
Un modèle incrémental à grands pas de temps pour l'analyse de la dégradation du béton armé exposé à la corrosion

Omar Saifouni*, Rostand Moutou Pitti, Jean-François Destrebecq

Clermont Université, Université Blaise Pascal, Laboratoire de Mécanique et Ingénieries, EA 3867, BP 10448, 63000 Clermont Ferrand, France

*omar.saifouni@ifma.fr

RÉSUMÉ. Le présent travail concerne l'évaluation des contraintes internes induites dans le béton d'enrobage des aciers soumis à la corrosion. L'approche proposée est basée sur une formulation incrémentale de la fonction de relaxation du béton. Cette formulation est intégrée dans une procédure de calcul par éléments finis. Un aspect essentiel de l'approche développée est qu'elle est fondée sur une forme incrémentale à grands pas de temps, ce qui permet une analyse précise de l'évolution du mécanisme de dégradation pour un effort de calcul limité. Le modèle développé est appliqué à un cas type de barre d'armature enrobée. L'influence de paramètres tels que le coefficient d'expansion de la couche d'oxyde, la densité de courant de corrosion et l'épaisseur de l'enrobage est discutée au regard des simulations présentées.

ABSTRACT. This present work concerns the evaluation of internal stresses induced in the concrete by embedded steel bars subjected to corrosion. The proposed approach is based on an incremental formulation of the relaxation function of the concrete. This formulation is integrated into a finite element process. The main aspect of the proposed approach is that it is based on an incremental form, providing a precise and efficient analysis of the evolution of the degradation mechanism for a limited computational effort. The model developed is applied to typical case of embedded bar. The influence of parameters such as the corrosion current density, the expansion coefficient of the oxide layer and the thickness of the concrete cover are discussed according to the presented simulations.

MOTS-CLÉS : viscoélasticité, béton armé, relaxation, formulation incrémentale, éléments finis, corrosion, durabilité.

KEYWORDS: viscoelasticity, reinforced concrete, relaxation, incremental formulation, finite elements, corrosion, durability.

1. Introduction

L'évaluation des mécanismes de dégradation est un aspect majeur dans l'étude de la durabilité des constructions (AFGC, 2004). Dans le cas des structures en béton, les armatures sont naturellement protégées de la corrosion par le Ph élevé du béton qui provoque la passivation de l'acier. En présence de gaz carbonique, il se produit un phénomène évolutif de carbonatation de la matrice cimentaire qui abaisse le Ph du béton. Lorsque le front de carbonatation atteint les armatures, l'acier se dépassive et la corrosion débute (phase de propagation) avec une double conséquence : d'une part, une diminution de la section effective des barres d'armatures qui affaiblit la résistance de l'ouvrage ; d'autre part, une production d'oxydes avec un volume supérieur à celui de l'acier au dépend duquel ils se forment (Raharinaivo, 1998) (Vichot, 2008). Ces phénomènes sont susceptibles d'influer de manière significative sur la durée de vie des ouvrages concernés.

Le présent travail concerne l'évaluation des contraintes internes induites dans le béton d'enrobage des aciers par cette production d'oxydes. En effet, la conséquence de ce mécanisme est le développement d'états de contrainte tridimensionnels qui peuvent conduire à des fissurations du béton d'enrobage selon des tracés parallèles aux barres. L'apparition de ces fissures est généralement considérée comme un état limite vis-à-vis de l'exigence de durabilité.

Compte tenu du caractère progressif de ce mécanisme de dégradation, le développement des états de contraintes internes induits par la production d'oxydes est conditionné par les propriétés rhéologiques du béton. Dans ce contexte, ce travail propose une approche pour la prise en compte des aspects rhéologiques dans l'évaluation des contraintes induites dans le béton d'enrobage par le phénomène de corrosion. L'approche proposée est basée sur une formulation incrémentale de la fonction de relaxation du béton (Jurkiewicz et al. 1999). Cette formulation est intégrée dans une procédure de calcul par éléments finis. Un aspect essentiel de l'approche développée est qu'elle est fondée sur une forme incrémentale à grands pas de temps, ce qui permet une analyse précise de l'évolution du mécanisme de dégradation pour un effort de calcul limité.

Le modèle développé est appliqué à un cas type de barre enrobée. L'influence de paramètres tels que le coefficient d'expansion de la couche d'oxyde, la densité de courant de corrosion et l'épaisseur de l'enrobage, est discutée au regard des simulations présentées.

2. Modèle de corrosion d'une barre enrobée

Dans ce travail on s'intéresse à la phase de propagation qui correspond à la corrosion des armatures. Elle débute dès que le front de carbonatation du béton atteint les armatures et que le film de passivation est détruit.

D'un point de vue électrochimique, le phénomène d'oxydation est accompagné d'un échange de charges électriques entre le métal et le milieu environnant. La loi de Faraday permet d'évaluer la vitesse de pénétration de la corrosion Pr en fonction de la densité de courant de corrosion i_{cor} . Dans le cas du fer, on a (Yalamas, 2006) :

$$Pr = 0,01163 i_{cor} \quad [Pr \text{ en mm/an ; } i_{cor} \text{ en } \mu\text{A/cm}^2] \quad [1]$$

Risque de corrosion	Négligeable	Faible	Modéré	Fort
i_{cor} [$\mu\text{A/cm}^2$]	< 0.1	0.1 - 0.5	0.5 - 1.0	> 1.0

Tableau 1. Valeurs indicatives de courant de corrosion (i_{cor}) et des risques associés (Vichot 2008).

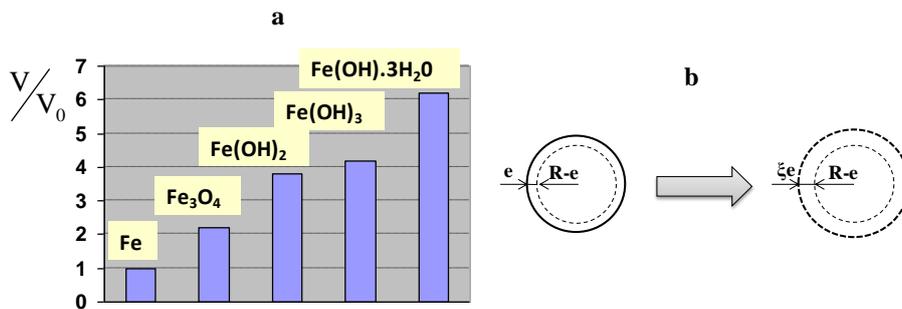


Figure 1.a. Augmentation de volume des produits d'oxydation du fer [Vichot 2008], **b.** Formation de la couche d'oxyde.

Les produits de corrosion (oxydes) occupent un volume V jusqu'à 6 fois supérieur au volume initial V_0 (Figure 1.a). Compte tenu de la loi de Faraday, le processus de corrosion d'une barre d'armature peut être schématisé comme la transformation progressive d'une couche d'acier dont l'épaisseur e croît au cours du temps (Figure 1.b), soit pour i_{cor} constant :

$$\forall t > t_i \quad e(t) = 0,01163 i_{cor} (t - t_i) \quad [2]$$

t_i étant le temps à la fin de la phase de carbonatation qui correspond au début de corrosion.

Compte tenu de l'expansion de volume du métal corrodé, l'épaisseur de la couche d'oxyde formée est égale à $\xi.e(t)$, avec $\xi > 1$, le coefficient d'expansion. Ceci

correspond à une augmentation $\Delta R = (\xi - 1)e(t)$ du rayon de la barre en cours d'oxydation, soit une augmentation relative :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{(\xi - 1)}{R} e(t) \quad [3]$$

L'augmentation du rayon de la barre exerce une pression à l'interface acier/béton, ce qui implique le développement de contraintes internes dans le béton d'enrobage. Compte tenu de la faible vitesse de progression de la corrosion, il est nécessaire de tenir compte des propriétés rhéologiques du béton pour l'évaluation de ces contraintes. Ceci est fait à l'aide de la formulation incrémentale exposée ci-dessous.

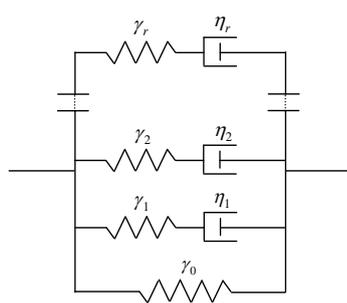
3. Formulation incrémentale des comportements des matériaux

3.1. Cas du béton

Le comportement rhéologique du béton est modélisé dans le cadre de la viscoélasticité linéaire. Dans le cas général linéaire isotrope, la matrice de relaxation viscoélastique $[R(t, t_0)]$ dépend de deux grandeurs indépendantes fonctions de t_0 (instant d'application du chargement) et de t (temps actuel). Si le fluage ou la relaxation s'effectue à coefficient de Poisson constant, la matrice de relaxation viscoélastique ne dépend que d'une seule grandeur, ce qui permet d'écrire :

$$[R(t, t_0)] = \rho(t, t_0)[K_0] \quad [4]$$

Dans cette expression $[K_0]$ est la matrice de rigidité élastique isotrope.



$\rho(t, t_0)$ est une fonction adimensionnelle qui s'exprime sous la forme d'une série de Dirichlet (représentation spectrale équivalente à un modèle de Maxwell généralisé, Figure 2) :

$$\rho(t, t_0) = \gamma_0 + \sum_{\mu=1}^r \gamma_{\mu} e^{-\alpha_{\mu}(t-t_0)} \quad [5]$$

Avec $\alpha_{\mu} = \gamma_{\mu} / \eta_{\mu}$ et $\sum_{\mu=0}^r \gamma_{\mu} = 1$

Figure 2. Modèle de Maxwell généralisé

La loi de comportement d'un matériau viscoélastique est donnée par l'équation de Boltzmann formulée en relaxation :

$$\{\sigma(t)\} = [K_0] \int_0^t \rho(t, \tau) \{\dot{\varepsilon}(\tau)\} d\tau \quad [6]$$

Compte tenu de l'équation [6], l'incrément de contrainte $\{\Delta\sigma\}$ pour un intervalle de temps fini $[t, t + \Delta t]$ s'écrit :

$$\{\Delta\sigma\} = [K_0] \left(\int_t^{t+\Delta t} \rho(t + \Delta t, \tau) \{\dot{\varepsilon}(\tau)\} d\tau + \int_0^t (\rho(t + \Delta t, \tau) - \rho(t, \tau)) \{\dot{\varepsilon}(\tau)\} d\tau \right) \quad [7]$$

On admet que $\{\varepsilon(\tau)\}$ peut être approché par une forme linéaire sur l'intervalle de temps fini $[t, t + \Delta t]$:

$$\{\varepsilon(\tau)\} \cong \{\varepsilon(t)\} + \frac{\tau - t}{\Delta t} \{\Delta\varepsilon\} \rightarrow \{\dot{\varepsilon}(\tau)\} \cong \frac{\{\Delta\varepsilon\}}{\Delta t} \quad [8]$$

Finalement, après avoir inséré l'équation (8) dans (7), la loi viscoélastique linéaire isotrope prend la forme d'une équation matricielle incrémentale :

$$\forall t, \Delta t: \{\Delta\sigma\} = [\tilde{K}] \{\Delta\varepsilon\} - \{\sigma^{hist}(t)\} \quad [9]$$

$$\text{avec: } [\tilde{K}] = \left(\gamma_0 + \sum_{\mu=1}^r \gamma_{\mu} \frac{1 - e^{-\alpha_{\mu} \Delta t}}{\alpha_{\mu} \Delta t} \right) [K_0] \quad [10]$$

$$\{\sigma^{hist}(t)\} = \sum_{\mu=1}^r \{\sigma_{\mu}^{hist}(t)\} = \sum_{\mu=1}^r (1 - e^{-\alpha_{\mu} \Delta t}) \{\sigma_{\mu}(t)\}$$

$[\tilde{K}]$ est une matrice de rigidité fictive qui dépend des paramètres α_{μ} , γ_{μ} et du pas de temps Δt . $\{\sigma^{hist}(t)\}$ est un terme d'histoire qui dépend d'un jeu de variables internes $\{\sigma_{\mu}(t)\}$ qui doivent être actualisées après chaque pas de calcul :

$$\forall \mu \in [1, r]: \{\sigma_{\mu}(t + \Delta t)\} = \{\sigma_{\mu}(t)\} + [\tilde{K}_{\mu}] \{\Delta\varepsilon\} - \{\sigma_{\mu}^{hist}(t)\} \quad [11]$$

$\{\Delta\varepsilon\}$ étant l'incrément de déformation pour le pas de temps écoulé.

3.2. Cas de l'armature

L'équation [3] peut être interprétée comme résultant d'une déformation libre isotrope équivalente, soit pour un intervalle de temps Δt :

$$\{\Delta \varepsilon_{cor}\} = (\xi - 1) \frac{\Delta e}{R} \{1\} \quad \text{avec} \quad \Delta e = 0.01163 i_{cor} \Delta t \quad [\text{mm}] \quad [12]$$

Finalement, la loi de comportement équivalente de l'acier en cours de corrosion peut se mettre sous la forme incrémentale suivante :

$$\{\Delta \sigma\} = [Ke] (\{\Delta \varepsilon\} - \{\Delta \varepsilon_{cor}\}) = [Ke] \{\Delta \varepsilon\} - \{\Delta \sigma_{cor}\} \quad [13]$$

$[Ke]$ est la matrice de rigidité élastique de l'acier. Les équations [9] et [13] ramènent à un problème thermoélastique fictif équivalent dans lequel $\{\sigma^{hist}(t)\}$ et $\{\Delta \sigma_{cor}\}$ jouent le rôle des chargements thermiques.

4. Implémentation éléments finis

Le modèle incrémental a été implémenté à l'aide du code de calcul aux éléments finis Cast3m, selon l'organigramme décrit à la figure 3.

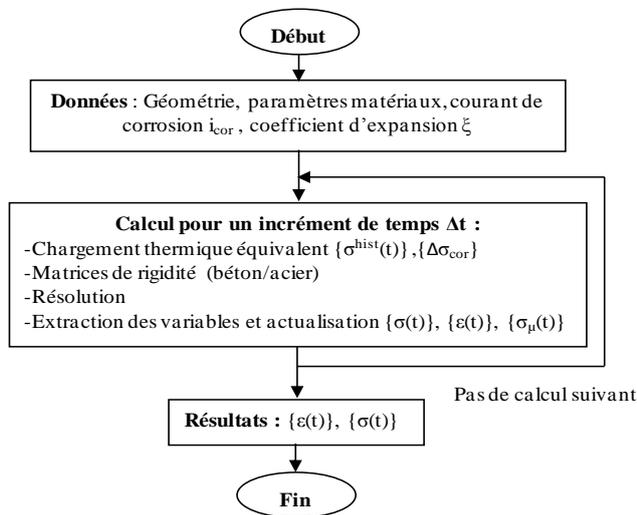


Figure 3. Organigramme de principe

Chaque pas de calcul viscoélastique débute par l'évaluation de $\{\sigma^{hist}(t)\}$ et $\{\Delta\sigma_{cor}\}$. La matrice de rigidité globale est calculée sur la base de $[\tilde{K}]$ et $[Ke]$. La résolution du problème thermoélastique équivalent donne les incréments de contraintes $\{\Delta\sigma\}$ et de déformation $\{\Delta\varepsilon\}$ pour le pas considéré. Le pas de calcul se termine avec l'actualisation des contraintes internes $\{\sigma_{\mu}(t)\}$ nécessaires pour l'évaluation de $\{\sigma^{hist}\}$ au début du pas suivant.

5. Simulation numérique

5.1. Mise en œuvre du modèle

Le modèle présenté est appliqué à l'analyse des contraintes induites par la corrosion d'une barre d'angle dans le béton d'enrobage (Figure 4).

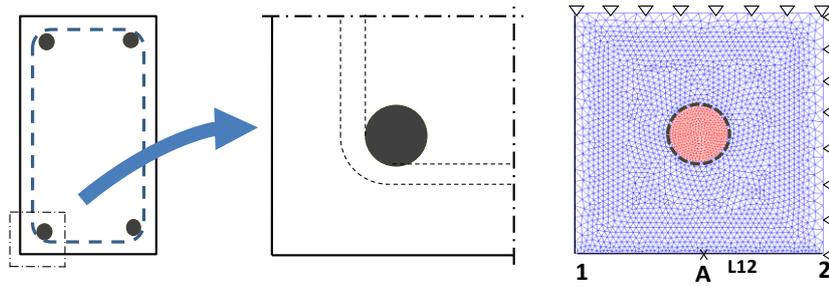


Figure 4. Présentation du modèle calculé

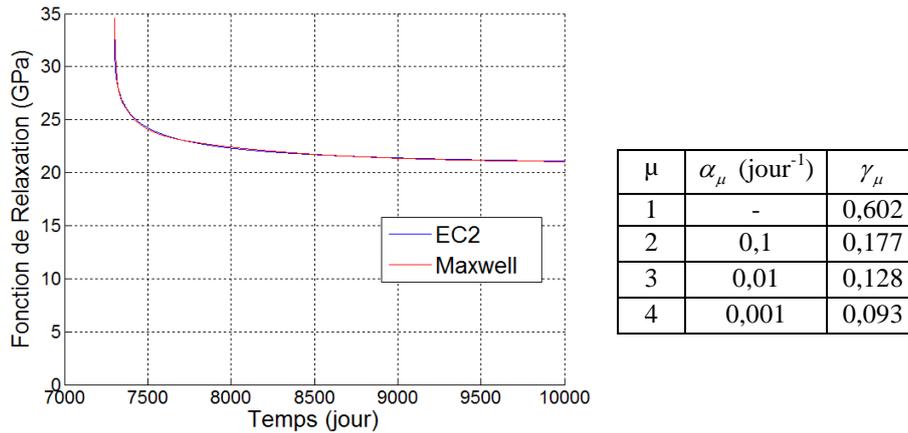


Figure 5. Fonction de relaxation du béton.

La fonction de fluage du béton est déduite de l'EC2 (Eurocode 2, 2003) pour un béton C 25/30 âgé de 20 ans. On obtient la fonction de relaxation R par l'inversion de la fonction de fluage J par la résolution numérique de l'équation intégrale suivante issue de la formule de Boltzmann (Salençon, 2009) :

$$J(t,t)R(t_0,t) - \int \frac{\partial J(\tau,t)}{\partial \tau} R(t_0,\tau) d\tau = 1 \quad [15]$$

A partir de la courbe obtenue pour $R(t,t_0)$ on identifie les paramètres du modèle de Maxwell généralisé par la méthode des moindres carrés (Jurkiewicz, 1999) (Figure 5). Compte tenu de la faible épaisseur de la couche d'oxyde, la différence des caractéristiques mécaniques entre l'acier et l'oxyde n'a pas d'incidence significative sur le calcul. On adopte donc les mêmes caractéristiques sur toute la section de la barre.

5.2. Résultats et discussions

On examine la répartition de la contrainte principale de traction sur le parement extérieur de la poutre (Figure 4, ligne **L12**). Sur la figure 6, on constate que la contrainte maximale est atteinte à l'aplomb de l'armature (Figure 4, point **A**).

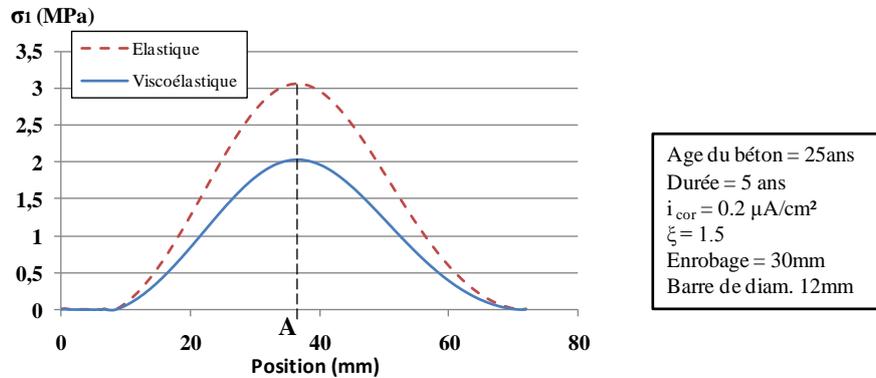


Figure 6. Contrainte principale de traction le long de la ligne **L12**

La figure 7 montre l'évolution au cours du temps de la contrainte principale au point **A** pour différents enrobages C . On constate que le calcul élastique surestime largement la contrainte par rapport au calcul viscoélastique. Ceci s'explique par la relaxation des contraintes dans le béton au cours du temps. On observe que la vitesse d'évolution de la contrainte dépend de l'enrobage. Elle décroît lorsque l'épaisseur de

l'enrobage augmente. On suppose que la fissuration se produit lorsque la résistance en traction est atteinte ($f_{ctm} = 2,56$ MPa). Dans l'exemple traité, la fissuration se produit après 3,3 ans, 6,3 ans et 16,4 ans pour $C = 20$ mm, 30mm et 50mm respectivement. Ces durées sont supérieures à celles prédites par un calcul élastique.

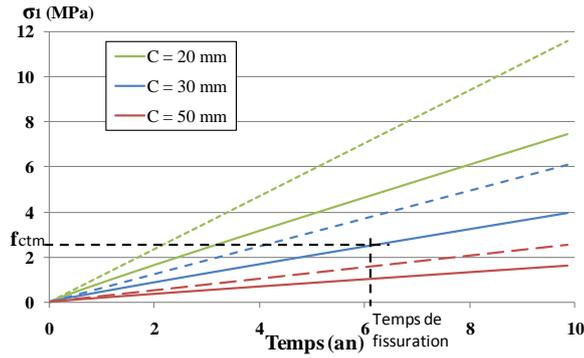


Figure 7. Evolution de la contrainte principale de traction au point A au cours du temps : calcul viscoélastique (trait continu), calcul élastique (trait discontinu)

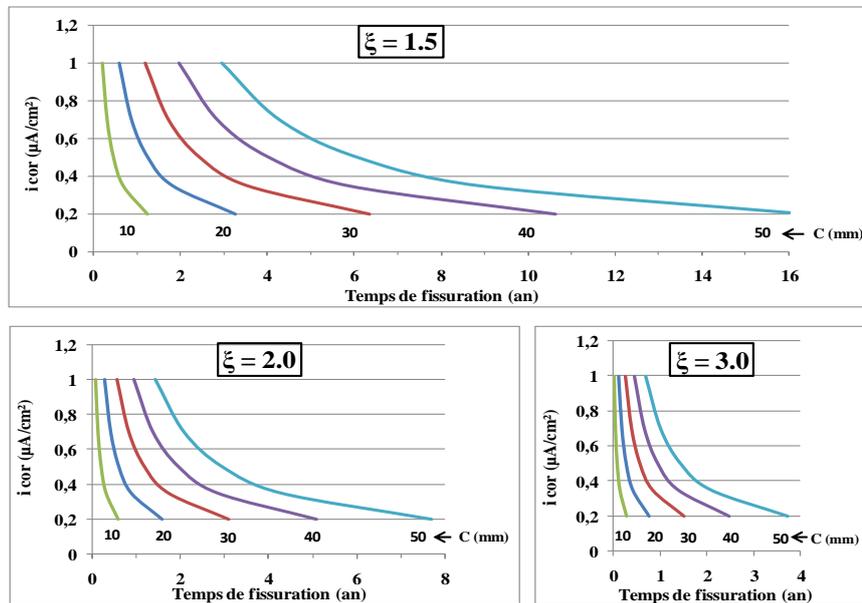


Figure 8. Relation entre l'enrobage, le courant de corrosion et le temps de fissuration pour trois valeurs du coefficient d'expansion ξ

Le modèle est appliqué de manière systématique en faisant varier les paramètres i_{cor} et ζ . Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 8. Ces courbes permettent de déterminer l'enrobage à prévoir pour un délai de fissuration souhaité pour des conditions de corrosion données (i_{cor} et ζ). On observe en particulier la forte sensibilité vis-à-vis du paramètre ζ qui est généralement mal connu.

6. Conclusion

Un modèle a été proposé pour représenter l'effet mécanique du caractère expansif de la corrosion d'une barre d'armature sur le béton d'enrobage. Une formulation incrémentale à grand pas de temps est ensuite proposée pour décrire le comportement rhéologique du béton. Un algorithme de résolution intégrant la formulation incrémentale adapté au calcul d'un multi-matériau obéissant à un comportement dépendant du temps a été proposé et mis en œuvre à l'aide du code de calcul par éléments finis Cast3m©. Le modèle de calcul a été appliqué à la simulation d'une barre d'angle enrobée en phase de corrosion. On a constaté que la contrainte de traction est maximale au droit de la ligne de projection de l'armature sur le parement extérieur. En outre, le calcul viscoélastique donne des contraintes inférieures à celles obtenues par calcul élastique. L'effet favorable de la rhéologie du béton retarde donc le temps de fissuration. L'application systématique du modèle permet de déduire l'enrobage à prévoir en fonction des paramètres i_{cor} et ζ de corrosion pour un temps de fissuration souhaité.

Bibliographie

- AFGC., *Conception des bétons pour une durée de vie donnée des ouvrages*, Association Française Génie Civil, Documents Scientifiques et Techniques, 2004, p. 252.
- Eurocode 2., *Design of concrete structures*. Part 1: General rules and rules for buildings. EN 1992-1:2003, European Committee for Standardization (CEN), Brussels, 2003.
- Jurkiewicz B., Destrebecq J-F., Vergne A., « Incremental analysis of time-dependent effects in composite structures », *Computer and Structure*, vol. 73, 1999, p. 425-435.
- Raharinaivo A., Arliguie G., Chaussadent T., Grimaldi G., Pollet V., Taché G., *La corrosion et la protection des aciers dans le béton*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1998, p. 167.
- Salençon J., *Viscoélasticité pour le calcul des structures*, Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), 2009.
- Vichot A., Ollivier J-P., *La durabilité des bétons*, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), Paris, 2008, p. 868.
- Yalamas T., Defaux G., Destrebecq J-F., Laudren A., Clatot B., « Estimation of the durability of dispersion structures in cooling towers », *31th ESReDA*, Smolenice (Slovakia), 2006, p. 117-128.