

*République Algérienne Démocratique Et Populaire*  
*Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique*  
*Université Abou Bakr Belkaid-Tlemcen*  
*Faculté De Technologie*  
*Département de Génie Electrique et Electronique*

## **Thèse de Doctorat en Productique**

**Intitulée :**

# **Modélisation du temps de cycle d'un système automatisé de stockage/déstockage (AS/RS) multi-allées et à racks glissants**

Présentée le lundi 22 décembre 2014, par :

**Amine Hakim GUEZZEN**

*Devant le jury :*

Président :

**Mohammed Amine CHIKH**    Professeur    Université de Tlemcen-Algérie

Examineurs:

**Pierre CASTAGNA**    Professeur    Université de Nantes-France

**Tewfik SARI**    Professeur    Université de Montpellier-France

**Khalid HACHEMI**    MCA    Université d'Oran-Algérie

Directeur de thèse :

**Zaki SARI**    Professeur    Université de Tlemcen-Algérie

## REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée grâce à l'aide, au soutien et à la présence de nombreuses personnes. La thèse a été pour moi une très bonne période, et je tiens à remercier celles et ceux qui m'ont permis de réaliser ce travail dans les meilleures conditions. Cette page leur est donc dédiée.

Je tiens à remercier vivement mon encadreur Monsieur Zaki SARI, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la direction de ce mémoire, il m'a accordé sa confiance en me laissant une grande liberté de pensée et d'action, tout en me faisant part de ses avis, conseils et suggestions.

Monsieur Mohammed Amine CHIKH, Professeur à l'université de Tlemcen, a spontanément accepté de présider le jury de cette thèse, malgré sa très lourde charge de travail. Je tiens à le remercier chaleureusement.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur Pierre CASTAGNA, Professeur à l'université de Nantes-France, d'avoir accepté d'examiner et de juger ce travail. Je tiens aussi à le remercier vivement de m'avoir accueilli dans son équipe durant mes séjours en France dans le cadre du projet CMEP. Son expérience dans la simulation et ses idées m'ont été d'une grande aide.

Je tiens également à remercier Monsieur Tewfik SARI, Professeur à l'université Mulhouse-France, pour sa contribution et son aide précieuse dans le développement mathématique effectué dans ce travail et d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse.

Ma reconnaissance va également à Monsieur Kalid HACHEMI Maître de conférences à l'université d'Oran, qui m'a fait l'honneur d'expertiser ce travail.

Merci également à toute personne avec qui j'ai travaillé ou que j'ai simplement eu le plaisir de côtoyer pendant ces dernières années. Je pense particulièrement aux membres du laboratoire de productique de Tlemcen. Je remercie également chaleureusement tous mes amis.

Mes derniers mots seront pour ma famille : à la mémoire de mon père, à ma mère et mon épouse pour leur soutien, leur patience et leurs encouragements constants, à mon fils Walid, à mes frères et sœurs, qui ont toujours eu confiance en moi.

Enfin, je remercie Dieu Tous Puissant.

# Table des matières

**Introduction Générale.....1**

## Chapitre 1

### Généralités sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage

<b>1.1 Introduction .....</b>	<b>6</b>
<b>1.2 Systèmes de stockage.....</b>	<b>6</b>
1.2.1 Performances du système de stockage.....	7
1.2.2 Stratégies de stockage.....	8
<b>1.3 Système de stockage classique.....</b>	<b>10</b>
<b>1.4 Système de stockage automatisé.....</b>	<b>11</b>
<b>1.5 Système automatisé de Stockage/Déstockage (AS/RS) .....</b>	<b>11</b>
<b>1.6 Classification des AS/RS.....</b>	<b>13</b>
1.6.1 AS/RS à charge unitaire .....	14
1.6.2 AS/RS à mini charge ou à charge réduite.....	14
1.6.3 AS/RS multi allées.....	15
1.6.4 AS/RS à racks glissants .....	16
1.6.5 AS/RS à carrousel.....	16
1.6.6 AS/RS à personne embarquée .....	17
1.6.7 AS/RS à étagères profondes .....	18
1.6.8 AS/RS à convoyeur gravitationnel .....	18
<b>1.7 Evaluation des performances d'un système de stockage .....</b>	<b>19</b>
1.7.1 Mesures directes .....	19
1.7.2 Méthodes analytiques .....	20
1.7.3 Simulation pour l'évaluation des performances .....	21
<b>1.8 Etat de l'art.....</b>	<b>21</b>
<b>1.9 Conclusion et Grandes lignes de la thèse .....</b>	<b>33</b>

## Chapitre 2

### Modélisation des systèmes automatisés de stockage/déstockage multi allées

<b>2.1 Introduction .....</b>	<b>37</b>
<b>2.2 Configuration d'un AS/RS multi allées.....</b>	<b>37</b>
<b>2.3 Hypothèses et Notations.....</b>	<b>39</b>
2.3.1 Hypothèses.....	39
2.3.2 Notations.....	40
<b>2.4 Modélisation mathématique du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées .....</b>	<b>40</b>
2.4.1 Modèle discret .....	41
2.4.2 Modèle Continu .....	41
<b>2.5 Modélisation mathématique du temps de double cycle d'un AS/RS multi allées.....</b>	<b>49</b>
2.5.1 Modèle discret .....	49
2.5.2 Modèle continu .....	51
<b>2.6 Validation.....</b>	<b>52</b>
2.6.1 Comparaison avec l'expression discrète.....	52
2.6.2 Comparaison avec le modèle de Hwang.....	53
<b>2.7 Conclusion.....</b>	<b>57</b>

## Chapitre 3

### Modélisation des systèmes automatisés de stockage/déstockage à racks glissants

<b>3.1 Introduction .....</b>	<b>59</b>
<b>3.2 Présentation et fonctionnement d'un AS/RS à racks glissants .....</b>	<b>59</b>
<b>3.3 Modélisation mathématique du temps de simple cycle d'un AS/RS à rack glissant. 61</b>	
3.3.1 Expressions discrètes du temps de simple cycle .....	61
3.3.2 Approche continue.....	63
<b>3.4 Modélisation mathématique du temps de double cycle d'un AS/RS à rack glissant .....</b>	<b>76</b>
<b>3.5 Validation .....</b>	<b>77</b>
<b>3.6 Conclusion.....</b>	<b>78</b>

## Chapitre 4

### Simulation des systèmes automatisés de stockage/déstockage

<b>4.1 Introduction .....</b>	<b>80</b>
<b>4.2 Simulation des systèmes de production.....</b>	<b>80</b>
4.2.1. Définition.....	80
4.2.2. Objectifs de la simulation .....	81
<b>4.3 Méthodes analytiques vs simulation .....</b>	<b>82</b>
<b>4.4 Simulation d'un AS/RS à Racks Glissants.....</b>	<b>83</b>
4.4.1 Organigrammes du modèle simulé .....	83
4.4.2 Résultats et interprétations.....	87
4.4.3 Influence de la variation du temps de glissement des racks ' $t_r$ ' sur les modèles étudiés .....	88
<b>4.5 Simulation d'un AS/RS multi allées .....</b>	<b>90</b>
<b>4.6 Conclusion.....</b>	<b>93</b>
<b>Conclusion Générale.....</b>	<b>95</b>
<b>Références Bibliographiques.....</b>	<b>98</b>

## Principales abréviations

<b>AS/RS</b>	: Automated Storage/Retrieval Systems
<b>M-AS/RS</b>	: Mobil-racks Automated Storage/Retrieval Systems
<b>SC</b>	: Simple cycle
<b>DC</b>	: Double cycle
<b>QC</b>	: Quadruple cycle
<b>STC</b>	: Sextuple command
<b>COI</b>	: Cube-per-order index
<b>D/L</b>	: Dépôts/Livraison
<b>AGV</b>	: Véhicule autoguidé
<b>AVS/RS</b>	: AS/RS basé sur la technologie de véhicule autonome
<b>NN</b>	: Nearest-neighbor (Plus proche voisin)
<b>VBA</b>	: Visual Basic pour Applications
<b>WMS</b>	: Warehouse Management System
<b>SFC</b>	: Sequential function chart

## Introduction Générale

*La suppression des stocks a surtout pour effet de faire parvenir directement dans l'atelier la pression de la demande.*  
Luc Boltanski et Eva Chiapello.  
Le nouvel esprit du capitalisme

Ces dernières décennies, marquées par l'évolution de la technologie et la nouvelle révolution industrielle, ont fortement secoué les entreprises peu adaptées à la rapidité du changement et à l'incertitude constante.

Aujourd'hui, les entreprises n'ont plus le choix. Les clients ont pris les commandes et la technologie permet de développer de nouveaux modèles économiques rééquilibrant la répartition des pouvoirs lors de l'échange commercial. Il ne suffit plus de se contenter d'études de marché et de segmenter la clientèle, puis de « pousser » des produits susceptibles de satisfaire les besoins supposés des clients. Il faut être capable de répondre sans aucun temps mort aux attentes spécifiques du client qui, avec le développement de l'Internet, devient un e-acteur et intervient directement sur le système d'information de l'entreprise et au sein même de ses processus. **Alain Fernander (2013)**

En plus, les entreprises doivent évoluer dans un environnement très incertain, changeant et dominé par une forte concurrence internationale. Pour rester compétitif, il faut s'adapter toujours plus rapidement et garantir une bonne réactivité. Afin d'atteindre cet objectif, les entreprises doivent maîtriser la complexité de leurs systèmes de production et minimiser tous les facteurs provoquant des surcoûts (**Brinzei (1998)**). Parmi ces facteurs, on trouve le stockage. Il reste nécessaire, mais coûteux, pour le bon fonctionnement des systèmes de production. Un système de stockage doit réagir très rapidement à une demande de stockage ou de déstockage, pour minimiser les temps d'attente au niveau de la production ou bien au niveau de la préparation d'une commande.

Parmi les systèmes adaptés aux exigences suscités, nous nous proposons d'étudier les systèmes automatisés de stockage/déstockage (*Automated Storage/Retrieval Systems, AS/RS*).

Placé au cœur de la chaîne d'approvisionnement (supply chain), face à la complexité logistique et aux enjeux grandissants en termes de réactivité, un système automatisé de stockage/déstockage bien interfacé avec un WMS (Warehouse Management System) apporte un suivi des opérations en temps réel, la maîtrise des opérations de réception des produits, la mise en stock, la préparation de commandes, la gestion des stocks, l'expéditions et l'inventaire.

De plus, en stockant les produits et les palettes dans des systèmes de stockage et déstockage automatisés, nous pouvons limiter les opérations de manutention et mieux utiliser l'espace au sol disponible. Différents types de systèmes de stockage et déstockage automatisés peuvent être intégrés pour assurer le stockage (temporaire) de matières premières ou de produits (semi-)finis. Parmi ces types d'AS/RS, il existe les AS/RS multi allées et les AS/RS à racks glissants, sur lesquels s'articule le travail présenté dans cette thèse. Le premier système comporte plusieurs allées, toutes desservies par une seule machine S/R, tandis que les systèmes à racks glissants comportent une seule allée ; Ce système de stockage mobile est composé de racks se déplaçant latéralement sur des rails de telle sorte que l'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens, il permet d'optimiser l'exploitation de l'espace en réduisant au minimum le nombre d'allées de service.

Plusieurs mesures de performances peuvent être utilisées pour évaluer un AS/RS. Les plus importantes sont : le taux d'utilisation de la machine S/R et le temps moyen nécessaire pour servir une requête de stockage ou de déstockage, défini comme étant le temps qui sépare l'apparition de la requête de la fin de son exécution. Il influence sur les performances du système global.

Dans ce travail notre intérêt s'est porté sur la modélisation mathématique des deux systèmes dans laquelle nous développons des expressions analytiques continues permettant un calcul approximatif du temps de cycle de ces systèmes.

L'importance particulière de ces expressions et modèles analytique développées s'explique par la constitution d'un support mathématique performant aussi bien pour l'analyse, l'évaluation analytique, l'optimisation que pour la simulation de ce type de système.

En parallèle aux différentes méthodes analytiques existantes depuis des siècles, une nouvelle technique s'est créée depuis les années soixante relevant d'une conception tout à fait différente. Il s'agit de la simulation, une technique qui profite et exploite des procédés expérimentaux. La simulation est l'activation d'un modèle dans le temps afin de connaître son comportement dynamique et de prédire son comportement futur (**Claver (1997)**). D'après **Serin et al. (1996)**, Les premiers langages de simulation développés ont été principalement utilisés pour des projets financiers afin de déterminer des coûts, dans le cadre d'une unité de production mais rarement en ingénierie. La simulation a trouvé, ensuite, une utilisation dans de nombreux axes et domaines : l'optimisation, la conception, l'évaluation des performances avec des applications très nombreuses en informatique, en réseaux de communication, dans la logistique et la fabrication, la manutention, ainsi que dans le domaine militaire.

L'appel à cette technique se fait généralement dans les situations suivantes: Dans le cas où on ne disposerait pas de bases théoriques capables de modéliser la réalité dans toute sa complexité. Ou encore dans le cas où l'expérimentation directe serait impossible à réaliser pour des raisons de sécurité, de contraintes budgétaires, d'obstacles naturels...

Dans les systèmes trop complexes, la simulation intervient souvent pour donner un modèle mathématique plus fiable. Ceci a lieu, généralement, quand le système est soumis à des phénomènes dynamiques et des situations aléatoires.

Dans le domaine industriel, la simulation informatique est largement utilisée. Parmi les raisons pour lesquelles nous avons utilisé la simulation dans ce travail, nous citerons :

- la possibilité de réalisation de modèles réalistes
- les résultats visuels qui sont un support pour l'aide au développement du modèle et à sa validation
- des propositions ou des modifications différentes pouvant être considérées sans expérimentation directe sur le système réel : changement de la position de la station D/L, ajout de nouvelles machines S/R dans le système, changement de fonctionnement de la machine S/R
- la possibilité de modéliser et simuler des systèmes non-existants (Conception de nouveaux systèmes AS/R)
- La simulation appropriée à l'étude des systèmes complexes et de grande taille.

Dans cette étude, une stratégie originale pour la simulation des systèmes automatisés a été proposée.

Le travail de recherche présenté dans cette thèse vise à apporter des éléments de réponse à la modélisation des AS/RS multi-allées et à racks glissants. La contribution que nous proposons, à la fois théorique, méthodologique et par simulation, est développée à travers quatre chapitres :

- Généralité sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage
- Modélisation des systèmes automatisés de stockage/déstockage multi-allées
- Modélisation des systèmes automatisés de stockage/déstockage à racks glissants
- Simulation et analyse des résultats.

Le premier chapitre reprend des généralités sur les systèmes de stockage ainsi que leurs principaux types d'applications dans l'industrie. Dans ce chapitre, nous introduisons quelques notions fondamentales relatives au système de stockage/déstockage. Par la suite, nous exposons une classification des AS/RS permettant de bien positionner les types de systèmes étudiés dans ce travail, les typologies de ces systèmes et quelques méthodologies de stockage. Enfin, nous présenterons un état de l'art comportant une étude réalisée sur les différentes propriétés d'AS/RS.

Le second chapitre donne des définitions plus précises sur les AS/RS multi allées. Nous présenterons initialement la configuration d'un AS/RS multi-allées, les hypothèses et les notations utilisées dans le présent document. Par la suite, nous présenterons la formulation du

modèle mathématique enrichis par quelques exemples numériques. Une première approche de modélisation déterminera le temps de cycle exact comme la moyenne de tous les temps de déplacement de la machine S/R. Une deuxième méthode de modélisation sera basée sur une loi probabilistique représentant la distribution des différents temps de déplacement de la machine S/R, et déterminera une valeur approchée du temps moyen de simple et double cycle. Une simulation numérique sera réalisée pour comparer les résultats des deux méthodes et valider la seconde par rapport à la première.

Le troisième chapitre est consacré à la Modélisation des systèmes automatisés de stockage/déstockage à racks glissants. Dans ce chapitre, nous présenterons dans un premier temps, l'approche discrète exacte développée par **Sari(1998)**. La deuxième section est consacrée à l'approche continue, à sa modélisation et formulation en modèle mathématique. Ensuite, nous présenterons les différents cas possibles et techniques de résolution pratique que nous avons développée.

Le quatrième chapitre de ce manuscrit est dédié au développement d'un générateur de modèles pour simuler les deux types d'AS/RS afin d'étudier et de mieux comprendre le comportement et la dynamique du modèle étudié. En premier lieu, nous avons procédé à l'implémentation du modèle développé dans le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Par la suite, les différentes simulations réalisées nous ont permis d'exposer les résultats obtenus sous forme de graphes. Enfin, nous procédons à l'analyse des résultats et à la validation du modèle de simulation.

Finalement, la conclusion générale fait la synthèse des quatre chapitres présentés dans cette thèse et revient sur les résultats obtenus. Enfin, nous proposons des perspectives de recherche. Celles-ci concernent, d'une part, l'extension de la démarche proposée par la prise en compte d'autres paramètres et, d'autre part, l'utilisation des différentes politiques de stockage en considération.

# Chapitre 1

---

## Généralités sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage

---

1.1 Introduction.....	6
1.2 Systèmes de stockage.....	6
1.2.1 Performances du système de stockage.....	7
1.2.2 Stratégies de stockage.....	8
1.3 Système de stockage classique.....	10
1.4 Système de stockage automatisé.....	11
1.5 Système automatisé de Stockage/Déstockage (AS/RS).....	11
1.6 Classification des AS/RS.....	13
1.6.1 AS/RS à charge unitaire.....	14
1.6.2 AS/RS à mini charge ou à charge réduite.....	14
1.6.3 AS/RS multi allées.....	15
1.6.4 AS/RS à racks glissants.....	16
1.6.5 AS/RS à carrousel.....	16
1.6.6 AS/RS à personne embarquée.....	17
1.6.7 AS/RS à étagères profondes.....	18
1.6.8 AS/RS à convoyeur gravitationnel.....	18
1.7 Evaluation des performances d'un système de stockage.....	19
1.7.1 Mesures directes.....	19
1.7.2 Méthodes analytiques.....	20
1.7.3 Simulation pour l'évaluation des performances.....	21
1.8 Etat de l'art.....	21
1.9 Conclusion et Grandes lignes de la thèse.....	33

## 1.1 Introduction

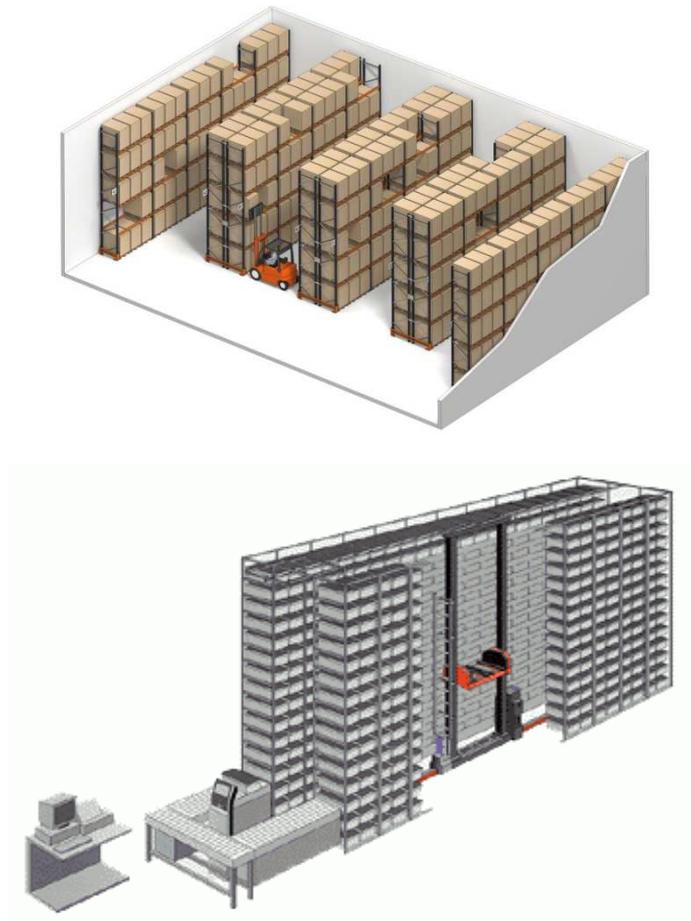
Dans une chaîne logistique, les produits (matières premières, produits finis, produits en cours de fabrication) doivent être physiquement déplacés d'un endroit à un autre (c'est-à-dire entre point d'origine et point de consommation, des fabricants aux utilisateurs finaux). Au cours de ce processus, ils peuvent être stockés dans des stocks tampons ou à des endroits de stockage (entrepôts) pendant une certaine période de temps. De nombreuses activités sont effectuées dans un entrepôt. Parmi ces activités, la préparation de commande est la plus critique. Depuis longtemps cette opération est identifiée comme une opération très pénible dans les systèmes manuels, d'où l'apparition des systèmes automatisés.

Les Systèmes automatisés de stockage/déstockage (AS/RS) sont de plus en plus utilisés dans les systèmes de production moderne et dans la logistique et, ceci, grâce à leurs avantages intéressants. Parmi les avantages de ces systèmes : un débit élevé dans la circulation des pièces, l'utilisation efficace de l'espace et l'amélioration de la sécurité.

L'objectif de ce premier chapitre est de présenter le contexte général dans lequel s'inscrit notre travail : celui des systèmes automatisés de stockage/déstockage. Nous commencerons, alors, par des généralités sur les systèmes de stockage ainsi que leurs principaux types d'applications dans l'industrie. Dans ce chapitre, nous introduisons quelques notions fondamentales relatives au système de stockage/déstockage. Par la suite, nous exposons une classification des AS/RS permettant de bien positionner les types des systèmes étudiés dans ce travail, les typologies de ces systèmes et quelques méthodologies de stockage. Enfin, nous présenterons un état de l'art comportant une étude réalisée sur les différentes propriétés des AS/RS.

## 1.2 Systèmes de stockage

Les systèmes de stockage sont utilisés pour stocker différents types de matières : des matières liées au produit (matières premières par exemple, pièces achetées, produits en cours de fabrication, produits finis, produits qui nécessitent un réusinage et déchets), des matières liées au processus (par exemple, les résidus de processus de fabrication, comme les déchets et les outillages), les fonctions de soutien global à l'usine (par exemple, pièces de rechange, fournitures de bureau et dossiers). Les dispositifs de stockage peuvent être classés en systèmes de stockage classiques et systèmes de stockage automatisés.



**Figure 1.1** Système de stockage classique et système de stockage automatisé

Nous pouvons spécifier deux ensembles de caractéristiques de fonctionnement quand il s'agit de systèmes de stockage; ceux-ci sont les suivants:

- Les performances du système de stockage.
- Les stratégies de stockage.

### 1.2.1 Performances du système de stockage

Un système de stockage doit se justifier en termes d'investissement et frais d'exploitation, en fournissant un niveau adéquat de performance. Les mesures utilisées pour évaluer cette performance sont détaillées dans le tableau suivant :

**Table 1.1** Mesures de rendement

Mesure de performance	Descriptions
Capacité de stockage	La capacité de stockage peut être définie de deux façons: l'espace volumétrique total disponible et le nombre total de casiers de stockages disponible dans le système. La capacité physique du

	<p>système de stockage doit être supérieure au nombre maximum de charges pouvant être stockées, pour permettre un stockage supplémentaire.</p>
Densité de stockage	<p>Définie comme l'espace disponible pour le stockage réel par rapport à l'espace total dans une installation de stockage. L'espace des allées et l'espace aérien perdu sont deux exemples de l'espace de stockage inutilisé; ceux-ci prennent souvent plus de place que la capacité de stockage utilisable elle-même.</p>
Accessibilité	<p>Définie comme la capacité d'accéder à n'importe quel produit stocké dans le système. La densité de stockage a souvent une relation inverse avec l'accessibilité.</p>
Débit du système	<p>Le débit du système est défini comme le taux horaire auquel le système de stockage reçoit et met en charges une opération de stockage/déstockage et transmettre des produits à la station de sortie. Le système de stockage doit être conçu pour répondre aux exigences d'un débit maximal. Les variations dans les niveaux de débit doivent être attendues tout au long d'une période de travail.</p>
Disponibilité	<p>La disponibilité d'un équipement ou d'un système est une mesure de performance qu'on obtient en divisant la durée dans laquelle l'équipement ou le système est opérationnel par la durée totale durant laquelle on aurait souhaité qu'il le soit.</p>

### 1.2.2 Stratégies de stockage.

Il existe plusieurs méthodes pour attribuer les produits à des emplacements de stockage dans les racks. Cinq stratégies de stockage souvent utilisés sont décrits plus en détail ici (voir, par exemple, **Hausman et al., (1976)**, **Graves et al.,(1977)** ou **Roodbergen (2009)**). Ces stratégies sont les suivantes:

- Stockage dédié.
- Stockage aléatoire.
- Stockage à base de plus proche emplacement ouvert.( closest open location storage)
- Stockage à base de plein-rotation. (full-turnover-based storage)
- Stockage par classes.

Dans la stratégie de **stockage dédié**, chaque type de produit est affecté à un emplacement fixe. Le stockage de ce produit s'effectue toujours au même endroit. Les principaux inconvénients de stockage dédié sont ses besoins en espace élevés et une faible utilisation de

cet espace. Cela est dû au fait que les emplacements sont réservés même pour les produits qui sont en rupture de stock. En outre, pour chaque type de produit, suffisamment d'espace doit être réservé pour accueillir le niveau d'inventaire maximal qui peut se produire. La plupart des avantages de stockage dédié, comme la localisation des produits lourds au fond, la facilité de retrouver les produits quand une requête de déstockage est requise et la simplicité dans le contrôle du système, sont liés à des zones de préparation des commandes non-automatisées et ne sont pas intéressants pour les AS/RS.

Pour le **stockage aléatoire** tous les emplacements vides ont une probabilité égale d'avoir une opération de stockage. Si le **plus proche emplacement de stockage ouvert** est appliqué, le premier emplacement vide que l'on rencontre sera utilisé pour stocker les produits. Cela conduit généralement à un AS/RS où les racks sont pleins autour de la station de dépôts livraison D/L et progressivement plus vide vers l'arrière.

La politique de **Stockage à base de plein-rotation** détermine les emplacements de stockage en fonction de leur fréquence de demande. Les produits fréquemment demandés obtiennent les endroits les plus facilement accessibles, généralement près de la station D/L. Les produits à faible rotation sont situés plus loin. Une hypothèse importante de cette règle est que les fréquences de rotation doivent être connues à l'avance. **Heskett (1963, 1964)** présente la règle de l'indice de cube par commande (COI) (the cube-per-order index), qui est une forme de stockage à base de plein-rotation. Le COI d'un produit est défini comme le rapport de l'espace de stockage requis d'un produit par rapport au nombre de demande de ce produit par période. La règle COI attribue des produits avec le COI le plus bas dans les emplacements les plus proches de la station de D/L. **Malmberg et Bhaskaran (1990)** donnent une preuve de l'optimalité de cette règle, tout en tenant compte de la non-unicité de la configuration du COI en cas où l'ordonnancement double cycle est utilisé.

La stratégie **Stockage par classes** divise l'espace d'entrepôt disponible à un certain nombre de domaines. Chaque produit est ensuite affecté à l'une des zones en fonction de sa fréquence de demande. Le stockage aléatoire est appliqué dans chaque zone. En fait, la politique de **Stockage à base de plein-rotation** peut être considérée comme une politique de **Stockage par classes** avec un seul article par classe. Souvent le stockage avec trois classes est appelé stockage ABC. Le principal avantage du stockage par classes est une efficacité accrue en raison de stocker les éléments en mouvement rapide près de la station D/L, alors que, dans le même temps, les besoins en espace de stockage faible et la souplesse de la politique de stockage aléatoire s'appliquent.

Un concepteur est confronté à trois grandes décisions lors de l'application de la stratégie de stockage par classes dans un AS/RS.

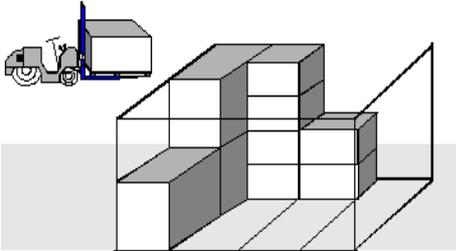
1. Nombre de classes (c'est à dire, déterminer le nombre de classes).
2. Dimensionnement des zones (c'est à dire, le nombre de produits à affecter à chaque zone).
3. Positionnement des zones (c'est-à-dire, localiser chacune des zones).

Cette stratégie a été adoptée principalement pour réduire le temps de cycle moyen jusqu'à 40% (Askin 93).

### 1.3 Système de stockage classique

Pour soutenir les différentes stratégies décrites ci-dessus nous pouvons citer plusieurs méthodes et équipements concernant le stockage classiques.

**Table 1.2** Systèmes de stockages classiques

Méthodes et équipements	Description
<p>Le stockage en vrac utilisant des transpalettes et des chariots élévateurs</p> 	<p>Le stockage en vrac est utilisé pour le stockage dans une zone ouverte, il est utilisé généralement à des charges unitaires sur palettes ou des conteneurs similaires. Les charges unitaires peuvent être empilées les unes sur les autres pour atteindre des densités très élevées de stockage. Les plus fortes densités sont obtenues lorsque les charges unitaires sont placés les unes à côté des autres. Mais la formation d'un passage entre les blocs dans le stockage en vrac peut aussi améliorer l'accessibilité. Selon les matériaux empilés, il peut y avoir des restrictions sur quelques points. Ils peuvent être chargés; parfois les matériaux ne peuvent pas être empilés en raison de caractéristiques physiques ou de résistance à la compression limitée des charges individuelles.</p> <p>Le stockage en vrac offre divers avantages :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Le besoin réduit d'emplacements physiques ;</li> <li>· l'accès rapide aux conteneurs ;</li> <li>· La structure claire du magasin (en blocs et allées).</li> </ul>
<p>Les systèmes à rack</p> 	<p>Les systèmes à rack offrent des installations de stockage en vrac avec un soutien adéquat pour faciliter l'empilage sécuritaire, au moyen de diverses méthodes, telles que:</p> <p>les racks à palettes: composés d'un châssis pour supporter des charges unitaires empilés les unes sur les autres, sans que le poids des plus hautes charges repose sur les charges plus basses. Ils se composent d'un cadre avec des poutres supportant la charge horizontales;</p>

	<p>Les racks portables: constitués de supports portables qui possèdent une seule charge, ils peuvent être empilés les uns sur les autres en toute sécurité;</p> <p>Les racks gravitationnels: composés de pistes de transport capables de supporter une rangée de charges unitaires; les charges unitaires sont chargés sur un côté du rack, et sont déchargées de l'autre côté, fournissant une rotation des stocks suivant la règle FIFO.</p>
<p>Rayonnages et Casiers pour utilisation manuels ou utilisation de chariot élévateur motorisé.</p> 	<p>Le rayonnage est l'un des types les plus communs de l'équipement de stockage. Les étagères en acier sont fabriquées dans des tailles standard et peuvent être installées là où elles sont nécessaires. Des casiers peuvent être attachés à des étagères; ils sont constitués de compartiments ou de boîtes contenant des articles en vrac.</p>

#### 1.4 Système de stockage automatisé

Un système automatisé de stockage/déstockage est l'un des principaux systèmes de manutention. Il est largement utilisé dans les centres de distribution et dans des environnements de production automatisés. Ce type de système a été utilisé non seulement comme des alternatives aux entrepôts traditionnels mais aussi comme une partie dans les systèmes de fabrication de pointe.

Selon **Material Handling Institute**, un système automatisé de stockage déstockage est défini comme : « *Une combinaison d'équipements et de systèmes de contrôle qui prend en charge, stocke et déstocke, des produits avec précision, exactitude et célérité sous un certain degré d'automatisation.* »

#### 1.5 Système automatisé de Stockage/Déstockage (AS/RS)

Depuis leur introduction en 1950, les AS/RS ont été l'un des principaux outils utilisés pour la manutention des matériaux dans un entrepôt et pour le contrôle des stocks. Les AS/RS sont largement utilisés dans les centres de production et de distribution automatisées et peuvent jouer un rôle essentiel dans les systèmes de production intégrés, ainsi que dans des usines modernes pour le stockage dans le work-in-process (WIP). Les AS/RS présentent plusieurs

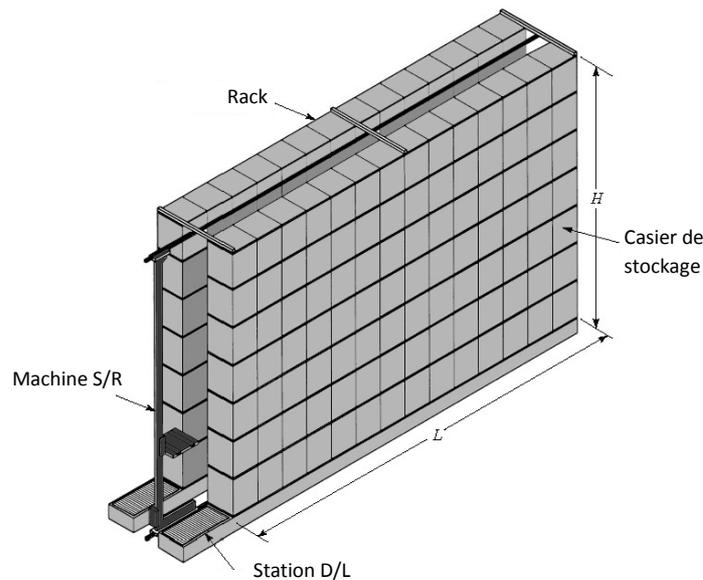
avantages tels que l'amélioration de la gestion des stocks et l'utilisation rentable de temps, d'espace et d'équipement. **Van den Berg et Gademann, (1999), Hur et al, (2004), Manzini et al (2006).**

Dans un sens plus large, un AS/RS peut être défini comme une combinaison de matériel et de contrôles qui gèrent automatiquement, stockent et récupèrent des produits à grande vitesse et précision, sans manipulation directe par un travailleur humain. **Linn et Wysk (1990b), Lee et al (1996), Manzini et al (2006),..** Cette définition couvre un large éventail de systèmes avec différents degrés de complexité et de taille. Toutefois, le terme système automatisé de stockage déstockage est venu pour signifier un seul type de système comprenant une ou plusieurs allées parallèles avec des supports multi-niveaux; un transstockeur (appelé aussi machine de stockage/déstockage ou machine S/R); une station d'entrée/sortie (I/O station) (station de dépôts/livraison D/L, P/D station ou quais); des convoyeurs à accumulation et un système central de surveillance informatique et de communication (système de contrôle). **Lee et al (1996), Van den Berg et Gademann (2000).**



**Figure 1.2 :** Système automatisé de Stockage/Déstockage (AS/RS)

Les racks sont généralement en acier ou en aluminium avec des cellules de stockage qui peuvent accueillir les charges qui doivent être stockées. Les transstockeurs sont des machines de stockage/déstockage entièrement automatisées qui peuvent se déplacer de manière autonome, stocker et déstocker des produits. Les allées sont formées par les espaces vides entre les racks, où les transstockeurs peuvent se déplacer. La station D/L est l'endroit où les charges récupérées sont déposées, et où les charges entrantes sont prises en charge pour le stockage. **Roodbergen et Vis (2009).** La figure 1.3 illustre la structure générique et les principaux constituants d'un AS/RS.



**Figure 1.3** Principaux constituants d'un AS/RS

## 1.6 Classification des AS/RS

Le choix d'un système de stockage et déstockage automatisé (AS/RS) adapté aux exigences d'une situation spécifique dépend de la capacité de stockage et du temps de traitement requis. Il existe plusieurs systèmes AS/RS pour différents types de produits à stocker.

Ces AS/RS se différencient suivant le poids, la taille et le volume des charges à stocker. Nous pouvons classer ces systèmes selon leur configuration physique, à savoir :

- Le nombre de machines S/R utilisées;
- La capacité de la machine S/R ;
- La disposition des racks et des allées dans le système ;
- Les positions des stations de dépôts/livraisons ;
- La profondeur des racks
- Le nombre maximum de produits pouvant être stocké dans un même casier.

Suivant la structure et les applications d'un AS/RS. Nous pouvons citer les catégories suivantes :

- Les AS/RS à charge unitaire.
- Les AS/RS à mini charge ou à charge réduite.
- Les AS/RS multi allées.
- Les AS/RS à racks glissants.
- Les AS/RS à carrousel.
- Les AS/RS à personne embarquée.

- Les AS/RS à étagères profondes.
- Les AS/RS à convoyeur gravitationnel.

### 1.6.1 AS/RS à charge unitaire

Un AS/RS à charge unitaire est utilisé pour stocker et récupérer des charges qui sont palettisées ou stockées dans des conteneurs de taille standard. Le système est contrôlé par ordinateur. La machine S/R est automatisée et conçue pour traiter les conteneurs à charge unitaire. Habituellement, la machine S/R est équipée par un mécanisme de serrage mécanique pour supporter la charge. Cependant, il existe plusieurs mécanismes tels que le système à plateau coulissant qui a le même principe que le transpalette, le système à ventouse où la charge est accrochée en créant un vide dans des ventouses et le mécanisme basé sur des aimants pour la manipulation de tôle et les produits en fer et acier.

Dans ce type de système, les charges ont généralement plus de 250 kg par unité (**Singh (1996)**). Le système à charge unitaire est le système générique des systèmes AS/RS, les autres types d'AS/RS ne sont que des variations de celui-ci.

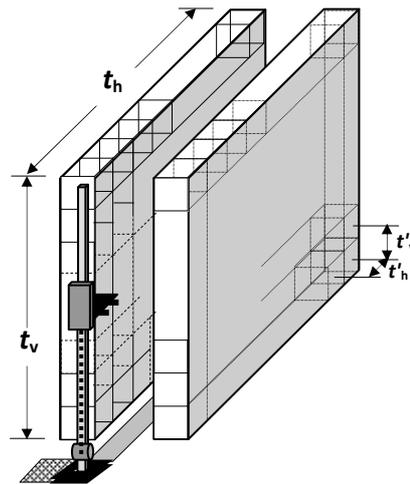


Figure 1.4 AS/RS à charge unitaire

### 1.6.2 AS/RS à mini-charge ou à charge réduite

Ce système est conçu pour stocker de petites charges telles que les pièces individuelles, les outils et les fournitures qui sont contenus dans des bacs ou tiroirs dans le système de stockage (un casier peut contenir un ou plusieurs produits). Un tel système est recommandé lorsque la disponibilité de l'espace est limitée. Il trouve, aussi, son utilisation lorsque le volume est trop faible pour un système à charge unitaire à grande échelle et trop élevée pour un système manuel. Un AS/RS à mini-charge est généralement plus petit qu'un AS/RS à charge unitaire, il est souvent fermé pour la sécurité des éléments stockés.

La machine S/R est conçue pour déstocker le casier en entier et le livrer à la station dépôt/livraison de sorte que les différents articles peuvent être retirés des casiers par un opérateur (personne ou robot).

Une fois l'opération effectuée, le casier est remis à sa place dans le système. **Sari (2003)**

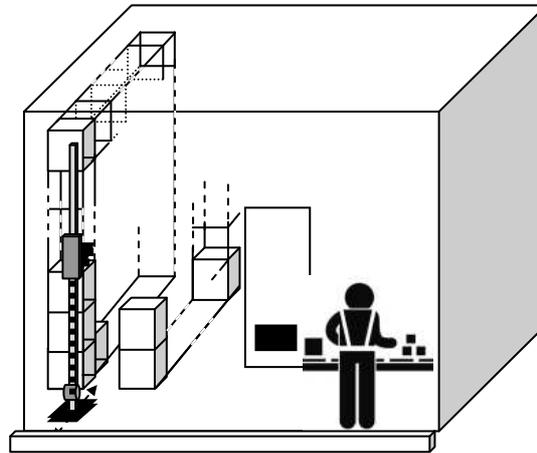


Figure 1.5 AS/RS à charge réduite

### 1.6.3 AS/RS multi allées

Un AS/RS multi-allées est une variation de l'AS/RS à charge unitaire. Il est composé d'une seule machine S/R pouvant servir plusieurs allées à la fois. Elle se déplace verticalement le long des colonnes formants les racks, horizontalement le long des allées de desserte et le long de l'allée commune dont l'une des extrémités est équipée d'une station de dépôt/livraison (D/L) (figure 1.6).

Une description plus détaillée de ce type d'AS/RS sera présentée dans le chapitre 2.

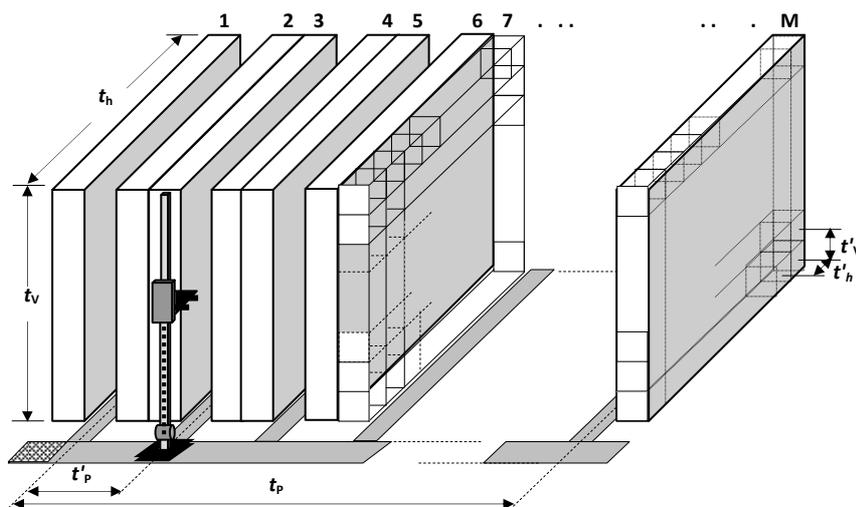


Figure 1.6 AS/RS multi allées

### 1.6.4 AS/RS à racks glissants

Les allées de service dans un AS/RS à rack glissant n'apparaissent que lorsqu'une opération de stockage ou de déstockage est prévue dans les racks correspondants. Ce type de système est une variation des AS/RS multi-allées.

Au repos, il existe une seule allée de service, Les racks formant le système glissent latéralement, par un mécanisme, sur des rails de telle sorte que l'on puisse ouvrir une allée entre deux racks mitoyens (figure 1.7). Une description et une analyse plus détaillée de ce système sera présentée dans le chapitre 3

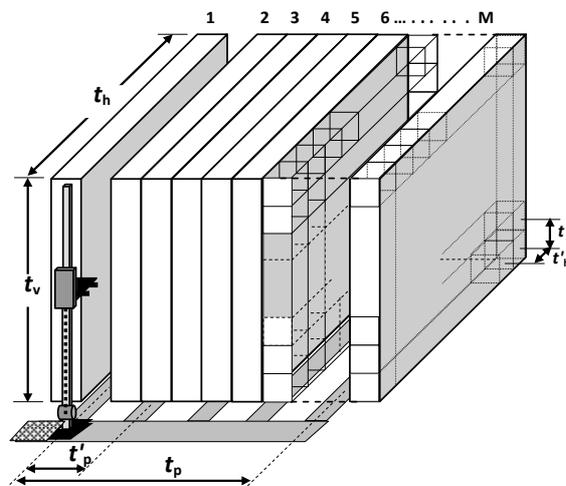


Figure 1.7 AS/RS à racks glissants

### 1.6.5 AS/RS à carrousel

Les Carrousels Horizontaux de stockage consistent en un ensemble de casiers montés sur une piste qui tourne horizontalement apportant les produits à l'opérateur. Le fait que les objets sont apportés directement à l'opérateur élimine les temps de parcours des allées pour récupérer les objets du magasin. Les Carrousels Horizontaux de stockage peuvent être placés l'un à côté de l'autre pour permettre à un opérateur de choisir un carrousel tandis que les autres sont en rotation à la position suivante. Les carrousels sont une bonne alternative au système à mini charge. **Tompkins (1984)**



Figure 1.8 : AS/RS à carrousel

### 1.6.6 AS/RS à personne embarquée

Les AS/RS à personne embarquée permettent de stocker/déstocker plusieurs petites charges dans chaque casier en une seule opération, ce qui réduit considérablement les temps de stockage/déstockage. Ce système comporte une plate-forme mobile pour une personne embarquée. Il retient dans chaque casier les produits à déstocker pour les transporter vers la station de dépôt/livraison. Ensuite, il ramène d'autres produits pour les stocker dans des casiers adéquats. La plate-forme, sur laquelle se trouve l'opérateur, peut contenir des systèmes automatisés de levage, pour charger ou décharger les produits lourds (figure 1.9).

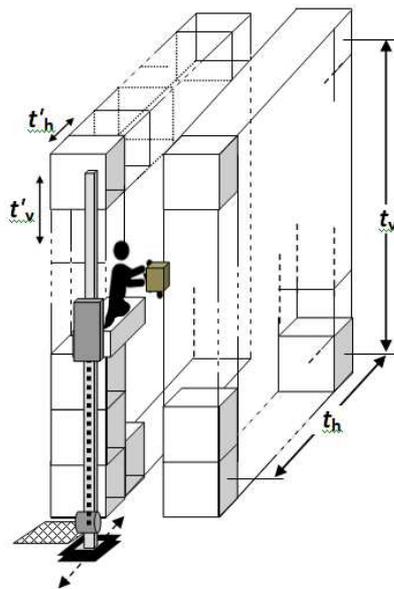


Figure 1.9 AS/RS à personne embarquée

### 1.6.7 AS/RS à étagères profondes

Dans un AS/RS à étagères profondes, un même casier peut contenir jusqu'à 10 charges l'une derrière l'autre. Les casiers sont conçus de façon à ce que les charges puissent être déposées sur l'entrée d'un côté et retirées de la sortie de l'autre côté. Un déplacement dans le sens horizontal est prévu grâce à un plateau mobile qui se déplace de la machine S/R vers l'entrée du casier. Le fonctionnement de la machine S/R est similaire à celui d'AS/RS à charge unitaire avec un système de contrôle pour les plateaux mobiles (voir figure 1.10). L'AS/RS à étagères profondes est aussi une variation de l'AS/RS à charge unitaire. Ce système est utilisé quand on est devant une quantité importante de charges unitaires à stocker.

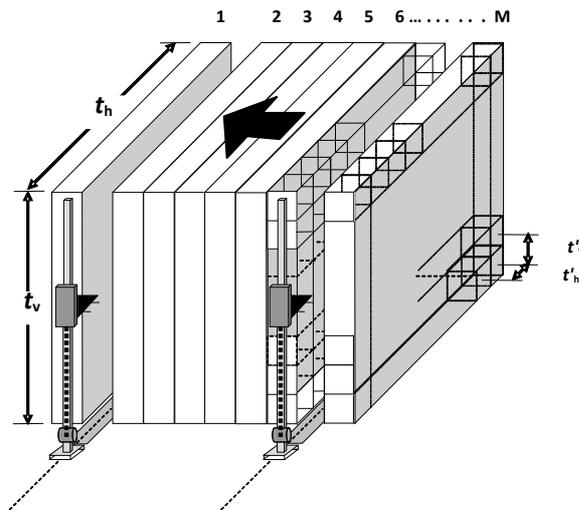


Figure 1.10 : AS/RS à étagères profondes

### 1.6.8 AS/RS à convoyeur gravitationnel

Les AS/RS à convoyeur gravitationnel consistent en un ensemble de casiers profonds équipés d'un convoyeur gravitationnel. Dans l'extrémité des deux faces de l'AS/RS gravitationnel se trouvent deux machines S/R. Le stockage se réalise sur un ensemble de convoyeurs gravitationnels accessibles aux deux extrémités. Le chargement se fait sur une face tandis que le déchargement se fait sur l'autre (Sari (2003)). Les deux machines S/R sont reliées par un convoyeur gravitationnel de re-stockage incliné en sens inverse (Figure 1.11).

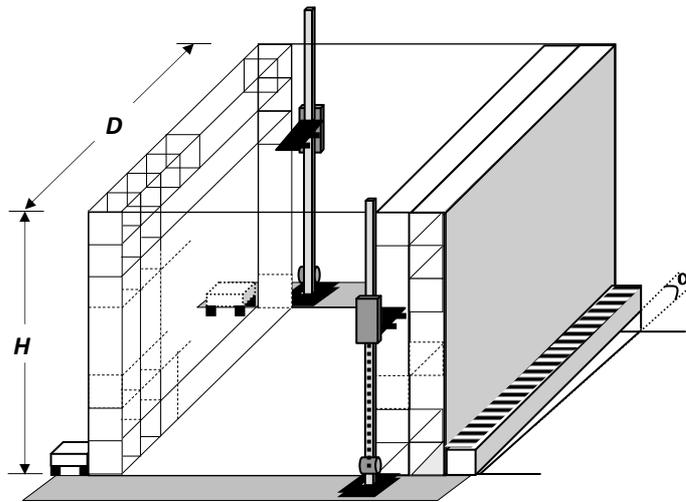


Figure 1.11 AS/RS à convoyeur gravitationnel

## 1.7 Evaluation des performances d'un système de stockage

L'évaluation des performances d'un AS/RS est nécessaire avant toute prise de décision, l'objectif étant l'optimisation de sa performance. Cette évaluation représente la mesure de l'impact des dimensions d'AS/RS sur le système ou l'influence de la position et les mouvements de la machine S/R.

Par conséquent, l'optimisation, l'analyse, la conception, l'exploitation et le pilotage des AS/RS ne peuvent être menés parfaitement sans une assistance méthodique.

Selon **Caux (1993)**, évaluer signifie « déterminer une quantité par le calcul sans avoir recours à la mesure directe ». Ceci suppose que l'évaluation est effectuée à l'aide d'un modèle qui peut être expérimental, mathématique ou par simulation.

Évaluer implique également le recours à un objectif et un indicateur de performance qui fournit une donnée quantifiée mesurant l'efficacité du système, donc son aptitude à générer une performance. **Berrah (1997)**

Les trois approches classiques d'évaluation des performances d'un AS/RS sont: les mesures directes, les méthodes analytiques et la simulation informatique.

### 1.7.1 Mesures directes

Les mesures directes sont effectuées directement sur un système réel, une maquette ou un prototype physique représentant le système étudié.

Ces mesures en grandeur réelle sont réalisées quand elles ne peuvent être remplacées par des simulations informatiques, le système étant très complexe pour être remplacé par un modèle fiable. Il est inutile de rappeler que ces expériences sont excessivement chères et nécessitent

des budgets très importants pour leur mise en place. La réalisation de mesures directes sur un AS/RS ne peut être acceptée que dans le cas d'une démarche de progrès, d'amélioration continue ou de pilotage par indicateurs de processus. Les mesures directes ne peuvent être pratiquées dans le cas de systèmes non existants et si la réalisation de prototypes physiques coûte trop chère. Dans plusieurs cas, les autres méthodes permettent avec des hypothèses suffisantes d'évaluer la performance de ces systèmes avant que la réalisation soit engagée.

### 1.7.2 Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques sont à la base d'outils assez pratiques, couramment utilisés dans l'évaluation des performances des systèmes automatisés de stockage/déstockage. Ces méthodes exigent qu'un modèle mathématique soit d'abord trouvé pour représenter le système étudié et que l'on dispose des outils mathématiques qui permettent d'étudier ce modèle.

Trois étapes constituent une démarche analytique:

- La recherche d'une approche analytique conforme, c'est-à-dire un modèle mathématique qui s'adapte aux différents cas étudiés).
- Le développement du modèle (émission des hypothèses adaptatives du système réel à la théorie adoptée),
- La validation, l'implémentation, l'utilisation et l'exploitation du modèle.

De manière globale, d'après **Proth et al. (1987)**, les techniques permettant d'étudier de manière analytique un système de production sont nombreuses:

- la **programmation linéaire** consiste à optimiser une fonction objective sous certaines contraintes linéaires conduisant à une solution statique,
- la **programmation dynamique** consiste à trouver une solution optimale à partir de solutions optimales partielles comme dans le cas d'un programme PERT,
- les **chaînes de Markov** sont utilisées dans la modélisation des systèmes stochastiques et dans lesquelles on définit l'état d'un système par un comportement entièrement probabiliste,
- les **graphes potentiels, les tâches et l'algèbre des dioides** nécessitent de connaître les séquences d'activités pour tous les objets considérés au sein du système, **Cohen et al. (1983)**
- la **théorie des files d'attente** consiste à représenter le système sous forme d'un réseau de serveurs, de zones d'attente et de clients,
- les **réseaux de Petri** constituent un outil graphique basé sur deux sortes de nœuds, les places et les transitions. A partir de ce graphe, on déduit des équations qui décrivent les caractéristiques du système (vivacité, synchronisation,...) **David et al. (1988)**.

L'avantage principal de ces méthodes mathématiques est qu'elles produisent rapidement des résultats exploitables mais elles nécessitent généralement une simplification du fonctionnement du système.

### 1.7.3 Simulation pour l'évaluation des performances

La simulation peut donner une vue globale du fonctionnement d'un AS/RS, il permet de prendre en compte toutes les contraintes de fonctionnement (politiques de stockage) et les caractéristiques du système (taille du système, vitesse de la machine S/R, type de fonctionnement...). Il semble qu'une approche prometteuse consiste à évaluer les performances ou à optimiser le fonctionnement du système avec des méthodes exactes et à tester les résultats par un modèle de simulation qui permet de reproduire un fonctionnement plus réaliste du système. Ensuite, les résultats peuvent être localement optimisés par des algorithmes stochastiques en modifiant les différentes politiques de stockage et de gestion des files d'attente. La simulation permet de reproduire la dynamique du système et d'étudier ses états transitoires.

## 1.8 Etat de l'art

L'étude des systèmes automatisés de stockage/déstockage fait l'objet de nombreux travaux. L'objectif initial est toujours le même: il s'agit de minimiser le temps de cycle moyen de la machine S/R. Il existe plusieurs critères de modélisation :

Selon le mode de déplacement et les caractéristiques fonctionnelles de la machine S/R, la structure des cellules de stockage dans les racks, la conception des racks et la disposition physique des AS/RS, selon la politique du point de repos de la machine S/R, la position de la station D/L et selon les stratégies du stockage.

### 1.8.1 Interprétations du temps de cycle d'un AS/RS

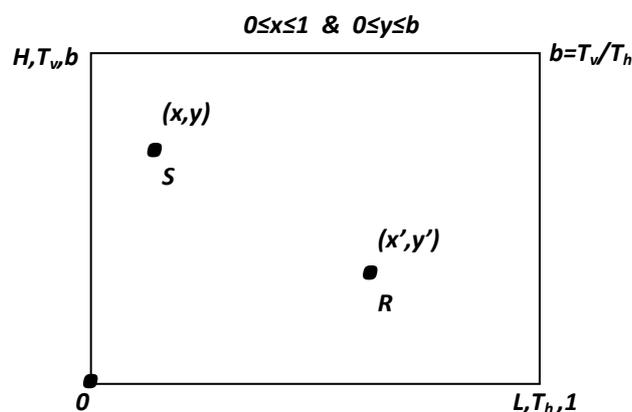
Le temps de cycle d'un AS/RS est le temps nécessaire pour une opération de stockage ou de déstockage y compris les deux temps : le temps de déplacement de la machine S/R et le temps nécessaire pour récupérer/déposer un produit dans une cellule. Ce dernier est généralement indépendant de la forme des racks et de la vitesse de la machine S/R. Ainsi, afin de simplifier les calculs, dans les approches analytiques, le temps de récupération des produits et le temps de dépôt sont souvent ignorés sans affecter la performance relative des politiques de contrôle. **(Hausman et al. (1976); Bozer et al. (1984); Hu et al. (2005); Sari et al. (2005) ....)**

Par conséquent, le temps de cycle d'un AS/RS est égal au temps de déplacement de la machine S/R de son point de repos à l'emplacement désiré, plus le temps de retour à la station de dépôt/livraison. Du fait que la machine S/R possède un mécanisme indépendant pour les mouvements, horizontal et vertical, le temps de déplacement de la machine S/R peut être mesuré par la métrique de Tchebyshev.

Le temps de cycle moyen d'un AS/RS fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. Les modèles développés sont basés soit sur des approches **discrètes** ou des approches **continues**. Dans l'approche discrète, la face d'un rack dans un AS/RS est considérée comme un ensemble discret d'emplacements. Cependant, dans une approche continue, le rack est normalisé et représenté par une face continue. Dans la pratique, il n'y a pas de différence significative entre les résultats obtenus à partir des expressions à base de l'approche continue et celles des solutions à base de l'approche discrète. **Sari et al. (2005)**

La représentation discrète du rack a été étudiée par **Egbelu (1991)**, **Thonemann et Brandeau (1998)**, **Ashayeri et al. (2002)**, **Sari et al. (2005)**... La représentation continue a obtenu des intérêts considérables depuis l'étude de **Hausman et al. (1976)**. Ces littératures peuvent être classées en deux groupes en fonction de la forme des AS/RS: (1) des AS/RS carrés en temps et (2) rectangulaires en temps. Dans un AS/RS carré-en-temps, le temps nécessaire pour atteindre la rangée la plus haute est égal au temps nécessaire pour atteindre la colonne la plus éloignée de la station D/L (**Sarker et Babu (1995)**). Par conséquent, tout AS/RS qui n'est pas carré en temps est appelé rectangulaire en temps.

Basé sur une approche continue, **Bozer et al. (1984)** ont présenté des expressions pour les temps de cycle d'un AS/RS pour le simple et double-cycles. Ils ont normalisé les racks comme des faces de sélection rectangulaire continue avec une longueur de 1,0 et une hauteur de  $b$  en termes de temps.



**Figure 1.12** Illustration d'un rack à face continue (Modifié d'après **Peters et al. (1996)**)

**Sari et al. (2005)** et **Sari (2003)** ont développé deux modèles du temps de cycle pour un AS/RS à convoyeur gravitationnel, un modèle exact et un autre approché. Le modèle approché est basé sur une approche continue, où le rack est supposé continu. Le modèle exact est basé sur une approche discrète. Les expressions des deux approches sont comparées via la simulation. **Lerher et al. (2005)** ont développé un modèle analytique du temps de cycle d'un AS/RS multi-allées. Dans ce modèle, les auteurs ont pris en considération l'accélération et la décélération de la machine S/R. **Ghomri et al. (2008)** ont développé un modèle analytique continue permettant un calcul approximatif du temps de simple cycle d'un AS/RS multi-allées. **Kouloughli et al. (2009)**, **(2010)** ont utilisé les résultats de ce travail pour trouver les

dimensions optimales du même système pour un temps de simple et double cycle minimal. Dans **Kouloughli et al. (2011)**, les auteurs ont supposé que l'une des trois dimensions du système multi-allées était fixe. Ils ont donc déterminé les deux dimensions optimales restantes. En 2008, **Sari (2008)** a établi les expressions analytiques discrètes pour les AS/RS multi allées et pour les AS/RS à racks glissants. Par la suite, **Guezen et al (2011a, 2011b)** ont effectué deux travaux différents sur les AS/RS à racks glissants. Ils ont développé deux modèles analytiques continus permettant un calcul du temps moyen de simple cycle. Dans le premier modèle les auteurs considèrent le cas où le temps de glissement des racks est inférieur au temps de déplacement le long de l'allée principale. Dans le deuxième modèle, ils ont considéré le cas où le temps de glissement des racks est supérieur au temps de déplacement le long de l'allée principale. Les auteurs ont ensuite validé les résultats par une comparaison aux résultats des modèles discrets développés par **Sari (2008)**. En 2014, **Guezen et al (2014)** ont développé plusieurs modèles analytiques continus et ont présenté l'ensemble des cas possible dans la modélisation d'un AS/RS à racks glissants. Dans **Sari et al (2010)** les auteurs se sont intéressés à développer une expression analytique pour le temps de cycle d'un nouveau type d'AS/RS à profondeur multiple composé d'une seule machine S/R et de convoyeurs gravitationnels.

### 1.8.2 Mode de déplacement de la machine S/R

Dans les AS/RS à simple navette (single-shuttle), la machine S/R peut fonctionner sous un simple cycle (SC) et/ou un double cycle (DC). Dans un SC, une seule opération de stockage ou de déstockage est effectuée. Cependant, dans un DC, le stockage et la récupération des articles sont effectués pendant un cycle de la machine S/R. **Lee et al. (2005)**

Dans le système multi-navette avec deux unités de transport de charge, (c'est à dire, le système bi-navette) la machine S/R peut effectuer jusqu'à deux opérations de stockage et deux opérations de déstockages dans un cycle. Il est appelé commande du cycle quadruple (QC). **Meller et Mungwattana (1997); Potrc et al (2004)..**

Dans un QC cycle, la machine S/R effectue deux opérations de stockage et deux opérations de déstockage dans le même cycle. La première transaction doit toujours être une opération de stockage et la dernière transaction doit toujours être un déstockage. **Sarker et Babu (1995); Meller et Mungwattana (1997); Potrc et al (2004).**

De même, dans le système multi-navette avec trois unités de transport de charge (c'est-à-dire un système triple-navette) la machine S/R peut effectuer jusqu'à trois opérations de stockage et trois opérations de déstockage dans un cycle. Il est appelé commande sextuple (STC ou SxC). **Meller et Mungwattana (1997); Potrc et al (2004).** Toutefois, les machines S/R capables de transporter plus de deux charges sont encore rarement vus, **Meller et Mungwattana (1997); Roodbergen et Vis (2009)** ont pensé qu'il n'y a pas de systèmes dans la pratique avec plus de trois navettes. Les différents cycles de commande sont présentés dans la figure 1.13.

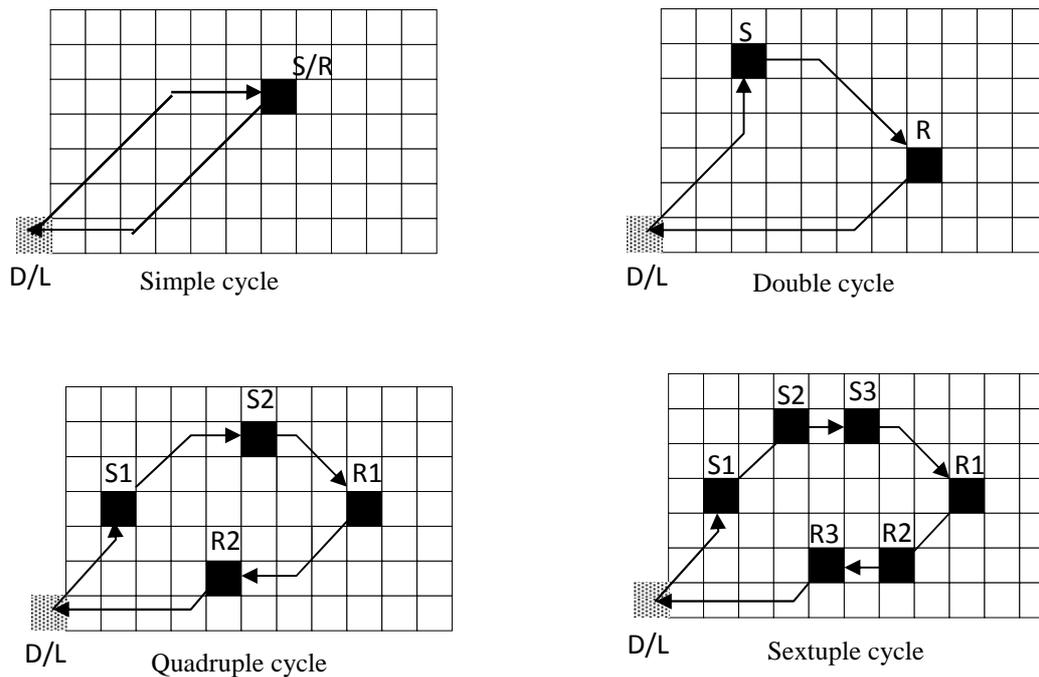


Figure 1. 13 Différents cycles de la machine S/R

**Hausman et al. (1976)** ont analysé le temps de cycle moyen d'un AS/RS seulement pour le simple cycle dans un système à une seule navette. **Graves et al. (1977)**, **Bozer et al. (1984)** et **Pan et Wang (1996)** ont étudié les modes simple et double cycle avec d'autres politiques de contrôle pour les AS/RS. **Bozer et al. (1984)** ont développé des modèles analytiques pour le calcul d'un SC et DC dans un système à charge unitaire. Supposons que les coordonnées des emplacements pour un stockage aléatoire sont uniformément réparties, ils ont utilisé une approche statistique pour développer des expressions pour le temps de cycle.

**Sarker et al. (1991)** ont analysé le temps de cycle et les performances d'un AS/RS avec double navette fonctionnant sur un quadruple cycle (QC) sur des techniques de programmation de plus proche voisin (NN) et dans le stockage par classe. Il a été observé qu'un AS/RS avec double-navette opérant sous les techniques d'ordonnancement proposées améliore considérablement les performances de débit du système par rapport à un système à charge unitaire. Comme la majorité des chercheurs ont étudié les systèmes à charge unitaire, le débit est donc limité aux caractéristiques techniques maximales de la machine S/R et de la géométrie optimale des racks. En général, le débit d'un AS/RS augmente proportionnellement avec le nombre de navettes. Les modèles analytiques des systèmes multi-navette ont été présentés par **Meller et Mungwatana (1997)**.

Dans les opérations de stockage QC et STC, la stratégie de stockage NN modifiée a été utilisée. Le stockage dans les systèmes mono et multi-navettes ont été étudiés par **Potrc et al. (2004)**. La comparaison entre les systèmes mono-navette et les systèmes multi-navette a montré de grandes améliorations dans les capacités de débit de système multi-navette. **Foley**

**et Frazelle (1991)** ont obtenu des expressions de forme fermée pour un débit maximal des systèmes à charge réduite pour le simple et double cycle.

### 1.8.3 Caractéristiques fonctionnelles de la machine S/R

La majorité des études ont pris une vitesse constante et une accélération instantanée de la machine S/R. **Gudehus (1973)** a proposé une méthode pour ajuster les résultats précédents lorsque l'accélération et la décélération de la machine S/R sont prises en compte. **Guenov et Raeside (1989)** ont observé dans leurs expériences qu'un déplacement optimal suivant le mouvement de Chebyshev peut aller jusqu'à 3% au-dessus de l'optimum pour les temps de cycle avec une accélération/décélération.

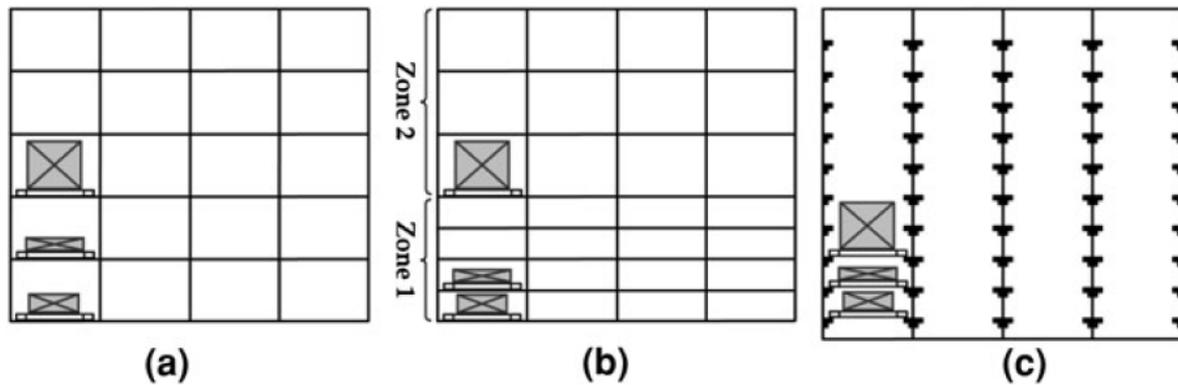
**Hwang et Lee (1990)** ont présenté des modèles analytiques continus pour le temps de cycle qui intègrent les caractéristiques de fonctionnement de la machine S/R. Utilisant une stratégie d'attribution aléatoire, les temps de déplacement sont déterminés à la fois pour le SC et DC et les modèles sont validés par des procédures d'évaluation distinctes. Ils ont défini le taux d'accélération/décélération et les vitesses maximales dans les directions horizontale et verticale comme trois éléments importants dans le modèle de temps de cycle.

**Chang et al. (1995)** ont proposé un modèle de temps de cycle pour des AS/RS en tenant compte des vitesses qui existent dans des applications réelles. Des expressions du temps de cycle dans des conditions de stockage aléatoire sont déterminées à la fois pour le SC et le DC. Une extension de **Chang et al. (1995)** a été proposée par **Chang et Wen (1997)** pour étudier l'impact de la configuration des racks sur la vitesse de la machine S/R. Les résultats démontrent que les racks carré-en-temps représentent une structure optimale dans un mode SC.

En outre, les temps de simple et double cycle sont tout à fait insensibles à la déviation de la longueur de la configuration des racks. Comme une autre extension de **Chang et al. (1995)**, **Wen et al. (2001)** ont proposé des modèles de temps de cycle qui prennent en considération des vitesses de déplacement différentes avec une accélération et un taux de décélération connu. Ils ont déterminé des expressions analytiques du temps de cycle pour la stratégie de stockage par classe et pour le stockage à rotation complète. Leurs résultats montrent que les modèles proposés pourraient être des outils utiles pour la conception d'un AS/RS dans les applications réelles.

### 1.8.4 Structure des cellules de stockage dans les racks

Les cellules de stockage d'un rack dans un AS/RS peuvent être considérées comme homogène ou peuvent être partitionnées en plusieurs zones appelées classes (**Hu et al. (2005)**). Il existe différents types d'AS/RS avec des cellules de taille égale selon la taille et le volume des articles à manipuler, les méthodes de stockage/déstockage et l'interaction de la machine S/R avec les opérateurs (**Groover (2001)**). De nombreux chercheurs ont étudié la conception optimale des AS/RS avec des racks de cellules de taille égale avec des charges unitaires (figure 1.14.a).



**Figure 1. 14** Structure d'un rack avec : a. taille de cellules égales, b. différentes tailles et c. cellules modulaires

Cependant, en termes de flexibilité de la capacité de stockage, la configuration de rack existant en utilisant le concept de charge unitaire est inefficace et insuffisante pour le stockage de divers types et de diverses tailles de demandes des clients. De plus, si des produits de différentes tailles doivent être stockés dans les systèmes existants, l'utilisation de l'espace sera considérablement diminuée en raison de l'augmentation de l'espace perdu dans chaque cellule **Lee et al. (2005)**.

**Lee et al. (1999)** ont proposé un modèle pour un AS/RS avec un rack de cellules de taille différentes. Dans ce modèle, les cellules à l'intérieur d'une zone possèdent la même taille, mais la taille des cellules dans les différentes zones est différente en hauteur de telle sorte que le rack peut contenir plusieurs types de produits (figure 1. 14 b).

En 2005, **Lee et al. (2005)** ont présenté un modèle d'AS/RS avec un rack de cellules modulaires (Figure 1.14 c). Ils ont déterminé la meilleure taille de cellule modulaire comme une variable de décision, et présenté l'efficacité du modèle. Ce type d'AS/RS est plus flexible à la taille et à l'utilisation de l'espace supérieure à celle de la structure du rack existant et pourrait être une alternative utile pour le stockage de produit de tailles différentes.

### 1.8.5 Conception des rack et disposition physique d'un AS/RS

Les AS/RS sont des investissements très coûteux. Une fois installés, les caractéristiques techniques sont difficiles à modifier. Par conséquent, un modèle de décision formel devrait être disponible dans le processus de conception, **Ashayeri et al. (1985)**. La conception des AS/RS implique la détermination du nombre de transstockeurs, leurs vitesses horizontal/vertical et le temps de déplacement, la configuration physique des racks de stockage, etc. Seulement, peu de recherches portent sur la conception des AS/RS en combinaison avec la conception des autres systèmes de manutention dans les entreprises. La plupart de ces recherches considèrent les environnements de fabrication. La conception des entrepôts a été étudiée essentiellement en se basant sur deux approches: (i) les méthodes analytiques d'optimisation et (ii) la simulation. Les études qui couvrent de telles approches sont examinées ci-après.

### **i. Méthodes analytiques d'optimisation**

En ce qui concerne les méthodes analytiques, **Roberts et Reed (1972)** ont présenté un modèle d'optimisation afin de déterminer la configuration d'un magasin de stockage qui minimise les coûts de manutention et de construction, en ignorant les contraintes sur la capacité des équipements de manutention.

Selon **De Koster et al. (2007)**, l'une des premières publications sur le sujet de l'optimisation des espaces de stockage est présentée par **Bassan et al. (1980)**. Les dimensions optimales du magasin ont été analysées, en considérant le volume choisi du magasin en fonction des différentes stratégies de stockage. Deux configurations de racks ont été comparées compte tenu des coûts de manutention ainsi que les coûts associés à la zone de stockage.

De ceux-ci, les expressions des paramètres de conception optimales ont été développées. Il a été montré que, selon les rapports entre les coûts pertinents, des règles de préférence générale pour les deux dispositions examinées peuvent être fixées. Un paquet de conception basée sur un modèle de coût pour les AS/RS a été développé par **Zollinger (1975)**. Selon le modèle de coût de Zollinger, les propriétés mathématiques des fonctions de coût ont été définies correspondant à différents éléments du système. Par la suite, le coût minimal de conception a été déterminé en effectuant une recherche de **Fibonacci** sur le nombre des allées dans le système. **Hodgson et Lowe (1982)** ont étudié un problème de mise en forme impliquant le placement des articles dans un rack de stockage desservi par une machine S/R. L'analyse a été limitée aux cas de stockage dédié dans un simple cycle. **Karasawa et al. (1980)** ont développé une programmation en nombres entiers non-linéaire pour un modèle déterministe d'un AS/RS pour minimiser le coût total. **Ashayeri et al. (1985)** ont décrit un modèle qui permet de déterminer les principales caractéristiques de construction d'un magasin de stockage. L'objectif du modèle était de minimiser l'investissement et les coûts d'exploitation sur la durée de vie du projet. Ils ont présenté ce modèle mathématique pour le calcul du nombre optimal de racks et de la largeur et la longueur optimale du magasin.

**Park et Webster (1989)** ont étudié la conception du magasin en proposant une approche qui sélectionne simultanément l'équipement de stockage utilisé, la taille et la forme générale de la zone de stockage. **Bozer et al (1990)** ont abordé la conception de systèmes de préparation de commandes en se concentrant sur un AS/RS à charge réduite. Ils ont élaboré et présenté un modèle de performance et un algorithme de conception. L'objectif de l'algorithme de conception était la réduction du nombre des allées dans le magasin soumis à deux types de contraintes de capacité: l'espace de stockage et le débit.

Dans une étude ultérieure, **Bozer et al (1996)** ont présenté un algorithme de conception analytique pour déterminer le nombre quasi-minimum des ramasseurs nécessaires dans un même AS/RS à charge réduite. **Van Oudheusden et Zhu (1992)** ont présenté une méthodologie simple de concevoir la configuration d'un rack de stockage lorsque ces commandes représentent un pourcentage élevé des rotations totales. Sur la base de simulations numériques, il a été observé que, dans certaines situations, une économie dans le temps de cycle de la machine de déstockage peut être prévue.

**Malmborg (2001)** a modifié une règle bien connue pour évaluer les configurations des racks de stockage dans un AS/RS pour éviter la nécessité de deux hypothèses clés. Ces hypothèses sont la proportion de simple et double cycle utilisés dans l'exploitation d'un système et les besoins de la capacité de stockage totale lorsqu'une stratégie de stockage aléatoire est utilisée. **Hwang et al. (2002)** ont étudié la conception d'un AS/RS à charge réduite en combinaison avec des AGV. En combinaison avec une conception optimale des AS/RS, les modèles non linéaires et les heuristiques ont été proposés pour déterminer le nombre optimal de charges à transférer par chaque AGV aux différentes machines

Une nouvelle conception des AS/RS 3D a été proposée par **Le-Duc et al. (2006)** et **De Koster et al. (2006)**. L'objectif de ces recherches était l'analyse des performances et des dimensions optimales du système. **Kuo et al. (2007)** ont proposé des modèles de calcul de conception efficaces pour les AS/RS à charge unitaire basés sur la technologie de véhicule autonome (AVS/RS). Les véhicules, le temps de cycle et la distribution de probabilité pour douze scénarios produisant sous des hypothèses d'exploitation réalistes ont été formulés et utilisés pour générer le temps de transaction attendus.

## ii. Simulation

En raison de la complexité et du coût énorme impliqué dans les systèmes de manutention automatisés, il existe un besoin croissant d'utiliser la simulation informatique dans l'aspect physique et dans la conception des logiciels de contrôle de ces systèmes. Les modèles de simulation peuvent être développés pour tester, non seulement la configuration finale du système, mais aussi chaque phase de l'installation (**Raghunath et al. (1986)**). Les simulations sont obligatoires pour modéliser de manière adéquate toutes les caractéristiques opérationnelles des AS/RS, car les modèles analytiques existants ne s'appliquent qu'à des cas particuliers (**Van den Berg et Gademann 2000**).

En ce qui concerne les méthodes de simulation, **Bafna et Reed (1972)** ont élaboré un paquet de conception où la configuration optimale est déterminée à l'aide de la simulation dans le cadre d'une procédure de recherche. Une approche similaire a été présentée par **Koenig (1980)**, où la recherche de la configuration optimale a été limitée à certaines valeurs des variables de conception spécifiées par l'utilisateur.

**Perry et al. (1984)** ont présenté une approche optimale pour la conception des AS/RS. Le procédé a été développé pour améliorer l'efficacité avec laquelle les modèles de simulation de tels systèmes peuvent être utilisés comme aide à la conception.

**Rosenblatt et Roll (1984)** ont présenté une procédure de recherche pour trouver une solution optimale globale pour une formulation spécifique du problème de conception d'un magasin. Dans cette formulation, trois types de coûts ont été pris en compte: les coûts liés à l'investissement initial (de construction et de manutention), un coût de pénurie et les coûts associés à la politique de stockage. La procédure de recherche pour trouver la conception optimale de stockage a été élaborée, comprenant des techniques d'optimisation et de simulation.

**Randhawa et Shroff (1995)** ont réalisé la plus vaste étude de simulation. Ils ont examiné l'effet des différentes règles de séquençement sur six configurations (avec une station D/L variable, la distribution des articles sur les racks, la configuration et les dimensions des racks). Basé sur un nombre limité d'expériences, les auteurs ont conclu que la localisation de la station D/L au milieu de l'allée principale au lieu de la fin donne un débit plus élevé dans le système.

**Manzini et al. (2006)** ont présenté un modèle dynamique multi-paramétrique d'un système de stockage avec une stratégie de stockage par classe. Des milliers de scénarios ont été simulés afin de mesurer l'impact des conceptions et le fonctionnement des configurations sur les performances du système attendu et d'identifier les facteurs les plus critiques qui influent sur la réponse du système.

Sur la base de l'examen de cette littérature, on peut conclure que la force de la simulation pourrait être mieux exploitée dans les recherches sur les AS/RS pour comparer de nombreux modèles, tout en prenant en compte plus l'aspect de conception, en particulier en le combinant avec les politiques de contrôle. L'analyse de sensibilité sur les facteurs d'entrée doit également être effectuée de telle sorte que la conception obtenue peut être bien adaptée dans tous les scénarios applicables. Par conséquent des informations plus générales peuvent être obtenues sur les bonnes pratiques de conception. **Roodbergen et Vis (2009)**

### 1.8.6 Politique du point de repos de la machine S/R

Le point de repos dans un AS/RS est la position où le transstockeur réside, ou repose, lorsque le système est inactif (**Van den Berg, 1999**). **Hu et al. (2005)** ont défini la politique du point de repos comme la politique qui décide où le transstockeur restera quand il devient inactif. Le point de repos est choisi de telle sorte que le temps d'atteindre la position de la première transaction après une période de repos est réduit au minimum (**Van den Berg, 1999**).

Il existe des recherches approfondies dans le domaine du point de repos de la machine S/R.

**Graves et al. (1977)** ont choisi le point de repos à la station D/L. Ils ont introduit la conception, la planification et le contrôle des systèmes de stockage comme de nouveaux sujets de recherche. **Bozer et al. (1984)** et **Linn et Wysk (1987)** ont étudié les différentes politiques du point de repos.

Pour le problème de spécification, les règles statiques du point de repos suivants ont été soulignées par **Bozer et al. (1984)**, même si elles n'ont fourni aucune comparaison quantitative de leurs performances:

- 1- Retour à la station D/L à l'issue d'un simple cycle de stockage, rester au niveau de la station D/L après l'achèvement d'un déstockage soit dans un simple ou double cycle;
- 2- Rester à l'emplacement de stockage à l'issue d'un simple cycle de stockage, rester au niveau de la station D/L après l'achèvement d'un déstockage soit dans un simple ou double cycle;
- 3- Déplacer au centre du rack à l'issue de chaque cycle;
- 4- Retour à la station D/L après la fin de chaque cycle.

**Egbelu (1991)** a montré que le temps de cycle attendu de la machine S/R peut être obtenu en additionnant les temps pour atteindre chaque emplacement dans un rack à partir d'un point de repos inconnu, puis l'obtention du temps de cycle en tant que programme linéaire. A cet effet, une méthode de programmation linéaire a été mise au point. Elle minimise le temps de réponse de service dans un AS/RS par le choix optimal du point de repos de la machine S/R.

**Egbelu et Wu (1993)** ont présenté une comparaison de six règles de point de repos sous des politiques de stockage dédiées et aléatoires au moyen de la simulation. Ils ont comparé les deux formulations présentées par **Egbelu (1991)** et les quatre règles proposées par **Bozer et White (1984)**.

**Hwang et Lim (1993)** ont montré que les deux formulations de **Egbelu (1991)** peuvent être transformées en un problème de localisation d'installation unique de Tchebyshev, et le problème du placement d'installations de Tchebyshev minimax, respectivement, afin de réduire le temps de calcul. Ces transformations ont réduit les temps de calcul requis par deux ordres de grandeur.

**Peters et al. (1996)** ont proposé des modèles analytiques en utilisant une approximation continue du rack pour déterminer les emplacements optimaux d'un point de repos pour la machine S/R. Ces modèles fournissent des expressions avec forme fermée pour l'emplacement du point de repos dans un AS/RS. **Chang et Egbelu (1997a, b)** ont présenté des formulations pour le pré-positionnement des transstockeurs pour minimiser le temps de réponse du système (**Chang et Egbelu 1997a**) et minimiser le temps de réponse maximal du système (**Chang et Egbelu 1997b**) pour les AS/RS multi-allées. **Park (1999, 2001)** a développé deux modèles pour obtenir le point-repos optimale dans un rack carré en temps avec un stockage dédié (**Parc 1999**) et pour des racks rectangulaires uniformément répartis (**Parc, 2001**). Une solution avec une forme fermée a été présentée pour un point de repos optimal en termes de probabilité du type de prochaine demande de transaction, de stockage ou de déstockage dans un rack non carré dans le temps. Il a également présenté différentes voies de retour au point de repos pour le bon fonctionnement de la machine S/R. **Vasili et al. (2006)** ont étendu l'étude de **Hu et al. (2005)** et ont développé deux modèles de temps de cycle fiables pour les SP-AS/RS sous deux politiques de point de repos : (1) retour au milieu et (2) retour à la station D/L.

Sur la base de l'examen de cette littérature, bien que de nombreuses stratégies du point de repos ont été proposées, et une stratégie optimale a été définie, il ne semble pas exister une étude de calcul qui illustre les avantages de l'utilisation du point de repos optimal sur les règles plus simples suggérées par **Bozer et White (1984)**. En outre, pour les AS/RS avec une utilisation élevée, il n'est pas possible de profiter des stratégies du point de repos puisque la machine S/R ne sera pas libre très souvent. **Meller et Mungwattana (2005)**

### 1.8.7 Position de la station D/L

La position de la station D/L est également un facteur qui affecte le fonctionnement des AS/RS. **Bozer et al. (1984)** ont Analysé le temps de cycle moyen des configurations alternatives suivantes :

- 1 La station D/L aux extrémités opposées de l'allée;
- 2 La station D/L à la même extrémité de l'allée, mais à des hauteurs différentes;
- 3 La station D/L à la même hauteur, mais à un point central dans l'allée;
- 4 La station D/L élevée à la fin de l'allée.

**Randhawa et al. (1991)** ont analysé et comparé l'effet du nombre de stations D/L sur le temps d'attente moyen et le temps d'attente maximum, pour trois AS/RSs à charge unitaire différente opérant sous un double cycle.

**Randhawa et Shroff (1995)** ont étendu l'étude de **Randhawa et al. (1991)** au moyen d'une étude de simulation très étendue. Ils ont évalué et analysé six configurations différentes avec une seule station D/L en utilisant trois politiques différentes. **Ashayer et al. (2002)** ont présenté une approche algorithmique géométrique pour déterminer les temps de cycle et le débit pour la stratégie de stockage par classes dans un AS/RS avec une seule station D/L, doubles ou multiples. **Vasil et al. (2008)** ont proposé une nouvelle configuration de station D/L dans un système (SP-AS/RS) afin de réduire le temps de traitement moyen dans ce système. Dans leur configuration proposée, la station D/L est située au centre du rack. Ils ont développé un modèle continu de temps de cycle pour cette nouvelle configuration. Les résultats et les comparaisons montrent que cette nouvelle configuration est préférable à celles introduites par **Chen et al. (2003)** et **Hu et al. (2005)**.

### 1.8.8 Politique de stockage

Un autre sujet qui a reçu une attention considérable dans la littérature est la politique du stockage dans les AS/RS. Cette politique du stockage sert à déterminer à quels endroits les produits sont stockés. **Roodbergen et Vis (2009)**

La politique du stockage est considérée comme optimale si elle minimise le temps moyen nécessaire pour stocker et déstocker un produit tout en satisfaisant les différentes contraintes imposées par le système. **Goetschalckx et Ratliff (1990)**

La stratégie du stockage est basée sur les besoins des opérations de fabrication qui peut augmenter non seulement la performance des AS/RS, mais aussi la performance du système de production (**Hsieh et Tsai, (2001)**). Plusieurs stratégies de stockage peuvent être trouvées dans la littérature pour l'AS/RS. Les cinq politiques souvent utilisées sont:

Le stockage dédié, le stockage aléatoire, le stockage à base de plus proche emplacement ouvert (closest open location storage), le stockage à base de plein-rotation (full-turnover-based storage) et le Stockage par classes. (**Hausman et al. (1976)**; **Graves et al. (1977)**; **Schwarz et al. (1978)**; **Goetschalckx Ratliff (1990)**; **Van den Berg (1999)**; **Roodbergen et Vis (2009)**).

Commençons par le stockage aléatoire. Ce type de stockage permet aux produits d'être stockés à n'importe quel emplacement de stockage. En utilisant cette politique, tous les emplacements vides ont la même probabilité d'avoir un produit à stocker. De plus, le premier emplacement vide que l'on rencontre sera utilisé pour stocker les produits. Cela conduit généralement à un AS/RS où les racks sont pleins autour des stations D/L et progressivement plus vide vers l'arrière.

Selon la politique de stockage par classes, les produits dans un AS/RS sont divisés en certain nombre de classes basées sur leur fréquence d'entrée/sortie. Pour chaque classe est assignée une région de la zone de stockage. En conséquence, un stockage aléatoire est appliqué au sein de chaque classe.

Le principe de la politique de stockage Full-turnover est de déterminer les emplacements de stockage pour les produits en fonction de leur demande ou leur fréquence de rotation. Les produits fréquemment demandés sont stockés généralement près de la station D/L. Par contre les produits à faible rotation sont stockés plus loin de la station D/L. Une hypothèse importante de cette règle est que les fréquences de rotation doivent être connues à l'avance. Le stockage aléatoire et le full-turnover sont en réalité des cas extrêmes de stockage par classe. La différence entre ces deux types de stockage est que le stockage aléatoire considère une seule classe et le full-turnover considère une classe pour chaque produit. Le stockage par classe et le full-turnover ont pour but de réduire les temps moyens de simple ou double cycle en stockant des produits à forte demande dans des emplacements qui sont facilement accessibles (près de la station D/L). Selon **Van den Berg et Gademann (1999)**, la demande d'un produit peut être estimée par cube-per-order index (COI) qui a été présenté par **Heskett (1963)**.

Concernant le stockage dédié, chaque type de produit a un emplacement fixe. Ces emplacements peuvent être déterminés par l'activité et les niveaux de stocks ou par la taille de stock (**Lee et Schaefer, 1997**).

(**Hausman et al, 1976**) sont parmi les premiers à avoir considéré le problème du stockage par classes dans un AS/RS à charge unitaire, en utilisant la courbe ABC. (**Graves et al.1976**) démontrent, en utilisant la simulation, que la forme en L des différentes régions, pour un stockage par classes, n'est pas nécessairement optimale pour un rack carré. (**Jarvis 1991, Tang.1997, Chew et al,1999**) ont estimé le temps de cycle moyen dans un entrepôt utilisant un stockage par classes. **Van den Berg, (1996)** propose un algorithme d'un programme dynamique qui assigne à chaque référence de produits sa classe. (**Caron et al.1998, Caron 2000**) proposent un modèle de temps de cycle pour un entrepôt à 2-block avec un stockage COI-par classes (cube-order-index, COI). **Ashayeri, et al.(2002)** ont utilisé une approche géométrique pour calculer le temps de cycle pour un stockage aléatoire. (**Park et al, 2003, Park et al,2006**) ont étudié et analysé les performances d'un AS/RS à mini-charge à 2-classes. (**Le-Duc et al (2004), Le-Duc et al. (2005), Le-Duc et al (2007)**) ainsi que (**Roodbergen,2007**) ont estimé le temps de cycle d'un déstockage par lots, c'est-à-dire regroupant plusieurs demandes de déstockage en une livraison afin de réduire le temps de réponse moyen.

L'ensemble de ces études montrent l'importance des performances des méthodes de stockage dans les magasins, avec plus particulièrement un critère de performance relatif au temps moyen de simple cycle.

Plusieurs travaux ont également démontré que le stockage par classes permet une réduction considérable en temps de déstockage par rapport aux autres méthodes de stockage telles que le stockage dédié et le stockage aléatoire. Dans la plupart de ces recherches, l'AS/RS utilisé

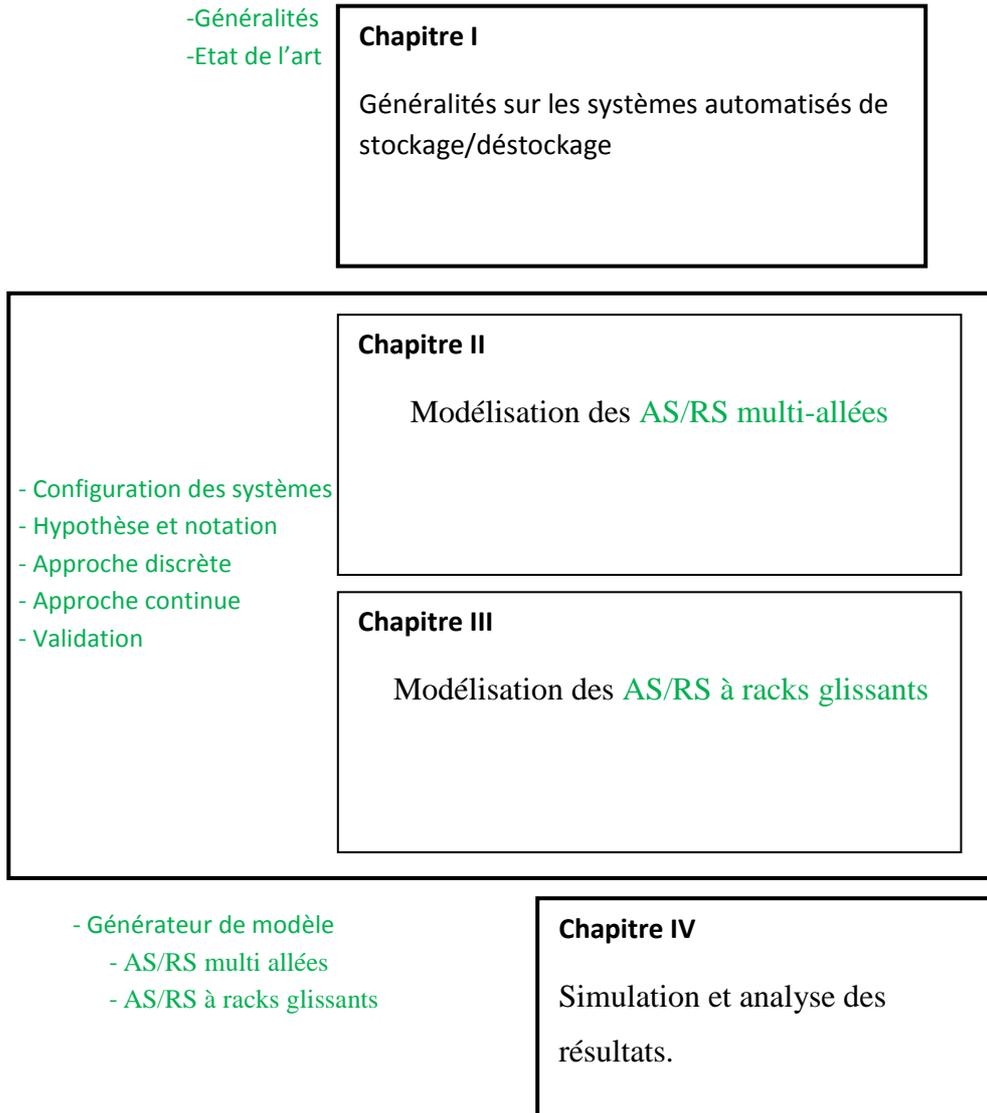
est à charge unitaire. Ainsi, **Guenov (1992)** compare trois configurations de la forme des zones dans un AS/RS. Il conclue que la configuration des zones pour le stockage par classes dépend de la position du point d'entrée/sortie d'un AS/RS à charge unitaire. **Rosenblatt (1989) et Eynan (1994)** ont essayé de déterminer le nombre de classes optimal pour un AS/RS en utilisant la méthode de **Hausman (1976)** et ils ont conclu qu'il est préférable d'utiliser des AS/RS avec un facteur de forme  $b \geq 0.6$  et moins de 7 classes. **Ashayeri et al. (2002)** ont développé une approche heuristique pour déterminer l'emplacement des zones de stockage pour le stockage par classes dans un AS/RS. L'algorithme détermine la taille et le nombre de zones, ainsi que leur disposition relative dans l'AS/RS. **Ha et Hwang (1994)** ont montré que le stockage par classes à 2 classes réduit le temps de stockage et le temps de déstockage par rapport à un stockage aléatoire pour un simple et double cycle pour un système de stockage à carrousel.

**Eldemir, Graves et Malmborg (2004)** ont proposé un nouveau modèle analytique pour les AS/RS afin de déterminer le temps de cycle et l'espace requis pour un stockage par classes. Ils ont conclu qu'il nécessite moins d'espace de stockage par rapport à un stockage aléatoire ou un stockage dédié. **Muppani et al. (2008)** ont développé un modèle non-linéaire de programmation en nombre entier et un algorithme de type Branch & Bound pour comparer le stockage par classes au stockage dédié, en considérant l'espace de stockage et son coût, le coût de manutention et de préparation de commande pour un stockage par classes. L'approche présentée a permis de démontrer qu'il existe des économies importantes en utilisant le stockage par classes, bien que le stockage dédié et le stockage aléatoire soient couramment utilisés dans la planification de stockage en entrepôt.

## 1.9 Conclusion et Grandes lignes de la thèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage et par conséquent introduit les problèmes de recherche que nous allons examiner. Ce chapitre a exposé l'intérêt que portent les scientifiques aux systèmes de stockage. Nous pouvons justifier cet intérêt par le fait que les AS/RS ont un impact et une importance fondamentale dans les systèmes de production et dans les centres de distribution.

D'un point de vue plus large, le reste de la thèse peut être divisé en trois parties. La première partie (chapitres 2) concerne la modélisation des AS/RS multi-allées, la présentation de l'approche discrète, le développement analytique de notre modèle continu et sa validation. Cette partie est basée sur (**Ghomri, Guezzen, Sari 2008**). La deuxième partie (chapitres 3) est liée aux systèmes de stockage à racks glissants. Il est basé sur les travaux de **Guezzen et al (2011a, 2011b)**, **Guezzen et al. (2014)**. La dernière partie (chapitre 4) présente les générateurs de modèles développés pour simuler les deux types d'AS/RS afin d'étudier et de mieux comprendre le comportement et la dynamique de ce type de systèmes. **Guezzen et al. (2013)**



**Figure 1.15** Grandes lignes de la thèse

## Chapitre 2

---

# Modélisation des systèmes automatisés de stockage/déstockage multi-allées

---

2.1 Introduction .....	37
2.2 Configuration d'un AS/RS multi-allées .....	37
2.3 Hypothèses et Notations.....	39
2.3.1 Hypothèses .....	39
2.3.2 Notations .....	40
2.4 Modélisation mathématique du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées .....	40
2.4.1 Modèle discret .....	41
2.4.2 Modèle Continu .....	41
2.5 Modélisation mathématique du temps de double cycle d'un AS/RS multi-allées .....	49
2.5.1 Modèle discret .....	49
2.5.2 Modèle continu.....	51
2.6 Validation .....	52
2.6.1 Comparaison avec l'expression discrète.....	52
2.6.2 Comparaison avec le modèle de Hwang.....	53
2.7 Conclusion .....	57

## 2.1 Introduction

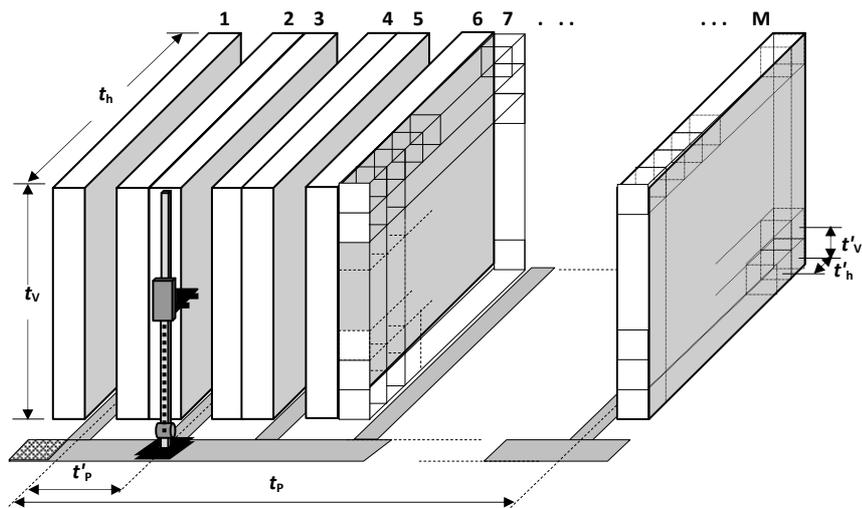
A ce jour, il n'existe pas un cadre théorique ou une méthodologie standard permettant une résolution des différents problèmes posés par les systèmes automatisés de stockage/déstockage (AS/RS). Plusieurs modèles sont développés et il n'existe aucune réponse toute faite pour choisir le modèle le mieux adapté. Les modèles développés dans ce chapitre sur les AS/RS multi-allées comprennent de nombreux résultats théoriques et pratiques. Ils constituent un support mathématique performant aussi bien pour l'analyse, l'évaluation analytique, l'optimisation et pour la simulation de ce type de systèmes. Ils sont d'une aide précieuse pour le concepteur dans les différentes phases de conception.

Dans le présent chapitre nous présentons un modèle continu pour déterminer le temps de simple cycle où la machine S/R effectue une seule opération à la fois (stockage ou déstockage). Par la suite nous développerons le modèle du double cycle où la machine S/R réalise les deux opérations en même temps (un stockage suivi d'un déstockage).

Le temps de cycle moyen est un paramètre important dans les systèmes automatisés de stockage/déstockage car il permet l'optimisation lors de la conception de nouveaux systèmes, ainsi que le calcul du débit (throughput) du système. Plusieurs travaux ont été consacrés à la modélisation du temps de cycle moyen. Les modèles que nous proposons diffèrent des modèles présentés dans la littérature par le fait qu'ils sont exprimés par des équations simples et facilement calculables. En plus, ces modèles peuvent être facilement utilisés pour l'optimisation des dimensions des AS/RS. Ces modèles ont été validés par une comparaison avec des modèles existants.

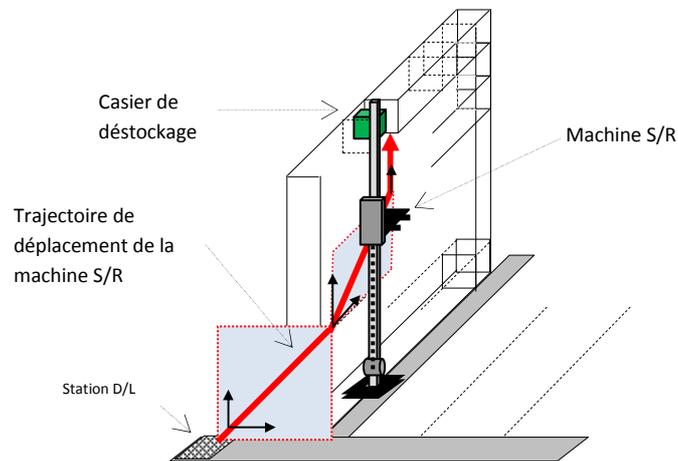
## 2.2 Configuration d'un AS/RS multi-allées

Ce type de systèmes comprend plusieurs allées, dites allées de dessertes. Il est composé d'un ensemble de racks fixes. Chacune de ces allées de desserte donne accès à deux racks, une allée commune placée perpendiculairement aux racks relie toutes les allées de desserte. Le tout est servi par une seule machine S/R. Ceci permet le stockage d'un grand nombre de produits, mais avec un faible débit (en raison de l'utilisation d'une seule et même machine). Un avantage clé d'un AS/RS multi-allées est son coût réduit. Le coût des machines S/R représente environ 40% de l'investissement initial d'un AS/RS. En utilisant une seule machine S/R, on réduit considérablement le coût du système par rapport à d'autres types d'AS/RS. La figure 2.1 illustre un AS/RS multi-allées, ses composants et les notations adoptées pour ses dimensions.



**Figure 2.1** Configuration d'un AS/RS multi-allées

La machine S/R dessert l'ensemble des racks. Elle se déplace verticalement le long des colonnes formant les racks, et horizontalement le long des allées de desserte et le long de l'allée commune dont l'une des extrémités est équipée d'une station de dépôt/livraison (D/L). Cette machine se déplace simultanément dans les deux directions horizontale et verticale, afin de réduire le temps de cycle moyen. Ce mouvement est appelé déplacement de Tchebychev (Figure 2.2).



**Figure 2.2** Déplacement de la machine S/R

La machine S/R pourrait fonctionner soit en simple cycle soit en double cycle. Dans le simple cycle, la machine S/R exécute, soit un stockage, soit un déstockage par cycle. Le temps nécessaire pour exécuter une seule commande est dit temps de simple cycle. Alors que dans le double cycle, la machine S/R exécute une opération de stockage, suivi par une

opération de déstockage dans le même cycle. Le temps nécessaire pour exécuter un double cycle est dit temps de double cycle.

Nous considérons que le point de repos de la machine S/R est positionné à la station de dépôt/livraison (D/L) avant la réception d'une commande. Après l'accomplissement de chaque opération de stockage ou de déstockage, la machine S/R revient à la station (D/L) en attendant un nouvel ordre.

Une commande peut comprendre plus d'un article. De plus, chaque produit peut être dans plusieurs lieux de stockage dans le magasin. Alors, la machine S/R doit se rendre dans de nombreux endroits de stockage pour terminer chaque commande. Notre objectif est de calculer le temps moyen total parcouru par la machine S/R pour visiter tous les casiers possibles.

## 2.3 Hypothèses et Notations

### 2.3.1 Hypothèses

Les hypothèses suivantes ont été utilisées dans le présent document :

1. La station D/L est située dans le coin inférieur gauche du système de stockage.
2. A l'état initial, la machine S/R se trouve à la station D/L.
3. Le système suit une politique de stockage aléatoire
4. Si une requête se produit pendant le retour de la machine S/R à la station de D/L, la machine doit compléter son cycle avant d'effectuer la nouvelle requête.
5. Les délais dus à l'accélération/décélération de la machine S/R ne sont pas pris en considération.
6. La machine S/R est capable de se déplacer simultanément dans le sens horizontal et vertical à vitesse constante. Donc, le déplacement nécessaire pour atteindre n'importe quel endroit dans le système est approximé par un déplacement de Tchebyshev.
7. La machine S/R ne peut faire qu'une seule opération à la fois et ne peut fonctionner que dans les modes simple ou double-cycle.
8. Les temps de dépôt/livraison associés à la manutention des produits par la machine S/R ne sont pas pris en considération dans le calcul du temps de cycle. Ces temps sont généralement indépendants de la forme du rack et de la vitesse de la machine S/R. Ils sont souvent déterministes et, donc, peuvent être ajoutés aux expressions des temps de cycles à posteriori.
9. Chaque casier dans le système a la même probabilité de subir une opération de stockage/déstockage, ce qui veut dire qu'on considère un stockage aléatoire.
10. Dans l'approche continue, les faces des racks sont considérés comme étant une surface continue où les produits peuvent être stockés/déstockés en n'importe quel point.

### 2.3.2 Notations

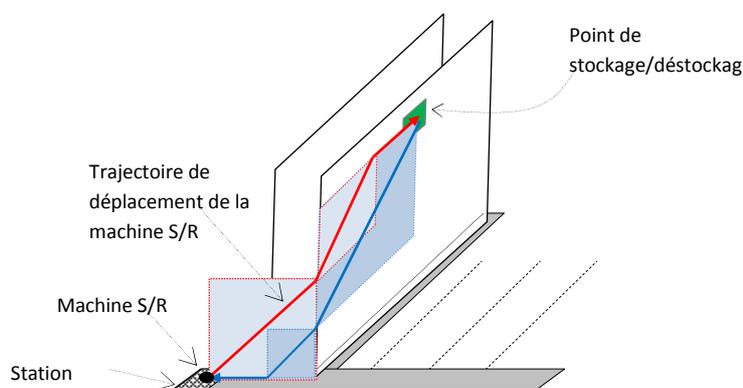
Pour la modélisation mathématique de ce type de systèmes, nous allons utiliser les notations suivantes:

**Table 1.1.** Définitions des notations utilisées dans le présent document:

$M$	Nombre de racks dans un AS/RS multi-allées
$M/2$	Nombre d'allées dans un AS/RS multi-allées
$N_H$	Nombre de casiers par ligne (casiers horizontaux)
$N_V$	Nombre de casiers par colonne (casiers verticaux)
$N$	Nombre de casiers total dans le système $N= M.N_L.N_V$
$t'_h$	Temps de déplacement horizontal d'un casier au suivant
$t'_v$	Temps de déplacement vertical d'un casier au suivant
$t'_p$	Temps de déplacement d'une allée à la suivante
$t_h$	Temps nécessaire pour parcourir la longueur d'un rack ou d'une allée
$t_v$	Temps nécessaire pour parcourir la hauteur d'un rack
$t_p$	Temps nécessaire pour parcourir l'allée principale du système
$\overline{E(SC)}$	Temps moyen de simple cycle
$\overline{E(DC)}$	Temps moyen double cycle
$\overline{E(TB)}$	Temps moyen de déplacement entre deux casiers quelconques dans un AS/RS

## 2.4 Modélisation mathématique du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées

Dans un système automatisé de stockage/déstockage, la machine S/R peut opérer en deux modes : le simple ou le double cycle. Dans le simple cycle, la machine se déplace depuis le point de dépôt/livraison jusqu'au casier de stockage/déstockage, elle dépose ou récupère le produit et revient au point de dépôt/livraison. La figure 2.3 illustre cette opération.



**Figure 2.3** Fonctionnement simple cycle d'un AS/RS multi allée

Plusieurs modèles mathématiques modélisant le temps de cycle moyen de la machine S/R existent dans la littérature. Dans cette section, nous présentons d'abord le modèle discret développé par Sari (2003). Après, nous présentons une étude approfondie et très détaillée sur les modèles continus que nous avons développés.

### 2.4.1 Modèle discret

L'idée de cette approche exacte proposée par Sari (2003) est le calcul de la moyenne des temps de déplacements vers tous les casiers du système.

Considérons le casier de coordonnées  $(i, j)$  dans la  $k^{\text{ème}}$  allée. Le déplacement horizontal nécessaire pour atteindre ce casier est :

$$t'_{h.i} + t'_{p.(k-1)} \quad (1)$$

Pour atteindre ce même casier, le déplacement vertical nécessaire est donné par :

$$t'_{v.(j-1)} \quad (2)$$

Grâce au déplacement de Tchebychev, le temps global que met la machine S/R pour atteindre un casier de coordonnées  $(i, j)$  dans la  $k^{\text{ème}}$  allée est le maximum entre le déplacement horizontal et le déplacement vertical.

$$\text{Max}((t'_{h.i} + t'_{p.(k-1)}), t'_{v.(j-1)}) \quad (3)$$

Par conséquent le temps de cycle moyen que fait la machine pour visiter tous les casiers est donné par l'expression discrète suivante :

$$\overline{E(SC)} = \frac{4}{N} \sum_{k=1}^{M/2} \sum_{i=1}^{N_H} \sum_{j=1}^{N_V} \max [ ( t'_{h.i} + t'_{p.(k-1)} ), t'_{p.(j-1)} ] \quad (4)$$

### 2.4.2 Modèle Continu

Dans cette section, nous allons présenter l'approche continue proposée ainsi que tous les modèles mathématiques développés. Notre idée consiste à diviser le temps de cycle en un ensemble de temps de déplacement uniformément répartis. A partir de ces distributions, nous calculons la distribution du temps de cycle total. La valeur espérée de cette distribution est le temps de cycle moyen. Nous procédons de la manière suivante:

Prenons le casier de coordonnées  $(i, j)$ .  $i$  et  $j$  sont des variables aléatoires indépendantes représentant les temps de déplacement horizontal et vertical vers le casier considéré. Le temps de déplacement total vers ce casier est :  $\text{Max}(i, j)$ , ce qui implique que le temps de simple cycle est :  $2.\text{Max}(i, j)$ .

$g(k)$  et  $h(k)$  représentent les densités de probabilité des deux variables aléatoires  $i$  et  $j$  respectivement. Par ailleurs,  $G(k)$  et  $H(k)$  sont les fonctions de répartition définies par:  $G(k) = P(i \leq k)$ ,  $H(k) = P(j \leq k)$

Une description alternative de la probabilité d'une variable aléatoire est souvent utilisée. Il s'agit de la dérivée de la fonction de répartition.  $g(k) = G'(k)$ ,  $h(k) = H'(k)$ .

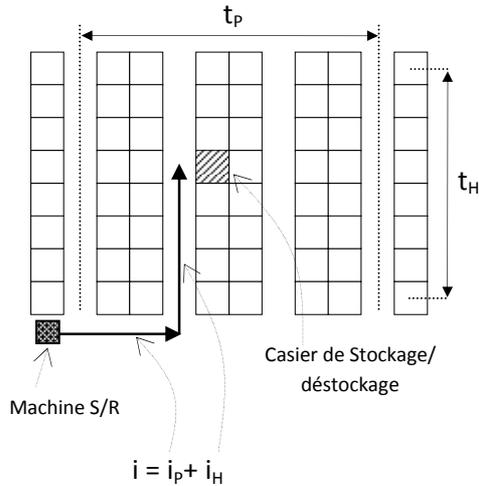


Figure 2.4 Déplacement horizontal de la machine S/R (vue de haut)

$i_p$  et  $i_H$  représentent les durées de déplacement horizontal. La variable aléatoire  $i_p$  peut prendre  $M/2$  valeurs possibles  $k_0=0$ ,  $k_1=t'_p$ ,  $k_2=2t'_p$ , ...,  $k_{(M/2-1)}=t_p$ , elle suit une loi uniforme lorsque la probabilité de n'importe quelle valeur  $k_i$  est égale à  $2/M$ .

Le même raisonnement de la variable  $i_p$  s'applique à la variable aléatoire  $i_h$  qui peut prendre  $N_H$  valeurs possibles  $k_0=0$ ,  $k_1=t'_h$ ,  $k_2=2t'_h$ , ...,  $k_{(N_H-1)}=t_p$ , cette variable suit une loi uniforme lorsque la probabilité de n'importe quelle valeur  $k_i$  est égale à  $1/N_H$ .

Chacune des variables  $i_p$  et  $i_H$  est une variable aléatoire discrète uniformément distribuées comme indiqué sur les figures 2.5.a et 2.5.b. On qualifie cette distribution d'uniforme car elle assigne la même probabilité à chaque valeur possible

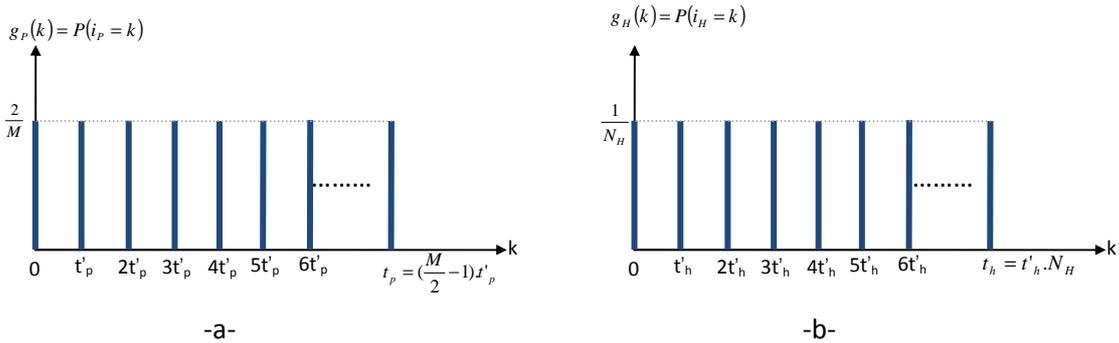
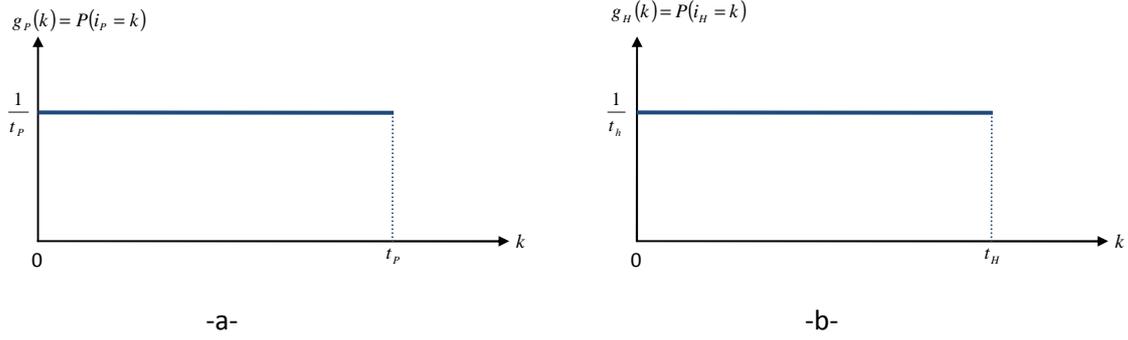


Figure 2.5 Distribution discrète exacte des variables  $i_p$  et  $i_H$

Ces distributions exactes peuvent être approchées par des distributions continues comme représentées sur la figure 2.6.a et 2.6.b.



**Figure 2.6** Distributions continues approchées des variables  $i_p$  et  $i_H$

$$g_p(k) = P(i_p = k) = \begin{cases} \frac{1}{t_p} & \text{Si } 0 \leq k \leq t_p \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (5)$$

$$g_H(k) = P(i_H = k) = \begin{cases} \frac{1}{t_h} & \text{Si } 0 \leq k \leq t_h \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (6)$$

Comme mentioné sur la *figure 2.4*, puisque le déplacement horizontal de la machine S/R est la somme de deux déplacements indiqués comme suit :  $i = i_p + i_H$ , alors la distribution de la variable  $i$  (notée  $g(k)$ ) est le produit de convolution des deux fonctions  $g_p(k)$  et  $g_H(k)$ . Nous présentons dans ce qui suit les principales étapes de calcul:

$$\begin{aligned} g(k) &= g_p(k) * g_H(k) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} g_p(u) \cdot g_H(k-u) \cdot du \\ &= \int_0^k g_p(u) \cdot g_H(k-u) \cdot du \end{aligned}$$

Le calcul de la convolution consiste donc à calculer la surface du produit  $g_p(u) \cdot g_H(k-u)$ .

La fonction  $g_H(k-u)$  est simplement la fonction initiale  $g_H(k)$  retournée dans le temps pour donner  $g_H(-u)$ , puis translatée de  $k$ .

En calculant alors l'ensemble des surfaces obtenues en faisant «glisser»  $g_H$ , c'est-à-dire pour tous les décalages de  $k$ , on obtient le produit de convolution pour tout  $k$ .

Après calcul de ce produit de convolution, on trouve l'expression suivante :

$$g(k) = P(i = k) = \begin{cases} \frac{k}{t_p t_h} & \text{si } 0 \leq k < \text{Min}(t_p, t_h) \\ \frac{1}{\text{Max}(t_p, t_h)} & \text{si } \text{Min}(t_p, t_h) \leq k < \text{Max}(t_p, t_h) \\ \frac{t_p + t_h - k}{t_p t_h} & \text{si } \text{Max}(t_p, t_h) \leq k < t_p + t_h \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7)$$

Afin de simplifier l'équation présentée précédemment, nous considérons que :

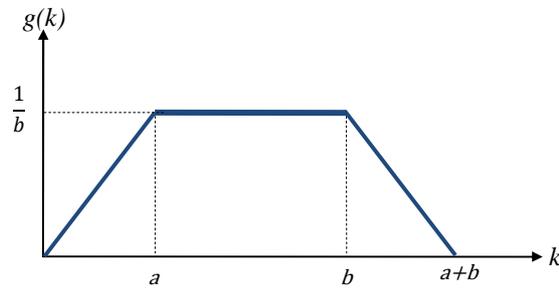
$$a = \text{Min}(t_p, t_h)$$

$$b = \text{Max}(t_p, t_h)$$

$$c = t_v$$

Alors le système d'équations ci-dessus peut aussi être obtenu à l'aide de la formule suivante :

$$g(k) = P(i = k) = \begin{cases} \frac{k}{ab} & \text{si } 0 \leq k < a \\ \frac{1}{b} & \text{si } a \leq k < b \\ \frac{a+b-k}{ab} & \text{si } b \leq k < a+b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8)$$



**Figure 2.7** Distribution aléatoire de la variable  $i$  modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R

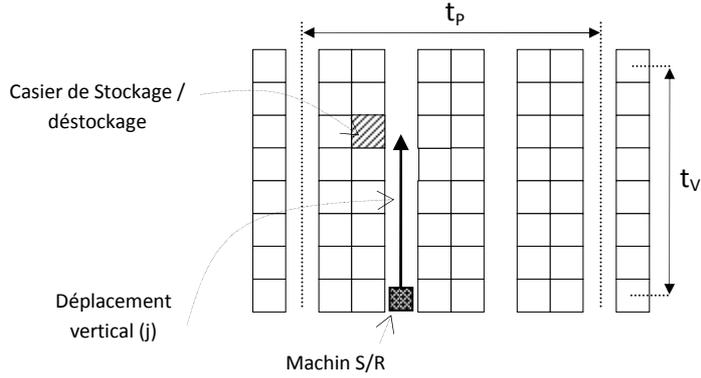
Nous cherchons maintenant à déterminer la fonction de distribution cumulative  $G(k)$  de la variable  $i$  modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R. Or, nous connaissons déjà la loi de probabilités de cette variable (Equation (8)). Il s'agit alors de calculer l'intégrale:

$$G(k) = \int_{-\infty}^k g(t) dt$$

Par conséquent, la fonction de distribution cumulative de la variable  $i$  est présentée dans l'équation (9), cette fonction de répartition donne la probabilité que la variable  $i$  prenne une valeur inférieure ou égale à toute valeur particulière «  $k$  ».

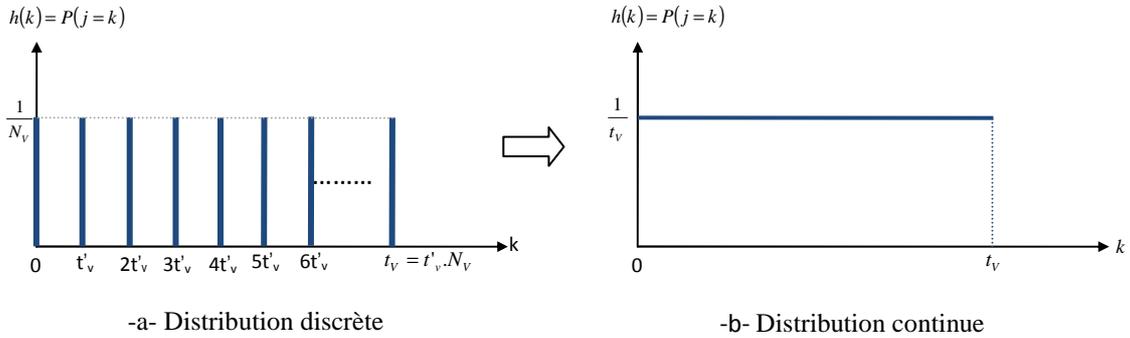
$$G(k) = P(i \leq k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \leq 0 \\ \frac{k^2}{2ab} & \text{si } 0 < k \leq a \\ \frac{2k-a}{2b} & \text{si } a < k \leq b \\ 1 - \frac{(a+b-k)^2}{2ab} & \text{si } b < k \leq a+b \\ 1 & \text{si } a+b < k \end{cases} \quad (9)$$

Le mouvement ascendant ou descendant de la machine S/R est assuré par un déplacement vertical comme illustré dans la *figure 2.8*. Cette figure présente une vue de face d'un système automatisé de stockage/déstockage multi-allées.



**Figure 2.8** Déplacement vertical de la machine S/R (vue de face)

La variable aléatoire  $j$  peut prendre  $N_V$  valeurs possibles  $k_0=0, k_1=t'_v, k_2=2t'_v, \dots, k_{(N_V)}=t_v$ , cette variable suit une loi uniforme lorsque la probabilité de n'importe quelle valeur  $k_i$  est égale à  $1/N_V$  comme on peut le voir sur la *figure 2.9.a*



**Figure 2.9** Distribution de probabilité de la variable aléatoire  $j$  modélisant le déplacement vertical de la machine S/R

Notons  $c = t_v$ , nous pouvons modéliser ce déplacement vertical par la fonction de densité de probabilité suivante :

$$h(k) = P(j = k) = \begin{cases} \frac{1}{c} & \text{si} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad 0 < k \leq c \quad (10)$$

Par conséquent :

$$H(k) = P(j \leq k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \leq 0 \\ \frac{k}{c} & \text{si } 0 < k \leq c \\ 1 & \text{si } k > c \end{cases} \quad (11)$$

Puisque le temps de déplacement total de la machine S/R est le maximum entre le déplacement horizontal et le déplacement vertical  $Max(i, j)$ . Alors, la fonction de repartition de  $Max(i, j)$  notée par F est donnée par :

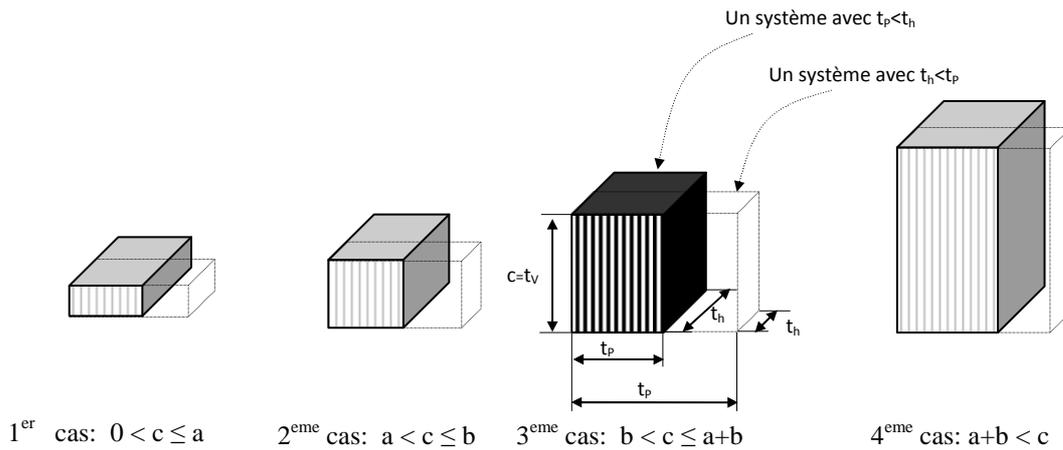
$$\begin{aligned}
 F(k) &= P(\text{Max}(i, j) \leq k) \\
 &= P(i \leq k \ \& \ j \leq k) \\
 &= P(i \leq k) \cdot P(j \leq k) \\
 &= G(k) \cdot H(k)
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

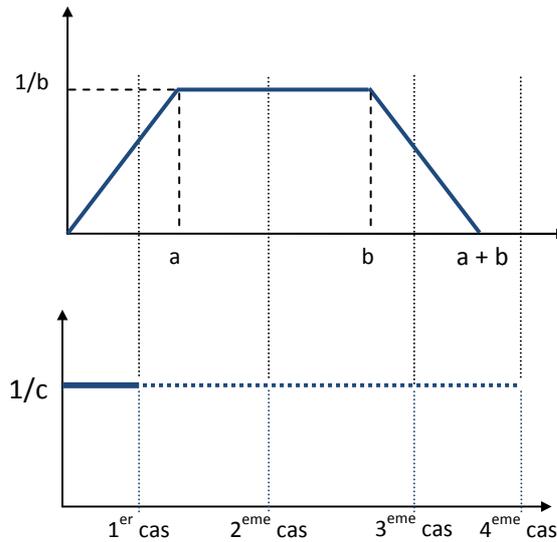
Par conséquent, la fonction de densité de probabilité  $f(k)$  du temps de déplacement total de la machine S/R :

$$\begin{aligned}
 f(k) &= F'(k) \\
 &= g(k) \cdot H(k) + G(k) \cdot h(k)
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Selon la taille et la configuration du système étudié, nous pouvons distinguer 4 cas possibles dans le calcul de  $F(k)$ :

- 1<sup>er</sup> cas:  $0 < c \leq a$
- 2<sup>eme</sup> cas:  $a < c \leq b$
- 3<sup>eme</sup> cas:  $b < c \leq a + b$
- 4<sup>eme</sup> cas:  $a + b < c$





**Figure 2.10** Cas possibles survenant au cours du calcul

Pour le premier cas:

$$F(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \leq 0 \\ \frac{k^3}{2abc} & \text{si } 0 < k \leq c \\ \frac{k^2}{2ab} & \text{si } c < k \leq a \\ \frac{2k-a}{2b} & \text{si } a < k \leq b \\ 1 - \frac{(a+b-k)^2}{2ab} & \text{si } b < k \leq a+b \\ 1 & \text{si } a+b < k \end{cases} \quad (14)$$

Pour calculer le temps moyen de simple cycle, nous procédons alors au calcul de la **moyenne théorique** ou l'**espérance mathématique** de la variable *aléatoire*  $Max(i, j)$  modélisant le temps de déplacement total de la machine S/R. nous avons alors :

$$E(Max(i, j)) = \int_{-\infty}^{+\infty} k \cdot f(k) \cdot dk \quad (15)$$

Comme  $f(k)$  est réduit à zéro en dehors de l'intervalle  $[0, a+b]$ , donc l'équation (15) peut être écrite comme:

$$E(Max(i, j)) = \int_0^{a+b} k \cdot f(k) \cdot dk \quad (16)$$

Ensuite, nous pouvons calculer cette fonction en utilisant l'intégration par parties, nous obtenons alors:

$$\begin{aligned}
 E(\text{Max}(i, j)) &= \left[ k \cdot F(k) \right]_{k=0}^{a+b} - \int_0^{a+b} k \cdot F(k) \cdot dk \\
 &= a + b - \int_0^{a+b} k \cdot F(k) \cdot dk \\
 &= a + b - \int_0^c \frac{k^3}{2abc} \cdot dk - \int_c^a \frac{k^2}{2ab} \cdot dk - \int_a^b \frac{2k-a}{2b} \cdot dk - \int_b^{a+b} \frac{2ab - (a+b-k)^2}{2ab} \cdot dk \\
 &= a + b - \frac{a+b}{2} + \frac{c^3}{24ab}
 \end{aligned}$$

Et enfin, le temps moyen de simple cycle de la machine S/R dans le premier cas est donné par l'équation :

$$\overline{E(SC)} = a + b + \frac{c^3}{12ab} \quad (17)$$

De la même manière, nous pouvons calculer  $\overline{E(SC)}$  pour le 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> cas. Nous trouvons alors un système d'équations du temps moyen de simple cycle comme suit :

$$\overline{E(SC)} = \begin{cases} a + b + \frac{c^3}{12ab} & \text{si } 0 \leq c < a \\ a + b + \frac{c^3}{12ab} - \frac{(c-a)^4}{12abc} & \text{si } a \leq c < b \\ a + b + \frac{c^3}{12ab} - \frac{(c-a)^4 + (c-b)^4}{12abc} & \text{si } b \leq c < a+b \\ a + b + \frac{c^3}{12ab} + \frac{(c-a-b)^4 - (c-a)^4 - (c-b)^4}{12abc} & \text{si } c \geq a+b \end{cases} \quad (18)$$

L'équation (18) est continue et dérivable sur l'intervalle  $[0, a+b]$ , facilement exploitable et facilement utilisée pour l'optimisation de dimension des systèmes AS/RS. Ces expressions mathématiques ont été employées pour l'optimisation des dimensions d'un AS/RS multi-allées par (**Kouloughli et al (2010)**).

Cette équation peut être simplifiée en utilisant la fonction de Heaviside. Nous rappelons que la fonction Heaviside  $H(t)$  est définie comme suit:

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t \leq 0 \\ 1 & \text{if } 0 < t \end{cases} \quad (19)$$

Par conséquent, nous avons:

$$(t - u) \cdot H(t - u) = \text{Max}(t - u, 0) = \text{Max}(t, u) - u \quad (20)$$

En utilisant l'équation (19), l'équation (18) peut être écrite de la façon suivante:

$$\overline{E(SC)} = a + b + \frac{c^3}{12ab} + \frac{(c-a-b)^4.H(c-a-b) - (c-a)^4.H(c-a) - (c-b)^4.H(c-b)}{12abc} \quad (21)$$

Et en utilisant l'équation (20), l'équation (18) peut être écrite comme suit:

$$\overline{E(SC)} = a + b + \frac{c^3}{12ab} + \frac{(c-a-b)^3 \text{Max}(c-a-b,0) - (c-a)^3 \text{Max}(c-a,0) - (c-b)^3 \text{Max}(c-b,0)}{12abc} \quad (22)$$

Nous rappelons que  $a = \text{Min}(t_p, t_h)$ ,  $b = \text{Max}(t_p, t_h)$  et  $c = t_v$

Enfin, le temps moyen de simple cycle d'un AS/RS multi-allées peut être exprimé de la manière suivante (équation 23):

$$\overline{E(SC)} = t_p + t_h + \frac{t_v^3}{12t_p t_h} + \frac{(t_v - t_p - t_h)^3 \text{Max}(t_v - t_p - t_h, 0) - (t_v - t_p)^3 \text{Max}(t_v - t_p, 0) - (t_v - t_h)^3 \text{Max}(t_v - t_h, 0)}{12t_p t_h t_v} \quad (23)$$

## 2.5 Modélisation mathématique du temps de double cycle d'un AS/RS multi-allées

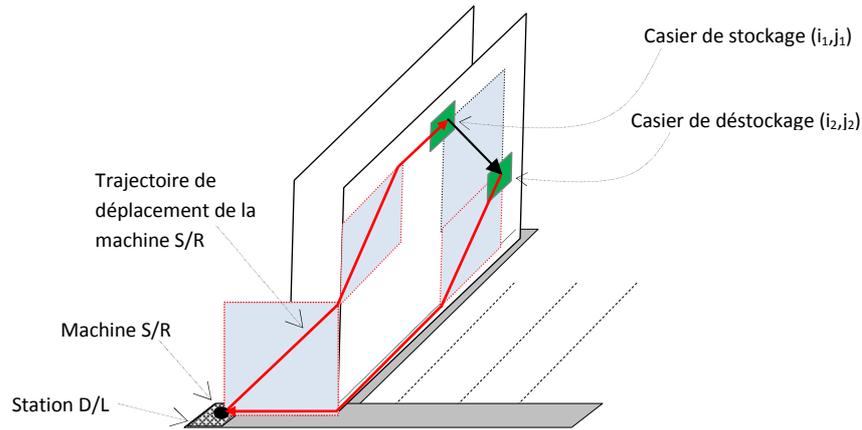
Dans un double cycle la machine S/R réalise les deux opérations en même temps (un stockage suivi d'un déstockage).

La machine de stockage/déstockage se déplace de la station dépôt/livraison vers le casier de stockage, dépose le produit. Ensuite, elle se déplace vers le casier de déstockage, récupère le produit et revient à la station de livraison (voir figure2.3).

### 2.5.1 Modèle discret

De la même manière, on peut exprimer une expression discrète estimant le temps de double cycle d'un AS/RS multi-allées. Sous un double cycle, la machine S/R réalise trois déplacements dans chaque cycle: un premier déplacement à partir du point de dépôts/livraison à la cellule de stockage, un deuxième déplacement à partir de la cellule de stockage vers la cellule de déstockage et, enfin, la machine S/R retourne au point de dépôts/livraison. Le temps moyen de la somme du premier et du dernier mouvement est exactement égal à la durée moyenne du simple cycle  $\overline{E(SC)}$ . Il reste alors à évaluer le temps de déplacement entre les casiers de stockage/déstockage. Ce déplacement est noté  $\overline{E(TB)}$ .

**1<sup>er</sup> cas :**



**Figure 2.11** Fonctionnement double cycle d'un AS/RS multi-allée (stockage et déstockage dans la même allée)

On considère dans ce cas un double cycle dans lequel les cellules de stockage et de déstockage sont situées dans la même allée. Sous cette hypothèse, le temps de déplacement entre deux casiers de coordonnées  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  (voir Figure 2.11) est:

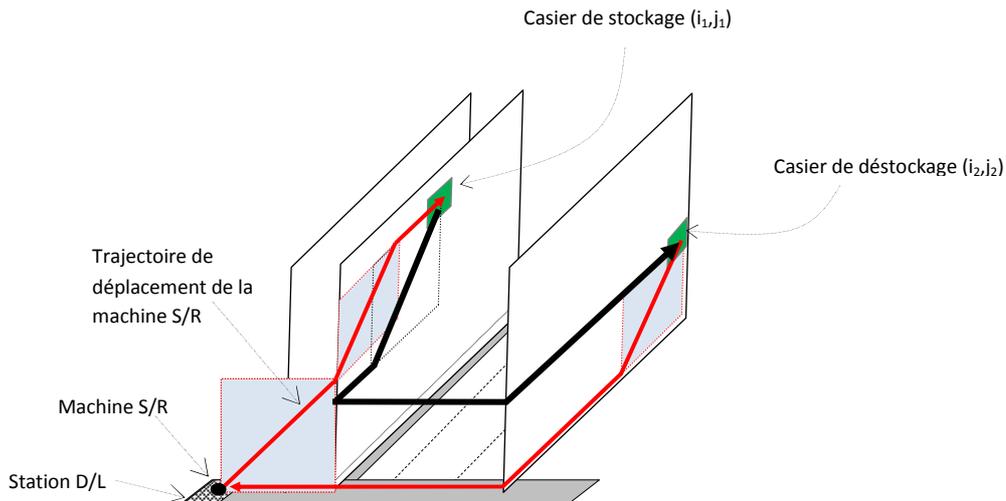
$$E(TB) = \text{Max}(t'_h \cdot |i_2 - i_1|, t'_v \cdot |j_2 - j_1|) \quad (24)$$

Donc, le temps de déplacement moyen entre deux casiers aléatoire dans la même allée peut être estimé par l'équation suivante:

$$\overline{E(TB)} = \frac{M}{NN_H N_V - N} \sum_{i_1=1}^{N_H} \sum_{j_1=1}^{N_V} \sum_{i_2=1}^{N_H} \sum_{j_2=1}^{N_V} \max [ t'_h \cdot |i_2 - i_1|, t'_v \cdot |j_2 - j_1| ] \quad (25)$$

**2<sup>eme</sup> cas :**

Si le stockage et le déstockage se font sur deux allées différentes:



**Figure 2.12** Fonctionnement double cycle d'un AS/RS multi allée (stockage et déstockage dans des allées différentes)

Dans ce cas, nous pouvons exprimer le temps de déplacement entre deux casiers de coordonnées  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  (voir Figure 2.12) par l'expression suivante:

$$E(TB) = \text{Max}[(t'_h|i_2+i_1| + t'_p \cdot |k_2-k_1|), t'_v|j_2-j_1|] \quad (26)$$

Sachant que  $(i_1+i_2) = |i_1-i_2| + 2\min(i_1, i_2)$

Le temps moyen de déplacement entre deux casiers peut donc être estimé par l'expression mathématique discrète suivante: **Sari (1998)**

$$\overline{E(TB)} = \frac{4}{N^2 - 2N} \sum_{k_1=1}^{M/2} \sum_{i_1=1}^{NL} \sum_{j_1=1}^{NH} \sum_{k_2=1}^{M/2} \sum_{i_2=1}^{NL} \sum_{j_2=1}^{NH} \max[(t'_h|i_2-i_1| + 2\min(i_1, i_2)) \cdot \min(|k_2-k_1|, 1) + |k_2-k_1| t'_p, t'_v|j_2-j_1|] \quad (27)$$

Puisque le temps moyen de double cycle est égal à la somme du temps moyen de simple cycle et du temps moyen de déplacement entre deux casiers aléatoires dans le système.

$$\overline{E(DC)} = \overline{E(SC)} + \overline{E(TB)}$$

$$\begin{aligned} \overline{E(DC)} = & 4/(N^2 - 2N) \sum_{k_1=1}^{M/2} \sum_{i_1=1}^{NL} \sum_{j_1=1}^{Nh} \sum_{k_2=1}^{M/2} \sum_{i_2=1}^{NL} \sum_{j_2=1}^{Nh} [\max[(t'_h|0-i_1| + (k_1-1)t'_p), t'_v|1-j_1|] \\ & + \max[(t'_h|i_2-0| + (k_2-1)t'_p), t'_v|j_2-1|] + \\ & \max[(t'_h|i_2-i_1| + 2\min(i_1, i_2)) \cdot \min(|k_2-k_1|, 1) + |k_2-k_1| t'_p, t'_v|j_2-j_1|] \\ & - \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{Nh} 2\max(t'_h|0-i| + (k-1)t'_p, t'_v|1-j|)] \end{aligned} \quad (28)$$

### 2.5.2 Modèle continu

Dans cette partie du travail, nous nous sommes intéressés au calcul du temps moyen du double cycle. Nous n'avons considéré que le premier cas où les opérations de stockage et de déstockage se font sur la même allée. En effet, il n'est pas intéressant de prendre en compte le 2<sup>ème</sup> cas où le stockage et le déstockage se font sur des allées différentes. Ce cas-là prend beaucoup plus de temps et ne présente aucun intérêt dans le système. Par contre, le double cycle dans la même allée permet de réduire le temps de cycle et d'équilibrer les charges dans les allées, car en faisant un stockage et un déstockage, le nombre de casiers occupés ne change pas.

Si on considère un double cycle constitué d'une opération de stockage dans le casier  $(i_1, j_1)$  suivie immédiatement d'une opération de déstockage dans le casier  $(i_2, j_2)$ , selon **Bozer et White (1984)**, si la probabilité que le temps nécessaire pour se déplacer entre  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$ , notée  $F(z)$ , est inférieure ou égale à la variable aléatoire  $z$ , alors:

$$F(z) = P(|i_2 - i_1| \leq z) \cdot P(|j_2 - j_1| \leq z) \quad (29)$$

Dans le cas où les deux casiers se trouvent dans la même allée, la moyenne de déplacement entre deux casiers aléatoires dans le système est donnée par l'expression :

$$\overline{E(TB)} = \frac{Max(t_v, t_h)}{3} + \frac{Min^2(t_v, t_h)}{6Max(t_v, t_h)} - \frac{Min^3(t_v, t_h)}{30Max^2(t_v, t_h)} \quad (30)$$

Puisque le temps moyen de double cycle  $\overline{E(DC)}$  est égal au temps de simple cycle  $\overline{E(SC)}$  plus le temps nécessaire pour aller d'un casier de stockage vers un casier de déstockage  $\overline{E(TB)}$ , alors, la somme des deux expressions (23) et (30) donne l'expression suivante :

$$\overline{E(DC)} = t_p + t_h + \frac{t_v^3}{12t_p t_h} + \frac{(t_v - t_p - t_h)^3 Max(t_v - t_p - t_h, 0) - (t_v - t_p)^3 Max(t_v - t_p, 0) - (t_v - t_h)^3 Max(t_v - t_h, 0)}{12t_p t_h t_v} + \frac{Max(t_v, t_h)}{3} + \frac{Min^2(t_v, t_h)}{6Max(t_v, t_h)} - \frac{Min^3(t_v, t_h)}{30Max^2(t_v, t_h)} \quad (31)$$

## 2.6 Validation

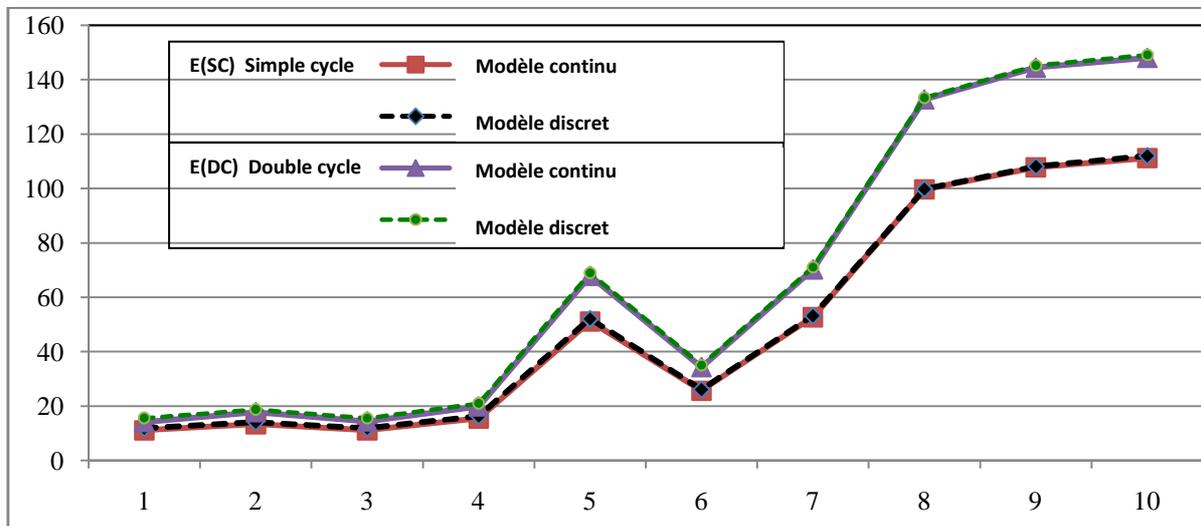
### 2.6.1 Comparaison avec l'expression discrète

Pour évaluer la précision de l'expression mathématique proposée pour le simple et double cycle, nous avons effectué une comparaison entre les résultats donnés par l'expression continue avec ceux donnés par l'expression discrète. Pour cela, nous avons pris une variété de configurations d'AS/RS multi-allées. Les résultats sont illustrés dans le tableau 2.2 et dans la figure 2.13.

**Tableau 2.2** Comparaison entre les résultats donnés par le modèle continue et le modèle discrète

Configurations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de casiers dans le système N	200	400	600	1000	1000	1000	10000	10000	20000	50000
Nombre de racks M	4	4	6	10	4	4	10	10	4	10
Nombre de casiers par ligne N <sub>H</sub>	5	10	10	10	50	10	20	10	50	100
Nombre de casiers par colonne N <sub>V</sub>	10	10	10	10	5	25	50	100	100	50
Modèle Discret E(SC)	10,8	14,04	14,73	16,26	52,01	26,02	53,08	99,74	108,1	111,94
Modèle Continu E(SC)	10,24	13,28	13,92	15,37	51,07	25,61	52,64	99,59	107,67	111,07
Erreur en %	5,19	5,41	5,50	5,47	1,81	1,58	0,83	0,15	0,40	0,78
Modèle Discret E(DC)	14,54	18,72	19,41	20,94	68,86	34,98	70,98	133,26	145,19	149,02
Modèle Continu E(DC)	13,65	17,72	18,36	19,81	67,79	34,24	70,22	132,76	144,45	148,01
Erreur en %	6,12	5,34	5,41	5,40	1,55	2,12	1,07	0,38	0,51	0,68

Le tableau 2.2 donne les résultats des deux modèles pour 10 configurations différentes. D'après ce tableau, on voit très clairement que le pourcentage d'erreur est inférieur à 6%. L'erreur entre les deux approches est acceptable, elle peut être justifiée par le gain en temps de calcul CPU.



**Figure 2.13** Comparaison entre les résultats donnés par le modèle continu et le modèle discret

Dans la figure 2.13, nous pouvons remarquer que les résultats de ces deux équations sont très proches les uns des autres. Le pourcentage d'erreur entre les résultats donnés par l'équation continue par rapport à l'équation discrète est inversement proportionnel à la taille du système. Ce pourcentage nous permet, donc, de savoir à quel point notre modèle continu était proche (ou éloigné) du modèle discret. Ceci est admissible puisque les expressions continues sont une approximation continue de système discret.

### 2.6.2 Comparaison avec le modèle de Hwang

Dans cette section, nous allons présenter les modèles continus développés par **Hwang et Ko (1988)** pour le temps de simple cycle de la machine S/R. Ils considèrent la notation suivante :

$t_h$  Temps nécessaire pour parcourir la longueur d'un rack

$t_v$  Temps nécessaire pour parcourir la hauteur d'un rack

$t_p(k)$  Temps nécessaire pour atteindre l'allée numéro  $k$

Les auteurs ont approché le temps de déplacement horizontal le long des allées et le temps de déplacement vertical par des variables continues. Néanmoins, ils ont gardé pour le temps de déplacement horizontal le long de l'allée principale, sa nature discrète.

Ils ont supposé le stockage (déstockage) d'un produit à partir de la cellule de coordonnées  $(i, j)$  dans l'allée numéro  $k$ .  $i$  est le temps de déplacement horizontal. Elle comprend le temps de déplacement de la station D/L à l'entrée de l'allée  $k$  plus le temps de déplacement de l'entrée de cette allée à la cellule de stockage (déstockage). Ainsi,  $t_p(k) \leq i \leq t_p(k) + t_h$ .  $j$  est le

temps de déplacement vertical,  $0 \leq j \leq t_v$ . Le temps de déplacement total, noté  $t(i, j)$ , est égal au  $\text{Max}(i, j)$ . Avec le temps de cycle  $E(\text{SC})$  est égal à  $2.t(i, j)$  en raison de l'aller et le retour de la machine S/R.

Soit  $G(z)$  la probabilité que  $t(i, j)$  soit inférieur à  $z$ . Alors,  $G(z) = P(i \leq z).P(j \leq z)$ .

Pour un stockage aléatoire avec une distribution uniforme, nous avons:

$$P(i \leq z) = \begin{cases} \frac{z - t_p(k)}{t_h} & \text{si } t_p(k) \leq z \leq t_p(k) + t_h \\ 1 & \text{si } z > t_p(k) + t_h \end{cases} \quad (32)$$

et

$$P(j \leq z) = \begin{cases} \frac{z}{t_v} & \text{si } 0 \leq z \leq t_v \\ 1 & \text{si } z > t_v \end{cases} \quad (33)$$

Les auteurs ont défini un temps de simple cycle moyen pour chaque allée  $k$ , conformément à la relation entre les variables  $t_v$ ,  $t_h$  et  $t_p(k)$ , comme suit:

- 1<sup>er</sup> condition  $t_v \leq t_p(k)$
- 2<sup>eme</sup> condition  $t_p(k) \leq t_v \leq t_p(k) + t_h$
- 3<sup>eme</sup> condition  $t_v \geq t_p(k) + t_h$

En vertu de la première condition :

$$G_1(z) = \begin{cases} \frac{z - t_p(k)}{t_h} & \text{si } t_p(k) \leq z \leq t_p(k) + t_h \\ 1 & \text{si } z > t_p(k) + t_h \end{cases} \quad (34)$$

La fonction de densité de probabilité de  $t(i, j)$  est obtenue en dérivant  $G_1(z)$  :

$$g_1(z) = \begin{cases} \frac{1}{t_h} & \text{si } t_p(k) \leq z \leq t_p(k) + t_h \\ 0 & \text{si } z > t_p(k) + t_h \end{cases} \quad (35)$$

puisque la variable aléatoire  $t(i, i)$  admet une densité de probabilité  $g_1$ , son espérance est alors définie comme suit:

$$\begin{aligned} E_1 &= \int_{t_p(k)}^{t_p(k)+t_h} z \cdot g_1(z) \cdot dz \\ &= t_p(k) + \frac{t_h}{2} \end{aligned} \quad (36)$$

La valeur prévue du temps de simple cycle dans les racks satisfaisant à la première condition est notée  $\overline{E_1(SC)}$ . Le facteur multiplicateur 2 est due au fait que le temps de simple cycle est le temps nécessaire pour aller vers la cellule de stockage (déstockage) plus le temps de retour à la station D/L.

$$\overline{E_1(SC)} = 2.t_p(K) + t_h \quad (37)$$

De la même manière, nous pouvons calculer  $\overline{E_2(SC)}$  et  $\overline{E_3(SC)}$ , qui représentent respectivement le temps moyen de simple cycle des allées satisfaisant la 2<sup>ème</sup> et la 3<sup>ème</sup> condition.

$$\overline{E_2(SC)} = \frac{(t_v - t_p(k))^3}{3.t_v.t_h} + 2.t_p(k) + t_v \quad (38)$$

$$\overline{E_3(SC)} = \frac{3.t_p(k)^2 + 3.t_p(k)t_h + t_h^2}{3.t_v} + t_v \quad (39)$$

La probabilité que le stockage (déstockage) se produit dans la i<sup>ème</sup> allée est égale à  $\frac{1}{M}$ , Par conséquent, le temps de déplacement prévu sous un simple cycle est donné par l'expression suivante:

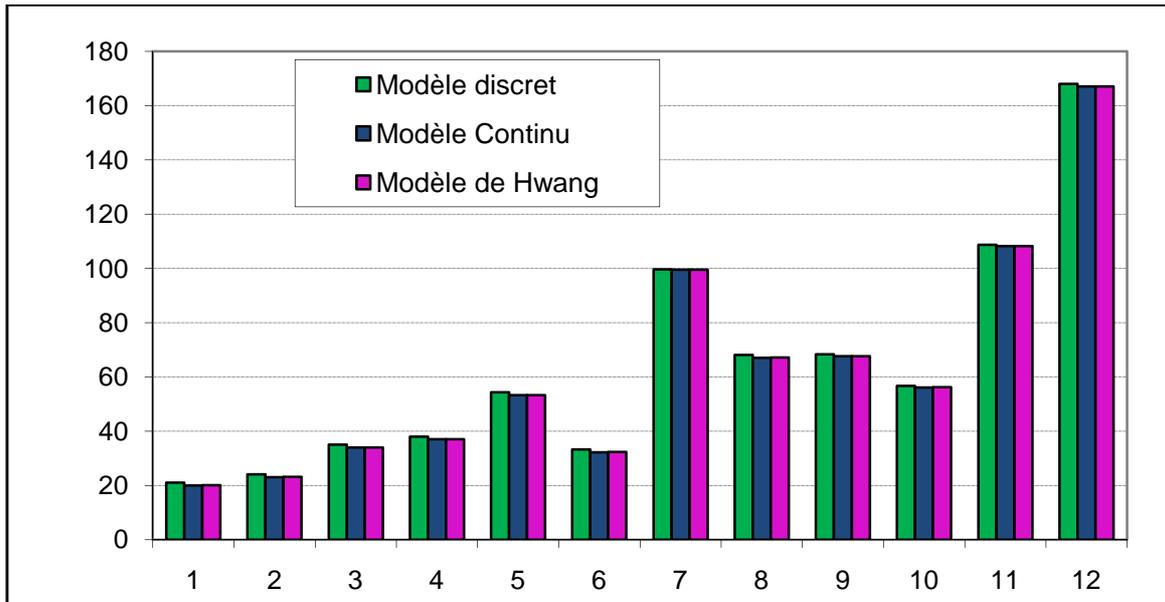
$$\overline{E(SC)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M E_{d(i)}(SC) \quad (40)$$

Avec  $d(i) = m$ , si la relation dans la i<sup>ème</sup> allée correspond à la m<sup>ème</sup> condition.

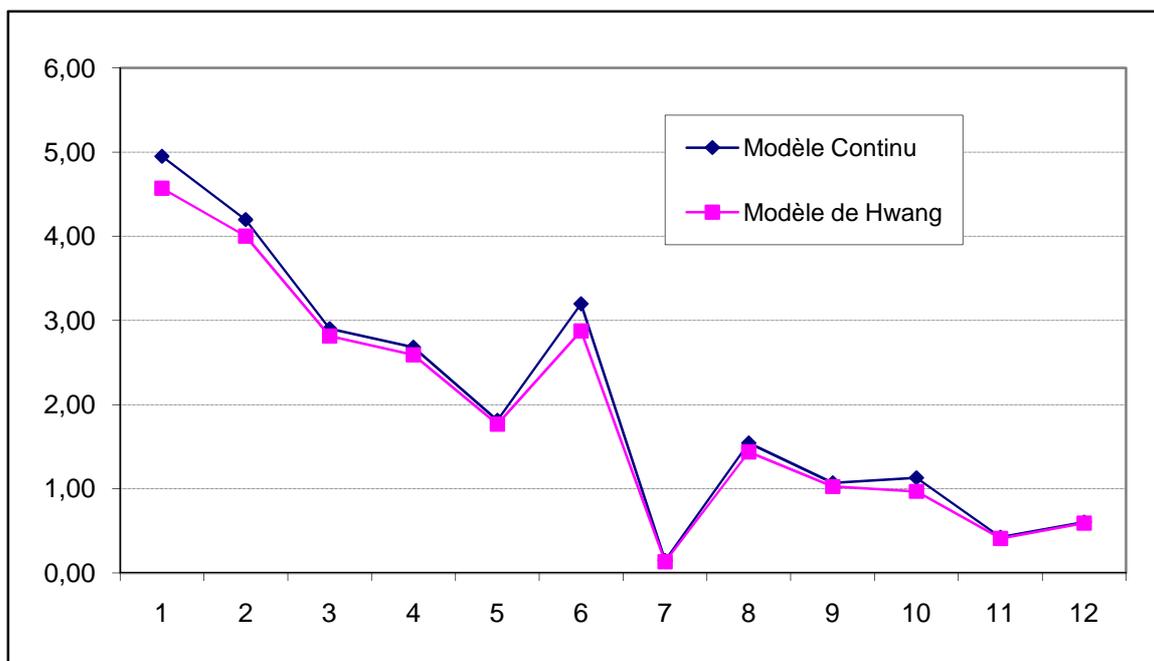
Finalement, pour valider le modèle développé, nous avons pris une variété de configurations d'AS/RS multi-allées, nous avons effectué une comparaison entre les résultats donnés par les trois modèles. Les résultats sont illustrés sur le tableau 2.3, la figure 2.14 et la figure 2.15 :

**Tableau 2.3** Comparaison entre les résultats donnés par le modèle continu, le modèle discret et le modèle de Hwang

Numéro de configuration	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de casiers N	400	400	1000	1000	2000	2000	4000	4000	10000	10000	20000	20000
Nombre d'allées M	5	2	4	10	2	5	2	20	2	4	2	50
Nombre de casiers en ligne N <sub>L</sub>	8	20	25	10	50	20	10	10	50	25	50	20
Nombre de casiers en Colonne N <sub>H</sub>	5	5	5	5	10	10	100	10	50	50	100	10
Expression discrète	21,10	24,10	35,04	38,04	54,31	33,32	99,67	68,16	68,33	56,74	108,67	168,03
Expression Continue	20,06	23,09	34,02	37,02	53,33	32,25	99,52	67,11	67,60	56,10	108,21	167,02
Expression de Hwang	20,14	23,14	34,05	37,05	53,35	32,36	99,53	67,18	67,62	56,19	108,22	167,04
Erreurs Rc %	4,95	4,20	2,90	2,68	1,81	3,20	0,15	1,54	1,07	1,13	0,42	0,60
Erreurs Rh%	4,57	4,00	2,81	2,59	1,77	2,88	0,13	1,44	1,03	0,97	0,41	0,59



**Figure 2.14** Comparaison entre les résultats donnés par le modèle continu, le modèle discret et le modèle de Hwang



**Figure 2.15** Pourcentage d'erreur par rapport au modèle discret

Dans la figure 2.14, nous pouvons remarquer que les résultats des trois modèles sont très proches. La figure 2.15 représente le pourcentage d'erreur du modèle développé et le modèle de Hwang par rapport au modèle discret. Sur cette figure, nous pouvons voir que l'expression développée par **Hwang et Ko** donne de meilleurs résultats par rapport à notre expression. C'est tout à fait naturel parce que notre expression implique l'approximation des trois variables discrètes par des variables continues. Bien que **Hwang et Ko** n'ont fait une approximation que pour deux variables discrètes. Pour les deux modèles, les erreurs sont très

faibles pour les grands systèmes. Ceci est prévisible car les expressions développées sont une approximation continue des tailles discrètes.

## 2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les systèmes automatisés de stockage/déstockage multi allées. Dans une première partie, nous avons commencé par une présentation générale sur la configuration d'un AS/RS multi-allées. Par la suite, un ensemble d'hypothèses et de notations ont été employées afin de les utiliser dans le présent document.

L'essentiel de ce travail a été développé après que nous avons détaillé la modélisation mathématique du temps de simple et double cycle d'un AS/RS multi allées. Dans cette partie, nous avons d'abord présenté l'approche discrète puis l'approche continue. Il s'agit d'une approche analytique basée sur une approximation continue des différentes distributions discrètes exactes modélisant les déplacements horizontaux et verticaux de la machine S/R.

Après la phase de modélisation, nous nous sommes intéressés à la validation de ces modèles. Dans un premier temps, nous avons présenté les résultats de quelques configurations proposées où nous avons calculé le temps moyen pour le simple et double cycle. Ensuite, nous avons présenté le pourcentage d'erreur entre les modèles proposés et les modèles exacts.

Les expressions analytiques développées dans ce travail peuvent être utilisées pour étudier les performances des systèmes existants, pour optimiser le dimensionnement de ce type de système et pour concevoir de nouveaux systèmes. Ces expressions peuvent aussi être utilisées dans l'évaluation des performances des heuristiques développées dans ce domaine et pour comparer différentes techniques de stockage pour améliorer les performances d'un AS/RS multi allées. Par conséquent, ces expressions nous aident à mieux gérer ce type d'installations.

Le chapitre qui suivra porte sur le développement des modèles analytiques représentant les temps de stockage et de déstockage d'un AS/RS à rack glissant.

# Chapitre 3

---

## Modélisation des systèmes automatisés de stockage/déstockage à racks glissants

---

3.1 Introduction.....	59
3.2 Présentation et fonctionnement d'un AS/RS à racks glissants .....	59
3.3 Modélisation mathématique du temps de simple cycle d'un AS/RS à rack glissant .....	61
3.3.1 Expressions discrètes du temps de simple cycle .....	61
3.3.2 Approche continue.....	63
3.4 Modélisation mathématique du temps de double cycle d'un AS/RS à rack glissant.....	76
3.5 Validation.....	77
3.6 Conclusion .....	78

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous exposons dans un premier temps, une vue générale des AS/RS à racks glissants. La deuxième section est consacrée à la présentation et description des temps moyens de stockage et de déstockage en simple et double cycle, à sa modélisation et formulation en modèle mathématique. Dans cette partie nous présentons les différentes étapes de modélisation que nous avons développées et qui ont fait l'objet de plusieurs communications.

Le premier modèle, présenté dans la section **3.3.1**, est un modèle exact mais particulièrement complexe. Il nécessite un temps énorme de calcul par ordinateur pour obtenir le temps de cycle moyen dans un système à rack glissant. Ce modèle nous servira comme référence pour valider l'approche continue développée dans la section **3.3.2**. Ce modèle développé est présenté sous forme d'une expression analytique continue, simple et calculable à la main.

La validation du modèle approché, présenté dans la section **3.5**, est effectuée à travers la comparaison entre les résultats des modèles développés avec ceux des modèles exacts développés par (**Sari 2003**) dans la section **3.3.1**

Ceci permettra de déterminer la précision et les limites d'utilisation du modèle développé. Ce modèle approché peut, en un simple calcul, déterminer le temps moyen de stockage et de déstockage d'un AS/RS à rack glissant.

#### Notations :

En plus des hypothèses et des notations mentionnées dans le chapitre précédent à la section 2.3, dans cette partie du travail, nous allons définir un nouveau terme ( $t_r$ ) que nous utiliserons pour le développement des modèles. Ce temps  $t_r$  est un paramètre clé et indispensable dans l'analyse des systèmes à racks glissants : il représente le temps de glissement des racks ou bien le temps nécessaire pour ouvrir une allée.

### 3.2 Présentation et fonctionnement d'un AS/RS à racks glissants

Les AS/RS à racks glissants appelés aussi AS/RS à racks mobiles ou à rayonnages mobiles sont une variation des AS/RS multi-allées.

Ce type de systèmes permet de compacter les racks et d'accroître considérablement la capacité de stockage sans perdre l'accès direct à chaque produit ou à chaque référence.

Ils sont composés d'un ensemble de racks disposés en parallèles, ces racks sont disposés sur des bases mobiles guidées qui se déplacent latéralement. Ces bases sont pourvues de moteurs, d'éléments de translation et de différents systèmes de sécurité qui garantissent un fonctionnement sûr et efficace.

Au repos, il existe une seule allée de service, celle-ci pourra être placée entre n'importe lequel des deux racks mitoyens en faisant glisser les racks. Les allées de service n'apparaissent que lorsqu'une opération de stockage ou déstockage est prévue dans les racks correspondants. Ce type de systèmes comporte aussi une seule machine de stockage/déstockage (S/R) et un système de commande qui gère l'ensemble des opérations.

Les avantages majeurs de ces systèmes sont l'utilisation optimale du volume et de la surface disponible, l'augmentation de la capacité de l'entrepôt et l'élimination des allées individuelles d'accès.

D'autre part, en utilisant ce système mobile, les produits de grande valeur peuvent être bien conservés et en toute sécurité.

L'investissement nécessaire, pour un tel type de prestation, est approximativement le quintuple de celui d'un investissement conventionnel. Cette valeur ajoutée peut être largement compensée par le gain constaté au niveau du volume ainsi que la facilité et la maniabilité nettement augmentée.

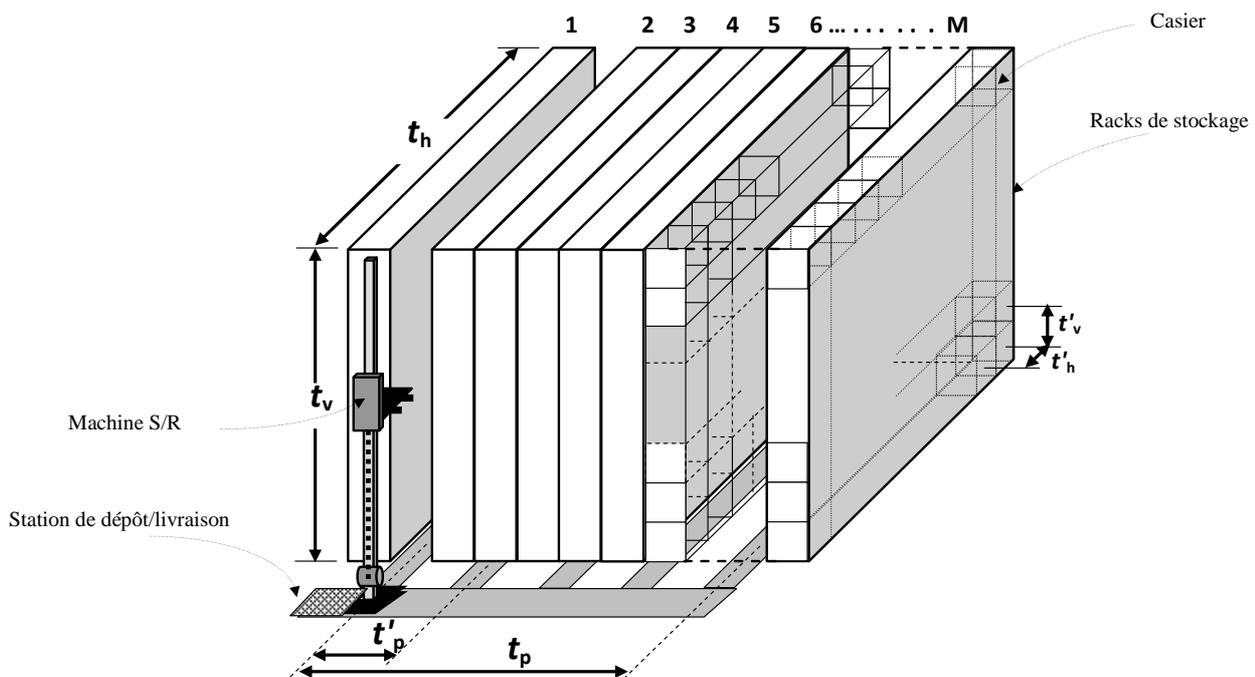


Figure 3.1 Configuration d'un AS/RS à racks glissants

Le fonctionnement de la machine S/R dans ce type de systèmes est le même que pour les AS/RS multi-allées. Elle peut opérer en simple ou en double cycle. Dans un simple cycle la machine S/R, réalise soit un stockage soit un déstockage. Tandis que dans un double cycle, la machine S/R réalise une opération de stockage suivi d'un déstockage dans le même cycle.

La machine S/R se trouve initialement à la station de dépôt/livraison. Une fois la réception d'une requête de stockage ou de déstockage, la machine S/R se déplace simultanément dans les deux sens, horizontal et vertical, jusqu'à ce qu'elle atteigne le casier visé. En même temps

les racks glissent pour ouvrir l'allée correspondante et laisse passer la machine. Une fois l'opération terminée, la machine retourne à la station de dépôt/livraison.

### 3.3 Modélisation mathématique du temps de simple cycle d'un AS/RS à rack glissant

#### 3.3.1 Expressions discrètes du temps de simple cycle

Considérons un AS/RS à racks glissants composé de  $M$  racks,  $N_l$  casiers horizontaux et  $N_h$  casiers verticaux par rack, Sari(1998) a déterminé le temps de cycle moyen comme étant la moyenne des temps de déplacement de tous les casiers du système. Cette section résume sa méthodologie de calcul.

Dans ce cas nous cherchons à déterminer les temps de déplacements vers tous les casiers et de calculer la moyenne de ces temps.

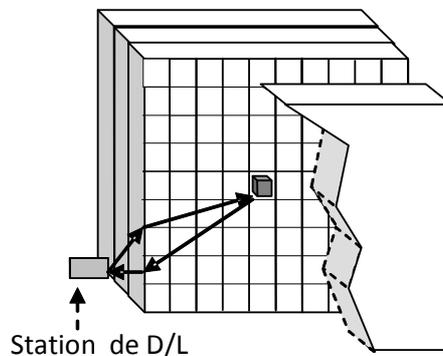


Figure 3.2 Fonctionnement simple cycle

Le temps de simple cycle de la machine S/R est le temps nécessaire pour aller du point de dépôt/livraison au casier de stockage (déstockage) plus le temps nécessaire pour le retour.

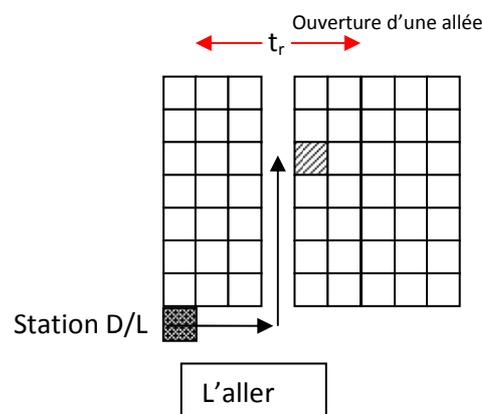


Figure 3.3 Fonctionnement simple cycle (aller de la machine S/R vers un casier)

Considérons le casier de coordonnées (i, j) dans la k<sup>ème</sup> allée. Le déplacement horizontal nécessaire pour atteindre ce casier est :

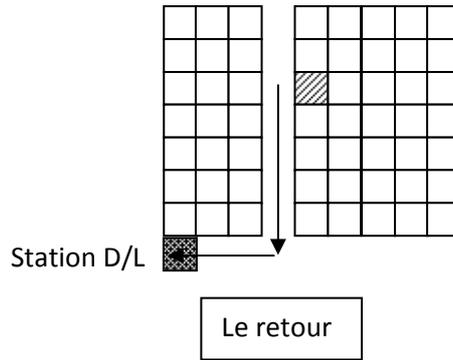
$$t'_{h,i} + \max(t_r ; t'_p.(k-1)) \quad (1)$$

Le déplacement vertical nécessaire pour atteindre ce même casier est :

$$t'_v.(j-1) \quad (2)$$

Grâce au déplacement de **Chebychev**, le temps global que met la machine S/R pour atteindre ce casier est le maximum entre le déplacement horizontal et le déplacement vertical.

$$\text{Max}[t'_{h,i} + \max(t_r ; t'_p.(k-1)) ; t'_v.(j-1)] \quad (3)$$



**Figure 3.4** Fonctionnement simple cycle (Retour de la machine S/R vers la station D/L)

Le temps global que met la machine S/R pour retourner au point de dépôt/livraison ne dépend pas de  $t_r$ . Il est donné par l'expression :

$$\text{Max}(t'_{h,i} + t'_p.(k-1) ; t'_v.(j-1)) \quad (4)$$

Par conséquent, on peut calculer le temps de cycle moyen pour tous les casiers par l'expression discrète suivante :

$$\overline{E(SC)} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{M/2} \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^{N_{ki}} (\max[t'_{h,i} + \max(t_r , t'_p.(k-1)) , t'_v.(j-1)] + \max[t'_{h,i} + t'_p.(k-1) , t'_v.(j-1)]) \quad (5)$$

### 3.3.2 Approche continue

En se basant sur les travaux de (Bozer et al. 1984) et (Ghomri et al. 2008). Nous avons pu formuler et présenter des expressions analytiques continues qui évaluent le temps moyen de simple cycle d'un AS/RS à racks glissants. Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet de deux communications présentées au CCCA'11 Guezzen et al, (2011a) et au MISK'11 Guezzen et al, (2011b). Un troisième travail a été accepté et présenté à IMHRC 2014 Guezzen et al, (2014).

Dans le premier travail Guezzen et al. (2011a), nous avons supposé que le temps ( $t_p < t_h$ ). nous avons donc développé une expression continue pour les cas où le temps de glissement des racks est inférieur au temps de déplacement de la première à la dernière allée ( $t_r < t_p$ ).

Avec les mêmes conditions ( $t_p < t_h$ ), nous avons développé une deuxième expression continue pour les cas où le temps de glissement des racks est supérieur au temps  $t_p$  et inférieur au temps  $t_h$ , ( $t_p < t_r < t_h$ ). Guezzen et al. (2011b). Dans le troisième travail présenté à IMHRC 2014 Guezzen et al (2014), nous avons pu faire le point sur tous les cas possibles.

Nous présentons dans ce qui suit, les principales étapes de calcul des expressions continues du temps moyen de simple cycle d'un AS/RS à racks glissants. Ce temps comprend le temps de déplacement de la machine S/R à partir de la station D/L vers un casier de stockage/déstockage qui dépend du temps de glissement des racks, plus le temps pour retourner vers la station de dépôt/livraison. Ce dernier est indépendant du temps de glissement des racks.

#### Déplacement horizontal

Dans cette section nous avons procédé de la même façon que dans la section 2.4.2 du chapitre 2 ; l'idée est la même : elle consiste à diviser le temps de déplacement de la machine S/R en un ensemble de temps de déplacement uniformément répartis.

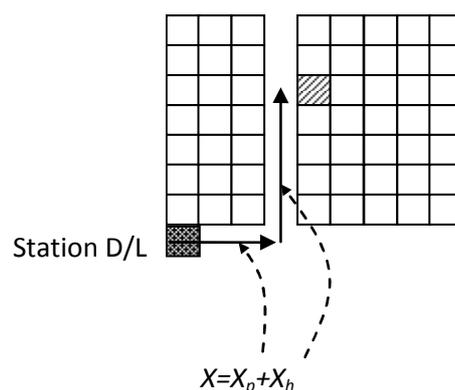


Figure 3.5 Déplacement horizontal de la machine S/R (vue de haut)

Commençons par le déplacement horizontal. Nous calculons le temps moyen nécessaire pour aller du point de dépôt/livraison au casier de stockage/déstockage tel que présenté dans la (figure 3.5).  $X_P$  et  $X_H$  sont deux variables aléatoires représentant les durées de déplacement

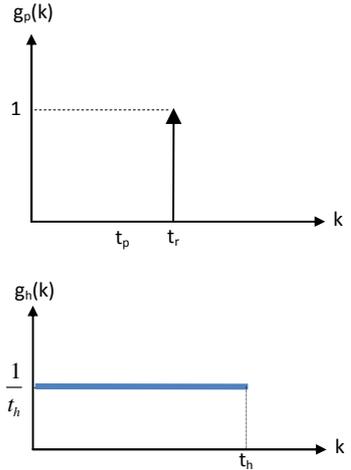
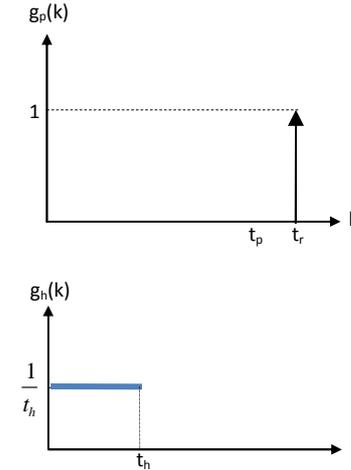
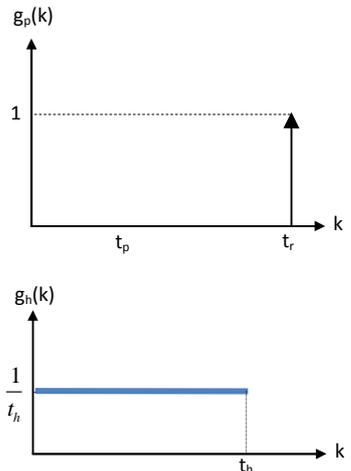
horizontal. Sachant que  $X_H$  est une variable aléatoire discrète uniformément distribuée. Tandis que  $X_P$  est une variable aléatoire discrète dépendant de la valeur de  $t_r$ .

Alors, dans ce cas,  $X = X_p + X_H$  est une variable aléatoire représentant les temps de déplacement horizontal vers n'importe quels casier dans le système de stockage.  $X$  est la somme de deux variables aléatoires  $X_p$  et  $X_H$  ayant respectivement des fonctions de distributions  $g_p(K)$  et  $g_H(K)$ .

Selon les dimensions du système et la vitesse d'ouverture de l'allée de service, autrement dit, selon les valeurs de  $t_p$ ,  $t_h$ ,  $t_v$  et de  $t_r$ . De nombreux cas apparaissent dans cette étude. Dans un premier temps, nous pouvons illustrer les différents cas dans le tableau suivant (**Tableau 3.1**) :

**Tableau 3.1** : Différents cas possible

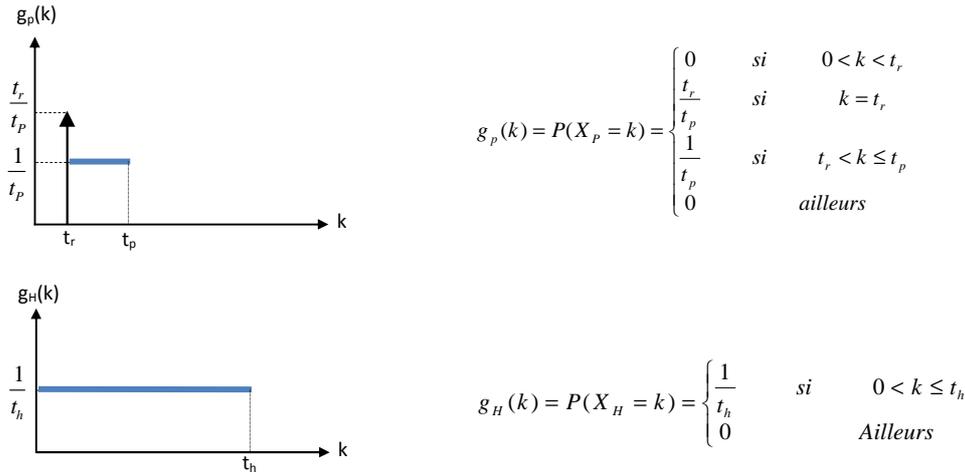
	$t_p < t_h$	$t_p > t_h$
$t_r < t_p$ et $t_r < t_h$	<p>The graph for <math>g_p(k)</math> shows a uniform distribution from <math>t_r</math> to <math>t_p</math> with a height of <math>\frac{1}{t_p}</math>. The graph for <math>g_h(k)</math> shows a uniform distribution from 0 to <math>t_h</math> with a height of <math>\frac{1}{t_h}</math>. The condition <math>t_r &lt; t_p</math> and <math>t_r &lt; t_h</math> is noted.</p> <p style="text-align: center;"><b>Cas N°1</b></p>	<p>The graph for <math>g_p(k)</math> shows a uniform distribution from <math>t_r</math> to <math>t_p</math> with a height of <math>\frac{1}{t_p}</math>. The graph for <math>g_h(k)</math> shows a uniform distribution from 0 to <math>t_h</math> with a height of <math>\frac{1}{t_h}</math>. The condition <math>t_p &gt; t_h</math> is noted.</p> <p style="text-align: center;"><b>Cas N°4</b></p>
$t_r < t_p$ et $t_r > t_h$		<p>The graph for <math>g_p(k)</math> shows a uniform distribution from <math>t_r</math> to <math>t_p</math> with a height of <math>\frac{1}{t_p}</math>. The graph for <math>g_h(k)</math> shows a uniform distribution from 0 to <math>t_h</math> with a height of <math>\frac{1}{t_h}</math>. The condition <math>t_r &lt; t_p</math> and <math>t_r &gt; t_h</math> is noted.</p> <p style="text-align: center;"><b>Cas N°5</b></p>

$t_r > t_p$	 <p style="text-align: center;"><i>Cas N°2</i></p>	 <p style="text-align: center;"><i>Cas N°6</i></p>
$t_r > t_p$ et $t_r > t_h$	 <p style="text-align: center;"><i>Cas N°3</i></p>	

### 3.3.2.1 Formulation mathématique du Cas N°1 ( $t_r < t_p < t_h$ ):

Ce premier cas représente un système avec les caractéristiques suivantes :

- Le temps nécessaire pour parcourir l'allée principale du système ( $t_p$ ) est inférieur au temps nécessaire pour parcourir la longueur d'un rack ou de la longueur d'une allée ( $t_h$ )
- Le temps de glissement des racks ( $t_r$ ) est inférieur au temps nécessaire pour parcourir l'allée principale du système ( $t_p$ )
- La valeur du temps nécessaire pour parcourir la hauteur d'un rack ( $t_v$ ) donne d'autres cas comme présenté ci-après.



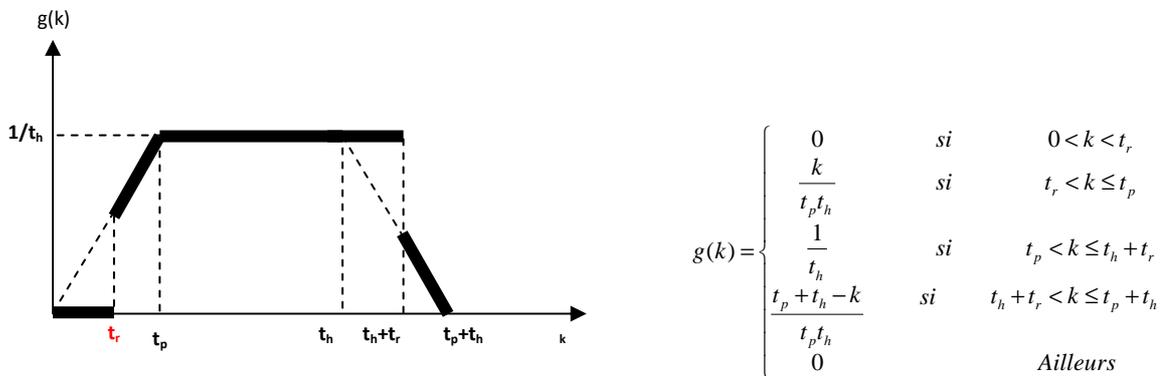
**Figure 3.6** Cas N°1 - Distributions continues approchées des variables  $X_p$  et  $X_H$

Parce que le déplacement horizontal de la machine S/R est la somme de deux déplacements horizontaux  $X_p$  et  $X_H$  (Figure 3.5), alors la distribution de cette somme  $X$  (noté  $g(k)$ ) est le produit de convolution des deux fonctions  $g_p(k)$  et  $g_H(k)$ , tel que  $g_p(k)$  et  $g_H(k)$ , sont les fonctions de densité de probabilité des deux variables aléatoires  $X_p$  et  $X_H$  respectivement.

Le produit de convolution de ces deux fonctions est une autre fonction qui est définie par :

$$\begin{aligned} g(k) &= g_p(k) * g_H(k) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} g_p(u) \cdot g_H(k-u) \cdot du \\ &= \int_0^k g_p(u) \cdot g_H(k-u) \cdot du \end{aligned}$$

Après calcul de ce produit de convolution, on trouve la distribution aléatoire  $g(k)$  de la variable  $X$  modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R présentée sur la (figure 3.7) et dans l'expression suivante :



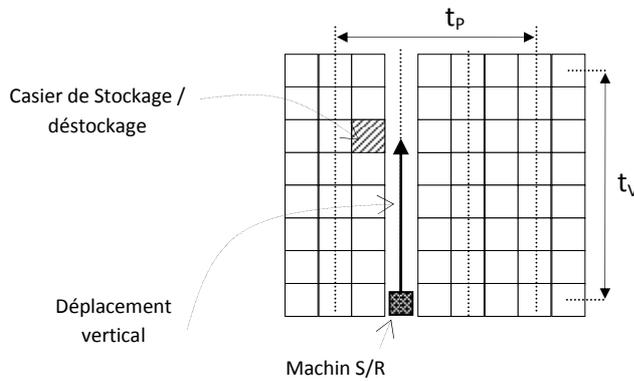
**Figure 3.7** Distribution aléatoire de la variable  $X$  modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R

La fonction de répartition  $G(k)$  de cette fonction est donnée par :

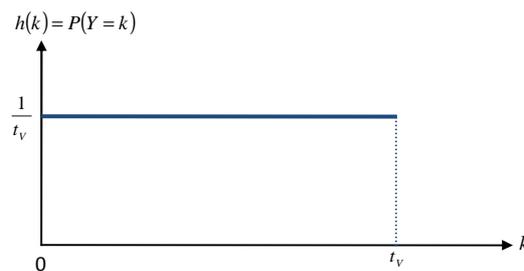
$$G(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k < t_r \\ \frac{k^2 - t_r^2}{2t_p t_h} & \text{si } t_r < k \leq t_p \\ \frac{2t_p k - t_p^2 - t_r^2}{2t_p t_h} & \text{si } t_p < k \leq t_h + t_r \\ \frac{2t_p k - t_p^2 - (t_h - k)^2}{2t_p t_h} & \text{si } t_h + t_r < k \leq t_p + t_h \\ 1 & t_p + t_h < k \end{cases}$$

**- Déplacement vertical :**

Passons maintenant au déplacement vertical, la figure 3.8 présente une vue de face d'un AS/RS à rack glissant. Etant donné que la variable  $Y$  modélisant le déplacement vertical de la machine S/R suit une loi uniforme de telle façon que la probabilité de n'importe quelle valeur  $k$  dans l'intervalle  $[0, t_H]$  est égale à  $1/t_H$ , donc, la distribution de cette variable aléatoire peut être rapprochée par une distribution continue présentée dans la figure 3.9.



**Figure 3.8** Déplacement vertical de la machine S/R (vue de face)



**Figure 3.9** Distribution de probabilité de la variable aléatoire  $Y$  modélisant le déplacement vertical de la machine S/R

Cette fonction de densité de probabilité a pour valeur :

$$h(k) = P(Y = k) = \begin{cases} \frac{1}{t_v} & \text{si } 0 < k \leq t_v \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Par conséquent sa fonction de répartition peut être donnée par:

$$H(k) = P(Y \leq k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \leq 0 \\ \frac{k}{t_v} & \text{si } 0 < k \leq t_v \\ 1 & \text{si } k > 0 \end{cases}$$

Même dans ce type d'AS/RS, malgré l'influence du temps  $t_r$  sur le comportement du système, le temps de déplacement total de la machine S/R reste toujours le maximum entre le déplacement horizontal et le déplacement vertical  $Max(X,Y)$ . De ce fait, la fonction de repartition de  $Max(X,Y)$  notée par F est donnée par :

$$\begin{aligned} F(k) &= P(\text{Max}(X, Y) \leq k) \\ &= P(X \leq k \ \& \ Y \leq k) \\ &= P(X \leq k) \cdot P(Y \leq k) \\ &= G(k) \cdot H(k) \end{aligned} \tag{6}$$

Par conséquent, la fonction de densité de probabilité  $f(k)$  du temps de déplacement total de la machine S/R est simplement la dérivée de  $F(k)$  .

$$\begin{aligned} f(k) &= F'(k) \\ &= g(k) \cdot H(k) + G(k) \cdot h(k) \end{aligned} \tag{7}$$

5 cas se présentent, alors, dans le calcul de  $F(k)$ :

- 1<sup>er</sup> cas :  $0 < t_v \leq t_r$
- 2<sup>eme</sup> cas :  $t_r < t_v \leq t_p$
- 3<sup>eme</sup> cas :  $t_p < t_v \leq t_h + t_r$
- 4<sup>eme</sup> cas :  $t_h + t_r < t_v \leq t_p + t_h$
- 5<sup>eme</sup> cas :  $t_p + t_h < t_v$

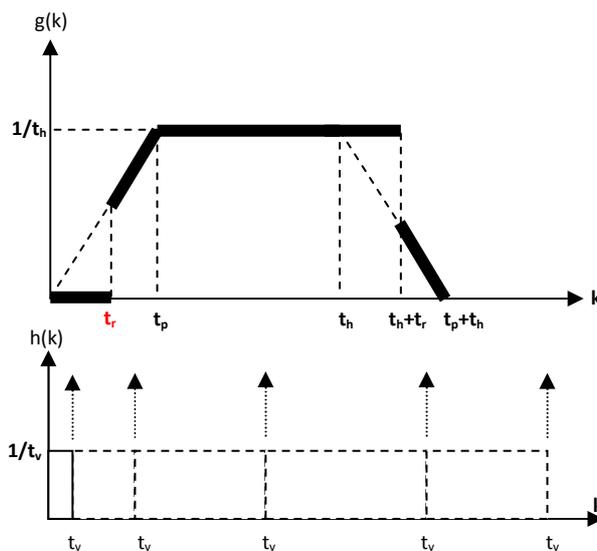


Figure 3.10 Présentation des cinq cas possibles

Prenant comme exemple le premier cas :  $0 < t_v \leq t_r$ , pour calculer le temps moyen  $(E(SC)_1)$  nécessaire pour atteindre un casier afin de faire une opération de stockage ou bien de déstockage dans tout le système, nous devons calculer d'abord  $F(k)$ :

$$F(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < k \leq t_v \\ 0 & \text{si } t_v < k \leq t_r \\ \frac{k^2 - t_r^2}{2t_p t_h} & \text{si } t_r \leq k < t_p \\ \frac{2t_p k - t_p^2 - t_r^2}{2t_p t_h} & \text{si } t_p < k \leq t_h + t_r \\ \frac{2t_h k - t_h^2 - (k - t_p)^2}{2t_p t_h} & \text{si } t_h + t_r \leq k < t_p + t_h \\ 1 & \text{si } t_p + t_h < k \end{cases}$$

En utilisant la formule (16) présentée dans le chapitre 2, et parce que  $f(k)$  est réduit à zéro en dehors de l'intervalle  $[0, t_p + t_h]$ , on obtient alors:

$$E(SC_1) = t_p + t_h - \int_0^{t_p + t_h} F(k) dk$$

$$E(SC_1) = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_r^2}{2t_p}$$

De la même façon nous pouvons calculer le reste des cas possibles pour obtenir les résultats suivants:

- **1<sup>er</sup> cas** :  $0 < t_v \leq t_r$

$$E(SC_1) = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_r^2}{2t_p} \quad (8)$$

- **2<sup>eme</sup> cas** :  $t_r < t_v \leq t_p$

$$E(SC_1) = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_r^2}{2t_p} + \frac{8t_v t_r^3 - 6t_r^2 t_v^2 + t_v^4 - 3t_r^4}{24t_p t_h t_v} \quad (9)$$

- **3<sup>eme</sup> cas** :  $t_p < t_v \leq t_h + t_r$

$$E(SC_1) = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_r^2}{2t_p} - \frac{(t_p - t_v)^4 + (t_v - t_r)^4 - 2t_v^4 - 4t_v t_r^3 + 2t_r^4 + 4t_v^3 t_r}{24t_p t_h t_v} \quad (10)$$

- **4<sup>eme</sup> cas** :  $t_h + t_r < t_v \leq t_p + t_h$

$$E(SC_1) = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} - \frac{(t_v - t_h)^4 + (t_v - t_p)^4 - t_v^4 - 6t_h^2 t_r^2 + 8t_h t_r^3}{24t_p t_h t_v} \quad (11)$$

- 5<sup>eme</sup> cas :  $t_p + t_h < t_v$

$$E(SC_1) = \frac{t_v}{2} + \frac{3t_h t_r^2 + 3t_p^2 t_h + 4t_r^3 + 3t_p t_h^2 + 2t_p^3}{12t_p t_v} \quad (12)$$

Ces 5 équations présentent le temps moyen  $E(SC_1)$  pour aller du point de dépôt/livraison à n'importe quel casiers dans le système.

Le temps global que met la machine S/R pour retourner au point de dépôt/livraison ne dépend pas de  $t_r$  (figure 3.11);

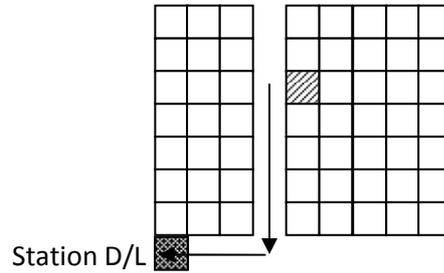


Figure 3.11 Retour au point de dépôt/livraison (vue de haut)

Par conséquent le temps de cycle moyen noté  $E(SC_2)$  est calculé de la même manière présentée dans la section 2.4.2 du chapitre 2. Après calcul nous trouvons l'équation (13), elle peut être simplifiée pour donner l'équation (14). Cette équation représente la moitié du temps moyen du simple cycle d'un AS/RS multi-allées. Elle vaut donc :

$$\overline{E(SC_2)} = \begin{cases} \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h t_v} & \text{si } 0 < t_v \leq t_p \\ \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h} - \frac{(t_v - t_p)^4}{24t_p t_h t_v} & \text{si } t_p < t_v \leq t_h \\ \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h} - \frac{(t_v - t_p)^4 + (t_v - t_h)^4}{24t_p t_h t_v} & \text{si } t_h < t_v \leq t_p + t_h \\ \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h} + \frac{(t_v - t_p - t_h)^4 - (t_v - t_p)^4 - (t_v - t_h)^4}{12t_p t_h t_v} & \text{si } t_v > t_p + t_h \end{cases} \quad (13)$$

$$\overline{E(SC_2)} = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h} + \frac{(t_v - t_p - t_h)^3 \text{Max}(t_v - t_p - t_h, 0) - (t_v - t_p)^3 \text{Max}(t_v - t_p, 0) - (t_v - t_h)^3 \text{Max}(t_v - t_h, 0)}{24t_p t_h t_v} \quad (14)$$

Comme  $E(SC) = E(SC_1) + E(SC_2)$ , il suffit donc d'ajouter la partie  $E(SC_2)$  à n'importe quel cas présenté auparavant selon la configuration du système. 6 domaines de calcul se présentent alors pour calculer le temps moyen de simple cycle d'un AS/RS à rack glissant pour tous les cas possibles définis dans la figure 3.12.

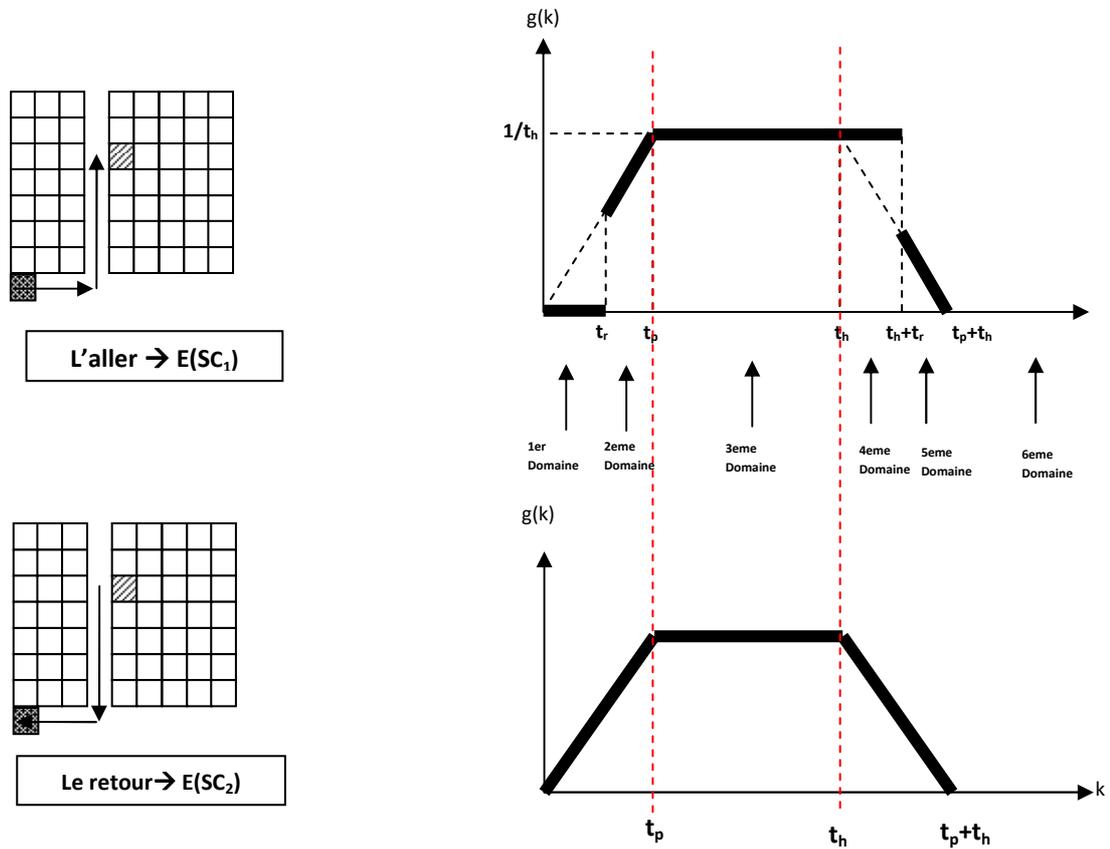


Figure 3.12 Domaines de calcul de  $E(SC)$  pour le cas N°1 ( $t_r < t_p < t_h$ )

**Exemple :**

Si on considère un système avec les paramètres suivants :

$$t_p = 50$$

$$t_h = 70$$

$$t_r = 30$$

$$t_v = 20$$

Cet exemple vérifie les conditions du premier domaine dans la figure 3.12:

Il faut prendre alors le premier cas dans l'aller :  $0 < t_v \leq t_r$

$$E(SC_1) = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_r^2}{2t_p}$$

Et l'équation du domaine  $0 < t_v \leq t_p$  dans le retour.

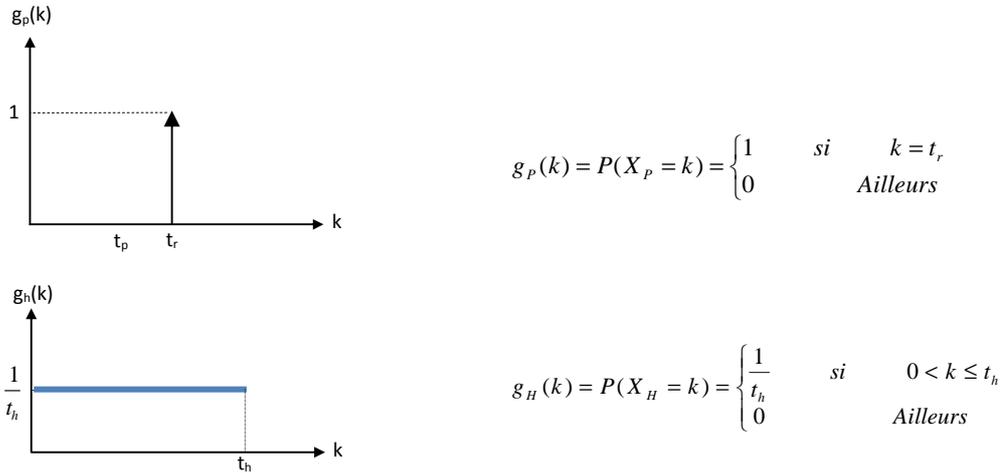
$$E(SC_2) = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h t_v}$$

Nous avons donc :

$$\begin{aligned} E(SC) &= \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_r^2}{2t_p} + \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h t_v} \\ &= t_p + t_h + \frac{t_r^2}{2t_p} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h t_v} \\ &= 129.004 \end{aligned}$$

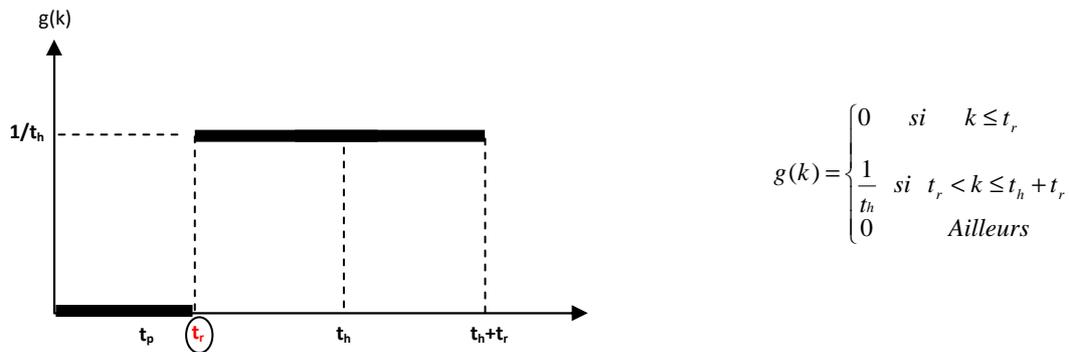
### 3.3.2.2 Formulation mathématique du Cas N°2 ( $t_p < t_r < t_h$ ):

Dans le deuxième cas, le temps de glissement des racks ( $t_r$ ) est supérieur au temps nécessaire pour parcourir l'allée principale du système ( $t_p$ ). Ce cas est caractérisé par les deux distributions continues approchées des variables  $X_p$  et  $X_H$  (figure 3.13). Les variables  $X_p$  et  $X_H$  représentent les deux déplacements horizontaux présentés sur la figure 3.5.



**Figure 3.13** Cas N°2 - Distributions continues approchées des variables  $X_p$  et  $X_H$

Par conséquent, la distribution aléatoire  $g(k)$  de la variable  $X$  modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R est le produit de convolution des deux densités  $g_p(k)$  et  $g_h(k)$ , elle est donnée par l'expression suivante :



**Figure 3.14** Cas N°2-Distribution aléatoire de la variable  $X$  modélisant le déplacement horizontal de la machine S/R

La fonction de répartition  $G(k)$  de cette fonction est donnée par l'expression suivante:

$$G(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \leq t_r \\ \frac{k-t_r}{t_h} & \text{si } t_r < k \leq t_h + t_r \\ 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$$

Le déplacement vertical de la machine S/R peut être modélisé de la même façon présentée précédemment (figure 3.9), sa fonction de densité de probabilité a pour valeur :

$$h(k) = P(Y = k) = \begin{cases} \frac{1}{t_v} & \text{si } 0 < k \leq t_v \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Par conséquent la fonction de répartition peut être donnée par:

$$H(k) = P(Y \leq k) = \begin{cases} 0 & \text{si } k \leq 0 \\ \frac{k}{t_v} & \text{si } 0 < k \leq t_v \\ 1 & \text{si } k > 0 \end{cases}$$

Puisque  $F(k) = G(k) \cdot H(k)$  alors, trois cas différents apparaissent durant le calcul de cette répartition. Notons que la fonction de densité de probabilité  $f(k)$  modélisant le temps de déplacement total de la machine S/R pour atteindre un casier de stockage est simplement la dérivée de  $F(k)$ .

- 1<sup>er</sup> cas :  $t_v < t_r$
- 2<sup>eme</sup> cas :  $t_r < t_v < t_h + t_r$
- 3<sup>eme</sup> cas :  $t_v > t_h + t_r$

Après le calcul de  $F(k)$ , nous utilisons la formule (16) présentée dans le chapitre 2, et parce que  $f(k)$  est réduit à zéro en dehors de l'intervalle  $[0 \ t_r + t_h]$ , on obtient alors:

$$E(SC_1) = (t_r + t_h) - \int_0^{t_r + t_h} F(k) dk$$

$$E(SC_1) = \begin{cases} \frac{1}{2} t_h + t_r & \text{si } t_v \leq t_r \\ \frac{1}{2} t_h + t_r + \frac{(t_v - t_r)^3}{6 t_h t_v} & \text{si } t_r < t_v \leq t_h + t_r \\ \frac{1}{2} t_h + t_r + \frac{(t_v - t_r)^3}{6 t_h t_v} + \frac{(t_h + t_r - t_v)^3}{6 t_h t_v} & \text{si } t_v > t_h + t_r \end{cases} \quad (15)$$

Après simplification, nous trouvons le temps moyen de simple cycle que fait la machine S/R pour aller à un casier de stockage/déstockage.

$$E(SC_1) = \frac{1}{2} t_h + t_r + \frac{\max(0, t_v - t_r)^3}{6 t_h t_v} + \frac{\min(0, t_h + t_r - t_v)^3}{6 t_h t_v} \quad (16)$$

Le temps global que met la machine S/R pour retourner au point de dépôt/livraison ne dépend pas de  $t_r$  (figure 3.11); il est représenté par l'équation (14) :

$$\overline{E(SC_2)} = \frac{t_p}{2} + \frac{t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h} + \frac{(t_v - t_p - t_h)^3 \text{Max}(t_v - t_p - t_h, 0) - (t_v - t_p)^3 \text{Max}(t_v - t_p, 0) - (t_v - t_h)^3 \text{Max}(t_v - t_h, 0)}{24t_p t_h t_v}$$

$E(SC) = E(SC_1) + E(SC_2)$ . Alors, selon la configuration du système, 6 domaines de calcul se présentent pour calculer le temps moyen de simple cycle d'un AS/RS à racks glissants (Figure 3.15).

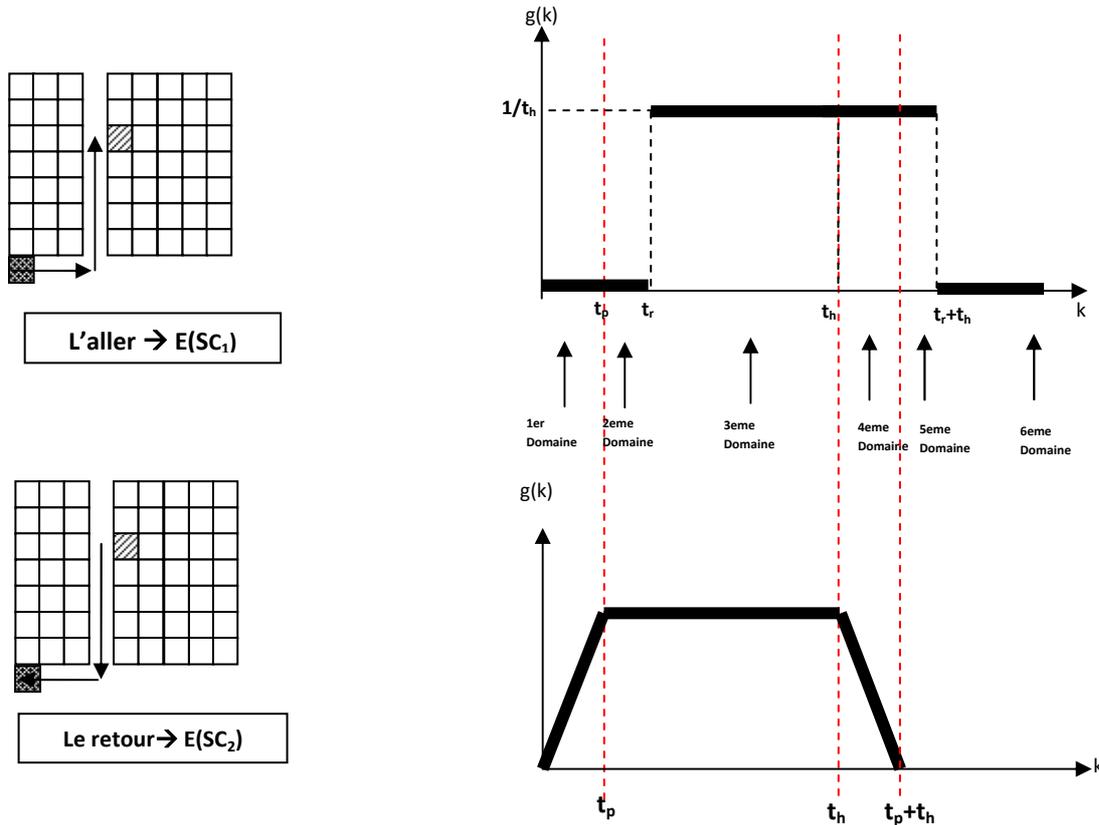


Figure 3.15 Domaines de calcul de  $E(SC)$  pour le cas  $N^2$  ( $t_p < t_r < t_h$ )

Finalement, dans ce cas, le temps moyen de simple cycle d'un AS/RS à racks glissants après simplification est donné par l'expression suivante (15):

$$E(SC) = t_h + t_r + \frac{1}{2}t_p + \frac{\max(0, t_v - t_r)^3}{6t_h t_v} + \frac{\min(0, t_h + t_r - t_v)^3}{6t_h t_v} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h} + \frac{(t_v - t_p - t_h)^3 \max(0, t_v - t_p - t_h) - (t_v - t_p)^3 \max(0, t_v - t_p) - (t_v - t_h)^3 \max(0, t_v - t_h)}{24t_p t_h t_v} \quad (15)$$

Suivant le même raisonnement et les mêmes étapes de calculs, nous pouvons calculer les différents cas restants. Par conséquent, les expressions mathématiques des temps moyens de simple cycle développés, peuvent être utilisés dans plusieurs situations: pour établir les standards de performances des systèmes existants, pour déterminer les performances de différentes configurations d'AS/RS à racks glissants au moment de la conception, faire une

comparaison entre les performances des AS/RS à racks glissants avec d'autres types d'AS/RS et comparer différentes techniques de stockage pour améliorer les performances de ce type d'AS/RS.

### 3.4 Modélisation mathématique du temps de double cycle d'un AS/RS à racks glissants

#### 3.4.1 Modèle discret

Comme mentionné dans le chapitre 2, nous pouvons subdiviser le temps que met la machine S/R pour opérer en double cycle en trois temps :

- 1- le temps de déplacement de la machine S/R vers le casier de stockage ( $E(SC_1)$ ),
- 2- le temps de déplacement de la machine S/R du casier de stockage vers le casier de déstockage ( $E(TB)$ ),
- 3- le temps de retour de la machine S/R depuis ce casier de déstockage vers la station de dépôt/livraison ( $E(SC_2)$ ).

Nous obtenons alors :  $E(DC)=E(SC_1)+E(TB)+E(SC_2)$

Après le calcul du temps de double cycle pour tous les casiers, on obtient l'expression suivante (**Sari 1998**)

$$\overline{E(DC)} = \frac{4}{N^2 - 2N} \left[ \sum_{k_1=1}^{M/2} \sum_{i_1=1}^{N_h} \sum_{j_1=1}^{M/2} \sum_{k_2=1}^{N_h} \sum_{i_2=1}^{M/2} \sum_{j_2=1}^{N_h} \left[ \begin{aligned} &\max(t'_h | 0 - i_1 | + \max(k_1 - 1)t'_p ; t_r) ; t'_v | 1 - j_1 | \\ &+ \max(t'_h | i_2 - 0 | + (k_2 - 1)t'_p ; t'_v | j_2 - 1 |) \\ &+ \max(t'_h | i_2 - i_1 | + \min(|k_2 - k_1|; 1)(2t'_h \min(i_1, i_2) + \max(t_r ; |k_2 - k_1|t'_p)) ; t'_v | j_2 - j_1 |) \end{aligned} \right] \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^{M/2} \sum_{i=1}^{N_h} \sum_{j=1}^{N_h} \max(t'_h | 0 - i | + \max(k - 1)t'_p ; t_r) ; t'_v | 1 - j | + \max(t'_h | i - 0 | + (k - 1)t'_p ; t'_v | 1 - j |) \right] \quad (16)$$

#### 3.4.2 Modèle continu

Sous un fonctionnement en double cycle dans la même allée, selon **Bozer et White (1984)**, la moyenne de déplacement entre deux casiers aléatoires est donnée par l'expression :

$$\overline{E(TB)} = \frac{\text{Max}(t_v, t_h)}{3} + \frac{\text{Min}^2(t_v, t_h)}{6\text{Max}(t_v, t_h)} - \frac{\text{Min}^3(t_v, t_h)}{30\text{Max}^2(t_v, t_h)} \quad (17)$$

Par conséquent, pour n'importe quelle dimension du système, autrement dit, pour tous les cas possibles étudiés précédemment, il suffit d'ajouter le temps nécessaire pour aller d'un casier de stockage vers un autre casier de déstockage  $E(TB)$  (expression 17), au temps moyen de simple cycle  $E(SC)$  qui correspond au cas étudié.

#### Exemple :

Prenons le cas N°2 où ( $t_p < t_r < t_h$ ) :

$$E(DC) = E(TB) + E(SC)$$

$$E(DC) = t_h + t_r + \frac{1}{2}t_p + \frac{\max(t_v, t_h)}{3} + \frac{\min^2(t_v, t_h)}{6 \max(t_v, t_h)} + \frac{\min^3(t_v, t_h)}{30 \max^2(t_v, t_h)} + \frac{\max(0, t_v - t_r)^3}{6t_h t_v} + \frac{\min(0, t_h + t_r - t_v)^3}{6t_h t_v} + \frac{t_v^3}{24t_p t_h} + \frac{(t_v - t_p - t_h)^3 \max(0, t_v - t_p - t_h) - (t_v - t_p)^3 \max(0, t_v - t_p) - (t_v - t_h)^3 \max(0, t_v - t_h)}{24t_p t_h t_v} \quad (18)$$

### 3.5 Validation

Après le développement et la modélisation mathématique présentée précédemment, nous passons à la validation des modèles développés. Ainsi, nous avons pris une variété de configurations d'AS/RS à racks glissants. Ces configurations représentent plusieurs dimensions correspondant aux différents cas étudiés auparavant.

Par comparaison avec le modèle discret, nos résultats présentés sur le tableau 3.2 et la figure 3.16 démontrent que notre modèle peut être un outil fiable et peut contribuer à la conception et à l'optimisation des AS/RS à racks glissants.

**Tableau 3.2** : Comparaison entre les résultats donnés par le modèle continu et le modèle discret

Configuration.	1	2	3	4	5	6	7	8
N	400	720	1000	1000	3000	10800	40000	60000
M	10	6	4	4	15	24	20	6
N <sub>L</sub>	10	10	10	10	20	30	40	100
N <sub>H</sub>	4	12	25	25	10	15	50	100
t <sub>v</sub>	3	11	24	24	9	14	49	99
t <sub>h</sub>	10	10	10	10	20	30	40	100
t <sub>p</sub>	8	4	2	2	13	22	18	4
t <sub>r</sub>	9	8	4	10	15	28	30	10
E(SC) Modèle discret	24,02	22,13	27,32	30,44	39,43	70,19	86,22	139,97
E(SC) Modèle continu	23,01	21,19	26,79	29,79	41,61	69,17	85,29	139,23

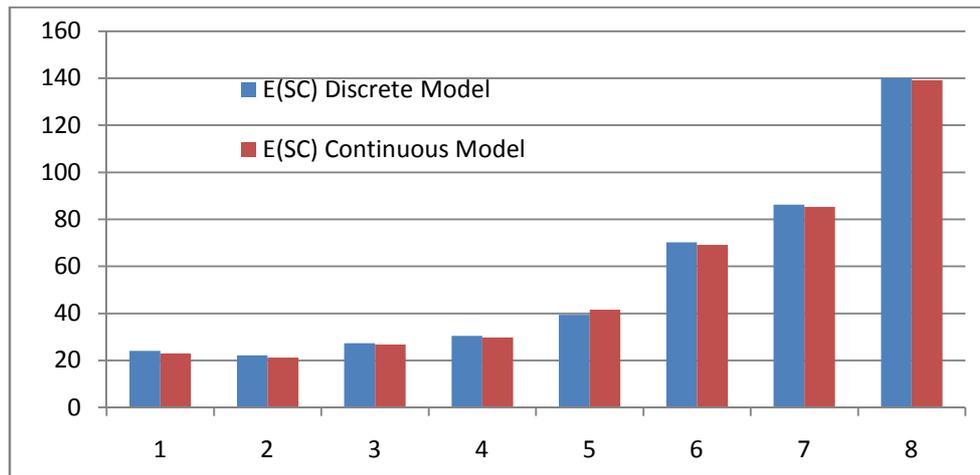


Figure 3.16. Comparaison entre les résultats donnés par le modèle continu et le modèle discret

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les AS/RS à racks glissants qui sont une variation des AS/RS multi-allées. Après une définition et une présentation générale du système (**section 3.2**), nous avons abordé la modélisation et la formulation mathématique.

Nous avons présenté, en deuxième partie de ce chapitre (**section 3.3**), toutes les étapes de modélisations mathématiques. Nous avons présenté deux modèles du temps de simple cycle d'un AS/RS à racks glissants : un modèle continu approché et un modèle discret exact. Ces deux modèles sont comparés pour valider le modèle que nous avons développé (**section 3.5**). La procédure adoptée dans le développement de ces modèles est similaire à celle utilisée pour le développement des modèles de temps de simple cycle de l'AS/RS multi-allées présentée dans le chapitre 2. Le développement du modèle du temps de simple cycle ainsi que sa validation expérimentale ont fait l'objet de plusieurs communications **Guezen et al (2011a, 2011b)**, **Guezen et al. (2014)**.

Dans la section 3.4, nous avons présenté la modélisation mathématique du temps de double cycle d'un AS/RS à racks glissants pour les deux approches.

Dans le chapitre suivant, nous allons développer deux générateurs de modèle de simulation : dans un premier temps, pour mieux comprendre le comportement dynamique des AS/RS multi-allées et à racks glissants, et par la suite, pour valider les résultats trouvés dans les deux chapitres précédents.

## Chapitre 4

---

# Simulation des systèmes automatisés de stockage/déstockage

---

4.1 Introduction .....	80
4.2 Simulation des systèmes de production .....	80
4.2.1. Définition .....	80
4.2.2. Objectifs de la simulation .....	80
4.3 Méthodes analytiques vs simulation.....	81
4.4 Simulation d'un AS/RS à Racks Glissants.....	83
4.4.1 Organigrammes du modèle simulé.....	83
4.4.2 Résultats et interprétations.....	87
4.4.3 Influence de la variation du temps de glissement des racks 'tr' sur les modèles étudiés.....	88
4.5 Simulation d'un AS/RS multi-allées.....	90
4.6 Conclusion.....	94

## 4.1 Introduction

Un système automatisé de stockage/déstockage (AS/RS) est une technologie importante dans la fabrication moderne et dans l'industrie de façon générale. Dans les chapitres précédents, nous avons proposé deux modèles mathématiques : discret et continu permettant de déterminer, pour chaque type de magasin, le temps moyen de simple cycle en fonction de la taille du magasin en termes de nombre de racks, de nombre de casiers par ligne et de nombre de casiers par colonne. Dans ce chapitre, nous nous proposons de valider ces modèles en utilisant la simulation à événements discrets. Dans ce but, en collaboration avec le laboratoire IRCCyN de Nantes, nous avons développé deux générateurs de modèle de simulation sous le logiciel SIMAN Arena de Rockwell software. Ces générateurs permettent de construire automatiquement un modèle de magasin de taille quelconque à partir des spécifications de dimension. Les modèles construits permettent ensuite la détermination expérimentale du temps moyen de simple cycle correspondant au magasin modélisé.

Nous montrons ensuite à travers l'étude de plusieurs configurations différentes de magasin que l'écart du temps de cycle entre le modèle mathématique et la valeur fournie par le simulateur n'excède pas les 5%.

## 4.2 Simulation des systèmes de production

### 4.2.1. Définition

La simulation peut être définie de diverses manières :

- La simulation est un moyen explicatif pour définir un système, un vecteur d'analyse pour déterminer des résultats critiques, un évaluateur de conception pour analyser et évaluer des solutions proposées, ... **Law et Kelton 1991**
- La simulation est l'imitation dans le temps des opérations d'un processus ou d'un système réel. La simulation implique la génération d'une évolution "artificielle" du système, et l'observation de cette évolution pour réaliser des déductions sur les caractéristiques opérationnelles du système réel représenté. **Banks 1999**
- La simulation est une collection de méthodes et d'outils permettant de reproduire totalement ou partiellement le comportement de systèmes réels. Cette technique peut être utilisée par l'intermédiaire de logiciels appropriés (réseaux de Pétri, chaînes de Markov, Arena, Simple++...). **Kelton 1998**

D'après ces définitions, nous voyons que la simulation est une science disposant d'approches pour la modélisation, d'outils pour la programmation, de techniques pour l'exécution, de méthodes pour l'analyse...

### 4.2.2. Objectifs de la simulation

Selon (**George 1998**), la simulation permet d'évaluer les performances d'un système de configuration donnée:

- Au niveau de la structure physique (conception de nouveaux systèmes) ;
- Au niveau du système de décision (exploitation, réorganisation).

Pour finir à une solution intéressante, il faut tester un nombre suffisant de scénarios ou de configurations afin de les comparer et de retenir le plus intéressant. Donc la simulation est une démarche par induction (étude de cas particuliers afin d'aboutir à une conclusion, la plus générale possible) et non par déduction (solution obtenue par un raisonnement, un algorithme).

Dans les systèmes de production, la simulation permet d'évaluer les effets suivants :

- Suppression/adjonction de machines/de main d'œuvre ;
- Modification du processus de fabrication : gammes, temps de fabrication et de préparation ;
- Présence d'aléas de fabrication : pannes machines, rupture des stocks, commandes urgentes ;
- Capacité des stocks ;
- Ordonnancement : politiques de lancement, règles de gestion des files d'attente, affectation des ressources, ...
- Insertion de nouveaux produits/suppression de produits existants.

Bien sûr avant de commencer la simulation d'un système nous devons fixer les critères pour pouvoir aboutir à des bons résultats. Voici quelques critères d'un bon modèle de simulation:

- Connaissance du but de la simulation ;
- Compréhension parfaite du système ;
- Modèle évolutif (démarrer simple ==> complexe) ;
- Modèle complet sur les caractéristiques principales (décrit les phénomènes principaux avec exactitude) ;
- Modèle flexible, facile à modifier et à mettre à jour ;
- Modèle solide qui reste valide face à un grand nombre de situations ;
- Modèle facile à mettre au point ;
- Modèle qui donne des résultats de façon claire.

### 4.3 Méthodes analytiques vs simulation

Plusieurs auteurs tels que **Dallery (1985)**, **Dijk (1999)** et **(Georges Habchi (2001))** ont signalé l'absence d'opposition entre les procédés analytiques et la simulation informatique. Nous rejoignons ces auteurs et nous pouvons même affirmer que les deux approches sont complémentaires. On peut dire aussi que les deux méthodes peuvent intervenir à des étapes différentes du cycle de vie d'un système de production.

L'utilisation des méthodes analytiques est bien adaptée dans les premières phases de la conception d'un système. En effet, dans cette phase de conception, les données sont encore peu précises et il faut tester un grand nombre de configurations. De ce fait, nous préférons avoir des méthodes analytiques rapides même si elles calculent les performances d'un système qu'approximativement, l'inexactitude sur les données étant généralement beaucoup plus importante que sur les résultats.

De plus, l'utilisation des méthodes analytiques est notamment plus intéressante pour déterminer une configuration initiale comme base de départ à des configurations beaucoup plus précises à l'aide de la simulation.

Nous pouvons citer plusieurs points qui distinguent les méthodes analytiques (**Georges Habchi 2001**) :

- Les méthodes analytiques nécessitent généralement des hypothèses qui réduisent et simplifient le modèle.
- Elles ne prennent pas en compte les perturbations.
- Elles prennent en compte uniquement les phénomènes les plus importants
- Les résultats sont exacts pour des modèles simples et de petites tailles.
- Les résultats sont approximatifs pour des modèles complexes.
- Elles ne tiennent pas compte des événements de synchronisation comme l'attente, le blocage, etc....

Tandis que la simulation peut être caractérisée par les points suivant :

- Elle introduit des changements dans le temps (technique temporelle).
- Elle possède un processus de conception de modèle logique et d'expérimentation.
- Elle aide au choix de la politique la plus désirable.
- Elle peut prendre en considération l'aspect stochastique dans la modélisation des systèmes complexes.
- Le modèle peut être détaillé sans contraintes jusqu'au niveau désiré.
- Elle nécessite énormément de données.
- La durée de traitement d'une simulation est souvent plus longue.
- Elle tient compte des phénomènes de synchronisation...

#### 4.4 Simulation d'un AS/RS à Racks Glissants

La simulation à évènements discret permet la reproduction du comportement d'un système complexe difficilement contrôlable et éventuellement soumis à des phénomènes aléatoires. Le comportement du système réel avec toutes ses composantes (physique, informationnelle, décisionnelle) est ainsi remplacé par un modèle virtuel ayant un comportement analogue. Le simulateur est un programme informatique permettant de réaliser des expériences afin d'appréhender le comportement du système réel, d'évaluer ses performances et d'aider à l'anticipation d'éventuelles dérives. Le but de notre simulation est de valider les expressions analytiques proposées aux chapitres 2 et 3.

Pour cela, il nous fallait un modèle permettant de simuler le comportement de magasins ayant des tailles quelconques. Plus qu'un simple simulateur, il nous fallait un outil permettant la génération automatique de modèle de magasin.

Pour simuler les systèmes de stockage étudiés nous avons choisi d'utiliser le logiciel Arena de Rockwell Software. ARENA est un environnement graphique construit autour d'un langage orienté processus appelé SIMAN (**Pegden et al. (1990)**). Ce langage a réduit avec succès les frontières de programmation et a probablement fait que la modélisation en simulation soit accessible à plusieurs utilisateurs non informaticiens. Le système ARENA est un support de modélisation intégré permettant de construire des modèles plus ou moins détaillés pour un large éventail d'applications possibles. ARENA intègre également toutes les fonctions liées à la simulation tel que l'animation, l'analyse des données d'entrée, la vérification du modèle et l'analyse des résultats dans un seul environnement de modélisation (**W. David Kelton et al, 1998**). Enfin et surtout, il intègre une couche VBA (Visual Basic for Application) que nous avons largement utilisée pour notre générateur de modèles.

##### 4.4.1 Organigrammes du modèle simulé

La figure 4.1, ci-dessous, représente l'organigramme qui modélise le fonctionnement de notre modèle. Nous réalisons l'opération d'aller-retour de la machine S/R entre la station de dépôt/livraison et un casier quelconque dans le système pour N observations.

Pour chacune des observations, nous enregistrons la durée de l'opération.

En fin de simulation, nous obtenons la valeur moyenne des observations réalisées.

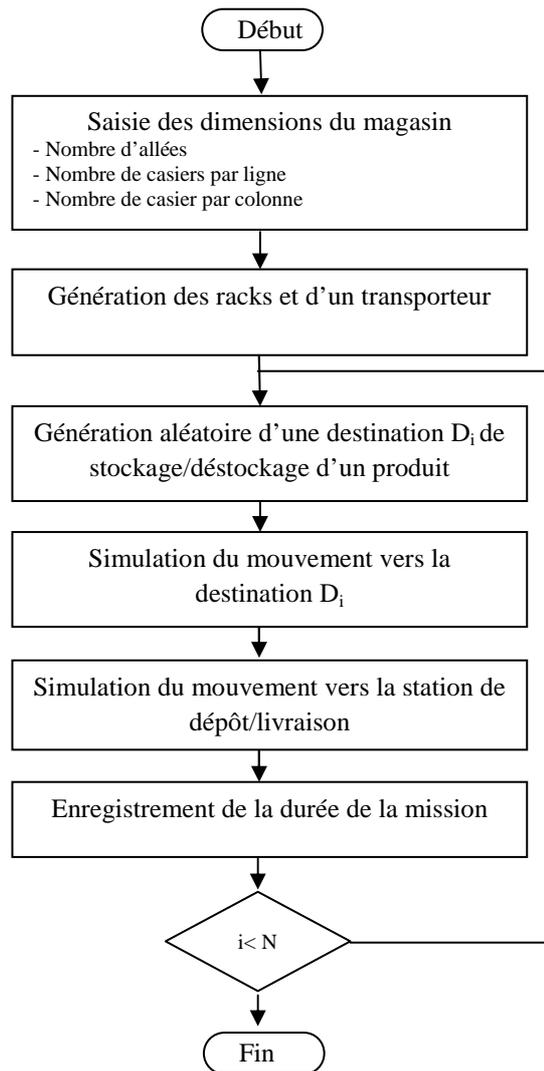
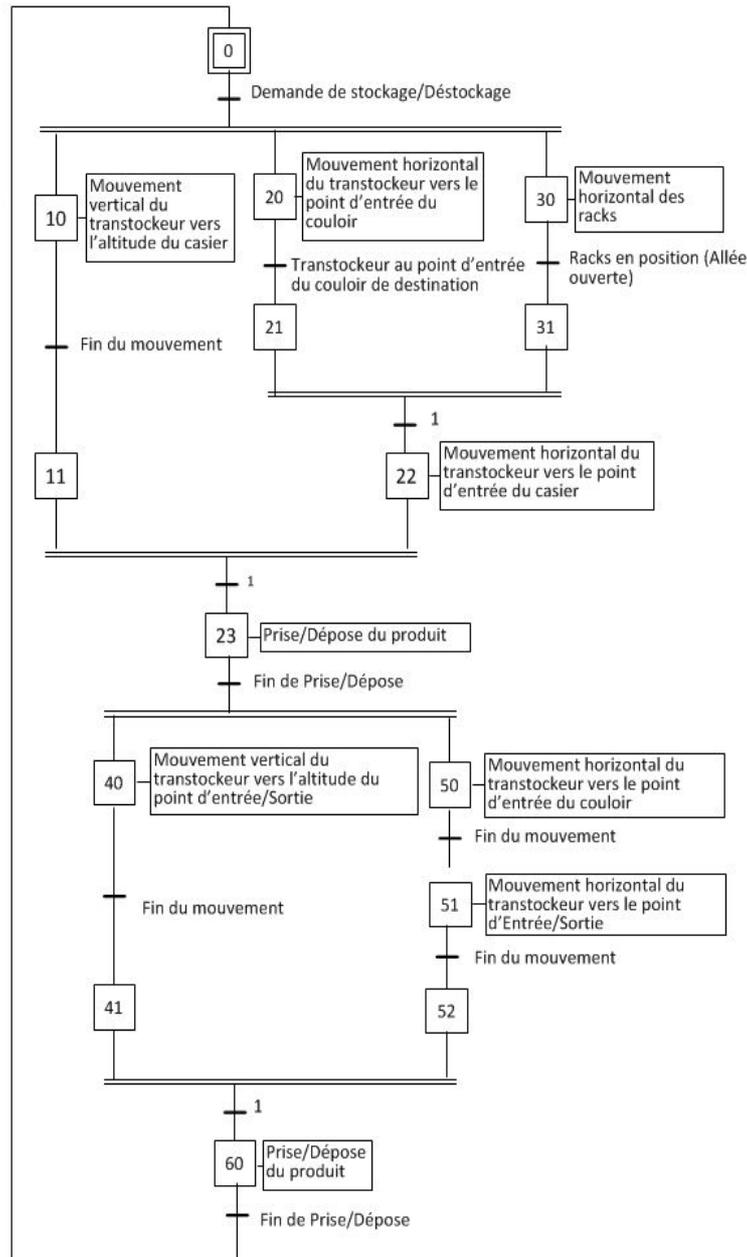


Figure 4.1. Organigramme du fonctionnement de notre simulateur

Le comportement du magasin durant la mission est décrit par un diagramme SFC suivant la norme industrielle de la Commission électrotechnique internationale (Norme CEI 61131-3) décrit dans la figure 4.2.



**Figure 4.2** Diagramme SFC (Norme CEI 61131-3) traduisant le comportement du magasin

Pour faciliter la génération automatique du modèle, nous avons développé une bibliothèque (Template) comportant deux objets :

- L'objet RACK décrit un rack du magasin. Il est caractérisé par sa profondeur. Notons que le rack étant mobile, celui-ci a été modélisé par un transporteur.
- L'objet RACKGLISSANT encapsule tout le modèle de comportement décrit dans les figures 4.1 et 4.2.

Lors de l'ouverture du modèle, un bouton permet le lancement de la génération. Une fenêtre permet alors la saisie des dimensions du magasin (Figure 4.3).

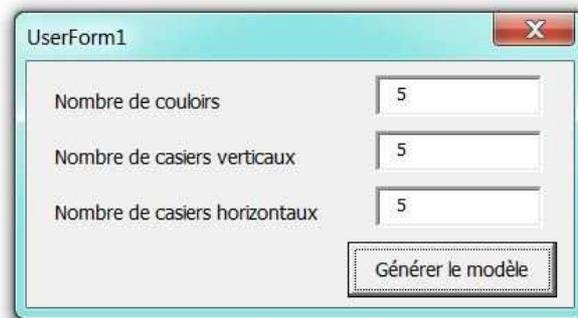


Figure 4.3 Fenêtre de saisie des dimensions du magasin

La génération du modèle se fait alors en trois temps.

- Génération des circuits horizontaux et verticaux de la machine S/R, ainsi que le circuit de déplacement des racks.
- Intégration au modèle des N-1 objets RACKS, N étant le nombre d'allées.
- Intégration au modèle de l'objet RACKGLISSANT.

Le modèle ainsi généré est alors prêt à fonctionner.

La figure 4.4 ci-dessous montre l'animation graphique générée pour un magasin comportant cinq allées ayant chacune une profondeur de 5 casiers.

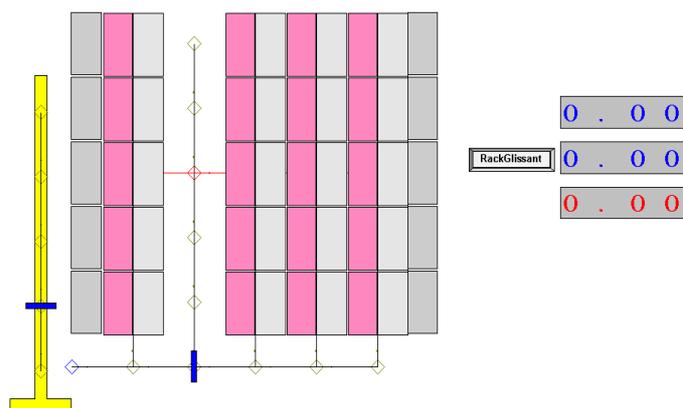


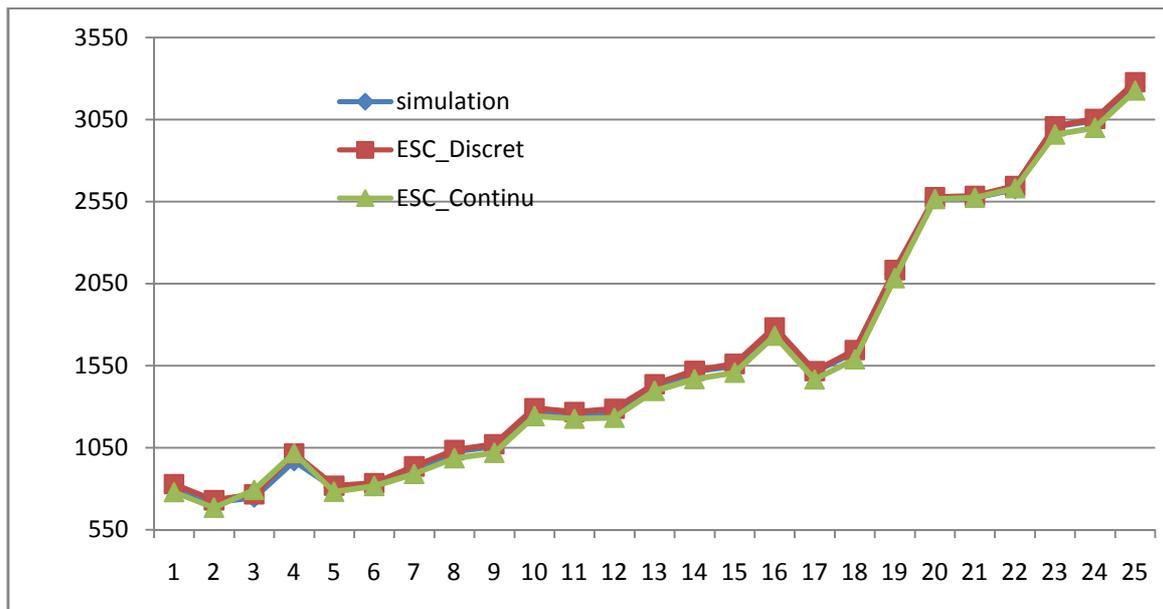
Figure 4.4 Exemple d'animation graphique

### 4.4.2 Résultats et interprétations

Dans cette section, nous comparons les résultats donnés par la simulation avec ceux donnés par les expressions analytiques discrète et continue. Nous avons effectué plusieurs simulations avec différentes configurations (Tableau 4.1). Les structures étudiées varient selon le nombre de casiers dans le système, le temps de glissement des racks, le nombre de casiers par ligne et par colonne et le nombre d'allées.

**Tableau 4.1** : Résultats des configurations simulées (AS/RS à racks glissants)

Configurations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
nbr casiers N	400	800	800	800	1000	1000	1000	2000	2000	2000	4000	4000	4000
Casiers par ligne (NL)	10	5	5	5	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Casiers par colonne (NH)	5	10	10	10	10	10	10	10	10	10	20	20	20
Nbr rack (M)	8	16	16	16	10	10	10	20	20	20	20	20	20
Nbr allées ((M/2))	4	8	8	8	5	5	5	10	10	10	10	10	10
temps de glissement (tr)	200	20	200	500	40	100	250	40	200	500	40	200	500
t'h	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
t'p	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
TP	150	350	350	350	200	200	200	450	450	450	450	450	450
(ESC) Simulation	791,956	716,338	746,67	968,304	804,01	815,544	899,784	1026,58	1057,68	1259,94	1250,62	1267,1	1406,52
(ESC) Modèle discret	828,75	729,75	766,25	1014,37	818,12	833,8	936,5	1035,56	1072,25	1291,05	1267,55	1287,5	1438,12
(ESC) Modèle continu	779,42	683,32	793,13	1016,59	780,72	815,37	890,27	984,81	1018,07	1241,87	1227,61	1232,65	1395,57
configurations	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
nbr casiers N	4000	4000	4000	4000	4000	4000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	
Casiers par ligne (NL)	20	20	20	10	10	10	10	10	10	50	50	50	
Casiers par colonne (NH)	10	10	10	10	10	10	50	50	50	10	10	10	
Nbr rack (M)	20	20	20	40	40	40	20	20	20	20	20	20	
Nbr allées ((M/2))	10	10	10	20	20	20	10	10	10	10	10	10	
temps de glissement (tr)	40	200	500	40	500	1100	40	200	500	40	200	500	
t'h	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
t'p	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
TP	450	450	450	950	950	950	450	450	450	450	450	450	
(ESC) Simulation	1514,46	1549,08	1753,16	1512,78	1631,32	2109,3	2566,62	2572,92	2627,02	3008,18	3044,72	3249,56	
(ESC) Modèle discret	1519,78	1561,13	1783,25	1517,78	1645,75	2133,25	2577,02	2585	2645,25	3010,31	3054,45	3278,3	
(ESC) Modèle continu	1468,33	1506,29	1733,43	1466,49	1589,57	2082,99	2566,18	2572,94	2632,12	2958,38	2999,17	3228,37	



**Figure 4.5** Comparaison entre les résultats de la simulation d'un AS/RS multi allées et les résultats analytiques

La simulation montre que le modèle développé donne des résultats corrects qui suivent parfaitement les résultats donnés par les modèles discret et continu, comme indiqué dans le tableau 4.1 et sur la figure 4.5, sachant que le modèle discret donne des résultats exacts.

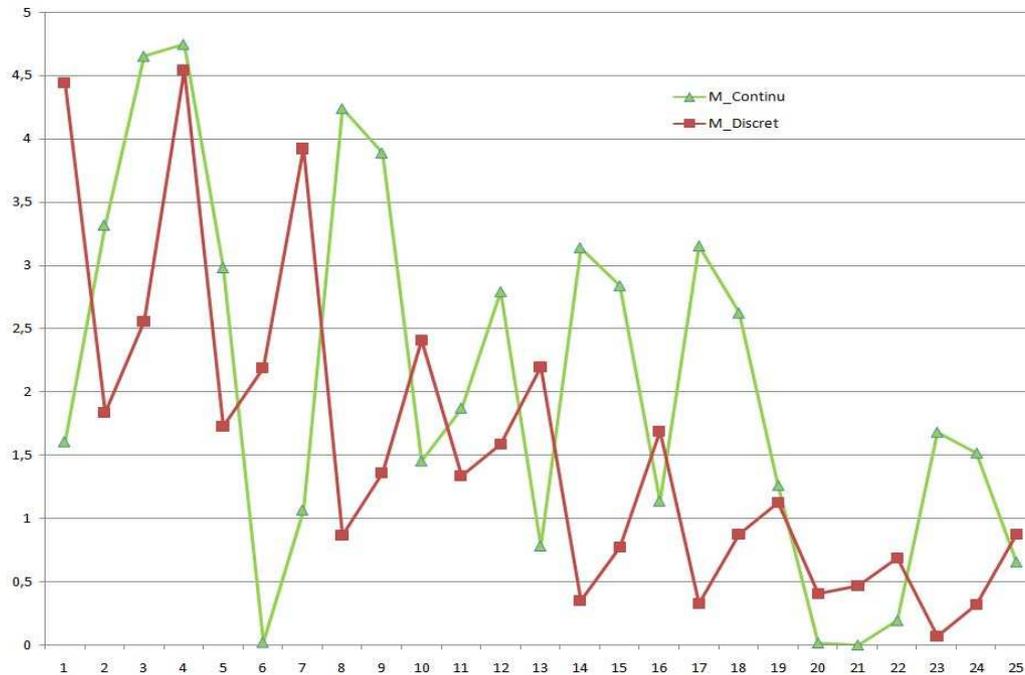


Figure 4.6 Erreur(%) en valeur absolue entre les résultats de simulation et les résultats analytiques

#### 4.4.3 Influence de la variation du temps de glissement des racks ‘ $t_r$ ’ sur les modèles étudiés

Le tableau 4.2 présente les résultats obtenus de la variation de  $t_r$  dans un système à 4000 casiers, ( $N_L=N_H=10$ , nombre d’allées=20,  $t'_p=t'_v=t'_h=50$ ,  $t_p=950$ ) :

Tableau 4.2 Comparaisons des résultats concernant le temps de glissement des racks

$T_r$	Simulation	Modèle discret	Modèle continu
10	1516,5	1516,82	1466,01
50	1517,2	1518,1	1466,79
100	1519,9	1521,7	1469,52
150	1525,2	1527,62	1474,57
200	1532,5	1536,12	1482,24
250	1542,9	1547,37	1492,75
300	1554,5	1561,47	1506,25
350	1574,6	1578,45	1522,75
400	1584,9	1598,25	1542,24
450	1613,8	1620,75	1564,57
500	1635,3	1645,75	1589,57
550	1661,1	1673,25	1617,20
600	1691,4	1703,25	1647,46
650	1720,6	1735,75	1680,36

700	1757,4	1770,75	1715,88
750	1787,7	1808,25	1754,04
800	1824	1848,25	1794,83
850	1867,8	1890,75	1838,25
900	1907,3	1935,75	1884,30
950	1953,5	1983,25	1932,99
1000	2007	2033,25	1982,99
1050	2046,5	2083,25	2032,99
1100	2112,4	2133,25	2082,99
1150	2161,4	2183,25	2132,99
1200	2187,7	2233,25	2182,99
1250	2244,1	2283,25	2232,99
1300	2306,5	2333,25	2282,99
1350	2340,3	2383,25	2332,99

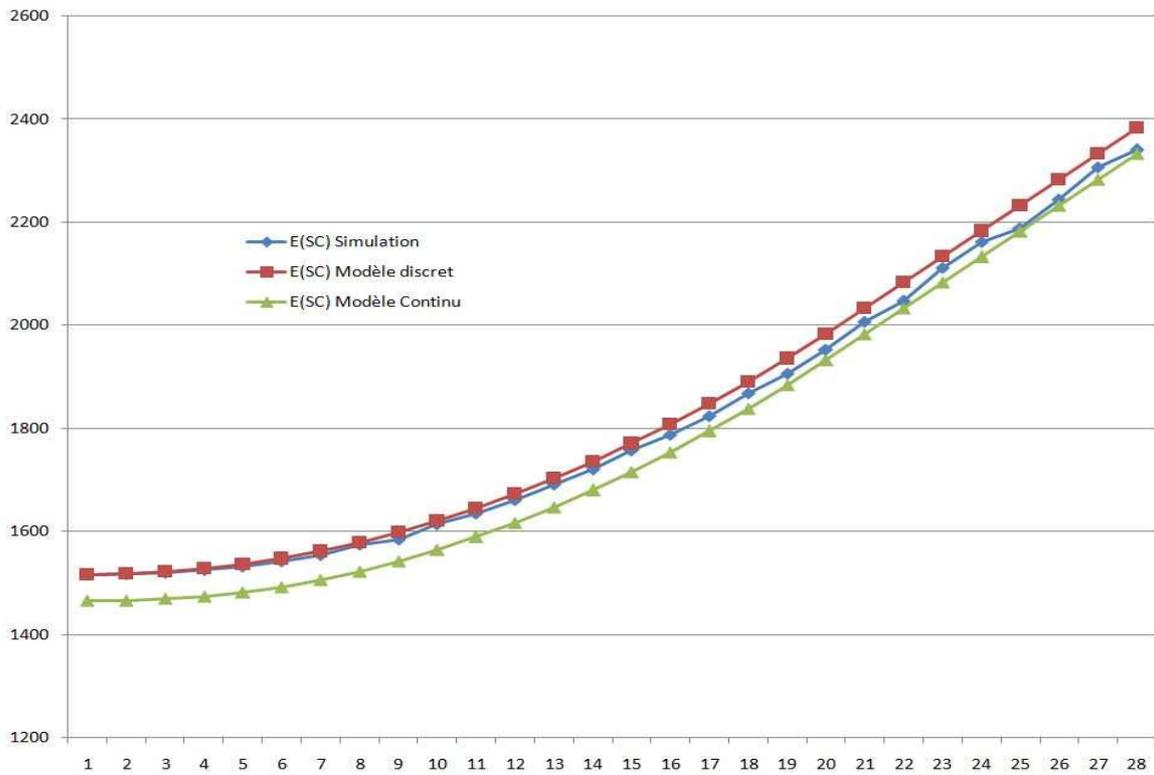
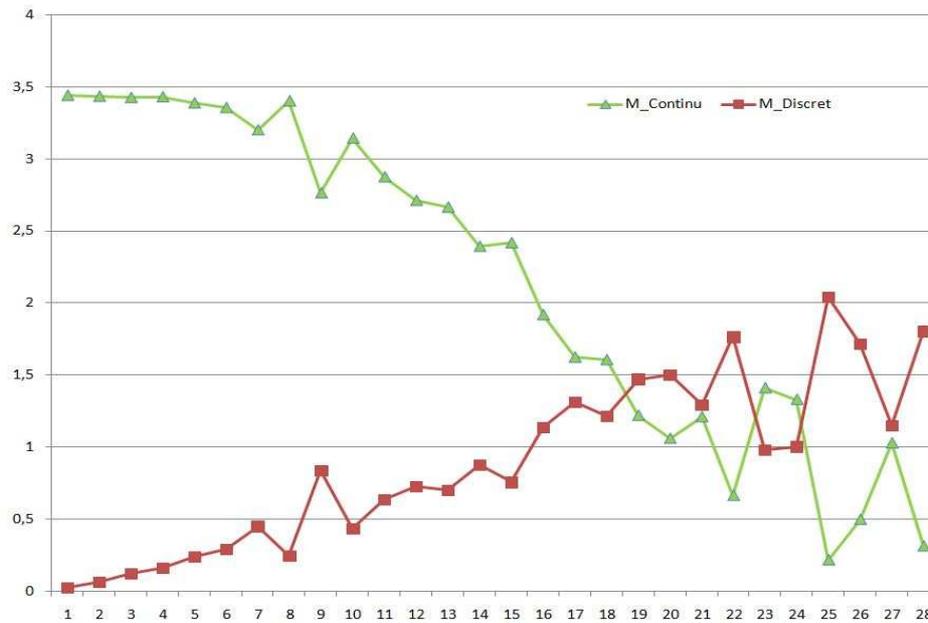


Figure 4.7 Influence de la variation de  $t_r$  sur un système à 4000 casiers



**Figure 4.8** Erreur(%) en valeur absolue entre les résultats de simulation et les résultats analytiques (4000 casiers)

Les résultats présentés sur la figure 4.7 montrent que le temps moyen de simple cycle donné par le modèle de simulation est compris entre ceux donnés par les modèles analytiques.

Ces résultats peuvent être bien expliqués, dus à l'accès deux fois consécutifs de la machine S/R à la même allée. L'ouverture, au préalable de l'allée, engendre un cycle indépendant de la valeur de  $t_r$ , contrairement au modèle analytique qui prend en considération la valeur de  $t_r$  à chaque observation. Ce qui explique l'erreur positive avec le modèle discret montrée sur la figure 4.8.

#### 4.5 Simulation d'un AS/RS multi allées

La démarche de simulation adoptée dans cette section passe par trois étapes distinctes :

L'étape de génération qui consiste à construire le modèle de l'AS/RS multi allées à étudier. Il s'agit de générer n'importe quelle dimension désirée à partir d'une interface graphique simple. L'étape d'expérimentation qui consiste à soumettre ce modèle à un certain type de variations et l'étape de validation qui consiste à confronter les données expérimentales obtenues avec les modèles mathématique développés.

Cette simulation repose sur l'expérimentation à partir d'un modèle exécutable et débouche sur une observation du comportement du système dans le temps. La structure proposée nous permet une étude plus réaliste en termes de modélisation et d'analyse comportementales d'un AS/RS multi allées.

Même dans cette partie du travail, nous avons utilisé le logiciel Arena. Ce dernier a été retenu pour son moteur de simulation reconnu fiable, robuste et performant et également pour son ouverture vers d'autres logiciels grâce à un module d'interface VBA (Visual Basic pour Applications) facilitant la communication avec d'autres applications possédant également ce module.

### 4.5.1 Construction du modèle de simulation

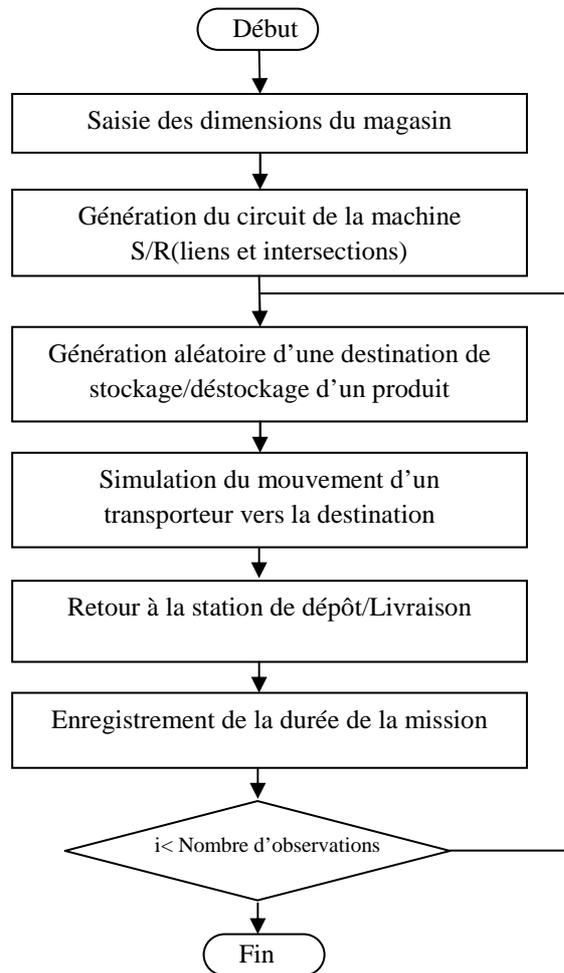


Figure 4.9 Organigramme du fonctionnement de notre générateur de modèles

Une fois le modèle ouvert, une fenêtre permet alors la saisie des dimensions du magasin souhaité (Figure 4.10). Un bouton (Validation) permet le lancement de la génération.

	Nombre	Distance
Casiers par ligne	5	50
Casiers par colonne	5	50
Nombre d'allées	5	50

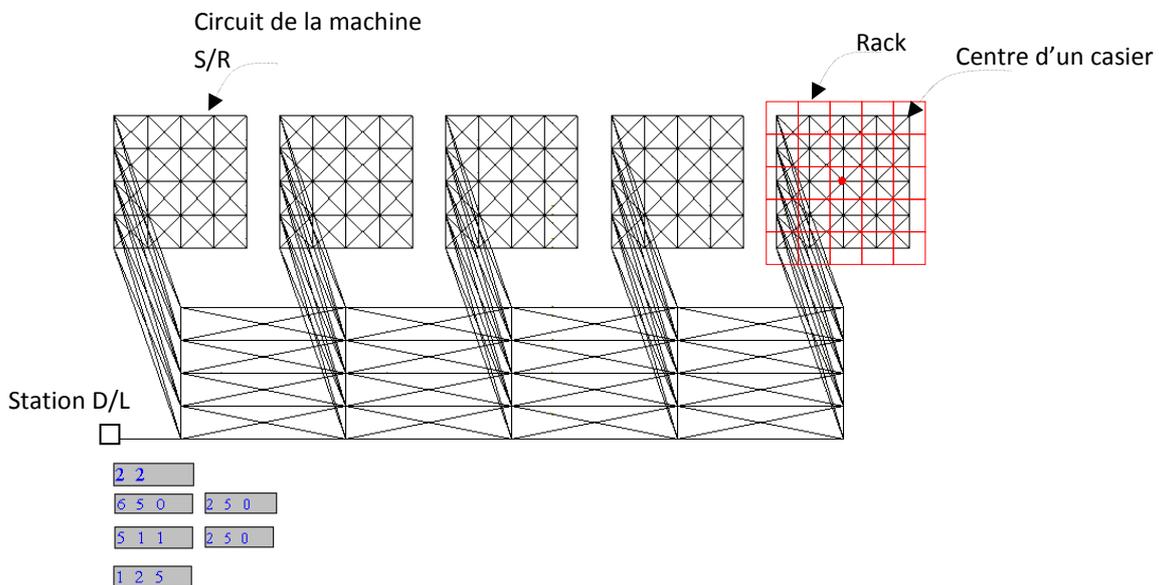
Validation

**Figure 4.10** Fenêtre de saisie des dimensions du magasin

La génération du modèle se fait, alors, par la génération du circuit de la machine S/R comportant tous les liens allant de la station D/L vers le centre des casiers.

La figure 4.11 ci-dessous montre l'animation graphique générée pour un système comportant cinq allées, cinq casiers par ligne et cinq casiers par colonne.

Le modèle généré est capable de mesurer le temps de déplacement de la machine S/R à partir de la station D/L à un casier quelconque généré aléatoirement. Après un certain nombre d'observations fixé dans les paramètres de simulation, le modèle peut alors calculer le temps moyen de simple cycle de la machine S/R.



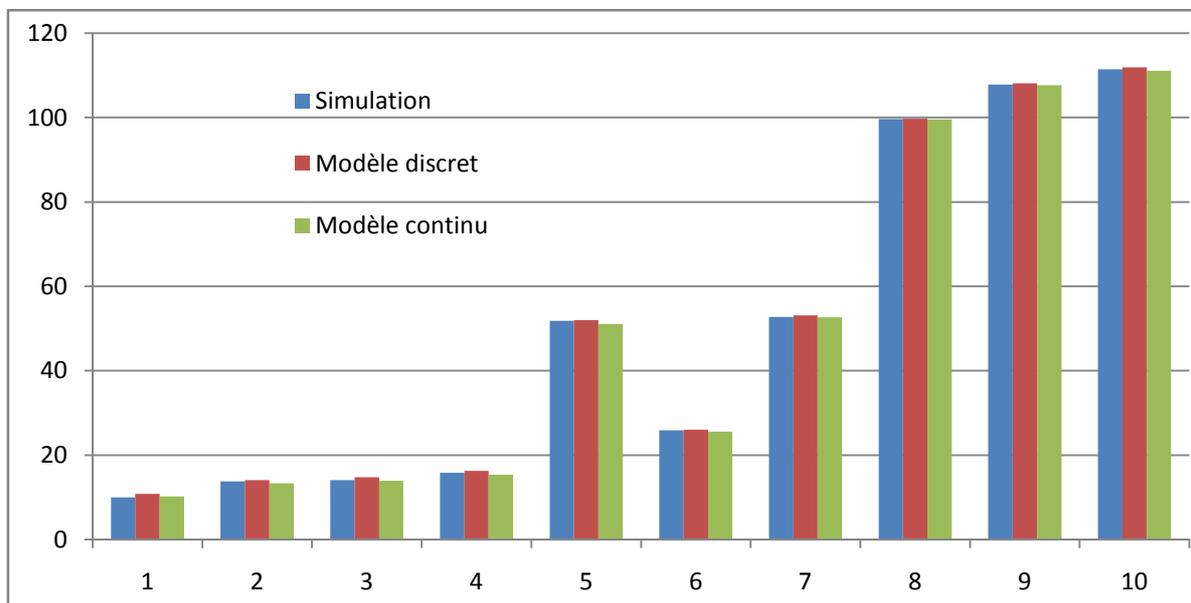
**Figure 4.11** Exemple d'animation graphique

Les résultats obtenus à la fin des simulations nous ont permis une analyse détaillée du comportement dynamique des AS/RS multi-allées.

Pour différentes configurations d'AS/RS multi-allées, en faisant varier les valeurs de  $t_p$ ,  $t_h$  et  $t_v$ , on peut étudier l'impact de la dimension du système sur le temps de simple cycle moyen de la machine S/R. Les résultats obtenus par la simulation sont présentés dans le tableau 4.2 et par la figure 4.12 :

**Tableau 4.2.** Résultats des configurations simulées (AS/RS multi-allées)

Configurations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de casiers dans le système N	200	400	600	1000	1000	1000	10000	10000	20000	50000
Nombre de racks M	4	4	6	10	4	4	10	10	4	10
Nombre de casiers par ligne $N_H$	5	10	10	10	50	10	20	10	50	100
Nombre de casiers par colonne $N_V$	10	10	10	10	5	25	50	100	100	50
Simulation	10.02	13.75	14.08	15.80	51.85	25.9	52.75	99.62	107.82	111.45
Modèle Discret	10,8	14,04	14,73	16,26	52,01	26,02	53,08	99,74	108,1	111,94
Modèle Continu	10,24	13,28	13,92	15,37	51,07	25,61	52,64	99,59	107,67	111,07



**Figure 4.12** Comparaison entre les résultats de la simulation d'un AS/RS multi allées et les résultats analytiques

Malgré la complexité du système étudié, le logiciel ARENA nous a permis de construire et de générer de manière automatique un modèle de simulation très proche de la réalité. Alors, nous avons réussi à générer n'importe quelle configuration voulue et à suivre le comportement d'un

AS/RS multi allées dans le temps. La figure 4.12 fait bien apparaître que les résultats générés par le modèle de simulation suivent parfaitement les résultats produits par les modèles mathématiques.

#### **4.6 Conclusion**

Pour les concepteurs et les gestionnaires des systèmes complexes, la simulation reste toujours l'un des outils d'aide à la décision les plus efficaces. Elle consiste à construire un modèle d'un système réel et à conduire des expériences sur ce modèle afin de comprendre le comportement de ce système et d'en améliorer les performances.

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux générateurs de modèle/ARENA permettant de construire un modèle d'un magasin, quelles que soient ses dimensions. Ces générateurs ont pour but de prévoir les performances d'un système automatisé de stockage/déstockage à rack glissant ou multi-allées.

Plusieurs résultats ont été obtenus en utilisant ces générateurs de modèles. La comparaison entre les résultats analytique et les résultats de la simulation montre un bon comportement des modèles développés. Ces résultats ont une grande importance pour une bonne compréhension du système, choix des dimensions et gestion de ce type d'installation.

Finalement, la conclusion générale fait la synthèse des quatre chapitres de cette thèse et revient sur les résultats obtenus.

## Conclusion générale

Le stockage et la manutention des produits et des palettes sont une étape essentielle dans les processus de production et de distribution. Ils touchent l'ensemble des activités de l'entreprise, de la réception des marchandises à l'expédition des produits finis ou des livraisons triées. Il est donc vital que le stockage dans un système de production soit rapide et efficace.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés aux systèmes automatisés de stockage/déstockage (AS/RS). Dans un premier temps nous avons étudié les AS/RS multi-allées. Par la suite nous avons étudié les AS/RS à rack glissant. Ce type d'AS/RS, très peu étudié, est utilisé en particulier dans l'industrie pharmaceutique et dans les bibliothèques. Il permet d'optimiser l'exploitation de l'espace, en réduisant au minimum le nombre des allées de service.

Nos travaux, dans ce contexte, peuvent être synthétisés et présentés par les points suivants :

- L'état de l'art sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage.
- Le développement d'une nouvelle méthodologie de calcul pour trouver le temps moyen de simple et double cycle.
- Le développement de nouveaux modèles analytiques modélisant le temps moyen de déplacement de la machine S/R dans les deux systèmes étudiés.
- Le développement d'un outil de simulation sous le logiciel SIMAN Arena de Rockwell software afin de générer et de simuler n'importe quelle configuration souhaitée.
- La validation et l'interprétation des résultats.

La plupart des résultats obtenus et particulièrement l'intérêt du modèle continu développé et de la méthodologie de calcul qui lui est associée sont approuvés par les différents comités de lecture de nos publications.

Nous avons donc commencé par une présentation et une analyse générale sur les systèmes automatisés de stockage/déstockage, leurs principaux types d'applications dans le processus industriels, leurs positionnements dans la classification des AS/RS, les typologies de ces systèmes et quelques méthodologies de stockage. Enfin, nous avons présenté un état de l'art et un récapitulatif des travaux réalisés sur les AS/RS.

Ensuite, nous avons étudié les AS/RS multi-allées. Nous avons présenté d'abord une approche discrète. L'exploitation de cette expression discrète dans d'autres domaines de recherche est très difficile. La sommation multiple existant dans l'expression fait accroître la complexité de calcul et rendre la résolution analytique très difficile.

Ces difficultés et complexités de calcul analytique nous ont conduit à envisager une approche continue. Cette approche analytique est basée sur une approximation continue des différentes distributions discrètes exactes modélisant les déplacements horizontal et vertical de la machine S/R.

Dans ce même contexte, nous avons étudié les AS/RS à racks glissants, nous avons commencé par la modélisation mathématique du temps de simple cycle. Dans cette partie, nous avons d'abord présenté l'approche discrète puis l'approche continue, selon les dimensions du système et la vitesse d'ouverture de l'allée de service, autrement dit, selon les valeurs de  $t_p$ ,  $t_h$ ,  $t_v$  et de  $t_r$ . De nombreux cas apparaissent dans cette étude. Par conséquent, nous avons présenté et détaillé le calcul de tous les cas possibles dans cette partie du travail. Nous avons ensuite considéré le déplacement en double cycle. De la même façon nous avons développé les expressions mathématiques modélisant le temps moyen de double cycle. Les modèles approchés développés dans cette partie du travail peuvent en un simple calcul déterminer le temps moyen de stockage et de déstockage d'un AS/RS à rack glissant.

L'étape suivante a été consacrée à la validation des modèles développés. Nous avons alors réalisé une simulation numérique pour différentes configurations afin de comparer et valider les résultats donnés par l'approche continue et ceux donnée par l'approche discrète. A cette étape, nous avons remarqué très clairement que le pourcentage maximum d'erreur entre les deux approches est inférieur à 6%. Ce qui montre que le modèle continue suit parfaitement le modèle exact.

Enfin, nous avons développé un générateur de modèle de simulation sous le logiciel SIMAN Arena de Rockwell software. Ce générateur permet de construire automatiquement un modèle de magasin de taille quelconque à partir des spécifications de dimension. Le modèle construit permet ensuite la détermination expérimentale du temps moyen de simple cycle correspondant au magasin modélisé. Après, nous avons procédé à la validation des résultats en faisant intervenir une phase de test pour comparer les résultats trouvés par la simulation avec ceux trouvés par les expressions mathématiques.

La recherche que nous avons menée dans cette thèse est une contribution à la conception, à l'optimisation et aux techniques de pilotage des systèmes automatisés de stockage /déstockage multi-allées et à racks glissants.

Par ce travail, nous espérons contribuer à l'amélioration des performances des systèmes automatisés de stockage/déstockage de manière globale, en tant qu'approche, technique ou outil d'aide à la décision, et la rendre ainsi, un peu plus « rapide et facile » à travers une utilisation plus aisée et plus conviviale.

Ce travail de thèse a permis de développer plusieurs modèles continus, ces modèles utilisent une approche analytique basée sur une approximation continue des différentes distributions discrètes exactes modélisant les déplacements horizontal et vertical de la machine S/R. L'étude effectuée dans ce travail présente également un intérêt réel pour les systèmes automatisés de stockage/déstockage. Il serait judicieux d'étudier plus en détail les mouvements de la machine S/R en introduisant l'accélération afin de mieux adapter les modèles aux comportements réels du système.

Par la suite, nous proposons d'étudier d'autres structures de magasin à racks glissants, comportant par exemple un deuxième transstockeur situé sur l'arrière du magasin. Ensuite, nous proposons la validation des générateurs par rapport à des données réelles.

## Références Bibliographiques

- Alain (2013)** Alain Fernandez 2013 «Les nouveaux tableaux de bord des managers» Editions Eyrolles, ISBN-13: 9782212556476
- Ashayeri et al. (1985)** Ashayeri J, Gelders L, Van Wassenhove L 1985 «A microcomputer-based optimization model for the design of automated warehouses» *Int J Prod Res* 23(4):825–839.
- Ashayeri et al. (2002)** Ashayeri, J., Heuts, R.M., Valkenburg, M.W.T., Veraart, H.C., and Wilhelm, M.R. 2002 «A geometrical approach to computing expected cycle times for zone-based storage layouts in AS/RS» *International Journal of Production Research* 40(17), 4467-4483.
- Askin (1993)** Askin, R. G. and C. R. Standridge, 1993 «Modelling and Analysis of Manufacturing Systems» John Wiley & Sons, Ed.
- Banks (1999)** Banks.J 1999 «Introduction to Simulation» In *Winter Simulation Conference*, P. Farrington, H. Nembhard, D. Sturrock et G. Evans (Ed.), pp. 7-13.
- Bassan et al. (1980)** Bassan, Y., Roll, Y., and Rosenblatt, M.J. 1980 «Internal layout design of a warehouse» *AIIE Transactions* 12(4), 317-322.
- Berrah (1997)** L. Berrah, 1997 «Une approche d'évaluation de la performance industrielle-Modèle d'indicateur et techniques floues pour un pilotage réactif» Thèse de doctorat en Génie Industriel, INP de Grenoble.
- Bozer et al (1984)** Bozer, Y.A., and White, J.A. 1984 «Travel-time models for automated storage /retrieval systems», *IIE Transactions* 16(4), 329-338.
- Bozer et al (1990)** Bozer, Y.A., Schorn, E.C., and Sharp, G.P. 1990 «Geometric approaches to solve the chebyshev traveling salesman problem» *IIE Transactions* 22(3), 238-254.
- Bozer et al (1996)** Bozer YA, White JA 1996 «A generalized design and performance analysis model for endof- aisle order-picking systems» *IIE Trans* 28(4):271–280.
- Brinzei (1998)** Brînzei N., Drăghici G., Ferney M., Zerhouni N. 1998 «L'état de l'art sur la conduite des systèmes flexibles de production», *Tehno'98*, vol 2, p.261-268.
- Caron (2000)** Caron, F., Marchet, G., and Perego, A. 2000 «Layout design in manual picking system: a simulation approach» *Integrated Manufacturing Systems* 11(2), 94-104.
- Caron (2000)** Caron, F., Marchet, G., and Perego, A. 2000 «Optimal layout in low-level picker-to-part systems», *International Journal of Production Research* 38(1), 101-117.

- Caron et al.(1998)** Caron, F., Marchet, G., and Perego, A. 1998 «Routing policies and COI-based storage policies in picker-to-part systems» *International Journal of Production Research* 36(3), 713- 732.
- Caux (1993)** C. Caux, 1993 « Analyse et spécification de systèmes de production pour l'évaluation des performances et la recherche d'ordonnancement» Thèse de doctorat de l'université de Clermont Ferrand.
- Chang et al. (1995)** Chang, D.T., Wen, U.P., and Lin, J.T. 1995 «The impact of acceleration /deceleration on travel-time models for automated storage/retrieval systems» *IIE Transactions* 27(1), 108-111.
- Chang et Egbelu (1997a)** Chang, S.H., and Egbelu, P.J. 1997 «Relative pre-positioning of storage/retrieval machines in automated storage/retrieval systems to minimize maximum system response time» *IIE Transactions* 29(4), 303-312.
- Chang et Egbelu (1997b)** Chang, S.H., and Egbelu, P.J. 1997 «Relative pre-positioning of storage /retrieval machines in automated storage/retrieval systems to minimize expected system response time», *IIE Transactions* 29(4), 313-322.
- Chang et Wen (1997)** Chang, D.T., and Wen, U.P. 1997 «The impact on rack configuration on the speed profile of the storage and retrieval machine» *IIE Transactions* 29, 525-531.
- Chen et al. (2003)** Chen, Z.L., and Lee, C.Y. 2003 «Scheduling of depalletizing and truck loading operations in a food distribution system» *Naval Research Logistics* 50(3), 239-256.
- Chew et al. (1999)** Chew, E.P., and Tang, L.C. 1999 «Travel time analysis for general item location assignment in a rectangular warehouse» *European Journal of Operational Research* 112, 582-597.
- Claver (1997)** J.F. Claver, J. Gélinaier, D. Pitt 1997 « Gestion de flux en entreprise » Editions Hermes,
- Cohen et al. (1983)** G. Cohen, D. Dubois 1983 « Analyse du comportement périodique de systèmes de production par la théorie des dioïdes» Rapport de recherche INRIA, No. 191.
- Dallery (1985)** Y. Dallery 1985 « Les méthodes analytiques : un outil complémentaire de la simulation », Thèse de doctorat de l'INP de Grenoble.
- David et al. (1988)** R. David, H. Alla, 1988 «Du Grafctet aux réseaux de Petri» Éditions Hermès.
- David Kelton et al, (1998)** David Kelton Randall P.Sadowski Deborah A. Sadowski 1998«Simulation With Arena» WCB McGraw-Hill, Boston.
- De Koster et al. (2006)** De Koster MBM, Le-Duc T, Yugang Y 2006 «Optimal storage rack design for a 3-dimensional compact AS/RS» *Int J Prod Res* 46(6):1495–1514.
- De Koster et al. (2007)** De Koster MBM, Le-Duc T, Roodbergen KJ 2007 «Design and control of warehouse order picking: a literature review» *Eur J Oper Res* 182(2):481–501.
- Dijk (1999)** N.M. van Dijk, 1999 «On hybrid combination of queuing and simulation», DSI'99, Decision Sciences Institute, 5th International Conference, Athens, Greece, 4-7 July, pp. 1131-1133.

- Egbelu (1991)** Egbelu, P.J. 1991 «Framework for dynamic positioning of storage/retrieval machines in an automated storage/retrieval system» *International Journal of Production Research* 29(1), 17-37.
- Egbelu et Wu (1993)** Egbelu, P.J., and Wu, C.-T. 1993 «A comparison of dwell point rules in an automated storage/retrieval system» *International Journal of Production Research* 31(11), 2515-2530.
- Eldemir, Graves et Malmberg (2004)** Eldemir F., R. J. Graves and C. J. Malmberg, 2004 «New cycle time and space estimation models for automated storage and retrieval system conceptualization» *International Journal of Production Research*, 42 (22), pp. 4767-4783.
- Eynan (1994)** Eynan, A., and Rosenblatt, M.J. 1994 «Establishing zones in single-command class-based rectangular AS/RS» *IIE Transactions* 26(1), 38-46.
- Foley et Frazelle (1991)** Foley, R.D., and Frazelle, E.H. 1991 «Analytical results for miniload throughput and the distribution of dual command travel time» *IIE Transactions* 23(3), 273-281.
- George (1998)** George DRAGHICI, Nicolae BRINZEI, Ioana FILIPAS 1998 «La modélisation et la simulation en vue de la conduite des systèmes de production»
- Georges Habchi (2001)** Georges Habchi 2001 «conceptualisation et modélisation pour la simulation des systèmes de production» Document de Synthèse, UNIVERSITE DE SAVOIE
- Ghomri et al. (2008)** Ghomri L., Sari Z., Guezzn A.H., Sari T. 2008 «Modèle analytique du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées» conférence internationale de modélisation et simulation, Paris.
- Goetschalckx et Ratliff (1990)** Goetschalckx, M., and Ratli., H.D. 1990 «Shared storage policies based on the duration stay of unit loads» *Management Science* 36(9), 1120-1132.
- Graves et al. (1977)** Graves, S.C., Hausman, W.H., and Schwarz, L.B. 1977 «Storage-retrieval interleaving in automatic warehousing systems» *Management Science* 23(9), 935-945.
- Groover (2001)** Groover MP 2001 «Automation, production systems, and computer-integrated manufacturing» 2nd edn. Prentice-Hall, New Jersey
- Gudehus (1973)** Gudehus, T. 1973 «Grundlagen der Kommissionier Technik» W. Giradet, Essen, Germany.
- Guenov (1992)** Guenov ,M., and Raeside, R. 1992 «Zone shapes in class based storage and multicommand order picking when storage/retrieval machines are used» *European Journal of Operational Research* 58(1), 37-47.
- Guenov et Raeside (1989)** Guenov M, Raeside R 1989 «Real time optimization of man on board order picking. In: Proceedings of the 10th international conference on automation in warehousing» pp 89–93
- Guezzen et al (2011a)** Guezzen A.H. Sari Z., Ghomri L. 2011 «A Study on Mobil Racks Automated Storage and Retrieval System (M-AS/RS) » *conference CCCA'11*, Hammemet.

- Guezzan et al (2011b)** Guezzan A.H. Sari Z., Ghomri L. 2011 «Continuous Model for Single Cycle Times of a Mobile Racks Automated Storage and Retrieval System» *conference MISC' 11*.
- Guezzan et al (2014)** Guezzan A.H. Sari Z. 2014 «An analysis of single-command operations in a mobile rack (as/rs) served by a single order picker» IMRHC' 14 USA
- Guezzan et al. (2013)** Guezzan A.H., Sari.Z, Castagna.P, Cardin.O, 2013 «Travel Time Modeling and Simulation of a Mobile Racks Automated Storage/Retrieval System» IJET Vol.5(3): 420-423 ISSN: 1793-8236).
- Ha et Hwang (1994)** Ha, J.W., and Hwang, H. 1994 «Class-based storage assignment policy in carousel system» *Computers & Industrial Engineering* 26(3), 489-499.
- Hausman et al. (1976)** Hausman, W.H., Schwarz, L.B., and Graves, S.C. 1976 «Optimal storage assignment in automatic warehousing systems» *Management Science* 22(6), 629-638.
- Heskett (1963)** Heskett, J.L. 1963 «Cube-per-order index - a key to warehouse stock location» *Transportation and Distribution Management* 3, 27-31.
- Heskett (1964)** Heskett, J.L. 1964 «Putting the cube-per-order index to work in warehouse layout» *Transportation and Distribution Management* 4(8), 23-30.
- Hodgson et Lowe (1982)** Hodgson, T.J. 1982 «A combined approach to the pallet loading problem» *IIE Transactions* 14(3), 175-182.
- Hsieh et Tsai, (2001).** Hsieh, S., and Tsai, K.C. 2001 «A BOM oriented class-based storage assignment in an automated storage/retrieval system» *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 17(9), 683-691.
- Hu et al. (2005)** Hu, Y.H., Huang, S.Y., Chen, C., Hsu, W.J., Toh, A.C., Loh, C.K., and Song, T. 2005 «Travel time analysis of a new automated storage and retrieval system» *Computers & Operations Research* 32(6), 1515-1544.
- Hur et al, (2004),** Hur, S., Lee, Y.H., Lim, S.Y., Lee, M.H. 2004 «A performance estimation model for AS/RS by M/G/1 queuing system» *Computers & Industrial Engineering* 46, 233-241.
- Hwang et al. (2002)** Hwang, H., Moon, S., and Gen, M. 2002 «An integrated model for the design of end-of-aisle order picking system and the determination of unit load sizes of AGVs» *Computers & Industrial Engineering* 42(2-4), 249-258.
- Hwang et Lee (1990)** Hwang, H., and Lee, S.B. 1990 «Travel-time models considering the operating characteristics of the storage and retrieval machine» *International Journal of Production Research* 28(10), 1779-1789.
- Hwang et Lim (1993)** Hwang, H., and Lim, J.M. 1993 «Deriving an optimal dwell point of the storage/retrieval machine in an automated storage/retrieval system» *International Journal of Production Research* 31(11), 2591-2602.
- Jarvis (1991)** Jarvis, J.M., and McDowell, E.D. 1991 «Optimal product layout in an order picking warehouse» *IIE Transactions* 23(1), 93-102.

- Karasawa et al. (1980)** Karasawa, Y., Nakayama, H., and Dohi, S. 1980 «Trade-o. analysis for optimal design of automated warehouses» *International Journal of Systems Science* 11(5), 567-576.
- Kelton 1998** W. Kelton, R. P. Sadowski et D. A. Sadowski 1998 «Simulation with Arena» McGraw-Hill. (1998),
- Koenig (1980)** Koenig J (1980) «Design and model the total system» *Ind Eng* 12(10):22–27
- Kouloughli et al. (2009)** Kouloughli, S., Sari, Z., and Sari, T. 2009 “Optimisation des dimensions d’un AS/RS multi allées pour un temps de double cycle minimal ». Acte des 6e conférence internationale de conception et production intégrée CPI’09, Fès, 19-21.
- Kouloughli et al. (2010)** Kouloughli, S., Sari, Z., Sari, T., 2010 «Optimisation des dimensions d’un AS/RS multi allées basée sur un modèle analytique du temps de simple cycle» *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, vol.44 n°.2, p. 135-160.
- Kouloughli et al. (2011)** Kouloughli, S., Sari, Z. 2011«Optimisation de deux dimensions d’un AS/RS multi allées en fixant la troisième pour minimiser le temps de cycle» Acte des 7<sup>ème</sup> conférence internationale de conception et production intégrée CPI’11. Hammamet.
- Kuo et al. (2007)** Kuo P-H, Krishnamurthy A, Malmborg CJ 2007 «Design models for unit load storage and retrieval systems using autonomous vehicle technology and resource conserving storage and dwell-point policies» *Appl Math Model* 31(10):2332–2346.
- Law et Kelton (1991)** Law .A et W. Kelton 1991 «Simulation modeling and analysis » McGraw Hill.
- Le-Duc et al (2004)** Le-Duc, T. and R. De Koster, 2004 «Travel distance estimation in a single-block ABC storage strategy warehouse, In: Fleischmann and Klose (eds.) *Distribution Logistics: advanced solutions to Practical Problems*» p. 185-202 (Berlin: Springer Verlag).
- Le-Duc et al (2007)** Le-Duc, T., and De Koster, R.M.B.M. 2007 «Travel time estimation and order batching in a 2-block warehouse» *European Journal of Operational Research* 176(1), 374-388.
- Le-Duc et al. (2005)** Le-Duc, T., and De Koster, M.B.M. 2005 «Travel distance estimation and storage zone optimization in a 2-block class-based storage strategy warehouse» *International Journal of Production Research* 43(17), 3561-3581.
- Le-Duc et al. (2006)** Le-Duc T, De Koster MBM, Yugang Y 2006 «Optimal storage rack design for a 3-dimensional compact AS/RS» *ERIM report series research in management*
- Lee et al (1996)** Lee, H.F., and Schaefer, S.K. 1996 «Retrieval sequencing for unit-load automated storage and retrieval systems with multiple openings» *International Journal of Production Research* 34(10), 2943-2962.
- Lee et al. (1999)** Lee YH, Tanchoco JMA, Jin S 1999 «Performance estimation models for AS/RS with unequal sized cells» *Int J Prod Res* 37(18):4197-4216.
- Lee et al. (2005)** Lee YH, Hwan Lee M, Hur S 2005 «Optimal design of rack structure with modular cell in AS/ RS» *Int J Prod Econ* 98(2):172–178.

- Lerher et al. (2005)** Lerher T., Sraml M., Kramberger J., Potrc I., Borovinsek M., and Zmazek B. 2005 «Analytical travel time models for multi aisle automated storage and retrieval systems» *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 30, n° 3, p. 340-356.
- Linn et Wysk (1987)** Linn, R.J., and Wysk, R.A. 1987 «An analysis of control strategies for an automated storage/retrieval system, *INFOR* 25(1), 66-83.
- Linn et Wysk (1990b)** Linn, R.J., and Wysk, R.A. 1990 «An expert system based controller for an automated storage/retrieval system» *International Journal of Production Research* 28(4), 735-756.
- Malmborg (2001)** Malmborg CJ 2001 «Rule of thumb heuristics for configuring storage racks in automated storage and retrieval systems design» *Int J Prod Res* 39(3):511–527.
- Malmborg et Bhaskaran (1990)** Malmborg, C.J., and Bhaskaran, K. 1990 «A revised proof of optimality for the cube-per order index rule for stored item location» *Applied Mathematical Modelling* 14(2), 87-95.
- Manzini et al (2006)** Manzini, R. 2006 «Correlated storage assignment in an order picking system» *International Journal of Industrial Engineering* 13(4), 384-394.
- Material Handling Institute** Material Handling Institute, Inc. 1977 «Considerations for planning and installing an automated storage/ retrieval systems» AS/RS Document-100 7M.
- Meller et Mungwatana (1997)** Meller, R.D., and Mungwattana, A. 1997 «Multi-shuttle automated storage/retrieval systems» *IIE Transactions* 29, 925-938.
- Meller et Mungwattana (2005)** Meller, R.D., and Mungwattana, A. 2005 «AS/RS dwell-point strategy selection at high system utilization: a simulation study to investigate the magnitude of the benefit» *International Journal of Production Research* 43(24), 5217-5227.
- Muppani et al. (2008)** Muppani V. R. and G. K. Adil, 2008 «A branch and bound algorithm for class based storage location assignment» *European Journal of Operational Research*, 189 (2) p. 492-507
- Pan et Wang (1996)** Pan, C.H., and Wang, C.H. 1996 «A framework for the dual command cycle travel time model in automated warehousing systems» *International Journal of Production Research* 34(8), 2099-2117.
- Park (1999)** Park, B.C. 1999 «Optimal dwell point policies for automated storage/retrieval systems with dedicated storage» *IIE Transactions* 31, 1011-1013.
- Park (2001)** Park, B.C. 2001 «An optimal dwell point policy for automated storage/retrieval systems with uniformly distributed, rectangular racks» *International Journal of Production Research* 39(7), 1469-1480.
- Park et al. (2006)** Park, B.C. 2006 «Performance of automated storage/retrieval systems with non-square in- time racks and two-class storage» *International Journal of Production Research* 44(6), 1107-1123.
- Park et Webster (1989)** Park, Y.H., and Webster, D.B. 1989 «Modelling of three-dimensional warehouse systems» *International Journal of Production Research* 27(6), 985-1003. 27

- Park et al. (2003)** Park B.C., Park, J.Y., and Foley, R.D. 2003 «Carousel system performance» *Journal of Applied Probability* 40(3), 602-612.
- Pegden et al. (1990)** C.D. Pegden, R.E. Shannon, R.P. Sadowski 1990 « Introduction to simulation using SIMAN », McGraw Hill, New York, NY.
- Perry et al. (1984)** Perry RF, Hoover SV, Freeman DR 1984 «An optimum-seeking approach to the design of automated storage/retrieval systems» IEEE press, Piscataway, pp 348-354
- Peters et al. (1996)** Peters BA, Smith JS, Hale TS 1996 «Closed form models for determining the optimal dwellpoint location in automated storage and retrieval systems» *Int J Prod Res* 34(6):1757–1772.
- Potrc et al (2004)** Potrc I, Lerher T, Kramberger J, Sraml M 2004 «Simulation model of multi-shuttle automated storage and retrieval systems» *J Mater Process Tech* 157-158:236-244.
- Proth et al. (1987)** J. Proth, J.B. Cavaille, 1987 « Pratique de la simulation de production discontinue» Editions Siprodix.
- Raghunath et al. (1986)** Raghunath S, Perry R, Cullinane T 1986 «Interactive simulation modeling of automated storage retrieval systems» Washington DC, ACM, New York, pp 613-620.
- Randhawa et al. (1991)** Randhawa SU, McDowell ED, Wang W-T 1991 «Evaluation of scheduling rules for single- and dual-dock automated storage/retrieval system» *Comput Ind Eng* 20(4):401-410.
- Randhawa et Shroff (1995)** Randhawa SU, Shroff R 1995«Simulation-based design evaluation of unit load automated storage/retrieval systems» *Comput Ind Eng* 28(1):71-79.
- Roberts et Reed (1972)** Roberts SD, Reed R Jr 1972 «Optimal warehouse bay configurations AIIE» *Trans* 4(3):178–185
- Roodbergen et Vis (2009)** Roodbergen K. J. and I. F. A. Vis, 2009 «A survey of literature on automated storage and retrieval systems» *European Journal of Operational Research*, 194, p. 343-362
- Rosenblatt (1989)** Rosenblatt, M.J., and Eynan, A. 1989 «Deriving the optimal boundaries for class-based automatic storage /retrieval systems» *Management Science* 35(12), 1519-1524.
- Rosenblatt et Roll (1984)** Rosenblatt, M.J., and Roll, Y. 1984 «Warehouse design with storage policy considerations» *International Journal of Production Research* 22(5), 809-821.
- Sari (2003)** Sari Z. 2003 «Modélisation, Analyse et Evaluation des Performances d'un AS/RS à Convoyeur Gravitationnel» Thèse de Doctorat d'état, Université de Tlemcen, Algérie.
- Sari et al (2010)** Sari Z., Kouloughli S. 2010 «Modélisation des temps de cycle d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine S/R» conférence internationale de modélisation et simulation, Hammamet Tunisie.

- Sari et al. (2005)** Sari Z., C.Saygin, and N.Ghouali, 2005 «Travel-Time Models for Flow-Rack Automated Storage and Retrieval Systems» *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25, p. 979-987.
- Sari. Z (1998)** «Expressions analytiques discrètes de simple et double cycle d'un AS/RS multi-allées» Rapport interne, LAT, Université Abou-Bekr Belkaïd, Tlemcen, Algérie.
- Sarker et al. (1991)** Sarker, B.R., Sabapathy, A., Lal, A.M., and Han, M.H. 1991 «Performance evaluation of a double shuttle automated storage and retrieval system» *Production Planning & Control* 2(3), 207-213.
- Sarker et Babu (1995)**Sarker, B.R., and Babu, P.S. 1995 «Travel time models in automated storage/retrieval systems: A critical review» *International Journal of Production Economics* 40(2-3), 173- 184.
- Schwarz et al. (1978)** Schwarz, L.B., Graves, S.C., and Hausman, W.H. 1978 «Scheduling policies for automatic warehousing systems: simulation results» *AIIE Transactions* 10(3), 260-270.
- Serin et al. (1996)** F. Serin, L. Villefranche, 1996 « Simulateur de gestion d'un terminal à conteneurs-simulation discrète par macro-processus et processus complémentaires », Thèses de doctorat en Informatique, Université de Rouen, janvier.
- Tang (1997)** Tang, L.C., and Chew, E.K. 1997 «Order picking systems: batching and storage assignment strategies» *Computers & Industrial Engineering* 33(3-4), 817-820.
- Thonemann et Brandeau (1998)** Thonemann, U.W., and Brandeau, M.L. 1998 «Note. Optimal storage assignment policies for automated storage and retrieval systems with stochastic demands» *Management Science* 44(1), 142-148.
- Tompkins (1984)** Tompkins, J. A., White, J. A. 1984 «Facilities Planing» John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Van den Berg (1999)** Van den Berg, J.P. 1999 «A literature survey on planning and control of warehousing systems» *IIE Transactions* 31, 751-762.
- Van den Berg et Gademann (2000)** Van den Berg, J.P., and Gademann, A.J.R.M. 2000 «Simulation study of an automated storage/retrieval system» *International Journal of Production Research* 38(6), 1339-1356.
- Van den Berg, (1996)** Van den Berg, J.P. 1996 «Multiple order pick sequencing in a carousel system: A solvable case of the rural postman problem» *Journal of the Operational Research Society* 47(12), 1504-1515.
- Van den Berg, (1999)** Van den Berg, J.P. 1999 «A literature survey on planning and control of warehousing systems» *IIE Transactions* 31, 751-762.
- Van Oudheusden et Zhu (1992)** Van Oudheusden, D.L., and Zhu, W. 1992 «Storage layout of AS/RS racks based on recurrent orders» *European Journal of Operational Research* 58(1), 48-56.

- Vasil et al. (2008)** Vasili MR, Tang SH, Homayouni SM, Ismail N 2008 «A statistical model for expected cycle time of SP-AS/RS: an application of Monte Carlo simulation» *Appl Artif Intell* 7(8):824–840.
- Vasili et al. (2006)** Vasili MR, Tang SH, Homayouni SM, Ismail N. 2006 «Comparison of different dwell-point policies for split-platform automated storage and retrieval system» *Int J Adv Manuf Tech*3(1):91–106
- Wen et al. (2001)** Wen, U.P., Chang, D.T., and Chen, S.P. 2001 «The impact of acceleration /deceleration on travel-time models in class-based automated S/R systems» *IIE Transactions* 33, 599- 608.
- Zollinger (1975)** Zollinger HA 1975 «Planning, evaluating and estimating storage systems» In: *Advanced material handling seminar*, Purdue University, IN

**AUTEUR :** Amine Hakim GUEZZEN

**DIRECTEUR DE THESE:** Zaki SARI

**LIEU ET DATE DE SOUTENANCE:** Université de Tlemcen. Le 22-12-2014

---

### **Modélisation du temps de cycle d'un système automatisé de stockage/déstockage (AS/RS) multi-allées et à racks glissants**

---

**Résumé:** Dans ce travail nous nous intéressons aux AS/RS multi-allées et à racks glissants. Le premier système comporte plusieurs allées, toutes desservies par une seule machine S/R, tandis que les systèmes à racks glissants n'en comportent qu'une seule. Ce système de stockage mobile est composé de racks se déplaçant latéralement sur des rails de telle sorte que l'on puisse ouvrir une allée entre n'importe quels deux racks mitoyens. Il permet d'optimiser l'exploitation de l'espace en réduisant au minimum le nombre des allées de service. L'un des plus importants critères de performances de ces systèmes est le temps de cycle moyen de la machine de stockage/déstockage. Il influence sur les performances du système global.

Notre intérêt dans ce travail s'est porté sur la modélisation mathématique du système dans lequel nous développons des expressions analytiques continues permettant un calcul approximatif du temps de cycle pour les deux systèmes. Par la suite, nous avons développé un générateur de modèle de simulation sous le logiciel SIMAN Arena de Rockwell software. Ce générateur permet de construire automatiquement un modèle de magasin de taille quelconque à partir des spécifications de dimension. Le modèle construit permet ensuite la détermination expérimentale du temps moyen de simple cycle correspondant au magasin modélisé.

**Mots-Clés:** AS/RS, multi-allées, racks lissants, stockage/déstockage, Modélisation, Simulation.

---

### **Travel time modelisation of a multi-aisle and mobil racks automated storage/retrieval system (AS/RS)**

---

**Abstract:** Our work consists in studying a storage system with multi aisles and Mobil racks (M-AS/RS), the first system comprises several aisles all served by only one storage retrieval machine, the second one is a variation of the multi aisles AS/RS. This mobile storage system is composed of racks moving laterally on rails so that one can open an aisle between any two adjacent racks, it makes it possible to optimize the use of space; the characteristic of these systems is that the aisles of service appear only when one operation of storage or retrieval is envisaged in the corresponding racks. One of the most important criteria of these systems performances is the average cycle time of the storage/Retrieval machine.

In this work our interest is concerned with the mathematical modeling of M-AS/RS system. Therefore, we developed a closed form analytical expression allowing an approximate calculation of the cycle time of a Mobil Racks-AS/RS. This expression was compared with an exact discrete expression developed earlier by one of the authors. This comparison showed a good behavior of the closed form expression as compared to the discrete one. After, we developed a simulation model generator with SIMAN Arena Rockwell Software. This generator can automatically build a model of any size system from the specifications of dimension. The built model allows the experimental determination of the average cycle time.

**Keywords:** AS/RS, multi aisle, sliding racks, storage, retrieval, modelisation, simulation

---

**DISCIPLINE ADMINISTRATIVE :** Université de Tlemcen,  
Faculté de technologie Département de Génie Electrique et électronique,  
Laboratoire de Productique Tlemcen ( MELT)