

---

# Comportement hydromécanique de sols non saturés : identification du coefficient de Biot

Philippe Devillers\* — Moulay Said El Yousoufi \*\*

\* Centre des Matériaux de Grande Diffusion, Ecole des Mines d'Alès, 6 avenue de Clavières, 30 319 Alès cedex, Philippe.Devillers@ema.fr

\*\* Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, UMR 5508, CC 048, Université Montpellier II, Place Eugène Bataillon, 34 095 Montpellier cedex 5, elyous@lmgc.univ-montp2.fr

---

*RESUME. La prévision des retraits ou des gonflements d'un élément de sol non saturé sous l'effet de transferts d'eau nécessite l'identification du coefficient de Biot qui traduit le couplage entre la contrainte totale moyenne et la pression capillaire. En mécanique des sols, lorsqu'on réalise un chemin de chargement à volume constant, les variations de la contrainte totale moyenne sont liées aux variations de la pression capillaire par l'intermédiaire du coefficient de Biot. L'exploitation de résultats d'essais de mesure de la pression de gonflement permet d'identifier le coefficient de Biot et de retrouver la pression d'expulsion d'air habituellement déterminée à partir de la courbe caractéristique sol/eau. Pour des valeurs de la pression capillaire inférieures à la pression d'expulsion d'air, le coefficient de Biot est égal à 1. Pour des pressions capillaires supérieures à la pression d'expulsion d'air, conformément à des considérations physiques, le coefficient de Biot est inférieur à 1.*

*ABSTRACT. The forecast of shrinkage or swelling of an unsaturated soil element under the influence of water transfer requires the identification of the Biot's coefficient which translates the coupling between the net mean stress and the capillary pressure. In soil mechanics, along a constant volume loading path, the variations of the net mean stress are linked to the variations of the capillary pressure through the coefficient of Biot. The exploitation of swelling pressure test results allows to identify the Biot's coefficient and to find the air expulsion pressure usually determined from the soil/water characteristic curve. For capillary pressure lower than the air expulsion pressure, the Biot's coefficient is equal to 1. For capillary pressures higher than the air expulsion pressure, according to physical considerations, the Biot's coefficient is lower than 1.*

*MOTS-CLES : pression capillaire, pression d'entrée d'air, coefficient de Biot*

*KEYWORDS: capillary pressure, air entry pressure, Biot's coefficient*

---

## 1. Introduction

De nombreux problèmes géotechniques concernent le couplage entre le comportement mécanique et le transfert d'eau dans un sol, en particulier dans la zone non saturée. Le comportement des sols dans cette zone reste un des sujets importants de la mécanique des sols qui présente encore de nombreux aspects inconnus et incompris. En France, par exemple, les désordres sur les constructions causés par la sécheresse ou les pluies diluviennes concernent 5000 communes dans 75 départements. Le total des dégâts causés par ces sinistres a été estimé à 3,3 milliards d'euros entre 1989 et 2002. La prévision des retraits ou des gonflements d'un élément de sol non saturé sous l'effet de transferts d'eau est essentielle pour déterminer les mouvements différentiels des fondations à l'origine de ces sinistres.

Après quelques cycles de séchage/imbibition, le comportement des sols non saturés devient élastique. La prévision des changements de volume d'un élément de sol non saturé sous l'effet de variations de sa teneur en eau nécessite l'identification du coefficient de Biot. L'objectif de cette communication est de proposer une méthode d'identification du coefficient de Biot  $b_e$  qui traduit le couplage entre la contrainte moyenne totale et la pression capillaire. Cette méthode repose sur les travaux de Biot (1972) et ceux de Coussy (1995). Elle a été appliquée aux sols non saturés dans le cadre de la poroélasticité (Lassabatère, 1994, Devillers, 1998, Laloui et Nuth, 2005). La comparaison des relations de comportement poroélastiques avec des résultats d'essais de mesure de la pression de gonflement permet d'identifier le coefficient de Biot et de retrouver la pression d'expulsion d'air.

## 2. Formulation thermodynamique en poroélasticité

Dans une description macroscopique, un élément de sol non saturé est considéré comme la superposition de quatre milieux continus en interaction :

- un squelette solide, qui comprend le constituant solide plus sa géométrie (repéré par l'indice  $s$ ),
- un constituant eau liquide (indice  $e$ ),
- un constituant vapeur d'eau (indice  $v$ ),
- un constituant gazeux appelé air, regroupant tous les gaz autres que la vapeur d'eau (indice  $a$ ).

Dans cette étude, on ne s'intéresse qu'à de petits changements de volume de l'élément de sol, c'est à dire à de petites déformations volumiques  $\varepsilon$ , à de petits apports de masse d'eau liquide  $m_e$ , d'air  $m_a$ , et de vapeur d'eau  $m_v$ . Les transformations sont supposées isothermes. Il est alors classique de se restreindre à un développement limité au second ordre de la densité volumique d'énergie libre  $\Psi$  en fonction des variables d'état  $\varepsilon$ ,  $m_e$ ,  $m_v$ , et  $m_a$ . On obtient les équations de

comportement poroélastique d'un élément de sol non saturé en conditions isothermes (Coussy 1995) :

$$\sigma = \sigma_0 - C_d \varepsilon + b_i (p_i^* - p_{i0}^*) \quad [1]$$

$$p_i^* = p_{i0}^* - M_{ij} \left( b_j \varepsilon - \frac{m_j}{\rho_{j0}^*} \right) \quad [2]$$

Où  $\sigma$  est la contrainte moyenne. Les caractéristiques de l'élément de sol non saturé peuvent s'interpréter de la manière suivante :  $C_d$  est le module de compressibilité drainé,  $b_i$  sont les coefficients de Biot qui traduisent le couplage entre la pression  $p_i^*$  du fluide  $i$  et la contrainte moyenne,  $M_{ij}$  est la matrice des modules de Biot qui expriment l'influence des variations de masse du fluide  $j$  sur la pression du fluide  $i$ ,  $\rho_{j0}^*$  la masse volumique spécifique du fluide  $j$  à l'état initial.

### 3. Application à l'étude des sols non saturés

La prise en compte des propriétés physiques des constituants permet de réduire le nombre de coefficients des équations [1] et [2] (Devillers et al. 2008). Dans le cas d'un élément de sol non saturé, ces hypothèses sont les suivantes :

- les grains de sol sont supposés incompressibles dans les calculs de déformation. Cette hypothèse revient à négliger la déformation des grains de sol devant celle du squelette, qui est alors directement liée aux changements de volume des phases liquide et gazeuse.

- l'eau liquide est supposée incompressible.

- l'air et la vapeur d'eau sont les deux constituants de la phase gazeuse, ils occupent le même volume et sont supposés vérifier l'équation d'état des gaz parfaits.

En substituant la variation de l'indice des vides  $de$  à la déformation volumique  $\varepsilon$ , la variation de teneur en eau  $dw$  à l'apport de masse d'eau liquide  $m_e$  et, en supposant les trois hypothèses précédentes vérifiées, les équations [1] et [2] deviennent respectivement (Devillers et al. 2008) :

$$de = e - e_0 = \frac{1 + e_0}{C_d} \left[ -d(\sigma - p_g^*) - b_e dp_c \right] \quad [3]$$

$$\frac{\rho_s^*}{\rho_e^*} dw = G_s (w - w_0) = -\frac{b_e(1+e_0)}{C_d} \left[ -d(\sigma - p_g^*) - \left( b_e + \frac{C_d}{Mb_e} \right) dp_c \right] \quad [4]$$

Ces deux relations ont été établies dans le cadre de la poroélasticité. Elles s'appliquent à l'étude des sols surconsolidés, ou aux changements de volume des argiles après quelques cycles d'imbibition/drainage. Elles permettent de calculer, au voisinage d'un état initial (caractérisé par un indice des vides  $e_0$ , une teneur en eau  $w_0$ , une contrainte totale moyenne  $(\sigma - p_g^*)_0$  et une pression capillaire  $p_{c0}$ , la variation de l'indice des vides et la variation de teneur en eau d'un élément de sol non saturé, en fonction des variations de deux variables d'état, la contrainte totale moyenne  $\sigma - p_g^*$  et la pression capillaire  $p_c$ . Ces deux relations font apparaître trois coefficients : le module d'élasticité drainé  $C_d$ , le coefficient de Biot  $b_e$  et le module de Biot  $M$ . Ces trois coefficients dépendent, a priori, de  $e_0$ ,  $w_0$ ,  $(\sigma - p_g^*)_0$  et  $p_{c0}$ .

#### 4. Identification du coefficient de biot $b_e$ à partir des essais de mesure de la pression de gonflement

En mécanique des sols, lorsqu'on réalise un chemin de chargement à volume constant, d'après la relation [3], les variations de la contrainte totale moyenne sont liées aux variations de la pression capillaire par l'intermédiaire du coefficient de Biot  $b_e$  :

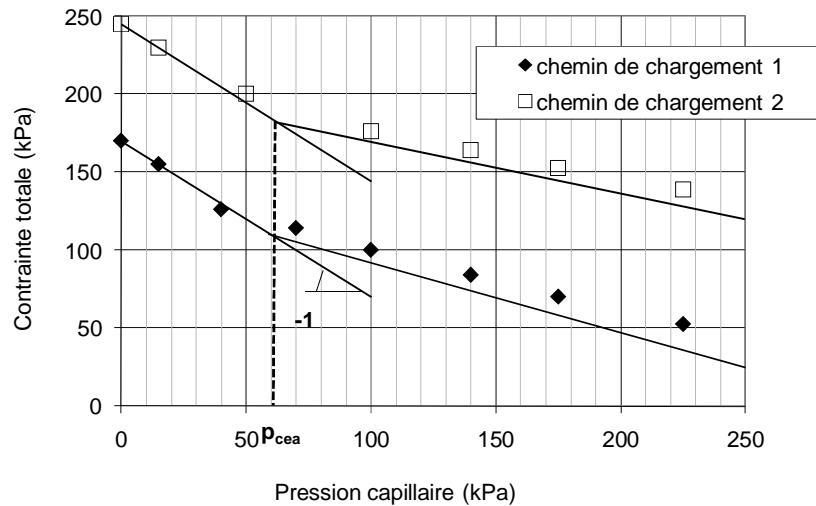
$$d(\sigma - p_g^*) = -b_e dp_c \quad [5]$$

Deux exemples de chemins de chargement à volume constant d'une argile gonflante de la région du Transvaal en Afrique du Sud ( $w_L=55\%$ ,  $I_p=35\%$ ) ont été publiés par Blight (1965) et sont reproduits figure 1. Ces essais ont été réalisés dans une cellule triaxiale. En partant d'un échantillon saturé, l'augmentation de la pression capillaire a été réalisée en utilisant la technique de la surpression d'air. Expérimentalement, la condition de zéro changement de volume a été réalisée en ajustant la contrainte totale moyenne quand le sol est en équilibre à une pression capillaire donnée. D'après la relation [5] la pente des courbes qui modélisent ces chemins de chargement permet d'identifier le coefficient de Biot. On peut noter pour les deux chemins de chargement considérés les remarques suivantes :

(i) L'essai peut être modélisé par deux droites de part et d'autre d'une pression capillaire limite  $p_{cea}$ .

(ii) Pour des pressions capillaires inférieures à la pression capillaire limite  $p_{cea}$ , la pente à l'origine est voisine de  $-1$ . En effet, dans ce domaine, le sol est saturé, l'air n'est pas encore rentré dans le système, le coefficient de Biot  $b_e$  est donc égal à 1.

(iii) Pour des pressions capillaires supérieures à la pression capillaire limite  $p_{cea}$ , conformément à des considérations physiques, le coefficient de Biot  $b_e$  est inférieur à 1 (Tableau 1).



**Figure 1.** Chemins de chargement à volume constant d'une argile gonflante non saturée (d'après Blight 1965).

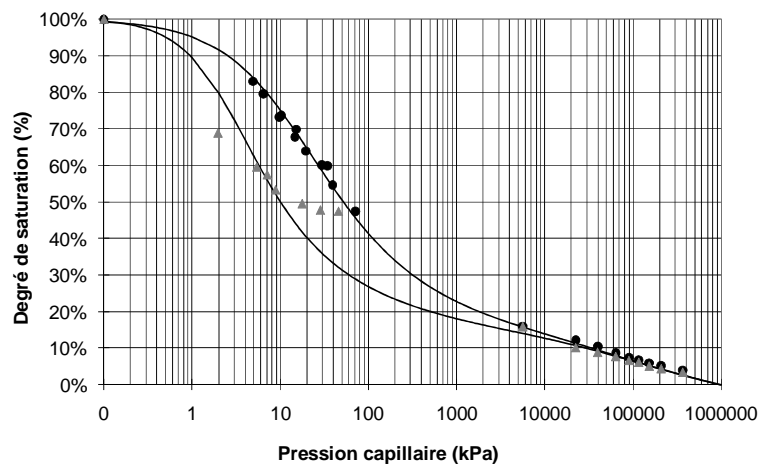
	Chemin de chargement 1	Chemin de chargement 2
$b_e$	0,4	0,34

**Tableau 1.** Coefficients de Biot pour les essais de Blight.

La transition entre le comportement saturé (coefficient de Biot égal à 1) et le comportement non saturé (coefficient de Biot inférieur à 1) correspond à une valeur particulière de la pression capillaire appelée pression d'entrée d'air voisine de 70 kPa pour les essais de la figure 1.

Pour les sols compressibles, cette valeur est habituellement déterminée à partir de la courbe caractéristique sol/eau. Un exemple de ce type de courbe est donné à la figure 2 pour un sable limoneux argileux avec un système d'axes semi-logarithmique dans lequel il est possible de la linéariser par morceaux. Les points expérimentaux situés en dessous de 100 kPa de pression capillaire ont été obtenus à l'aide d'un appareil de type « boîte de Richards ». Pour les pressions capillaires supérieures à 100 kPa, les points expérimentaux ont été obtenus à partir de la courbe

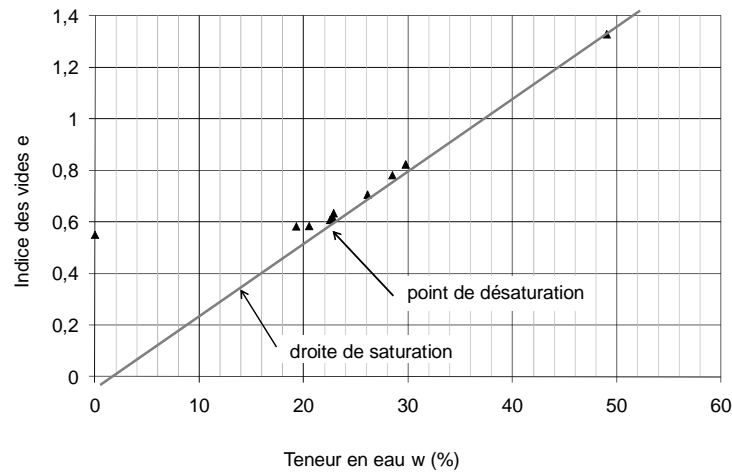
d'équilibre hygroscopique en désorption ou isotherme de désorption. Pour les sols incompressibles, la courbe de séchage montre de faibles variations de teneur en eau aux faibles pressions capillaires et des diminutions de teneur en eau très rapide aux fortes pressions capillaires. Le point à partir duquel la teneur en eau commence à diminuer significativement indique la pression d'entrée d'air du sol (Vanapelli et al. 1999). La linéarisation par morceaux de la courbe de séchage permet de définir la pression d'entrée d'air voisine de 2 kPa pour le sable limoneux argileux (Figure 2). Celle de la courbe d'imbibition permet de définir la pression d'expulsion d'air voisine de 1 kPa pour le sable limoneux argileux (Figure 2). Les pressions d'entrée ou d'expulsion d'air sont liées à la taille du plus gros pore, elles peuvent atteindre 1000 kPa ou plus pour certains sols argileux. Une augmentation de la teneur en eau initiale du sol se traduit par une diminution de la pression d'entrée d'air. Ceci peut être attribué à des pores de plus grande taille dans le sol contenant plus d'eau. La densité initiale sèche a un effet similaire : lorsque la densité apparente sèche augmente, la taille des pores diminue et la pression d'entrée d'air du sol augmente.



**Figure 2.** Courbe caractéristique sol/eau d'un sable limoneux argileux.

Pour les sols compressibles, la courbe caractéristique sol/eau ne permet pas de déterminer la pression d'entrée d'air. En effet, lors du séchage, toute diminution de la teneur en eau s'accompagne d'une augmentation importante de la pression capillaire. Il n'est donc pas possible d'identifier la pression d'entrée d'air à partir de la seule courbe caractéristique sol/eau. Dans ce cas, la courbe de retrait du sol doit être utilisée simultanément avec la courbe caractéristique sol/eau pour déterminer la pression d'entrée d'air. Péron et al. (2009) ont réalisé des essais à la « boîte de Richards » sur un silt sableux de la région de Bioley en Suisse ( $w_L=31,8\%$ ,  $w_p=16,9\%$ ) dont tous les grains de diamètres supérieurs à  $90\ \mu\text{m}$  ont été retirés. La figure 3 donne les résultats de ces essais. On constate que les changements de volume total et

de volume d'eau provoqués par l'augmentation de la pression capillaire sont égaux jusqu'à ce que la teneur en eau atteigne 22%. La courbe de retrait pour des teneurs en eau supérieures à 22 % est confondue avec la droite de saturation. En dessous de 22%, de l'air pénètre dans le système et la courbe de retrait s'éloigne de la droite de saturation. En reportant cette teneur en eau de 22% sur la courbe caractéristique sol/eau, on obtient une valeur de la pression d'entrée d'air voisine de 100 kPa.

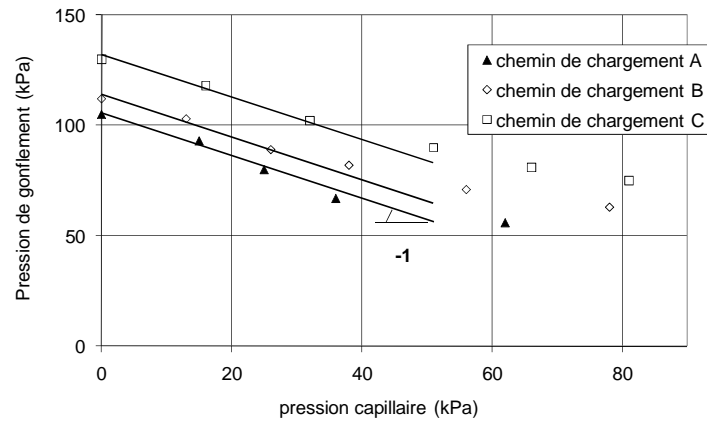


**Figure 3.** Courbe de retrait d'un silt sableux (d'après Péron et al. 2009).

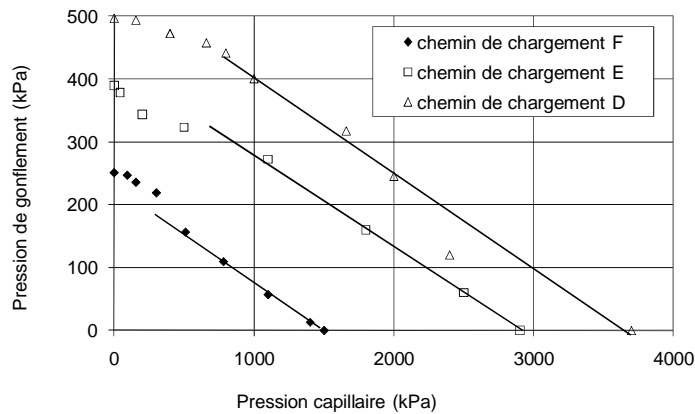
	Cch A	Cch B	Cch C
$\rho_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1498	1583	1586
$w_0$ (%)	30,6	28	26

**Tableau 2.** Conditions initiales des essais d'Escario.

Escario (1969) a réalisé des essais de mesure de la pression de gonflement d'une argile grise verdâtre ( $w_L=68\%$ ,  $I_p=39\%$ ). Pour des pressions capillaires inférieures à 100 kPa, trois essais ont été réalisés en contrôlant la pression de l'eau par une colonne de mercure. Ces essais sont représentés sur la figure 4, les masses volumiques apparentes sèches et les teneurs en eau initiales de ces essais sont données dans le tableau 2. Quel que soit le chemin de chargement considéré, pour de faibles pressions capillaires, la pente à l'origine est voisine de  $-1$ .



**Figure 4.** Chemins de chargement à volume constant pour de faibles pressions capillaires (d'après Escario 1969).



**Figure 5.** Chemins de chargement à volume constant pour des pressions capillaires élevées (d'après Escario 1969).

Escario (1969) a également réalisé trois essais de mesure de la pression de gonflement dans le domaine des fortes pressions capillaires en utilisant la méthode de la surpression d'air. Ces essais sont représentés sur la figure 5. Les trois chemins de chargement correspondent à des échantillons compactés à la même masse volumique apparente sèche ( $1577 \pm 12 \text{ kg/m}^3$ ), mais à trois teneurs en eau initiales différentes (Tableau 3). Chacun de ces chemins de chargement peut être modélisé par une droite dans le domaine des pressions capillaires élevées. Ces résultats



associés à la relation [5], permettent d'identifier un coefficient de Biot pour chacun des chemins de chargement (Tableau 3). Le coefficient de Biot semble indépendant de la teneur en eau initiale de compactage.

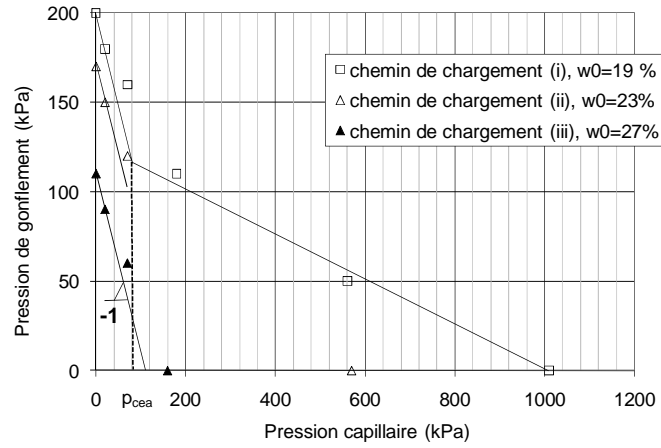
Dans le domaine des pressions capillaires inférieures à la pression d'expulsion d'air, on ne retrouve pas la pente de -1. Ceci est dû à l'utilisation d'une surpression d'air pour imposer la pression capillaire. En effet, cette méthode n'est pas utilisable pour des chemins de mouillage au voisinage de la saturation lorsque les pores de la phase gazeuse ne sont plus interconnectés (De Backer et Klute 1967, Bocking et Fredlund 1980).

	Cch D	Cch E	Cch F
$w_0$ (%)	4,72	11	16,6
$b_e$	0,15	0,15	0,16

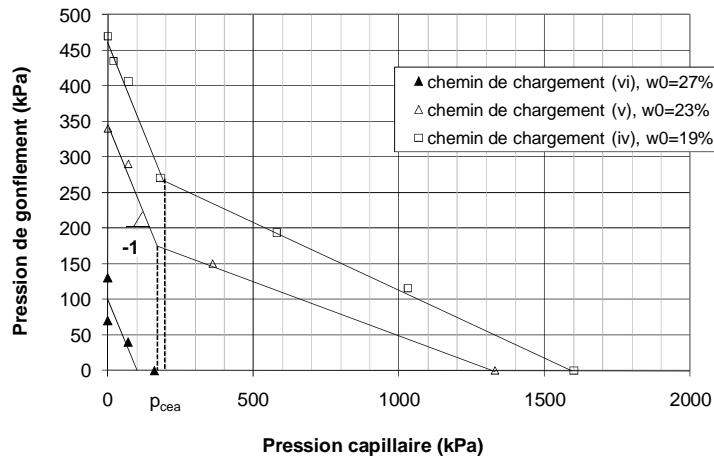
**Tableau 3.** Coefficients de Biot pour les essais d'Escario.

Kassif et Shalom (1971) ont réalisé des essais de mesure de la pression de gonflement d'une argile non saturée ( $w_L=78-85$  %,  $I_p=58-63$  %). Ces essais ont été réalisés dans un œdomètre à succion contrôlée par la méthode osmotique. Trois chemins de chargement à volume constant et à même masse volumique apparente sèche ont été réalisés à trois teneurs en eau initiales différentes. Les résultats de ces essais sont présentés sur les figures 6 et 7. Les remarques faites à propos de la figure 1 restent vraies, et sont étendues à un domaine de pression capillaire plus important. Le chemin de chargement (i) permet de déterminer la transition entre le comportement saturé (coefficient de Biot égal à 1) et le comportement non saturé (coefficient de Biot égal à 0,13) qui correspond à la pression d'expulsion d'air voisine de 80 kPa.

Le chemin de chargement (iv), réalisé à la même teneur en eau initiale que le chemin de chargement (i) permet de déterminer la transition entre le comportement saturé (coefficient de Biot égal à 1) et le comportement non saturé (coefficient de Biot égal à 0,19) qui correspond à la pression d'expulsion d'air voisine de 200 kPa. Lorsque la densité apparente sèche augmente, la taille des pores diminue et la pression d'expulsion d'air du sol augmente : on passe de 80 kPa pour une masse volumique apparente sèche de 1380 kg/m<sup>3</sup> à 200 kPa pour une masse volumique apparente sèche de 1530 kg/m<sup>3</sup>.



**Figure 6.** Chemins de chargement à volume constant ( $\rho_d = 1370 \pm 17 \text{ kg/m}^3$ ) d'une argile non saturée (d'après Kassif et Shalom 1971).



**Figure 7.** Chemins de chargement à volume constant ( $\rho_d = 1517 \pm 15 \text{ kg/m}^3$ ) d'une argile non saturée (d'après Kassif et Shalom 1971).

Le chemin de chargement (v), réalisé à la même masse volumique apparente sèche que le chemin de chargement (iv) permet de déterminer la transition entre le comportement saturé (coefficient de Biot égal à 1) et le comportement non saturé (coefficient de Biot égal à 0,15) qui correspond à la pression d'expulsion d'air voisine de 160 kPa. Une augmentation de la teneur en eau initiale du sol se traduit donc par une diminution de la pression d'expulsion d'air qui passe de 200 kPa à 160

kPa lorsque la teneur en eau initiale passe de 19% à 23%. Ceci peut être attribué à des pores de plus grande taille dans le sol contenant plus d'eau.

	Cch (i)	Cch (iv)	Cch (v)
$\rho_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1380	1530	1520
$w_0$ (%)	19	19	23
$b_e$	0,13	0,19	0,15

**Tableau 4.** Coefficients de Biot pour les essais de Kassif et Shalom.

## 5. Conclusions

Une méthode d'identification du coefficient de Biot pour les sols non saturés a été proposée. Cette méthode permet de retrouver la pression d'entrée d'air habituellement déterminée à partir de la courbe caractéristique sol/eau pour les sols incompressibles ou à partir de la courbe de retrait pour les sols compressibles. L'exploitation de résultats d'essais de mesure de la pression de gonflement a permis de préciser l'allure des variations du coefficient de Biot  $b_e$  des argiles non saturées en fonction de la masse volumique apparente sèche et de la teneur en eau initiale. Il semble que le coefficient de Biot augmente lorsque la masse volumique apparente sèche augmente, c'est-à-dire lorsque le diamètre des pores diminue. Il semble que le coefficient de Biot diminue lorsque la teneur en eau initiale augmente, c'est-à-dire lorsque le diamètre des pores augmente.

## 6. Bibliographie

- Biot M.A., « Theory of finite deformation of porous solids », *Indiana University Mathematical Journal*, vol. 21, n°6, 1972, p. 597-620.
- Blight G.E., « The time-rate of heave of structures on expansive clays ». In *Moisture equilibria and moisture changes in soils beneath covered areas*, Edited by G.D. Aitchison. Butterworths, Sydney, p. 78-87, 1965.
- Bocking K.A., Fredlund D.G., « Limitations of the axis translation technique ». *Proceeding of the Fourth International Conference on Expansive Soils*, Denver, Colorado, USA, 1980, p. 1-19.
- Coussy O., *Mechanics of porous media*, John Wiley & Sons Inc, New York, 1995
- De Backer L., Klute A., « Comparison of pressure and suction methods for soil-water content-pressure-head determinations », *Soil Science*, vol. 104, n°1, 1967, p.46-55.

- Devillers P., Couplages thermohydromécaniques en milieux poreux : application à la consolidation d'un sol non saturé. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 1998.
- Devillers P., El Youssoufi M.S., Saix C., « A framework for the construction of state surfaces of unsaturated soils in the elastic domain », *Water Resources Research*, vol. 44., W00C08, 2008.
- Escario V., « Swelling of soils in contact with water at a negative pressure ». *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Research and Engineering Conference on Expansive Soils*, Texas A and M University, College Station, 1969, p. 207-218.
- Kassif G., Shalom, A.B., « Experimental relationship between swell pressure and suction », *Geotechnique*, Vol. 21, n°4, 1971, p. 249-255.
- Laloui L., Nuth M., « An introduction to the constitutive modeling of unsaturated soils », *Revue Européenne de Génie Civil*, Vol. 9, 2005, p. 651-679.
- Lassabatère T., Couplages hydromécaniques en milieu poreux non saturé avec changement de phase. Application au retrait de dessiccation, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1994.
- Péron H., Hueckel T., Laloui L., Hu L., « Fundamentals of desiccation cracking of fine-grained soils: experimental characterisation and mechanisms identification », *Canadian Geotechnical Journal*, In Press, 2009.
- Vanapalli S.K., Fredlund D.G., Pufahl D.E., « The influence of soil structure and stress history on the soil-water characteristic of a compacted till », *Geotechnique*, Vol. 49, n°2, 1999, p. 143-159.