

Traitement numérique du signal physiologique : Application au débruitage et à l'analyse de l'ECG par Ondelettes

M. BENABDELLAH¹, S. RERBAL², N. HABIBES³,

A. MEZIANE TANI⁴, A. NEMMICHE⁵.

^{1,2,3,5} Laboratoire de Génie Biologique et Médical

BP119 Université Abou Bekr Belkaid -13000 Tlemcen

⁴ CHU de Tlemcen.

Résumé: Ce travail s'inscrit dans le cadre global du traitement numérique du signal physiologique.

Cet article est consacré à l'application des ondelettes en vue:

a/ de détecter le bruit par le biais de l'ondelette chapeau mexicain.

b/ de son débruitage par le biais des ondelettes Debauchies. Le débruitage concerne notamment l'élimination du bruit de réseau.

Les résultats sont comparés avec ceux obtenus par le filtrage numérique.

c/ d'éliminer les différentes dérives du signal électrocardiographique, en particulier les dérives dues à un mauvais contact électrodes-patient.

d/ d'une mise en forme idéale du signal ECG en vu d'une exploitation optimale de celui-ci par le médecin.

Mots clés: Ondelette chapeau Mexicain – Ondelettes Debauchie - Débruitage .

I - Introduction:

L'un des avantages des ondelettes est de travailler en sous bandes avec la possibilité de séparer les composantes du bruit des composantes du signal lui-même. La méthodologie adoptée dans le cadre de ce travail consiste à travailler sur chaque niveau de résolution séparément, en procédant chaque fois à la suppression du bruit puis à la reconstitution du signal.

L'autre avantage des ondelettes est leur grande aptitude à prendre en charge plusieurs traitements numériques du signal de façons quasi simultanée (fenêtrage - débruitage - détection – filtrage et reconstitution du signal).

Dans cet article nous nous sommes intéressés au traitement du signal ECG, recueilli selon la dérivation D1 entaché de bruit de réseau et subissant des dérives causées par les mouvements respiratoires du patient .

Celui-ci bénéficie d'un premier traitement qui consiste à détecter le bruit de réseau par l'ondelette chapeau mexicain.

Nous appliquons ensuite les ondelettes Debauchies pour éliminer ce bruit.

Nous comparons ces résultats avec ceux obtenus par filtrage numérique.

II - Transformée en Ondelette :

La transformée en ondelette peut être définie comme étant la projection sur la base des

fonctions ondelettes. Les coefficients d'ondelettes sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} T_o(a,b) &= \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt & (1) \\ &= \int_R f(t) \psi_{a,b}(t) dt \end{aligned}$$

avec :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

Les coefficients d'ondelettes $T_o(a,b)$ dépendent de deux paramètres a et b , où a est le facteur d'échelle et b le facteur de translation. Le pas de translation à l'échelle a est : b/a .

les fonctions $\psi_{a,b}(t)$ sont obtenues à partir de la dilatation et de la translation de la fonction ondelette mère $\psi(t)$. Les $\psi_{a,b}(t)$ sont parfois appelées les ondelettes filles.

Ces fonctions forment une base, c'est-à-dire, si l'on note le produit scalaire entre deux fonctions f et g comme étant : $\langle f|g \rangle = \int f(t)g(t)dt$, alors on a :

$$\langle \psi_{a,b} | \psi_{a',b'} \rangle = \delta_{a,a'} \cdot \delta_{b,b'} \quad (3)$$

La transformée en ondelette est inversible, où :

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \iint_R \frac{1}{a^2} \langle f | \psi_{a,b} \rangle \psi_{a,b} da db \quad (4)$$

où C_ψ est un coefficient dont l'expression est :

$$C_\psi = 2\pi \int_R |\hat{\psi}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{\omega} \quad (\text{Avec } \hat{\psi}(\omega) \text{ est la transformée de Fourier de } \psi(t))$$

La fonction ondelette doit vérifier un certain nombre de propriétés, la première d'entre elle se nomme *condition d'admissibilité*.

$$\text{Soit : } \psi(t) \in L^2, \text{ lors : } \int_R \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (5)$$

Cette condition satisfaite, on peut analyser le signal puis le reconstruire sans perte d'information. La condition d'admissibilité implique en outre que la transformée de Fourier de l'ondelette à la fréquence du continu (pour $\omega = 0$) doit être nulle.

$$\text{Soit : } \hat{\psi}(\omega)|_{\omega=0} = 0 \quad (6)$$

Ceci implique en particulier deux conséquences importantes :

- la première est que les ondelettes doivent posséder un spectre de type passe-bande
- la seconde apparaît en réécrivant l'équation (6) de façon équivalente sous la forme :

$$\int_R \psi(t) dt = 0 \quad (7)$$

et montre que $\psi(t)$ doit être à moyenne nulle.

• **Transformée en ondelette continue- Transformée en ondelette discrète :**

La formule 1 dépend des réels a et b , on peut décider d'une infinité de valeur pour ces deux paramètres ; on peut les faire varier continûment : on parle alors de transformée en ondelette continue. De par cette aspect la transformée en ondelette telle qu'elle est définie est redondante, c'est à dire que l'on obtient plus de coefficients d'ondelette qu'il n'en est nécessaire pour décrire le signal de manière exhaustive. On va donc essayer de réduire cette redondance, car il est clair que de petite variation sur les valeurs de a ou b entraînent de petites variations sur les coefficients $To(a,b)$.

En pratique on a plus souvent à faire à des signaux discrets, mais même sans cela on a intérêt à discrétiser les valeurs de a et b . On va représenter, en les juxtaposant, les supports temporels et fréquentiels des ondelettes dans le plan défini en abscisse par l'axe temporel et en ordonné par l'axe fréquentiel. On visualise ainsi comment est découpé le plan temps fréquence pour chaque type de transformée (voir Figure1)

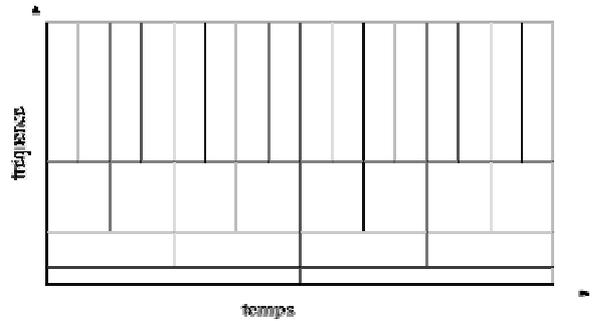


Fig1: Plan temps-fréquence ou temps -échelle

Le pavage temps-échelle utilisé sur la figure suggère une méthode de discrétisation exponentielle pour les échelles et pour le temps.

$$\text{Soit : } a=a_0^m \text{ et } b=b_0^n \text{ avec } a_0, b_0 \in Z,$$

on obtient alors une transformée en ondelettes discrète :

$$To(m,n) = a_0^{-\frac{m}{2}} \int_R f(t) \psi(a_0^{-m}t - nb_0) dt \quad (8)$$

Pour analyser le signal ECG, nous devons faire un choix du type d'ondelette et de ses paramètres. Ce choix d'une ondelette analysante se fait en fonction de l'analyse effectuée [1]. Alors, l'ondelette devra satisfaire les critères suivants : la régularité, la symétrie et la décroissance rapide à l'infini. Parmi ces ondelettes, nous avons l'ondelette chapeau mexicain (Sombrero), qui est exprimé par l'équation suivante :

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{9\pi}} (1-t^2) e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (9)$$

• **Implémentation par banc de filtres**

Nous n'évoquons pas ici le cas des ondelettes continues (Sombrero, Morlet) qui s'implémentent directement dans l'espace de Fourier. Une ondelette a un spectre de type passe-bande.

si nous dilatons notre ondelette d'un facteur 2, cela va compresser la largeur du spectre et décaler le spectre d'un facteur 2.

En répétant la procédure de dilatation, on peut couvrir par décalages successifs l'ensemble du domaine spectral (de la même façon que l'on couvre le domaine temporel par des ondelettes translatées).

Pour obtenir une bonne couverture fréquentielle, les spectres doivent se toucher en *se tenant la main*, (ceci est possible pour un choix convenable de l'ondelette). Une série d'ondelettes dilatées peut donc être vu comme un ensemble de filtres passe-bande.

La fonction Φ , appelé fonction d'échelle, possède donc un spectre passe-bas et va nous aider à effectuer la distance à parcourir pour couvrir la totalité du domaine spectral. De cette manière on limite le nombre d'ondelettes dilatées nécessaires pour couvrir tout le spectre. La fonction d'échelle possède une condition d'admissibilité [2]:

$$\int \Phi(t) dt = 1 \quad (10)$$

- **Analyse multi-résolution**

Espace d'approximation :

Le découpage de l'espace fréquentiel apporté par le banc de filtres permet d'introduire la notion d'analyse multi-résolutions, c'est-à-dire que le fait de permettre d'analyser à la fois des niveaux grossiers (peu riches en détails ou basses fréquences) et des niveaux fins (riches en détails ou hautes fréquences). On va pouvoir montrer la construction d'ondelettes orthogonales[2].

On se place dans le cadre de l'espace $L^2(\mathbb{R})$ des fonctions continues d'une variable réelle et de carré intégrable. On peut construire une analyse multi-résolution à l'aide de sous-espaces V_j , emboîtés les uns dans les autres, tels que le passage de l'un à l'autre soit le résultat d'un changement de facteur d'échelle (ce qui correspond à un zoom).

$$f(x) \in V_j \Leftrightarrow f\left(\frac{x}{2}\right) \in V_{j+1} \quad (11)$$

$f\left(\frac{x}{2}\right)$ Correspond à une dilatation d'un facteur 2.

La fonction d'échelle à comme propriété de pouvoir engendrer une base orthonormée de V_j par dilatation et translation :

$$\Phi_{j,n} = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \Phi(2^{-j}t - n), \text{ avec } j, n \in \mathbb{Z}. \quad (12)$$

Les $\Phi_{j,n}$ constituent les fonctions de base de l'espace V_j qui est orthonormé si :

$$\int_{\mathbb{R}} \Phi(t) \Phi^*(t-n) dt = \delta(n), \text{ avec } n \in \mathbb{Z}. \quad (13)$$

L'approximation à la résolution j définie par la suite discrète des nombres (réels ou complexes) est définie par :

$$a_j^n = \langle f | \Phi_{j,n} \rangle \quad (14)$$

Espace de détails :

L'espace des détails W_j est l'espace tel que :

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j \quad (15)$$

C'est l'espace contenant la différence d'information entre une approximation à la résolution j et une approximation à la résolution $j-1$.

soit $h[n]$ une suite numérique, considérée comme étant la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique H , telle que :

$$h[n] = \langle \Phi | \Phi_{-1,n} \rangle \quad (16)$$

alors, nous pouvons écrire :

$$\Phi_{j,n} = \sum_k h[k] \Phi_{j-1,k+2n} \quad (17)$$

Les coefficients de l'approximation à la résolution j , sont donnés par :

$$a_n^j = \sum_t h[k] \langle f | \Phi_{j-1,k+2n} \rangle \quad (18)$$

Nous notons aussi : $\tilde{h}[n] = h[-n]$ la séquence retournée (ou filtre symétrique).

Soit $g[n]$ la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique, telle que :

$$g[n] = (-1)^n h[1-n] \quad (19)$$

et $\tilde{g}[n] = g[-n]$, nous permet d'aboutir à l'expression des coefficients détails.

D'une façon générale, nous pouvons décrire une procédure utilisant les ondelettes soit en parlant de la fonction ondelette ψ et de la fonction d'échelle: Φ , soit en parlant des filtres h et g .

Nous pouvons résumer les algorithmes d'analyse et de reconstruction en ondelette par l'utilisation des motifs de bancs de filtre présentés sur les figures 2 et 3.

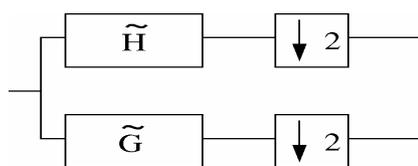


Fig2: Algorithme d'analyse.

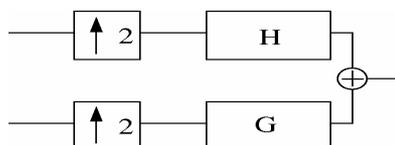


Fig3: Algorithme de reconstitution.

Nous remarquons sur le schéma d'analyse que si l'on ne sous-échantillonne pas on obtient deux fois plus d'informations qu'il n'en est nécessaire pour chaque niveau d'analyse (c'est pour cette raison que l'on peut sous-échantillonner d'un facteur 2). Cette redondance peut-être cependant largement exploitée [3].

III – Résultats et discussions:

Pour estimer le niveau de bruit d'un signal, on peut regarder au niveau de son spectre la présence de hautes fréquences. Cependant l'incapacité, liée à la transformée de Fourier, de localiser temporellement le bruit avec précision peut être gênante d'autant plus que la partie du spectre due aux composantes du QRS et celle due au bruit peuvent être étroitement mêlées. De plus un signal ECG peut être parasité de façon très transitoire.

1/ nous avons donc décidé d'utiliser les propriétés des ondelettes : découpage du spectre en sous-bandes. Pour la régularité, nous pouvons dire que ce sont les coefficients d'ondelettes liés à des phénomènes importants dans le signal (bruit, QRS) vont avoir tendance à se manifester le long des différentes échelles, ces coefficients auront

des valeurs importantes avec une décroissance particulière le long des échelles (fig2-3).

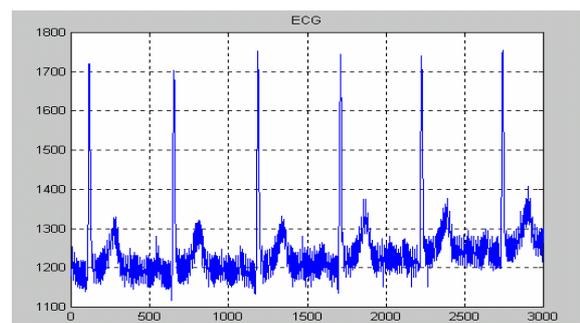


Fig4: Tracé d'ECG bruité.

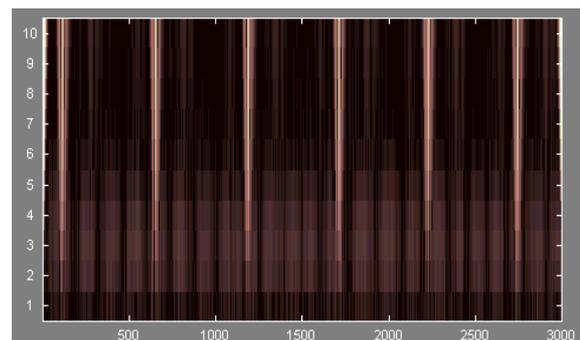


Fig5: Analyse par Ondelette chapeau mexicain

Nous constatons que les basses fréquences sont représentées en haut de l'image, et les hautes fréquences en bas de celle-ci. La prédominance des complexes QRS marque la présence des autres ondes en basses fréquences.

De même le bruit persiste tout au long du signal, et se manifeste essentiellement en hautes fréquences par la présence de raies verticales.

2/ Le tracé suivant, est un tracé d'ECG particulièrement bruité.

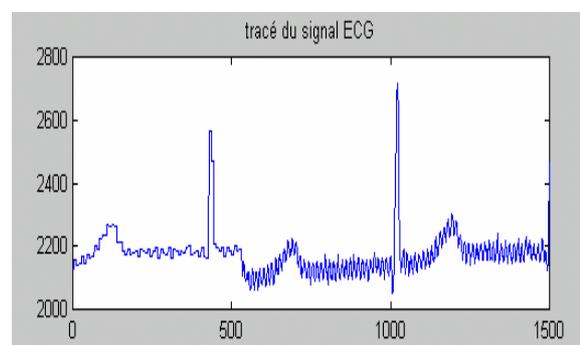


Fig6: Signal ECG temporairement bruité.

Une analyse par ondelette chapeau mexicain, donne le tracé suivant :

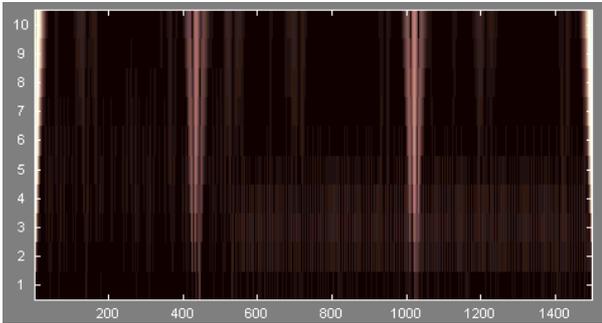


Fig7: Analyse par ondelette chapeau Mexicain.

Nous remarquons que dans la partie où le signal est bruité, il y a apparition de raie, ces raies disparaissent lorsque le bruit est filtré.

3/ Pour cela on a décidé de regarder l'allure des coefficients détails d'ondelette Debauchie:

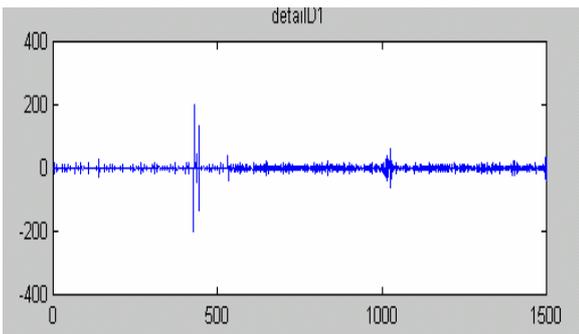


Fig8: Coefficients détails d'ondelette Debauchie.

Nous constatons que ces variations suivent le contenu du signal original, où il y a une faible variation des coefficients dans la partie où le signal est non bruité, et une forte variation des coefficients dans la partie bruité.

On repère aussi les composantes du complexe QRS.

4/ Reprenons le signal original et appliquons l'ondelette Debauchie pour le débruiteur, nous obtenons les résultats suivants :

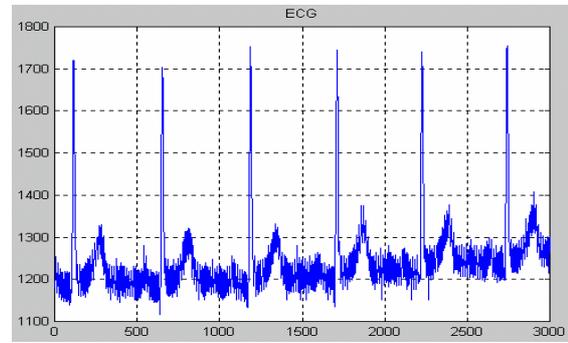


Fig9: Signal ECG bruité.

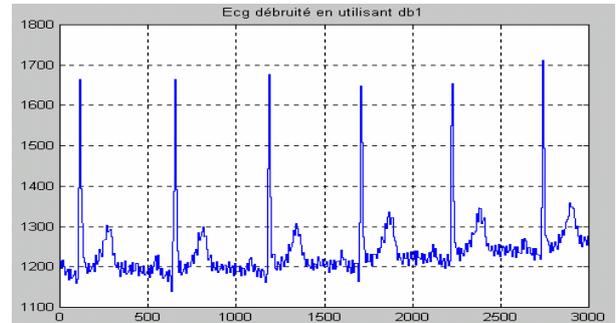


Fig10: Signal débruité.

Regardons les résultats obtenus (fig10) par le biais d'un filtrage numérique ayant pour équation de récurrence :

$$y(1)=x(1)$$

$$y(n)=1.7281y(n-1)-0.9038y(n-2)+x(n)-1.7848x(n-1)+x(n-2).$$

Ce filtre a été calculé pour éliminer le bruit de réseau.

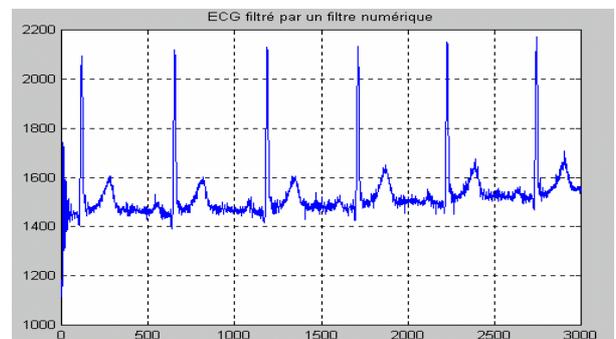


Fig11: Signal ECG filtré par filtrage récursif.

5/ Comparaisons des deux méthodes :

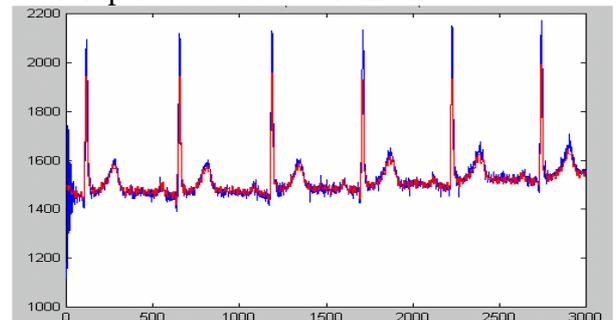


Fig12 : Superposition des tracés du signal filtré par les deux méthodes.

Nous remarquons que la méthode des ondelettes Debauchies donne de meilleurs résultats par rapport au filtrage récursif. En outre le Filtrage récursif n'est plus efficace dès que le bruit de réseau fluctue autour du 50Hz, alors que la méthode des ondelettes reste efficace puisque le bruit est éliminé par étapes avec chaque fois la reconstitution du signal.

6/ Comparaison du spectre d'un signal filtré par la méthode des ondelettes avec le spectre d'un signal ayant subi un filtrage récursif:

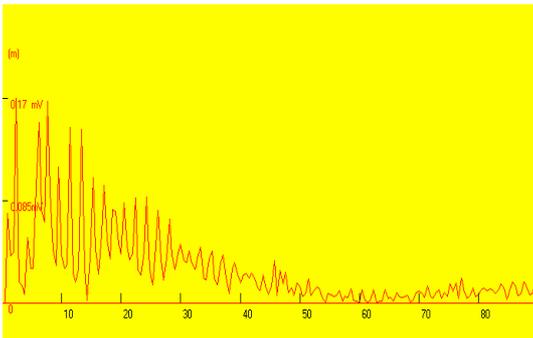


Fig13: Spectre du signal filtré par ondelettes.

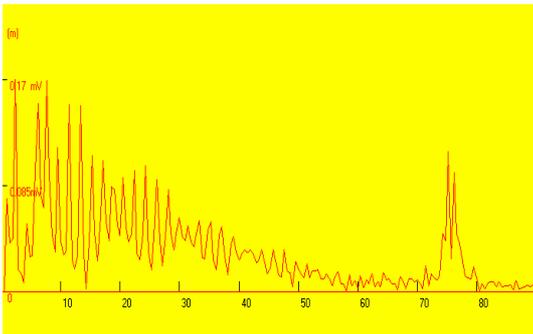


Fig14: Spectre d'un signal ayant subi un filtrage récursif.

Nous remarquons dans le spectre filtré par ondelette l'absence des raies représentatives des dérives du signal ECG.

7/ Mise en forme du signal ECG après dérives dues aux mouvements respiratoire par la méthode des ondelettes :

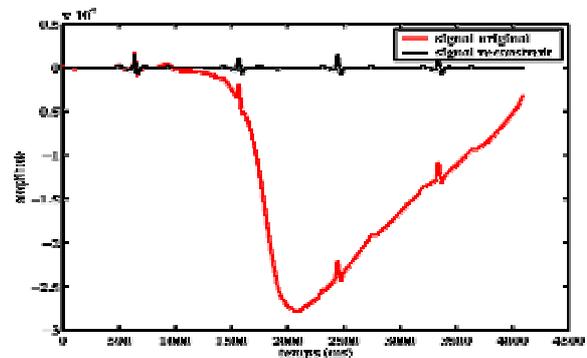


Fig.15: Mise en forme de l'ECG.

IV -Conclusion:

Dans cette article nous avons exploité la transformée en ondelette pour le traitement numérique d'un signal physiologique, en l'occurrence l'ECG.

L'intérêt de ce travail est de pouvoir détecter les bruits de réseau en utilisant l'ondelette sumbrero. Le débruitage du signal ECG a été effectué par l'ondellete Debauchie.

Nous avons ensuite comparé les résultats avec ceux obtenus au moyen des filtres recursifs. Les tracés du spectre du signal filtré par filtre numérique puis par ondelette, nous ont permis de constater que les raies relatives aux bruits de dérive n'apparaissent plus dans le spectre du signal débruité par la méthode des ondelettes. Enfin la transformée en ondelette s'est avérée très efficace pour l'élimination des dérives dues au mouvements respiratoires.

V- Références :

- [1] N. Nikolaev, Z. Nikolov, A. Gotchev and K. Egiazarian Wavelet domain Wiener filtering for ECG denoising using improved signal estimate. EUSIPCO, sept 2000.
- [2] S. Mallat, Exploitation des signaux en Ondelettes.
- [3] F. Truchelet. Ondelettes pour le signal numérique. Hermès, collection Traitement du signal édition, 1998.