

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID-TLEMCEN

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE  
ET ELECTRONIQUE (GEE)

LABORATOIRE DE TELECOMMUNICATIONS-TLEMCEN (LTT)



THESE DE DOCTORAT EN ELECTRONIQUE

Présentée par :

**M<sup>r</sup> BOUHMIDI RACHID**

Sur le thème

**Caractérisation numérique par la méthode des éléments finis  
des grandeurs électromagnétiques du résonateur Birdcage.**

**Application à la conception de sondes IRM**

Soutenue en 2014 devant le Jury composé de :

**Président :**

**M<sup>r</sup> FEHAM Mohammed**

**Professeur à l'Université de Tlemcen**

**Directeurs de Thèse :**

**M<sup>r</sup> BENAHMED Nasreddine**

**Professeur à l'Université de Tlemcen**

**M<sup>me</sup> BENABDALLAH Nadia**

**Maître de Conférences, classe A à l'EPST-Tlemcen**

**Examineurs :**

**M<sup>r</sup> ABBAS Okacha**

**Professeur à l'Université de Saida**

**M<sup>r</sup> LASRI Boumedienne**

**Maître de Conférences, classe A à l'Université  
de Saida**





## **Remerciements**

---

Je remercie ALLAH le Tout-Puissant de m'avoir donné le courage, la volonté et la patience de mener à terme cette présente thèse.

Cette thèse a été effectuée au Laboratoire de Télécommunications de Tlemcen (LTT) sous la direction de Monsieur Nasreddine BENAHMED, et de Madame Nadia BENABDALLAH, respectivement Professeur et Maître de Conférences classe A à l'Université de Tlemcen. Je leur exprime particulièrement toutes mes reconnaissances pour m'avoir fait bénéficier de leurs compétences scientifiques, leurs qualités humaines et leur constante disponibilité.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Mohammed FEHAM, Professeur à l'Université de Tlemcen, d'avoir accepté de présider le Jury de cette thèse.

Je remercie sincèrement Monsieur ABBAS Okacha, Professeur à l'Université de Saïda et Monsieur Boumedienne LASRI, Maître de Conférences classe A à l'université de Saida d'avoir accepté de faire partie du Jury et d'examiner cette thèse.

J'adresse mes vives reconnaissances à tous les membres du laboratoire de Télécommunications Tlemcen et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de cette thèse.

Je tiens enfin à remercier, pour leur soutien sans faille et leur envie d'y croire : mes parents, ma femme ainsi que mes beaux parents. Je pense également à mes enfants, Hadil, Amina, Antar et ma petite Nihal. Une pensée pour ma défunte grand-mère Yamina.



## Résumé

Dans cette thèse, nous avons réalisé deux outils numériques d'aide à la conception des antennes volumiques de type résonateurs transverse électromagnétique (TEM) utilisées dans l'imagerie à résonance magnétique nucléaire (IRM). Le premier logiciel que nous avons implémenté sous l'environnement Flexpde qui utilise la méthode des éléments finis (MEF), permet la détermination des paramètres électromagnétiques des antennes étudiées. La complexité de la forme géométrique des résonateurs caractérisés et la difficulté d'une solution analytique justifient l'utilisation de la MEF. Le deuxième logiciel implémenté sous l'environnement Matlab utilise la méthode de la ligne de transmission multiconducteurs (LMC), cette méthode basée sur les équations de propagation des tensions et des courants sur les lignes couplées du résonateur permet de prédire la réponse fréquentielle du coefficient de réflexion de son port d'excitation radiofréquences (RF), ce qui nous permet d'estimer le niveau d'adaptation de l'antenne pour l'imagerie de petits animaux.

Les travaux réalisés dans cette thèse sont résumés dans les points suivants:

- ✓ Une caractérisation par la MEF des paramètres électromagnétique d'un résonateur TEM à bandes symétriques (TEM Slotted Tube Resonator : TEM STR).
- ✓ La conception d'une sonde RMN de type résonateur TEM cage d'oiseau (TEM Birdcage Resonator : TEM BCR) à 8 lignes coaxiales pour une imagerie à 4.7 Tesla et 11.74 Tesla.
- ✓ L'optimisation d'une sonde IRM de type TEM BCR à 16 lignes micro rubans une imagerie à une fréquence de 400 MHz.

Les sondes conçues présentent des coefficients de qualités qui dépassent la valeur 500.

Les résonateurs que nous avons caractérisés dans les travaux énumérés ci-dessus ont fait l'objet de 2 publications et une communication internationale.

**Mots-clés** : Antenne IRM, résonateur TEM, paramètres électromagnétiques, méthode des éléments finis, ligne multiconducteur, modes de résonance.

## **Abstract**

In this thesis, we realized two numerical tools to aid to the design of volumic antennas transverse electromagnetic (TEM) resonators type used in magnetic resonance imaging (MRI). The first software that we implemented in Flexpde environment uses the finite element method (FEM), it allows us the determination of the electromagnetic parameters of the studied antennas. The complexity of the geometry of the characterized resonator and the difficulty of analytical solution justifies the use of the FEM. The second software implemented in the Matlab environment uses the multiconductor transmission line method (MTL), this method based on the propagation equations of voltages and currents on the coupled lines of resonator predict the frequency response of the reflection coefficient of its radiofrequency excitation Port (RF), which allows us to estimate the level of adaptation of the antenna for imaging small animals.

The works realized in this thesis are summarized in the following points:

- ✓ The FEM characterization of electromagnetic parameters of symmetrical strips TEM resonator (TEM Slotted Tube Resonator: TEM STR).
- ✓ The design of an NMR probe TEM birdcage resonator (TEM Birdcage Resonator: TEM BCR) 8 coaxial lines for an 11.74 Tesla and 4.7 Tesla imaging.
- ✓ Optimizing 16 microstrip lines TEM BCR MRI probe for a 400 MHz frequency imaging.

The designed MRI probes have quality coefficient that exceed 500.

Resonators that we characterized in the work listed above have been the subject of two publications and international communication.

**Keywords:** MRI Antenna, TEM resonator, electromagnetic parameters, finites elements method, multiconductor transmission line, resonance modes.

## الملخص

في هذا الأطروحة أنجزنا إثنين من الأدوات الرقمية لتصميم الهوائيات الحجمية من نوع الرنانات الكهرومغناطيسية عرضية (TEM) المستخدمة في التصوير بالرنين المغناطيسي (IRM). البرنامج الأول الذي يعمل تحت بنية (Flexpde) يستخدم طريقة العناصر المنتهية (FEM) , يسمح بتحديد الخصائص الكهرومغناطيسية للهوائيات المدروسة ,تعقيد الشكل الهندسي وصعوبة إيجاد الحل التحليلي لرنان يبرر استخدام FEM. البرنامج الثاني الذي يعمل في بيئة Matlab يستخدم طريقة الخط الناقل متعدد الأسلاك (LMC) , هذا الأسلوب يعتمد على معادلات إنتشار الكومونات والتيارات على الخطوط الرنان لتنبؤ بإستجابة التوتر على مدخل الرنان ( $S_{11}$ ) وهذا ما يسمح لنا بتقدير مستوى التكيف للهوائي لتصوير الحيوانات الصغيرة.

تتلخص الأعمال المنجزة في هذه الأطروحة في النقاط التالية :

- ✓ توظيف FEM من أجل إستنتاج الخصائص الكهرومغناطيسية لرنان دائري الشكل ذو ناقلين متناظرين (STR TEM)
- ✓ تصميم مرجاص RMN من نوع رنان TEM قفص عصفير ذو ثمانية نواقل يشتغل في مجال مغناطيسي T4,7 و 11,74 .
- ✓ تحسين مرجاص من نوع BCR TEM ذو ستة عشر ناقل یرن عند تردد 400 MHz .

المجاصات التي تم تصميمها تتميز كلها بعامل الجودة يفوق قيمة 500.

الرنانات المدروسة في الأعمال الذكورة أعلاه كانت موضوع لمنشورين علميين وإتصال دولي.

**مفاتيح البحث:** هوائي IRM TEM رنان، الخصائص الكهرومغناطيسية EM ، طريقة العناصر المنتهية، الناقل متعدد الأسلاك (LMC) وسائط نقل صدى.



# Sommaire

---

<b>Sommaire</b>	1
<b>Liste des illustrations</b>	4
<b>Liste des tableaux</b>	8
<b>Introduction générale</b>	11
<hr/> <b>Chapitre 1 : Les principes de bases de l'IRM</b> <hr/>	
1.1 Introduction	15
1.2 Concepts Physiques de la RMN	15
1.2.1 Magnétisme du proton d'hydrogène	15
1.2.2 Polarisation paramagnétique nucléaire	17
1.2.3 Excitation de l'état d'équilibre	18
1.2.4 Précession libre des protons	21
1.2.5 Le signal RMN	23
1.3 Techniques d'accès au temps de relaxation spin-spin	24
1.3.1 L'écho de spin	24
1.3.2 L'écho de gradient	25
1.4 Localisation spatiale du signal RMN	26
1.4.1 Séquence d'acquisition d'un signal RMN	26
1.4.2 Notions sur les gradients de champs magnétiques	27
1.4.2.1 Sélection d'un plan de coupe	28
1.4.2.2 Codage par la fréquence	28
1.4.2.3 Codage par la phase	29
1.5 Formation des images IRM	30
1.5.1 Plan de Fourier : espace des variables k	31
1.5.2 Format de l'impulsion d'excitation RF	34
1.6 Eléments d'un imageur à résonance magnétique	36
1.6.1 L'aimant principal	37
1.6.2 Les bobines de gradient de champ	38
1.6.3 Les Bobines Shim	39
1.6.4 Les antennes IRM	40
1.6.4.1 Antennes de volume	40
1.6.4.2 Antennes de surface	40

1.7 Système IRM	41
1.8 Conclusion	43

## **Chapitre 2 : Outils d'Implémentation des Résonateurs Birdcage**

---

2.1 Introduction	45
2.2 Evaluation par les éléments finis du potentiel transversal d'une ligne multiconducteur	45
2.2.1 Définition du problème	46
2.2.2 Discrétisation du domaine	47
2.2.3 Interpolation sur l'élément	48
2.2.4 Pondération du résidu	52
2.2.5 Approche de Galerkin	54
2.2.5.1 Formulation matricielle sur un élément	56
2.2.6 Assemblage des éléments finis	62
2.2.7 Conditions aux limites	64
2.2.8 Solution du problème	65
2.2.9 Post processing des résultats	65
2.3 Eléments sur la théorie d'une ligne multiconducteur	66
2.3.1 Modèle de propagation	67
2.3.2 Analyse modale	69
2.3.2.1 Structure multiconducteur symétrique	70
2.3.2.2 Couplage des modes de propagation	72
2.3.2.3 Impédance caractéristique d'une ligne multiconducteur	73
2.3.4 Conditions aux limites	74
2.4 Paramètres électromagnétiques d'une ligne multiconducteur	76
2.4.1 Matrice capacité	76
2.4.2 Matrice inductance	77
2.4.3 Pertes conducteurs	78
2.4.4 Pertes diélectriques	80
2.5 Conclusion	81

## **Chapitre 3 : Résonateurs TEM BCR à lignes couplées**

---

3.1 Introduction	83
3.2 Résonateur TEM Cage d'oiseau	83
3.2.1 Description	83

3.2.2 Résonateur TEM BCR à lignes microrubans	85
3.2.2.1 Résonateur TEM BCR à deux lignes microrubans	86
3.2.2.1.1 Résultats numériques	87
3.2.2.2 Résonateur TEM BCR à douze lignes microrubans	89
3.2.2.2.1 Résultats numériques	90
3.2.3 Sonde RMN à fort coefficient de qualité	93
3.2.3.1 Résonateur TEM BCR à lignes microrubans	93
3.2.3.2 Sondes RMN utilisant le résonateur TEM BCR à lignes coaxiales	98
3.2.3.2.1 Sonde RMN fonctionnant à 200 MHz	100
3.2.3.2.2 Sonde RMN fonctionnant à 500 MHz	102
3.3 Conclusion	104

## **Chapitre 4 : Optimisation d'un résonateur TEM BCR en haut champ d'imagerie**

---

4.1 Introduction	108
4.2 Structure du résonateur	108
4.3 Evaluation des paramètres électromagnétiques primaires	109
4.4 Simulation du modèle distribué	112
4.4.1 Dimensionnement des capacités d'adaptation et d'extrémités du résonateur BCR TEM	115
4.4.2 Ajustement de la fréquence de résonance	118
4.4.3 Réglage du niveau d'adaptation	119
4.4.4 Influence de la longueur du résonateur	121
4.5 Validation du modèle LMC	124
4.5.1 Résonateur BCR TEM à 9.4 T	125
4.5.2 Résonateur BCR TEM à 3 T	127
4.6 Conclusion	129
<b>Conclusion générale</b>	131
<b>Liste des publications</b>	135
<b>Bibliographie</b>	138

---

# Liste des illustrations

---

Figure 1.1 : Orientation des moments cinétique et magnétique lors de la rotation du proton d'hydrogène.	16
Figure 1.2 : Orientation des moments magnétiques d'un tissu biologique en l'absence d'un champ magnétique.	16
Figure 1.3 : Orientation des protons d'hydrogène en présence d'un champ magnétique statique $\vec{B}_0$ .	17
Figure 1.4 : Approches classique et quantique de la distribution énergétique des protons d'hydrogène en présence d'un champ magnétique statique $\vec{B}_0$ .	18
Figure 1.5: Evolution de l'aimantation $\vec{M}$ dans le repère de coordonnées fixe, en présence d'un champ statique $\vec{B}_0$ et d'un champ tournant $\vec{B}_1$ , $M_0 = 1$ , $\omega_0 = 40$ , $\omega_1 = 1$ .	20
Figure 1.6 : Relaxation de l'aimantation $\vec{M}$ dans le repère de coordonnées fixe, $M_0 = 1$ , $T_1 = 1000$ ms, $T_2 = 1006$ ms, $\omega_0 = 40$ , $\omega_1 = 1$ .	21
Figure 1.7 : Repousse et disparition des aimantations longitudinale et transversale pour différents temps de relaxation.	22
Figure 1.8 : Evolution de l'aimantation dans le repère tournant et mesure du signal RMN par des antennes en quadrature.	23
Figure 1.9 : Composante en quadrature du signal FID, $M_0 = 1$ , $\omega_0 = 40$ , $T_2 = 300$ ms.	24
Figure 1.10 : Séquence de formation d'un écho de spins.	25
Figure 1.11 : Séquence de formation d'un écho de gradient.	25
Figure 1.12 : Disposition spatiale des gradients de champs magnétiques.	26
Figure 1.13 : Séquence d'acquisition d'une image IRM.	27
Figure 1.14 : Contribution du gradient de champ dans la direction x.	28
Figure 1.15: Notions d'image matricielle en IRM.	30
Figure 1.16 : Formation d'une image à partir d'un plan de coupe.	30
Figure 1.17 : Remplissage du plan de Fourier par le gradient de champ de fréquence.	31
Figure 1.18 : Remplissage du plan de Fourier par le gradient de champ de phase.	32
Figure 1.19 : Echantillonnage du plan de Fourier.	33
Figure 1.20 : Image obtenue en fonction du remplissage du plan de Fourier.	34
Figure 1.21 : Impulsions RF d'excitation des spin en IRM.	35
Figure 1.22 : Sélection d'une coupe par une impulsion RF sélective de largeur de bande $\Delta f$ .	35
Figure 1.23 : Effet de l'élargissement de fenêtre $\Delta f$ sur l'épaisseur de coupe.	36
Figure 1.24 : Effet de l'élévation de la pente du gradient de fréquence sur l'épaisseur de coupe.	36

Figure 1.25 : Eléments constitutifs d'un imageur RMN.	37
Figure 1.26: Production d'un gradient de champ dans la direction de $\vec{B}_0$ .	38
Figure 1.27 : Production d'un gradient de champ dans les directions orthogonales à de $\vec{B}_0$ .	39
Figure 1.28 : Antennes de volume de tête et du genou.	40
Figure 1.29 : Antennes de surface de type Boucles.	41
Figure 1.30 : Antennes en réseau phasé.	41
Figure 1.31: Schéma synoptique d'un système IRM [20].	42
Figure 2.1 : Topologie d'une ligne multiconducteur.	46
Figure 2.2 : Maillage à éléments finis triangulaires.	47
Figure 2.3 : Elément triangulaire.	48
Figure 2.4 : Elément triangulaire linéaire de référence.	50
Figure 2.5: Fonctions d'interpolation linéaire de l'élément triangulaire.	50
Figure 2.6 : Coordonnées de surface.	51
Figure 2.7 : Côté commun entre deux éléments triangulaires.	55
Figure 2.8 : (a) Eléments triangulaire avec un côté sur la limite $\Gamma_2$ . (b) Triangle de référence.	60
Figure 2.9 : Discrétisation en quatre éléments triangulaire d'un domaine à deux dimensions.	63
Figure 2.10 : Ligne multiconducteur.	66
Figure 2.11. Circuit électrique d'une ligne multiconducteur.	67
Figure 2.12 Ligne multiconducteur symétrique.	71
Figure 2.13 : Condition aux limites d'une ligne multiconducteur.	75
Figure 3.1 : Résonateur cage d'oiseau : (a) Structure classique, (b) structure TEM.	84
Figure 3.2 : Section transversale d'un résonateur TEM cage d'oiseau à lignes microrubans (N = 8).	85
Figure 3.3 : Résonateur TEM BCR à deux lignes micro rubans.	86
Figure 3.4 : Maillage en éléments finis du résonateur TEM BCR à deux lignes microrubans.	88
Figure 3.5 : Distribution du potentiel scalaire pour : V = 1 volt sur un conducteur interne et 0 sur le reste des conducteurs.	89
Figure 3.6 : Maillage utilisant 86174 éléments triangulaires du résonateur TEM BCR à douze lignes microrubans.	90
Figure 3.7 : Distribution du potentiel scalaire pour : V = 1 volt sur un conducteur interne et 0 sur le reste des conducteurs.	91
Figure 3.8 : Distribution du potentiel scalaire en mode impair du résonateur TEM BCR à douze éléments de lignes microrubans.	91
Figure 3.9 : Schéma électrique d'une sonde IRM utilisant le résonateur TEM cage d'oiseau à huit éléments de lignes microrubans.	93
Figure 3.10 : Maillage du résonateur TEM BCR.	94

Figure 3.11 : Distributions du potentiel scalaire pour différentes conditions d'excitation du résonateur TEM BCR.	94
Figure 3.12a : Réponse fréquentielle de la sonde IRM fonctionnant à 4.7 T obtenus sous l'environnement MATPAR [37].	96
Figure 3.12b : Réponse fréquentielle de la sonde IRM fonctionnant à 4.7 T obtenus sous l'environnement Matlab.	97
Figure 3.13 : Section transversale d'un résonateur TEM cage d'oiseau à conducteurs coaxiales.	98
Figure 3.14 : Maillage du résonateur TEM BCR à 8 lignes coaxiales.	99
Figure 3.15 : Distribution du potentiel en mode impair sur la section transversale résonateur TEM BCR à huit lignes coaxiales.	99
Figure 3.16 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 4.7 T conçue avec MATPAR.	101
Figure 3.17 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 4.7 T conçue avec Matlab.	102
Figure 3.18 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 11.74 T conçue sous MATPAR.	103
Figure 3.19 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 11.74 T conçue sous Matlab.	104
Figure 4.1. Schéma du résonateur TEM.	108
Figure 4.2 : Structure géométrique du résonateur TEM et conditions aux limites spécifiées pour le potentiel.	109
Figure 4.3 : Maillage de la structure.	110
Figure 4.4 : Distribution du potentiel.	110
Figure 4.5 : Circuit électrique équivalent au résonateur TEM.	112
Figure 4.6 : Circuit électrique du résonateur TEM avec la ligne multiconducteur ramenée à l'entrée.	114
Figure 4.7 : Coefficient de réflexion à l'entrée du résonateur TEM en fonction des capacités d'extrémités $C_S$ et d'adaptation $C_M$ .	115
Figure 4.8 : Dimensionnement de la capacité d'adaptation $C_M$ du résonateur TEM ( $f = 400$ Mhz, $C_S = 1.09$ pF, $l = 0.2\lambda_0$ ).	116
Figure 4.9 : Dimensionnement des capacités d'extrémités $C_S$ du résonateur TEM ( $f = 400$ Mhz, $C_M = 9.80$ pF, $l = 0.2 \lambda_0$ ).	117
Figure 4.10 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM.	118
Figure 4.11 : Réponses fréquentielles du résonateur TEM pour différentes valeurs des capacités d'extrémités $C_S$ ( $C_M = 9.8$ pF, $l = 0.2 \lambda_0$ )	119
Figure 4.12 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour $C_M = 9.79$ pF ( $C_S = 1.09$ pF, $l = 0.2 \lambda_0$ ).	120
Figure 4.13 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour $C_M = 9.75$ pF ( $C_S = 1.09$ pF, $l = 0.2 \lambda_0$ ).	120
Figure 4.14 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour $C_M = 9.82$ pF ( $C_S = 1.09$ pF, $l = 0.2 \lambda_0$ ).	121
Figure 4.15 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour $l = 0.1867\lambda_0$ ( $C_S = 1.32$ pF, $C_M = 8.19$ pF).	122
Figure 4.16 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour $l = 0.2133\lambda_0$ ( $C_S = 1.52$ pF, $C_M = 9.99$ pF).	122
Figure 4.17 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour $l = 0.2573\lambda_0$ ( $C_S = 1.20$ pF, $C_M = 9.04$ pF).	123

Figure 4.18 : Réponses fréquentielles du résonateur TEM pour différentes valeurs de la longueur $l$ du résonateur ( $C_M = 9.8$ pF, $C_S = 1.09$ pF).	123
Figure 4.19 : Circuit équivalent en éléments localisés du résonateur TEM.	124
Figure 4.20 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM en circuits localisés.	126
Figure 4.21 : Réponse fréquentielle du résonateur BCR TEM pour un champ de 3 T ( $l = 0.064\lambda_0$ , $C_S = 15.11$ pF, $C_M = 22.87$ pF).	127
Figure 4.22 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM en circuits localisés pour un champ de 3 T.	128

## Liste des tableaux

---

Tableau 1.1: Temps de relaxation à 1T de quelques tissus humains [4].	22
Tableau 2.1: Connectivité des éléments.	63
Tableau 2.2: Relations des matrices impédance et admittance caractéristique [21].	74
Tableau 3.1: Eléments des matrices capacité et inductance.	89
Tableau 3.2: Paramètres électromagnétiques d'un résonateur TEM BCR à douze éléments de lignes microrubans.	92
Tableau 3.3: Conditions d'excitation du résonateur BCR TEM à huit lignes microrubans.	95
Tableau 3.4: Paramètres électromagnétiques du résonateur BCR TEM à huit lignes microrubans.	95
Tableau 3.5: Paramètres électromagnétique du résonateur BCR TEM à huit conducteurs circulaires.	100
Tableau 4.1: Paramètres primaires du résonateur TEM.	111
Tableau 4.2: Modes résonants du résonateur TEM.	118
Tableau 4.3: Comparaison des modèles LMC et localisé d'une sonde BCR TEM pour une expérience RMN au champ de 9.4 T.	126
Tableau 4.4: Comparaison des modèles LMC et localisé d'une sonde BCR TEM pour une expérience RMN au champ de 3 T.	128



## **Introduction générale**

---

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) est une technique d'imagerie non invasive qui n'emploie pas de rayonnements nocifs. Contrairement à d'autres modalités d'imagerie qui utilisent des rayonnements ionisants, l'IRM est basée sur le phénomène de résonance magnétique nucléaire (RMN), phénomène indépendamment découvert par deux équipes de recherche celle de F. Bloch [1] et de E. Purcell en 1946 [2]. La RMN exploite le comportement de résonance présenté par certains matériaux lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique fort. Ces matériaux absorbent sélectivement l'énergie électromagnétique à une fréquence spécifique à leurs noyaux constitutifs et qui varie avec l'intensité du champ magnétique statique appliqué de l'extérieur. L'absorption de l'énergie électromagnétique positionne les noyaux des matières dans un état de résonance, après quoi ils reviennent à leur état d'équilibre thermodynamique d'origine grâce à un processus connu sous le nom de relaxation avec émission d'énergie. En outre, il existe une multitude de propriétés spécifiques des tissus qui interagissent avec les champs magnétiques appliqués, les deux plus importantes d'entre elles sont la relaxation longitudinale (spin-réseau) et les mécanismes de relaxation transversale (spin-spin). L'utilisation de techniques de codage de signaux se basant sur une disposition spatiale de gradients de champ magnétique permet d'obtenir des informations sur les structures internes des échantillons biologiques, ces informations portées par l'énergie émise par les tissus biologiques, constitue la base de la modalité d'imagerie IRM.

L'évolution rapide de la résolution numérique des problèmes électromagnétiques est due en partie à la croissance des vitesses de calcul et des capacités de mémoire des ordinateurs. En conséquence, les problèmes physiques qui ne trouvent pas de solutions analytiques peuvent être résolus en utilisant une variété de techniques informatiques, un de ces problèmes est la modélisation des sondes IRM radiofréquences (RF). Une multitude de méthodes numériques ont été utilisées pour la modélisation et l'analyse des sondes IRM RF [23, 34, 35, 36, 37]. Chaque méthode offre une variété de capacités avec différents degrés de complexité et de précision. Le modèle de circuit à constantes localisées est l'une des nombreuses techniques de modélisation qui peut être appliqué à l'analyse des résonateurs IRM à des fréquences RF relativement basses [23]. Dans ce procédé de modélisation, les éléments conducteurs des résonateurs TEM RF sont

modélisés comme des inductances localisées en combinaison avec des inductances mutuelles résultant de l'interaction entre les conducteurs. L'ajout d'un élément capacitif à l'inductance des sondes permet d'établir une résonance. Ainsi, la sonde TEM RF est modélisée comme un circuit localisé équivalent qui peut ensuite être analysé en utilisant les techniques d'analyse des circuits localisés. Bien que le modèle à éléments localisés est l'une des méthodes de calcul les plus rapides pour la modélisation des résonateurs TEM, ses lacunes en hautes fréquences [23] nécessitent l'utilisation d'une autre technique de modélisation qui traite ces résonateurs comme des circuits à éléments distribués. Cette méthode qui considère le résonateur TEM comme une ligne multiconducteur (LMC), tient compte du phénomène de la propagation de courants et des tensions le long du résonateur. Cependant, la méthode LMC nécessite la détermination des paramètres électromagnétique des résonateurs TEM par des méthodes qui sont généralement classés comme des méthodes de discrétisation de la zone géométrique du problème physique pour fournir une solution approchée. Les méthodes de discrétisation les plus couramment utilisées comprennent la méthode des différences finies (MDF) [23], la méthode des moments (MoM : Moment Method) [34] et la méthode des éléments de frontières (BEM : Boundary Element Method) [23].

Pour déterminer les paramètres inductifs et capacitifs des résonateurs TEM, nous avons appliqué avec succès la méthode des éléments finis. La MEF discrétise le domaine de calcul en un ensemble de polygones géométriques simples ou de polyèdres de différentes tailles. Les potentiels électriques et magnétiques au sein de chaque élément sont ensuite interpolés à l'aide de fonctions de base spécialement développées. La MEF convertit essentiellement les équations aux dérivées partielles des grandeurs à déterminer en un système d'équations linéaires qui peut ensuite être résolu en utilisant des techniques de résolution algébriques. Malheureusement, le MEF est gourmande en temps de calcul, en particulier dans les situations où une précision élevée de la solution est requise. Inévitablement, une discrétisation très affinée des domaines de calcul équivaut à des temps de calcul très longs.

Ce manuscrit est divisé en quatre parties. Le premier chapitre pose les fondations nécessaires à la compréhension de l'acquisition par résonance

magnétique nucléaire. Le principe de la résonance magnétique nucléaire est ainsi décrit, suivi de la méthode de localisation du signal qui en est issu et la méthode utilisée pour transcrire ce signal en une image anatomique du tissu biologique exploré. Nous précisons par la suite les différents instruments qui composent un système d'acquisition d'images par résonance magnétique nucléaire.

Le second chapitre expose le développement d'un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis qui sera utilisé dans la détermination des paramètres électromagnétiques des mini sondes volumiques IRM. Sur la base des résultats obtenus à partir de ce modèle, nous allons développer un autre modèle numérique utilisant la formulation de la propagation des courants et des tensions le long d'une ligne multiconducteur, ce dernier modèle fournira une aide précieuse à l'optimisation de la réponse fréquentielle des résonateurs TEM à lignes couplées.

Dans le troisième chapitre, nous présentons les résultats des paramètres électromagnétiques de quelques structures de résonateurs TEM tels que le résonateur TEM à bandes symétriques, le résonateur TEM à cage d'oiseau à conducteurs coaxiaux ainsi que le résonateur TEM cage d'oiseau à lignes micro rubans, ces paramètres électromagnétiques ont été obtenus à l'aide du logiciel que nous avons conçu sous l'environnement Flexpde [28]. Dans le troisième chapitre nous traitons également à l'aide du logiciel MATPAR [29], le comportement fréquentielle de la réponse des ports d'excitations de ces résonateurs pour différents champs magnétiques d'imagerie. Les résultats obtenus avec MATPAR seront confrontés à ceux que nous avons obtenu à l'aide du logiciel LMC que nous avons conçu sous l'environnement Matlab.

Dans le chapitre 4, nous fournissons la validation de notre implémentation comme un outil de modélisation efficace pour l'analyse d'un résonateur TEM BCR à 16 lignes micro rubans en haut champ. L'extension de notre logiciel basé sur la MEF nous permet de déterminer les paramètres électromagnétiques de la sonde résonatrice TEM BCR à 16 lignes micro rubans. Alors que, le logiciel basé sur la méthode LMC que nous avons conçu nous permet d'optimiser le résonateur TEM BCR à 16 lignes micro rubans pour qu'il présente le minimum de réflexion et un coefficient de qualité élevé en haut champ d'imagerie de 9.4 Tesla (T).

## **Chapitre 1 : Les principes de base de l'IRM**

---

## 1.1 Introduction

L'imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM) est fondée sur la localisation spatiale d'un signal radiofréquence (RF) issu de la résonance magnétique nucléaire (RMN). Ce phénomène indépendamment découvert par deux équipes : celle de Felix Bloch [1] et celle de Edward M. Purcell [2], consiste à étudier les modifications de l'aimantation des principaux noyaux biologiques d'intérêt sous l'action conjointe de deux champs : un champ magnétique statique élevé  $\vec{B}_0$  et un champ électromagnétique tournant  $\vec{B}_1$ . Exclusivement, le noyau d'hydrogène ( $^1H$ ) formé d'un seul proton joue un rôle déterminant dans l'imagerie RMN, on parle alors d'imagerie protonique. La réalisation d'images à résonance magnétique se décompose en quatre étapes : la polarisation, l'excitation, la relaxation et l'acquisition.

## 1.2 Concepts physiques de la RMN

Pour comprendre l'IRM, nous devons d'abord comprendre les principes physiques de base de la RMN. L'effet physique de base à l'origine de la RMN est l'interaction entre des noyaux de moment magnétique non nulle avec un champ magnétique uniforme externe, qui est généralement désigné par  $\vec{B}_0$ . Le phénomène de la RMN est observé lorsque le système de noyaux placé dans le champ magnétique statique  $\vec{B}_0$  est perturbé par un champ magnétique  $\vec{B}_1$  oscillant.

### 1.2.1 Magnétisme du proton d'hydrogène

Le noyau d'hydrogène composé d'un seul proton tournant sur lui-même induit un moment cinétique ou spin  $\vec{S}$  aligné sur son axe de rotation. Cette charge positive va aussi induire par son mouvement un moment magnétique microscopique  $\vec{\mu}$  lié au spin et également aligné sur son axe de rotation (figure 1.1).

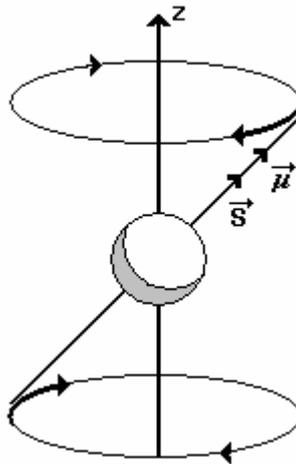


Figure 1.1 : Orientation des moments cinétique et magnétique lors de la rotation du proton d'hydrogène.

Les moments magnétique et cinétique sont liés par :

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{S} \quad (1.1)$$

$\gamma$  est le rapport gyromagnétique spécifique à chaque noyau ( $267.54 \cdot 10^6 \text{ rad s}^{-1} \text{ T}^{-1}$  pour le noyau d'hydrogène).

Lorsqu'un échantillon tissulaire formé d'une certaine densité volumique de protons n'est soumis à aucun champ magnétique externe, l'orientation des rotations des protons composant cet échantillon est aléatoire (figure 1.2) et l'aimantation macroscopique résultante  $\vec{M}$  est nulle [3].

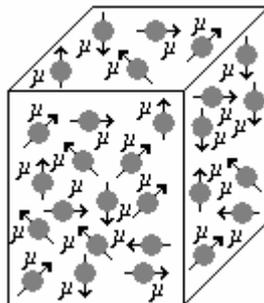


Figure 1.2 : Orientation des moments magnétiques d'un tissu biologique en l'absence d'un champ magnétique.

$$\vec{M} = \sum \vec{\mu} = 0 \quad (1.2)$$

### 1.2.2 Polarisation paramagnétique nucléaire

Lors de l'application d'un champ magnétique statique  $\vec{B}_0$  au milieu à étudier, les protons composant ce dernier vont se distribuer en deux populations précessant autour de ce champ avec un certain angle : l'une dans le sens de  $\vec{B}_0$  (protons parallèles) et l'autre dans le sens inverse à  $\vec{B}_0$  (protons anti-parallèles) [4].

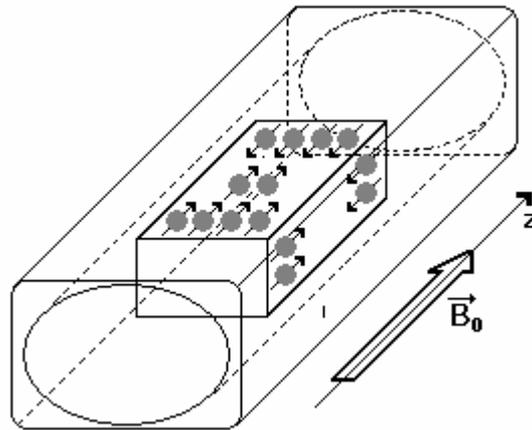


Figure 1.3 : Orientation des protons d'hydrogène en présence d'un champ magnétique statique  $\vec{B}_0$ .

Les protons précessent autour de  $\vec{B}_0$  avec une vitesse angulaire donnée par la relation de Larmor [4, 5]:

$$\omega_0 = \gamma B_0 \quad (1.3)$$

Les protons d'hydrogène vont occuper deux états d'énergies possibles, basse énergie  $E_1$  et haute énergie  $E_2$  (Figure 1.4), dans ce cas le nombre de spin  $S$  sera égal à  $1/2$  [4]. La distribution des protons parallèles (basse énergie) et anti-parallèles (haute énergie) est à peu près équivalente avec un léger excès pour les protons parallèles, ce sont ces protons en excès qui sont à l'origine de l'apparition d'une magnétisation paramagnétique symbolisée par le vecteur d'aimantation macroscopique  $\vec{M}$ . A l'équilibre thermique, le vecteur  $\vec{M}$  est aligné

sur  $\vec{B}_0$ , la dispersion des composantes microscopiques transversales dans différentes directions (déphasage des protons) annule la composante transversale  $\vec{M}_{xy}$  résultante.

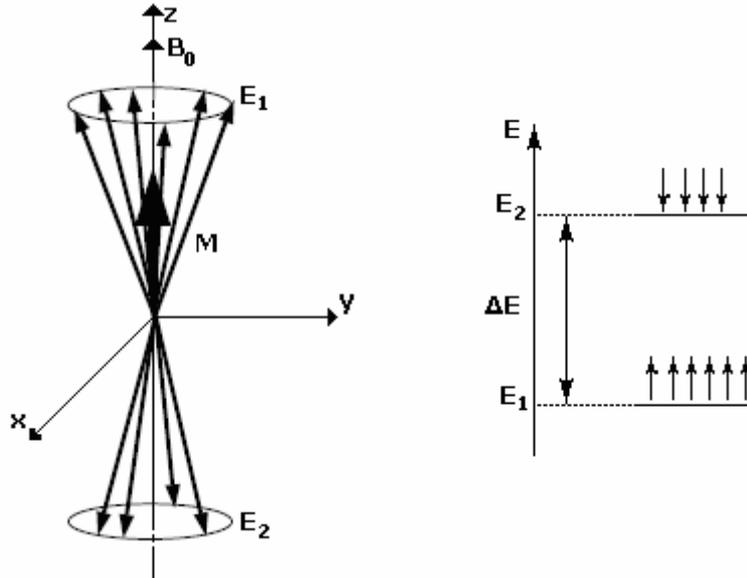


Figure 1.4 : Approches classique et quantique de la distribution énergétique des protons d'hydrogène en présence d'un champ magnétique statique  $\vec{B}_0$ .

### 1.2.3 Excitation de l'état d'équilibre

La finalité de l'expérience RMN est la détection du vecteur d'aimantation  $\vec{M}$ , à l'état d'équilibre il est impossible de le mesurer, car il est infiniment petit par rapport au champ magnétique  $\vec{B}_0$  qu'il crée [6]. Pour pouvoir le mesurer, il faut le basculer dans le plan transversal à la direction de  $\vec{B}_0$  par un champ magnétique auxiliaire  $\vec{B}_1$ .

L'état d'équilibre est donc perturbé par l'apport d'énergie d'un champ magnétique  $\vec{B}_1$  sous forme d'une impulsion RF de pulsation  $\omega_r$ . Pour qu'il y ait résonance entre les deux systèmes il faut que [5]:

$$\omega_r = \omega_0 \quad (1.4)$$

L'onde RF appliquée suivant l'axe  $ox$ , va créer le champ magnétique  $\vec{B}_1$  tournant autour de cet axe avec une vitesse angulaire de Larmor :

$$\omega_1 = \gamma B_1 \quad (1.5)$$

Lors de l'impulsion RF, l'aimantation macroscopique  $\vec{M}$  va subir un mouvement de double précession d'une part autour de  $\vec{B}_0$  avec la vitesse angulaire  $\omega_0$  et d'autre part autour de l'axe  $ox$  avec la vitesse angulaire  $\omega_1$ . L'angle de basculement de  $\vec{M}$  dans le plan transversal et donné par :

$$\theta = \omega_1 \tau \quad (1.6)$$

$\tau$  est la durée de l'impulsion RF.

En plus de l'équation de Sir Joseph Larmor, l'autre équation fondamentale à la modélisation du mouvement de précession de l'aimantation  $\vec{M}$  est celle de Felix Bloch [7].

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \wedge \vec{B}_0 - \frac{\vec{M}_{xy}}{T_2} - \left( \frac{M_z - M_0}{T_1} \right) \vec{k} \quad (1.7)$$

$T_1$  et  $T_2$  sont respectivement les constantes de temps de retour à l'équilibre des aimantations longitudinale  $\vec{M}_z$  et transversale  $\vec{M}_{xy}$ .

La solution de cette équation fournira l'évolution temporelle de l'aimantation  $\vec{M}$  dans le repère fixe  $(o, x, y, z)$  au cours de l'application de l'excitation RF. Les composantes de  $\vec{M}$  sont données par [7]:

$$M_x(t) = M_0 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_0 t) \quad (1.8a)$$

$$M_y(t) = M_0 \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_0 t) \quad (1.8b)$$

$$M_z(t) = M_0 \cos(\omega_1 t) \quad (1.8c)$$

Comme le montre la figure 1.5, lors de l'application de l'impulsion RF l'aimantation macroscopique  $\vec{M}$  décrit une spirale de calotte sphérique dont le rayon est sa valeur à l'équilibre  $M_0$ , donnée par la loi de Curie [8]:

$$M_0 = \rho \frac{\gamma^2 h^2 B_0 S(S+1)}{3k_B T} \quad (1.9)$$

Où  $\rho$  est la densité volumique de noyaux,  $S$  le nombre quantique de spin ( $S = 1/2$  pour le proton d'hydrogène),  $h$  la constante de Planck ( $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J.s),  $k_B$  celle de Boltzmann ( $k_B = 1,3806 \cdot 10^{-23}$  J.K<sup>-1</sup>) et  $T$  la température absolue.

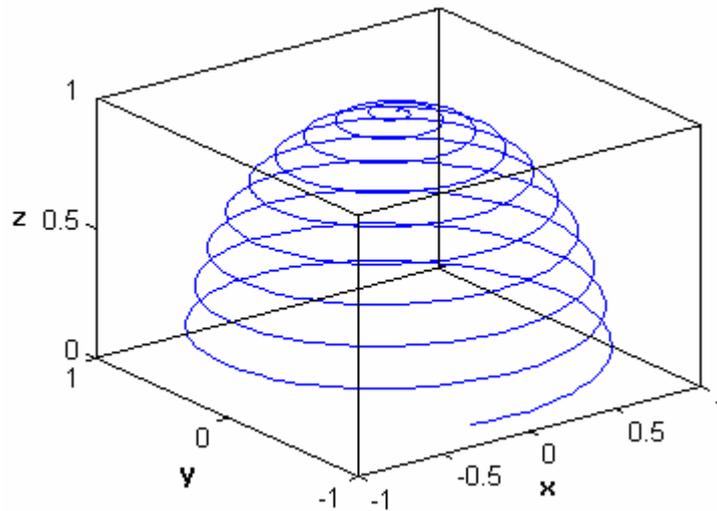


Figure 1.5: Evolution de l'aimantation  $\vec{M}$  dans le repère de coordonnées fixe, en présence d'un champ statique  $\vec{B}_0$  et d'un champ tournant  $\vec{B}_1$ ,  $M_0 = 1$ ,  $\omega_0 = 40$ ,  $\omega_1 = 1$ .

La durée  $\tau$  de l'impulsion RF déterminera l'angle maximal de bascule de l'aimantation  $\vec{M}$ . A la fin d'une impulsion  $90^\circ$ , l'aimantation tissulaire longitudinale  $\vec{M}_z$  disparaît, alors que l'aimantation tissulaire transversale  $\vec{M}_{xy}$  atteint son maximum. La mécanique classique fournit une approche géométrique de la disparition de l'aimantation longitudinale, alors que le rephasage des spins est à l'origine de la maximisation de l'aimantation transversale.

### 1.2.4 Précession libre des protons

Dès la fin de l'impulsion RF, l'aimantation  $\vec{M}$  va se relaxer et revenir à son état d'équilibre, ce mouvement de libre précession va se traduire par une repousse de l'aimantation longitudinale  $\vec{M}_z$  et une perte de l'aimantation transversale  $\vec{M}_{xy}$ . Cette évolution des deux composantes de l'aimantation correspond au phénomène de la relaxation des protons par lequel la RMN devient observable. L'équation phénoménologique de Bloch modélise non seulement le comportement de l'aimantation au cours de la résonance mais aussi lors de la relaxation. La résolution de cette équation au cours de la libre précession des protons aboutit à la solution suivante [7]:

$$M_x(t) = M_0 \sin(\theta) e^{-\frac{t}{T_2}} \sin(\omega_0 t) \quad (1.10a)$$

$$M_y(t) = M_0 \sin(\theta) e^{-\frac{t}{T_2}} \cos(\omega_0 t) \quad (1.10b)$$

$$M_z(t) = M_0 - M_0 [1 - \cos(\theta)] e^{-\frac{t}{T_1}} \quad (1.10c)$$

L'aimantation  $\vec{M}$  suit une trajectoire décrite sur la figure suivante :

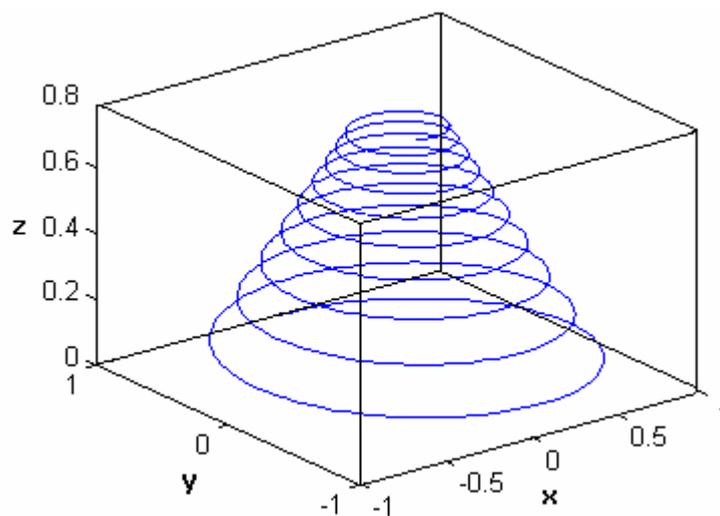


Figure 1.6 : Relaxation de l'aimantation  $\vec{M}$  dans le repère de coordonnées fixe,  $M_0 = 1$ ,  $T_1 = 1000$  ms,  $T_2 = 1006$ ms,  $\omega_0 = 40$ ,  $\omega_1 = 1$ .

La relaxation longitudinale est caractérisée par un temps  $T_1$  correspondant à la durée au bout de laquelle la repousse de  $\vec{M}_z$  aura atteint 63% de sa valeur à l'équilibre. Alors que le temps  $T_2$  correspond à la durée au bout de laquelle il ne persiste que 37% de l'aimantation transversale  $\vec{M}_{xy}$ . Les constantes de temps  $T_1$  et  $T_2$  dépendent non seulement de l'intensité du champ  $\vec{B}_0$  mais aussi de la nature des tissus biologiques étudiés [4].

Tissu biologique	$T_1$ (ms)	$T_2$ (ms)
Graisse	180	90
Foie	270	50
Substance grise	500	90
Substance Blanche	350	75
sang	800	180

Tableau 1.1 : Temps de relaxation à 1 T de quelques tissus humains [4].

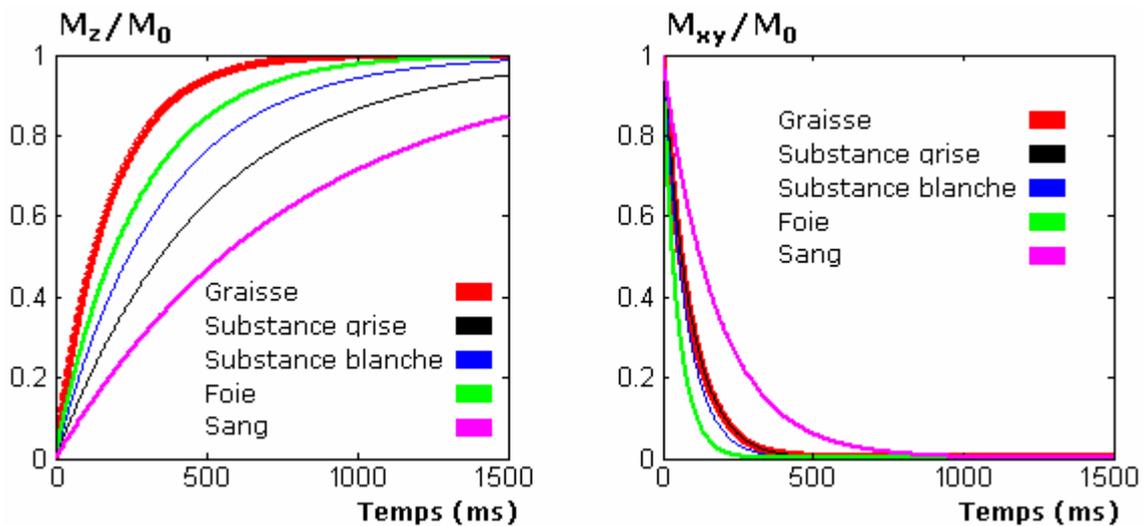


Figure 1.7 : Repousse et disparition des aimantations longitudinale et transversale pour différents temps de relaxation.

La constante de temps  $T_1$  appelée aussi constante de relaxation spin-réseau résulte de la redistribution des populations de spins sur les deux niveaux d'énergies  $E_1$  et  $E_2$ , ceci est lié au fait que les noyaux soumis à l'expérience RMN cèdent au milieu environnant l'énergie acquise au cours de la résonance [6]. La constante de temps  $T_2$  appelée relaxation spin-spin est justifiée par le fait que

dès l'arrêt de l'impulsion RF, les spins qui composent l'échantillon étudié vont tourner à des vitesses différentes et rapidement se déphaser, ces déphasages sont dus aux inhomogénéités locales du champ magnétique d'origine moléculaire [4]. Les champs locaux qui vont se superposer à  $\vec{B}_0$  ne sont pas la seule cause de décroissance de l'aimantation transversale  $\vec{M}_{xy}$ , mais s'ajoutent aux inhomogénéités microscopiques ( $\Delta B_0$ ) propres au champ  $\vec{B}_0$ . La décroissance exponentielle de  $\vec{M}_{xy}$  est alors caractérisée par un temps de relaxation plus court noté  $T_2^*$ , et donné par [4] :

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \gamma \Delta B_0 \quad (1.11)$$

### 1.2.5 Le signal RMN

Le signal RMN est obtenu dès la fin de l'impulsion de basculement de l'aimantation macroscopique  $\vec{M}$  dans le plan transversal. La composante  $\vec{M}_{xy}$  de l'aimantation  $\vec{M}$  induit un signal électrique RF appelé signal d'induction libre ou FID (« Free Induction Decay »).

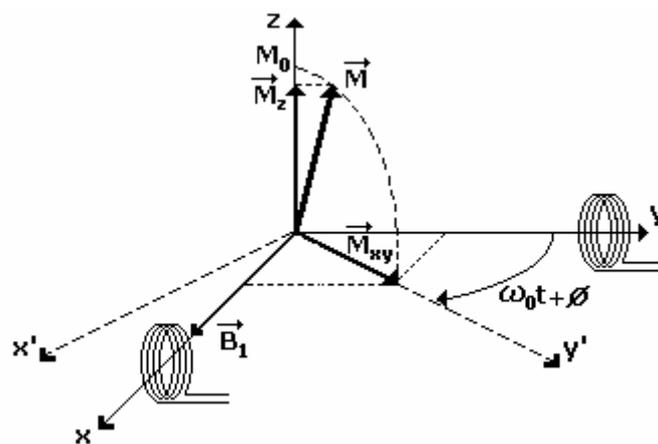


Figure 1.8 : Evolution de l'aimantation dans le repère tournant et mesure du signal RMN par des antennes en quadrature.

Le signal FID montré sur la figure 1.9 est capté par deux antennes RF en quadrature (figure 1.8). Il est généralement représenté sous une forme complexe [9]:

$$S(t) = M_x(t) + iM_y(t) = M_{xy0}(t)e^{i(2\pi f_0 t + \phi)} \quad (1.12)$$

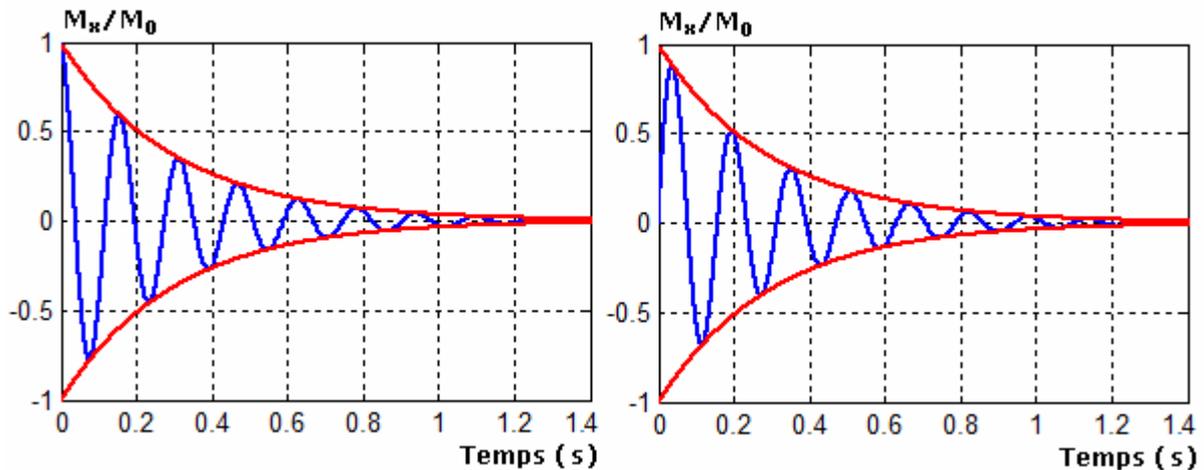


Figure 1.9 : Composante en quadrature du signal FID,  
 $M_0 = 1$ ,  $\omega_0 = 40$ ,  $T_2 = 300\text{ms}$ .

L'amplitude du signal d'induction libre dépend de la phase  $\phi$  liée à la position de l'aimantation transversale  $\vec{M}_{xy}$  par rapport aux antennes de réception. La fréquence  $f_0$  est la fréquence de résonance des protons (cette fréquence varie localement dans l'espace en fonction de gradients de champ magnétique). La décroissance exponentielle du signal est en fonction du temps de relaxation  $T_2^*$  qui tient compte des inhomogénéités du champ principal  $\vec{B}_0$  [9].

### 1.3 Techniques d'accès au temps de relaxation spin-spin

La technique d'accès au temps de relaxation spin-spin repose sur une séquence d'impulsions par laquelle le signal RMN est observable. Cette séquence permet de contrôler la manière dont le système IRM applique les impulsions et les gradients.

#### 1.3.1 L'écho de spin

La technique de l'écho de spin a été proposée pour la première fois par Hahn [4]. Cette technique dont le but est d'accéder au temps de relaxation  $T_2$ , s'appuie sur une séquence de deux impulsions de basculement de l'aimantation  $\vec{M}$  de  $90^\circ$  et  $180^\circ$  séparées par une durée de  $TE/2$  et suivies de la même durée.

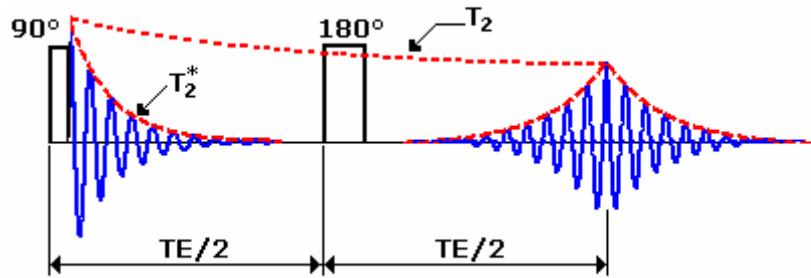


Figure 1.10 : Séquence de formation d'un écho de spins.

Après le temps d'écho TE les amplitudes du signal d'induction libre et de son écho sont modulées par une exponentielle de constante de temps  $T_2$  [4]. Cette technique permet de s'affranchir des inhomogénéités propres au champ principal  $\vec{B}_0$  liées à la qualité de l'imageur.

### 1.3.2 L'écho de gradient

L'écho de gradient montré sur la figure 1.11 consiste à appliquer un gradient que l'on inverse par la suite. Cela a pour effet d'inverser, non pas les aimantations comme en écho de spin, mais leurs vitesses relatives: les plus lentes deviennent plus rapides et réciproquement. Lorsque les aimantations sont de nouveau en phase, le signal passe par un maximum que l'on appelle "écho de gradient" [7].

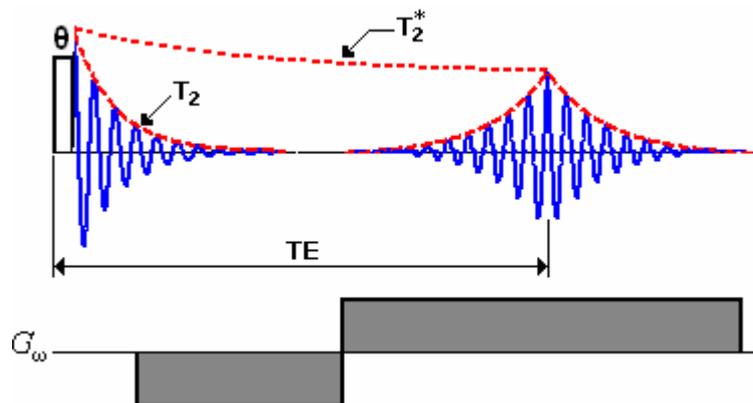


Figure 1.11 : Séquence de formation d'un écho de gradient.

Dans le cas de l'écho de gradient, seuls les déphasages dus à ce gradient sont compensés, par opposition aux déphasages liés aux hétérogénéités du champ principal qui sont indépendantes des gradients. Pour cette raison, l'écho de gradient permet de mesurer la décroissance en  $T_2^*$  [7].

## 1.4 Localisation spatiale du signal RMN

En IRM, on utilise des gradients de champs magnétiques linéaires pour le codage spatial de l'image. Comme le montre la figure 1.12, ces gradients vont se superposer au champ magnétique principal  $\vec{B}_0$  pour l'augmenter ou le diminuer de façon linéaire dans la direction où est appliqué le gradient.

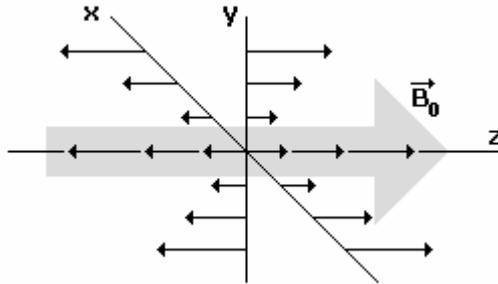


Figure 1.12 : Disposition spatiale des gradients de champs magnétiques.

Ainsi, la réalisation des images est obtenue par un codage spatial du signal RMN. L'exploration bidimensionnelle de la matière biologique à imager sélectionne d'abord des plans de coupes orientés dans la direction du champ magnétique principal  $\vec{B}_0$  (axe  $z$ ), puis à l'intérieur de ces plans de coupe le codage spatial du signal RMN est réalisé par codage de la fréquence dans la direction  $x$  et de la phase dans la direction  $y$  orthogonales au plan de coupe.

### 1.4.1 Séquence d'acquisition d'un signal RMN

L'enchaînement des gradients est décrit par la figure 1.13. Le premier gradient  $G_{sc}$ , dit de coupe, est appliqué en même temps que l'onde RF, cela permet de ne mettre en résonance que les noyaux situés sur une même coupe de l'échantillon. Le second  $G_\varphi$ , appelé gradient de phase, est appliqué un court instant avant l'enregistrement du signal. Il crée un déphasage entre les signaux de résonance dans une direction du plan de coupe choisie par l'opérateur. La localisation spatiale est finalement complétée par l'application d'un troisième gradient  $G_\omega$  de fréquence (gradient de lecture) pendant l'enregistrement du signal. On obtient

alors une correspondance entre l'espace des positions  $(x, y)$  dans une coupe donnée et celui des fréquences et des phases  $(\omega, \varphi)$  [4].

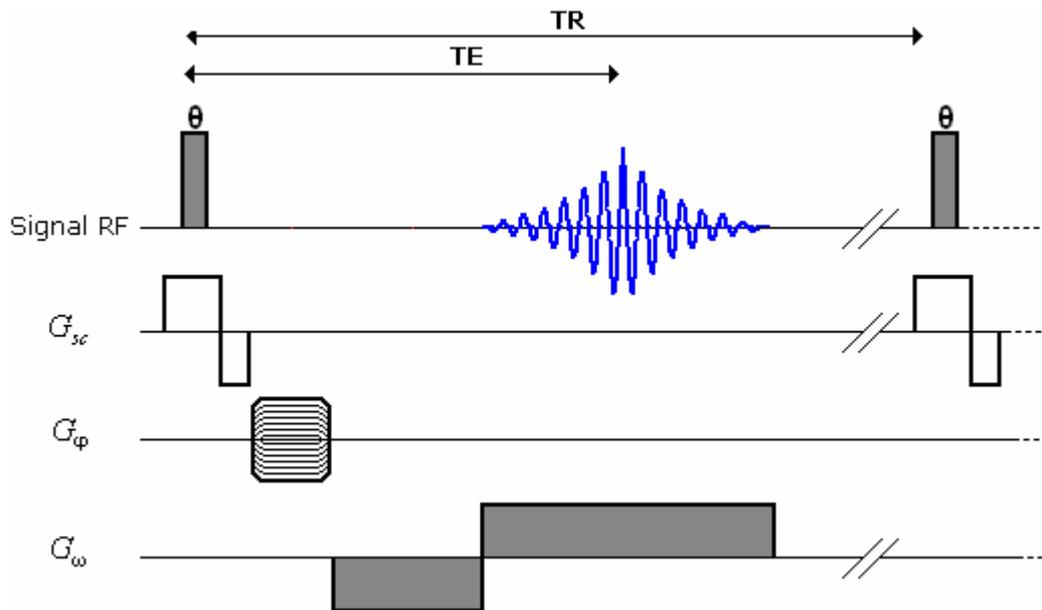


Figure 1.13 : Séquence d'acquisition d'une image IRM.

Au bout d'un temps TE (temps d'écho) apparaît un écho du signal FID, alors que le temps TR (temps de répétition) est la période de répétition de la séquence d'acquisition du signal FID. L'analyse de Fourier permet le passage entre l'espace des positions  $(x, y)$  et celui des fréquences et des phases  $(\omega, \varphi)$ .

### 1.4.2 Notions sur les gradients de champs magnétiques

En IRM, le gradient de champ magnétique, désigne un champ magnétique statique orienté dans la même direction que le champ principal  $\vec{B}_0$  et dont la contribution au champ magnétique statique varie linéairement en fonction de la position. Dans le cas de l'IRM médicale à 1.5 T la contribution au champ statique issue des gradients est en règle générale de  $10^{-4}$  à  $10^{-3}$  T [10]. La direction du gradient est la direction selon laquelle son intensité varie, son amplitude toujours orientée selon  $\vec{B}_0$  est une pente de variation linéaire, elle s'exprime en Tesla par mètre (les imageurs cliniques sont généralement dotés de gradients d'une intensité de quelques dizaines de milliTesla par mètre [10]).

### 1.4.2.1 Sélection d'un plan de coupe

La sélection du plan de coupe, section de l'objet qui sera représentée sur l'image, est effectuée à l'aide d'un champ magnétique statique  $G_{sc}$  appelé gradient de sélection de coupe, et qui varie le long de l'axe  $z$ . L'amplitude du champ magnétique en un point quelconque  $z$  est donnée par :

$$B = B_0 + G_{sc} \cdot z \quad (1.13)$$

En tenant compte des équations (1.3) et (1.13), La fréquence de Larmor des noyaux situés dans ce plan est constante, elle est donnée par :

$$f = \frac{\gamma}{2\pi} B \quad (1.14)$$

La relation (1. 14) permet d'introduire la première dimension spatiale. En effet, si l'on applique une onde radiofréquences  $B_1$  de fréquence  $f$  à l'objet à imager, on n'excitera que les noyaux situés dans le plan choisi.

### 1.4.2.2 Codage par la fréquence

Un second gradient, le gradient de lecture noté  $G_{\omega}$ , est utilisé pour rendre la fréquence du signal des noyaux dans le plan de coupe dépendante de leur position  $x$  dans ce plan.

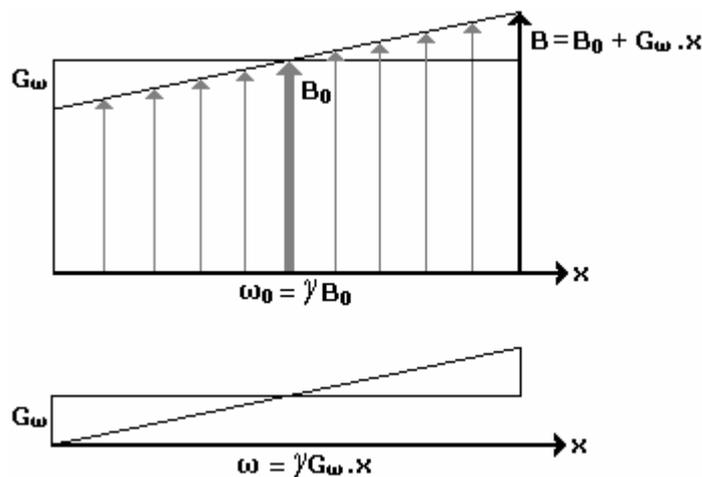


Figure 1.14 : Contribution du gradient de champ dans la direction  $x$ .

Si  $G_\omega$  désigne l'intensité du gradient dans la direction  $x$ , l'application de ce gradient dans cette direction, modifie le champ dans le tunnel de l'imageur de sorte que :

$$B = B_0 + G_\omega \cdot x \quad (1.14)$$

La fréquence de résonance d'après la relation de Larmor :

$$\omega = \gamma B = \omega_0 + \gamma G_\omega \cdot x \quad (1.15)$$

Lors de l'acquisition du signal, on ne tient compte que de la variation de fréquence due au gradient, en supprimant la fréquence porteuse  $\omega_0$ . C'est ce qu'on appelle la démodulation, on aura alors :

$$\omega = \gamma G_\omega \cdot x \quad (1.16)$$

La démodulation facilite l'opération d'échantillonnage. Le signal doit être échantillonné à une fréquence égale au moins au double de la plus grande fréquence contenue dans ce signal, il est plus aisé d'échantillonner aux basses fréquences qu'en hautes fréquences [4].

#### 1.4.2.3 Codage par la phase

Nous sommes désormais capables de coder deux dimensions (2D) spatiales. Pour compléter cette localisation, il reste à créer une dépendance du signal en fonction de la position du proton sur l'axe  $y$ . On utilise pour cela un troisième gradient, dit de phase, noté  $G_\phi$ . La contribution au champ magnétique statique du gradient de phase s'exprime sous la forme :

$$B = B_0 + G_\phi \cdot y \quad (1.17)$$

Son évolution est la même que celle du gradient de fréquence  $G_\omega$  montrée sur la figure 1.14, sa direction de variation est perpendiculaire aux directions des gradients de coupe  $G_{sc}$  et de lecture  $G_\omega$ .

## 1.5 Formation des images IRM

La reconstitution de l'image à partir du signal RMN sélectionne en premier un plan de coupe à l'aide du gradient de sélection de coupe  $G_{sc}$  appliqué dans la même direction que le champ principal  $\vec{B}_0$ , puis ce plan de coupe est échantillonné en petit volumes voxels (volume element) dans les directions des deux autres gradients de phase  $G_\phi$  et de fréquence  $G_\omega$ . L'image matricielle (figure 1.15) du champ de vue FOV (Field Of View) du plan de coupe sélectionné associe à chaque voxels un élément d'image Pixels (picture element).

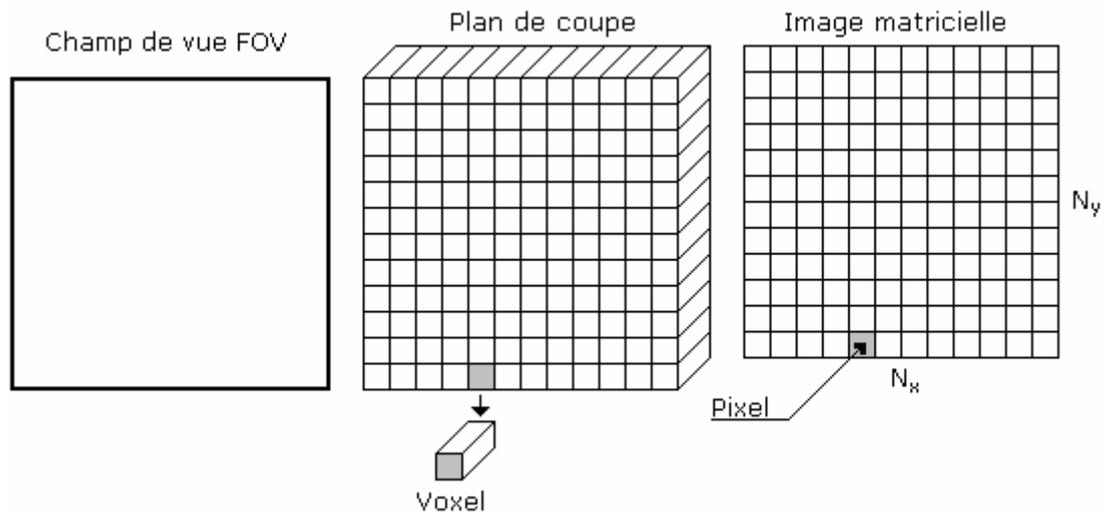


Figure 1.15: Notions d'image matricielle en IRM.

Comme le montre la figure 1.16, à partir d'une coupe sur le tissu biologique à imagé (FOV et voxel) on aboutit à une image à deux dimensions (taille et pixels) qui apparaît sur l'écran d'un moniteur de télévision. Le plan de Fourier est le canevas obligatoire dans lequel sont stockées les données brutes.

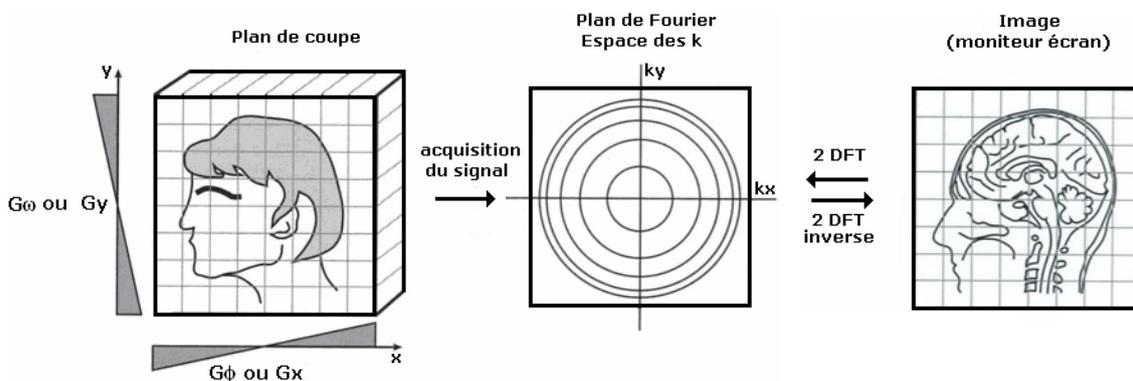


Figure 1.16 : Formation d'une image à partir d'un plan de coupe.

Le plan de Fourier consiste donc en la collection des spectres en fréquences spatiales  $k_x$  et  $k_y$  de l'objet situé dans le plan de coupe. Les composantes basses fréquences (approximations) se trouvent au centre de l'espace  $k$  et les composantes hautes fréquences (détails) sont sur les bords [9].

### 1.5.1 Plan de Fourier : espace des variables $k$

La fréquence de précession des protons dépend de leur localisation spatiale le long du gradient  $G_\omega$ . Le gradient  $G_\omega$  est appliqué au cours de la réception du signal pendant le temps d'observation  $TO$  (figure 1.17). Le signal capté va contenir autant de fréquences différentes que le nombre de colonnes dans la direction de  $G_\omega$  ; c'est-à-dire le nombre d'échantillons  $N_x$  obtenu après numérisation du signal échantillonné avec une période  $T_e$  [4] :

$$T_e = \frac{TO}{N_x} \quad (1.18)$$

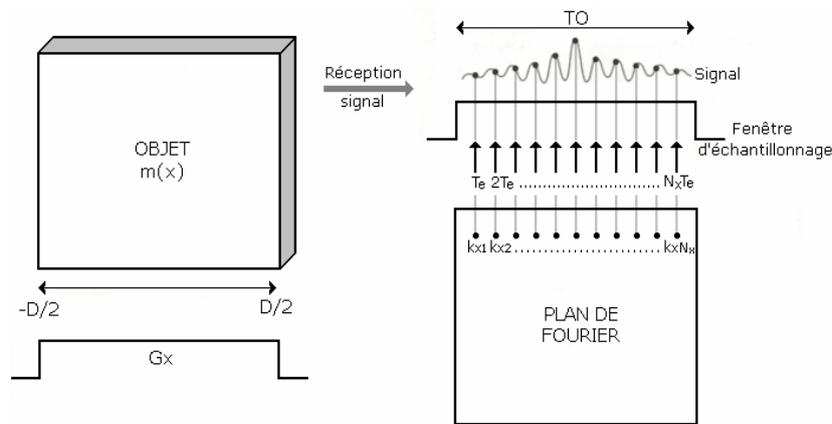


Figure 1.17 : Remplissage du plan de Fourier par le gradient de champ de fréquence.

Le signal  $S(t)$  sur la distance  $D$  sera composé des différentes aimantations  $m(x)$  dans la direction  $x$ . Si on ne tient pas compte des constantes de relaxation  $T_1$  et  $T_2$ , on aura [4]:

$$S(t) = \int_{-D/2}^{D/2} m(x) e^{-i2\pi\omega t} dx \quad (1.19)$$

Comme on a:  $\omega = \gamma G_{\omega} \cdot x$

$$S(t) = \int_{-D/2}^{D/2} m(x) e^{i2\pi\gamma G_{\omega} x t} dx \quad (1.20)$$

On pose  $k_x = \gamma G_{\omega} t$  et  $F(k_x) = S(t)$ .

$$F(k_x) = \int_{-D/2}^{D/2} m(x) e^{i2\pi k_x x} dx \quad (1.21)$$

$F(k_x)$  est l'expression d'une transformée de Fourier, ainsi chaque paramètre  $k_{x1} = \gamma G_{\omega} T_e$ ,  $k_{x2} = \gamma G_{\omega} 2T_e$ , .....,  $k_{xN_x} = \gamma G_{\omega} T_e$  est un échantillon du plan de Fourier gardant les déphasages produits par le gradient  $G_{\omega}$  durant son application. Pour obtenir les valeurs des aimantations en chaque point correspondant à l'image, il suffit de déterminer la transformée de Fourier inverse de  $F(k_x)$ .

$$m(x) = TF^{-1}[F(k_x)] \quad (1.22)$$

Le gradient de phase  $G_{\phi}$  (figure 1.18) est appliqué puis arrêté avant la réception du signal. Cette procédure est renouvelée à chaque acquisition en variant son amplitude de  $G_1$  à  $G_{N_y}$  pour  $N_y$  lignes (sa durée d'application  $T$  est constante). Les points échantillonnés lors des acquisitions successives des différentes lignes correspondent à des points  $k_{y1} = \gamma G_{\phi 1} T$ ,  $k_{y2} = \gamma G_{\phi 2} T$ , .....,  $k_{yN_y} = \gamma G_{\phi N_y} T$  du plan de Fourier [4].

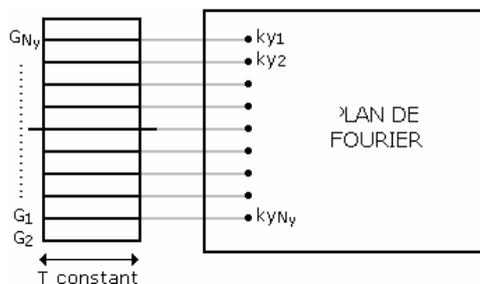


Figure 1.18 : Remplissage du plan de Fourier par le gradient de champ de phase.

Dans le sens du gradient  $G_\phi$ , on aura une équation (équivalente à celle d'une acquisition des points d'une ligne) correspondant cette fois à l'acquisition des lignes.

$$F(k_y) = \int_{-D/2}^{D/2} m(y) e^{i2\pi k_y y} dy \quad (1.23)$$

$$k_y = \gamma G_\phi t \quad (1.24)$$

Pour obtenir une image à partir des différentes lignes acquises, il faudra une deuxième transformée de Fourier inverse dans la direction  $y$  :

$$m(y) = TF^{-1}[F(k_y)] \quad (1.25)$$

Au total le signal de la coupe est directement identifiable à une transformée de Fourier bidimensionnelle. Cette relation peut être écrite sous la forme :

$$S(t) = F(k_x, k_y) = \iint m(x, y) e^{-i2\pi(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (1.26)$$

Comme le montre la figure 1.19, à chaque acquisition, on échantillonne l'ensemble des  $k_x$  du plan de Fourier ( $G_\omega$  est constant) pour un même  $k_y$ . Au bout d'un temps de répétition TR, l'échantillonnage de l'ensemble des  $k_x$  est renouvelé pour un  $k_y$  différent (en modifiant  $G_\phi$ ) [4].

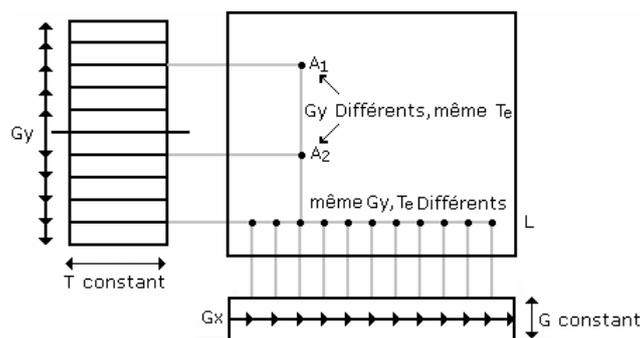


Figure 1.19 : Echantillonnage du plan de Fourier.

Au bout de l'ensemble des TR, on aura donc stocké toutes les données codées en phase et en fréquence, correspondant à une transformée de Fourier bidimensionnelle. Comme le montre la figure 1.20, en partant d'un objet biologique, on remplit le plan de Fourier avec des données brutes (figure 1.20

(a)), on obtient une image (figure 1.20 (b)) en effectuant une double transformée de Fourier inverse à partir de l'ensemble des lignes du plan de Fourier.

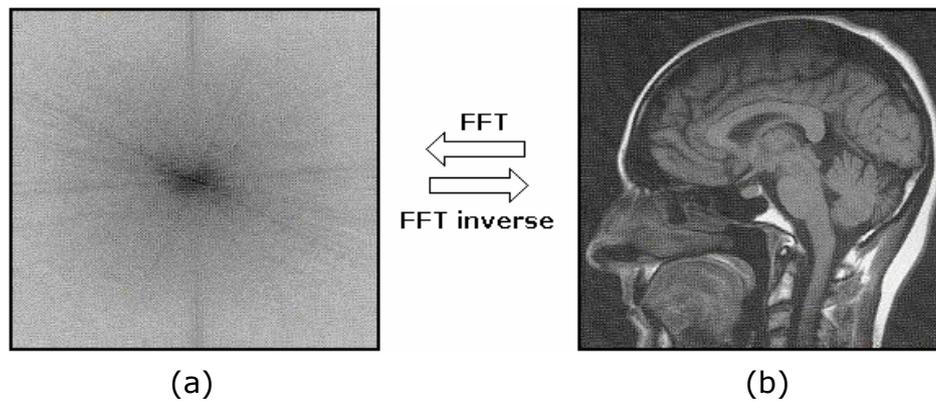


Figure 1.20 : Image obtenue en fonction du remplissage du plan de Fourier [4].

L'image dans le plan de Fourier est formée par des cercles concentriques décroissant en amplitude et augmentant en fréquences du milieu à la périphérie. Ainsi, Le centre du plan de Fourier contient les signaux les plus élevés en intensité et les plus bas en fréquences, ces signaux déterminent le contraste de l'image. Alors que, la périphérie du plan de Fourier contient les signaux de basses intensités et de hautes fréquences, ces signaux correspondent aux détails de l'image (résolution spatiale)

### 1.5.2 Format de l'impulsion d'excitation RF

Après avoir appliqué un gradient de champ magnétique, il faut être capable d'envoyer une impulsion radiofréquence qui ne contiennent que certaines fréquences pour n'exciter que les spins situés dans une tranche donnée (plan), la réponse d'un système de spin à une excitation RF est proportionnelle à la transformée de Fourier de l'excitation. Il est à noter qu'une impulsion rectangulaire de longue durée (tranche fine) a l'inconvénient de produire une excitation non négligeable hors du lobe principal et donc de "polluer" la tranche par des contributions non souhaitables provenant des régions voisines. Comme le montre la figure 1.21, pour surmonter cette difficulté, on peut utiliser des impulsions en sinus cardinal "sinc" [10].

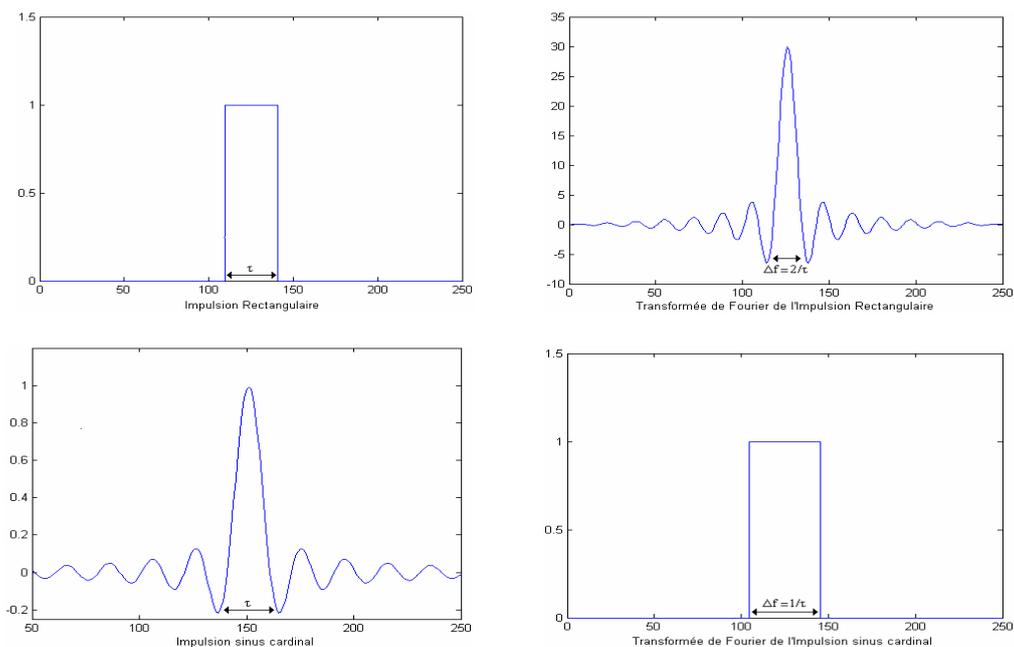


Figure 1.21 : Impulsions RF d'excitation des spin en IRM.

L'épaisseur de coupe dépend de la largeur de bande  $\Delta f$  de l'impulsion RF et de la valeur de la pente du gradient de coupe  $G_{sc}$ .

$$\Delta z = \frac{2\pi\Delta f}{\gamma G_{sc}} \quad (1.27)$$

Donc l'impulsion RF, appliquée durant le gradient de sélection de coupe (Figure 1.22), permet ainsi de sélectionner une épaisseur de coupe.

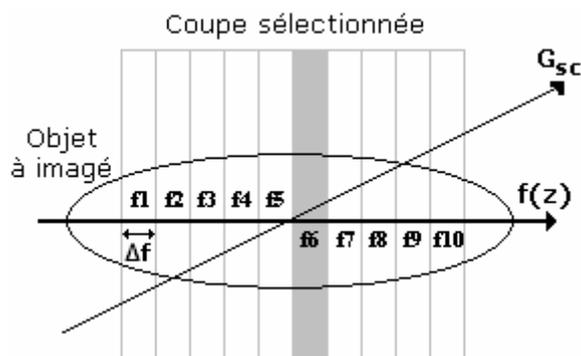


Figure 1.22 : Sélection d'une coupe par une impulsion RF sélective de largeur de bande  $\Delta f$ .

Pour un gradient donné, l'épaisseur de coupe est fonction de la largeur de fenêtre  $\Delta f$  de l'impulsion d'excitation RF. Comme montré sur la figure qui suit, si

$\Delta f$  est trois fois plus large elle couvre les fréquences de  $\omega_5$  à  $\omega_7$ , l'épaisseur du plan de coupe sélectionné est multipliée par 3. Ainsi lorsque la fenêtre est large, l'épaisseur est épaisse et inversement.

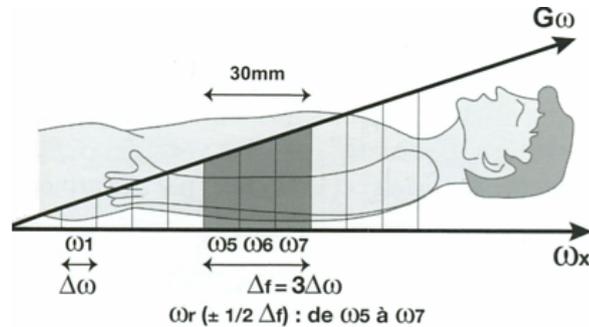


Figure 1.23 : Effet de l'élargissement de la fenêtre  $\Delta f$  sur l'épaisseur de coupe.

A largeur de fenêtre égale, l'épaisseur de coupe est fonction de l'amplitude du gradient, si le gradient est élevé, les coupes sont fines et inversement.

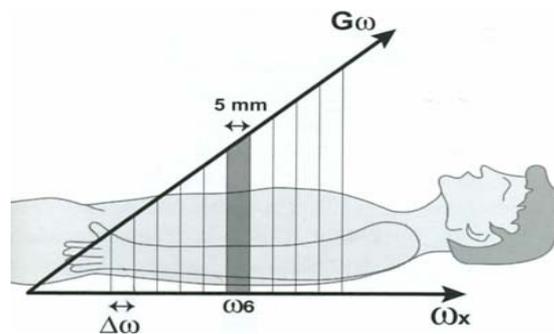


Figure 1.24 : Effet de l'élévation de la pente du gradient de fréquence sur l'épaisseur de coupe.

La figure ci-dessus montre que si le gradient est deux fois plus élevé, augmentant de  $\Delta\omega$  tous les centimètres, l'épaisseur du plan de coupe sera diminuée de moitié.

## 1.6 Eléments d'un imageur à résonance magnétique

Les éléments constitutifs d'un imageur à résonance magnétique sont montrés sur la figure suivante.

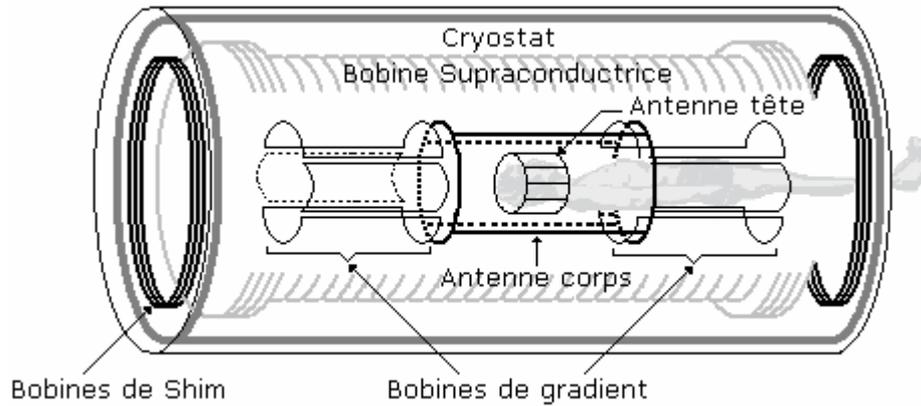


Figure 1.25 : Éléments constitutifs d'un imageur RMN [4].

Cet appareil est formé par un tunnel cylindrique aimanté qui sert de support à des bobines de gradient de champ magnétique, la superposition des champs magnétiques créés par les bobines de gradient permet un codage spatio-fréquentiel du tissu biologique à imager. Des antennes radiofréquences permettent successivement l'excitation des morceaux de tissus biologiques et la détection des signaux émis par ces derniers, une chaîne d'acquisition permet le décodage de ces signaux et la formation des images RMN.

### 1.6.1 L'aimant principal

L'aimant principal est l'élément de base d'un appareil IRM, il produit le champ magnétique  $\vec{B}_0$  qui doit être intense et homogène. Les aimants classés selon leurs intensités : faible (de 0.02 T à 0.3 T), moyenne (de 0.3 T à 1 T) et élevée (plus de 1 T) sont de trois types [4]:

- Les aimants résistifs sont constitués par des enroulements en cuivre, ils nécessitent des dispositifs de refroidissement car ils présentent de fortes consommations en courant électrique. Ces aimants produisent des champs de faibles intensités au environ de 0.3 T, et sont d'une homogénéité moyenne.
- Les aimants permanents qui sont des blocs aimantés ne consomment aucun courant électrique, donc ne nécessitent aucun système de refroidissement. Ils ont l'inconvénient d'un poids élevé pour un champ magnétique relativement faible, leur avantage est la production d'un champ magnétique vertical.

- La variante la plus répandue des aimants est les aimants supraconducteurs, qui utilisent le phénomène de la supraconduction. Ils sont constitués d'une bobine supraconductrice et d'un cryostat contenant de l'hélium liquide à  $-269\text{ }^{\circ}\text{C}$ , et qui permet de maintenir la bobine à l'état supraconducteur. Ces aimants ont l'avantage de produire des champs élevés allant jusqu'à  $7\text{ T}$  et les inconvénients de la consommation de l'hélium et des coûts d'installation.

### 1.6.2 Les bobines de gradient de champ

Pour permettre un codage spatial de l'image RMN, des gradients de champ magnétique sont utilisés dans l'appareil IRM pour obtenir une variation graduelle du champ magnétique dans l'espace. L'appareil IRM est doté de trois paires de bobines de gradient, une paire pour chaque orientation de l'espace. Pour produire un gradient de champ dans le sens du champ magnétique  $\vec{B}_0$  de l'aimant principal, deux bobines sont placées face à face en configuration dite de « Maxwell » [7]. Comme le montre la figure 1.26, le courant électrique qui circule en sens inverse dans une des bobines par rapport à l'autre va produire d'une part un champ magnétique nul au milieu de la distance séparant les deux bobines, et d'autre part un champ qui varie linéairement par rapport à ce milieu en s'ajoutant et se retranchant à  $\vec{B}_0$  : c'est le gradient de champ  $G_z$  ( $G_{sc}$ ).

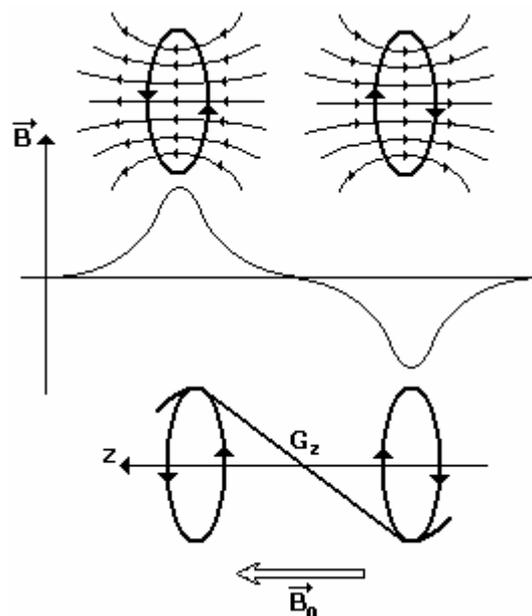


Figure 1.26: Production d'un gradient de champ dans la direction de  $\vec{B}_0$ .

Dans les deux autres directions  $x$  et  $y$  de l'espace, une configuration dite de « Golay » est utilisée pour produire les gradients de champ  $G_x(G_\omega)$  et  $G_y(G_\phi)$  [7]. Chaque gradient est composé de quatre bobines en forme de selle de cheval, les quatre arcs qui sont en face à face contribuent à la formation des gradients.

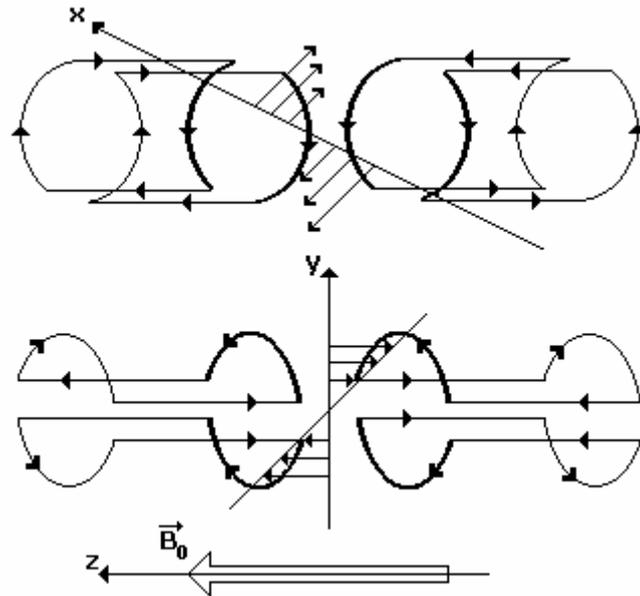


Figure 1.27 : Production d'un gradient de champ dans les directions orthogonales à  $\vec{B}_0$ .

Les performances des gradients de champ sont d'une grande importance dans la détermination de certains paramètres des séquences IRM (épaisseur de coupe, champ de vue, matrice, temps d'acquisition, TE minimum). Les caractéristiques déterminant les performances de ces gradients sont essentiellement, l'amplitude maximale (en milliTesla par mètre : mT/m), le temps de montée (en microsecondes :  $\mu$ s) et la vitesse de montée (en Tesla/mètres/secondes : T/m/s).

### 1.6.3 Les Bobines Shim

Le champ magnétique  $\vec{B}_0$  produit par l'aimant principal présente des inhomogénéités au niveau des extrémités latérales de l'aimant. Les bobines de Shim dont l'action en anglais est « Shimming » (ajustement des courants que l'on fait passer dans ces bobines) permettent de corriger ces inhomogénéités.

## 1.6.4 Les antennes IRM

Dans un imageur à résonance magnétique nucléaire, les antennes sont utilisées pour l'excitation par un signal RF d'un tissu biologique à imager et pour la réception du signal RMN émis par ce tissu. Le signal RMN est extrêmement faible, l'antenne doit être d'excellente qualité afin d'obtenir un rapport signal sur bruit (S/B) le plus élevé. Dans un appareil IRM il y a deux types d'antennes, les antennes de volume et les antennes de surface.

### 1.6.4.1 Antennes de volume

Les antennes de volume (figure 1.28) sont soit émettrices et réceptrices soit uniquement réceptrices, dans ce dernier cas l'antenne corps est émettrice. L'antenne corps est incorporée dans l'aimant principal, elle est émettrice et réceptrice, le signal obtenu dans les antennes de volume est inversement proportionnel au diamètre de l'antenne.



Figure 1.28 : Antennes de volume de tête et du genou [11].

### 1.6.4.2 Antennes de surface

Les antennes de surface sont uniquement réceptrices. Elles sont positionnées le plus proche possible de la zone biologique à explorer, ce qui augmente l'intensité du signal recueilli. Le volume exploré par une antenne de surface diminue, ce qui réduit le bruit reçu et favorise un rapport S/B plus élevé. Les antennes de surface comme le montre la figure I.29 sont de formes variées pour s'adapter aux différentes régions de l'organisme.

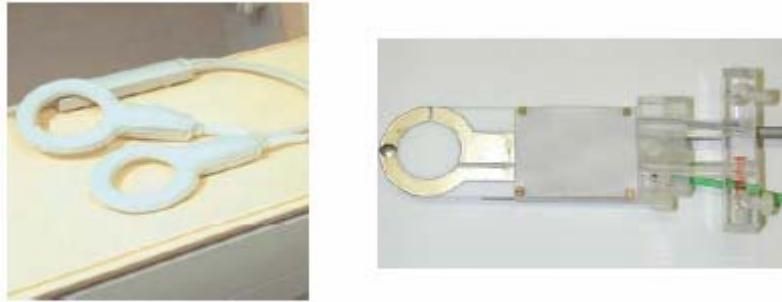


Figure 1.29 : Antennes de surface de type Boucles [12].

Un autre type d'antennes de surface est développé pour augmenter la zone explorée : se sont les antennes en « réseau phasé ». Il s'agit comme le montre la figure 1.30 de disposer dans un même support plusieurs antennes de petite section.

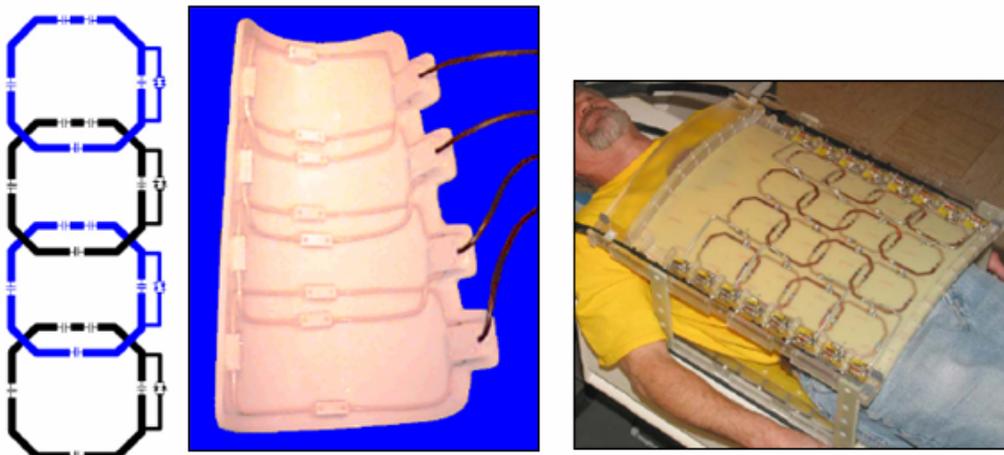


Figure 1.30 : Antennes en réseau phasé [13].

Chaque antenne du réseau qui possède sa propre chaîne d'acquisition reçoit le signal FID de la zone qu'elle explore, ainsi une image est construite pour chaque antenne. Toutes les images reçues sont combinées pour reconstituer une seule image réseau.

## 1.7 Système IRM

Les composants de base d'un système IRM sont illustrés dans figure 1.31. Ces composants comprennent un aimant principal, un ensemble de bobines de gradient, des antennes RF (émettrice et /ou réceptrices), et un système

informatique de pilotage et de traitement des données. L'aimant principal produit le champ magnétique principal  $\vec{B}_0$  dans la région d'intérêt. Un champ  $\vec{B}_0$  de 1.5 T est utilisé dans le domaine de l'imagerie médicale, tandis que les champs élevés jusqu'à 19 T existent dans les domaines de recherche [7]. Il est souhaitable que le champ magnétique principal soit uniforme dans toute la région d'intérêt. L'aimant principal est généralement un électro-aimant de type bobine à alésage cylindrique, les aimants puissants sont presque exclusivement supraconducteurs. Les supraconducteurs sont refroidis à une température proche du zéro absolu à l'aide de la combinaison de l'hélium et de l'azote liquides, cela garantit à l'aimant la conservation de ses propriétés supraconductrices [4].

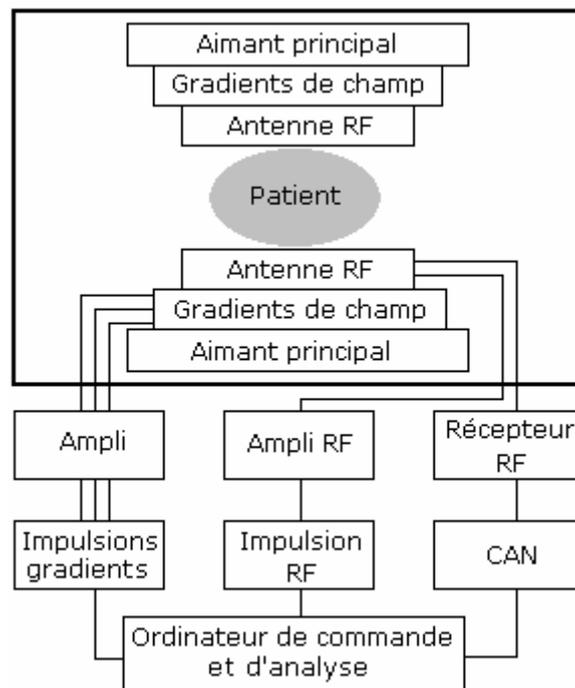


Figure 1.31: Schéma synoptique d'un système IRM [14].

Les gradients de champ sont produits par trois bobines qui fournissent des champs orthogonaux le long des axes  $z$ ,  $x$  et  $y$ . En superposant ces gradients au champ principal  $\vec{B}_0$ , une sélection de coupe et un codage spatial sont réalisés sur le tissu biologique à imager. L'uniformité de ces gradients de champ dans la région d'intérêt est souhaitable afin de minimiser les distorsions de l'image. En plus de produire de forts gradients de champ uniformes, les bobines de gradient doivent être rapidement allumées et éteintes afin d'éviter l'obscurité de l'image

en raison des effets de mouvement qui se produisent dans l'imagerie en temps réel tels que le cycle cardiaque [6]. L'antenne RF émet en hautes fréquences un champ magnétique  $\vec{B}_1$  homogène, nécessaire pour exciter les noyaux de l'échantillon et par réciprocité capter l'énergie RF émise à partir de ces noyaux. Des antennes séparées peuvent être utilisées pour la transmission et la réception des signaux. La sensibilité de l'antenne de réception est importante pour obtenir un signal d'image élevé par rapport au bruit. Le générateur d'impulsions des gradients, l'amplificateur de gradients, le générateur d'impulsions RF, l'amplificateur RF, le récepteur RF et le convertisseur analogique-numérique (CAN) constituent l'électronique de commande pour le système IRM. Le système informatique définit les séquences d'impulsions, le contrôle de toutes les bobines, et reconstruit l'image pour l'affichage.

## 1.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit les concepts nécessaires à la compréhension de l'une des modalités de radiologie la plus précise à l'heure actuelle ; l'IRM. Le phénomène de la résonance magnétique, les phénomènes de relaxation  $T_1$ ,  $T_2$ , et la libre précession ont été abordés. Une attention particulière a été donnée à la séquence d'imagerie, au codage spatial, au plan de Fourier et à la reconstruction de l'image. Pour plus de clarté dans le fonctionnement d'un système IRM, l'aspect matériel a été détaillé. Les sondes résonatrices constituent des composants clés de l'imagerie RMN, leur dimensionnement et la prédiction de leur comportement fréquentiel constituent une étape nécessaire de la construction des appareils IRM.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter les fondements théoriques de base nécessaire à l'analyse des sondes résonatrices TEM de type birdcage utilisées dans l'IRM. Ces fondements comportent en premier une caractérisation électromagnétique de ces résonateurs par une approche utilisant la méthode des éléments finis MEF et en second lieu la détermination de leurs réponses fréquentielles par la méthode de la ligne multiconducteur LMC.

## **Chapitre 2 : Outils d'Implémentation des Résonateurs Birdcage**

---

## 2.1 Introduction

Ce chapitre traite les éléments numériques nécessaires à l'analyse des résonateurs TEM à lignes couplées. Cette analyse qui repose sur la méthode des éléments finis et la théorie des lignes de transmission, est axée sur un processus de trois étapes.

Ainsi la première étape, est la détermination par la méthode des éléments finis des paramètres primaires par unité de longueur, capacité, conductance, résistance et inductance du résonateur considéré comme une ligne de transmission multiconducteur. Les caractéristiques de la section transversale du résonateur considéré comme un système à  $n+1$  conducteurs tel que la géométrie, les dimensions transversales des conducteurs et de leur support, l'écart entre conducteurs ainsi que le ou les milieux où sont disposés ces conducteurs sont contenues dans ces paramètres qui sont des matrices de dimension  $n$  ( $n$  est le nombre de conducteurs).

Par la suite, la seconde étape consiste à solutionner le système d'équations des tensions et des courants le long de la ligne multiconducteur. Cette solution superpose  $n$  ondes incidentes avec  $n$  ondes réfléchies. Sans la détermination des matrices paramètres primaires, la résolution du système d'équations des  $n+1$  conducteurs ne peut être effectuée du fait que les coefficients de ces équations demeurent inconnus.

Enfin, la troisième étape consiste à incorporer les conditions aux limites dans le but de déterminer les coefficients inconnus de la solution générale du système d'équations de la ligne multiconducteur.

## 2.2 Evaluation par les éléments finis du potentiel transversal d'une ligne multiconducteur

La détermination des matrices capacité, inductance, résistance et conductance d'une ligne multiconducteur, passe par une évaluation approchée du potentiel sur la section transversale de la ligne. La résolution numérique de l'équation de Laplace dans le domaine statique aboutit à l'estimation de ce potentiel. La

méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre des problèmes électromagnétiques caractérisés par une équation différentielle, et un ensemble de conditions aux limites. Le domaine géométrique de la ligne multiconducteur est discrétisé en sous domaines, appelés éléments finis et l'équation de Laplace transformée sous une forme intégral-différentielle est appliquée à un seul élément. Des fonctions d'interpolation sont utilisées pour représenter le potentiel inconnu dans le domaine de l'élément. Un ensemble d'équations linéaires est obtenu pour chaque élément du domaine discrétisé, puis un système global est formé après l'assemblage de tous les éléments. Dans ce qui suit nous allons décrire les étapes d'implémentation de la méthode des éléments finis.

### 2.2.1 Définition du problème

Comme le montre la figure 2.1 les lignes multiconducteur dont on veut déterminer les paramètres électromagnétiques peuvent être de formes très complexes et comporter plusieurs milieux diélectriques et conducteurs. L'absence de solutions analytiques est justifiée par la complexité de ces structures et la recherche de solutions approchées par des méthodes numériques devient incontournable.

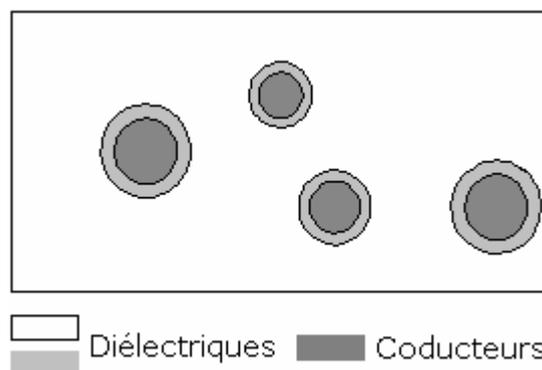


Figure 2.1 : Topologie d'une ligne multiconducteur.

Beaucoup de méthodes sont disponibles pour la résolution des problèmes électromagnétiques à géométries complexes [15]. La méthode des éléments finis (MEF) paraît être la plus appropriée pour l'évaluation numérique du potentiel  $\phi$  par résolution de l'équation (2.1) de Laplace [16, 17].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.1)$$

La résolution de l'équation de Laplace aboutit à une approximation  $\tilde{\phi}$  du potentiel et de sa dérivée normale sur tout le domaine de la solution.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \right) = r \quad (2.2)$$

La solution approchée  $\tilde{\phi}$  ne vérifie plus l'équation de Laplace et l'apparition d'un résidu  $r$  est justifiée par l'écart entre la solution exacte  $\phi$  et la solution approchée  $\tilde{\phi}$ .

### 2.2.2 Discrétisation du domaine

La première étape de la MEF consiste à représenter avec précision la section transversale du domaine de la solution par un ensemble de formes de base appelées éléments finis (figure 2.2). L'utilisation du maillage triangulaire minimise considérablement l'erreur de discrétisation comparativement aux mailles quadrangulaires.

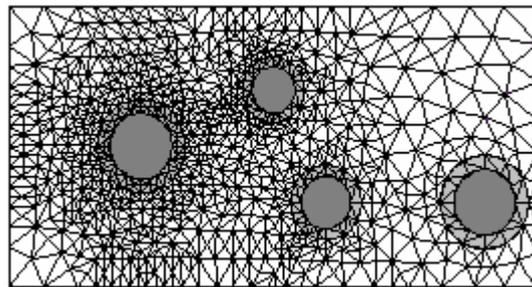


Figure 2.2 : Maillage à éléments finis triangulaires de la ligne multiconducteur.

Le principal avantage de la MEF est de permettre une excellente description de la ligne multiconducteur grâce à un maillage variable qui autorise un affinement au niveau des zones sensibles. Bon nombre de logiciels commerciaux permettent de mailler automatiquement un domaine et d'optimiser la position des noeuds.

### 2.2.3 Interpolation sur l'élément

Comme l'élément triangulaire est largement utilisé pour la discrétisation des structures à deux dimensions, des fonctions d'interpolation appropriées doivent être développées pour cet élément. Ces fonctions d'interpolations doivent satisfaire certaines exigences clés. Premièrement, elles doivent garantir la continuité de la grandeur inconnue sur les frontières inter-éléments. Deuxièmement, elles doivent être dérivable au moins une fois du moment que l'équation différentielle de Laplace est de second ordre et, troisièmement, elles doivent être de forme polynomiale pour assurer une représentation suffisante du comportement de la solution dans le domaine des éléments finis.

L'élément triangulaire linéaire réel est illustré dans le plan cartésien x-y sur la figure 2.3. Cette maille se compose de trois sommets qui correspondent aux trois nœuds de l'élément. Les nœuds sont numérotés localement dans un sens anti-horaire pour éviter d'avoir une aire négative de l'élément en utilisant la définition Jacobienne [16].

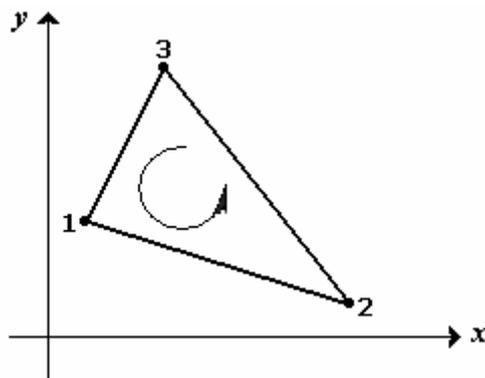


Figure 2.3 : Élément triangulaire.

La fonction d'approximation du potentiel sur chaque élément triangulaire est donnée par :

$$\tilde{\phi}^e(x, y) = a^e + b^e x + c^e y \quad (2.3)$$

Où  $a^e$ ,  $b^e$  et  $c^e$  sont des coefficients constants à déterminer et  $e$  est le numéro de l'élément. Les potentiels au niveau de chaque sommet du triangle de la figure 2.3 sont donnés par :

$$\begin{aligned}
\tilde{\phi}_1^e &= a^e + b^e x_1^e + c^e y_1^e \\
\tilde{\phi}_2^e &= a^e + b^e x_2^e + c^e y_2^e \\
\tilde{\phi}_3^e &= a^e + b^e x_3^e + c^e y_3^e
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Où  $x_j^e$  et  $y_j^e$  ( $j = 1, 2, 3$ ) sont les coordonnées du  $j^{\text{ème}}$  nœud du  $e^{\text{ème}}$  élément. Les constantes d'interpolation du potentiel sur le sommet de chaque élément sont données comme suit :

$$\begin{aligned}
a_1^e &= x_2^e y_3^e - y_2^e x_3^e & b_1^e &= y_2^e - y_3^e & c_1^e &= x_3^e - y_2^e \\
a_2^e &= x_3^e y_1^e - y_3^e x_1^e & b_2^e &= y_3^e - y_1^e & c_2^e &= x_1^e - y_3^e \\
a_3^e &= x_1^e y_2^e - y_1^e x_2^e & b_3^e &= y_1^e - y_2^e & c_3^e &= x_2^e - y_1^e
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Et leur substitution dans l'expression (2.3) donne :

$$\tilde{\phi}^e(x, y) = \sum_{j=1}^3 \tilde{\phi}_j^e N_j^e(x, y) \tag{2.6}$$

$N_j^e(x, y)$  sont les fonctions d'interpolation, dont le développement est donné comme suit :

$$N_j^e(x, y) = \frac{1}{2\Delta^e} (a_j^e + b^e x_j^e + c^e y_j^e) \tag{2.7}$$

L'aire de chaque élément  $e$  est donnée par :

$$\Delta^e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{vmatrix} \tag{2.8}$$

Dans le but d'automatiser et d'uniformiser les calculs, la notion de maille de référence est introduite. On construit un espace de fonctions d'interpolation sur une maille de référence standard (figure 2.4) définie sur un système de coordonnées naturelles et topologiquement équivalente à la maille réelle, puis on

le transforme pour qu'il devienne un espace de fonctions d'interpolation sur cette dernière.

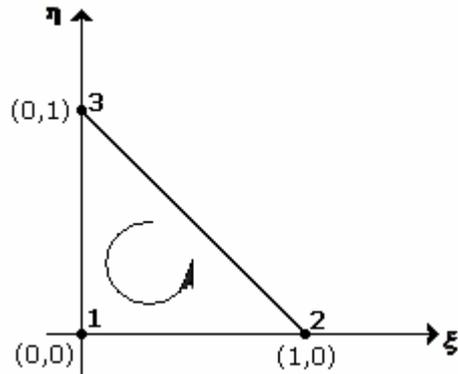


Figure 2.4 : Élément triangulaire linéaire de référence.

Aux noeuds 1, 2 et 3, du triangle de référence correspondent les fonctions d'interpolation linéaire  $N_1(\xi, \eta)$ ,  $N_2(\xi, \eta)$ , et  $N_3(\xi, \eta)$ , respectivement. Chaque fonction de forme doit être unitaire au noeud qui lui correspond et nulle sur les deux autres noeuds, de sorte que :

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta) &= 1 - \xi - \eta \\
 N_2(\xi, \eta) &= \xi \\
 N_3(\xi, \eta) &= \eta
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

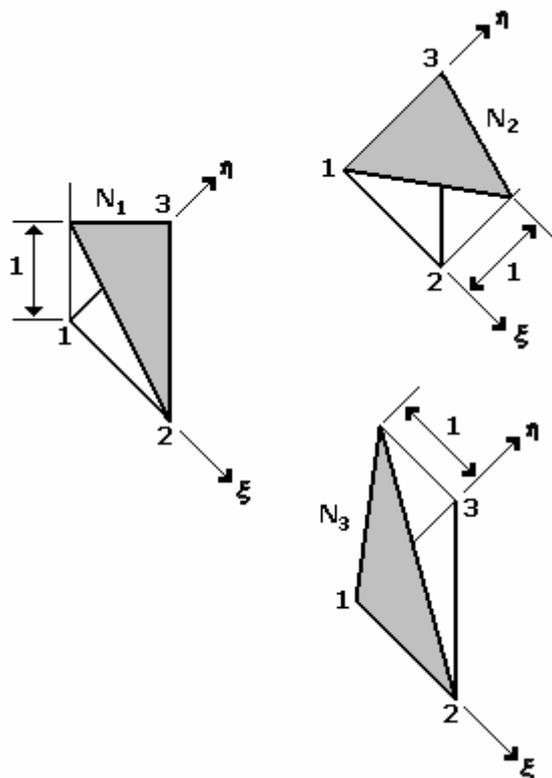


Figure 2.5: Fonctions d'interpolation linéaire de l'élément triangulaire.

Les fonctions d'interpolation linéaire de l'élément de référence peuvent aussi être exprimées en termes de coordonnées de surface. Comme le montre la figure 2.6 au point arbitraire  $(\xi, \eta)$  à l'intérieur du triangle de référence relié aux trois sommets, sont formés trois subtriangles avec des aires respectives  $A_1, A_2$  et  $A_3$ . Notons que  $A_1$  correspond au subtriangle opposé au noeud local 1, une notation similaire s'applique aux deux autres subtriangles.

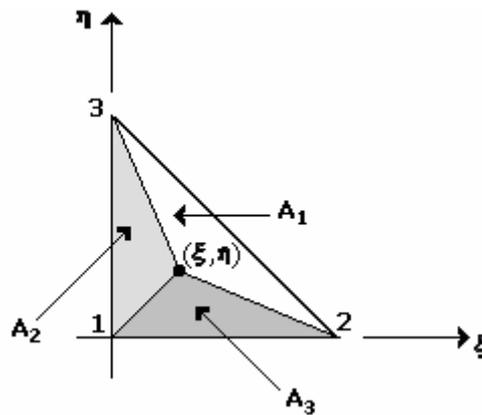


Figure 2.6 : Coordonnées de surface.

Sur la base de cette notation, les fonctions d'interpolation linéaire  $N_1, N_2, N_3$  peuvent être exprimées comme :

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{A_1}{A} \\ N_2 &= \frac{A_2}{A} \\ N_3 &= \frac{A_3}{A} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Cet ensemble de fonctions d'interpolation construit à partir de l'élément de référence est utilisé dans la méthode des éléments finis pour interpoler les inconnues primaires à l'intérieur d'un élément. Pour des éléments isoparamétriques [17], les mêmes fonctions sont également utilisées pour interpoler les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$ .

$$x = \sum_{i=1}^3 x_i^e N_i \quad (2.11)$$

$$y = \sum_{i=1}^3 y_i^e N_i \quad (2.12)$$

La substitution des expressions (2.9) dans les expressions (2.11) et (2.12) exprime les coordonnées réelles  $(x, y)$  en fonctions des coordonnées naturelles  $(\xi, \eta)$ .

$$x = x_1^e + \bar{x}_{21}\xi + \bar{x}_{31}\eta \quad (2.13)$$

$$y = y_1^e + \bar{y}_{21}\xi + \bar{y}_{31}\eta \quad (2.14)$$

Où 
$$\bar{x}_{ij} = x_i^e - x_j^e \quad (2.15)$$

$$\bar{y}_{ij} = y_i^e - y_j^e \quad (2.16)$$

#### 2.2.4 Pondération du résidu

L'idéal est que le résidu  $r$  soit nul, dans ce cas la solution approchée  $\tilde{\phi}$  sera identique à la solution exacte  $\phi$ . Cependant ce n'est pas le cas, et le résidu  $r$  est généralement non nul. L'objectif de la méthode du résidu pondéré est de minimiser le résidu  $r$  au moyen d'une pondération. Pour atteindre cet objectif, nous devons multiplier ce résidu par une fonction de pondération  $W$ , puis intégrer le résultat sur toute la surface de l'élément et finalement annuler cette intégrale.

$$\iint_{\Omega} W \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \right) \right] dx dy = 0 \quad (2.17)$$

Introduisant l'identité suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( W \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) = \frac{\partial W}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) + W \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) \quad (2.18)$$

Et qui peut être arrangée comme suit :

$$\begin{aligned} W \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( W \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) - \frac{\partial W}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( W \varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) - \varepsilon \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.19)$$

La substitution de l'équation (2.19) dans l'équation (2.17) aboutit à :

$$\iint_{\Omega} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( W\varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( W\varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \right) \right] dx dy - \iint_{\Omega} \varepsilon \left[ \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \right] dx dy = 0 \quad (2.20)$$

L'utilisation du théorème de Green [16] permet la transformation de l'intégral de la divergence d'un vecteur sur une surface en une quantité égale au flux de ce vecteur sur le contour de cette surface.

$$\iint_{\Omega} (\nabla_t \cdot \vec{A}) dx dy = \oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot \vec{a}_n dl \quad (2.21)$$

Le développement de ce théorème donne :

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} (A_x \vec{a}_x + A_y \vec{a}_y) \cdot \vec{a}_n dl \quad (2.22)$$

Il est clair que l'identification de l'équation (2.22) à l'équation (2.20) nous permet d'écrire que :

$$A_x = W\varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \quad (2.23)$$

$$A_y = W\varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \quad (2.24)$$

Et le vecteur unitaire normal est :

$$\vec{a}_n = n_x \vec{a}_x + n_y \vec{a}_y \quad (2.25)$$

L'application du théorème de Green à la première partie de l'équation (2.20) donne :

$$\iint_{\Omega} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( W\varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( W\varepsilon \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \right) \right] dx dy = \oint_{\Gamma} W\varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y \right) dl \quad (2.26)$$

En substituant ce résultat dans l'équation (2.20), nous aboutissons à une formulation réduite de cette équation.

$$\iint_{\Omega} \varepsilon \left[ \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} \right] dx dy = \oint_{\Gamma} W \varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y \right) dl \quad (2.27)$$

### 2.2.5 Approche de Galerkin

L'approche de Galerkin [17] consiste à utiliser pour la fonction de pondération  $W$  les mêmes fonctions d'interpolation de la quantité primaire inconnue, le potentiel  $\tilde{\phi}$  dans notre cas. Précédemment les polynômes de Lagrange ont été utilisés pour interpoler le potentiel  $\tilde{\phi}$ .

$$\tilde{\phi}^e = \sum_{j=1}^3 \tilde{\phi}_j^e N_j \quad (2.28)$$

Où  $N_j$  sont les fonctions d'interpolation formées à partir des polynômes de Lagrange.

En substituant (2.28) dans (2.27) et en prenant :

$$W = N_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

La forme réduite (2.27) est ainsi discrétisée :

$$\iint_{\Omega} \varepsilon \left[ \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \left( \sum_{j=1}^3 \tilde{\phi}_j^e N_j \right)}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \left( \sum_{j=1}^3 \tilde{\phi}_j^e N_j \right)}{\partial y} \right] dx dy = \oint_{\Gamma} N_i \varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y \right) dl \quad (2.29)$$

pour  $i = 1, 2, 3$ .

L'équation (2.29) peut être arrangée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) \left( \sum_{j=1}^3 \tilde{\phi}_j^e \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \left( \sum_{j=1}^3 \tilde{\phi}_j^e \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] dx dy = \oint_{\Gamma} N_i \varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y \right) dl \quad (2.30)$$

L'équation (2.30) peut être exprimée sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} M_{11}^e & M_{12}^e & M_{13}^e \\ M_{21}^e & M_{22}^e & M_{23}^e \\ M_{31}^e & M_{32}^e & M_{33}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_1^e \\ \tilde{\phi}_2^e \\ \tilde{\phi}_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^e \\ P_2^e \\ P_3^e \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Où

$$M_{ij}^e = \iint_{\Omega} \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (2.32)$$

$$P_i^e = \oint_{\Gamma} N_i \varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y \right) dl \quad (2.33)$$

L'intégrale linéique (2.33) doit être évaluée le long du contour fermé de chaque élément du domaine. Puisque le maillage à éléments finis est constitué d'éléments triangulaires, cette intégrale doit être évaluée sur les trois côtés de chaque triangle dans un sens anti-horaire. Pour le maillage montré sur la figure 2.7, l'évaluation de l'intégrale (2.33) pour l'élément  $e_1$  du nœud 1 au nœud 2 donne exactement le même résultat, mais de signe opposé, que l'évaluation de la même intégrale pour l'élément  $e_2$  du nœud 3 vers le nœud 1. Le signe opposé provient du fait que les deux normales orthogonales aux côtés communs des deux triangles voisins  $e_1$  et  $e_2$  pointent vers des directions opposées.

$$\vec{a}_{n1} = -\vec{a}_{n2} \quad (2.34)$$

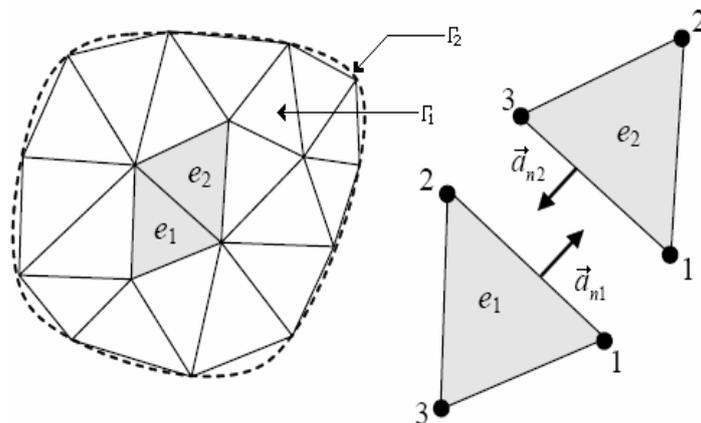


Figure 2.7 : Côté commun entre deux éléments triangulaires.

La contribution  $p_{1-1}$  au vecteur  $P^e$  de l'intégration (2.33) le long du côté commun aux deux éléments  $e_1$  et  $e_2$  délimité respectivement par les nœuds 1 et 2 et les nœuds 3 et 1 est donc évaluée comme suit :

$$p_{1-1} = -\int_{1-2} N_1^{(e_1)} \varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x^{(e_1)} + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y^{(e_1)} \right) dl - \int_{3-1} N_1^{(e_2)} \varepsilon \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x^{(e_2)} + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y^{(e_2)} \right) dl \quad (2.35)$$

En substituant l'équation (2.34) dans l'équation (2.35) et en utilisant le fait que :

$$N_1^{(e_1)} = N_1^{(e_2)} \quad (2.36)$$

le long du chemin d'intégration, qui est le côté commun, il devient évident que les deux intégrales seront égales en amplitude mais opposées en signe, s'annulant ainsi les uns les autres. En conséquence dans le domaine  $\Gamma_1$  (figure 2.7) l'intégrale (2.33) est nulle du fait que tous les éléments finis appartenant à ce domaine ont des côtés communs avec leurs voisins les plus proches. La contribution de l'intégrale (2.33) est différente de zéro uniquement pour les côtés qui appartiennent au domaine  $\Gamma_2$ .

### 2.2.5.1 Formulation matricielle sur un élément

Le but principal de cette section est de développer les expressions analytiques pour les éléments de la matrice  $M^e$  et du vecteur  $P^e$  du système d'équations linéaires (2.31). Les valeurs de ces éléments sont fonction du type et de l'ordre des fonctions d'interpolation utilisés dans la MEF.

Nous commençons par l'évaluation de la matrice  $M^e$  dont les éléments sont donnés par l'équation (2.32).

$$M_{ij}^e = \iint_{\Omega} \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (2.37)$$

Les fonctions d'interpolations des éléments triangulaires sont données par les équations (2.9). Les coordonnées  $x$  et  $y$  d'un point quelconque à l'intérieur d'un

éléments sont exprimées par les équations (2.13) et (2.14). En utilisant la règle de la dérivation en chaîne, on peut écrire que :

$$\begin{aligned}\frac{\partial N}{\partial \xi} &= \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} &= \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}\end{aligned}\quad (2.38)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix}\quad (2.39)$$

Dans le système (2.39), la matrice d'ordre 2 est appelée matrice Jacobienne, elle notée  $J$  et peut être évaluée en utilisant les équations (2.13) et (2.14).

$$J = \begin{bmatrix} \bar{x}_{21} & \bar{y}_{21} \\ \bar{x}_{31} & \bar{y}_{31} \end{bmatrix}\quad (2.40)$$

La transformation de coordonnées (2.39) peut être écrite sous une autre forme en inversant la matrice Jacobienne de sorte que :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{bmatrix}\quad (2.41)$$

Avec

$$J^{-1} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \bar{y}_{31} & -\bar{y}_{21} \\ -\bar{x}_{31} & \bar{x}_{21} \end{bmatrix}\quad (2.42)$$

Le déterminant  $|J|$  de la matrice Jacobienne est donné par :

$$|J| = \bar{x}_{21}\bar{y}_{31} - \bar{x}_{31}\bar{y}_{21} = 2\Delta_e\quad (2.43)$$

Le déterminant de la matrice jacobienne est égal à deux fois la surface de l'élément triangulaire à la condition d'une numérotation adéquate des noeuds

locaux du triangle. Ainsi, lors de la formation de la matrice de connectivité du maillage des éléments finis, il est indispensable que les noeuds locaux de chaque triangle soient numérotés dans le sens anti-horaire. En utilisant les équations (2.40) - (2.42) avec les équations (2.9), on aura :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} \bar{y}_{23} \\ \bar{x}_{32} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Similairement il peut être montré que :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_2}{\partial x} \\ \frac{\partial N_2}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} \bar{y}_{31} \\ \bar{x}_{13} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Et

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_3}{\partial x} \\ \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} \bar{y}_{12} \\ \bar{x}_{21} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Pour évaluer la double intégrale (2.37), il est plus commode de passer des variables d'intégration réelles  $x$  et  $y$  aux variables naturelles  $\xi$  et  $\eta$ . Cette transformation est donnée par [4]:

$$\iint_{\Omega^e} f(x, y) dx dy = \int_0^1 \int_0^{1-\eta} f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) |J| d\xi d\eta \quad (2.47)$$

La transformation ci-dessus est attribuée au mathématicien allemand Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851). En utilisant (2.44)-(2.46) et la transformation de Jacobi (2.47), les éléments de la matrice  $M^e$  peuvent être évalués de la manière suivante :

$$M_{11}^e = -\varepsilon \int_0^1 \int_0^{1-\eta} \left[ \frac{\bar{y}_{23}}{2\Delta_e} \frac{\bar{y}_{23}}{2\Delta_e} + \frac{\bar{x}_{32}}{2\Delta_e} \frac{\bar{x}_{32}}{2\Delta_e} \right] 2\Delta_e d\xi d\eta$$

$$= -\varepsilon \left[ \frac{(\bar{y}_{23})^2}{4\Delta_e} + \frac{(\bar{x}_{32})^2}{4\Delta_e} \right] \quad (2.48)$$

Similairement:

$$M_{12}^e = M_{21}^e = -\varepsilon \left[ \frac{\bar{y}_{23}\bar{y}_{31}}{4\Delta_e} + \frac{\bar{x}_{32}\bar{x}_{13}}{4\Delta_e} \right] \quad (2.49)$$

$$M_{13}^e = M_{31}^e = -\varepsilon \left[ \frac{\bar{y}_{23}\bar{y}_{12}}{4\Delta_e} + \frac{\bar{x}_{32}\bar{x}_{21}}{4\Delta_e} \right] \quad (2.50)$$

$$M_{22}^e = -\varepsilon \left[ \frac{(\bar{y}_{31})^2}{4\Delta_e} + \frac{(\bar{x}_{13})^2}{4\Delta_e} \right] \quad (2.51)$$

$$M_{23}^e = M_{32}^e = -\varepsilon \left[ \frac{\bar{y}_{31}\bar{y}_{12}}{4\Delta_e} + \frac{\bar{x}_{13}\bar{x}_{21}}{4\Delta_e} \right] \quad (2.52)$$

$$M_{33}^e = -\varepsilon \left[ \frac{(\bar{y}_{12})^2}{4\Delta_e} + \frac{(\bar{x}_{21})^2}{4\Delta_e} \right] \quad (2.53)$$

La matrice  $M$  d'un élément triangulaire est symétrique :

$$M_{ij}^e = M_{ji}^e \quad (2.54)$$

L'évaluation des éléments du vecteur  $P^e$  s'appuie sur la solution de l'équation (2.33). L'imposition de la condition aux limites mixte (2.55), celle de Neumann et de Dirichlet sur le contour  $\Gamma_2$  (figure 2.7), permet de réduire la forme de l'équation (2.33).

$$\left( \alpha_x \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} n_x + \alpha_y \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} n_y \right) + \gamma \tilde{\phi} = q \quad (2.55)$$

Avec  $\alpha_x = \alpha_y = \varepsilon$  et  $q$  et  $\gamma$  des constantes. Ainsi le  $i^{\text{ème}}$  élément du vecteur  $P^e$  est donné par:

$$P_i^e = - \int_{\Gamma_2} N_i (q - \gamma \phi) dl \quad (2.56)$$

L'intégrale de (2.56) est différente de zéro uniquement pour les éléments ayant au moins un côté qui coïncide avec la limite  $\Gamma_2$  et où  $q$  et  $\gamma$  sont non nulles, si à la fois  $q$  et  $\gamma$  sont égaux à zéro, alors automatiquement cette intégrale devient

nulle. S'il on impose une condition aux limites de type Neumann sur  $\Gamma_2$ , alors  $q$  et  $\gamma$  doivent être nulles, cela équivaut aussi à disposer d'un vecteur  $P^e$  nul. Cependant, pour une condition aux limites mixte, donnée par (2.55), avec  $q$  et  $\gamma$  non nulles, l'intégrale (2.56) devient:

$$P_i^e = -\int_{L_b^e} N_i (q - \gamma \sum_{j=1}^3 \tilde{\phi}_j^e N_j) dl \quad (2.57)$$

Où  $L_b^e$  désigne la délimitation du côté de l'élément qui coïncide avec  $\Gamma_2$ .

Considérons l'élément triangulaire illustré à la figure 2.8 (a) avec un côté allongé sur  $\Gamma_2$ . La numérotation locale des nœuds de l'élément, est indiquée sur la figure 2.8 (b), l'intégrale (2.57) doit être évaluée sur le côté, du nœud 1 au nœud 2.

$$P_i^e = -\int_{1 \rightarrow 2} N_i q dl + \int_{1 \rightarrow 2} N_i \gamma (\tilde{\phi}_1^e N_1 + \tilde{\phi}_2^e N_2 + \tilde{\phi}_3^e N_3) dl \quad (2.58)$$

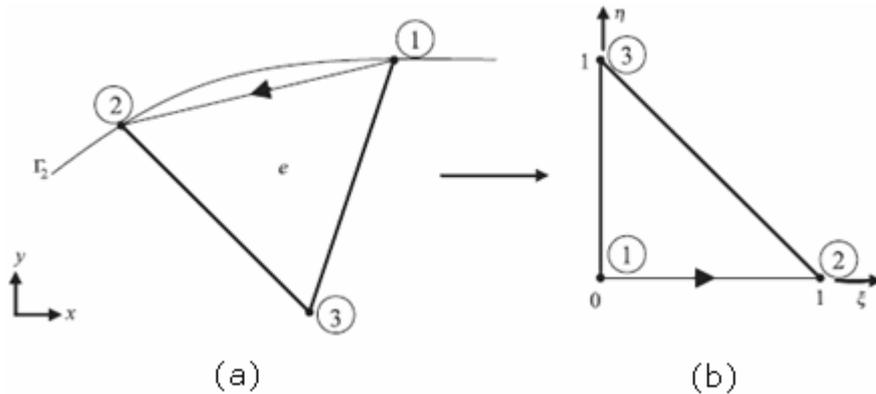


Figure 2.8 : (a) Elément triangulaire avec un côté sur la limite  $\Gamma_2$ .  
(b) Triangle de référence.

Pour évaluer l'intégrale (2.58), le triangle réel  $e$  doit être converti en un triangle de référence. Comme le montre la figure 2.8 (b), l'intégration le long du côté du nœud 1 au nœud 2 sur le triangle réel équivaut à une intégration de 0 à 1 le long de l'axe  $\xi$ .

$$dl = l_{12} d\xi \quad (2.59)$$

L'expression ci-dessus peut facilement être prouvée. En tout point le long du côté du triangle du nœud 1 au nœud 2, les coordonnées  $x$  et  $y$  sont données par :

$$\begin{aligned}
x &= x_1^e N_1(\xi, 0) + x_2^e N_2(\xi, 0) = x_1^e + \bar{x}_{21} \xi \\
y &= y_1^e N_1(\xi, 0) + y_2^e N_2(\xi, 0) = y_1^e + \bar{y}_{21} \xi
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Le différentiel  $dl$  est défini comme :

$$dl = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} \tag{2.61}$$

D'après (2.60) on a :

$$\begin{aligned}
dx &= \bar{x}_{21} d\xi \\
dy &= \bar{y}_{21} d\xi
\end{aligned} \tag{2.62}$$

La substitution de (2.62) dans (2.61) donne :

$$\begin{aligned}
dl &= \sqrt{(\bar{x}_{21})^2 + (\bar{y}_{21})^2} d\xi \\
&= l_{12} d\xi
\end{aligned} \tag{2.63}$$

L'utilisation de l'équation (2.59), permet l'évaluation de l'intégrale (2.58) pour le noeud 1 du triangle e de la figure 2.8.

$$\begin{aligned}
P_1^e &= -\int_0^1 N_1(\xi, 0) q l_{12} d\xi + \int_0^1 N_1(\xi, 0) \gamma \left[ \tilde{\phi}_1^e N_1(\xi, 0) + \tilde{\phi}_2^e N_2(\xi, 0) + \tilde{\phi}_3^e N_3(\xi, 0) \right] l_{12} d\xi \\
&= -\frac{q l_{12}}{2} + \left[ \frac{\gamma l_{12}}{3} \tilde{\phi}_1^e + \frac{\gamma l_{12}}{6} \tilde{\phi}_2^e + 0 \tilde{\phi}_3^e \right]
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Les termes de l'équation ci-dessus qui comportent les valeurs des potentiels aux nœuds sont transférés du côté de la matrice  $M^e$ .

$$\begin{aligned}
M_{11}^e &= M_{11}^e - \frac{\gamma l_{12}}{3} \\
M_{12}^e &= M_{12}^e - \frac{\gamma l_{12}}{6} \\
M_{13}^e &= M_{13}^e - 0
\end{aligned} \tag{2.65}$$

Similairement, l'élément du vecteur  $P^e$  qui correspond au noeud 2, évalué avec l'intégrale (2.58) est :

$$\begin{aligned}
P_2^e &= -\int_0^1 N_2(\xi, 0) q l_{12} d\xi + \int_0^1 N_2(\xi, 0) \gamma \left[ \tilde{\phi}_1^e N_1(\xi, 0) + \tilde{\phi}_2^e N_2(\xi, 0) + \tilde{\phi}_3^e N_3(\xi, 0) \right] l_{12} d\xi \\
&= -\frac{q l_{12}}{2} + \left[ \frac{\gamma l_{12}}{6} \tilde{\phi}_1^e + \frac{\gamma l_{12}}{3} \tilde{\phi}_2^e + 0 \tilde{\phi}_3^e \right]
\end{aligned} \tag{2.66}$$

De même, les termes de l'équation (2.66) qui comportent les valeurs des potentiels aux nœuds sont aussi transférés du côté de la matrice  $M^e$ .

$$\begin{aligned} M_{21}^e &= M_{21}^e - \frac{\gamma l_{12}}{6} \\ M_{22}^e &= M_{22}^e - \frac{\gamma l_{12}}{3} \\ M_{23}^e &= M_{23}^e - 0 \end{aligned} \quad (2.67)$$

Finalement, l'élément du vecteur  $P^e$  correspondant au nœud 3 est :

$$P_3^e = -\int_0^1 N_3(\xi, 0) q l_{12} d\xi + \int_0^1 N_3(\xi, 0) \gamma \left[ \tilde{\phi}_1^e N_1(\xi, 0) + \tilde{\phi}_2^e N_2(\xi, 0) + \tilde{\phi}_3^e N_3(\xi, 0) \right] l_{12} d\xi = 0 \quad (2.68)$$

Du fait que  $N_3(\xi, 0) = 0$  le long de l'axe  $\xi$ , l'élément du vecteur  $P^e$  qui correspond au troisième nœud est donc nul.

Le vecteur  $P^e$  pour un élément localement numéroté et situé à la limite du domaine à étudier ( $\Gamma_2$  sur la figure 2.8 (a)) devient donc :

$$P^e = -\frac{q l_{12}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

### 2.2.6 Assemblage des éléments finis

Dans la section précédente, les matrices  $M^e$  et les vecteurs  $P^e$  des éléments triangulaires ont été générés. Un procédé d'assemblage d'un vecteur  $P$  et d'une matrice  $M$  globales qui tient compte de tous les éléments du domaine d'étude, s'appuie sur les informations de connectivité entre les éléments. La dimension de la matrice globale  $M$  est égale au nombre total de nœuds dans le domaine des éléments finis. À titre d'exemple, considérons le domaine 2D illustré à la figure 2.9, discrétisé en utilisant quatre éléments triangulaires. Le nombre total de nœuds dans le domaine des éléments finis est 6, par conséquent, la taille de la matrice globale est 36.

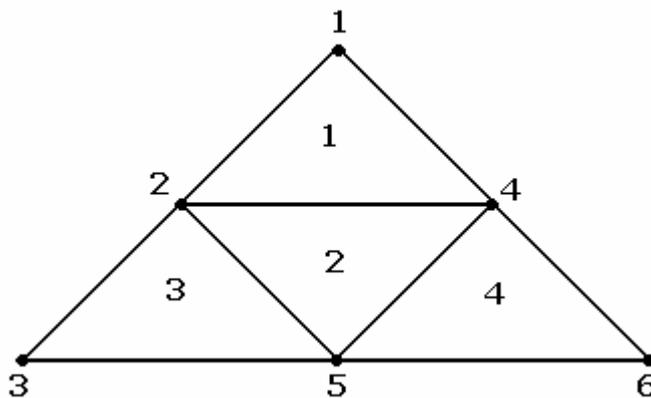


Figure 2.9 : Discrétisation en quatre éléments triangulaire d'un domaine à deux dimensions.

Comme le montre la Figure ci-dessus, les nœuds particulièrement numérotés de 1 à 6, sont appelés nœuds globaux. Les nœuds de chaque élément isolé (figure 2.3) numérotés de 1 à 3, sont appelés nœuds locaux. Le procédé d'assemblage commence par la formation de la matrice de connectivité des éléments, qui contient les numéros de nœuds globaux de chaque élément dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, comme illustré dans le tableau 2.1. Lors de l'implémentation de la méthode, les informations de connectivité sont stockées dans une matrice à deux dimensions.

e	n(1,e)	n(2,e)	n(3,e)
1	2	4	1
2	5	4	2
3	3	5	2
4	5	6	4

Tableau 2.1 Connectivité des éléments.

Une fois la matrice de connectivité des éléments est formée, la matrice globale  $M$  de dimension 36 créée est initialisée à zéro.

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Le procédé d'assemblage des matrices  $M^e$  de tous les éléments se fait d'une façon itérative en tenant compte des informations de connectivité entre les éléments. En se référant au tableau 2.1 de connectivité, le coefficient  $M_{11}^{(1)}$  de la matrice  $M^{(1)}$  de l'élément 1 sera ajouté au coefficient  $M_{22}$  de la matrice  $M$ , alors que coefficient  $M_{12}^{(1)}$  sera ajouté à  $M_{24}$ . La règle générale de ce procédé d'assemblage est d'ajouter  $M_{ij}^{(e)}$  à  $M_{n(i,e),n(j,e)}$ . Une fois les matrices  $M^e$  des quatre éléments de la figure 2.9 assemblées, la matrice  $M$  devient :

$$M = \begin{bmatrix} M_{33}^{(1)} & M_{31}^{(1)} & 0 & M_{32}^{(1)} & 0 & 0 \\ M_{13}^{(1)} & M_{11}^{(1)} + M_{33}^{(2)} + M_{33}^{(3)} & M_{31}^{(3)} & M_{12}^{(1)} + M_{32}^{(2)} & M_{31}^{(2)} + M_{32}^{(3)} & 0 \\ 0 & M_{13}^{(3)} & M_{11}^{(3)} & 0 & M_{12}^{(3)} & 0 \\ M_{23}^{(1)} & M_{21}^{(1)} + M_{23}^{(2)} & 0 & M_{22}^{(1)} + M_{22}^{(2)} + M_{33}^{(4)} & M_{21}^{(2)} + M_{31}^{(4)} & M_{32}^{(4)} \\ 0 & M_{13}^{(2)} + M_{23}^{(3)} & M_{21}^{(3)} & M_{12}^{(2)} + M_{13}^{(4)} & M_{11}^{(2)} + M_{22}^{(2)} + M_{11}^{(4)} & M_{12}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & M_{23}^{(4)} & M_{21}^{(4)} & M_{22}^{(4)} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Après l'assemblage de la matrice  $M$ , un processus similaire est utilisé pour assembler le vecteur global  $P$ . Le vecteur  $P$  du maillage de la figure 2.9 aura la forme suivante :

$$P = \begin{bmatrix} P_3^{(1)} \\ P_1^{(3)} + P_3^{(2)} + P_3^{(3)} \\ P_1^{(1)} \\ P_2^{(1)} + P_2^{(2)} + P_3^{(4)} \\ P_1^{(2)} + P_2^{(3)} + P_1^{(4)} \\ P_2^{(4)} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

### 2.2.7 Conditions aux limites

Il existe deux types de conditions aux limites qui peuvent être imposés à un problème aux valeurs aux limites : une de type Dirichlet et l'autre de type mixte, la condition aux limites de type Neumann est un cas particulier de la condition aux limites mixte. Dans la formulation faible de la méthode du résidu pondéré, la condition aux limites mixtes a été incorporée et évaluée pour les fonctions d'interpolation spécifiques. Dans le cas du maillage de la figure 2.9, si par exemple la limite  $\Gamma_2$  comprend les nœuds 3, 5, et 6, alors l'intégrale linéaire

(2.56) doit être évaluée le long de tous les côtés qui coïncident avec cette frontière.

### 2.2.8 Solution du problème

L'application de la MEF à un problème aux conditions aux limites aboutit à un système d'équations linéaires de la forme :

$$M \tilde{\phi} = P \quad (2.73)$$

$M$  est la matrice globale,  $\tilde{\phi}$  est le vecteur solution représentant la quantité primaire inconnue aux noeuds du domaine, et  $P$  est le vecteur global. Une caractéristique importante de la matrice globale est sa faible densité, nombre de ses coefficients sont nuls. Une approche simple pour résoudre le système linéaire (2.73) est d'utiliser la décomposition LU [16], où la matrice  $M$  est décomposée en une matrice triangulaire inférieure  $L$  multipliée par une matrice triangulaire supérieure  $U$ . Cependant, cette approche va certainement détruire la faible densité de la matrice  $M$  et demander une plus grande capacité mémoire [16]. Pour des problèmes avec un très grand nombre de noeuds et donc d'inconnues, il sera presque impossible de résoudre un tel système linéaire en utilisant la décomposition LU en raison de la capacité mémoire et du temps d'exécution qu'elle demande. Les techniques itératives, comme les méthodes du gradient conjugué (CG) et du gradient biconjugué (BiCG), permettent de contourner les difficultés des méthodes directes [19, 20].

### 2.2.9 Post processing des résultats

En résolvant le système matriciel (2.73), on obtient un vecteur contenant les valeurs de la quantité inconnue primaire  $\tilde{\phi}$  au niveau des noeuds globaux du domaine des éléments finis. Pour évaluer la quantité inconnue primaire à un point à l'intérieur d'un élément, on utilise l'expression du potentiel exprimé par les fonctions d'interpolation.

$$\tilde{\phi}(x, y) = \sum_{i=1}^3 \tilde{\phi}_i^e N_i^e(x, y) \quad (2.74)$$

Les fonctions d'interpolation  $N_i$  doivent être exprimées en termes des coordonnées réelles  $x$  et  $y$ , pour cela, il faut d'abord que les coordonnées naturelles,  $\xi$  et  $\eta$ , soient exprimées en termes  $x$  et  $y$ . Les coordonnées  $x$  et  $y$  d'un point à l'intérieur d'un triangle sont données par :

$$\begin{bmatrix} x - x_1^e \\ y - y_1^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{21} & \bar{x}_{31} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Les expressions de  $\xi$  et  $\eta$  sont données par:

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \frac{1}{\bar{x}_{21}\bar{y}_{31} - \bar{x}_{31}\bar{y}_{21}} \begin{bmatrix} \bar{y}_{31} & -\bar{x}_{31} \\ -\bar{y}_{21} & \bar{x}_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_1^e \\ y - y_1^e \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

La substitution de  $\xi$  et  $\eta$  dans les expressions des fonctions d'interpolation  $N_i$  permet de les exprimer en fonction de  $x$  et  $y$ , c'est-à-dire  $N_i(x, y)$ .

### 2.3 Eléments sur la théorie d'une ligne multiconducteur

Une ligne multiconducteur uniforme telle que montrée sur la figure 2.10 est un réseau à  $n+1$  conducteurs parallèles à l'axe  $z$  du système de coordonnées cartésiennes, chaque conducteur est repéré avec les conventions d'indice. Dans le cas où les conducteurs sont entourés par plusieurs diélectriques, il s'agit d'une propagation par modes hybrides ayant les six composantes du champ électromagnétique non nulles. Si la fréquence n'est relativement pas élevée, les composantes longitudinales du champ électromagnétique sont comparativement faibles et peuvent donc être négligées, dans ce cas les ondes qui s'y propagent sont qualifiées d'ondes quasi-TEM [26].

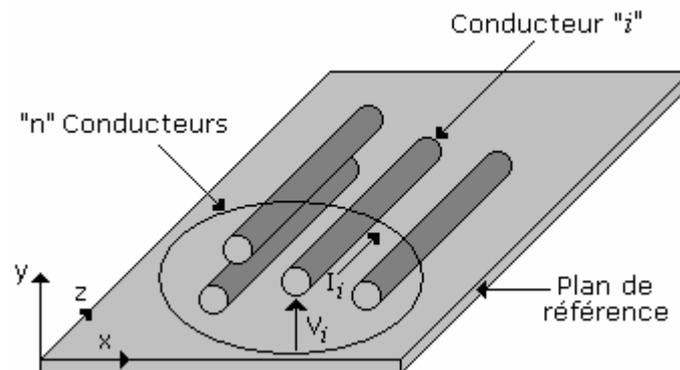


Figure 2.10 : Ligne multiconducteur.

### 2.3.1 Modèle de propagation

En hautes fréquences, du fait que la longueur de la ligne multiconducteur n'est pas très inférieure devant la longueur d'onde  $\lambda$  du signal qu'il la parcourt, alors il faut adopter l'approximation qui revient à décomposer la ligne en une suite d'éléments identiques  $dz$ . L'élément unité étant pris petit devant  $\lambda$  pour qu'on puisse le représenter avec une erreur négligeable par le réseau à constantes localisées [27] de la figure ci-dessous.

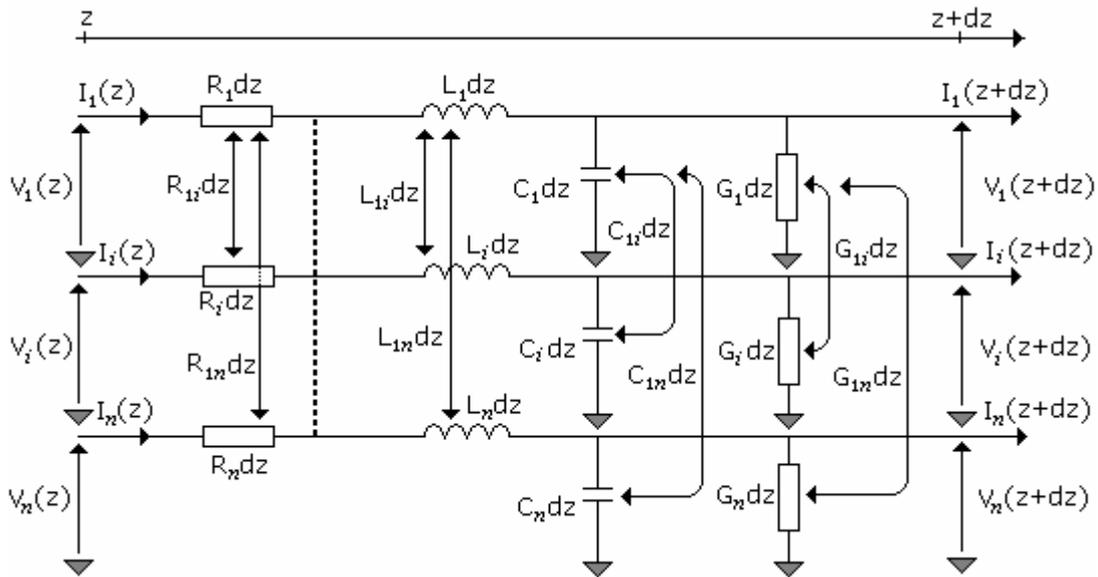


Figure 2.11. Circuit électrique d'une ligne multiconducteur.

Dans le cas d'une excitation en régime permanent et harmonique, les relations entre le vecteur  $\hat{I}$  des courants naturels  $\hat{i}_1, \dots, \hat{i}_n$  et le vecteur  $\hat{V}$  des tensions naturelles  $\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_n$  sont exprimées par les équations couplées suivantes :

$$\frac{d\hat{V}(z)}{dz} = -\hat{Z}\hat{I}(z) \quad (2.77)$$

$$\frac{d\hat{I}(z)}{dz} = -\hat{Y}\hat{V}(z) \quad (2.78)$$

Dans le cas d'une ligne multiconducteur symétrique, les matrices impédance et admittance complexes par unité de longueur  $\hat{Z}$ ,  $\hat{Y}$  sont d'ordre  $n$  et symétriques.

Elles sont aussi formées par des matrices symétriques et d'ordre  $n$ : résistance  $R$ , inductance  $L$ , capacité  $C$  et conductance  $G$ , de sorte que :

$$\hat{Z} = R + jL\omega \quad (2.79)$$

$$\hat{Y} = G + jC\omega \quad (2.80)$$

Où  $\omega$  est la pulsation.

Les matrices  $L$ ,  $C$  et  $G$  sont définies positives et peuvent être déterminées sous des considérations énergétiques. La supposition fondamentale pour la détermination de ces matrices est que la distribution du champ électromagnétique est plus importante dans le plan orthogonal à la longueur du résonateur [26]. Sous cette condition quasi-TEM la distribution du champ électromagnétique est identique à celle résultant d'une excitation statique du résonateur, ce qui permet la détermination des matrices  $L$ ,  $C$  et  $G$  à partir de la solution de l'équation de Laplace dans le plan transversal du résonateur. Dans le cas où les  $n+1$  conducteurs sont entourés par un milieu homogène de conductivité  $\sigma$ , de permittivité  $\varepsilon$  et de perméabilité  $\mu$ , alors  $L$ ,  $C$  et  $G$  sont liées par :

$$LC = CL = \mu\varepsilon 1_n \quad (2.81)$$

$$LG = GL = \mu\sigma 1_n \quad (2.82)$$

Où  $1_n$  est la matrice identité d'ordre  $n$ .

Les équations de propagation des courants et tensions naturels sont obtenues à partir des équations (2.77) et (2.78) :

$$\frac{d^2 \hat{V}(z)}{dz^2} = \hat{Z}\hat{Y}\hat{V}(z) \quad (2.83)$$

$$\frac{d^2 \hat{I}(z)}{dz^2} = \hat{Y}\hat{Z}\hat{I}(z) \quad (2.84)$$

Dans les équations (2.83) et (2.84) les produits des matrices  $\hat{Z}$  et  $\hat{Y}$  sont des matrices pleines, la tension (le courant) sur un conducteur est fonction des

tensions (des courants) sur les autres conducteurs, la solution de ces équations passe par une diagonalisation convenable des matrices  $\hat{Z}\hat{Y}$  et  $\hat{Y}\hat{Z}$ .

### 2.3.2 Analyse modale

La méthode la plus fréquemment utilisée pour solutionner les équations de propagation des tensions et des courants le long d'une ligne multiconducteur est celle qui utilise un changement de variables modales [21]. Cette méthode de calcul aboutira à  $n$  équations séparées, quantifiant la propagation le long de  $n$  lignes de transmission isolées à deux conducteurs. Le changement de variables qui aboutit à l'implémentation de cette technique est donné par :

$$\hat{V}(z) = \hat{T}_V \hat{V}_m(z) \quad (2.85)$$

$$\hat{I}(z) = \hat{T}_I \hat{I}_m(z) \quad (2.86)$$

Les matrices d'ordre  $n$ ,  $\hat{T}_V$  et  $\hat{T}_I$  expriment le passage des vecteurs courant  $\hat{I}(z)$  et tension  $\hat{V}(z)$  naturels aux vecteurs courant  $\hat{I}_m(z)$  et tension  $\hat{V}_m(z)$  modales qui définissent les modes de propagation. Pour que cette transformation soit valide il faut que les matrices  $\hat{T}_V$  et  $\hat{T}_I$  soient non singulières. La substitution des quantités modales (2.85) et (2.86) dans les équations de propagation des amplitudes complexes (2.83) et (2.84) donne :

$$\frac{d^2 \hat{V}_m(z)}{dz^2} = \hat{T}_V^{-1} \hat{Z} \hat{Y} \hat{T}_V \hat{V}_m(z) \quad (2.87)$$

$$\frac{d^2 \hat{I}_m(z)}{dz^2} = \hat{T}_I^{-1} \hat{Y} \hat{Z} \hat{T}_I \hat{I}_m(z) \quad (2.88)$$

L'objectif de cette transformation est de déterminer les matrices  $\hat{T}_V$  et  $\hat{T}_I$  qui diagonalisent simultanément les produits  $\hat{Z}\hat{Y}$  et  $\hat{Y}\hat{Z}$  de sorte que :

$$\hat{T}_V^{-1} \hat{Z} \hat{Y} \hat{T}_V = \hat{\gamma}^2 \quad (2.89)$$

$$\hat{T}_I^{-1} \hat{Y} \hat{Z} \hat{T}_I = \hat{\gamma}^2 \quad (2.90)$$

Où  $\hat{\gamma}^2$  est une matrice diagonale d'ordre  $n$  :

$$\hat{\gamma}^2 = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_1^2 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \hat{\gamma}_2^2 & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & \hat{\gamma}_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Le découplage des équations modales (2.87) et (2.88), conduira à  $n$  constantes de propagation  $\hat{\gamma}_i$  associées aux  $n$  modes. C'est un problème classique de vecteurs et de valeurs propres [22], et il est clair que les colonnes de la matrice  $\hat{T}_V$  sont les vecteurs propres de la matrice  $\hat{Z}\hat{Y}$  et les colonnes de la matrice  $\hat{T}_I$  sont les vecteurs propres de la matrice  $\hat{Y}\hat{Z}$ . Les éléments  $\hat{\gamma}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) de la matrice  $\hat{\gamma}^2$  sont simultanément les valeurs propres de  $\hat{Z}\hat{Y}$  et  $\hat{Y}\hat{Z}$ , ceci provient du fait que les matrices  $\hat{Z}$  et  $\hat{Y}$  sont symétriques et qu'une matrice et son transposé possèdent les mêmes valeurs propres.

Si nous prenons le transposé des équations (2.89) et (2.90) on aura alors :

$$\hat{T}_V^t \hat{Y} \hat{Z} (\hat{T}_V^{-1})^t = \hat{\gamma}^2 = \hat{T}_I^{-1} \hat{Y} \hat{Z} \hat{T}_I \quad (2.92)$$

$$\hat{T}_I^t \hat{Z} \hat{Y} (\hat{T}_I^{-1})^t = \hat{\gamma}^2 = \hat{T}_V^{-1} \hat{Z} \hat{Y} \hat{T}_V \quad (2.93)$$

Les résultats obtenus dans les équations (2.92) et (2.93) s'appuient sur les propriétés de l'algèbre des matrices (le transposé du produit de deux matrices est égal au produit de leur transposé, en inversant l'ordre).

### 2.3.2.1 Structure multiconducteur symétrique

Les matrices impédance et admittance d'ordre  $n$  d'une ligne multiconducteur à géométrie symétrique (figure 2.12) sont circulantes [21].

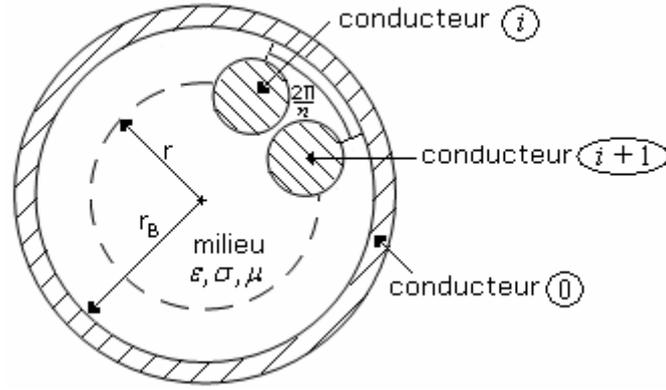


Figure 2.12 Ligne multiconducteur symétrique.

La diagonalisation des matrices impédance et admittance d'une ligne multiconducteur symétrique peut se faire à l'aide d'une matrice de vecteurs propres, dont les éléments sont de la forme [23] :

$$T_{ij} = \frac{1}{\sqrt{n}} e^{j\frac{2\pi}{n}(i-1)(j-1)} \quad (2.94)$$

De plus, les valeurs propres des matrices impédance et admittance d'une ligne multiconducteur symétrique qui sont circulantes peuvent être directement obtenues à partir des formules suivantes [22]:

$$[\hat{\gamma}_Z^2]_{ii} = \left[ \sum_{p=1}^n [\hat{Z}]_{1p} e^{-j\frac{2\pi}{n}(p-1)(i-1)} \right] \quad (2.95)$$

$$[\hat{\gamma}_Y^2]_{ii} = \left[ \sum_{q=1}^n [\hat{Y}]_{1q} e^{j\frac{2\pi}{n}(q-1)(i-1)} \right] \quad (2.96)$$

La matrice  $\hat{T}$  des vecteurs propres est unique, les valeurs propres du produit  $\hat{Z}\hat{Y}$  des deux matrices  $\hat{Z}$  et  $\hat{Y}$  et de son transposé  $\hat{Y}\hat{Z}$  résultent du produit des valeurs propres de ces deux matrices [22]:

$$\gamma_i^2 = [\hat{\gamma}_Z^2]_{ii} [\hat{\gamma}_Y^2]_{ii} \quad (2.97)$$

### 2.3.2.2 Couplage des modes de propagation

La solution des équations de propagation modales (2.87) et (2.88), fournira les tensions et les courants des différents modes de propagation.

$$\hat{V}_m(z) = e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ + e^{+\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \quad (2.98)$$

$$\hat{I}_m(z) = e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{+\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \quad (2.99)$$

Où la matrice exponentielle d'ordre  $n$  est définie comme :

$$e^{\pm \hat{\gamma}z} = \begin{bmatrix} e^{\pm \hat{\gamma}_1 z} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\pm \hat{\gamma}_2 z} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & e^{\pm \hat{\gamma}_n z} \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

Les vecteurs d'ordre  $n$  :  $\hat{V}_m^\pm$  et  $\hat{I}_m^\pm$  sont les amplitudes complexes des ondes incidentes et réfléchies associées aux différents modes de propagations.

$$\hat{V}_m^\pm = \begin{bmatrix} \hat{V}_{m1}^\pm \\ \hat{V}_{m2}^\pm \\ \dots \\ \hat{V}_{mn}^\pm \end{bmatrix}, \quad \hat{I}_m^\pm = \begin{bmatrix} \hat{I}_{m1}^\pm \\ \hat{I}_{m2}^\pm \\ \dots \\ \hat{I}_{mn}^\pm \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

La détermination des vecteurs propres  $\hat{T}_{V_k}$  et  $\hat{T}_{I_k}$  et des valeurs propres  $\hat{\gamma}_k^2$  ( $k = 1, \dots, n$ ) et l'utilisation des équations modales (2.98) et (2.99) aboutissent aux solutions (équations (2.85) et (2.86)) des tensions et des courants couplés le long des conducteurs de la ligne multiconducteur.

$$\hat{V}(z) = \hat{T}_V (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ + e^{+\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^-) \quad (2.102)$$

$$\hat{I}(z) = \hat{T}_I (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{+\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^-) \quad (2.103)$$

### 2.3.2.3 Impédance caractéristique d'une ligne multiconducteur

La solution générale (2.102) et (2.103) contient  $4n$  inconnues dans les vecteurs  $\hat{V}_m^+$ ,  $\hat{V}_m^-$ ,  $\hat{I}_m^+$  et  $\hat{I}_m^-$  de dimension  $n$ . Le nombre de ces inconnues peut être réduit à  $2n$  en substituant (2.103) dans (2.78) :

$$\hat{V}(z) = -\hat{Y}^{-1} \frac{d\hat{I}(z)}{dz} \quad (2.104)$$

Ce qui va donner :

$$\hat{V}(z) = \hat{Y}^{-1} \hat{T}_l \hat{\gamma} \hat{T}_l^{-1} \hat{T}_l (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{+\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^-) \quad (2.105)$$

Une matrice impédance caractéristique est définie comme [21] :

$$\hat{Z}_c = \hat{Y}^{-1} \hat{T}_l \hat{\gamma} \hat{T}_l^{-1} \quad (2.106)$$

Alors les solutions générales des tensions et des courants couplés deviennent :

$$\hat{V}(z) = \hat{Z}_c \hat{T}_l (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{+\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^-) \quad (2.107)$$

$$\hat{I}(z) = \hat{T}_l (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{+\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^-) \quad (2.108)$$

Une autre alternative à l'équation (2.106) peut être obtenue à partir de l'équation (2.90) :

$$\hat{Y}^{-1} \hat{T}_l = \hat{Z} \hat{T}_l \hat{\gamma}^{-2} \quad (2.109)$$

La substitution de l'équation ci-dessus dans l'équation (2.105) mène à une autre forme de la matrice impédance caractéristique.

$$\hat{Z}_c = \hat{Z} \hat{T}_l \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_l^{-1} \quad (2.110)$$

Similairement, la substitution de l'équation (2.102) dans l'équation (2.77) mènera à :

$$\hat{I}(z) = -\hat{Z}^{-1} \frac{d\hat{V}(z)}{dz} \quad (2.111)$$

$$= \hat{Z}^{-1} \hat{T}_v \hat{\gamma} (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{+\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^-) \quad (2.112)$$

$$\hat{I}(z) = \hat{Z}^{-1} \hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1} \hat{T}_V (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{+\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^-) \quad (2.113)$$

On définit alors la matrice admittance caractéristique :

$$\hat{Y}_c = \hat{Z}^{-1} \hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1} \quad (2.114)$$

Les tensions et les courants le long de la ligne deviennent :

$$\hat{V}(z) = \hat{T}_V (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ + e^{+\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^-) \quad (2.115)$$

$$\hat{I}(z) = \hat{Y}_c \hat{T}_V (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{+\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^-) \quad (2.116)$$

Le tableau suivant donne les différentes formes d'expressions des matrices impédance et admittance caractéristiques de la ligne multiconducteur :

$\hat{Z}_c$	$\hat{Y}_c$
$\hat{Y}^{-1} \hat{T}_I \hat{\gamma} \hat{T}_I^{-1}$	$\hat{Z}^{-1} \hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1}$
$\hat{Z} \hat{T}_I \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1}$	$\hat{Y} \hat{T}_V \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^{-1}$
$\hat{T}_V \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^{-1} \hat{Z}$	$\hat{T}_I \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1} \hat{Y}$
$\hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1} \hat{Y}^{-1}$	$\hat{T}_I \hat{\gamma} \hat{T}_I^{-1} \hat{Z}^{-1}$
$\hat{Y}^{-1} (\hat{T}_V^t)^{-1} \hat{\gamma} \hat{T}_V^t$	$\hat{Z}^{-1} (\hat{T}_I^t)^{-1} \hat{\gamma} \hat{T}_I^t$
$\hat{Z} (\hat{T}_V^t)^{-1} \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^t$	$\hat{Y}^{-1} (\hat{T}_I^t)^{-1} \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^t$

Tableau 2.2 Relations des matrices impédance et admittance caractéristiques.

### 2.3.4 Conditions aux limites

La solution des équations (2.115) et (2.116) est complétée par les conditions aux limites imposées aux extrémités de la ligne multiconducteur, comme le montre la figure 2.13 d'éventuelles sources et charges passives peuvent être connectées à ces extrémités.

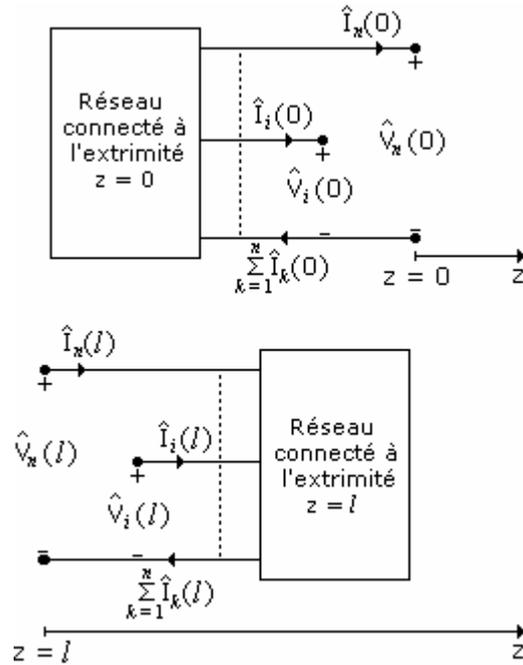


Figure 2.13 : Condition aux limites d'une ligne multiconducteur.

Le réseau de charges passives  $\hat{Z}_S$  et de sources  $\hat{V}_S$  connecté à l'extrémité  $z = 0$  de la ligne multiconducteur fournira  $n$  équations reliant les  $n$  tensions  $\hat{V}(0)$  aux  $n$  courants  $\hat{I}(0)$  alors que le réseau de charges passives  $\hat{Z}_L$  et d'éventuelles sources  $\hat{V}_L$  connecté à l'extrémité  $z = l$  du résonateur fournira  $n$  équations reliant les  $n$  tensions  $\hat{V}(l)$  aux  $n$  courants  $\hat{I}(l)$  :

$$\hat{V}(0) = \hat{V}_S - \hat{Z}_S \hat{I}(0) \quad (2.117)$$

$$\hat{V}(l) = \hat{V}_L - \hat{Z}_L \hat{I}(l) \quad (2.118)$$

L'application des conditions aux limites (2.117) et (2.118) aux équations (2.115) et (2.116) permet d'exprimer les courants et les tensions naturels en tout point  $z$  le long des lignes couplées du résonateur à l'aide de la matrice chaîne :

$$\begin{bmatrix} \hat{V}(z) \\ \hat{I}(z) \end{bmatrix} = [\Phi(z)] \begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{I}(0) \end{bmatrix} \quad (2.119)$$

$[\Phi(z)]$  est la matrice chaîne.

## 2.4 Paramètres électromagnétiques d'une ligne multiconducteur

Une ligne de transmission multiconducteur telle que le résonateur cage d'oiseau, consiste en des conducteurs parallèles alignés le long de l'axe de propagation sur un support diélectrique. Les paramètres matrices secondaires de la ligne, impédance  $\hat{Z}$  et admittance  $\hat{Y}$  par unité de longueur sont composés des paramètres matrices primaires, résistance  $R$ , inductance  $L$  et capacité  $C$ , conductance  $G$  respectivement. Dans la gamme des hautes fréquences, lorsque la fréquence de travail n'est relativement pas trop élevée, les éléments des paramètres matrices primaires sont obtenus en résolvant un problème de champ statique à deux dimensions, basé sur l'équation de Laplace (23).

### 2.4.1 Matrice capacité

La matrice capacité  $C$  traduit les effets capacitifs entre les conducteurs de la ligne multiconducteur, elle caractérise l'énergie stockée par le champ électrique. Le calcul de la matrice capacité s'appuie sur la détermination de la répartition spatiale du potentiel dans le plan de coupe transversal de la ligne, ceci grâce à la résolution du modèle électrostatique de Laplace.

Si  $C_{i,j}$  est définie comme étant la capacité par unité longueur entre deux conducteurs indicés  $i$  et  $j$ , y compris le conducteur de référence ( $i = 0$ ), alors les éléments de la matrice capacité  $C$  sont donnés par:

$$C_{i,j} = \begin{cases} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^N C_{i,k} & , i = j \\ -C_{i,j} & , i \neq j \end{cases} \quad (2.120)$$

La  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice capacité d'une ligne multiconducteur peut être calculée par résolution de l'équation de Laplace dans le plan transversal de la ligne :

$$\nabla_t (\epsilon \nabla_t \phi) = 0 \quad (2.121)$$

Les conditions aux limites fixées pour le potentiel sont  $\phi = V_0$  pour le conducteur  $i$  et  $\phi = 0$  pour les autres conducteurs. Si de multiples diélectriques sont utilisés, alors des conditions aux limites appropriées doivent être prises aux interfaces entre les différents diélectriques.

Une fois l'équation de Laplace résolue, la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice  $C$  peut être calculée partir de la charge électrique sur chaque conducteur:

$$C_{i,j} = \frac{Q_j}{V_0} = \frac{1}{V_0} \int_{l_j} \varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad (2.122)$$

Où le  $l_j$  représente le contour autour du  $j^{\text{ème}}$  conducteur.

#### 2.4.2 Matrice inductance

La matrice inductance  $L$  contient en diagonale les inductances propres des conducteurs de la ligne multiconducteur, et les inductances mutuelles entre conducteurs dans les termes hors diagonale. Cette matrice définit l'énergie stockée par le champ magnétique. Dans la limite des hautes fréquences, la profondeur de peau est suffisamment petite de sorte que l'écoulement de puissance se produit seulement à la surface des conducteurs, dans ce cas, la matrice inductance  $L$  peut être obtenue à partir d'une matrice capacité  $C_0$  particulière. La matrice  $C_0$  est calculée dans le cas où tous les diélectriques de la ligne de transmission multiconducteur sont remplacés par l'air ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ), la matrice inductance  $L$  est alors donnée par :

$$L = \left( \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \right)^2 C_0^{-1} \quad (2.123)$$

$\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  sont respectivement la permittivité et la perméabilité du vide.

### 2.4.3 Pertes conducteurs

La matrice résistance  $R$  ne peut être estimée par une approche directe, considérant un rapport entre la puissance perdue et la puissance totale transmise, ceci est dû à l'existence de modes de propagation dans la ligne multiconducteur [21]. La propagation des tensions (courants) le long de la ligne multiconducteur résulte de la superposition de tensions modales (courants modales). La détermination de la matrice résistance  $R$  s'appuie initialement sur l'estimation des pertes par effet de peau sur les conducteurs pour chaque mode en utilisant l'approche de la faible perturbation [24], la constante d'atténuation est donc estimée pour chaque mode. Une fois toutes les constantes d'atténuation modales déterminées, les éléments de la matrice  $R$  peuvent être calculés. Initialement les équations (2.98) et (2.99) sont utilisées pour déterminer les vecteurs tensions et courants modales, la polarisation de la ligne multiconducteur avec chaque ensemble de tensions et de courants modales permet de déterminer le champ électromagnétique quasi-TEM à l'aide d'une méthode numérique. La perte de puissance par unité de longueur due aux pertes conducteurs pour un mode  $i$  est donnée par :

$$P_{conducteurs}^i = \frac{1}{2} \sum_k R_S \int_{C_k} |H_k^i|^2 dl \quad (2.124)$$

$H_k^i$  est le champ sans pertes du mode  $i$  sur la surface du  $k^{ième}$  conducteur.  $R_S$  est

La résistance surfacique du conducteur :

$$R_S = (\delta\sigma)^{-1} \quad (2.125)$$

Avec  $\sigma$  est la conductivité du conducteur. La profondeur de peau est donnée par :

$$\delta = \sqrt{1/(\pi f\mu_0\sigma)} \quad (2.126)$$

L'équation (2.124) est aussi valable pour une ligne de transmission à 2 conducteurs. La puissance sans pertes transmise pour le mode  $i$  est :

$$P_0^i = \frac{1}{2} \vec{V}_0^i I_0^i \quad (2.127)$$

L'indice "0" utilisé pour les vecteurs tension et courant représente la condition sans pertes. Les vecteurs tensions et courants dans l'équation (2.127) sont réels, ceci est dû au fait que le produit LC est réel et les valeurs propres (modes) sont aussi réelles. Sous la condition sans pertes, la constante d'atténuation due aux pertes par effet de peau est approximativement donnée par :

$$\alpha^i = \frac{P_{conducteurs}^i}{2P_o^i} \quad (2.128)$$

A partir de l'équation (2.83):  $[ZY - 1_n \gamma^2] \bar{V}_o = 0 \quad (2.129)$

Assumant que  $G = 0$ , alors :

$$(\alpha^i + j\beta^i)^2 \bar{V}^i = (R + j\omega L)(j\omega C) \bar{V}^i \quad (2.130)$$

La partie imaginaire de l'équation (2.130) est :

$$2\alpha^i \beta^i \bar{V}^i = \omega RC \bar{V}^i \quad (2.131)$$

Comme les pertes sont faibles dans l'équation (2.130) :

$$\bar{V}^i \cong \bar{V}_o^i \quad (2.132a)$$

$$\beta^i \cong \beta_o^i \quad (2.132b)$$

Et  $\bar{I}_o^i = \frac{\omega}{\beta_o^i} C \bar{V}_o^i \quad (2.132c)$

L'utilisation des suppositions (2.132a) à (2.132c) dans l'équation (2.131) donne :

$$2\alpha^i \bar{V}_o^i \cong R \bar{I}_o^i \quad (2.133)$$

En considérant l'équation (2.133) pour chacun des modes  $i$ ,  $N^2$  équations peuvent être obtenues pour  $N$  inconnues dans la matrice résistance des conducteurs  $R$ . Spécifiquement pour la  $j^{ième}$  ligne de la matrice  $R$  :

$$\begin{aligned}
R_{j1}I_{01}^1 + R_{j2}I_{02}^1 + \dots + R_{jN}I_{0N}^1 &= 2\alpha^1 V_{0j}^1 \\
R_{j1}I_{01}^2 + R_{j2}I_{02}^2 + \dots + R_{jN}I_{0N}^2 &= 2\alpha^2 V_{0j}^2 \\
\dots & \\
R_{j1}I_{01}^N + R_{j2}I_{02}^N + \dots + R_{jN}I_{0N}^N &= 2\alpha^N V_{0j}^N
\end{aligned}
\tag{2.134}$$

Avec  $j=1, 2, 3, \dots, N$ .

La procédure précédente est utilisée pour une seule ligne  $j$  de la matrice  $R$ , en itérant pour toutes les autres lignes, la matrice  $R$  est pleinement approximée.

#### 2.4.4 Pertes diélectriques

La matrice conductance  $G$  représente les pertes de puissance dans les milieux diélectriques, ces pertes sont associées au champ électrique. Cette matrice conductance  $G$  peut être obtenue à partir de la matrice capacité  $C$  si les pertes sont incorporées en terme de constante diélectrique complexe [23, 25]:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 (1 + j \tan \delta) \tag{2.135}$$

Où  $\varepsilon_r$  et  $\delta$  sont respectivement la permittivité relative et l'angle de pertes du diélectrique considéré. La substitution de l'équation (2.135) dans l'équation (2.121) aboutit à une matrice capacité  $C'$  complexe, la multiplication de cette matrice par le terme imaginaire  $j\omega$  mène une matrice admittance :

$$Y = j\omega C' \tag{2.136}$$

La matrice conductance  $G$  est donnée par :

$$G = -\omega \text{Imaginaire } [C'] \tag{2.137}$$

La matrice capacité  $C$  est exprimée par :

$$C = \text{réel } [C'] \tag{2.138}$$

La matrice capacité  $C$  caractérise l'énergie électrique stockée par la ligne multiconducteur.

## 2.5 Conclusion

Les résonateurs RF sont conçus en utilisant le concept de résonance. Les sondes résonatrices à lignes couplées possèdent une inductance intrinsèque en raison principalement de la disposition spatiale des conducteurs qui les composent, et une capacité parasite inhérente. Des éléments capacitifs supplémentaires sont nécessaires pour établir la condition de résonance à la fréquence de fonctionnement désirée, la fréquence de Larmor.

Les matrices paramètres répartis  $L$  et  $C$  d'un résonateur à lignes couplées peuvent être déterminées à partir de l'évaluation de l'énergie stockée par les champs électrique et magnétique. L'énergie stockée dans le champ magnétique est représenté par la matrice inductance  $L$  et l'énergie stockée dans champ électrique est prise en compte par la matrice capacité  $C$ , la perte de puissance dans les conducteurs est symbolisée par la matrice résistance  $R$  et la perte de puissance dans le diélectrique est exprimée en terme de matrice conductance  $G$ . Dans le cas où l'on utilise le concept de la faible perturbation, les champs  $E$  et  $H$  sont calculés pour le cas sans pertes, ce qui mènera à la détermination des pertes conducteurs.

Dans le chapitre suivant nous allons implémenter la modélisation effectuée dans ce chapitre dans deux logiciels, l'un sous l'environnement Flexpde [28] utilisant la méthode des éléments finis (MEF) et l'autre sous l'environnement MATPAR [29] utilisant la méthode de la ligne multiconducteur. Le premier logiciel dimensionne diverses formes de résonateurs TEM en termes de matrices inductance et capacité. Le deuxième détermine le spectre en fréquence des résonateurs dimensionnés.

## **Chapitre 3 : Résonateurs TEM BCR à lignes couplées**

---

## 3.1 Introduction

Les sondes volumiques (antenne ou résonateur) utilisées par les systèmes RMN actuels (spectromètre ou imageur) sont réalisées à partir de lignes de transmission multifilaire de formes complexes et n'admettent pas une solution analytique exacte pour leurs grandeurs électromagnétiques (EM). Dans cette partie de notre travail, nous avons proposé deux logiciels que nous avons réalisés sous les environnements Flexpde et MATPAR. Le premier nous permet d'évaluer numériquement les paramètres EM primaires par la méthode des éléments finis (MEF) du type de résonateur utilisé dans la détection des signaux RMN, alors que le deuxième permet d'évaluer numériquement la réponse fréquentielle de la sonde ainsi conçue et d'estimer son coefficient de qualité. Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à l'analyse par la MEF des grandeurs électromagnétiques (matrices d'inductances  $[L]$ , matrice de capacités  $[C]$ ,...) des résonateurs TEM à cage d'oiseau (résonateurs BCR TEM) dans les deux versions : résonateurs TEM cage d'oiseau à lignes microrubans et résonateurs TEM cage d'oiseau à lignes coaxiales. Cette analyse nous mènera vers la conception à très hautes fréquences de sondes RMN à très forts coefficients de qualité.

## 3.2 Résonateur TEM Cage d'oiseau

### 3.2.1 Description

Les sondes volumiques résonatrices de type cage d'oiseau se présentent en deux topologies. Comme montré sur la figure 3.1, la première, est la structure cage d'oiseau classique (Birdcage Resonator : BCR, figure 3.1 (a)) alors que la deuxième est la structure cage d'oiseau TEM (Transverse Electromagnetic Birdcage Resonator : TEM BCR, figure 3.1 (b)).

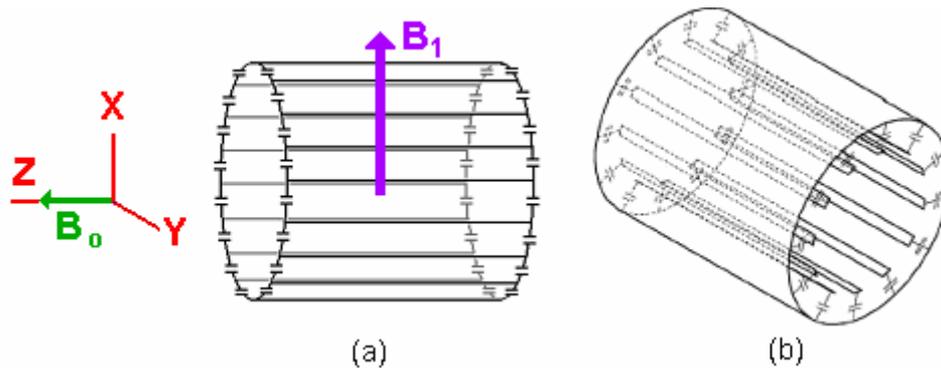


Figure 3.1 : Résonateurs cage d'oiseau :  
 (a) Structure classique, (b) Structure TEM.

Le blindage cylindrique dans le cas du résonateur TEM cage d'oiseau joue le rôle d'un conducteur de référence, fournissant un chemin de retour pour les courants dans les conducteurs intérieurs. Le résonateur TEM cage d'oiseau se comporte donc comme une ligne de transmission à plusieurs conducteurs, reliés directement au blindage par des réactances capacitatives [23]. Dans le cas du résonateur cage d'oiseau classique, le blindage est isolé des conducteurs internes, jouant un rôle de réflecteur pour les champs à l'intérieur du résonateur pour empêcher les pertes de rayonnement excessives [30]. Comme montré sur la figure 3.1a, les conducteurs internes du résonateur classique sont reliés entre eux par des éléments capacitifs [30].

L'utilisation du résonateur TEM [31,32] comme sonde RMN volumique a reçu une attention croissante comme alternative au résonateur cage d'oiseau classique pour des applications IRM à hauts champs magnétiques (4.7 T à 9.4 T). Il a été démontré dans les références [31,33] qu'aux fréquences de 200 et 400 MHz, le résonateur TEM cage d'oiseau peut atteindre une meilleure homogénéité du champ magnétique et un coefficient de qualité important par rapport au résonateur cage d'oiseau classique, ce qui permet d'améliorer la qualité de l'image RMN.

La structure TEM du résonateur cage d'oiseau non chargé est constituée par des lignes couplées disposées sur un support cylindrique, et connectées à leurs extrémités au blindage au moyen de capacités [23]. Ces lignes couplées peuvent être des microrubans [23], ou bien des lignes coaxiales [34].

Dans la littérature scientifique, il n'existe aucun modèle analytique ni approché des grandeurs électromagnétiques pour le résonateur TEM cage d'oiseau à cause de la complexité de sa forme, en conséquence l'utilisation de méthodes numériques s'impose. Plusieurs techniques numériques peuvent être utilisées pour la détermination des grandeurs électromagnétiques telles que la méthode des moments (MoM :Moment Method) [35, 36], et la méthode des éléments de frontière (BEM : Boundary elements method) [23]. L'une des méthodes les plus utilisées pour approcher les problèmes électromagnétiques est la méthode des éléments finis (MEF), c'est une méthode très performante, et nous l'utiliserons pour mener cette étude.

### 3.2.2 Résonateur TEM BCR à lignes microrubans

La section transversale du résonateur TEM cage d'oiseau homogène ( $\epsilon_r=1$ ) est présentée sur la figure 3.2, elle est formée par un blindage extérieur de rayon  $r_B$  et 8 conducteurs microrubans de largeur  $w$  et d'épaisseur  $t$  constituant un cylindre intérieur de rayon  $r_R$ . Le problème posé est un problème de Dirichlet avec une difficulté due aux contours des  $N$  éléments ouverts et connexes. Pour l'analyse de ce type de géométrie, une solution analytique et l'utilisation des transformations géométriques ne sont pas possibles [37]. Les auteurs de la référence [23] ont utilisé la BEM pour l'analyse de ce résonateur.

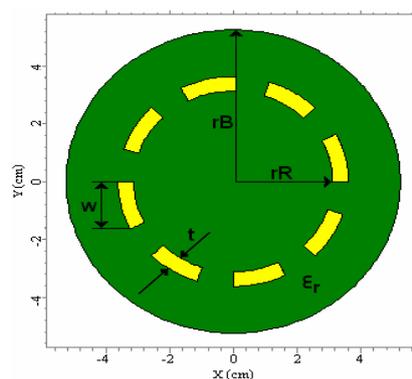


Figure 3.2 : Section transversale d'un résonateur TEM cage d'oiseau à lignes microrubans ( $N = 8$ ).

Pour valider les résultats de calculs numériques du logiciel MEF sous l'environnement Flexpde que nous avons réalisé pour les sondes volumiques à ligne multiconducteur, nous l'avons tout d'abord appliqué au cas d'un résonateur

TEM BCR à deux lignes microrubans ( $N = 2$ ) et nous avons comparé nos résultats trouvés par la MEF à ceux obtenus par la MoM [35] pour les mêmes paramètres géométriques et physiques. Ensuite, nous avons appliqué notre logiciel au cas du résonateur TEM BCR à douze lignes microrubans, pour les mêmes paramètres géométriques et physiques nous avons comparé nos résultats à ceux obtenus par la BEM [23], les seuls résultats que nous possédons dans la littérature scientifique.

### 3.2.2.1 Résonateur TEM BCR à deux lignes microrubans

Pour un nombre d'éléments  $N$  égal à deux ( $N = 2$ ), le résonateur TEM BCR à deux lignes microrubans est identique au résonateur TEM à bandes symétriques [35] (TEM Slotted Tube Resonator : TEM STR).

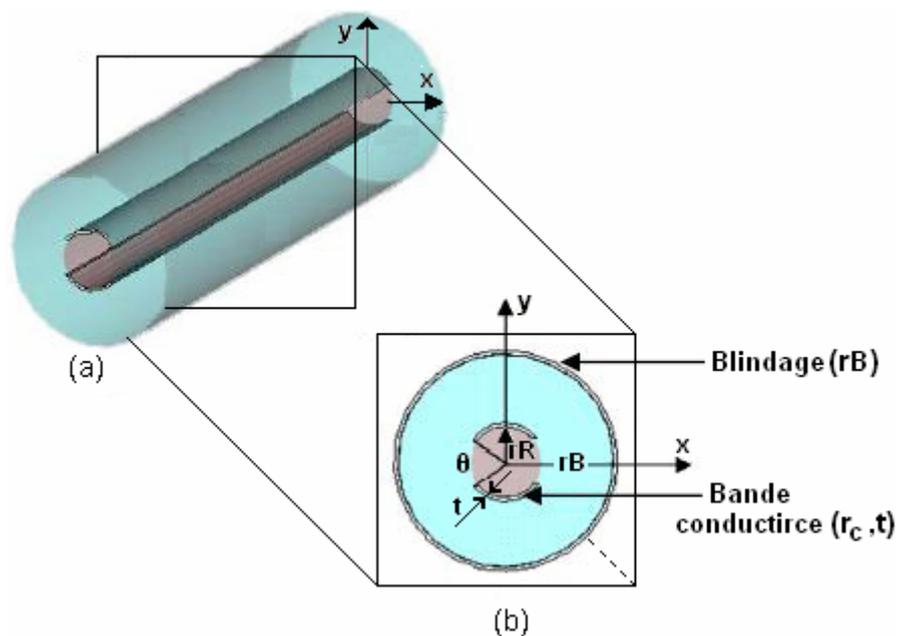


Figure 3.3 : Résonateur TEM BCR à deux lignes microrubans.

La section transversale du résonateur TEM BCR à deux lignes micro rubans blindé est montrée sur la figure ci-dessus. Un diélectrique homogène assumé sans pertes et de permittivité relative ( $\epsilon_r = 1$ ) règne à l'intérieur du résonateur. Les deux bandes circulaires d'épaisseur  $t$  présentant un angle d'ouverture (window angle)  $\theta$  forment un cylindre de rayon  $r_R$ , et sont entourées par un blindage circulaire de rayon  $r_B$ .

Plusieurs efforts ont été fournis pour analyser les paramètres électromagnétiques du résonateur TEM BCR à deux lignes micro rubans dont le but d'une part de montrer les propriétés de cette sonde RMN et d'autre part de concevoir une structure optimale. Il a été trouvé par les auteurs de la référence [38] que pour un angle d'ouverture ( $\theta = 95^\circ$ ) du résonateur TEM STR non blindé (sans tenir compte de l'effet du blindage), l'homogénéité du champ magnétique est optimale. En tenant compte de l'effet du blindage, les auteurs de la référence [35] ont pu montrer que l'optimum de l'homogénéité du champ magnétique crée à l'intérieur du résonateur TEM STR blindé est obtenu pour un angle d'ouverture  $\theta$  égal à  $60^\circ$ .

Nous présentons dans ce qui suit la caractérisation numérique par la MEF des grandeurs EM du résonateur TEM BCR à deux lignes micro rubans à structure optimale en fonction de ses paramètres géométriques et physiques. Cette caractérisation sera faite en tenant compte des effets de l'épaisseur des lignes microrubans et de la présence du blindage.

### 3.2.2.1.1 Résultats numériques

Les propriétés électromagnétiques du résonateur TEM BCR à deux lignes microrubans (ligne de transmission à deux conducteurs) vide (non chargé) à faibles pertes et propageant le mode TEM, peuvent être décrites en termes de paramètres primaires (matrices capacité et inductance) [35] :

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

et de son paramètre secondaire, le coefficient de qualité à vide  $Q_0$ .

Les termes en diagonale de la matrice inductance  $[L]$  contiennent les inductances propres des deux lignes microrubans et les autres termes représentent les inductances mutuelles entre les rubans conducteurs. La matrice capacité  $[C]$

définit les effets capacitifs entre les deux lignes microrubans et caractérise l'énergie électrique emmagasinée dans le résonateur. Le coefficient de qualité  $Q_o$  caractérise la sélectivité de la sonde dans le domaine fréquentiel.

En appliquant la MEF, le maillage de la section transversale du résonateur BCR TEM à deux lignes micro rubans est montrée sur la figure 3.4. Le maillage de la structure est effectué d'une façon automatique par l'environnement Flexpde selon l'erreur sur la solution, préalablement définie. Les caractéristiques géométriques et physiques que nous avons choisies sont les suivantes :

- Rayon du cylindre intérieur :  $rR = 36.83 \text{ mm}$ ,
- Rayon du blindage :  $rB = 2.4 rR$ ,
- Epaisseur de la ligne microruban :  $t = 0.2 rR$ ,
- Angle d'ouverture :  $\theta = \theta_{op} = 60^\circ$ ,
- Constante diélectrique :  $\epsilon_r = 1$ .

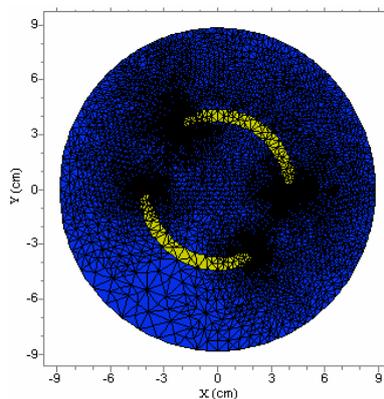


Figure 3.4 : Maillage en éléments finis du résonateur TEM BCR à deux lignes micro rubans.

La solution numérique du problème par la MEF consiste en premier lieu à déterminer la distribution du potentiel électrique scalaire dans la section transversale du résonateur. La résolution de l'équation de Laplace par la MEF aboutit aux équipotentiels montrés sur la figure qui suit.

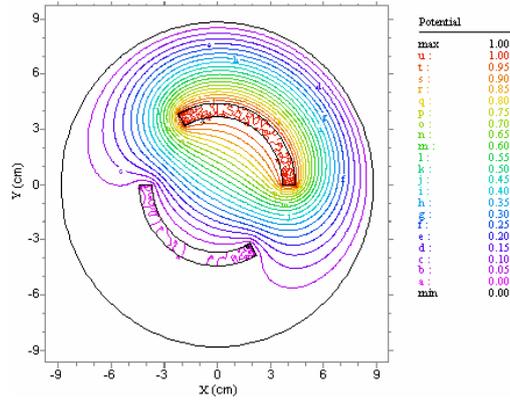


Figure 3.5 : Distribution du potentiel scalaire pour  $V = 1$  volt sur un conducteur interne et 0 sur le reste des conducteurs.

Une fois le potentiel estimé sur la section transversale du résonateur, les matrices  $[C]$  et  $[L]$  peuvent être déterminées. Le tableau 3.1 donne les valeurs des éléments des matrices  $[C]$  et  $[L]$ . Dans ce tableau, nous avons confronté nos résultats numériques obtenus par la MEF, pour les caractéristiques géométriques et physiques indiquées précédemment, aux résultats numériques obtenus par la MoM, résultats récemment introduits dans la littérature scientifique [35].

$L$ (nH/m)			$C$ (pF/m)		
Elément	MEF	MoM [35]	Elément	MEF	MoM [35]
$L_{11}$	232.82	234.40	$C_{11}$	51.47	51.51
$L_{12}$	64.40	66.04	$C_{12}$	-14.39	-14.54
$L_{21}$	64.40	66.04	$C_{21}$	-14.39	-14.54
$L_{22}$	232.82	234.40	$C_{22}$	51.47	51.51

Tableau 3.1: Éléments des matrices capacité et inductance.

A partir du tableau ci-dessus nous constatons la bonne cohérence entre les résultats des deux méthodes numériques (MEF et MoM).

### 3.2.2.2 Résonateur TEM BCR à douze lignes microrubans

La structure de ce résonateur TEM est montrée schématiquement sur la figure 3.2. Les éléments fonctionnels du résonateur TEM BCR sont 12 conducteurs

microrubans, distribués sur la surface interne d'un support cylindrique en polycarbonate.

### 3.2.2.2.1 Résultats numériques

Grâce à la souplesse et la génération automatique du maillage de notre logiciel (Figure 3.6), nous nous sommes intéressés ensuite au comportement du potentiel dans le résonateur TEM BCR à douze éléments de lignes microrubans ayant les caractéristiques suivantes :

- Rayon du blindage :  $r_B = 52.50$  mm,
- Rayon du cylindre intérieur :  $r_R = 36.25$  mm,
- Largeurs des rubans :  $w = 6.40$  mm,
- Epaisseur des rubans :  $t = 0.038$  mm,
- Constante diélectrique :  $\epsilon_r = 2.9$

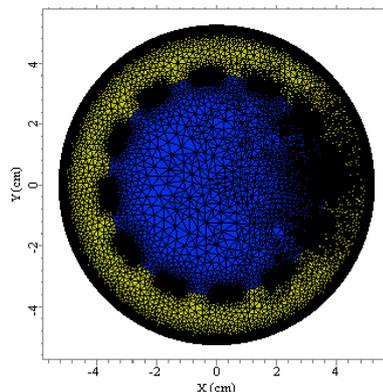


Figure 3.6 : Maillage du résonateur TEM BCR à douze lignes microrubans utilisant 86174 éléments triangulaires.

La distribution du potentiel scalaire obtenue après résolution de l'équation de Laplace est montrée sur la figure 3.7. Ensuite, nous nous sommes intéressés à la distribution du potentiel pour les conditions d'excitation en mode impair:  $V = 1$  Volt sur les conducteurs ( $i=1$  à  $6$ );  $V = -1$  Volt sur les conducteurs ( $i=7$  à  $12$ ) et  $V = 0$  sur le conducteur de référence (numérotation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre).

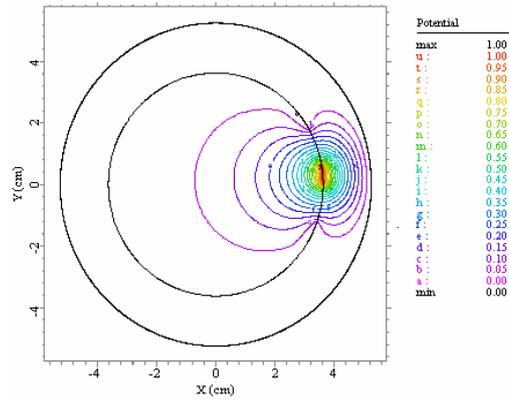


Figure 3.7 : Distribution du potentiel scalaire pour :  $V = 1$  volt sur un conducteur interne et 0 sur le reste des conducteurs.

La figure 3.8 nous montre la distribution du potentiel dans le plan transversal du résonateur TEM BCR à douze éléments de lignes microrubans dans le cas d'une excitation en mode impair.

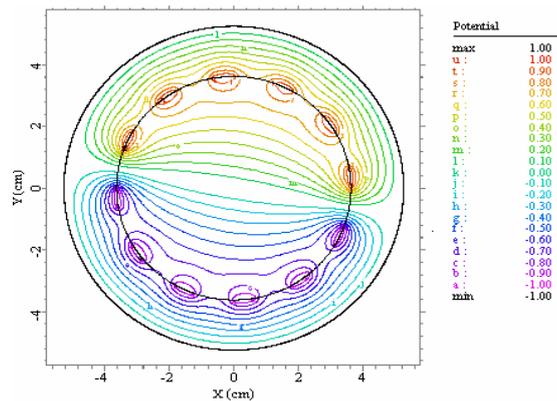


Figure 3.8 : Distribution du potentiel scalaire en mode impair du résonateur TEM BCR à douze éléments de lignes microrubans.

Le tableau 3.2 donne les valeurs de la première ligne des matrices  $[L]$ ,  $[C]$  et  $[R]$ , la matrice  $[R]$  est déterminée à la fréquence de 200 MHz et une conductivité des conducteurs  $\sigma=5.8.10^7 (\Omega m)^{-1}$ . Ces informations sont suffisantes pour reconstruire complètement les matrices  $[L]$ ,  $[C]$  et  $[R]$ , car elles sont circulantes [21, 22]. Dans ce tableau, nous avons confronté nos résultats numériques obtenus par la MEF, pour les caractéristiques géométriques et physiques indiquées précédemment, aux résultats numériques de la référence [23] obtenus par la BEM. L'écart entre nos résultats et ceux de la référence [23] peut être justifié par le fait que dans le cas des résultats de la référence [23] les auteurs tiennent comptes de l'effet des pertes diélectriques.

Colonne	$L$ (nH/m)		$C$ (pF/m)		$R$ ( $10^{-3}$ $\Omega$ /m)	
	MEF	BEM [23]	MEF	BEM [23]	MEF	BEM [23]
1	561.20	565.60	44.28	30.77	730.40	634.80
2	113.03	116.70	-5.92	-6.55	14.79	17.90
3	44.56	47.01	-0.66	-0.76	5.96	7.70
4	24.32	25.96	-0.27	-0.33	5.77	6.40
5	16.59	17.86	-0.17	-0.21	5.50	5.60
6	13.42	14.51	-0.14	-0.17	5.23	5.10
7	12.54	13.58	-0.13	-0.16	5.13	5.00
8	13.42	14.51	-0.14	-0.17	5.23	5.10
9	16.59	17.86	-0.17	-0.21	5.50	5.60
10	24.32	25.96	-0.27	-0.33	5.77	6.40
11	44.56	47.01	-0.66	-0.76	5.96	7.70
12	113.03	116.70	-5.62	-6.55	14.79	17.90

Tableau 3.2: Paramètres électromagnétique d'un résonateur TEM BCR à douze éléments de lignes microrubans.

Notre modèle numérique basé sur la MEF étant général. Ici, nous l'avons appliqué au cas du résonateur TEM BCR à deux lignes microrubans puis au résonateur TEM BCR à douze lignes microrubans pour pouvoir comparer nos résultats obtenus par la MEF à ceux obtenus par la MoM d'une part et par la BEM d'autre part, les seuls à notre disposition.

A travers les comparaisons qu'on a pu faire entre les résultats obtenus par la MEF et ceux obtenus par la MoM et par la BEM, il apparaît clairement une très bonne cohérence entre les trois méthodes numériques. Nous disposons donc d'un outil informatique précieux basé sur la MEF pour la caractérisation des paramètres EM du résonateur TEM cage d'oiseau à lignes microrubans. Cet outil numérique peut donc être étendu à l'analyse de toute forme de structure TEM et particulièrement au résonateur TEM cage d'oiseau à lignes coaxiales. La connaissance des matrices  $[L]$  et  $[C]$  nous permet d'estimer la réponse spectrale ( $S_{11}$ ) de la sonde RMN et d'évaluer son coefficient de qualité à vide.

### 3.2.3 Sonde RMN à fort coefficient de qualité

Dans cette partie de ce travail, nous allons analyser et concevoir des sondes résonatrices TEM BCR à lignes microrubans et coaxiales à fort coefficient de qualité pour l'IRM en haut champ magnétique.

#### 3.2.3.1 Résonateur TEM BCR à lignes microrubans

Nous allons analyser et concevoir une sonde IRM fonctionnant à 4.7 T de type résonateur cage d'oiseau à base de huit lignes microrubans (Figure 3.2). En s'inspirant des travaux de Bogdanov et Ludwig [23], nous avons opté pour le schéma électrique de la sonde de la figure 3.9. Ce circuit électrique est composé d' :

- une ligne multifilaire blindée de longueur  $l$  et possédant 8 conducteurs internes microrubans couplés entre eux,
- une capacité d'adaptation  $C_M$ ,
- condensateurs d'accord  $C_{S_i}$  et  $C_{L_i}$  ( $i = 1, 8$ ),
- une source d'excitation  $V_S$  de résistance interne  $R_S$ .

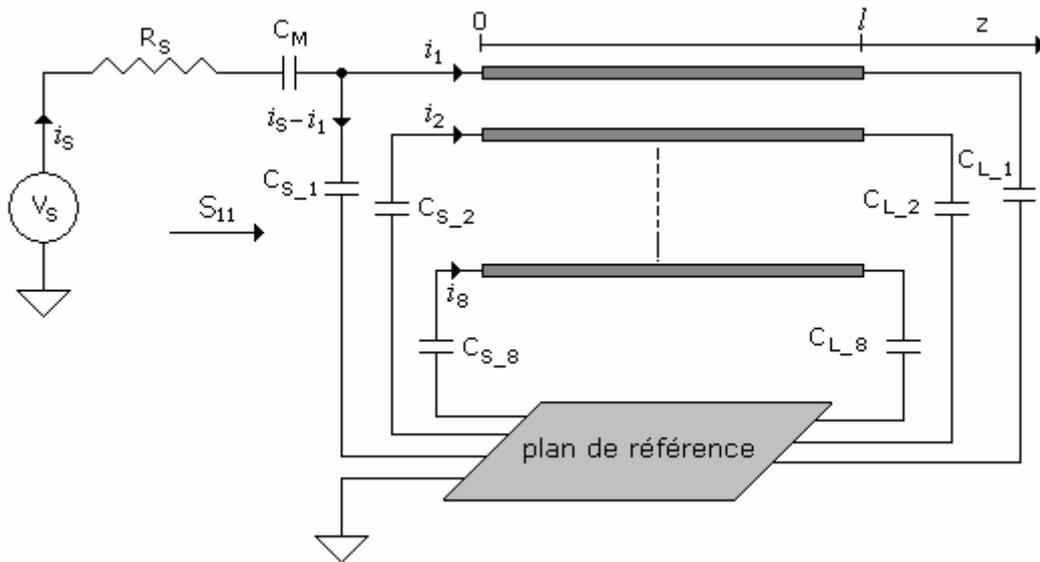


Figure 3.9 : Schéma électrique d'une sonde IRM utilisant le résonateur TEM cage d'oiseau à huit éléments de lignes microrubans.

Pour concevoir une sonde RMN à fort coefficient de qualité, nous avons analysé numériquement la structure optimale du résonateur BCR à huit éléments (figure 3.2) au moyen de notre logiciel sous l'environnement Flexpde (figures 3.10 et 3.11) pour les paramètres géométriques et physiques suivants [37] :

- Rayon du blindage :  $r_B = 52.500$  mm,
- Rayon du cylindre interne :  $r_R = 36.250$  mm,
- Largeurs des rubans :  $w = 17.00$  mm,
- Epaisseur des rubans :  $t = 0.500$  mm,
- Fréquence de résonance :  $f = 200$  MHz,
- Constante diélectrique du support des conducteurs:  $\epsilon_r = 1$ .

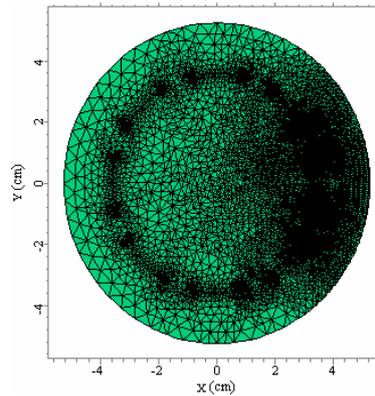


Figure 3.10 : Maillage du résonateur TEM BCR.

La figure 3.11 montre la distribution du potentiel scalaire à l'intérieur du résonateur de la sonde RMN pour les conditions d'excitations indiquées dans le tableau 3.3.

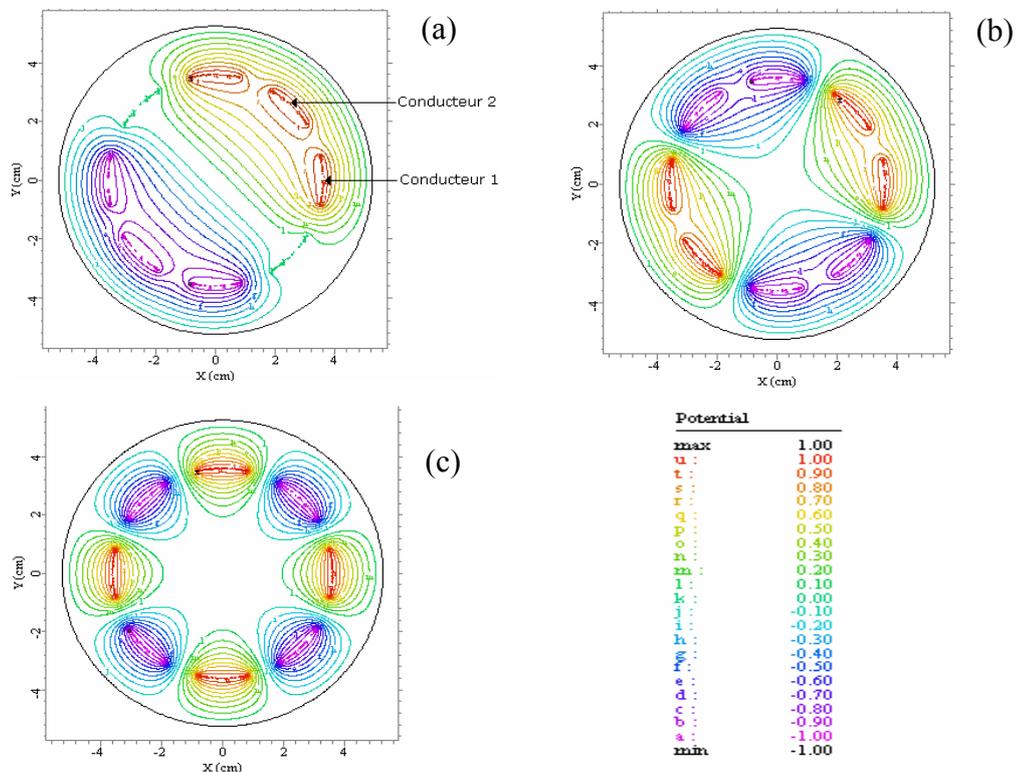


Figure 3.11 : Distributions du potentiel scalaire pour différentes conditions d'excitation du résonateur TEM BCR.

N° du ruban	Conditions d'excitation des rubans		
	a	b	c
1	1	1	1
2	1	1	-1
3	1	-1	1
4	0	-1	-1
5	-1	1	1
6	-1	1	-1
7	-1	-1	1
8	0	-1	-1

Tableau 3.3: Conditions d'excitation du résonateur BCR TEM à huit lignes microrubans.

Après résolution numérique, nous avons obtenu les résultats indiqués sur le tableau ci-dessous.

Colonne	L (nH/m)		C (pF/m)	
	MEF [37]	MoM [36]	MEF [37]	MoM [36]
1	357.9	358.9	33.89	33.78
2	74.78	74.86	-6.30	-6.26
3	27.91	27.86	-0.86	-0.86
4	16.25	16.23	-0.47	-0.47
5	13.69	13.68	-0.39	-0.40
6	16.25	16.23	-0.47	-0.47
7	27.91	27.86	-0.86	-0.86
8	74.78	74.86	-6.30	-6.26

Tableau 3.4: Paramètres électromagnétiques du résonateur BCR TEM à huit lignes microrubans.

A travers la comparaison qu'on peut faire entre les résultats obtenus par la MEF et ceux obtenus par la MoM, il apparaît clairement une très bonne cohérence entre les deux méthodes numériques.

Finalement le résonateur RMN de la figure 3.9 a été conçu avec les caractéristiques suivantes:

- Longueur du résonateur TEM cage d'oiseau  $l = 0.25 \lambda_0$ ,
- Capacité d'adaptation  $C_M = 19.14$  pF,
- Capacités d'accord  $C_{S_i} = C_{L_i} = 2.415$  pF ( $i = 1, \dots, 8$ ),
- Résistance d'adaptation  $R_s = 50 \Omega$ .

Les simulations que nous avons réalisé sous l'environnement MATPAR et avec le logiciel que nous avons réalisé sous l'environnement Matlab, nous permettent de montrer la variation du coefficient de réflexion ( $S_{11}$ ) à l'entrée de la sonde RMN dans le domaine fréquentiel (Figure 3.12a et 3.12b).

Nous montrons sur la figure 3.12a nos résultats de simulations [37] trouvés sous l'environnement MATPAR d'une part, et sur la figure 3.12b les résultats obtenus sous l'environnement Matlab avec les capacités d'extrémités  $C_{S_i}$  et  $C_{L_i}$  égales à 2.24 pF et la capacité d'adaptation égale à 18.70 pF. Ces résultats montrent le bon accord entre les deux outils numériques utilisés pour la simulation de la réponse fréquentielle de la sonde.

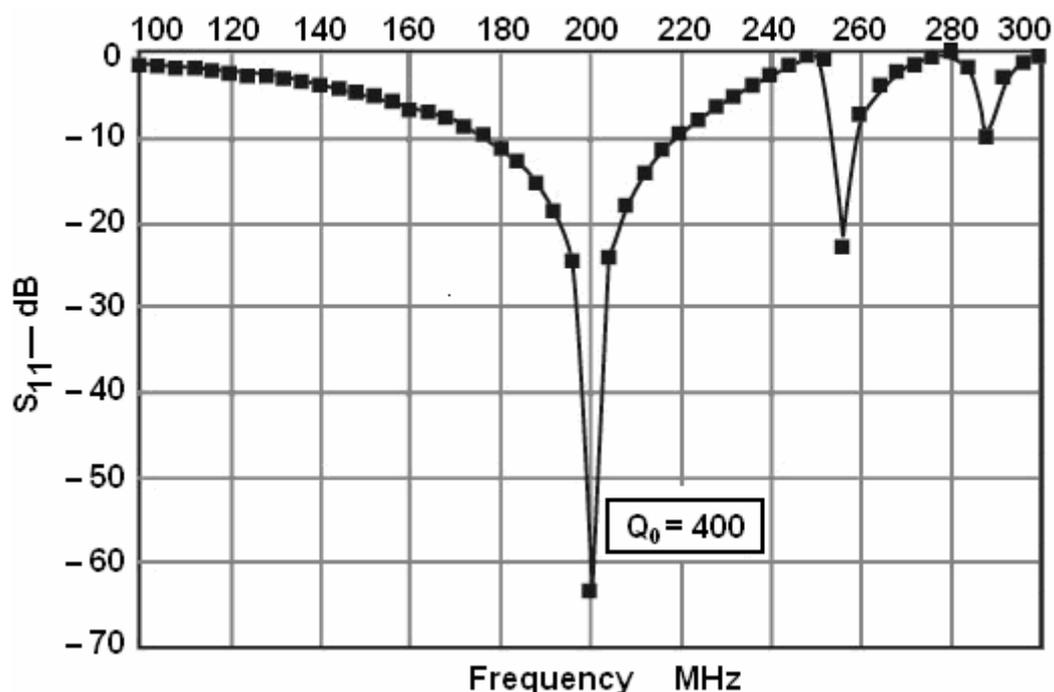


Figure 3.12a : Réponse fréquentielle de la sonde IRM fonctionnant à 4.7 T obtenus sous l'environnement MATPAR [37].

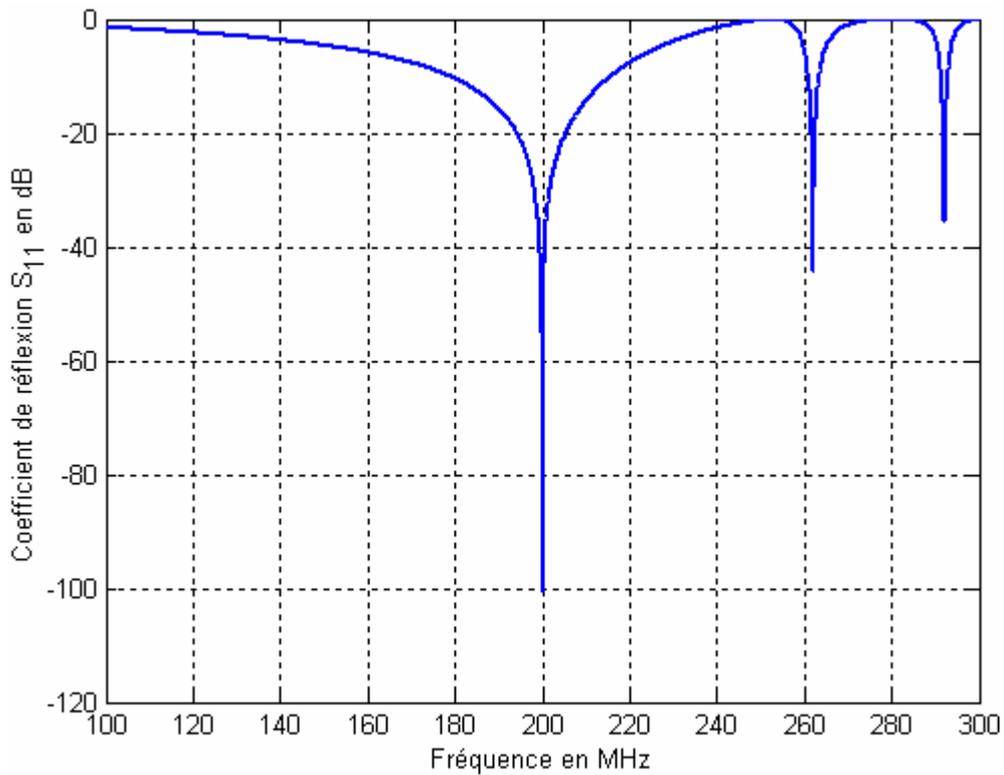


Figure 3.12b : Réponse fréquentielle de la sonde IRM fonctionnant à 4.7 T obtenus sous l'environnement Matlab.

Grâce au choix optimal des valeurs des capacités d'extrémités et d'adaptation, la valeur du coefficient de qualité de la sonde RMN à 200 MHz obtenue avec le logiciel que nous avons conçu sous l'environnement Matlab est de -100.52 dB, alors qu'elle est égale à - 52 dB sous l'environnement MATPAR.

La connaissance de l'évolution du coefficient de réflexion  $S_{11}$  en fonction de la fréquence à l'entrée du résonateur nous permet d'évaluer le coefficient de qualité à vide de la sonde comme suit [34] :

$$Q_o = \frac{f_r}{f_u - f_l} \quad (3.3)$$

Où  $f_r$  est la fréquence de résonance (ou fréquence de travail),  
 $f_u$  est la fréquence au dessus de la fréquence de résonance calculée à -3 dB,  
et  $f_l$  est la fréquence en dessous de la fréquence de résonance calculée à -3 dB.

En utilisant la relation (3.3), le coefficient de qualité à vide ( $Q_0$ ) de la sonde évalué à partir de la figure 3.12a est égal à 400, alors que celui déterminé de la figure 3.12b est supérieur à 600. Ce coefficient de qualité supérieur dans les deux cas à 100, montre très clairement, que pour les paramètres géométriques et électriques utilisés lors de la conception, la sonde utilisant la structure optimale du résonateur TEM BCR à huit lignes microrubans répond bien au cahier de charges d'une expérience RMN à 4.7 T.

### 3.2.3.2 Sondes RMN utilisant le résonateur TEM BCR à lignes coaxiales

Un autre type de résonateur très utilisé pour les applications RMN est le résonateur TEM cage d'oiseau à lignes coaxiales [34]. Sa section transversale lorsqu'il est rempli d'air ( $\epsilon_r=1$ ) est présentée sur la figure 3.13, elle est formée d'un blindage de rayon  $r_B$  et  $N$  (ici  $N = 8$ ) conducteurs circulaires chacun de rayon  $r$  et disposés de manière à former un cylindre de rayon  $r_R$ .

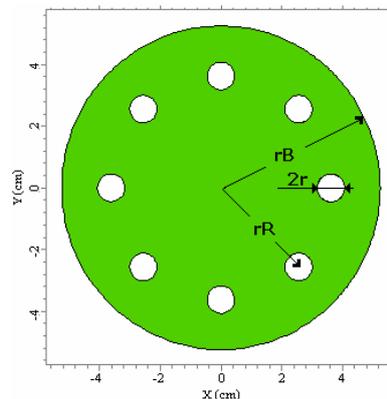


Figure 3.13 : Section transversale d'un résonateur TEM cage d'oiseau à conducteurs coaxiales.

L'analyse électromagnétique de ce type de résonateur TEM, où la méthode des moments (MoM) était l'outil numérique qui a servi à l'évaluation de ses grandeurs EM a été introduite dans la littérature scientifique par l'auteur de la référence [34].

Pour concevoir des sondes RMN à base du résonateur TEM BCR à huit lignes coaxiales, nous avons analysé la structure de la figure 3.13 ayant les caractéristiques suivantes:

- Rayon du blindage :  $r_B = 52.50$  mm,
- Rayon du cylindre intérieur :  $r_R = 36.25$  mm,
- Rayon de chaque conducteur interne :  $r = 6.00$  mm,
- Conductivité :  $\sigma = 5.8 \cdot 10^7$  ( $\Omega\text{m}$ )<sup>-1</sup>,
- Constante diélectrique :  $\epsilon_r = 1$ .

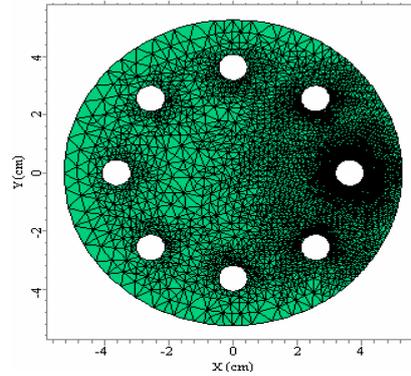


Figure 3.14 : Maillage du résonateur TEM BCR à 8 lignes coaxiales.

La figure ci-dessus montre le maillage du résonateur BCR TEM à huit conducteurs coaxiales par la MEF, alors que la figure 3.15 donne la distribution du potentiel électrique sur la section transversale de la sonde dans la cas d'une excitation en mode impair.

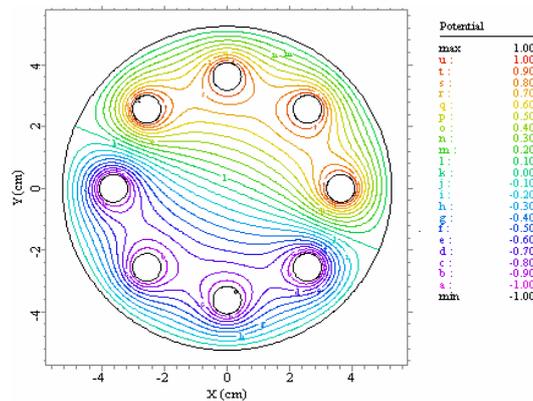


Figure 3.15 : Distribution du potentiel en mode impair sur la section transversale résonateur TEM BCR à huit lignes coaxiales.

Nous avons montré dans les sections précédentes que les différents tests appliqués à notre logiciel MEF sous l'environnement FLEXPDE sont concluants. Il nous appartient donc de faire état des différentes simulations pour étudier l'influence des paramètres géométriques et physiques du résonateur sur ses

paramètres électromagnétiques. Pour les caractéristiques du résonateur citées ci dessus, nous avons obtenu les résultats suivants :

Colonne	C (pF/m)		L (nH/m)		R ( $10^{-3}$ $\Omega$ /m)	
	MEF	MoM [34]	MEF	MoM [34]	200 MHz	500 MHz
1	41.68	41.61	288.64	289.40	144	228
2	-7.54	-7.53	57.69	57.88	26	41
3	-0.89	-0.90	19.76	19.89	12	19
4	-0.49	-0.50	10.85	10.94	8	13
5	-0.41	-0.41	8.97	9.05	7	11
6	-0.49	-0.50	10.85	10.94	8	13
7	-0.89	-0.90	19.76	19.89	7	19
8	-7.54	-7.53	57.69	57.88	26	41

Tableau 3.5 Paramètres électromagnétique du résonateur BCR TEM à huit conducteurs circulaires.

Ces résultats donnant les valeurs de la première ligne des matrices  $[L]$ ,  $[C]$  sont indispensables pour la conception de sondes RMN utilisant le résonateur TEM BCR à huit lignes coaxiales à faibles pertes de conduction. Dans le cas où le résonateur présente des pertes de conduction, il est impératif de connaître les valeurs des éléments de la matrice  $[R]$ . Dans le tableau 3.5, nous avons présenté les valeurs des éléments de la matrice  $[R]$  correspondant à deux fréquences 200 MHz et 500 MHz que nous allons utiliser pour la conception de deux sondes RMN. Une fois que les matrices  $[L]$ ,  $[C]$  et  $[R]$  sont déterminées, nous pouvons estimer la réponse spectrale ( $S_{11}$ ) du circuit de la figure 3.9 en utilisant le modèle numérique que nous avons réalisé sous l'environnement MATPAR.

### 3.2.3.2.1 Sonde RMN fonctionnant à 200 MHz

On utilise le schéma électrique de la figure 3.9 pour la conception de la sonde RMN utilisant le résonateur TEM cage d'oiseau à huit-éléments de lignes coaxiales, cette sonde RMN est caractérisée par:

- une longueur  $l = 0.25 \lambda_0$ ,
- une capacité d'adaptation  $C_M = 20$  pF,
- des capacités d'accord  $C_{S_i} = C_{L_i} = 2.415$  pF ( $i = 1, \dots, 8$ ).

Nous avons simulé la réponse fréquentielle donnant la variation du coefficient de réflexion ( $S_{11}$ ) à l'entrée de cette sonde. Les résultats obtenus sous l'environnement MATPAR sont présentés sur le graphe de la figure ci-dessous.

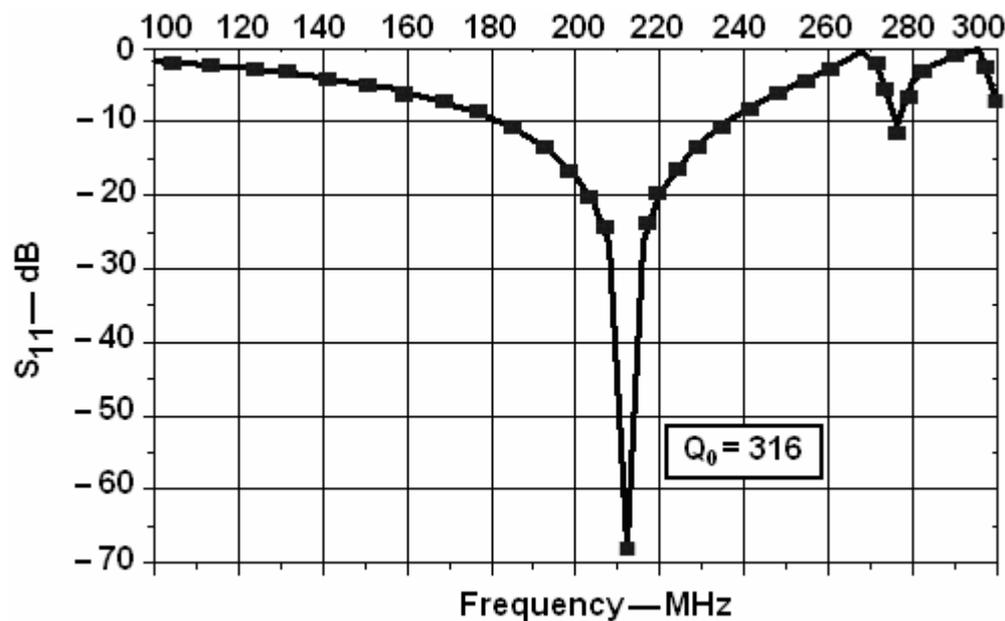


Figure 3.16 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 4.7 T conçue avec MATPAR.

Notre objectif était de concevoir une sonde IRM fonctionnant à 200 MHz. Malheureusement sous l'environnement MATPAR, cet objectif n'est pas vraiment atteint puisque d'après la réponse fréquentielle présentée sur la figure 3.16, nous constatons un léger décalage de la fréquence de résonance de la sonde. Ici la sonde résonne à une fréquence de 212 MHz. En pratique, ce léger décalage de la fréquence peut être compensé par un ajustement de la valeur des condensateurs d'accord  $C_{S_i}$ . Dans ces conditions le minimum de réflexion de la sonde RMN égal à - 67.81 dB est obtenu à la fréquence de résonance 212 MHz. En utilisant la relation (3.3) on a pu évaluer le coefficient de qualité à vide ( $Q_0$ ) de la sonde à 316.

La réponse fréquentielle obtenue avec le logiciel LMC que nous avons conçu sous l'environnement Matlab est montrée sur la figure 3.17, les valeurs optimales des capacités d'extrémités et d'adaptation données par le logiciel et qui permettent une résonance à 200 MHz sont  $C_{S_i} = C_{L_i} = 3.11$  pF et  $C_M = 20.03$  pF.

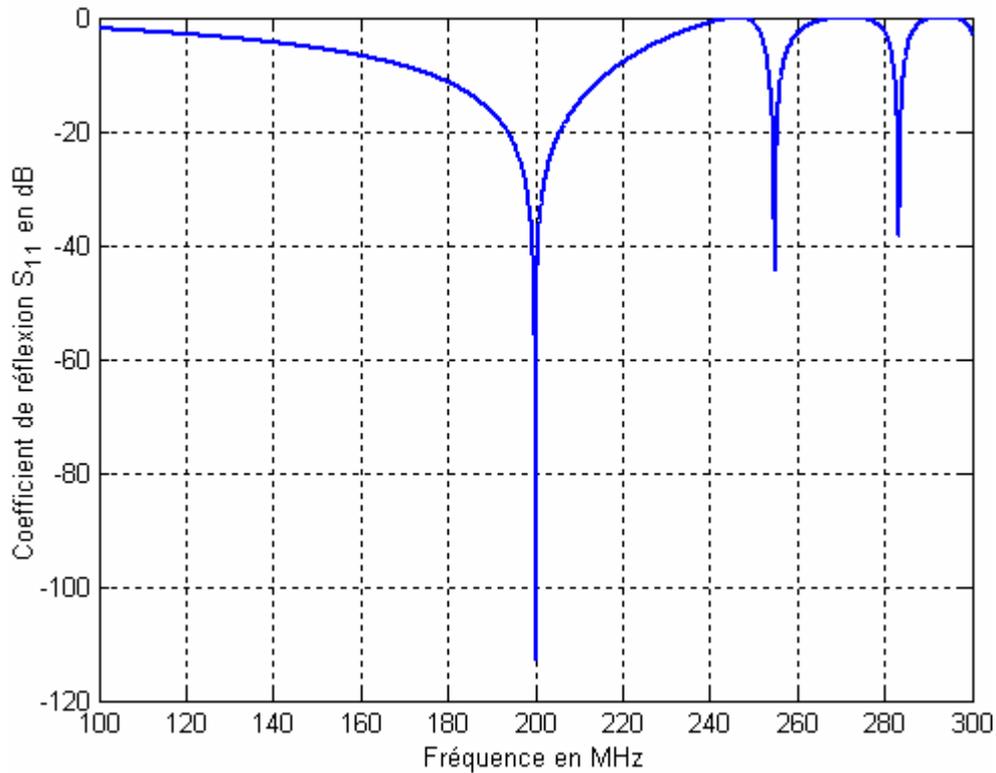


Figure 3.17 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 4.7 T conçue avec Matlab.

La figure ci-dessus montre un minimum de réflexion du port d'excitation de la sonde RMN TEM BCR de  $-112.89$  dB à la fréquence de résonance 200 MHz. Le coefficient de qualité de la sonde à 200 MHz est très supérieur à 600, ce qui démontre du degré de sélectivité de la sonde BCR TEM conçue avec le logiciel LMC que nous avons réalisé sous l'environnement Matlab.

### 3.2.3.2.2 Sonde RMN fonctionnant à 500 MHz

Nous nous sommes ensuite intéressés à concevoir une autre sonde pour l'imagerie RMN à 11.74 T utilisant le même type de résonateur. Nous avons obtenu les résultats indiqués sur le graphe de la figure 3.18 pour les paramètres physiques et électriques suivants:

- Longueur du résonateur  $l = 0.25\lambda_0$ ,
- Capacité d'adaptation  $C_M = 12$  pF,
- Capacités d'accord  $C_{S_i} = C_{L_i} = 1$  pF ( $i = 1, \dots, 8$ ).

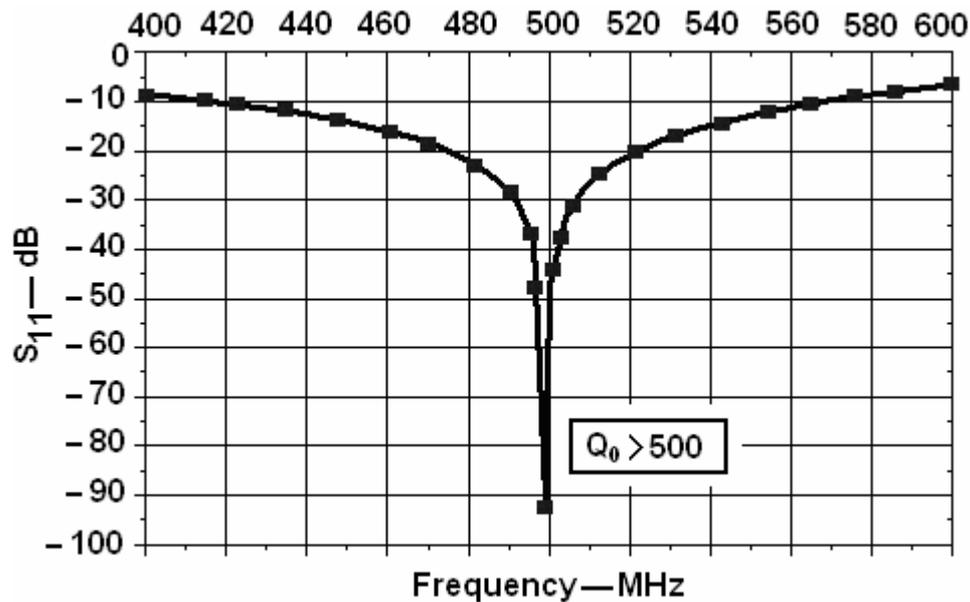


Figure 3.18 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 11.74 T conçue sous MATPAR.

La réponse fréquentielle montrée sur le graphe de la figure ci-dessus nous montre clairement la bonne sélectivité de la sonde IRM que nous avons conçu pour fonctionner à 500 MHz. Son coefficient de qualité à vide est très élevé et dépasse de loin la valeur 500, cette valeur de sélectivité est obtenue pour un minimum de réflexion de - 90.97 dB à 499 MHz. Le niveau de réflexion et la valeur élevée du coefficient de qualité obtenus à la fréquence de 499 MHz nous permettent d'affirmer que cette sonde peut être utilisée dans l'imagerie RMN à 500 MHz.

Nous avons conçu la même sonde avec notre logiciel LMC sous l'environnement Matlab, pour déterminer les capacités d'extrémités et d'adaptation qui vont donner une résonance à la fréquence de 500 MHz. La figure 3.19 affiche la réponse fréquentielle du résonateur TEM BCR à huit conducteurs coaxiales conçu sous l'environnement Matlab.

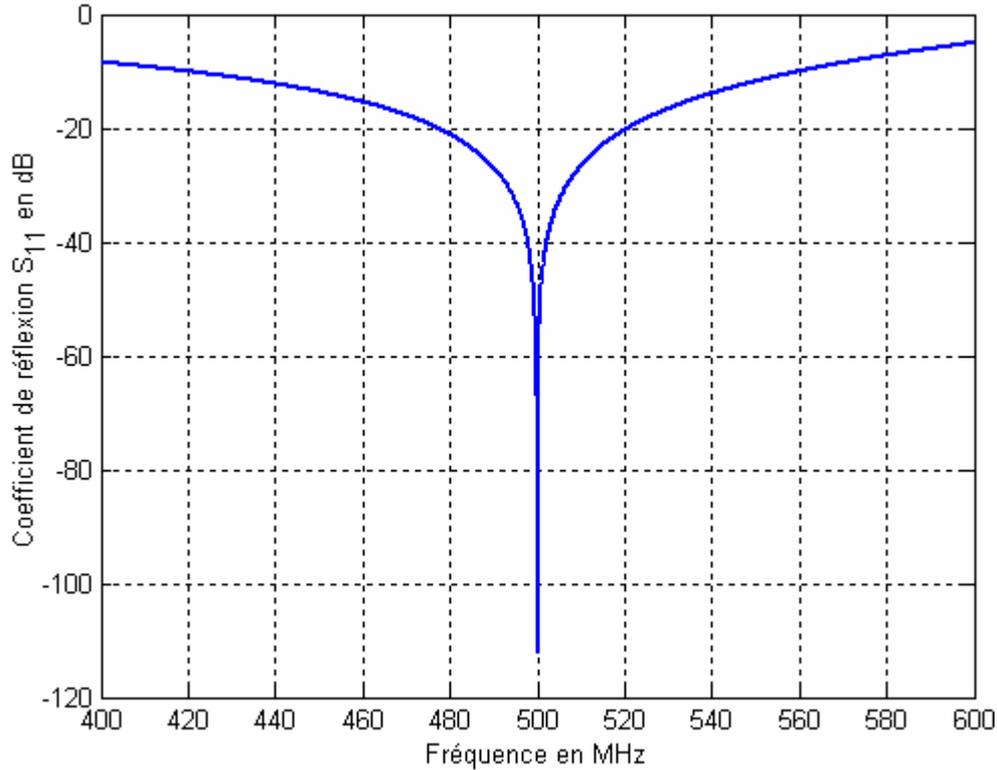


Figure 3.19 : Réponse fréquentielle de la sonde IRM à 11.74 T conçue sous Matlab.

Le spectre de fréquences de la figure ci-dessus est obtenu après une optimisation par notre logiciel LMC des valeurs des capacités d'extrémités et d'adaptation du résonateur BCR TEM à huit lignes coaxiales. Les capacités d'extrémités  $C_{S_i} = C_{L_i} = 0.89$  pF et d'adaptation  $C_M = 12.53$  pF permettent une résonance de -112.05 dB et un coefficient de qualité de loin supérieur à 600 à la fréquence de 500 MHz.

### 3.3 Conclusion

Ce chapitre se caractérise essentiellement par l'utilisation de la MEF à deux dimensions sous les environnement Flexpde pour déterminer les paramètres électromagnétiques (matrices  $[L]$ ,  $[C]$ ,  $[R]$ ) des résonateurs TEM BCR à lignes microrubans et à lignes coaxiales présentant des formes géométriques complexes. Les résultats obtenus par la MEF ont été confrontés à ceux obtenus par la BEM et par la MoM. L'écart est faible entre les résultats obtenus par les trois méthodes.

Nous disposons donc d'un outil informatique précieux basé sur la MEF pour la caractérisation des paramètres EM du résonateur cage d'oiseau. Notre modèle numérique étant général, nous l'avons appliqué au cas du résonateur TEM cage d'oiseau à lignes microrubans et à lignes coaxiales et peut donc être étendu pour l'analyse de toute forme de structure TEM multiconducteur.

En s'inspirant des travaux de Bogdanov et Ludwig, nous avons réussi à concevoir une sonde IRM fonctionnant à 4.7 T (200 MHz) à base de résonateur cage d'oiseau possédant huit lignes microrubans. La sonde simulée a un minimum de réflexion de - 52 dB et un coefficient de qualité de 400 au voisinage de 200 MHz. La simulation de la sonde a été faite par le biais du logiciel MATPAR. Cet outil numérique nous a permis de montrer la variation du coefficient de réflexion ( $S_{11}$ ) à l'entrée de sondes RMN dans le domaine fréquentiel.

Nous avons ensuite conçu deux autres sondes RMN utilisant le résonateur TEM BCR à huit lignes coaxiales à l'aide du logiciel MATPAR. La première est prévue pour des expériences RMN à 4.7 T (200 MHz), elle présente un minimum de réflexion de - 67.81 dB et un coefficient de qualité de 316 à la fréquence 212 MHz. Alors que la deuxième indiquée pour des expériences RMN à 11.74 T, présente un minimum de réflexion de - 90.97 dB et un coefficient de qualité très supérieur à 500 à la fréquence de 499 MHz. Pour ajuster les deux sondes aux cahiers de charges fixés auparavant, c'est à dire résonances précises à 200 MHz et 500 MHz, nous avons optimisé leur fonctionnement à l'aide de notre logiciel LMC, conçu sous l'environnement Matlab. Les deux sondes ont résonné exactement aux fréquences de 200 MHz et 500 MHz avec des niveaux de réflexion largement inférieurs à ceux obtenus avec MATPAR, et qui sont - 112.05 dB et -112.89 dB respectivement.

A travers les simulations qu'on a pu faire avec l'environnement MATPAR et le logiciel LMC sous l'environnement Matlab nous pouvons affirmer que MATPAR ne permet que la simulation des résonateurs à huit lignes couplées au maximum, en plus la résonance à la fréquence fixée n'est obtenue qu'après plusieurs essais des capacités d'accord ( $C_{S_i}$ ) et ( $C_{L_i}$ ) et d'adaptation ( $C_M$ ). Notre logiciel LMC n'est pas limité en nombre de lignes couplées que peut contenir le résonateur

TEM BCR, il optimise le fonctionnement du résonateur en effectuant une recherche itérative des valeurs adéquates des capacités ( $C_{S_i}$ ), ( $C_{L_i}$ ) et ( $C_M$ ).

Signalons enfin que les petits changements dus à l'introduction d'une charge biologique dans le résonateur TEM (résonateur inhomogène) sont principalement compensés par un ajustement du condensateur d'adaptation ( $C_M$ ) et par de mineures variations des condensateurs d'accord ( $C_{S_i}$ ) et ( $C_{L_i}$ ) [13, 23].

## **Chapitre 4 : Optimisation d'un résonateur TEM BCR inhomogène en haut champ d'imagerie**

---

## 4.1 Introduction

Au cours de ce chapitre, nous allons implémenter un outil numérique pour la conception d'une antenne IRM à haut champ d'imagerie. L'antenne à lignes couplées est un résonateur TEM BCR, le modèle développé en l'absence d'une charge biologique est basé sur la MEF et la méthode LMC. Cet outil numérique estime par la MEF les paramètres primaires du résonateur et simule par la méthode LMC la réponse fréquentielle du coefficient de réflexion du port d'excitation RF en se basant sur les équations de propagation des tensions et des courants sur les lignes couplées du résonateur, ce qui nous permet d'estimer son niveau d'adaptation pour l'imagerie de petits animaux en haut champ.

## 4.2 Structure du résonateur

Le résonateur TEM BCR schématiquement montré sur la figure 4.1, est constitué de 16 rubans conducteurs de largeur 0.64 cm et d'épaisseur 38  $\mu\text{m}$ . Ces rubans conducteurs sont disposés sur la partie interne d'un support cylindrique en plexiglas de diamètre 7.25 cm, la surface externe du cylindre de diamètre 10.5 cm est complètement recouverte de cuivre d'épaisseur 38  $\mu\text{m}$  et constitue le plan de masse. La longueur du résonateur est dimensionnée par rapport à la longueur de l'onde  $\lambda_0$  dans l'espace libre  $l = 0.200 \lambda_0$ .

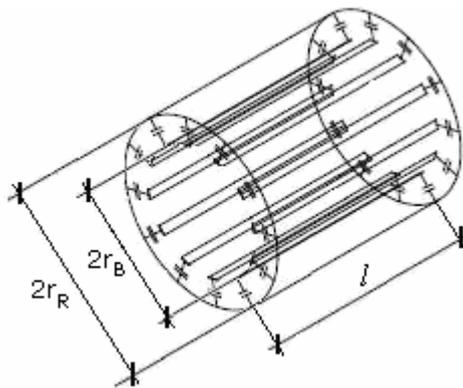


Figure 4.1. Schéma du résonateur TEM BCR.

### 4.3 Evaluation des paramètres électromagnétiques primaires

Les matrices paramètres primaires par unité de longueur du résonateur TEM sont obtenues en résolvant un problème statique basé sur le modèle de Laplace.

$$\nabla_t(\varepsilon \nabla_t \tilde{\phi}) = 0 \quad (4.1)$$

$\tilde{\phi} = V_0$  sur le  $i^{\text{ème}}$  conducteur.

$\tilde{\phi} = 0$  sur tous les autres conducteurs.

La structure géométrique du résonateur ainsi que les conditions aux limites sur le potentiel électrique  $\tilde{\phi}$  fixées pour les conducteurs sont montrées sur la figure 4.2.

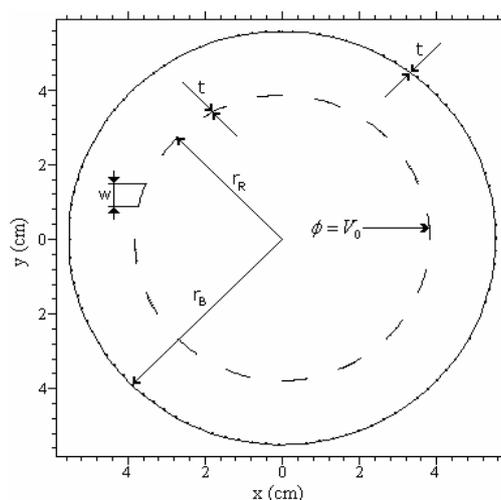


Figure 4.2 : Structure géométrique du résonateur TEM et conditions aux limites spécifiées pour le potentiel.

L'environnement Flexpde utilisant la méthode des éléments finis est utilisé pour la résolution de l'équation 4.1. La figure 4.3 indique un maillage triangulaire du résonateur et le potentiel électrique  $\tilde{\phi}$  est estimé au niveau des sommets des triangles à partir des conditions aux limites définies pour la structure, la figure 4.4 montre la distribution du potentiel électrique à l'intérieur du résonateur dans le cas où le potentiel  $V_0$  est fixé à l'unité.

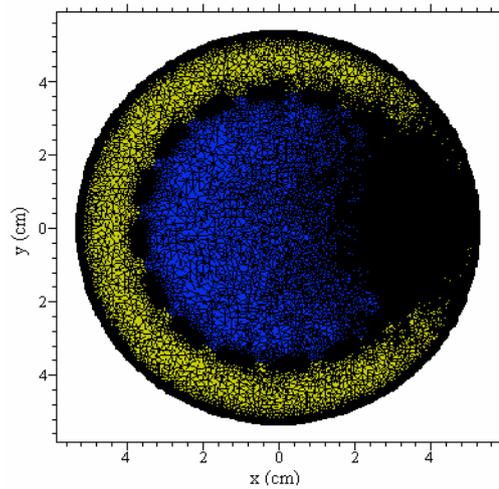


Figure 4.3 : Maillage de la structure.

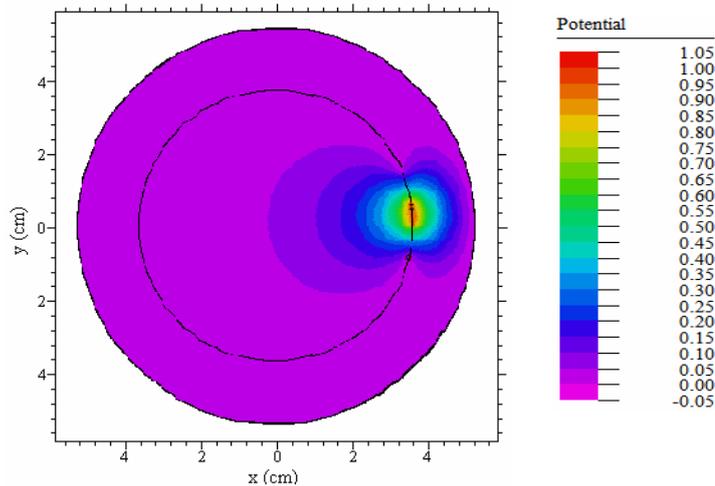


Figure 4.4 : Distribution du potentiel.

Le calcul du potentiel électrique sur le plan orthogonal à la longueur du résonateur permet la détermination de la première ligne de la matrice capacité  $C$ . Cette matrice caractérise l'énergie stockée par le champ électrique dans le résonateur, elle traduit les effets capacitifs entre tous les conducteurs du résonateur y compris le conducteur référence.

Si  $C_{ij}$  est définie comme étant la capacité par unité longueur entre deux conducteurs indicés  $i$  et  $j$ , alors la matrice capacité  $C$  est formée à partir de :

$$C_{i,j} = -\frac{1}{V_0} \int_{l_j} \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (4.2)$$

Où  $\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n}$  est l'approximation de la dérivée du potentiel normal au contour  $l_j$  du  $j^{\text{ème}}$  conducteur.

En utilisant (4.1) et (4.2), la matrice inductance  $L$  peut être obtenue à partir de la matrice capacité spéciale  $C_0$  avec l'ensemble de tous les diélectriques remplacés par l'air ( $\varepsilon_r = 1$ ). La matrice inductance  $L$  en fonction des termes de la matrice  $C_0$  est donnée par:

$$L_{i,j} = \mu_0 \varepsilon_0 C_{0i,j} \quad (4.3)$$

Le tableau 4.1 indique la première colonne des matrices  $C$  et  $L$ , obtenue à l'aide de l'outil numérique conçu sous l'environnement Flexpde.

Colonne	$C$ en (pF/m)	$L$ en (nH/m)
1	52.179	557
2	-10.270	158
3	-0.984	70
4	-0.315	39
5	-0.179	25
6	-0.127	19
7	-0.101	15
8	-0.089	14
9	-0.086	13
10	-0.089	14
11	-0.101	15
12	-0.127	19
13	-0.179	25
14	-0.315	39
15	-0.984	70
16	-10.270	158

Tableau 4.1 : Paramètres primaires du résonateur TEM.

Du fait que le résonateur TEM est symétrique, alors les matrices capacité  $C$  et inductance  $L$  par unité de longueur seront circulantes et les colonnes indiquées sur le tableau ci-dessus sont suffisantes pour former complètement ces matrices.

## 4.4 Simulation du modèle distribué

La détermination des paramètres primaires par unité de longueur du résonateur TEM BCR à 16 lignes microrubans permet de tracer sa réponse fréquentielle. Le modèle électrique équivalent à ce résonateur est une ligne multiconducteur fermée à ces extrémités sur des réseaux de condensateurs et excitée à l'un de ces ports par une source RF. Le modèle distribué de la ligne multiconducteur tel que montré sur la figure 4.5 est utilisé pour prédire les modes résonants de la sonde résonnante.

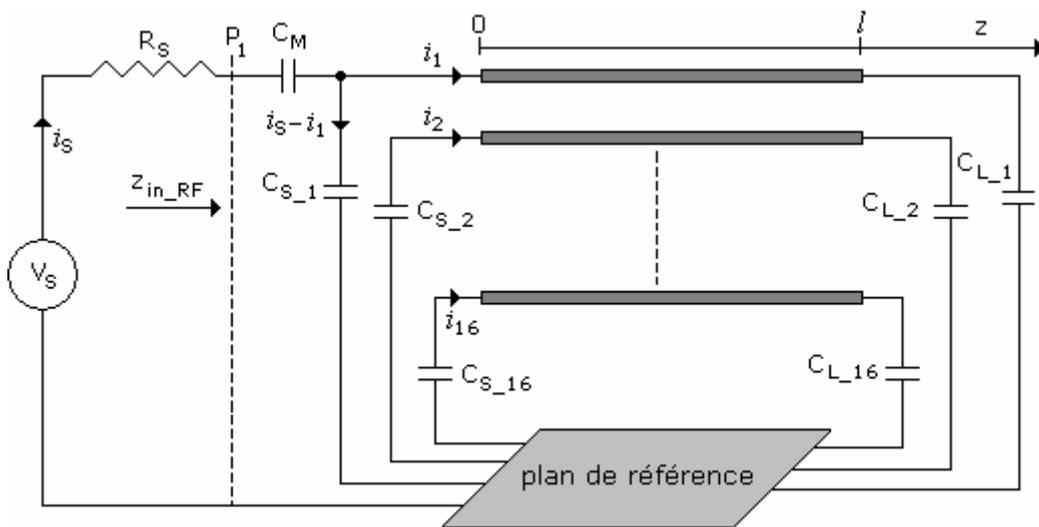


Figure 4.5 : Circuit électrique équivalent au résonateur TEM.

Le courant  $i_S$  délivré par la source RF permet le calcul de l'impédance d'entrée  $z_{in\_RF}$  et le coefficient de réflexion  $S_{11}$  vu par cette source RF :

$$z_{in\_RF} = \frac{V_S}{i_S} - R_S \quad (4.4)$$

$$S_{11} = \frac{z_{in\_RF} - R_S}{z_{in\_RF} + R_S} \quad (4.5)$$

Où  $R_S$  est l'impédance de la source RF et du câble d'alimentation, typiquement égale à 50  $\Omega$ .

S'il est supposé que du côté de la charge il n'y a pas de sources, les conditions aux limites du résonateur peuvent être exprimées comme:

$$\hat{V}(0) = \hat{Z}_{in} \hat{I}(0) \quad (4.6)$$

$$\hat{V}(l) = \hat{Z}_L \hat{I}(l) \quad (4.7)$$

Où  $\hat{Z}_{in}$  est la matrice impédance d'entrée inconnue de la ligne multiconducteur de longueur  $l$  terminée par un réseau de charges  $\hat{Z}_L$ . Les conditions aux limites du côté de la source d'excitation permettent de déterminer la matrice impédance ramenée à l'entrée du résonateur.

$$\hat{Z}_{in} = \frac{\hat{V}(0)}{\hat{I}(0)} \quad (4.8)$$

L'utilisation des expressions des tensions et des courants le long des conducteurs du résonateur ainsi que l'application des conditions aux limites permettent d'exprimer les courants et les tensions naturels en tout point  $z$  le long des lignes couplées du résonateur à l'aide de la matrice chaîne :

$$\begin{bmatrix} \hat{V}(z) \\ \hat{I}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}(z) & \hat{\Phi}_{12}(z) \\ \hat{\Phi}_{21}(z) & \hat{\Phi}_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{I}(0) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

L'évaluation des courants et des tensions naturels aux points d'abscisses  $z = 0$  et  $z = l$  et l'élimination des amplitudes des ondes courants incidentes et réfléchies  $\hat{I}_m^\pm$ , donne les expressions des sous matrices :

$$\hat{\Phi}_{11}(l) = \hat{Z}_c \hat{T}_l \cosh(\gamma l) \hat{T}_l^{-1} \hat{Y}_c \quad (4.10a)$$

$$\hat{\Phi}_{12}(l) = -\hat{Z}_c \hat{T}_l \sinh(\gamma l) \hat{T}_l^{-1} \quad (4.10b)$$

$$\hat{\Phi}_{21}(l) = -\hat{T}_l \sinh(\gamma l) \hat{T}_l^{-1} \hat{Y}_c \quad (4.10c)$$

$$\hat{\Phi}_{22}(l) = \hat{T}_l \cosh(\gamma l) \hat{T}_l^{-1} \quad (4.10d)$$

Une fois la matrice chaîne formée, la matrice impédance à l'entrée du résonateur peut être calculée en tenant compte de l'absence de sources à l'extrémité  $z = l$  du résonateur :

$$\hat{Z}_{in} = \frac{\hat{V}(0)}{\hat{I}(0)} = (\hat{\Phi}_{11}(l) - \hat{Z}_L \hat{\Phi}_{21}(l))^{-1} (\hat{Z}_L \hat{\Phi}_{22}(l) - \hat{\Phi}_{12}(l)) \quad (4.11)$$

En ayant la matrice impédance d'entrée (4.11), le résonateur TEM et le réseau connecté à son extrémité  $z = 0$  sont simulés tel que le montre la figure 4.6 comme un circuit localisé.

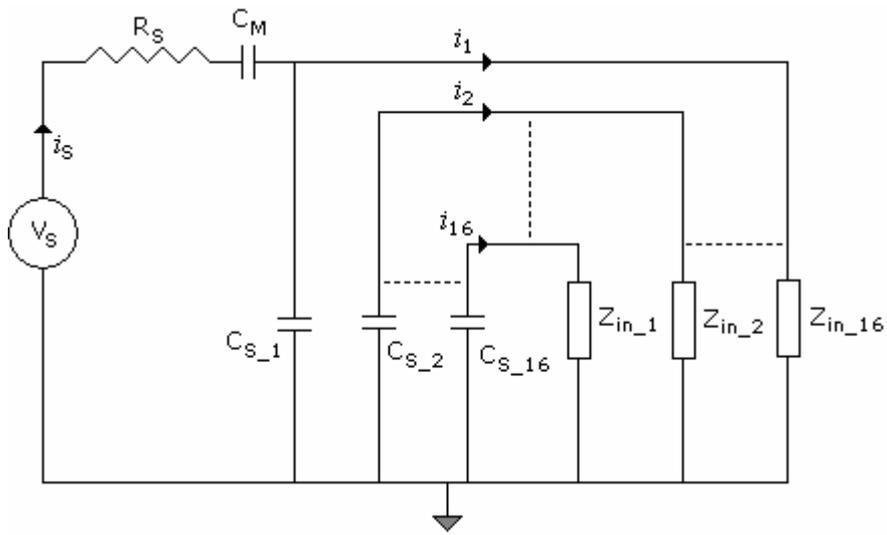


Figure 4.6 : Circuit électrique du résonateur TEM avec la ligne multiconducteur ramenée à l'entrée.

Les lois de Kirchhoff appliquées au circuit de la figure 4.6 permettent de construire le système d'équations linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} Z_{in1\_1} + \frac{1}{j\omega C_{S\_1}} & Z_{in1\_2} & \cdot & \cdot & Z_{in1\_16} & -\frac{1}{j\omega C_{S\_1}} \\ Z_{in2\_1} & Z_{in2\_2} + \frac{1}{j\omega C_{S\_2}} & \cdot & \cdot & Z_{in2\_16} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{in16\_1} & Z_{in16\_2} & \cdot & \cdot & Z_{in16\_16} + \frac{1}{j\omega C_{S\_16}} & 0 \\ -\frac{1}{j\omega C_{S\_1}} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ i_{16} \\ i_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ V_S \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Une fois le système (4.12) résolu, le courant  $i_S$  de la source permet le calcul de l'impédance d'entrée et du coefficient de réflexion  $S_{11}$  vu par la source RF.

#### 4.4.1 Dimensionnement des capacités d'adaptation et d'extrémités du résonateur TEM BCR

Le modèle simulé est réglé de sorte que le mode d'intérêt se produit à la fréquence de 400 MHz, ceci est obtenu en ajustant les condensateurs  $C_{L_n}$  et  $C_{S_n}$  ( $n=1\dots 16$ ) connectés aux extrémités du résonateur. Le niveau d'adaptation du résonateur TEM BCR est réglé à l'aide du condensateur  $C_M$ . La figure 4.7 donne la variation du coefficient de réflexion en fonction des capacités d'adaptation et d'extrémités des lignes microrubans de la sonde résonnatrice TEM BCR.

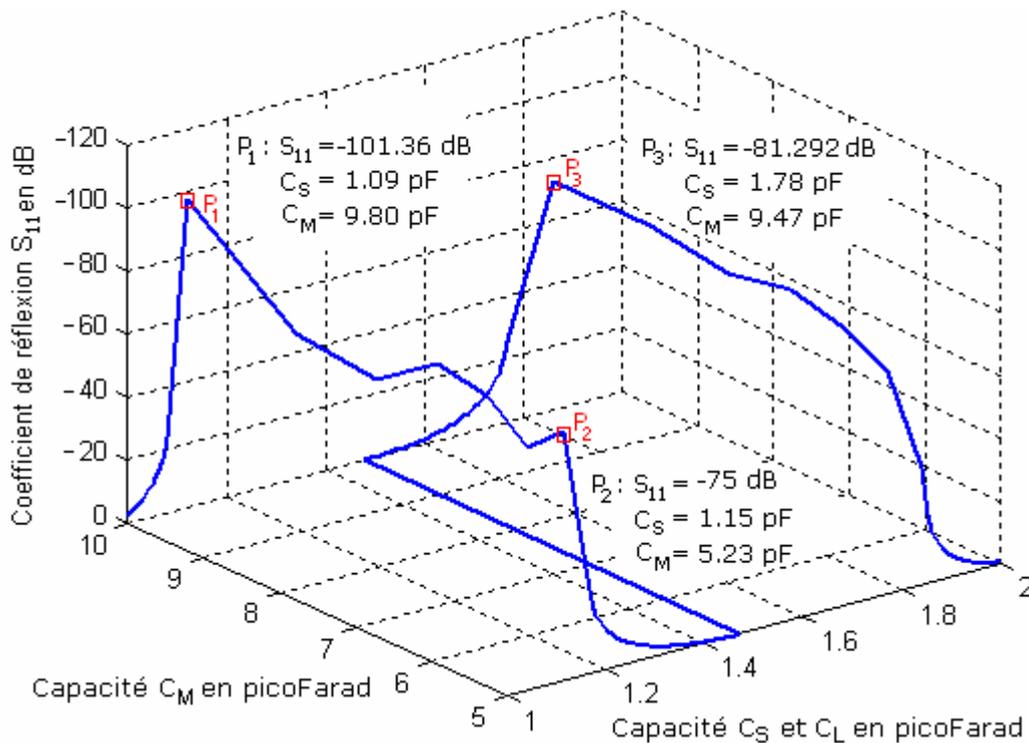


Figure 4.7 : Coefficient de réflexion à l'entrée du résonateur TEM en fonction des capacités d'extrémités  $C_S$  et d'adaptation  $C_M$  ( $f = 400$  Mhz,  $l = 0.2 \lambda_0$ ).

Comme le montre la figure 4.7, en faisant varier la capacité d'adaptation  $C_M$  et les réseaux de condensateurs  $C_S$  et  $C_L$  connectés aux extrémités du résonateur TEM BCR, différents niveaux de réflexion sont obtenus à la fréquence 400 MHz. Le point  $P_1$  indiqué sur la figure 4.7 et qui donne un niveau de réflexion de -101.36 est le plus intéressant.

La figure 4.8 affiche la variation du coefficient de réflexion  $S_{11}$  au niveau du port d'excitation en fonction de la capacité d'adaptation  $C_M$ , ceci pour une valeur de 1.09 pF de la capacité des réseaux de condensateurs connectés aux extrémités du résonateur et une longueur de ce dernier de  $0.2\lambda_0$ .

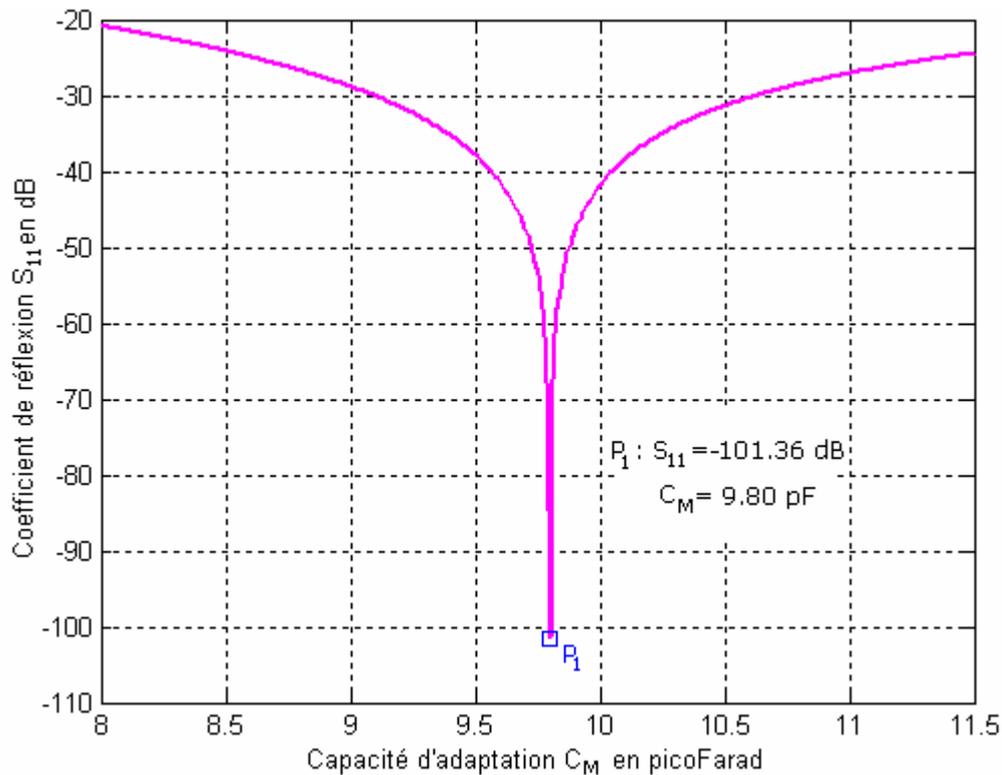


Figure 4.8 : Dimensionnement de la capacité d'adaptation  $C_M$  du résonateur TEM ( $f = 400$  Mhz,  $C_S = 1.09$  pF,  $l = 0.2\lambda_0$ ).

Sachant que la fréquence de résonance choisie est 400 MHz, la figure ci-dessus indique au point  $P_1$  un minimum de réflexion de -101.36 dB pour une capacité d'adaptation  $C_M$  égale à 9.8 pF. Pour ajuster l'adaptation du résonateur à la valeur souhaitée, nous avons fixé la valeur de la capacité des condensateurs d'extrémités de la sonde résonatrice à 1.09 pF (valeur optimale indiquée sur la figure 4.7) alors que sa longueur est réglée à  $0.2\lambda_0$ . Une fois la valeur de la capacité d'adaptation  $C_M$  fixée, nous avons pour la suite varié la valeur de la capacité des condensateurs d'extrémité, ceci pour constater son effet sur le coefficient de réflexion  $S_{11}$  du port d'excitation du résonateur TEM BCR. La figure 4.9 montre la variation du coefficient  $S_{11}$  en fonction de la valeur des capacités  $C_S$  et  $C_L$  des réseaux de condensateurs connectés aux extrémités du résonateur

pour une capacité d'adaptation de 9.80 pF et la même valeur de la longueur du résonateur, c'est-à-dire  $0.2\lambda_0$ .

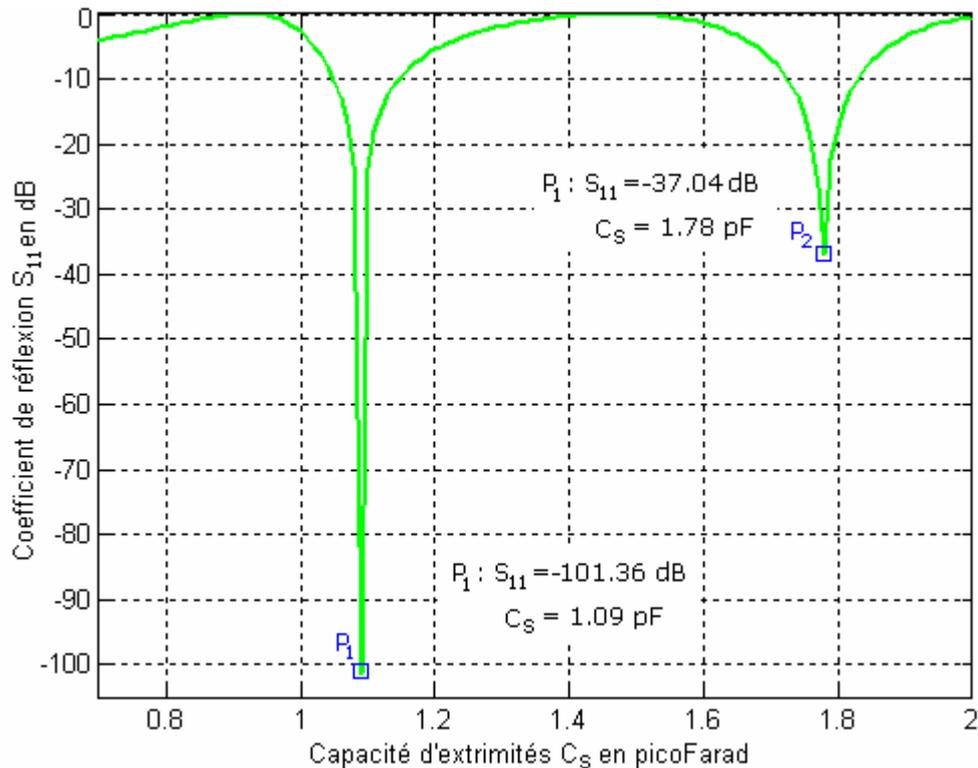


Figure 4.9 : Dimensionnement des capacités d'extrémités  $C_S$  du résonateur TEM ( $f = 400$  Mhz,  $C_M = 9.80$  pF,  $l = 0.2 \lambda_0$ ).

La figure ci-dessus montre le spectre de résonance du coefficient de réflexion en fonction de la capacité des condensateurs d'extrémités  $C_S$  et  $C_L$ . A la fréquence de résonance de 400 MHz, une capacité d'adaptation de 9.8 pF et une longueur  $l$  de  $0.2\lambda_0$ , la sonde TEM BCR offre deux points de résonance un à -101.36 dB et l'autre à -37.04 dB. Le point  $P_1$  indiqué sur la figure 4.9 offre le minimum de réflexion du port d'excitation pour une capacité  $C_S$  égale à 1.09 pF

Les figures 4.7, 4.8 et 4.9 constituent des outils d'optimisation de la réponse fréquentielle du résonateur TEM BCR que nous voulons concevoir pour une RMN de 9.4 T. La figure 4.10 montre la simulation du coefficient de réflexion  $S_{11}$  en balayant en fréquence le port RF, ce spectre en fréquence est effectué pour  $C_M = 9.80$  pF,  $C_S = 1.09$  et  $l = 0.2\lambda_0$ . Le tableau 4.2 liste les fréquences de résonance et les niveaux de réflexion associés aux huit modes résonnants.

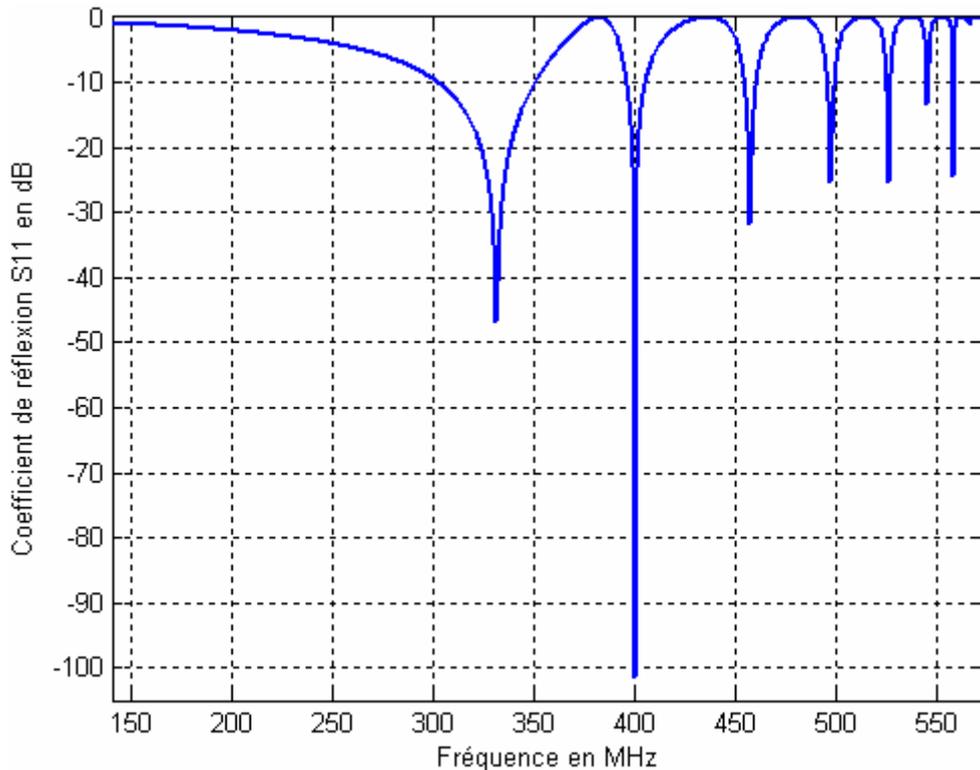


Figure 4.10 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM au champ de 9.4 Tesla.

Modes	Fréquences	$S_{11}$ en dB
1	331	-46.74
2	400	-101.35
3	457	-31.64
4	497	-25.23
5	526	-25.46
6	545	-13.24
7	558	-24.46
8	566	-1.15

Tableau 4.2 : Modes résonants du résonateur TEM.

Comme montré sur la figure 4.10 et listé sur le tableau 4.2, le mode d'intérêt qui se produit à 400 Mhz c'est-à-dire pour une IRM au champ de 9.4 T offre le minimum de réflexion au port d'excitation du résonateur TEM BCR. A l'exception des modes 6 et 8 qui produisent des niveaux de réflexion supérieurs à  $-15$  dB tous les autres modes offrent des niveaux de réflexions très appréciables.

#### 4.4.2 Ajustement de la fréquence de résonance

Lors de la conception du résonateur TEM BCR, la recherche de la valeur la plus précise de la capacité des condensateurs connectés aux extrémités du

résonateur est nécessaire pour positionner la réponse fréquentielle du port d'excitation de la sonde résonnatrice TEM BCR à la fréquence de résonance désirée. La figure ci-dessous affiche les spectres de fréquences qu'on a obtenu pour 3 valeurs de la capacité des condensateurs d'extrémités.

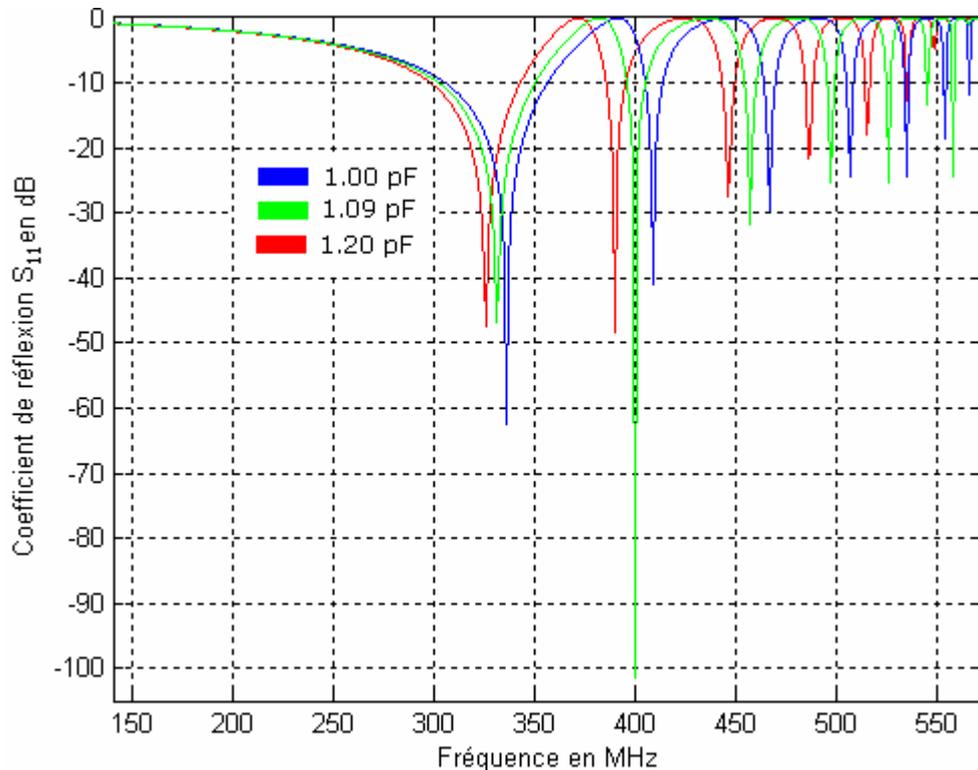


Figure 4.11 : Réponses fréquentielles du résonateur TEM pour différentes valeurs des capacités d'extrémités  $C_S$  ( $C_M = 9.8$  pF,  $l = 0.2\lambda_0$ ).

Comme montré sur la figure ci-dessus, la réponse fréquentielle du port d'excitation de la sonde résonnatrice TEM BCR est décalée de 10 MHz de part et d'autre de la fréquence de résonance 400 MHz pour laquelle le résonateur est conçu. Ce décalage conséquent est obtenu pour une minime variation de la capacité des condensateurs d'extrémités  $C_S$  et  $C_L$ .

#### 4.4.3 Réglage du niveau d'adaptation

L'obtention d'un minimum de réflexion au niveau du port d'excitation du résonateur TEM BCR, constitue un facteur de quantification du degré d'adaptation de ce résonateur. Les figures 12, 13 et 14 affichent les niveaux d'adaptation du résonateur TEM BCR à 16 lignes microrubans pour différentes valeurs de la capacité d'adaptation  $C_M$ .

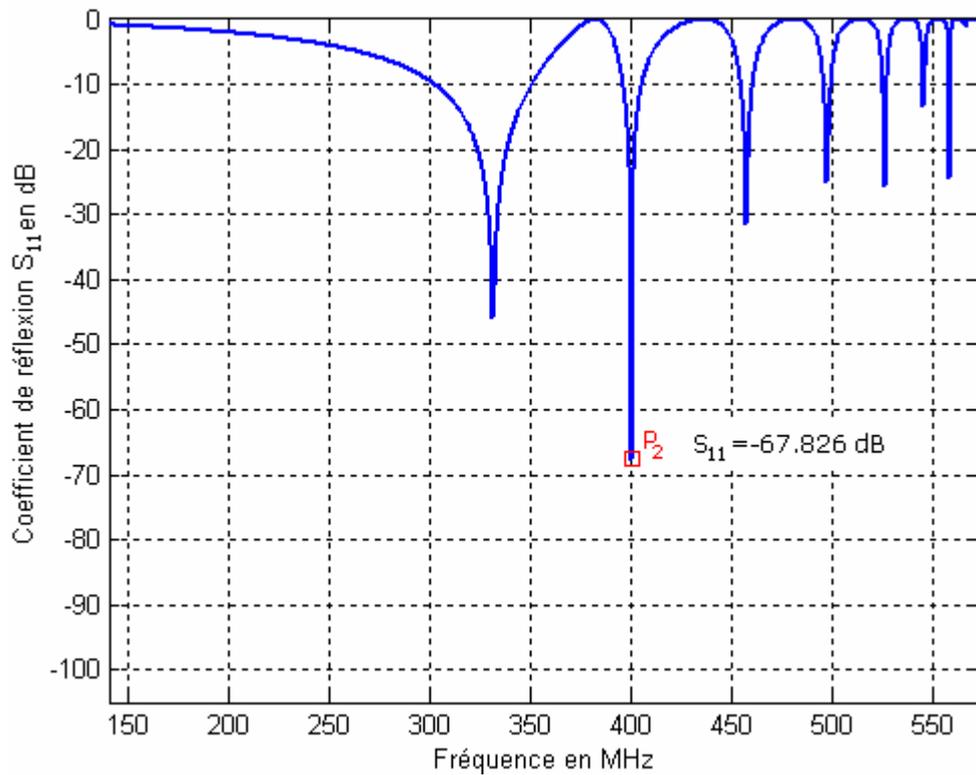


Figure 4.12 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour  $C_M = 9.79$  pF ( $C_S = 1.09$  pF,  $l = 0.2\lambda_0$ ).

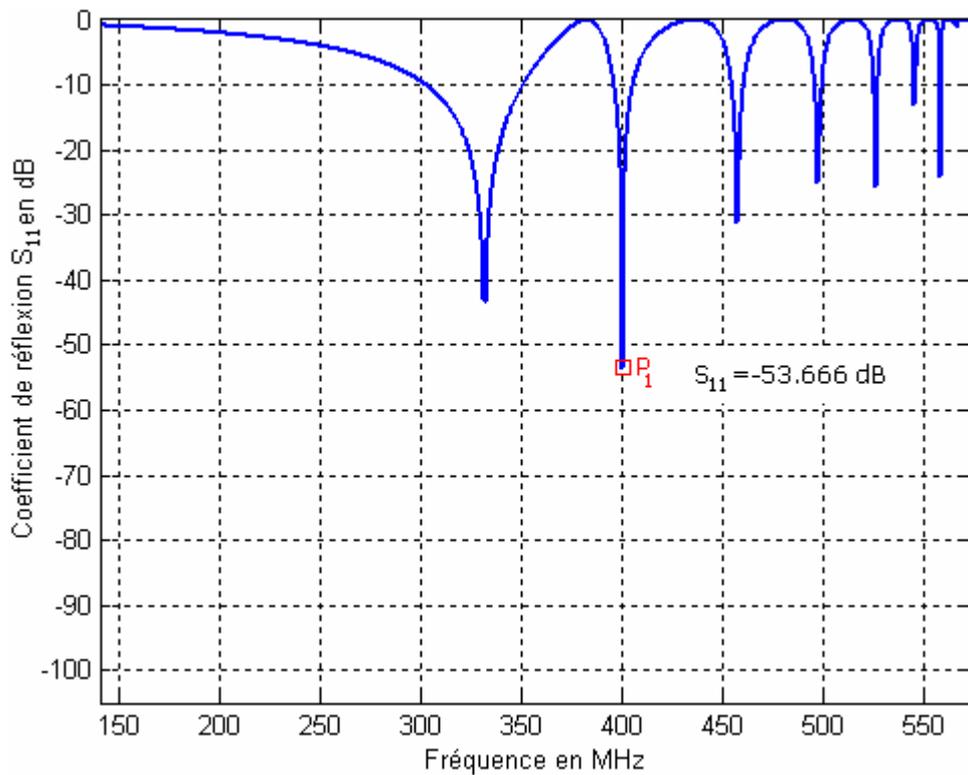


Figure 4.13 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour  $C_M = 9.75$  pF ( $C_S = 1.09$  pF,  $l = 0.2\lambda_0$ ).

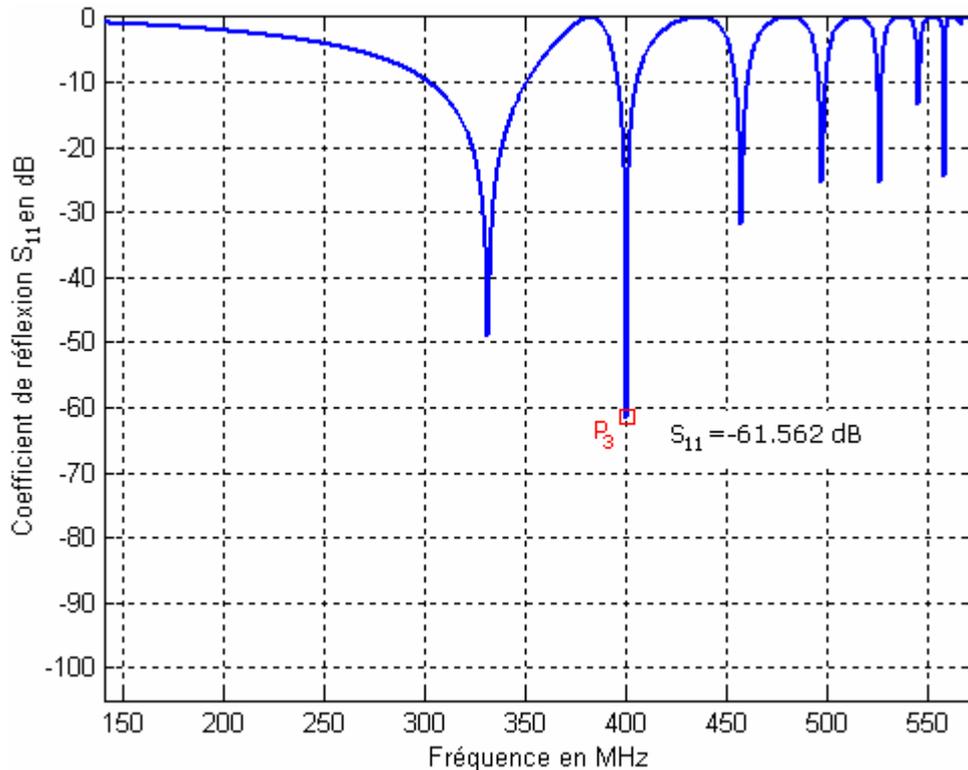


Figure 4.14 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour  $C_M = 9.82$  pF ( $C_S = 1.09$  pF,  $l = 0.2\lambda_0$ ).

Les figures 4.12, 4.13 et 4.14 montrent que pour des valeurs constantes de la capacité des condensateurs d'extrémités  $C_S$ ,  $C_L$  et de la longueur  $l$  du résonateur TEM BCR à 16 lignes microrubans, un niveau de réflexion du port d'excitation variable est obtenu pour différentes valeurs de la capacité d'adaptation  $C_M$ . Le fonctionnement le plus optimal du résonateur TEM BCR à 16 lignes microrubans est celui qui permet d'obtenir le spectre de résonance de la figure 4.10 c'est-à-dire pour  $C_M = 9.80$  pF,  $C_S = 1.09$  et  $l = 0.2\lambda_0$ .

#### 4.4.4 Influence de la longueur du résonateur

Les condensateurs d'extrémités  $C_S$  et  $C_L$  ne constituent pas les seuls paramètres de fixation de la fréquence de résonance de la sonde résonatrice TEM BCR à 16 lignes microrubans, l'autre paramètre d'ajustement de la fréquence de résonance est la longueur  $l$  du résonateur. Les figures 4.15, 4.16, et 4.17 montrent le spectre de résonance du port d'excitation pour différentes valeurs de la longueur  $l$  de la sonde et une optimisation de la valeur de la capacité  $C_S$  et  $C_L$  des condensateurs d'extrémités et d'adaptation  $C_M$ . La figure 4.18 affiche la réponse fréquentielle pour différentes valeurs de la longueur  $l$  de la sonde TEM BCR et

des valeurs constantes de la capacité  $C_S$  et  $C_L$  des condensateurs d'extrémités et d'adaptation  $C_M$ .

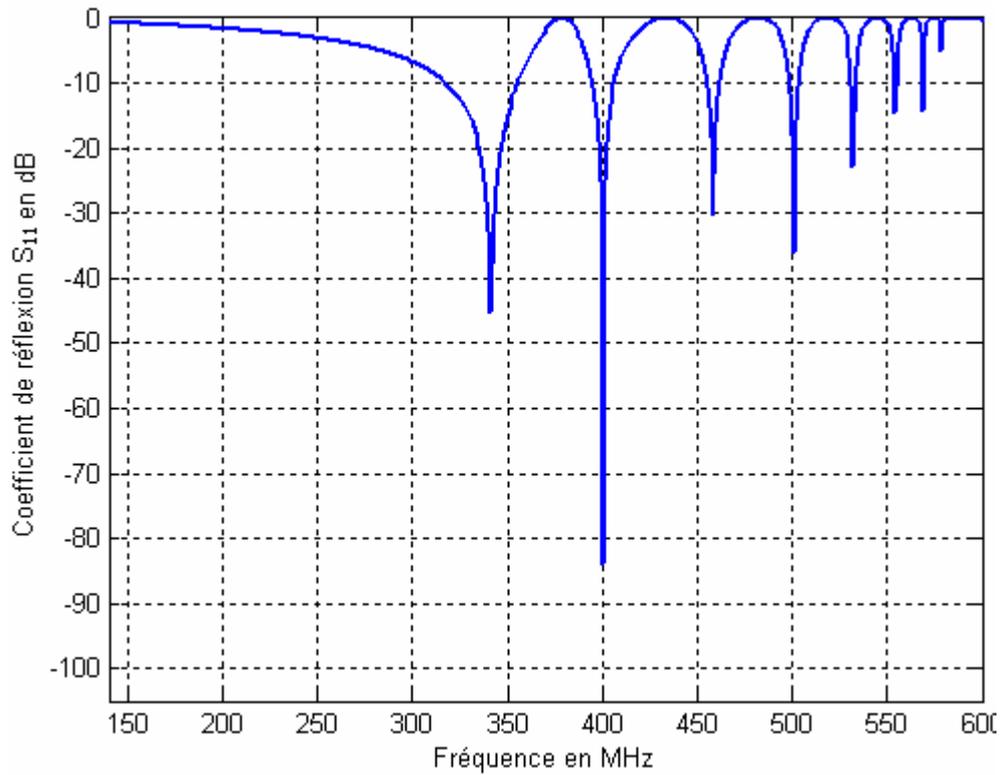


Figure 4.15 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour  $l = 0.1867\lambda_0$  ( $C_S=1.32$  pF,  $C_M = 8.19$  pF).

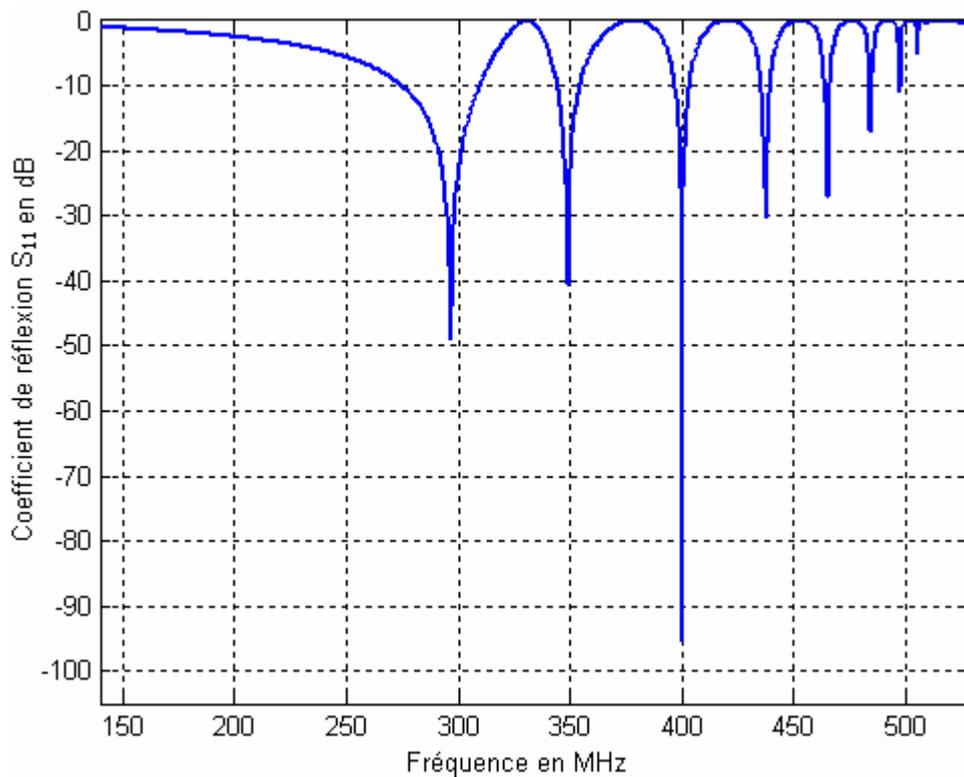


Figure 4.16 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour  $l = 0.2133\lambda_0$  ( $C_S=1.52$  pF,  $C_M = 9.99$  pF).

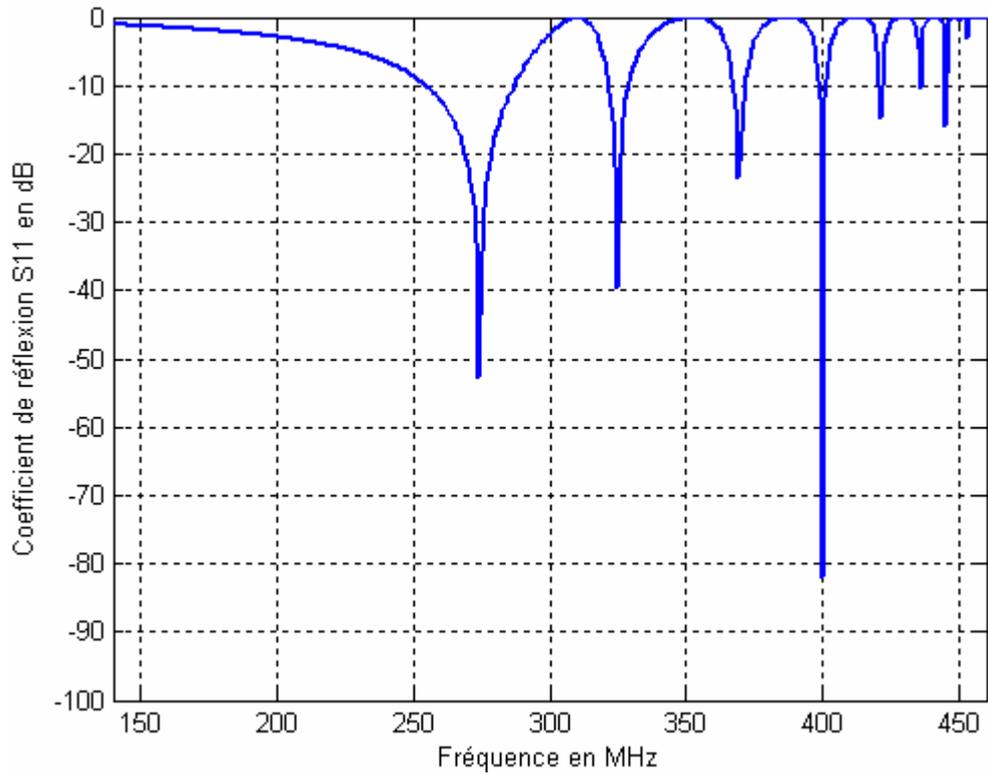


Figure 4.17 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM pour  $l = 0.2573\lambda_0$  ( $C_S = 1.20$  pF,  $C_M = 9.04$  pF).

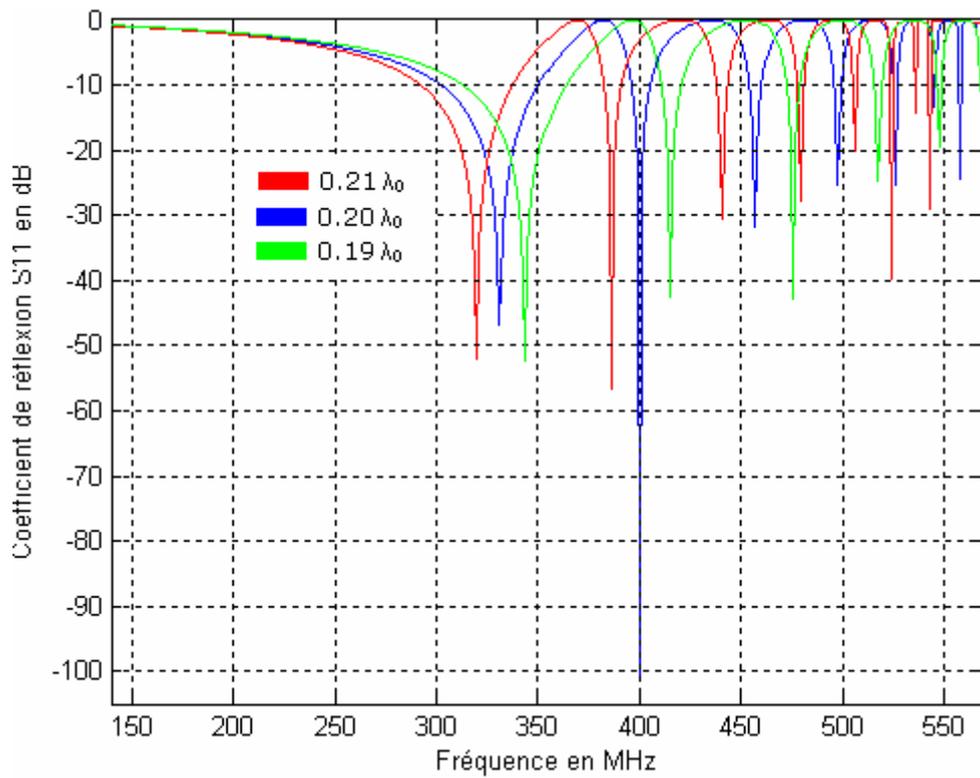


Figure 4.18 : Réponses fréquentielles du résonateur TEM pour différentes valeurs de la longueur  $l$  du résonateur ( $C_M = 9.8$  pF,  $C_S = 1.09$  pF).

Les figures 4.15, 4.16, 4.17 montrent qu'un changement de la longueur du résonateur TEM BCR et une optimisation des valeurs des capacités d'extrémités et d'adaptation pour produire un mode de résonance à la fréquence 400 MHz ont un effet sur la disposition et les niveaux de réflexion des modes de résonance. La figure 4.18 montre que pour des valeurs des capacités d'extrémités et d'adaptation constantes c'est-à-dire celles optimisées pour une résonance à 400 MHz, un changement de la longueur a pour effet de décaler le spectre de résonance de la sonde résonnatrice TEM BCR de part et d'autre de la fréquence du mode d'intérêt qui se produit à 400 MHz.

#### 4.5 Validation du modèle LMC

Pour valider le modèle distribué de la ligne multiconducteur, un modèle à circuits localisés équivalent au résonateur TEM BCR est développé pour la comparaison. Dans ce modèle les rubans conducteurs couplés de la sonde résonnatrice TEM BCR sont considérés comme des inductances avec couplage mutuel entre elles. Les extrémités de ces inductances sont reliées à la masse par des condensateurs localisés, formant ainsi un circuit LC résonant. Le modèle équivalent en circuits localisés du résonateur TEM BCR est montré sur la figure ci-dessous.

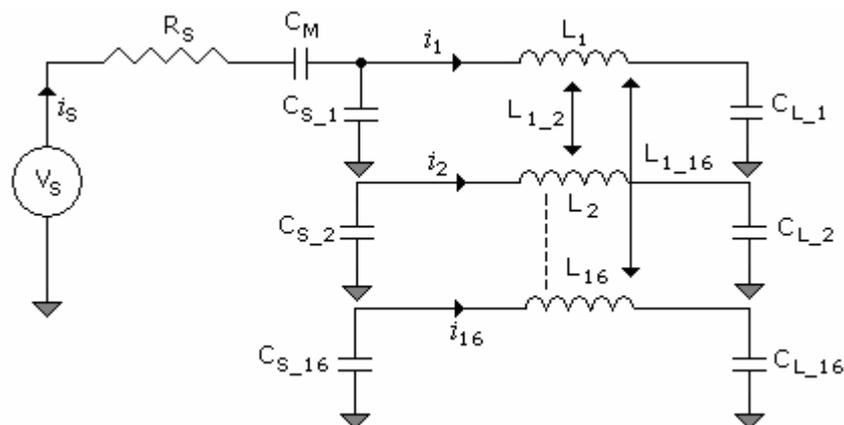


Figure 4.19 : Circuit équivalent en éléments localisés du résonateur TEM.

Pour que le modèle localisé soit compatible au modèle LMC, les mêmes suppositions du champ TEM du modèle LMC sont prises pour le modèle localisé. Cela veut dire que les inductances propres et mutuelles du circuit localisé sont obtenues en multipliant la matrice inductance par unité de longueur du modèle LMC par la longueur du résonateur, les composants d'extrémités et le circuit

d'excitation restent inchangés. Les lois de Kirchhoff nous permettent d'établir les équations reliant les courants et les tensions à l'entrée du circuit, ces équations sont écrites sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega C_{S\_1}} + Z_{11} + \frac{1}{j\omega C_{L\_1}} & Z_{1,2} & \dots & \dots & Z_{1,16} & \frac{1}{j\omega C_{S\_1}} \\ Z_{2,1} & \frac{1}{j\omega C_{S\_2}} + Z_{2,2} + \frac{1}{j\omega C_{L\_2}} & \dots & \dots & Z_{2,16} & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \dots & \cdot & \cdot \\ Z_{16,1} & Z_{16,2} & \dots & \dots & \frac{1}{j\omega C_{S\_16}} + Z_{16,16} + \frac{1}{j\omega C_{L\_16}} & 0 \\ -\frac{1}{j\omega C_{S\_1}} & 0 & \dots & \dots & 0 & R_S + \frac{1}{j\omega C_M} + \frac{1}{j\omega C_{S\_1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ i_{16} \\ i_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ V_S \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Avec la matrice  $Z = jL\omega l$

La résolution du système d'équations (4.13) permet la détermination de l'impédance à l'entrée du port d'excitation du modèle localisé du résonateur TEM BCR et ainsi de déterminer le coefficient de réflexion  $S_{11}$  à l'entrée de ce port.

#### 4.5.1 Résonateur TEM BCR à 9.4 Tesla

Les valeurs des capacités d'extrémités  $C_S$  et  $C_L$  et d'adaptation  $C_M$  sont les mêmes pour les deux modèles, alors que la matrice réactive  $Z$  est obtenue par multiplication de la matrice inductance  $L$  du modèle distribué par la longueur  $l$  du résonateur TEM BCR à 16 lignes microrubans. La figure 4.20 donne la réponse fréquentielle du coefficient de réflexion  $S_{11}$  du modèle localisé d'une sonde conçue pour une RMN de 9.4 T, alors que le tableau 4.3 compare les caractéristiques des modes résonnants du modèle de la lignes multiconducteur LMC (spectre de fréquence de la figure 4.10) avec le modèle localisé de la sonde résonnatrice TEM BCR (figure 4.20).

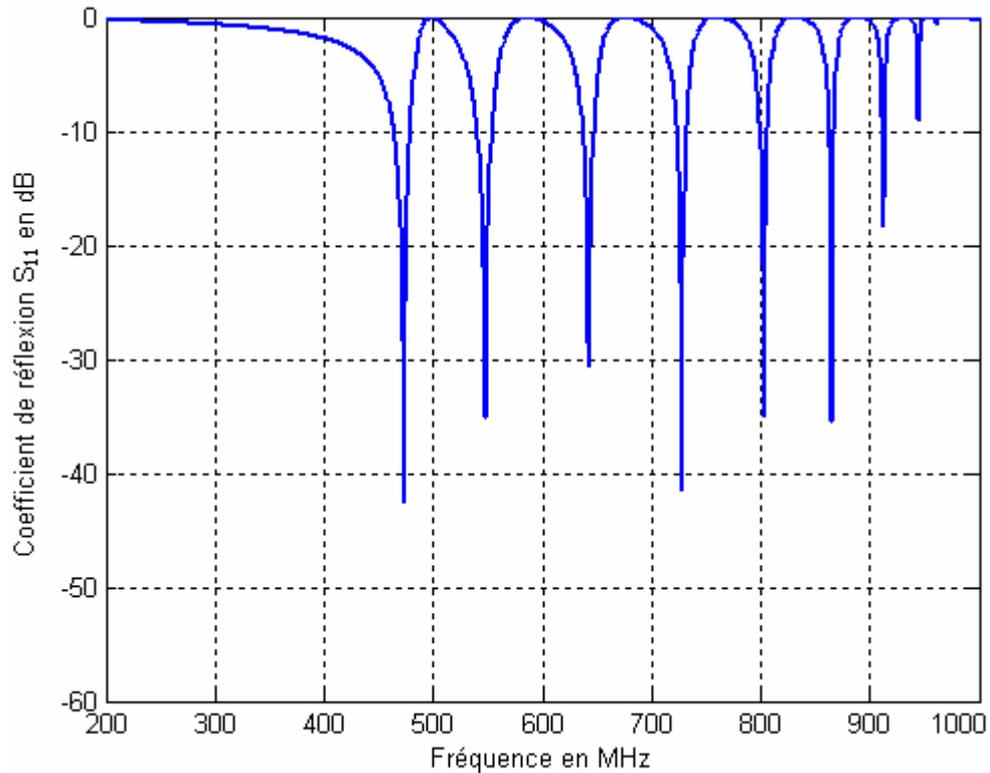


Figure 4.20 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM en circuits localisés au champ de 9.4 Tesla ( $C_M = 9.80$  pF,  $C_S = 1.09$ ).

Modes	Fréquences (MHz)		S <sub>11</sub> (dB)	
	LMC	Localisé	LMC	Localisé
1	331	473	-046.74	-42.58
2	400	548	-101.35	-35.09
3	457	643	-031.64	-30.60
4	497	728	-025.23	-41.50
5	526	803	-025.46	-34.98
6	545	865	-013.24	-35.58
7	558	912	-024.46	-18.32
8	566	944	-001.15	-09.00

Tableau 4.3 : Comparaison des modèles LMC et localisé d'une sonde TEM BCR pour une expérience RMN au champ de 9.4 Tesla.

La fréquence de résonance du mode 1 pour le modèle localisé diffère exactement de 142 MHz du modèle de la ligne multiconducteur LMC, alors que pour le mode d'intérêt qui se produit à la fréquence de 400 MHz cette différence est de 148 MHz. Cet écart en fréquence devient plus conséquent pour les modes supérieurs, et atteint 378 MHz pour le huitième mode.

#### 4.5.2 Résonateur TEM BCR à 3 Tesla

En haut champ le modèle en composants localisés équivalent au résonateur TEM BCR présente un spectre de résonance divergent de celui du modèle LMC. Dans ce qui suit nous nous sommes intéressés au cas où le résonateur est utilisé pour résonner à une fréquence de 128 MHz. Les capacités d'extrémités et d'adaptation ainsi que la longueur de la sonde résonnatrice optimisées pour que le port d'excitation du résonateur présente le minimum de réflexion à la fréquence de résonance de 128 MHz sont :

Longueur du résonateur TEM BCR :  $l = 0.064\lambda_0$ ,

Capacités d'extrémités  $C_S = C_L = 15.11$  pF,

Capacité d'adaptation  $C_M = 22.87$  pF.

Les figures 4.21 et 4.22 donnent les réponses fréquentielles du coefficient de réflexion  $S_{11}$  des modèles de la ligne multiconducteur LMC et localisé respectivement, alors que le tableau 4 compare les caractéristiques des modes résonnants des deux modèles.

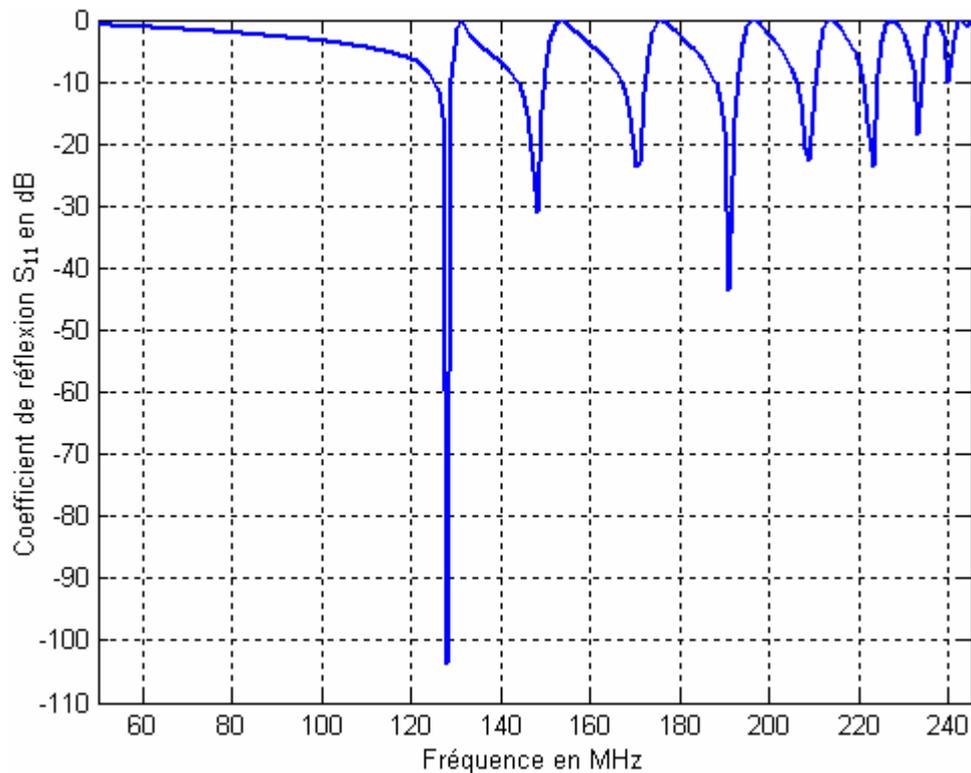


Figure 4.21 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM BCR au champ de 3 Tesla ( $l = 0.064\lambda_0$ ,  $C_S = 15.11$  pF,  $C_M = 22.87$  pF).

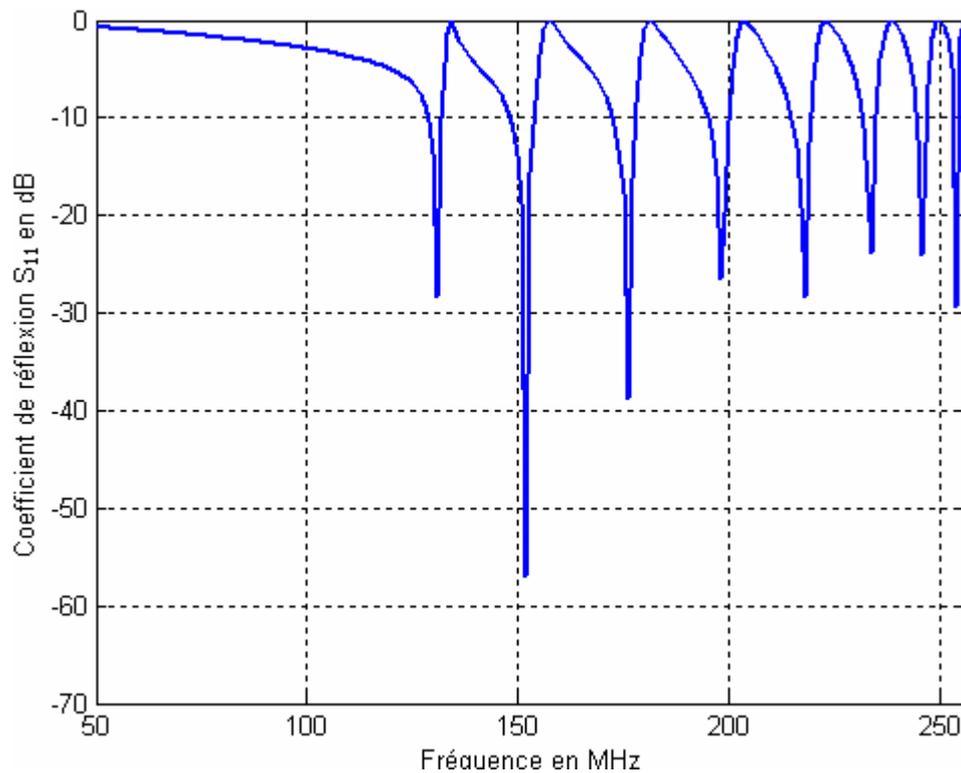


Figure 4.22 : Réponse fréquentielle du résonateur TEM en circuits localisés au champ de 3 Tesla ( $C_S=15.11$  pF,  $C_M = 22.87$  pF).

Modes	Fréquences (MHz)		$S_{11}$ (dB)	
	LMC	Localisé	LMC	Localisé
1	128	131	-103.69	-28.27
2	148	152	-31.20	-57.02
3	170	176	-23.76	-38.73
4	191	198	-43.50	-26.50
5	209	218	-22.66	-28.37
6	223	234	-23.54	-24.00
7	233	246	-18.47	-24.07
8	240	254	-10.16	-29.41

Tableau 4.4 Comparaison des modèles LMC et localisé d'une sonde TEM BCR pour une expérience RMN au champ de 3 Tesla

La figure 4.22 et la tableau 4.4 montrent que le modèle en circuit localisé que nous avons développé pour la sonde TEM BCR à 16 lignes microrubans opérant à une fréquence relativement basse de 128 MHz, présente un spectre de résonance très proche du celui donné par le modèle LMC affiché sur la figure 4.21. L'écart

en fréquence pour le mode d'intérêt est de 3 MHz alors qu'il était de 148 MHz au champ de 9.4 T, cet écart augmente pour les modes supérieurs en atteignant 14 MHz pour le huitième mode, mais reste appréciable comparativement à celui obtenu pour le champ de 9.4 T est qui est de 378 MHz pour le même mode.

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre le modèle de la ligne multiconducteur LMC a été développé et implémenté avec succès pour analyser et concevoir une sonde résonatrice TEM BCR à 16 lignes micro rubans non chargé pour l'imagerie de petits animaux à 9.4 T. Le modèle LMC a été appliqué à un système de petit calibre, ses bases théoriques et leurs implémentations permettent d'évaluer le spectre de résonance du résonateur TEM BCR. La fréquence de résonance du mode 1 peut être ajustée au moyen des condensateurs d'extrémités alors que le niveau d'adaptation du résonateur est réglé au moyen du condensateur alimenté par la source RF. Cependant, la modélisation des résonateurs RF en hauts champs magnétiques exige une approche physique qui va au-delà des concepts conventionnels des circuits localisés, la simulation de la réponse fréquentielle du modèle en circuits localisés pour une RMN de 400 MHz montre un écart considérable avec celle du modèle de la ligne multiconducteur LMC, ce qui ne permet d'affirmer de l'utilité du modèle distribué.

## **Conclusion générale**

---

Dans cette thèse, nous avons présenté une approche numérique pour la modélisation des résonateurs TEM destinés à l'imagerie RMN en utilisant les méthodes des éléments finis (MEF) et de la ligne multiconducteur (LMC). La MEF sous l'environnement Flexpde nous permet de quantifier numériquement les effets inductifs et capacitifs des sondes résonatrices TEM BCR, ces effets sont sous formes de matrices inductance [L] et capacité [C]. Ces matrices sont par la suite utilisées dans le logiciel que nous avons conçu sous l'environnement Matlab pour fournir la réponse en fréquences du port d'excitation des résonateurs TEM, ce logiciel basé sur le modèle LMC tient compte du phénomène de propagation des courants et des tensions le long des lignes couplées des résonateurs. Pour appuyer l'utilité de notre implémentation nous avons simulé les réponses fréquentielles de quelques résonateurs TEM BCR avec le logiciel MATPAR et à titre comparatif nous avons effectué les mêmes simulations avec le logiciel que nous avons conçu. L'ajustement des valeurs des capacités d'extrémités et d'adaptation du résonateur nécessite plusieurs essais avec le logiciel MATPAR, alors que notre logiciel opère de façon itérative pour positionner le spectre du résonateur à la fréquence de résonance choisie et au minimum de réflexion. En plus, le logiciel MATPAR ne permet la simulation que des résonateurs TEM et quasi-TEM BCR à 8 conducteurs au maximum, alors que dans le cas de notre logiciel il n'existe pas de limitation du nombre de conducteurs du résonateur.

Les travaux réalisés dans cette thèse sont résumés comme suit :

- ✓ Caractérisation des paramètres électromagnétiques du résonateur TEM à rubans symétriques.
- ✓ Caractérisation des paramètres électromagnétiques du résonateur TEM cage d'oiseau BCR à 12 lignes micro rubans.
- ✓ Conception d'une sonde résonatrice TEM BCR à 8 lignes micro rubans fonctionnant pour un champ d'imagerie de 4.7 T.
- ✓ Conception d'une sonde résonatrice TEM BCR à 8 conducteurs coaxiales fonctionnant aux champs d'imagerie RMN de 4.7 T et 11.74 T.
- ✓ Optimisation d'une sonde résonatrice TEM BCR inhomogène à 16 lignes micro rubans résonnant à la fréquence de 400 MHz (imagerie protonique au champ de 9.4 T).

À partir des simulations du résonateur BCR TEM inhomogène à 16 lignes micro rubans, nous avons pu déterminer avec précision la valeur optimale des capacités d'ajustement de sa fréquence de résonance et d'adaptation de son port d'excitation. Pour valider l'optimisation de la sonde résonatrice TEM BCR inhomogène à 16 lignes micro rubans effectuée avec le logiciel que nous avons conçu avec la méthode LMC, nous avons développé un modèle à éléments localisés, ce modèle est grossièrement inexact à la fréquence de résonance de 400 MHz et se rapproche du modèle LMC dans la cas d'une résonance à 200 MHz. Le modèle localisé est donc très bien adapté pour la modélisation des résonateurs TEM dans les cas où leurs dimensions sont petites par rapport à la longueur de l'onde en espace libre à la fréquence de travail. Il devient divergent aux fréquences plus élevées où la longueur d'onde en espace libre devient comparable aux dimensions du résonateur, en conséquence, le modèle localisé ne peut être utilisé dans l'imagerie RMN en haut champ.

Les Sondes résonatrices ont été caractérisées grâce au développement d'outils numériques puissants et efficaces basés sur la MEF et la méthode LMC. Les résultats confrontés à ceux obtenus avec d'autres méthodes et logiciels affichent un bon accord et nous permettent d'affirmer de la validité de notre technique de modélisation.

En perspectives, ces travaux seront élargis à la:

- ✓ Réalisation de la sonde BCR à 16 lignes micro rubans avec des tests pratiques du spectre fréquentiel de son port d'excitation.
- ✓ Caractérisation de sondes résonatrices volumiques de formes complexes, adaptées aux anatomies des tissus biologiques à imager.
- ✓ Conception de résonateurs BCR inhomogènes à pertes conducteurs et diélectriques pour l'imagerie des anatomies humaines.

Signalons enfin que l'ensemble des travaux accomplis dans cette thèse entrent dans le cadre d'un projet national de recherche (PNR) dont je suis membre, projet intitulé :

- «Caractérisation électromagnétique de résonateurs inhomogènes de formes complexes pour la conception, l'optimisation et la réalisation de sondes IRM fonctionnant au-delà de 400 MHz», projet PNR : Energie et Techniques Nucléaires, agréé à partir du 02/05/2011.

Les résonateurs étudiés dans cette thèse ont fait l'objet de 2 publications et d'une communication internationale.

## Liste des publications

---

## Publications Internationales

**R. BOUHMIDI**, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED and M. KHELIF, «Design coupled microstrip resonators for MRI», *Microwaves & RF*, Vol. 46, N°3, March 2007, pp. 59-66.

<http://www.mwrf.com/Article/ArticleID/15087/15087.html>

**R. BOUHMIDI**, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED and F.T. BENDIMERAD, «Microstrip Quasi-TEM Resonator for Magnetic Resonance Imaging at High Field of 8T», *International Journal of Microwaves Applications*, vol. 2, no2, pp. 99-103, March-April 2013.

ISSN 2320-2599

<http://warse.org/pdfs/2013/ijma12222013.pdf>

K. ALIANE, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, **R. BOUHMIDI** and F.T. BENDIMERAD, «Analysis and Design of a Quasi-TEM Slotted Tube Resonator for UHF-MRI», *International Journal of Modern Engineering Research (IJMER)*, Vol.2, Issue.2, Mar-Apr 2012, pp-233-238.

ISSN: 2249-6645

[www.ijmer.com](http://www.ijmer.com)

Y. BEKRI, N. BENAHMED, N. BENABDALLAH, **R. BOUHMIDI** and F.T. BENDIMERAD, «Finite Element Analysis and Design of a Microwave Rectangular Partially Filled Coaxial Coupler with Square Inner Conductors for High Power Applications», *Lecture Notes in Information Technology*, 2012.

ISSN: 2070-1918

<http://www.ier-institute.org/2070-1918.html>

S. SEGHIER, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, N. BENMOSTEFA and **R. BOUHMIDI**, «Accurate closed-form formulas for the electromagnetic parameters of squared coaxial lines», *International Journal of Electronics and Communications*, (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik (AEÜ)), Vol. 62, N°5 April 2008, pp.395-400, doi: 10.1016/j.aeue.2007.05.010

<http://www.sciencedirect.com>

N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, S. SEGHIER and **R. BOUHMIDI**, «Sliced coaxial cables form compact couplers», *Microwaves and RF*, Vol. 46, N°7 July 2007, pp.90-94.

<http://www.mwrf.com/Articles/ArticleID/16046/16046.html>

## Communications Internationales

**R. BOUHMIDI**, N. BENAHMED, N. BENABDALLAH, K. ALIANE , S.M. MERIAH and F.T. BENDIMERAD, «Optimization of a Transverse Electromagnetic Resonator for Magnetic Resonance Imaging at High Field of 9.4 T», in *Proc. IEEE Conf. Engineering and Technology (S-CET)*, 2012 Spring Congress on Components,

Circuits, Devices & Systems, doi 10.1109/SCET.2012.6342152, ISBN: 978-1-4577-1965-3, 2012.

K. ALIANE, N. BENAHMED, N. BENABDALLAH, **R. BOUHMIDI**, S.M. MERIAH and F.T. BENDIMERAD, «Analysis and Design of a 12-Element Coupled-Microstrip-Line quasi-TEM Resonator for MRI», in Proc. IEEE Conf. Engineering and Technology (S-CET), 2012 Spring Congress on Components, Circuits, Devices & Systems, doi 0.1109/SCET.2012.6342148, ISBN: 978-1-4577-1965-3, 2012

N. BENAHMED, N. BENABDALLAH, **R. BOUHMIDI**, Y. BEKRI, S. SEGHIER and F.T. BENDIMERAD, «Accurate Closed-form Formulas for the Electromagnetic Parameters of 50  $\Omega$  Micromachined Microstrip Directional Couplers», in Proc. IEEE Conf. Ninth International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices, 2012.

## Références bibliographiques

---

- [1] F. Bloch, W. Hansen, M. Packard, «Resonance absorption by nuclear magnetic moment in a solid», *Physical Review*, vol. 69, pp. 37–48, 1946.
- [2] E. M. Purcell, H. Torrey, R. Pound, «Nuclear induction experiment», *Physical Review*, vol. 70, pp. 474–485, 1946.
- [3] P. Slichter, «Principles of magnetic resonance», Springer, New York, 3<sup>rd</sup> edition, 1996.
- [4] B. Kastler, D. Vetter, «Comprendre l'IRM, Manuel d'auto-apprentissage», Elsevier Masson, 2006.
- [5] M. Meadows, «Precession and Sir Joseph Larmor», *Concept Magnetic Res*, vol. 11, pp. 239-241, 1999.
- [6] A. M. Bernard, J. D. De Centaines, J. J. Le jeune, «Résonance Magnétique Nucléaire», Masson, 1987.
- [7] C. Guinet, J. Grellet, «Introduction à l'IRM, de la théorie à la pratique», Masson, 1992.
- [8] J. Jin, «Electromagnetic Analysis and Design in Magnetic Resonance Imaging», CRC press LLC, Florida, 1999
- [9] C. Kaut, «MRI Workbook for technologists», Raven Press, 1992
- [10] A. Oppelt, T. Grandke, «Magnetic Resonance Imaging», *Superconductor Science and Technology*, Vol. 6, pp 381-395, 1993.
- [11] [http://irmfmrs.free.fr/formation/cours\\_irm/cours\\_irm.htm](http://irmfmrs.free.fr/formation/cours_irm/cours_irm.htm)
- [12] <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/>
- [13] K. Aliane, «Analyse numérique des résonateurs BCR, STR et SER inhomogènes, Application à la conception de sondes IRM», Thèse de Doctorat, Université de Tlemcen, Algérie, 2012.
- [14] O. Aghogho, «A Method Of Moments Approach For The Design Of RF Coils For MRI », Thèse de Doctorat PHD, WPI Massachusetts, USA, 2008.
- [15] I. Tatsuo, «Numerical Techniques For Microwave And Millimeter-Wave Passive Structures», New York, John Wiley, 1989.
- [16] C. Anastasis, «Introduction to the Finite Element Method in Electromagnetics», Morgan & Claypool, 2006.
- [17] J. Jianming, «The Finite Element Method in Electromagnetics», New York, John Wiley, 2002.
- [18] H. Anton, I. Bivens, and S. Davis, «Calculus», New York, John Wiley, 7<sup>th</sup> ed, 2002.

- [19] R. S. Varga, «Matrix Iterative Analysis», New Jersey, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962.
- [20] A. M. Bruaset, «A Survey of Preconditioned Iterative Methods», London, UK, Chapman & Hall, 1995.
- [21] R. P. Clayton, «Analysis of Multiconductor Transmission Lines», New York, John Wiley, 2008.
- [22] R. P. Clayton, «Decoupling the Multiconductor Transmission Lines equations » IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques., vol. 44, no. 8, pp. 1429-1440, Août 1996.
- [23] G. Bogdanov and R. Ludwig, «A Coupled microstrip line transverse electromagnetic resonator model for high-field », Journal of Magnetic Resonance Medicine, vol. 47, pp. 579-593, 2002.
- [24] D. Pozar, «Microwave Engineering », New York, John Wiley, 1998.
- [25] N. Benabdallah, «Application de la méthode des moments à l'analyse et la conception de micro et mini sondes IRM», Thèse de Doctorat, Université de Tlemcen, Algérie, 2010.
- [26] A.R. Djordjevic, M. Bazdar, G. Vitosevic, T. Sarkar, and R. Harrington, «Scattering parameters of microwave networks with multiconductor transmission lines», Artech House, Norwood, MA, 1990.
- [27] A.R. Djordjevic, D. Darco, M.C. Goran and T. Sarkan, «Circuit analysis models for multiconductors transmission lines», Artech Housse, 1997.
- [28] [www.pdesolution.com](http://www.pdesolution.com)
- [29] A.R. Djordjevic, «LINRAR and MULTLIN for windows: a new generation of powerful tools for the analysis of multiconductor transmission lines», Faculty of Electrical Engineering, University of Belgrade, pp. 40-47, June 1996.
- [30] R. Ludwig, G. Bogdanov, J. King, A. Allard, and C.F. Ferris, «A dual RF resonator system for high-field functional magnetic resonance imaging of small animals», Journal of Neuroscience Methods, vol. 132, pp. 125-135, 2004.
- [31] JT. Vaughan, HP. Hetherrington, JO. Out, JW. Pan, GM. Pohost, «High frequency volume coils for clinical NMR imaging and spectroscopy, », Magn Reson Med, vol. 32, pp. 206-218, 1994.
- [32] P. Röschmann, «High-frequency coil system for a magnetic resonance imaging apparratus », US patent 4746866, 1988.
- [33] J. Pan, J. Vaughan, R. Kuzniecky, G. Pohost , H. Hetherington, «High resolution neuroimaging at 4.1 T», Magn Reson Imaging, vol. 13, pp. 915-921, 1995.

- [34] N. Benahmed, M. Feham and M. Khelif, «Analysis and design of a coupled coaxial line TEM resonator for magnetic resonance imaging», *Journal of Physics in Medicine and Biology*, vol. 51, pp. 2093-2099, April 2006.
- [35] N. Benabdallah, N. Benahmed, B. Benyoucef, R. Bouhmidi and M. Khelif, «EM analysis of the slotted-tube resonator with circular cross section for MRI applications», *Journal of Physics in Medicine and Biology*, vol. 52, pp. 4943-4952, August 2007.
- [36] N. Benabdallah, N. Benahmed, B. Benyoucef, «Analyzing a resonator for MRI applications», *Microwaves & RF*, vol. 46, no. 11, pp. 92-98, November 2007.
- [37] R. Bouhmidi, N. Benabdallah, N. Benahmed and M. Khelif, «Design coupled microstrip resonators for MRI», *Microwaves & RF*, vol. 46, no. 3, pp. 59-66, March 2007.
- [38] L. W. Anne, L. Darrasse, J. Taquin and M. Sausade, «The slotted cylinder, an efficient probe for NMR imaging», *Journal of Magnetic Resonance Medicine*, vol. 2, pp. 20-28, 1985.
- [39] S. Bobrof and M. J. Mccarth, «Variations on the slotted-tube resonator : Rectangular and elliptical coils», *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, Vol. 17, pp. 783-789, 1999.
- [40] K. Aliane, N. Benahmed, N. Benabdallah, R. Bouhmidi, S.M. MERIAH and F. T. Bendimerad, «Analysis and Design of a 12-Element Coupled-Microstrip-Line quasi-TEM Resonator for MRI», 2012 Spring World Congress on Engineering and Technology China (SCET2012).
- [41] M. C. Leifer, «Theory of the quadrature elliptic birdcage coil», *Journal of Magnetic Resonance Medicine*, vol. 38, pp. 726-732, 1997.
- [42] P. Röschmann, «High-frequency coil system for a magnetic resonance imaging apparatus» US patent 4746866, 1988.
- [43] J. T. Vaughan, HP. Hetherrington, J. O. Out, J.W. Pan, G. M. Pohost, «High frequency volume coils for clinical NMR imaging and spectroscopy» *Magn Reson Med*, vol 32, 1994, pp; 206-218.
- [44] R. Bouhmidi, N. Benabdallah, N. Benahmed and F. T. Bendimerad, «Microstrip Quasi-TEM Resonator for Magnetic Resonance Imaging at High Field of 8T», *International Journal of Microwaves Application, International Journal of Microwaves Applications*, Vol. 2, N<sup>o</sup>.2, pp. 99-103, March – April 2013.
- [45] J. Tropp, «Mutual inductance in the birdcage resonator» *Journal Magnetic Resonance*, 1997.
- [46] R. Bouhmidi, N. Benahmed, N. Benabdallah, K. Aliane, S. M. Meriah, F. T. Bendimerad, «Optimization of a Transverse Electromagnetic Resonator for Magnetic Resonance Imaging at High Field of 9.4 T», 2012 Spring World Congress on Engineering and Technology China (SCET2012).





## Résumé

Dans cette thèse, nous avons réalisé deux outils numériques d'aide à la conception des antennes volumiques de type résonateurs transverse électromagnétiques (TEM) utilisées dans l'imagerie à résonance magnétique nucléaire (IRM). Le premier logiciel que nous avons implémenté sous l'environnement Flexpde qui utilise la méthode des éléments finis (MEF), permet la détermination des paramètres électromagnétiques des antennes étudiées. La complexité de la forme géométrique des résonateurs caractérisés et la difficulté d'une solution analytique justifient l'utilisation de la MEF. Le deuxième logiciel implémenté sous l'environnement Matlab utilise la méthode de la ligne multiconducteur (LMC), cette méthode basée sur les équations de propagation des tensions et des courants sur les lignes couplées du résonateur permet de prédire la réponse fréquentielle du coefficient de réflexion de son port d'excitation radiofréquences (RF), ce qui nous permet d'estimer le niveau d'adaptation de l'antenne pour l'imagerie de petits animaux.

**Mots-clés :** Antenne IRM, résonateur TEM, paramètres électromagnétiques, méthode des éléments finis, lignes de transmission muticonductrices, modes de résonance.

## المخلص

في هذه الأطروحة أنجزنا إثنين من الأدوات الرقمية لتصميم الهوائيات الحجمية من نوع الرنانات الكهرومغناطيسية عرضية (TEM) المستخدمة في التصوير بالرنين المغناطيسي (IRM). البرنامج الأول الذي يعمل تحت بنية (Flexpde) يستخدم طريقة العناصر المنتهية (FEM), يسمح بتحديد الخصائص الكهرومغناطيسية للهوائيات المدروسة, تعقيد الشكل الهندسي وصعوبة إيجاد الحل التحليلي لرنان يبرر استخدام FEM. البرنامج الثاني الذي يعمل في بيئة Matlab يستخدم طريقة الخط الناقل متعدد الأسلاك (LMC), هذا الأسلوب يعتمد على معادلات إنتشار الكومونات والتيارات على الخطوط الرنان لتنبؤ باستجابة التوتر على مدخل الرنان ( $S_{11}$ ) وهذا ما يسمح لنا بتقدير مستوى التكيف للهوائي لتصوير الحيوانات الصغيرة.

**مفاتيح البحث:** هوائي IRM TEM رنان, الخصائص الكهرومغناطيسية EM, طريقة العناصر المنتهية, الناقل متعدد الأسلاك (LMC) وسائط نقل صدى.

## Abstract

In this thesis, we realized two numerical tools to aid to the design of volumic antennas transverse electromagnetic resonators type (TEM) used in magnetic resonance imaging (MRI). The first software that we implemented in Flexpde environment uses the finite element method (FEM), it allows us the determination of the electromagnetic parameters of the studied antennas. The complexity of the geometry of the characterized resonator and the difficulty of analytical solution justifies the use of the FEM. The second software implemented in the Matlab environment uses the multiconductor transmission line method (MTL), this method based on the propagation equations of voltages and currents on the coupled lines of resonator predict the frequency response of the reflection coefficient of its radiofrequency excitation Port (RF), which allows us to estimate the level of adaptation of the antenna for imaging small animals.

**Keywords:** MRI Antenna, TEM resonator, electromagnetic parameters, finites elements method, muticonductor transmission line, resonance modes.