
Modélisation numérique du transfert couplé dans les sols gonflants

Laredj Nadia ^{1*}, Missoum Hanifi ², Bendani Karim ³,
Maliki Mustapha ⁴

^{1,2,3,4} Laboratoire de construction transport et protection de l'environnement
(LCTPE), Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem

* nad27000@yahoo.fr

RÉSUMÉ. Cette étude présente une formulation des transferts couplés d'humidité, d'air et de soluté chimique dans les sols argileux non saturés lorsque ces derniers sont soumis à des variations de degré de saturation et de potentiel osmotique. Dans cette approche, le comportement mécanique des sols non saturés, à savoir, la résistance à la déformation, est décrit sur la base de la relation constitutive reliant la contrainte moyenne, la succion et la concentration en soluté chimique. La complexité et la nature couplée de la formulation théorique ont nécessité une approche numérique afin de générer une solution simultanée aux quatre équations différentielles. Dans ce travail, la méthode des éléments finis est employée pour la discrétisation spatiale, associée à celle des différences finis pour la discrétisation temporelle. Un exercice a été présenté à la fin de ce travail afin de montrer la capacité du modèle à prédire le comportement observé des différents types d'argiles.

MOTS-CLÉS: Modèle numérique, transfert couplé, éléments finis, argiles gonflantes, sols non saturés.

ABSTRACT. This study presents a numerical formulation of coupled moisture, air and chemical solute concentration transfers in unsaturated clayey soils when there are subjected to variations of degree of saturation and osmotic potential. In this approach, the mechanical behavior of unsaturated soils is described by the use of the net mean stress, suction and chemical concentration. The complexity and the coupled nature of the theoretical formulation required a numerical approach to generate a simultaneous solution of four differential equations. In this work, the method of the finite elements is employed for the spatial discretisation, associated with that of the finite differences for the temporal discretisation. A set of exercises was presented to the end of this work to show the capacity of the model to predict the behavior observed by the various types of clays.

KEYWORDS: Numerical model, coupled transfer, finite elements, swelling clays, unsaturated soils.

1. Introduction

Les sols argileux sont constitués de minéraux variés dont la forte affinité pour l'eau est connue. Certains comportent une forte proportion de particules argileuses telles que la montmorillonite, l'illite, la smectite, etc.

Les argiles gonflantes sont donc présentes dans de nombreux contextes, leurs propriétés pouvant être à la fois profitables et/ou dommageables. Le problème actuel que constitue l'entreposage des déchets ménagers, industriels ou nucléaires, est qu'il est indispensable d'assurer la pérennité de l'ouvrage construit sur des période extrêmement longues. Il est donc nécessaire d'arriver à caractériser le comportement hydromécanique de ces matériaux afin de pouvoir prévoir leur comportement à long terme, et notamment, l'influence des variations de volume dues à des modifications de leur état hydrique sur leur comportement mécanique (Gens et Olivella, 2001; Andra, 2005).

Le but principal de cette étude est de modéliser le comportement des sols argileux non saturés, quand ils sont soumis à des variations de degré de saturation et de potentiel osmotique. Ce travail est une extension du modèle de transfert couplé présenté par Thomas et Sanson (1995), et qui a été par la suite étendu par un bon nombre de chercheurs (Thomas et He, 1998 ; Ramesh, 1996 ; Missoum et al., 1998; Cleall et al., 2006, Bendani et al., 2008). Ce modèle représente le transfert couplé de l'eau interstitielle, de l'air interstitielle et de soluté chimique dans un sol de comportement non linéaire élastique. Une solution numérique aux formulations du modèle est proposée par la suite. La méthode des éléments finis est utilisée pour la discrétisation spatiale, associées à celle des différences finies pour la discrétisation temporelle. Une série d'exercices de vérification du modèle établi est présentée afin de prouver la validité du modèle étudié à reproduire certains modèles existants, et d'autre part, à représenter le comportement observé expérimentalement de certains types de sols.

2. Matériels et Méthodes

2.1. Formulation théorique

Dans le but de modéliser numériquement les sols non saturés, nous admettons, comme on le suppose souvent, que le comportement de ces sols peut être décrit par la superposition de trois milieux continus, qui couvrent chacun l'ensemble de l'espace occupé par le sol. Dans ce travail, le milieu continu liquide est représenté par la solution eau+soluté chimique, et le milieu gaz par l'air. Ces derniers peuvent

se déplacer l'un par rapport à l'autre à l'intérieur du milieu global et en sortir ou y entrer.

2.1.1. Transfert d'humidité

L'équation régissant le transfert d'humidité dans un sol non saturé peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\partial(\rho_l n S_l)}{\partial t} = -\rho_l \nabla \cdot V_l + \rho_l E \quad [1]$$

où ρ_l est la masse volumique de l'eau, n est la porosité, S_l est le degré de saturation en eau, V_l est la vitesse de l'eau dans les pores, E désigne la présence d'un débit d'une source ou d'un puits et ∇ est l'opérateur de divergence. La vitesse de l'eau dans les pores est définie selon la loi généralisée de Darcy.

L'inclusion d'un terme d'écoulement osmotique dans la vitesse du liquide permet la représentation du comportement de l'écoulement liquide que l'on trouve dans les argiles très compactées. Le terme de l'écoulement osmotique représente le mouvement de l'eau dans la direction croissante de la concentration chimique du soluté c_s . En adoptant la méthodologie présentée par Mitchell (1993), la vitesse totale d'écoulement d'eau peut être définie comme suit :

$$V_l = -k_l \cdot \left[\nabla \left(\frac{u_l}{\gamma_l} + z \right) \right] + k_{c_s} \nabla c_s \quad [2]$$

où k_l est la conductivité hydraulique, k_{c_s} est la conductivité hydraulique par rapport au gradient de concentration du soluté chimique, u_l est la pression interstitielle de l'eau, γ_l est la densité de l'eau et z représente l'élévation.

2.1.2. Transfert d'air

L'équation de conservation de masse de l'air est exprimée par la discrétisation dans le temps de la teneur en air qui devra être égale à la discrétisation spatiale du flux d'air. Ceci peut être représenté mathématiquement comme :

$$\frac{\partial(S_a + H_s \cdot S_l) n \rho_a}{\partial t} = -\nabla[\rho_a \cdot (v_a + H_s \cdot v_l)] \quad [3]$$

où H_s représente le coefficient d'Henry de solubilité volumétrique et ρ_a la masse volumique de l'air.

Les lois de Fick (1855) et de Darcy (1856) sont utilisées pour décrire l'écoulement de l'air à travers un milieu poreux. En se basant sur la loi généralisée de Darcy pour l'écoulement à plusieurs phases dans un sol non saturé, la vitesse de la phase air peut être définie comme :

$$v_a = -k_a \cdot \nabla u_a \quad [4]$$

où k_a est le coefficient de perméabilité de l'air dans les pores et u_a est le potentiel d'air dans les pores.

2.1.3. Transfert chimique

Le mouvement des sels dans la phase liquide du sol dépend des effets combinés de convection, de dispersion et d'adsorption. En considérant l'écoulement de l'eau comme un liquide homogène se déplaçant dans un milieu poreux et contenant une certaine masse de soluté chimique, l'équation de conservation de masse de ce dernier en l'absence de sources extérieures est donnée par (Yong et al., 1992 ; Thomas et Cleall, 1997).

$$\frac{\partial(n \cdot S_l \cdot C_s)}{\partial t} = -\nabla(C_s \cdot v_l) + \nabla[D_h \cdot \nabla(n \cdot S_l \cdot C_s)] \quad [5]$$

où D_h est le coefficient de dispersion hydrodynamique, défini comme (Bear et Verruijt, 1998).

$$D_h = D_d + D_m \quad [6]$$

où D_m est le coefficient de dispersion mécanique et D_d est le coefficient de diffusion moléculaire.

2.1.4. Relation contrainte déformation

Dans cette approche, la déformation et la résistance des sols non saturés sont définies par une relation reliant la contrainte à la déformation, la succion et la concentration chimique. Un modèle élastique non linéaire basé sur le concept de surface d'état, présenté par Thomas et He (1995), est utilisé dans cette étude. Le gonflement du sol est représenté dans cette approche en incluant les effets osmotiques à travers le terme de concentration de soluté.

On suppose ici que l'incrément de la déformation totale peut être donné comme étant la somme des incréments de déformation dus aux changements de la contrainte nette moyenne, la succion et la concentration chimique du soluté, telle que :

$$d\mathcal{E} = d\mathcal{E}_p^e + d\mathcal{E}_s^e + d\mathcal{E}_{c_s}^e \quad [7]$$

où les indices p , s et c_s correspondent à la contrainte nette moyenne, la succion et la concentration du soluté chimique, et l'indice e représente la composante élastique.

En se basant sur le concept de la surface d'état, la concentration du soluté chimique a été incorporée en tant que nouvelle variable dans le modèle. Avec l'inclusion des effets traditionnels de la contrainte nette moyenne et la succion, la déformation volumétrique des sols non saturés est alors définie. Une nouvelle surface d'état en fonction de l'indice des vides est donc requise dans le modèle qui doit être sous la forme :

$$e = f(e_0, p, s, c_s) \quad [8]$$

où e_0 est l'indice des vides initial et en utilisant la surface d'état proposée par Lloret et Alonso (1985), la nouvelle surface d'état peut être exprimée comme suit :

$$e = e_0 + a \ln(p) + b \ln(s) + c \ln(p) \ln(s) + d_{c_s} c_s \quad [9]$$

où d_{c_s} est une fonction relative à la concentration en soluté chimique.

En effectuant des substitutions adéquates dans l'équation [7], la relation contrainte-déformation peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} d\sigma^r &= D(d\mathcal{E} - d\mathcal{E}_s^e - d\mathcal{E}_{c_s}^e) \\ &= D(d\mathcal{E} - A_s ds - A_{c_s} dc_s) \end{aligned} \quad [10]$$

où :

$$d\mathcal{E}_s^e = \frac{1}{v_i} \frac{\partial e}{\partial s} m ds = A_s ds \quad [11]$$

$$d\mathcal{E}_{c_s}^e = \frac{1}{v_i} \frac{\partial e}{\partial c_s} m dc_s = A_{c_s} dc_s \quad [12]$$

D est la matrice d'élasticité et σ'' est la contrainte nette. Pour les cas bidimensionnels, on a $m = (1,1,0)$ et

$$\sigma'' = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - u_a \quad [13]$$

où σ_x et σ_z sont les contraintes dans les directions x et z , et u_a est la pression interstitielle d'air.

2.2. Algorithme numérique

La complexité et la nature couplée des équations différentielles présentées dans les sections précédentes empêchent une solution analytique directe. Par conséquent, une approche numérique est requise et la formulation de cette solution est basée sur la méthode des éléments finis pour la discrétisation spatiale et celle des différences finies pour la discrétisation temporelle. Dans cette étude, l'approche de Galerkin des résidus pondérés (Zienkiewicz et Taylor, 2000) est employée. Les éléments bidimensionnels isoparamétriques à huit nœuds sont utilisés. Le système d'équations obtenu peut être discrétisé dans l'espace et converti comme suit :

$$\begin{bmatrix} K_{ll} & K_{la} & K_{lc_s} & - \\ K_{al} & K_{aa} & K_{ac_s} & - \\ K_{c_s l} & - & K_{c_s c_s} & - \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_w \\ u_a \\ c_s \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ll} & C_{la} & C_{lc_s} & C_{lu} \\ C_{al} & C_{aa} & C_{ac_s} & C_{au} \\ C_{c_s l} & C_{c_s a} & C_{c_s c_s} & C_{c_s u} \\ C_{ul} & C_{ua} & C_{uc_s} & C_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_l \\ \dot{u}_a \\ \dot{c}_s \\ \dot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_l \\ f_a \\ f_{c_s} \\ f_u \end{bmatrix} = 0 \quad [14]$$

u_l, u_a, c_s et u représentent respectivement la pression interstitielle d'eau, la pression interstitielle d'air, la concentration en soluté chimique et le déplacement. Le point au dessus des variables réfère à la dérivée par rapport au temps. K_{ij} et C_{ij} représentent les matrices correspondantes aux équations différentielles avec ($i, j = l, a, c_s, u$).

Pour simplifier, il est pratique de réécrire l'équation [14] sous la forme suivante :

$$K\{\varphi\} + C\left\{\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right\} + \{f\} = \{0\} \quad [15]$$

où $\{\varphi\}$ représente le vecteur inconnu global $\{u_l \ u_a \ c_s \ u\}^T$.

Afin de résoudre l'équation [15], une forme générale de l'algorithme des différences finies à mi intervalles est utilisée pour discrétiser temporellement l'équation différentielle (Bendani et al., 2008).

Une solution numérique pour les quatre équations différentielles est obtenue en appliquant les méthodes appropriées. Pour la discrétisation spatiale, la méthode des éléments finis est utilisée en appliquant l'approche de Galerkin des résidus pondérés avec les éléments isoparamétriques à huit nœuds. Pour la discrétisation temporelle, la méthode des différences finies est employée en appliquant le schéma implicite à mi-intervalle

3. Résultats et discussion

3.1 Calcul d'un essai d'imbibition (Argile de Boom)

Afin de valider le modèle décrit dans cette étude, un exercice de modélisation a été entrepris, en s'inspirant d'un essai d'imbibition réalisé sur une éprouvette d'argile de Boom (Robinet, 1998). Les paramètres de calcul ont été tirés de la référence citée. Cet essai s'inscrit dans un programme de recherche visant à étudier le comportement hydromécanique d'une argile choisie comme milieu géologique pouvant accueillir un stockage de déchets radioactifs. Les propriétés mécaniques et hydrauliques de l'argile de Boom sont rassemblées dans le tableau (1).

Propriétés	Fonctions et paramètres
Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module de Young E	10000
Coefficient de Poisson ν	0,2
Indice des vides initial e_0	0,5
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s	1
Constante du degré de saturation c_s	$2,95 \cdot 10^{-8}$
Constante pour la perméabilité à l'eau A	7,8477
Constante pour la perméabilité à l'eau B	6,6746
Constante pour la perméabilité à l'eau C	-0,4123
Constante pour la perméabilité à l'eau D	-0,0074
Perméabilité intrinsèque du milieu (m ²)	$K=1,1373 \cdot 10^{-18}$
Poids volumique de l'eau γ_l (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,012
Coefficient de Henry H	0,02

Tableau 1. Caractéristiques mécaniques et hydrauliques de l'argile de Boom.

Les valeurs du degré de saturation et de la perméabilité relative à l'eau sont issues des lois obtenues par ajustement des résultats d'essais de laboratoire :

$$S_r = \frac{a_s}{b_s + c_s \cdot s} \quad [16]$$

$$K_l = A \cdot s^3 + B \cdot s^2 + C \cdot s + D \quad [17]$$

La modélisation a porté sur l'essai d'imbibition réalisé sur une colonne d'argile de Boom consolidée à 5,8 Mpa. A l'instant (t=0), la succion en tout point de la colonne vaut 32 Mpa. Au temps (t>0), le bas de la colonne est en contact avec l'eau à la pression atmosphérique. Les déplacements horizontaux sont bloqués sur les deux côtés droit et gauche. A la limite inférieure de la colonne, les deux composantes du déplacement sont supposées nulles (figure 1).

Les surfaces latérales sont imperméables à l'eau et à l'air, alors que la pression de l'eau et la pression de l'air au bas de la colonne sont maintenues à P_{atm} . Pour la surface supérieure, la pression de l'air est maintenue à P_{atm} et le flux d'eau entrant est nul.

Les forces externes s'appliquant à la colonne sont réduites aux forces de pesanteur. La hauteur de l'échantillon est de 30 cm. Le temps d'imbibition est de 14 jours.

La figure (1) montre que les résultats obtenus à partir de notre modèle sont en accord avec les données expérimentales. Ces résultats confirment que le phénomène d'imbibition est très long. Après 14 jours (336 heures), la charge d'eau n'est pas encore stabilisée. Ceci est dû à la faible perméabilité associée à la forte désaturation du sol, qui freine le phénomène de transfert d'eau.

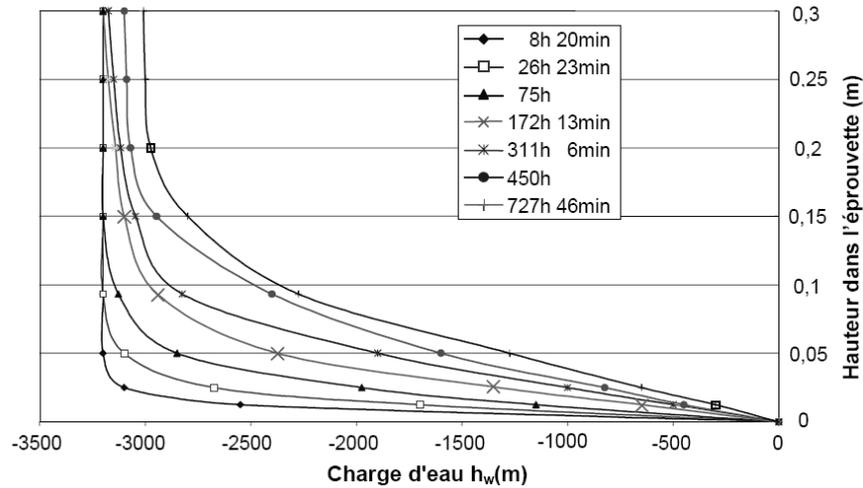


Figure 1. *Variation de la charge d'eau dans l'éprouvette au cours du temps*

4. Conclusion

Ce travail présente le développement théorique d'un modèle couplé de transfert de différentes phases dans les sols non saturés. Le modèle proposé représente le transfert couplé de l'eau interstitielle, de l'air interstitiel et de soluté chimique dans un sol de comportement non linéaire élastique. Les résultats présentés dans cet article démontrent d'une part l'habileté du modèle proposé à utiliser ces relations, et d'autre part, à représenter avec succès le comportement expérimental observé des différents types d'argiles non saturés.

5. Références bibliographiques

- Andra., Dossier argile. Evaluation de la faisabilité du stockage géologique en formation argileuse, Rapport Andra C.RP.ADP.04.0002, 2005.
- Bear J., Verruijt, A., *Modelling groundwater flow and pollution*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Company, 1998.
- Bendani K., Missoum H., Khelafi H., Laredj N., « Modelling the hydro-mechanical behaviour of highly expansive clays », *Asian J. Applied Sci.*, vol. 1, n° 3, 2008, p.206-216.
- Cleall P.J., Thomas H.R., Melhuish T.A., Owen D.H., «Use of parallel computing and visualisation technique in the simulation of large scale geoenvironmental engineering problems», *Future Generation Computer Systems*, Vol. 22, 2006, pp. 460-476.
- Darcy H., *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*, V. Dalmont, Paris, pp. 590-594, 1856.
- Fick A., «Ann Der. Phys. », Leipzig, n° 94, 1856, pp. 59-86.
- Gens A., Olivella S. « Chemo-mechanical modelling of expansive materials», *6th International Workshop on Key Issues in Waste Isolation Research. Paris (France)*, 2001, pp. 463-495.
- Lloret A., Alonso E.E., « State surface for partially saturated soils », *Proc. 11th Int. Conf. Soil Mech. Engng, San Francisco*, Vol. 2, 1985, pp. 557-562.
- Missoum H., Bendani K., Achour B. et Thomas H.R., « Modélisation et simulation des transferts simultanés de chaleur, d'humidité et d'air dans les milieux poreux déformables », *Revue Internationale des technologies avancées CDTA*, N°10, 1998, pp. 14-22.
- Mitchell J.K., *Fundamentals of soil behaviour*, 2nd edition, John Wiley and sons, New York, 1993.
- Ramesh A.D., *Modelling the termo/hydraulic/mechanical behavior transfer in unsaturated soils, using an elasto-plastic constitutive relationship*, Ph.D. thesis, school of engineering, University of Wales, Cardiff, 1996.

- Robinet J.C., Pasquiou A., Etudes des transferts hydriques entre le massif argileux et les excavations dans un laboratoire souterrain pour le stockage de dechets radioactifs, Essai Phebus. Commission européenne, 1998.
- Thomas H.R., He Y., « Analysis of coupled heat, moisture and air transfer in a deformable unsaturated soil », *Geotechnique*, vol. 45, N°4, 1995, pp. 677-689.
- Thomas H.R. et Missoum H., « Three-dimensional coupled heat, moisture and airtransfer in a deformable unsaturated soil », *John Wiley and sons, New York*, 1999.
- Yong R.N., Mohamed A.M.O., Warkentin B.P., *Principles of contaminant transport in soils*, Elsevier Science B.V. Amsterdam, 1995.
- Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The finite element method*, 5th Edition, Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 2000.