# **INTRODUCTION :**

Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'étudier les propriétés mécaniques et électriques du microlevier piézorésistif. En effet, il constitue un élément de base dans un grand nombre d'applications des microsystèmes.

Le microlevier piézorésistif joue le rôle d'un capteur de force qui transforme généralement une déformation mécanique en un signal électrique. Dans ce chapitre, nous nous proposons de modéliser et de simuler le comportement mécanique du microlevier piézorésistif et d'en déduire sa réponse mécanique et électrique.

Dans une première partie de ce chapitre, nous commençons par rappeler l'architecture générale et le principe de fonctionnement d'un capteur de force piézorésistif. Nous passerons ensuite à l'étude de la réponse mécanique d'un microlevier piézorésistif de forme rectangulaire en faisant une étude statique suivie d'une étude dynamique. Nous finirons cette partie par des simulations par la méthode des éléments finis qui nous permettra d'obtenir la déformation et la répartition des contraintes en fonction de la force appliquée à l'extrémité libre du microlevier ainsi que les différents modes de résonance. L'étude de la distribution des contraintes nous permettra de choisir l'emplacement des piézorésistances afin d'avoir un maximum de sensibilité.

Dans une deuxième partie, nous traiterons la réponse électrique du microlevier piézorésistif en donnant les propriétés électriques du silicium et la variation de la résistance électrique en fonction de la déflexion du microlevier.

Les capteurs piézorésistifs étant très sensibles à la température. Dans la dernière partie, nous présenterons l'influence de ce paramètre physique sur la réponse du microlevier piézorésistif.

### **II.1. Principe de fonctionnement :**

Un capteur de force à détection piézorésistive est un capteur composite (**figure II.1**). Un microlevier constitue le corps d'épreuve qui se déforme sous l'effet d'une force appliquée. Une jauge piézorésistive en surface du corps d'épreuve forme un conditionneur passif qui permet de détecter la déformation du microlevier qui sera transformé en variation de résistance.



Figure II.1 : Structure d'un capteur de force piézorésistif.

# II.2. Réponse mécanique du microlevier piézorésistif :

# II.2.1. Modélisation du microlevier - étude du comportement mécanique :

Nous allons déterminer analytiquement, dans une première étape, le comportement mécanique du microlevier (micropoutre ) utilisé.

La modélisation classique des microleviers est basée sur la modélisation des «consoles » en mécanique. Le terme « console » vient de la mécanique classique et représente un type de structure mécanique particulier correspondant à un parallélépipède encastré rigidement dans un support (ou encastrement) par une seule face [19].

Du fait des écarts importants entre les dimensions du microlevier (épaisseur et largeur très petites devant la longueur), la modélisation des microleviers peut être faite grâce à un modèle unidimensionnel dans lequel les seules contraintes considérées sont celles ayant lieu le long du microlevier. Nous pourrons donc négliger les contraintes transversales.

Le modèle se base sur les paramètres mécaniques des matériaux et utilise plus spécifiquement le module d'Young. Comme la largeur n'est pas forcément suffisamment petite devant la longueur, il faut tenir compte des effets ayant lieu le long de la largeur du microlevier par l'intermédiaire du coefficient de Poisson du matériau.

Ainsi, nous pourrons considérer un module d'Young effectif  $\hat{E}$  lié au module d'Young E et au coefficient de Poisson v par les relations suivantes **[20]** :

- Quand la largeur est suffisamment petite devant la longueur, le module d'Young effectif est donné par :

 $\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{E}$ 

- Quand la largeur est comparable à la longueur et très grande devant l'épaisseur, le module d'Young effectif est donné par :

$$\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{E}/\left(1 - \upsilon^2\right)$$

#### II.2.2. Caractéristiques mécaniques du microlevier utilisé :

#### II.2.2.1 Système d'axes et repère utilisé :

Avant tout, il convient de déterminer le système de coordonnées qui sera utilisé tout au long de la modélisation mécanique des microleviers. En effet, dans ce chapitre, nous utiliserons un repère de coordonnées cartésiennes dont l'origine (x = y = z = 0) sera placée à la base du microlevier au niveau de la face inférieure (**Figure II.2**).



Figure II.2 : Système de coordonnées cartésien utilisé pour les calculs.

## II.2.2.2. Paramètres géométriques :

Lorsque nous évoquons depuis le début le terme de "microlevier", nous considérons en fait une micropoutre encastrée à une extrémité et libre à l'autre, comme illustrée sur la figure II.3. Dans toute la suite, nous considèrerons que la section de la poutre est rectangulaire et constante. Les paramètres géométriques caractérisant le microlevier sont : la longueur de la structure (selon l'axe x) notée L, sa largueur l (selon l'axe y) et l'épaisseur e (selon l'axe z) :



Figure II.3 : Structure de microlevier étudié

### II.2.2.3. Mise en évidence du plan de fibre neutre :

Lorsqu'une micropoutre de type microlevier de section symétrique, est chargée dans une seule direction, il existe un plan appelé plan de fibre neutre où le matériau n'est soumis ni à une compression ni à une extension longitudinale ( $\sigma_1 = 0$ ). Tant que l'on reste dans le domaine de déformations élastiques, le plan de fibre neutre est confondu avec le plan médian de la microstructure considérée. Le niveau  $\bar{z}$  du plan de fibre neutre du microlevier de section homogène est tel que :

$$\bar{z} = \frac{1}{A} \int_{A} z. \, dA \tag{II.1}$$

Avec :

A représente la surface de la section équivalente ; donc : dA = y. dz.

#### **Remarque :**

Les contraintes agissant sur un élément quelconque du microlevier dépendent de sa position par rapport au plan de fibre neutre. En effet, si nous prenons le cas d'une micropoutre de type microlevier, lors de la flexion de cette dernière vers le bas, tous les éléments se trouvant sous le niveau du plan de fibre neutre travailleront en compression ( $\sigma_1 < 0$ ) alors que tous ceux se trouvant au-dessus travailleront en extension longitudinale ( $\sigma_1 > 0$ ).



Figure II.4 : Représentation en une seule dimension du microlevier: (a) en repos - (b) contraint après application de  $F_z$ .

#### II.2.2.4. Calcul du moment quadratique d'inertie de la section du microlevier :

La valeur du moment quadratique d'inertie de la section homogène du microlevier est utile dans la mesure où elle intervient dans le calcul de la raideur ainsi que dans le calcul des contraintes au sein de la jauge piezorésistive.

Le moment quadratique d'inertie ( exprimée en  $m^4$  ) d'un microlevier de section homogène et symétrique est une valeur de nature purement géométrique et est donnée par la relation suivante [21] :

$$I_{z} = \int_{s} z^{2} dA = \int_{0}^{l} \int_{-e/2}^{e/2} z^{2} dz dy$$
(II.2)

L'intégration de l'équation (II.2) donne :

$$I_z = \frac{l.e^3}{12} \tag{II.3}$$

#### II.2.2.5. Moment fléchissant :

Alors que le niveau de fibre neutre et le moment quadratique d'inertie sont des valeurs indépendantes pour une micropoutre de type microlevier, le moment fléchissant (noté  $M_z(x)$  exprimé en N.m) est lié d'une part au type de la structure (microlevier) et à la manière dont la charge est répartie c'est à dire une charge ponctuelle ou répartie sur l'ensemble du corps de la structure.

Dans le cas où la charge est ponctuelle et appliquée au bord du microlevier (**Figure II.5** ), le moment fléchissant peut s'écrire d'après W.C.Young **[22]** :

$$M_z(x) = (L - x).F_z$$
 (II.4)

Figure II.5 : charge ponctuelle  $F_z$  appliquée au bord du microlevier.



La Figure II.6 montre la valeur du moment fléchissant en tout point pour un microlevier de longueur 400  $\mu$ m.



Figure II.6 : Moment fléchissant pour un microlevier de longueur L =400  $\mu$ m dans le cas d'une charge :  $F_z$  = 100 nN et  $F_z$  = - 100 nN

Nous constatons que l'allure de ce moment fléchissant, en fonction de la position, est une droite. La valeur maximale de ce moment  $M_{zmax}$  se trouve donc au niveau de l'encastrement. Cette valeur maximale est d'environ  $4 \times 10^{-11}$  N.m pour une charge ponctuelle de 100 nN appliquée au niveau de l'extrémité libre d'un microlevier de longueur 400  $\mu m$  et -  $4 \times 10^{-11}$  pour une charge de - 100 nN. Nous constatons aussi que le moment de flexion est nul à l'extrémité libre du microlevier.

## II.2.3. Déflexion du microlevier :

En présence de la force ponctuelle  $F_z$  (**Figure II.7**) agissant suivant la direction z et appliquée à une distance h de l'extrémité libre du microlevier, ce dernier se déforme en chaque point. Cette déformation se traduit par une déflexion  $\delta_z(x)$  (déplacement) et une pente  $\theta_Z(x)$ .

#### **Remarque :**

Pour les calculs qui sont présentés dans ce chapitre, nous négligerons h devant L (en effet, h est de l'ordre de quelques nanomètres et L de l'ordre de 400  $\mu$ m ).



Figure II.7 : Schéma de la déflexion d'un microlevier soumis à une force ponctuelle

#### **II.2.4. Etude statique :**

#### **II.2.4.1.Equations générales :**

Considérons un microlevier en flexion suivant l'axe z sous l'action d'une force  $F_z$ , appliquée sur son bord (**Figure II.7**), nous pouvons exprimer le rayon (**Figure II.8**) de courbure de la structure en un point x quelconque, par [23-24]:

$$\frac{1}{r} = \frac{M_Z(x)}{\hat{E}.I_Z} \tag{II.5}$$

D'autre part, le rayon de courbure r est donné, en fonction du déplacement  $\delta_z(x)$ , par (**Voir annexe A**) :

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta_Z(x)}{\left[1 + \left(\frac{\partial}{\partial x} \delta_Z(x)\right)^2\right]^{3/2}}$$
(II.6)

En égalisant les expressions ((II.5) et (II.6)) et en considérant des petites déformations, nous obtenons la relation suivante :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta_Z(x) = \frac{M_Z(x)}{\hat{E}.I_Z}$$
(II.7)

Appelée équation de flexion du microlevier.

En dérivant la relation (II.7), nous obtenons :

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta_z(x) = -\frac{F_z}{\hat{E} I_z}$$
(II.8)

 $F_z$  est exprimée en Newton(N) et Ê en (Pa).

# II.2.4.2. Déplacement :

Nous avons :

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta_z(x) = -\frac{F_z}{\hat{E} \cdot I_Z} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta_z(x) = -\frac{F_z}{\hat{E} \cdot I_Z} x + A \\ \frac{\partial}{\partial x} \delta_z(x) = -\frac{F_z}{2 \cdot \hat{E} \cdot I_Z} x^2 + Ax + B \\ \delta_z(x) = -\frac{F_z}{6 \hat{E} \cdot I_Z} x^3 + \frac{A}{2} x^2 + Bx + C \end{cases}$$
(II.9)

L'encastrement du microlevier impose les conditions aux limites suivantes :

- Au point d'encastrement le déplacement et la tangente (pente) sont nuls ;
- A l'extrémité libre le moment de flexion est nul.
  - Encastrement en x = 0 :

$$\begin{cases} \delta_z(x=0) = 0\\ \delta_z'(x=0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 0\\ B = 0 \end{cases}$$

- Force ponctuelle en x = L :

$$\begin{cases} \delta_z''(x=L) = 0\\ [car M(x=L) = 0] \end{cases} \Rightarrow A = \frac{F_{z.L}}{\hat{E}.I_z} \end{cases}$$

En remplaçant le coefficient A par son expression, nous obtenons l'expression du déplacement  $\delta_z$ :

$$\delta_Z(x) = \frac{x^2 \cdot (3.L-x)}{6.\hat{E}.I_Z} \cdot F_Z \tag{II.10}$$

Cette relation qui relie la force appliquée à la déflexion résultante  $\delta_Z(x)$  est appelée relation d'Euler, elle est donnée dans le cas des faibles déflexions.

A l'extrémité libre du microlevier où x = L :

$$\delta_{z_{max}} = \delta(x = L) = \frac{L^3}{3.\hat{E}.I_z}.F_Z \tag{II.11}$$

Et la valeur moyenne est donnée par :

$$\langle \delta_z \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \delta_Z(x) \, dx = \frac{L^3}{8.\hat{E} I_z} \, F_Z \tag{II.12}$$

# **II.2.4.3. Pente :**

La pente  $\theta_Z(x)$  (figure II.6) du microlevier en un point x, est obtenue en intégrant l'équation (II.7),

$$\theta_Z(x) = \frac{\partial}{\partial x} \delta_Z(x) = \frac{(2.L-x).x}{2.\hat{E}.I_Z} \cdot F_Z$$
(II.13)

La pente, maximale sur le bord du microlevier (en x = L), est donnée par :

$$\theta_{Zmax}(L) = \frac{L^2}{2.\hat{E}.I_z}.F_Z \tag{II.14}$$

Nous pouvons obtenir une relation reliant  $\theta_{Zmax}$  à  $\delta_{Zmax}$  à partir des équations (II.11) et (II.14) :

$$\theta_{Zmax} = \frac{3}{2.L} \cdot \delta_{Zmax} \tag{II.15}$$



Figure II.8 : Schéma représentant la déflexion et la pente maximale ainsi que le rayon de courbure d'un microlevier soumis à une force  $F_z$ 

### II.2.4.4. Constante linéaire de raideur :

La constante linéaire de raideur du microlevier  $K_Z$ , est définie comme le rapport de la force agissant sur le bord et le déplacement en x = L, [24-25],

$$K_Z = \left| \frac{F_Z}{\delta_Z(L)} \right| = \frac{\hat{E}.l.e^3}{4.L^3} \tag{II.16}$$

Nous noterons que cette constante dépend des dimensions du microlevier. Elle est exprimée en N/m.

## II.2.4.5. Constante angulaire de raideur :

Nous définissons la constante angulaire de raideur  $K_{\theta_Z}(x)$ , comme le rapport de la force agissant sur le bord et la pente résultante du microlevier au point x (**Figure II.7**):

$$K_{\theta_Z}(x) = \left| \frac{F_Z}{\theta_Z(x)} \right| \tag{II.17}$$

Insérant l'équation (II.13) dans l'équation (II.17) nous obtenons :

$$K_{\theta_Z}(x) = \frac{\hat{E}.l.e^3}{6.(2.L-x).x}$$
(II.18)

En x = L, on obtient une valeur particulière de la constante angulaire de raideur (exprimée en N/rd) :

$$K_{\theta_Z}(L) = \frac{\hat{E}.l.e^3}{6.L^2}$$
(II.19)

# II.2.5. Contraintes mécaniques au sein des matériaux constituant le microlevier :

Connaissant le moment fléchissant induit par l'application des forces, le niveau de fibre neutre et le moment quadratique d'inertie, il est possible de connaître en tout point du microlevier les contraintes mécaniques qui s'exercent. Comme le microlevier est appelé à se déplacer suivant l'axe Oz, seule la contrainte longitudinale, notée  $\sigma_1$  (et exprimée en Pa), intervient. Les contraintes transversales et de torsion peuvent alors être négligées. Cette contrainte est donnée par la relation suivante [26] :

$$\sigma_l(x,z) = \frac{M_z(x)}{I_z} \cdot (z - \bar{z})$$
 (II.20)

En utilisant la loi de Hooke ( $\sigma = \hat{E} \cdot \varepsilon$ , cas des contraintes uniaxiales) il est possible d'exprimer la déformation (valeur sans unité) subie par le matériau :

$$\varepsilon_l(x,z) = \frac{\sigma_l(x,z)}{\hat{E}} = \frac{M_z(x)}{\hat{E}.I_z}.(z-\bar{z})$$
(II.21)

Ces deux équations illustrent bien que les fibres se trouvant sous le niveau de la fibre neutre subiront des contraintes compressives et les fibres se trouvant au-dessus des contraintes extensives.

# **Répartition des contraintes :**

Pour avoir une réponse optimale du microlevier, il est important de connaître l'emplacement de la piézorésistance là où la contrainte est maximale. Il faut donc faire une étude de la répartition des contraintes à travers le microlevier.

Lorsque nous appliquons une force sur une poutre, on induit une contrainte interne au matériau. Or, pour une poutre rectangulaire le moment de flexion  $M_z$  n'est pas constant le long de la structure. Ceci implique une variation de la contrainte sur la surface de la poutre.

La contrainte longitudinale maximale est donné en fonction de  $M_z$  par :

$$\sigma_{lmax}(x,z) = \frac{M_{Z(x)}}{I_z} \cdot \left(\mp \frac{e}{2}\right) \tag{II.22}$$

Où  $\mp \frac{e}{2}$  est la distance à l'axe neutre du microlevier  $((z - \overline{z}) = \mp \frac{e}{2})$ .

Nous remarquons, d'après la relation (II.22), que la contrainte est proportionnelle au moment fléchissant. Comme ce moment est maximum au niveau de l'encastrement (**figure II.5**), la contrainte est alors maximale à ce niveau. La jauge piézorésistive sera donc placée au niveau de l'encastrement.



Figure II.9 : Contrainte longitudinale pour un microlevier de longueur L= 400  $\mu$ m dans le cas d'une charge : (a)F<sub>z</sub>=100nN, (b) F<sub>z</sub>= -100nN

Le moment de flexion peut être donné par [21] :

$$M_z(x) = \frac{l.e.\Delta\sigma}{2} \tag{II.23}$$

Où  $\Delta \sigma = \sigma_1 - \sigma_2$  représente l'écart des contraintes surfaciques.

En insérant l'équation (II.23) dans l'équation (II.5) et en remplaçant  $I_z\ par\ son\ expression,$  nous obtenons :

$$\frac{1}{r} = \frac{6.(1-\nu)\Delta\sigma}{E.e^2} \tag{II.24}$$

Cette relation est appelée relation de Stoney.

En égalant les équations (II.24), (II.5) et (II.7) nous obtenons une équation qui peut être résolut en utilisant les conditions aux limites, le résultat obtenu représente le déplacement (déflexion) en fonction de  $\Delta\sigma$ :

$$\delta_z = \frac{3.L^2.(1-v)}{E.e^2} \Delta \sigma \tag{II.25}$$

30



Figure II.10 : Déflexion en fonction de la contrainte pour un microlevier de longueur  $L = 400 \mu m$  dans le cas d'une charge  $F_z = 100 nN$ 

Nous constatons que la déflexion du microlevier varie linéairement en fonction de la contrainte.

# II.2.6. Résultats obtenus théoriquement en utilisant matlab:

La théorie présentée dans ce chapitre est accompagnée par un exemple numérique d'un microlevier rectangulaire en Silicium disponible dans le commerce, ses dimensions nominales sont : 400  $\mu$  m de longueur, 100  $\mu$  m de largeur, et 1  $\mu$  m de l'épaisseur.

Dans ce qui suit, nous prendrons  $F_{z1} = -100$  nN (*ligne pleine*),  $F_{z2} = -200$  nN (*ligne tirée*) et  $F_{z3} = -300$  nN (*ligne pointillée*). Les graphes ainsi que les résultats numériques obtenus ont été effectué dans des programmes écrits sous Matlab.

Les paramètres mécaniques du silicium mononocristallin suivant la direction [110] trouvées dans la littérature [27-28] sont :

- Module d'Young E = 169 GPa
- Le coefficient de poisson v = 0,064
- La densité volumique Rho =  $2330 \text{ kg/m}^3$

# II.2.6.1. Déplacement :

La Figure II.11 montre Le déplacement du microlevier  $\delta_Z(x)$  en fonction de la distance x de son encastrement.



Figure II.11 : Déplacement du microlevier en fonction de x, pour une force  $F_{z1} = -100 \text{ nN}$ ,  $F_{z2} = -200 \text{ nN}$  et  $F_{z3} = -300 \text{ nN}$ .

Nous remarquons que le déplacement (déflexion) est nul au niveau de l'encastrement et il atteint sa valeur maximale au bord du microlevier ; cette valeur ( $\delta_{z_{max}}$ ) augmente avec la force appliquée F<sub>z</sub>.

Nous avons pour :

- 
$$F_{zl} = -100 \, nN$$
  $\delta_{z_{1max}} = -1,509 \, \mu m$  ce qui donne  $K_z = 0,066 \, N/m$ 

- 
$$F_{z2} = -200 \, nN$$
  $\delta_{z_{1max}} = -3,017 \, \mu m$  ce qui donne  $K_z = 0,066 \, N/m$ .

- 
$$F_{z3} = -300 \, nN$$
  $\delta_{z_{1max}} = -4,526 \, \mu m$  ce qui donne  $K_z = 0,066 \, N/m$ .

### **II.2.6.2.** Pente :

La figure II.12 montre la pente du microlevier  $\theta_Z(x)$  en fonction de la distance x de son encastrement.



Figure II.12 : La pente du microlevier en Si en fonction de la distance x de sa base, pour une force  $F_{z1}$  $= -100 \text{ nN}, F_{z2} = -200 \text{ nN et } F_{z3} = -300 \text{ nN}.$ 

Nous remarquons que la pente est nulle au niveau de l'encastrement et elle est maximale au bord du microlevier :

Nous avons pour :

- $\theta_{Z1max} = -0.3243^{\circ}.$  $\theta_{Z2max} = -0.6486^{\circ}.$  $\theta_{Z2max} = -0.9729^{\circ}.$

# II.2.6.3. Constante linéaire de raideur :

La figure ci-dessous montre le déplacement maximal en fonction de la force appliquée au bord du microlevier :



Figure II.13 : Déplacement maximal en fonction de la force appliquée.

A partir de cette droite nous calculons la constante linéaire de raideur  $K_z$ , d'où :

$$K_z = \frac{1}{La \text{ pente de la droite}} = \frac{4,04 \times 10^{-7}}{6,095 \times 10^{-6}} \approx 0,066 \text{ N/m}.$$

#### II.2.7. Etude dynamique :

## II.2.7.1. Généralités :

Dans cette partie nous allons faire une étude théorique de la mécanique dynamique du microlevier en mouvement de vibration transversale libre.

Dans un premier temps, nous déterminerons le comportement dynamique d'un microlevier en vibration transversale libre et non-amortie. Il s'agit de la configuration idéale d'étude. Nous donnerons ainsi la solution générale de l'équation différentielle de mouvement du microlevier à partir de laquelle nous déduirons les relations permettant de calculer les fréquences de résonnance et les différentes formes de modes de vibration. Nous étudierons ensuite le comportement dynamique d'un microlevier en vibration transversale libre et amortie.

Le microlevier est décrit, dans la théorie de la mécanique, comme un système continu ou système ayant une infinité de degrés de liberté. Cela signifie que pour décrire le comportement d'un tel système en mouvement d'oscillation libre, le modèle simple de l'oscillateur harmonique idéal n'est, dans la plupart des cas, plus suffisant (**Figure II.14**) :



Figure II.14 : Oscillateur harmonique (système à un seul degré de liberté) en mouvement de vibration libre et amortie.

Dans le cas d'un système continu, il ne s'agit pas d'une seule masse reliée à un ressort en mouvement harmonique, mais d'une distribution de masses reliées entre elles par des liaisons

rigides. Le système continu est alors un système à masse et élasticité distribués caractérisé par une masse globale.

#### II.2.7.2. Microlevier en vibration transversale libre et non-amortie :

L'équation différentielle du mouvement pour un microlevier en vibration transversale libre et non-amortie est donnée (Voir annexe B) par :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \hat{E} \cdot I_z \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta_z(x, t) \right) + \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta_z(x, t) = 0$$
(II.25)

Où

 $\delta_z(x, t)$  représente la déflexion au point x selon l'axe z à l'instant t

- μ est la masse par unité de longueur du microlevier donnée par

$$\mu = Rho.A$$

Où A désigne la section du microlevier

-  $I_z$  est le moment quadratique d'inertie.

Dans le cas d'un microlevier de section droite uniforme sur sa longueur, l'équation (II.25) devient (Voir annexe B):

$$\hat{E}. I_{z} \frac{\partial^{4}}{\partial x^{4}} \delta_{z}(x,t) + \mu. \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \delta_{z}(x,t) = 0$$
(II.26)

Afin de résoudre cette équation différentielle pour déterminer la fréquence de résonance, il semble judicieux de raisonner dans le domaine fréquentiel plutôt que dans le domaine temporel.

En prenant la transformée de Fourier de l'équation (II.26), nous obtiendrons :

$$\hat{E}. I_{z}. \frac{\partial^{4}}{\partial x^{4}} \delta_{z}(x, \omega) - \omega_{n}^{2}. \mu. \delta_{z}(x, \omega) = 0$$
(II.27)

Où  $\delta_z(x, \omega)$  est la transformée de Fourier de  $\delta_z(x, t)$  et  $\omega_n$  est la pulsation propre du mode n de vibration.

Nous pouvons écrire l'équation (II.27) sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4} \delta_z(x,\omega) = \lambda_n^4 \cdot \delta_z(x,\omega)$$
(II.28)

Avec :

$$\lambda_n = \left(\frac{\omega_n^2 \mu}{\hat{E} \mathbf{I}_z}\right)^{1/4} \tag{II.29}$$

# - Fréquence de résonance :

Mesurer une fréquence est essentiel pour caractériser les innombrables phénomènes oscillatoires que l'on observe dans la nature ou dans les appareils (mécaniques, électroniques, etc...).

L'équation (II.28) a pour solution générale :

$$\delta_{z}(x,\omega) = A\cos(\lambda_{n}x) + B\sin(\lambda_{n}x) + C\cosh(\lambda_{n}x) + D\sinh(\lambda_{n}x)$$
(II.28)

Où A, B, C et D sont des constantes à déterminer grâce aux conditions aux limites

Dans le cas d'un microlevier encastré sur un bord, les conditions aux limites :

# A l'extrémité encastrée :

- Le déplacement est nul : 
$$\delta_z(0, \omega) = 0$$
 (II.31)

- La pente est nulle : 
$$\frac{\partial}{\partial x} \delta_z(x, \omega) \Big|_{x=0} = 0$$
 (II.32)

A l'extrémité libre :

- Le moment de flexion est nul : 
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta_z(x, \omega) \Big|_{x=L} = 0$$
 (II.33)

- Le cisaillement est nul : 
$$\frac{\partial^3}{\partial x^3} \delta_z(x, \omega) \Big|_{x=L} = 0$$
 (II.34)

Si nous reportons l'expression générale de  $\delta_z(x, \omega)$  dans chacune des conditions aux limites définies ci-dessus, nous obtenons un système de quatre équations et cinq inconnues : les constantes : A, B, C, D et la pulsation naturelle du mode n,  $\omega_n$ . En fixant une des constantes arbitraires (A, par exemple) en tant que paramètre, la résolution du système d'équations établi auparavant mène à :

$$A. (1 + \cos \lambda_n L. \cosh \lambda_n L) = 0 \tag{II.35}$$

$$1 + \cos \lambda_n L \cdot \cosh \lambda_n L = 0 \tag{II.36}$$

La résolution numérique de l'équation (II.36) permet d'exprimer  $\lambda_n L$ .

Cette équation implique que :

$$\cos(\lambda_n L) \cdot \cosh(\lambda_n L) = -1$$
ou bien  $\cos \lambda_n L = -\frac{1}{\cosh \lambda_n L}$ 
(II.37)

Où  $\lambda_n L$  est la n<sup>*i*ème</sup> solution de l'équation et n représente le nombre du mode.

Les valeurs numériques ainsi obtenues pour les 3 premiers modes sont :

$$\lambda_1 L = 1,875$$
 ;  $\lambda_2 L = 4,694$  ;  $\lambda_3 L = 7,885$ ; ...

Nous pourrons remarquer graphiquement que, pour n > 3, on a :

$$\lambda_n L \cong (2n-1)\frac{\pi}{2}$$

Où L représente la longueur du microlevier.

En utilisant l'équation (II.28), nous pouvons donc exprimer la pulsation de résonance :

$$\omega_n = \frac{(\lambda_n L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{\hat{E} I_Z}{\mu}}$$
(II.38)

En remplaçant les expressions respectives de  $I_z$  et de  $\mu$  données par :

$$I_Z = \frac{l.e^3}{12}$$
  

$$\mu = Rho. A = Rho. l. e$$
(II.39)

La pulsation de résonance du microlevier devient :

$$\omega_n = (\lambda_n L)^2 \frac{e}{\sqrt{12}L^2} \sqrt{\frac{\hat{E}}{Rho}}$$
(II.40)

Cette relation met en évidence la possibilité d'exprimer la pulsation de résonance mécanique d'un microlevier en fonction de ses dimensions et de ses paramètres mécaniques. Ce résultat est extrêmement important car il permet par exemple de déterminer le module d'Young effectif du matériau connaissant la pulsation de résonance fondamentale et les dimensions du microlevier.

#### **Remarque :**

Il faut néanmoins rappeler que le calcul de la pulsation de résonance est fondé sur des hypothèses d'idéalité (encastrement idéal du microlevier, comme considéré dans les relations II.31 et II.32) qui ne correspondent pas toujours à la configuration expérimentale.

En conclusion, nous pouvons dire que dès lors, pour décrire le mouvement de vibration libre d'un microlevier, il faut résoudre l'équation différentielle du mouvement en satisfaisant les conditions aux limites spécifiques à la structure étudiée. L'ensemble des solutions de l'équation différentielle de mouvement représente l'ensemble des modes normaux (naturels) de vibration.

Chaque mode de vibration a une forme et une fréquence propre (naturelle) de résonnance. La forme d'un mode de vibration représente une distribution caractéristique des amplitudes des vibrations du corps en mouvement.

Le nombre de fréquences propres de vibration de tout système est égal au nombre de degrés de liberté de ce même système. Ainsi, tout système à paramètres distribués possède un nombre infini de fréquences naturelles et, par conséquent, un nombre infini de mode de vibration associés. On appelle les modes d'ordre supérieur au fondamental, des harmoniques supérieures de résonance ; par exemple, le deuxième mode de résonance est appelé première harmonique de résonance, etc. De manière concrète, dans le cas d'un microlevier en mouvement de vibration transversale (flexion), les formes des trois premiers modes de vibration sont illustrées dans la figure II.14 :



Figure II.15 : La déflexion des trois premiers modes de vibration d'un microlevier en flexion [19].

- 39

# **II.2.7.3.** Microlevier en vibration transversale libre et amortie (modèle de la sphère équivalente) :

Le modèle de la sphère équivalente demeure l'approche théorique la plus utilisée qui permet de rendre compte de manière simplifiée de l'équation différentielle de mouvement d'un microlevier en vibration transversale libre et amortie. Ce modèle repose sur le principe d'un oscillateur harmonique en vibration libre et amortie où le corps en mouvement est une sphère de rayon R possédant des propriétés physiques à celles du microlevier (**Figure II.16**) [29] :



Figure II.16 : Modèle de la sphère équivalente.

Si on considère le principe suivant la figure II.16, on a l'équation différentielle de mouvement de l'oscillateur harmonique qui peut se mettre sous la forme suivante :

$$m^* \cdot \frac{d^2 \delta_z}{dt^2} + K_z \cdot \delta_z = 0 \tag{II.41}$$

Où  $m^*$  est la masse équivalente de la sphère de rayon R dans le cas d'une masse ponctuelle ( $m^*$ est la masse de la sphère) et  $K_z$  la constante de raideur du ressort. On a alors :

$$\frac{d^2\delta_z}{dt^2} + \frac{K_z}{m^*} \cdot \delta_z = 0 \tag{II.42}$$

Donc :

$$\omega = \left(\frac{K_z}{m^*}\right)^{0.5} \quad \text{Et} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \tag{II.43}$$

Avec :  $m^* = n.m$ 

Avec *m* la masse réelle du microlevier et n son coefficient pondérateur qui est égal à 1 s'il s'agit d'une masse ponctuelle. Il est égal à 0,24 pour un levier de section droite uniforme. Il varie de 0,17 à 0,24 pour un levier en forme de V **[30-31]**.

# II.3. Simulations par éléments finis et modélisation analytique du comportement mécanique du microlevier – utilisation du logiciel ANSYS -:

Apparues avec la naissance de l'informatique dans les années 50, les simulations numériques se sont imposées comme un outil permettant de reproduire des phénomènes réels et sont devenues un outil indispensable d'ingénierie pour l'étude de structures complexes grâce à leur rapidité d'exécution [2].

Ces simulations numériques reposent sur la mise en œuvre des modèles théoriques utilisant souvent la technique dite des éléments finis. Cette technique est tout particulièrement adaptée à la résolution numérique du comportement de structures continues et décrites par une équation aux dérivées partielles linéaires. Elles sont donc une adaptation de la modélisation mathématique permettant d'optimiser, de prédire, d'étudier le fonctionnement et les propriétés des structures modélisées en 2D ou 3D pour différents types de sollicitations et sous différentes conditions.

Toutefois, la simulation numérique n'est qu'une représentation du réel à partir d'un modèle théorique sous-jacent et dépend du type de modélisation employé pour résoudre un problème physique.

Dans la mesure où beaucoup d'études ont été faites dans ce domaine, à travers ce chapitre, nous nous proposons de vérifier les résultats obtenus théoriquement du comportement mécanique du microlevier en Silicium étudié durant ce mémoire avec celles obtenus en utilisant les simulations par éléments finis (EF) avec le logiciel **ANSYS**. Nous avons commencé par l'étude statique avant de passer à l'étude dynamique de ce microlevier.

Il s'agit dans ce chapitre d'optimiser le modèle analytique afin d'extraire les valeurs des déflexions et des contraintes en tout point de notre structure de la manière la plus précise possible après les mesures de simulation.

# II.3.1. Généralités :

La détermination de la déflexion et de la répartition des contraintes par la déformation des microstructures consiste une connaissance précise des modèles analytiques associés. Par l'utilisation de simulations par éléments finis (EF) à partir du logiciel **ANSYS**, on simule les conditions exactes d'expérimentation. En effet, les modèles théoriques sont souvent issus de cas idéaux de structures parfaitement définies. Or, dans certains cas il faut aussi tenir compte des effets issus des conditions de fabrication de ces structures telles que leur encastrement sur le substrat qui peut influer sur les résultats expérimentaux.

Les simulations numériques, pour une méthode expérimentale donnée, peuvent s'avérer utiles pour l'étude de différentes géométries. En effet, P. Gaucher fait une étude de structures autoportées (poutres, ponts et membranes) où il réajusta, en utilisant les simulations, le modèle analytique pour extraire les fréquences de résonance des différentes structures étudiées avec des coefficients d'ajustement [32]. On peut noter aussi que dans le cas d'études modales, les simulations EF peuvent être un outil intéressant pour la prospection des modes de résonances de diverses structures mais aussi pour la reconnaissance de ces différents modes de résonance.

La simulation numérique par éléments finis est donc un outil puissant pour la résolution de problèmes complexes et variés par la réalisation d'expériences virtuelles dans les cas idéaux.

# II.3.2. Principe des simulations par éléments finis :

Les simulations par éléments finis permettent l'analyse des structures discontinues ou continues. Ces dernières sont fractionnées en sous ensembles dits « éléments ». Ces éléments sont raccordés les uns aux autres par des points appelés « nœuds » ou « points nodaux » afin de former la structure dans son ensemble. Les éléments finis sont choisis de telle manière qu'ils soient les plus simples possibles afin que l'étude comportementale de la structure soit facile à mettre en œuvre. En effet, l'approximation de la solution (déplacements, contraintes,...) est définie pour chaque élément définissant Le comportement structurel de l'élément est décrit par une matrice de rigidité qui lie les déplacements des nœuds de l'élément aux charges appliquées sur ces mêmes nœuds auxquelles on peut adjoindre des contraintes. Chaque nœud, issu d'un élément, peut avoir plusieurs composantes de déplacement et de force. La difficulté réside dans le calcul de la matrice de rigidité du système à partir des matrices de rigidité de chaque élément [33-34].

#### II.3.3. Simulation mécanique sur des micropoutres rectangulaires :

Les simulations par éléments finis sur des micropoutres s'inscrivent dans le contexte de réduction des échelles latérales. A travers cette section de chapitre, nous allons étudier des poutres à simple encastrement et dont les dimensions sont données dans la partie théorique. Il s'agit des micropoutres rectangulaires en silicium.

Nous avons proposé d'étudier le cas d'une micropoutre encastrée à une extrémité et libre à l'autre. En appliquant une force ponctuelle sur l'extrémité libre, il est possible de déterminer la déflexion maximale ainsi que la contrainte maximale et de déduire la constante linéaire de raideur.

Nous avons effectué des simulations numériques par éléments finis pour différentes forces appliquées au bord d'une micropoutre rectangulaire. Ces caractéristiques sont :

- Dimensions :  $L = 400 \mu m$ ,  $l = 100 \mu m$  $e = 1 \mu m$  - Paramètres mécanique : E = 169 GPa v = 0,064Rho = 2330 kg/m<sup>3</sup>

# II.3.3.1 Procédures analytiques :

La figure II.17 montre un organigramme expliquant une analyse structurale en utilisant la méthode des éléments finis.



Figure II.17 : Organigramme d'une analyse structurelle avec ANSYS.

# a- Création de la structure :

C'est la première étape à faire pour créer la géométrie de la structure en entrant les valeurs de ces dimensions (dans notre cas la valeur de la longueur, la largeur et l'épaisseur du microlevier).

# b- Définir le matériau :

Pour définir le matériau, nous donnons les paramètres mécaniques du matériau constituant le microlevier qui sont le module d'Young, le coefficient de poisson et la densité volumique.

# c- Choix de l'élément type - maillage - :

L'optimisation du maillage est essentielle afin d'assurer la meilleure précision sur la déflexion des microleviers sous une force appliquée.

Pour définir le microlevier, ces simulations ont été effectuées avec l'élément-type Beam 2D elastic pour un maillage de 20 éléments (**Figure II.18**). Un seul cas a été étudié en fonction du maillage : c'est le cas des faibles déformations.

# d- Définir les conditions aux limites :

Le microlevier a été modélisé avec un encastrement parfait à une extrémité. Sur l'autre extrémité libre, une force ponctuelle a été appliquée pour des valeurs de -100 nN, -200 nN et -300 nN:



Figure II.18 : microlevier encastré à une extrémité et soumis à une force ponctuelle à l'autre, avec un maillage de 20.

Après avoir réalisé ces étapes notre microlevier est défini. Il nous reste à définir le type d'analyse.

#### e- Solution :

C'est pour sélectionner le type d'analyse par exemple statique ou modale et lancer l'exécution de cette analyse.

## f- Affichage des résultats graphiques et numériques :

C'est une étape permettant de visualiser les résultats numériques et graphiques du comportement mécanique du microlevier.

## **II.3.3.2 Etude statique :**

Pour faire cette étude, nous avons suivi les étapes citées ci-dessus et nous avons choisi dans l'étape " solution " : "analyse statique", afin de passer à l'étape suivante servant à afficher les résultats. Le but de cette analyse est de déterminer la déflexion et la contrainte en chaque nœud et d'en déduire les valeurs maximales

Pour le microlevier étudié, les résultats graphiques et numériques du déplacement sont données sur les figures ci-dessous pour une valeur de  $F_z = -100 \text{ nN}$ :



Figure II.19 : Déflexion du microlevier pour  $F_z = -100nN$ .

***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0 THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM
NODE UY
1 0.0000
2 -0.36067E-05
5 -0.13094E-07 4 -0.61057E-07
5 -0.13359E-06
6 -0.23090E-06
7 -0.35069E-06
9 -0.64907/E-06
10 -0.82361E-06
11 -0.10125E-05
12 - 0.12140E - 05 13 - 0 14264E - 05
14 -0.16482E-05
15 -0.18779E-05
16 - 0.21141E - 05
17 -0.25357E-05 18 -0 26014E-05
19 -0.28502E-05
20 -0.31013E-05
21 -0.33536E-05
MAXIMUM ABSOLUTE VALUES
NODE 2
VALUE -0.36067E-05 pour <i>Rho = 2330 Kg/m</i> 3

Figure II.20 : Résultats numériques du déplacement dans chaque nœud pour  $F_z = -100nN$ et Rho=2330 Kg/m<sup>3</sup>.

#### CHAPITRE II Propriétés mécaniques et électriques du microlevier piézorésistif

D'après les résultats obtenus, nous remarquons que la valeur maximale du déplacement se trouve au nœud 2 qui se situe à l'extrémité libre du microlevier. Cette valeur vaut -  $0,36067 \times 10^{-5}$  m.

Nous avons fait d'autres simulations par éléments finis avec différente forces  $F_z$  (de l'ordre nano au micro Newton). Les résultats obtenus théoriquement en utilisant matlab et avec simulation sont représentés dans le tableau suivant :

	Théoriquement		Par simulation ( Rho = 2330 Kg/m <sup>3</sup> )		Différence(%)	
$ F_z(N) $	$ \delta_{z1max}(m)  M_{z1max}(N.m)$		$ \delta_{z2max}(m) $	$M_{z2max}(N.m)$	$\Delta \delta_{zmax}$	$\Delta M_{zmax}$
30×10 <sup>-9</sup>	4,526×10 <sup>-7</sup>	1,2×10 <sup>-11</sup>	25,4×10 <sup>-7</sup>	8,51×10 <sup>-11</sup>	82,18%	85,90%
50×10 <sup>-9</sup>	7,543×10 <sup>-7</sup>	2×10 <sup>-11</sup>	28,46×10 <sup>-7</sup>	9,31×10 <sup>-11</sup>	73,49%	78,51%
100×10 <sup>-9</sup>	1,509×10 <sup>-6</sup>	4×10 <sup>-11</sup>	3,606×10 <sup>-6</sup>	11,3×10 <sup>-11</sup>	58,15%	64,60%
200×10 <sup>-9</sup>	3,017×10 <sup>-6</sup>	8×10 <sup>-11</sup>	5,12×10 <sup>-6</sup>	15,31×10 <sup>-11</sup>	41,07%	47,746%
300×10 <sup>-9</sup>	4,526×10 <sup>-6</sup>	12×10 <sup>-11</sup>	6,648×10 <sup>-6</sup>	19,3×10 <sup>-11</sup>	31,92%	37,824%
500×10 <sup>-9</sup>	7,543×10 <sup>-6</sup>	20×10 <sup>-11</sup>	9,69×10 <sup>-6</sup>	27,31×10 <sup>-11</sup>	22,16%	26,77%
1×10 <sup>-6</sup>	1,509×10 <sup>-5</sup>	4×10 <sup>-10</sup>	1,72×10 <sup>-5</sup>	4,73×10 <sup>-10</sup>	12,27%	15,43%
10×10 <sup>-6</sup>	1,509×10 <sup>-4</sup>	4×10 <sup>-9</sup>	1,54×10 <sup>-4</sup>	4,07×10 <sup>-9</sup>	2,01%	1,72%
20×10 <sup>-6</sup>	3,017×10 <sup>-4</sup>	8×10 <sup>-9</sup>	3,06×10 <sup>-4</sup>	8,07×10 <sup>-9</sup>	1.40%	0,868%
30×10 <sup>-6</sup>	4,526×10 <sup>-4</sup>	12×10 <sup>-9</sup>	4,58×10 <sup>-4</sup>	12,07×10 <sup>-9</sup>	1.18%	0,58%

Tableau II.1 : Résultats théoriques et par simulation du moment de flexion et du déplacement maximal en fonction de la force appliquée pour Rho = 2330 Kg/m<sup>3</sup>, les 6<sup>ième</sup> et 7<sup>ièmes</sup> colonnes présentent la différence entre les deux.

D'après ce tableau, nous déduisons que dans le cas du microlevier étudié, les valeurs du déplacement maximal et du moment de flexion calculés par nos simulations (avec des forces appliquées supérieures ou égale à 1 $\mu$ m) sont presque en accord avec la loi analytique reliant les forces aux déplacements (Equation d'Euler). En revanche, pour des forces inférieures à 1 $\mu$ N (de l'ordre de nano Newton), nos simulations ne sont plus en accords car les erreurs de calcul sont très importantes.

Pour apporter une explication à ce problème et après avoir fait des vérifications, nous sommes arrivés à situer où se trouve la différence. Nous remarquons que les relations du

\_\_\_\_ 47

déplacement maximal  $\delta_{z_{max}}$  (II.11), et du moment de flexion  $M_{zmax}$  (II.11) sont indépendantes de la masse volumique du matériau.

Nous allons utiliser cette approximation (Rho = 0) et nous allons refaire les simulations par ANSYS pour différentes forces. Les résultats obtenus sont les suivantes :

	Théoriquement		Par simulation Oriquement (Rho = 0)		Différence(%)	
$ F_z(N) $	$ \delta_{z1max}(m)  M_{z1max}(N.m)$		$\delta_{z1max}(m) \mid M_{z1max}(N,m) \mid  \delta_{z3max}(m)  \mid M_{z3max}(N,m)$		$\Delta \delta_{zmax}$	$\Delta M_{zmax}$
30×10 <sup>-9</sup>	4,526×10 <sup>-7</sup>	1,2×10 <sup>-11</sup>	4,562×10 <sup>-7</sup>	1,2×10 <sup>-11</sup>	0,79%	0%
50×10 <sup>-9</sup>	7,543×10 <sup>-7</sup>	2×10 <sup>-11</sup>	7,60×10 <sup>-7</sup>	2×10 <sup>-11</sup>	0,75%	0%
100×10 <sup>-9</sup>	1,509×10 <sup>-6</sup>	4×10 <sup>-11</sup>	1,52×10 <sup>-6</sup>	4×10 <sup>-11</sup>	0,72%	0%
200×10 <sup>-9</sup>	3,017×10 <sup>-6</sup>	8×10 <sup>-11</sup>	3,04×10 <sup>-6</sup>	8×10 <sup>-11</sup>	0,75%	0%
300×10 <sup>-9</sup>	4,526×10 <sup>-6</sup>	12×10 <sup>-11</sup>	4,56×10 <sup>-6</sup>	12×10 <sup>-11</sup>	0,79%	0%
500×10 <sup>-9</sup>	7,543×10 <sup>-6</sup>	20×10 <sup>-11</sup>	7,60×10 <sup>-6</sup>	20×10 <sup>-11</sup>	0,75%	0%
1×10 <sup>-6</sup>	1,509×10 <sup>-5</sup>	4×10 <sup>-10</sup>	1,52×10 <sup>-5</sup>	4×10 <sup>-10</sup>	0,72%	0%
10×10 <sup>-6</sup>	1,509×10 <sup>-4</sup>	4×10 <sup>-9</sup>	1,52×10 <sup>-4</sup>	4×10 <sup>-9</sup>	0,72%	0%
20×10 <sup>-6</sup>	3,017×10 <sup>-4</sup>	8×10 <sup>-9</sup>	3,04×10 <sup>-4</sup>	8×10 <sup>-9</sup>	0.75%	0%
30×10 <sup>-6</sup>	4,526×10 <sup>-4</sup>	12×10 <sup>-9</sup>	4,56×10 <sup>-4</sup>	12×10 <sup>-9</sup>	0.79%	0%

Tableau II.2 : Résultats théoriques et par simulation du moment de flexion et du déplacement maximal en fonction de la force appliquée pour Rho = 0, les 6<sup>ième</sup> et 7<sup>ièmes</sup> colonnes présentent la différence entre les deux.

Nous déduisons d'après le tableau II.2 que les valeurs du déplacement maximal calculées par nos simulations pour Rho = 0 sont presque identiques avec celles calculées théoriquement. Pour le moment de flexion l'erreur entre les résultats théoriques et par simulation pour Rho = 0 est nulle.

Nous allons tracer la variation du déplacement maximal en fonction de la force appliquées pour des valeurs variant de 30 nN aux 500 nN (**Figure II.21.a**) et des valeurs variant de 1  $\mu$ N aux 30  $\mu$ N (**Figure II.21.b**). Les résultats du moment de flexion sont donnés sur les figures (**Figure II.22.a**) et (**Figure II.22.b**).

\_\_\_\_ 48





Figure II.21 : Comparaison des résultats théoriques et par simulation du déplacement maximal en fonction de la force appliquée  $F_z$  pour des valeurs : (a)  $F_z = 30$  nN à 500 nN. (b)  $F_z = 1 \ \mu N$  à 30  $\mu N$ .





Figure II.22 : Comparaison des résultats théoriques et par simulation du moment de flexion en fonction de la force appliquée  $F_z$  pour des valeurs : (a)  $F_z = 30$  nN à 500 nN. (b)  $F_z = 1 \ \mu N$  à 30  $\mu N$ 

Nous constatons que :

- Pour la figure II.21 qui présente la déflexion maximale en fonction de la force appliquée deux cas se manifestent :
  - a. Pour des valeurs de force variant de 30 nN aux 500 nN, la déflexion maximale obtenue par la méthode des Eléments finis pour Rho = 2330 Kg/m<sup>3</sup> est différente de celle obtenue pour Rho = 0. Cette dernière est identique avec la déflexion calculée théoriquement.
  - b. Pour des valeurs de force variant de 1  $\mu$ m aux 30  $\mu$ m, les résultats obtenus par la méthode des Eléments finis pour Rho = 0 sont identiques avec celles obtenus pour Rho = 2330 Kg/m<sup>3</sup> et celles calculés théoriquement avec une petite différence entre elles.
- Pour la figure II.22 qui présente la variation du moment de flexion maximal en fonction de la force appliquée deux cas se manifestent :
  - a. Pour Rho = 0 les valeurs du moment de flexion sont identiques avec celles calculées théoriquement pour les différentes forces appliquées.
  - b. Les résultats obtenus par simulation (Pour Rho =  $2330 \text{ Kg/m}^3$ ) sont pratiquement très proches aux résultats théoriques et pour des valeurs des forces variant de 1 µN aux 30 µN. Pour des forces variant de 30 nN aux 500 nN il y a une différence remarquable du moment de flexion entre les résultats pour Rho =  $2330 \text{ Kg/m}^3$  et celles calculées théoriquement.

En conclusion l'étude statique du comportement mécanique du microlevier étudié en analysant les résultats obtenus montre que ces résultats dépendent de la masse volumique et de la valeur de la force appliquée. Pour des forces supérieures à 1  $\mu$ N, le problème ne se pose pas parce que les résultats théoriques en utilisant matlab et par simulation (soit pour Rho = 0 ou bien pour Rho = 2330 Kg/m<sup>3</sup>) sont identiques. Le problème se pose pour des valeurs de force inférieures à 1  $\mu$ N car les valeurs théoriques de la déflexion maximale et du moment de flexion et pour Rho = 0, ne sont pas les mêmes que ceux pour Rho = 2330 Kg/m<sup>3</sup>. Ce problème est justifié car les relations du déplacement maximal et du moment de flexion sont indépendantes de la masse volumique du matériau. Cette dernière intervient certainement dans les calculs de simulation par Ansys.

## **Constante linéaire de raideur :**

Nous présentons dans le tableau II.3 les valeurs théoriques et par simulation avec la méthode des éléments finis de la constante linéaire de raideur :

$ F_z(N) $	$K_z(N/m)$					
	Théoriquement Par simulation					
de 30 nN à 500 nN	0,066	0,0657				
de 1 μN à 30 μN	0,066	0,0657				

Tableau II.3 : Valeurs théoriques et par simulation de la constante de raideur

Le tableau II.3 nous indique que pour ce qui est des constantes de raideur, on constate que l'on a une bonne concordance des résultats théoriques et par simulation avec Ansys. Les valeurs obtenues de  $K_z$  rentre dans l'encadrement souhaité, c'est-à-dire entre 0.01 et 1 N/m (**Voir chapitre III**). Ces valeurs correspondent à des valeurs typiques de microleviers commerciaux et sont utilisés pour des mesures AFM dans le mode contact.

# **Remarque :**

Le microlevier étudié dans ce chapitre doit être utilisé dans l'AFM (Voir chapitre III).

- La résolution de la déflexion est d'environ :  $\delta_z = 1 A^{\circ}$
- La résolution des forces est de :  $F_z = K_z \delta_z = 1 pN$

En général à cause des vibrations mécaniques et du bruit électrique,  $\delta_z$  et  $F_z$  sont 10 fois plus grands [35].

# **Répartition des contraintes :**

En utilisant les mêmes paramètres géométriques et mécaniques du microlevier utilisé précédemment. Nous avons effectué des simulations numériques par éléments finis pour une force appliquée à l'extrémité de la micropoutre afin de déterminer la répartition des contraintes. Ces simulations ont été effectuées avec l'élément-type SOLID pour un maillage d'une taille qui est égale à  $5\mu$ m c'est-à-dire de 80 éléments suivant la longueur, 20 éléments suivant la largeur et 0,2 suivant l'épaisseur.

La figure II.23 est un exemple de résultats obtenus pour une force appliquée de -100 nN. La déflexion induite par cette force est représentée sur la figure II.23a. Quant aux contraintes, elles sont représentées sur la figure II.23b et II.23c.



(a)





Figure II.23 : Résultats de simulations sur une micropoutre rectangulaire de 400  $\mu$ m de longueur, 100  $\mu$ m de largeur et 1  $\mu$ m d'épaisseur. (a) Flexion de la poutre pour  $F_z = -100$  nN. (b) et (c) Déformations longitudinales et transversales de la micropoutre.

D'après cette figure, nous remarquons que seules des contraintes mécaniques longitudinales apparaissent avec une répartition des déformations non uniforme sur la structure (**Figure II.23b**). Afin d'avoir un maximum de sensibilité, la jauge piézorésistive sera placée sur la partie encastrée du microlevier.

# II.3.3.3.Etude dynamique :

#### - Fréquence de résonance :

Dans ce paragraphe nous allons brièvement expliquer les étapes utilisées pour obtenir nos fréquences de résonance partir du logiciel ANSYS.

Pour faire l'étude dynamique, nous avons suivi les mêmes étapes que l'étude statique. La seule différence se situe au niveau du choix de la solution; d'où nous avons choisi "analyse modale" qui veut dire analyse dynamique.

La Figure II.24 présente les valeurs de la fréquence de résonnance pour les cinq premiers modes choisis. Quant à la figure II.25 montre la forme de ces quatre modes.

Set	Frequency
1	429.07
2	2688.9
3	7529.2
4	14755.

Figure II.24 : Fréquence de résonnance(Hz) pour les quatre premiers modes.









Figure II.25 : Déformation de la micropoutre pour : (a)  $1^{ier}$  mode, (b)  $2^{ième}$  mode, (c)  $3^{ième}$ mode et (d)  $4^{ième}$  mode.

# II.4. Réponse électrique du microlevier piézorésistif :

Nous allons étudier dans ce qui suit la variation de la résistance électrique induite au sein de la jauge piézorésistive en fonction des déformations.

# II.4.1. Propriétés électriques :

Le silicium est bien connu des microélectroniciens de part, ses propriétés électroniques qui ont fait le matériau incontournable de tous les composants et circuits.

A l'application des microsystèmes, on a tout naturellement pensé à ce matériau car l'intégration des différents éléments d'actionnement et de détection sur la même puce que les circuits de traitement de l'information permettent des applications importantes dans différents domaines.

Dans l'annexe C, nous présentons la théorie de la piézorésistivité. Celle-ci constitue la propriété exprimant la modification de la conductivité électrique d'un matériau sous l'effet d'une contrainte de déformation.

Matériau	Dopage en cm <sup>-3</sup>	$\pi_{ij} (\times 10^{-11}  \mathrm{Pa^{-1}})$			
		$\pi_{11}$	<b>π</b> 12	$\pi_{44}$	
Si	n=2×10 <sup>16</sup>	-102,2	+53,4	-13,68	
	p=2×10 <sup>15</sup>	+6,6	-1,1	+138,1	
Ge	n=1×10 <sup>15</sup>	-2,3	-3,2	-138	
	p=3×10 <sup>15</sup>	-3,7	+3,2	-138	
GaAs	n=1×10 <sup>19</sup>	-3,2	-5,4	-2,5	
	p=1×10 <sup>19</sup>	-12	-0,6	+46	
GaSb	n=1×10 <sup>17</sup>	-58	-54,75	-80	
	p=1×10 <sup>17</sup>	+5	-2,4	+87	

De tous les matériaux piézorésistifs, le silicium présente les caractéristiques les plus intéressantes comme le montre le tableau comparatif ci-dessous :

Tableau II.4 : Coefficients piézorésistifs  $\pi_{ij}$  de quelques semi-conducteurs à température ambiante [36]

### **II.4.1.1.** Effet de l'orientation cristalline :

La figure suivante (**II.26**) nous donne la représentation graphique des coefficients piézorésistifs dans le plan (100) du silicium de type n et de type p.

Pour le silicium de type N, nous remarquons que les directions [100] sont les plus intéressantes à exploiter car les deux coefficients  $\pi_{11}$  et  $\pi_{12}$  sont à leurs maximum. Par contre, pour cette même direction dans un silicium de type P, les trois coefficients de piézorésistivité sont à leurs minimum. Dans la direction [110], les propriétés piézorésistifs du silicium de type N sont loin de leurs valeurs potentielles alors que pour un silicium de type P dans cette direction, les deux coefficients  $\pi_{11}$  et  $\pi_{12}$  prennent des valeurs très proches entres elles et de signes opposées. Le coefficient  $\pi_{44}$  dans cette direction est nul.

Le choix du plan (100) étant imposé par des considérations d'ordre technologique, le meilleur choix sera de prendre une jauge de silicium de type N orientée suivant la direction [100]. Une fois de plus, les difficultés de réalisation technologique qui entache ce choix ne nous permet pas d'adopter cette configuration. On optera donc pour un microlevier dopé en atomes donneurs et orientée suivant la direction [110]. Les jauges diffusées seront alors de type P et orientées suivant la même direction cristallographique. Cette configuration est une bonne option pour optimiser la réponse du capteur puisque, dans ce cas, les deux coefficients  $\pi_{11}$  et  $\pi_{12}$  prennent des valeurs maximales.



Figure II.26 : Courbe de variation des coefficients piézorésistifs du silicium dans le plan (100) : (a) Si de type n, (b) Si de type p [37].

# II.4.1.2. Effet de la température et du dopage:

Afin d'étudier le comportement de  $\pi_{11}$ ,  $\pi_{12}$  et  $\pi_{44}$  (**Voir annexe C**) en fonction du dopage et de la température, Kanda [**38**] a élaboré un premier modèle de l'effet piézorésistif, en se basant sur différents résultats expérimentaux publiés dans la littérature.

En effet, une synthèse de ces résultats présentée dans le tableau II.5 montre qu'à une température ambiante, les coefficients  $\pi_{11}$  pour un dopage en atomes donneurs et  $\pi_{44}$  pour un dopage en atomes accepteurs diminuent fortement lorsque le dopage varie entre  $10^{18}$  et  $10^{21}$  cm<sup>-3</sup>. Par ailleurs, la dépendance thermique de ces deux termes est importante dans la gamme de concentration allant de  $10^{18}$  et  $10^{21}$  cm<sup>-3</sup> pour  $\pi_{11}$  et  $\pi_{44}$ . Au-delà de ces deux valeurs extrêmes de dopage, les deux coefficients deviennent quasiment indépendants de la température.

Température (°C)		-60	10	00
$N_D(Cm^{-3})$	1,18×10 <sup>18</sup> 10 <sup>21</sup>		1×10 <sup>18</sup>	2×10 <sup>21</sup>
$\pi_{11}(\text{pa}^{-1})$	105×10 <sup>-11</sup>	18×10 <sup>-11</sup>	68×10 <sup>-11</sup>	20×10 <sup>-11</sup>
$N_A(Cm^{-3})$	3×10 <sup>18</sup>	2×10 <sup>21</sup>	3×10 <sup>18</sup>	2×10 <sup>21</sup>
$\pi_{44}(\text{pa}^{-1})$	145×10 <sup>-11</sup>	36×10 <sup>-11</sup>	96×10 <sup>-11</sup>	3×10 <sup>-11</sup>

Tableau II.5 : Tableau d	d'évolution des	coefficients pi	ézorésistifs $\pi_{11}$	du silicium	dopé n et $\pi_{44}$	du silicium
	dopé p en fonc	tion de la temp	pérature et du d	lopage [39].		

# II.4.2. Réponse piézorésistive :

Afin d'obtenir un signal représentatif du mouvement du microlevier, la méthode de détection choisie, dans un souci de miniaturisation et d'intégration, est une méfhode piézorésistive.

L'idée principale d'une telle méthode provient du fait que le silicium dopé est un matériau piézorésistif, c'est-à-dire un matériau dont la résistivité dépend des contraintes appliquées.

Ainsi, en plaçant une piézorésistance à l'endroit où les contraintes longitudinales (selon l'axe x) générées par le mouvement du microlevier sont maximales (à l'encastrement). Il est possible d'obtenir un signal électrique dont les variations sont liées au mouvement du microlevier.

Cette piézorésistance sera donc réalisée lors du procédé de fabrication du microlevier par dopage de bore dans le silicium.

#### **II.4.2.1.** Dimensions du microlevier :

Une poutre encastrée libre de longueur L, de largeur l et d'épaisseur e sur laquelle est déposée une couche piezorésistive de longueur  $\lambda$ , d'épaisseur négligeable devant l telle que la raideur de la poutre soit peu affectée par la jauge. A l'extrémité libre du microlevier s'exerce une force  $F_z$ , dirigée selon l'axe z.

Les variables exprimant les dimensions du microlevier ainsi que celles de la jauge piezorésistive sont répertoriées sur la Figure II.27.



Figure II.27 : Vue schématique d'une poutre encastrée libre, recouverte d'une jauge, soumise à une charge normale.

La détection piezorésistive de la force par le microlevier dépend du changement relatif de la résistivité. Ce dernier est donné en fonction de la contrainte par (**Voir annexe C**) :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \pi_l \sigma_l + \pi_t \sigma_t \tag{II.46}$$

Où :

- $\pi_l$  et  $\pi_t$  sont, respectivement les coefficients de piézorésistivité longitudinal et transversal.
- $\sigma_l$  et  $\sigma_t$  sont respectivement les contraintes longitudinale et transversale.

 $\sigma_t$  peut être négligée dans la déflexion du microlevier donc l'équation (II.46) peut être réduite à :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \pi_l \sigma_l \tag{II.47}$$

Pour effectuer le calcul de la variation de résistance électrique, nous ne tiendrons compte que des contraintes mécaniques longitudinales présentes au sein des éléments longitudinaux de la jauge.

La déformation relative sur l'axe  $\vec{x}$  en tout point de la poutre chargée selon l'axe  $\vec{z}$  s'exprime alors comme étant :(rappelons l'équation (II.21)) :

$$\varepsilon_l(x,z) = \frac{\sigma_l(x,z)}{\hat{E}} = \frac{M_z(x)}{E I_z} \cdot (z - \bar{z})$$

Pour le microlevier, la déformation relative locale à la surface en fonction de la force appliquée est donnée par **[26]** :

$$\varepsilon_l(x,z) = \frac{6F_z}{\hat{E}le^2}.(L-x) \tag{II.48}$$

Vu que les contraintes mécaniques (et donc l'élongation) ne sont pas constantes, nous serons amenés à utiliser la valeur moyenne de la déformation longitudinale prise sur l'intégralité de la jauge pour le calcul de la variation relative de résistance électrique. Cette valeur notée  $\bar{\varepsilon}_l(x, z)$  est définie telle que [26] :

$$\bar{\varepsilon}_l(x,z) = \frac{\int_0^\lambda \int_0^e H(x).\varepsilon_l(x,z).dx.dz}{\int_0^\lambda \int_0^e dx.dz}$$
(II.49)

H(x) est la fonction Heaviside imposant le fait que l'élongation est strictement nulle pour toutes valeurs de x inférieures à zéro. Autrement dit, nous considérerons toujours que les contraintes mécaniques (et par conséquent l'élongation) sont nulles partout là où les structures ne sont pas suspendues (là où le silicium monocristallin dont est constituée la jauge piezorésistive n'a pas été gravée). La fonction Heavyside est définie telle que :

$$H(x) = \begin{cases} 1 & si: x \ge 0\\ 0 & si: x < 0 \end{cases}$$
(II.50)

De l'équation (II.49) et après le calcul de l'intégrale partiellement on trouve la valeur moyenne :

$$\bar{\varepsilon}_l = \frac{6F_z}{\hat{E}le^2} \left( L - \frac{\lambda}{2} \right) \tag{II.51}$$

Connaissant la valeur moyenne de l'élongation longitudinale, il est aisé d'obtenir la variation relative de résistance électrique en utilisant le facteur de jauge piezorésistif uniaxial longitudinal (**Voir annexe B**) :

CHAPITRE II Propriétés mécaniques et électriques du microlevier piézorésistif

$$\frac{\Delta R}{R} = G_l . \bar{\varepsilon}_l \tag{II.52}$$

G<sub>1</sub>:Facteur de jauge longitudinal.

# II.4.2.2. Sensibilité du microlevier :

Remplaçant les équations (II.16) et (II.51) dans l'équation (II.52) ; nous trouvons :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{3.e}{2.L^3} \cdot G_l \cdot \left(L - \frac{\lambda}{2}\right) \cdot \delta_z(L) \tag{II.53}$$

Avec :

$$G_{l} = [\pi_{l}.E + (1 + 2.\upsilon)]$$
(II.54)

La relation (II.53) est utile dans le cadre de tests où, avec l'aide d'une pointe asservie à une vis micrométrique, il est possible d'imprimer un déplacement déterminé au bout de la microstructure. Dans ce cas, il est possible d'extraire différentes données expérimentales comme, par exemple, le facteur de jauge longitudinal noté ici  $G_l$ .

Les déflexions imposées au microlevier par la force appliquée, induisent une variation de résistance électrique au sein de la jauge de contraintes piezorésistives. Afin de pouvoir traiter le signal issu de ces dernières, la variation de résistance électrique doit être dans un premier temps transformée en une variation de tension ou de courant par pont de Wheatstone par exemple.

Matériaux	Si, n-type	Si, p-type	Si, p-type	Ge, n-type	Ge, p-type
	(11,7 Ωcm)	(7,8 Ωcm)	(7,8 Ωcm)	(9,9 Ωcm)	(15 Ωcm)
$\pi_l$ . E	-133 [100]	175 [111]	122 [110]	-150 [111]	48 [111]

# Tableau II.6 : Quelques valeurs de $\pi_1$ . E suivant les directions cristallographiques [40].

Dans le cas particulier d'orientations respective du champ électrique, du courant et de la contrainte selon la direction cristallographique  $\langle 110 \rangle$  appliquée à une jauge en Silicium, et sachant que dans ce cas [41] :

- 63

 $E = 169.10^9$  Pa  $\pi_1 = 5.10^{-10}$  Pa v = 0.064

Le facteur de jauge de se matériau sera égal à 86 environ

La figure *II.28* présente la sensibilité en fonction de la déflexion maximale pour un microlevier de caractéristiques suivantes :

#### - Dimensions :

 $\begin{array}{l} L = 400 \mu m, \\ l = 100 \ \mu m \\ e = 1 \ \mu m \\ \lambda = 100 \ \mu m \end{array}$ 

# - Paramètres mécanique :

$$\begin{split} E &= 169 \text{ GPa} \\ \upsilon &= 0,064 \\ G_1 &= 86 \end{split}$$



Figure II.28 : la sensibilité du microlevier en fonction de la déflexion maximale

## II.4.2.3. Calcul du coefficient $\beta$ :

Nous allons maintenant, déterminer le coefficient  $\beta$ , classiquement utilisé dans la littérature, qui nous permettra de connaître la valeur de l'efficacité de notre microstructure en comparant la valeur théorique maximale avec la valeur expérimentale de la sensibilité. Ce coefficient est compris entre 0 et 1. Si le microlevier est uniformément dopé et s'il ne possède aucune sensibilité de détection, alors  $\beta$  sera nul. Pour un dopage en surface et une sensibilité maximale de la structure  $\beta$  atteint alors 1. Ce coefficient nous permet donc de connaître l'efficacité de nos microstructures pour une dimension donnée et de pouvoir ainsi la comparer avec celle d'autres microstructures citées dans la littérature [25].

Nous écrivons donc :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{mesuré} = \beta \cdot \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{max\ théorique} \tag{II.55}$$

En pratique, le procédé de fabrication de microleviers joue un grand rôle surtout au niveau des dopants (choix du matériau, de la dose et de l'énergie d'implantation) et des temps de recuit.

# II.5. Influence de la température et de la pression :

# II.5.1. Dépendances des divers paramètres vis-à-vis de la température et de la pression :

Dans un premier temps, il faut déterminer l'effet de la température sur les divers paramètres géométriques et physiques de la structure utilisée. Ces effets interviennent sur le microlevier.

La température agit sur les dimensions du microlevier et sur la masse volumique du silicium par l'intermédiaire de la dilatation thermique et permet ainsi d'en exprimer leur dépendance pour de faibles variations de température **[20]** :

$$\begin{cases}
L = L_0. (1 + \alpha. (T - T_0)) \\
l = l_0. (1 + \alpha. (T - T_0)) \\
e = e_0. (1 + \alpha. (T - T_0)) \\
Rho = Rho_0. (1 - 3. \alpha. (T - T_0))
\end{cases}$$
(II.56)

Avec :

- $\alpha$  représente le coefficient de dilatation thermique qui vaut 2,6×10<sup>-6</sup>/K pour le Silicium
- T la température
- T<sub>0</sub> la température initiale prise comme référence

- Rho<sub>0</sub> la masse volumique du silicium à  $T = T_0$
- $L_0$ ,  $l_0$  et  $e_0$  sont les dimensions du microlevier à  $T = T_0$ .

#### **II.5.2.** Pulsation de résonnance :

Le modèle de Sader[42] corrige l'expression de la pulsation de résonance dans le vide pour tenir compte de la présence du fluide entourant la poutre er donne une équation approchée de la pulsation de résonance.

En reprenant l'équation (II.38), nous pouvons tenir compte de la température et de la pression en introduisant un terme correcteur **[20]** :

$$\omega_n = \left(\frac{\lambda_n L}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{\hat{E}I_z}{\mu + \frac{\pi}{4} Rho_0 . l^2 . \Re(\Gamma(\omega_n))}} \tag{II.59}$$

Où :

- $\Re$  représente la fonction partie réelle.
- $\Gamma(\omega_n)$  est la fonction hydrodynamique obtenue en résolvant les équations du mouvement du fluide :

$$div\,\vec{u} = 0 \tag{II.60}$$

$$-\overline{grad}P + \eta_0 \tilde{\Delta} \vec{u} = iRho.\,\omega_n.\,\vec{u} \tag{II.61}$$

Où :

- $\eta_0$  la viscosité dynamique (ou absolue) du fluide,
- P la pression
- $\tilde{\Delta}$  Laplacien vectoriel du champ de vitesse  $\vec{u}$ .

#### **Fonction hydrodynamique :**

La résolution des équations (II.60) et (II.61) dans le cas d'une micropoutre de section rectangulaire est très délicate et n'a, apparemment, jamais été faite.

Toutefois, J.E. Sader [42] a proposé une expression approchée de la fonction hydrodynamique  $\Gamma_{rect}(\omega_n)$  d'une poutre de section rectangulaire en corrigeant la fonction hydrodynamique  $\Gamma_{circ}(\omega_n)$  d'une poutre de section circulaire :

$$\Gamma_{\text{rect}}(\omega_n) = \Omega(\omega_n) \cdot \Gamma_{\text{circ}}(\omega_n) \tag{II.62}$$

Avec :

$$\Gamma_{\rm circ}(\omega_{\rm n}) = 1 + \frac{4.i.K_1(-i(iRe)^{1/2})}{(iRe)^{1/2}K_0(-i(iRe)^{1/2})}$$
(II.63)

Où :

- $K_0, K_1$  sont les fonctions de Bessel de la deuxième espèce
- *Re* le nombre de Reynolds donné par :

$$Re = \frac{Rho_1 \omega_n l^2}{4\eta_0} \tag{II.64}$$

Avec :

- *Rho*<sub>1</sub> : La masse volumique du fluide.

Et avec  $\Omega(\omega_n)$  est une fonction de correction donnée par :

$$\Omega(\omega_{\rm n}) = \Omega_{\rm r}(\omega_{\rm n}) - i\Omega_{\rm i}(\omega_{\rm n}) \tag{II.65}$$

D'où :

$$\begin{split} \Omega_{\rm r}(\omega_{\rm n}) &= (0.91324 - 0.48274T + 0.46842T^2 - 0.12886T^3 + 0.044055T^4 - 0.0035117T^5 \\ &\quad + 0.00069085T^6)(1 - 0.56964T + 0.48690T^2 - 0.13444T^3 + 0.045155T^4 \\ &\quad - 0.0035862T^5 + 0.00069085T^6)^{-1} \end{split}$$

$$\begin{split} \Omega_{\rm i}(\omega_{\rm n}) &= (-0.024134 - 0.016294T^2 - 0.00010961T^3 + 0.000064577T^4 \\ &\quad -0.000044510T^5)(1 - 0.597002T + 0.55182T^2 - 0.18357T^3 + 0.079156T^4 \\ &\quad -0.014369T^5 + 0.0028361T^6)^{-1} \end{split}$$

Avec  $T = log_{10}(Re)$ .

- Revenant maintenant à l'équation (II.59) et si nous remplaçons  $I_z$  et  $\mu$  par leurs expressions et nous regroupons certains termes, cette équation devient :

$$\omega_n = \left( \left(\frac{\lambda_n L}{L}\right)^2 \cdot e \cdot \sqrt{\frac{\hat{E}}{12.Rho}} \right) \cdot \left( \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\pi Rho_0 l}{4.Rho.e} \cdot \Re(\Gamma(\omega_n))}} \right)$$
(II.66)

Le premier terme représente la fréquence de résonance dans le vide, alors que le deuxième terme représente l'influence des effets interstitiels dus au fluide.

Pour illustrer plus précisément l'influence de la température et de la pression, Frédéric Lochon **[20]** a choisi arbitrairement une poutre en silicium. Les dimensions de celle-ci sont :

- La longueur L =  $100 \,\mu m$
- La largeur  $l = 30 \,\mu m$
- L'épaisseur  $e = 5 \mu m$

En résonant dans l'air à T = 300 K et P = 1 bar, sa fréquence de résonnance est :

$$f \approx 610\ 588\ Hz$$

Après calcul de la variation de fréquence associée à une variation de température il a considéré la dépendance en température de tous les paramètres (module d'Young, coefficient de Poisson, masse volumique, longueur, largeur, épaisseur, viscosité et masse volumique de l'air), Lochon a obtenu une dépendance à la température :

$$\frac{\Delta f}{\Delta T} \approx -12,1 \times 10^{-3}.\frac{f}{T}$$

En revanche, il n'a considéré que la dépendance du module d'Young, du coefficient de Poisson et de la viscosité et masse volumique de l'air. Il obtient enfin une dépendance à la température de :

$$\frac{\Delta f}{\Delta T} \approx -12.4 \times 10^{-3} \cdot \frac{f}{T}$$

Les deux valeurs obtenues confirment donc bien le fait qu'il est possible de négliger la dilatation du matériau de la poutre et de ne considérer que les variations des paramètres mécaniques de la poutre.

Si nous nous intéressons à l'influence de la pression, la variation de la fréquence de résonance induite est liée à la variation de masse volumique de l'air et vaut **[20]** :

$$\frac{\Delta f}{\Delta P} \approx -1.47 \times 10^{-3} \cdot \frac{f}{P}$$

#### CHAPITRE II Propriétés mécaniques et électriques du microlevier piézorésistif

# **Conclusion :**

Afin d'optimiser la réponse piézorésistive du microlevier, nous avons étudié théoriquement ses propriétés mécaniques et électriques. En ce qui concerne les propriétés mécanique nous nous sommes basés sur la constante linéaire de raideur, la fréquence de résonance et la répartition des contraintes. En établissant une répartition des contraintes, nous avons mis en évidence l'endroit où la contrainte est maximale. L'étude a montré que celle-ci est maximale au point d'encastrement. L'analyse des résultats obtenus montre que l'emplacement idéal de la piézorésistance est donc sur la partie encastrée du microlevier. Nous sommes arrivés à justifier cet emplacement de la piézorésistance grâce à l'utilisation de la simulation par élément finis en utilisant le logiciel **ANSYS**.

Les simulations numériques par éléments finis nous ont permis de simuler le comportement mécanique du microlevier proposé au cours de ce mémoire. Ces simulations ont été adaptées en fonction de la structure étudiée afin de vérifier la validité du modèle mécanique dans le contexte de la réduction des dimensions.

Nos simulations nous ont confirmé l'intérêt d'utiliser les simulations par éléments finis des poutres rectangulaires qui entre dans la fabrication des microleviers utilisés dans le microscope à force atomique où les forces d'interaction et d'attraction sont de l'ordre de nanoNewton.

Pour l'étude de la réponse piézorésistive, nous avons vu que les déflexions imposées au microlevier par la force appliquée, induisent une variation de résistance électrique de la jauge qui peut être dans un premier temps transformée en une variation de tension ou de courant.

A la fin de ce chapitre, nous avons mis en évidence l'effet de la température et de la pression sur les paramètres physiques et géométriques du microlevier. Les valeurs obtenues confirment le fait qu'il est possible de négliger la dilatation du matériau et de ne considérer que les variations des paramètres mécaniques du microlevier.