
Modélisation à l'échelle mésoscopique du comportement hydro-mécanique des matériaux à matrice cimentaire

Influence des granulats sur la fissuration

Caroline De Sa* — Farid Benboudjema* — Jean-Baptiste Colliat*

* LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)
61 avenue du Président Wilson, 95235 Cachan cedex
desa,benboudjema,colliat@lmt.ens-cachan.fr

RÉSUMÉ. L'objectif des travaux présentés est de simuler des problèmes hydro-mécaniques couplés dans les matériaux cimentaires, à une échelle mésoscopique, permettant de considérer l'hétérogénéité de ces matériaux. La mésostructure représentative de ces matériaux est discrétisée à l'aide d'un maillage EF 3D, de type treillis, non adapté à la géométrie du problème. L'hétérogénéité de ces matériaux est représentée par l'introduction de discontinuités hydriques et mécaniques faibles. Un couplage hydro-mécanique faible est retenu pour la résolution du problème.

ABSTRACT. The objective of the presented works is to simulate coupled hydro-mechanical problems in cement-based materials, at a mesoscopic scale, allowing to take into account heterogeneity of these materials. The mesostructure representing these materials is discretized with a FE 3D truss mesh, non adapted to the geometry of the problem. The heterogeneity of these materials is represented by introducing weak hydral and mechanical discontinuities. A weak hydro-mechanical coupling is used for the problem solving.

MOTS-CLÉS : méthode des éléments finis, matériaux hétérogènes, matériaux cimentaires, couplage hydro-mécanique faible, discontinuités faibles, retrait et fluage de dessiccation.

KEYWORDS: finite elements method, heterogeneous materials, cementitious materials, weak hydro-mechanical coupling, weak discontinuities, drying shrinkage and creep.

1. Introduction

Le comportement macroscopique des matériaux hétérogènes, tels que les matériaux cimentaires (béton ou mortier) est lié aux comportements de chacune des phases les constituant (pâte de ciment, granulats et auréole de transition principalement), qui peuvent s'avérer très différents face à une sollicitation. Ainsi lors d'une sollicitation hydrique comme le séchage dû au déséquilibre avec l'environnement extérieur, le retrait de la pâte de ciment est gêné par les granulats insensibles au séchage (sauf dans des cas particuliers comme les bétons légers). Les contraintes engendrées par ces incompatibilités de déformation entre ces deux constituants à cette échelle mésoscopique viennent s'ajouter à celles dues aux gradients hydriques macroscopiques. Ces contraintes sont à l'origine de fissurations à l'interface entre ces deux matériaux (une décohésion entre la pâte de ciment et les granulats et le développement de fissures intragranulaires). Cette fissuration peut diminuer les performances mécaniques ou de durabilité. Une bonne prédiction du comportement du béton vis à vis du séchage implique donc une bonne compréhension des mécanismes de fissuration associés à ces deux échelles et une capacité à prédire leur part respective dans le comportement mécanique global. De nombreux travaux expérimentaux et de modélisation font référence aux effets structurels (macroscopiques) associés au séchage. En revanche, plus rares sont les études associées à l'échelle mésoscopique (notamment en terme de prédiction de la fissuration due au séchage.). Quelques travaux expérimentaux ont été menés sur l'effet de la taille et du nombre d'inclusions granulaires sur le comportement au séchage des matériaux cimentaires (Bisschop *et al.*, 2002) (Szcześniak *et al.*, 2007) (Lagier *et al.*, 2011), montrant une distribution de la fissuration induite fonction de la fraction volumique et de la taille des inclusions. Très peu d'études numériques à l'échelle mésoscopique (comparatives à ce type d'essais expérimentaux) ont été menées (De Sa, 2007) (Grassl *et al.*, 2010). En outre, celles-ci ne permettent pas d'avoir accès de manière explicite à la fissuration (aux effets de décohésion notamment observés aux interfaces entre la pâte de ciment et les inclusions granulaires) puisque basées sur des modélisations EF classiques de type endommagement et fissuration répartie.

Le but des travaux présentés dans cette communication est de simuler numériquement ce type de comportement hydro-mécanique à l'échelle mésoscopique, en prenant en compte l'hétérogénéité liée à cette échelle via un outil numérique performant, prenant en compte les deux phases pâte de ciment et granulats, modélisant le couplage hydro-mécanique et permettant un accès à la fissuration induite (en terme d'ouverture de fissure sans post-traitement).

2. Approche adoptée

2.1. Représentation explicite des hétérogénéités : discontinuités faibles

La mésostructure est discrétisée à l'aide d'un maillage EF de type treillis isotrope (construit à partir de la triangulation spatiale Delaunay), non adapté à la géométrie du problème, c'est à dire non contraint par la position des interfaces physiques entre

chaque phase (les positions des noeuds du maillage sont totalement indépendantes de la morphologie des phases constituant la mésostructure). Les avantages de ce type de maillage sont la facilité de préparation et la souplesse d'adaptation à une nouvelle géométrie (e.g. changements de formes ou de tailles d'inclusions). En revanche, il est nécessaire pour cela de développer des éléments enrichis permettant de représenter des interfaces au sein des éléments "coupés" (voir figure 1) et donc l'hétérogénéité de la mésostructure.

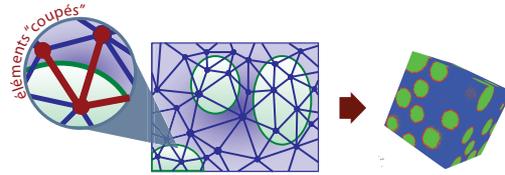


Figure 1. Maillage treillis non adapté aux hétérogénéités

Pour un matériau bi-phasique de type matrice - inclusions, trois types d'éléments apparaissent : ceux entièrement dans la matrice (pâte de ciment) ou dans les inclusions (granulats) et ceux "coupés" entre deux phases, présentant des propriétés hydriques et mécaniques différentes de part et d'autre. Pour cela, des enrichissements cinématiques ("discontinuités faibles") dans le champ de déformation pour le problème mécanique et dans le champ de gradient hydrique pour le problème hydrique sont introduits. La stratégie retenue pour enrichir la cinématique du problème EF est celle des Modes Incompatibles (Benkemoun *et al.*, 2010). Cette méthode présente l'avantage de ne pas modifier le code élément fini et de préserver le nombre total d'inconnues. L'enrichissement de la cinématique est concrétisé par la fonction G_1 (voir équation [1] et figure 2). Pour le problème hydrique, cette discontinuité est une différence de gradient hydrique, représentant ainsi des perméabilités différentes entre pâte de ciment et granulats. Pour le problème mécanique, elle rend compte des propriétés élastiques différentes entre les deux phases.

$$G_1 = \begin{cases} -\frac{1}{\theta\ell}, & x \in [0, \theta\ell] \\ \frac{1}{\ell(1-\theta)}, & x \in [\theta\ell, \ell] \end{cases} \quad [1]$$

2.2. Modèle hydrique et couplage hydro-mécanique

2.2.1. Equations constitutives des transferts hydriques

Les transferts de masse dans les matériaux cimentaires sont des phénomènes très complexes, faisant intervenir différents fluides (eau liquide, air sec, vapeur d'eau). Les transports de ces fluides durant le séchage induisent une évolution de l'humidité

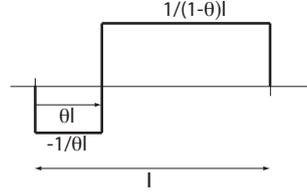


Figure 2. Fonction G_1 : discontinuité faible dans un élément barre

relative h , de la pression capillaire p_c et du degré de saturation S_l au sein de la porosité de ces matériaux. Pour un séchage "naturel" (c'est à dire à température ambiante), il semble raisonnable de ne prendre en compte que l'eau liquide dans la modélisation du phénomène (Mainguy *et al.*, 2001), (Meschke *et al.*, 2003). La combinaison de l'équation de conservation de la masse et la loi de Darcy relatives à l'eau liquide amène donc à l'équation suivante,

$$\frac{\partial S_l}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial t} = \text{div}(k_{rl}(S_l) \frac{K}{\mu_l \phi} \cdot \text{grad}(p_c)) \quad [2]$$

où K est la perméabilité intrinsèque (à l'eau liquide) du matériau, k_{rl} est la perméabilité relative à l'eau liquide (elle traduit la diminution de la cinétique de séchage lorsque le degré de saturation diminue). La pression capillaire p_c est obtenue à partir de l'humidité relative h via la loi de Kelvin. Le degré de saturation S_l est relié à la pression capillaire p_c à l'aide du modèle de van Genuchten (van Genuchten, 1980),

$$p_c(S_l) = a(S_l^{-b} - 1)^{1-\frac{1}{b}} \quad [3]$$

où a et b sont des paramètres matériaux. Il est à noter que ce modèle a été élaboré pour les sols, mais qu'il a été utilisé à plusieurs reprises avec succès pour le béton (Baroghel-Bouny *et al.*, 1999), (Meschke *et al.*, 2003), (De Sa *et al.*, 2008). La perméabilité relative évoluant durant le séchage est reliée au degré de saturation par le même modèle :

$$k_{rl}(S_l) = \sqrt{S_l} [1 - (1 - S_l^b)^{\frac{1}{b}}] \quad [4]$$

2.2.2. Couplage hydro-mécanique faible : retrait et fluage de dessiccation

Un couplage hydro-mécanique faible est retenu : lors du séchage, l'évolution de la pression capillaire au sein de la porosité du matériau cimentaire engendre un retrait de dessiccation, considéré comme la sollicitation mécanique. Ce couplage faible

conduit naturellement au choix d'une résolution numérique partitionnée. La modélisation du retrait de dessiccation adoptée est basée sur le mécanisme de pression capillaire, qui semble être prédominant dans la gamme d'humidité relative courante 50-100% (Soroka, 1979). Le cadre de la modélisation est celui de la mécanique des milieux poreux non saturés. La pression capillaire est supposée agir sur le squelette solide, par le biais d'une pression de pore p_{sol} (l'effet de la pression de gaz est négligée),

$$p_{sol} = \alpha_{rd} S_l p_c \quad [5]$$

où α_{rd} est un coefficient d'homogénéisation, qui peut être identifié à partir de l'évolution de la déformation de retrait de dessiccation. La déformation de retrait de dessiccation ε_{rd} peut alors être calculée, sous forme incrémentale, à partir de la relation suivante (assez proche de celle utilisée par (Baroghel-Bouny *et al.*, 1999)) :

$$\varepsilon_{rd} = \frac{1 - 2\nu}{E} \alpha_{rd} S_l p_c \mathbf{1} \quad [6]$$

où ν est le coefficient de Poisson et E le module d'Young de la pâte de ciment. Le fluage de dessiccation de la pâte de ciment peut également être pris en compte dans les simulations, via la relation suivante :

$$\varepsilon_{fd} = \mu |\dot{h}| \tilde{\sigma} \quad [7]$$

où ε_{fd} est la déformation de fluage de dessiccation et μ un paramètre matériau.

2.3. Représentation de la fissuration : discontinuité forte

La modélisation du processus de fissuration nécessite de porter une grande attention au problème de localisation numérique due à un comportement adoucissant. Outre les approches non locales, l'utilisation de discontinuités de déplacements offre une voie possible de résolution de ce type de problème (la réponse globale de ces méthodes ne dépendant pas de la taille des éléments choisis pour le maillage). De plus, de telles discontinuités (sauts de déplacements) permettent un accès aux ouvertures de fissures de manière directe, ce qui constitue un avantage majeur de cette stratégie, en particulier en vue de modéliser des transferts après fissuration. La discontinuité de déplacement peut être activée à l'interface entre les deux phases ou dans la matrice pour prendre en compte respectivement la décohéation ou la microfissuration globale.

Toutes les simulations présentées sont effectuées avec le composant EF coFeap (Kassiotis *et al.*, 2008).

3. Application à l'étude du séchage de matériaux modèles

L'objectif de l'étude numérique est d'éprouver la capacité du modèle numérique présenté à analyser l'influence des inclusions granulaires sur le séchage de matériaux cimentaires. Cette étude s'appuie sur des résultats expérimentaux effectués par Bisshop *et al.* (Bisshop *et al.*, 2002) : des éprouvettes de "béton modèle", constituées de pâte de ciment et d'inclusions sphériques en verre sont soumises à un séchage sur une de leur face, les autres faces étant protégées de la dessiccation. Les billes ayant un comportement inerte au séchage et une rigidité importante, un retrait de la pâte gêné par les billes de verre est observé, entraînant une fissuration isotrope au sein de la pâte et à l'interface avec les billes de verre. Des éprouvettes de pâte de ciment seule subissant les mêmes conditions de séchage présentent au contraire une fissuration privilégiée, perpendiculaire à la face séchante limitée à la zone superficielle séchante.

3.1. Mésostructures testées

La taille des mésostructures est de $40 \times 40 \times 40$ mm. Six types de mésostructures (voir figure 3) ont été réalisées, présentant les caractéristiques fournies au tableau 1, soit différents diamètres et fractions volumiques d'inclusions. Cette étude sera par la suite étendue à des mésostructures contenant différentes tailles d'inclusions (et des fractions volumiques plus importantes).

Désignation de la mésostructure	Pdc	g2-10	g4-10	g4-21	g6-10	g6-21
Diamètre des inclusions [mm]	-	2	4	4	6	6
Fraction volumique de granulats [%]	0	10	10	21	10	21

Tableau 1. Composition des mésostructures testées

3.2. Calculs réalisés

Les mésostructures, initialement à une humidité relative de 98 % sont soumises sur la face $x = 40$ mm à une humidité relative de 30 %, les autres faces étant protégées de la dessiccation. Aucune condition mécanique n'est imposée, les mésostructures pouvant se déformer librement dans toutes les directions (voir figure 4).

3.3. Résultats hydriques

Les courbes de perte en masse (voir figure 5) associées à ce séchage laissent apparaître une influence de la fraction volumique des granulats (avec une diminution de la perte en masse pour les fractions volumiques les plus élevées, les transferts étant gênés par les inclusions). Ces résultats sont conformes aux conclusions de Bisshop *et*

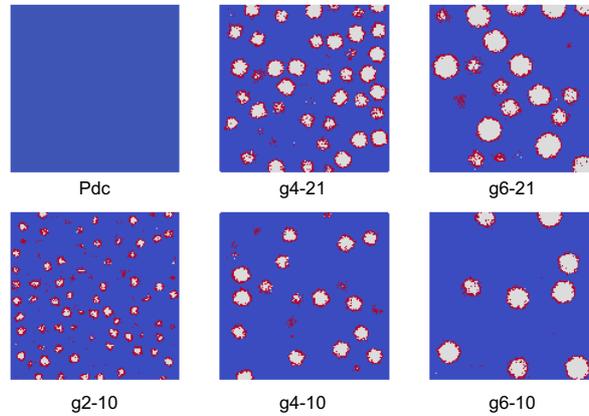


Figure 3. Coupes des différentes mésostructures testées

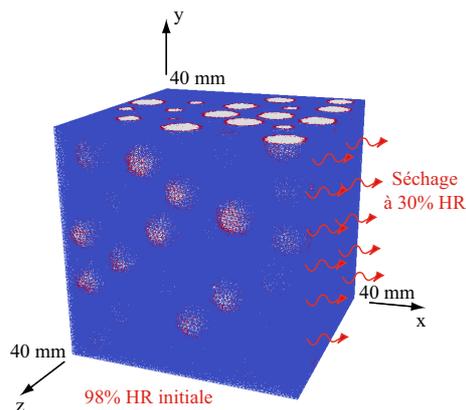


Figure 4. Conditions aux limites imposées

al. (Bisshop *et al.*, 2002). La taille des inclusions semble n'avoir que peu d'influence sur la perte en masse.

3.4. Résultats mécaniques

L'évolution du retrait de dessiccation en fonction de la perte en masse est linéaire pour la pâte de ciment comme pour les mésostructures avec inclusions. On observe initialement une zone de gonflement apparent lié probablement à de la fissuration (déformation d'extension s'opposant au retrait). De plus, on observe, logiquement,

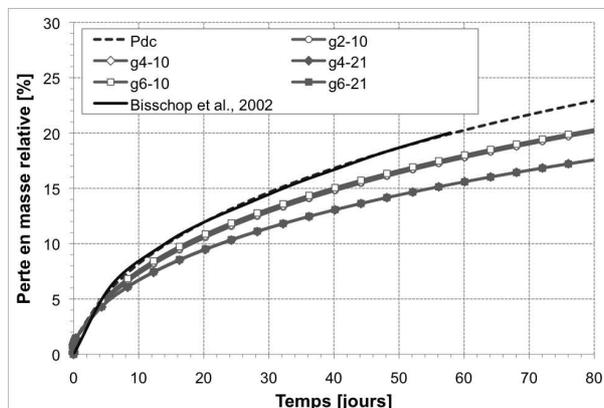


Figure 5. Evolution de la perte en masse relative pour les différentes mésostructures testées

une diminution du retrait pour les mésostructures avec inclusions (voir figure 6), la pâte de ciment subissant seule le retrait de dessiccation.

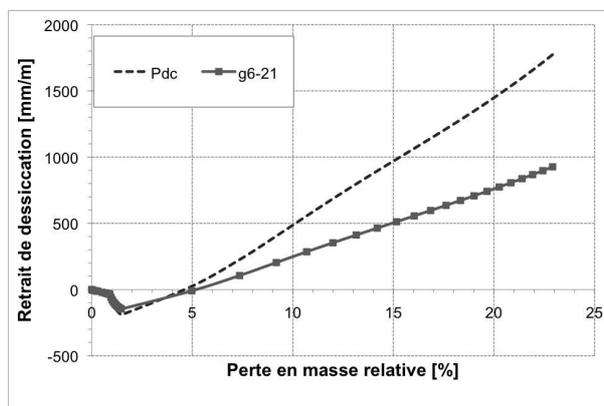


Figure 6. Evolution du retrait de dessiccation au point (40mm; 20mm; 20mm) en fonction de la perte en masse pour la pâte de ciment et pour la mésostructure g6-21 contenant des inclusions

La figure 7 représente les cartes de fissuration obtenues à l'issue du séchage pour la pâte de ciment seule (Pdc) et les mésostructures avec inclusions. On peut observer une fissuration localisée à la surface de la surface séchant pour la pâte seule. Cette fissuration est due au gradient hydrique (effet structurel). A contrario, une fissuration plus diffuse et plus isotrope est constatée pour le matériau hétérogène. Ces faciès de fissuration sont représentatifs des résultats expérimentaux présentés par Bisschop *et al.* (Bisschop *et al.*, 2002). Enfin, la prise en compte du fluage de dessiccation fait

apparaître une relaxation des contraintes et une diminution de la fissuration pour les mêmes conditions imposées (voir figure 8).

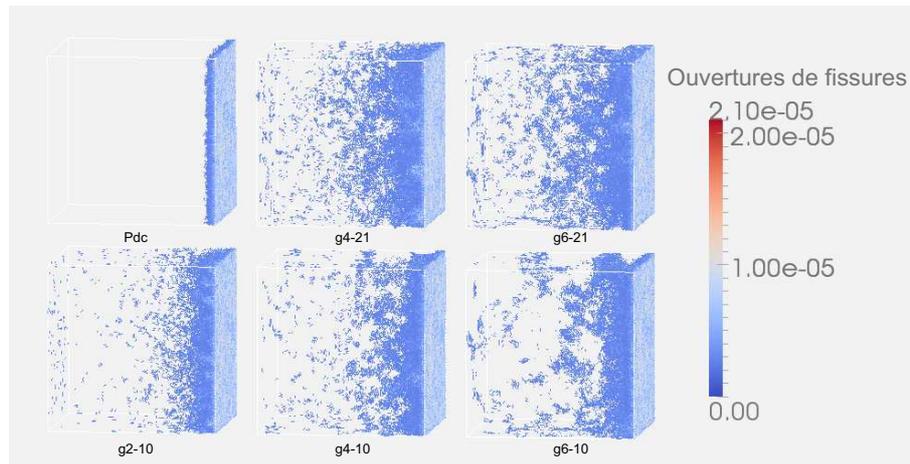


Figure 7. Cartes de fissuration (éléments barres cassés) au bout de 80 jours de séchage pour les différentes mésostructures.

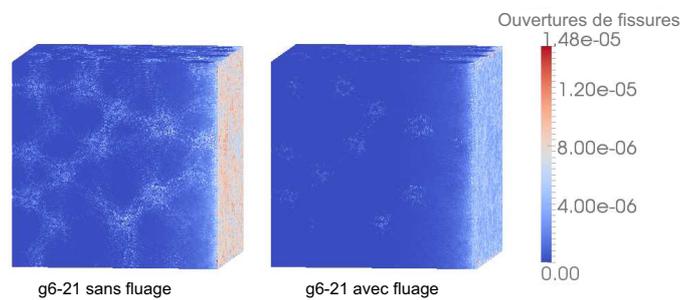


Figure 8. Cartes de fissuration (éléments barres cassés) au bout de 80 jours de séchage pour la mésostructure g6-21, avec ou sans prise en compte du fluage de dessiccation.

4. Conclusions

La capacité du modèle thermo-hydrrique couplé présenté dans cette communication a été validée. L'effet de l'hétérogénéité du matériau sur le comportement mécanique induit lors du séchage est notamment reproduit (propagation de la fissuration à l'interface pâte de ciment/granulats). Des études sont à présent possibles pour quantifier l'effet de la teneur et de la taille des inclusions sur l'évolution de cette fissuration (volume fissuré, orientation et longueur de fissures). Il est à noter que seul un couplage

faible du comportement hydrique sur le comportement mécanique est utilisé actuellement. Le problème physique est plus complexe, l'apparition de fissures au sein du matériau entraînant une augmentation de la perméabilité et donc de la cinétique de séchage de ce matériau. Il serait nécessaire d'introduire un couplage fort pour vérifier que cette augmentation ne modifie pas significativement les résultats. L'introduction du fluage semble diminuer notablement la fissuration, mais ceci reste à confirmer par de nouvelles études numériques, s'appuyant sur des résultats expérimentaux permettant une identification plus adéquate des paramètres de fluage.

5. Bibliographie

- Baroghel-Bouny V., Mainguy M., Lassabatère T., Coussy O., « Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials », *Cement and Concrete Research*, vol. 29, p. 1225-1238, 1999.
- Benkemoun N., Hautefeuille M., Colliat J. B., Ibrahimbegovic A., « Failure of heterogeneous materials : 3D meso-scale FE models with embedded discontinuities », *Int Jal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 82, p. 1671-1688, 2010.
- Bisschop J., van Mier J. G. M., « Effect of aggregates on drying shrinkage microcracking in cement-based composites », *Materials and Structures*, p. 453-461, 2002.
- De Sa C., Etude hydro-mécanique et thermo-mécanique du béton. Influence des gradients et des incompatibilités de déformation, PhD thesis, LMT ENS Cachan / CNRS / UMPC / UniverSud Paris, France, 2007. in french.
- De Sa C., Benboudjema F., Thiery M., Sicard J., « Analysis of microcracking induced by differential drying shrinkage », *Cement and Concrete Composites*, vol. 30, p. 947-956, 2008.
- Grassl P., Wong H. S., Buenfeld N. R., « Influence of aggregate size and volume fraction on shrinkage induced micro-cracking of concrete and mortar », *Cement and Concrete Research*, vol. 40, p. 85-93, 2010.
- Kassiotis C., Hautefeuille M., *coFeap's Manual*, http://www.lmt.ens-cachan.fr/cofeap/files/cofeap_manual.pdf, 2008.
- Lagier F., Jourdain X., De Sa C., Benboudjema F., Colliat J. B., « Numerical strategies for prediction of drying cracks in heterogeneous materials : Comparison upon experimental results », *Engineering Structures*, p. 920-931, 2011.
- Mainguy M., Coussy O., Baroghel-Bouny V., « Role of air pressure in drying of weakly permeable materials », *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, p. 582-592, 2001.
- Meschke G., Grasberger S., « Numerical modelling of coupled hygromechanical degradation of cementitious materials », *Journal of engineering mechanics*, vol. 4, p. 383-392, 2003.
- Soroka I., *Portland cement paste and concrete*, Macmillan, 1979.
- Szcześniak M., Burlion N., van Mier J. G. M., « An experimental study of the roles of water saturation degree and aggregate size in the mechanical response of cement based composites », *Proceedings of FraMCoS-6 - Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Italy, 2007.
- van Genuchten M. T., « A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils », *Soil Science Society of America*, vol. 44, p. 892-898, 1980.