MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RCHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABOU-BEKR BELKAÏD – TLEMCEN

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

LABORATOIRE DU GENIE BIOMEDICALE

G.B.M.

Mémoire

en vue de l'obtention du diplôme de Magister en Electronique

Option : ***Signaux et Systèmes***

THEME

COMPRESSION DU SIGNAL ELECTROCARDIOGRAMME ET DETECTION DU COMPLEXE QRS PAR LE MODELE D'HERMITE EN VUE D'AIDE AU DIAGNOSTIQUE DES ARYTHMIES CARDIAQUES

Présenté par

BENAISSA Mohamed

Soutenu le 01 Juin 2003 devant le jury composé de :

Président	**M. CHERKI B.**	M.C. / Université de Tlemcen
Directeur	**M. BEREKSI–REGUIG F.**	Pr. / Université de Tlemcen
Co-encadreur	**M. HADJ SLIMANE Z.**	M.A. / Université de Tlemcen
Examinateur	**M. BENDIMERAD F.T.**	M.C. / Université de Tlemcen
Examinateur	**M. CHIKH BLED M.**	M.C. / Université de Tlemcen

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au Laboratoire du Génie Biomédicale (GBM) sis au Département d'Electronique de la Faculté des Sciences de l'Ingénieur de l'Université Abou-Bekr Belkaïd – Tlemcen.

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur BEREKSI REGUIG F., Professeur à l'Université Abou-Bekr Belkaïd et Directeur du laboratoire GBM, de m'avoir dirigé, guidé et conseillé tout le long de ce travail Je le remercie pour la patience dont il a su faire preuve à mon égard. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance et considération.

Je remercie très sincèrement Monsieur HADJ SLIMANE Z., Maître Assistant à l'Université Abou-Bekr Belkaïd, pour son soutien permanent, ses conseils et ses critiques.

J'exprime toute ma reconnaissance et mes remerciements à Monsieur CHERKI B., Maître de conférence et Doyen de la Faculté des Sciences de l'ingénieur de l'Université Abou-Bekr Belkaïd, qui m'a fait l'honneur d'être Président de jury.

Je remercie Monsieur BENDIMERAD F.T., Maître de conférence à l'Université Abou-Bekr Belkaïd et CHIKH BLED M., Maître de conférence à l'Université Abou-Bekr Belkaïd pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail en acceptant de faire partie du jury.

Je tiens à remercier sincèrement Monsieur MOUSSAOUI A, Membre et fondateur de l'équipe HEXALOGIE sise à Tlemcen, de m'avoir éclairé et aidé tout au long de ce mémoire. Qu'il trouve ma gratitude pour avoir programmé l'arbre de huffman et pour sa contribution effective à la compression sans pertes.

Je tiens à remercier chaleureusement et particulièrement BEN AISSA M. et HADJ ABDELKADER pour leurs aides. J'ai pu ainsi mener à bien la fin de la rédaction de ce mémoire.

Enfin je remercie plus particulièrement les membres de ma famille qui m'ont toujours entouré et sans qui je ne serais pas arrivé là.

A mes chers parents,

A mes grands-mères,

A tous les membres de ma famille,

A tous ceux qui me sont chers.

RESUME

Le signal Electrocardiogramme qui représente l'activité électrique du cœur est caractérisé par un comportement périodique ou quasi périodique. Il se compose typiquement de trois ondes importantes appelées onde P, complexe QRS et onde T. Le complexe QRS est la partie la plus significative du signal ECG, il représente le phénomène de dépolarisation des ventricules et donne ainsi les informations utiles sur le comportement cardiaque. Par conséquent, la détection fiable du complexe QRS est nécessaire. Les systèmes médicaux automatisés typiques du traitement du signal ECG acquièrent une grande quantité de données difficile à stocker et à transmettre. La compression de données efficace du signal ECG est nécessaire afin de réduire ces quantités de données et de ne pas perdre l'information clinique du signal ECG et plus particulièrement le complexe QRS.

Les principales méthodes et techniques de compression du signal ECG sont classifiées suivant les algorithmes ou groupes d'algorithmes quelles utilisent. On peut distinguer deux grandes familles de techniques de compression : conservatives et non conservatives.

La classification des méthodes de compression non conservatives n'est pas précise et quelques algorithmes de compression peuvent être classifiés dans deux catégories ou plus, ces catégories se résument comme suit : méthodes directes, méthodes de transformation et méthodes paramétriques.

Dans notre travail, on s'est intéressé au développement d'un programme utilisant les ondelettes dans la compression des signaux cardiaques. Cette méthode est considérée classée parmi les méthodes de transformations.

Cependant, le problème qui peut être posé avec les ondelettes c'est le choix de l'ondelette analysante pour une compression optimale. Les tests et mesures réalisées par l'application de notre algorithme sur la base de données des arythmies cardiaques universelle MIT-BIH ont données des taux de compression faibles pour une distorsion acceptable du signal. Ces résultats se révèlent très satisfaisants comparativement aux résultats obtenus par d'autres chercheurs dans le domaine.

De même l'implémentation d'une technique de détection des complexes QRS en utilisant la modélisation du signal ECG par le modèle d'Hermite nous a permis de tester la puissance de l'algorithme de compression où il a été démontré, que le complexe QRS maintient une morphologie et des durées temporelles comparables au signal ECG avant compression.

Mots clés : Electrocardiogramme, compression, Ondelettes, détection du complexe QRS, polynômes d'Hermites.

SOMMAIRE

ABREVIATIONS ET NOTATIONS

Abréviations

AHMES	-	Adaptive Hermite Model Estimation System
ANN	-	Artificial Neural Network
CR	-	Compression Ratio (taux de compression)
DPCM	-	Differential Pulse Code Modulation
ECG	-	Electrocardiogramme
LPC	-	Linear Prediction Code
LTP	-	Long Term-Prediction
MSE	-	Mean Square Error
PRD	-	Percentage RMS Difference
PVC	-	Premature Ventricular Contractions
RMS	-	Root Mean Square
RLE	-	Run Length Encoding
TO	-	Transformée en Ondelette
TOC	-	Transformée en Ondelette Continue
TOD	-	Transformée en Ondelette Discret
VQ	-	Vector Quantization

Notations

L^2 : L'ensemble des fonctions de IR de carré sommable

$\langle . , . \rangle$: Produit scalaire.

ψ , $ø$: Ondelette, fonction d'échelle correspondante.

a , b : facteur d'echelle, (l'échelle étant 1/a), position.

$\hat{f}$: Transformée de Fourier de la de la fonction f.

$\bar{f}$: conjugué complexe de la fonction f.

V : espace des détails

W : espace des approximations.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Le signal Electrocardiogramme qui représente l'activité électrique du cœur est caractérisé par un comportement périodique ou quasi périodique. Il se compose typiquement de trois ondes importantes appelées onde P, complexe QRS et onde T. Le complexe QRS est la partie la plus significative du signal ECG, il représente le phénomène de dépolarisation des ventricules et donne ainsi les informations utiles sur le comportement cardiaque. Par conséquent, la détection fiable du complexe QRS demeure un domaine de recherche important qui nécessite d'avantage d'intérêt. De même les systèmes médicaux automatisés typiques de traitement des signaux tels le signal ECG, acquièrent une grande quantité de données difficile à stocker et à transmettre. La compression de données efficace du signal ECG est nécessaire afin de réduire ces quantités de données. La compression du signal ECG nécessite des algorithmes adéquats afin de ne pas perdre l'information clinique du signal ECG et plus particulièrement le complexe QRS.

Tous les algorithmes de compression de données cherchent à réduire au minimum le stockage de données en éliminant la redondance du signal. Le rapport de compression est défini comme le rapport du nombre de bits du signal original au nombre de bits stocké dans le signal compressé. Un rapport faible de compression est toujours demandé, mais la largeur de bande, la fréquence de prélèvement et la précision des données originales affectent beaucoup ce rapport.

Un algorithme de compression de données doit également représenter les données avec une fidélité acceptable. Dans la compression de données biomédicales, l'acceptabilité clinique du signal reconstruit doit être déterminée par l'inspection visuelle. L'erreur entre le signal reconstruit et le signal original peut être mesuré par une mesure numérique. Un algorithme de compression de données sans pertes aboutit à une erreur nulle et le signal reconstruit replie exactement le signal original.

La qualité d'un algorithme de compression de données est reliée à trois critères importants: mesure de la compression (taux de compression CR), erreur de reconstruction et complexité algorithmique. La mesure de la compression et l'erreur de reconstruction dépendent habituellement l'un de l'autre et sont généralement utilisées pour le calcul du taux de déformation du signal compressé (PRD) induit par l'algorithme.

Jusqu'à aujourd'hui, la méthode la plus appropriée afin d'examiner la diagnostabilité est d'obtenir les évaluations des cardiologues.

Les principales méthodes et techniques de compression du signal ECG sont classifiées suivant les algorithmes ou groupes d'algorithmes qu'elles utilisent. On peut distinguer deux grandes familles de techniques de compression : conservatives et non conservatives.

Les expérimentations menées montrent que généralement, les méthodes qui atteignent des taux de compression très faibles sont les méthodes avec distorsion. Par contre, les méthodes sans distorsion engendrent des taux de compression élevés et ne sont utilisées que dans des applications sensibles telles que les images médicales et les images satellites.

L'implémentation d'algorithmes de compression sans pertes est donc indispensable afin de la combiner aux algorithmes de compression avec pertes dans le but de coder les informations résultantes de ces derniers.

Une des méthodes de compression les plus récentes, est la méthode de compression utilisant les ondelettes. Dans ce travail, nous nous intéresserons à ce type de compression et nous le combinerons aux techniques de compression sans pertes dans le but d'obtenir des taux de compression faibles avec un taux de déformation du signal acceptable.

Une des questions les plus importantes lors de l'utilisation des ondelettes, est quelles ondelettes utiliser ? Dans le but d'essayer de répondre à cette question, nous étudierons l'application d'un grand nombre d'ondelettes analysantes pour le problème de la compression. Les résultats obtenus par l'ondelette sélectionnée seront comparés à des travaux déjà réalisés dans ce domaine.

Dans ce travail, nous avons développé un nouvel algorithme qui permet la détection des complexes QRS en utilisant la modélisation du signal ECG par le modèle d'Hermite. Cette modélisation consiste à estimer le signal Electrocardiogramme par un ensemble de fonctions orthogonales, l'exploitation de l'erreur résiduelle entre le signal réel et le modèle d'Hermite permet la détection du complexe QRS. Cet algorithme de détection est appliqué au signal ECG original et reconstruit après compression dans le but d'évaluer son efficacité.

Les algorithmes de compression du signal ECG et de détection des complexes QRS sont évalués sur la base de données universelle de MIT/BIH.

Ainsi nous avons structuré notre travail en cinq chapitres :

Un rappel théorique sur l'anatomie du cœur et sur le signal ECG est présenté dans le premier chapitre.

Le deuxième chapitre a été consacré à l'étude des différentes techniques de compression utilisées pour l'ECG.

Le troisième chapitre a fait l'objet du rappel sur la théorie des ondelettes et la possibilité de compression en les utilisant.

L'algorithme de compression proposé et le choix de l'ondelette appropriée pour la compression du signal ECG sont présentés en chapitre quatre, ainsi qu'une comparaison des résultats obtenus avec d'autres travaux.

Finalement dans le dernier chapitre, le nouvel algorithme de détection du complexe QRS est présenté. Les résultats obtenus sur les signaux originaux et compressés y sont présentés.

Anatomie du Cœur

&

L'electrocardiogramme

I. 1. ANATOMIE DU CŒUR

Le cœur est un organe musculaire creux recevant le sang par les veines et le propulsant dans les artères **[1]**, assurant ainsi la circulation sanguine (figure I-1). Le cœur humain se trouve derrière la partie inférieure du sternum, à gauche de la ligne médiane. Il présente une forme vaguement conique, la base étant orientée vers le haut et vers la droite, légèrement inclinée vers l'arrière ; le sommet touche la paroi thoracique entre la cinquième et la sixième côte. Le cœur est maintenu en place principalement par ses connexions aux grandes artères et veines, et par son confinement dans le péricarde, un sac à double paroi dont l'une enveloppe le cœur (le protège) et l'autre est rattaché au sternum, au diaphragme et aux membranes du thorax.

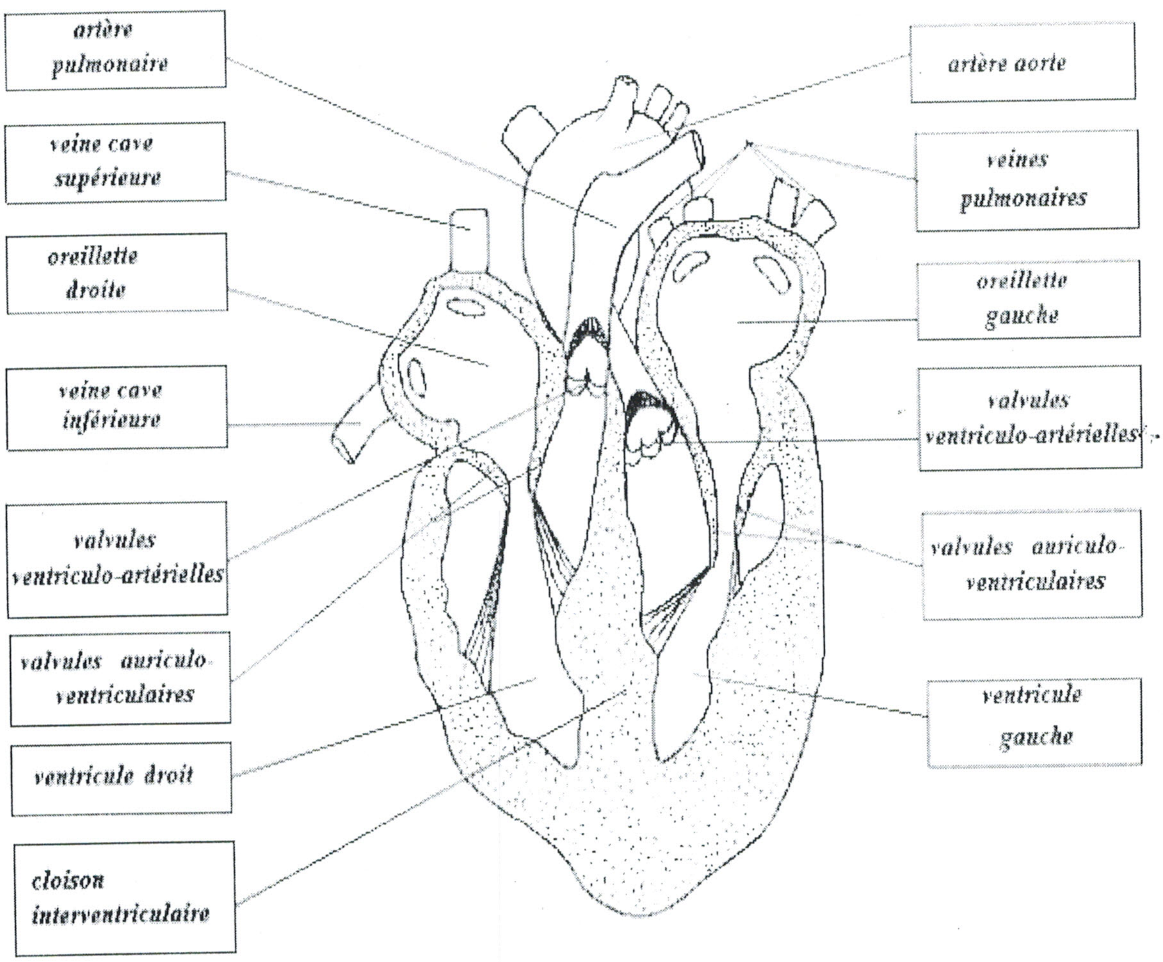


Figure I-1 **:** Anatomie du cœur

Le cœur est un muscle qui pompe le sang de la totalité de l'organisme, il joue ainsi un rôle essentiel dans le réglage de son débit et dans son adaptation aux variations physiologiques, en particulier à l'effort.

Le cœur humain comprend deux systèmes parallèles fonctionnant simultanément. En raison de leur position anatomique, ces systèmes sont souvent désignés par cœur droit et cœur gauche. Chaque moitié du cœur comprend une oreillette, qui reçoit le sang des veines, et une ventricule, qui envoie le sang dans les artères, séparés par une valvule auriculo-ventriculaire (valvule mitrale (cœur gauche) et tricuspide (cœur droit)) qui canalise le sang de l'oreillette vers le ventricule.

I.2. Etude du signal Electrogardiogramme ECG

I.2.1Définition

Le signal électrocardiogramme (ECG) est l'interprétation physique de l'activité électrique du cœur, il correspond successivement à la dépolarisation et repolarisation auriculaire qui correspondent à la contraction auriculaire, puis la dépolarisation et repolarisation ventriculaire qui correspondent à la contraction ventriculaire. Ces phénomènes sont suivis d'un repos électrique qui correspond à la ligne de base isoélectrique **[1]**.

I.2.2 Le Cycle cardiaque et la base électrique de l'ECG

Le courant électrique produit par dépolarisation et repolarisation des oreillettes et des ventricules est détecté par des électrodes, il est amplifié, visualisé sur un oscilloscope, enregistré sur le papier d'ECG, ou stocké dans la mémoire. Le courant électrique produit par dépolarisation auriculaire est enregistré comme étant l'onde P, et celui produit par dépolarisation ventriculaire est enregistré comme étant les ondes Q, R, et S : représentant ainsi le complexe QRS. La repolarisation auriculaire est représenté par l'onde Ta (Ta), et l'onde T représente le courant électrique du à la repolarisation ventriculaire, ou simplement, l'onde T. Vu que la repolarisation auriculaire se produit pour un cycle cardiaque normale, pendant la dépolarisation ventriculaire, l'onde Ta est masquée ou cachée par le complexe QRS (figure I-2).

Pour un cycle cardiaque normal, l'onde P représente la première onde, suivi du complexe QRS et de l'onde T comme le montre la figure I-3.

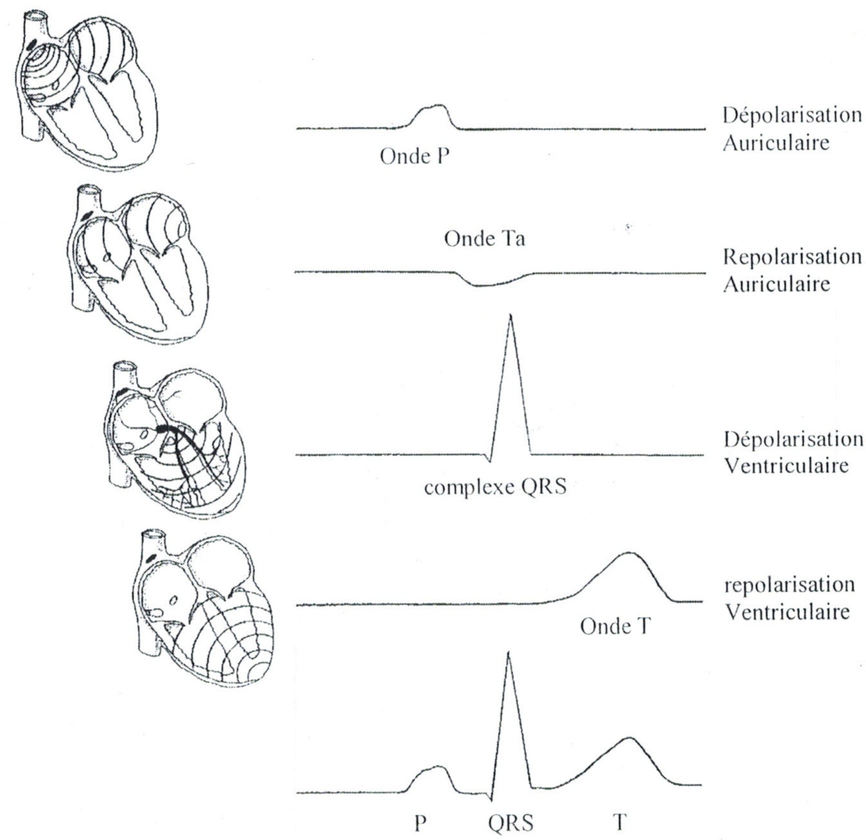


Figure I-2 : Les bases électriques de l'ECG **[1]**

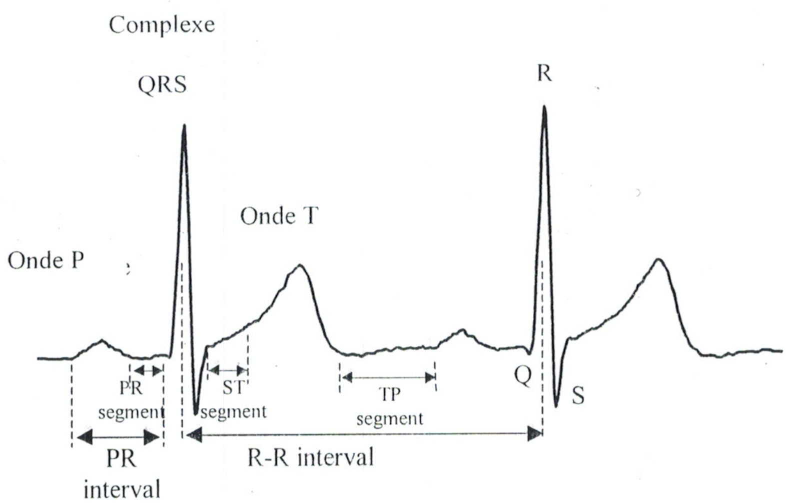


Figure I-3 – Cycle cardiaque et composantes de l'ECG **[1]**.

Le signal ECG est représenté par plusieurs sections appelées segments et intervalles: le segment PR, le segment ST, le segment TP, l'intervalle PR et l'intervalle RR. Contrairement aux intervalles qui incluent des ondes et des complexes, les segments représentent les durées entre les différentes ondes du signal ECG.

Les caractéristiques temporelles et morphologiques des différentes ondes du signal ECG sont les suivantes **[2]**:

- L'onde P: Elle correspond à la contraction de l'oreillette. Cette onde a une durée inférieur à 0.12 seconde tandis que son amplitude est inférieure à 0.25 mv.

- L'espace PQ: Il correspond au temps écoulé entre le début de la conduction de l'oreillette et celle du ventricule. C'est le temps de conduction atrio-ventriculaire (ou auriculo-ventriculaire). Il est normalement de 0.16 seconde.

- Le complexe QRS reflète la contraction des deux ventricules; sa durée totale est de 0.08 seconde.

  - La pointe Q est négative et de faible amplitude
  - La pointe R est positive et de grande amplitude
  - La pointe S est négative et de faible amplitude

- L'onde T correspond à la fin de la contraction ventriculaire et à la repolarisation du myocarde. La durée QT est de 0.36 seconde.

I.2.3 Principes d'enregistrement [2]:

Le signal ECG peut être enregistré sur différents sites du corps d'un sujet par l'intermédiaire d'électrodes. Selon leurs emplacements, on distingue différentes dérivations. Ainsi on distingue:

a- Dérivations périphériques standard d'Einthoven:

Elles sont au nombre de trois. Ces dérivations sont bipolaires. Elles permettent la mesure des différences de potentiel entre des points très éloignés au niveau du corps. On distingue (Figure I-4):

- La dérivation I (DI), bras gauche - bras droit.

- La dérivation II (DII), jambe gauche - bras droit.

- La dérivation III (DIII), jambe gauche - bras gauche.

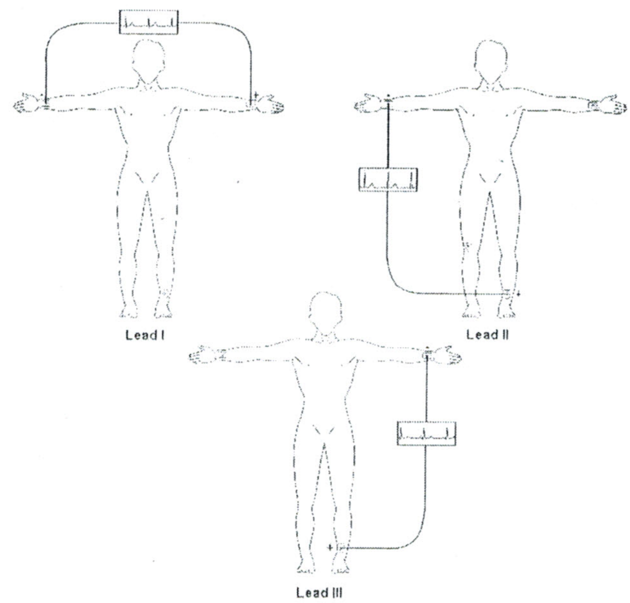


Figure I-4 : Dérivation périphériques standard d'Einthoven: **[1]**.

b- Dérivations périphériques unipolaires de Goldberger:

Elles permettent de mesurer les variations de potentiel aux extrémités du corps au moyen d'une électrode exploratrice (pôle positif). Ce potentiel étant comparé à celui d'une électrode de référence (pôle négatif) dont le potentiel est nul (Figure I-5). Les dérivations sont connues par aVR, aVL et aVF; où ''a'' : *augmented voltage*; indique que le potentiel recueilli par chacune de ces dérivations est amplifié. Le ''V'' signifie qu'il s'agit d'une dérivation unipolaire. ''R'', ''L'', ''F'' est (*Right, Left, Foot*).

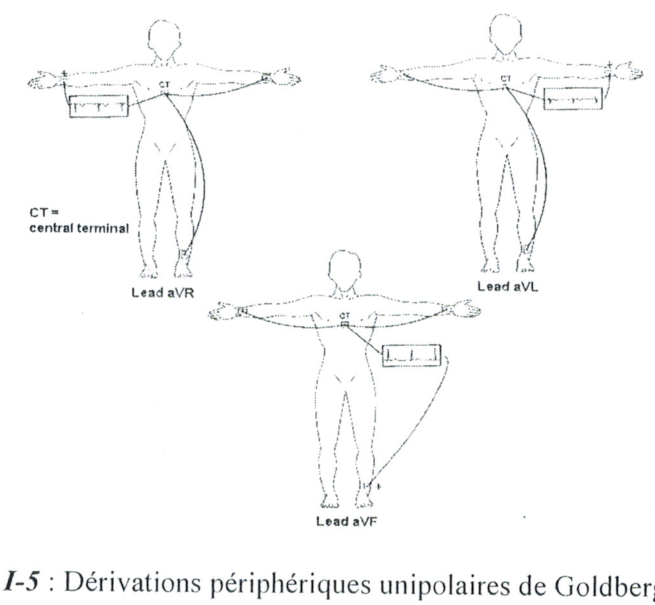


Figure I-5 : Dérivations périphériques unipolaires de Goldberger: **[1]**.

c- Dérivations précordiales unipolaires de Wilson:

L'électrode de référence est de type Wilson. Les électrodes exploratrices sont placées prés du cœur, en des endroits précis (Figure I-6). Ainsi on reconnaît six types de dérivations précordiales:

- V_1: électrode placée à droite du sternum
- V_2: électrode placée à gauche du sternum
- V_3: électrode placée à mi-distance entre V_2 et le mamelon
- V_4: électrode placée sous le mamelon
- V_5: électrode placée à mi-distance entre le mamelon et la ligne axillaire
- V_6: électrode placée sur la ligne axillaire

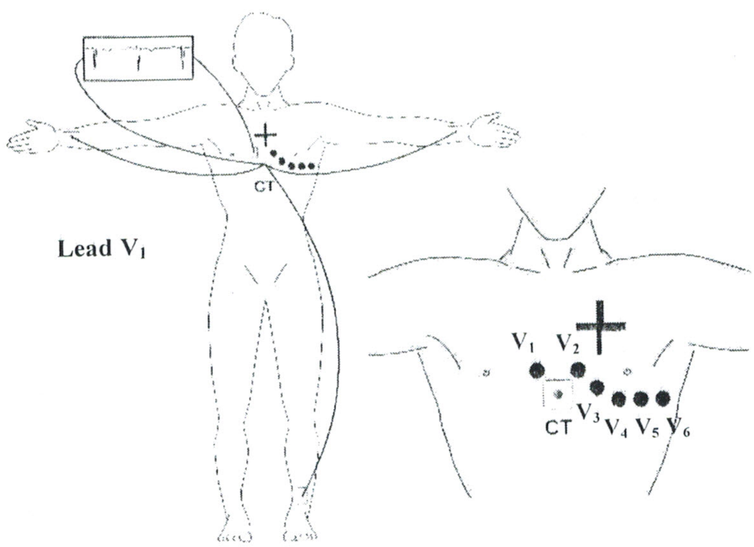


Figure I-6 : Dérivations précordiales unipolaires de Wilson **[1]**.

Le signal ECG obtenu lors de enregistrement est généralement contaminé avec différentes sources de bruit. Celles-ci peuvent perturber les caractéristiques de phase et d'amplitude du signal utile **[2]**. Parmi ces bruits nous pouvons citer :

- **Electromyogramme (EMG)** : il est dû aux variations de potentiel engendrées au sein des tissus musculaires. Son amplitude est la même que le signal ECG mais il se produit dans les hautes fréquences.
- **Les bruit provoqués par les ondulations de la ligne de base** : La ligne de base est la ligne d'équilibre de l'activité cardiaque. Elle doit être isoélectrique. Des ondulations de très basses fréquences dues aux mouvements du sujet où au mauvais contact des électrodes, peuvent perturber cette ligne.

- **Interférences du réseau 50 Hz.**
- **Motion Artefact :** C'est la forme de bruit la plus difficile à extraire des signaux ECG et ceci en raison du chevauchement de son spectre avec celui de l'ECG ainsi que sa morphologie qui ressemble celles des ondes P, QRS et T.

L'enregistrement du signal ECG nécessite un appareillage adéquat pouvant éliminer au maximum l'interférence de ces bruits, ce qui rend la lecture du signal par le cardiologue simple et évidente. Dans certains cas, la détection des arythmies cardiaques nécessite l'enregistrement d'une grande quantité de données afin de pouvoir étudier le signal et d'y déceler les défaillances. Ce signal doit donc être stocké pour des inspections cliniques ultérieures. Dans d'autres cas la transmission de ces données est indispensable et vitale. L'importance de la quantité du signal enregistré nécessite donc de trouver une méthode permettant de réduire au maximum la quantité des données, ceci ne peut être réalisé que par la compression.

Conclusion

Les systèmes médicaux automatisés typiques d'un traitement des signaux acquièrent une grande quantité de données difficile à stocker et à transmettre. Afin d'arriver à ces effets, il est très souhaitable de trouver une méthode permettant de réduire la quantité de données sans perte d'information importante.

La compression des données du signal l'électrocardiogramme (ECG) a suscité ainsi beaucoup d'attention. Un aperçu général des différentes recherches réalisées est présenté dans le chapitre suivant.

COMPRESSION POUR L'ECG

1. INTRODUCTION

Les systèmes médicaux automatisés typiques de traitement des signaux acquièrent une grande quantité de données difficile à stocker et à transmettre **[3]**. Afin d'arriver à ces effets, il est très souhaitable de trouver une méthode permettant de réduire la quantité de données sans perte d'information importante.

Tous les algorithmes de compression de données cherchent à réduire au minimum le stockage de données en éliminant la redondance du signal. Le rapport de compression est défini comme le rapport du nombre de bits du signal original au nombre de bits stocké dans le signal compressé. Un rapport faible de compression est toujours demandé, mais la largeur de bande, la fréquence de prélèvement et la précision des données originales affectent beaucoup ce rapport **[4]**.

Un algorithme de compression de données doit également représenter les données avec une fidélité acceptable. Dans la compression de données biomédicales, l'acceptabilité clinique du signal reconstruit doit être déterminée par l'inspection visuelle. L'erreur entre le signal reconstruit et le signal original peut être mesurée par une mesure numérique. Un algorithme de compression de données sans perte aboutit à une erreur nulle, et le signal reconstruit replie exactement le signal original.

2. MESURE DE LA COMPRESSION

La qualité d'un algorithme de compression de données est reliée à trois critères importants: mesure de la compression, erreur de reconstruction et complexité algorithmique. La mesure de la compression et l'erreur de reconstruction dépendent habituellement l'un de l'autre et sont généralement utilisées pour le calcul du taux de déformation du signal compressé induit par l'algorithme. La complexité algorithmique représente plutôt le côté pratique de l'exécution de l'algorithme (temps d'exécution...).

2.1. Critère d'erreur

Un des problèmes les plus difficiles lors de l'application de la compression et de la reconstruction du signal ECG est comment définir le critère d'erreur ou comment estimer l'erreur induite lors de l'application de l'algorithme de compression. Le but des systèmes de compression est d'enlever la redondance, l'information non pertinente (qui ne contient pas l'information diagnostique – dans le cas d'ECG). En conséquence, le critère d'erreur doit être défini tel qu'il mesurera les capacités du signal reconstruit pour préserver l'information appropriée. Un tel critère a été défini dans le passé en tant que diagnostabilité "diagnostability" **[5]**. Un problème semblable existe dans les sons articulés synthétisés, dans lesquels le critère "intelligibilité" a été défini **[6]**. Jusqu'à aujourd'hui, la méthode la plus appropriée afin d'examiner la diagnostabilité est d'obtenir les évaluations des cardiologues. Cette solution est la meilleure pour obtenir des évaluations des exécutions des codeurs, mais elle ne peut pas être employée comme outil pour concevoir des codeurs d'ECG et certainement, ne peut pas être employée comme partie intégrale de l'algorithme de compression. Cependant, afin d'employer un tel critère pour les codeurs conçus, il est indispensable de lui donner un modèle mathématique. Jusqu'ici, il n'existe aucune structure mathématique répondant à ce critère et toutes les mesures d'erreur admises sont des variations immobiles de l'erreur de classe moyenne ou de l'erreur absolue, faciles à calculer mathématiquement.

La plupart des algorithmes de compression d'ECG, utilisent le pourcentage de la différence de l'erreur quadratique (PRD) (root mean square difference) entre le signal original et le signal après décompression **[3]**:

$$PRD = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}\left(x(n) - \tilde{x}(n)\right)^2}{\sum_{n=1}^{N} x^2(n)}} \times 100 \qquad \text{II-1}$$

où $x(n)$ est le signal original, $\tilde{x}(n)$ est le signal reconstruit, et N représente le nombre d'échantillons utilisés pour le calcul du PRD.

Il existe d'autres mesures d'erreur pour comparer les signaux originaux et reconstruits de l'ECG **[7]**, tel que l'erreur moyenne quadratique (RMS):

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}\left(x(n) - \tilde{x}(n)\right)^2}{N}} \qquad \text{II-2}$$

Une autre mesure de déformation est le rapport signal-bruit SNR, qui est exprimé comme:

$$SNR = 10\log\left(\frac{\sum_{n=1}^{N}\left(x(n) - \bar{x}\right)^2}{\sum_{n=1}^{N}\left(x(n) - \tilde{x}(n)\right)^2}\right) \qquad \text{II-3}$$

où $\bar{x}$ est la valeur moyenne du signal original.

L'erreur d'amplitude maximum appelée aussi l'erreur de crête (maximum ou PE : Peack Error) est également une mesure d'erreur, qui est exprimée comme:

$$MAX = \max_{n}\{|x(n) - \tilde{x}(n)|\} \qquad \text{II-4}$$

2.2 Evaluation de la compression

Beaucoup de problèmes existent dans la définition de la mesure de compression. Ces problèmes dérivent la plupart du temps du manque d'uniformité (aucun étalonnage) en conditions d'essai des divers algorithmes tels les fréquences de prélèvement et les niveaux de quantification. La taille de la compression est souvent mesurée par le taux de compression (CR) qui est défini comme le rapport au débit binaire du signal original b_{org} au débit binaire du signal reconstruit b_{comp}:

$$CR = \frac{b_{orig.}}{b_{comp.}} \qquad \text{II-5}$$

L'inconvénient est que chaque algorithme est alimenté avec un signal ECG qui a une fréquence de prélèvement différente et un nombre différent de niveaux de quantification. Ainsi, le débit binaire du signal original n'est pas standard. Quelques tentatives ont été faites dans le passé afin de définir des normes pour la fréquence de prélèvement et la quantification, mais ces normes n'ont pas été mises en application et les réalisateurs des algorithmes emploient toujours les taux et les quantificateurs qui leurs sont commodes.

Quelques auteurs emploient le nombre de bits transmis par échantillon du signal compressé comme mesure de taux de l'information. Cette mesure enlève la dépendance envers la résolution du quantificateur, mais la dépendance à l'égard de la fréquence de prélèvement subsiste. Une autre mesure emploie le nombre de bits transmis par seconde. Celle-ci supprime la dépendance à l'égard de la résolution du quantificateur ainsi que la dépendance à l'égard de la fréquence de prélèvement.

L'évaluation des performances concernant la compression des signaux cardiaques est ainsi difficilement comparable, dans la mesure où elles ne sont pas fondées sur les mêmes principes. Il est donc utile de préciser les moyens de mesurer la compression qui sont retenus par les spécialistes et qui va être adopté dans notre travail pour évaluer la performance de notre algorithme.

Le degré de réduction des données obtenu par une méthode de compression peut être évalué au moyen du quotient de compression Q_{comp} défini par la formule :

$$Qcomp = \frac{Taille\ initial}{Taille\ après\ compression} \qquad \text{II-6}$$

Le taux de compression (CR), généralement exprimé en pourcentage, est l'inverse du quotient de compression.

$$CR = \frac{1}{Qcomp} \qquad \text{II-7}$$

Le gain de compression est également exprimé en pourcentage ; c'est le complément à 1 du taux de compression.

$$Gcomp = 1 - CR \qquad \text{II-8}$$

Exemple :

Un fichier original de 2 000 signes compressé en 800 signes présente un quotient de compression de 2,5, un taux de compression de 40 %, et un gain de compression de 60 %.

3. TYPES DE COMPRESSION ET CLASSIFICATION DES ALGORITHMES

En générale, la compression des données consiste à lire un flot de symboles et à les transformer en codes. Si la compression est efficace, le flot de codes résultant sera plus petit que l'original. La décision de générer un certain code pour un symbole ou une collection de symboles donnée est basée sur un modèle. Ce dernier est simplement une collection de données et de règles utilisé pour traiter les symboles lus et déterminer le ou les codes à générer. Un programme utilise donc un modèle pour définir avec précision les probabilités de chaque symbole et utilise un codeur pour produire le code approprié en fonction de ces probabilités.

3.1. Classification des algorithmes de compression

La plupart des méthodes de compression visent à enlever la redondance présente dans le signal de manière à diminuer le nombre de bits nécessaires à sa représentation.

Pour aborder les principales méthodes et techniques de compression du signal ECG et l'application de quelques une d'entre elles sur la base de données MIT-BIT universelle **[annexe A]**, on a choisi de les classifier suivant les algorithmes ou groupe d'algorithmes qu'elles utilisent. On peut distinguer deux grandes familles de techniques de compression : conservatives et non conservatives.

- **Compactage ou compression sans pertes (compression conservative):** Elle s'effectue pour la reconstruction de données exactes sans pertes d'informations, on parle alors d'algorithme réversible. La représentation compactée de l'information permet en effet de reconstituer l'intégralité de la représentation d'origine, en appliquant l'algorithme inverse.

- **Compression avec pertes (avec distortions):** Elle s'effectue avec une perte contrôlée d'informations et l'on parle alors d'algorithme irréversible. En effet, la représentation compressée de l'information ne permet pas de reconstituer intégralement la représentation d'origine. Il est ainsi nécessaire, au moment de la diffusion de l'information, d'extrapoler pour restituer une information la plus proche possible de l'information d'origine.

Les expérimentations menées montrent que généralement, les méthodes qui atteignent des taux de compressions très faibles sont les méthodes avec distorsion. Par contre, les méthodes sans distorsion engendrent des taux de compressions élevées et ne sont utilisées que dans des applications sensibles telles que les images médicales et les images satellites.

L'implémentation d'algorithme de compression sans pertes est donc indispensable afin de la combiner aux algorithmes de compression avec pertes dans le but de coder les informations résultantes de ces derniers.

Dans ce qui suit, nous allons définir les techniques de compression sans pertes afin de les appliquer au signal ECG, puis nous définirons les différentes méthodes de compression avec pertes utilisées dans la littérature pour la compression du signal ECG en citant les différents résultats émanant de ces techniques dans le but de les comparer à nos résultats.

3.2 Compression conservative

La compression conservative regroupe les techniques garanties qui génèrent une copie exacte des données après un cycle de compression/expansion. Le stockage des enregistrements d'une base de données, des tableurs ou des fichiers de traitement de texte, utilise ce type de compression. Dans ces applications, la perte d'un seul bit peut être catastrophique **[8]**.

Cette première famille de compression est la plus importante et la plus courante. La grande majorité des algorithmes développés sont des algorithmes conservateurs. Comme son nom l'indique, cela implique qu'un fichier compressé puis décompressé sera en tout point identique à l'original : aucune donnée ne sera altérée. Bien évidemment, ceci est indispensable pour tout ce qui concerne la compression de fichiers textes ou exécutables. Les méthodes les plus connues sont : Codage par représentation Run Lenght Encoding (RLE), Huffman codage arithmétique…

3.2.1. Codage par répétition : le " *Run Length Encoding* "

Le procédé " Run Length " [9] ne relève pas d'une théorie mathématique très complexe. Il s'agit simplement de remplacer des éléments signifiants successifs identiques par un seul d'entre eux, suivi du nombre de répétitions. Ce procédé peut paraître simpliste et peu performant si on cherche à l'appliquer, par exemple, à un texte : même dans la langue française, les répétitions nombreuses de lettres n'apporteraient qu'une compression dérisoire ! En revanche, si on l'applique sur une base de données présentant des redondances considérables, par exemple les couleurs des pixels voisins d'une image ou le signal ECG en exploitant ses caractéristiques, la méthode peut se révéler très efficace.

Particulièrement simple à mettre en œuvre, c'est un procédé qui a été largement utilisé par les logiciels de dessin dans les années passées. Il peut éventuellement être associé à un autre algorithme plus complexe. Dans certains cas, le RLE est utilisé pour les images animées, sans aucune exploitation de la redondance temporelle. Dans notre cas, nous l'utiliserons pour le codage du signal ECG.

<u>Procédé</u>

Si n octets successifs sont dans un même état, il est aisé de transmettre l'octet répété et le nombre de répétitions. On pourra ainsi, dans la plupart des cas, coder sur 3 octets les n octets composant le signal initial. Dans le cas de textes, voire de fichiers binaires, cette analyse exclusivement réalisée au niveau des octets successifs n'apporterait qu'une faible amélioration ; en revanche, dans le cas d'images bit map (codées pixel par pixel), et particulièrement pour les dessins réalisés “ à main levée ”, les plages de répétition sont considérables (zones de couleurs homogènes), et les résultats beaucoup plus probants.

S'il est relativement simple de coder l'octet à répéter, suivi du nombre de répétitions dans l'octet suivant, cette méthode peut se révéler très pénalisante pour certains fichiers. A la limite, si deux octets consécutifs sont toujours différents, le volume du fichier “ compressé ” sera le double de celui du fichier initial !

Pour éviter cet inconvénient, les versions les plus avancées du codage Run Length utilisent un code discriminant pour indiquer le début d'une séquence “ octet à répéter + nombre de répétitions ”. Les octets isolés restant codés sous leur forme initiale.

Le codage Run Length est largement utilisé dans les différents modes de télécopie. Il est généralement associé à un codage statistique de Huffman.

<u>Exemple</u> :

Soit une suite de caractère : AAAAABBCDDDEEEEEFFFFFFFFFF

La version compressée est : #5ABBC#3D#5E#10F

Le gain pour cet exemple est alors de 11 caractères.

Ce codage est intéressant pour des fichiers de longues séquences et comportant peu de valeurs différentes. Par contre le codage RLE, est peu intéressant pour des données présentant peu de redondances de données.

3.2.2. Les méthodes prédictives : compression différentielle

Dans le cas de sons numérisés ou des signaux électrocardiogrammes, on peut constater que les niveaux de deux échantillons successifs présentent statistiquement une différence faible. On dira qu'il y a une forte corrélation du signal entre un échantillon donné et celui qui lui précède, ou encore, au sens de la théorie de l'information, que ses informations présentent une forte redondance.

Dans le cas des signaux Electrocardiogramme, il est intéressant de constater que les cycles cardiaques sont très souvent semblables. A la corrélation spatiale évoquée plus haut, s'ajoute donc une corrélation temporelle, pouvant être encore plus forte.

- **Méthode différentielle simple**

Une première étape consiste à réduire la taille des données est de transmettre non plus la valeur de l'échantillon, mais celle de la différence avec l'échantillon précédent, qui est statistiquement inférieure et peut donc être codée sur un nombre de bits plus réduit. L'utilisation de ce principe pour un codage non dégradant (entièrement réversible) suppose cependant un codage des différences entre deux échantillons avec un codage à longueur variable, à la manière de la méthode de Huffman. La restitution du son par exemple pouvant souvent s'accommoder de quelques pertes d'informations. La solution généralement retenue est un codage de toutes les données selon un nombre identique de bits plus réduit que la définition originale de la quantification.

Par exemple, dans le cas de sons numérisés sur 8 bits, le codage différentiel sera effectué sur seulement 4 bits, ce qui divise le flux de données par deux. En revanche, les sauts d'amplitude supérieure à 4 bits entre deux échantillons successifs ne pourront être fidèlement restitués, mais ils sont statistiquement peu fréquents.

Dans le cas du signal électrocardiogramme nous donnerons une solution plus ou moins acceptable afin de ne perdre aucune information du signal et cela en employant le nombre de bit nécessaire pour la représentation de la différence maximale afin de coder la totalité des différences.

Afin de remédier à cet inconvénient, les méthodes classiques de compactage, comme celles de Huffman ou de Lempel-Ziv, permettent de réduire la taille des données obtenues. Les méthodes de codages de Huffman et RLE seront deux des méthodes utilisées dans cette thèse.

3.2.3. La compression de Huffman :

L'algorithme d'Huffman fait partie des algorithmes qui permettent de compresser sans perte. Il fût mis au point par D. A. Huffman en 1952 [10].

Cette méthode est l'une des premières méthodes avancées de compression qui est apparue, et du fait de sa relative simplicité et surtout de sa rapidité, elle connaît toujours une large exploitation (Zip, MP3, JPEG ...). C'est une méthode de compression statistique de données qui permet de réduire la longueur moyenne du codage d'un alphabet.

Le principe de cet algorithme consiste à recoder les octets rencontrés dans un ensemble de données sources avec des valeurs binaires variables.

L'unité de traitement est donc ramenée au bit et non pas à l'octet. Huffman propose donc de recoder les données qui ont une occurrence très faible sur une longueur binaire supérieure à la moyenne, et de recoder les données très fréquentes sur une longueur binaire très courte. Ainsi, pour les données rares, nous perdrons quelques bits, regagnés pour les données répétitives.

Afin d'illustrer l'idée de base de l'algorithme de Huffman nous donnons l'exemple suivant :

Dans un fichier ASCII le « z » apparaissant 10 fois aura un code très long :010100000100. Ici la perte est de 40 bits (10 x 4 bits), car, sans compression, il serait codé sur 8 bits au lieu de 12. Par contre, le caractère le plus fréquent comme « e » avec 200 apparitions aura un code à 1 bit. Le gain sera de 1400 bits (7 x 200 bits).

De plus, le codage de Huffman a une propriété de préfixe, c'est à dire une séquence binaire ne peut jamais être à la fois représentative d'un élément codé et constituer le début du code d'un autre élément. Si un caractère est représenté par la combinaison binaire 100, alors la combinaison 10001 ne peut être le code d'aucune autre information. Dans ce cas, l'algorithme de décodage interpréterait les cinq bits comme une succession du caractère codé 01. Cette caractéristique du codage de Huffman permet une codification à l'aide d'une structure d'arbre binaire.

La réalisation de cet algorithme nécessite de suivre les étapes suivantes :

- Lecture des données et création d'une table d'occurrence.
- Création de l'arbre.
- Création des codes.

a- Lecture des données et création d'une table d'occurrence :

Cette étape consiste à lire entièrement l'ensemble des données sources et de comptabiliser le nombre d'apparition de chaque information. On bâtit ainsi une table des occurrences. Cette dernière est ordonnée suivant l'ordre décroissant des fréquences.

b- Création de l'arbre :

On construit ensuite ce que l'on appelle l'arbre de Huffman. Supposons que l'on ait la table d'occurrence suivante : Tableau II-1.

On construit alors l'arbre, le caractère qui apparaît le plus souvent est en haut de la table. On se déplace donc de bas en haut, et de droite à gauche (s'il existe une égalité d'occurrence, on place le premier caractère à droite et le second à gauche). Ce placement est bien sur, totalement arbitraire.

Apparition	Caractère
10	a
2	b
11	e
5	s

Tableau II-1

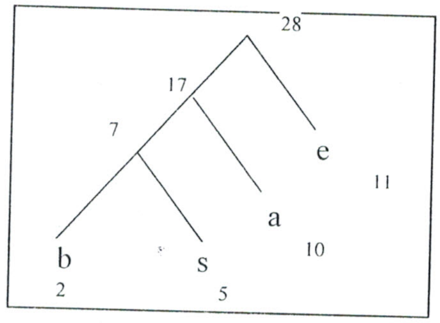


Figure II-1

- Dans la table d'occurrence, on prend les deux derniers caractères et on les rassemble pour en faire un nœud.
- On additionne l'occurrence de ces deux caractères et on obtient l'occurrence de ce nœud.
- On peut ainsi le repositionner dans la table comme un caractère normal.
- On recommence en prenant les 2 derniers caractères de la table.
- On les rassemble pour en faire un nœud qu'on replace, etc. ...

Au bout de quelques itérations, un des deux derniers caractères de la table sera un autre nœud qui sera considéré comme un caractère normal.

C'est ainsi que l'on obtient toutes les ramifications de l'arbre considéré complet que lorsqu'il ne restera plus qu'un seul nœud dans la table.

c- Création des codes :

Il ne reste plus qu'à affecter à chaque branche d'un nœud, le poids binaire 0 ou 1. Par convention, on donne au plus petit des deux le poids 1 et au plus grand le poids 0.

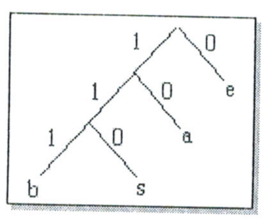


Figure II-2

On se rend alors compte que l'on obtient un code binaire pour chaque caractère, et ce code est unique. Il n'y a donc aucune confusion possible. Le dictionnaire obtenu est le suivant:

Code binaire	Caractère
0	a
10	b
110	e
111	s

Tableau II-2

Avant la compression, la taille du fichier était :

(10 + 2 + 11 + 5) x 8=224 bits.

Après compression : 10 x 2 + 2 x 3 + 11 x 1 + 5 x 3 = 52 bits.

Ce codage est très efficace pour des images monochromes ou des données textuelles. Cependant, il est nécessaire de faire une première passe sur les données à coder, de façon à calculer les fréquences et à établir la table de correspondance. Il n'est pas possible d'analyser les données à l'avance (avant une transmission par exemple), le codage est donc impossible. Il est également nécessaire de transmettre la table de codage pour que le récepteur puisse effectuer le décodage.

L'application de ces méthodes de compression à la base de données universelle MIT-BIT et les résultats obtenus sont représentés dans ce qui suit.

En analysant les caractéristiques du signal ECG, il est intéressant de noter que les différences entre les échantillons voisins du signal sont très faibles. Cette situation résulte du fait de la forte corrélation temporelle. Il est aussi intéressant de noter que ces différences sont moindres dans les domaines des ondes P et T du signal. Pour le complexe QRS, les différences se révèlent plus élevées. Les figures II-3 et II-4 représentent respectivement l'enregistrement 107 et les différences obtenues entres les échantillons voisins. En se basant sur ces constatations, nous appliquerons dans un premier temps le codage de la méthode différentielle simple au signal ECG, puis nous appliquerons le codage d'Huffman.

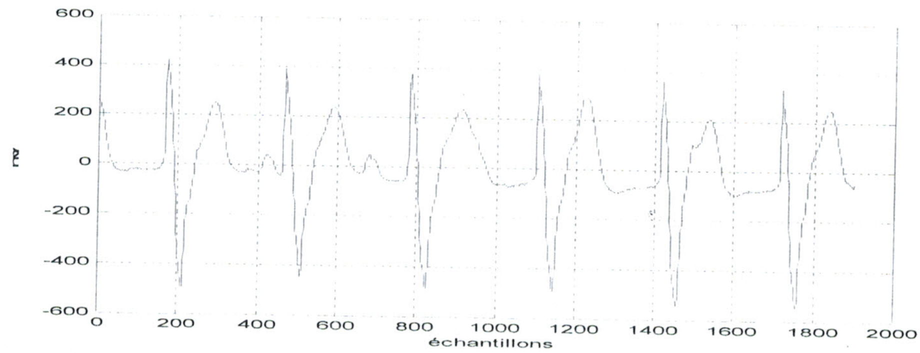


Figure II-3 : Enregistrement 107.

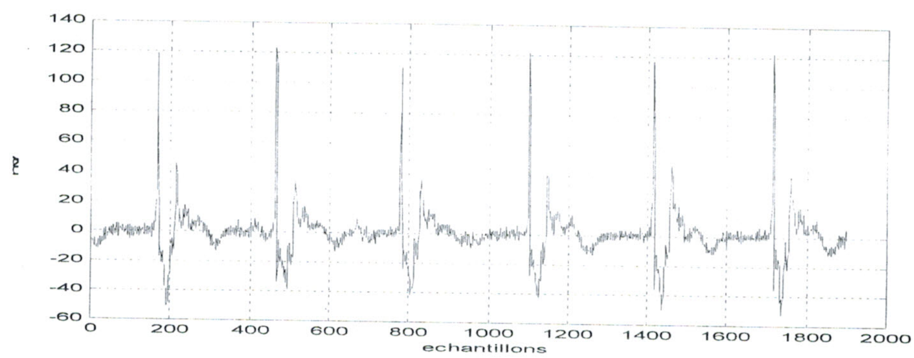


Figure II-4 : Différences entre les échantillons de l'enregistrement 107

Les résultats obtenus sont donnés dans les tableaux suivants.

Enregistrement	CR en %	Enregistrement	CR en %
100	30.03	201	31.45
101	34.27	202	36.21
102	33.72	203	43.13
103	35.45	205	32
104	37.18	207	36.43
105	39.78	208	40.97
106	38.91	209	39.78
107	46.70	210	35.35
108	37.18	212	42.05

Tableau II-3 : Compression sans pertes de la bases de données MIT-BIH

Enregistrement	CR en %	Enregistrement	CR en %
109	38.91	213	45.18
111	38.05	214	40
112	34.59	215	41.94
113	38.05	217	42.91
114	35.45	219	35.67
115	35.45	220	33.62
116	39.67	221	37.18
117	34.37	222	35.24
118	41.94	223	35.89
119	38.70	228	38.16
121	31.67	230	36.54
122	38.70	231	33.72
123	34.70	232	32.54
124	34.70	233	41.51
200	40.21	234	35.02

Tableau II-4 : Compression sans pertes de la bases de données MIT-BIH

Les taux de compressions relevés pour la compression sans pertes des enregistrements de la base de données MIT-BIH varient entre 30,03 % et 46,70 %. Ces taux de compression sont élevés. Pour le stockage ou la transmission des données, ces taux de compression sont insuffisants. L'application de ces algorithmes sans pertes trouve son utilité en les combinant à des algorithmes de compression avec pertes dans le but de coder les informations de ces derniers et de diminuer le taux de compression.

Il est donc indispensable afin de diminuer le taux de compression d'appliquer des méthodes de compression destructives.

3.3. Compression non conservative

3.3.1. Introduction

La compression non conservative consiste à analyser le contenu d'une information, d'y traiter la redondance mais également de retirer des éléments dont la présence n'est pas jugée nécessaire selon certains critères physiologiques.

La compression de données non conservative autorise une certaine perte de précision en échange d'une compression considérablement accrue. Elle montre toute son efficacité lorsqu'elle est appliquée aux images et aux sons numérisés.

Pour les signaux cardiaques, l'application d'algorithmes de compression avec pertes du signal ECG a fait l'objet d'un très grand nombre de recherches. Dans ce qui suit nous donnons les recherches les plus usitées.

Une grande variété de techniques pour la compression du signal ECG a été proposée au cours des trente dernières années. Ces techniques ont trouvé leur utilité dans une grande variété d'applications (le diagnostic par la surveillance, la surveillance du patient, etc...).

La classification des méthodes de compression n'est pas précise et quelques algorithmes de compression peuvent être classifiés dans deux catégories ou plus. Pour les méthodes directes, les échantillons du signal sont directement manipulés pour procurer la compression. Pour les méthodes de transformation, les échantillons originaux sont soumis à une transformation (linéaire) et la compression est réalisée dans le nouveau domaine. Pour les méthodes paramétriques, un pré-processeur est utilisé pour extraire quelques caractéristiques du signal qui seront employées lors de la reconstruction. La plupart des techniques existantes de la compression des données du signal ECG se situent dans deux des trois catégories: les méthodes directes et les méthodes de transformation. Les techniques directes de la compression de données ont montré une exécution plus efficace que les techniques de transformation en particulier en vue de la vitesse de traitement et généralement au rapport de compression [11][12]. Bien que les méthodes paramétriques aient habituellement une plus grande complexité de calcul, les algorithmes qui ont récemment joint ce groupe, et sont basés sur un codebook de battement, semblent avoir les meilleures exécutions de compression [11], [13].

3.3.3. Les méthodes directes

Les méthodes directes de la compression de données se fondent sur les algorithmes de prévision ou d'interpolation qui ont pour but de diminuer la redondance des données en s'inspirant sur les échantillons voisins successifs. Les algorithmes de prévision utilisent la connaissance à priori des échantillons précédents, tandis que les algorithmes d'interpolation emploient la connaissance à priori des échantillons précédents et futurs. En tenant compte de la structure algorithmique des méthodes actuelles de réduction de données du signal ECG, les méthodes directes peuvent être classifiées dans trois catégories: méthodes de compression de données appelées (tolerance-comparaison data compression methods) comparaison de tolérance, la compression de données par des techniques de modulation de code d'impulsion différentielle (DPCM : Differential Pulse Code Modulation), et la technique de codage d'entropie. Dans la première catégorie, un seuil induisant des erreurs est utilisé afin d'éliminer des échantillons de données; plus le seuil a une valeur importante, plus la qualité du signal reconstruit sera petite. Les techniques de DPCM essayent de diminuer la redondance de signal en employant la corrélation entre les échantillons du signal. Les techniques de codage d'entropie réduisent la redondance du signal toutes les fois que les amplitudes quantifiées du signal ont une distribution non-uniforme de probabilité.

3.3.3.1 Techniques de la Compression De Données De Comparaison de tolérance

Dans cette section, certains des algorithmes connus de compression de la comparaison de tolérance pour le ECG seront présentés.

a- La Technique D'AZTEC (Amplitude Zone Time Epoch Coding)

L'algorithme d'AZTEC a été à l'origine développé par Cox et al. **[14]** pour le pré-traitement du signal ECG en temps réel afin d'analyser le rythme cardiaque. Cet algorithme est devenu populaire pour la réduction de données pour des moniteurs et des bases de données du signal ECG avec un rapport de compression de 10:1 (ECG prélevé à 500 hertz avec une résolutions de 12 bit). Cependant, le signal reconstruit démontre des discontinuités significatives et une grande déformation du signal (PRD environ de 28%). A noter que la majeure partie de la déformation du signal se produit dans la reconstruction de l'onde P et T en raison de leur pente qui varie lentement.

L'algorithme d'AZTEC convertit les échantillons du signal ECG en plateaux et pentes.

Les plateaux d'AZTEC (traits horizontaux) sont produits en utilisant l'interpolation d'ordre zéro. Les valeurs stockées pour chaque plateau sont la valeur d'amplitude de la ligne et sa longueur (le nombre d'échantillons avec lesquels la ligne peut être interpolée). La production d'une pente d'AZTEC commence lorsque le nombre d'échantillons requis pour former un plateau est inférieur à trois. Les valeurs stockées afin d'évaluer la pente sont la durée (nombre d'échantillons de la pente) et l'amplitude finale (amplitude du dernier point témoin). Quoique l'AZTEC fournisse un rapport élevé de réduction de données, le signal reconstruit a une fidélité faible principalement en raison de la discontinuité des ondes. Une amélioration significative de la forme, tout en lissant la discontinuité, est réalisée en utilisant un filtre lissant, mais cette amélioration cause de grandes erreurs.

L'algorithme d'AZTEC a été modifié et proposé par Furht **[15]**, dans lequel le seuil ε n'est pas constant. Il est fonction des changements des propriétés du signal. Une comparaison entre le rapport de compression de cet algorithme et celui de l'algorithme original d'AZTEC a été réalisé où la reconstruction du signal a été améliorée au moyen de PRD.

b- La Technique Du Tournant (The Turning Point Technique)

L'algorithme de compression des données du tournant (TP : Turning point)) **[16]** a été développé afin de ramener la fréquence de prélèvement d'un signal d'ECG de 200 à 100 hertz.

L'algorithme traite trois points de repères à la fois: un point de référence (X_0) et deux points de repères consécutifs (X_1 et X_2), où X_1 ou X_2 doit être maintenu. Ceci dépend du point préservé par la pente parmi les points de repère. Dans cette méthode, seules les amplitudes sont stockées et non leurs emplacements.

Le rapport de compression est 2:1 fixe, la fréquence de prélèvement est de 200 hertz et la quantification est le bit 12.

c- L'algorithme de CORTES (The Coordinate Reduction Time Encoding System)

L'algorithme de CORTES **[17]** est un hybride des algorithmes d'AZTEC et de TP. Dans cet algorithme, les capacités de l'AZTEC sont exploitées pour localiser les changements rapides du signal et les capacités du TP sont exploitées pour comprimer efficacement les régions isoélectriques. CORTES applique l'algorithme d'AZTEC aux régions à haute fréquence (*complexes* QRS), tandis qu'il applique l'algorithme du TP aux régions de plus basse fréquence et aux régions isoélectriques du signal d'ECG.

Les résultats obtenus sont d'un rapport de compression de 5:1 pour un PRD de 7%. La fréquence de prélèvement est de 200 hertz, et la quantification est le bit 12

d- la Technique de Fan et SAPA

L'algorithme de Fan et SAPA (Scan-Along Polygonal Approximation) sont tous deux basés sur l'interpolation du premier ordre **[12]**. L'algorithme de Fan a été examiné sur des signaux ECG dans les années 60 par Gardenhire, et davantage de descriptions ont été rapporté dans des rapports récents de la méthode de Fan **[18] [19]**. Dans cette méthode, le compresseur recherche l'échantillon le plus éloigné (sur l'axe de temps), tel que si une ligne est tracée entre elle et le dernier échantillon stocké, l'erreur locale suivant la ligne, sera inférieur à une tolérance spécifique d'erreur (-ε). L'emplacement et l'amplitude de cet échantillon sont stockés, et ce processus se reproduit. Dans cette méthode, le signal reconstruit ressemble à une ligne brisée, et sa fidélité dépend du seuil d'erreur (ε). Plus le seuil est grand, plus le rapport de compression est meilleur, mais le signal reconstruit a une fidélité plus faible.

Les résultats obtenus sont d'un rapport de compression de 3:1 pour un PRD de 4%. La fréquence de prélèvement est de 200 hertz, et la résolution est le bit 12.

e- L'algorithme de SAIES (Slope Adaptive Interpolation Encoding Scheme)

L'algorithme de SAIES **[4]** combine les techniques de compression d'AZTEC et de Fan. Il utilise la technique de compression de pente d'AZTEC en codant le complexe QRS, et utilise la technique de Fan pour coder les ondes de basse fréquence du signal ECG (les ondes isoélectriques, P, et T).

Les résultats obtenus sont d'un rapport de compression de 5.9:1 pour un PRD de 16,3%. La fréquence de prélèvement est de 166 hertz, et la résolution est de 10 bits.

f- L'algorithme CORNER (COIN)

L'algorithme de CORNER **[20]** sélectionne " les points schématisant un coin" en employant la courbure d'un échantillon et de son déplacement à partir d'un segment linéaire codé comme critère. La courbure est estimée en utilisant la différence du second ordre du signal.

Les résultats rapportés étaient d'un débit binaire moyen de 0,79 bit par échantillon avec un SNR de 27 dB. La base de données utilisée est la base de MIT-BIH.

3.3.3.2 La compression de données par la technique de modulation du codage d'impulsion différentielle (DPCM : Differential Pulse Code Modulation),

Quelques algorithmes pour la compression du signal ECG basée sur la DPCM ont été présentés dans la littérature. Certains d'entre eux utilisent le DPCM comme la partie moindre de l'arrangement global de compression. L'idée fondamentale derrière le DPCM est que l'erreur (résiduelle) r(n), étant la différence entre l'échantillon réel $x(n)$ et la valeur estimée $\hat{x}(n)$ d'échantillon soit quantifiée et transmise ou bien stockée. L'erreur de reconstruction est principalement induite par l'erreur de quantification de l'amplitude.

$$r(n) = x(n) - \hat{x}(n)$$

L'exécution des codeurs de DPCM en tant que prédicteurs linéaires d'un système de compression pour des signaux ECG ont été étudiées en détails par **[21]**. Dans leurs recherches, quelques conclusions importantes ont été tirées:

a- Un ordre de prédicteur supérieur à 2 n'améliore pas l'exécution.

b- Les coefficients de prédiction changent peu en fonction du temps et par conséquent, l'utilisation d'un DPCM adaptatif (ADPCM) n'est pas nécessaire.

Le codage de Huffman a été combiné avec ce compresseur, les résultats rapportés n'étaient pas sensiblement différents aux résultats des méthodes directes de compression. La base de données utilisée a une fréquence de prélèvement de 500 hertz et la quantification a une résolution de 8 bits. Le rapport de compression est environ 7.8:1 avec PRD de 3,5%.

Dans un autre travail effectué par Hsia **[22]**, une tentative a été faite, en exploitant la caractéristique quasi-périodique du signal ECG, pour réduire le désaccord de l'erreur de prédiction. L'algorithme traite chaque cycle (battement) du cœur séparément avec le DPCM à deux étages. Dans la première étape, l'erreur de prédiction (résiduelle) $r(n)$ du battement de cœur courant est calculée par DPCM avec un prédicteur linéaire du troisième ordre. Dans la deuxième étape, le résiduel du battement précédent est soustrait du résiduel courant, et la différence $e(n)$ est codée avec le code d'entropie. La figure II-3 illustre ce compresseur.

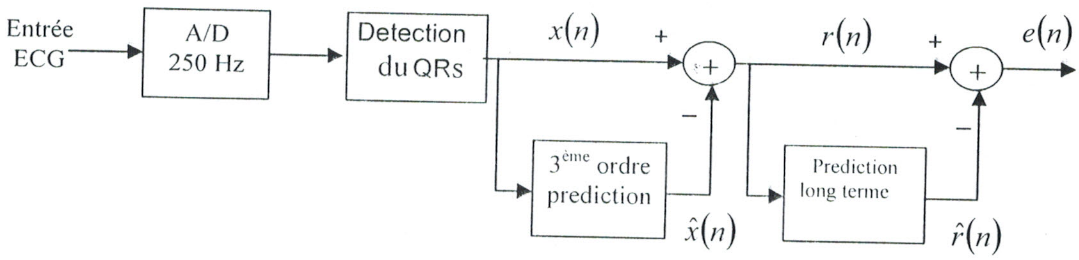


Figure II-3 : Compression par double DPCM

Les résultats obtenus sont d'un rapport de compression de 2:1 sans aucune erreur de reconstruction.

Hamilton et al. **[23]** ont proposé une autre approche. Dans leur algorithme de compression, le battement de cœur courant est soustrait d'un battement moyen, l'erreur résiduelle entre ces deux battements subit un codage de Huffman (figure II-4).

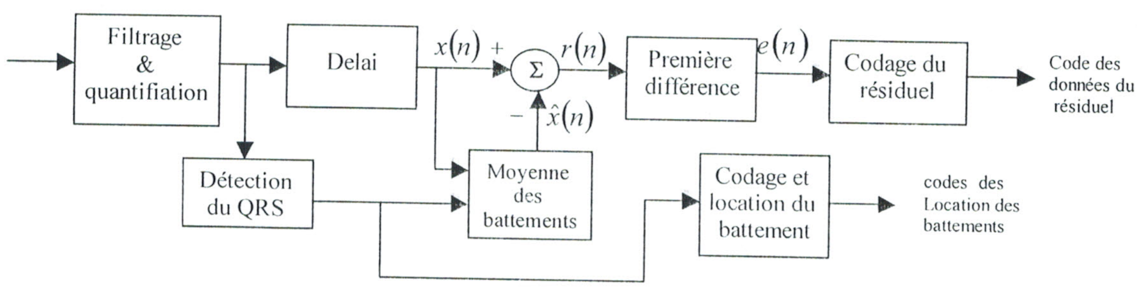


Figure II-4 – Compression par la soustraction de la moyenne des battements **[23]**

Les résultats par ce dernier algorithme se révèlent plus satisfaisant.

3.3.3.3 Techniques de codage d'entropie

Le codage d'entropie tel que le codage de Huffman a été mis en application en tant qu'élément des codeurs dans certains ECG DPCM et dans d'autres codeurs. Dans les codeurs de DPCM, comme ceux discutés dans la section précédente, le résiduel a été tracé dans des codewords de longueur variable au lieu de la longueur fixe. Le résiduel dans ces codeurs de DPCM a une distribution non-uniforme, et par conséquent un meilleur rapport de compression pourrait être réalisé.

3.3.3.4 Méthodes de Transformation

Les techniques de transformation ont été généralement employées dans la cardiographie de vecteur (vector cardiography) ou pour la compression multi-pistes de l'ECG et exigent un pré-traitement du signal d'entrée par une transformation orthogonale linéaire et un codage du signal de sortie (coefficients) tout en employant un critère d'erreur approprié. Pour la reconstruction du signal, une transformation inverse est effectuée et le signal ECG est récupéré avec une certaine perte d'information.

En Général, si les échantillons du signal ECG sont considérés comme un vecteur **x** à N dimensions la transformation de **x** est donnée par le vecteur **y** à N dimensions,

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Où **A** la matrice de la transformée (*N*N*). Le signal original **x** peut être obtenu par le vecteur transformé **y** en utilisant la transformation inverse :

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y}$$

où,

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$$

Avec **[24]**,

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{T} = \mathbf{B}$$

Supposons que **B** ne soit pas singulière, les vecteurs de colonne de **B** peuvent être reliés en tant que vecteurs de base et **x**, en tant qu'une combinaison linéaire des vecteurs de base, où les éléments de **y** sont les coefficients de combinaison. La compression est réalisée en minimisant la quantité des coefficients pour un niveau d'erreur donné.

Plusieurs algorithmes de compression utilisant les transformations orthogonales ont été présentés ces trente dernières années pour la compression des signaux ECG, telles que la transformée de Fourier, la transformée du cosinus, et la transformée de Karhunen-Loeve (KLT) **[25]**. Les résultats obtenus par l'application de ces différentes méthodes de transformation ont donné un taux de compression entre 3:1 à 12:1, où le KLT donne le meilleur taux de compression.

Ces dernières années, la transformation par ondelette a été présentée. Beaucoup d'algorithmes de compression de l'ECG basés sur les ondelettes ont été proposés **[26]**, **[27]**.

Les résultats obtenus sont d'un rapport de compression de 13.5:1 à 22.9:1 pour un PRD allant de 5.5%.à 13.3% respectivement.

3.3.3.5 Méthodes paramétriques

Bien que la plupart des algorithmes rapportés de compression d'ECG appartiennent aux deux premières techniques (techniques directes de compression de données et techniques de transformation), de plus en plus de méthodes de compression de l'ECG basées sur des techniques paramétriques sont apparues ces dernières années. Certains de ces algorithmes sont des hybrides des techniques directes ou des techniques de transformation. Les algorithmes de compression basés sur des techniques paramétriques exigent une étape de pré-traitement et ont une complexité algorithmique parfois très lourde.

a- Battement Codebook

Ces dernières années, beaucoup d'algorithmes de compression de l'ECG basés sur un Codebook de battement ont été présentés. Ce groupe d'algorithmes s'avère très efficace dans la compression d'ECG car elle exploite la nature quasi-périodique des signaux ECG. Dans cette méthode, la redondance qui existe sous forme de corrélation entre les battements (complexes) est exploitée. Tous les algorithmes appartenant à ce groupe exigent la détection du complexe QRS afin de localiser et segmenter chaque battement.

Dans le travail de Hamilton **[28]**, la moyenne des battements sont soustraits du signal ECG. Le résiduel de la première différence (qui a réduit le désaccord) est quantifié de manière adaptative, et le codage de Huffman lui sera appliqué. Le signal résiduel codé est stocké avec le type de battement (deux bits) et le temps d'apparition de ce battement. Cet algorithme de compression a été étudié avec la base de données de MIT-BIH, et le débit binaire obtenu est de 193,3 bps, avec un PRD entre 4,33% et 19,3%, en fonction du signal étudié.

Nave et Cohen **[11]** ont employé un modèle de prédiction linéaire (LTP) où la prédiction du $n^{ième}$ échantillon est réalisée en utilisant des échantillons de battements passés. Le signal résiduel de LTP est quantifié et soumis au codage de Huffman (figure II-5)

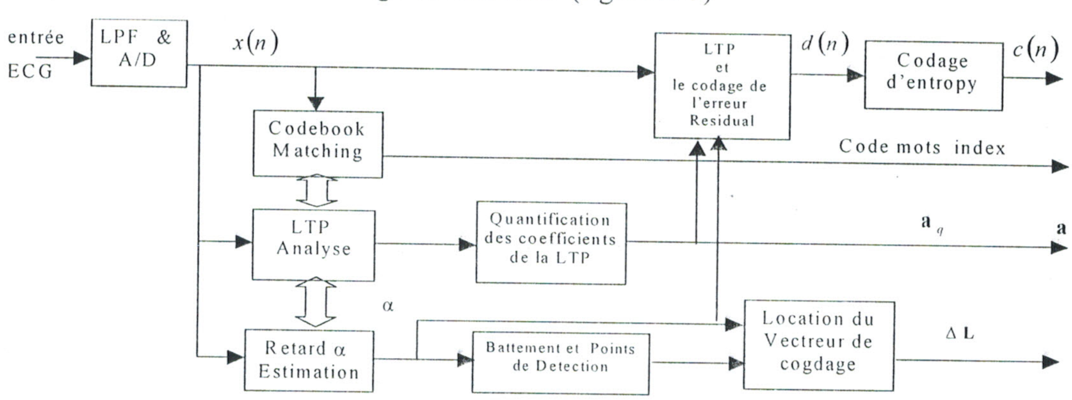


Figure II-5 : Compression de l'ECG basée sur la prédiction linéaire

Le rapport de compression dépend du nombre de niveaux résiduels du quantificateur qui est déterminé avant l'exécution de la compression. Pour chaque cycle (battement) un certain nombre de paramètres doivent être stockés ou transmis a noter : l'index du codeword choisi du battement, les coefficients quantifiés de la LTP, le vecteur d'emplacement des battements, de la gamme de quantificateur et du résiduel codé. L'algorithme a été examiné sur une base de données locale d'ECG, qui a une fréquence de prélèvement de 250 hertz et une quantification de 10 bits/échantillons. Les résultats de l'algorithme ont un débit binaire compris entre 71 et 650 bps avec PRD compris entre 10% et 1% respectivement.

b- Réseaux de Neurones (ANN)

Des algorithmes de compression du signal ECG basés sur les réseaux de neurones ont été présentés depuis 1989. Hamilton et al. **[29]** ont employé un réseau de neurones à trois couches: entrée, cachée, et couche de sortie. La couche cachée a un nombre réduit de nœuds et produit la compression (figure II-6). Le rapport de compression est contrôlé par le rapport des neurones de la couche cachée, des neurones d'entrée et des neurones de la couche de sortie. Un nombre réduit de neurones cachés produit des rapports de compression plus élevés et des erreurs élevées de reconstruction. Les résultats rapportés sont en débit binaire entre 304 et 64 bps pour un PRD entre 4,6% et 6,1% respectivement.

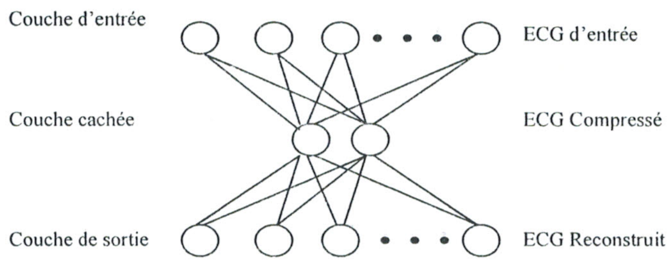


Figure II-6 : Compression du signal ECG par les réseaux de neurones (ANN).

c- Les algorithmes de Peak Picking et VQ (Vecteur quantization)

Les techniques de compression de Peak Picking (cueillette de crête) sont généralement basées sur le prélèvement d'un signal continu aux crêtes (des maximums et des minimums) et d'autres points significatifs du signal **[4]**. L'opération de base implique l'extraction des paramètres du signal qui donnent la " majeure partie " des informations de ce dernier. Ces paramètres incluent l'amplitude et l'emplacement des maximums et des minimums du signal, le sens des changements de pentes, les intervalles de croisements de zéro (zero-crossing intervals), et les points d'inflexions dans le signal. Ces paramètres sont substitués au lieu du signal original. Le signal est reconstruit par des techniques polynomiales convenables, telles que des fonctions paraboliques. Dans le travail de Cohen et al. **[5]**, les paramètres extraits du signal sont composés de deux vecteurs de 6 composantes, le premier vecteur représente l'amplitude des points "significatifs " du signal, et l'autre représente l'emplacement de ces amplitudes. Ces deux vecteurs ont subi le processus de quantification de VQ, et la reconstruction a été exécutée par les splines cubiques.

La quantification du vecteur (VQ) est habituellement une partie de l'algorithme de compression (comme pour **[5]**). Mammen et Ramamurthi **[30]** ont combiné le VQ avec l'algorithme d'AZTEC. Anant et Al. **[31]** ont employé le VQ sur des coefficients d'ondelettes.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes et algorithmes de compression utilisés pour le signal ECG qui sont pour la plupart directes ou de transformation. Pour ce qui est des méthodes paramétriques elles n'ont été utilisées que récemment vu leur complexité algorithmique et la demande d'un temps de calcul très élevé.

La comparaison entre les différents algorithmes est impossible du fait que les fréquences de prélèvements, la résolution des échantillons, l'approche utilisée pour la mesure d'erreur et le taux de compression sont différents.

Une des méthode de compression les plus récentes est la méthode de compression utilisant les ondelettes, dans ce mémoire nous nous intéresserons à ce type de compression et nous donnerons dans ce qui suit la théorie des ondelettes et leur application pour la compression. Nous effectuerons la comparaison de nos résultats à d'autres algorithmes de compression.

Les Ondelettes

&

la Compression

III.1 INTRODUCTION

Durant les 15 dernières années, les décompositions en bandes de fréquences ont trouvé de nombreuses applications en traitement du signal. L'expansion d'une fonction sur quelques bandes de fréquences donne une représentation intermédiaire entre une représentation spatiale (ou temporelle) et une représentation de Fourier. En analyse harmonique, ce type de transformation est apparu dans les travaux de Littlewood et Payley dans les années 30. De nombreuses recherches ont convergé récemment pour la création d'une nouvelle décomposition appelée Transformation en Ondelettes.

La transformée intermédiaire entre une représentation spatiale et une représentation fréquentielle est celle de Fourier. La transformation de Fourier (TF) d'une fonction $f(x)$ donne une mesure des irrégularités (hautes fréquences) du signal mais cette information n'est pas localisée en temps car la transformée de Fourier $f(\omega)$ est définie par une intégrale couvrant tout le domaine spatial. Pour localiser l'information donnée par la TF, Gabor introduisit la Transformée de Fourier Glissante (TFG) en utilisant une fenêtre spatiale $g(x)$ dans l'intégrale de Fourier. La fenêtre est translatée sur tout le domaine spatial du signal. Ainsi, la TFG mesure autour d'un point x, l'amplitude de la composante sinusoïdale de fréquence f. Le problème de cette représentation est l'utilisation d'une fenêtre de taille fixe couvrant le domaine spatio-fréquentiel. Or, en traitement du signal, la chose la plus intéressante et de pouvoir utiliser une fenêtre qui s'adapte en fonction des irrégularités du signal **[32]**. La Transformation Ondelette nous le permet.

Morlet et Grossmann ont formalisé de nombreux concepts introduits dés le début du siècle. Ils ont permis d'ouvrir un vaste champ d'applications et d'aboutir à de nouveaux résultats très importants. Actuellement, il serait difficile d'énumérer tous les domaines d'application de cette théorie tant ils sont nombreux.

Malgré les recherches abondantes dans ce domaine, peu se sont intéressés aux ondelettes pour la compression du signal ECG.

Cette méthode de compression est une méthode de compression par transformée du fait que la compression est réalisée aux coefficients de la transformée en ondelette obtenus.

Dans ce qui suit nous donnerons une description des ondelettes et leurs applications à la compression du signal ECG.

III.2 DEFINITION

L'idée de l'analyse par ondelette est de décomposer un signal, une fonction, etc… sur une base de fonctions d'un sous-espace ayant des propriétés bien déterminées. En particulier, on cherche à analyser un signal en essayant d'établir où peuvent être localisées (dans le temps) les irrégularités du signal (i.e. les variations brusques dans le signal ou hautes fréquences). Une ondelette ø ou ψ est donc une fonction dont les versions translatées et dilatées forment une base d'un sous-espace. On appelle ø la fonction d'échelle qui permet d'avoir une version filtrée passe-bas du signal original, et la fonction ondelette permettant d'avoir les détails entre deux versions consécutives filtrées par ψ (filtrée passe haut).

En partant d'une fonction $\psi(x)$ bien localisée (dans le temps-fréquence), on lui associe une famille d'ondelette $\psi_{(b,a)}(x)$ engendrées par des translations et des dilatations **[33]** :

$$\psi_{(a,b)}(x) = \frac{1}{a}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \qquad \text{III-1}$$

Les paramètres b et a appartiennent aux espaces R et R_+^* respectivement. Les ondelettes ont donc une forme constante, mais de taille variable, proportionnellement au paramètre de dilatation a.

Pour l'ondelette, la notion de fréquence est remplacée par la notion d'échelle. Ainsi la position de l'ondelette à une échelle donnée peut facilement être modifiée en décalant simplement l'ondelette. Deux paramètres engendrent cette opération :

- Le facteur d'échelle ou de dilatation a, relié à la notion de fréquence.
- Le facteur de translation b, relié à la notion de position temporelle.

III.2.1. Localisation et admissibilité

Les caractéristiques les plus importantes de l'ondelette sont la localisation en temps et en fréquence, et l'admissibilité. La localisation en temps se traduit du fait que l'énergie d'une ondelette est contenue dans un intervalle fini. On dit alors que l'ondelette est à support compact. Cette hypothèse de localisation impose à l'ondelette la condition suivante :

$$|\psi(x)| = \vartheta\left(\frac{1}{1+|x|^{1+\varepsilon}}\right), \quad \varepsilon \in [0,1[$$

$$|\hat{\psi}(\omega)| = \vartheta\left(\frac{1}{1+|\omega|^{1+\varepsilon}}\right), \quad \varepsilon \in [0,1[\qquad \text{III-2}$$

où ϑ décrit le comportement asymptotique de l'ondelette et $\hat{\psi}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $\psi(t)$.

a- Admissibilité

Lorsque $|x|$ et $|\omega|$ augmentent indéfiniment la décroissance est rapide. La transformée en ondelette rapporte un avantage considérable par rapport à la transformée de Fourier dans le sens ou elle amène une information de la localisation en temps sur le type de singularité.

Ceci se traduit dans le domaine fréquentiel par la condition d'admissibilité :

$$C_{\psi} = \int_{R} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \qquad \text{III-3}$$

L'ondelette possède la particularité de s'annuler en $\omega = 0$ dans le domaine spectrale ce qui simplifie énormément la condition d'admissibilité, d'où la condition

si ψ est admissible, alors $\hat{\psi}(0) = 0$, soit $\int_{R} \psi\ (x)\, dx = 0$

Inversement, si $\hat{\psi}(0) = 0$, si $\hat{\psi} \in L^2$ et si la première dérivée de $\hat{\psi}$ est bornée, alors ψ est admissible.

Pour une ondelette assez régulière, la condition d'admissibilité s'écrit souvent sous la forme suivante :

$$\hat{\psi}(0) = \int \psi(x)\, dx = 0 \qquad \text{III-4}$$

<u>Remarque</u>

La définition de famille d'ondelette par l'équation III-1 conduit à une propriété fondamentale de la théorie des ondelettes, propriété qui mène à la transformée en ondelette. Lorsque l'ondelette est analysante, la famille d'ondelette $\psi_{a,b}$ constitue une base de L^2 **[34][35][36][37]**. Cette propriété traduit que tout signal à énergie finie peut être représenté en fonction d'une famille d'ondelette $\psi_{a,b}$. Ainsi nous pouvons dire que la famille d'ondelette constitue une base.

b- Localisation temps-fréquence

La localisation en temps-fréquence se mesure en écart-type et se représente sous forme d'une boîte de Heisenberg.

Si on veut représenter les propriétés fréquentielles d'un signal localement en temps, il convient de les analyser par des signaux localisés en temps et en fréquence, par exemple en utilisant (si possible) une base constituée de fonctions à support compact en temps et en fréquence.

Cette propriété de localisation temps-fréquence est limitée par les deux résultats suivants:

Théorème d'incertitude de Heisenberg.

Si f est dans L^2, alors on peut définir son écart-type en temps σ_t et l'écart-type (en fréquence) de sa transformée de Fourier σ_ω, et soit σ_t^2 la variance temporelle et σ_ω^2 la variance fréquentielle, alors :

$$\sigma_t^{\,2}\,\sigma_\omega^{\,2} \geq \frac{1}{4}$$

On est donc contraint à un compromis entre résolution temporelle et fréquentielle. Pour le cas limite de la sinusoïde, σ_ω est nul et σ_t est infini.

Compacité des supports

Si f non nulle est à support compact, alors sa transformée de Fourier ne peut s'annuler sur tout un intervalle. De même, si sa TF est à support compact, f ne peut s'annuler sur tout un intervalle.

Même en tenant compte du principe d'incertitude, il est donc impossible d'avoir une fonction L^2 qui soit à support compact en temps et en fréquence.

En particulier, il n'existe pas d'analyse fréquentielle instantanée pour un signal d'énergie finie.

La localisation en temps-fréquence n'est donc atteignable qu'en écart-type.

Celle-ci se représente sous la forme d'une boîte de Heisenberg.

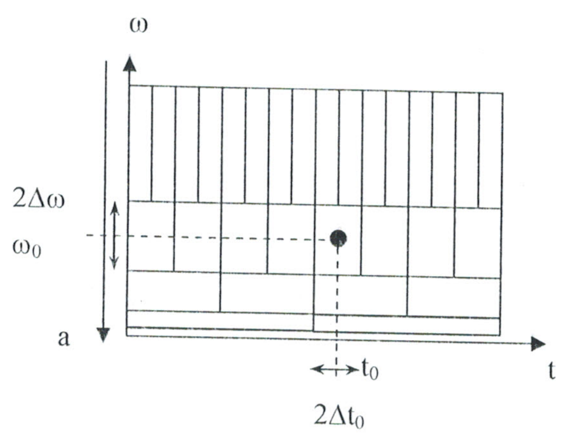


Figure III-1 : Boite de Heisenberg

Pour qu'une famille de vecteurs forme une base de L^2, il est raisonnable de s'attendre à ce que leurs boîtes de Heisenberg recouvrent le plan temps-fréquence.

III.3 TRANSFORMEE EN ONDELETTE CONTINUE TOC [38]

On définit la transformée en ondelettes continue W_f de la fonction f par la formule suivante :

$$W_f(a,b)=\langle f,\psi_{a,b}\rangle= \int f(x)\overline{\psi}_{a,b}(x)dx \qquad \text{III-5}$$

En utilisant l'identité de Parseval, on peut aussi écrire

$$W_f(a,b)=(2\pi)^{-1}\langle \hat{f},\hat{\psi}_{a,b}\rangle \qquad \text{III-6}$$

où

$$\hat{\psi}_{a,b}(\omega)=\frac{a}{\sqrt{|a|}}e^{-\iota\omega b}\hat{\psi}(a\omega) \qquad \text{III-7}$$

On notera que la TOC convertit une fonction à une variable en une fonction à deux variables. La représentation d'une fonction par sa TOC est redondante et la transformée inverse n'est donc pas toujours unique. De plus toutes les fonctions $W_f(a,b)$ ne sont pas forcement la TOC de la fonction f.

Cette définition démontre que l'analyse en ondelette est une mesure de similitude entre les fonctions de base (ondelettes) et le signal lui-même. Ici la similitude est dans le sens du contenu semblable de fréquence.

Si l'ondelette ψ satisfait la condition d'admissibilité alors, la transformée ondelette continue $W_f(a,b)$ admet un inverse

$$f(x)=\frac{1}{C_\psi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}W_f(a,b)\,\psi_{a,b}(x)\,\frac{dadb}{a^2} \qquad \text{III-8}$$

Où C_ψ est la constante d'admissibilité.

D'après la condition d'admissibilité, nous voyons que $\hat{\psi}(0)=0$ et par conséquent, ψ doit osciller.

L'avantage de cette caractérisation par rapport à la transformée de Fourier est qu'elle ne donne pas seulement une information sur le type de singularité mais aussi sa localisation dans le temps.

En plus une ondelette doit avoir un nombre de moments nuls qui limite l'ordre de la régularité

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x)\,x^p\,dx=\hat{\psi}^{(p)}(0)=0 \qquad \text{pour } p=0,1,\ldots \qquad \text{III-9}$$

Où p représente le nombre de moment nul de l'ondelette.

III.4 TRANSFORMEE EN ONDELETTE DISCRETE – TOD

Pour le calcul numérique, le problème posé et de savoir comment discrétiser la transformée en ondelette de telle manière à conserver les propriétés intéressantes. On conçoit donc que les paramètres de dilatation a et de translation b puissent être discrétisés sans perte d'information. Le problème est donc de trouver une famille ($\psi_{am,\ bn}$) dénombrable, base de L^2 et permettant une reconstruction parfaite.

Pour des application d'analyse du signal, on choisit de restreindre les valeurs des paramètres a et b dans l'équation III-1 à une grille discrète **[35]**. Dans ce cas on fixe un pas de dilatation $a_0 > 1$et un pas de translation $b_0 \neq 0$. La famille ondelette qui nous intéresse est alors

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2}\ \psi(a_0^{-m}\ x - nb_0) \qquad \text{III-10}$$

Cela correspond aux choix :

$$a = a_0^m\ ,$$
$$b = nb_0\ a_0^m$$

Ce qui nous montre que le paramètre de translation b dépend du taux de dilatation choisi.

Une Transformée Ondelette Discrete (TOD), T, est associée aux ondelettes discrètes (équation III-10). Elle associe à une fonction f une séquence indexée dans Z^2.

$$(T_f)_{m,n} = \langle \psi_{m,n}, f \rangle$$

$$(T_f)_{m,n} = a_0^{-m/2} \int \overline{\psi}(a_0^{-m}\ x - nb_0) f(x)\, dx \qquad \text{III-11}$$

Où m est appelé le paramètre d'échelle et n le paramètre de translation, $\{m,\ n\} \in Z^2$.

En général, T n'admet pas d'inverse borné sur son intervalle de définition. S'il en existe un, alors il existe A, B tels que :

$$A\|f\|^2 < \sum_{m,n \in Z} |\langle \psi_{m,n}, f \rangle|^2 < B\|f\|^2, \qquad \forall f \in L^2(R) \qquad \text{III-12}$$

Alors l'ensemble $\{\psi_{m,n}\ ;\ m,n\ \in\ Z\}$ est appelé une « structure » **[35]**. Dans ce cas, on peut construire des algorithmes numériquement stables pour reconstruire f à partir de ses coefficients ondelettes. En particulier,

$$f = \frac{2}{A+B} \sum_{m,n} \psi_{m,n} \langle \psi_{m,n}, f \rangle + R \qquad \text{III-13}$$

avec

$$\| R \| \leq \xi \left(\frac{B}{A} - 1\right) \| f \|, \quad \text{Terme d'erreur}$$

Si B/A ≈ 1 alors R peut être omis.

Dans beaucoup d'application, il est préférable de réduire au maximum la redondance de cette représentation, surtout pour notre cas qui est la compression. Dans ce cas on choisit toujours des valeurs de a_0 , b_0 (typiquement $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$) pour lesquels les $\psi j,k$ constituent une base orthogonale**[39]**.

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2}\, \psi(2^{-j} x - k) \qquad \text{III-14}$$

La base d'ondelette étant orthonormée, les coefficients d'ondelettes $\varpi_{j,k}$ calculés par l'équation suivante sont décorrélés entre eux.

$$\varpi_{j,k} = \int f(x)\, \overline{\psi}_{j,k}(x)\, dx \qquad \text{III-15}$$

et la fonction f peut s'écrire sous la forme

$$f(x) = \sum_{j\in Z} \sum_{k\in Z} \varpi_{j,k} \psi_{j,k}(x) \qquad \text{III-16}$$

En effet, le fait que les coefficients d'ondelette soient décorrélés peut permettre une réduction du volume d'information. De plus l'équation III-16 permet d'assurer une reconstruction exacte.

Ainsi on peut déduire une application importante dans le domaine de la compression des signaux, autant pour la transmission rapide (téléphone numérique par exemple) que pour le stockage de données (notamment les enregistrements cardiaques) et ceci sans perte d'information.

Notons que le choix de $b_0 = 1$ est purement arbitraire, et qu'il est choisi par convenance, on parle ainsi de la transformée dyadique **[40]**, dans ce cas les algorithmes de transformée en ondelettes discrètes mettent généralement en jeu une procédure pyramidale très efficace afin de calculer les coefficients $\varpi_{j,k}$ **[41]**. De tels algorithmes utilisent des bancs de filtres miroirs en quadrature « QMF » associés à des filtres décimateurs afin de procéder à l'analyse du signal à différentes résolutions en temps et en fréquence **[40]**.

Un outil fondamental de la construction de base d'ondelettes orthonormées introduit par Y. Meyer **[42]** et S. Mallat **[43]** est l'analyse multi-résolution.

III.5 CONSTRUCTION DE BASE D'ONDELETTES : ANALYSE MULTI-RESOLUTION

Afin de comprendre la théorie des ondelettes et ses applications il est indispensable d'introduire les notions de l'analyse multi-résolution. Nous présentons dans ce qui suit cette analyse d'après Ingrid Daubechies **[32] [44] [45]**.

Mathématiquement, en analyse multi-résolution on cherche à écrire toutes fonctions f de L^2 comme la limite d'approximations successives, chacune étant une version lissée de f, avec des fonctions lissées de plus en plus concentrées. Les approximations successives utilisent alors différentes résolutions, d'où le nom d'analyse multi-résolution. Plus précisément, une séquence $\{V_j\}_{j\in Z}$ d'espaces clos imbriqués les uns dans les autres de $L^2(R)$, $V_j \subset L^2(R)$, $j \in Z$ est une approximation multi-résolution si les propriétés ci-dessous sont satisfaites :

1- $\forall j \in Z, V_{j+1} \subset V_j$ III-17

C'est une propriété de causalité qui prouve qu'une résolution à 2^{-j} contient toutes les informations pour générer une approximation à une résolution plus fine 2^{-j-1}.

2- L'intersection de V_j est réduite à $\{0\}$ dans L^2 et son union est dense dans L^2

$$\lim_{j\to\infty} V_j = \bigcap_{j=0}^{\infty} V_j = \{0\}$$

Quand la résolution 2^{-j} tend vers zéro on perd tous les détails de f.

$$\lim_{j\to\infty} V_j = \bigcup_{j=0}^{\infty} V_j = L^2(R) \qquad \text{III-18}$$

Quand la résolution 2^{-j} tend vers l'infini, l'approximation du signal converge vers le signal original.

3- V_j est invariant par dilatation de 2^{j}

$$\forall\ j \in Z\ ,\ \forall\ x \in R, f(x) \in V_j \ \Leftrightarrow\ f(2x) \in\ V_{j-1} \qquad \text{III-19}$$

Il existe une grille temporelle sous-jacente par pas de 2^{j}.

4- V_j est invariant par les translations entières, l'espace peut être assimilé à une grille uniforme avec des intervalles 2^{j} qui caractérise l'approximation du signal à une résolution 2^{-j}

$$\forall (j,\ k) \in Z^2,\ \ f(x) \in V_j\ \ \Leftrightarrow\ \ f(x - 2^j k) \in V_j \qquad \text{III-20}$$

Ceci se traduit par le fait qu'il existe une grille fréquentielle sous-jacente en progression géométrique.

5- Il existe une fonction $\phi \in V_0$ telle que les translations entières de ϕ forment une base de Riesz de V_0

Il existe ϕ, telle que $\phi \in V_0$ alors $\{\phi(x-k)\}_{k\in Z}$ est une base de Reisz de V_0.

De ce qui vient d'être défini, du fait que $\phi \in V_0 \subset V_{-1}$, une séquence $\{h_k\} \in L^2(Z)$ existe de telle sorte que la fonction d'échelle $\phi(x)$ satisfait :

$$\phi\,(x) = \sqrt{2}\,\sum_k h_k\ \phi(2x-k) \qquad \text{III-21}$$

Cette équation fonctionnelle est appelée équation de raffinement ou équation de dilatation. La collection de fonction $\{\phi(x-k)\}_{k\in Z}$ est maintenant une base de Riesz de V_j.

Nous la verrons plus en détaille dans ce qui suit. On note également qu'une analyse multi-résolution approche une fonction f par une fonction f^j dans chaque sous espace V_j. Comme l'union de V_j est dense dans $L^2(R)$, on est assuré que les diverses approximations convergeront vers la fonction originale, $f = \lim_{j\to\infty} f^j$.

De même, si l'espace V_j représentent les espaces des différentes approximations, les espaces représentant la perte d'information est donc contenant les détails entre deux approximations successives contiendront les coefficients d'ondelettes.

On note W_j l'espace complémentaire de V_j dans V_{j-1}, il vérifie donc :

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j$$

où le symbole $\oplus$ signifie somme directe.

Par conséquent, $\bigoplus_j W_j = L^2\,(R)$

Une fonction ψ est une ondelette si l'ensemble de fonctions $\{\psi(x-k)\}_{k\in Z}$ est une base de Reisz de W_0. Tout comme pour $\phi_{j,k}$, les $\psi_{j,k}$ forment une base de Riesz. Comme ψ est un élément de V_{-1}, il existe une séquence $\{g_k\} \in L^2(Z)$ telle que :

$$\psi\,(x) = \sqrt{2}\,\sum_k g_k \psi(2x-k) \qquad \text{III-22}$$

La transformée de Fourier d'une ondelette est donc

$$\hat{\psi}(\omega) = G(\omega/2)\ \hat{\phi}(\omega/2) \qquad \text{III-23}$$

Remarque

Soit g la réponse impulsionnelle du filtre passe haut G définie par

$$G(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(n)e^{-in\omega} \qquad \text{III-24}$$

Alors

$$g(n)=(-1)^{1-n}\bar{h}(1-n) \qquad \text{III-25}$$

et

$$\psi(x)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(n)\phi_{-1,n}(x) \qquad \text{III-26}$$

H et G sont appelés filtres en quadrature **[46]**, avec H filtre passe bas et G filtre passe haut.

Avec $\sum_k g_k = 0$ ou $G(0) = 0$

On définit P_j et Q_j les opérateurs de projection sur V_j et W_j . Une fonction f peut alors être écrite
$f(x) = \sum_j Q_j\, f(x) = \sum d_l^j \psi_{j,l}(x)$

Dans la pratique les indices j et k ne sont jamais infinis. Par conséquent, si on s'arrête au niveau L, on est obligé de tronquer cette somme en :

$$f(x) = \sum_{J=0}^{j=L} Q_j\, f(x) + P_L\, f(x) \qquad \text{avec} \qquad \sum_{j=0}^{L} P_L\, f(x) = \sum_m C_m^L \phi_{L,m}(x)$$

$$f(x) = \sum_{j=0}^{j=L}\sum_k d_k^j \psi_{j,k} + \sum_m C_m^L \phi_{L,m} \qquad \text{III-27}$$

Le calcul des coefficients C_k^j et d_k^j est expliqué au paragraphe III.7

Afin de construire une famille d'ondelette **[43] [47]**, une fonction H liée à la fonction ϕ est introduite. Celle-ci présente les propriétés suivantes :

Propriété

$H(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-in\omega}$ (développement en série de Fourier de H).

$|H(0)| = 1$ et $h(n) = \vartheta\,(n^{-2})$ à l'infini (Comportement asymptotique).

$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 1$

$|H(\omega)| \neq 0$ pour $\omega \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$

alors

$\hat{\phi}(\omega) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \prod_{j=1}^{+\infty}\left(H(2^{-j}\ \omega)\right)$ est la transformée de Fourier d'une fonction d'échelle et

$h(n) = \langle \phi, \phi_{-1,n} \rangle = \sqrt{2}\ \langle \phi(x), \phi(2x-n) \rangle$

on a alors $\hat{\phi}(0) = \int \phi(x)\ dx = 1$

L'ondelette se comporte comme un filtre passe bande **[37]**.

A chaque paire de filtres en quadrature est associée une ondelette $\psi(x)$ et une fonction d'échelle $\phi(x)$. L'ondelette est une fonction oscillante qui permet de rendre compte des détails du signal. La fonction d'échelle est une fonction de plus basse fréquence associée à l'approximation du signal.

III.6 PROPRIETES ET TYPES D'ONELETTES

III.6.1 Propriétés des ondelettes

Dans ce qui vient d'être énoncé, nous avons déjà discuté des propriétés essentielles de l'analyse multi-résolution. Nous allons rappeler les propriétés importantes souhaitées pour une ondelette **[32]**.

- **Orthogonalité** : Si les ondelettes sont orthogonales, la décomposition numérique est stable. Si l'analyse multi-résolution est orthogonale (cela inclut également les ondelettes biorthogonales), les opérateurs de projection dans les différents sous-espaces conduisent à des approximations optimales au sens de $L^2(R)$.
- **Support compact** : Si la fonction d'échelle σ et l'ondelette ψ sont à support compact, les filtres H et G sont des filtres à réponse impulsionnelle finie, ce qui est requis dans les implémentations. Si elles ne sont pas à support compact, une décroissance rapide est souhaitable de sorte que les filtres puissent être raisonnablement approchés par des filtres à réponse impulsionnelle finie.
- **Coefficients rationnels** : Pour une implémentation informatique, on souhaite que les coefficients des filtres h_k et g_k soient rationnels ou mieux dyadiques. En effet, diviser par une puissance de 2 sur un ordinateur correspond à un simple décalage de bits (donc très rapide).
- **Symétrie :** Si la fonction d'échelle et l'ondelette sont (anti-) symétriques, alors les filtres sont à phase linéaire. Si on n'a pas cette propriété, cela entraîne une distorsion de phase lors de la reconstruction.

- **Régularité :** La régularité d'une ondelette est importante pour des applications de compression. La compression est souvent réalisée en mettant les coefficients d_k^j à zéro, cela correspond à rejeter la composante $d_j^k \psi_{j,k}(x)$ de la fonction originale. La régularité implique une meilleure localisation fréquentielle des filtres.
- **Nombre de moments nuls** : Comme nous l'avons dit auparavant, cela peut être important pour la détection de singularités et la caractérisation d'espaces réguliers. Il détermine le taux de convergence d'approximations ondelettes de fonctions régulières. Le nombre de moments nuls caractérise également la régularité de l'ondelette.
- **Expression analytique** : On ne dispose pas en général de l'expression analytique de ϕ ou ψ. Dans certains cas, l'expression analytique est disponible et c'est très utile.
- **Interpolation** : Si la fonction d'échelle satisfait $\phi(k) = \delta_k$ pour $k \in Z$, où δ_k représente la fonction de Kronecker alors il est trivial de trouver la fonction de V_j qui interpole les données échantillonnées sur une grille de pas 2^{-j} vu que ce sont simplement les valeurs de la fonction échantillonnée.

Il ne fait aucun doute qu'il n'est pas possible de construire des ondelettes ayant toutes ces propriétés, il faudra faire un compromis.

Le choix de l'ondelette adaptée n'est pas aisé. Il convient de bien cerner le problème à étudier et d'identifier le type de transformée à utiliser (continue ou discret). En analyse d'image, par exemple, il est souvent utile d'avoir une certaine redondance pour avoir plus d'informations. L'utilisation de la transformée en ondelette continue ou de frame est alors conseillée. Pour une analyse multi-résolution, on préférera une base d'ondelette orthogonale et si on veut un calcul exact, alors les ondelettes à support compact sont indiquées. Pour détecter les frontières, on préfèrera des ondelettes symétriques **[47]**.

On voit donc qu'on ne peut pas parler d'ondelette idéale adaptée à tous les cas. A chaque cas particulier correspond une ondelette particulière adaptée.

Pour la compression des signaux cardiaques qui représente le but de notre travail, nous appliquerons un ensemble d'ondelettes orthogonales et bi-orthogonales. Nous effectuerons une étude afin de déterminer l'ondelette la mieux appropriée pour le problème de compression. Le calcul de coefficients sera réalisé par une analyse multi-résolution ou par l'algorithme à trous (voir section III-7).

III.6.2 Ondelette orthogonales

La construction d'ondelettes orthogonales est introduite par l'analyse multi-réolution. Pour qu'une analyse multi-réslution soit orthogonale, une condition suffisante est

$$W_0 \perp V_0$$

où

$$\langle \psi, \phi(x-k) \rangle = 0, \quad k \in Z$$

En utilisant la formule sommatoire de poisson, on voit que cette condition est essentiellement équivalente à :

$$\forall \omega \in R \quad : \quad \sum_k \hat{\psi}(\omega + k2\pi)\overline{\hat{\phi}}(\omega + k2\pi) = 0 \qquad \text{III-28}$$

Une fonction d'échelle orthogonale est une fonction ø telle que l'ensemble $\{\phi(x-k),\ k \in Z\}$ et une base orthogonale

$$\langle \phi, \phi(x-k) \rangle = \delta_k, \quad k \in Z \qquad \text{III-29}$$

Avec une la fonction ϕ, la collection de fonction $\{\phi(x-k),\ k \in Z\}$ forme une base orthogonale de V_0 et la collection de fonction $\{\phi_{j,k}\ ,\ k \in Z\}$est une base orthogonale de V_j . Par la formule de Poisson, l'équation III-29 devient,

$$\forall \omega \in R \quad : \quad \sum_k \left|\hat{\phi}(\omega + k2\pi)\right|^2 = F(\omega) = 1 \qquad \text{III-30}$$

Le fait que ϕ forme une base de Riesz correspond à l'existence de constantes positives A et B telles que,

$$0 < A \leq F(\omega) \leq B < \infty$$

Nous exposons en **annexe C** les ondelettes orthogonales que nous utiliserons pour l'analyse du signal électrocardiogramme dans le but de le compresser.

III.6.3 Ondelette bi-orthogonales

La notion de bi-orthogonalité a été introduite en 1987 par Tchamitchian **[48]** et celle d'ondelettes bi-orthogonales, en 1992 par Cohen et al. **[49]**. Les ondelettes bi-orthogonales permettent d'introduire une certaine souplesse par rapport aux ondelettes orthogonales. En effet, la base permettant l'analyse (décomposition en coefficients d'ondelettes) ne sera pas la même que celle permettant la synthèse (reconstruction de la fonction) d'où des conditions moins strictes pour la construction des ondelettes.

Il existe donc une fonction d'échelle duale $\hat{\phi}$ et une fonction d'ondelette duale $\hat{\psi}$ qui génèrent une analyse multi-résolution avec les sous espaces $\widetilde{V}_j$ et $\widetilde{W}_j$ tels que

$$\widetilde{V}_j \perp W_j \qquad \text{et} \qquad V_j \perp \widetilde{W}_j \qquad \text{III-31}$$

et par conséquent

$$\widetilde{W}j \perp Wj, \qquad \text{pour } j \neq j,$$

Equivalent à l'équation III-31, les fonctions duales doivent vérifier

$$\langle \widetilde{\phi}, \psi(x-k) \rangle = \langle \widetilde{\psi}, \phi(x-k) \rangle$$

$$\langle \widetilde{\phi}, \phi(x-k) \rangle = \delta_k \qquad \text{et} \qquad \langle \widetilde{\psi}, \phi(x-k) \rangle = \delta_k \qquad \text{III-32}$$

Les conditions de bi-orthgonalité sont alors

$$\forall \omega \in R \quad \begin{cases} \sum_k \hat{\widetilde{\phi}}(\omega + k2\pi)\overline{\hat{\widetilde{\phi}}}(\omega + k2\pi) = 1 \\ \sum_k \hat{\widetilde{\psi}}(\omega + k2\pi)\overline{\hat{\widetilde{\psi}}}(\omega + k2\pi) = 1 \\ \sum_k \hat{\widetilde{\psi}}(\omega + k2\pi)\overline{\hat{\widetilde{\phi}}}(\omega + k2\pi) = 0 \\ \sum_k \hat{\widetilde{\phi}}(\omega + k2\pi)\overline{\hat{\widetilde{\psi}}}(\omega + k2\pi) = 0 \end{cases} \qquad \text{III-33}$$

Comme elle définissent une analyse multi-réslution les fonctions duales $\widetilde{\phi}$ et $\widetilde{\psi}$ satisfont

$$\widetilde{\phi}(x) = 2\sum \widetilde{h}_k \, \widetilde{\phi}(2x-k) \quad \text{et} \quad \widetilde{\psi}(x) = 2\sum \widetilde{g}_k \, \widetilde{\phi}(2x-k) \qquad \text{III-34}$$

Nous exposons en **annexe C** les ondelettes bi-orthogonales que nous utiliserons pour la compression du signal électrocardiogramme.

III.7 ALGORITHME DE CALCUL DES COEFFICIENTS

Mallat a proposé un algorithme de calcul des coefficients d'ondelettes dans le cadre de l'analyse muti-résolution **[43]**. On rappelle qu'en analyse multi-résolution, V_j représente l'espace dans lequel est approximée la fonction à la résolution 2^{-j} et W_j , l'epace dans lequel on retrouve le détail qu'on a perdu entre la résolution $2^{-(j-1)}$ et la résolution 2^{-j}.

Etant donné le signal f de $L^2(R)$, Alors

$C_k^j = \langle f , \phi_{j,k} \rangle$ approximation discrète dans l'espace V_j

$d_k^j = \langle f , \psi_{j,k} \rangle$ détails discret dans l'espace W_j

III.7.1 Analyse

Le but de l'analyse est de calculer les coefficients de détails ou coefficients d'ondelettes à partir de différentes approximations.

Nous pouvons exprimer les coefficients $C_k^j, j,k \in Z$ en fonction des coefficients C_k^{j-1}, $k,j \in Z$. En effet, $\phi_{j,k} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widetilde{h}(2n-k)\, \phi_{j-1,k}$

avec h la réponse impulsionnelle du filtre H défini par

$h(n) = \langle \phi, \ \phi_{-1,n} \rangle$

et $\widetilde{h}$ le filtre miroir associé à h, c'est à dire $\widetilde{h}(n) = h(-n)$

Alors

$$C_k^j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widetilde{h}(2k-n)\, C_n^{j-1} \qquad \text{III-35}$$

De même que l'information contenue dans V_j est contenue dans V_{j-1}, celle contenue dans W_j est également contenue dans V_{j-1}. Par contre elle n'est pas présente dans V_j. On peut exprimer les coefficients de d_k^j , $k \in Z$ en fonction des coefficients de C_k^{j-1}, $k \in Z$ en procédant donc de la même manière que précédemment.

En exprimant $\psi_{j,k}$ dans la base $\phi_{j,k}$ et en utilisant le filtre G de la réponse impulsionnelle g on obtient

$$d_k^j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \widetilde{g}(2k-n)\, C_n^{j-1} \qquad \text{III-36}$$

avec $g(n) = \langle \psi, \phi_{j-1}, n \rangle = (-1)^{1-n} h(1-n)$ et $\widetilde{g}$ le filtre miroir associé à g.

Les équations III-35 et III-36 montrent qu'on peut calculer les coefficient d'ondelettes en différentes approximations suivant le schéma représenté par la figure III-2. Les coefficients d'ondelettes pour une résolution donnée sont obtenus en appliquant le filtre g sur les coefficients d'approximation à la résolution précédente et en gardant un sur deux, d'ou un phénomène de décimation (sous échantillonnage). Ces mêmes coefficients d'approximation ont été obtenus par filtrages successifs par h puis décimation des données d'approximation aux résolutions précédentes.

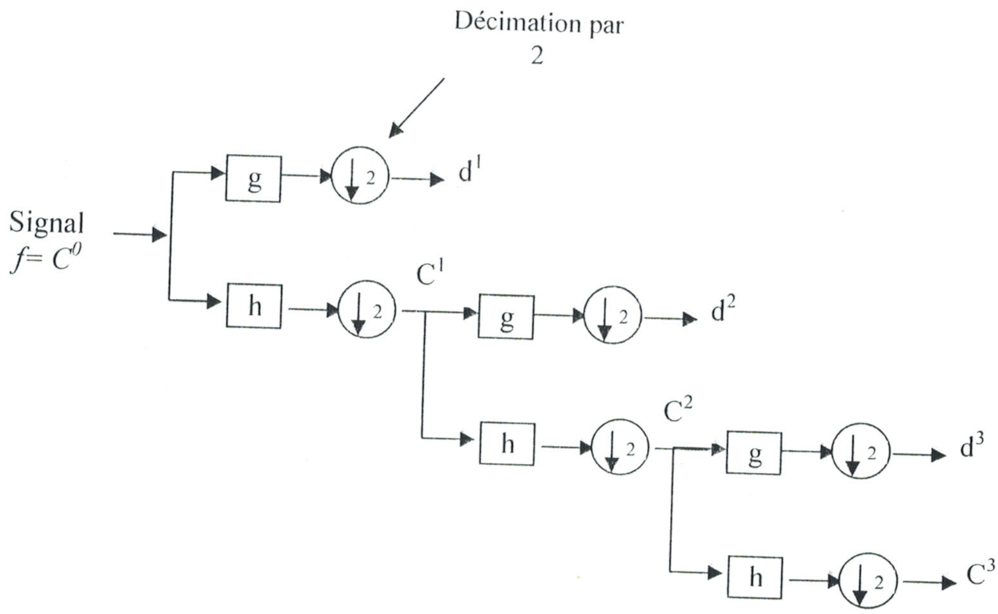


Figure III-2 : Schéma d'analyse à trois niveaux

III.7.2 Reconstruction ou synthèse

Etant donné que la somme directe des espaces V_j et W_j est V_{j-1}, les coefficients C_k^{j-1}, $k \in Z$ peuvent être calculés de façon exacte à partir des coefficients C_k^j, $k \in Z$ et d_k^j, $k \in Z$, c'est à dire qu'on peut également passer de la résolution 2^{-j} à la résolution $2^{-(j-1)}$. Ces constatations montrent qu'il existe un algorithme de reconstruction exacte.

En raisonnement de manière analogue à l'analyse, on aboutit à l'équation suivante :

$$C_k^{j-1} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(k-2n) \quad C_n^j \quad + \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(k-2n) \quad d_n^j$$

Ainsi, chaque coefficient d'approximation est obtenu par la somme du filtrage par h des coefficients d'approximation à la résolution précédente auxquels sont intercalés des 0 et du filtrage par g des coefficients d'ondelettes auxquels sont également intercalés des 0.

La figure III-3 représente le schéma de synthèse.

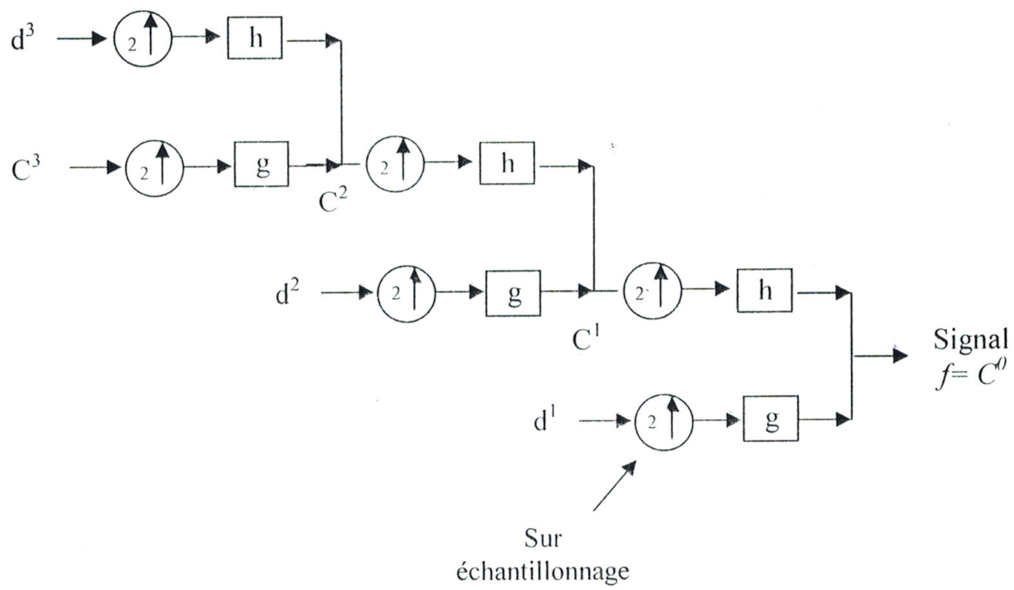


Figure III-3 : Schéma de reconstruction à trois niveaux

III.7.3 Conditions sur les filtres

Les algorithmes de décomposition et de reconstruction sont des algorithmes de calcul de coefficients complètement définis par les filtres en quadrature h et g. La théorie d'ondelette donne des conditions sur les fonctions d'échelle ϕ et l'ondelette ψ. Ces conditions peuvent être exprimées en fonction des réponses impulsionnelles h et g **[43] [50]** comme suit :

$$\sum_j \left(\bar{h}(2j-n)\,h(2j-m)+\bar{g}(2j-n)\,g(2j-m)\right)=\delta(n,m) \quad \forall\,(m,n)\in Z^2 \qquad \text{III-37}$$

avec $\delta(n,m)=\begin{cases}1 & si \quad m=n\\ 0 & si \quad m\neq n\end{cases}$

$$\sum_j \left(h(2j-m)\,\bar{g}(2j-n)\right)=0 \qquad \forall\,(m,n)\in Z^2 \qquad \text{III-38}$$

$$\sum_n g(n)=0 \qquad \text{III-39}$$

$$\sum_n h(n)=\sqrt{2} \qquad \text{III-40}$$

Remarque

- Les équations III-37 et III-38 expriment l'orthogonalité des bases d'ondelettes et de la fonction d'échelle. Cette orthogonalité assure que la transformée en ondelette calculée est non redondante. C'est donc un algorithme bien adapté à la synthèse ou à la compression des signaux, le nombre de coefficients à stocker étant « minimal ».
- L'algorithme de la Transformée en ondelette à partir d'une analyse multi-résolution présenté précédemment est un algorithme de calcul des coefficients d'ondelettes orthogonales. L'algorithme à trous est un algorithme plus souple dans la mesure où les familles d'ondelettes ne sont pas orthogonales. Les conditions sur les filtres seront alors moins contraignantes. De plus, il ne présente pas de décimation. L'idée est donc de traiter séparément à chaque étape les coefficients pairs des coefficients impairs **[51] [52]**.

Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que les ondelettes permettent de décomposer un signal, une fonction, etc… sur une base de fonctions d'un sous-espace ayant des propriétés bien déterminées.

Nous avons discuté des propriétés essentielles de l'analyse multi-résolution et rappelé les propriétés importantes souhaitées pour une ondelette et de l'impossibilité de construire des ondelettes ayant toutes ces propriétés.

Afin d'utiliser une ondelette, il convient de bien cerner le problème à étudier et d'identifier le type de transformée à utiliser (continue ou discret).

Nous avons noté que le choix de l'ondelette est un des problèmes de l'utilisation des ondelettes afin d'aboutir à des résultats très satisfaisant. En effet, à chaque cas particulier correspond une ondelette particulière adaptée.

Pour la compression des signaux cardiaques qui représente le but de notre travail, nous appliquerons un ensemble d'ondelettes orthogonales et bi-orthogonales. Nous effectuerons une étude afin de déterminer l'ondelette la mieux appropriée pour le problème de compression.

ALGORITHME DE COMPRESSION

&

RESULTATS

IV.1 ALGORITHME DE COMPRESSION

La transformée en ondelette permet de concentrer l'énergie du signal dans un petit nombre de coefficients. Cette caractéristique nous permet d'obtenir une compression du signal ECG de haute qualité tout en préservant l'énergie du signal.

L'analyse des signaux cardiaques de la base de donnée Universelle MIT-BIT envisagée pour la compression est effectuée par le moyen de l'interface wavemenu disponible sous l'environnement MATLAB.

Les coefficients des détails et de l'approximation de l'analyse réalisée par la transformée en ondelette seront groupés dans un seul fichier ***scoef***.

En tenant compte de la propriété d'invariance d'énergie, il nous suffit d'éliminer (en les remplaçant par des zéros) les coefficients de faibles poids en appliquant un seuil aux coefficients. Cette opération produira peu de déformation aux caractéristiques du signal reconstruit. La partie entière des coefficients de poids élevés peut être codée par la méthode de RLE (Run Lenght encoding) pour obtenir une approximation compacte du signal original $f(x)$.

La transformée en ondelette est appliquée au signal ECG, produisant les N coefficients. Tous les coefficients inférieurs à un certain seuil T sont mis à zéro (nul).

1- Seule la partie entière des coefficients non nuls est retenue.

2- Un codage RLE est appliqué à l'ensemble des N coefficients obtenus.

Le taux de compression obtenu est contrôlé par la valeur du seuil T, une valeur élevée du seuil implique un taux de compression faible.

Remarque :

Une valeur de seuil donne une seule valeur de taux de compression.

La figure IV-1 résume l'algorithme de compression.

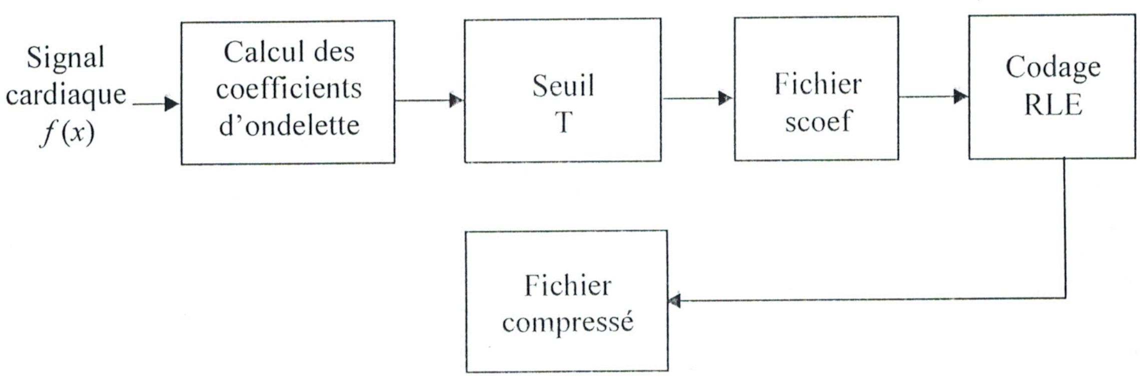


Figure IV-1 : Algorithme de compression des coefficients

Afin de pouvoir porter un jugement sur la qualité du signal obtenu deux critères sont introduits :

Le taux de compression CR et le PRD, tous deux définis au chapitre II.

Le calcul du PRD est obtenu en décompressant le fichier scoef puis la reconstruction du signal cardiaque par la synthèse.

Nous appliquerons dans un premier temps notre algorithme de compression à l'enregistrement 105 de la base de données disponible. Ce choix est purement arbitraire. Cette application à pour but de valoriser l'algorithme et de donner de premières observations sur l'évaluation du PRD en fonction du taux de compression CR.

L'utilisation de l'ondelette analysante Daudechies (db8) pour un niveau de décomposition égale à cinq, donne les résultats suivants.

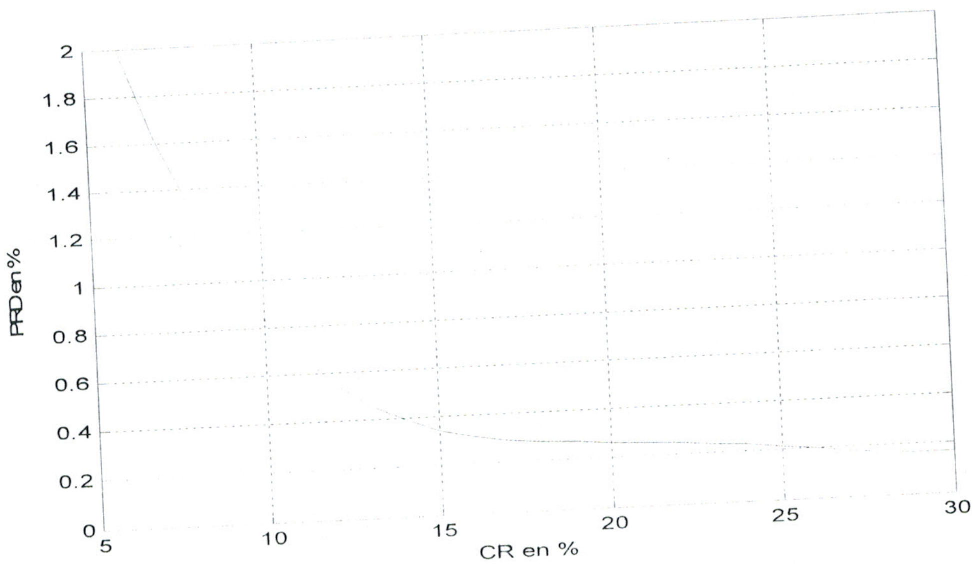


Figure IV-2 : PRD en fonction du taux de compression CR

Nous pouvons distinguer deux zones importantes dans la courbe obtenue. La première zone représente les taux de compressions supérieurs à 20%, nous remarquons que la courbe obtenue est presque plate et ceci pour des valeurs de PRD très faibles. Le signal reconstruit après décompression ne présente aucune déformation dans sa morphologie, comme le montre la figure IV-3.

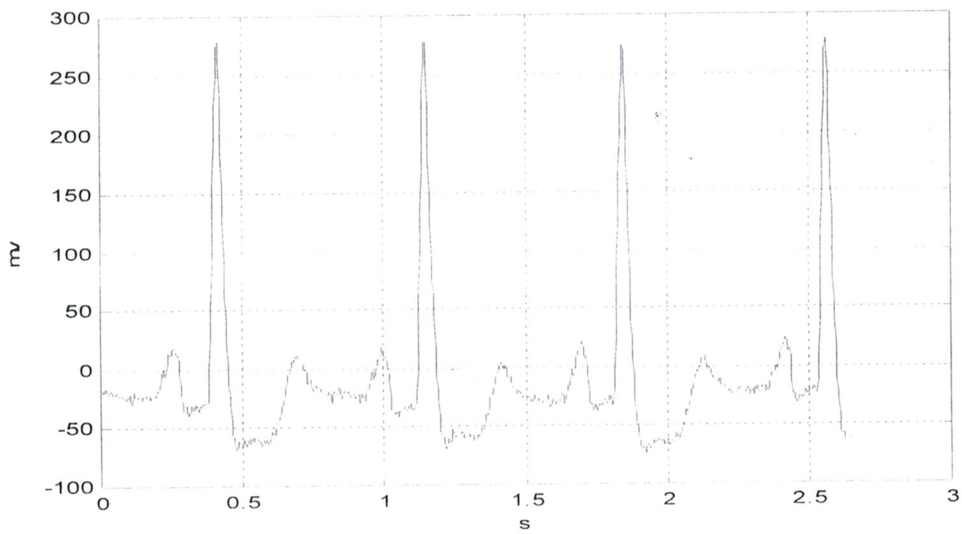


Figure IV-2 : Signal original de l'enregistrement 105

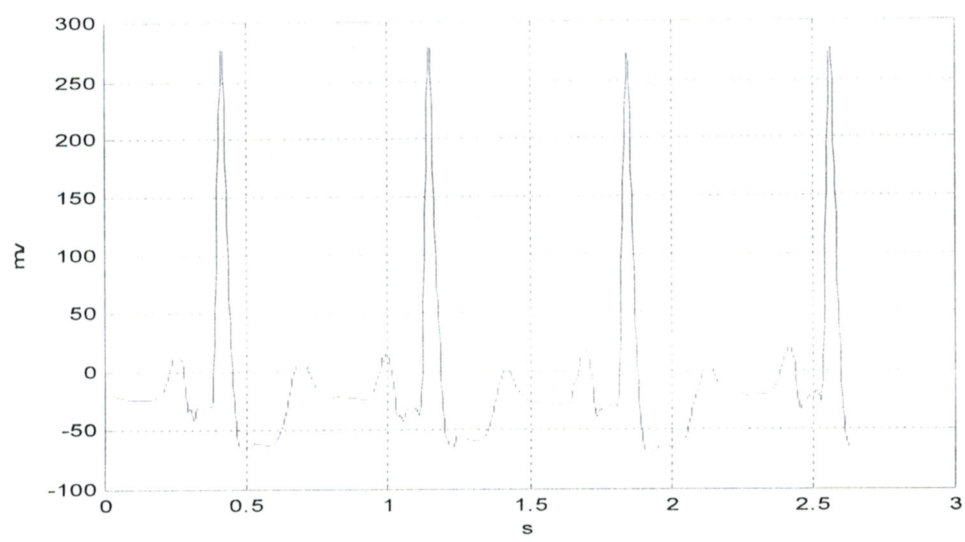


Figure IV-3 : Compression de l'enregistrement 105 : CR = 24.36, PRD = 0.32 %

La deuxième zone comprend les taux de compressions inférieurs à 20 %. Le PRD y diminue rapidement et le signal reconstruit après décompression dépend fortement de ce dernier. En effet, un PRD élevé introduit des déformations sur la morphologie du signal, ainsi, les différentes ondes du signal ECG pourront être totalement déformées. Il est donc nécessaire de faire un compromis entre le taux de compression et le PRD.

Les figures IV-4, IV-5 et IV-6 illustrent les résultats obtenus concernant un signal décompressé pour différents taux de compression.

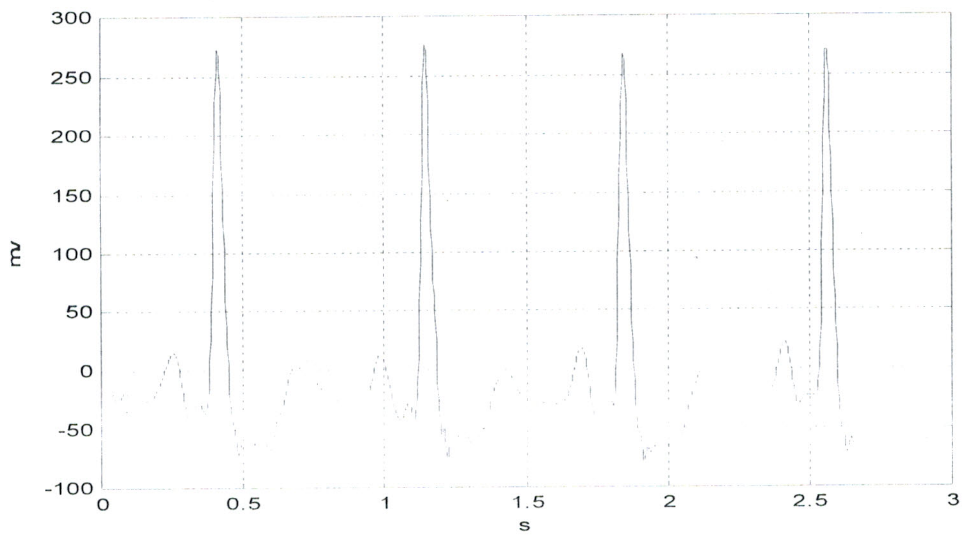


Figure IV-4 : Compression de l'enregistrement 105 : CR = 13.14 %, PRD = 0.45 %

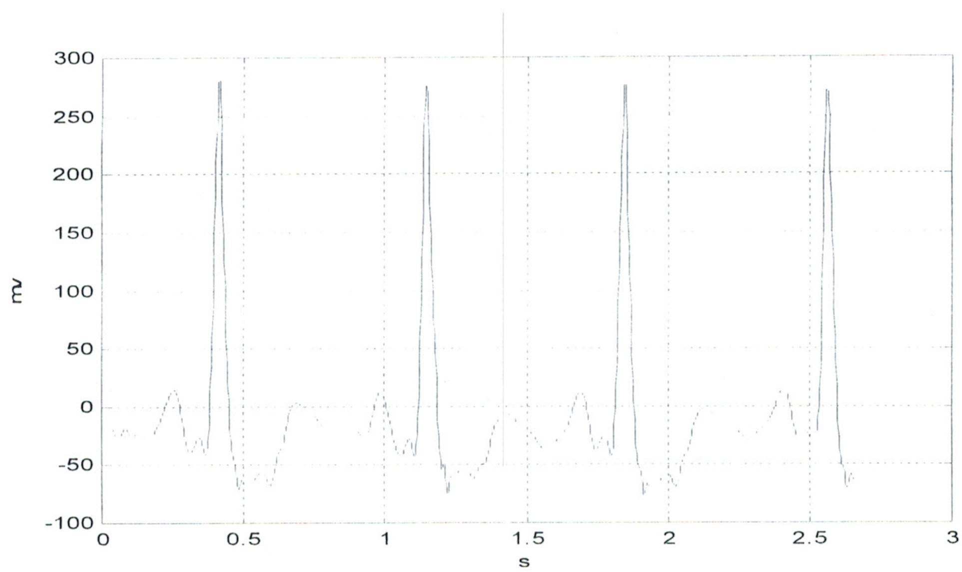


Figure IV-5 : Compression de l'enregistrement 105 : CR = 11.44 %, PRD = 0.61%

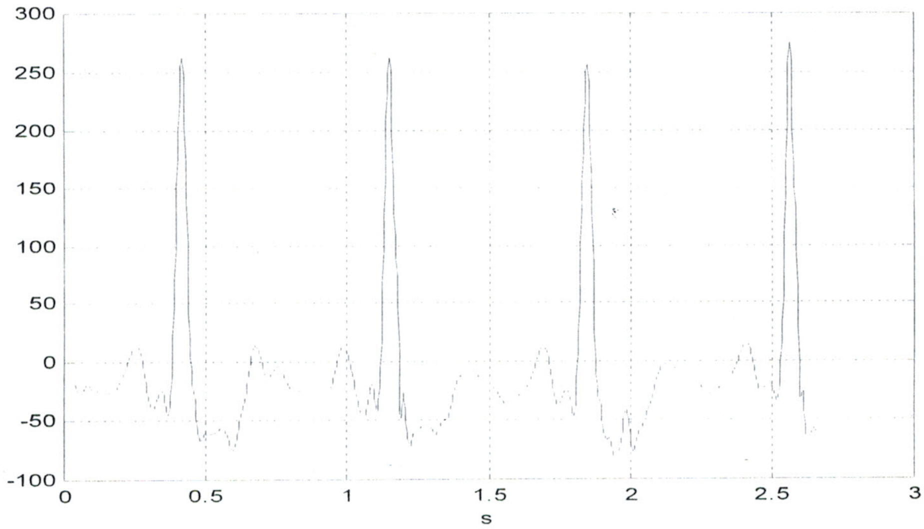


Figure IV-6 : Compression de l'enregistrement 105 : CR = 8.38 %, PRD = 1.19%

Pour un taux de compression de 13.14 % et un PRD de 0.45 %, la morphologie du signal ECG ne présente pas de déformation alors que pour un taux de compression de l'ordre de 8.38 % le signal peut être interprété sans trop de difficultés, malgré qu'il présente quelques déformations dans sa morphologie, surtout au niveau du complexe QRS. Au dessous de cette mesure de taux de compression, il est indispensable de faire appel aux cardiologues pour affirmer la qualité du signal reconstruit. Nous appliquerons donc notre algorithme pour des taux de compressions inférieurs à 20% et supérieurs à 7%.

Le choix de l'ondelette adaptée n'est pas aisé, il est donc difficile de parler d'ondelette idéale au problème à étudier. Afin de remédier au problème de choix de l'ondelette et de mettre en valeur l'algorithme de compression proposé, nous appliquerons un grand nombre d'ondelettes orthogonales et bi-orthogonales à l'enregistrement 105 de la base de données MIT-BIH pour un niveau de décomposition égale à cinq.

IV.2 ONDELETTES ORTHOGONALES

IV.2.1 Ondelettes de Daubechies

Nous appliquons l'algorithme de compression en employant l'ondelette analysante Daubechies pour différents ordres (N),

N représente le nombre de moments nuls de l'ondelette.

Les ondelettes analysantes sont présentées en **annexe C**.

La figure suivante illustre les résultats du PRD en fonction du taux de compression CR pour les différentes ondelettes de la famille Daubechies.

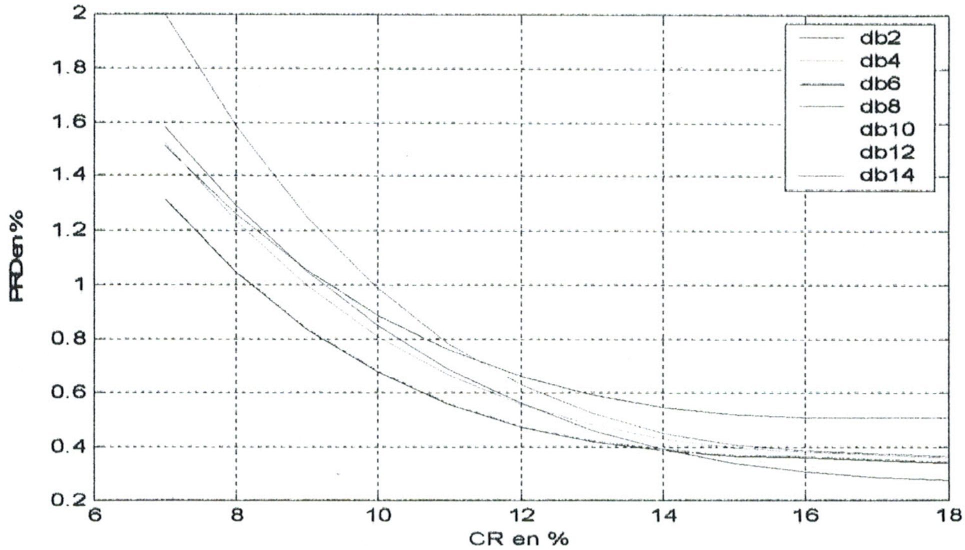


Figure IV-7 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette analysante Daubechies

La figure IV-7 montre que pour des taux de compressions supérieurs à 13 % les résultats obtenus sont forts similaires tout en ayant une valeur du PRD faible. Ceci nous permet un large choix pour l'utilisation de l'ondelette analysante. Pour des taux de compression inférieurs à cette valeur, nous remarquons que l'ondelette db6 donne les meilleurs résultats. Tout en nous rapprochant de la valeur du nombre d'ordre N = 6, nous remarquons que les résultats obtenus du PRD en fonction du taux de compression CR sont meilleurs. En nous inspirant de l'analyse de ces résultats, nous restreindrons notre choix sur l'ondelette analysante db6, pour la famille d'ondelette Daubechies.

La même procédure effectuée et les mêmes remarques faites à l'ondelette Daubechies seront réalisées dans ce qui suit pour les familles d'ondelettes orthogonales Meyer, Symelet et coifelet.

IV.2.2 Ondelettes Meyer

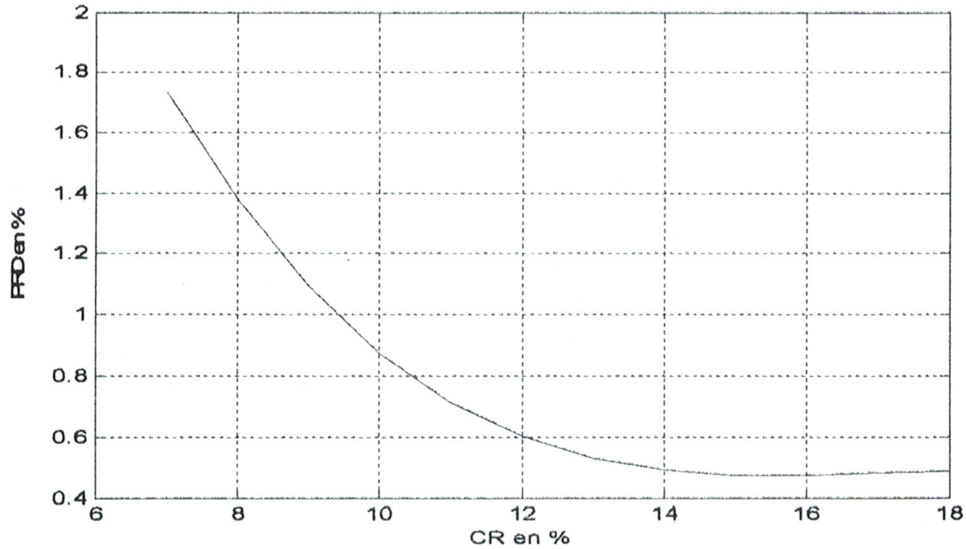


Figure IV-8 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette Meyer

Les résultats obtenus pour cette ondelette seront comparés aux différentes ondelettes sélectionnées par notre étude.

IV.2.3 Ondelettes Symelet

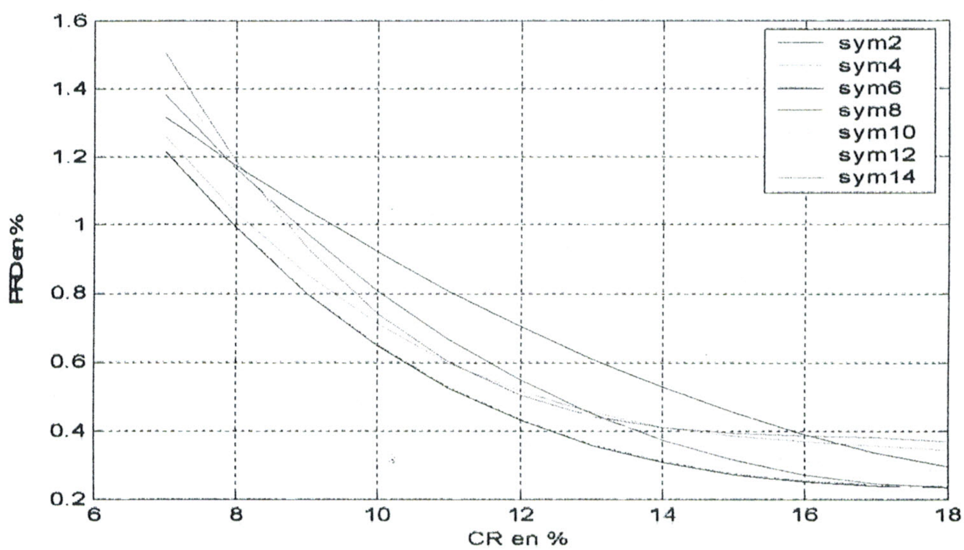


Figure IV-9 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette analysante Symelet

Pour l'ondelette Symelet la même interprétation faite pour l'ondelette Daubechies lui est appliquée. Les résultats obtenus montrent que l'ondelette sym6 reflète les meilleurs résultats.

Cependant, nous opterons pour l'ondelette sym6 pour notre étude.

IV.2.4 Ondelettes Coifelet

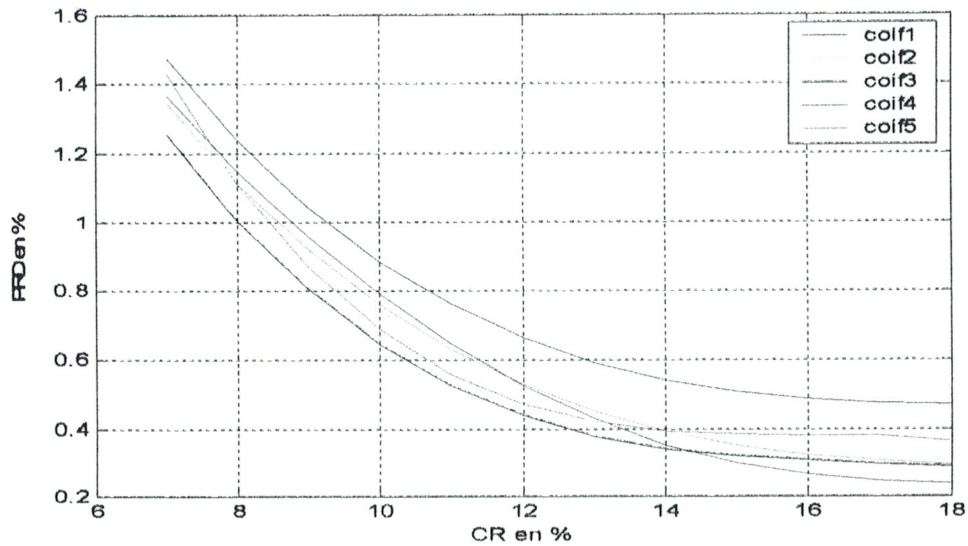


Figure IV-10 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette analysante Coiflet

Nous opterons pour l'ondelette Coif3 qui présente de meilleurs résultats.

IV.3. ONDELETTES BI-ORTHOGONALES

Pour les ondelettes bi-orthogonales, comme nous l'avons dit dans le chapitre précédent, les filtres de décomposition et de reconstruction ne sont pas les mêmes. Ceci implique que le nombre des moments nuls des filtres de décomposition n'est pas forcement égal à celui des filtres de reconstruction. Cette souplesse sur la condition des filtres utilisés peut probablement engendrer des améliorations sur la qualité de la courbe du PRD en fonction du taux de compression CR.

IV.3.1 Ondelettes biorthogonales

Nous appliquons l'algorithme de compression en employant l'ondelette analysante biorthogonale pour différents ordres (Nr et Nd).

Les ondelettes analysantes sont présentées en **annexe C**.

Les figures suivantes illustrent les résultats du PRD en fonction du taux de compression CR pour les différentes ondelettes de la famille biorthogonale.

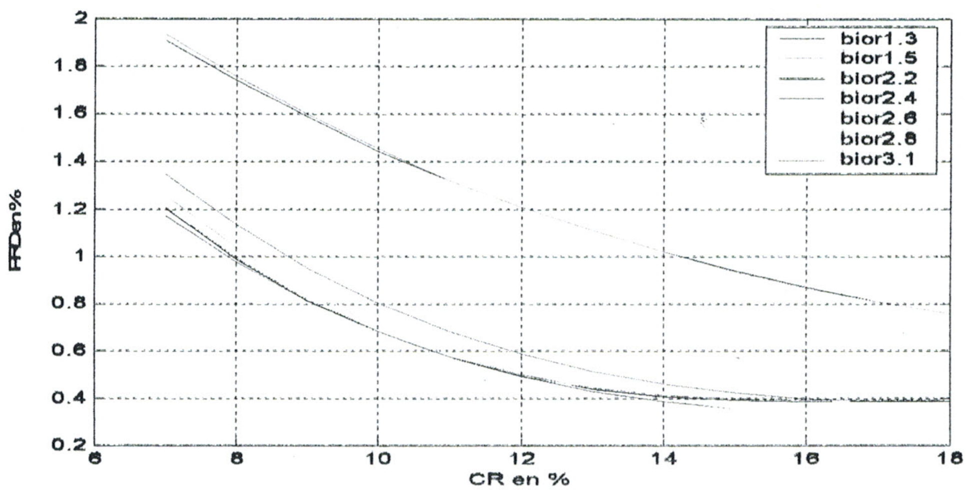


Figure IV-11 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette analysante biorthogonale

La figure IV-11 montre que les ondelettes bior1.3 et 1.5 donnent de mauvais résulats, leur application pour la compression du signal ECG est indésirable.

Pour les autres ondelettes, le bior2.2 bior2.4 bior2.6 et bior2.6 donnent des résultats fort comparables.

Ces ondelettes seront sélectionnées pour les comparer à la deuxième partie des ondelettes biorthogonales utilisées.

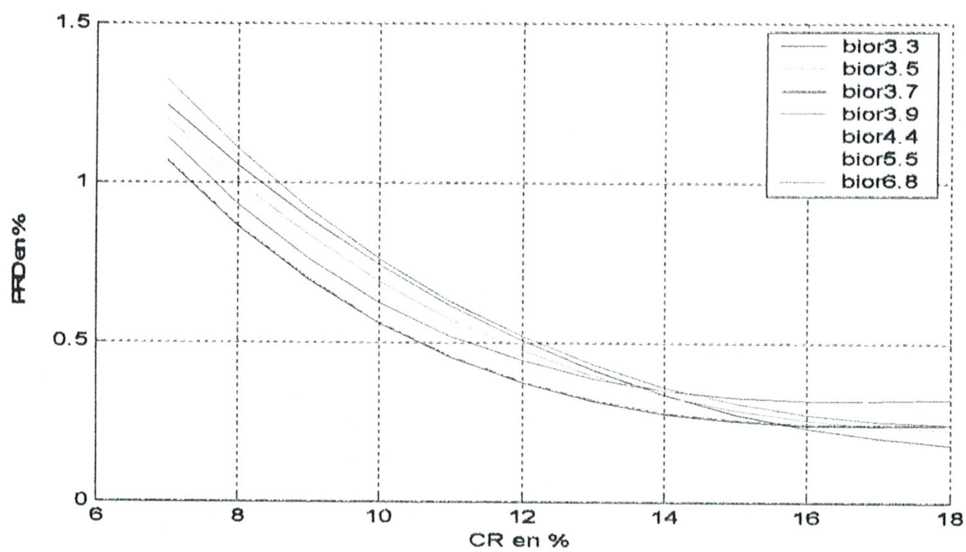


Figure IV-12 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette analysante biorthogonale

Les mêmes remarques faites pour l'ondelette Daubechies sont valables à la figure IV-12. L'ondelettes bior3.7 et bior3.9 donnent des résultats comparables, elles seront comparées sur la figure suivante aux ondelettes sélectionnées de la figure IV-11.

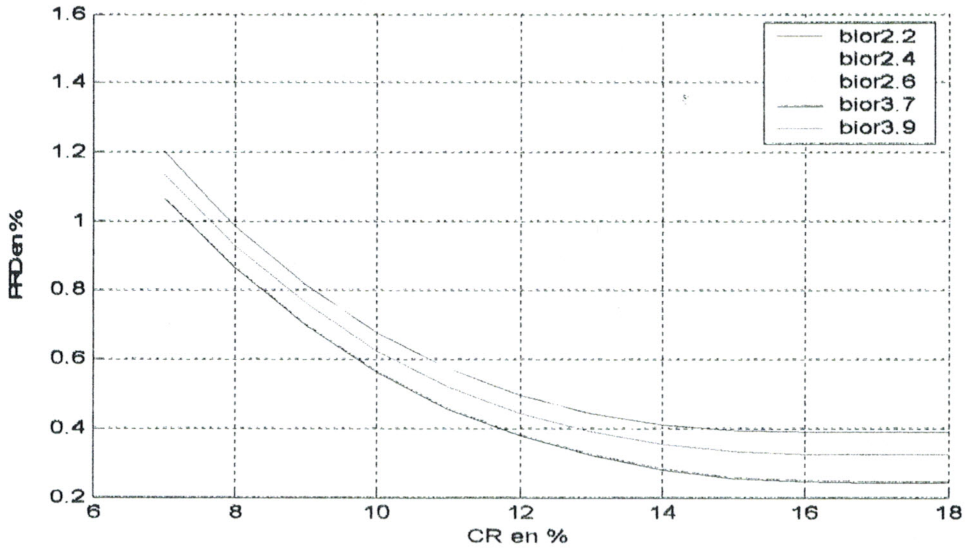


Figure IV-13 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette analysante biorthogonale

Nous remarquons très facilement que l'ondelette bior3.7 et bior3.9 donnent les meilleurs résultats, ceci doit être probablement dû à l'ordre de régularité de l'ondelette ou au nombre de moments nuls. Nous opterons pour cette famille d'ondelette, sur l'ondelette bior3.7

IV.3.2 *Ondelettes reverses biorthogonales*

La figure IV-14 illustre les résultats obtenus pour cette famille d'ondelettes.

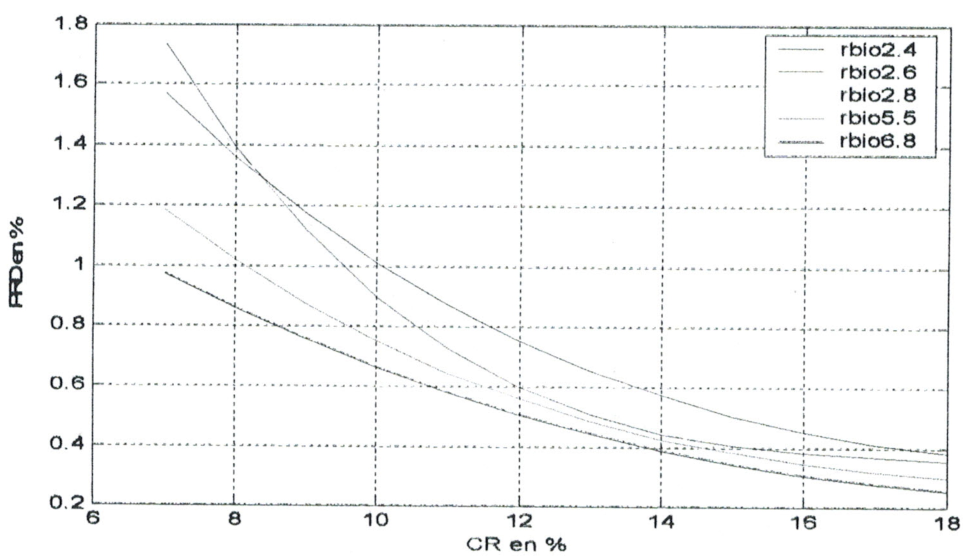


Figure IV-14 : PRD en fonction du taux de compression CR pour l'enregistrement 105 par l'ondelette analysante biorthogonale

Nous remarquons très facilement que l'ondelette rbior6.8 donne les meilleurs résultats, ceci doit être probablement dû à l'ordre de régularité de l'ondelette ou au nombre de moments nuls, ou même à la morphologie de l'ondelette.

Nous optons pour cette famille d'ondelette, sur l'ondelette bior6.8.

La totalité des ondelettes sélectionnées des différentes familles d'ondelettes orthogonales ou bi-ortogonales utilisées pour la compression de l'enregistrement 105 est regroupée sur la figure IV-15.

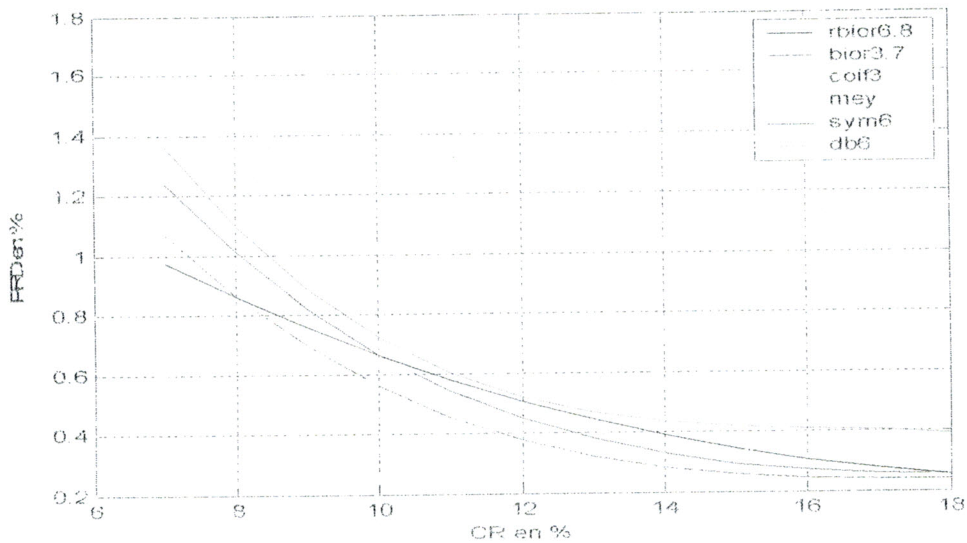


Figure IV-15 : Comparaison entre les différentes ondelettes sélectionnées de chaque famille.

Pour un PRD faible, le taux de compression est relativement élevé et l'utilisation des ondelettes biorthogonales ou de symelet semble convenir le mieux.

Pour des taux de compressions inférieurs à 13 %, il serait préférable d'utiliser les ondelettes biorthogonales. Ils semblent convenir au mieux pour la compression du signal ECG tout en préservant une morphologie correcte du signal et sans trop de pertes en informations cliniques.

En analysant les résultats obtenus par cette étude, nous pouvons constater que les ondelettes possédant un nombre de moments nuls faible ne sont pas recommandées pour la compression du signal ECG.

Pour des ondelettes présentant des moments nuls allant de trois à sept, les résultats obtenus pour la compression du signal cardiaque sont les meilleurs.

La figure IV-15 montre que l'utilisation de l'ondelette bior3.7 convient le mieux pour la compression de l'enregistrement 105 de la base de données MIT-BIH.

La base de données utilisée pour notre étude présente des morphologies de signal différentes et l'apparition d'arythmies diverses. Il est donc indispensable d'effectuer la même étude que celle réalisée pour l'enregistrement 105 à l'ensemble de la base de données.

IV.4 APPLICATION DE L'ALGORITHME SUR LA TOTALITE DE LA BASE DE DONNEE

Nous appliquons l'algorithme de compression à la totalité de la base de données MIT-BIH.

Nous illustrons dans les figures suivantes quelques cas particuliers de la base de donnée qui ont donné des résultats différents à ceux obtenus pour l'enregistrement 105.

Les résultats obtenus sont partagés en deux catégories différentes permettant une meilleure compression du signal ECG.

1ᵉʳ catégorie : Cette catégorie contient les enregistrements où les résultats obtenus sont forts comparables et la décision d'opter pour une ondelette favorite pour la compression est difficile.

Nous donnons un exemple pour cette catégorie en compressant l'enregistrement 118.

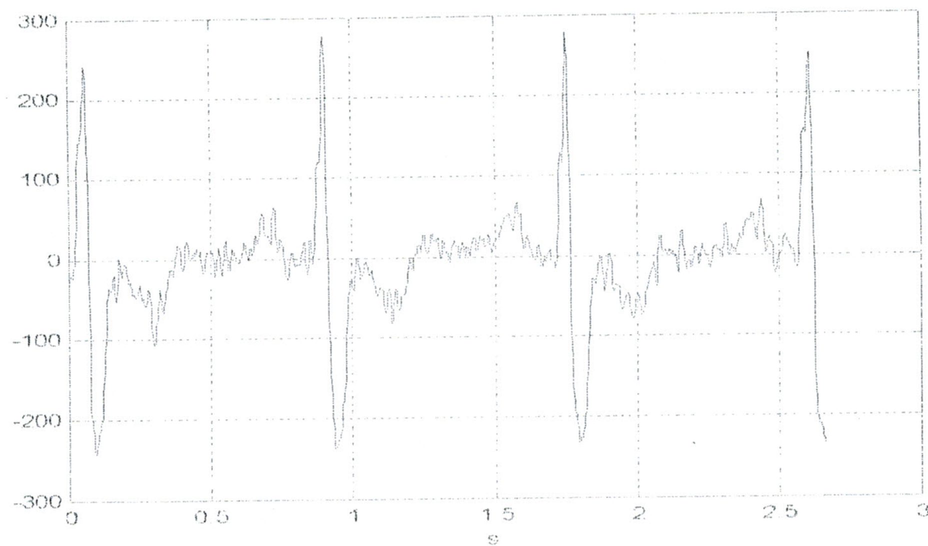


Figure IV-16 Enregistrement 118

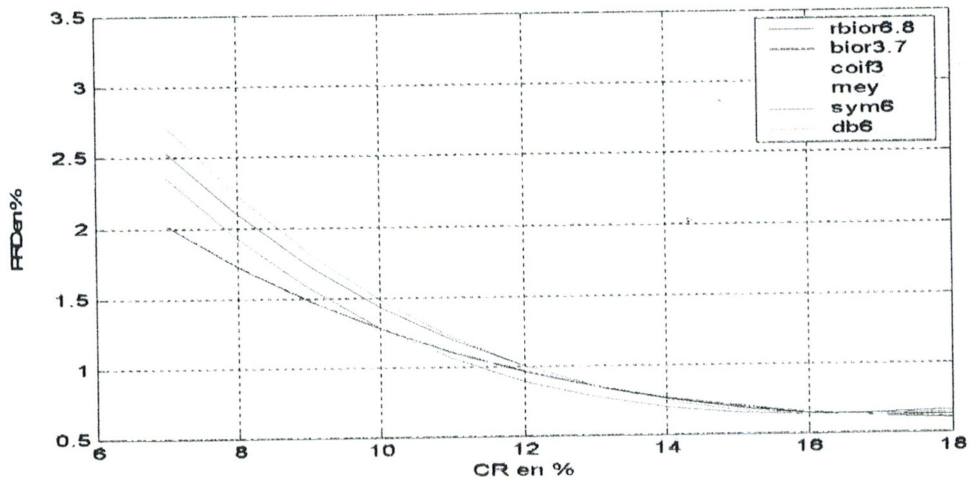


Figure IV-17 : Comparaison entre les différentes ondelettes sélectionnées de chaque famille pour l'enregistrement 118.

Nous remarquons que l'ondelette Meyer ne convient pas pour la compression de l'enregistrement 118. La selection d'une ondelette favorite pour la compression de cet enregistrement est difficile, ce qui permet une large variété de choix.

Les signaux suivants donnent les mêmes résultats : 108, 109, 114, 203, 222, 228, 232.

2ème catégorie : Cette catégorie contient les enregistrements où les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus pour l'enregistrement 105.

Nous donnons un exemple pour cette catégorie en compressant l'enregistrement 104.

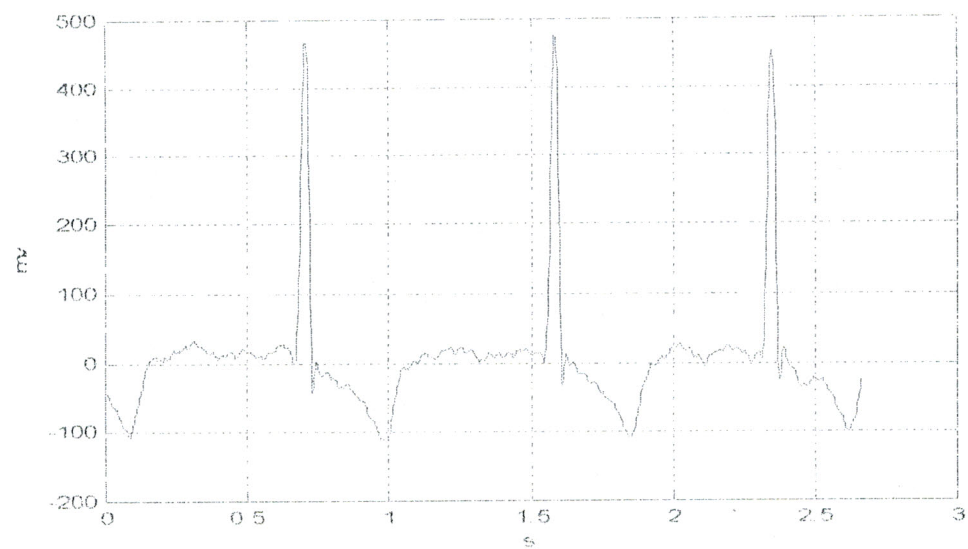


Figure IV-18 Enregistrement 104

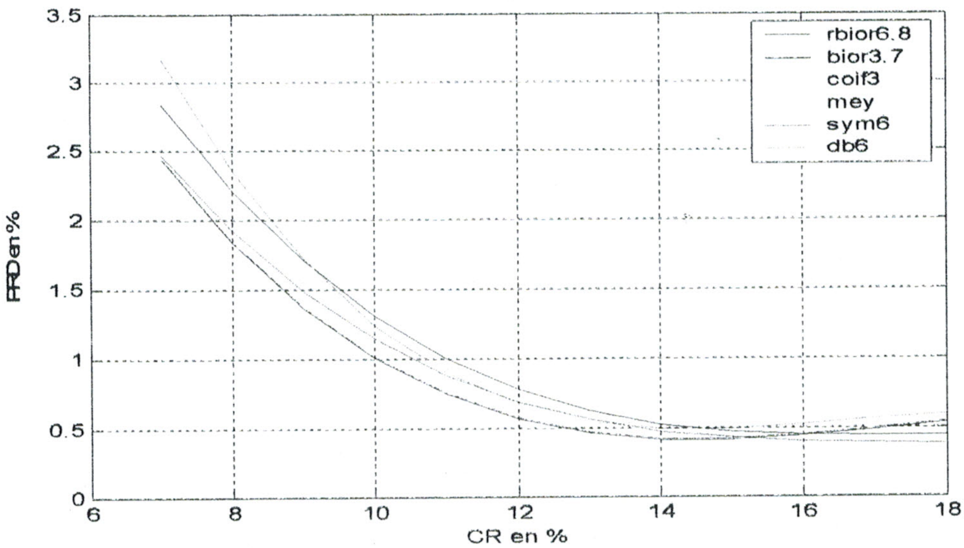


Figure IV-19 : Comparaison entre les différentes ondelettes sélectionnées de chaque famille pour l'enregistrement 219.

Sur les 48 enregistrements de la base de données Universelle MIT-BIH, quarante (40) enregistrements donnent les meilleurs résultats du PRD en fonction du taux de compression CR en utilisant l'ondelette bior3.7, soit une statistique de 83.33 %.

Le reste des enregistrements, soit 16.66 %, présentent des résultats forts comparables et la décision de recommander une ondelette par rapport à une autre se révèle difficile.

Ceci ne rejette pas le fait que l'utilisation de l'ondelette Bior3.7 donne aussi de très bons résultats.

Nous effectuerons dans ce qui suit une comparaison entre notre algorithme de compression et des algorithmes existants.

IV-5 COMPARAISON DES RESULTATS

Les algorithmes de compression pour le signal ECG sont nombreux (chapitre II). Afin de valoriser notre algorithme il est indispensable de le comparer à des travaux déjà réalisés et dont les résultats se révèlent satisfaisants. Parmi ces algorithmes pour lesquels la fréquence d'échantillonnage est de 360 Hz, la résolution est de 12 bits et l'enregistrement 117 de la base de donnée MIT-BIH est utilisé, nous citons :

- L'algorithme de Hilton basé sur un codage EZW en utilisant les ondelettes et les paquets d'ondelettes **[53]**. Il a reporté une valeur de PRD égale à 2.6% avec un taux de compression de 12.5 %.

- L'algorithme de Djohn qui utilise la transformée discrète **[54]**. Il a reporté une valeur de PRD égale à 3.9 % avec un taux de compression de 12.5 %.
- L'algorithme de SPIHT développé par Zhitao L .et al., qui utilise la compression par ondelette par l'ensemble des partition hierachique d'arbre (Set Partitioning In Hiearchical Trees) SPIHT **[55]**. Il a reporté une valeur de PRD égale à 1.18 % avec un taux de compression de 12.5 %.

En utilisant l'ondelette sélectionnée par notre algorithme de compression, et pour le même enregistrement du signal nous obtenons un PRD de 0,40 % avec un taux de compression de 12.5%.

Nous reportons l'ensemble des résultats dans le tableau IV-1.

Algorithme	PRD (%)	CR (%)	Fe (Hz)
SPIHT	1.18	12,5	360
Hilton	2,6	12,5	360
Djohan	3,9	12,5	360
Proposé	0,40	12,5	360

Tableau IV-1 : Comparaison des résultats

Les résultats présentés dans le tableau montrent très clairement que l'algorithme présenté dans cette thèse est très satisfaisant et encourageant.

Pour une autre ondelette analysante, par exemple symelet 6, le résultat obtenu donne un PRD de 0,43. Ceci prouve davantage que notre algorithme de compression donne des résultats très encourageants.

<u>Conclusion</u>

Dans ce chapitre nous avons vu l'importance du choix de l'ondelette pour la compression du signal ECG de la base de données universelle MIT-BIT.

Pour des taux de compressions supérieurs à 13 %, nous avons pu constater que la quasi-totalité des ondelettes analysante donnent des résultats du PRD en fonction du taux de compression CR forts comparables. Ces résultats permettent une large possibilité de choix.

Nous constatons que pour des taux de compressions inférieurs à 13%, les ondelettes ayant un nombre de moments nuls allant de trois à sept, sont recommandées pour la compression du signal cardiaque. En appliquant la totalité des ondelettes utilisées pour la compression, 83.33% des signaux de la base de données admettent comme meilleure ondelette analysante pour la compression, l'ondelette biorthogonale (bior3.7). Pour le reste des enregistrements, soit 16.66%, les résultats obtenus sont forts similaires. Ceci n'implique pas l'insuffisance de l'ondelette bior3.7 pour leur compression.

La comparaison de nos résultats effectuée avec d'autres algorithmes, montre l'efficacité de notre méthode de compression.

Il est clair que le signal ECG compressé est stocké ou transmis. Son utilisation après décompression peut être utilisé soit pour le diagnostique ou pour la détection des arythmies cardiaques qui nécessite de détecter les différentes ondes du signal ECG et particulièrement le complexe QRS dans le cas des arythmies cardiaques ventriculaires.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons une nouvelle méthode de détection du complexe QRS dans le but d'aide au diagnostique des arythmies cardiaques. On démontre la fiabilité de l'algorithme de compression par l'étude du complexe QRS détecté avant et après compression.

Detection du complexe QRS

&

Aide au Diagnostique

V-1- INTRODUCTION

Le signal électrocardiogramme est largement répandu pour le diagnostique des arythmies cardiaques. Le signal ECG se compose typiquement de trois ondes importantes appelées onde P, complexe QRS et onde T. Le complexe QRS est la partie la plus significative du signal ECG, il représente le phénomène de dépolarisation des ventricules et donne ainsi les informations utiles sur le comportement cardiaque. Ainsi, la classification battement/ battement du complexe QRS qui permet alors de suivre l'évolution de l'activité du cœur et de détecter les arythmies cardiaques.

Par conséquent, la détection fiable du complexe QRS demeure un domaine de recherche important. Dans l'environnement clinique, cette détection est très difficile. Ceci est dû principalement à :

1. La morphologie du complexe QRS qui change de manière significative d'un état sain à un état malade.
2. Plusieurs autres signaux dans l'enregistrement de l'ECG, tel qu'une onde T élevée ou une contraction ventriculaire prématurée, peuvent être morphologiquement semblables à un complexe QRS.
3. Les divers types de bruit (provoqués par un stimulateur, une interférence de ligne de puissance, ou le mouvement du patient) interfèrent dans la détection du QRS.
4. La qualité et la largeur de bande de fréquence du signal ECG enregistré peuvent changer de manière significative, et celles-ci dépendent fortement des conditions de l'enregistrement (diagnostic ou surveillance) et de l'environnement d'enregistrement (ambulance, salle, pendant l'exercice ou au repos).

Plusieurs méthodes ont été utilisées pour la détection du complexe QRS, tel que le détecteur du QRS basé sur un seuil adaptatif comme décrit par Tompkins **[56]**, et l'approche analytique employant la transformation en cosinus discret (DCT) développée par I. Murthy et G. Durga Prasad **[57]**.

Sörnmol et al. **[58]** ont développé une méthode basée sur le modèle d'Hermite pour la compression du signal ECG et l'aide à la détection des pathologies telles les PVC (Premature Ventricular Contractions). Dans ce chapitre, on s'intéressera au développement d'un algorithme de détection du complexe QRS en utilisant les polynômes d'Hermite. Nous l'utiliserons afin de détecter les complexes QRS du signal ECG avant et après compression, dans le but d'étudier l'influence de la compression sur la détection.

V-2- MODELE D'HERMITE

L'approximation et l'estimation de signaux physiques et réels tel les signaux cardiaques sont d'une grande importance dans le domaine Biomédicale et surtout si les fonctions utilisées pour cette estimation ont un nombre réduit de paramètres.

Les fonctions d'Hermite **[59]** ayant pour expression V-1 forment une base orthogonale, ces dernières peuvent être utilisées afin de suivre le signal réel.

$$\varphi_n(t,b) = \frac{1}{\sqrt{b 2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{t^2}{2b^2}} H_n(t/b) \qquad n = 0, 1, \dots \qquad \text{V-1}$$

Où $H_n(t/b)$ sont les polynômes d'Hermite et b un scalaire réajustable représentant la durée du signal Electrocardiogramme à estimer. **(Voir annexe D)**

La figure V-1 représente les quatre premières fonctions d'Hermite.

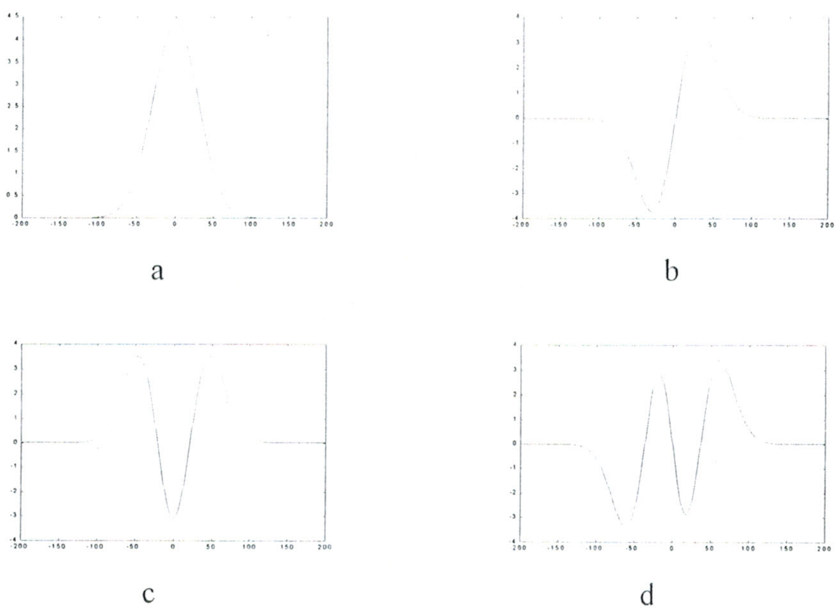


Figure V-1 : Quatre fonctions d'Hermite dans un intervalle de 400 ms (-200, 200) pour b=30

a) n = 0 ; b) n = 1; c) n = 2 ; d) n = 3

En considérant le signal *d(t)* comme étant le signal ECG réel, nous pouvons alors considérer l'approximation de ce signal au $N^{ième}$ ordre comme suit :

$$d(t) \approx y_k(b) = \sum_{n=0}^{N-1} W_{nk} \, \varphi_{nk}(t,b) \qquad k \in IN \qquad \text{V-2}$$

Dans cette approximation, le signal ECG est caractérisé par les N coefficients les poids W_{nk} et le paramètre b.

V.2.1 Estimation adaptative par le modèle D'Hermite

Les coefficients W_n et le paramètre b sont calculés de manière adaptative. Leur calcul est présenté par la méthode d'estimation adaptative du modèle d'Hermite (AHMES) **[60], [61]**.

Cette méthode est basée sur l'entrée multiple avec réponse désirée. L'entrée primaire du AHMES est le signal ECG digitalisé d_k de K échantillons, les entrées de référence sont les fonctions d'Hermite digitalisées.

La structure du AHMES est illustrée sur la figure (V-2). Le AHMES est constitué de deux processus d'adaptation, le premier pour les poids et le second pour le paramètre b. Ce dernier agit comme entrée au générateur de base des fonctions d'Hermite (**Annexe D**).

Chaque entrée de référence est formée par une des N fonctions d'Hermite considérées dans le modèle.

Le signal de sortie y_k du système résulte de la combinaison linéaire des fonctions d'Hermite, chacune d'elle est affectée par un facteur poids W_{nk}. Ces facteurs de poids caractérisent le signal ECG, ils ont ainsi la particularité de décrire le signal ECG.

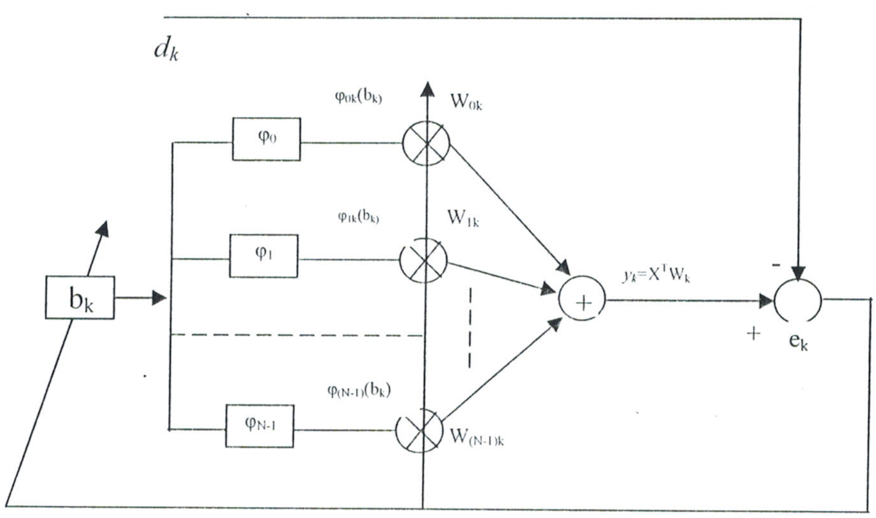


***Figure V-2** : Estimation adaptative par le modèle d'Hermite*

En accordant la notation standard pour les filtres adaptatifs à combinateur linéaire, l'expression de sortie du système est donnée par l'équation suivante **[62]**:

$$y_k(b) = \sum_{n=0}^{N-1} W_{nk} \, X_{nk}(b) = W_k^T X_k(b) \qquad \text{V-3}$$

où :

$X_{nk}(b) = \varphi_{nk}(b)$, X_k est le vecteur de référence et W_k est le vecteur de poids.

$$X_k(b) = \left[X_{0k}(b), X_{1k}(b), \ldots\ldots, X_{(N-1)k}(b)\right]^T$$

$$W_k = \left[W_{0k}, W_{1k}, \ldots\ldots, W_{(N-1)k}\right]^T$$

L'erreur résiduelle entre le signal ECG réel et le modèle d'Hermite est donnée par l'expression suivante :

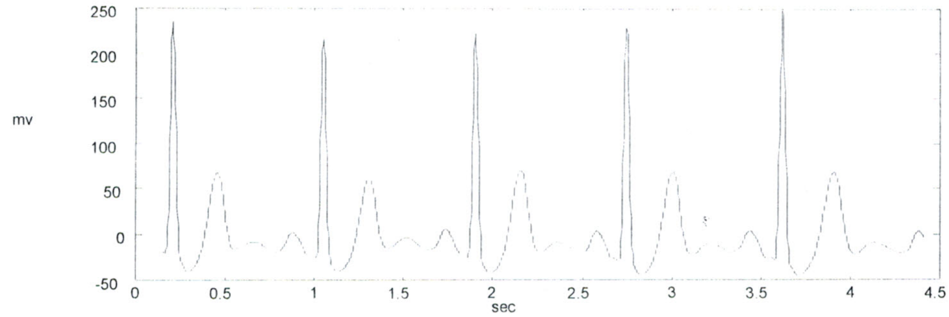
$$e_k = d_k - y_k(b) = d_k - W_k^T X_k(b) \qquad \text{V-4}$$

Cette erreur est exploitée afin de détecter les complexes QRS du signal électrocardiogramme à étudier.

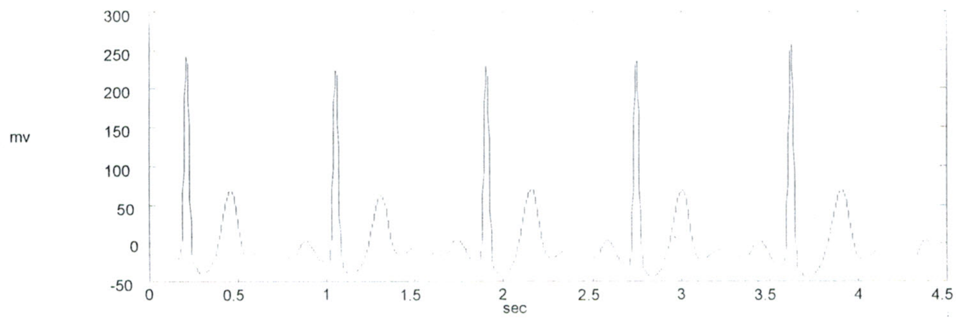
La figure V-3 représente le résultat obtenu par le modèle d'Hermite pour l'estimation du signal ECG et l'erreur résiduelle obtenue.

En observant les résultats obtenus sur la figure V-3-a et V-3-b, nous ne constatons aucun changement sur la morphologie du signal orignal. L'estimation du signal ECG par le AHMES donne un résultat très satisfaisant.

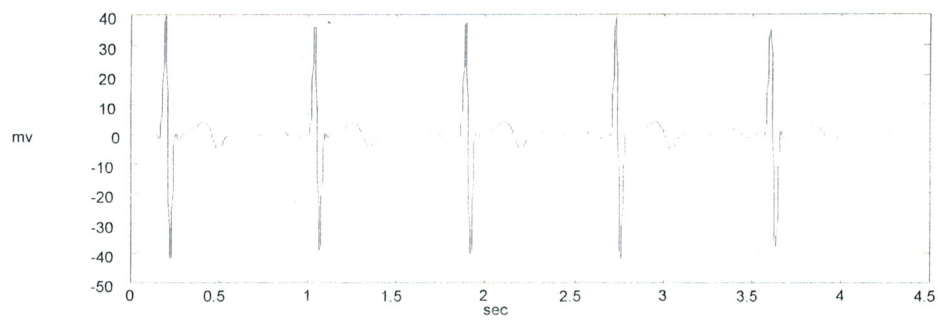
La figure V-3-c montre que l'erreur résiduelle au niveau des complexes QRS augmentent considérablement. Cette erreur résiduelle est la base de l'algorithme que nous allons présenter.



a



b



c

Figure V-3 : Estimation du signal ECG par le modèle d'Hermite

a : Signal original

b : Modèle d'Hermite

c : Erreur résiduelle

V.3 ALGORITHME DE DETECTION DU COMPLEXE QRS

Une fois le signal ECG estimé par le modèle d'Hermite, l'erreur résiduelle entre ce dernier et le signal réel est exploitée. Les étapes suivantes décrivent l'algorithme permettant la détection des complexes QRS, elles sont représentées par la figure V-4 :

1^er étape :

L'erreur résiduelle $e(k)$ (figure V-4-b) est comparée avec un seuil V_{s1} choisi judicieusement. En général, cette valeur est inférieure à un pourcentage de l'énergie de l'erreur résiduelle « *Err* » d'un cycle cardiaque, définie par l'équation suivante

$$Err = \sum_{i=0}^{N-1} |e[i]|^2 \qquad \text{V-5}$$

Pour notre cas, N est égale à 250, représentant un cycle cardiaque d'un état sain

et $V_{s1} = Err / K$, K nombre d'échantillons du signal ECG estimé

2^ème étape :

Une fois l'énergie de l'erreur résiduelle obtenue, nous appliquons une transformation de coupure de centre pour extraire les caractéristiques du signal d'erreur résiduelle en comparant ce dernier à un seuil V_{s1}.. Cette transformation est définie par:

$$\begin{cases} f(k) = 0, & |e(k)| < V_{s1} \\ f(k) = e(k), & |e(k)| > V_{s1} \end{cases} \qquad \text{V-6}$$

3^ème étape :

Après l'application de la transformation de coupure de centre, l'erreur résiduelle $f(k)$ est élevée au carré point par point (figure V-4-c), par l'équation suivante :

$$x[k] = [f[k]]^2 \qquad \text{V-7}$$

Celle-ci est réalisée afin de pouvoir effectuer une détection d'enveloppe du signal obtenue et d'extraire le complexe QRS.

4^ème étape :

La détection d'enveloppe (figureV-4-d) est effectuée par l'utilisation d'un intégrateur mobile de fenêtre. Ce dernier permet d'inclure seulement les caractéristiques du complexe QRS, son implémentation est donnée par la formule suivante :

$$g(k) = (1/N)\sum_{i=1}^{N} x\left(k-(N-i)\right) \qquad \text{V-8}$$

Où N, est le nombre d'échantillons dans la largeur de la fenêtre d'intégration mobile.

Le nombre d'échantillons N est important. En général, la largeur de la fenêtre devrait être approximativement identique à la largeur la plus grande du complexe QRS.

Le signal obtenu est de nouveau comparé à un seuil V_{s2} afin de déterminer fiablement la largeur du complexe QRS.

Avec V_{s2} représente un pourcentage de la valeur maximale de $g\ (k)$

Pour notre cas V_{s2} est égale à 5 % de la valeur maximale.

$$\begin{aligned} g_1(k) &= d(k), & g(k) > V_{s1} \\ g_1(k) &= 0, & g(k) < V_{s1} \end{aligned} \qquad \text{V-9}$$

Où $g_1\ (k)$, représente les complexes QRS du signal ECG $d\ (k)$ (figure V-4-e).

La figure suivante illustre les différentes étapes de développement de l'algorithme de détection.

La détection des complexes QRS dans le signal original est réalisée de manière très satisfaisante.

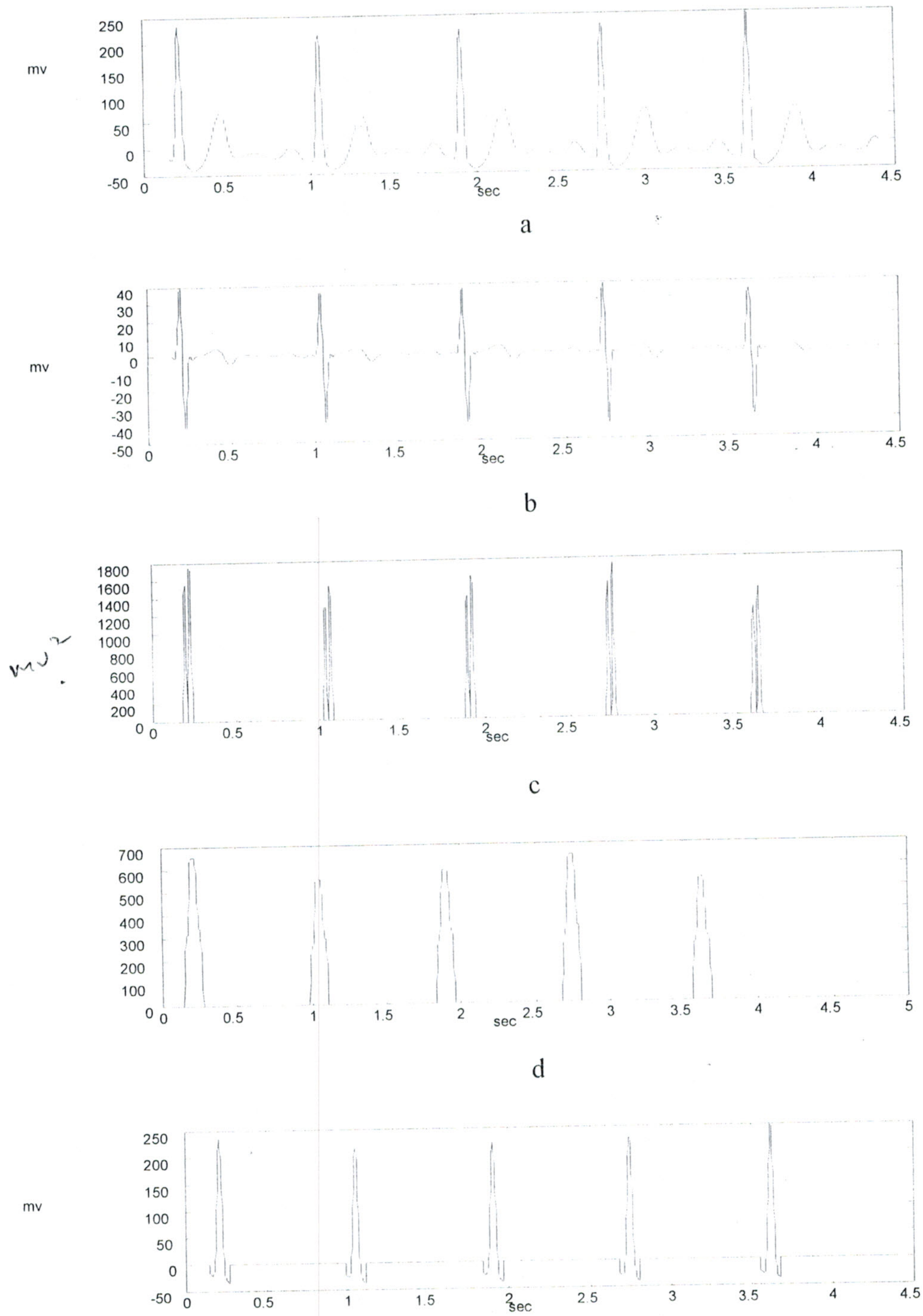


Figure V-4 : Etape de la détection du complexe QRS

a : signal original **b** :erreur résiduelle **c** : carré de l'erreur résiduelle

d : enveloppe de l'erreur résiduelle **e** : complexe QRS détecter

V.4 RESULTATS EXPERIMENTAUX

La mise en œuvre de notre nouvel algorithme est réalisée sur les enregistrements 200 et 102 de la base de données universelle d'arythmies de MIT/BIH. Le choix de ces enregistrements est basé sur le fait qu'ils présentent une morphologie très particulière et qu'il est difficile d'extraire le complexe QRS par les méthodes existantes.

L'application de notre nouvelle méthode de détection prouve l'efficacité de la méthode à travers les résultats obtenus.

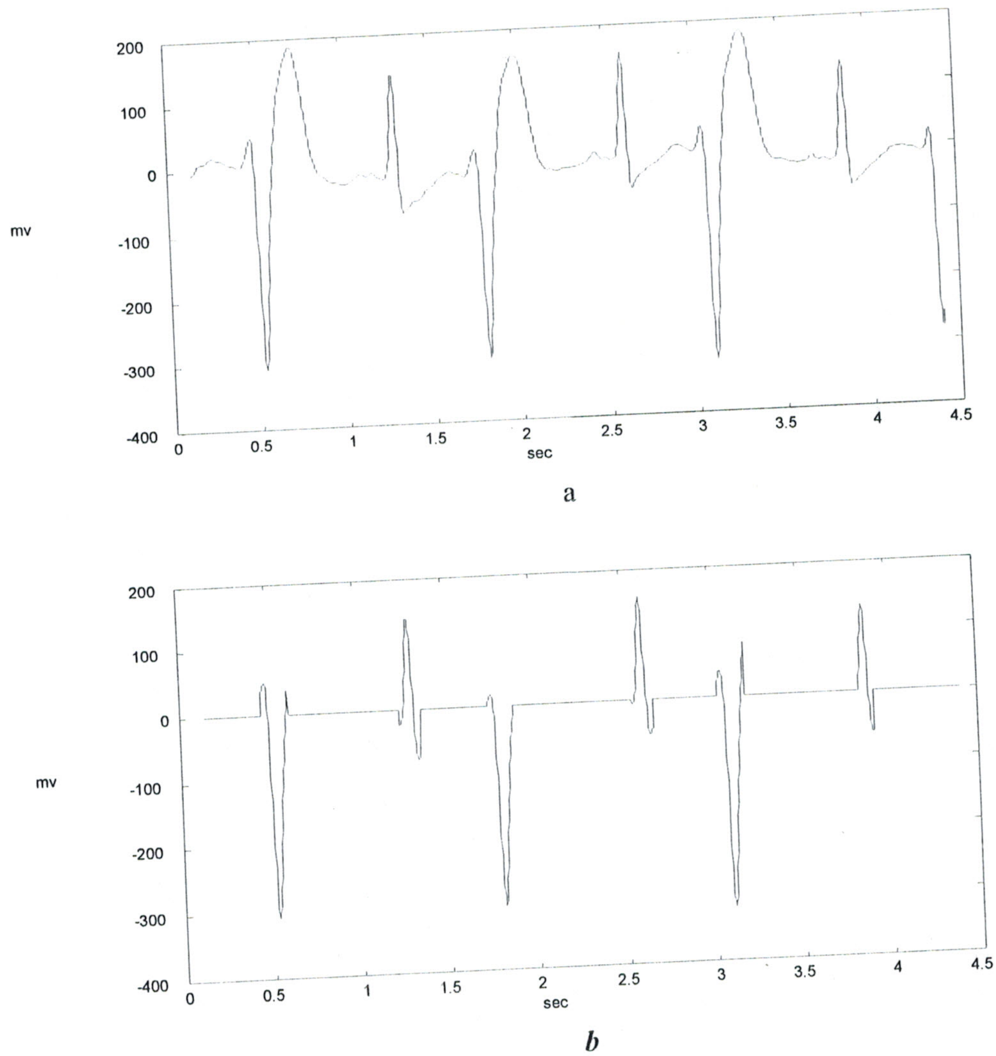


Figure V-5 : **a** : signal original "enregistrement 200".

b : QRS détecté

Nous pouvons remarquer sur la figure V-5-a que cet enregistrement présente d'une part, des complexes QRS renversés et une onde S complètement noyée dans l'onde T, d'autre part, l'amplitude de l'onde T est supérieure à celle du complexe QRS, ce qui peut induire des erreurs considérables au niveau de l'extraction des caractéristiques du signal d'erreur résiduelle rendant ainsi difficile la détection du complexe QRS. Or, le résultat obtenu par la nouvelle méthode de détection donne des résultats très satisfaisants.

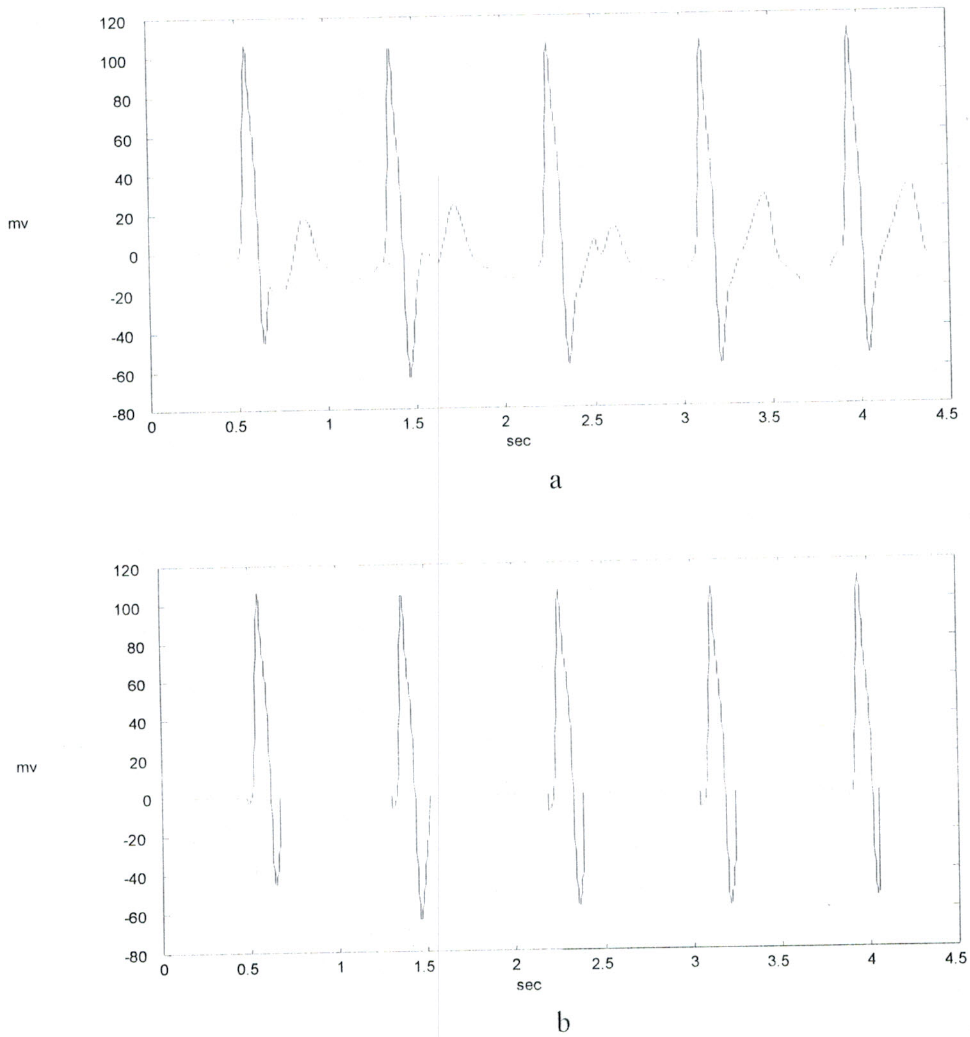


Figure V-6 : **a** : signal original "enregistrement 102

b : QRS détecté

La figure V-6-a représente l'enregistrement 102. Nous pouvons remarquer que l'onde P n'apparaît pas du tout et que l'onde T présente des dédoublements ce qui rend difficile la détection du complexe QRS.

La figure V-6-b représente les résultats obtenus par la nouvelle méthode de détection où nous pouvons remarquer que les complexes QRS sont parfaitement détectés.

L'application du modèle d'Hermite est très appropriée pour l'estimation et la modélisation du signal ECG. Son implémentation pour le développement de la nouvelle méthode de détection du complexe QRS se révèle très satisfaisante dans le sens où elle permet la détection de complexe QRS ayant une morphologie très particulière.

L'application de cette nouvelle méthode peut être utilisé pour l'aide au diagnostique des arythmies cardiaques.

La compression du signal ECG introduit une perte en information et influe sur la morphologie du signal cardiaque dans le cas où les contraintes exigées par le PRD ne sont pas respectées.

L'application de l'algorithme de détection sur les signaux cardiaques compressés est intéressante à étudier dans le but de savoir si la compression affecte les résultats de détection obtenus sur le signal original. Cette étude constitue une contribution supplémentaire aux méthodes d'aide au diagnostique des arythmies cardiaques.

V.5 COMPARAISON DES RESULTATS DE DETECTION AVANT ET APRES COMPRESSION

Le signal cardiaque après compression subit quelques pertes d'informations. La détection des complexes QRS après reconstitution du signal compressé s'avère très importante pour le diagnostique du patient.

Une détection adéquate du complexe QRS nécessite un algorithme de détection puissant. La largeur des complexes QRS, un des facteurs indicateurs des pathologies, telles les PVC, impose à l'algorithme de détection de pouvoir assurer à l'utilisateur une largeur de complexe QRS du même ordre avant et après la compression.

Dans ce qui suit nous appliquerons l'algorithme de détection pour un signal original et compressé par l'ondelette analysante bior3.7. Nous relèverons la durée des QRS afin de les comparer.

La détection des complexes QRS sur une durée des enregistrements 200 et 100 de la base de données donne les résultats suivants.

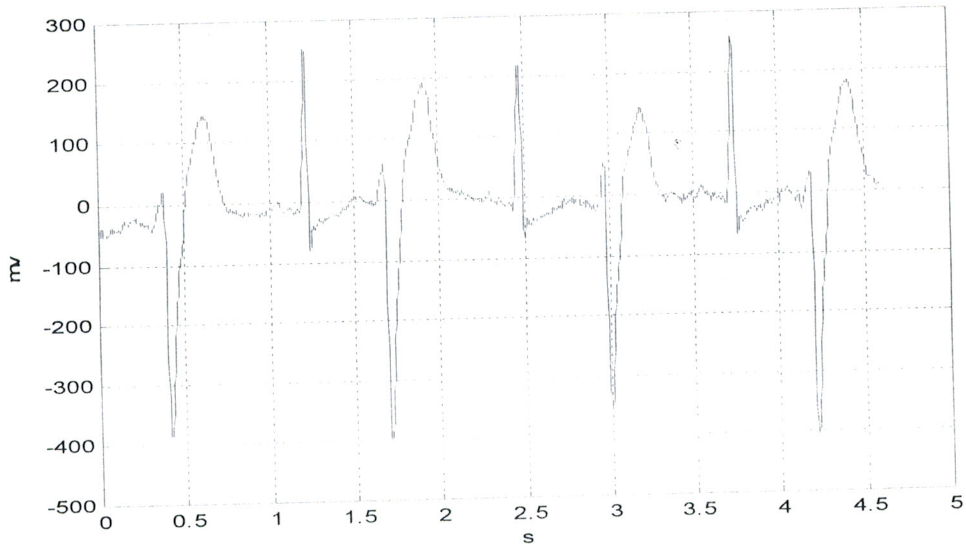


Figure V-7 : Enregistrement 200

Le tableau suivant rassemble les valeurs trouvées des différentes durées enregistrées du complexe QRS du signal original et du signal reconstruit après compression.

QRS en milli-seconde		**QRS$_1$**	**QRS$_2$**	**QRS$_3$**	**QRS$_4$**	**QRS$_5$**	**QRS$_6$**	**QRS$_7$**
Signal original		*126*	*120*	*123*	*123*	*126*	*117*	*111*
CR %	29,74	123	120	123	123	126	114	111
PRD %	0,26							
CR %	15,23	126	120	123	123	126	117	111
PRD %	0,5							
CR %	11,77	123	120	126	132	128	117	111
PRD %	0,65							
CR %	10,34	126	120	123	132	140	114	114
PRD %	0,77							

Tableau V-1 : Comparaison des durées des complexes QRS pour différents taux de compression

Nous constatons que pour des taux de compression élevées les valeurs des complexes QRS sont à peu près égales. En diminuant le taux de compression, les valeurs du complexe QRS après compression divergent de ceux obtenus pour le signal original. C'est le cas des complexes QRS_4 et QRS_5.

Nous recommençons la même procédure pour l'enregistrement 100.

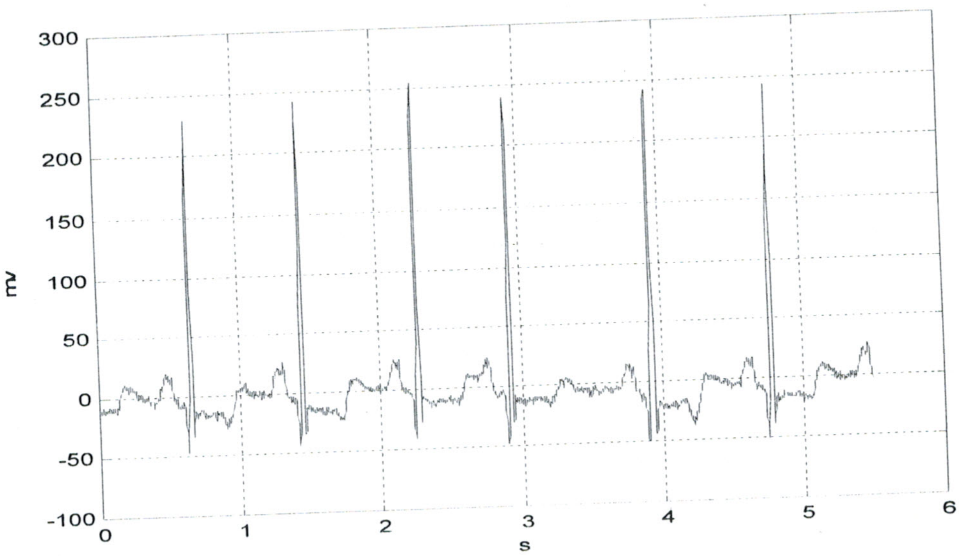


Figure V -8 : Enregistrement 100

QRS en milli-seconde		**QRS_1**	**QRS_2**	**QRS_3**	**QRS_4**	**QRS_5**	**QRS_6**
Signal original		137	142	142	140	140	134
CR %	18,18	140	140	140	140	140	138
PRD %	0,24						
CR %	11,82	140	140	140	142	140	137
PRD %	0,4						
CR %	9,80	142	140	140	145	142	131
PRD %	0,56						
CR %	8,96	148	142	142	145	145	128
PRD %	0,70						

Tableau V- 2 : Comparaison des durées des complexes QRS pour différents taux de compression

Nous constatons que pour des taux de compression faibles les durées de complexe QRS divergent. Le complexe QRS_1 nous le confirme. Pour des taux de compression acceptables, les durées des QRS sont quasiment identiques.

Conclusion

L'application du modèle d'Hermite est très appropriée pour l'estimation et la modélisation du signal ECG. Son implémentation pour le développement de la nouvelle méthode de détection du complexe QRS se révèle très satisfaisante dans le sens où elle permet la détection de complexes QRS ayant une morphologie très particulière est difficilement détectable par les méthodes proposées précédemment.

L'application du nouvel algorithme de détection au signal ECG avant et après compression, prouve l'efficacité de l'algorithme. Les résultats obtenus montrent que pour des taux de compression acceptables pour l'utilisateur, les durées de complexes QRS sont presque identiques.

L'application de cette nouvelle méthode de détection pourrait être utilisée pour l'aide au diagnostique des arythmies cardiaques.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Les systèmes médicaux automatisés typiques d'un traitement des signaux acquièrent une grande quantité de données difficile à stocker et à transmettre. Afin d'arriver à ces effets, il est très souhaitable de trouver une méthode permettant de réduire la quantité de données sans perte d'information importante. La compression des données du signal électrocardiogramme (ECG) a suscité ainsi beaucoup d'attention durant ces dernières décennies. Un aperçu général des différentes recherches réalisées a été présenté dans ce travail.

L'application des algorithmes de compression sans pertes permet d'aboutir à des taux de compression élevés. Pour les cas de la base de données MIT-BIH, nous avons pu aboutir à des taux de compression compris entre 30.04% et 46.70 %. Ces taux ont été atteints en combinant l'algorithme des différences à celui de huffman. Ces taux de compression élevés limitent l'application de ces algorithmes aux domaines très sensibles n'admettant aucune perte de données. Malgré cela, La combinaison de ce type d'algorithme aux algorithmes de compression avec pertes est fondamentale. En effet, les taux de compression atteints, en utilisant les algorithmes destructifs, dépendent essentiellement de ces derniers.

Les différentes méthodes et algorithmes de compression avec pertes utilisés pour le signal ECG sont pour la plupart directes ou de transformation. Pour ce qui est des méthodes paramétriques elles n'ont été utilisées que récemment vu leur complexité algorithmique et la demande d'un temps de calcul très élevé. Une des méthodes de compression les plus récentes pour la compression du signal ECG est évidement, la méthode de compression utilisant les ondelettes.

Une description des ondelettes et leurs applications à la compression du signal ECG a été données dans le but de comprendre l'utilité de ce types de fonction dans le domaines du traitement du signal et celui du Génie biomédicale.

Dans notre travail, nous avons discuté des propriétés essentielles de l'analyse multi-résolution et rappelé les propriétés importantes souhaitées pour une ondelette en précisant qu'il était pratiquement impossible pour le moment de construire des ondelettes ayant toutes ces propriétés.

Pour la compression des signaux cardiaques, nous avons appliqué un ensemble d'ondelettes orthogonales et bi-orthogonales. Nous avons effectué une étude afin de déterminer l'ondelette la mieux appropriée pour le problème de compression.

Pour des taux de compressions supérieurs à 13 %, nous avons pu constater que la quasi-totalité des ondelettes analysantes donnent des résultats du PRD en fonction du taux de compression CR forts comparables. Ces résultats permettent une large possibilité de choix.

Nous avons pu constater que pour des taux de compressions inférieurs à 13%, les ondelettes ayant un nombre de moments nuls allant de trois à sept sont recommandées pour la compression du signal cardiaque. Afin de choisir l'ondelette appropriée au problème de la compression, nous avons appliqué la totalité des ondelettes utilisées dans notre étude à l'ensemble des enregistrements de la base de données MIT-BIH. Les résultats soulevés montrent que 83.33% des enregistrements de la base de données admettent comme meilleure ondelette analysante pour la compression, l'ondelette biorthogonale (bior3.7). Pour le reste des enregistrements, soit 16.66%, les résultats obtenus sont forts similaires. Ceci n'implique pas l'insuffisance de l'ondelette bior3.7 pour leur compression.

Afin de valoriser notre méthode de compression nous avons comparé les résultats obtenus par notre algorithme de compression à d'autres algorithmes de compression déjà réalisés. Hilton a présenté un algorithme sur la compression par ondelette et paquets d'ondelettes, il a reporté que pour une valeur de taux de compression égale à 12.5 % la valeur du PRD est de 2.6% pour l'enregistrement 117, et pour le même enregistrement et le même taux de compression Djohan à obtenu un PRD de 3.9% et l'algorithme de SPIHT développé par Zhitao donne un PRD de 1.18. La valeur du PRD obtenu par notre algorithme est de 0,40% avec un taux de compression CR de 12,5 %, ce qui est fort considérable.

Notre travail était finalisé par une étude de détection de l'un des paramètres du signal ECG, le complexe QRS, facteur indicateur de l'activité ventriculaire et révélateur de pathologies ventriculaires. Ainsi une méthode de détection du complexe QRS, basée sur les polynômes d'Hermite était présentée et un algorithme a été développé. Ces polynômes nous ont permis de modéliser le signal ECG. L'erreur obtenue entre le signal original et le signal estimé a été exploitée pour la détection du complexe QRS.

La mise en œuvre de notre algorithme a été réalisée sur les enregistrements 200 et 102 de la base de données universelle d'arythmie de MIT/BIH. Le choix de ces enregistrements a été basé sur le fait qu'ils présentent une morphologie très particulière et qu'il est difficile d'extraire le complexe QRS par les méthodes existantes.

L'application de notre méthode de détection prouve l'efficacité de la méthode à travers les résultats obtenus.

En se basant sur le fait que la compression du signal ECG introduit une perte en information et influe sur la morphologie du signal cardiaque dans le cas où les contraintes exigées par le PRD ne sont pas respectées, nous avons jugé utile d'appliquer notre nouvel algorithme de détection sur les signaux cardiaques compressés dans le but d'étudier l'effet de la compression sur le signal original, particulièrement le complexe QRS.

L'application de l'algorithme de détection au signal ECG avant et après compression, prouve l'efficacité de l'algorithme, les résultats obtenus montrent que pour des taux de compression acceptables pour l'utilisateur, les durées des complexes QRS sont très comparables avant et après compression.

En perspective, il serait intéressant d'approfondir les recherches de compression sur d'autres bases de données présentant des fréquences de prélèvements différentes afin de confirmer et soutenir les résultats obtenus. Ceci nous permettra de comparer notre méthode de compression avec la totalité des travaux réalisés.

Il serait aussi judicieux d'étudier l'influence du niveau de décomposition sur le taux de compression en fonction du PRD.

Il nous semble que le développement d'une ondelette propre à la compression des signaux ECG devrait être envisagé. Cette ondelette devra avoir en plus de toutes les propriétés nécessaires à une ondelettes, un moment nul allant de trois à sept.

La compression et transmission en temps réel du signal ECG est aussi à envisager.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] R.J. HUSZAR, "*Basic Dysrhythmias : interpretation & management*", 2nd ed. St. Louis, Missouri: Mosby Lifeline, 1994.

[2] Z.E. HADJ SLIMANE, "*Analyse du signal electrocardiogramme ECG en vue d'aide au diagnostique de cas pathalogiques*", Thèse de Magister, Université Abou Bekr Belkaïd de Tlemcen, Février 1998.

[3] W.J. TOMPKINS, "*Englewood Cliffs*", Biomedical Digital Signal Processing, New Jersey, Prentice-Hall, 1993.

[4] S.M. JALALEDDINE, C.G. HUTCHENS, "SAIES – A new ECG data compression algorithm", *J. of Clinical Eng.*, vol.15, pp. 45-51, 1990.

[5] A. COHEN, P.M. POLUTA & R. SCOTT-MILLAR, "Compression of ECG signals using vector quantization", *Proc. of the IEEE-90 S. A. Symposium on Communications and Signal Proc.*, COMSIG-90, pp. 45-54, 1990.

[6] W.B. KLEIJN & K.K. PALIWAL, "*Speech Coding and Synthesis*", Amsterdam : Elsevier, 1995.

[7] M. ISHIJIMA, "Fundamentals of the decision of optimum factors in the ECG data compression", *IEICE Trans. Inf. and Sys.*, E76-D, pp. 1398-1403, 1993.

[8] M. MESSAOUDI, A. BENSAHLA TALET, "*Compression audio format MP3*", Projet de fin d'étude, Université Djillali liabes – Sidi Bel Abbes, 2000.

[9] N. MOREAU, "*Techniques de compression des signaux*", ENST – Masson, 1995.

[10] D.A. HUFFMAN, "A method for the construction of minimum redundancy coders", *Proc. IRE*, vol. 40, pp. 1098-1101, 1952.

[11] G. NAVE & A. COHEN, "ECG compression using long term prediction", *IEEE Trans. on BME.*, vol. 40, pp. 877-885, 1993.

[12] S.M. JALALEDDINE, C.G. HUTCHENS, R.D. STRATTAN & W.A. COBERLY, "ECG data compression techniques – a unified approach", *IEEE Trans. on BME*, vol.37, pp. 329-343, 1990.

[13] G.D. BARLAS & E.S. SKORDALAKIS, "A novel family of compression algorithms for ECG and other semiperiodical, one dimensional, biomedical signals", *IEEE Trans. on BME*, vol. 43, pp. 820-828, 1996.

[14] J.R. COX, F.M. NOLLE, H.A. FOZZARD & C.G. OLIVER, "AZTEC, a preprocessing program for real time ECG rhythm analysis", *IEEE Trans. on BME*, vol.15, pp.128-129, 1968.

[15] B. FURHT & A. PEREZ, "An adaptive real-time ECG compression algorithm with variable threshold", *IEEE Trans. on BME*, vol. 35, pp. 489-494, 1988.

[16] W.C. MUELLER, "Arrhythmia detection program for an ambulatory ECG monitor", *Biomed. Sci. Instrument.*, vol.14, pp. 81-85, 1978.

[17] J.P. ABENSTEIN & W.J. TOMPKINS, "A new data reduction algorithm for real time ECG analysis", *IEEE Trans. on BME*, vol.29, pp. 43-48, 1982.

[18] A.E. POLLARD & R.C. BARR, "Adaptive sampling of intra-cellular and extracellular cardiac potentials with the fan method", *Med. and Biol. Eng. and Comp.*, vol.25, pp. 261-269, 1987.

[19] M. ISHIJIMA, S.B. SHIN, HG.H. OSTETTER & J. SKLANSKY, "Scan along polygon approximation for data compression of electrocardiograms", *IEEE Trans. on BME*, vol. 30, pp. 723-729, 1983.

[20] S.C. TAI, "ECG data compression by corner detection", *Med. and Biol. Eng. and Comp.*, vol. 30, pp. 584-590, 1992.

[21] U.E. RUTTIMAN & H.V. PIPBERGER, "Compression of the ECG by prediction or interpolation and entropy encoding", *IEEE Trans. on BME*, vol. 26, pp. 613-623, 1979.

[22] P.W. HSIA, "Electrocardiographic data compression using precoding consecutive QRS information", *IEEE Trans. on BME*, vol. 36, pp. 465-468, 1989.

[23] P.S. HAMILTON & W.J. TOMPKINS, "Compression of the ambulatory ECG by average beat subtraction and residual differencing", *IEEE Trans. on BME*, vol. 38, pp. 253-259, 1991.

[24] N.S. JAYANT & P. NOLL, "*Digital Coding of Waveforms*", Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

[25] M.E. WOMBLE, J.S. HALLIDAT, S.K. MITTER, M.C. LANCASTER & J.H. TRIEBVASSER, "Data compression for ctoring and cransmitting ECGs/VCGs", *Proc. IEEE*, vol. 65, pp.702-706, 1977.

[26] J. CHEN, S. ITOH & T. HASHIMOTO, "ECG data compression by using wavelet transform", *IEICE Trans. Inf. and Sys.*, E76-D, pp. 1454-1461, 1993.

[27] A.G. RAMAKRISHNAN & S. SUPRATIM, "ECG coding by wavelet-based linear prediction", *IEEE Trans. on BME*, vol. 44, 1997.

[28] P.S. HAMILTON, "Adaptive compression of the ambulatory electrocardiogram", *Biomedical Inst. and Tech.*, pp. 56-63, January,1993.

[29] D.J. HAMILTON, D.C. THOMSON & W.A. SANDHAM, "ANN compression of morphologically similar ECG complexes", *Med. and Biol. Eng. and Comp.*, vol. 33, pp. 841-843, 1995.

[30] C.P. MAMMEN & B. RAMAMURTHI, "Vector quantization for compression of multichannel ECG", *IEEE Trans. on BME*, vol. 37, pp. 821-825, 1990.

[31] K. ANANT, F. DOWLA & G. RODRIGUE, "Vector quantization of ECG wavelet coefficients", *IEEE Signal Proc. Letters*, vol. 2, pp.129-131, 1995.

[32] M. BOURGES-SEVENIER, *"Réalisation d'une bibliothèque C de fonctions ondelettes"*, Rapport, Publication interne N° 864, IRISA, 1994.

[33] B. TORRESANI, "*Analyse continue par ondelette*", Interéditions/CNRS édition, Paris, 1995.

[34] P.G. LEMARIE, "*Les ondelettes en 1989* ». Lecture notes in Mathematics, N° 1438, Springer-Verlag Publisher.

[35] I. DAUBECHIES. *"Ten lectures on wavelets"*, N° 61 in CBMS-NF serie in applied mathematics, SIAM, Philadelphia, 1992.

[36] B. DELYON, "*Ondelettes orthogonales et bi-orthogonales*", RR, N° 1985, 1993.

[37] F. DERRAZ, *"Contribution à l'étude spectro-temporelle du FID en RMN"*, Thèse de Magister, Université Abou Bekr Belkaïd de Tlemcen, 2001.

[38] Y. MEYER, "Les ondelettes : Algorithme est application*"*, *Armand Colin Editeur*, Paris, 1994.

[39] Y. MEYER, "Principe d'incertitude, bases hilbertiennes et algèbres d'opérateur*"*, *In seminaire Bourbaki*, number 662, 1985-1986.

[40] F. MEGHNEFI, *"Analyse et traitement du signal ultrasonore Doppler des artères carotides et fémorale"*, Thèse de Magister, Université Abou Bekr Belkaïd de Tlemcen, 2001.

[41] O. RIOUL and P. DUHAMEL, "Fast algorithms for discrete and continuous wavelet transform", *IEEE signal processing magazine*, pp. 84-87, 1997.

[42] Y. MEYER, "Ondelettes, fonction splines et analyse graduée", *In cahiers du Ceremaden* number 8703, Université Paris-Dauphine, 1986.

[43] S. G. MALLAT, "A theory for mutiresolution signal decomposition : the wavelet representation", *IEEE Tran. Patt. Anal. Mach. Intell.* vol 11, pp. 674-693, 1989.

[44] Y. MEYER, "*Ondelettes et opérateurs, I : ndelettes, II : Opérateurs de Calderon-Zygmund, III : (with R. Coifman), Opérateurs multilinéaires*", Hermann, Paris, 1990.

[45] I. DAUBECHIES, "Orthonormal base of compactly supported wavelets", *Communication on a pure and applied mathematics*, vol. 41, pp. 909-996, 1990.

[46] A. COHEN, "Ondelettes, analyse multi-résolution et filtres miroirs en quadrature", *Ann. Inst. H. Poincaré, Anal. Non linéaire,* vol.7, pp. 439-459, 1990.

[47] E. B. BOUCHEREAU, "*Analyse d'image par transformée en ondelette application aux images sismiques*", Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble I , 1997.

[48] Ph. TCHAMITCHIAN, "Biorthogonalité et théorie des opérateurs », *Rev. Mat. Iberoamericana* , vol3, 1987.

[49] A. COHEN, I. DAUBECHIES and J. FEAUVEAU, "Bi-orthogonal bases of compactly supported wavelets", *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 45, pp. 485-560, 1992.

[50] I. DAUBECHIES, "Orthogonal bases of compactly supported wavelets", *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 151, pp. 909-996, 1988.

[51] M. HOLSCHNEIDER, R. KRONLAND-MARTINET, J. MORLET and Ph. TCHAMITCHIAN, "*Algorithme à trous*", Technical report CPT-88/P.2115, Centre de Physique Théorique, Marseille, May 1988.

[52] A. BIJAOUI, JL STARCK and F. MURTAGH, "Restauration des images multi-échelles par l'algorithme à trous", *Traitement du signal*, vol. 11, pp. 229-243, 1994.

[53] M. HILTON, "Wavelet and wavelet packet compression of Electrocardiograms", *IEEE Transactions on biomedical engineering,* Vol. 44, pp.394-402, 1997.

[54] A. DJOHAN, T. Q. NGUYEN, and W. J. TOMPKINS, "ECG compression using discrete symmetric wavelet transform", *17^{th} Int. Conf. IEEE Medecine and biology, 1995.*

[55] L. Z. HITAO, D. YOUN KIM, and W. A. PEARLMAN, "Wavelet compression of ECG Signals by the set portioning in hierarchical trees (SPIHT) algorithm", *Submitted to IEEE Transactions on biomedical engineering,* January 2000.

[56] J.PAN & W. J.TOMPKINS, "A real time QRS detection algorithm", *IEEE Trans., BME,* vol. 32, pp. 230-236, 1985.

[57] I.S.N. MURTHY & G.S.S. DURRGA PRASAD, "Analysis of ECG from Pole-Zero models", *IEEE transaction on biomedical engineering*, vol. 39, N° 7. 1992.

[58] L. SÖRNMO P.O. BÖRJESSON, M.E. NYGARDS & O.PAHLM, "A méthod for evaluation of QRS shape features using a mathematical model for the ECG", *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 28, pp. 713-718, 1981

[59] P. LAGUNA, R. JANE, E. MASGRAU, & P. CAMINAL, "The adaptive linear combiner with a periodic-impulse reference input as a linear comb filter", *Signal Processing*, vol.48, pp.193-203, 1996.

[60] P. LAGUNA, R. JANÉ, P. CAMINAL, "Adaptive feature extraction for QRS classification and ectopic beat detection", Computer in cardiology, Los Alanstos : *IEEE Computer Society. Press*, pp. 613-616, 1992.

[61] P. LAGUNA, P. CAMINAL, M. V. THAKOR, R. JANÉ, "Adaptive QRS shape estimation using Hermite Model", *11th An. Int. Conf. IEEE Engineering in medicine & society Biologie*, pp. 683-684, 1989.

[62] B. WIDROW & S.D. STREANS, "*Adaptive signal processing*", Prentice-Hall, New Jersey, 1985.

ANNEXES

Annexe A

LA BASE DE DONNEES DE MIT-BIH

La base de données utilisée dans ce travail est une collection d'enregistrement de la base de données CD-rom (deuxième édition) [Moody, 1992] d'arythmie de MIT-BIH.

Le CD-rom contient plusieurs centaines d'enregistrements d'ECG, plus de deux cents heures en tout. Les différents enregistrements contiennent un à trois signaux et gammes de 20 secondes à presque 24 heures de longueur ; la plupart ont deux signaux d'une durée d'environ 30 minutes.

Les enregistrements (signaux d'ECG) se trouvent dans dix dossiers sur le disque. Un d'eux (le dossier d' ' mitdb ') est la base de données d'arythmie de MIT-BIH, qui a été employée dans ce travail.

La base de données d'arythmie de MIT-BIH se compose de 48 disques annotés, obtenus à partir de 47 sujets étudiés par le laboratoire d'arythmie de l'hôpital de Beth Israel à Boston entre 1975 et 1979. Soixante pour cent (60%) des enregistrements ont été obtenus à partir des hospitalisés. La base de données contient 23 enregistrements (les séries 100) choisis au hasard d'un ensemble de plus de 4000 bandes de 24 heures et 25 enregistrements (les séries 200) choisis parmi le même ensemble pour inclure une variété de phénomènes rares mais médicalement importants.

Chaque enregistrement est composé de deux canaux de signaux d'ECG prélevés à 360 hertz. Chaque échantillon est représenté sur 12 bits. À chaque enregistrement, un dossier d'en-tête et un dossier d'annotation de référence sont attachés. Les dossiers d'en-tête incluent des informations sur l'âge du patient, le sexe, et les médicaments. Les dossiers d'annotation de référence incluent le battement, le rythme, et les annotations de qualité de signal.

ANNEXE B

L'ALGORITHME A TROUS

L'algorithme de la TO à partir d'une analyse multi-résolution présenté précédemment est un algorithme de calcul des coefficients d'ondelettes orthonormales. L'algorithme à trous est un algorithme plus souple dans la mesure où les familles d'ondelettes ne sont pas orthogonales. Les conditions sur les filtres seront alors moins contraignantes. De plus, ne présentant pas de décimation, la TO correspondante sera invariante en translation. Nous verrons que sous certaines conditions, le calcul de la TO est exact.

Afin d'éviter la phase de décimation, qui rend la transformation en ondelettes non invariante en translation, l'idée est de traiter séparément à chaque étape les coefficients pairs des coefficients impairs. Pour cela, on calcule la transformée en ondelette suivante :

$$W(2^j,k)=\frac{1}{\sqrt{2^j}}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi\left(\frac{t-k}{2^j}\right)f(t)\,dt \tag{1}$$

Dans cette équation, on peut effectuer le changement de variable suivant : $t'=\dfrac{t-k}{2^j}$

On a alors $$W(2^j,k)=\sqrt{2^j}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(t)f(2^j\,t+k)\,dt \tag{2}$$

Et l'intégral peut être calculée par l'approximation suivante

$$\varpi(2^j,k)=\sqrt{2^j}\sum_{-\infty}^{+\infty}\psi(n)f(2^j\,t+k) \tag{3}$$

Analyse

Soient ϖ_k^j les coefficients d'ondelette calculés par cet algorithme à la résolution 2^{-j} et s_k^j les coefficients d'approximation correspondant. L'algorithme à trous comme l'algorithme multi-résoltion nécessite deux filtres respectivement passe haut et passe bas, de réponse impulsionnelles h et g on a

$$s_k^j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}h(n)\,s^{j-1}_{2^{j-1}n+k} \tag{4}$$

$$\varpi_k^j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}g(n)\,s^{j}_{2^{j}n+k} \tag{5}$$

Remarques

1. L'équation de calcul des coefficients (5) est très proche de l'équation(3). En effet, si $\overline{\psi}(n)=g(n)$ c'est à dire que le filtre g est directement l'ondelette discrétisée et si $\sqrt{2^j}\, f(2^j n+k)=s^j_{2^j n+k}$, c'est-à-dire que s^j est la fonction f échantillonnée et normalisée, alors les deux calculs sont les mêmes et $\varpi(2^j,k)=\varpi^j_k$

2. On remarque que si $k=2p$ est pair, ϖ^1_{2p} est fonction des termes pairs de s^1. De même, si $k=2p+1$ est impair, ϖ^1_{2p+1} est fonction des termes impairs de s^1. Tout ceci revient à appliquer h, à chaque étape, sur les termes paires d'une part et sur es termes impaires d'autre part de la série précédemment calculée. Puis, à le dernière étape appliquer g de la même manière.

En faisant parallèle avec l'analyse multi-résolution, V_0 l'espace d'approximation où est représenté s^0 est décomposé de deux manières :

$$V_0 = V^p_{-1} \oplus W^p_{-1} = V^i_{-1} \oplus W^i_{-1}$$

Où V^p_{-1} *et* W^p_{-1} sont les espaces d'approximation et de détails utilisant les termes pairs et V^i_{-1} *et* W^i_{-1} ceux utilisant les termes impairs. Chaque espace V_j est ainsi décomposé de deux manières.

Les coefficients calculés par cette méthode incluent ceux calculés par la méthode précédente si les filtres h et g vérifient les conditions présentées pour l'analyse multi-résolution et on a

$$c^j_k = s^j_{2^j k} \qquad \forall\,(n,j)\in Z^2$$

$$d^{j+1}_k = \varpi^j_{2^j k} \qquad \forall\,(n,j)\in Z^2$$

Remarques

1. les coefficients calculés par l'algorithme à trous peuvent être vus comme un entrelacement de coefficients calculés par l'algorithme multi-résolution. A la résolution 2^{-j}, tout se passe comme si on avait 2^j coefficients imbriqués les uns dans les autres. Cette redondance d'information implique une invariance en translation qui est fondamentale en analyse de signaux.

Reconstruction

L'algorithme de reconstruction s'écrit

$$s_k^j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\widetilde{h}(n)\, s_{2^j n+k}^{j+1} + \widetilde{g}(n)\, \varpi_{2^j n+k}^{j} \right]$$

L'algorithme est analogue que celui obtenu dans le cadre de la multi-réolution. Cependant, comme il n'y a pas eu de phase de décimation, on n'a pas besoin d'interpoler entre les coefficients (ajout de 0).

ANNEXE C

ONDELETTES ORTHOGONALES

Ondelette de DAUBECHIES

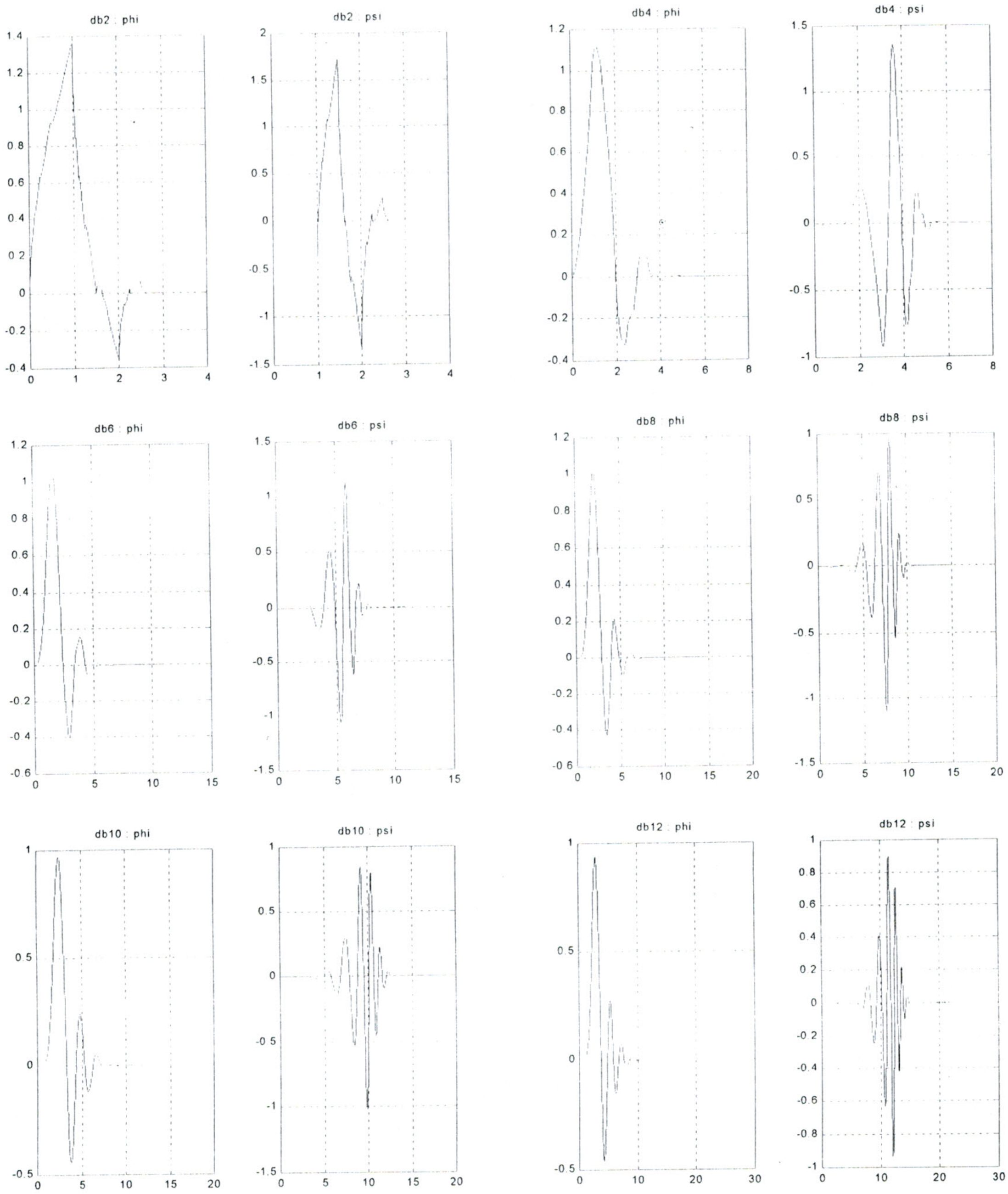
General characteristics: Compactly supported
wavelets with extremal phase and highest number of vanishing moments for a given support width.
Associated scaling filters are minimum-phase filters.

Family	Daubechies
Short name	db
Order N	N strictly positive integer
Examples	db1 or haar, db4, db15
Orthogonal	yes
Biorthogonal	yes
Compact support	yes
DWT	possible
CWT	possible
Support width	2N-1
Filters length	2N
Regularity	about 0.2 N for large N
Symmetry	far from
Number of vanishing moments for psi	N

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 194-202.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.

Revision: 1.4



Représentation des fonctions phi et psi de l'ondelette Debauchies

Ondelette de SYMELET

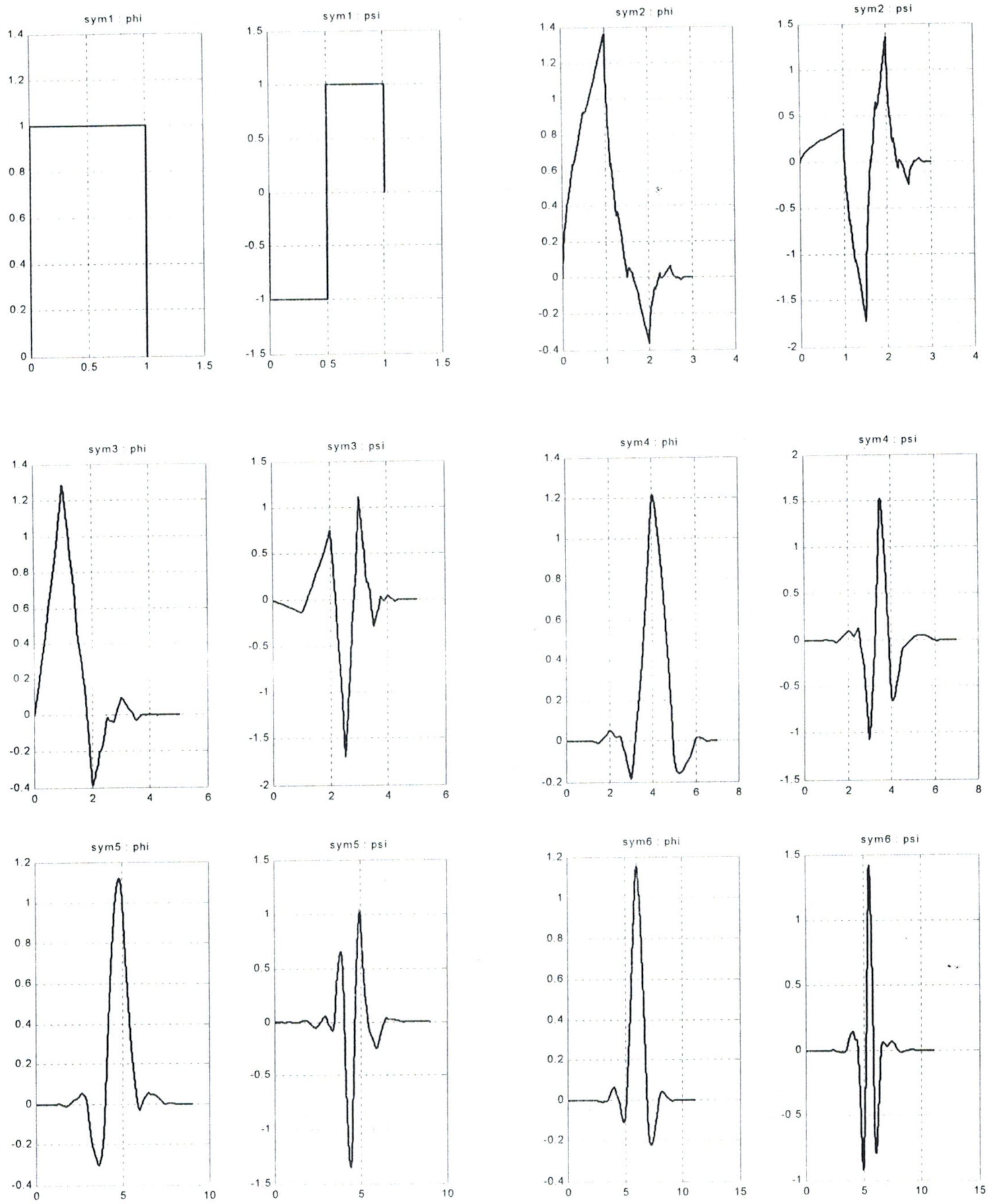
General characteristics: Compactly supported wavelets with least assymetry and highest number of vanishing moments for a given support width.
Associated scaling filters are near linear-phase filters.

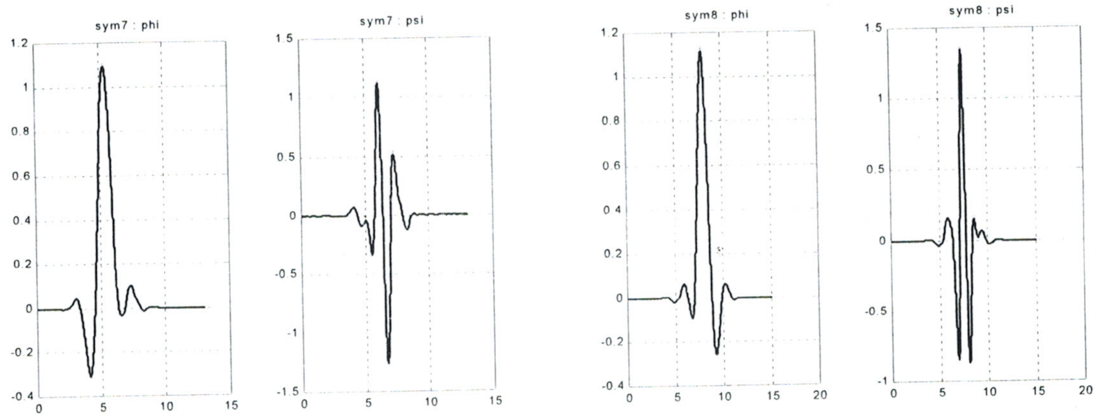
Family	Symlets
Short name	sym
Order N	N = 2, 3, ...
Examples	sym2, sym8
Orthogonal	yes
Biorthogonal	yes
Compact support	yes
DWT	possible
CWT	possible
Support width	2N-1
Filters length	2N
Regularity	
Symmetry	near from
Number of vanishing moments for psi	N

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 194-202.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.

Revision: 1.4


sym1 : phi
sym1 : psi
sym2 : phi
sym2 : psi
sym3 : phi
sym3 : psi
sym4 : phi
sym4 : psi
sym5 : phi
sym5 : psi
sym6 : phi
sym6 : psi



Représentation des fonctions phi et psi de l'ondelette Symelet

Ondelette de COIFLET

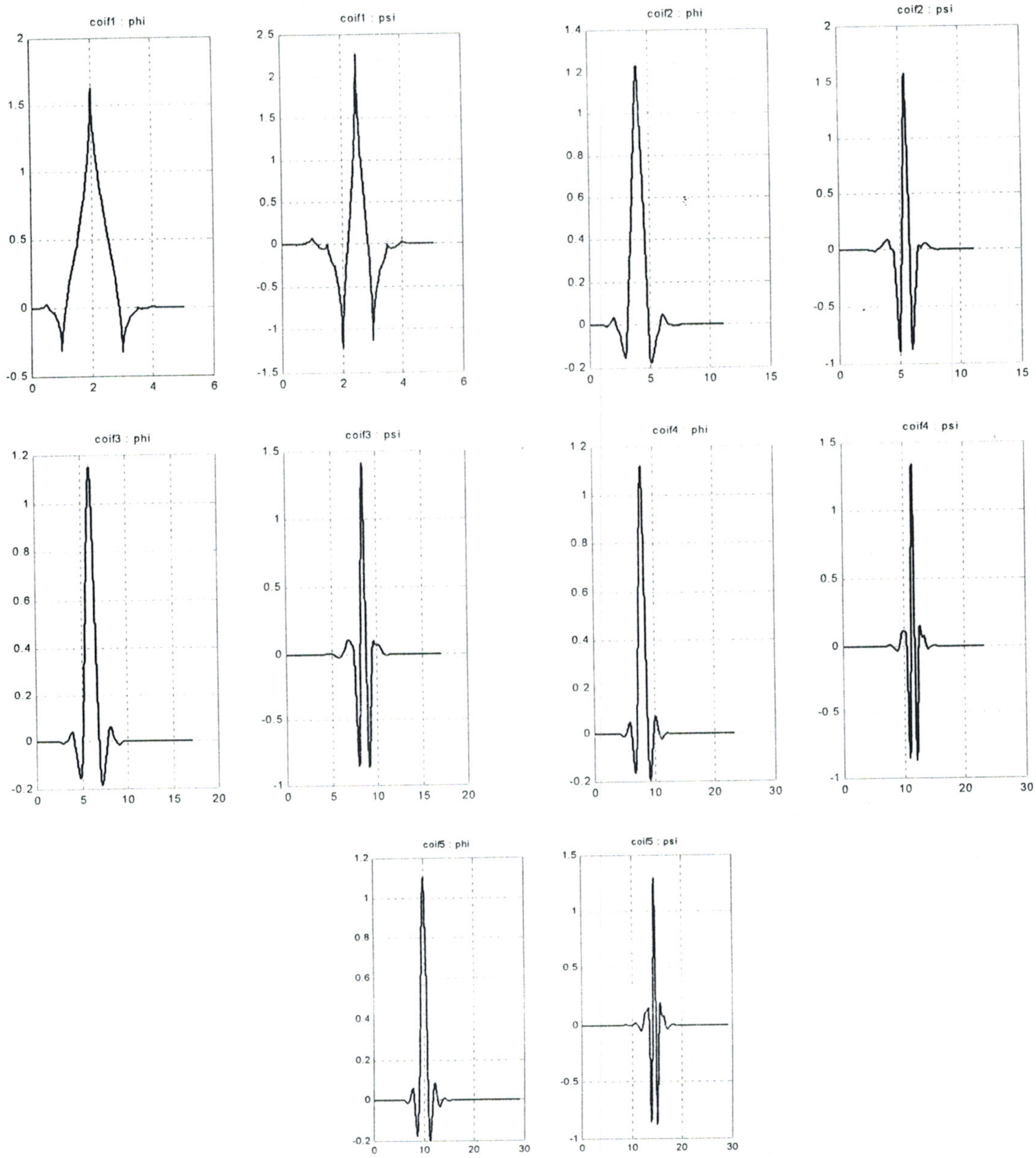
General characteristics: Compactly supported
wavelets with highest number of vanishing moments for both phi and psi for a given support width.

Family	Coiflets
Short name	coif
Order N	N = 1, 2, ..., 5
Examples	coif2, coif4
Orthogonal	yes
Biorthogonal	yes
Compact support	yes
DWT	possible
CWT	possible
Support width	6N-1
Filters length	6N
Regularity	
Symmetry	near from
Number of vanishing moments for psi	2N
Number of vanishing moments for phi	2N-1

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 258-261.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.

Revision: 1.6



Représentation des fonctions phi et psi de l'ondelette Coiflet

Ondelette de Meyer Discrete

Definition: FIR based approximation of the Meyer Wavelet.

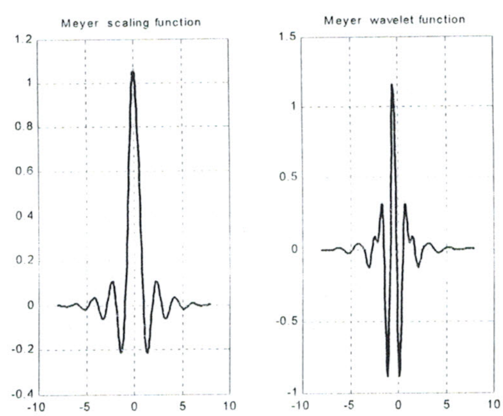
Family	DMeyer
Short name	dmey
Orthogonal	yes
Biorthogonal	yes
Compact support	yes
DWT	possible
CWT	possible

Reference: P. Abry,
Ondelettes et turbulence,
Diderot ed., Paris, 1997, p. 268.

See Information on Meyer wavelet.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 01-Dec-97.
Last Revision: 01-May-1998.

Revision: 1.2 - Date: 1998/07/16



Représentation des fonctions phi et psi de l'ondelette MEYER

ONDELETTE BI-ORTHOGONALES

Ondelette BIORTHOGONALES

BIORINFO Information on biorthogonal spline wavelets.

Biorthogonal Wavelets

General characteristics: Compactly supported
biorthogonal spline wavelets for which symmetry and exact reconstruction are possible with FIR filters (in orthogonal case it is impossible except for Haar).

Family Biorthogonal	
Short name	bior
Order Nr,Nd	Nr = 1 , Nd = 1, 3, 5
r for reconstruction	Nr = 2 , Nd = 2, 4, 6, 8
d for decomposition	Nr = 3 , Nd = 1, 3, 5, 7, 9
	Nr = 4 , Nd = 4
	Nr = 5 , Nd = 5
	Nr = 6 , Nd = 8

Examples bior3.1, bior5.5

Orthogonal	no
Biorthogonal	yes
Compact support	yes
DWT	possible
CWT	possible

Support width 2Nr+1 for rec., 2Nd+1 for dec.
Filters length max(2Nr,2Nd)+2 but essentially

bior Nr.Nd	ld effective length of LoF_D	lr effective length of HiF_D
bior 1.1	2	2
bior 1.3	5	2
bior 1.5	10	2
bior 2.2	5	3
bior 2.4	9	3
bior 2.6	13	3
bior 2.8	17	3
bior 3.1	4	4
bior 3.3	8	4
bior 3.5	11	4
bior 3.7	16	4
bior 3.9	20	4
bior 4.4	8	7
bior 5.5	9	11
bior 6.8	17	11

Regularity for
psi rec. Nr-1 and Nr-2 at the knots
Symmetry yes
Number of vanishing
moments for psi dec. Nr-1

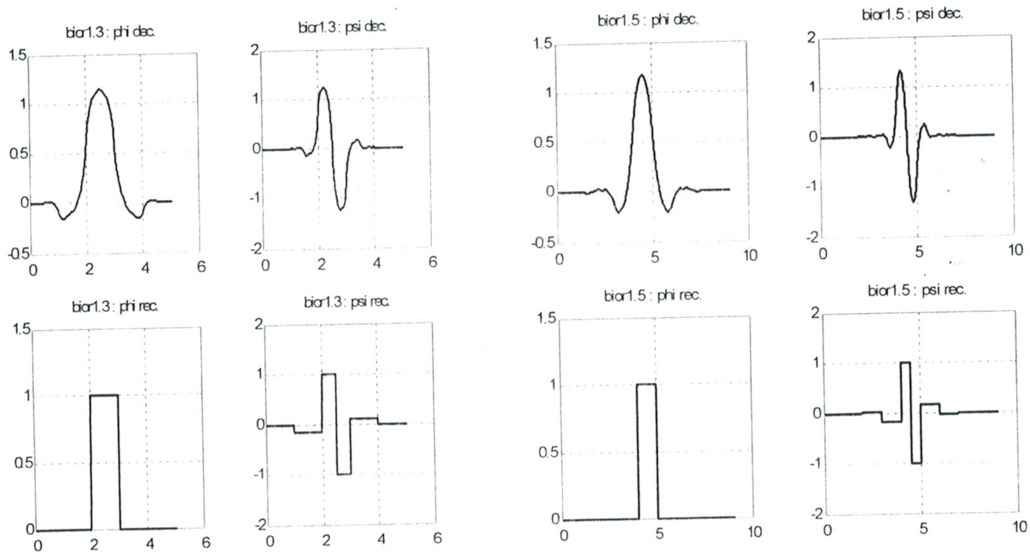
Remark: bior 4.4 , 5.5 and 6.8 are such that reconstruction and decomposition functions and filters are close in value.

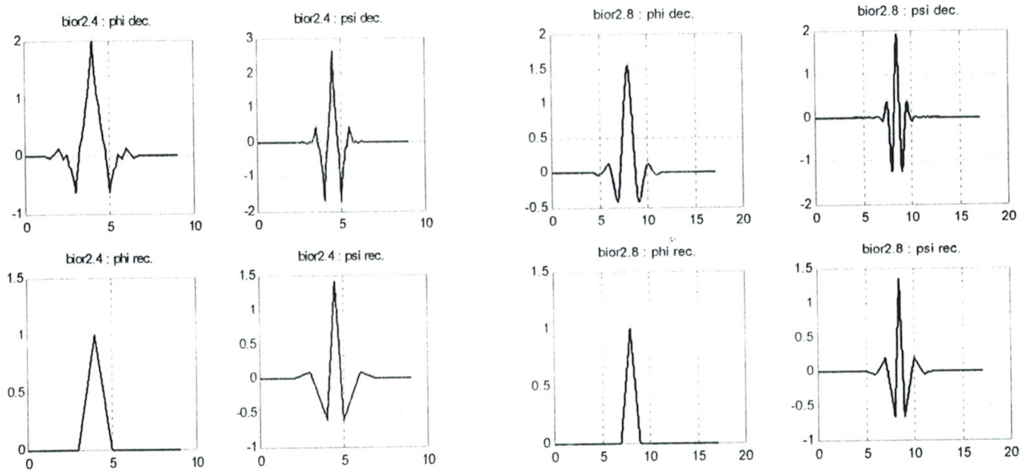
Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 271-280.

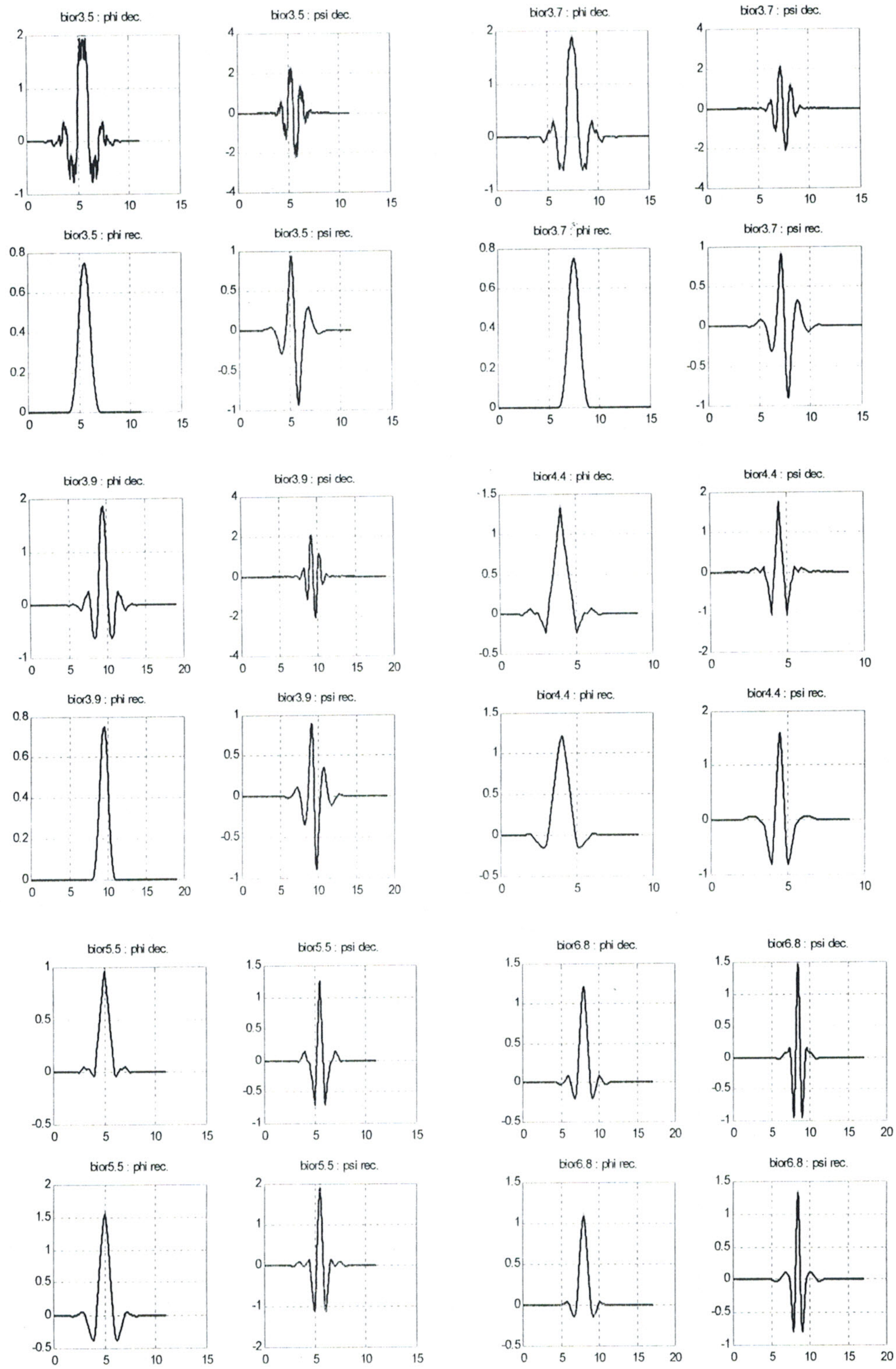
See Information on reverse biorthogonal spline wavelets.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.

Revision: 1.5




bior2.4 : phi dec.
bior2.4 : psi dec.
bior2.8 : phi dec.
bior2.8 : psi dec.
bior2.4 : phi rec.
bior2.4 : psi rec.
bior2.8 : phi rec.
bior2.8 : psi rec.

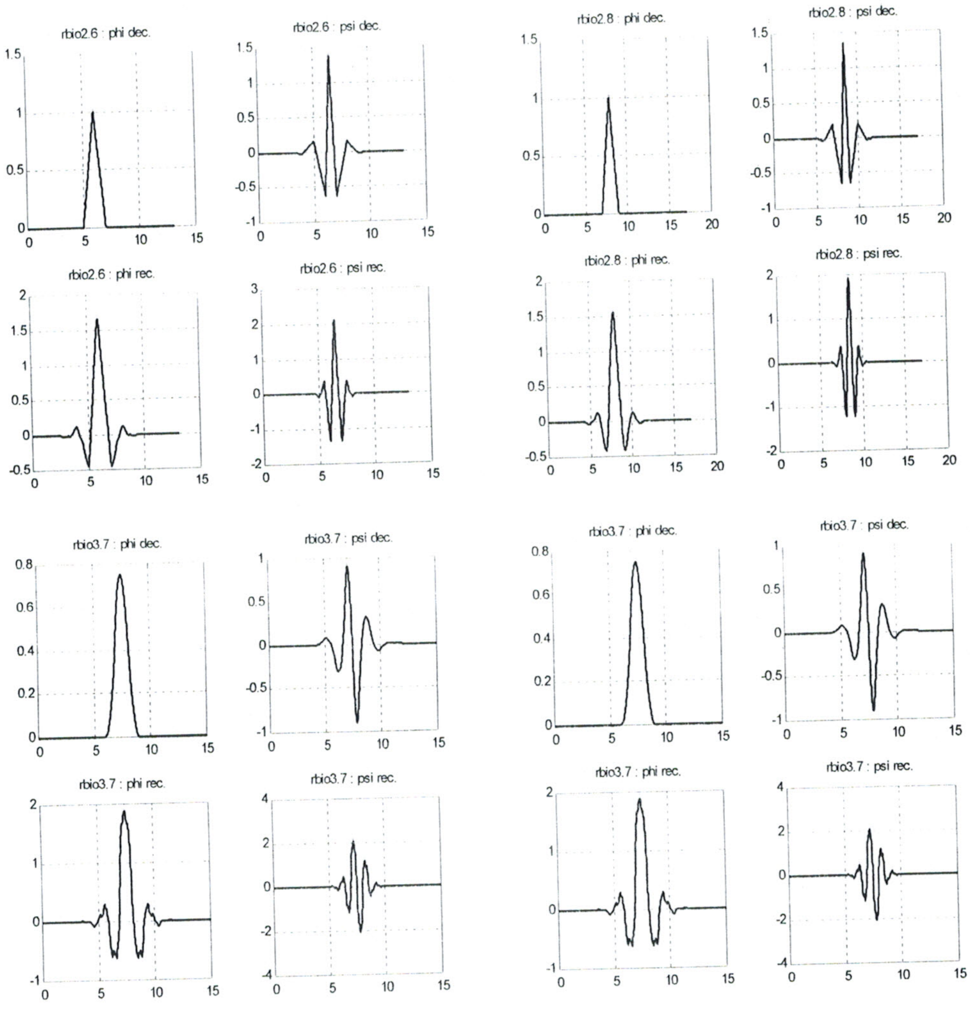

bior3.5 : phi dec.
bior3.5 : psi dec.
bior3.7 : phi dec.
bior3.7 : psi dec.
bior3.5 : phi rec.
bior3.5 : psi rec.
bior3.7 : phi rec.
bior3.7 : psi rec.
bior3.9 : phi dec.
bior3.9 : psi dec.
bior4.4 : phi dec.
bior4.4 : psi dec.
bior3.9 : phi rec.
bior3.9 : psi rec.
bior4.4 : phi rec.
bior4.4 : psi rec.
bior5.5 : phi dec.
bior5.5 : psi dec.
bior6.8 : phi dec.
bior6.8 : psi dec.
bior5.5 : phi rec.
bior5.5 : psi rec.
bior6.8 : phi rec.
bior6.8 : psi rec.

Regularity for psi rec.	Nd-1 and Nd-2 at the knots
Symmetry	yes
Number of vanishing moments for psi dec.	Nd-1

Remark: rbio 4.4 , 5.5 and 6.8 are such that reconstruction and decomposition functions and filters are close in value.

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 271-280.

See Information on biorthogonal spline wavelets.
M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-1998.
Last Revision: 01-May-1998.
Copyright (c) 1995-98 by The MathWorks, Inc.
Revision: 1.2 - Date: 1998/06/09 16:47:38



Ondelette REVERSE BIORTHOGONALES

RBIOINFO Information on reverse biorthogonal spline wavelets.

General characteristics: Compactly supported
biorthogonal spline wavelets for which symmetry and exact reconstruction are possible with FIR filters (in orthogonal case it is impossible except for Haar).

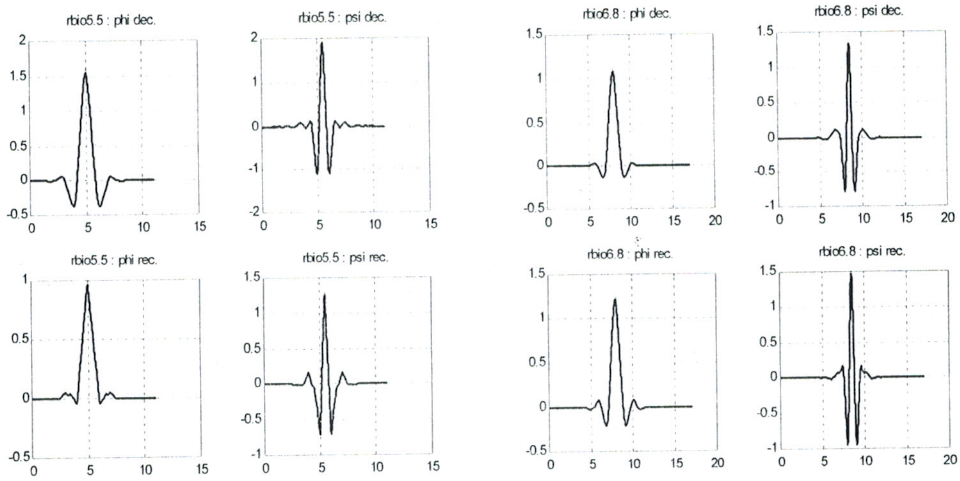
Family Biorthogonal	
Short name	rbio
Order Nd,Nr	Nd = 1 , Nr = 1, 3, 5
r for reconstruction	Nd = 2 , Nr = 2, 4, 6, 8
d for decomposition	Nd = 3 , Nr = 1, 3, 5, 7, 9
	Nd = 4 , Nr = 4
	Nd = 5 , Nr = 5
	Nd = 6 , Nr = 8

Examples rbio3.1, rbio5.5

Orthogonal	no
Biorthogonal	yes
Compact support	yes
DWT	possible
CWT	possible

Support width 2Nd+1 for rec., 2Nr+1 for dec.
Filters length max(2Nd,2Nr)+2 but essentially

rbio Nd.Nr	lr effective length of HiF_D	ld effective length of LoF_D
rbio 1.1	2	2
rbio 1.3	5	2
rbio 1.5	10	2
rbio 2.2	5	3
rbio 2.4	9	3
rbio 2.6	13	3
rbio 2.8	17	3
rbio 3.1	4	4
rbio 3.3	8	4
rbio 3.5	11	4
rbio 3.7	16	4
rbio 3.9	20	4
rbio 4.4	8	7
rbio 5.5	9	11
rbio 6.8	17	11


rbio5.5 : phi dec.
rbio5.5 : psi dec.
rbio6.8 : phi dec.
rbio6.8 : psi dec.
rbio5.5 : phi rec.
rbio5.5 : psi rec.
rbio6.8 : phi rec.
rbio6.8 : psi rec.

RESUME

Le signal Electrocardiogramme qui représente l'activité électrique du cœur est caractérisé par un comportement périodique ou quasi périodique. Il se compose typiquement de trois ondes importantes appelées onde P, complexe QRS et onde T. Le complexe QRS est la partie la plus significative du signal ECG, il représente le phénomène de dépolarisation des ventricules et donne ainsi les informations utiles sur le comportement cardiaque. Par conséquent, la détection fiable du complexe QRS est nécessaire. Les systèmes médicaux automatisés typiques du traitement du signal ECG acquièrent une grande quantité de données difficile à stocker et à transmettre. La compression de données efficace du signal ECG est nécessaire afin de réduire ces quantités de données et de ne pas perdre l'information clinique du signal ECG et plus particulièrement le complexe QRS.

Les principales méthodes et techniques de compression du signal ECG sont classifiées suivant les algorithmes ou groupes d'algorithmes quelles utilisent. On peut distinguer deux grandes familles de techniques de compression : conservatives et non conservatives.

La classification des méthodes de compression non conservatives n'est pas précise et quelques algorithmes de compression peuvent être classifiés dans deux catégories ou plus, ces catégories se résument comme suit : méthodes directes, méthodes de transformation et méthodes paramétriques.

Dans notre travail, on s'est intéressé au développement d'un programme utilisant les ondelettes dans la compression des signaux cardiaques. Cette méthode est considérée classée parmi les méthodes de transformations.

Cependant, le problème qui peut être posé avec les ondelettes c'est le choix de l'ondelette analysante pour une compression optimale. Les tests et mesures réalisées par l'application de notre algorithme sur la base de données des arythmies cardiaques universelle MIT-BIH ont données des taux de compression faibles pour une distorsion acceptable du signal. Ces résultats se révèlent très satisfaisants comparativement aux résultats obtenus par d'autres chercheurs dans le domaine.

De même l'implémentation d'une technique de détection des complexes QRS en utilisant la modélisation du signal ECG par le modèle d'Hermite nous a permis de tester la puissance de l'algorithme de compression où il a été démontré, que le complexe QRS maintient une morphologie et des durées temporelles comparables au signal ECG avant compression.

Mots clés : Electrocardiogramme, compression, Ondelettes, détection du complexe QRS, polynômes d'Hermites.