

Influence de la Température sur le Coefficient De Qualité d'une Sonde RMN

F. LALLAM, M. KHELIF, D. CHOGUEUR, A. Iles

Laboratoire de Génie Biomédicale
Département d'Electronique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur.
Université AbouBakr Belkaid BP 230 Tlemcen 13000 Algérie
E-Mail :Diba_fdz@yahoo.fr

Résumé : Une sonde joue un rôle primordial dans le domaine de l'imagerie médicale et dans les expériences RMN. Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes intéressés au résonateur à bande symétrique (sonde) à haute température. Pour déterminer l'influence de la température sur le coefficient de qualité de la sonde à vide en un premier temps, puis chauffée, nous avons pensé à coupler l'équation de la chaleur avec l'équation de Laplace.

Mots clés : Résonance magnétique nucléaire, Sonde, équation de la chaleur, équation de Laplace, coefficient de qualité.

I-Introduction :

Le but de ce travail est d'étudier l'influence de la température sur le coefficient de qualité d'une sonde de résonance magnétique nucléaire RMN. Pour cela nous couplons l'équation de chaleur par conduction avec l'équation de Laplace. Cette sonde cœur du spectromètre est un circuit résonant constituée d'un élément selfique et d'autres composants pour assurer l'accord et l'adaptation. Ce circuit joue un rôle déterminant à une expérience RMN en émission et en réception. Dans un premier temps, la sonde permet lors du passage d'un courant la création d'un champ magnétique radiofréquence B_1 pour exciter les spins de l'échantillon à analyser et dans un deuxième temps lors de la réception, elle permet la détection d'un courant sous l'influence de l'aimantation tournante pour recueillir la réponse de cette excitation (signal RMN) qui nécessite des conditions d'expérimentales très rigoureuses [1]. Donc nous avons besoin d'un dispositif résonnant capable de convertir totalement l'énergie électrique en énergie magnétique. Autrement dit ; pour la production optimale du champ magnétique et une meilleure acquisition de la réponse, il est impératif de concevoir des sondes à coefficient de qualité aussi grand que possible. Or il a été prouvé expérimentalement que la température conduit à un affaiblissement direct de la conductivité électrique du résonateur et par conséquent à un affaiblissement du facteur de qualité [2]. La littérature actuelle manque d'une étude claire sur le sujet ; ainsi nous nous attachons à décrire formellement ce phénomène sous certaines conditions simplificatrices.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la ligne à bandes symétriques puisqu'elle autorise ce genre d'expériences [3].

Cette sonde joue un rôle primordial dans le domaine de l'imagerie médicale et dans les expériences RMN.

II- Problématique :

Notre étude consiste à modéliser l'effet de l'augmentation de la température sur le coefficient de qualité à vide d'un résonateur à bandes symétriques. Pour se faire ; nous résolvons en un premier lieu l'équation de chaleur de conduction sans source interne, ensuite nous tenons compte d'une autre source située au centre du résonateur pour chauffer l'ensemble. En second lieu ; nous proposons de résoudre l'équation de Laplace pour finalement faire un couplage entre les résultats des deux équations et définir la variation du facteur de qualité à vide Q_0 en fonction de la température T . Afin de concrétiser ce sujet ; nous donnons une description générale du résonateur à bandes symétriques.

II-1 Description :

Le résonateur à bandes symétriques est un dispositif constitué d'un tronçon de ligne à trois conducteurs, il joue le rôle d'une self inductance. Cette ligne est court-circuitée à une extrémité et ouverte à l'autre. Pour éviter toute interférence entre la ligne à bandes symétriques et le milieu extérieur, un blindage métallique est prévu.

Le schéma de l'ensemble est présenté par la figure suivante :

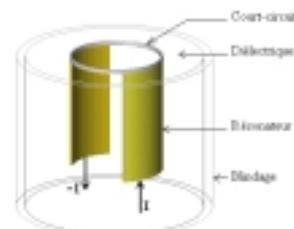


Fig.1 : Bande symétrique en 3D

L'échantillon à analyser par RMN est placé au sein du résonateur, où il jouera le rôle d'un noyau qui peut être un diélectrique ou un conducteur. Le champ magnétique confiné à l'intérieur de la structure excitera alors tous les spins associés à l'échantillon [3].

II-2 Equation de la chaleur :

II-2-1 sans source interne :

Le bilan thermique pour ce type de résonateur conduit à l'équation de chaleur par conduction de forme générale [4] :

$$\rho.C.\frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[\lambda.\text{grad}\vec{T} + q(\vec{r}, T, t)] \quad (1)$$

Où ρ , C et λ sont respectivement la masse volumique, la capacité calorifique et la conductivité thermique du matériau.

En introduisant la diffusivité thermique a et le Laplacien, nous obtenons :

$$\Delta T - \frac{1}{a}.\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\lambda}(\text{grad}\vec{T})^2 = -\frac{q}{\lambda} \quad (2)$$

Le problème est traité en régime stationnaire dans un système de forme cylindrique, isotrope de paramètres thermophysiques indépendants de la température conduit à l'équation différentielle aux dérivées partielles de chaleur par conduction sans source interne qui est dite équation de conduction de chaleur de Laplace suivante :

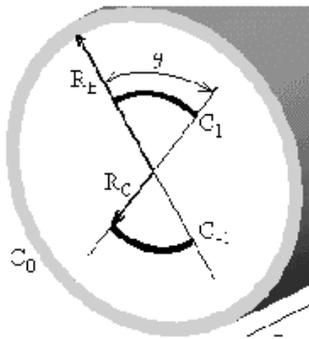


Fig 2 : surface transversale de la bande symétrique

$$\Delta T = 0 \quad (3)$$

Comme la longueur du résonateur dans une sonde RMN est d'environ dix fois plus petite que la longueur du blindage, nous proposons d'étudier le problème à deux dimensions, utilisant donc les coordonnées cylindriques car elles sont les mieux adaptées (voir fig.2) ;

ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}.\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}.\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{h}{\lambda}.T \dots \dots r = R_B. \text{et.} \forall. \varphi \\ T = T_C \dots \dots r = R_C. \text{et.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi + \theta}{2} \\ \frac{3\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi + \theta}{2} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (5)$$

Les conditions aux limites pour un tel cas sont données par le système d'équations (5) :

Où T représente la distribution de la température à travers le résonateur par rapport à la température ambiante.

θ : L'angle de conduction du résonateur.

R_B : Le rayon du blindage.

R_C : Le rayon du résonateur.

λ_C : La conductivité thermique du conducteur ; pour le cuivre $\lambda_C = 400 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$.

h est le coefficient de transfert de chaleur convective ; pour l'air $h = 16.6 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$

Pour calculer la température pour chaque armature de la bande symétrique, Nous utilisons la théorie suivante :

Parcourant les deux armatures conductrices (voir fig.1), le courant radiofréquence va générer une puissance par effet Joule donnée par l'expression suivante :

$$P = I.V = I^2.R \quad (6)$$

où R est la résistance du conducteur, donnée par l'expression suivante :

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Où ρ étant la résistivité électrique, L et A représentent respectivement la longueur et la surface de la bande symétrique

$$P = \dot{q} v \quad (7)$$

\dot{q} est la chaleur générée par unité de volume v

$$\dot{q} = \frac{I.V}{v} \quad (8)$$

d'autre part la température T au centre du conducteur est donnée par :

$$T = \frac{\dot{q} \cdot R^2}{4K} + T_0 \quad (9)$$

En remplaçant \dot{q} dans (9) ; nous obtenons alors :

$$T = \frac{I \cdot V \cdot R^2}{4K} + T_0 \quad (10)$$

$$\text{Or } R^2 = \frac{I^2 \cdot V^2}{I^4} = \frac{V^2}{I^3}$$

d'où l'on a :

$$T = \frac{I \cdot V \cdot V^2}{4K \cdot I^3} + T_0 \quad (11)$$

$$T = \frac{V^3}{4K \cdot I^2} + T_0 \quad (12)$$

L'équation (12) donne l'expression de la température sur les deux armatures conductrices et elle est maximale. Notons qu'elle est fonction du potentiel V, de l'intensité du courant radiofréquence, de la conductivité thermique ($K=\lambda c$) et de la température ambiante T_0 .

I : représente l'intensité du courant radiofréquence.

Après tout calcul fait, la température T_C est :

$$T=28^\circ \text{ C}=301\text{K}$$

II-2-2 Avec source interne :

Le résonateur étant supposé chauffé par une source interne de chaleur de densité volumique P, considérée constante en chaque point de la sonde. Nous supposons que le matériau avec lequel sont fabriqués le résonateur et le blindage est uniforme et isotrope et que tous les paramètres thermophysiques sont aussi constants. Supposons que le résonateur reçoit de la chaleur produite au sein de la sonde par conduction à travers le diélectrique (l'air).

L'équation non linéaire de Poisson (en régime permanent) décrivant la distribution de la température au sein de la sonde à deux dimensions avec source interne, est la suivante :

$$\text{div}(\lambda \cdot \text{grad}T) = -P \quad (13)$$

λ est supposée constante

$$\Delta T = \frac{-P}{\lambda} \quad (14)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = \frac{-P}{\lambda}$$

λ : est la conductivité thermique de l'air valant $0.027 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$

P : exprime la chaleur produite par la source d'énergie exprimée par unité de volume (watt/m^3)

L'équation (14) est sujette aux conditions aux limites données par le système d'équations :

$$\begin{cases} T = T_B = 300\text{K} \dots r = R_B \text{ et } \forall \varphi \\ \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \dots r = R_C \text{ et } \begin{cases} \frac{\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi + \theta}{2} \\ \frac{3\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi + \theta}{2} \end{cases} \end{cases} \quad (15)$$

II-3-1 Expression du facteur de qualité en fonction de la température :

La sélectivité à vide du résonateur est caractérisée par un coefficient Q dit de surtension définit par : [3],[5]

$$Q = \frac{W_{emmagasinée}}{W_{dissipée}} \dots \text{par cycle} \quad (16)$$

W_{em} est l'énergie moyenne totale emmagasinée par unité de longueur définie par :

$$w_{em} = \frac{1}{2} \iiint \epsilon_r \epsilon_0 |E|^2 \cdot d\tau + \frac{1}{2} \iiint \mu_r \mu_0 |H|^2 \cdot d\tau \quad (17)$$

Nous supposons que le conducteur constituant notre résonateur (armature, blindage) n'est pas parfait, donc une certaine puissance est perdue dans les parois donnée par :

$$\begin{aligned} w_{dissipée} &= \frac{1}{2} R_{si} \iint_S |\vec{H}_T|^2 \cdot ds = \frac{1}{2} R_{si} \cdot \frac{1}{\eta^2} \iint_S |\vec{E}|^2 \cdot ds \\ &= \frac{1}{2} R_{si} \cdot \frac{1}{\eta^2} \iint_S (E_x^2 + E_y^2) \cdot dx dy \end{aligned} \quad (18)$$

S : désignant la surface du résonateur (conducteur), H_T : l'amplitude du champ magnétique tangentiel.

η : L'impédance caractéristique du vide $= 120\pi / \Omega$.

R_{si} : résistance superficielle du conducteur tangentiel à cette surface et R ; la résistance en hyperfréquence.

$$R_S = \frac{1}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2 \cdot \sigma}} \quad (19)$$

δ : est la profondeur de pénétration.

En injectant ces expressions dans la relation donnant le facteur de qualité; nous obtenons :

$$Q_0 = \omega_0 \cdot \frac{w_{em}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\eta^2} \cdot \left(\frac{\omega_0 \cdot \mu_0}{2 \cdot \sigma}\right)^{1/2} \cdot \iint_S E^2 \cdot ds} \quad (20)$$

Or la conductivité électrique est définie comme étant l'inverse de la résistivité électrique donnée par :

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (21)$$

La résistivité électrique dépend de la température suivant deux lois :

1. La loi linéaire : $\rho = \rho_0(1 + \alpha.T)$ appliquées aux températures moyennes [6]
2. Elle varie aussi suivant une loi non linéaire pour les hautes températures proposée par Laubitz [6] :

$$\rho = a + b.T + c.T^2 + d.T^3$$

$$Q_0 = \left(\frac{2.\omega_0}{\mu_0}\right)^{1/2} \cdot \frac{2.\eta^2 .w_{em}}{3.\iint_S E^2 ds} \cdot \frac{1}{\rho(T)} \quad (22)$$

ρ : est la résistivité du matériau (conducteur) à la température T ($\Omega.m$).

ρ_0 : est la résistivité à la température T_0 ($\Omega.m$).

α : est le coefficient thermique de résistivité en ($^{\circ}C$)⁻¹

T: est la température de référence en ($^{\circ}C$)

d'où

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2\omega_0}{\mu_0} \frac{2\eta^2 w_{em}}{3\iint_S E^2 ds} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho_0(1+\alpha T)}}} \quad (23)$$

μ : $4\pi \cdot 1e-7$ [H/m]

ρ_0 : $1.71e-8$ [ohms-mètres]

α : $3,90 \cdot 10^{-3}$ [$^{\circ}C$]⁻¹

ω_0 : $2\pi f_0$ [rad/s]

$f_0=80 \cdot 10^6$ fréquence de résonance [HZ]

$\eta=120 \Pi$ impédance caractéristique du vide (Ω)

II-3 Equation de Laplace:

Les équations de Maxwell nous permettent d'écrire que le potentiel électrique V est régi par l'équation aux dérivées partielles suivantes : [3]

$$\Delta V - \epsilon\mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \quad (24)$$

où ϵ et μ sont respectivement la permittivité et la perméabilité absolue du milieu. Aux fréquences radioélectriques, les dimensions transversales de la bande symétrique sont faibles devant les longueurs d'onde, ce qui nous permet d'effectuer nos calculs en régime quasi-stationnaire. Ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\Delta V = 0 \quad (25)$$

Vue la symétrie de la géométrie de ce résonateur ; nous pouvons étudier le problème en 2D :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (26)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} V(R_B, \varphi) = 0 & \forall \varphi \\ V(R_C, \varphi) = 1 & \frac{\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi + \theta}{2} \\ V(R_C, \varphi) = -1 & \frac{3\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi + \theta}{2} \end{cases} \quad (27)$$

III- RESOLUTION :

La résolution analytique des équations (4 et 14) et de Laplace est très difficile étant donné que la configuration du résonateur est complexe. Pour cette raison, nous avons adopté une méthode numérique celle des éléments finis MEF, car elle s'adapte mieux à ce genre de problèmes.

L'équation (26) a été résolue en 2D [3] et en 3D [1], donc en s'inspirant de leurs résultats obtenus nous pouvons déterminer le facteur de qualité.

La connaissance de la distribution du potentiel électrique au sein du résonateur nous permet de calculer les composantes du champ électrique donné par :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\text{grad}V \\ E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \dots E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \end{aligned} \quad (28)$$

Et par la suite nous pouvons déduire l'énergie moyenne totale emmagasinée par la bande symétrique donnée par l'équation (17) ainsi que l'intégrale qui intervient dans l'expression de l'énergie électrique dissipée.

III- Résultats et interprétation :

A- Distribution de température au sein du résonateur RMN :

La figure (3) représente la distribution de la température au sein de la bande symétrique de dimensions : $R_c=10\text{mm}$; $R_b=20\text{mm}$ et d'angle de conduction 72° . Le nombre de mailles étant de 1320, nous constatons qu'il n'y a pas une grande différence entre la température du conducteur (source) et le reste du de la bande symétrique. La différence est de 1%. L'origine de ce résultat est le faible courant radiofréquence qui traverse les deux armatures conductrices et qui génère une puissance par effet Joule très faible. Son calcul nous a donné une valeur de $P_{dissipée} = 5.73435 \cdot 10^{-10}$ watt. La température est de 301K sur les deux armatures ; sur le blindage elle est de 300.72K alors qu'au centre elle est de 300.86K. La valeur du facteur de qualité pour ce cas est égale à 970.

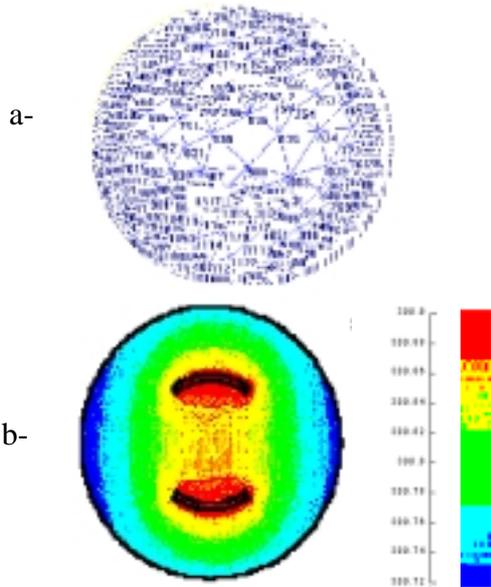


Fig.3: a-maillage.
b-Distribution du champ de température au sein du résonateur RMN à vide

Pour le 2^{ème} cas et comme le montre la cartographie de la figure (4), en introduisant volontairement une source de chaleur interne de puissance P au centre du résonateur permettant de chauffer l'ensemble du résonateur ; la température atteint les 415K pour P=5watt et même les 500K pour P=10watt. Donc contrairement au 1^{er} cas étudié précédemment, la température pour ce 2^{ème} cas est maximale au centre du résonateur, et plus on s'éloigne du centre plus T tend vers les valeurs décroissantes.

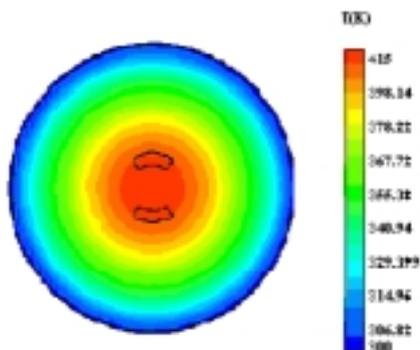


Fig4 : Distribution de température au sein d'un résonateur RMN chauffé par une source interne=5watt.
 $R_B=25mm ; R_C=5mm ; \theta = 72^\circ$

B- Influence de T sur la résistivité électrique et sur le coefficient de qualité Q_0

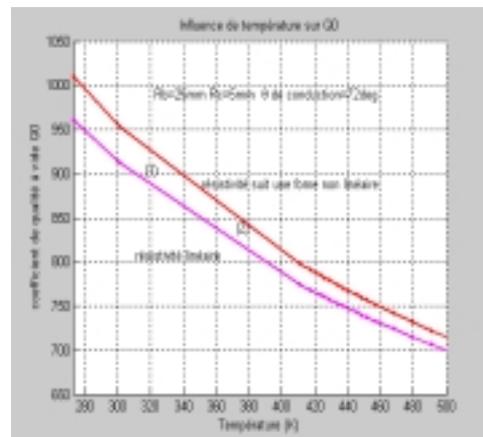
- Théoriquement nous avons montré que le coefficient de qualité dépend des propriétés électriques du matériau avec lequel est construit le résonateur et dépendait aussi de la température. D'après la relation (22) ; le facteur de qualité est inversement

proportionnel à la température. Nos résultats obtenus ont confirmé cette relation physique. Les figures ci-contre (courbes), nous montrent que l'augmentation de la température au sein du résonateur RMN cause des changements au niveau de la résistivité électrique, affectant ainsi l'origine de variation Q_0 .

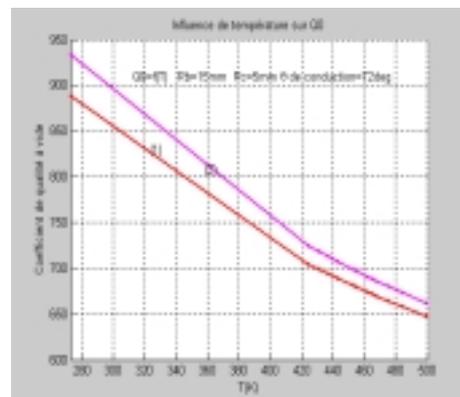
- Le facteur de qualité varie en fonction de T soit linéairement soit non linéairement. Les résultats sont illustrés sur le tracé des courbes (1 et 2). Nous constatons que pour la même température. $T=380$, Q_0 prend la valeur 800 pour la dépendance non linéaire et la valeur 760 pour la dépendance linéaire avec la température. Nous admettons le premier résultat car il est proche de la réalité [1,3].

Sur la base de cette théorie, nous avons tracé la courbe (3) représentant l'influence de la température sur le facteur de qualité en tenant compte de sa dépendance non linéaire avec T. Sur le même tracé, nous avons présenté la courbe obtenue par fittage. Cette courbe passe par tous les points de la courbe originale. L'influence de la température sur le facteur de qualité est régie par l'équation suivante :

$$Q_0 = aT^3 + bT^2 + cT + d$$



courbe1



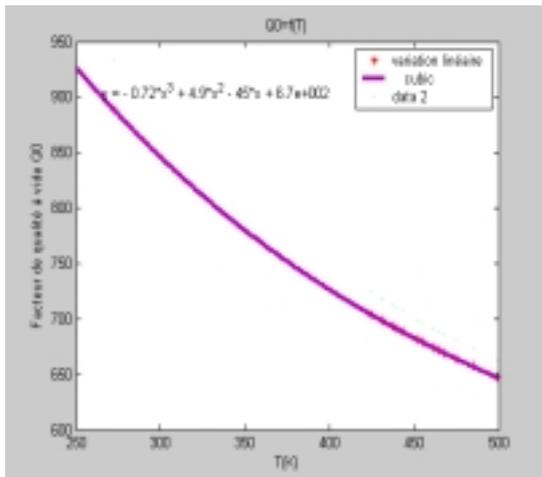
courbe2

CONCLUSION :

Les résultats de simulation nous ont permis d'affirmer que l'augmentation de la température du résonateur cause des changements de la conductivité électrique origine de variation du facteur de qualité. Ce qui est en bon accord avec la l'expérience [2]. Il faut signaler que la contribution de ce travail consiste à déterminer la dépendance du facteur de qualité avec la température dans la gamme de très hautes températures [400,1000K]. Or la bande symétrique n'autorise pas ce genre d'expériences. Pour cela nous souhaitons étendre ce travail à d'autres types de résonateurs (résonateur conique) qui supporte cette gamme de température[7].

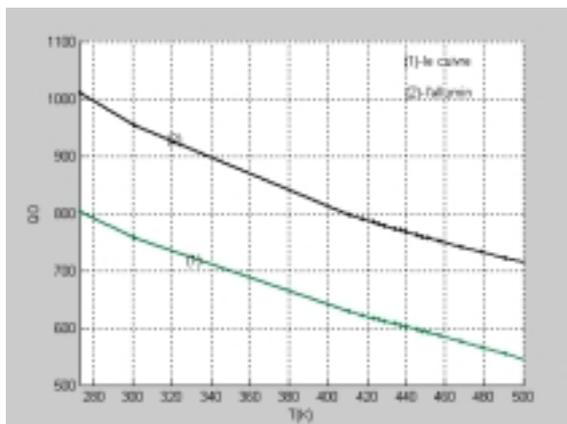
BIBLIOGRAPHIE :

- [1] : D.CHOGUEUR, `` Analyse et synthèse des résonateurs RMN en simple irradiation'', Thèse de Magister. Tlemcen 2002.
- [2] : M.HAOUAS, ``Etude RMN de la synthèse hydrothermale des aluminophosphates microporeux oxyfluorés:AIPO4 CJ2, ULM-3 et ULM-4'', Thèse de Doctorat L'ULP (STRASBOURG I) 1999.
- [3] : M.KHELIF, `` Simulation numérique de résonateurs radiofréquences et application en RMN à des études de très haute température'', Thèse de Doctorat U.P.M.C Paris 1991.
- [4] : De VRIENDT, `` Introduction au transfert de chaleur'', Masson.
- [5] : M. BRUNO QUESSON, `` Développements méthodologiques et instrumentaux appliqués à la spectroscopie et à l'imagerie par résonance magnétique nucléaire'', Thèse de doctorat université BORDEAUX I 1998.
- [6] G.CHAUDRON, `` Monographie sur les Métaux de haute pureté'', Masson.
- [7] F.LALLAM, `` Influence de la température sur les paramètres électromagnétique d'un résonateur RMN'', Thèse de Magister en cours.



courbe3

C- Pour améliorer nos résultats ; nous avons traité le cas de la dépendance du facteur de qualité avec le matériau du résonateur. Pour cela nous avons tracé la courbe (4). Sur ce tracé, nous remarquons que lorsque la température augmente, la conductivité électrique diminue et varie suivant le matériau (conducteur) ; par ordre décroissant : Cu , Al. D'après le tracé graphique ; le facteur de surtension pour une bande symétrique construit en Al décroît à une valeur de 550 pour une température de 500K. ; alors pour la même température, le Q_0 est supérieur à 800 dans le cas d'un résonateur construit en cuivre. .



Courbe4