existe deux voies où les AGV peuvent circuler en sens inverses. Ceci permet d'éviter les blocages des systèmes bidirectionnels et les temps d'attentes importants des systèmes unidirectionnels. Il requiert, en contre partie, des allées plus larges et des systèmes de chargement/déchargement plus élaborés. (figure. 1.5)
- Les systèmes mixtes qui regroupent des combinaisons des trois systèmes précédents. Ces systèmes tentent de bénéficier des avantages des trois systèmes usuels tout en évitant leurs inconvénients. Ils peuvent être développés suivant la topologie du système de production et le taux d'échange entre ses différentes stations. (figure. 1.6)

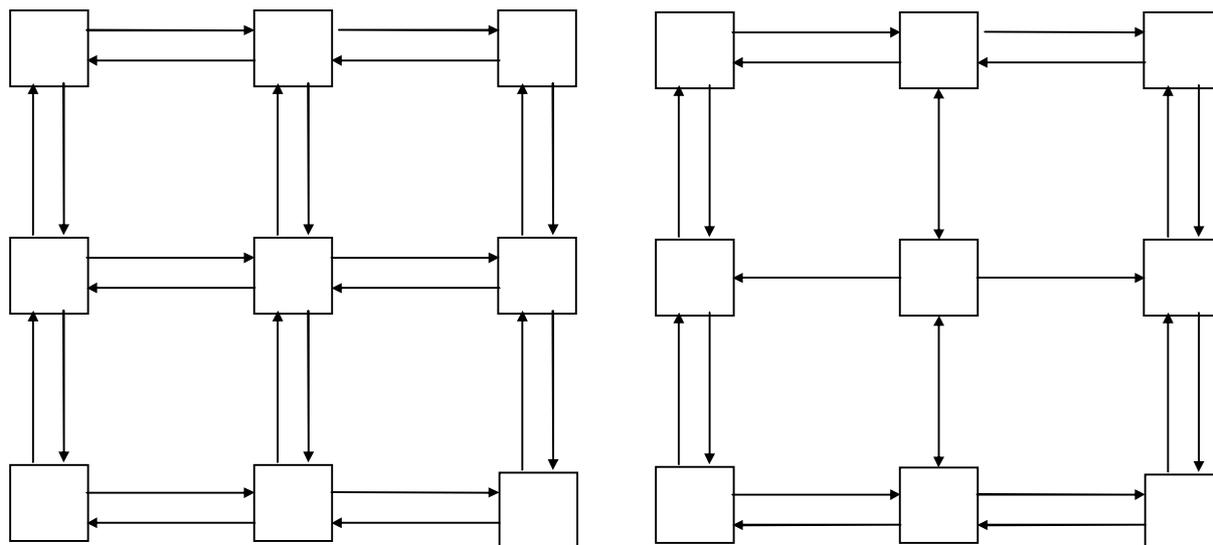


Figure. 1.5 : Système AGV à lignes multiples. Figure. 1.6 : Système AGV mixte.

Souvent, dans les systèmes AGV, des points d'intersections compliquent le contrôle (priorité, attente...) et augmentent les temps d'attente et de transfert. Pour pallier à ces inconvénients, une technique de routage appelée *tandem AGVS* a été développée. Dans le système tandem, plusieurs boucles sont définies suivant la topologie du système de production (par exemple une boucle par cellule). Chaque boucle dessert un certain nombre de stations de travail plus des aires de transit avec des boucles adjacentes. Le produit circule soit dans une boucle (transport sur AGV), soit entre deux boucles (déplacement dans une aire de transit).

1.2.3. Les systèmes de stockage.

1.2.3.1. Introduction.

Bien que l'un des principaux objectifs de l'étude des systèmes flexibles de production soit la réduction des en-cours et des stocks, il reste néanmoins nécessaire de construire des aires de stockage dans les unités de production. Ces aires peuvent être utilisées pour stocker des produits qui peuvent, par exemple, en cas de perturbations, paralyser une chaîne de montage...

Les aires de stockage peuvent, en plus du stockage, servir à d'autres activités, comme l'emballage, le contrôle de qualité... Les aires de stockages peuvent aller du système complètement automatique au stockage manuel.

1.2.3.2. Composants d'une aire de stockage.

Une aire de stockage est composée d'un bâtiment, d'un système de rangement (racks, étagères...) d'un mécanisme de transport, de chargement et déchargement, et d'un système de contrôle.

Le bâtiment est en général construit en structure légère supportée par les racks de rangement. Le système de rangement est en général une structure en étagères composées de profilés d'acier verticaux sur quoi se fixent des profilés d'acier horizontaux formant les supports pour les palettes de stockage.

Afin de réduire l'espace réservé aux allées, des convoyeurs gravitationnels peuvent être utilisés dans chaque casier du rack. On insère les produits à stocker par une extrémité du convoyeur et on les ressort par l'autre extrémité. Ces systèmes respectent la loi premier entré premier sorti - FIFO (*First In First Out*).

Les systèmes de portiques roulants, de carrousels... peuvent être utilisés pour faciliter le stockage/déstockage. Des mécanismes de transport automatiques, semi-automatiques ou manuels sont utilisés pour le transport, le chargement et le déchargement des produits : les transpalettes sont souvent utilisées à cet usage, mais dans ce cas, jusqu'à 50% de l'espace des aires de stockage sera réservé aux allées qui doivent être assez larges pour permettre aux transpalettes de manœuvrer [**Tanchoco 94**].

Des véhicules spéciaux peuvent être utilisés pour minimiser les surfaces des allées. Ces véhicules roulant à grande vitesse (160 m/min) circulent sur des rails à même le sol ou suspendu. Ils sont équipés d'un plateau se déplaçant à la perpendiculaire des allées, ce qui permet le chargement et déchargement des palettes sans faire de manœuvres. De ce fait, les allées sont en général de 15 cm plus larges que les palettes [**Tanchoco 94**].

Les systèmes de stockage doivent être compatibles avec les systèmes de transport. Une aire de transit doit être prévue pour déposer les produits à stocker et récupérer les produits à déstocker.

1.2.3.3. Méthodologie de stockage.

Il existe plusieurs types de systèmes de stockage. Les systèmes automatiques peuvent sélectionner les lieux de stockage, reconnaître le produit etc. Mais, il est possible, d'utiliser des opérateurs humains pour certaines opérations, ce qui permet de supprimer certains automatismes et d'augmenter la flexibilité du système. Les systèmes automatiques coûtent plus chers à l'investissement, mais sont en général plus fiables.

Les systèmes de stockage peuvent être soit dédiés soit ouverts. Dans les systèmes dédiés, chaque produit possède sa propre aire de stockage. Dans les systèmes ouverts, le stockage des produits se fait de manière aléatoire, dans ce cas, un système de commande élaboré doit mémoriser les emplacements des différents produits, pour pouvoir les récupérer, ainsi que les emplacements libres.

1.2.3.4. Les systèmes automatisés de Stockage/Déstockage.

Les systèmes de stockage les plus élaborés sont les systèmes automatiques de Stockage/Déstockage (*automated storage retrieval systems AS/RS*). Ces systèmes, de plus en plus utilisés, sont constitués de magasins de stockage (racks), de machines S/R de stockage/déstockage (une machine S/R par allée) et d'un convoyeur reliant les machines S/R et les points d'entrée/sortie de l'aire de stockage [Keserla 94]. Les AS/RS seront détaillés dans le chapitre 2.

Les magasins de stockage sont constitués de grandes étagères (racks) installées le long d'allées permettant l'accès aux emplacements de stockage.

La machine de stockage déstockage peut être un portique en forme de rectangle creux, les cotés horizontaux glissent sur des rails fixées le long des allées (l'un au sol, l'autre au plafond). Tandis que sur les côtés verticaux est placé un plateau glissant à deux degrés de liberté (linéaires, avec l'un vertical et l'autre horizontal perpendiculaire à l'allée) permettant de charger et décharger les palettes.

Les convoyeurs reliant les machines S/R sont en général des convoyeurs linéaires soit à tapis roulant soit gravitationnels. A leurs deux extrémités, sont fixés les points d'entrée et de sortie du système de stockage [Askin 93].

1.2.4. Les systèmes de contrôle et de communications.

Le système de contrôle peut être composé d'un ordinateur central de commande, il donne des instructions et reçoit des états des situations de chaque équipement du FMS. Il peut garder en mémoire les gammes d'usinage des produits si les ordinateurs subalternes sont saturés.

C'est le système de contrôle qui décide quand et/ou comment les produits doivent se déplacer entre les différentes machines et être chargés ou déchargés.

Un système de contrôle élaboré peut commander et ordonnancer en temps réel le FMS. Il peut, entre autres, décider de remplacer les outils après une certaine durée d'utilisation pour éviter les pertes de qualité et les risques de casse ; il peut vérifier la charge des batteries des AGV... [Askin 93].

Le système de contrôle est composé de trois entités principales :

- Les calculateurs, sont des ordinateurs à base de microprocesseurs dotés de mémoire et de puissances de calculs plus ou moins grandes.
- Les logiciels, développés pour chaque type de commande, sont le cœur du système de contrôle. De leurs puissances dépend le degré de performances du système.
- Les bases de données, les systèmes de transmission d'information, les capteurs... représentent la troisième entité.

1.2.4.1. Architecture des systèmes de contrôle

Plusieurs structures de contrôle ont été développées pour la commande des FMS. La plupart d'entre elles sont une variante ou une combinaison de trois structures principales :

- La structure centralisée. Cette structure est caractérisée par un seul centre de contrôle pour l'élaboration de l'ensemble des décisions. Toutes les informations arrivent dans un contrôleur central qui, après traitement prend les décisions qui s'imposent et les transmet aux différentes composantes du FMS pour les exécuter (figure.1.7).

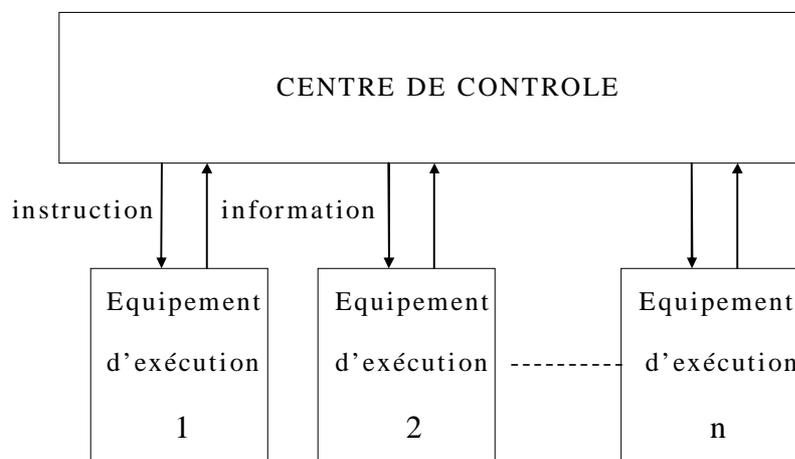


Figure. 1.7 : Représentation d'une structure de contrôle centralisée.

Cette structure présente l'avantage de centraliser les décisions et de limiter le nombre de transmissions d'informations. En contre partie, elle présente plusieurs inconvénients dont :

- La limitation de la taille du FMS (imposée par les temps de traitement dans le centre de contrôle).

- La sensibilité aux perturbations (c'est l'ordinateur central qui doit prendre, par exemple, la décision de changer un outil après une casse).
 - Le risque de paralysie du FMS en cas de défaillance de l'ordinateur central.
 - La difficulté d'extensions (ajout de nouveaux équipements). Le contrôle de chaque nouvel équipement doit se faire à partir de l'ordinateur central. Ce qui nécessite à chaque fois des réaménagements importants des logiciels et des systèmes de communications.
- **La structure hiérarchique.** Dans cette structure, il existe plusieurs niveaux de contrôle, chacun recevant des instructions du niveau supérieur et transmettant des instructions au niveau inférieur. De même, les informations étant transmises en sens inverse (figure 1.8).

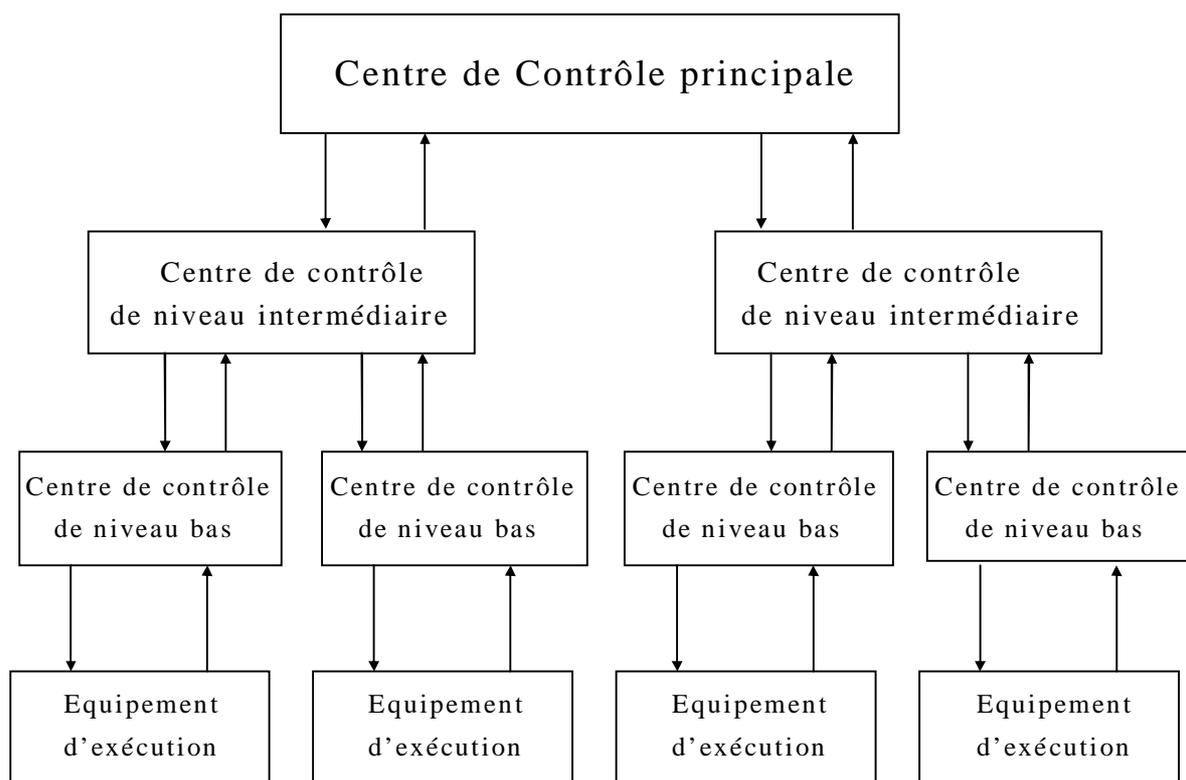


Figure 1.8 : Représentation d'une structure de contrôle hiérarchique à trois niveaux.

Cette structure présente plusieurs avantages dont :

- Le nombre de décisions par centre de contrôle, à prendre pendant un temps donné est moins important.

- Chaque niveau possède une certaine autonomie de calcul et de décision.

Par contre elle présente des inconvénients, dont le principal est le manque de coopération entre les centres de contrôle de même niveau.

- La structure distribuée. Cette structure est caractérisée par la disposition de plusieurs centres de contrôle de même niveau et de même priorité. Chaque centre de contrôle, prend ses décisions indépendamment des autres, en fonction de son environnement propre, tout en ayant une coopération (échange d'informations) avec les autres centres de contrôle (figure 1.9)

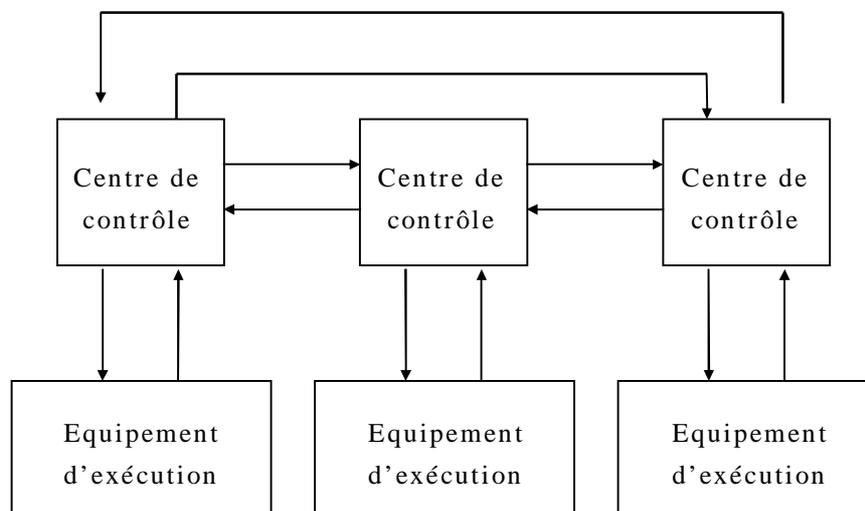


Figure 1.9 : Représentation d'une structure de contrôle distribuée.

Cette structure à pour principaux avantages :

- Chaque centre de contrôle peut prendre des décisions en temps réel concernant les équipements sous sa responsabilité.
- Le nombre de décisions par unité de temps est faible.
- La coopération avec les autres centres permet la prise de décision en tenant compte de l'environnement global.

Des structures hybrides, tentant de bénéficier des avantages de chaque structure existent. Par exemple, une structure hiérarchique, où les centres de décisions de chaque niveau pourront communiquer entre eux tout en ayant plus de liberté dans la prise de décision concernant leur environnement propre, permettra de bénéficier des avantages des trois structures citées ci-dessus (figure 1.10).

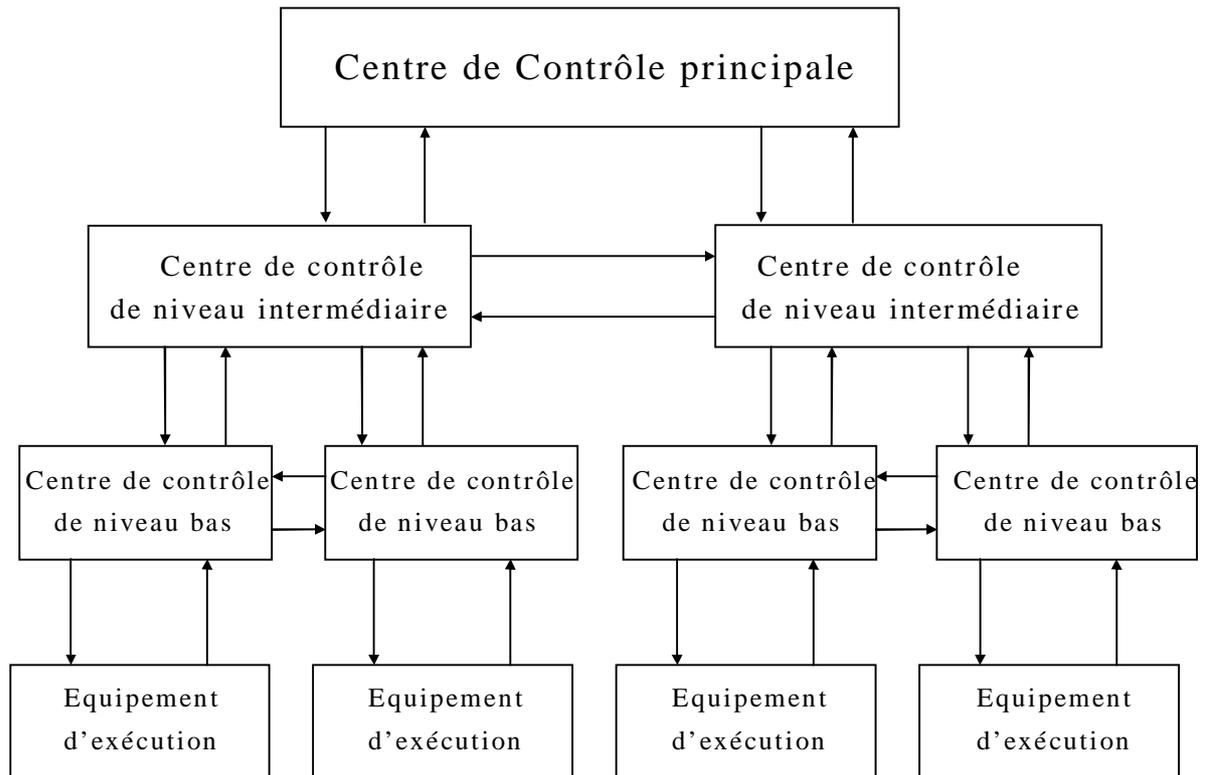


Figure 1.10 : Représentation d'une structure de contrôle hybride combinant une structure hiérarchique à trois niveaux et une structure distribuée.

1.2.4.2. Les systèmes de communications.

Pour permettre une coopération entre les différents centres de contrôle, quelque soit la structure, il est nécessaire de prévoir un système de communications entre ces différents centres. Le système de communications est nécessaire pour un grand nombre d'opérations dont :

- La récupération de programmes ou données d'un centre de contrôle principale à un centre subalterne.
- La transmission d'informations concernant l'état de la production d'un contrôleur de machine à un centre de contrôle plus important.
- L'acquisition des mesures de production (taux de production, temps d'attente, temps de changement, utilisation des machines...)
- La transmission de fichiers à la mémoire de masse concernant l'état de toutes les composantes du système (produits, outils, supports, palettes, matières premières...)

- Le transfert de données en temps réel, lorsque nécessaire. (contrôle des outils, routage des AGV...)

Pour ce faire, il est nécessaire de concevoir un réseau de communication local (*Local Area Network, LAN*). Un LAN est un système de communication reliant tous les centres de contrôle du système de production. Il est caractérisé par :

- Le moyen de transmission (*transmission medium*). Il existe trois supports de transmission :

- La paire de fil électrique torsadé (*twisted pair*) : Elle est utilisée sur des courtes distances. Elle présente un très faible coût, mais en contre partie, est très sensible aux interférences électromagnétiques et supporte un taux de transmission assez faible.
- Les câbles coaxiaux (*coaxial cable*) : Ils permettent d'atteindre des taux de transmission de 100 Mb/s. Ils sont peu sensibles aux interférences électromagnétiques, ainsi que peu coûteux. Ce sont les supports de transmission les plus utilisés dans les LAN.
- Les fibres optiques (*fiber optic links*) : Ce sont les plus performants supports de transmission, permettant des taux de transmission de l'ordre de 600 Mb/s. De plus ils sont complètement insensibles aux interférences électromagnétiques. Par contre ils restent encore assez onéreux.

- Le signal de transmission (*signaling*) : Il existe trois types de signaux de transmission :

- Bande de Base (*Baseband*) : Les signaux sont transmis sous forme de pulsations discrètes. Ce qui permet une lecture numérique directe ne nécessitant pas de modem. En contre partie, le taux d'information transmis est assez faible.
- Bande Large (*Broadband*) : C'est la technique la plus utilisée dans les LAN. Elle utilise des signaux analogiques. Le signal numérique est modulé puis transmis. La bande de fréquence étant assez large, elle est divisée en canaux qui peuvent être utilisés simultanément. Cette technique nécessite des modems à chaque entrée/sortie, mais permet des taux de transfert très élevés.
- Bande Porteuse (*Carrier band*) : C'est la même technique que le broadband, mais un seul canal est utilisé sur toute la largeur de la bande du signal.

- Topologies du réseau de communications (*network topologies*) : Il existe principalement trois types de configurations du réseau :

- Topologie en étoile, où un système central est connecté directement à tous les équipements de contrôle.
 - Topologie anneau, où les équipements sont connectés les un à la suite des autres en boucle fermée.
 - Topologie bus, où chaque équipement de contrôle vient se connecter sur un bus principal.
- **Méthodes d'accès** (*access control methods*) : Quelque soit la configuration du système de communication, il présente un grand nombre d'entrées/sorties (une pour chaque équipement de contrôle). Il faut donc réglementer l'accès au système pour la transmission souhaitée. Plusieurs méthodes d'accès ont été élaborées, elle sont en général classé en trois catégories : Contrôle aléatoire, Contrôle distribué, contrôle centralisé.

1.3. La Flexibilité

1.3.1. Introduction

Dans le domaine de l'industrie où la concurrence est féroce, les grandes unités de production deviennent de moins en moins compétitives, parce que très peu adaptables aux variations du marché. Ces unités disparaissent progressivement laissant place à de nouvelles structures industrielles aux concepts différents : les Systèmes Flexibles de Production (*Flexibles Manufacturing Systems "FMS"*). Ces systèmes sont conçus pour produire en petites et moyennes quantités, à des coûts minimums, une variété de produits avec des temps de préparation des machines et de changement d'outils minimums. Leurs structures leur permettent de produire une très large gamme de produits et donc d'être moins sujet à un crash économique.

Un système de production flexible a pour but d'aboutir, non seulement, à une productivité importante, mais aussi à une grande flexibilité de production lui permettant de suivre les variations du marché. Ainsi, la flexibilité peut être définie comme la possibilité de s'adapter à un large éventail d'environnements différents. Elle peut être aussi définie comme étant la caractéristique de l'interface entre un système et son environnement extérieur. Dans ce cas, la flexibilité agit comme un filtre protégeant le système des perturbations d'origine interne, ou externe au système de production.

Dans cette section, nous nous proposons, dans un premier temps, de faire l'état de l'art dans le domaine de la flexibilité dans les systèmes de production. Pour cela, nous développons les différents aspects de l'analyse de la flexibilité : ses définitions, ses facteurs, ses classifications, ses mesures, ses critères de choix... Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à la

flexibilité relative aux systèmes de transport et de stockage/déstockage. Les travaux de cette section ont fait l'objet d'une communication présentée au CNP'98 [Sari 98].

1.3.2. La Flexibilité : Un Etat De L'art

1.3.2.1. La nécessité de la flexibilité

La nécessité de la flexibilité est dictée par plusieurs facteurs. Selon Correa [Correa 94], les deux principaux sont :

- L'incertitude : elle comprend les incertitudes relatives au système de production (pannes...) et les incertitudes de l'environnement extérieur (fournisseurs, clients, transport...)
- La variété des produits et des procédés : la flexibilité doit être d'autant plus grande que le nombre de produits augmente et les procédés de fabrications diffèrent.

Cependant, De Toni [De Toni 97], après une synthèse de la littérature du domaine, résume les principaux facteurs nécessitant la flexibilité en 5 points :

- La variabilité de la demande : elle peut être aléatoire, saisonnière...
- La durée de vie des produits et des technologies : par exemple dans l'industrie informatique la durée de vie des produits est très limitée.
- Le large éventail de produits manufacturés : il existe sur le marché de plus en plus de variétés d'un même produit.
- La production à la commande : elle n'était utilisée que pour certains produits à prix très élevés et faible quantité (avions, navires...). Cependant, cette technique est de plus en plus utilisée pour des produits de grande consommation (industrie automobile, informatique,...).
- Les courts délais de livraison : à cause de la concurrence, les délais de livraisons doivent être très courts.

A ces points nous pensons qu'il faut ajouter le suivant, car de grande importance :

- Le Juste à temps : la réduction des encours et des stocks à un impact direct sur l'immobilisation financière.

1.3.2.2. Définition de la Flexibilité

La flexibilité peut être définie comme la possibilité de s'adapter à un large éventail d'environnements différents. Elle peut être aussi définie comme étant la caractéristique de l'interface entre un système et son environnement

extérieur. Dans ce cas, la flexibilité agit comme un filtre protégeant le système des perturbations d'origine interne, ou externe au système de production.

1.3.2.3. Classification de la Flexibilité

La flexibilité peut être classée selon différents critères :

- La classification horizontale ou par phase,
- La classification verticale ou hiérarchisée,
- La classification temporelle,
- La classification par l'objet de la variation.

La classification horizontale ou par phase : elle a pour but de limiter l'analyse à une seule phase à la fois. En général, on considère la phase de production, en amont de laquelle se trouve la phase de conception et d'acquisition, et en aval, la phase de distribution et de services. Ces trois phases sont souvent résumées en deux :

- La flexibilité interne : comprenant la flexibilité de produits, de procédés, d'équipements de fabrication...
- La flexibilité externe : comprenant la flexibilité d'acquisition, de conception, de distribution...

Une entreprise est dite flexible, si elle peut devenir plus compétitive en s'adaptant à un environnement interne et externe variable [De Toni 97].

La classification verticale ou hiérarchisée : elle concerne le degré du détail de l'objet analysé. La flexibilité peut être estimée par rapport à une seule ressource (aspect microscopique) ou à tout le système (aspect macroscopique). Plusieurs classifications basées sur ce principe sont proposées dans la littérature, nous en citerons deux.

Slack [Slack 87, 88] proposa une classification hiérarchisée en quatre catégories :

- Les ressources de production : elle englobe la technologie suivie, l'énergie utilisée, les infrastructures...
- Les objectifs de production : elle englobe la flexibilité des produits, du volume, des délais...
- La fonction de production : elle englobe la fiabilité des délais et l'offre basée sur les besoins du consommateur.
- L'entreprise en entier.

Gupta [**Gupta 93**] proposa une classification hiérarchisée basée sur l'amplitude et le domaine des variations :

- La machine : elle englobe la flexibilité de la machine de production.
- La cellule de production : elle englobe, outre la flexibilité de la machine, celle de l'opérateur, des équipements de chargement/déchargement et des équipements de transport.
- L'atelier (ou l'usine) : elle concerne, principalement, la stabilité des coûts par rapport à la variabilité des produits des volumes.
- L'entreprise en entier.

La classification temporelle : elle dépend du temps, Merchant [**Merchant 83**] proposa une classification de la flexibilité sur la base temporelle. Cette dernière fut, par la suite, utilisée comme base de départ pour le développement de la plupart des classifications temporelles rencontrées dans la littérature. On y trouve :

- Flexibilité instantanée : c'est la capacité à réagir immédiatement pour le choix du meilleur équipement (machine, AGV...) nécessaire à la prochaine opération du produit en cours de production.
- Flexibilité à très court terme : c'est la capacité de modifier l'ordre et l'assortiment des produits en cours de production.
- Flexibilité à court-terme : c'est la capacité de modifier certaines caractéristiques de conceptions d'un produit.
- Flexibilité à court moyen terme : c'est la capacité de fonctionner à productivité maximale malgré les variations dans les volumes de production.
- Flexibilité à moyen terme : c'est la capacité d'ajouter ou de supprimer des produits de l'assortiment de produits en cours de production.
- Flexibilité à moyen-long terme : c'est la possibilité de modifier la capacité de production en ajoutant ou supprimant des équipements de production (machines...)
- Flexibilité à long terme : c'est la capacité d'adapter le système à de nouveaux types de produits.

La Classification par l'objet de la variation : elle concerne la flexibilité pour chaque objet, concret ou abstrait, du système tels que : les machines, les produits, les procédés, les opérations, le routage, ...

Cette classification est la plus utilisée dans la littérature [**Askin 93**], [**Browne 84**], [**De Toni 97**]. Beaucoup d'essais de classification y ont été réalisés, nous

reprendrons, ici, la classification proposée par Browne [**Browne 84**] qui nous paraît la plus complète.

- Machine : la plage d'opérations possibles en faisant de petits réglages.
- Produit : la possibilité de réaliser différents types de produits en changeant de configuration.
- Procédé : la variété de produits réalisés avec la même configuration du système.
- Opérations : la possibilité d'utiliser des opérations différentes pour réaliser le produit.
- Routage : la possibilité d'utiliser des machines, ou des opérations différentes, pour réaliser des produits sous la même configuration du système.
- Le volume : la quantité n'influe pas sur les profits.
- l'extension : la facilité d'augmenter la taille du système.

Askin [**Askin 93**], qui reprend une classification similaire, ajoute la flexibilité suivante :

- Transport de produit : transport de différents types de produits en gardant la bonne orientation.

La classification selon plusieurs critères : D'autres types de classifications peuvent être obtenus par combinaison de plusieurs classifications de base. Benjaafar [**Benjaafar 96**] décrit une classification combinant les classifications verticale et par l'objet de la variation. Tandis que Barad [**Barad 88**] propose une classification temporelle combinée à une classification par l'objet de la variation qu'on peut résumer comme suit :

- Flexibilité à court-moyen terme qui englobe :
 - la flexibilité de machine,
 - la flexibilité de procédé,
 - la flexibilité de transfert,
 - la flexibilité de routage,
 - la flexibilité d'opération,
 - la flexibilité de volume.
- La flexibilité à long terme qui englobe :
 - la flexibilité de produit,
 - la flexibilité de production,

- la flexibilité d'extension.

1.3.2.4. Mesure et choix de la Flexibilité

Malgré l'importance et le gain d'intérêt que la flexibilité a eu dans le domaine de recherche en productique, sa mesure reste encore un sujet très peu développé à cause de sa multi dimensionnalité et le manque d'indicateurs pour une mesure directe. En fonction de ces mesures, le choix de la flexibilité peut être réalisé à deux niveaux :

- lors de la conception du système de production, on parle alors de choix technologique ou encore de choix matériel (*hardware*),
- lors de l'organisation et de la gestion du système de production, on parle alors de choix logiciel (*software*).

La flexibilité peut être considérée de différentes façons, en fonction des utilisateurs, des buts ou des fonctions en relation avec l'analyse de celle-ci. Nous pouvons citer :

- La compétitivité par rapport à la performance.
- La performance souhaitée par rapport aux résultats de performances.
- Le potentiel par rapport aux performances effectives...

1.3.3 Flexibilité relative aux systèmes de transport et de stockage/déstockage

Dans cette section, nous nous intéressons à la flexibilité relative aux systèmes de transport et de stockage/déstockage. Nous présentons en particulier des résultats obtenus pour des systèmes à base de véhicules auto guidés (*Automated Guided Vehicle Systems "AGVS"*) [Aarab 97] et des systèmes de stockage/destockage automatisés (*Automated Storage/ Retrieval Systems "AS/RS"*) [Peters 96].

Les systèmes de production mettant en oeuvre ces moyens de transfert doivent faire face à une densité de trafic variable entre deux stations et des produits de taille, de dimensions et de forme variables. Dans ce cas la flexibilité peut être définie comme étant la réponse à des demandes de transfert de nature et de fréquence variables. Les principaux critères de flexibilité utilisés pour l'étude des AGVS et des AS/RS sont :

- Flexibilité du trafic : c'est l'aptitude à s'accommoder à des variations de charges entre les stations sans dégradation du temps de réponse. Cette flexibilité peut être obtenue d'une part par un dimensionnement adéquat des équipements de transfert, et d'autre part par un choix

judicieux des règles d'affectation de ces équipements aux demandes de transport.

- Flexibilité de routage : la flexibilité de routage peut être définie comme l'aptitude à transporter un produit d'une station à toute autre station indépendamment des produits en phase de transfert.
- Flexibilité du circuit : c'est, pour une opération donnée, l'aptitude à disposer de plusieurs chemins pour atteindre la station correspondante à partir de toute autre station capable de réaliser l'opération précédente.
- Flexibilité de charge : c'est l'aptitude à manipuler, à transporter et à stocker/déstocker des charges de nature, forme, dimension et poids différents.
- Flexibilité d'affectation : c'est l'aptitude à stocker un produit dans n'importe quel casier du système. Cette flexibilité est très grande pour le stockage aléatoire et très faible pour le stockage dédié. Elle est intermédiaire pour le stockage par classes.

1.4. Types de Systèmes Flexibles de Production.

Un système flexible de production a pour but d'aboutir, non seulement, à une grande flexibilité de production, mais aussi à une productivité importante pour pouvoir suivre un marché où la concurrence est féroce. Le développement des FMS a permis d'en installer un nombre important dans différents types d'environnements industriels. Cependant, une confusion perdure dans le domaine de la classification et de la définition des différents types de FMS.

Widmer [**Widmer 91**], pense que la classification des systèmes flexibles de production peut se faire, en se basant sur le nombre de machines à commande numérique (CN) et leur agencement, de la manière suivante :

- Le module flexible (MF) est une machine à CN avec une aire de stockage, un changeur de pièces et un changeur automatique d'outils.
- La cellule flexible (CF) représente plusieurs modules reliés par un véhicule filoguidé permettant l'alimentation des machines en pièces.
- Le groupe flexible (GF) est un ensemble de cellules et de modules formant la même zone de production (fabrication, usinage, ou assemblage) joints par des véhicules filoguidés ; le tout est géré par un ordinateur central.

- Le système flexible (SF) représente plusieurs cellules flexibles reliées entre elles par des véhicules filoguidés composant les diverses zones de production.
- La ligne flexible (LF) est un ensemble d'instruments attribué aux diverses machines comme une ligne de véhicules filoguidés, de robots, de convoyeurs, de navettes....

Askin et Standridge [Askin 93], quant à eux présentent une classification, en 5 niveaux, basée principalement sur le nombre de machines à CN :

- l'équipement (*équipement*), représente une machine à CN, un robot manipulateur...
- la station de travail (*workstation*), représente une machine à CN avec son aire de stockage, son système de chargement/déchargement, son changeur d'outils...
- la cellule flexible (*cell*), représente une ou deux stations de travail.
- l'atelier flexible (*shop*), représente un ensemble de cellules reliées par un système de transport automatique.
- l'unité industrielle (*facility*), est l'ensemble de plusieurs ateliers.

Ils pensent que dans la plupart des cas un système flexible de production représente, en fait, un atelier flexible.

Maccarthy [Maccarthy 93] dresse une classification pouvant être appliquée à un grand nombre de systèmes flexibles de production. A partir de la littérature, il formule les remarques suivantes :

- Le terme FMS est général, il ne peut donc pas faire partie d'une classification, mais plutôt il définit toute structure de production se disant flexible.
- Un certain nombre de divergences réside dans la plupart des systèmes de classifications. Par exemple dans le système présenté par [Widmer 91], il n'existe pas de relation de classification entre les lignes flexibles et les autres structures, de plus le terme système flexible qui est très général est considéré comme un niveau de la classification.

Dans la classification de Maccarthy, le terme système flexible de production (FMS) représente n'importe quelle structure flexible automatisée. La classification se fait suivant les caractéristiques de fonctionnement et de contrôle des FMS. Elle consiste en quatre structures inter-reliées :

- La machine flexible unique (*Single flexible machine, SFM*) : est une machine à commande numérique (CN) avec changeur d'outils, système de transport et aire de stockage.
- La cellule flexible de production (*flexible manufacturing cell, FMC*) : est constituée d'un groupe de SFM reliées par un système unique de transport.
- Le système flexible de production à plusieurs machines (*multi-machine flexible manufacturing system, MMFMS*) est constitué de plusieurs SFM connectées par un système de transport capable de desservir plusieurs machines à la fois (transport multiple).
- Le système flexible de production à plusieurs cellules (*multi-cell flexible manufacturing system, MCFMS*) est constitué de plusieurs FMC et éventuellement de SFM connecté par un système de transport automatique.

Aussi, il définit un système de production flexible (FMS) comme étant un système capable de produire une grande variété de produits. Il est constitué d'un ensemble de machines à commande numérique, connectées par un système de transport automatisé, le tout commandé par ordinateur.

1.5. Les Cellules Flexibles et la Technologie de Groupe.

1.5.1. Introduction.

Les cellules de production flexibles, basées sur la technologie de groupe, ont un compromis intéressant entre les chaînes de production et les ateliers conventionnels.

La technologie de groupe a pour principe de rassembler les produits par familles ayant des gammes d'usinages similaires, permettant de les produire sur un ensemble de machines dédiées, appelées cellules. Ceci permet de diviser le système de production en un ensemble de cellules, chacune fabricant une famille de produits [Askin 93][Tanchoco 94].

Les cellules flexibles ne sont pas basées uniquement sur la technologie de groupe, mais d'autres alternatives, plus flexibles du point de vue de la commande, peuvent être considérées : les cellules virtuelles et les cellules fractales en sont des exemples [Tanchoco 94].

1.5.2. Avantages et inconvénients des cellules flexibles.

Les cellules flexibles présentent des caractéristiques intéressantes dans le domaine de la production à petits et moyens volumes. Comparées aux chaînes de production et aux ateliers conventionnels, pour un certain nombre de paramètres, elles présentent les avantages et inconvénients suivants :

- La flexibilité : Les cellules présentent une plus grande flexibilité que les chaînes de production (*flow line*), mais sont moins flexibles que les ateliers conventionnels (*flow shop*) [Askin 93][Tanchoco 94].
- Le système de Transport : Il est plus performant et plus simple par rapport à celui d'un atelier conventionnel, et à peine plus complexe que pour une chaîne de production [Tanchoco 94].
- Utilisation des machines : Le taux d'utilisation des machines dans les cellules flexibles est plus élevé que pour les ateliers conventionnels et moins important que dans les chaînes de production [Askin 93].
- Les en-cours : les en-cours, dans une cellule, sont comparable à ceux d'une chaîne de production et nettement plus faibles que ceux d'un atelier conventionnel [Askin 93][Tanchoco 94].
- Le temps de cycle : les temps de cycles sont beaucoup plus faibles que dans un atelier conventionnel et à peine plus élevés que pour une chaîne de production [Tanchoco 94].
- Coût de la production : Les produits fabriqués dans une cellule ont un coût à l'unité comparable à ceux d'une chaîne de production et très réduits par rapport à ceux d'un atelier conventionnel [Askin 93].

1.5.3. Types de cellules flexibles.

Il existe plusieurs types de cellules flexibles, Askin [Askin 93] les classe en 3 types :

- *Group technology flow lines* [Askin 93] : Elle est utilisée lorsque tous les produits fabriqués ont la même gamme d'usinage et nécessitent des temps d'usinages relativement similaire sur chaque machine. Ces cellules peuvent être assimilées à de petites chaînes de production.
- *Group technology cell* [Askin 93] : Elle est utilisée lorsque les gammes d'usinages des produits ne sont pas similaires, alors, les produits peuvent aller de n'importe quelle machine à n'importe quelle autre. En général, les machines sont placées proches les unes des autres.

- *Group technology center* : Dans ces cellules, les machines sont placées comme dans une configuration selon le traitement (*process layout*) mais chaque machine est dédiée à la fabrication d'une famille de produits.

Tanchoco [Tanchoco 94], présente aussi une classification en trois types :

- Les cellules orientées ligne (*line oriented cell*) : Ces cellules ont la particularité d'avoir des machines placées les unes à la suite des autres pour faciliter les déplacements des systèmes de transport qui peuvent être, par exemple, des convoyeurs en ligne, en U ou encore en boucle fermée. La configuration des systèmes de transport dépend de l'espace alloué à la cellule, de la liaison avec d'autres cellules... Contrairement au flow shop, les opérations ne se font pas nécessairement de la première vers la dernière machine. Au fait, l'auteur définit quatre mouvements possibles : la répétition (sur une même machine), le déplacement séquentiel (comme pour les flow shop), le contournement et le retour en arrière. Il précise, néanmoins, qu'il faut minimiser les retours en arrière pour améliorer le temps de production et diminuer les déplacements.
- Les cellules orientées réseau (*network oriented cell*) : Cette configuration permet de relier n'importe quelle machine à n'importe quelle autre, pourvu qu'il y est suffisamment de trafic entre les deux pour justifier une liaison. L'orientation réseau permet de minimiser les déplacements en évitant, notamment, les mouvements de contournement en créant des accès direct entre certaines machines. Dans le même type de cellule, l'auteur introduit la notion de technologie de groupe, mais à l'échelle des opérations : Dans les gammes d'usinage des produits, il peut exister des suites d'opérations communes à deux ou plusieurs produits, ces suites d'opérations, si suffisamment fréquentes peuvent être groupées en sous cellules où les produits correspondants, viendraient subir une partie de leurs gamme d'usinage.
- Les cellules virtuelles (*virtual cell*) : Les cellules virtuelles, introduites par McLean [Tanchoco 94], ne sont pas un ensemble fixe d'équipements mais une base de données et de procédés dans un contrôleur. Lorsque la demande d'un produit (ou d'un lot de produits) nécessite de grouper un certain nombre de stations de travail, un contrôleur de cellules virtuelles prend en charge le contrôle de ces stations de travail et permet la communication entre elles. Au moment de la création de la cellule, en se basant sur la gamme d'usinage, le contrôleur choisit les stations de travail nécessaires et conçoit un routage entre elles selon le système de transport disponible. La cellule virtuelle ainsi créée existera jusqu'à l'accomplissement de toute la

production demandée. Elle peut être mémorisée pour d'éventuelles commandes futures du même produit. Au cas où des perturbations apparaissent pendant la production, la cellule s'adapte au nouvel environnement en se réorganisant. Les cellules virtuelles, bien qu'elles ne soient pas utilisées dans l'industrie actuellement, pourront avoir de grandes applications à l'avenir. Après une étude approfondie, l'auteur précise que dans la plupart des cas, les cellules virtuelles ont des performances de 20% supérieures aux cellules basées sur la technologie de groupe.

1.7. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons abordé les spécifications des systèmes flexibles de production.

La première partie a été consacrée à une présentation des différents types de systèmes de production et quelques définitions de termes relatifs à ce domaine. Ensuite, nous avons décrit les principaux critères de performances des systèmes de production.

Il nous est apparu nécessaire de décrire le fonctionnement des éléments constituant les systèmes flexibles de production, à savoir, les stations de travail, les systèmes de transport et de manutention, les systèmes de stockage, et enfin, les systèmes de contrôle et de communications. Dans ce contexte, les structures fondamentales (centralisée, hiérarchisée, distribuée) des systèmes de contrôle ont été présentées.

Une attention particulière a été accordée au concept et aux définitions de la notion de flexibilité. Un état de l'art englobant, la nécessité de la flexibilité, ses classifications, les difficultés concernant la mesure et le choix des systèmes flexibles, physique et décisionnel, a été présenté.

Ensuite, ont été discutées différentes classifications des systèmes flexibles de production selon le type de décomposition du système physique, et selon la nature du flux des produits.

Enfin, nous nous sommes intéressés aux problèmes de la conception des cellules flexibles. Parmi les techniques utilisées dans la configuration du système physique, la technologie de groupe s'avère très intéressante. Deux types de classifications des cellules flexibles, basées principalement sur cette technique, ont été présentés. Nous avons, aussi, décrit les cellules virtuelles qui permettent de doter le système de plus de flexibilité,

Chapitre 2

Les Systèmes Automatisés de Stockage/ déstockage.

2.1. Introduction.

L'un des plus importants objectifs des systèmes flexibles de production (FMS) est de minimiser tous les facteurs provoquant des surcoûts, sans pour autant donner de valeurs ajoutées aux produits. Parmi ces facteurs, il y a le stockage. Pendant le stockage, le produit ne subit aucune transformation, et donc, n'acquiert aucune plus-value. En contrepartie, il consomme du temps et de l'argent. De ce fait, dans les systèmes flexibles de production, le meilleur stockage, c'est « *pas de stockage du tout* ». Il est évident que cette affirmation, bien que vraie, n'est pas, pour autant, réalisable. Le stockage reste nécessaire pour le bon fonctionnement des systèmes de production. Par exemple, sur une chaîne de montage, si une pièce, aussi petite et peu coûteuse soit elle, venait à manquer, elle pourrait paralyser la chaîne toute entière.

Le système de stockage, doit être, par conséquent, le plus petit possible (minimiser l'investissement initial, le nombre de produits stockés, les durées de stockage...). En même temps, il doit réagir très rapidement à une demande de stockage ou de déstockage, pour minimiser les temps d'attente au niveau de la production. Les systèmes automatisés de stockage/déstockage (*Automated Storage/Retrieval Systems, AS/RS*) sont une bonne alternative aux systèmes conventionnels de stockage pour atteindre les objectifs énoncés ci-dessus.

Les systèmes flexibles de production (FMS) peuvent changer rapidement de produits ou de séquences de production, sans perdre leurs productivités, à condition qu'il soit possible d'obtenir le bon produit, palette, support, ou outil, à la bonne place et au bon moment. Pour ce faire un système efficace pour leurs stockage/déstockage et transport est requis. Un système intégré composé d'un FMS d'un AGVS et d'un AS/RS permet une production très efficace de grandes variétés de produits en petites et moyennes quantités.

Les stations de travail composées principalement de machines à commande numérique sophistiquée, représentent un investissement très élevé, ce qui pousse à les maintenir autant que possible en opération pour augmenter au maximum leur rendement. Pour se faire, la matière première, les supports, les palettes, et les outils doivent être toujours disponibles. L'absence de l'un de ces éléments provoque une sous utilisation des stations de travail. Il faut donc prévoir un système efficace pour stocker tous ces éléments, et aussi, les mettre à la disposition des stations de travail lorsque nécessaires. L'AS/RS est capable d'assurer cette fonction.

Dans ce chapitre, nous présentons les définition, fonction, composition et utilité d'un système de stockage AS/RS à la section 2.2. Ensuite, à la section 2.3 nous définirons les différents types d'AS/RS. La section 2.4 sera consacrée à la conception des AS/RS et la section 2.5 aux différentes méthodologies de stockage. La section 2.6 traitera des différentes composantes des aires de stockage ainsi que leurs dispositions. Enfin à la section 2.7, un état de l'art détaillé sur les AS/RS sera présenté.

2.2. Définition, fonction, composition et utilité d'un système de stockage AS/RS

2.2.1. Définition :

Selon le *Material Handling Institute*, un système automatisé de stockage déstockage est défini comme : Une combinaison d'équipements et de systèmes de contrôle qui prend en charge, stocke et déstocke, des produits avec précision, exactitude et célérité sous un certain degré d'automatisation.

2.2.2. Fonction :

Un système automatisé de stockage/déstockage (AS/RS) a pour fonction de recevoir, identifier, classer, mettre en stock, déstocker, emballer..., des produits. Il sert aussi à emmagasiner les produits en cours de production, la matière première, les pièces détachées, les palettes, les supports, les outils, les produits à retravailler...

En règle générale, un AS/RS, quelque soit son type, peut réaliser, sans intervention humaine, les opérations suivantes :

- déstockage d'un article (produit, outil, palette...) d'un emplacement de stockage,
- transport de cet article vers un point de livraison,
- stockage d'un article, dans un emplacement prédéterminé, à partir d'un point de dépôt.

Toutes ces opérations sont contrôlées à l'aide d'un système à base de PLC ou micro-ordinateurs avec des logiciels adéquats.

2.2.3 Composition :

Un système automatisé de stockage/déstockage est composé :

- d'une série d'allées avec des étagères de stockage de part et d'autre,
- de machines de stockage/déstockage, en général une par allée,
- de points d'entrées/sorties,
- d'un système de contrôle orchestrant le tout.

2.2.4. Terminologie :

- Casier : le casier est l'unité de stockage de base. C'est l'espace tridimensionnel nécessaire au stockage d'une charge unique ou d'un ensemble de charges.
- Baie : c'est la colonne formée de l'ensemble de casiers allant du sol au plafond.
- Rangée : c'est l'ensemble de casiers formés par des baies placées les une à la suite des autres.
- Etagère : c'est la structure formant une rangée. C'est en général une structure d'acier, conçue pour supporter la totalité des charges placées dans chaque casier.
- Allée : l'allée est l'espace entre deux rangées où circule la machine de stockage/déstockage.
- Machine S/R : la machine de stockage/déstockage (*Storage/Retrieval machine, S/R machine*) est une structure mobile servant à stocker/déstocker les produits. C'est en général un portique en forme de rectangle creux, les cotés horizontaux glissent sur des rails fixées le long des allées (l'un au sol, l'autre au plafond). Tandis que sur les côtés verticaux coulissent un plateau glissant à deux degrés de liberté (linéaires, vertical et horizontal perpendiculaire à l'allée) permettant de charger et décharger les palettes.
- Module de stockage : ce sont des palettes ou des containers de formes standardisées pouvant être placés dans les casiers, chargés par les machines S/R et déchargés dans les stations de dépôt/livraison. Les containers peuvent être des paniers en fil de fer, des plateaux, des bacs, des boîtes de carton ou plastique...

- Station P/D : la station de dépôt/livraison (*Pickup/Deposit station, P/D station*), est aussi appelée station d'entrée/sortie. C'est le point par où transitent tous les produits entrant ou sortant du système. C'est aussi, l'interface entre la machine S/R et le système de transfert externe à l'AS/RS. En général les stations P/D sont formées de convoyeurs à accumulation.

2.2.5 Utilité :

Quelles raisons peut avoir une entreprise pour choisir un AS/RS ? Elles sont nombreuses, nous pouvons citer :

- Diminution de l'espace requis : un AS/RS peut diminuer grandement l'espace nécessaire au stockage. La place ainsi récupérée peut être utilisée pour augmenter la production.
- Augmentation de la capacité : pour le même espace, un AS/RS augmente considérablement la capacité de stockage. Une entreprise, dont le système de stockage est saturé, peut, en choisissant un AS/RS, accroître sa capacité de stockage, sans investir dans de nouveaux locaux.
- Gestion et un contrôle des stocks améliorés : à n'importe quel instant, le système de contrôle de l'AS/RS peut donner avec précision les quantités types et qualités, des produits, présents en stock, celles délivrées dans l'heure, la journée, la semaine...
- Ordonnancement de production amélioré : grâce à une meilleure connaissance et à un contrôle plus précis des en-cours, l'ordonnancement de la production peut être mieux optimisé.
- Réduction des temps de réponse : les systèmes AS/RS possèdent des temps de réponse très réduits, pour localiser, stocker ou déstocker des articles, par rapport aux systèmes classiques de stockage.
- Réduction des stocks : due à une meilleure gestion et contrôle des stocks, et à des temps de réponse réduits, il est possible de réduire, la quantité de produits en stock.
- Réduction des risques de rupture de stocks : grâce à une meilleure gestion des stocks, qui peut se faire en temps réel. Les ruptures de stocks sont pratiquement inexistantes, ou de très faibles durées lorsqu'elles sont inévitables.
- Réduction de la main d'œuvre : l'automatisation de la majorité des opérations dans les AS/RS permet de diminuer l'intervention humaine, que ce soit dans l'administration ou l'exécution.

- Réduction des détériorations : l'automatisation permet la diminution des risques de casse des produits.
- Diminution des coûts de fonctionnement : étant donné le haut degré d'automatisation, les coûts de fonctionnement sont réduits au maximum (réduction du personnel, de la lumière, du chauffage...).
- Augmentation du rendement dans la production : grâce à l'augmentation de la productivité des stations de travail, les AS/RS permettent d'augmenter le rendement du système de production.
- Augmentation de la sécurité : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, la sécurité est grandement améliorée.
- Réduction des vols : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, le vol de produits par le personnel, ou autres, est très réduit.
- Grande flexibilité de fonctionnement : les AS/RS peuvent s'accommoder d'une grande variété d'articles à stocker. De plus ils sont facilement interfaçables avec des systèmes comme les AGVS, les FMS, les systèmes d'inspection...
- Production juste à temps (JIT) : les AS/RS permettent d'avoir le bon produit, outils, palette et support au bon endroit au bon moment grâce aux points cités ci-dessus. Ceci permet de contribuer amplement à la réalisation de la production juste à temps.

2.2.6. Inconvénients

Les AS/RS peuvent offrir beaucoup d'intérêts, comme nous l'avons noté précédemment, mais, d'un autre côté, ils présentent quelques inconvénients dont les plus importants sont :

- Les AS/RS, une fois installés sont très difficiles à modifier.
- L'investissement initial est très élevé. Par exemple, pour un AS/RS de 10000 casiers, 5 machines S/R et un convoyeur de 60m, l'investissement initial varie entre 2 et 3 millions de Dollars US [Maleki 91].

2.3. Types d'AS/RS.

Il existe différents types d'AS/RS. Leur classification est basée sur leurs structures et leurs applications. Nous pouvons citer, parmi les plus importantes :

- les AS/RS à charge unitaire,
- les AS/RS multi allées,
- les AS/RS à racks glissants (ou racks mobiles).
- les AS/RS à mini charge,
- les AS/RS à carrousel,
- les AS/RS à personne embarquée,
- les AS/RS à étagères profondes,
- les AS/RS à convoyeur gravitationnel,

2.3.1. Les AS/RS à charge unitaire

Les AS/RS à charge unitaire sont utilisés pour stocker des charges palettisées ou en container standard. Les charges sont en général supérieures à 250 kg par unité. En général, le système est commandé par ordinateur. Il est équipé d'une machine de stockage/déstockage, appelée machine S/R, conçue pour traiter des containers ou palettes à charge unitaire. Chaque machine est placée sur des rails fixés au sol. La machine S/R est composée d'un cadre sur lequel coulisse, verticalement, un plateau, qui sert à transporter les charges. Ce plateau peut se déplacer horizontalement à la perpendiculaire du cadre. De ce fait, il peut charger/décharger les produits dans les casiers, ainsi qu'au niveau de la station de dépôt/livraison. Plusieurs types de mécanismes de support de la charge sont possibles :

- Le système à plateau coulissant : c'est le même principe que le transpalette.
- Le système à ventouse : la charge est accrochée en créant un vide dans des ventouses.
- Le système à aimant : approprié pour les produits en fer et acier.

Les machines S/R peuvent avoir des hauteurs de 6m à 40m et supportant des charges de 50kg à 5tonnes [Singh 96].

2.3.2. Les AS/RS multi allées

Les AS/RS multi allées sont une variation des AS/RS à charge unitaire. Leurs machines S/R capables de circuler sur deux axes horizontaux, peuvent servir plusieurs allées à la fois. Leur topologie est identique à celle des AS/RS à charge unitaire. Toutefois une allée commune reliant toutes les allées de service est aménagée pour permettre à la machine S/R de circuler. Une description plus détaillée de ce système sera présentée au chapitre 5.

2.3.4. Les AS/RS à racks glissants (racks mobiles [Kulwiec 85])

Les AS/RS à racks glissants sont une variation des AS/RS multi-allées. La particularité de ces systèmes est que les allées de service n'apparaissent que lorsqu'une opération de stockage ou déstockage est prévue dans les racks correspondants. Les racks formant le système glissent latéralement sur des rails de telle sorte que l'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens. Au repos, il existe une seule allée de service, celle-ci pouvant « se déplacer » entre n'importe quel deux racks mitoyens (en vérité ce n'est pas l'allée qui se déplace mais les racks).

2.3.5. Les AS/RS à mini charge

Les AS/RS à mini charge sont utilisés pour stocker de petites charges, tel que les pièces détachées, les outils,... Dans chaque casier, il y a un container où sont stockés un ensemble de produits identiques ou non. En cas de stockage/déstockage, c'est le container en entier qui est déplacé vers un opérateur qui va procéder à la sélection des produits à déstocker ou à stocker (l'opérateur peut être une personne ou un robot). Le système convient très bien aux utilisations où l'espace imparti est faible, et où le volume de stockage/déstockage n'est ni assez élevé pour l'installation d'un AS/RS à charge unitaire, ni assez faible pour l'utilisation d'un stockage manuel. Ce système, nécessitant un investissement relativement faible, et présentant la possibilité de traiter de petites charges, est très utilisé dans l'industrie.

2.3.6. Les AS/RS à carrousel

Les carrousels sont une bonne alternative aux systèmes à mini charge [Tompkins 84]. Dans ces systèmes, ce sont les casiers qui se déplacent vers l'extrémité du rack ou un opérateur (personne ou robot) stocke/déstocke les produits. Le système consiste en un ensemble de casiers montés en carrousel et se déplaçant horizontalement vers une extrémité du rack où l'opération de stockage/déstockage sera réalisée.

2.3.7. Les AS/RS à personne embarquée

Les AS/RS à personne embarquée sont des systèmes permettant de stocker plusieurs petits produits dans chaque casier. Une personne montée sur une plate-forme mobile, choisit dans chaque casier les produits à déstocker, ainsi qu'elle emmagasine, dans le casier adéquat, les produits à stocker. Ce système permet de stocker/déstocker plusieurs produits en une seule opération. Ce qui permet de réduire les temps de stockage/déstockage. L'opérateur, après les avoir déstockés, charge les produits sur la machine S/R qui les transporte vers la station de dépôt/livraison. La plate-forme, sur laquelle se trouve l'opérateur,

peut contenir des systèmes automatiques de levage, pour charger/décharger les produits lourds.

2.3.8. Les AS/RS à étagères profondes

Les AS/RS à étagères profondes est une variation de l'AS/RS à charge unitaire. La différence, est que dans les AS/RS à étagère profonde, plusieurs charges unitaires peuvent être stockées dans le même casier l'une après l'autre. Jusqu'à 10 charges peuvent être ainsi stockées dans le même casier, et donc, possédant la même adresse. Ceci permet une grande densité de stockage et une utilisation de l'espace maximum. Au niveau de chaque casier, les produits peuvent se déplacer horizontalement. Ils sont stockés d'un côté du casier et déstockés de l'autre côté. Ce déplacement est possible grâce à un plateau mobile qui se déplace de la machine S/R à l'entrée du casier. La machine S/R est identique à celle d'un AS/RS à charge unitaire avec en plus des fonctions spécifiques pour lui permettre le contrôle des plateaux mobiles.

2.3.9. Les AS/RS à convoyeur gravitationnel

Ce système est une variation des AS/RS à étagères profondes. Il est conçu pour stocker soit des produits individuels, soit des charges en palettes ou container. Le système consiste en un ensemble de casiers profonds équipés, chacun, d'un convoyeur gravitationnel, aux extrémités desquels se trouvent deux machines S/R. Le stockage se réalise sur un ensemble de convoyeurs gravitationnels accessibles aux deux extrémités. Le chargement se fait sur une face et le déchargement se fait sur l'autre face. Les deux machines S/R sont reliées par un convoyeur gravitationnel de re-stockage incliné en sens inverse. Ceci permet, lorsqu'on désire déstocker un produit se trouvant au milieu d'un casier, de sortir les produits qui le précèdent, de les mettre sur le convoyeur gravitationnel, puis de les re-stocker par l'autre face grâce à l'autre machine S/R. Dans ce cas et en considérant une seule étagère, une machine S/R sera spécialisée dans le stockage et l'autre dans le déstockage. Une description détaillée de ce système sera présentée au chapitre 3.

2.4. Conception d'un AS/RS

Pour la conception d'un AS/RS, un certain nombre de paramètres doivent être pris en compte. Ces paramètres dépendent de l'utilisation de l'AS/RS. Le *Material Handling System Institute* [MHI 77] ainsi que Bozer et White [Bozer 80] dressent une liste de ces paramètres. Nous présentons, ici, les plus importants :

- Dimensions de la charge : largeur, hauteur, profondeur, poids,
- Dimensions du casier : largeur, hauteur, profondeur,

- Nombre total de casiers
- Structure de l'étagère : charge utile, charge admissible,...
- Rendement : le nombre de stockage/déstockage par unité de temps
- Nombre de machine S/R, d'allée, d'étagères,...
- Durée de cycle : cycle simple, cycle double, cycle multi-adresses,...
- Taux d'utilisation des machines.

En concevant un AS/RS, deux principes fondamentaux doivent être considérés [White 82]. Le premier est l'utilisation d'un facteur de sécurité de 85%. C'est-à-dire que l'AS/RS doit fonctionner, au maximum, à 85% de ses capacités maximales. Le second est qu'il n'existe pas de règles générales pour la conception d'un AS/RS. Il faut considérer chaque cas comme un problème unique.

2.5. Méthodologies de stockage

Les systèmes de stockage peuvent être soit dédiés soit ouverts. Dans les systèmes dédiés, chaque produit possède sa propre aire de stockage. Dans les systèmes ouverts, le stockage des produits se fait de manière aléatoire, dans ce cas, un système de commande élaboré doit mémoriser les emplacements des différents produits, pour pouvoir les récupérer, ainsi que les emplacements libres.

2.5.1. Stockage dédié

Dans le stockage dédié, l'espace de stockage est partagé en blocs, chacun est utilisé pour stocker un produit déterminé. Cette méthode de stockage présente des avantages et des inconvénients. Les principaux avantages sont :

- Chaque produit ayant une aire de stockage prédéterminée, le contrôle du système est grandement simplifié.
- La gestion des stocks est simplifiée : la quantité de chaque produit peut être contrôlée visuellement.
- Chaque aire de stockage peut être conçue pour le stockage du produit correspondant (casiers de taille variables, allées plus ou moins larges,...).

Les principaux inconvénients sont :

- L'espace de stockage est augmenté parce qu'il faut donner suffisamment d'espace pour les stocks maximum de chaque produit. La somme des stocks maximum de chaque produit étant supérieure au stock maximum de tous les

produits. Puisque les stocks maxima pour chaque produit sont de l'ordre du double des stocks moyens, le taux de remplissage du système de stockage sera relativement bas.

- Le système est difficilement modifiable : l'ajout de nouveaux produits non prévus à l'origine est très complexe.

2.5.2. Stockage aléatoire ouvert

Contrairement au stockage dédié, dans le stockage aléatoire, n'importe quel produit peut être stocké dans n'importe quel casier. Un système de contrôle élaboré garde en mémoire les adresses de chaque type de produit. Le stockage aléatoire a pour principal avantage d'utiliser beaucoup moins d'espace que le stockage dédié. L'espace total de stockage devant être équivalent au stock maximum de tous les produits. Ceci permet une réduction importante d'espace. Askin et Standridge [Askin 93] présente un exemple de stockage aléatoire où le gain d'espace par rapport au stockage dédié est de l'ordre de 40%. Cependant, les systèmes de stockages aléatoires nécessitent un contrôle très élaboré.

2.5.3. Stockage aléatoire par classe.

Le stockage aléatoire permet de réduire l'espace de stockage par rapport au stockage dédié. Le stockage par classe s'attaque au temps de cycle. Des réductions du temps de cycle peuvent atteindre 40% [Askin 93]. Les produits dans un AS/RS ne restent pas stockés la même durée. Si les produits qui restent stockés peu de temps sont placés près de la station de livraison et les produits qui restent plus longtemps sont placés loin de la station, le rendement du système peut être grandement amélioré. Le stockage par classe subdivise les casiers en classes par rapport à leurs distances du point de livraison. Les casiers les plus proches formant la première classe, les plus loin formant la dernière. Les produits à stocker sont aussi classés suivant le temps qu'ils vont passer dans le système. Ceux qui restent le moins longtemps seront stockés dans la première classe et ceux qui restent le plus longtemps dans la dernière.

2.6. Disposition de l'aire de stockage.

La disposition de l'aire de stockage est primordiale quant au but de minimiser les coûts et temps de stockage/déstockage. Une disposition mal conçue entraînerait de grandes pertes à l'investissement et au fonctionnement.

2.6.1. Le Bâtiment :

La forme du bâtiment dépend du type de système AS/RS qu'il doit abriter. Pour que l'espace soit utilisé au maximum, une forme parallélogramme paraît être la plus appropriée pour un AS/RS classique.

2.6.2. Les Allées :

La longueur et la position des allées influent sur le temps de réponse du système de stockage. Des allées plus longues nécessitent des temps moyens de stockage/déstockage plus importants que des allées plus courtes.

2.6.3. Les étagères :

La hauteur, la profondeur, le type d'étagères influent sur les performances globales du système. Il existe plusieurs types d'étagères :

- Les étagères à charge multiples : les casiers ont une profondeur tel qu'ils peuvent stocker plusieurs produits de même type, la règle de stockage sera LIFO (dernier entré, premier sorti).
- Les étagères pour mini et micro charges :
- Les étagères à convoyeur gravitationnel : Chaque casier d'une profondeur importante est pourvu d'un convoyeur gravitationnel. Le casier est accessible, des deux cotés, par deux machines S/R l'une pour le stockage, l'autre pour le déstockage. La règle de stockage déstockage est, ici, FIFO (Premier entré, premier sorti).

2.7. Etat de l'art

La simulation est souvent utilisée pour l'étude des systèmes de stockage. Le rendement ainsi que le taux de charge des AS/RS sous différentes règles de fonctionnement, en supposant la configuration du système connue, fut étudié en utilisant la simulation par Barrett [Barrett 77], Sand [Sand 76] et Schwarz *et al.* [Schwarz 78]. Koenig [Koenig 80] rechercha les configurations optimales d'AS/RS sachant que certaines grandeurs de conception sont connues. Rao et Wang [Rao 91] ont étudié les performances d'un AS/RS fonctionnant sous plusieurs lois de contrôle. L'étude fut réalisée en deux phases : dans la première, l'efficacité de ces lois de contrôle fut vérifiée pour les différentes composantes du système, dans la seconde, l'impact de ces lois sur les performances globales de l'AS/RS a été investigué. La simulation multi-passe fut utilisée sous le langage SIMAN. Mansuri [Mansuri 91] développa un modèle par simulation capable d'analyser et d'évaluer un type de stockage. Le stockage aléatoire, dédié et une combinaison des deux furent explorés. Leurs avantages et inconvénients ont été mis en valeur. West [West 93] a développé un modèle de simulation pour aider à la sélection de systèmes de manutention. Le langage ProModel fut sélectionné pour la simulation du modèle de l'AS/RS après qu'une évaluation des langages SIMAN, ProModel et WITNESS se soit faite. Randhawa et Shroff [Randhawa 95] ont simulé, en utilisant SIMAN, six différentes configurations d'AS/RS à charge unitaire combinées à trois règles d'ordonnement. Les résultats ont été comparés selon différents critères, le taux de charge de l'AS/RS étant le principal. Lee *et al.* [Lee 96b] ont utilisé

ARENA 1.1 pour simuler un AS/RS à allées étroites. Le modèle de simulation développé, est utilisé pour examiner la logique de fonctionnement du système. Ce qui permet de déterminer le nombre optimal de machines de stockage/déstockage pour un rendement maximal. Eben-Chaime et Pliskin [Eben-Chaime 96] ont développé un modèle de simulation intégrant l'AS/RS dans son environnement global. Ils ont considéré trois types de fonctionnement : simple cycle, double cycle et fonctionnement hybride. Les résultats ont montré que sous le fonctionnement en double cycle, le système peut devenir instable. Le fonctionnement hybride étant donc la meilleure alternative. Kulturel *et al.* [Kulturel 99] ont simulé un AS/RS sous des règles de stockage partagé. Le temps de cycle est utilisé comme principale mesure de performance. La sensibilité du système à la variété de produits, au temps de réapprovisionnement, au taux de demande est examinée. Van Den Berg et Gademann [Van Den Berg 00] ont présenté une étude en simulation d'un AS/RS. Cette étude considère une grande variété de règles de contrôle et de règles d'attribution des emplacements de stockage. Pour le stockage à classes, un nouvel algorithme, permettant de jouer entre l'espace de stockage nécessaire et le temps de transport, a été utilisé.

Le contrôle des AS/RS a suscité un certain intérêt des chercheurs. Linn et Wysk [Linn 90 a et b] ont développé un système expert pour le contrôle d'un AS/RS. Le système de contrôle utilise la structure hiérarchisée en subdivisant le contrôle de l'AS/RS en trois niveaux : contrôle stratégique, tactique et de process. La simulation multipass est utilisée pour adapter les stratégies de contrôle aux variations du système. Les stratégies de contrôle incluent aussi bien le contrôle à long terme que le contrôle à court terme. Wang et Yih [Wang 97] ont développé un système de contrôle automatisé pour AS/RS basé sur les réseaux de neurones. Le système de contrôle est capable de supporter des variations dans la configuration de l'AS/RS ainsi que différentes exigences dans les performances. Les réseaux de neurones artificiels sont utilisés pour l'apprentissage du contrôle. Les entrées de ces réseaux sont la configuration du système et les performances exigés tandis que les sorties sont les stratégies de contrôle.

Certains auteurs ont considéré l'aspect coût des AS/RS. Bozer et White [Bozer 80] ont développé une méthodologie de conception basée sur des techniques analytiques. Ceci a été réalisé en utilisant le modèle de coût de Zollinger [Zollinger 75]. Karaswa *et al.* [Karaswa 80] ont développé un modèle du coût d'AS/RS où seulement le simple cycle fut considéré. La fonction de coût générale englobe des termes pour les racks, les machines S/R, le bâtiment et la charge. Le problème de programmation non linéaire ainsi obtenu fut résolu en utilisant les multiplicateurs de Lagrange. L'entier naturel le plus proche de la solution étant choisi. Dessouky et Wilson [Dessouky 91] ont considéré la réduction des coûts de production dans un système robotisé

d'assemblage intégré à un AS/RS. Les coûts de production sont composés des coûts d'investissements et d'inventaires. Ces derniers dépendent des règles d'ordonnancement d'assemblage ainsi que de la politique de stockage de l'AS/RS.

Le fonctionnement des AS/RS comme composante de plus grands systèmes fut aussi étudié. Gagnon et Sheu [**Gagnon 93**] ont présenté un modèle permettant de déterminer les meilleures stratégies à long terme pour l'acquisition de technologies avancées comme les AS/RS, la CAD, les CIM... Zachary et Richman [**Zachary 93**] démontra que la gestion des opérations est basée sur trois fondements : TQM (*Total Quality Management*), JIT (*Just In Time*) et CIM (*Computer integrated Manufacturing*). Dans ce dernier ils incluent les FMS, les AS/RS, les AGV... Rees [**Rees 94**] décrit l'utilisation de deux AS/RS à Air Canada. Ces systèmes permirent une grande réduction de l'espace utilisé ainsi qu'une augmentation de la productivité et un inventaire plus précis. Simms [**Simms 95**] examina le rôle que peuvent jouer les AS/RS dans l'augmentation du rendement des systèmes de production. Knutton [**Knutton 95**] suggéra les avantages de l'utilisation des AS/RS dans le stockage de produits finis. Il montra que ces AS/RS font plus qu'augmenter la vitesse ou la productivité. Erevelles et Aithal [**Erevelles 96**] présenta l'intégration d'une AS/RS dans un environnement CIM contrôlé par une MRP. Qureshi [**Qureshi 00**] montra le rôle important que prennent les AS/RS dans l'industrie et les services en concordance avec le marché actuel.

Le stockage à classes a trouvé un certain intérêt. Rosenblatt et Eynan [**Rosenblatt 89**] ont déterminé les limites optimales des régions de stockage basées sur les classes. La procédure de résolution du problème est basée sur une recherche à une seule dimension. Les auteurs montrent que le maximum de réduction dans les temps de transport est obtenu lorsque l'AS/RS contient relativement peu de régions de stockage. Ces mêmes auteurs [**Eynan 94**] ont présenté une procédure de partition d'une aire de stockage en classes. Trois types de classes sont considérés, et leurs temps de cycle correspondants sont modélisés. Ils ont montré que les meilleures performances sont obtenues avec un petit nombre de classes. Kouvelis et Papanicolaou [**Kouvelis 95**] ont considéré un AS/RS rectangulaire en temps à deux classes. Ils ont développé des relations explicites pour les limites optimales des régions ainsi que pour le temps de transport du simple cycle pour des racks optimisés.

Plusieurs exemples d'AS/RS utilisés dans l'industrie sont illustrés dans la littérature. Anon [**Anon 91**] présenta le cas de Goetz and Son qui pour éviter l'investissement dans un nouveau bâtiment d'une valeur de 2,5 millions de dollars US, décida d'agrandir ses installations verticalement en se basant sur le concept de la construction de FMS autour de l'AS/RS. La firme réussit à pratiquement éliminer la manutention des produits tout en augmentant ses capacités de production sans augmenter sa main d'œuvre. Fitzgerald

[**Fitzgerald 91**] présenta le cas de Associated Newspapers qui aménageant dans une nouvelle structure d'une valeur de 150 millions de livres sterling, se sont équipés des meilleures technologies du moment y compris des AS/RS. Sprow [**Sprow 91**] tenta de répondre aux questions qui se posent sur l'utilité d'un AS/RS dans un FMS de construction métallique tout en présentant les avantages que peut procurer un AS/RS à un tel système. Marcoux [**Marcoux 92**] décriva l'installation et l'utilisation d'un AS/RS dans une usine à papier. Kellock [**Kellock 94**] rapporta la décision prise par F G Wilson d'introduire l'utilisation d'un système automatisé de manutention et de stockage/déstockage (AS/RS) pour l'augmentation de la production au lieu d'investir dans une nouvelle machine. Il fut constaté que seulement 30% du temps de la machine était utilisé avant l'introduction de l'AS/RS. Lundesjö [**Lundesjö 96**] corrigea l'idée préconçue que les AS/RS sont inflexibles. Il montra que les AS/RS peuvent être installés graduellement. Il illustra son étude par la présentation des installations d'une usine de Volvo en suède.

La conception des AS/RS a intéressé beaucoup de chercheurs. Allen [**Allen 92**] résuma les critères de sélection des systèmes d'AS/RS, il présenta plusieurs types dont les carrousels horizontaux et verticaux, les racks verticaux... Rosenblatt *et al.* [**Rosenblatt 93**] ont considéré deux aspects des AS/RS jusque là étudiés séparément ; l'optimisation du coût et le comportement dynamique du système. A l'aide d'un heuristique d'optimisation/simulation, ils ont déterminé les paramètres de conception nécessaire à un certain niveau de performance. Sung et Han [**Sung 93**] ont déterminé la taille des buffers nécessaire à l'alimentation d'un système de production à partir d'un AS/RS, tout en minimisant les coûts de manutention et de pertes de production. Derks [**Derks 93**] montra que l'approche holistique dans la conception des systèmes est beaucoup plus performante que l'approche réductionniste conventionnelle. Pour illustrer son étude, il considéra la conception et réalisation d'un AS/RS en suivant les étapes essentielles dans la construction des systèmes et la notion de hiérarchie dans les objectifs. Fohn *et al* [**Fohn 94**] ont utilisé la conception d'un AS/RS pour illustrer l'utilisation d'une puissante approche de modélisation basée sur l'engineering concurrent. Trevino *et al* [**Trevino 95**] ont développé une procédure de conception des AS/RS à carrousel. Cette procédure est basée sur trois étapes : satisfaire la capacité de stockage, les contraintes d'espace et le rendement tout en minimisant le coût. Lee et Lee [**Lee 00**] ont proposé un AS/RS à cellule modulable. Ils ont démontré l'intérêt du système à travers des exemples numériques. Ils ont remarqué qu'un tel système est plus flexible par rapport à la taille des produits tout en ayant une meilleure utilisation de l'espace. Malmborg [**Malmborg 00**] considéra la conception et modélisation d'AS/RS à double navette. Il détermina la distribution de la probabilité de l'état de la queue de transactions de stockage et déstockage en utilisant des valeurs estimées des temps de cycles. Ce même auteur [**Malmborg 01**] présenta une

nouvelle règle d'évaluation de la configuration des racks pour AS/RS. Cette nouvelle règle permet d'éviter de faire deux hypothèses nécessaires pour les règles précédentes : la proportion de simple et double cycle ainsi que la capacité de stockage lorsque le stockage aléatoire est considéré par rapport au stockage dédié. Dans un autre travail [Malmborg 01], il étudia un AS/RS à véhicules autonomes. Il présenta des outils de conception analytiques basés sur les caractéristiques du système pour la modélisation des performances liées aux attributs clés du système tels que la capacité de stockage, la configuration du rack et le nombre de véhicules.

Le problème de la position du point de repos de la machine de stockage déstockage (machine S/R) a été largement étudié. Bozer et White [Bozer 84] ont suggéré plusieurs règles statiques de positionnement du point de repos, mais ils n'ont fourni aucune comparaison quantitative de leurs performances. Egbelu [Egbelu 91] étudia le problème de positionnement du point de repos de la machine S/R en utilisant la programmation linéaire. Il développa des formulations pour minimiser le temps de cycle moyen et maximum. Egbelu et Wu [Egbelu 93] ont utilisé la simulation pour faire une étude comparative de six règles de positionnement du point de repos de la machine S/R. Quatre de ces règles ont été développées par Bozer et White [Bozer 84], les deux autres étant celles présentées par Egbelu [Egbelu 91]. Hwang et Lim [Hwang 93] utilisèrent les règles développées par Egbelu [Egbelu 91] et les transformèrent en un problème de positionnement unique en utilisant les distances de Tchebyshev pour la première règle et le minimax de Tchebyshev pour la seconde. Peters *et al.* [Peters 96] ont proposé des solutions analytiques au problème de positionnement du point de repos de la machine S/R. Après une synthèse de la littérature dans le domaine, plusieurs modèles des points de dépôt/livraison sont proposés. Ensuite une approximation continue du rack est utilisée pour développer des modèles analytiques du point de repos. Des développements de ces modèles sont réalisés pour inclure des configurations à plusieurs points de dépôt/ livraison. Chang et Egbelu ont développé deux algorithmes pour la détermination du point de repos optimal d'une machine S/R desservant un AS/RS multi-allées. Le premier algorithme [Chang 97 a] permet de déterminer le point de repos optimal en vue de minimiser le temps de cycle maximum de la prochaine opération de stockage ou déstockage. Le second algorithme [Chang 97 b] permet de déterminer le point de repos optimal en vue de minimiser le temps de cycle moyen sur l'ensemble des opérations de stockage/déstockage. Park [Park 01] proposa une stratégie de détermination du point de repos optimal pour des racks à distribution non uniforme. Il présenta des relations analytiques basées sur la probabilité que la prochaine opération soit un stockage ou un déstockage. Différents chemins pour revenir au point de repos après une opération ont été étudiés pour un fonctionnement efficace de la machine S/R.

Les problèmes d'ordonnancement des ordres de stockage ou de déstockage, d'attribution d'emplacement de stockage et de choix d'ordre de stockage et de déstockage pour le double cycle ont trouvé un écho très favorable de la part des chercheurs. Les travaux dans ces domaines sont très nombreux. Houshyar et McGinnis [**Houshyar 90**] ont considéré le problème d'attribution de machines à des emplacements le long d'une ligne afin d'optimiser le flux de matériel. Ils développèrent une heuristique basée sur le principe d'attribution quadratique qui a donné de bons résultats. Hackman et Rosenblatt [**Hackman 90**] ont développé une heuristique permettant de déterminer les types et quantités de produits à stocker dans un AS/RS lorsque la capacité de celui-ci est inférieure à la quantité de produits à stocker. Des essais précédant et succédant l'implémentation de l'heuristique ont été réalisés afin de vérifier l'optimalité de cette heuristique. Jaikumar et Solomon [**Jaikumar 90**] ont considéré la réattribution optimale des palettes dans un AS/RS à taux de stockage/destockage très variable. White [**White 90**] présenta un état de l'art des pratiques de l'ordonnancement dans les systèmes de production équipés de technologies modernes tel que les AS/RS, les FMS, les CIM... Il examina sept paradigmes d'ordonnancement qu'il estima être les plus importants et/ou prometteurs. Randhawa *et al.* [**Randhawa 91**] déterminèrent l'effet du nombre de stations de dépôt./livraison sous différentes règles d'ordonnancement. Les critères d'évaluation des performances ont été le rendement ainsi que le temps moyen et maximum d'attente. Eben-Chaime [**Eben-Chaime 92**] démontra l'effet négatif du séquençement par blocks sur le temps d'attente et la longueur des files d'attentes dans un environnement non déterministe. Il proposa comme solution au problème, la règle d'affectation du voisin le plus proche. Lee [**Lee 92**] considéra le problème d'attribution d'espace de stockage dédié de sorte que le temps total de cycle est minimisé dans un AS/RS à personne à bord. Une heuristique pour la disposition des espaces de stockage est développée basée sur la technologie de groupe. Dans les AS/RS à personne à bord, des ordres de déstockage récurrents sont fréquents, van Oudheusden et Zhu [**van Oudheusden 92**] proposèrent une approche directe pour la conception des racks de stockage lorsque ces ordres récurrents représentent un grand pourcentage de fonctionnement. La méthodologie présentée utilise le triage des ordres ainsi que des algorithmes similaires à celui du vendeur de commerce. Le double cycle est composé d'un temps de stockage, d'un temps de déstockage et d'un temps inter-emplacement. Eynan et Rosenblatt [**Eynan 93**] ont appliqué la règle du plus proche voisin à un AS/RS à classes dans le but de réduire ce temps inter-emplacements. Koenigsberg [**Koenigsberg 93**] présenta les similarités et les différences dans les modèles des serveurs de chaînes appliqués à différents systèmes tels que les systèmes de production et d'assemblage les AS/RS ainsi que les réseaux d'ordinateurs et de communications. Kim [**Kim 93**] développa une heuristique permettant la détermination des espaces et positions de

stockage dans un AS/RS à mini charge. L'heuristique est basée sur la réduction des coûts de stockage et de manutention. Elsayed *et al.* [Elsayed 93] exposèrent le problème de séquençement et de mise en lot pour minimiser les pénalités de retard lorsque les ordres de déstockage doivent être satisfaits à dates précises. Linn et Xie [Linn 93] investiga l'effet des règles de séquençement sur les performances d'un AS/RS utilisé comme valve pour une ligne d'assemblage utilisant le juste à temps (JIT). Sarker *et al.* [Sarker 94] présenta les avantages d'une meilleure technique d'ordonnancement pour le AS/RS à double navette, cette technique étant basée sur le modèle de stockage à classes. Le modèle considéré présente une grande réduction dans les temps de transport par rapport au modèle du plus proche voisin. Lee et Kim [Lee 95] ont considéré l'ordonnancement des ordres de stockage/déstockage dans un AS/RS à charge unitaire sous un environnement juste à temps (JIT). Le but était de minimiser les pénalités d'avance ou de retard. Quatre heuristiques ont été proposées basées sur deux étapes, la constitution des doubles cycles puis leur ordonnancement optimisé. Une solution optimale du problème fut proposée en utilisant la programmation en nombres entiers. Muralidharan *et al.* [Muralidharan 95] proposèrent une heuristique combinant le stockage aléatoire et à classes. Ils ont montré que cette approche réduit considérablement le temps d'attente et de service. Bozer et White [Bozer 96] ont développé un algorithme pour déterminer le nombre minimum d'opérateurs en bout d'allée dans un AS/RS à mini charge. L'algorithme étant basé sur un modèle analytique approximé du taux d'utilisation de l'opérateur. Lee et Schaefer [Lee 96a] ont considéré le problème d'ordonnancement des demandes de déstockage dans un AS/RS à charge unitaire. Ils ont développé un algorithme permettant de séquencer les demandes en double cycle afin de minimiser les temps de transport. Cet algorithme utilise une combinaison de la méthode hongroise et de l'algorithme de classement. Il permet d'obtenir des solutions optimales ou quasi optimales. Lim *et al.* [Lim 96] ont déterminé la configuration optimale des règles de fonctionnement d'un système de production à entrée sortie directe (DIOMS) utilisant la méthode Taguchi. Le DIOMS étant un système de production composé de plusieurs stations de travail placées le long d'un AS/RS central. Elsayed et Lee [Elsayed 96] ont investigué le fonctionnement d'un AS/RS où les ordres de déstockage sont à dates spécifiées. Ils ont développé des règles permettant l'association des ordres de stockage et déstockage en double cycle ainsi que l'ordonnancement de ces ordres de tel sorte que le retard global des ordres de déstockage soit minimisé. Hwang *et al.* [Hwang 96] ont considéré le problème d'optimisation de la taille d'un AGV transportant des produits d'un AS/RS à mini charge vers une chaîne d'assemblage d'électronique. Jawahar *et al.* [Jawahar 98 a et b] ont réalisé le lien entre le fonctionnement d'un AS/RS, d'un AGVS et l'ordonnancement de la production du FMS desservi par celui-ci. Des heuristiques et des algorithmes génétiques ont été considérés pour

l'amélioration des performances de l'AS/RS. Mahajan *et al.* [**Mahajan 98**] ont présenté une heuristique d'ordonnancement, basé sur l'heuristique du plus proche voisin, afin d'augmenter le rendement d'un AS/RS à mini charge. Un modèle analytique validé par la simulation a été développé pour prédire les performances de l'heuristique présentée. Van Den Berg et Gademann [**Van Den Berg 99**] ont considéré la détermination du routage optimal dans un AS/RS à stockage dédié. Le problème d'ordonnancement d'une liste de demande de déstockage, équivalent à celui du voyageur de commerce et donc NP-complet, fut réduit à l'ordonnancement en stockage dédié et résolu. Park *et al.* [**Park 99**] ont considéré la position et la taille des buffers dans un système de récupération de produits en bout d'allée d'un AS/RS à mini charge. Ils ont développé des expressions analytiques pour la mesure des performances tel que le rendement. Hsieh et Tsai [**Hsieh 01**] ont présenté une méthode d'attribution des emplacements de stockage dans un AS/RS à classe basée sur le BOM (coût des produits). Cette méthode permet, en plus des avantages du stockage par classe, l'intégration de l'AS/RS dans un environnement CIM.

L'évaluation des performances des AS/RS est un domaine très important, c'est pour cela qu'il est très étudié. Sarker *et al.* [**Sarker 91**] ont étudié les performances de l'AS/RS à double navette. Ils ont considéré le cycle quadruple. Ils ont développé une heuristique d'ordonnancement pour le déstockage ainsi qu'une approximation du temps de cycle. Le même type d'AS/Rs fut analysé par Keserla et Peters [**Keserla 94**]. Ils ont développé un heuristique d'ordonnancement afin de minimiser le temps du cycle quadruple. Meller et Mungwattana [**Meller 97**] ont considéré les AS/RS à navettes multiples. Ils ont développé des modèles analytiques pour estimer le rendement de ce genre de systèmes. Des améliorations du rendement supérieures à 100% sont possibles lorsque l'AS/RS à triple navettes est comparé à la mono navette. Eben-Chaïme et Pliskin [**Eben-Chaïme 97**] ont étudié un AS/RS multi-machines S/R dans sa globalité, contrairement aux travaux précédents qui ne considèrent qu'une seule machine S/R à la fois. Plusieurs mesures de performances telles que le temps de réponse, le temps d'attente, le rendement furent considérés. Su [**Su 98**] considéra l'évaluation des performances d'un AS/RS à carrousel. Il développa une méthodologie pour les concevoir et évaluer leurs performances. Lee *et al.* [**Lee 99**] ont développé des modèles pour l'estimation des performances de racks à cellules inégales sous un stockage aléatoire avec simple et double cycle. Ce genre de racks est utilisé dans les AS/RS pour augmenter l'utilisation du volume de stockage. Dallari *et al.* [**Dallari 00**] ont évalué les performances de différentes méthodologies de stockage et procédures de construction dans un AS/RS à personne à bord. Ils ont déterminé les temps de cycle pour chaque méthodologie en fonction de la forme des aires de stockage, du nombre d'opérateurs et de l'algorithme d'ordonnancement utilisé.

Depuis une quinzaine d'année les réseaux de Pétri ont trouvé un terrain très favorable dans la modélisation des AS/RS. Knapp et Wang [**Knapp 92**] ont étudié la faisabilité de modéliser des AS/RS en utilisant les réseaux de Pétri stochastiques. Ils ont considéré plusieurs mesures de performances tel que le rendement les règles de contrôle, l'attribution des cellules... Lin et Wang [**Lin 95**] ont continué le travail précédent [**Knapp 92**]. Ils ont développé des modèles en réseaux de Pétri stochastiques (SPN) pour différentes mesures de performances. Ils ont mis l'accent sur la flexibilité des modèles SPN et ont discuté plusieurs algorithmes de contrôle des AS/RS à base de ces modèles. Zhou et DiCesare [**Zhou 96**] ont modélisé des buffers utilisés dans des FMS en réseaux de Pétri. Après une étude théorique plusieurs exemples réels furent proposés pour illustrer les résultats du modèle. Parmi ces exemples, un AS/RS associé à des buffers fut présenté. Chincholkar et Chetty [**Chincholkar 96a**] ont utilisé les réseaux de Pétri stochastiques colorés (SCPN) pour modéliser, simuler et analyser des AS/RS. Ils ont développé un programme de simulation basé sur les SCPN et la méthode de Taguchi pour l'analyse de certains paramètres tels que le temps de transport à vide, le temps de cycle... Ces mêmes auteurs [**Chincholkar 96a**] ont utilisé les SCPN pour l'ordonnancement des FMS. Ils ont montré la supériorité de leur méthode à travers une étude de cas. Hsieh [**Hsieh 98**] a présenté une structure hiérarchisée à quatre niveaux pour la modélisation d'AS/RS à base de réseaux de Pétri. Le modèle complet fut implémenté dans un programme en visual C orienté objet.

2.8. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux systèmes automatisés de stockage/déstockage, nous avons traité les différents aspects de ces systèmes, de la conception à l'utilisation. Ces systèmes ont permis une meilleure gestion des stocks en minimisant les temps d'accès, en augmentant la sécurité et en permettant une gestion d'inventaire en temps réel.

Nous avons présenté, en deuxième partie de ce chapitre (section 2.7), un état de l'art détaillé des recherches sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage. Cette section a montré l'intérêt que porte la communauté scientifique aux systèmes de stockage. Cet intérêt est justifié par le fait que les AS/RS ont une importance capitale dans les systèmes de production ou de distribution. C'est pour cela que nous nous sommes intéressés à ce domaine et que nous y avons consacré cette étude.

Chapitre 3

Modélisation des temps de transport d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous proposons de développer des modèles analytiques représentant les temps de stockage et de déstockage d'un système automatisé de stockage/déstockage à convoyeur gravitationnel (AS/RS(CG)). Deux modèles sont développés : Le premier, modèle approché, est basée sur l'espérance mathématique de la fonction de distribution des distances, en terme de temps, entre les casiers et les stations de dépôt/livraison ou le convoyeur de re-stockage. Le second, considéré comme exact est la moyenne de tout les temps de transport entre les casiers et les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage.

Le premier modèle, présenté dans la section 3.3.1, est approché mais se présente sous forme d'expressions analytiques simples et calculables à la main. Ce modèle est basé sur les travaux de Bozer et White [**Bozer 84**] concernant l'AS/RS à charge unitaire présenté en section 3.2.

Le second modèle, présenté en section 3.3.2, est un modèle exact mais particulièrement complexe. Il nécessite plusieurs heures de calcul par ordinateur pour l'obtention du temps de transport pour une configuration donnée. Ce modèle nous servira comme référence pour valider le premier modèle.

En section 3.3.3, une étude de l'influence des temps de dépôt/livraison et des retards d'accélération/décélération sur les temps de déstockage est présentée. Cette étude montre que l'effet de ces temps et retards est identique pour les deux modèles développés en section 3.3.1 et 3.3.2.

La validation du modèle approché, présenté en section 3.4, est réalisée à travers la simulation des deux modèles développés et de la comparaison des résultats obtenus pour chacun d'entre eux. Ceci permettra de déterminer la précision et les limites d'utilisation du modèle approché. Il va de soi que le modèle exact, trop lourd, n'est pas pratique et donc peu ou pas utilisable. Par contre le modèle approché peut en une simple opération déterminer le temps moyen de stockage et de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

L'interprétation des résultats de simulation ainsi que les conclusions de cette étude sont présentées en section 3.5.

Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet d'une communication présentée au *CPI2001* [**Sari 01a**] et d'un article de revue publié par *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* [**Sari 05**].

Notations :

Avant d'entamer notre étude, nous allons définir les différents termes que nous utiliserons pour le développement des modèles.

| | |
|--------------------|--|
| b | facteur de forme, |
| T | facteur de normalisation, |
| $\overline{E(SC)}$ | temps moyen de simple cycle, |
| $\overline{E(DC)}$ | temps moyen de double cycle, |
| $\overline{E(RC)}$ | temps moyen de déstockage, |
| $\overline{E(V)}$ | temps moyen de transport en deux points de la face du rack, |
| L, H, D | longueur, hauteur et profondeur du rack d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| l, h, d | longueur, hauteur et profondeur d'un emplacement de stockage, |
| M | nombre d'emplacements dans un casier (nombre de couches dans un rack), |
| m | numéro de couche, |
| N_l | nombre de casier pour chaque ligne, |
| N_h | nombre de casier pour chaque colonne, |

| | |
|------------|---|
| t_h | temps de transport horizontal de la station de dépôt/livraison à la colonne la plus éloignée, |
| t'_h | temps de transport horizontal entre deux casiers mitoyens, |
| t_v | temps de transport vertical de la station de dépôt/livraison à la ligne la plus éloignée, |
| t'_v | temps de transport vertical entre deux casiers mitoyens, |
| V_h, V_v | vitesse horizontale et verticale des machines de stockage et de déstockage, |
| ρ | taux de charge, |
| (x,y) | position du casier, |
| $(x,y)_d$ | point de repos des machines de stockage et de déstockage, |

3.2 AS/RS à Charge Unitaire.

Bozer et White [**Bozer 84**] ont développé des expressions analytiques du temps de simple et double cycle dans les AS/RS à charge unitaire. Pour ce faire, ils ont utilisé une approche statistique basée principalement sur l'approximation des distances des casiers du rack en fonction continue. Leur étude est construite sur les hypothèses suivantes :

- La face du rack est considéré comme étant une surface continue où les produits peuvent être stockés/déstockés en n'importe quel point.
- La station de dépôt/livraison est située en bas, à l'extrémité gauche du rack.
- La machine S/R peut fonctionner soit en simple soit en double cycle.
- Les dimensions du rack ainsi que les vitesses horizontale et verticale de la machine S/R sont connues.
- La machine S/R se déplace simultanément dans le sens horizontal et vertical (Tchebychev travel).
- Pour le calcul des temps de cycles, les vitesses horizontale et verticale de la machine S/R sont considérées constantes.
- Le stockage aléatoire est considéré, ce qui veut dire que n'importe quel point de la face du rack a la même probabilité de subir une opération de stockage/déstockage.
- Les temps de dépôt/livraison associés à la manutention des produits par la machine S/R ne sont pas pris en considération dans le calcul du temps de cycle. Ces temps sont généralement indépendants de la forme du rack et de la vitesse de la machine S/R. Ils sont souvent

déterministes et, donc, peuvent être ajoutés aux expressions des temps de cycles à posteriori.

Ils ont procédé aux définitions suivantes :

- t_h comme étant le temps de déplacement horizontal de la station de dépôt/livraison à la baie la plus éloignée.
- t_v comme étant le temps de déplacement vertical de la station de dépôt/livraison à la ligne la plus éloignée.
- T comme étant le facteur de normalisation avec : $T = \max(t_h, t_v)$
- b comme étant le facteur de forme avec : $b = \min\left(\frac{t_h}{T}, \frac{t_v}{T}\right)$, ce qui implique que $0 < b \leq 1$.

Ils ont supposé que $t_h > t_v$, d'où $T = t_h$ et $b = \frac{t_v}{T}$. En raison du stockage aléatoire, les points de stockage/déstockages sont aléatoirement distribués entre 0 et 1 horizontalement (selon l'axe des abscisses) et entre 0 et b verticalement (selon l'axe des ordonnées). Par conséquent, si deux points quelconques sur la face du rack sont représentés par (x_1, y_1) et (x_2, y_2) , alors le temps de transport normalisé entre ces deux points est $\max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$. Donc le temps de transport du point de dépôt/livraison de coordonnées $(0, 0)$ au point de stockage/déstockage de coordonnées (x, y) sera $\max(x, y)$. Ils ont considéré $G(z)$ comme étant la probabilité que le temps de transport de $(0, 0)$ à (x, y) est inférieur ou égal à z . En supposant que les coordonnées (x, y) sont indépendamment générées on a : $G(z) = Pr(x \leq z) \cdot Pr(y \leq z)$. De plus, les points de stockage/déstockage sont uniformément distribués.

$$\text{Donc : } Pr(x \leq z) = z \quad \text{et} \quad Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/b & \text{si } 0 < z \leq b \\ 1 & \text{si } b < z \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{D'où : } G(z) = \begin{cases} z^2/b & \text{si } 0 < z \leq b \\ z & \text{si } b < z \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{Dérivant } G(z), \text{ la densité de probabilité est : } g(z) = \begin{cases} 2z/b & \text{si } 0 < z \leq b \\ 1 & \text{si } b < z \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{Le temps moyen de simple cycle est donc : } \overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 zg(z) dz$$

Résolvant cette équation et multipliant par le facteur de normalisation T , le temps moyen de simple cycle devient donc : $\overline{E(SC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ (1)

Similairement le temps moyen de double cycle est obtenu comme étant :

$$\overline{E(DC)} = T \left(\frac{4}{3} + \frac{b^2}{2} - \frac{b^3}{30} \right) \quad (2)$$

De l'analyse précédente, il est possible de déduire le temps moyen de déplacement entre un coin et n'importe quel autre point du rack, et similairement entre n'importe quel point et un coin du rack comme étant [**Peters 96**] :

$$\overline{E1} = T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (3)$$

De la même façon, il est possible de déduire le temps moyen de déplacement entre le milieu et n'importe quel point du rack, et similairement entre n'importe quel point et le milieu du rack comme étant [**Peters 96**] :

$$\overline{E2} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (4)$$

Le modèle ainsi développé par Bozer et White [**Bozer 84**] pour l'AS/RS à charge unitaire nous a servi comme base de départ pour le développement d'un modèle analytique du temps de cycle pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Dans les sections qui vont suivre, nous allons détailler le modèle ainsi développé.

3.3. AS/RS à convoyeur gravitationnel

L'AS/RS à convoyeur gravitationnel est composé d'un rack profond composé d'un ensemble de casiers pouvant contenir plusieurs produits placés les un à la suite des autres. Chaque casier est muni d'un convoyeur gravitationnel à base de rouleaux ou roues libres incliné de telle façon à permettre le glissement des produits d'un bout à l'autre du casier, donc d'une face à l'autre du rack. Les produits sont stockés d'un côté du rack (face de stockage) par la machine de stockage, ils glissent sur les convoyeurs gravitationnels, et ils sont déstockés de l'autre côté du rack (face de déstockage) par la machine de déstockage. Les machines de stockage/déstockage peuvent se déplacer simultanément sur deux axes (Tchebychev Travel). Ces deux axes forment le plan x-y parallèle aux deux faces du rack (figure 3.1). Une station de dépôt et une station de livraison sont situées respectivement au coin bas de la face de stockage et de la face de déstockage. Un convoyeur de re-stockage incliné en sens inverse relie la machine de déstockage à la machine de stockage.

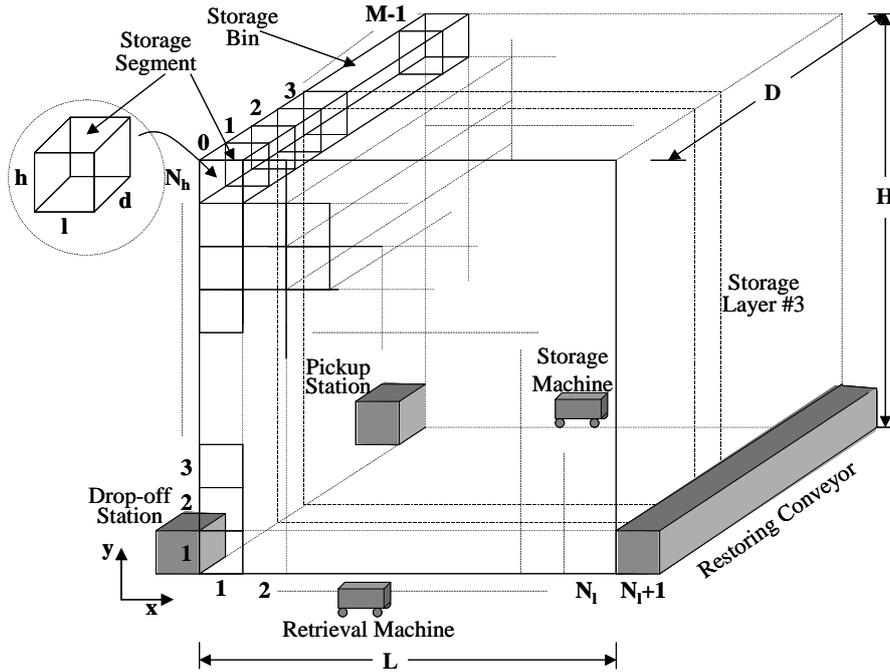


Figure 3.1 : Configuration of a Typical Flow-rack AS/RS

Comme le montre la figure 3.1, le rack, composé de casiers (bins), a une largeur L une hauteur H et une profondeur D . Il contient N_l casiers horizontaux et N_h casiers verticaux. Chaque casier est formé de M emplacements de stockage (storage segments) numéroté de 0 (face de déstockage) à $M-1$ (face de stockage). Chaque emplacement peut stocker un seul produit à la fois. Chaque emplacement a une largeur de $l = L/N_l$, une hauteur de $h = H/N_h$ et une profondeur de $d = D/M$. Les emplacements ayant le même numéro forme une couche, il y a donc M couches numérotées de 0 (face de déstockage) à $M-1$ (face de stockage). Les machines de stockage et de déstockage possèdent la même vitesse horizontale V_h , et la même vitesse verticale V_v . Par conséquent, les temps de transport peuvent être calculés comme suit :

- Le temps de déplacement horizontal de la station de dépôt/livraison à la colonne la plus éloignée : $t_h = L/V_h$
- Le temps de déplacement vertical de la station de dépôt/livraison à la ligne la plus éloignée : $t_v = H/V_v$
- Le temps de déplacement horizontal d'un casier au suivant : $t'_h = l/V_h = t_h/N_l$

- Le temps de déplacement vertical d'un casier au suivant :

$$t'_v = h/V_v = t_v/N_h$$

Ces équations de bases sont utilisées pour le développement des modèles du temps de cycle en utilisant l'approche continue (section 3.3.1) et l'approche discrète (section 3.3.2)

3.3.1. Approche continue

Pour cette approche, nous basons notre étude sur les travaux de Bozer et White [**Bozer 84**] sur l'AS/RS à charge unitaire présenté dans la section 3.2. Nous considérons que la face de stockage ou de déstockage du rack à convoyeur gravitationnel est similaire à celle d'un rack à charge unitaire. De ce fait l'opération de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel est identique à une opération de simple cycle pour l'AS/RS à charge unitaire. Par conséquent le temps moyen de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel peut être calculé en utilisant l'expression (1).

Contrairement au stockage, l'opération de déstockage nécessite l'enlèvement de tous les produits précédant l'article désiré, de telle sorte que celui-ci glisse sur le convoyeur gravitationnel pour atteindre la face de déstockage. Les produits enlevés avant l'article désiré seront renvoyés vers la machine de stockage à travers le convoyeur de re-stockage. Donc le temps moyen de déstockage pour un produit se trouvant dans la couche m peut être déterminé comme suit :

$$\overline{E(RC)}_m = \overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)} + m \cdot (\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)}) \quad (5)$$

Où :

- m représente le numéro de la couche où se trouve le produit désiré ($0 \leq m \leq M-1$),
- $\overline{E(V_1)}$ est le temps moyen de transport entre le point de repos de la machine de déstockage et le point de déstockage,
- $\overline{E(V_2)}$ est le temps moyen de transport entre le point de déstockage et la station de livraison,
- $\overline{E(V_3)}$ est le temps moyen de transport, entre le point de déstockage et le convoyeur de re-stockage.
- $\overline{E(V_4)}$ est le temps moyen de transport, entre le convoyeur de re-stockage et le point de déstockage.

Les points de repos optimaux tels que déterminés par Peters *et al.* [Peters 96] sont la station de dépôt pour la machine de stockage et le milieu du rack pour la machine de déstockage.

Les expressions pour $\overline{E(V_1)}, \overline{E(V_2)}, \overline{E(V_3)}, \overline{E(V_4)}$ peuvent être aisément obtenues à partir des travaux de Bozer et White [Bozer 84] et de Peters *et al.* [Peters 96] présentés à la section 3.2. Nous avons donc :

$$\overline{E(V_1)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

$$\overline{E(V_2)} = T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

$$\overline{E(V_3)} = \overline{E(V_4)} = T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right) \quad (8)$$

Nous pouvons réécrire l'équation (5) en remplaçant ses termes par leurs valeurs définies dans les équations (6), (7) et (8) :

$$\overline{E(RC)}_m = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) + m T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (9)$$

Le temps moyen de cycle des machines de stockage et de déstockage dépend de la configuration du rack, de la capacité de stockage ainsi que du nombre de produits stockés dans le système. Basé sur la notation utilisée pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel (voir figure 3.1), la capacité de stockage peut être calculée comme étant : $N = N_l \cdot N_h \cdot M$. Le taux de charge du système, ρ , est le rapport entre le nombre de produits stockés et la capacité de stockage. Par conséquent, ρ varie entre 0 et 1. La densité de stockage au niveau de chaque couche du rack (couche de rang m avec $0 \leq m \leq M-1$) dépend du taux de charge et du nombre d'emplacements, M , par casiers. Etant donné que le stockage est aléatoire, plusieurs scénarios peuvent être envisagés :

Cas-1 : Si $\rho \leq 1/M$ alors les produits stockés sont présents principalement dans la couche n° 0.

Cas-2 : Si $1/M < \rho \leq 2/M$ alors les produits stockés sont présents principalement dans les couches n° 0 et 1.

Cas-3 : Si $m/M < \rho \leq (m+1)/M$ alors les couches numérotées de 0 à m contiennent la plupart des produits stockés.

Cas-4 : Si $(M-1)/M < \rho \leq 1$ alors la capacité de stockage est presque complètement utilisée.

Pour chacun des cas définis précédemment, l'expression du temps moyen de déstockage peut être obtenue à partir de l'expression (9). Pour le Cas-1, puisque seule la première couche est utilisée (donc $m=0$), alors le temps moyen de déstockage sera :

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M} \quad (10)$$

Pour les trois autres cas, le nombre de couches contenant la plupart des produits stockés peut être déterminé en divisant le nombre de produits stockés par la capacité de stockage d'une couche (qui est égale à $N_l \cdot N_h$). En d'autres termes, la dernière couche principalement utilisée pour un taux de charge, ρ , donné est :

$$m = \rho M - 1 \quad (11)$$

Cette expression peut être aisément calculée à partir de l'équation du Cas-3, en calculant m pour la limite supérieure de ρ .

Le temps moyen de déstockage de n'importe quel produit stocké dans n'importe quelle couche pour un système avec m couches principalement utilisées est :

$$\overline{E(RC)} = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m \overline{E(RC)}_i \quad (12)$$

En remplaçant l'expression (9) dans l'expression (12), puis en calculant cette dernière, le temps moyen de déstockage peut être réécrit comme :

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) + \frac{m}{2} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (13)$$

Finalement, en remplaçant l'équation (11) dans l'équation (13), l'expression du temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel devient :

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1 \quad (14)$$

3.3.2. Approche discrète.

Les expressions du temps moyen de déstockage présentées dans la section 3.3.1 sont des expressions approchées, non exactes, basées sur l'hypothèse que la face du rack est continue. Cette hypothèse n'est pas vraie puisque la face du rack est composée d'une matrice de casiers, et donc le temps de transport à ces casiers représente un ensemble de valeurs discrètes. Pour valider les expressions obtenues grâce à l'approche continue, il faut des

solutions exactes obtenues analytiquement ou par expérimentation. Notre but dans cette section est de développer un modèle exact du temps moyen de déstockage, basé sur une approche discrète. Ce modèle nous permettra de valider les expressions approchées obtenues dans la section 3.3.1. le temps moyen de déstockage exact peut être obtenu en sommant les temps de déstockage de tous les emplacements, et ensuite divisant cette somme par le nombre d'emplacements [Bozer 84].

Similairement à l'étude présentée en début de la section 3.3.1, le temps de transport des machines S/R dépend de la configuration du rack, de la capacité de stockage et du nombre de produits stockés. Pour déstocker un produit se trouvant dans une couche donnée, tous les produits le précédant dans le même casier seront déstockés et envoyés vers la machine de stockage à travers le convoyeur de re-stockage, pour être stockés à nouveau par la machine de stockage. Finalement, le produit désiré est récupéré.

Comme présenté dans la figure 3.2, la station de livraison a pour coordonnées $(x,y)=(0,1)$, le convoyeur de re-stockage a pour coordonnées $(x,y)=(N_l+1,1)$, le point de repos de la machine de déstockage est le milieu du rack, il peut être défini comme étant :

$$(x,y)_d = \left(\left[\frac{N_l+1}{2} \right], \left[\frac{N_h+1}{2} \right] \right) \quad (15)$$

Sachant que la machine peut se déplacer simultanément dans le sens horizontal et vertical (Tchebychev travel), le temps de transport entre les casiers de coordonnées (i,j) et (i',j') est :

$$t((i,j),(i',j')) = \max(t_h |i'-i|, t_v |j'-j|) \quad (16)$$

Le temps de transport de la machine de déstockage peut être décomposé en trois types :

Transport entre le point de repos et le casier (i,j)

$$E_1 = \max \left(t_h \left| i - \left[\frac{N_l+1}{2} \right] \right|, t_v \left| j - \left[\frac{N_h+1}{2} \right] \right| \right) \quad (17)$$

Transport entre le casier (i,j) et la station de livraison

$$E_2 = \max(t_h |0-i|, t_v |1-j|) \quad (18)$$

Transport entre le casier (i,j) et le convoyeur de re-stockage

$$E_3 = \max(t_h |N_l+1-i|, t_v |1-j|) \quad (19)$$

Le temps de déstockage, en utilisant l'approche discrète, pour un produit stocké dans la couche z du casier (i,j) est :

$$E^D(RC)_{ijz} = E_1 + E_2 + 2.z.E_3 \quad (20)$$

Le temps de déstockage pour n'importe quel produit dans le casier (i,j) avec m_{ij} couches, dans ce casier, rempli par d'autres produits, est :

$$\overline{E^D(RC)_{ij}} = \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} (E_1 + E_2 + 2.k.E_3) \quad (21)$$

Considérant tout le rack avec une capacité de stockage de $N = M.N_l.N_h$, le temps moyen de déstockage pour n'importe quel produit est :

$$\overline{E^D(RC)} = \frac{1}{N_l N_h} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} (E_1 + E_2 + 2.k.E_3) \quad (22)$$

Finalement, le temps moyen de déstockage basé sur l'approche discrète peut être obtenu en remplaçant les expressions (17), (18), et (19) dans l'équation (22):

$$\overline{E^D(RC)} = \frac{1}{N_l \cdot N_h} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} \left(\max \left(t'_h \left| i - \left\lfloor \frac{N_l + 1}{2} \right\rfloor \right|, t'_v \left| j - \left\lfloor \frac{N_h + 1}{2} \right\rfloor \right| \right) + \right. \\ \left. \max(t'_h |0-i|, t'_v |1-j|) + 2.k \cdot \max(t'_h |N_l + 1 - i|, t'_v |1 - j|) \right) \quad (23)$$

$$\text{où } \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} m_{ij} = [\rho.N] \cong \rho.N$$

3.3.3 Temps de dépôt/livraison et retards d'accélération/décélération

Dans les sections précédentes les effets des temps de chargement/déchargement (C/D) du produit, du casier ou vers la station de livraison ou le convoyeur de re-stockage, ainsi que des retards d'accélération/décélération (A/D) des machines de stockage et de déstockage, sur les temps moyens de transport n'ont pas été pris en considération. Dans les AS/RS à charge unitaire, ces termes temporels peuvent simplement être supposés constants et ajoutés à l'expression finale du temps moyen de transport [Bozer 84], [Peters 96] ou alors, ils peuvent être introduits comme fonctions dans le modèle [Hwang 90], [Chang 97].

Dans cette section, nous allons étudier l'influence des temps C/D et des retards A/D sur les modèles des temps moyens de déstockage développés en utilisant l'approche continue (voir section 3.3.1) et l'approche discrète (voir section 3.3.2). Les temps C/D, pour des produits de tailles et poids comparables peuvent être considérés comme constants. Etant donné que les vitesses des machines de stockage/déstockage sont supposées constantes, nous pouvons supposer, aussi, que les retards dus à leurs accélérations/décélération sont constants. Chaque déplacement de la machine

de déstockage est accompagné d'une accélération et d'une décélération, ainsi que d'un chargement ou d'un déchargement. Etant donné que toutes ces grandeurs sont constantes, nous pouvons les sommer en une composante temporelle associée à chaque déplacement que nous appellerons t_c . Les modèles des temps moyens de déstockage représentés par les expressions (5) et (22) peuvent être reformulés en ajoutant t_c . Pour l'approche continue, considérons l'expression (5) en y introduisant t_c :

$$\overline{E(RC)}_{m_{t_c}} = \left(\overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)} + t_c \right) + m \left(\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)} + t_c \right) \quad \text{Approche continue} \quad (24)$$

Après le remplacement de $\overline{E(RC)}_i$ dans l'équation (12) par l'équation (24), L'expression du temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel avec les temps C/D et les retards A/D pris en considération devient :

$$\overline{E(RC)}_{t_c} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho.M \right) + \frac{\rho.M + 1}{2} t_c \quad \text{Approche continue} \quad (25)$$

La composante temporelle moyennée du temps moyen de déstockage due à tous les temps C/D et les retards A/D peut être définie comme suit :

$$\overline{T^C}_c = \frac{\rho.M + 1}{2} t_c \quad \text{Approche continue} \quad (26)$$

Similairement, en y introduisant t_c , l'équation (22) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\overline{E^D(RC)}_{t_c} = \frac{1}{N_l N_h} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \frac{1}{m_{ij}} \sum_{k=0}^{m_{ij}} \left[(E_1 + E_2 + t_c) + k(2E_3 + t_c) \right] \quad \text{Approche discrète} \quad (27)$$

L'équation (27) peut être réarrangée comme la sommation de l'équation (22) et un terme fonction de t_c :

$$\overline{E^D(RC)}_{t_c} = \overline{E^D(RC)} + \frac{1}{N_l N_h} \frac{t_c}{2} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} (m_{ij} + 1) \quad \text{Approche discrète} \quad (28)$$

La composante temporelle moyennée du temps moyen de déstockage due à tous les temps C/D et les retards A/D, en utilisant l'approche discrète peut être définie comme suit :

$$\overline{T^D}_c = \frac{1}{N_l N_h} \frac{t_c}{2} \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} (m_{ij} + 1) \quad \text{Approche discrète} \quad (29)$$

Finalement en calculant les sommations dans l'équation (29), celle-ci devient égale à l'équation (26) :

$$\overline{T^D}_c = \frac{\rho.M + 1}{2} t_c = \overline{T^C}_c \quad (30)$$

De ce fait, nous pouvons conclure que l'influence des temps C/D et des retards A/D est la même aussi bien pour l'approche continue que pour l'approche discrète.

3.4. Etude en simulation.

Puisque la méthode discrète est utilisée dans la littérature [Bozer 84] pour valider les modèles approchés, le modèle développé en section 3.3.1 sera comparé à celui présenté en section 3.3.2 à l'aide de la simulation de ces deux modèles et de la détermination des différences relatives entre le modèle approché et le modèle exacte.

La méthode continue, présentée en section 3.3.1 donne des expressions simples et compactes (équation (10) et (14)), où seul le taux de charge, ρ , varie. Effectivement pour une configuration donnée, T , b et M sont constantes. Ces expressions peuvent donc être calculées à la main avec une grande facilité. Par contre, la méthode discrète, présentée en section 3.3.2 donne une relation complexe (équation (23)) qui rend le calcul manuel fastidieux même pour de petits systèmes.

Une « disposition de remplissage » correspond à une localisation spécifique des produits dans les casiers de stockage. Lorsque le taux de charge est égal à un ($\rho = 1$) tous les emplacements de stockage sont utilisés (le rack est plein). Il existe donc une seule disposition de remplissage. Par contre, lorsque le taux de charge est inférieur à un ($\rho < 1$) il existe, pour un même taux de charge, un très grand nombre de dispositions de remplissage. De ce fait la détermination du temps moyen de déstockage, par la méthode discrète (équation (23)), basée sur une seule disposition de remplissage s'avère erronée. Il faut, donc, pour un taux de charge donné, générer un grand nombre de dispositions de remplissage aléatoires, et ainsi, déterminer le temps moyen de déstockage en faisant la moyenne des temps obtenus pour chaque disposition. Contrairement à la méthode discrète, la méthode continue (équation (10) et (14)), ne nécessite que le nombre total de produits stockés, à travers le taux de charge ρ , pour la détermination du temps moyen de déstockage.

En premier lieu, nous nous proposons de déterminer l'impact du nombre de dispositions de remplissage, utilisé en simulation, sur la précision de la méthode discrète. Pour ce faire, le modèle d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel de 36 casiers, disposés en 6x6, 4 couches et un taux de charge, ρ , de 70% a été simulé pour une variété de nombres de dispositions de remplissage (NFA) allant de 2000 à 120000. Les résultats de cette simulation sont présentés dans le tableau 3.1. Celui-ci, en plus du nombre de dispositions de remplissage (NFA), inclut le temps moyen de déstockage par la méthode discrète (DERT), l'écart type et le temps de calcul.

A partir des résultats présentés au tableau 3.1, nous remarquons que pour des NFA entre 2000 et 12000, les DERT ont une précision de 3 chiffres significatifs. Pour des NFA de 14000 à 120000, cette précision augmente à 4 chiffres significatifs. Par conséquent, plus le nombre de dispositions de remplissage est grand mieux est la précision. Bien que le NFA ait été augmenté à 120000, la précision n'a pas dépassé les 4 chiffres significatifs. Nous pouvons penser que cela est dû à la méthode de calcul. Pour valider cette méthode de calcul, l'AS/RS(CG) a été simulé à un taux de charge de 100% et un NFA de 20000. Puisque à un taux de charge de 100% toutes les dispositions de remplissage sont identiques (tous les emplacements de stockage sont occupés), l'écart type doit être égal à 0 si la méthode de calcul est parfaite. De ce fait, la précision de la méthode de calcul sera égale à l'écart type lorsque le taux de charge est de 100%. La simulation a donné un écart type de l'ordre de 10^{-12} . Par conséquent la méthode de calcul est suffisamment précise et l'écart entre les résultats du DERT n'est pas dû à cette dernière.

| NFA | Ecart type | DERT | Temps de calcul | NFA | Ecart type | DERT | Temps de calcul |
|--------|------------|---------|-----------------|---------|------------|---------|-----------------|
| 2 000 | 0.2737 | 13.2448 | 4 min 37 s | 32 000 | 0.2750 | 13.2492 | 1 h 13 min |
| 4 000 | 0.2738 | 13.2455 | 9 min 09 s | 36 000 | 0.2734 | 13.2481 | 1 h 21 min |
| 6 000 | 0.2753 | 13.2466 | 13 min 25 s | 40 000 | 0.2725 | 13.2467 | 1 h 33 min |
| 8 000 | 0.2764 | 13.2511 | 18 min 29 s | 50 000 | 0.2752 | 13.2495 | 1 h 54 min |
| 10 000 | 0.2769 | 13.2453 | 26 min 09 s | 60 000 | 0.2744 | 13.2482 | 2 h 14 min |
| 12 000 | 0.2744 | 13.2507 | 27 min 33 s | 70 000 | 0.2742 | 13.2480 | 2 h 38 min |
| 14 000 | 0.2755 | 13.2460 | 32 min 22 s | 80 000 | 0.2740 | 13.2462 | 3 h 05 min |
| 16 000 | 0.2736 | 13.2490 | 40 min 45 s | 90 000 | 0.2744 | 13.2481 | 3 h 25 min |
| 20 000 | 0.2739 | 13.2461 | 45 min 10 s | 100 000 | 0.2742 | 13.2475 | 3 h 48 min |
| 24 000 | 0.2732 | 13.2469 | 54 min 14 s | 110 000 | 0.2747 | 13.2488 | 4 h 04 min |
| 28 000 | 0.2748 | 13.2474 | 1 h 3 min | 120 000 | 0.2755 | 13.2477 | 4 h 28 min |

Table 3.1. Ecart type, temps moyen de déstockage par la méthode discrète (DERT) et temps de calcul par rapport au nombre de dispositions de remplissage (NFA)

Pour pouvoir garder un temps de calcul raisonnable, un NFA de 20000 à été sélectionné pour la simulation détaillée du système afin d'obtenir une précision de 4 chiffres significatifs. La simulation a été réalisée sur une large variété de systèmes. Des racks de 36, 144, 225, 400 et 630 casiers, avec 4, 6, 8, et 10 couches ont été sélectionnés. Le facteur de forme b a été varié de 1 à 0,014, tandis que le taux de charge, ρ , fut varié de $1/M$ à 1. Les tableaux 3.2 à 3.6 contiennent l'erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour différentes tailles des racks et facteurs de formes.

| M-N | 4 – 144 | | | | 6 – 216 | | | |
|------------|--|--------------|--------------|--------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|
| b | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.49 | 6.22 | 4.77 | 4.78 |
| 25 | 13.3 | 10.4 | 8.38 | 8.27 | 5.22 | 1.60 | 0.626 | 0.539 |
| 30 | 9.44 | 6.23 | 4.70 | 4.63 | 2.70 | 0.285 | 1.83 | 1.87 |
| 40 | 3.57 | 1.43 | 0.986 | 1.03 | 1.19 | 1.96 | 3.36 | 3.40 |
| 50 | 1.83 | 0.885 | 2.68 | 2.74 | 0.153 | 2.94 | 4.65 | 4.74 |
| 60 | 0.945 | 2.20 | 3.57 | 3.61 | 0.869 | 3.40 | 5.40 | 5.45 |
| 70 | 0.339 | 2.94 | 4.85 | 4.90 | 0.709 | 3.66 | 5.29 | 5.32 |
| 80 | 0.454 | 3.37 | 4.96 | 5.00 | 1.04 | 3.81 | 5.64 | 5.67 |
| 85 | 0.430 | 3.49 | 4.98 | 5.01 | 1.19 | 4.11 | 5.77 | 5.81 |
| 90 | 1.08 | 3.61 | 5.62 | 5.64 | 0.836 | 3.90 | 5.46 | 5.46 |
| 100 | 0.917 | 3.73 | 5.47 | 5.50 | 1.06 | 3.95 | 5.69 | 5.71 |
| M-N | 8 – 288 | | | | 10 – 360 | | | |
| b | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 | 1.00 | 0.571 | 0.444 | 0.250 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.4 | 10.5 | 8.52 | 8.43 |
| 20 | 3.70 | 1.58 | 0.823 | 0.864 | 2.04 | 0.678 | 2.48 | 2.57 |
| 25 | 2.01 | 0.709 | 2.51 | 2.52 | 0.603 | 2.65 | 3.90 | 3.93 |
| 30 | 1.18 | 1.93 | 3.27 | 3.32 | 0.157 | 2.93 | 4.68 | 4.71 |
| 40 | 0.174 | 3.11 | 4.72 | 4.74 | 0.764 | 3.55 | 5.30 | 5.35 |
| 50 | 0.732 | 3.59 | 5.30 | 5.32 | 0.952 | 3.82 | 5.57 | 5.56 |
| 60 | 1.05 | 3.76 | 5.61 | 5.65 | 1.03 | 3.92 | 5.67 | 5.74 |
| 70 | 1.19 | 3.90 | 5.8 | 5.83 | 1.09 | 4.03 | 5.78 | 5.77 |
| 80 | 0.913 | 3.96 | 5.56 | 5.58 | 1.14 | 4.08 | 5.80 | 5.80 |
| 85 | 1.17 | 3.99 | 5.81 | 5.83 | 1.14 | 4.24 | 5.82 | 5.83 |
| 90 | 1.02 | 4.05 | 5.70 | 5.71 | 1.15 | 4.12 | 5.82 | 5.86 |
| 100 | 1.13 | 4.07 | 5.80 | 5.82 | 1.18 | 4.14 | 5.87 | 5.88 |

Tableau 3.2. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 36 casiers.

| M-N | 4 – 576 | | | | 6 – 864 | | | |
|------------|--|--------------|--------------|--------------|------------------|--------------|--------------|--------------|
| b | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.43 | 7.37 | 6.97 | 7.50 |
| 25 | 13.7 | 11.6 | 11.2 | 11.8 | 5.72 | 3.67 | 3.32 | 3.80 |
| 30 | 9.35 | 7.25 | 6.90 | 7.41 | 3.62 | 1.54 | 1.21 | 1.72 |
| 40 | 4.85 | 2.80 | 2.44 | 2.95 | 1.26 | 0.787 | 1.16 | 0.644 |
| 50 | 2.36 | 0.302 | 0.0473 | 0.463 | 0.457 | 1.59 | 1.96 | 1.44 |
| 60 | 1.01 | 1.03 | 1.38 | 0.856 | 0.146 | 1.97 | 2.34 | 1.83 |
| 70 | 0.476 | 1.59 | 1.95 | 1.43 | 0.155 | 2.28 | 2.68 | 2.13 |
| 80 | 0.0089 | 2.07 | 2.43 | 1.91 | 0.191 | 2.33 | 2.70 | 2.16 |
| 85 | 0.132 | 2.23 | 2.60 | 2.06 | 0.191 | 2.32 | 2.74 | 2.16 |
| 90 | 0.0845 | 2.18 | 2.55 | 2.01 | 0.308 | 2.45 | 2.84 | 2.27 |
| 100 | 0.231 | 2.34 | 2.72 | 2.17 | 0.266 | 2.43 | 2.83 | 2.26 |
| M-N | 8 – 1152 | | | | 10 – 1440 | | | |
| b | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 | 1.00 | 0.563 | 0.250 | 0.111 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.8 | 11.7 | 11.3 | 11.8 |
| 20 | 5.04 | 2.96 | 2.64 | 3.14 | 2.58 | 0.562 | 0.162 | 0.677 |
| 25 | 2.60 | 0.556 | 0.173 | 0.709 | 1.20 | 0.884 | 1.24 | 0.738 |
| 30 | 1.28 | 0.789 | 1.12 | 0.632 | 0.504 | 1.59 | 1.96 | 1.42 |
| 40 | 0.274 | 1.77 | 2.18 | 1.61 | 0.0118 | 2.17 | 2.56 | 1.99 |
| 50 | 0.0322 | 2.15 | 2.52 | 1.99 | 0.188 | 2.37 | 2.72 | 2.17 |
| 60 | 0.156 | 2.28 | 2.69 | 2.10 | 0.246 | 2.42 | 2.83 | 2.22 |
| 70 | 0.195 | 2.34 | 2.75 | 2.17 | 0.273 | 2.46 | 2.86 | 2.29 |
| 80 | 0.322 | 2.47 | 2.90 | 2.29 | 0.283 | 2.47 | 2.88 | 2.30 |
| 85 | 0.262 | 2.43 | 2.84 | 2.26 | 0.282 | 2.48 | 2.89 | 2.32 |
| 90 | 0.292 | 2.48 | 2.89 | 2.32 | 0.295 | 2.50 | 2.90 | 2.32 |
| 100 | 0.285 | 2.48 | 2.89 | 2.30 | 0.297 | 2.51 | 2.92 | 2.33 |

Tableau 3.3. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 144 casiers.

| M-N | 4 - 900 | | | | 6 - 1350 | | | |
|------------|--|-------------|--------------|--------------|------------------|-------------|--------------|--------------|
| b | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.61 | 7.62 | 8.03 | 8.60 |
| 25 | 13.8 | 11.7 | 12.2 | 12.7 | 5.65 | 3.68 | 4.10 | 4.66 |
| 30 | 9.51 | 7.52 | 7.93 | 8.51 | 3.60 | 1.64 | 2.04 | 2.66 |
| 40 | 4.77 | 2.78 | 3.23 | 3.79 | 1.44 | 0.564 | 0.114 | 0.472 |
| 50 | 2.43 | 0.458 | 0.887 | 1.45 | 0.556 | 1.48 | 1.05 | 0.437 |
| 60 | 1.19 | 0.795 | 0.354 | 0.225 | 0.142 | 1.90 | 1.44 | 0.810 |
| 70 | 0.498 | 1.51 | 1.06 | 0.468 | 0.358 | 2.11 | 1.63 | 1.02 |
| 80 | 1.15 | 1.89 | 1.45 | 0.859 | 0.116 | 2.20 | 1.73 | 1.11 |
| 85 | 0.0011 | 2.02 | 1.57 | 0.972 | 0.187 | 2.28 | 1.80 | 1.18 |
| 90 | 0.0715 | 2.11 | 1.65 | 1.05 | 0.154 | 2.26 | 1.78 | 1.16 |
| 100 | 0.148 | 2.20 | 1.74 | 1.13 | 0.171 | 2.29 | 1.81 | 1.18 |
| M-N | 8 - 1800 | | | | 10 - 2250 | | | |
| b | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 | 1.00 | 0.36 | 0.111 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.9 | 11.8 | 12.2 | 12.8 |
| 20 | 4.95 | 2.96 | 3.38 | 3.95 | 2.68 | 0.687 | 1.12 | 1.69 |
| 25 | 2.67 | 0.679 | 1.09 | 1.68 | 1.19 | 0.807 | 0.370 | 0.206 |
| 30 | 1.48 | 0.536 | 0.0759 | 0.482 | 0.577 | 1.45 | 0.984 | 0.397 |
| 40 | 0.428 | 1.62 | 1.16 | 0.583 | 0.0430 | 2.01 | 1.56 | 0.934 |
| 50 | 0.0487 | 2.02 | 1.55 | 0.943 | 0.106 | 2.19 | 1.72 | 1.09 |
| 60 | 0.0902 | 2.20 | 1.70 | 1.11 | 0.169 | 2.26 | 1.82 | 1.14 |
| 70 | 0.146 | 2.27 | 1.78 | 1.16 | 0.181 | 2.31 | 1.83 | 1.19 |
| 80 | 0.166 | 2.29 | 1.80 | 1.17 | 0.179 | 2.34 | 1.84 | 1.20 |
| 85 | 0.176 | 2.30 | 1.82 | 1.18 | 0.207 | 2.37 | 1.88 | 1.23 |
| 90 | 0.177 | 2.33 | 1.83 | 1.19 | 0.186 | 2.36 | 1.86 | 1.21 |
| 100 | 0.183 | 2.34 | 1.84 | 1.20 | 0.190 | 2.37 | 1.87 | 1.21 |

Tableau 3.4. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 225 casiers.

| M-N | 4 - 1600 | | | | 6 - 2400 | | | |
|------------|--|-------|--------|--------|-----------|-------|-------|-------|
| b | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.0400 | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 9.66 | 8.57 | 8.13 | 8.90 |
| 25 | 13.9 | 12.7 | 12.3 | 13.1 | 5.83 | 4.77 | 4.36 | 5.09 |
| 30 | 9.56 | 8.46 | 8.03 | 8.80 | 3.65 | 2.58 | 2.17 | 2.90 |
| 40 | 4.82 | 3.76 | 3.34 | 4.07 | 1.49 | 0.415 | 0.498 | 0.764 |
| 50 | 2.48 | 1.42 | 0.998 | 1.74 | 0.601 | 0.473 | 0.898 | 0.151 |
| 60 | 1.23 | 0.163 | 0.244 | 0.497 | 0.203 | 0.893 | 1.33 | 0.560 |
| 70 | 0.550 | 0.524 | 0.958 | 0.203 | 0.0351 | 1.09 | 1.54 | 0.737 |
| 80 | 0.187 | 0.903 | 1.33 | 0.568 | 0.0540 | 1.17 | 1.62 | 0.832 |
| 85 | 0.0666 | 1.02 | 1.46 | 0.694 | 0.0760 | 1.20 | 1.66 | 0.856 |
| 90 | 0.0128 | 1.11 | 1.54 | 0.770 | 0.0830 | 1.22 | 1.68 | 0.867 |
| 100 | 0.0832 | 1.19 | 1.63 | 0.850 | 0.0961 | 1.24 | 1.70 | 0.883 |
| M-N | 8 - 3200 | | | | 10 - 4000 | | | |
| b | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.0400 | 1.00 | 0.640 | 0.250 | 0.040 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.9 | 12.8 | 12.4 | 13.1 |
| 20 | 4.99 | 3.91 | 3.51 | 4.23 | 2.72 | 1.65 | 1.22 | 1.97 |
| 25 | 2.72 | 1.65 | 1.23 | 1.98 | 1.31 | 0.232 | 0.165 | 0.581 |
| 30 | 1.52 | 0.433 | 0.0297 | 0.774 | 0.628 | 0.449 | 0.876 | 0.112 |
| 40 | 0.479 | 0.613 | 1.07 | 0.293 | 0.110 | 1.00 | 1.43 | 0.639 |
| 50 | 0.123 | 0.997 | 1.44 | 0.653 | 0.0272 | 1.16 | 1.61 | 0.810 |
| 60 | 0.0163 | 1.14 | 1.60 | 0.801 | 0.0742 | 1.22 | 1.68 | 0.865 |
| 70 | 0.0758 | 1.22 | 1.67 | 0.860 | 0.0939 | 1.25 | 1.72 | 0.901 |
| 80 | 0.0906 | 1.23 | 1.70 | 0.881 | 0.100 | 1.26 | 1.73 | 0.897 |
| 85 | 0.0939 | 1.24 | 1.71 | 0.884 | 0.106 | 1.26 | 1.73 | 0.894 |
| 90 | 0.0967 | 1.25 | 1.72 | 0.893 | 0.107 | 1.27 | 1.74 | 0.905 |
| 100 | 0.103 | 1.26 | 1.73 | 0.900 | 0.107 | 1.28 | 1.75 | 0.911 |

Tableau 3.5. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 400 casiers.

| M-N | 4 – 2520 | | | | 6 – 3780 | | | |
|------------|--|--------------|--------------|---------------|------------------|--------------|--------------|--------------|
| b | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.0143 | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.014 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | 8.93 | 8.44 | 8.67 | 9.32 |
| 25 | 13.1 | 12.6 | 12.8 | 13.5 | 5.13 | 4.63 | 4.86 | 5.49 |
| 30 | 8.84 | 8.34 | 8.55 | 9.21 | 2.95 | 2.47 | 2.67 | 3.32 |
| 40 | 4.11 | 3.63 | 3.84 | 4.49 | 0.778 | 0.286 | 0.496 | 1.16 |
| 50 | 1.77 | 1.29 | 1.50 | 2.14 | 0.121 | 0.611 | 0.404 | 0.269 |
| 60 | 0.526 | 0.0459 | 0.249 | 0.903 | 0.517 | 1.03 | 0.807 | 0.138 |
| 70 | 0.156 | 0.641 | 0.430 | 0.232 | 0.703 | 1.22 | 0.983 | 0.311 |
| 80 | 0.539 | 1.03 | 0.822 | 0.157 | 0.788 | 1.31 | 1.08 | 0.390 |
| 85 | 0.650 | 1.15 | 0.933 | 0.267 | 0.811 | 1.33 | 1.11 | 0.416 |
| 90 | 0.728 | 1.23 | 1.02 | 0.343 | 0.825 | 1.35 | 1.13 | 0.424 |
| 100 | 0.810 | 1.32 | 1.10 | 0.417 | 0.843 | 1.37 | 1.14 | 0.433 |
| M-N | 8 – 5040 | | | | 10 – 6300 | | | |
| b | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.0143 | 0.700 | 0.357 | 0.129 | 0.014 |
| $\rho(\%)$ | Percent error between continuous and discrete expected retrieval times | | | | | | | |
| 10 | | | | | 13.2 | 12.7 | 12.9 | 13.6 |
| 20 | 4.30 | 3.82 | 3.99 | 4.64 | 2.01 | 1.52 | 1.72 | 2.39 |
| 25 | 2.01 | 1.51 | 1.71 | 2.36 | 0.596 | 0.105 | 0.320 | 0.986 |
| 30 | 0.809 | 0.324 | 0.527 | 1.18 | 0.0849 | 0.579 | 0.351 | 0.306 |
| 40 | 0.245 | 0.740 | 0.541 | 0.128 | 0.615 | 1.12 | 0.902 | 0.207 |
| 50 | 0.621 | 1.13 | 0.905 | 0.217 | 0.774 | 1.30 | 1.07 | 0.364 |
| 60 | 0.760 | 1.28 | 1.05 | 0.350 | 0.828 | 1.36 | 1.12 | 0.424 |
| 70 | 0.817 | 1.34 | 1.12 | 0.405 | 0.847 | 1.38 | 1.14 | 0.431 |
| 80 | 0.835 | 1.36 | 1.14 | 0.421 | 0.865 | 1.40 | 1.17 | 0.435 |
| 85 | 0.848 | 1.38 | 1.16 | 0.435 | 0.864 | 1.40 | 1.17 | 0.444 |
| 90 | 0.853 | 1.38 | 1.15 | 0.437 | 0.866 | 1.41 | 1.17 | 0.442 |
| 100 | 0.860 | 1.40 | 1.16 | 0.441 | 0.870 | 1.41 | 1.18 | 0.446 |

Tableau 3.6. Erreur relative entre les temps moyens de déstockage continue et discrets par rapport au taux de charge ρ , pour un AS/RS(CG) de 630 casiers.

3.5. Interprétations des résultats et conclusions

Dans ce chapitre, nous avons développé des expressions analytiques compacts pour les temps moyens de stockage et de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Ces expressions sont déterminées en utilisant l'approche continue qui considère la face du rack comme un plan où le stockage ou le déstockage peut être réalisé à n'importe quel point. Ces expressions approchées ont été comparées, pour leur validation, avec les expressions exactes, obtenues à partir de l'approche discrète, à travers la simulation. De cette simulation un certain nombre de conclusions peuvent être faites. Nous résumons, ici, l'essentiel :

- Quelque soit la taille et la forme du rack, l'erreur pour $\rho_{\min} = 1/M$ varie entre 11% et 14%. Cette erreur importante peut être justifiée par le fait que la méthode continue est définie uniquement pour $\rho \geq 1/M$. De ce fait, à la limite de validité de la méthode continue, $\rho_{\min} = 1/M$, l'erreur est importante.
- Pour les systèmes carrés en temps ($b=1$), l'erreur est relativement faible. Elle est inférieure à 2% pour un système à 36 casiers et un taux de charge supérieur à $2\rho_{\min} = 2/M$. Cette erreur diminue lorsque la taille du système augmente. Pour un système à 400 casiers l'erreur est inférieure à 0,1% sauf pour des taux de charge très faibles.
- Pour des systèmes non carrés en temps ($b < 1$) et des taux de charge moyens et élevés ($\rho > 2\rho_{\min}$), l'erreur dépend, principalement, de la taille du rack. Elle est relativement importante pour les petits systèmes : elle est de l'ordre de 5,9% pour un système à 36 casiers. Elle diminue lorsque la taille du rack augmente pour atteindre 2,4% pour un système à 630 casiers.
- Pour un taux de charge maximum, $\rho = 1$, et un facteur de forme $b < 1$, l'erreur est plus faible que pour des taux de charge inférieurs à 1. Elle est de l'ordre de 5,9% pour un système à 36 casiers mais diminue à moins de 1,5% pour un système à 630 casiers.
- L'erreur ne semble pas être très sensible au nombre de couches M . Nonobstant, une légère augmentation de l'erreur est remarquée lorsque le nombre de couches M augmente.
- L'erreur dépend, aussi, de la forme du rack. Elle est minimale pour les systèmes carrés en temps ($b = 1$) et augmente lorsque b diminue jusqu'à une erreur maximale qui apparaît pour $0,25 < b < 0,36$. Pour $b < 0,25$ l'erreur diminue lorsque b diminue.

A la conception, les systèmes de stockage sont toujours dimensionnés pour travailler au maximum à 85% de leurs capacités de stockage, soit un

taux de charge maximal de 85% [White 82], [Groover 87]. Toutefois, pour des raisons économiques, ces systèmes sont conçus pour travailler au mieux de leurs performances. Ceci laisse penser qu'ils fonctionnent, dans la plupart des cas, légèrement au-dessous du taux de charge maximal. De ce fait, nous avons jugé intéressant de définir une « zone utile » de fonctionnement de l'AS/RS. Cette « zone utile » définie pour un taux de charge allant de 70% à 85% ($0,7 < \rho < 0,85$) est la zone de réel fonctionnement. Dans cette zone, pour les systèmes carrés en temps ($b=1$), l'erreur est très faible, elle varie de 1,2% pour les systèmes à 36 casiers à 0,1% pour les systèmes à 400 casiers. D'autre part, pour les système non carrés en temps ($b < 1$), l'erreur, assez faible, diminue lorsque la taille du système augmente. Elle est de 2.9 % pour des systèmes à 144 casiers, 2.4 % pour des systèmes à 225 casiers, 1.8 % pour des systèmes à 400 casiers, et 1.4 % pour des systèmes à 630 casiers. Cependant, pour de très petits systèmes, l'erreur reste relativement importante : elle est de 5,8% pour des systèmes à 36 casiers. De ce fait, et pour des cas pratiques de l'industrie et des services, les expressions développées sont tout à fait applicables grâce à leur grande simplicité et bonne précision.

Nous pouvons dire que, globalement, l'erreur entre les deux méthodes est acceptable, elle peut être largement justifiée par le gain en temps de calcul. Il est vrai que la méthode discrète a nécessité près de 3000 heures de temps de calcul CPU (sur des Pentiums à 120MHz) pour l'obtention des résultats présentés dans les tableaux 3.2 à 3.6. Par contre la méthode continue ne nécessita que quelques secondes. Toutefois, la méthode continue n'est pas très adéquate pour calculer le temps moyen de déstockage ni à de très faible taux de charge (autour de ρ_{\min}) ni pour les petits systèmes où le facteur de forme est différent de 1. Ces limites étant définies, cette méthode peut donner en une simple opération manuelle le temps moyen de déstockage avec une erreur acceptable. Lorsque les systèmes sont de grande taille cette méthode s'avère particulièrement précise.

Les expressions des temps moyens de stockage et de déstockage développées dans cette étude peuvent être utilisées pour :

1. Etablir des standards de performances des systèmes existants.
2. Déterminer les performances de différentes configurations d'AS/RS à convoyeurs gravitationnels au moment de la conception.
3. Comparer les performances des AS/RS à convoyeur gravitationnels avec d'autres types d'AS/RS
4. Comparer différentes techniques de stockage pour améliorer les performances des AS/RS à convoyeurs gravitationnels.

Chapitre 4

Impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur les temps de transport d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

4.1 Introduction.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'analyser l'influence des positions des stations de dépôt/livraison (stations D/L) et du convoyeur de re-stockage (CR) sur les temps moyens de déstockage dans l'AS/RS à convoyeur gravitationnel.

Nous commencerons par une modélisation des temps moyens de stockage et de déstockage pour chacune des configurations du système, obtenue en changeant les positions des stations D/L et de CR. Deux positions principales sont considérées pour les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage : au centre ou au coin bas du rack.

Ensuite nous procéderons à une comparaison des modèles obtenus en les divisant par des expressions de base, ainsi nous obtiendrons des modèles par unités qui faciliteront la comparaison des différentes configurations du système.

Enfin nous présenterons les résultats de cette comparaison. Nous interpréterons ces résultats pour classer les configurations par rapport à leurs performances.

Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet d'une communication présentée au *CPI2001* [Sari 01b] et d'un article de revue publié par *Production Planning and Control* [Sari 07].

4.2. Modélisation des temps de stockage et déstockage.

Lorsque nous déplaçons les stations de dépôt/livraison, ainsi que le convoyeur de re-stockage, nous remarquons des variations importantes dans l'expression du temps moyen de déstockage. Deux positions principales sont considérées pour les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage : au centre ou au coin bas du rack. En les positionnant au centre du rack, le temps moyen de transport sera réduit puisque la distance entre ceux-ci et n'importe quel casier dans le rack sera réduite. Lorsque le convoyeur de re-stockage est positionné à l'extrémité du rack, il occupera une colonne entière d'espace. Par contre, lorsqu'il est placé au centre du rack, il occupera, seulement, l'équivalent de deux ou trois casiers (ceci dépend de la profondeur du rack et de l'inclinaison des convoyeurs gravitationnels, puisque la pente de celle du convoyeur de re-stockage est opposée à celles des casiers). En changeant les positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage, les expressions des temps de transport de base, $\overline{E(V_1)}, \overline{E(V_2)}, \overline{E(V_3)}, \overline{E(V_4)}$ varieront. Ces expressions peuvent être déterminées pour chaque configuration en utilisant les équations (3) et (4) du chapitre trois. Les résultats de ces calculs sont résumés dans le tableau 4.1 présenté ci-dessous.

| Position | Centre | Coin | $\overline{E(V_1)}$ | $\overline{E(V_2)}$ | $\overline{E(V_3)} = \overline{E(V_4)}$ |
|-------------|--------|------|--|--|--|
| Station D/L | | X | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ |
| Convoyeur | | X | | | |
| Station D/L | | X | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $T \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ |
| Convoyeur | X | | | | |
| Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ |
| Convoyeur | | X | | | |
| Station D/L | X | | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{6} + \frac{1}{2} \right)$ | $\frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right)$ |
| Convoyeur | X | | | | |

Tableau 4.1. Récapitulatif des temps de transport pour différentes positions des station D/L et du convoyeur CR.

Similairement à l'analyse présentée à la section 3.3.1, les expressions des temps moyens de stockage et déstockage pour les différentes positions des

stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sont déterminées et présentées ci-dessous :

Cas A : Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

$$\overline{E(SC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (1)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (2)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (3)$$

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémité du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (4)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (5)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{3}{4} T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (6)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$\overline{E(SC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (7)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (8)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (9)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (10)$$

$$\overline{E(RC)} = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \rho.M \right) \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (11)$$

$$\overline{E(RC)} = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (12)$$

4.3. Comparaison des performances.

Pour pouvoir comparer les performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel avec différentes positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage, nous utiliserons le système de grandeurs par unité. Nous prendrons comme grandeurs de base les expressions des temps moyens de stockage et déstockage du cas A (station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack). Ainsi, les expressions (1) à (3) seront utilisées pour diviser toutes les expressions (4) à (12) et ainsi obtenir des grandeurs par unité.

Cas A : Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = 1, \quad (13)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = 1 \quad \text{quelque soit } \rho. \quad (14)$$

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = 1, \quad (15)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2 + \rho.M}{1 + 2\rho.M} \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (16)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = 1 \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (17)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = \frac{1}{2}, \quad (18)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2\rho.M}{1 + 2\rho.M} \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (19)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2}{3} \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (20)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$\overline{E(SC)}_{pu} = \frac{1}{2}, \quad (21)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{1 + \rho.M}{1 + 2\rho.M} \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (22)$$

$$\overline{E(RC)}_{pu} = \frac{2}{3} \quad \text{for } \rho < \frac{1}{M}. \quad (23)$$

4.4. Résultats et interprétations.

A partir des équations (13) à (27), nous remarquons que les temps moyens de stockage, par unité, sont constants, tandis que les temps moyens de déstockage, par unité, dépendent du nombre de couches M et du taux de charge ρ .

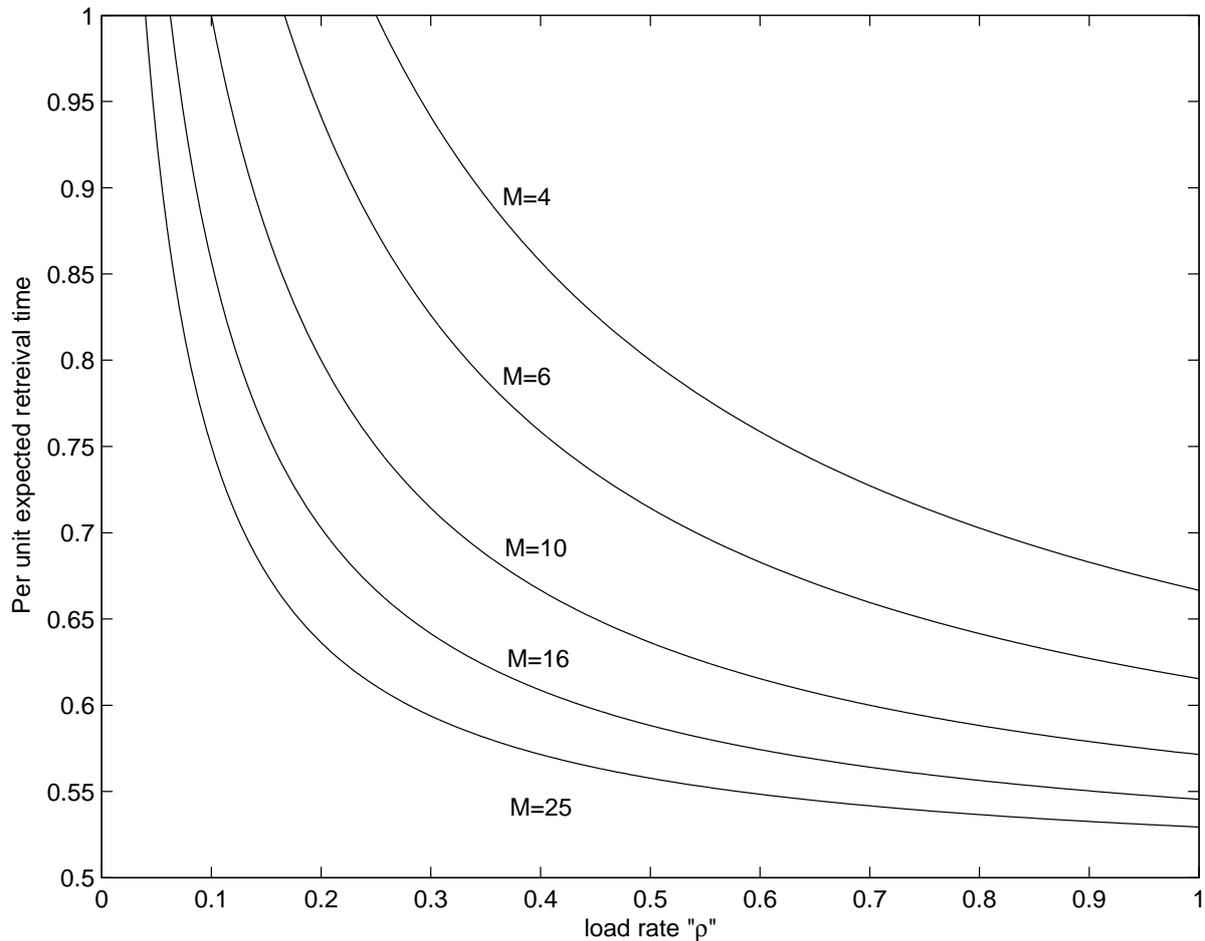


FIGURE 4.1. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au coin et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

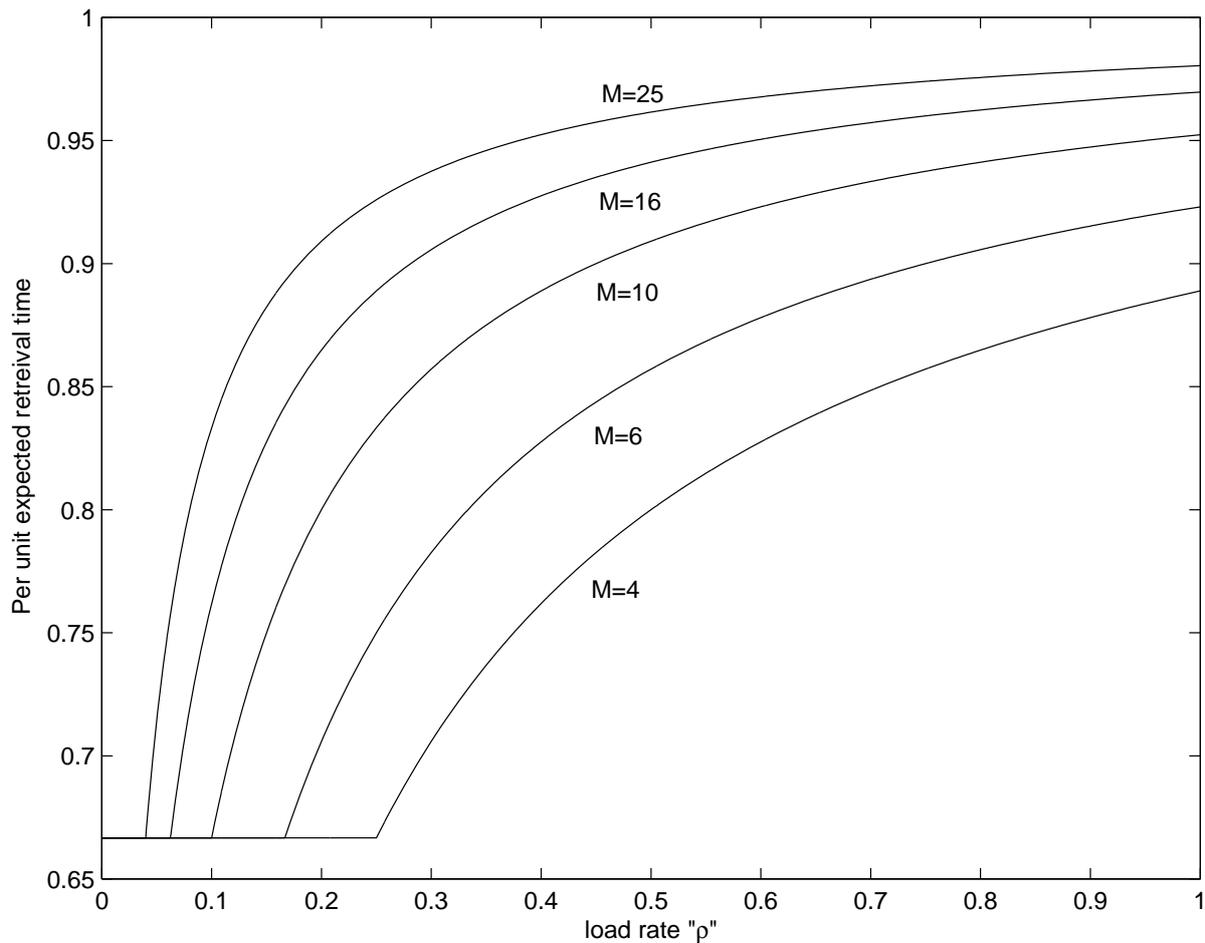


FIGURE 4.2. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au centre et le convoyeur de re-stockage au coin du rack.

Les figures 4.1 – 4.3 représentent le temps moyen de déstockage par rapport au taux de charge ρ . Similairement, les figures 4.4 – 4.6 représentent le temps moyen de déstockage par rapport au nombre de couches M . Les expressions du cas A (station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack) ont été utilisées comme grandeurs de base. Par conséquent, des temps moyens de déstockage par unité inférieurs à 1 indiquent une amélioration des performances du système par rapport au cas A. Par contre, des temps moyens de déstockage par unité supérieurs à 1 indiquent une détérioration des performances du système.

Notons que les temps de dépôt/livraison et les retards d'accélération/décélération étudiés dans la section 3.3.3 n'ont pas été pris en considération dans cette analyse comparative. Cependant, les résultats présentés, dans les figures ci-dessous, fournissent une vue générale du comportement de chaque système. A partir de ces figures un certain nombre de remarques peuvent être tirées. Ces remarques se décomposent en deux catégories : l'influence du taux

de charge et du nombre de couches sur les temps moyens de déstockage, ainsi que l'impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur ces mêmes temps moyens de déstockage.

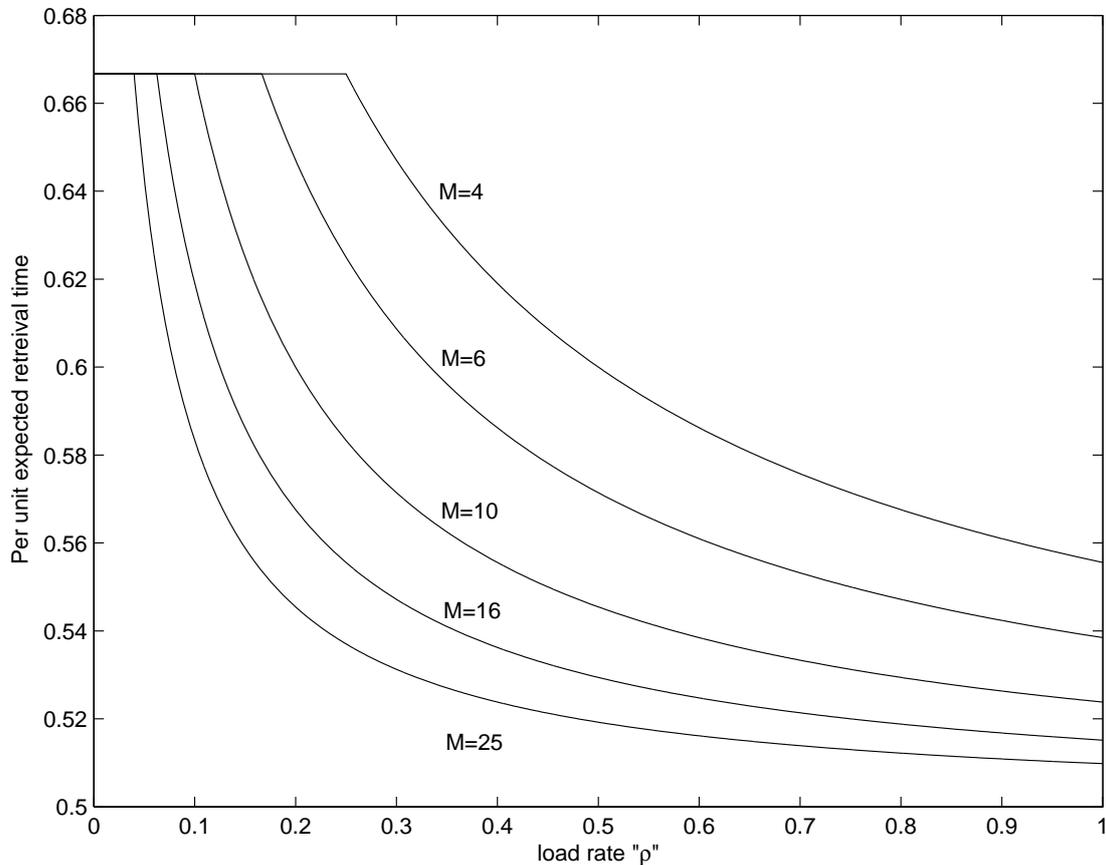


FIGURE 4.3. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

Comportement du temps moyen de déstockage par rapport au taux de charge et au nombre de couches :

- Dans le cas où la station de livraison est au coin du rack et le convoyeur de re-stockage au centre (figures 4.1 et 4.4), nous remarquons que lorsque M ou ρ augmente le temps moyen de déstockage par unité diminue.
- Dans le cas où la station de livraison est au centre du rack et le convoyeur de re-stockage au coin (figures 4.2 et 4.5), nous remarquons que lorsque M ou ρ augmente le temps moyen de déstockage par unité augmente aussi.

- Dans le cas où la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack (figures 4.3 et 4.6), nous remarquons que lorsque M ou ρ augmente le temps moyen de déstockage par unité diminue.
- Finalement, nous pouvons dire que lorsque M ou ρ augmente, le temps moyen de déstockage par unité, augmente lorsque le convoyeur de re-stockage est au coin du rack et diminue lorsqu'il est au centre du rack. Ceci est prévisible puisque lorsque M ou ρ augmente le temps de re-stockage (qui représente une partie du temps de déstockage) va augmenter. Quand M tend vers l'infini, la position de la station de livraison n'a aucun effet sur le temps de déstockage.

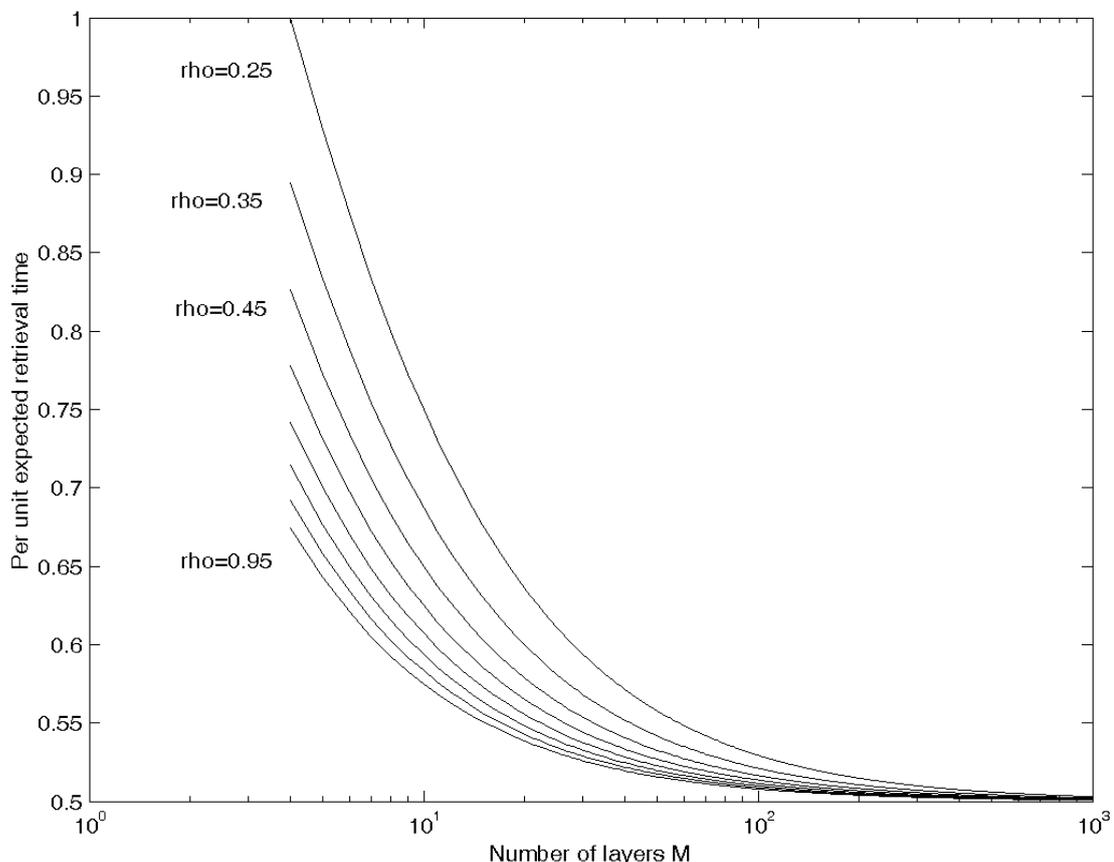


FIGURE 4.4. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au nombre de couches pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au coin et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

Comportement du temps moyen de déstockage par rapport aux positions de la station de livraison et du convoyeur de re-stockage :

- Nous remarquons que le meilleur système est lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack sauf pour de petites valeurs de M et ρ .
- La position de la station de livraison a un faible effet sur le temps de déstockage, sauf lorsque le nombre de couches M et le taux de charge ρ sont petits
- Finalement, nous pouvons dire que le meilleur système est lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack, suivi par le système où la station de livraison est au coin du rack et le convoyeur de re-stockage au centre, puis le système où la station de livraison est au centre du rack et le convoyeur de re-stockage au coin. Enfin le système le moins intéressant par rapport au temps moyen de déstockage est lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont aux coins du rack.

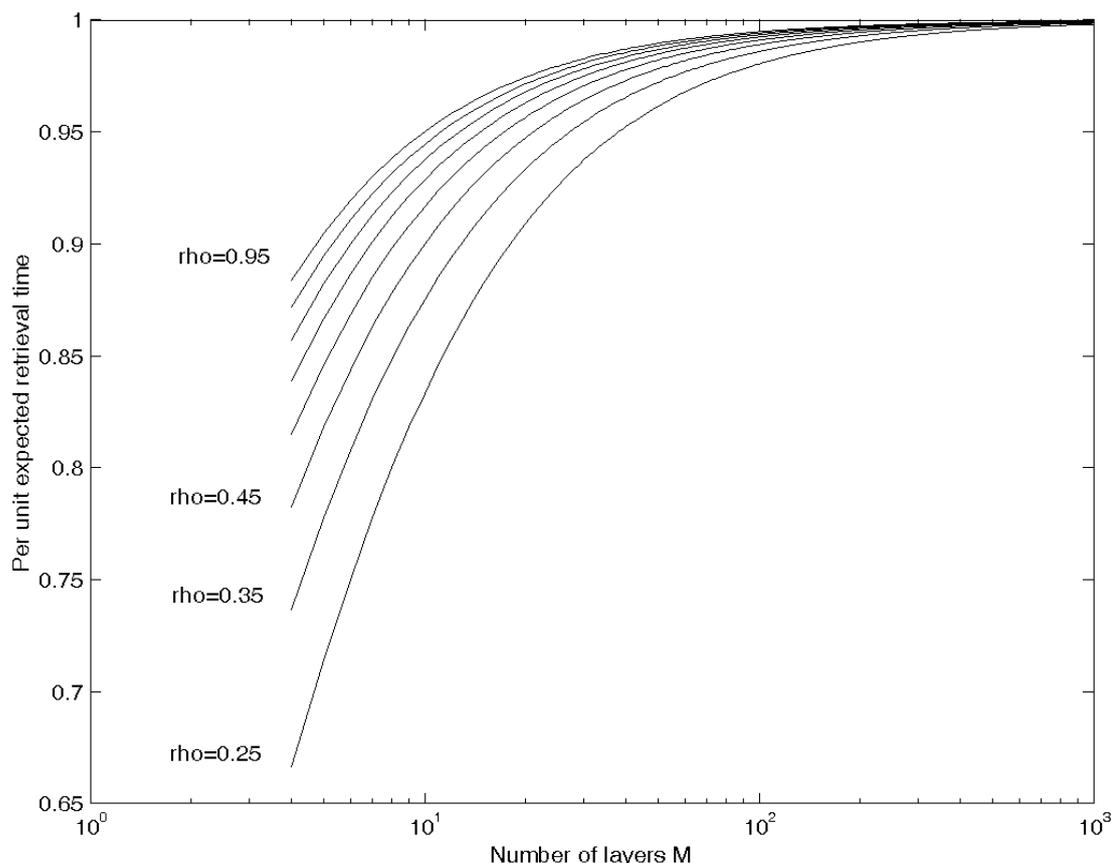


FIGURE 4.5. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au nombre de couches pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison au centre et le convoyeur de re-stockage au coin du rack.

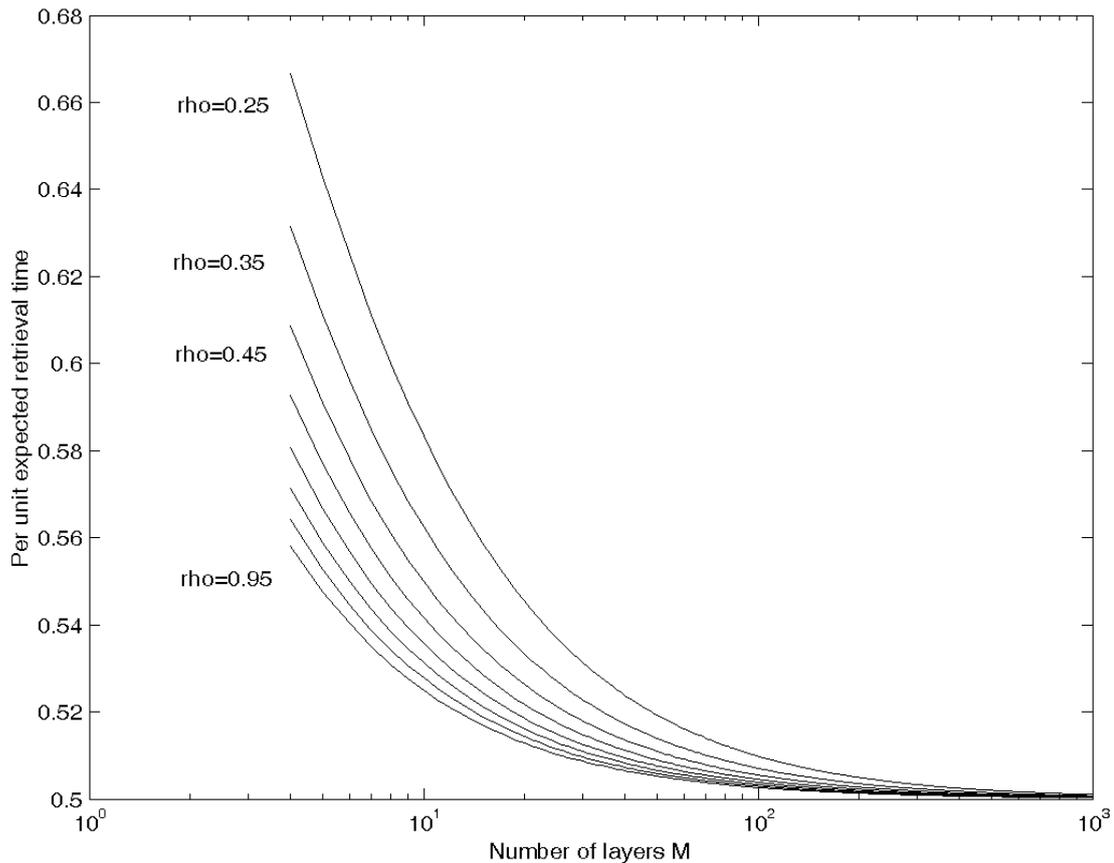


FIGURE 4.6. Temps moyen de déstockage par unité par rapport au nombre de couches pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec la station de livraison et le convoyeur de re-stockage au centre du rack.

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, qui est une continuation du chapitre 3, nous avons analysé l'impact des positions des stations de dépôt/livraison ainsi que celles du convoyeur de re-stockage sur les temps moyens de stockage et déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Plusieurs de ces positions ont été étudiées et des modèles ont été développés pour chacune d'entre elles. A l'aide de ces modèles une comparaison des performances entre les différentes configurations a été menée sur une grande plage de taux de charge et de nombre de couches. A partir des résultats de cette étude, nous pouvons faire les remarques suivantes :

- Le meilleur système est lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack sauf pour de petites valeurs de M et ρ .
- La position de la station de livraison a un faible effet sur le temps de déstockage sauf de petites valeurs de M et ρ .

- Lorsque M ou ρ augmente, le temps moyen de déstockage par unité, augmente lorsque le convoyeur de re-stockage est au coin du rack et diminue lorsqu'il est au centre du rack.
- Finalement, nous pouvons dire que le meilleur système est lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack.

Chapitre 5

Evaluation des performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel et d'un AS/RS à charge unitaire

5.1 Introduction.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de faire une étude comparative des performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport à l'AS/RS à charge unitaire. Cette étude sera réalisée sur une grande plage de configurations et de fonctionnements des deux systèmes. Deux critères de performances sont pris en considération :

En section 5.2, l'espace utilisé par chaque système est déterminé et comparé à l'autre système. Le rapport entre les espaces utilisés pour chacun des systèmes dépendra de leurs configurations, plus particulièrement du nombre de couches dans l'AS/RS à convoyeur gravitationnel et du rapport entre la largeur de l'allée et celle du rack de stockage.

En section 5.3, une investigation est conduite concernant les temps de stockage et de déstockage. Pour ce faire, trois paramètres principaux sont variés : le nombre de couches, le facteur de forme et le taux de remplissage.

La section 5.3 est réservée à la présentation des résultats et de leurs interprétations. Il s'avère que certaines configurations de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel le rendent comparable à l'AS/RS à charge unitaire.

Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet d'une conférence internationale avec proceeding édité [Sari 10].

Les performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel avec deux machines de stockage/déstockage ont été comparées avec celles d'un AS/RS à charge unitaire à deux allées. Cette comparaison est basée sur deux critères : l'espace utilisé et le temps moyen de transport. Etant donné que l'AS/RS à charge unitaire possède deux allées, donc deux machines S/R, les deux systèmes sont techniquement équivalents. De plus, les deux systèmes ont la même capacité de stockage, N . La hauteur des racks des deux AS/RS est identique, de telle façon que la comparaison des espaces utilisés pour chaque système se fera sur la base de la surface au sol occupée par chacun des deux AS/RS. Les surfaces occupées par les stations de dépôt/livraison ainsi que les dégagements sont supposées identiques pour les deux systèmes.

Notations :

Avant d'entamer notre étude, nous allons définir les différents termes que nous utiliserons pour le développement des calculs :

| | |
|----------------------|--|
| A_f | surface au sol occupée par l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| A_u | surface au sol occupée par l'AS/RS à charge unitaire, |
| %A | pourcentage d'économie de surface au sol, |
| b_f | facteur de forme pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| b_u | facteur de forme pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| $\overline{E(SC)}_u$ | temps moyen de simple cycle pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| $\overline{E(SC)}_f$ | temps moyen de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| $\overline{E(RC)}_f$ | temps moyen de déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| f | rapport entre la largeur de l'allée et la profondeur de l'emplacement de stockage, |
| l, h, d | longueur, hauteur et profondeur d'un emplacement de stockage, |
| M | nombre d'emplacements dans un casier (nombre de couches dans un rack), |
| N | Capacité de stockage (nombre total d'emplacements de stockage), |
| N_l | nombre de casier pour chaque ligne pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| N_h | nombre de casier pour chaque colonne, |
| N_u | nombre de casier pour chaque ligne pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| N_h | nombre de casier pour chaque colonne (pour les deux systèmes), |
| T_f | facteur de normalisation pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, |
| T_u | facteur de normalisation pour l'AS/RS à charge unitaire, |
| w | largeur d'allée, |
| ρ | taux de charge, |

5.2. Espace utilisé

Les figures 5.1 et 5.2 représentent les vues de dessus des deux types d'AS/RS que nous nous proposons d'étudier.

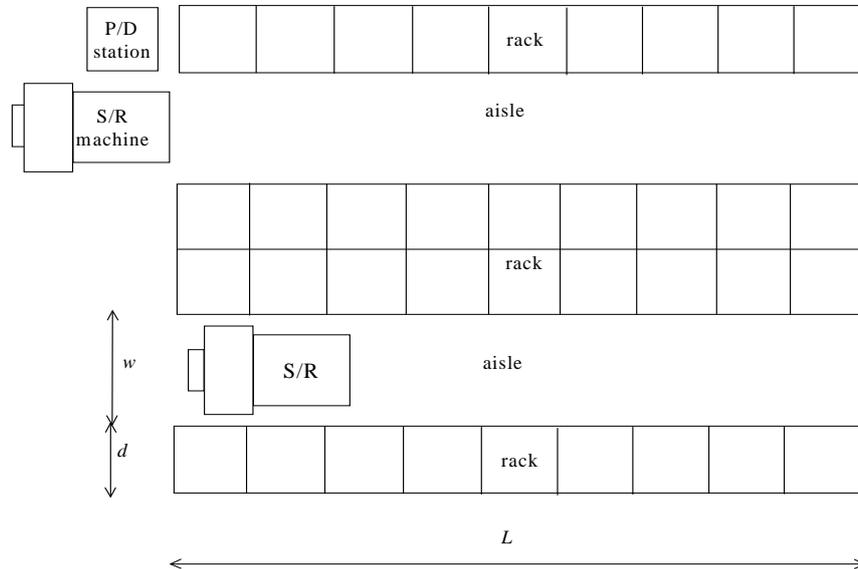


Figure 5.1. AS/RS à charge unitaire (vue de dessus)

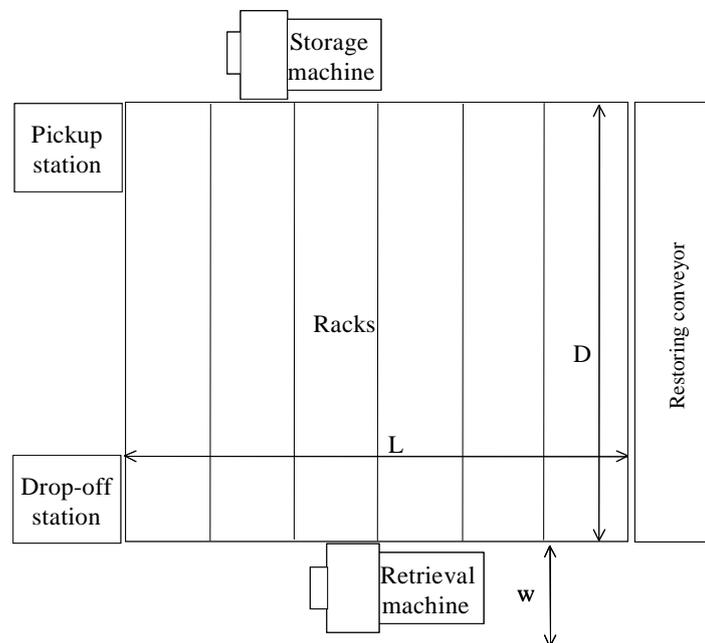


Figure 5.2. AS/RS à convoyeur (vue de dessus).

En utilisant les dimensions représentées dans les figures 1 et 2, les surfaces au sol occupées par les deux AS/RS peuvent être calculées de la manière suivante :

Pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel :

$$A_f = N_l \cdot l \cdot (M \cdot d + 2w). \quad (1)$$

Pour l'AS/RS à charge unitaire:

$$A_u = N_u \cdot l \cdot (4 \cdot d + 2w). \quad (2)$$

Les deux systèmes ont la même capacité de stockage.

Pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel :

$$N = M \cdot N_l \cdot N_h. \quad (3)$$

Pour l'AS/RS à charge unitaire:

$$N = 4 \cdot N_u \cdot N_h. \quad (4)$$

Par conséquent, le nombre de casiers horizontaux dans l'AS/RS à charge unitaire peut être calculé comme suit :

$$N_u = \frac{M \cdot N_l}{4}. \quad (5)$$

En combinant les équations (1), (2), et (5), le pourcentage de surface gagné par l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport à l'AS/RS à charge unitaire peut être déterminé comme suit :

$$\%A = \frac{A_u - A_f}{A_f} = \frac{f(M - 4)}{M(f + 2)}, \quad (6)$$

$$\text{où } f = \frac{w}{d}. \quad (7)$$

La figure 3 montre la variation du pourcentage d'économie d'espace (%A) en fonction du rapport f entre la largeur d'allée et la profondeur de segment de stockage. Plusieurs profondeurs de racks, en terme de nombre de couches, ont été considérées ($M=6$, $M=8$, et $M=10$). Nous pouvons remarquer des graphes de cette figure que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel permet une économie d'espace conséquente lorsque M et f augmentent.

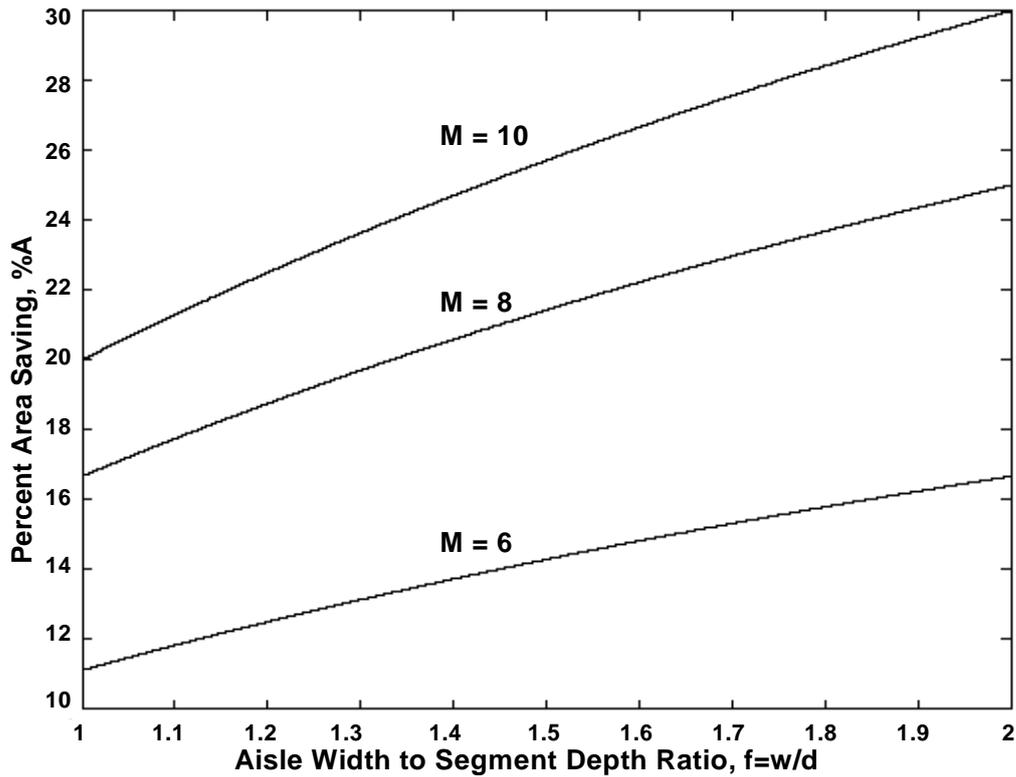


Figure 5.3. Pourcentage de surface économisé pour une variété de configurations d'AS/RS

5.3. Temps de transport

Le temps de transport global est fonction des temps de déplacement horizontaux et verticaux. Etant donné que les deux AS/RS ont la même hauteur et que leur machines S/R ont les mêmes vitesses, le temps de déplacement vertical pour les deux systèmes est le même. Par conséquent, en utilisant les équations suivantes, développées au chapitre trois :

$$t'_h = l/V_h = t_h/N_l,$$

$$t'_v = h/V_v = t_v/N_h,$$

ainsi que l'équation (5), le facteur de normalisation et le facteur de forme pour l'AS/RS à charge unitaire peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$T_u = \frac{M}{4} T_f, \quad (8)$$

$$b_u = \frac{4}{M} b_f. \quad (9)$$

En outre, le temps moyen de simple cycle de l'AS/RS à charge unitaire, représentant aussi bien le stockage que le déstockage, développé en section 3.2, symbolisé par l'équation (1) du chapitre 3, peut être réécrit en utilisant les équations (8) et (9) comme :

$$\overline{E(SC)}_u = T_u \left(\frac{b_u^2}{3} + 1 \right) = \frac{M}{4} T_f \left(\frac{4b_f^2}{3M} + 1 \right). \quad (10)$$

Le temps moyen de stockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel tel que déterminé au chapitre 4 est :

$$\overline{E(SC)}_f = T_f \left(\frac{b_f^2}{3} + 1 \right). \quad (11)$$

Pour être en mesure de mener une étude comparative des temps de transport des AS/RS à convoyeur gravitationnel et à charge unitaire, deux mesures de performances ont été définies :

- Le rapport des temps de stockage ($ESTR$), est le temps moyen de stockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport au temps moyen de simple cycle (stockage ou déstockage) de l'AS/RS à charge unitaire.
- Le rapport des temps de déstockage ($ERTR$), est le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par rapport au temps moyen de simple cycle (stockage ou déstockage) de l'AS/RS à charge unitaire.

Le simple cycle de l'AS/RS à charge unitaire représente aussi bien un stockage qu'un déstockage avec $\overline{E(SC)}_u = \overline{E(RC)}_u =$ temps de simple cycle.

Nous pouvons obtenir $ESTR$ en divisant l'équation (11) par l'équation (10).

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{4b_f^2 + 12}{4b_f^2 + 3M}. \quad (12)$$

Les expressions des temps moyens de stockage et de déstockage dépendent des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage tel que présenté au chapitre 4. De ce fait quatre ensembles d'équations de $ESTR$ et $ERTR$ sont obtenus pour les différentes positions suscités.

Cas A : Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{4.b_f^2 + 12}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (12)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M} \left(\frac{1}{2} + \rho.M \right), \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (13)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{3b_f^2 + 9}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}, \quad (14)$$

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémité du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{4.b_f^2 + 12}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (15)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M} \left(1 + \frac{1}{2} \rho.M \right), \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (16)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{3b_f^2 + 9}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (17)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2.b_f^2 + 6}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (18)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M} \rho.M, \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (19)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (20)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$ESTR = \frac{\overline{E(SC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2.b_f^2 + 6}{4.b_f^2 + 3.M}, \quad (21)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{b_f^2 + 3}{4b_f^2 + 3M} (1 + \rho.M), \quad \text{pour } \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1, \quad (22)$$

$$ERTR = \frac{\overline{E(RC)}_f}{\overline{E(SC)}_u} = \frac{2b_f^2 + 6}{4b_f^2 + 3M}, \quad \text{pour } \rho < \frac{1}{M}. \quad (23)$$

A partir des équations précédentes, nous pouvons remarquer que les *ESTR* sont constants, étant donné que b_f et M sont constants pour une configuration donnée. En effet ils dépendent uniquement de la forme du rack et de la vitesse des machines S/R. D'autre part, les *ERTR* ne dépendent que du taux de charge ρ .

5.4. Résultats et interprétations

Les graphes des figures 5.4-5.6 représentent la variation du temps de transport par rapport au taux de charge pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel où les stations de dépôt/livraison sont soit à l'extrémité soit au centre du rack. Les figures montrent les variations de *ESTR* (famille de courbes c) et *ERTR* (famille de courbes a et b) pour des configurations à 10 couches (figure 5.4), à 6 couches (figure 5.5) et à 4 couches (figure 5.6). Sur chaque figure, la famille de courbes (a) représente les *ERTR* lorsque le convoyeur de re-stockage est à l'extrémité du rack, tandis que la famille de courbes (b) représente les *ERTR* lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack. De plus le facteur de forme b est varié de 0 à 1 par des incréments de 0,1 de telle sorte à montrer la variation des *ESTR* et *ERTR* en fonction de b . Les figures 5.4 et 5.5 montrent cette variation en fonction du facteur de forme, alors que pour la figure 5.6, la variation du facteur de forme n'a aucun effet sur les *ESTR* et *ERTR* pour une configuration à 4 couches. Ceci peut être facilement expliqué en remplaçant M par 4 dans les équations (12)-(23).

En règle générale, les configurations ayant le convoyeur de re-stockage au centre du rack sont meilleures que celles avec le convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack. De plus placer le convoyeur de re-stockage au centre du rack permettra d'économiser de l'espace, car au lieu d'occuper une colonne entière, il n'occupera que l'équivalent de deux ou trois casiers suivant la longueur et l'inclinaison du casier. Ceci est dû au fait que le convoyeur de re-stockage est incliné dans le sens opposé à celui des casiers de stockage.

Les figures 5.4-5.6 peuvent être utilisées pour la sélection du type d'AS/RS à utiliser pour une application particulière sur la base du meilleur temps de cycle. Etant donné que les *ESTR* et *ERTR* sont des rapports entre les temps de transport de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel et l'AS/RS à charge unitaire, la ligne horizontale de valeur $E(RC)/E(SC)$ égale à 1, représente le temps de cycle de l'AS/RS à charge unitaire. Jusqu'à un certain taux de charge, l'AS/RS à convoyeur gravitationnel a des performances supérieures à celles de l'AS/RS à charge unitaire en terme de temps de transport. Au delà de ce taux de charge c'est l'inverse qui se produit. Par exemple, pour un système à 10 couches avec les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage au centre du rack, l'AS/RS à convoyeur gravitationnel a de meilleures performances jusqu'à un taux de charge de l'ordre de 0,9. Ce qui

est en général plus que le taux de charge maximal d'un AS/RS qui est de l'ordre de 0,85 [White 82], [Groover 87].

Les graphes des figures 5.7-5.9 représentent la variation du temps de transport par rapport au nombre de couches, pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel, où les stations de dépôt/livraison sont soit à l'extrémité soit au centre du rack, pour différents taux de charge. De la même façon que précédemment, nous avons considéré les quatre configurations suivant la position de la station de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage, soit à l'extrémité ou au centre du rack. Aussi, nous avons varié le facteur de forme b , de 0,1 à 1 par incrément de 0,1 pour visualiser la variation des $ESTR$ et $ERTR$ sur une large plage de configurations. La variation des temps de transport pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel peut être décomposée en trois scénarios :

- Cas 1 – Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack : l' $ERTR$ augmente lorsque M augmente si le facteur de forme est supérieur à une certaine valeur de seuil b_0 . Pour $\rho=1$, b_0 est de l'ordre de 0,6, pour $\rho=0,75$, b_0 est de l'ordre de 0,7, et pour $\rho=0,5$, b_0 est entre 0,8 et 0,9.
- Cas 2 - Station de dépôt/livraison à l'extrémité et convoyeur de re-stockage au centre du rack : l' $ERTR$ diminue lorsque M augmente. La diminution d' $ERTR$ est plus importante si le facteur de forme b et/ou le taux de charge ρ sont petits.
- Cas 3 - Station de dépôt/livraison au centre et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack : l' $ERTR$ augmente lorsque M augmente. L'augmentation d' $ERTR$ est plus importante si le facteur de forme b et/ou le taux de charge ρ sont grands.
- Case 4 – Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack : En règle générale, l' $ERTR$ diminue lorsque M augmente, sauf pour de grandes valeurs de b et ρ , comme $b=1$ et $\rho=1$. Cette exception n'est pas gênante pour l'application de la règle car un taux de charge très élevé ($\rho=1$) n'est jamais atteint dans la réalité.

Pour $\rho=0,75$, qui est définie comme la zone de fonctionnement réel [White 82], [Groover 87], et lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack, l' $ERTR$ de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel est très proche de l'unité, donc de celle de l'AS/RS à charge unitaire. L' $ESTR$ diminue rapidement lorsque M augmente. Ceci est dû au fait que le temps de stockage ne dépend ni de M ni de ρ , mais seulement de la taille et de la forme du rack. Lorsque M augmente, les dimensions de la face du rack diminuent et donc l' $ESTR$ diminue.

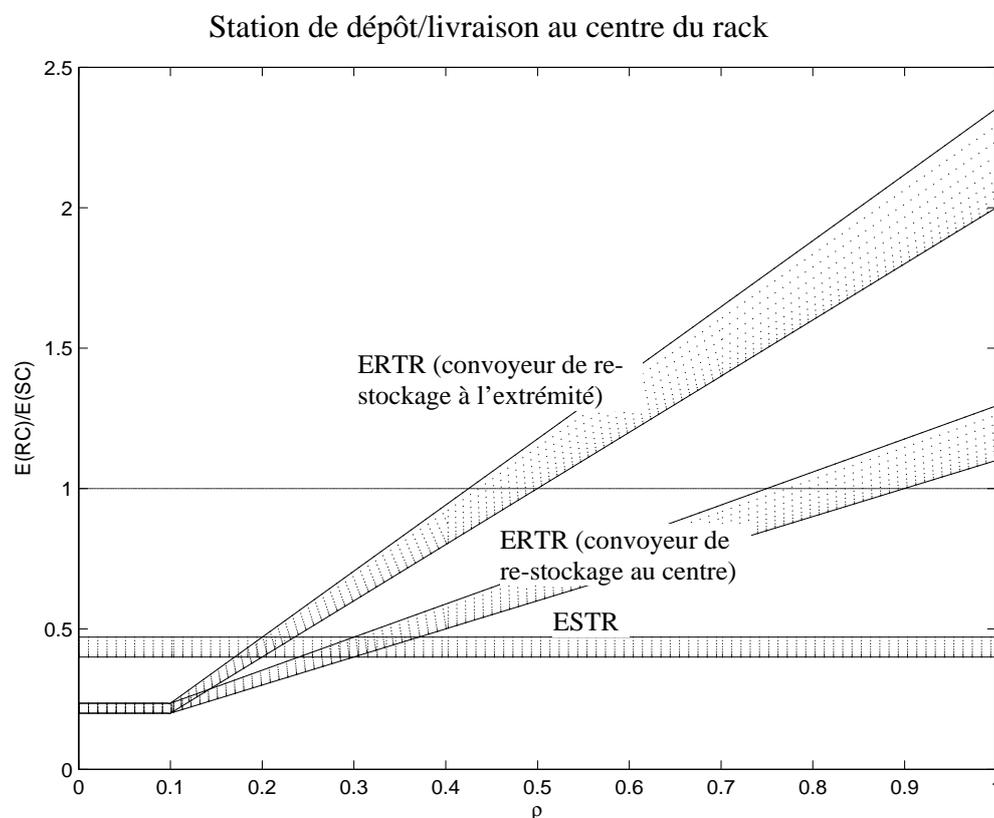
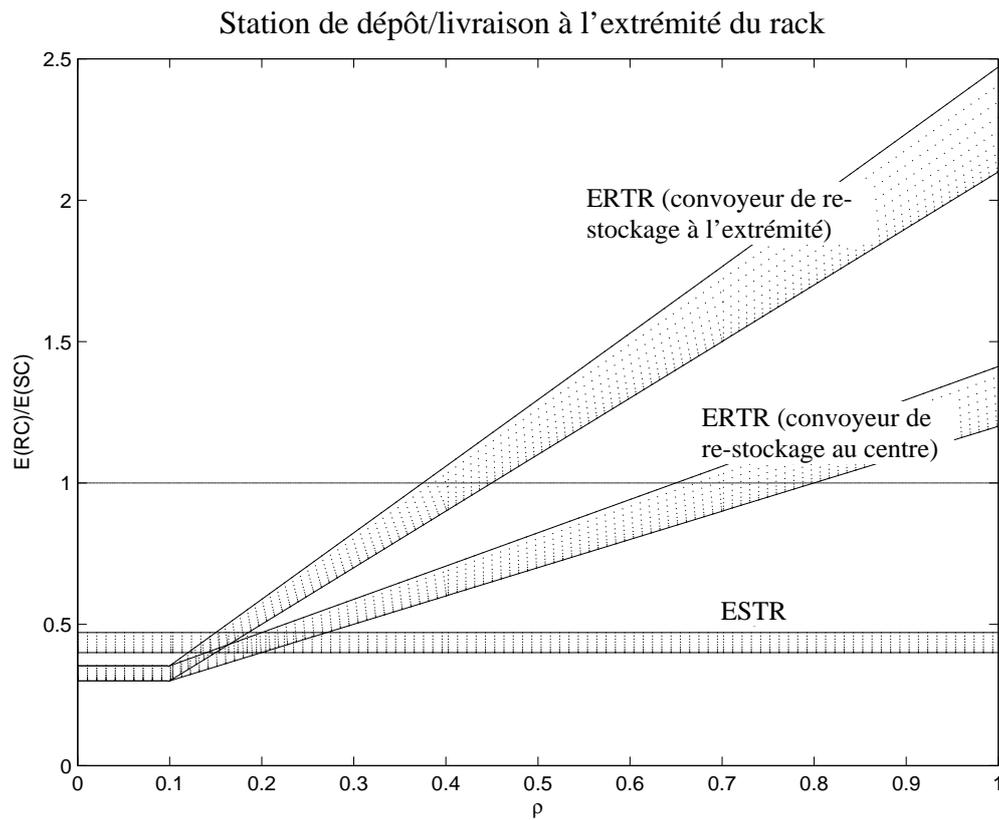


Figure 5.4 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du taux de charge.
Pour un nombre de couches $M=10$

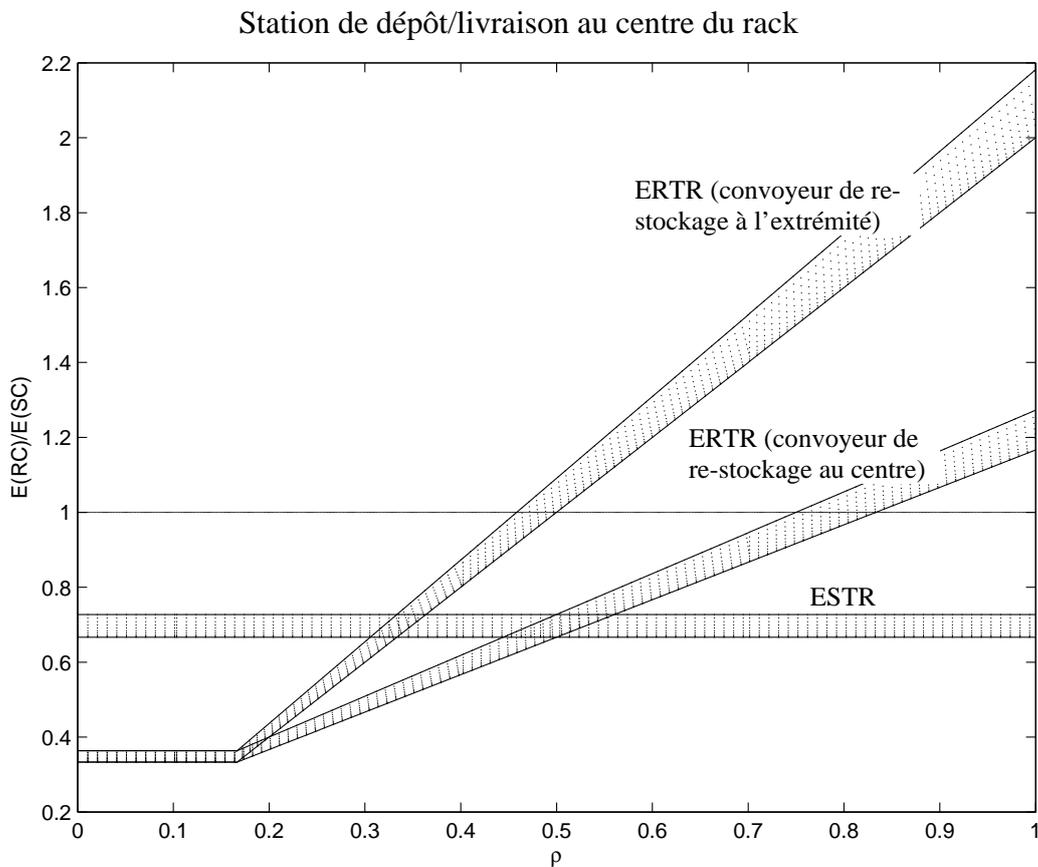
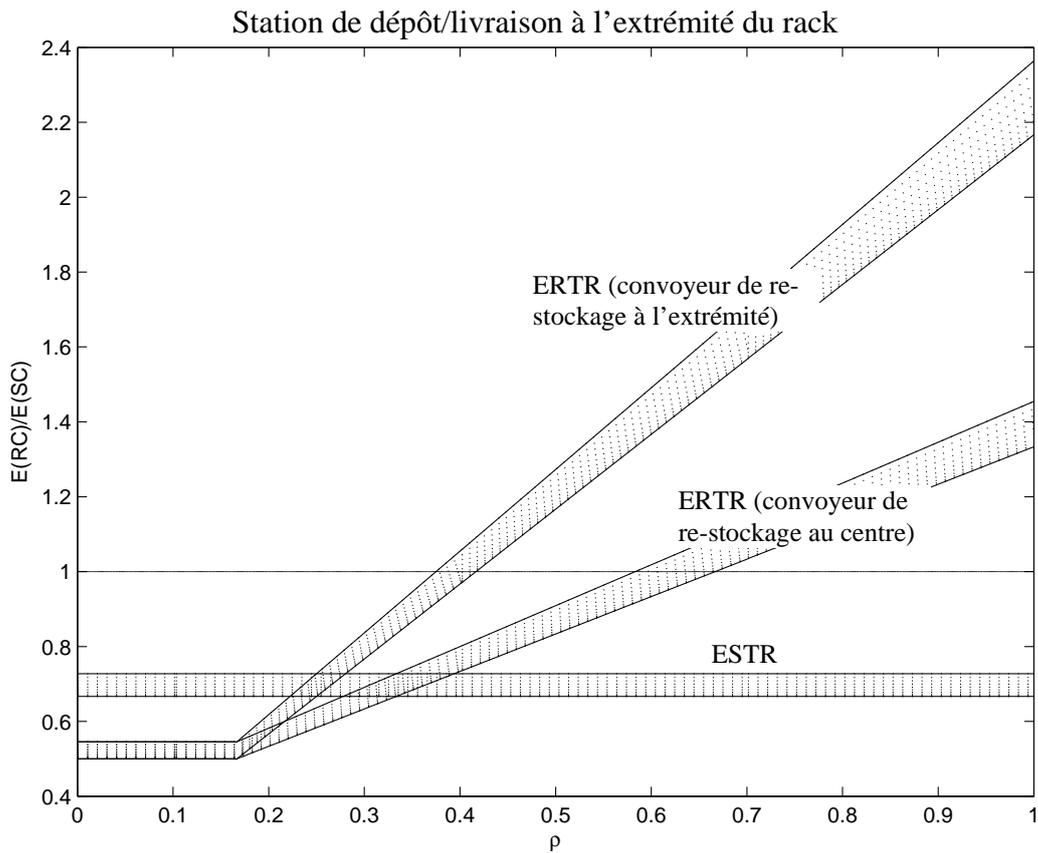


Figure 5.5 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du taux de charge.
Pour un nombre de couches $M=6$.

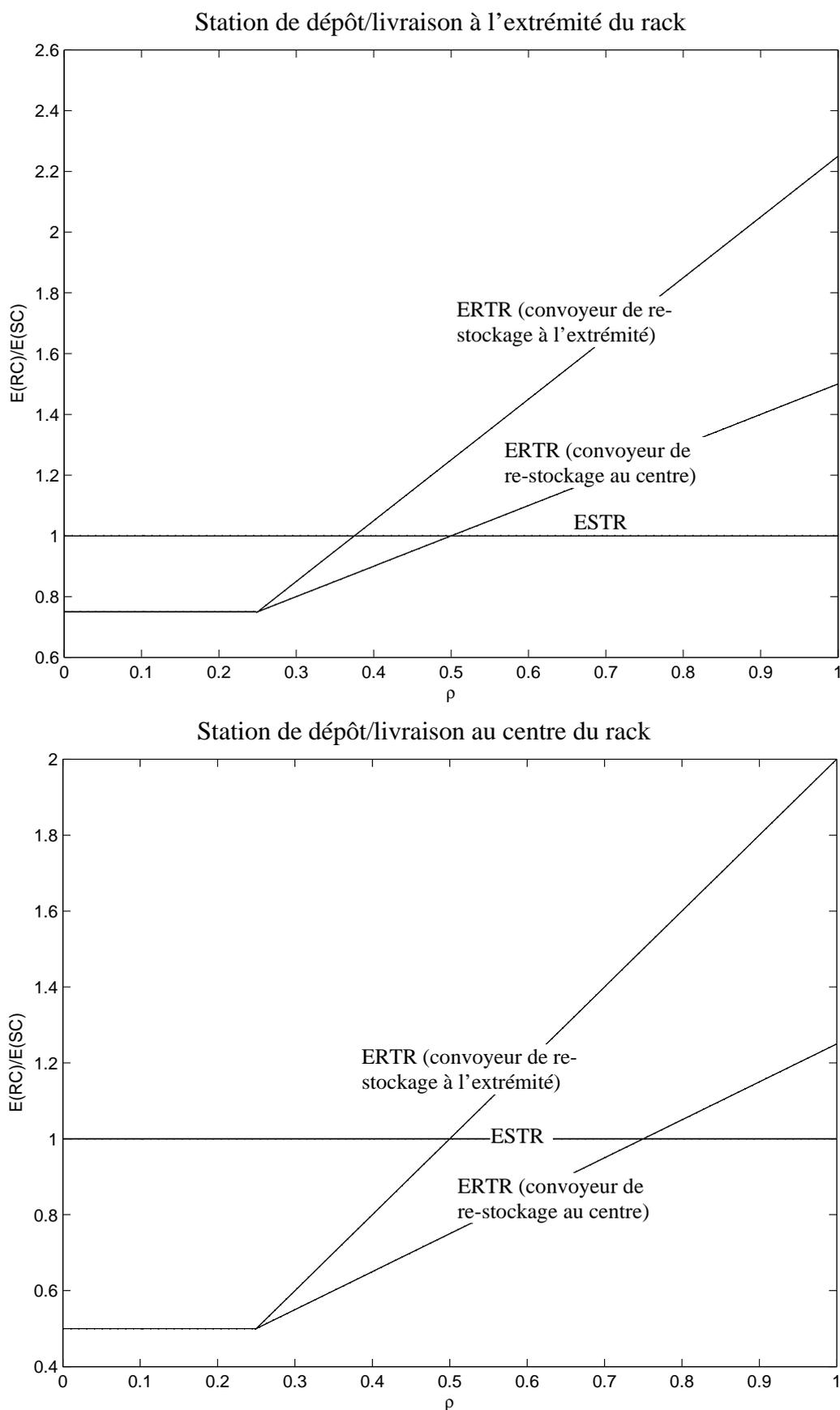


Figure 5.6 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du taux de charge.
Pour un nombre de couches $M=4$

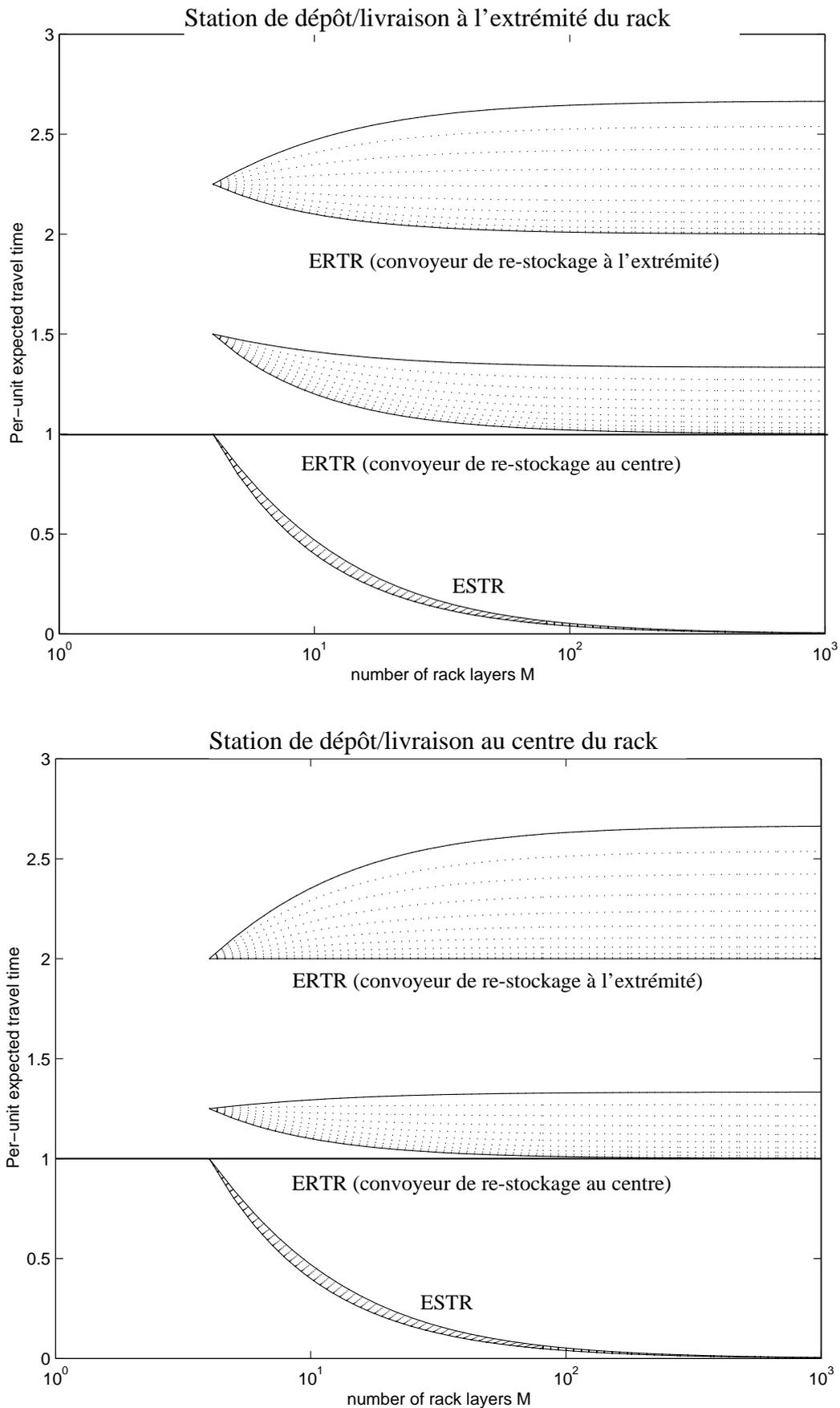


Figure 5.7 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du nombre de couches M
Pour un taux de charge $\rho=1$

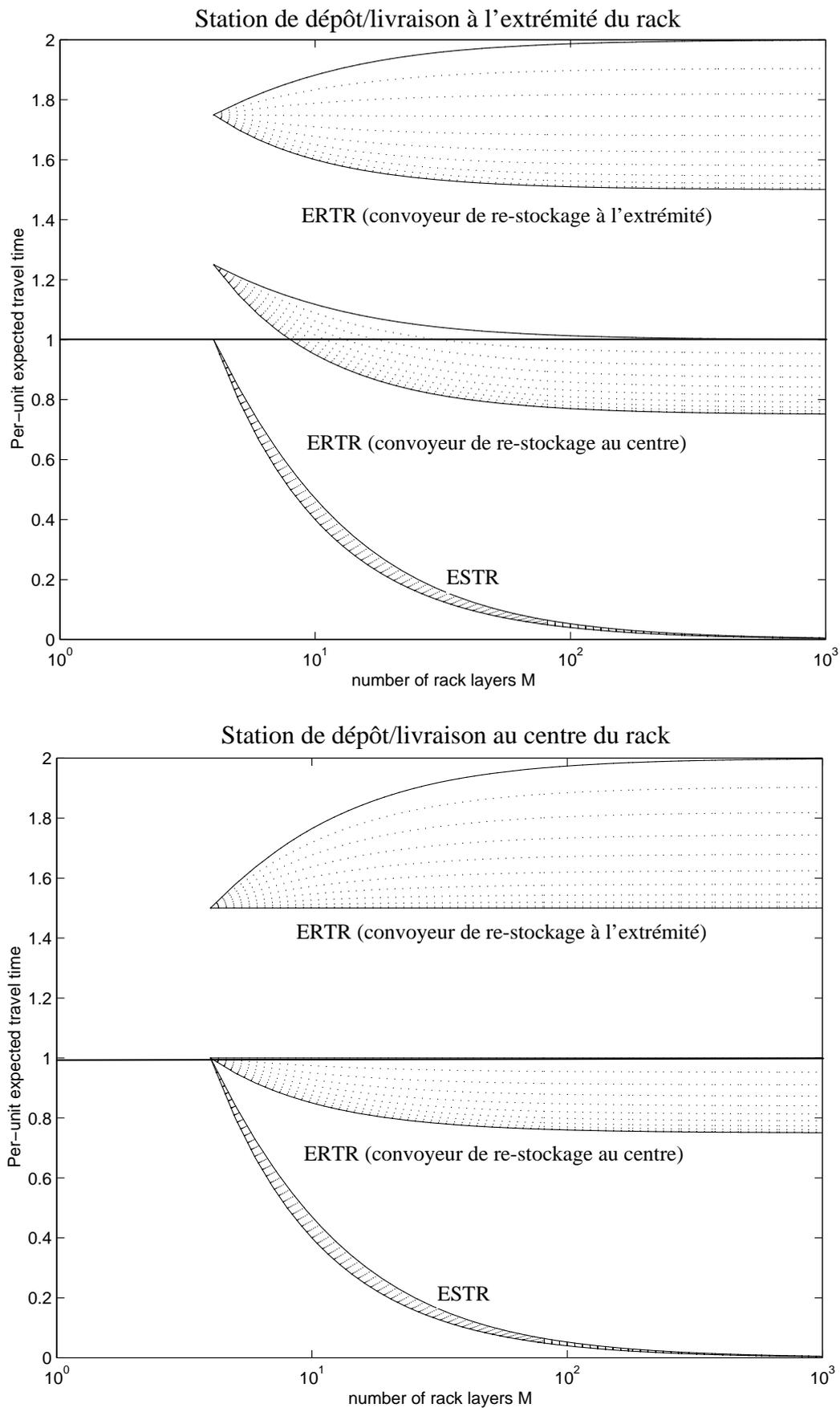


Figure 5.8 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du nombre de couches M
Pour un taux de charge $\rho=0,75$

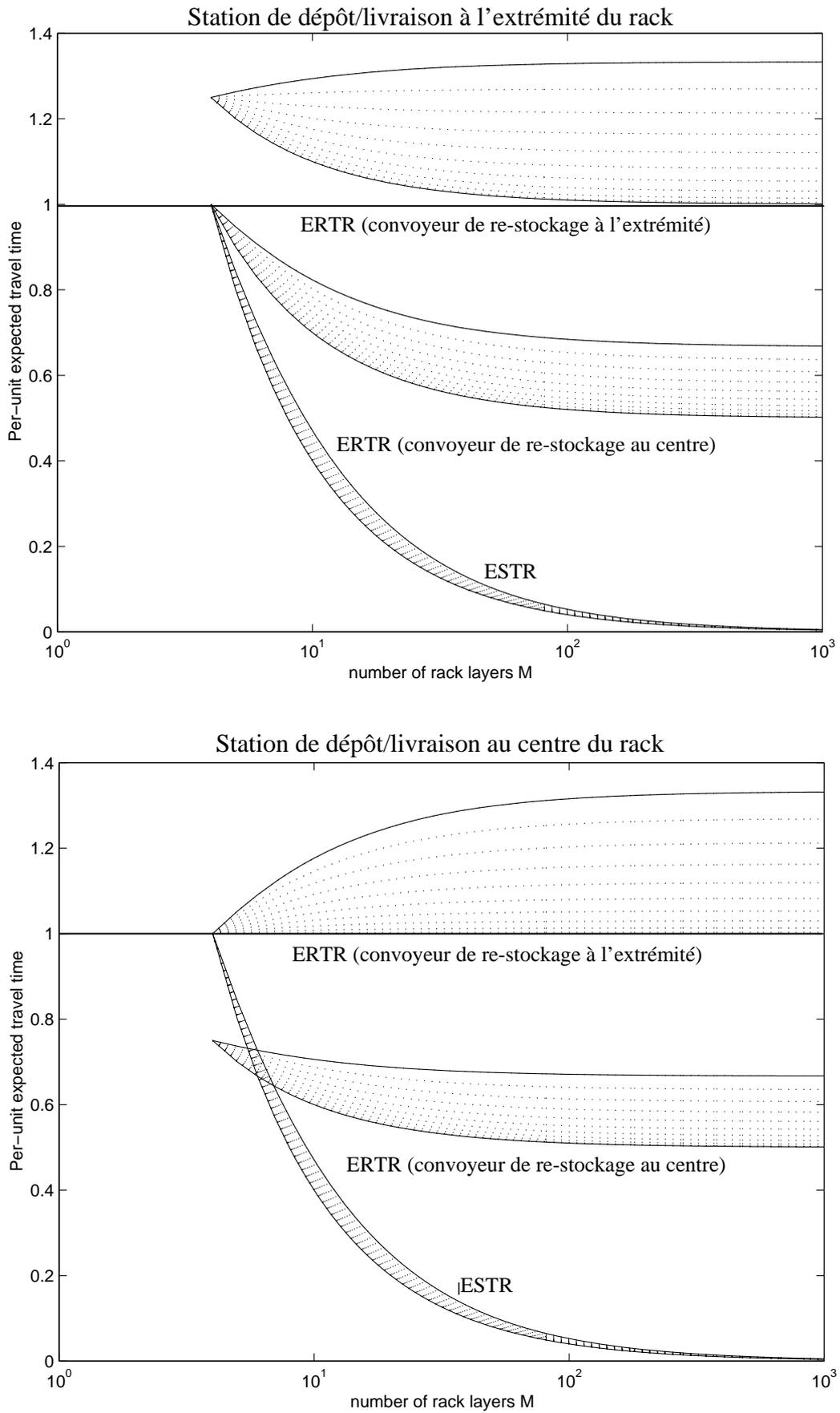


Figure 5.9 : Variations des ESTR et ERTR en fonction du nombre de couches M
 Pour un taux de charge $\rho=0,50$

5.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des modèles pour mesurer deux performance de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel: l'espace utilisé par le rack de stockage et le temps de transport des machines S/R. Les modèles sont construits sur les modèles de l'AS/RS à charge unitaire de telle sorte qu'une comparaison entre les deux AS/RS est réalisée. Pour ce faire différentes configurations de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel étudiées et comparées à leur équivalent de l'AS/RS à charge unitaire sont exposées.

L'analyse présentée dans ce chapitre démontre l'impact du taux de charge, du nombre de couches, du facteur de forme et des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur l'espace utilisé et le temps moyen de stockage et de déstockage. Un AS/RS à convoyeur gravitationnel et un AS/RS à charge unitaire ayant tous les deux la même capacité de stockage, le même nombre de machines S/R et la même hauteur ont été comparés sur la base des deux critères de performances suscités. Les conclusions suivantes ont été tirées :

- L'AS/RS à convoyeur gravitationnel occupe moins d'espace au sol que l'AS/RS à charge unitaire. Cette différence augmente lorsque le nombre de couches M augmente.
- Le temps moyen de stockage des deux systèmes est le même pour $M=4$. Lorsque M augmente, le temps de stockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel diminue rapidement par rapport à celui de l'AS/RS à charge unitaire.
- Le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel augmente lorsque le taux de charge augmente. Pour les configurations où le convoyeur de re-stockage est situé au centre du rack, le temps de déstockage est inférieur ou égal à celui des AS/RS à charge unitaire pour des taux de charge de l'ordre de 0,75. Ce qui est le taux de charge utilisé en pratique.

En général, un AS/RS à convoyeur gravitationnel, lorsque comparée à un AS/RS à charge unitaire équivalent (même capacité de stockage, même nombre de machines S/R et même hauteur), requière moins d'espace, possède un temps moyen de stockage inférieur, et un temps de déstockage équivalent dans certaines configurations. Dans d'autres configurations ce dernier est supérieur.

Les résultats présentés dans ce chapitre peuvent être utilisés pour déterminer quels types d'AS/RS, à convoyeur gravitationnel ou à charge unitaire auront les meilleures performances sous des conditions de fonctionnement données. De plus, les modèles présentés peuvent être utilisés comme outils d'aide à la conception pour déterminer la meilleure configuration d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel sous des conditions de fonctionnement données.

Chapitre 6

Analyse des taux de fonctionnement des machines S/R d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

6.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier le taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage. Ce taux dépend de la fréquence de stockage et déstockage. Si celle-ci est importante, le taux sera élevé, si elle est faible, le taux sera bas. Du taux de fonctionnement nous pouvons déduire la limite maximale de la fréquence de stockage ou de déstockage pour un système donné. A la conception, cette fréquence de stockage ou de déstockage nous permet de déterminer le nombre minimum de machines S/R pour un taux de fonctionnement optimal.

Pour notre part, nous nous intéressons dans cette étude, aux différences entre le taux de fonctionnement de la machine de stockage et celui de la machine de déstockage. Cette différence peut avoir des conséquences certaines, si le système travaille à un taux élevé. Une machine pouvant, ainsi, retarder l'autre, puisqu'en régime établi le taux de déstockage est égal au taux de stockage. Par contre, si le taux de fonctionnement du système est bas, la différence entre le taux de fonctionnement des deux machines S/R n'aura aucune influence parce que ces machines seront souvent en position de repos.

6.2. Etudes préliminaires.

Dans ce qui suit, nous considérons toutes les positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. Pour chacune de ces possibilités, deux cas se présentent :

- Fonctionnement à taux élevé : la machine va très rarement vers son point de repos, sa file d'attente d'opérations est toujours pleine.
- Fonctionnement à taux faible : la machine va vers son point de repos après chaque opération, sa file d'attente est le plus souvent vide.

Avant d'entamer notre analyse, posons quelques définitions :

- f_s : fréquence de stockage, c'est le nombre de stockage par unité de temps.
- f_r : fréquence de déstockage, c'est le nombre de déstockage par unité de temps.
- τ_s : taux de fonctionnement de la machine de stockage.
- τ_r : taux de fonctionnement de la machine de déstockage.

La machine de déstockage se charge de déstocker les produits, elle peut avoir recours au déplacement de produits vers le convoyeur de re-stockage afin d'atteindre le produit désiré. Soit $\overline{E(RC)}$ le temps moyen de déstockage d'un produit. Donc le taux de fonctionnement de la machine de déstockage est :

$$\tau_r = f_r \cdot \overline{E(RC)} \quad (1)$$

La machine de stockage se charge, quant à elle, non seulement de stocker les produits qui arrivent de la station de dépôt, mais aussi de re-stocker les produits qui arrivent du convoyeur de re-stockage. Il va de soit, que lors du fonctionnement en régime établi du système sur une période de temps suffisante, le nombre de stockage est égal au nombre de déstockage. De la, nous pouvons écrire : $f_s = f_r$ (2)

Aussi, nous pouvons supposer, au vu de cette égalité, que la machine de stockage va réaliser le stockage d'un produit nouvellement arrivé au système, suivi d'une suite de re-stockage de produits se trouvant dans le convoyeur de re-stockage. Ces produits sont ceux qui précédaient le dernier produit déstocké. A partir de cela, nous pouvons conclure que la machine de stockage réalise à chaque fois trois opérations. Soit :

- $\overline{E(SC)}$ le temps moyen de stockage d'un produit
- $\overline{E(FC)}$ le temps moyen de re-stockage d'un produit lors d'un déstockage
- $\overline{E(RR)}$ le temps d'accès du point de repos (station de dépôt) au convoyeur de re-stockage.

Donc le taux de fonctionnement de la machine de stockage est :

$$\tau_s = f_s \left(\overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)} \right) \quad (3)$$

Etant donné (2), posons $f_s = f_r = 1$, puis réécrivons (1) et (3) tel que :

$$\tau_r = \overline{E(RC)} \quad (4)$$

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)} \quad (5)$$

L'équation (5) du chapitre 3 nous donne le temps moyen de déstockage décomposé en quatre termes tel que :

$$\overline{E(RC)}_m = \overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)} + m \left(\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)} \right) \quad (6)$$

Où :

- m représente le numéro de la couche où se trouve le produit désiré ($0 \leq m \leq M-1$),
- $\overline{E(V_1)}$ est le temps moyen de transport entre le point de repos de la machine de déstockage et le point de déstockage,
- $\overline{E(V_2)}$ est le temps moyen de transport entre le point de déstockage et la station de livraison,
- $\overline{E(V_3)}$ est le temps moyen de transport, entre le point de déstockage et le convoyeur de re-stockage.
- $\overline{E(V_4)}$ est le temps moyen de transport, entre le convoyeur de re-stockage et le point de déstockage.

Tandis que $\overline{E(V_1)} + \overline{E(V_2)}$ représente le déstockage du produit désiré, $m \left(\overline{E(V_3)} + \overline{E(V_4)} \right)$ représente le re-stockage des produits le précédant. En d'autres termes $\overline{E(FC)}$. Dépendant du taux de fonctionnement, bas ou élevé, les déplacements de et vers le point de repos seront fréquents ou rares, respectivement.

Considérons les différentes configurations du système ainsi que les différents cas de fonctionnement :

6.3 Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage aux extrémités opposées du rack.

6.3.1. Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

L'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)}$$

Notons que $\overline{E(RR)}$ est nul parce que la machine S n'est presque jamais à son point de repos. Cette équation revient à écrire :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \quad (7)$$

où $E_1 + E_2$ représente $\overline{E(SC)}$ et $E_3 + E_4$ représente $\overline{E(FC)}$ tel

qu'illustré dans la figure 6.1. Notons de cette figure que les temps E_1, E_2, E_4 sont égaux et équivalent à $E(V_2)$. Nous avons donc :

$$E_1 = E_2 = E_4 = E(V_2) = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (8)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (9)$$

En remplaçant les équations (8) et (9) dans (7), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

b) Déstockage.

De façon similaire au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.2., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 \quad (11)$$

avec :

$$E_1 = E_2 = E(V_2) = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (12)$$

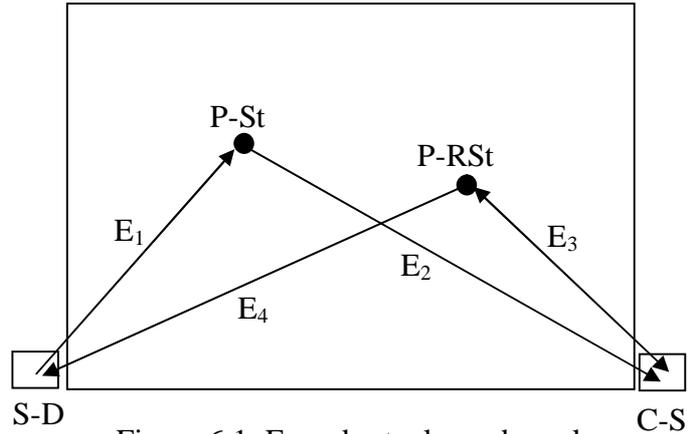


Figure 6.1. Face de stockage du rack

P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

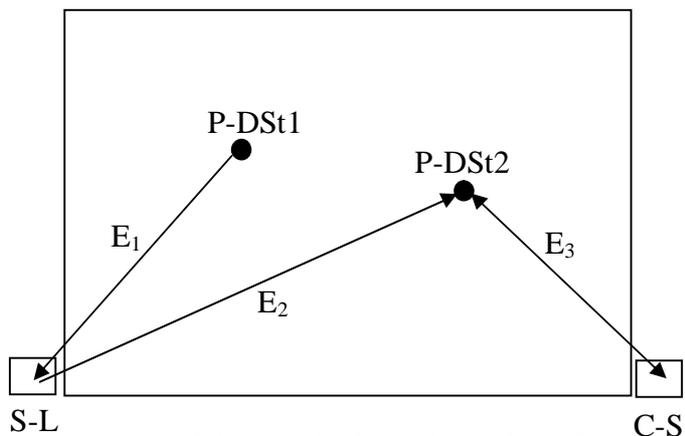


Figure 6.2. Face de déstockage du rack

P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right), \quad (13)$$

En remplaçant les équations (12) et (13) dans (11), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{2} \right). \quad (14)$$

En retranchant l'équation (10) de l'équation (14) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (15)$$

6.3.2. Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se tiennent donc à leurs points de repos respectifs.

a) Stockage :

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)}.$$

Ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5. \quad (16)$$

La figure 6.3. montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2$$

$$\overline{E(FC)} = E_4 + E_5$$

$$\overline{E(RR)} = E_3$$

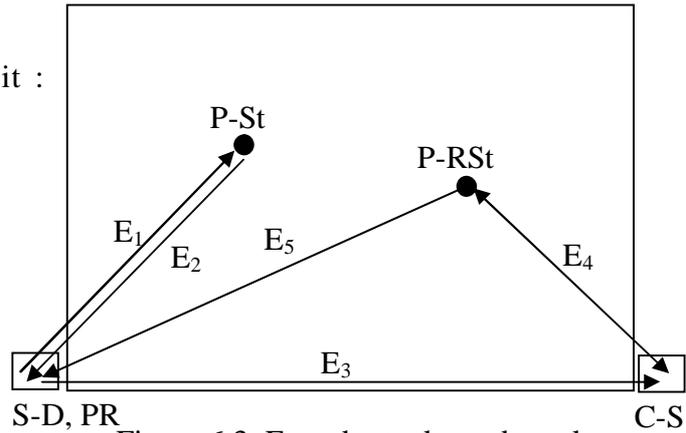


Figure 6.3. Face de stockage du rack

P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage

S-D : station de dépôt ; PR : point de repos

C-S : convoyeur de re-stockage

Notons que le point de repos PR est situé à la station de dépôt. Similairement aux paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_5 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (17)$$

$$E_4 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (18)$$

$$E_3 = T \text{ ou } T b \quad (19)$$

En remplaçant les équations (17), (18) et (19) dans (16), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \cdot \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{2} \right) + (T \text{ ou } T.b) \right\}. \quad (20)$$

b) Déstockage :

Comme au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.4., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \quad (21)$$

avec :

$$E_1 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (22)$$

$$E_3 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (23)$$

$$E_4 = \frac{T}{2} \quad (24)$$

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) \quad (25)$$

En remplaçant les équations (22) à (25) dans (21), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M + \frac{1}{4} \right) + \frac{T}{2} \right\} \quad (26)$$

En retranchant l'équation (20) de l'équation (26) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) + \frac{T}{2} \quad \text{où} \quad |\tau_r - \tau_s| = T \left(\frac{b^2}{12} + b - \frac{1}{4} \right) \quad (27)$$

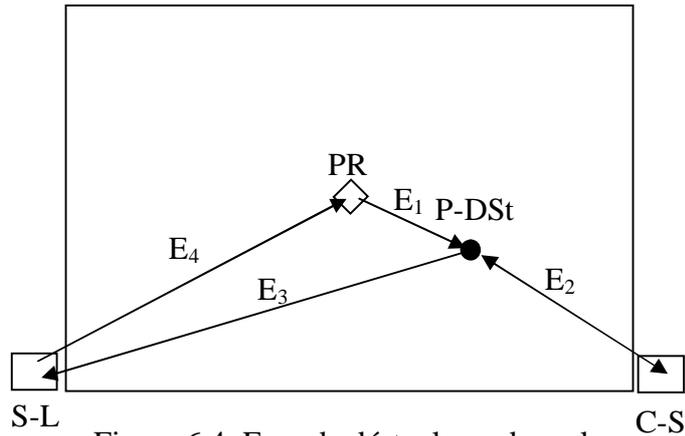


Figure 6.4. Face de déstockage du rack

P-DSt: point de déstockage ; PR : point de repos
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

6.4. Station de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

6.4.1. Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

Vu que le système fonctionne à taux élevé, $\overline{E(RR)}$ est nul comme montré précédemment. L'équation (5) s'écrit donc :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)}$$

ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \quad (28)$$

tel illustré dans la figure 6.5. Nous avons donc :

$$E_1 = E_4 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (29)$$

$$E_2 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (30)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (31)$$

En remplaçant les équations (29), (30) et (31) dans (28), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{3}{4} \right) \quad (32)$$

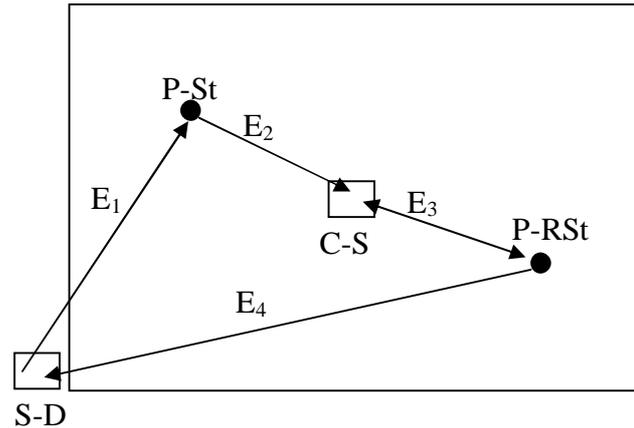


Figure 6.5. Face de stockage du rack

P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

b) Déstockage :

Similairement au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.6., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 \quad (33)$$

avec :

$$E_1 = E_2 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (34)$$

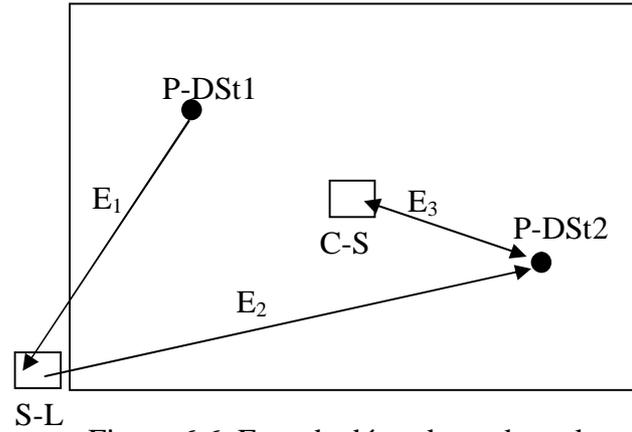


Figure 6.6. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (35)$$

En remplaçant les équations (12) et (13) dans (11), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{3}{4} \right). \quad (36)$$

En retranchant l'équation (32) de l'équation (36) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (37)$$

6.4.2. Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se positionnent donc sur leurs points de repos respectifs.

a) Stockage

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)}$$

Ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 \quad (38)$$

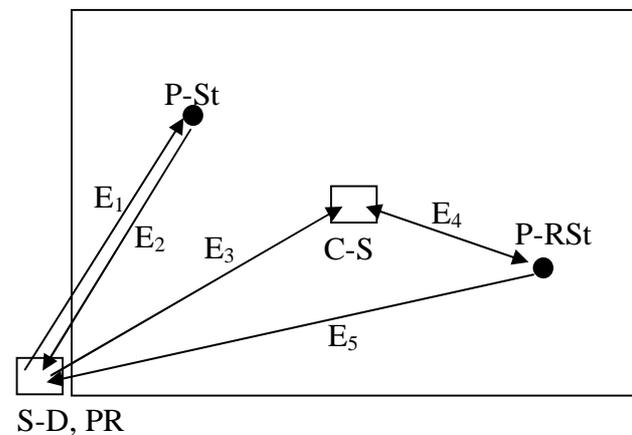


Figure 6.7. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; PR : point de repos
C-S : convoyeur de re-stockage

La figure 6.7. montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2$$

$$\overline{E(FC)} = E_4 + E_5$$

$$\overline{E(RR)} = E_3 \quad \text{C-S}$$

Notons que le point de repos PR est situé à la station de dépôt. A L'image des paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_5 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (39)$$

$$E_4 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (40)$$

$$E_3 = \frac{T}{2}. \quad (41)$$

En remplaçant les équations (17), (18) et (19) dans (16), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + 1 \right) + \frac{T}{2} \right\}. \quad (42)$$

b) Déstockage

Compte tenu du paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.8., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3 + E_4, \quad (43)$$

avec :

$$E_1 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (44)$$

$$E_3 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (45)$$

$$E_4 = \frac{T}{2}, \quad (46)$$

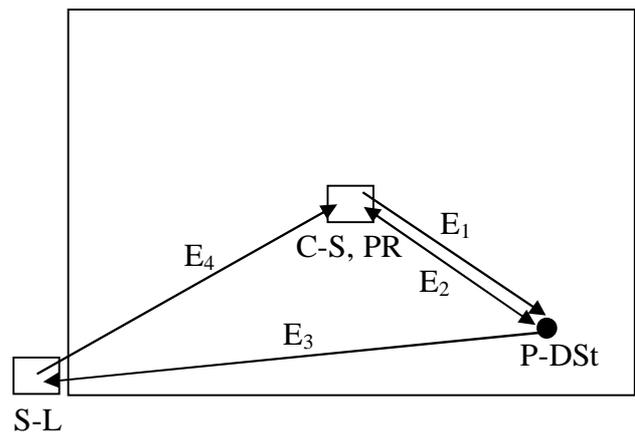


Figure 6.8. Face de déstockage du rack
P-DSt : point de déstockage ; PR : point de repos
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (47)$$

En remplaçant les équations (44) à (47) dans (43), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{2} \right) + \frac{T}{2} \right\}. \quad (48)$$

En retranchant l'équation (42) de l'équation (48) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (49)$$

6.5. Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

6.5.1 Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

Pour ce cas, où $\overline{E(RR)}$ est nul, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)},$$

ce qui est équivalent à

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4. \quad (50)$$

Comme le montre la figure 6.9. Nous avons :

$$E_1 = E_4 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (51)$$

$$E_2 = \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (52)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (53)$$

En remplaçant les équations (51)-(53) dans (50), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

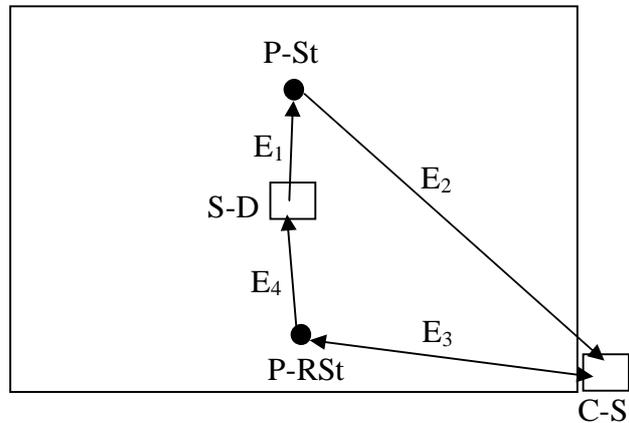


Figure 6.9. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right) \tag{54}$$

b) Déstockage :

Compte tenu du paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.10., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \tag{55}$$

avec :

$$E_1 = E_2 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \tag{56}$$

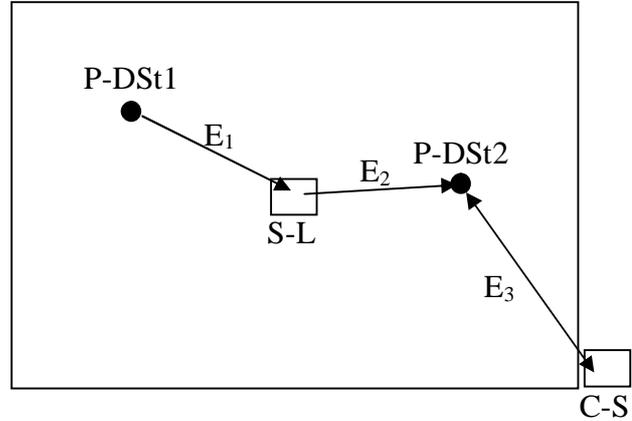


Figure 6.10. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right). \tag{57}$$

En remplaçant les équations (56) et (57) dans (55), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right). \tag{58}$$

En retranchant l'équation (54) de l'équation (58) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \tag{59}$$

6.5.2 Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se tiennent donc à leurs points de repos respectifs.

a) Stockage :

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

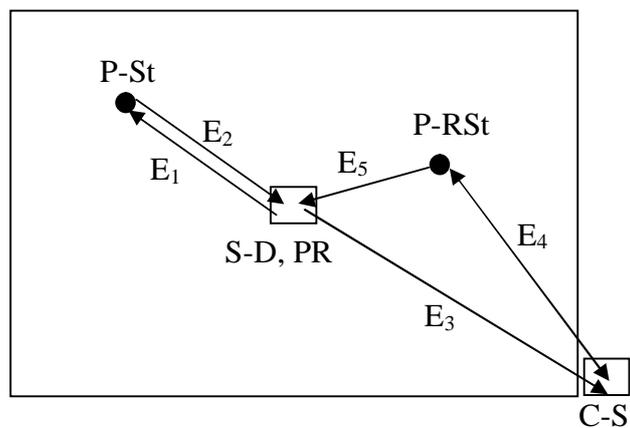


Figure 6.11. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; PR : point de repos
C-S : convoyeur de re-stockage

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)},$$

ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5. \quad (60)$$

La figure 6.11 montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2,$$

$$\overline{E(FC)} = E_4 + E_5,$$

$$\overline{E(RR)} = E_3.$$

A l'image des paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_5 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (61)$$

$$E_4 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right) - \frac{T}{2} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \quad (62)$$

$$E_3 = \frac{T}{2} \quad (63)$$

En remplaçant les équations (61), (62) et (63) dans (60), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \left\{ T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{4} \right) + \frac{T}{2} \right\}. \quad (64)$$

b) Déstockage

De façon similaire au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.8., comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \quad (65)$$

avec :

$$E_1 = E_3 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (66)$$

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M - \frac{1}{2} \right). \quad (67)$$

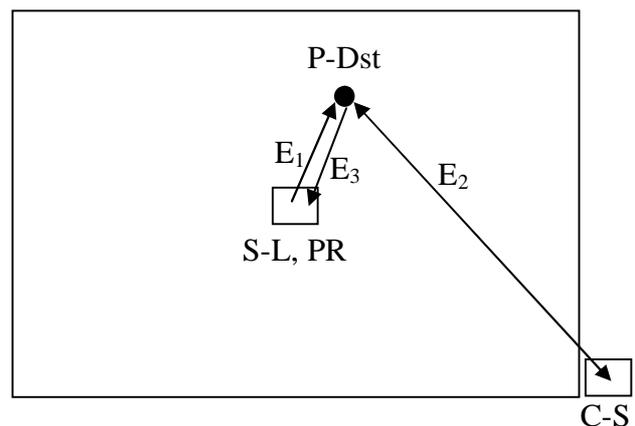


Figure 6.12. Face de déstockage du rack
P-DSt : point de déstockage ; PR : point de repos
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

En remplaçant les équations (66) et (67) dans (65), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_r = f_r \cdot T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right). \quad (68)$$

En retranchant l'équation (64) de l'équation (68) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = \frac{T}{2} - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (69)$$

6.6. Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

6.6.1 Fonctionnement à taux élevé :

Le système fonctionne à taux élevé, de telle manière que les machines S/R se déplacent rarement vers leurs points de repos.

a) Stockage :

Vu que le système fonctionne à taux élevé, $\overline{E(RR)}$ est nul comme montré précédemment, l'équation (5) s'écrit donc :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)},$$

ce qui est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4, \quad (70)$$

tel qu'illustré dans la figure 6.13.

Nous avons donc :

$$E_1 = E_2 = E_4 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (71)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (72)$$

En remplaçant les équations (71) et (72) dans (70), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s \cdot T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (73)$$

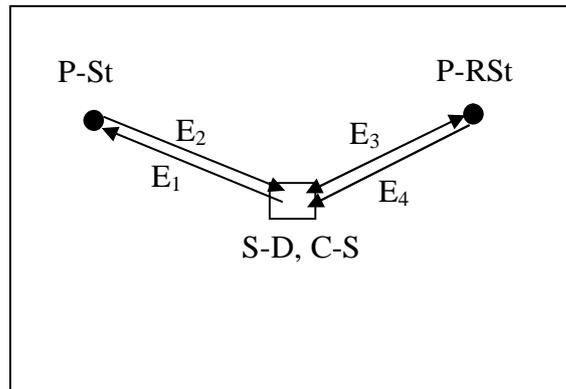


Figure 6.13. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; C-S : convoyeur de re-stockage

b) Déstockage

En se basant sur le paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.14, comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \quad (74)$$

avec :

$$E_1 = E_2 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (75)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (76)$$

En remplaçant les équations (75) et (76) dans (74), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (77)$$

En retranchant l'équation (73) de l'équation (77) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (78)$$

6.6.2 Fonctionnement à taux bas :

Le système fonctionne à faible taux, les machines S/R sont souvent libres. Elles se tiennent donc sur leurs points de repos respectifs.

a) Stockage :

Dans ce cas, l'expression (5) s'écrit :

$$\tau_s = \overline{E(SC)} + \overline{E(FC)} + \overline{E(RR)}.$$

Le terme $\overline{E(RR)}$ est nul parce que le point de repos et le convoyeur de re-stockage sont tous les deux au centre du rack. Ceci est équivalent à :

$$\tau_s = E_1 + E_2 + E_3 + E_4. \quad (79)$$

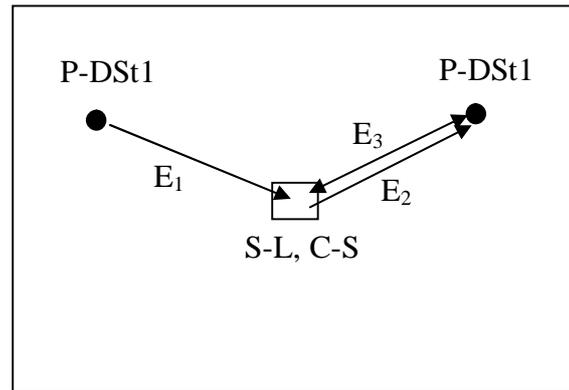


Figure 6.14. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

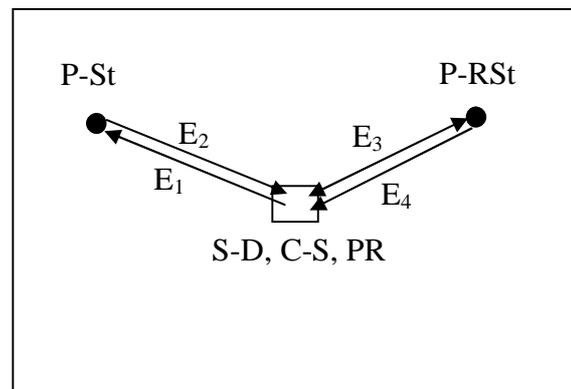


Figure 6.15. Face de stockage du rack
P-St : point de stockage ; P-RSt : point de re-stockage
S-D : station de dépôt ; PR : point de repos
C-S : convoyeur de re-stockage

La figure 6.15 montre bien que :

$$\overline{E(SC)} = E_1 + E_2,$$

$$\overline{E(FC)} = E_3 + E_4.$$

A l'image des paragraphes précédents, nous avons :

$$E_1 = E_2 = E_4 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (80)$$

$$E_3 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right) - \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right). \quad (81)$$

En remplaçant les équations (80) et (81) dans (79), puis généralisant pour f_s quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (82)$$

b) Déstockage :

De façon similaire au paragraphe précédent, le taux de fonctionnement de la machine de déstockage peut s'écrire, tel que illustré dans la figure 6.14, comme :

$$\tau_r = E_1 + E_2 + E_3, \quad (83)$$

avec :

$$E_1 = E_3 = \frac{T}{4} \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right), \quad (84)$$

$$E_2 = m(E(V_3) + E(V_4)) - E(V_4) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M - \frac{1}{4} \right). \quad (85)$$

En remplaçant les équations (84) et (85) dans (83), puis généralisant pour f_r quelconque, nous obtenons le taux de fonctionnement de la machine de stockeage comme étant :

$$\tau_s = f_s T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} \rho M + \frac{1}{4} \right). \quad (86)$$

En retranchant l'équation (82) de l'équation (86) sachant (2), nous obtenons :

$$|\tau_r - \tau_s| = 0. \quad (78)$$

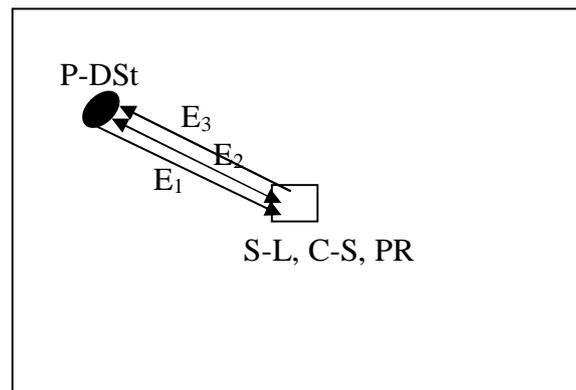


Figure 6.14. Face de déstockage du rack
P-DSt1, P-DSt2 : points de déstockage 1 et 2
S-L : station de livraison ; C-S : convoyeur de re-stockage

6.7. Conclusion.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au taux de fonctionnement des machines de stockage et déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Une analyse a été menée pour chaque position des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. De cette analyse, nous avons fait les observations suivantes :

- Pour la dernière configuration du système (stations de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack) les taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage sont les mêmes quel que soit le cas de figure. De plus, et comme présenté au chapitre 4, cette configuration possède les plus petits temps moyens de stockage et déstockage. De ce fait, cette configuration peut être considérée comme la meilleure des quatre configurations étudiées.
- Pour les autres configurations, la différence entre les taux de fonctionnement des deux machines, est nulle pour des taux élevés. Par contre elle ne l'est pas pour des taux de fonctionnement faibles. Toutefois, cette différence n'a d'influence sur le fonctionnement global du système que lorsque le taux de fonctionnement des machines S/R est élevé, mais dans ce cas cette différence est nulle. Nous pouvons donc conclure que quel que soit la configuration, et malgré les différences entre les taux de fonctionnements des machines de stockage et de déstockage, il n'y a pas de conséquences notables sur le fonctionnement global du système.

Chapitre 7

Optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour minimiser le temps de déstockage

7.1. Introduction

Dans ce chapitre nous nous proposons de déterminer les dimensions optimales du rack d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel en vue de minimiser le temps de déstockage. Pour cela nous avons formulé le problème qui s'avère être un problème non linéaire en nombre entiers (PNLNE). Nous avons donc adopté les méthodes d'optimisation déjà utilisées dans ce domaine pour résoudre notre problème. Les résultats obtenus sont intéressants et nous ont mené au développement de solutions analytiques approchées. Ce chapitre résume les travaux d'une thèse de Magister réalisée sous notre direction [Azzouz 01a]. Les résultats de ces travaux ont fait l'objet de plusieurs communications en congrès [Azzouz 00], [Azzouz 01b], [Azzouz 01c], [Azzouz 01d], ainsi que d'un article à soumettre [Azzouz 03].

La programmation non linéaire en nombres entiers (PNLNE) est une branche assez particulière de la programmation mathématique. Peu de travaux ont été réalisés dans ce domaine, dû à l'aspect non régulier du problème. Karaswa *et al* [Karaswa 80] ont présenté, pour résoudre un modèle de coût de type (PNLNE), une méthode assez naturelle qui consiste à résoudre le problème relaxé par les méthodes lagrangiennes. La solution du (PNLNE) sera prise par arrondi à l'entier le plus proche de la solution du (PNL). Les années 1960 ont connu des développements en programmation mathématique. L'extension de la méthode de Newton à la résolution des PNL avec contraintes inégalités - due à Wilson 1963 cité dans [Gill 74]- a permis la vulgarisation de la méthode des suites des approximations quadratiques (Sequential quadratic programming, SQP). L'une de ses performances est sa convergence superlinéaire, cependant elle demeurerait à convergence locale [Boggs 95]. Plusieurs travaux en vue de globaliser la convergence du schéma (SQP) ont fait l'objet -ces vingt dernières années- de plusieurs publications qui venaient enrichir la littérature de la (PNL). L'introduction des fonctions de mérite dans

l'algorithme a pu induire la convergence globale tant souhaitée. Ces fonctions peuvent être placées dans deux catégories, des fonctions "Barrières" appelées encore "Méthodes du point intérieur" et des fonctions de pénalités extérieures. On peut classer les fonctions de mérite selon un critère de régularité, ainsi, une première sous classe va regrouper les fonctions différentiables sous le vocable du "Lagrangien augmenté" et une autre sous classe de fonctions non régulières par les fonctions L1 pénalités" [Gill 74]. Quelques centaines d'articles ont été publiés, permettant d'avoir une littérature dense des (SQP). Plusieurs versions de l'algorithme SQP peuvent être trouvées dans [Boggs 95], [Durazzi 00], [Lawrence 98a], [Lawrence 98b], [Minoux 84a], [Schittkowski 90], [Schittkowski 99]. Durant ces dix dernières années, plusieurs chercheurs ont tenté de combiner les méthodes de résolution des (PNL) et les algorithmes de la programmation linéaire en nombres entiers (PLNE). Fletcher et Leyffer [Fletcher 94], [Leyffer 97] ont développé des méthodes de résolution des PNL en variables mixtes basées sur la décomposition de Benders et le procédé de Branch and Bound.

7.2. Formulation du problème :

Sur la base de l'expression du temps moyen de déstockage, les dimensions du rack de stockage sont optimisées pour obtenir le temps de cycle minimal pour des paramètres du système prédéfinis. Rappelons l'équation du temps moyen de déstockage, développée au chapitre 3, pour le cas où les stations de dépôt/livraison et le convoyeur de re-stockage sont aux extrémités opposées du rack :

$$E(RC) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho \cdot M \right) \quad \text{pour} \quad \frac{1}{M} \leq \rho \leq 1. \quad (1)$$

Minimiser l'expression (1), sous contraintes, revient à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min J(N_v, N_h, M) = \max(t_v, t_h) \left(\frac{\min\left(\frac{t_v}{T}, \frac{t_h}{T}\right)^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho \cdot M \right) \quad (2)$$

$$\text{sous les contraintes:} \begin{cases} n_1 \leq N_h \cdot N_l \cdot M \leq n_2 \\ N_h, N_l \geq 1 \\ M \geq 4 \\ N_h, N_l, M = \text{entiers} \end{cases} \quad (3)$$

La première équation du système (3) représente la contrainte liée à la taille du rack. Les valeurs n_1 et n_2 représentent une plage de tolérance du nombre total

d'emplacements dans le rack ou taille du rack. Cette taille peut être déterminée par l'équation (4) [Askin 93] :

$$N = \sum_{i=1}^m \frac{T_a(i)}{2} + S_s(i) \quad (4)$$

où $T_a(i)$ est la taille du lot du produit i , et $S_s(i)$ est le stock de sécurité du produit i .

Cette tolérance sur la taille du rack permet d'obtenir des solutions intéressantes du problème d'optimisation sachant que la quatrième contrainte exige que les dimensions du rack soient des entiers naturels. Les deuxième et troisième contraintes sont des contraintes de bord classiques. Les longueur et hauteur du rack ne peuvent pas être de dimension nulle, tandis que la profondeur du rack doit avoir au moins quatre emplacement pour que le système ai un quelconque intérêt tel que montré au chapitre 5.

En considérant toutes les valeurs que peut prendre le facteur de normalisation T , l'équation (2) s'écrira sous la forme :

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

De manière analogique, nous pouvons déduire les formulations des problèmes d'optimisation pour les autres positions des stations de dépôt/livraison et des convoyeurs de re-stockage.

Cas B: Station de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Cas C: Station de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack.

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{2} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

Cas D: Station de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack.

$$J(N_h, N_l, M) = \begin{cases} \left(\frac{(t'_v N_h)^2}{3t'_h N_l} + t'_h N_l \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \geq 0 \\ \left(\frac{(t'_h N_l)^2}{3t'_v N_h} + t'_v N_h \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \rho M \right) & \text{avec } t'_h N_l - t'_v N_h \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

Les problèmes des cas B, C et D ont les mêmes contraintes que celles du premier cas.

7.3. Résolution numérique du problème.

Le problème d'optimisation considéré est un problème non linéaire en nombres entiers (PNLNE). Sa résolution est une tâche délicate étant donné qu'il n'existe pas de méthode formelle de résolution de celui-ci [Azzouz 01a]. Nous avons résolu le problème en utilisant différentes méthodes. Pour choisir la meilleure de ces méthodes, nous avons considéré deux critères :

- L'exactitude : c'est le critère principal de comparaison de nos résultats, la meilleure méthode est celle dont les résultats sont les plus proches de l'optimal.
- Le temps de calcul : ce critère permet de déterminer la rapidité de la méthode.

Afin de valider l'optimalité des dimensions du rack sur une grande plage de fonctionnement, nous avons fait varier le taux de charge ρ du système de 0,2 à 1 ainsi que la vitesse de la machine de déstockage de telle sorte que $t_h'^2 + t_v'^2 = 2$. Cette contrainte sur la vitesse de la machine de déstockage permet d'effectuer la comparaison sur des grandeurs homogènes. Les simulations numériques ont été réalisées sous le langage Matlab 5.3 sur un PC-PIII, 550MHz.

7.3.1. Technique d'énumération

Cette technique considère toutes les configurations possibles du rack, calcule, pour chacune, le temps de cycle et sélectionne la configuration avec le temps de déstockage minimal. C'est une méthode d'exploration totale sa convergence vers la solution est assurée puisque la recherche du minimum se fait dans un ensemble fini et discret [Minoux 84b]. Cette technique peut se résumer dans l'algorithme qui suit :

Soit le domaine :

$$D := \{(x, y, z) \in N^3 : n_1 \leq xyz \leq n_2 \cap (x, y, z) \geq (1, 1, 4)\}$$

Pour $n = n_1, n_1 + 1, \dots, n_2$, et t'_v, t'_h, ρ donnés :

Chercher (x, y, z) et déterminer $J(x, y, z)$

Sélectionner $(x, y, z)^*$ pour lesquels J est minimum.

Les résultats de cette méthode sont présentés aux tableaux 7.1 et 7.2

7.3.2. Méthodes d'arrondi

La méthode d'énumération présente l'avantage d'être exacte, cependant lorsque le nombre de casier est très grand, le temps de calcul de la méthode d'énumération augmentera de manière trop importante. Il faut donc trouver des méthodes moins gourmandes en temps de calcul. Plusieurs techniques ont été proposées pour la résolution de ce problème par Karasawa et al [Karasawa 80] et Azzouz et al [Azzouz 00], [Azzouz 01a]. Elles sont basées sur la relaxation de la contrainte d'intégrité, la résolution du problème relaxé et la déduction d'une solution entière à partir de la solution relaxée. Le problème ainsi relaxé se réduit à :

$$\min f(x) \quad \text{soumis aux contraintes : } g_i(x) \leq 0 \text{ for } i=1, 2, \dots, m.$$

La relaxation peut se faire de différentes manières :

- *La relaxation directe* : la contrainte d'intégrité est simplement ignorée le problème est résolu et la solution entière est déduite de la solution relaxée.
- *La relaxation par linéarisation exponentielle* : en introduisant le logarithme sur la fonction objectif du problème, celle-ci devient une fonction linéaire et le problème en entier est linéarisé pour devenir :

$$\begin{cases} \min \left(\frac{t_v'^2 \exp(2x_1 - y_1)}{3t_v'} + t_v' \exp(y_1) \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho \exp(z_1) \right) \\ \ln(n_1) \leq x_1 + y_1 + z_1 \leq \ln(n_2) \\ (x_1, y_1, z_1) \geq (0, 0, \ln(4)) \\ x_1 - y_1 \leq \ln\left(\frac{t_v'}{t_h'}\right) \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} x_1 = \ln(N_l) \\ y_1 = \ln(N_h) \\ z_1 = \ln(M) \end{cases}$$

- *La relaxation par normalisation (per-unitage)* : pour cette méthode, tous les paramètres sont divisés par des grandeurs de base pour relaxer la contrainte d'intégrité. Une fois que le problème, ainsi obtenu, est résolu, les paramètres sont multipliés par les grandeurs de base pour retrouver la solution finale. Le problème sera résolu comme suit :
 - Normaliser le système : Etant donnée une estimation du point de fonctionnement du système (X,Y,Z) posons alors $x_1 = x/X$, $y_1 = y/Y$, $z_1 = z/Z$.
 - Résoudre le problème sans dimensions ainsi obtenu avec le vecteur initial comme point initial. La solution du (PNLNE) est obtenue donc en posant :

$$\begin{cases} x^* = [x_1 X] \\ y^* = [y_1 Y] \\ z^* = [z_1 Z] \end{cases}$$

où [a] représente l'entier le plus proche de a.

7.3.3. Résolution du problème

Plusieurs algorithmes peuvent être utilisés pour la résolution du problème, celui des suites des approximations quadratiques (SQP) est considéré parmi les plus performants [Schittkowski 99], d'un côté, il assure une convergence super linéaire, et d'un autre, il offre la possibilité de globaliser la convergence de l'algorithme [Boggs 95], [Fletcher 94], [Lawrence 98.a]. Le schéma de résolution par la méthode SQP est constitué de trois étapes essentielles :

- *Formulation du sous problème quadratique*: Considérons le problème non linéaire (avec seulement des contraintes inégalités)

$$(P) : \begin{cases} \min f(x) \\ g_i(x) \leq 0 \quad i=1; m \end{cases}$$

On définit le lagrangien associé à (P) par :

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda^T g(x)$$

Soit (x^k, λ^k) une estimation à l'itération k de (x^*, λ^*) , point selle du Lagrangien L, un sous problème est formulé de la façon suivante :

$$\begin{cases} \min(\frac{1}{2}d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d) \\ \nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) \leq 0 \quad i=1; m \end{cases}$$

avec H_k une approximation du hessien du lagrangien $\nabla^2 L(x, \lambda)$, obtenue à partir d'une formule de BFGS [Boggs 95], [Schittkowski 99] :

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k^T q_k}{q_k^T s_k} - \frac{H_k H_k^T}{s_k^T H_k s_k}$$

avec H_0 prise comme matrice de départ supposée définie positive et :

$$\begin{cases} d_k = x - x_k \\ s_k = x_{k+1} - x_k \\ q_k = \nabla L(x_{k+1}, \lambda_k) - \nabla L(x_k, \lambda_k) \end{cases}$$

Notons que la matrice H_{k+1} est définie positive si H_k l'est aussi et $q_k^T s_k \geq 0$.

- *Résolution du problème quadratique obtenu* : La résolution du problème quadratique se fait généralement par une stratégie des contraintes actives (de type gradient projeté) appelée encore méthode des projections.
- *Génération de la suite (x_k)* : Soit d_k^* la solution obtenue par la résolution du problème quadratique, λ_k le multiplicateur de Lagrange associé. Une nouvelle estimation de la solution est donnée à partir de la précédente comme suit :

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ \lambda_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_k \\ \lambda_k \end{pmatrix} + \alpha_k \begin{pmatrix} d_k^* \\ \lambda_k' - \lambda_k \end{pmatrix},$$

où α_k est un paramètre choisi pour induire une décroissance de la fonction de pénalité l_1 utilisée par Han (in [Schittkowski 90]) :

$$l_1(x, \alpha) = f(x) + \sum_{i=1}^m r_i \max(0, g_i(x)).$$

Le paramètre r est le degré de pénalisation [Powell 78] :

$$r_i = (r_{k+1})_i = \max \left\{ \lambda_i, \frac{1}{2} (r_k)_i + \lambda_i \right\}$$

avec un test d'arrêt (une tolérance de l'ordre de 10^{-8} est prise sur les solutions obtenues).

7.3.4. Une méthode exacte de résolution SQP-BB

La méthode de Branch and Bound, dite encore méthode de séparation et d'évaluation, est un algorithme qui détermine en un nombre fini d'étapes la solution globale d'un problème d'optimisation en nombres entiers.

On note par :

$$P: \begin{cases} \min f(x) \\ g(x) \leq 0 \\ x_i \in \mathbb{N} \end{cases} \quad P': \begin{cases} \min f(x) \\ g(x) \leq 0 \\ x_i \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Le problème en nombres entiers à résoudre (P), et le problème relaxé (P').

La procédure de Branch and Bound bien détaillée dans [Azzouz 01b], [Johnson 00], [Leyffer 97] commence par résoudre le PNL (P').

Si la solution de P' vérifie les conditions de P ...arrêter.

Sinon il existe x'_j fractionnaire, faire alors en cette composante un branch (construire un nœud).

$P'_1 = P' \cup \{x \leq [x'_j]\}$ et $P'_2 = P' \cup \{x \geq [x'_j]\}$ où $[a]$ représente la partie entière de a .

Il est clair que la solution de P est soit dans P'_1 soit dans P'_2 . Le procédé est répété jusqu'à l'obtention d'une solution entière. Si la contrainte de bord est atteinte, la branche est alors totalement explorée.

7.4. Résultats et interprétations

Le problème a été résolu par les différentes méthodes présentées en section 7.3. La résolution s'est effectuée sur une large plage de configurations et de fonctionnements du système. Ainsi, la taille N , le nombre de couches M , le facteur de forme b et le taux de remplissage ρ furent variés pour obtenir plus de 1300 problèmes d'optimisation à traiter. Les résultats de ces résolutions sont visualisés dans les figures 7.1 et 7.2. Un résumé de ces résultats est présenté aux tableaux 7.1 et 7.2. A partir de ces résultats, nous pouvons faire les constations suivantes :

- *Remarques en rapport avec les méthodes de résolution :*
 - La méthode d'énumération donne des résultats exacts mais devient très gourmande en temps de calcul lorsque la taille du système augmente.

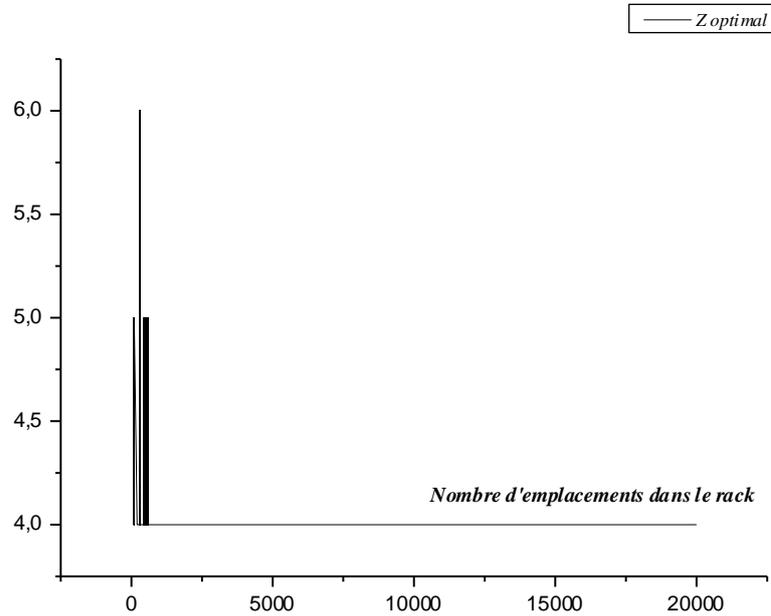


Figure 7.2 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas A.

| Paramètres | | Enumération | | | | | Relaxation | | | | Lin-Expo | | | | Per-Unitage | | | | Branch & Bound | | | |
|------------|--------|-------------|-------|-------|---|------|------------|-------|---|------|----------|-------|---|------|-------------|-------|---|------|----------------|-------|---|------|
| t'_h | t'_v | N_{eff} | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M | b | N_l | N_h | M | b |
| 1,37 | 0,34 | 100 | 2 | 10 | 5 | 0,80 | 2 | 10 | 4 | 0,80 | 2 | 10 | 4 | 0,8 | 2,47 | 9,9 | 4 | 1,00 | 2 | 10 | 5 | 0,80 |
| 1,27 | 0,63 | 100 | 5 | 5 | 4 | 0,50 | 3 | 7 | 4 | 0,86 | 4 | 7 | 4 | 0,87 | 3,5 | 7 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 0,50 |
| 1 | 1 | 100 | 5 | 5 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 1,00 | 4,95 | 4,95 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 1,00 |
| 0,63 | 1,27 | 100 | 5 | 5 | 4 | 0,50 | 7 | 3 | 4 | 0,86 | 7 | 4 | 4 | 0,87 | 7 | 3,5 | 4 | 1,00 | 5 | 5 | 4 | 0,50 |
| 0,34 | 1,37 | 100 | 10 | 2 | 5 | 0,80 | 10 | 2 | 4 | 0,80 | 10 | 2 | 4 | 0,80 | 9,89 | 2,47 | 4 | 1,00 | 10 | 2 | 5 | 0,80 |
| 1,37 | 0,34 | 504 | 6 | 21 | 4 | 0,88 | 6 | 22 | 4 | 0,92 | 6 | 22 | 4 | 0,92 | 5,53 | 22,14 | 4 | 1,00 | 6 | 21 | 4 | 0,88 |
| 1,27 | 0,63 | 504 | 7 | 18 | 4 | 0,78 | 8 | 16 | 4 | 1,00 | 8 | 16 | 4 | 1,00 | 7,82 | 15,65 | 4 | 1,00 | 9 | 14 | 4 | 0,78 |
| 1 | 1 | 504 | 9 | 14 | 4 | 0,64 | 11 | 11 | 4 | 1,00 | 11 | 11 | 4 | 1,00 | 11,07 | 11,06 | 4 | 1,00 | 14 | 9 | 4 | 0,64 |
| 0,63 | 1,27 | 504 | 14 | 9 | 4 | 0,78 | 16 | 8 | 4 | 1,00 | 16 | 8 | 4 | 1,00 | 15,65 | 7,82 | 4 | 1,00 | 18 | 7 | 4 | 0,78 |
| 0,34 | 1,37 | 504 | 21 | 6 | 4 | 0,88 | 22 | 6 | 4 | 0,92 | 22 | 6 | 4 | 0,92 | 22,13 | 5,53 | 4 | 1,00 | 21 | 6 | 4 | 0,88 |
| 1,37 | 0,34 | 1980 | 11 | 45 | 4 | 0,98 | 11 | 44 | 4 | 1,00 | 11 | 44 | 4 | 1,00 | 11,07 | 44,27 | 4 | 1,00 | 11 | 45 | 4 | 0,98 |
| 1,27 | 0,63 | 1984 | 16 | 31 | 4 | 0,97 | 16 | 31 | 4 | 0,97 | 16 | 31 | 4 | 0,97 | 15,65 | 31,3 | 4 | 1,00 | 16 | 31 | 4 | 0,97 |
| 1 | 1 | 2024 | 22 | 23 | 4 | 0,96 | 22 | 22 | 4 | 1,00 | 22 | 22 | 4 | 1,00 | 22,13 | 22,13 | 4 | 1,00 | 23 | 22 | 4 | 0,96 |
| 0,63 | 1,27 | 1984 | 31 | 16 | 4 | 0,97 | 31 | 16 | 4 | 0,97 | 31 | 16 | 4 | 0,97 | 31,3 | 15,65 | 4 | 1,00 | 31 | 16 | 4 | 0,97 |
| 0,34 | 1,37 | 1980 | 45 | 11 | 4 | 0,98 | 44 | 11 | 4 | 1,00 | 44 | 11 | 4 | 1,00 | 44,27 | 11,06 | 4 | 1,00 | 45 | 11 | 4 | 0,98 |
| 1,37 | 0,34 | 9800 | 25 | 98 | 4 | 0,98 | 25 | 99 | 4 | 0,99 | 25 | 99 | 4 | 0,99 | 24,74 | 98,99 | 4 | 1,00 | 25 | 98 | 4 | 0,98 |
| 1,27 | 0,63 | 9800 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 | 35 | 70 | 4 | 1,00 |
| 1 | 1 | 9800 | 49 | 50 | 4 | 0,98 | 49 | 49 | 4 | 1,00 | 49 | 49 | 4 | 1,00 | 49,99 | 49,49 | 4 | 0,99 | 50 | 49 | 4 | 0,98 |
| 0,63 | 1,27 | 9800 | 70 | 35 | 4 | 1,00 | 70 | 35 | 4 | 1,00 | 70 | 35 | 4 | 1,00 | 70 | 34,99 | 4 | 1,00 | 70 | 35 | 4 | 1,00 |
| 0,34 | 1,37 | 9800 | 98 | 25 | 4 | 0,98 | 99 | 25 | 4 | 0,99 | 99 | 25 | 4 | 0,99 | 98,99 | 24,74 | 4 | 1,00 | 98 | 25 | 4 | 0,98 |

Tableau 7.1. Résumé des solutions des problèmes d'optimisation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel

| Paramètres | | Enumération | | | Relaxation | | | Lin-Expo | | | Per-Unitage | | | Branch & Bound | | |
|------------|--------|------------------|------------------|---------------|------------------|------------|---------------|------------------|------------|---------------|------------------|------------|---------------|------------------|------------|---------------|
| t'_h | t'_v | N_{eff} | $E(\text{RC})_E$ | TC_E | $E(\text{RC})_R$ | ER_{E-R} | TC_R | $E(\text{RC})_L$ | ER_{E-L} | TC_L | $E(\text{RC})_P$ | ER_{E-P} | TC_P | $E(\text{RC})_B$ | ER_{E-B} | TC_B |
| 1,372 | 0,343 | 100 | 9,23 | 0,21 | 7,60 | 17,65 | 0,6 | 7,60 | 17,65 | 0,54 | 7,92 | 14,22 | 0,5 | 9,23 | 0,00 | 6,16 |
| 1,265 | 0,632 | 100 | 12,91 | 0,21 | 9,96 | 22,90 | 0,71 | 11,44 | 11,43 | 0,55 | 10,33 | 20,01 | 0,6 | 12,91 | 0,00 | 7,96 |
| 1 | 1 | 100 | 11,67 | 0,21 | 11,67 | 0,00 | 0,5 | 11,67 | 0,00 | 0,72 | 11,55 | 1,00 | 0,61 | 11,67 | 0,00 | 4,56 |
| 0,632 | 1,265 | 100 | 12,91 | 0,21 | 9,96 | 22,90 | 0,6 | 11,44 | 11,43 | 0,6 | 10,33 | 20,01 | 0,72 | 12,91 | 0,00 | 14,99 |
| 0,343 | 1,372 | 100 | 9,23 | 0,21 | 7,60 | 17,65 | 0,61 | 7,60 | 17,65 | 0,72 | 7,91 | 14,29 | 0,54 | 9,23 | 0,00 | 8,95 |
| 1,372 | 0,343 | 504 | 18,61 | 1,21 | 18,81 | 1,08 | 0,72 | 18,81 | 1,08 | 0,65 | 17,72 | 4,80 | 0,6 | 18,61 | 0,00 | 5,06 |
| 1,265 | 0,632 | 504 | 25,07 | 1,21 | 23,61 | 5,84 | 0,54 | 23,61 | 5,84 | 0,55 | 23,08 | 7,95 | 0,72 | 25,09 | 0,05 | 8,68 |
| 1 | 1 | 504 | 29,75 | 1,21 | 25,67 | 13,73 | 0,55 | 25,67 | 13,73 | 0,6 | 25,82 | 13,20 | 0,65 | 29,75 | 0,00 | 15,37 |
| 0,632 | 1,265 | 504 | 25,09 | 1,26 | 23,61 | 5,89 | 0,72 | 23,61 | 5,89 | 0,71 | 23,08 | 7,99 | 0,55 | 25,07 | 0,05 | 7,63 |
| 0,343 | 1,372 | 504 | 18,61 | 1,26 | 18,81 | 1,08 | 0,6 | 18,81 | 1,08 | 0,5 | 17,71 | 4,83 | 0,61 | 18,61 | 0,00 | 10,38 |
| 1,372 | 0,343 | 1980 | 35,81 | 5,99 | 35,21 | 1,68 | 0,72 | 35,21 | 1,68 | 0,6 | 35,44 | 1,06 | 0,66 | 35,81 | 0,00 | 12,47 |
| 1,265 | 0,632 | 1984 | 46,85 | 5,99 | 46,85 | 0,00 | 0,65 | 46,85 | 0,00 | 0,61 | 46,18 | 1,42 | 0,6 | 46,85 | 0,00 | 39,6 |
| 1 | 1 | 2024 | 53,08 | 6,04 | 51,33 | 3,30 | 0,55 | 51,33 | 3,30 | 0,72 | 51,64 | 2,73 | 0,71 | 53,08 | 0,00 | 10,38 |
| 0,632 | 1,265 | 1984 | 46,85 | 6,04 | 46,85 | 0,00 | 0,61 | 46,85 | 0,00 | 0,54 | 46,18 | 1,42 | 0,5 | 46,85 | 0,00 | 6,97 |
| 0,343 | 1,372 | 1980 | 35,81 | 6,04 | 35,21 | 1,68 | 0,66 | 35,21 | 1,68 | 0,6 | 35,42 | 1,09 | 0,6 | 35,81 | 0,00 | 12,09 |
| 1,372 | 0,343 | 9800 | 79,63 | 59,92 | 79,83 | 0,25 | 0,66 | 79,83 | 0,25 | 0,72 | 79,22 | 0,52 | 0,61 | 79,63 | 0,00 | 3,25 |
| 1,265 | 0,632 | 9800 | 103,29 | 59,92 | 103,29 | 0,00 | 0,6 | 103,29 | 0,00 | 0,65 | 103,29 | 0,00 | 0,72 | 103,29 | 0,00 | 0,38 |
| 1 | 1 | 9800 | 116,08 | 59,92 | 114,33 | 1,51 | 0,55 | 114,33 | 1,51 | 0,55 | 116,35 | 0,23 | 0,54 | 116,08 | 0,00 | 3,13 |
| 0,632 | 1,265 | 9800 | 103,29 | 60,03 | 103,29 | 0,00 | 0,72 | 103,29 | 0,00 | 0,61 | 103,27 | 0,02 | 0,55 | 103,29 | 0,00 | 0,39 |
| 0,343 | 1,372 | 9800 | 79,63 | 60,03 | 79,83 | 0,25 | 0,6 | 79,83 | 0,25 | 0,66 | 79,22 | 0,52 | 0,72 | 79,63 | 0,00 | 10,49 |

Tableau 7.2. Erreurs relatives et temps de calcul pour les différentes méthodes de résolution du problème d'optimisation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel

7.5. Généralisation aux autres positions (cas B, C, et D).

Dans la section 7.4, nous avons présenté les résultats obtenus pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel avec ses stations de dépôt/livraison et son convoyeur de re-stockage placés aux extrémités du rack (cas A). Dans cette section, nous nous proposons d'analyser les autres positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. Nous avons réalisé les mêmes simulations pour les différentes positions. La figure 7.1 montre la variation du facteur de forme b en fonction de la taille N du système pour toutes les positions (cas A, B, C et D). Les figures 7.3, 7.4 et 7.5 montrent la variation du nombre de couches M en fonction de la taille N du système pour les cas B (stations de dépôt/livraison à l'extrémités du rack et convoyeur de re-stockage au centre du rack), cas C (stations de dépôt/livraison au centre du rack et convoyeur de re-stockage à l'extrémité du rack) et cas D (stations de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage au centre du rack). A partir de ces résultats, nous pouvons faire les constations suivantes :

- Quelque soit les positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage, le facteur de forme b est toujours égal à 1 sauf pour les petits systèmes ($N < 500$). Ceci confirme la littérature qui stipule que les AS/RS optimaux ont tendance à être carré en temps.

- La position des stations de dépôt/livraison n'a pas d'influence sur le nombre de couches optimal M . Celui-ci est toujours égal à 4 sauf pour les petits systèmes ($N < 500$).
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est à l'extrémité du rack (cas A et C), le nombre de couches optimal M est toujours égal à 4 sauf pour les petits systèmes ($N < 500$).
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack (cas B et D), le nombre de couches optimal M varie en fonction du taux de remplissage ρ . Lorsque le taux de remplissage est faible, le nombre de couches est élevé. Lorsque ρ augmente, M diminue. A partir de $\rho > 0,5$, le nombre de couches optimal se stabilise et est rarement supérieur à 4. Cette constatation peut s'expliquer par le fait que lorsque ρ est faible, il est rarement nécessaire de recourir au re-stockage. Donc le nombre de couches optimal peut augmenter car cette augmentation va faire diminuer les dimensions de la face du rack (N_l et N_h) donc le temps de déstockage du produit désiré. Ceci est particulièrement remarquable lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack car, dans ce cas, le temps de re-stockage est divisé par deux. Le fait que M^* augmente lorsque ρ diminue doit se remarquer même pour les autres cas (A et C) mais la contrainte de bord, $M \geq 4$, doit masquer ce phénomène pour ces cas là.

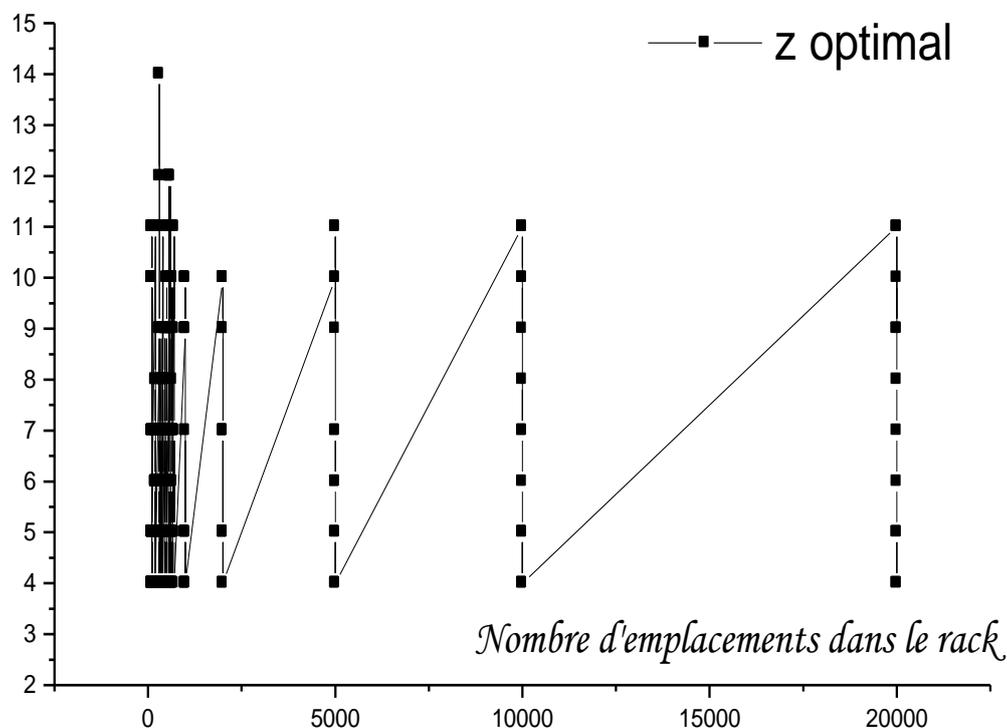


Figure 7.3 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas B.

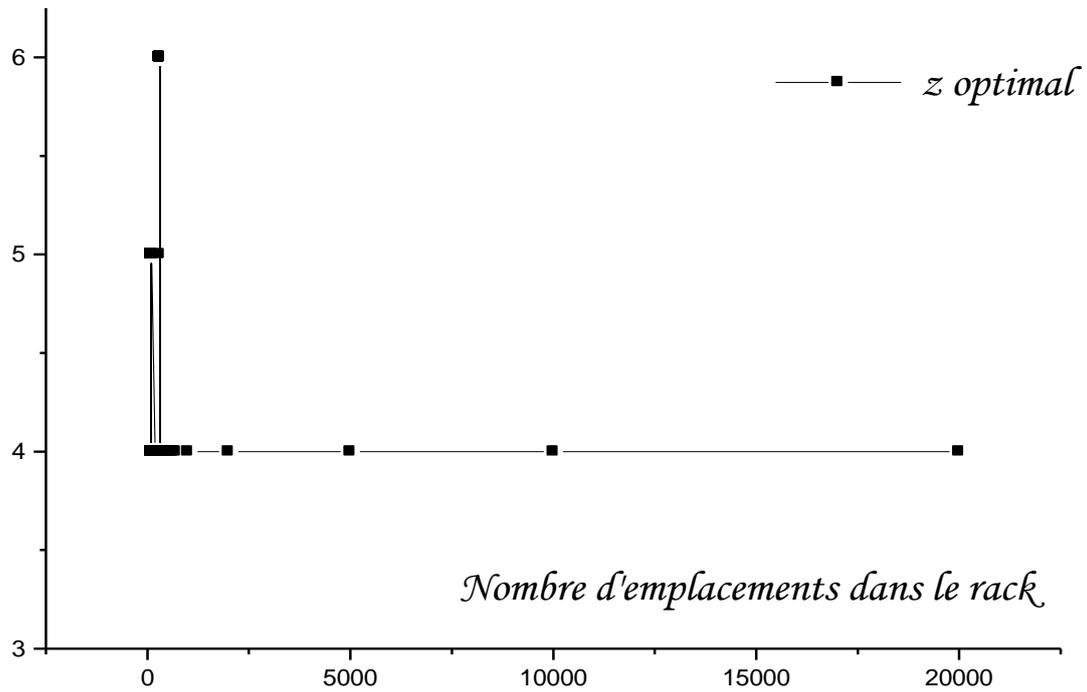


Figure 7.4 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas C.

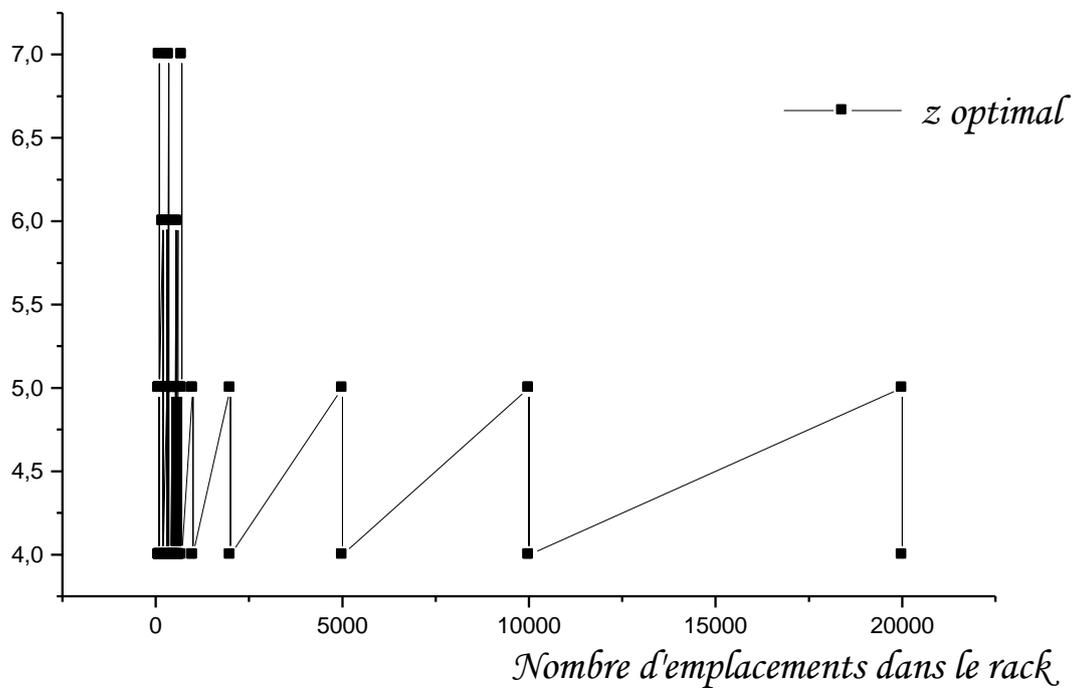


Figure 7.5 : Nombre de couches optimal en fonction de la taille du système pour le cas D.

Etant donné la variation du nombre de couches optimal M par rapport aux différents paramètres du système, nous avons voulu visualiser ces variations en faisant la moyenne des M optimaux de toutes les configurations traitées en simulation. Le nombre total de configuration traitées est de 1360 par cas (A, B, C et D). Le tableau 7.3 résume les résultats obtenus.

| Types de configurations | Nbre de config | Cas A | Cas B | Cas C | Cas D |
|---|----------------|--------|--------|--------|--------|
| Toutes les configurations | 1360 | 4,0809 | 5,1721 | 4,0493 | 4,2360 |
| Configurations avec $\rho < 0,5$ | 480 | 4,1146 | 6,7917 | 4,0500 | 4,4896 |
| Configurations avec $\rho > 0,5$ | 880 | 4,0625 | 4,2886 | 4,0489 | 4,0977 |
| Configurations avec $\rho > 0,5$ et $N > 500$ | 550 | 4,0000 | 4,1484 | 4,0000 | 4,0183 |

Tableau 7.3 : Valeurs moyenne du nombre de couches optimal

7.6 Expressions analytiques des dimensions optimales du rack.

Dans ce paragraphe, nous allons présenter une solution analytique approchée du problème d'optimisation des dimensions du rack. Cette solution est déduite des observations faites sur les résultats de simulation des différentes méthodes d'optimisation utilisées dans ce chapitre. D'après ces résultats, nous pouvons tirer deux conclusions :

- Pour la quasi-totalité des situations, le facteur de forme optimal b est égal à 1, sauf pour des racks de très petite taille.
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est à l'extrémité du rack, et pour $N > 500$ et $\rho > 0,5$, le nombre de couches optimal est égal à 4. (voir tableau 7.3)
- Lorsque le convoyeur de re-stockage est au centre du rack, et pour $N > 500$ et $\rho > 0,5$, le nombre de couches optimal est très rarement supérieur à 4, surtout pour le cas D (voir tableau 7.3).

A partir de ces observations nous pouvons réduire le problème d'optimisation, lorsque $N > 500$ et $\rho > 0,5$ à :

$$\begin{cases} \min J(N_h, N_l, 4) \\ \frac{1}{4}n_1 \leq N_h, N_l \leq \frac{1}{4}n_2, \\ N_h, N_l \geq 1 \\ N_h, N_l = \text{integers} \end{cases}$$

avec les expressions :
$$\begin{cases} N_h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Nt'_v}{t'_h}} \\ N_l = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Nt'_h}{t'_v}} \end{cases}$$
 comme solutions exactes du problème.

Pour tester son efficacité, nous l'avons comparé avec la méthode d'énumération. L'erreur relative entre ces deux méthodes est représentée dans la figure 7.6. Nous remarquons que cette erreur devient très faible pour les grands systèmes. Cependant, elle peut être très importante pour les petits systèmes. Ces erreurs importantes ont lieu lorsque les solutions analytiques ne sont pas entières. Par conséquent, cette méthode peut donner des solutions analytiques exactes si elles sont entières. Autrement elles peuvent être arrondies aux entiers les plus proches ou servir comme bornes améliorées pour l'algorithme de Branch and Bound.

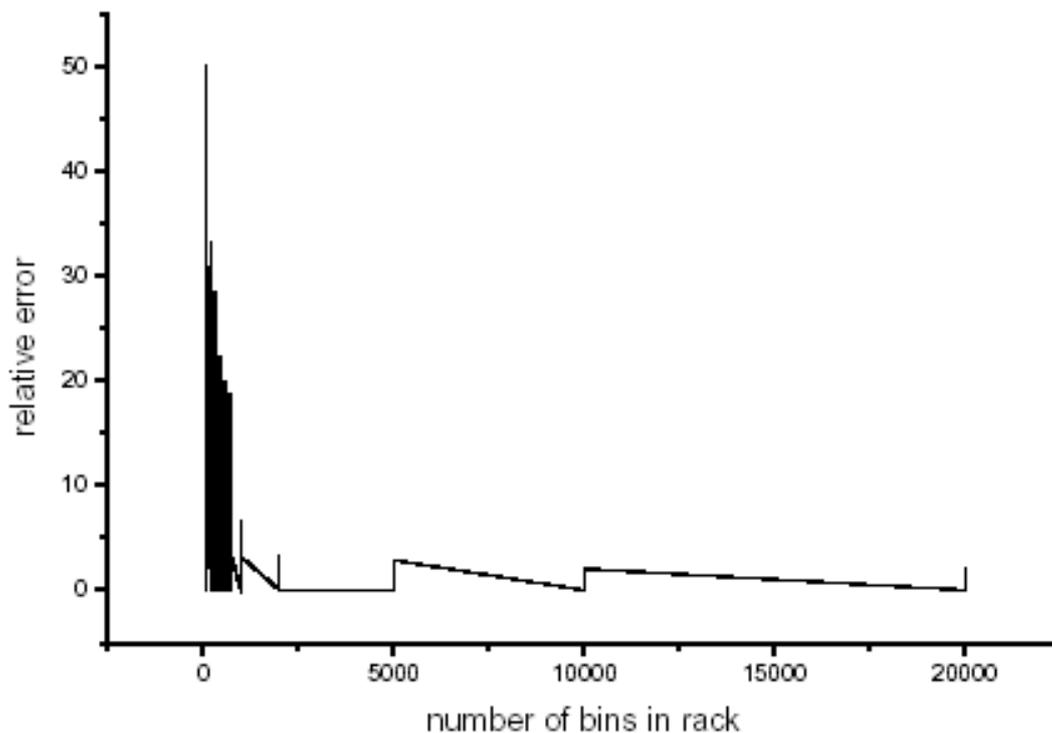


Figure 7.6 : Erreur relative entre la solution analytique et la solution par méthode d'énumération

7.7. Conclusion

Dans ce Chapitre, nous nous sommes intéressé à l'optimisation des dimensions du rack de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel en vue de minimiser le temps moyen de déstockage. Nous avons utilisé plusieurs méthodes pour la résolution du problème d'optimisation qui s'est avéré un problème non linéaire en nombre entiers. Nous avons comparé ces méthodes et conclu que la meilleure était la méthode Branch and Bound. Aussi la méthode d'énumération était performante pour les petit systèmes.

Les résultats de simulation nous ont permis d'analyser l'optimalité du systèmes sur une large plage de configurations et de fonctionnements. Nous avons tiré, de ces résultats, un certain nombre de conclusions qui nous ont permis de développer une solution analytique au problème valable dans la majorité des situations de fonctionnement réel. Il est vrai que cette solution analytique n'est valable que pour $N > 500$ et $\rho > 0,5$. Dans l'industrie, la distribution et les services, où ce genre d'AS/RS est utilisé, il est très rare que le système soit conçu avec un $N < 500$ et fonctionne avec un $\rho < 0,5$. Cette solution analytique peut dans le cas où elle ne satisfait pas aux contraintes du problème devenir une borne améliorée pour l'algorithme de Branch and Bound.

Chapitre 8

Perspectives et extensions

8.1. Introduction :

Dans ce chapitre nous présenterons les travaux en cours relatifs à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, ainsi que les extensions possibles des modèles développés pour d'autres AS/RS.

Dans la section 8.2, nous présentons une validation expérimentale des modèles des temps de déstockage, développés au chapitre 3. Cette validation expérimentale est réalisée grâce au logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Les résultats de cette section ont fait l'objet d'une communication au CIP2003 [**Triqui 03**].

Dans la section 8.3, nous développons une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette heuristique, construite de manière intuitive, semble prometteuse et présente beaucoup d'intérêt. L'expérimentation de cette heuristique, en utilisant le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA, est réalisée et les résultats ont fait l'objet de deux communications internationales [**Gaouar 05a**] et [**Gaouar 05b**].

Dans la section 8.4, nous présentons deux modèles du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées : un modèle continu approché et un modèle discret exact. Ces deux modèles sont comparés pour valider le modèle approché en utilisant la simulation. La procédure adoptée dans le développement et la simulation de ces modèles est similaire à celle utilisée pour le développement et la simulation des modèles de temps de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel présenté au chapitre 3. Le développement du modèle du temps de simple cycle ainsi que sa validation

expérimentale ont fait l'objet d'une communication au CIP2001 [Bénamar 01]. Des travaux sont en cours pour le développement de modèles du temps de double cycle ainsi que l'extension de ces modèles à des AS/RS à racks glissants. Ces travaux sont effectués dans le cadre d'une thèse de doctorat sous notre co-direction.

8.2 Validation expérimentale des modèles du temps de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

Dans cette section nous présentons les résultats de la simulation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel par ARENA. ARENA est une interface graphique très puissante du langage de simulation des événements discrets SIMAN. Elle est particulièrement adaptée à la simulation des systèmes de production. Nous l'avons donc utilisé pour simuler un AS/RS à convoyeur gravitationnel afin de vérifier l'exactitude des modèles développés au chapitre 3. ARENA est conçu de telle sorte qu'elle simule les systèmes tels qu'ils fonctionnent réellement. Des modules sont utilisés pour simuler la création de produits, le transport de produits la mise en attente, etc. Cette conception d'ARENA permet de remplacer l'expérimentation réelle par de la simulation. Il n'y a pas de modèle mathématique, mais un ensemble de modules représentant des tâches similaires à celles qui s'effectuent dans un système réel. Nous avons, donc, développé un programme de simulation du stockage, déstockage et restockage de produits dans un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Nous nous sommes intéressés au temps moyen de déstockage. Nous avons choisi un système avec les caractéristiques suivantes :

Nombre de casiers et de couches : $N_l=6$, $N_h=6$, $M=8$.

Temps de déplacement : $t_h=12s$, $t_v=12s$.

Facteurs de forme et normalisation : $b=1$, $T=12s$.

Le système a été simulé sur 10^6s , avec une « pré-période » transitoire de 10^5s . Pour chaque point de fonctionnement, la simulation s'est faite plusieurs fois et une valeur moyenne a été calculée. Pour déterminer les points de fonctionnement, le taux de charge ρ a été varié par incrément de 5% entre 20% et 95%. Les valeurs ainsi déterminées, ont été comparées à celle du modèle analytique approché développé au chapitre 3 et dont l'expression est :

$$E(RC) = T \left(\frac{b^2}{3} + 1 \right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \rho M \right).$$

Dans le tableau 8.1 [Triqui 03], sont représentés les résultats de la simulation, ceux du modèle analytique ainsi que l'erreur relative entre les deux. La figure 8.1 [Triqui 03] visualise l'erreur entre les résultats analytiques et de simulations. Nous remarquons à travers le tableau 8.1 et la

figure 8.1 que les résultats de simulation sont très proches de ceux du modèle analytique et que l'erreur entre les deux est négligeable. Ceci valide expérimentalement le modèle analytique développé au chapitre 3. D'autant plus que la simulation pour des systèmes de très petite taille et/ou de faibles taux de charge a donné des erreurs relativement faibles.

| Taux de charge (%) | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 65 | 70 | 80 | 85 | 90 | 95 |
|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Résultats analytique (s) | 20,00 | 23,20 | 29,60 | 36,00 | 42,40 | 45,60 | 48,80 | 55,20 | 58,40 | 61,60 | 64,80 |
| Résultats de simulation (s) | 20,10 | 23,48 | 29,46 | 36,56 | 42,86 | 45,69 | 48,05 | 55,13 | 58,29 | 61,41 | 64,05 |
| Erreurs relatives (%) | 0,498 | 1,19 | 0,475 | 1,53 | 1,07 | 0,197 | 1,56 | 0,127 | 0,189 | 0,309 | 1,17 |

Tableau 8.1 : Temps moyen de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel

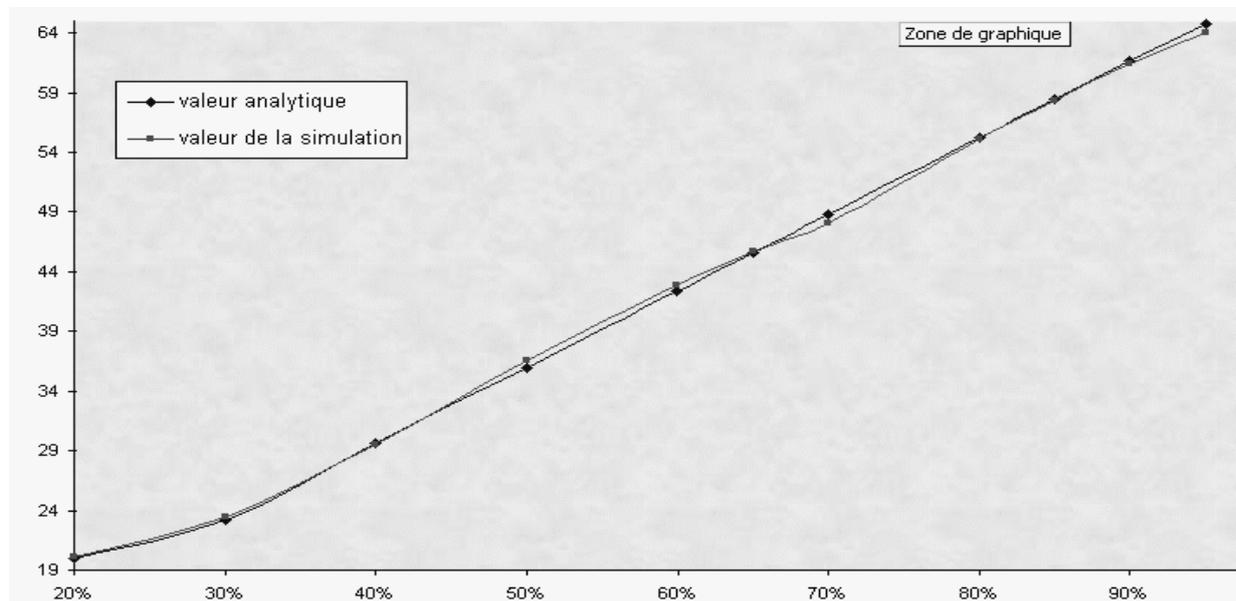


Figure 8.1 : Temps moyen de déstockage d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel en fonction du taux de charge.

8.3 Une heuristique pour le stockage/déstockage dans un AS/RS à convoyeur gravitationnel.

Dans cette section, nous allons présenter une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel [Sari 02]. Nous avons construit cette heuristique de manière intuitive pour essayer de réduire au maximum le temps de déstockage. La réduction du temps de stockage, celui-ci étant très petit par rapport au temps de déstockage, n'a pas été prise en considération dans le développement de cette heuristique.

Pour la construction de cette heuristique, nous avons procédé de la façon suivante. Le temps de déstockage est composé de deux grandeurs : le temps de déstockage du produit désiré et le temps de déstockage des produits le

précédant. Ces deux grandeurs peuvent être minimisées par la réduction de produits différents dans le même casier ainsi que par le déstockage des produits les plus proches de la station de livraison et/ou du point de repos de la machine de déstockage. A partir de cela nous avons développé l'heuristique qui peut être défini de la manière suivante :

Procédure de stockage :

1. Stocker le produit en cours derrière un produit identique. Si plusieurs choix sont possibles alors :
 - a. Stocker dans le casier où il y a qu'un seul type de produits (identiques au produit en cours de stockage). Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier où il y a le plus de produits. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.
 - b. Stocker dans le casier où il y a le plus de produits de même type (identiques au produit en cours de stockage). Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier où il y a le moins de produits en général. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.
2. Stocker dans un casier vide. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.
3. Stocker dans le casier où il y a le moins de produits. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier où il y a le moins de types de produits différents. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : Stocker dans le casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.

Procédure de déstockage :

Chercher le produit désiré se trouvant dans la couche la plus proche de la machine de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : déstocker à partir du casier le plus proche de la station de déstockage. Si plusieurs choix sont possibles alors : déstocker à partir du casier le plus proche du point de repos de la machine de déstockage.

Cette heuristique est, actuellement, en cours d'expérimentation, en l'implémentant dans un programme de simulation de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, en utilisant le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Les résultats préliminaires semblent très prometteurs et prédisent des améliorations très importantes du temps moyen de déstockage par rapport au stockage purement aléatoire.

Nous avons montré au chapitre 5 que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, avec un stockage purement aléatoire, avait un temps de cycle comparable à celui de l'AS/RS à charge unitaire tout en ayant une occupation d'espace beaucoup plus réduite. L'heuristique développée permettra d'améliorer considérablement le temps de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette amélioration permettra à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel d'avoir des performances globales supérieures à celles de l'AS/RS à charge unitaire et donc de devenir une alternative intéressante à celui-ci.

Il est vrai que l'AS/RS à convoyeur gravitationnel est actuellement cantonné à des applications où la variété des produits stockés est très réduite, voir le stockage de produits identiques. Si les améliorations des temps de déstockage sont remarquables, un large champ d'application s'ouvrira devant cet AS/RS.

8.4 Modèles du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées.

Un AS/RS multi allées est composé d'un ensemble de racks fixes disposés deux à deux en parallèle et séparés par des allées. Chacune de ces allées, appelées allées de desserte donnant accès à deux racks. Une allée commune placée perpendiculairement aux racks relie toutes les allées de desserte. Une seule machine de stockage/déstockage dessert l'ensemble des racks. De ce fait, cette machine S/R se déplace suivant trois axes : verticalement le long des colonnes formant les racks, horizontalement le long des allées de desserte et transversalement le long de l'allée commune dont l'une des extrémité est équipée d'une station de dépôt/livraison. Une vue de dessus schématique du système est représentée dans la figure 8.2

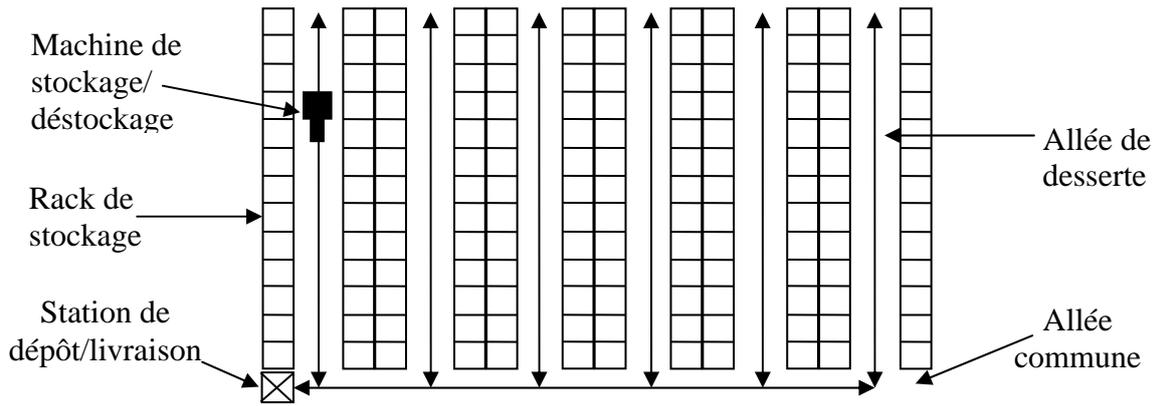


Figure 8.2 : Vue de dessus d'un AS/RS multi allées

8.4.1. Approche continue

Posons t_p le temps de transport horizontal de la station de dépôt/livraison jusqu'à l'allée la plus éloignée, t_h le temps de transport horizontal pour parcourir entièrement une allée de desserte, t_v le temps de transport vertical de la station de dépôt/livraison à l'étagère la plus haute [Sari 99]. En se basant sur la procédure détaillée dans la section 3.2, on pose :

$$0 \leq x_1 \leq t_h ; 0 \leq x_2 \leq t_p ; 0 \leq y \leq t_v$$

Soit : $x = x_1 + x_2$ alors $0 \leq x \leq H$ avec $H = t_h + t_p$

$$\text{Soit : } T' = \max(t_h + t_p ; t_v) \text{ et } b' = \min\left(\frac{t_h + t_p}{T'} ; \frac{t_v}{T'}\right) \quad (1)$$

Due au déplacement simultané de la machine S/R (horizontalement et verticalement), le temps de transport du point de dépôt/livraison au point (x, y) est égal à $\max(x, y)$.

Soit $G(z) = Pr(x \leq z)Pr(y \leq z)$, la probabilité que le temps de transport du point de dépôt/livraison au point (x, y) soit inférieur à z .

1^{er} cas : $t_h > t_v$

$$\text{Donc : } Pr(x \leq z) = \frac{z}{H} \text{ si } 0 \leq z \leq H \text{ et } , Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1 & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases} .$$

$$\text{D'où : } G(z) = \begin{cases} z^2 / H.t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ z/H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases} .$$

Dérivant $G(z)$, la densité de probabilité sera : $g(z) = \begin{cases} 2z/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1/H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

Le temps moyen de simple cycle est donc : $\overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 z g(z) dz$.

En résolvant l'équation précédente nous obtenons le temps moyen de simple cycle comme étant :

$$\overline{E(SC)}_1 = (t_h + t_p) \left(\frac{t_v^2}{3(t_h + t_p)^2} + 1 \right). \quad (2)$$

2^{ème} cas : : $t_h \leq t_v$

1^{er} sous cas : $t_v \leq H$

Donc : $\Pr(x \leq z) = \frac{z}{H}$ si $0 \leq z \leq H$ et $\Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1 & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

D'où : $G(z) = \begin{cases} z^2/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ z/H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

Dérivant $G(z)$, la densité de probabilité sera : $g(z) = \begin{cases} 2z/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq t_v \\ 1/H & \text{si } t_v < z \leq H \end{cases}$.

Le temps moyen de simple cycle est donc : $\overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 z g(z) dz$.

En résolvant l'équation précédente nous obtenons le temps moyen de simple cycle comme étant :

$$\overline{E(SC)}_{21} = (t_h + t_p) \left(\frac{t_v^2}{3(t_h + t_p)^2} + 1 \right). \quad (3)$$

2^{ème} sous cas : $H \leq t_v$

Donc : $\Pr(y \leq z) = \frac{z}{t_v}$ si $0 \leq z \leq t_v$ et $\Pr(y \leq z) = \begin{cases} z/H & \text{si } 0 < z \leq H \\ 1 & \text{si } H < z \leq t_v \end{cases}$.

D'où : $G(z) = \begin{cases} z^2/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq H \\ z/t_v & \text{si } H < z \leq t_v \end{cases}$.

Dérivant $G(z)$, la densité de probabilité sera : $g(z) = \begin{cases} 2z/H.t_v & \text{si } 0 < z \leq H \\ 1/t_v & \text{si } H < z \leq t_v \end{cases}$.

Le temps moyen de simple cycle est donc : $\overline{E(SC)} = 2 \int_{z=0}^1 z g(z) dz$.

En résolvant l'équation précédente nous obtenons le temps moyen de simple cycle comme étant :

$$\overline{E(SC)}_{22} = t_v \left(\frac{(t_h + t_p)^2}{3t_v^2} + 1 \right). \quad (4)$$

En remplaçant les expressions (1) dans (3)-(4), nous obtenons :

$$\overline{E(SC)}_c = T' \left(\frac{b'^2}{3} + 1 \right), \quad (5)$$

avec : $T' = \max(t_h + t_p ; t_v)$ et $b' = \min\left(\frac{t_h + t_p}{T'} ; \frac{t_v}{T'}\right)$.

Cette équation est similaire à celle de l'AS/RS à charge unitaire. Ceci est dû au fait que la distribution des distances entre la station de dépôt/livraison et les casiers de stockage est supposée uniforme, ce qui n'est pas vrai pour les distances horizontales où la distribution est trapézoïdale. Ceci entraînera certainement une erreur dans l'évaluation du temps de simple cycle par cette méthode. Nous déterminerons l'importance de cette erreur en comparant cette méthode avec une méthode exacte.

8.4.2. Approche discrète

Cette approche est une approche exacte basée sur la détermination des temps de transports de tous les casiers et le calcul de la moyenne de ces temps. Soit un AS/RS multi allées composés de M allées de desserte, N_l casiers horizontaux et N_h casiers verticaux par rack, t_p étant le temps de transport horizontal de la station de dépôt/livraison jusqu'à l'allée la plus éloignée, t_h le temps de transport horizontal pour parcourir entièrement une allée de desserte et t_v le temps de transport vertical de la station de dépôt/livraison à l'étagère la plus haute [Sari 99]. Soit :

$t'_p = \frac{t_p}{M}$ le temps de transport d'une allée de desserte à la suivante.

$t'_h = \frac{t_h}{N_l}$ le temps de transport horizontal d'un casier au suivant.

$t'_v = \frac{t_v}{N_h}$ le temps de transport vertical d'un casier au suivant.

En suivant la même procédure détaillée à la section 3.3.2, nous déterminons le temps de cycle moyen comme étant la moyenne des temps de transport de tous les casiers du système, soit :

$$\overline{E(SC)}_d = \frac{4}{N} \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^{N_l} \sum_{j=1}^{N_h} \max(t'_h |0-i| + t'_p |k-1|; t'_v |1-j|) \quad (6)$$

avec $N = 2(M \cdot N_l \cdot N_h)$

8.4.3. Etude en simulation.

La méthode continue, présentée en section 8.4.1 donne une expression du temps de simple cycle, simple et compacte, où T' et b' sont constantes. Cette expression peut donc être calculée à la main avec une grande facilité. Par contre, la méthode discrète, présentée en section 8.4.2 donne une relation complexe qui rend le calcul manuel fastidieux même pour de petits systèmes. Cependant, la méthode discrète donne des résultats exacts contrairement à la méthode continue qui donne des résultats approchée. Dans cette section, nous nous proposons de déterminer la précision de la méthode continue sur une large plage de configurations. Le nombre de configurations simulées étant très important (plus de 600), nous ne présenterons ici que les résultats les plus significatifs, qui sont résumés dans le tableau 8.2 [**Benamar 01**].

L'erreur relative entre la méthode continue et la méthode discrète est rarement supérieure à 4%. Ceci est le cas pour les très petits systèmes (100 casiers), ainsi que pour les configurations où l'effet trapézoïdal de la distribution horizontale des distances est important. Ceci est le cas lorsque t_h et t_p sont de valeurs comparables. Dans notre simulation nous avons pris :

$$t'_p = 4t'_h = 4t'_v$$

Nous remarquons dans le tableau 8.2 que l'erreur est importante chaque fois que le rapport N_l/M est proche de 4.

De ce fait, nous pouvons conclure que la méthode continue peut prédire le temps de simple cycle avec une précision acceptable mais pouvant être grandement améliorée. Cette amélioration peut être réalisée en utilisant une distribution des distances horizontales plus proche de la réalité du système. Nous travaillons sur ce point et espérons obtenir des résultats prochainement. De plus, un modèle du temps de double cycle doit être développé, ceci est beaucoup plus difficile pour l'AS/RS multi allées que pour l'AS/RS à charge unitaire étant donnée que le double cycle peut concerner des casiers dans la même allée, tel que dans l'AS/RS à charge unitaire, ou dans deux allées

différentes. Une fois que les modèles de simple et de double cycle soient développés, ceux-ci peuvent être étendus au AS/RS à rack glissant dont l'AS/RS multi allées est un cas particulier.

| N | N_l | N_h | M | $E(SC)_d$ | $E(SC)_c$ | $Erreur\%$ |
|-------|-------|-------|------|-----------|-----------|------------|
| 100 | 5 | 2 | 5 | 22 | 21,06 | 4,27 |
| 100 | 5 | 5 | 2 | 10,4 | 9,93 | 4,52 |
| 100 | 2 | 5 | 5 | 19,36 | 18,46 | 4,65 |
| 200 | 5 | 10 | 2 | 12,6 | 12,7 | 0,794 |
| 200 | 2 | 2 | 25 | 99 | 98,01 | 1,00 |
| 200 | 5 | 5 | 4 | 18,2 | 17,49 | 3,90 |
| 200 | 10 | 5 | 2 | 15,2 | 14,6 | 3,95 |
| 400 | 10 | 10 | 2 | 16,4 | 16,38 | 0,122 |
| 400 | 2 | 2 | 50 | 199 | 198 | 0,503 |
| 400 | 10 | 4 | 5 | 27,04 | 26,21 | 3,07 |
| 400 | 10 | 5 | 4 | 23,1 | 22,38 | 3,12 |
| 1000 | 5 | 20 | 5 | 27,3 | 27,35 | 0,183 |
| 1000 | 2 | 2 | 125 | 499 | 498 | 0,200 |
| 1000 | 25 | 5 | 4 | 38,04 | 37,22 | 2,16 |
| 1000 | 20 | 5 | 5 | 37,04 | 36,23 | 2,19 |
| 2000 | 2 | 50 | 10 | 59,64 | 59,63 | 0,0167 |
| 2000 | 2 | 2 | 250 | 999 | 998 | 0,100 |
| 2000 | 25 | 5 | 8 | 54,02 | 53,16 | 1,59 |
| 2000 | 10 | 25 | 4 | 30,88 | 31,45 | 1,85 |
| 4000 | 2 | 2 | 500 | 1999 | 1998 | 0,0500 |
| 4000 | 4 | 2 | 250 | 1001 | 1000 | 0,0999 |
| 4000 | 20 | 25 | 4 | 37,59 | 38,51 | 2,45 |
| 4000 | 16 | 25 | 5 | 37,57 | 38,51 | 2,50 |
| 10000 | 2 | 2 | 1250 | 4999 | 4998 | 0,0200 |
| 10000 | 4 | 2 | 625 | 2501 | 2500 | 0,0400 |
| 10000 | 20 | 50 | 5 | 57,52 | 58,64 | 1,95 |
| 10000 | 25 | 40 | 5 | 52,65 | 54 | 2,56 |
| 20000 | 4 | 100 | 25 | 133,3 | 133,3 | 0,005 |
| 20000 | 2 | 2 | 2500 | 9999 | 9998 | 0,0100 |
| 20000 | 25 | 50 | 8 | 66,84 | 68,72 | 2,81 |
| 20000 | 25 | 40 | 10 | 67,72 | 69,74 | 2,98 |
| 40000 | 2 | 2 | 5000 | 19999 | 19998 | 0,005 |
| 40000 | 2 | 4 | 2500 | 9999 | 9998 | 0,0100 |
| 40000 | 50 | 50 | 8 | 85,89 | 88,68 | 3,25 |
| 40000 | 40 | 50 | 10 | 83,99 | 86,97 | 3,55 |

Tableau 8.2 Temps de simple cycle d'un AS/RS multi-allées

8.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les travaux partiellement réalisés ou en cours de réalisation, concernant les AS/RS à convoyeurs gravitationnels ainsi que les extensions des modèles de temps de cycles pour d'autres types d'AS/RS.

Dans la section 8.2, nous avons présenté une validation expérimentale du modèle de temps de déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Cette validation a montré l'aptitude du modèle présenté au chapitre 3 à prédire le temps moyen de déstockage. Et ceci, même pour des systèmes de petite taille, où l'approximation utilisée pour l'obtention du modèle développé est particulièrement commune.

Dans la section 8.3, nous avons exposé une heuristique de stockage/déstockage qui a pour but de minimiser le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Les résultats préliminaires de cette heuristique nous ont semblé très intéressants, bien qu'ils ne soient pas suffisamment vérifiés pour être publiés. Des travaux supplémentaires sont en cours pour les valider. Si cela est réalisé, cette heuristique permettra de grandes améliorations du temps moyen de déstockage. Ce qui permettra à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel d'élargir son champ d'applications et de devenir une alternative viable à l'AS/RS à charge unitaire.

Dans la section 8.4, nous avons présenté un modèle du simple cycle pour l'AS/RS multi allées. Ce modèle est basé sur la même approche que celui développé pour l'AS/RS à charge unitaire [Bozer 84]. Entre autres, la distribution des distances entre la station de dépôt/livraison et les casiers de stockage est supposée uniforme, ce qui est parfaitement valable pour l'AS/RS à charge unitaire mais pas pour l'AS/RS multi allées. Une amélioration du modèle peut être obtenue en utilisant une loi distribution plus proche de la réalité de l'AS/RS multi allées.

Ce chapitre montre les nombreux champs d'investigations qu'il faudra explorer comme perspectives au présent travail. Il montre les possibilités importantes de ces AS/RS dans les applications industrielles si leurs comportements sont mieux connus. La modélisation de ces comportements sera l'une de nos préoccupations futures.

Conclusion Générale

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés aux systèmes automatisés de stockage déstockage (AS/RS). Nous avons étudié en particulier l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Ce type d'AS/RS, très peu étudié, est utilisé dans l'industrie agro-alimentaire où un seul type de produits, ou très peu de produits différents, y sont stockés. Les mêmes produits sont stockés dans les casiers et le déstockage se fait suivant la règle FIFO. Cette façon de l'utiliser limite considérablement son champ d'applications. Pour notre part, nous avons voulu voir quelles seraient les performances du système s'il est utilisé de manière plus générale, avec un stockage aléatoire de produits de différents types. C'est souvent le stockage le plus pratiqué dans l'industrie, la distribution et les services.

Nous avons donc commencé par modéliser les temps de transport des machines de stockage et de déstockage du système. Pour ce faire, nous avons suivi l'approche statistique utilisée par Bozer pour la modélisation du temps de cycle de l'AS/RS à charge unitaire [Bozer 84]. Nous avons procédé à une validation par simulation de nos modèles qui nous a permis de déterminer leurs précisions et leurs limites. Ces modèles sont adéquats pour calculer le temps moyen de déstockage sauf pour de très faibles taux de charge (autour de ρ_{\min}) et/ou pour les petits systèmes où le facteur de forme est différent de 1. Ces limites étant définies, ces modèles peuvent donner en une simple opération manuelle le temps moyen de déstockage avec une erreur acceptable. Lorsque les systèmes sont de grande taille, les modèles proposés s'avèrent particulièrement précis. Les expressions des temps moyens de stockage et de déstockage ainsi développées peuvent être utilisées pour :

- Etablir des standards de performances des systèmes existants.
- Déterminer les performances de différentes configurations d'AS/RS à convoyeurs gravitationnels au moment de la conception.
- Comparer les performances des AS/RS à convoyeur gravitationnels avec d'autres types d'AS/RS

- Comparer différentes techniques de stockage pour améliorer les performances des AS/RS à convoyeurs gravitationnels.

Ensuite, nous avons mené une investigation sur l'impact des positions des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage sur les temps moyens de transport. Deux positions furent étudiées : à l'extrémité ou au centre du rack. Des modèles des temps de stockage et déstockage furent développés pour chacune des configurations et une simulation sur une large plage de fonctionnement fut menée pour déterminer quelle était la meilleure des configurations quant au temps de transport. Finalement, nous avons pu déterminer que le meilleur système est établi lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont au centre du rack, suivi par le système où la station de livraison est au coin du rack et le convoyeur de re-stockage au centre, puis le système où la station de livraison est au centre du rack et le convoyeur de re-stockage au coin. Enfin le système le moins intéressant par rapport au temps moyen de déstockage est établi lorsque la station de livraison et le convoyeur de re-stockage sont aux coins du rack.

L'étape suivante fut le développement de modèles pour l'évaluation des performances de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, comparées à celles de l'AS/RS à charge unitaire, considéré comme l'AS/RS générique. Deux critères de performances furent analysés : l'espace utilisé par les racks de stockage et les temps de transport des machines S/R. Une simulation de ces modèles sur une large plage de fonctionnements, a mené à la conclusion qu'en règle général, un AS/RS à convoyeur gravitationnel, lorsque comparée à un AS/RS à charge unitaire équivalent (même capacité de stockage, même nombre de machines S/R et même hauteur), requiert moins d'espace, possède un temps moyen de stockage inférieur, et un temps de déstockage équivalent dans certaines configurations. Dans d'autres configurations ce dernier est supérieur. Ces résultats peuvent être utilisés pour déterminer quels types d'AS/RS, à convoyeur gravitationnel ou à charge unitaire auront les meilleures performances sous des conditions de fonctionnement données. De plus, les modèles présentés peuvent être utilisés comme outils d'aide à la conception pour déterminer la meilleure configuration d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel sous des conditions de fonctionnement données.

Après, une analyse des taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage fut menée. Pour ce faire des modèles de ces taux furent développés pour chaque position des stations de dépôt/livraison et du convoyeur de re-stockage. L'analyse de ces modèles a mené aux observations suivantes :

- Lorsque les stations de dépôt/livraison et convoyeur de re-stockage sont au centre du rack, les taux de fonctionnement des machines de stockage et de déstockage sont les mêmes quelques soit le cas de

figure. De plus, cette configuration possède les plus petits temps moyens de stockage et déstockage. De ce fait, cette configuration peut être considérée comme la meilleure des quatre configurations étudiées.

- Pour les autres configurations, la différence entre les taux de fonctionnement des deux machines, est nulle pour des taux élevés et non nulle pour des taux de fonctionnement faibles. Toutefois, cette différence n'a d'influence sur le fonctionnement global du système que lorsque le taux de fonctionnement des machines S/R est élevé. Donc, quelque soit la configuration, et malgré les différences entre les taux de fonctionnements des machines de stockage et de déstockage, il n'y a pas de conséquences notables sur le fonctionnement globale du système.

Nous avons ensuite considéré l'optimisation des dimensions du rack de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel en vue de minimiser le temps moyen de déstockage. Les résultats de simulation nous ont permis d'analyser l'optimalité du système sur une large plage de configurations et de fonctionnements. Nous avons tiré, de ces résultats, un certain nombre de conclusions qui nous ont permis de développer une solution analytique approchée valable dans la majorité des situations de fonctionnement réel.

Enfin, nous proposons un certain nombre de travaux en cours d'étude et qui concernent particulièrement :

- La validation expérimentale des modèles des temps moyens de transport de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Les premiers résultats de cette validation ont montré l'aptitude des modèles développés, à prédire le temps moyen de déstockage.
- Le développement d'une heuristique de stockage/déstockage qui à pour but de minimiser le temps moyen de déstockage de l'AS/RS à convoyeur gravitationnel. Les résultats préliminaires de cette heuristique nous ont semblé très intéressants, et prédisent de grandes améliorations du temps moyen de déstockage. Ce qui permettra à l'AS/RS à convoyeur gravitationnel d'élargir son champ d'applications et de devenir une alternative viable à l'AS/RS à charge unitaire.

Il existe de nombreux champs d'investigations qu'il faudra explorer comme perspectives au présent travail. Ces AS/RS possèdent des possibilités importantes dans les applications industrielles si leurs comportements sont mieux connus. La modélisation de ces comportements et son application sur des exemples réels, sera l'une de nos préoccupations futures.

Références Bibliographiques

- [Aarab 97] Aarab, A., Chetto, H. & Albert, P. (1997). Scheduling Rules for AGV Based Production Lines, *Conférence IFAC-IFIP-IMACS, Belfort (France), 20-22 Mai 1997*.
- [Allen 92] Allen, S.L., (1992), A selection guide to AS/R systems, *Industrial Engineering*, 24 (3), 28-31
- [Anon 91] Anon, (1991), Job-shop FMS speeds vertical growth, *Tooling & Production*, 57 (2), 52-54
- [Ashayeri 2002] Ashayeri, J., Heuts, R.M., et al, (2002), A geometrical approach to computing expected cycle times for zone-based storage layouts in AS/RS, *Int Jnl Production Research*, 40 (17), 4467-4483
- [Askin 93] Askin, R.G. & Standridge, C.R. (1993). *Modeling and Analysis of Manufacturing Systems*, (John Wiley & Sons, Ed.)
- [Azzouz 00] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2000) Optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour un temps de cycle minimum. Journées des Mathématiques Appliquées, J.M.A 2000. Blida.
- [Azzouz 01a] Azzouz, A., (2001) Optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel pour un temps de cycle minimum. Thèse de Magister. Université de Tlemcen. Algérie.
- [Azzouz 01b] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2001) La méthode de branch and Bound appliquée à l'optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel. Conférence Internationale sur la productique. Alger, 9-11 juin 2001.
- [Azzouz 01c] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2001) Closed form expressions for optimal dimensions for flow rack AS/RS. Conférence internationale sur la conception et la production intégrée. Fès 24 -26 octobre 2001.
- [Azzouz 01d] Azzouz, A., Sari, Z. et Ghouali, N., (2001) Une synthèse sur l'optimisation des dimensions d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel, Conférence internationale sur la conception et la production intégrée. Fès 24 -26 octobre 2001.

- [**Barad 88**] Barad, M. & Sipper D. (1988). Flexibility in Manufacturing Systems : Definitions and Petri Net Modeling, *International Journal of Production Research*, **Vol. 26, No. 2**, pages 237-248.
- [**Barrett 77**] Barrett, B.G., (1977), *An empirical comparison of high-rise warehouse policies for operator-controlled stacker cranes*. Logistics Research and Analysis, Eastman Kodak Company
- [**Benamar 01**] Benamar, A., Sari, Z. and Ghouali, N., (2001) Single-Cycle Time Models of Multi-Aisle AS/RS, CIP2001, Alger 09-11 Juin 2001, pp 118-123.
- [**Benjaafar 96**] Benjaafar, S. & Ramakrishnan, R. (1996). Modeling, Measurement and Evaluation of Sequencing Flexibility in Manufacturing systems, *International Journal of Production Research*, **Vol. 34, No. 5**, pages 1195-1220.
- [**Biteau 91**] R. Biteau, A. Garreau & M. Gavaud, "*Dictionnaire des Termes de Gestion Industrielle*", AFGI, (1991).
- [**Boggs 95**] Boggs, P. T., Tolle, J. W., (1995) Sequential Quadratic Programming. Acta numerica, pp 1-51. Cambridge University press.
- [**Bozer 80**] Bozer, Y.A. and White, J.A., (1980) Optimum designs of automated storage/retrieval systems. *TIMS/ORSA Joint National Meeting*, Washington, DC
- [**Bozer 84**] Bozer, Y.A. and White, J.A., (1984) Travel-time models for automated storage/retrieval systems. *IIE Transactions*, **16**(4), 329-338.
- [**Bozer 94**] Bozer, Y.A., Cho, M.-S., Srinivasan, M.M., (1994), Expected waiting times in single-device trip-based material handling systems, *European Jnl Operational Research*, **75 (1)**, 200-216
- [**Bozer 96**] Bozer, Y.A., White, J.A., (1996), A generalised design and performance analysis model for end-of-aisle order-picking systems, *IIE Trans* **28 (4)**, 271-280
- [**Browne 84**] Browne, J., Dubois, D., Rathmill, K., Sethi, S.P. & Stecke, K.E. (1984). Classification of Flexible Manufacturing Systems, *The FMS Magazine*, **Vol. 2, No. 2**, pages 114-117.
- [**Chang 95**] Chang, D.T., Wen, U.P and Lin, J.T., (1995), The impact of acceleration/deceleration on travel-time models for automated storage retrieval systems. *IIE Transactions*, **27**(1), 108-111.
- [**Chang 97**] Chang, D.T. and Wen, U.P., (1997) The impact on rack configuration on the speed profile of the storage and retrieval machine. *IIE Transactions*, **29**(5),525-531
- [**Chang 97a**] Chang, S.H. and Egbelu, P.J., (1997) Relative pre-positioning of storage/retrieval machines in automated storage/retrieval systems to minimize maximum system response time. *IIE Transactions*, **29**(4), 303-312
- [**Chang 97b**] Chang, S.H. and Egbelu, P.J., Relative pre-positioning of storage/retrieval machines in automated storage/retrieval systems to minimize expected system response time. *IIE Transactions*, **29**(4), 313-322
- [**Chincholkar 96a**] Chincholkar, A.K., Chetty O.V.K., (1996), Simultaneous optimization of control factors in automated storage and retrieval systems and FMS using stochastic colored Petri, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, **12 (2)**, 137-144

- [**Chincholkar 96b**] Chincholkar, A.K., Chetty, O.V.K., (1996), Stochastic coloured Petri nets for modelling and evaluation, and heuristic rule base for scheduling FMS, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 12 (5), 339-348
- [**Correa 94**] Correa H.L. (1994). Linking Flexibility, Uncertainty and variability in Manufacturing Systems, (Avebury London).
- [**Dallari 00**] Dallari, F., Marchet, G., Ruggeri, R., (2000), Optimisation of man-on-board automated storage/retrieval systems, *Integrated Manufacturing Systems*, 11 (2), 87-93
- [**De Toni 97**] De Toni, A. & Tonchia, S. (1997) Manufacturing Flexibility : A Literature Review, *Working paper*, (Dept. of Electric, DIEGM, University of Udine, Italy).
- [**Derks 93**] Derks, R.P., (1993), Purpose-driven product and process design, *Industrial Engineering*, 25 (1), 38-42
- [**Dessouky 91**] Dessouky, M.M., Wilson, J.R., (1991), Minimizing production costs for a robotic assembly system, *Engineering Costs & Production Economics*, 21 (1), 81-92
- [**Durazzi 00**] Durazzi, C., (2000) On the Newton Interior- Point Method For nonlinear Programming Problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 104, 1, pp 73-90.
- [**Eben-Chaïme 92**] Eben-Chaïme, M., (1992), Operations sequencing in automated warehousing systems, *Int Jnl Production Research*, 30 (10), 2401-2409
- [**Eben-Chaïme 96**] Eben-Chaïme, M., Pliskin, N., (1996), An integrative model for automatic warehousing systems, *Int Jnl Computer Integrated Manufacturing*, 9 (4), 286-292
- [**Eben-Chaïme 97**] Eben-Chaïme, M., Pliskin, N., (1997), Operations management of multiple machine automatic warehousing systems, *Int Jnl Production Economics*, 51 (1-2), 83-98
- [**Egbelu 91**] Egbelu, P.J., (1991) Framework for dynamic positioning of storage/retrieval machines in an automated storage/retrieval system. *International Journal of Production Research*, 29(1), 17-37.
- [**Egbelu 93**] Egbelu, P.J. and Wu, C.T., (1993) A comparison of dwell point rules in automated storage/retrieval systems. *International Journal of Production Research*, 31(11), 2515-2530.
- [**Elsayed 93**] Elsayed, E.A., Lee, M.-K., et al, (1993), Sequencing and batching procedures for minimizing earliness and tardiness penalty of order retrievals, *Int Jnl Production Research*, 31 (3), 727-738
- [**Elsayed 96**] Elsayed, E.A., Lee, M.-K, (1996), Order processing in automated storage/retrieval systems with due dates, *IIE Trans*, 28 (7), 567-577
- [**Erevelles 96**] Erevelles, W.F., Aithal, S.K.,(1996), Development of an interface between a supervisory shop controller and MRP system in a CIM environment, *Jnl Materials Processing Technology*, 61 (1-2), 120-123
- [**Eynan 93**] Eynan, A., Rosenblatt, M.J, (1993), An interleaving policy in automated storage/retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 31 (1), 1-18
- [**Eynan 94**] Eynan, A., Rosenblatt, M.J., (1994), Establishing zones in single-command class-based rectangular AS/RS, *IIE Trans*, Jan 1994, 26 (1), 38-46
- [**Fitzgerald 91**] Fitzgerald, A., (1991), Relational database technology: its use for real-time management information, *Integrated Manufacturing Systems*, 2 (3), 13-17

- [**Fletcher 94**] Fletcher, R. Leyffer, S., (1994) Solving mixed integer nonlinear programs by outer approximation. *Mathematical programming*, 66. pp 327- 349.
- [**Fohn 94**] Fohn, S.M., Greef, A.R., et al, (1994), A constraint-system shell to support concurrent engineering approaches to design, *Artificial Intelligence in Engineering*, 9 (1), 1-17
- [**Foley 91**] Foley, R.D., Frazelle, E.H., (1991), Analytical results for mini-load throughput and the distribution of dual command travel time, *IIE Trans*, 23 (3), 273-281
- [**Gagnon 93**] Gagnon, R.J., Sheu, C., (1993), A mixed integer programming model for acquiring advanced engineering technologies, *Computers & Industrial Engineering*, 24 (1), 33-52
- [**Gaouar 05a**] Gaouar, N., Sari, Z. & Ghouali, N., (2005) Développement d'une Heuristique de Stockage/Déstockage pour un Système AS/R à Convoyeur Gravitationnel », GI 2005, Besançon, France, juin 2005.
- [**Gaouar 05b**] Gaouar, N., Sari, Z. & Ghouali, N., (2005) Utilisation d'une Heuristique de Stockage/Déstockage dans un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel, CPI 2005, Casablanca, Maroc, octobre 2005.
- [**Gershwin 94**] S.B. Gershwin, "*Manufacturing Systems Engineering*", PTR Printice Hall, (1994).
- [**Gill 74**] Gill, P.E., Murray, W., (1974) Numerical methods for constrained optimization. Academic Press.
- [**Graves 78**] Graves, S.C., Hausman, W.H. and Schwarz, L.B., (1978) Storage retrieval interleaving in automatic warehousing systems, *Management Science*, 23(9), 935-945.
- [**Groover 87**] Groover, M.P., (1987) *Automation production systems and computer integrated manufacturing*. Prentice hall, Englewood Cliffs, pp 404-416.
- [**Gupta 93**] Gupta, D. (1993). On Measurment and Valuation of Manufacturing Flexibility, *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No. 12, pages 2947-2958,
- [**Ha 94**] Ha, J.-W., Hwang, H., (1994), Class-based storage assignment policy in carousel system, *Computers & Industrial Engineering*, 26 (3), 489-499
- [**Hackman 90**] Hackman, S.T., Rosenblatt, M.J., (1990), Allocating items to an automated storage and retrieval system, *IIE Transactions*, 22 (1), 7-14
- [**Hausman 76**] Hausman, W.H., Schwarz, L.B. and Graves, S.C., (1976) Optimal storage assignment in automatic warehousing systems. *Management Science*, 22(6), 629-638.
- [**Houshyar 90**] Houshyar, A., McGinnis, L.F., (1990), A heuristic for assigning facilities to locations to minimize WIP travel distance in a linear facility, *Int Jnl Production Research*, 28 (8), 1485-1498
- [**Hsieh 98**] Hsieh, S., Hwang, J.-S., Chou, H.-C., (1998), A Petri net based structure for AS/RS operation modeling, *Int Jnl Production Research*, 36 (12), 3323-3346
- [**Hsieh 01**] Hsieh, S., Tsai, K.-C, (2001), A BOM oriented class-based storage assignment in an automated storage/retrieval system, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 17 (9), 683-691
- [**Hwang 90**] Hwang, H. and Lee, S.B., (1990) Travel-time models considering the operating characteristics of the storage and retrieval machine. *International Journal of Production Research*, 28(10), 1779-1789.

- [Hwang 91] Hwang, K., Ha, J.-W., (1991), Cycle time models for single/double carousel system, *Int Jnl Production Economics*, 25 (1-3), 129-140
- [Hwang 93] Hwang, H. and Lim, J.M., (1993) Deriving an optimal dwell point of the storage/retrieval machine in an automated storage/retrieval system. *International Journal of Production Research*, 31(11), 2591-2602.
- [Hwang 94] Hwang, H., Ha, J.-W., (1994), An optimal boundary for two class-based storage assignment policy in carousel system, *Computers & Industrial Engineering*, 27 (1-4), 87-90
- [Hwang 96] Hwang, H., Kim, S.Y., Moon, S.W., (1996), Determination of optimum unit load size of the AGV in an electronics assembly production system, *Int Jnl Production Research*, 34 (5), 1293-1306
- [Jaikumar 90] Jaikumar, R., Solomon, M.M., (1990), Dynamic operational policies in an automated warehouse, *IIE Trans*, 22 (4), 370-376
- [Jawahar 98 a] Jawahar, N., Aravindan, P., Ponnambalam, S.G., (1998), Optimal random storage allocation for an AS/RS in an FMS, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology* 14 (2), 116-132
- [Jawahar 98 b] Jawahar, N., Aravindan, P., et al, (1998), AGV schedule integrated with production in flexible manufacturing systems, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 14 (6), 428-440
- [Johnson 00] Johnson, E.L., Nemhauser, G.L. and Savelsbergh, M.W.P, (2000) Progress in linear programming based algorithms for integer programming. *Inform Journal on Computing*. Vol. 12. N° 01. pp 2-23.
- [Karaswa 80] Karaswa, Y., Nakayama, H. and Dohi, S., (1980) Trade-off analysis for optimal design automated warehouses. *International Journal of Systems Sciences*, 11(5), 567-576.
- [Keserla 94] A. Keserla & B.A. Peters, "An Analysis of Dual Shuttle Automated Storage/Retrieval Systems", Working paper, Dept. Of Industrial Engineering, Texas A&M University, (1994).
- [Kim 90] Kim, J., Seidmann, A., (1990), A framework for the exact evaluation of expected cycle times in automated storage systems with full-turnover item allocation, *Computers & Industrial Engineering*, 18 (4), 601-612
- [Kim 93] Kim, K.H., (1993), A joint determination of storage locations and space requirements for correlated items in a mini-load automated storage/retrieval, *Int Jnl Production Research*, 31 (11), 2649-2659
- [Knapp 92] Knapp, G.M., Wang, H.-P., (1992), Modelling of automated storage-retrieval systems using Petri nets, *Jnl Manufacturing Systems*, 11 (1), 20-28
- [Knutton 95] Knutton, P., (1995), Holding stock costs cash, so keep it moving, *Works Management*, 48 (10), 33-37
- [Koenig 80] Koenig, J., (1980) Design and model the total system. *Industrial Engineering*, 12(10), 22-27.
- [Koenigsberg 93] Koenigsberg, E., (1993), Similarities and differences in cycling server queuing models, *Omega*, 21 (2), 163-173

- [**Kouvelis 95**] Kouvelis, P., Papanicolaou, V., (1995), Expected travel time and optimal boundary formulas for a two-class-based automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 33 (10), 2889-2905
- [**Kulturel 99**] Kulturel, S., Ozdemirel, N.E., et al, (1999), Experimental investigation of shared storage assignment policies in automated storage/retrieval systems, *IIE Trans*, 31 (8), 739-749
- [**Kulwicz 85**] Kulwicz, R.A., (1985), Material Handling Handbook, *John Wiley & Sons, Second Edition*.
- [**Lawrence 98a**] Lawrence, C., (1998) A Computationally Efficient Feasible Sequential Quadratic Programming Algorithm. Department of Electrical Engineering and Institute for Systems Research University of Maryland, College Park, Phd thesis.
- [**Lawrence 98b**] Lawrence, C., Tits, A., (1998) A Computationally Efficient Feasible Sequential Quadratic Programming Algorithm. Department of Electrical Engineering and Institute for Systems Research. University of Maryland, College Park Technical report.
- [**Lee 92**] Lee, M.-K., (1992), A storage assignment policy in a man-on-board automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 30 (10), 2281-2292
- [**Lee 95**] Lee, M.-K., Kim, S.-Y. (1995), Scheduling of storage/retrieval orders under a just-in-time environment, *Int Jnl Production Research*, 33 (12), 3331-3348
- [**Lee 96a**] Lee, H.F., Schaefer, S.K., (1996), Retrieval sequencing for unit-load automated storage and retrieval systems with multiple openings, *Int Jnl Production Research*, 34 (10), 2943-2962
- [**Lee 96b**] Lee, S.G., de Souza, R., Ong, E.K., (1996), Simulation modeling of a narrow aisle automated storage and retrieval system (AS/RS) serviced by rail-guided vehicles, *Computers in Industry*, 3 1996, 30 (3), 241-253
- [**Lee 97**] Lee, H.F., (1997) Performance analysis for automated storage and retrieval systems. *IIE Transactions*, 29(1), 15-28
- [**Lee 97**] Lee, H.F., Schaefer, S.K., (1997), Sequencing methods for automated storage and retrieval systems with dedicated storage, *Computers & Industrial Engineering*, 32 (2), 351-362
- [**Lee 99**] Lee, Y.H., Tanchoco, J.M.A., Chun, S.J., (1999), Performance estimation models for AS/RS with unequal sized cells, *Int Jnl Production Research*, Dec 1999, 37 (18), 4197-4216
- [**Lee 00**] Lee, Y., Lee, M.H., (2000), An automated storage/retrieval system with modularised cells, *Annals DAAAM*, 11 (6), 269-270
- [**Leyffer 97**] Leyffer, S., (1997) Generalized outer approximation. Technical report, Department of mathematics, University of Dundee. England. UK.
- [**Lim 96**] Lim, J.-M., Kim, K.-S., et al, (1996), Determination of an optimal configuration of operating policies for direct-input-output manufacturing systems using Taguchi meth, *Computers & Industrial Engineering*, 3/4 1996, 31 (3/4), 555-560
- [**Lin 95**] Lin, S.-C., Wang, H.-P. B., (1995), Modelling an automated storage and retrieval system using Petri nets, *Int Jnl Production Research*, 33 (1), 237-260

- [Linn 90 a] Linn, R.J., Wysk, R.A., (1990), An expert system framework for automated storage and retrieval system control, *Computers & Industrial Engineering*, 18 (1), 37-48
- [Linn 90 b] Linn, R.J., Wysk, R.A., (1990), An expert system based controller for an automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 28 (4), 735-756
- [Linn 93] Linn, R.J., Xie, X., (1993), A simulation analysis of sequencing rules for AS/RS in a pull-based assembly facility, *Int Jnl Production Research*, 31 (10), 2355-2367
- [Lundesjö 96] Lundesjö, G., (1996), Handling and storage: automation: it doesnt have to be all or nothing, *Works Management*, 49 (10), 61-65
- [Maccarthy 93] B.L. Maccarthy & Jiyin Liu, "A new classification scheme for flexible manufacturing systems", *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No 2, pages 299-309, (1993).
- [Mahajan 98] Mahajan, S., Rao, B.V., Peters, B.A., (1998), A retrieval sequencing heuristic for miniload end-of-aisle automated storage/retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 36 (6), 1715-1731
- [Maleki 91] Maleki, R.A., (1991), *Flexible Manufacturing Systems: the Technology and Management*, Prentice Hall.
- [Malmberg 00] Malmberg, C.J., (2000), Interleaving models for the analysis of twin shuttle automated storage and retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 38 (18), 4599-4610
- [Malmberg 01] Malmberg, C.J., (2001), Rule of thumb heuristics for configuring storage racks in automated storage and retrieval systems design, *Int Jnl Production Research*, 39 (3), 511-527
- [Malmberg 02] Malmberg, C.J., (2002), Conceptualizing tools for autonomous vehicle storage and retrieval systems, *Int Jnl Production Research*, 40 (8), 1807-1822
- [Mansuri 91] Mansuri, M., (1991), Simulation model development to analyze, evaluate and design storage allocation and AS/RS operation, *Simulation*, 57 (4), 231-239
- [Mansuri 97] Mansuri, M., (1997), Cycle-time computation, and dedicated storage assignment, for AS/R systems, *Computers & Industrial Engineering*, 33 (3-4), 307-310
- [Marcoux 92] Marcoux, S.G., (1992), Integrated automatic storage and retrieval in a fine papers finishing department, *Tappi Jnl*, 75 (7), 59-61
- [Meller 97] Meller, R.D., Mungwattana, A., (1997), Multi-shuttle automated storage/retrieval systems, *IIE Trans*, 29 (10), 925-938
- [Merchant 83] Merchant M.E. (1983). Current Status of and Potential for Automation in the Working Manufacturing Industry, *Annals of CIRP*, Vol. 32 No. 2.
- [MHI 77] *Considerations for planning and installing an automated storage/retrieval systems*, Material Handling Institute, Inc., AS/RS Document-100 7M, 1977.
- [Minoux 84a] Minoux. M., (1984) *Programmation mathématique. Théorie et Algorithmes*, Tome 1, Edition Dunod.

- [**Minoux 84b**] Minoux. M., (1984) Programmation mathématique. Théorie et Algorithmes, Tome 2, Edition Dunod.
- [**Muralidharan 95**] Muralidharan, B., Linn, R.J., Pandit, R., (1995), Shuffling heuristics for the storage location assignment in an AS/RS, *Int Jnl Production Research*, 33 (6), 1661-1672
- [**Nadjid 94**] N.M. Nadjid, "Contribution au Pilotage Dynamique et en Ligne d'une Cellule Flexible d'Usinage", Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, (1994).
- [**Pan 96**] Pan, C.-H., Wang, C.-H., (1996), A framework for the dual command cycle travel time model in automated warehousing systems, *Int Jnl Production Research*, 8 1996, 34 (8), 2099-2117
- [**Park 99**] Park, B.C., Frazelle, E.H., White, J.A., (1999), Buffer sizing models for end-of-aisle order picking systems, *IIE Trans*, 31 (1), 31-38
- [**Park 01**] Park, B.C., (2001), An optimal dwell point for automated storage/retrieval systems with uniformly distributed, rectangular racks, *Int Jnl Production Research*, 39 (7), 1469-1480
- [**Peters 96**] Peters, B.A., Smith, J.S. and Hale, T.S., (1996) Closed form models for determining the optimal dwell point location in automated storage and retrieval systems. *International Journal of Production Research*, 34(6), 1757-1771.
- [**Qureshi 00**] Qureshi, R., (2000), Warehouse: the art of retrieval, *Materials Handling News*, May 2000, 72 (509), 27-28
- [**Randhawa 91**] Randhawa, S.U., McDowell, E.D., Wang, W.-T., (1991), Evaluation of scheduling rules for single- and dual-dock automated storage/retrieval system, *Computers & Industrial Engineering*, 20 (4), 401-410
- [**Randhawa 95**] Randhawa, S.U., Shroff, R., (1995), Simulation-based design evaluation of unit load automated storage/retrieval systems, *Computers & Industrial Engineering*, 28 (1), 71-79
- [**Rao 91**] Rao, G.N., Wang, H.P., (1991), Evaluation and dynamic allocation of AS/RS control rules: a simulation study, *Int Jnl Advanced Manufacturing Technology*, 6 (1), 62-82
- [**Rees 94**] Rees, R., (1994) Smooth landing at air Canada for 140,000 aircraft parts, *Industrial Engineering*, 26 (6), 28-29
- [**Rosenblatt 89**] Rosenblatt, M.J., Eynan, A., (1989), Deriving the optimal boundaries for class-based automatic storage/retrieval systems, *Management Science*, 35 (12), 1519-1524
- [**Rosenblatt 93**] Rosenblatt, M.J., Roll, Y., Zyser, V., (1993), A combined optimization and simulation approach for designing automated storage/retrieval systems, *IIE Trans*, 25 (1), 40-50
- [**Sand 76**] Sand, G. M., (1976), *Stacker crane product handling systems*. Eastman Kodak Company
- [**Sari 97**] Sari, Z., (1997), Introduction aux Systèmes flexibles de Production, *Rapport Interne*, (LNGI-OGP-IUT de Nantes), pages 29-32.
- [**Sari 98**] Sari, Z., Chetto H., Ghouali N., (1998), Analyse de la Flexibilité des Systèmes Automatisés de Production , *CNP'98, Tizi- Ouzou, Algerie, Mai 1998*.

- [Sari 99] Sari, Z., (1999) Linear and discrete travel time models for multi-aisle AS/RS, rapport interne, LAT, Tlemcen.
- [Sari 01a] Sari, Z., Chetto H., Ghouali N., (2001), Expected retrieval time models of flow rack AS/RS, *CPI 2001, Fes, Morocco, 24-27 October 2001*.
- [Sari 01b] Sari, Z., Chetto H., Ghouali N., (2001), Impact of P/D station and restoring conveyor locations on retrieval time models of flow rack AS/RS, *CPI 2001, Fes, Morocco, 24-27 October 2001*.
- [Sari 02] Sari, Z., (2002) Une heuristique de stockage/déstockage pour l'AS/RS à convoyeur gravitationnel, rapport interne, LAT, Tlemcen.
- [Sari 05] Sari, Z., Saygin C., Ghouali N., (2005), Travel-Time Models for Flow-Rack Automated Storage and Retrieval Systems, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25(9-10), 979-987.
- [Sari 07] Sari, Z., Grassman S.E., Ghouali N., (2007), Impact of Pickup/Dropoff Stations and Restoring Conveyor Locations on Retrieval Time Models of Flow-rack Automated Storage and Retrieval Systems, *Production Planning & Control*, 18 (2), 105-116.
- [Sari 10] Sari, Z., (2010), Performance Evaluation of Flow-Rack and Unit Load Automated Storage & Retrieval Systems, proceeding of the International Science and Technology Conference, Famagusta, Turkish Republic of Northern Cyprus, 27-29 October 2010, P 605-616.
- [Sarker 91] Sarker, B.R., Sabapathy, A., et al, (1991), Performance evaluation of a double shuttle automated storage and retrieval system, *Production Planning & Control*, 2 (3), 207-213
- [Sarker 94] Sarker, B.R., Mann, L., Dos Santos, J.R.G.L., (1994), Evaluation of a class-based storage scheduling technique applied to dual-shuttle automated storage and retrieval systems, *Production Planning & Control*, 5 (5), 442-449
- [Sarker 95] Sarker, B.R., Babu, P.S., (1995), Travel time models in automated storage/retrieval systems: a critical review, *Int Jnl Production Economics*, 40 (2-3), 173-184
- [Schittkowski 90] Schittkowski, K., (1990) Numerical optimization. Theory, Methods and Applications. Technical report, 816. Bayreuth. Germany.
- [Schittkowski 99] Schittkowski, K., (1999) Numerical optimization. Theory, Methods and Applications. annual conference. Bayreuth. Germany.. Academic Press. New York.
- [Schwarz 78] Schwarz, L.B., Graves, S.C. and Hausman, W.H., (1978) Scheduling policies for automatic warehousing systems : Simulation results. *AIIE Transactions*, 10(3), 260-270.
- [Simms 95] Simms, M., (1995), Automated handling -- helping hand, *Engineering*, 236 (2), 14-16
- [Slack 87] Slack, N. (1987). The Flexibility of Manufacturing Systems, *International Journal of Operations & Production Management*, Vol. 7, No. 4, pages 35-45.
- [Slack 88] Slack, N. (1988). Manufacturing Systems Flexibility : An Assessment Procedure, *Comuter Integrated Manufacturing Systems*, Vol. 1, No. 1, pages 25-31.
- [Sprow 91] Sprow, E., (1991), Sheet-metal FMS: too big a jump?, *Tooling & Production*, 57 (7), 53-55

- [Su 98] Su, C.-T., (1998), Performance evaluations of carousel operation, *Production Planning & Control*, 5 1998, 9 (5), 477-488
- [Sung 93] Sung, C.S., Han, Y.H., (1993), Optimal buffer space for a periodic review production/inventory system with inventory-dependent production rate, *Int Jnl Production Economics*, 29 (1), 11-25
- [Tanchoco 94] J.M.A. Tanchoco, "*Material Flow Systems in Manufacturing*", Chapman & Hall, (1994).
- [Thonemann 98] Thonemann, U.W., Brandeau, M.L., (1998), Note. Optimal storage assignment policies for automated storage and retrieval systems with stochastic demands, *Management Science*, 44 (1), 142-148
- [Trevino 95] Trevino, J., Liao, F., Chopra, S., (1994), Cardes -- carousel design, *Int Jnl Production Research*, 32 (5), 1013-1026
- [Triqui 03] Triqui, L., Gaouar, N. and Sari, Z. (2003) Simulation d'un Système Automatisé de Stockage/Déstockage à Convoyeur Gravitationnel par Arena, CIP2003, Alger 14-16 Octobre 2003.
- [Van Den Berg 99] Van Den Berg, J.P., Gademann, A.J.R.M., (1999), Optimal routing in an automated storage/retrieval system with dedicated storage, *IIE Trans*, 31 (5), 407-415
- [Van Den Berg 00] Van Den Berg, J.P., Gademann, A.J.R.M., (2000), Simulation study of an automated storage/retrieval system, *Int Jnl Production Research*, 38 (6), 1339-1356
- [Van Oudheusden 92] Van Oudheusden, D.L., Zhu, W., (1992), Storage layout of AS/RS racks based on recurrent orders, *European Jnl Operational Research*, 58 (1), 48-56.
- [Viswanadham 92] N. Viswanadham & Y. Narahari, "*Performance Modeling of Automated Manufacturing Systems*", Printice Hall, (1992).
- [Wang 97] Wang, J.-Y., Yih, Y., (1997), Using neural networks to select a control strategy for automated storage and retrieval systems (AS/RS), *Int Jnl Computer Integrated Manufacturing*, 10 (6), 487-495
- [West 93] West, T.M., Amundson, A.N., Randhawa, S.U., (1993), Evaluation of alternative materials handling systems, *Computers & Industrial Engineering*, 25 (1-4), 187-190
- [White 82] White, J.A. and Kinney H.D., (1982) Storage and warehousing. *In Handbook of Industrial Engineering*, G. Salvendy ed., John Wiley & Sons, New York
- [White 90] White, K.P., (1990), Advances in the theory and practice of production scheduling, *Control & Dynamic Systems*, Jan 1990, 37 (1), 115-157
- [Widmer 91] M. Widmer, "*Modèles mathématiques pour une gestion efficace des ateliers flexibles*", Collection META, Lavoisier TEC DOC, (1991)
- [Zachary 93] Zachary, W.B., Richman, E., (1993), Building an operations management foundation that will last: TQM, JIT and CIM, *Industrial Engineering*, Aug 1993, 25 (8), 39-43
- [Zhou 96] Zhou, M.C., DiCesare, F., (1996), Petri Net modeling of buffers in automated manufacturing systems, *IEEE Trans Systems, Man & Cybernetics - Part B*, 26 (1), 157-164
- [Zollinger 75] Zollinger, H.A., (1975) Planning, evaluating and estimating storage systems. *Advanced Material Handling Seminar*, Purdue University, IN,