

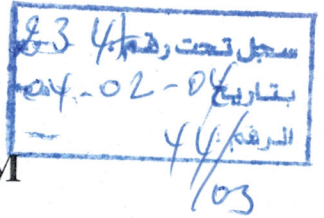
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABOU-BEKR BELKAÏD – TLEMCEM

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

LABORATOIRE DU GENIE BIOMEDICAL - GBM



Mémoire de Magister en Electronique

Option : *Signaux et Systèmes*

THEME

**SEGMENTATION, ANALYSE ET COMPRESSION D'IMAGE
PAR ONDELETTES
TRAITEMENT D'IMAGES IRM**

Présenté par

BELADGHAM Mohamed

Soutenu en Octobre 2003 devant le jury :

Mr F. BEREKSI-REGUIG	Pr à l'Université de Tlemcen
Mr M. FEHAM	Pr à l'Université de Tlemcen
Mr F.T. BENDIMERAD	MC à l'Université de Tlemcen
Mr M. KHELIF	CC à l'Université de Tlemcen
Mr F. DERRAZ	MA à l'Université de Tlemcen

PRESIDENT
EXAMINATEUR
EXAMINATEUR
RAPPORTEUR
CO-RAPPORTEUR

Il me semble que je n'ai jamais été qu'un enfant jouant sur une plage, m'amusant à trouver ici ou là un galet plus lisse ou un coquillage plus beau que d'ordinaire, tandis que, totalement inconnu, s'étendait devant moi le grand océan de la vérité.

Isaac Newton

A mes parents

A ma grand-mère

A mon oncle

A mes frères

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué dans le Laboratoire de Génie biomédical du Département d'Electronique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université Abou-Bekr Belkaïd-Tlemcen.

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur **M. KHELIF**, Chargé de Cours à l'Université Abou-Bekr Belkaïd, de m'avoir dirigé et guidé tout le long de ce travail. Ses critiques constructives, remarques et précieux conseils ont contribué à faire progresser mes recherches.

Je remercie très sincèrement Monsieur **F.DERRAZ**, Maître Assistant à l'Université Abou-Bekr Belkaïd, pour son soutien permanent, ses conseils et ses remarques qui ont fait avancer mes travaux.

J'exprime toute ma reconnaissance et mes remerciements à Monsieur **F. BEREKSI REGUIG**, Professeur et Directeur du Laboratoire de Génie biomédical à l'Université Abou-Bekr Belkaïd, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je remercie Monsieur **M. FEHAM**, Professeur à l'Université Abou-Bekr Belkaïd, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail en acceptant de faire partie du jury.

Monsieur **F.T. BENDIMERAD**, Maître de Conférences et Directeur du Laboratoire de Télécommunications à l'Université Abou-Bekr Belkaïd, me fait l'honneur d'examiner cette thèse, je le remercie vivement.

Je tiens à remercier sincèrement tous les membres du Laboratoire de Génie biomédical pour leurs encouragements, sans oublier mes collègues des autres Laboratoires de recherche.

Enfin, j'adresse mes remerciements à toutes les personnes qui de près ou de loin m'ont aidé et soutenu pendant cette période.

RESUME

Dans ce travail nous étudions les étapes les plus importantes pour analyser des images médicales enregistrées par le biais d'un scanner d'IRM, et plus précisément les coupes de cerveau (Axiale, sagittale, coronale). Notons que la reconstruction de ces images IRM repose sur l'interaction d'un couple de champs magnétiques et les tissus.

Nous étudions dans une première partie une panoplie de méthodes sur le filtrage de ces images. Cette étape est indispensable pour la phase de segmentation. La segmentation consiste à partitionner l'image en plusieurs objets homogènes pour pouvoir isoler d'éventuelles pathologies. Cette tâche est considérée comme l'un des traitements fondamentaux de l'imagerie médicale. Plusieurs méthodes de segmentation ont été présentées en mettant en relief leurs limites. L'alternative à ses méthodes est la technique de contours actifs.

La deuxième partie de cette thèse présente des travaux sur les aspects théoriques de la transformation en ondelettes et quelques applications en imagerie. Des algorithmes d'analyse et de synthèse pour la transformée en ondelettes en deux dimensions sont abordées. En particulier, nous avons testé les ondelettes à support compact et les ondelettes biorthogonales.

Enfin, nous appliquons la transformée en ondelettes pour compresser les images médicales. Nous présentons dans cette étape un nouvel algorithme appelé EZW. Les résultats obtenus se révèlent très satisfaisants et encourageants comparativement aux résultats publiés.

Mots clés : IRM, filtrage, segmentation, contours actifs, analyse, synthèse, ondelettes, compression, EZW.

ABSTRACT

In this work we study the most significant stages to analyze the medical images recorded by the means of MRI scanner, and more precisely the cuts of brain (Axial, sagittal, coronal). Note that the rebuilding of these MRI images rests on the interaction of a couple of magnetic fields and fabrics.

We study in first part panoply of methods on filtering of these images. This stage is essential for segmentation task. The segmentation consists with dividing the image in several homogeneous objects in order to isolate eventual pathologies. This task is considered as one of the most fundamental treatments in medical imagery. Sever segmentation methods have been presented showing there limits. The alternative it's these method is the active contours technique.

The second part of this thesis presents work on the theoretical aspects of the transformation into wavelet and some applications in imagery. The algorithms of analysis and synthesis for the wavelet transform in two dimensions are treated. In particular, we tested the wavelets with compact support and the wavelets biorthogonal.

Finally, we apply the wavelets transform to compress the medical images. We present in this stage a new algorithm called EZW. The results obtained appear very satisfactory and encouraging compared to the publied results obtained by other researchers in the field.

Key words: *MRI, filtering, segmentation, active contours, analyzes, synthesis, wavelets, compress, EZW .*

ABREVIATIONS ET NOTATIONS

Les figures et les équations sont numérotées par chapitre. La bibliographie est en outre classée par chapitre à la fin de ce manuscrit.

Abréviations :

IRM	Imagerie par résonance magnétique	R	L'ensemble des réels
RMN	Résonance magnétique nucléaire	Z	L'ensemble des entiers
FID	Free induction decay	FMQ	Filtres miroirs en quadrature
CMT	Champ magnétique transversale	bpp	Bit par pixel
MMT	Moment magnétique transversale	R	Rate
MML	Moment magnétique longitudinale	T_c	Taux de compression
RF	Radio Fréquence	MSE	Mean square error
LCS	Liquide cérébro spinal	$PSNR$	Peak signal to noise ratio
MB	Matière blanche	RGB	Red Green Blue
MG	Matière grise	EZW	Embedded Zerotree Wavelet
RF	Radio Fréquence	$SPHIT$	Set partitioning in hierarchical trees
MDF	Méthode des différences finies.	KLT	karhunen- loeve transform
CWT	Continous wavelet transform	FFT	Fast Fourier transform
DWT	Discret wavelet transform	DCT	Discret cosine transform
AMR	Analyse multi résolution	$JPEG$	Joint photographic experts group

Conventions mathématiques

Les vecteurs et matrices sont notés en caractères gras italiques. Les grandeurs scalaires sont notées en caractères italiques.

Notations

γ	Rapport gyromagnétique du proton
$\Delta\nu_c$	Bande passante du champ B_1
$\phi(p)$	Phase d'un point de l'espace
ρ	Densité de protons
Π_c	Plan de coupe
B_0	Vecteur champ magnétique permanent
B_1	Vecteur champ magnétique tournant
ν_0	Fréquence de précession de Larmor
ν_c	Fréquence de Larmor constante dans Π_c
G_c	Gradient de coupe de norme g_c
G_l	Gradient de lecture de norme g_l
G_p	Gradient de phase de norme g_p
h	Constante de Planck
M	Moment magnétique courant
M_0	Moment magnétique d'équilibre
M_L	Aimantation longitudinale macroscopique

Chapitre I

M_T	Aimantation transversale macroscopique
n	Vecteur directeur du gradient
n_c	Vecteur directeur du gradient de coupe
n_l	Vecteur directeur du gradient de lecture
n_p	Vecteur directeur du gradient de phase
$(0, x, y, z)$	Le repère du laboratoire
S	Signal RMN dans le plan de coupe Π_c
T_1	Temps de relaxation spin/réseau
T_2	Temps de relaxation spin/spin
T_2^*	Temps de relaxation transversale effectif
α	Angle de bascule
TE	Temps d'écho
TR	Temps de répétition
(u_x, u_y, u_z)	Base canonique de R^3
(x_c, x_p, x_l)	Coordonnées d'un point P dans la base locale (n_c, n_p, n_l)

Chapitre II

$J [i,j]$	Image traitée	$\mu(R_1)$	Moyenne des niveaux de gris de R_1
$I [i,j]$	Image originale	$Card(R_1)$	Cardinale de la région R_1
M	Masque de filtre	C	La courbe déformable (snake)
σ	L'écart type	s	Paramètre d'évolution spatiale
K_σ	Gaussienne de l'écart type	t	Paramètre d'évolution temporelle
$*$	L'opérateur de convolution	E_{int}	Energie interne
m	Nombre de lignes	E_{ext}	Energie externe
n	Nombre de colonnes	α	Paramètre de rigidité
μ	La moyenne des éléments de la fenêtre	β	Paramètre d'élasticité
σ^2	La variance	F_{ext}	Force dérivant de l'énergie externe
σ_n^2	La variance du bruit	$E_{courbure}$	Energie de courbure
Δ_x	Masque de convolution de la direction horizontale	\mathbf{n}	Vecteur normale de la courbe C
Δ_y	Masque de convolution de la direction verticale	F_{ballon}	Force de ballon (force de pression)
P	Prédicat d'homogénéité	E_{ballon}	Energie de ballon
R_1	Région située dans l'image	K_2	coefficient de réglage de E_{ballon}
$E(R_1)$	Mesure d'inhomogénéité	γ	Coefficient de viscosité
$g(x_i)$	Niveau de gris du pixel x_i		

Chapitre III

ψ	L'ondelette de mère	$A_{j,k}$	Coefficient d'approximation au niveau de résolution j
$L^2(R)$	L'ensemble des carrés sommable à une seule variable	V_j	Sous espace des approximations
a	Paramètre de dilatation	W_j	Sous espace des détails
b	Paramètre de translation	H	Filtre passe bas
$W(a,b)$	la CWT Gaussienne de l'écart type	G	Filtre passe haut
C_ψ	Coefficient d'admissibilité	$L^2(R^2)$	L'ensemble des carrés sommable à une fonction à deux variables
d_n^m	Coefficient de DWT	$\delta(k,l)$	Symbole de Kronecker
ϕ	Fonction d'échelle		
j	Niveau de résolution		

Chapitre IV

M	Le nombre de lignes	H	L'entropie qui mesure la qualité d'information
N	Le nombre de colonnes	P_i	La probabilité de présence du niveau de gris
R_0	Le débit de l'image originale	$d(i,j)$	L'image différence
R_c	Le débit de l'image compressée	$Q(x)$	La fonction de quantification
B_0	La taille de l'image originale en bit		
B_c	La taille de l'image compressée en bit		

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

CHAPITRE I

I.1 INTRODUCTION A L'IMAGERIE PAR RESONANCE MAGNETIQUE (IRM)	3
I.2 LA RESONANCE MAGNETIQUE NUCLEAIRE DU PROTON.....	3
I.2.1 PRECESSION.....	3
I.2.2 RESONANCE.....	3
I.2.3 PHENOMENE DE RELAXATION.....	4
I.2.3.1 TEMPS DE RELAXATION LONGITUDINALE T_1	5
I.2.3.2 TEMPS DE RELAXATION TRANSVERSALE T_2	5
I.2.4 SPECTROMETRE RMN.....	8
I.3 LOCALISATION DU SIGNAL RMN.....	9
I.3.1 DEFINITION D'UN GRADIENT.....	10
I.3.2 SELECTION D'UN PLAN DE COUPE.....	11
I.3.3 CODAGE PAR LA FREQUENCE.....	13
I.3.4 CODAGE PAR LA PHASE.....	14
I.3.5 PRISE EN COMPTE DE L'EPAISSEUR DE LA COUPE.....	16
I.4 RECONSTRUCTION DE L'IMAGE.....	16
I.4.1 LE SIGNAL IRM.....	17
I.4.2 LA METHODE SPIN-WARP.....	17
I.4.3 SEQUENCES IRM.....	18
I.4.3.1 PARAMETRES DE SEQUENCE.....	18
I.4.3.2 IMAGE PONDEREE EN DENSITE DE PROTONS P.....	19
I.4.3.3 IMAGE PONDEREE EN T_1	19
I.4.3.4 IMAGE PONDEREE EN T_2	20
I.5 L'IMAGEUR IRM.....	21
I.5.1 LES AIMANTS.....	21
I.5.2 LES ANTENNES.....	22
I.5.3 BOBINE DE GRADIENT.....	22
I.5.4 COMMANDE ET TRAITEMENT.....	23
I.6 ELEMENTS D'ANATOMIE CEREBRALE.....	24
I.6.1 UNE VUE D'ENSEMBLE DU CERVEAU.....	24
I.6.2 ETUDE DES STRUCTURES CEREBRALES.....	25
I.6.3 REPRESENTATION DU CERVEAU EN IMAGERIE MEDICALE.....	27

CHAPITRE II

II.1 INTRODUCTION	29
II.2 FILTRAGE ET PRETRAITEMENT.....	30
II.2.1 FILTRES LINEAIRES	30
II.2.2 FILTRES NON LINEAIRES.....	31
II.2.3 FILTRE ADAPTATIF	33
II.2.4 APPLICATION	33
II.3 SEGMENTATION	41
II.3.1 APPROCHE CONTOUR CLASSIQUE	42
II.3.1.1 OPERATEUR DIFFERENTIEL DU PREMIER ORDRE	43
II.3.1.2 APPLICATION	44
II.3.2 APPROCHES REGIONS	45
II.3.2.1 FORMALISME.....	45
II.3.2.2 CROISSANCE DE REGIONS ET AGREGATION.....	46
II.3.2.3 PHASE DE DIVISION	46
II.3.2.4 APPLICATION	48
II.3.3 DISCUSSION	49
II.3.4 LA METHODE DE CONTOURS ACTIFS	50
II.3.4.1 DEFINITION DES « SNAKES »	50
II.3.4.2 ENERGIES D'UN CONTOUR ACTIF	51
II.3.4.3 VARIATION SUR LES ENERGIES	53
II.3.4.4 EULER-LAGRANGE : DE LA FONCTIONNELLE D'ENERGIE AU SYSTEME DIFFERENTIEL	57
II.3.4.5 IMPLANTATION NUMERIQUE.....	59
II.3.4.6 PRESENTATION DE NOTRE MODELE	61
II.3.4.7 RESULTATS EXPERIMENTAUX.....	63

CHAPITRE III

III.1 INTRODUCTION.....	68
III.2 TRANSFORMEE EN ONDELETTES.....	69
III.2.1 TRANSFORMEE EN ONDELETTES CONTINUE CWT	69
III.2.2 TRANSFORMEE EN ONDELETTES DISCRETE DWT	70

III.3 ANALYSE MULTIRESOLUTION.....	72
III.3.1 DEFINITION	72
III.3.2 CONSTRUCTION D'ONDELETTES A PARTIR DE L'ANALYSE MULTI RESOLUTION	72
III.4 EXTENSION DE LA TRANSFORMEE EN ONDELETTES AUX SIGNAUX BIDIMENSIONNELS : LES IMAGES	76
III.5 ONDELETTES BIORTHOGONALES	77
III.5.1 EXISTENCE DE BASES BIORTHOGONALES	77
III.6 CRITERES DE CHOIX D'UNE ONDELETTE	79
III.6.1 ONDELETTES CHOISIES	80
III.6.1.1 ONDELETTE DE HAAR.....	80
III.6.1.2 LES ONDELETTES A SUPPORT COMPACT DE DAUBECHIES.....	81
III.7 ANALYSE	82
III.8 RESULTATS DE L'IMPLEMENTATION	85

CHAPITRE IV

IV.1 INTRODUCTION.....	97
IV.2 EVALUATION DE LA QUALITE DE LA COMPRESSION	98
IV.2.1 TAUX DE COMPRESSION	98
IV.2.2 TAUX D'INFORMATION	98
IV.2.3 MESURES DE FIDELITE	99
IV.3 LA STRATEGIE DE QUANTIFICATION	100
IV.3.1 QUANTIFICATION SCALAIRE	100
IV.3.2 QUANTIFICATION VECTORIELLE.....	101
IV.4 TECHNIQUES DE COMPRESSION PAR TRANSFORMATION.....	101
IV.4.1 TRANSFORMATION DE KARHUNEN- LOEVE (KLT)	102
IV.4.2 TRANSFORMATIONS SPECTRALES OU SINUSOÏDALES.....	102
IV.5 COMPRESSION D'IMAGE PAR ONDELETTES	103
IV.5.1 SCHEMA DES ALGORITHMES DE COMPRESSION D'IMAGE PAR ONDELETTES.....	104
IV.5.2 TECHNIQUES D'ENCODAGE DES.....	105

IV.5.2 L'ALGORITHME DE CODAGE EZW.....	105
IV.5.3.1 SCHEMA DE L'ALGORITHME.....	106
IV.6 RESULTATS DE L'IMPLEMENTATION.....	110
CONCLUSION GENERALE.....	116
BILIOGRAPHIES.....	118
ANNEXES.....	124

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

Avec le développement des dossiers médicaux informatiques et la généralisation des techniques d'imagerie il devient possible pour une pathologie donnée de disposer d'un grand nombre de données hétérogènes complémentaires et parfois ambiguës. Le traitement, l'exploitation et enfin l'interprétation des images obtenues constituent un outil précieux pour l'établissement de diagnostic de la pathologie.

L'interprétation d'une image en général repose sur l'analyse des niveaux de gris. Il est important de savoir à quoi ces niveaux de gris correspondent réellement sur le plan anatomique, en particulier, dans le cas d'une image médicale.

L'imagerie médicale permet d'analyser les tissus par des médias extrêmement divers, qui donnent donc des interprétations diverses selon les modalités. Les techniques d'imagerie médicale sont multiples basées sur différents types de rayonnements (champ magnétique, ultrasons, rayon x, rayon gamma,...) que nous pouvons classer comme suit :

- ❖ L'imagerie radiologique : cette image est obtenue par atténuation d'un faisceau de rayons x qui traverse les différents tissus. Cette atténuation dépend de l'épaisseur et de la composition des tissus traversés.
 - Plus l'épaisseur est importante, moins les rayons traversent les tissus et plus l'image est blanche.
 - Plus les tissus contiennent des atomes de numéro atomique important, moins les rayons traversent les tissus et plus l'image est blanche.
- ❖ L'image scanographique : ou tomодensitométrie (TDM) autrement dit la radiologie numérisée ; c'est une méthode qui est à la fois tomographique et numérisée. L'analyse et la reconstitution de l'image nécessitent la présence d'un ordinateur qui effectue des analyses pour reconstruire les densités élémentaires ayant participé aux atténuations des tissus de la coupe. Ces densités dépendent de la composition des tissus et de l'épaisseur des coupes.
- ❖ L'image échographie : cette image est de nature différente des précédentes, puisqu'il s'agit d'une image par réflexion et non pas par des tissus ayant des impédances acoustiques différentes.
- ❖ Imagerie par résonance magnétique : La reconstitution de l'image IRM repose sur l'interaction d'un couple de champ magnétique et des tissus. Grâce à un champ

magnétique de valeur convenable est obtenu par un électro-aimant, nous obtenons une orientation de tous les protons dans une même direction. Ces protons sont ensuite écartés de cette direction grâce à une radiofréquence générée par une antenne. L'émission de l'antenne s'interrompant, les protons reprennent leur position d'équilibre dans le champ magnétique (relaxation) en redonnant de l'énergie. L'exploitation de ce résidu d'énergie fournit du précieux renseignements sur les éventuelles pathologies.

Notons que l'imagerie par résonance magnétique est rapidement devenue une technique d'étude essentielle du crâne et de l'encéphale.

Les travaux que nous présentons dans ce mémoire portent sur les aspects théoriques et quelques applications sur des images enregistrées par le biais d'un scanner d'IRM. Notre objectif est d'étudier certaines techniques de traitement d'images telles que le filtrage, la segmentation, l'analyse et enfin la compression d'image par ondelettes.

Il est bien connu que le domaine de l'image est un domaine pluridisciplinaire faisant intervenir des notions : d'analyse fonctionnelle, analyse numérique, probabilité- statistiques, traitement du signal, informatique. De plus notre travail repose essentiellement sur le traitement d'images médicales. Pour répondre aux objectifs fixés nous avons subdivisé ce travail en quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré aux fondements de la résonance magnétique pour comprendre le phénomène d'interaction champ-matière. Ensuite nous décrirons en détail le processus mis en œuvre pour l'obtention d'image en exploitant les propriétés magnétiques des tissus humains. Enfin, il nous a paru nécessaire de terminer ce chapitre par des éléments d'anatomie humaine en particulier du cerveau.

Le deuxième chapitre a pour objet d'expliquer le processus d'analyse de l'image. Nous nous sommes intéressés à certaines techniques essentielles au traitement de l'image ; nous citons notamment les opérations de filtrage et segmentation avec toutes ses variantes. La segmentation reste le cœur de l'imagerie.

Le troisième chapitre est réservé à la présentation de la théorie des ondelettes. Après une introduction sur les ondelettes, nous présentons les algorithmes d'analyse et de synthèse pour la transformée en ondelettes en deux dimension (2D).

Le quatrième chapitre de cette thèse est consacré à la compression d'image médicale. Nous nous intéressons dans cette partie à la compression d'image par ondelettes. Nous introduirons un nouveau codage appelé EZW (Embedded Zerotree Wavelet).



Chapitre I

Modalités d'Imagerie Médicale et Éléments d'Anatomie Cérébrale

I.1 INTRODUCTION A L'IMAGERIE PAR RESONANCE MAGNETIQUE (IRM)

La première image obtenue par résonance magnétique nucléaire, ou IRM, a été obtenue en 1973 par Lauterbourg à la suite des travaux de Bloch et Purcell sur la résonance magnétique nucléaire (RMN). Très schématiquement nous pouvons dire que le principe consiste à mesurer l'aimantation nucléaire des tissus biologiques et à reconstruire une image à partir de ces aimantations. Les tissus biologiques peuvent contenir certains isotopes comme le 1H , ^{13}C , ^{31}P Avant d'explicitier ces notions, il est intéressant de revenir sur quelques aspects de la résonance protonique, cela est justifié par la grande abondance du proton dans les milieux biologiques et sa grande spécificité. [1],[2]

I.2 LA RESONANCE MAGNETIQUE NUCLEAIRE DU PROTON

I.2.1 Précession

Placé dans un champ magnétique statique $\vec{B}_0 = B_0 \vec{z}$, le moment magnétique d'un proton va tourner très rapidement autour de l'axe \vec{z} en décrivant un cône de révolution. La fréquence avec laquelle se produit cette rotation, dite mouvement de précession, est donnée par la relation de Larmor :

$$\nu_0 = \gamma \frac{B_0}{2\pi} \quad \text{I.1}$$

Où γ est le rapport gyromagnétique du proton.

Ainsi, sous l'influence d'un champ \vec{B}_0 , les protons produisent un moment magnétique macroscopique que nous appelons aimantation nucléaire \vec{M}_0 orientée selon la direction de \vec{B}_0 .

I.2.2 Résonance

La résonance est un transfert d'énergie entre deux systèmes oscillant à la même fréquence. Pour faire basculer un proton d'un état d'énergie E_1 à un état E_2 , il faut lui apporter une quantité d'énergie ΔE , reliée à la fréquence de résonance ν_0 par la relation :

$$\Delta E = h\nu_0 = \frac{h\gamma B_0}{2\pi} \quad \text{I.2}$$

Lors d'une expérience RMN, l'échantillon est soumis à une onde radiofréquence (RF) créée par un champ magnétique \vec{B}_1 , orthogonal à \vec{B}_0 , et tournant à la fréquence ν_0 . Les protons, qui étaient alignés selon \vec{B}_0 , reçoivent alors un apport d'énergie sous la forme d'une onde de pulsation égale à leur fréquence propre. Ils résonnent donc et le vecteur aimantation macroscopique est basculé de sa position d'équilibre \vec{M}_0 vers une position \vec{M} tant que le champ \vec{B}_1 dure.

1.2.3 Phénomène de relaxation

A la coupure du champ magnétique \vec{B}_1 qui a perturbé le système de spin, un signal dit de précession libre est enregistré, il est également appelé Free Induction Decay ou F.I.D. Ce signal provient du fait que les spins excités fournissent l'excédent de l'énergie au milieu extérieur. Cette situation se traduit par le retour à la position d'équilibre (en spirale) du vecteur \vec{M} (figure I.1). Le déroulement de cette opération nécessite un certain temps. On appelle cette évolution 'phénomène de relaxation'.

En particulier, le retour à l'équilibre des projections de l'aimantation sur le vecteur \vec{z} (aimantation longitudinale $M_L = (M \cdot \vec{z})\vec{z}$) et sur le plan normal à ce vecteur (aimantation transversale $M_T = M - M_L$) est mesuré. Seule la composante M_T est porteuse d'information, elle génère un signal dans l'antenne réceptrice.

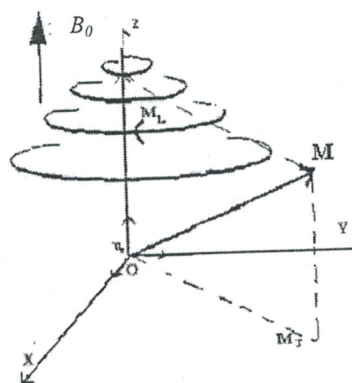


Figure I.1 : Retour à l'équilibre du vecteur

Ce retour à l'équilibre suit des cinétiques exponentielles indépendantes ; elles sont décrites par les équations de Bloch :

$$\begin{cases} M_L(t) = M_0 - (M_0 - M_L(0))e^{-t/T_1} \\ M_T(t) = M_T(0)e^{-t/T_2} \end{cases} \quad \text{I.3}$$

Où T_1 et T_2 sont respectivement les temps de relaxation longitudinale et transversale, dépendant des propriétés physico-chimiques des tissus.

1.2.3.1 Temps de relaxation longitudinale T_1

On l'appelle aussi temps de relaxation spin – réseau, il correspond au retour du moment magnétique M_L à sa position d'équilibre par rapport à l'axe z . Ce retour est réalisé par un transfert d'énergie entre le système de spin et son environnement moléculaire (Figure I.2.a).

1.2.3.2 Temps de relaxation transversale T_2

Appelé aussi temps de relaxation spin – spin, car il y a échange d'énergie entre les spins voisins, il traduit la perte de cohérence de phase des spins après la coupure du champ \vec{B}_1 (Figure I.2.b).

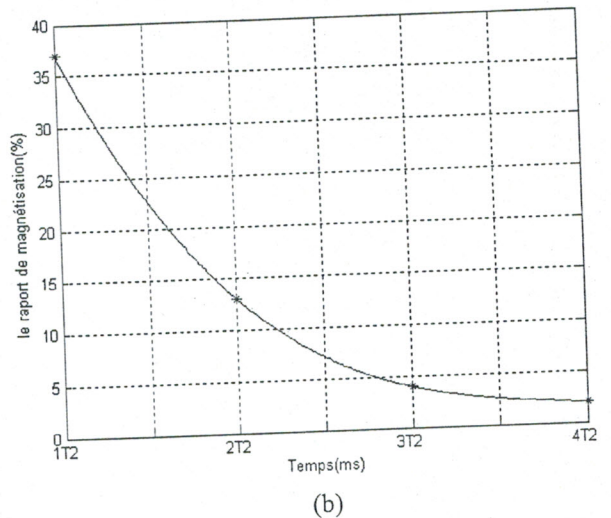
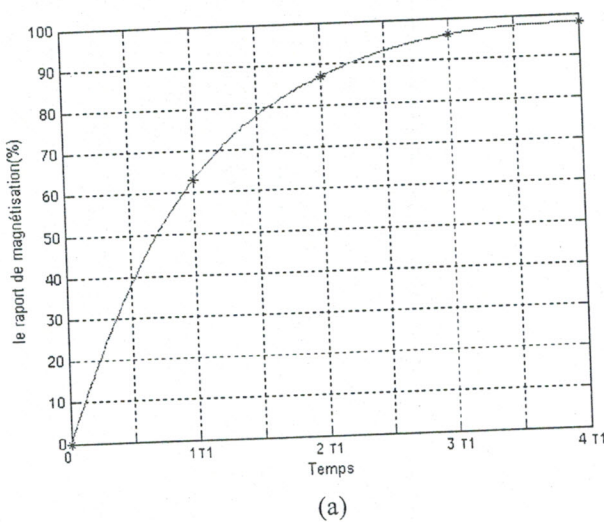


Figure I.2

La figure I.2.a nous montre l'accroissement de la magnétisation longitudinale par rapport au temps T_1 . Il faut un temps égal à $4T_1$, pour que cette magnétisation atteigne 98% de sa valeur maximale.

En revanche nous remarquons un amortissement de la magnétisation transversale (Figure I.2.b). Après un temps égal à $4T_2$, sa valeur est réduite à 2% de sa valeur initiale.

Les valeurs de T_1 sont de l'ordre de quelques centaines de millisecondes et augmentent avec l'intensité du champ statique \vec{B}_0 . Cependant, les valeurs de T_2 sont de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes et varient peu avec le champ \vec{B}_0 . Quant à l'intensité M_0 elle est proportionnelle à la densité de protons ρ des structures moléculaires.

La spécificité de ces trois paramètres est à la base de la différenciation tissulaire, et par conséquent de l'imagerie par résonance magnétique. [3]

❖ Temps de relaxation des structures biologiques :

Les protons des tissus biologiques sont situés dans des molécules très diverses ; molécules d'eau, molécules minérales, lipides, protéines,...etc. Chaque catégorie de proton est à l'origine d'un moment magnétique macroscopique dont les temps de relaxation sont spécifiques. Il faut noter que le moment longitudinal et transversal des tissus ont, en IRM, un comportement 'exponentiel' dépendant des temps T_1 et T_2 .

A titre d'exemple, nous pouvons distinguer les temps de relaxation relatifs aux tissus adipeux et aux tissus mous non adipeux. Le tissu adipeux qui est pauvre en eau, contient des molécules de triglycérides où les protons sont situés dans les groupements méthylène CH_2 . Dans ce cas les temps de relaxation sont ceux des protons des groupements CH_2 appartenant à la molécule de triglycéride. Par contre les temps de relaxation des tissus mous non adipeux s'identifient aux protons des molécules d'eau. [4]

Une autre caractéristique des temps de relaxation T_1 et T_2 réside dans le fait de pouvoir distinguer les tissus sains des tissus pathologiques. Nous avons rassemblé quelques valeurs des temps T_1 et T_2 dans différentes situations. En effet nous avons considéré des tissus particuliers comme : le foie, la rate, la graisse, la matière grise et la matière blanche. Chacun de ces tissus a des caractéristiques spécifiques qui sont fonction des temps de relaxation T_1 et T_2 . De plus ces valeurs de T_1 et T_2 dépendent directement des conditions expérimentales. En effet, en faisant varier le champ de polarisation \vec{B}_0 ou le champ radiofréquence \vec{B}_1 , nous remarquons un changement des valeurs de T_1 par contre T_2 varie peu. De même, nous avons considéré les gammes des temps T_1 et T_2 qui indiquent les valeurs possibles de ces paramètres, par conséquent la valeur propre de T_1 et T_2 nous permet d'élucider un tissu sain d'un tissu pathologique. L'histogramme confirme les interprétations précédentes (figure I.3).

Tissus	B_0 (T)	T_1 (ms)	σ_{T1} (ms)	T_2 (ms)	σ_{T2} (ms)
Foie $B_1=0,379$ (mG)	0,50	324	71	43	14
	1,00	422	92	43	14
	1,50	492	108	43	14
Rate $B_1=0,332$ (mG)	0,50	542	102	62	27
	1,00	683	129	62	27
	1,50	781	148	62	27
Graisse $B_1=0,174$ (mG)	0,50	213	59	84	36
	1,00	241	67	84	36
	1,50	259	72	84	36
Matière grise $B_1=0,308$ (mG)	0,50	656	111	101	13
	1,00	812	138	101	13
	1,50	921	158	101	13
Matière blanche $B_1=0,347$ (mG)	0,50	536	91	92	22
	1,00	683	116	92	22
	1,50	786	133	92	22

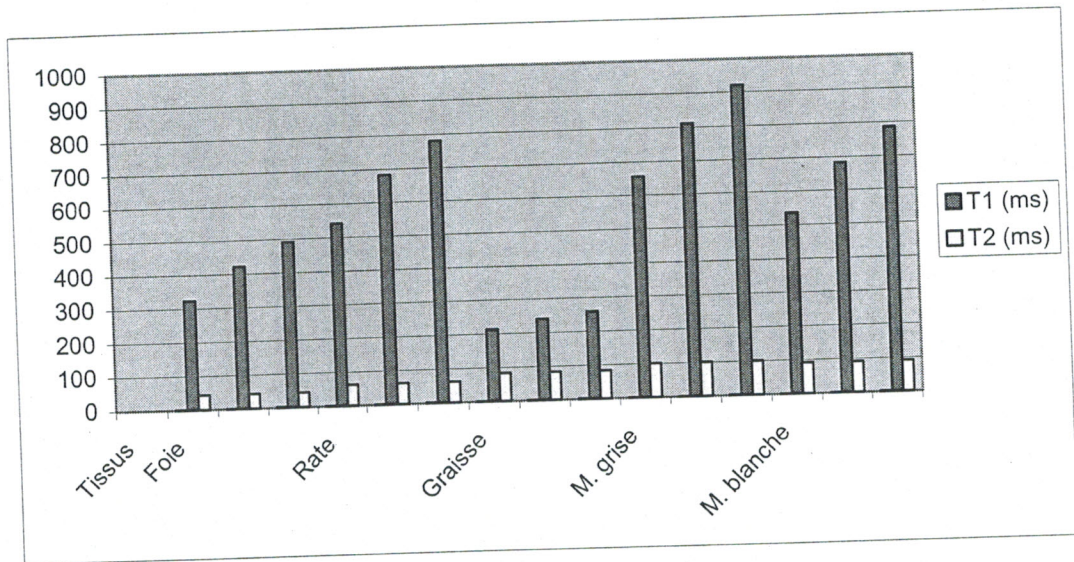


Figure I.3 : Variations des temps de relaxation en fonction de B_0 pour des différents tissus

1.2.4 Spectromètre RMN

Avant d'aborder l'aspect instrumental de l'image médicale, il est intéressant de faire un bref rappel sur la spectrométrie RMN.

D'après la relation de Larmor, le schéma synoptique d'un spectromètre RMN devrait être représenté par la figure suivante [5]

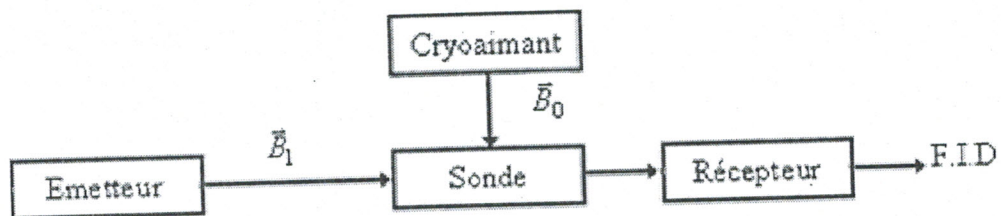


Figure I.4 : Synoptique d'un spectromètre RMN.

Le spectromètre RMN est composé de quatre parties principales :

- Un cryoaimant destiné à produire le champ \vec{B}_0 .
- Une bobine radiofréquence qui produit le champ \vec{B}_1 .
- Un émetteur récepteur radiofréquence pour piloter \vec{B}_1 .
- Un ordinateur pour commander le système et traiter les données.

Par contre dans l'appareillage d'IRM la technologie est plus complexe, car en plus des blocs que nous avons cités dans le spectromètre RMN, nous ajoutons un autre bloc composé par des bobines de gradient que nous détaillerons par la suite.

1.3 LOCALISATION DU SIGNAL RMN

Le signal RMN recueilli est un signal global dû à l'accumulation d'un grand nombre de signaux de résonance provenant de noyaux excités répartis dans tout l'échantillon. Afin d'avoir accès aux informations concernant un point donné de l'échantillon, il convient de créer une dépendance spatiale du signal. Diverses méthodes ont été développées dont la méthode de Projection-Reconstruction, technique basée sur la reconstruction de l'image à partir de projections et qui fut introduite par P.C. Lauterbur.[6] Cette technique dérive directement des méthodes de reconstruction d'images utilisées en tomographie par rayon X (tomodensitométrie ou scanner) et fut de ce fait à l'origine très utilisée. Une présentation de cette méthode, privilégiant l'approche mathématique.

La méthode à l'heure actuelle, la plus utilisée est la méthode appelée Zeugmatographie de Fourier, (Figure I.5) et ses variantes, les méthodes Spin-Warp et Spin-Echo. Elle est basée sur une double transformation de Fourier du signal de résonance. Elle consiste à créer une dépendance spatiale du signal à l'aide de trois gradients de champs magnétiques dont l'intensité varie de façon linéaire selon les trois directions de l'espace. Plus précisément, un premier gradient, (appelé gradient de coupe) est appliqué simultanément à l'onde radio-fréquence. Cela conduit à la mise en résonance des noyaux situés sur une même coupe de l'échantillon à l'exclusion des autres noyaux. Un second gradient (appelé gradient de phase) est appliqué un court instant avant l'enregistrement du signal. Il crée un déphasage des signaux de résonance dans une direction choisie du plan de coupe. Enfin la localisation spatiale est obtenue en appliquant un troisième gradient (le gradient de lecture) pendant l'enregistrement du signal dans la direction orthogonale à celle du gradient de phase dans le plan de coupe. Nous obtenons une correspondance entre l'espace (plan de coupe, bi-dimensionnel) et la fréquence (couple fréquence- phase) du signal. Nous ne considérons que cette méthode par la suite. Enfin notons que la relation de Larmor, qui est en fait la fréquence du signal RMN, est à la base du codage spatiale. Faut il préciser que ce codage est un des fondements de l'imagerie.[7]

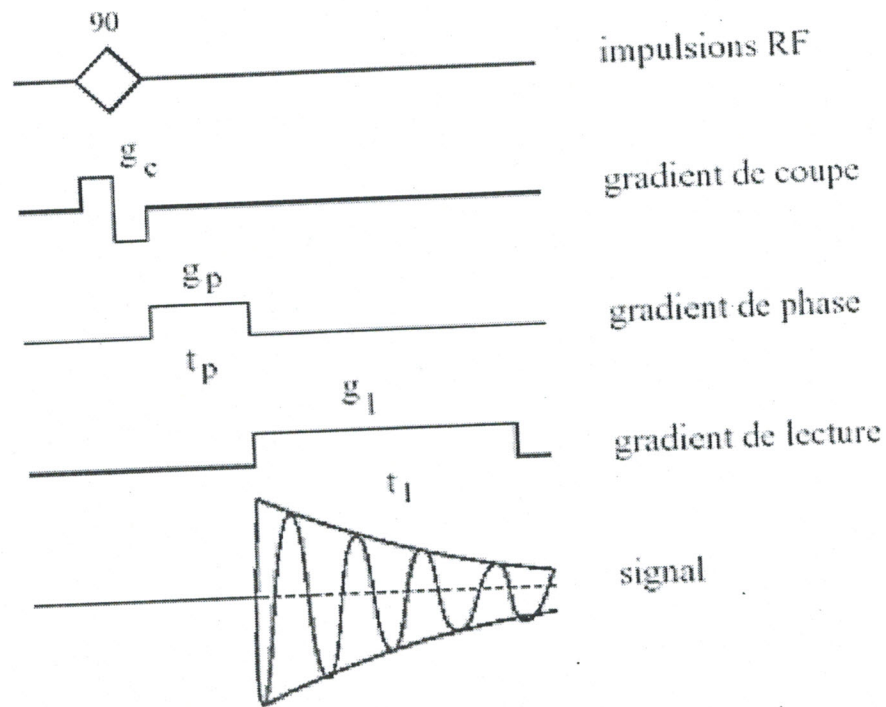


Figure I.5 : Zegmatographie de Fourier

1.3.1 Définition d'un gradient

Dans le vocabulaire spécifique à l'IRM un gradient de champ magnétique, ou plus simplement un gradient désigne un champ magnétique statique orienté dans la même direction que le champ principal \vec{B}_0 et dont l'intensité varie linéairement dans une direction donnée, (Figure I.6). L'intensité d'un tel champ est relativement faible, elle varie entre 1 Gauss à une dizaine de Gauss.

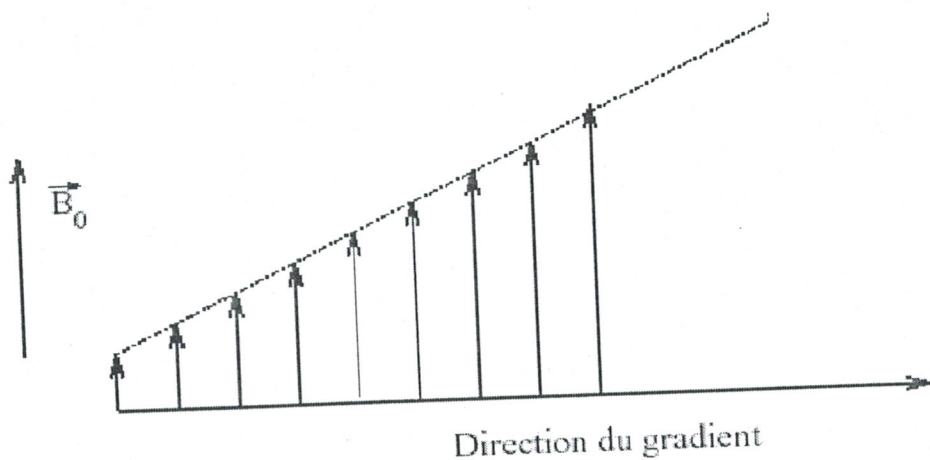


Figure I.6: un gradient de champ magnétique

Nous désignons par direction de gradient, la direction selon laquelle son intensité varie. Il ne faut pas la confondre avec la direction du champ lui-même, qui est toujours orienté selon le champ principal \vec{B}_0 . Quant à l'intensité du gradient, elle représente le coefficient directeur de la variation linéaire. Elle s'exprime en Gauss par centimètre ou Tesla par mètre dans le système international. Il ne faut pas, là non plus, la confondre avec l'intensité du champ polarisant. Elle dépend de la position du point selon la direction du gradient. Si g désigne l'intensité du gradient, \vec{n} sa direction et $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$ la position d'un point p , alors le gradient en ce point a pour expression

$$\vec{G}(p) = g(\vec{n} \cdot \vec{r})\vec{z} \quad \text{I.5}$$

Comme en spectroscopie RMN, dans une expérience IRM, la direction définie par le champ principal \vec{B}_0 est une direction privilégiée. Nous introduisons alors le repère du laboratoire $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, lié à l'imageur que nous allons décrire par la suite. Le vecteur \vec{z} est défini par le sens et la direction du champ \vec{B}_0 . Le sens et la direction s'identifient l'axe du tunnel de l'imageur, les deux autres directions étant choisies de façon arbitraire.

1.3.2 Sélection d'un plan de coupe

Le processus de sélection n'isole pas physiquement le volume à imager, mais il permet de créer un moment magnétique. C'est par le biais de ce moment situé entre deux plans, que s'opère la sélection du volume à imager. Ce volume est appelé espace réel d'intérêt, il sera exploité [4].

En IRM nous disposons de deux types d'impulsion, des impulsions sélectives et non sélectives. Les impulsions sélectives permettent de manipuler le moment magnétiques d'un volume d'intérêt à l'intérieur d'un corps. Elles sont produites par l'application simultanée d'un champ magnétique transversal (CMT) et d'un gradient de champ magnétique.

La sélection d'une coupe qui sera représentée sur l'image, est effectuée à l'aide d'un champ magnétique \vec{G}_c appelé gradient de coupe. Ce champ en un point $p \in R^3$ a pour expression :

$$\vec{G}_c(p) = g_c(\vec{n}_c \cdot \vec{r})\vec{z} \quad \text{I.6}$$

Où $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$, et où g_c et \vec{n}_c sont respectivement l'intensité et la direction du gradient de coupe.

On considère le plan Π_c , voir la figure (I.6), de côte c dans la direction \vec{n}_c . Le vecteur \vec{G}_c est constant sur ce plan, $\forall p \in \Pi_c$,

$$\vec{G}_c(p) = g_c c \vec{z} \quad \text{I.7}$$

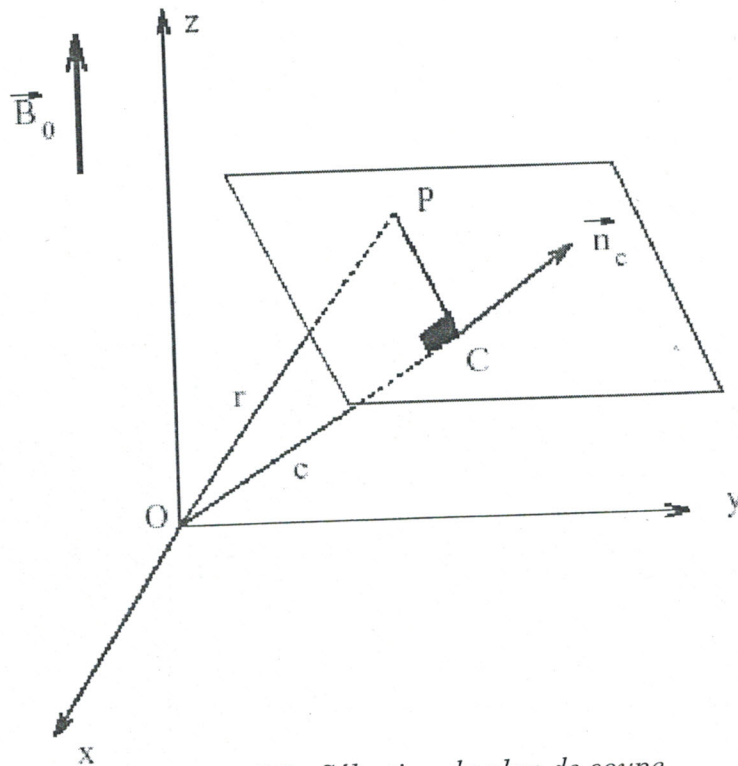


Figure I.7 : Sélection du plan de coupe

Par la suite, le champ magnétique statique en tout point p est constant et vaut

$$\begin{aligned} \vec{B}(p) &= \vec{B}_0 + \vec{G}_c(p) \\ &= (B_0 + g_c c) \vec{z} \end{aligned} \quad \text{I.8}$$

La fréquence de Larmor des noyaux situés sur ce plan est donnée par la relation la relation suivante, $\forall p \in \Pi_c$,

$$\begin{aligned} \nu_l(p) &= \frac{\gamma}{2\pi} B(p) \\ &= \frac{\gamma}{2\pi} (B_0 + g_c c) \equiv \nu_c \end{aligned} \quad \text{I.9}$$

La relation (I.9) est à l'origine de la sélection de la coupe représentée sur l'image. Elle établit un lien entre l'espace (Π_c) et la fréquence (ν_c). Plus précisément, en appliquant une onde radiofréquence \vec{B}_1 de fréquence égale à la fréquence ν_c , nous excitions que les noyaux situés sur le plan Π_c (voir figure I.7). Tous les autres noyaux, soumis à un autre champ magnétique, ont une fréquence de Lamor ν_l différent de la fréquence ν_c de l'onde radiofréquence excitatrice et ne seront donc pas mis en résonance. Le point C du plan Π_c tel que $\vec{OC} = c\vec{n}_c$ sera appelé par la suite origine du plan de coupe.

1.3.3 Codage par la fréquence

Un second gradient, le gradient de lecture \vec{G}_l est utilisé pour créer une dépendance de la fréquence des différents signaux émis par les noyaux de la coupe sélectionnée Π_c en fonction de leur position dans le plan de coupe. La direction du gradient de lecture \vec{n}_l est orthogonale à celle du gradient de coupe \vec{n}_c . En un point p de l'espace, le champ magnétique associé au gradient vaut

$$\vec{G}_l(p) = g_l(\vec{n}_l \cdot \vec{r})\vec{z} \quad \text{I.10}$$

Où $\vec{r} = \vec{OP}$ et g_l est l'intensité du gradient de lecture.

Nous considérons (Figure I.7) la droite D_l du plan Π_c perpendiculaire à la direction du gradient de lecture \vec{n}_l et située à la distance x_l du point C . En tout point p de cette droite, nous avons la relation suivante

$$\vec{n}_l \cdot \vec{OP} = \vec{n}_l \cdot \vec{CP} = x_l \quad \text{I.11}$$

Par la suite, le gradient de lecture est le même en tout point de cette droite et vaut

$$\vec{G}_l(p) = g_l x_l \vec{z} \quad \text{I.12}$$

Le gradient de lecture est appliqué au moment de l'enregistrement du signal de résonance, le champ magnétique à cet instant vaut :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{G}_l \quad \text{I.13}$$

Donc la fréquence du signal de résonance émis depuis le point p du plan du plan Π_c est donnée par l'expression suivante

$$\nu(p) = \frac{\gamma}{2\pi} (B_0 + g_l x_l) \quad \text{I.14}$$

Cette fréquence est identique pour tous les noyaux situés sur une même droite D_l . On peut en outre choisir l'origine des fréquences de sorte que la fréquence du signal de résonance au point p soit :

$$\nu(p) = \frac{\gamma}{2\pi} g_l x_l \quad I.15$$

I.3.4 Codage par la phase

Grâce au procédé qui vient d'être décrit, les signaux qui sont émis depuis chaque droite du plan de coupe orthogonale à la direction du gradient de lecture ont une fréquence différente. Pour que la localisation spatiale soit complète, il reste à créer une dépendance du signal en fonction de la position sur chaque droite D_l . Nous utilisons pour cela un troisième gradient, le gradient de phase \vec{G}_p . La direction \vec{n}_p de ce gradient est perpendiculaire aux

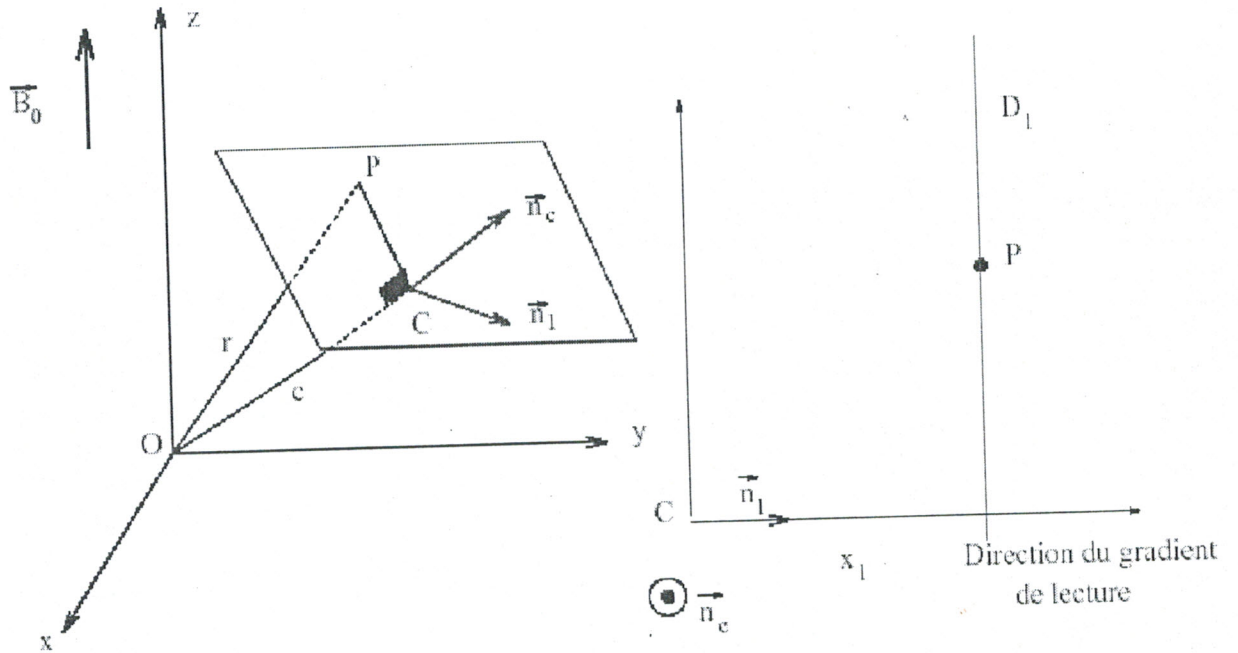


Figure I.8 : Codage par la fréquence

directions du gradient de coupe et du gradient de lecture. Le gradient de phase a pour expression

$$\vec{G}_p(p) = g_p (\vec{n}_p \cdot \vec{r}) \vec{z} \quad I.16$$

où $\vec{r} = \vec{OP}$ et g_p est l'intensité du gradient.

On considère, (Figure I.8), la droite D_p perpendiculaire à \vec{n}_p et située à la distance x_p du point C, $\forall P \in D_p$

$$\vec{n}_p \cdot \vec{r} = \vec{n}_p \cdot \vec{CP} = x_p \quad I.17$$

Le gradient de phase en tout point P de cette droite vaut donc

$$\vec{G}_p(P) = g_p \cdot x_p \cdot \vec{z} \quad \text{I.18}$$

Le gradient de phase est appliqué pendant un temps t_p avant que ne commence l'enregistrement du signal émis depuis un point $p \in \Pi_c$ situé à l'ordonnée x_p dans le repère $(C, \vec{n}_1, \vec{n}_p, \vec{n}_c)$ avec une phase donnée par la relation suivante

$$\begin{aligned} \phi(p) &= 2\pi\nu_l(p)t_p \\ &= \gamma g_p \cdot x_p \cdot t_p + (\gamma B_0 t_p) \end{aligned} \quad \text{I.19}$$

Le terme entre parenthèses étant constant, nous choisissons l'origine des phases pour avoir la relation suivante

$$\phi(p) = \gamma g_p \cdot x_p \cdot t_p \quad \text{I.20}$$

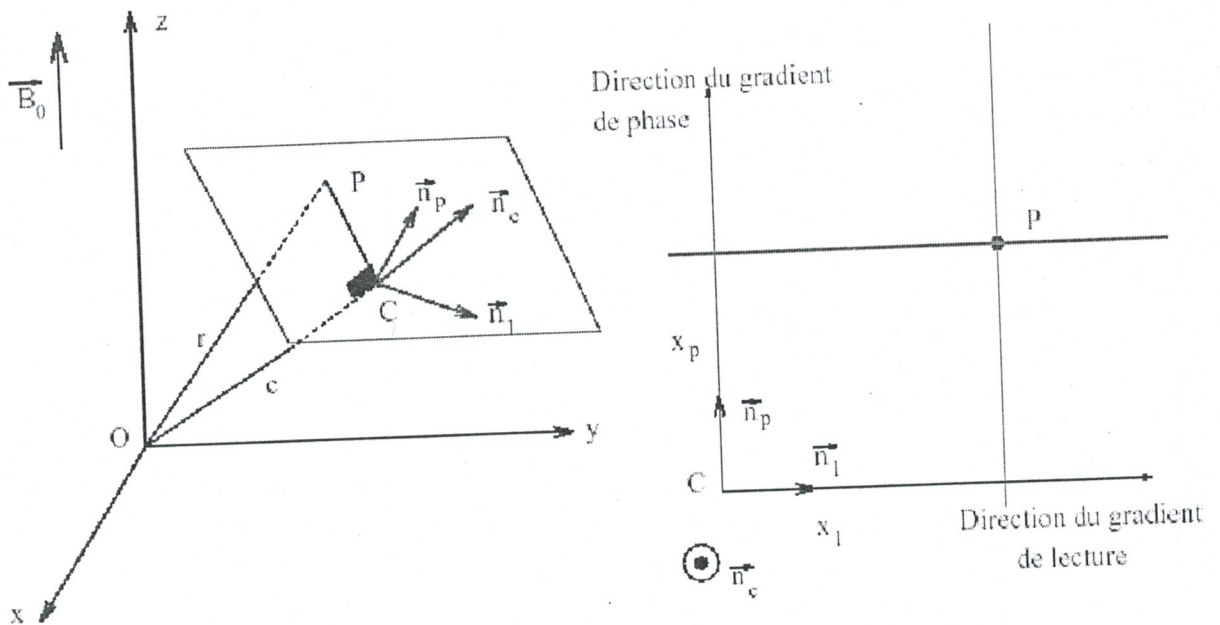


Figure I.9 : Codage par la fréquence et la phase

Ainsi par le biais du gradient de lecture et du gradient de phase, on crée une dépendance entre la position des noyaux à l'intérieur du plan de coupe et le couple phase-fréquence du signal de résonance. Cette relation est donnée par les expressions (I.15) et (I.20).

I.3.5 Prise en compte de l'épaisseur de la coupe

Pour l'obtention de l'image d'une coupe Π_c de côte c dans la direction \vec{n}_c , il fallait appliquer simultanément le gradient de coupe \vec{G}_c de direction \vec{n}_c et une onde radio-fréquence ν_c égale à la fréquence de Larmor des noyaux du plan Π_c .

En pratique, il est impossible d'obtenir une onde radio-fréquence mono-fréquentielle. Alors nous émettons une impulsion radio-fréquence de largeur de bande $\Delta\nu_c$ autour de la fréquence ν_c . Cela a pour conséquence la mise en résonance de l'ensemble des noyaux ayant leur fréquence de Larmor égale à l'une des fréquences de l'onde, c'est-à-dire vérifiant la condition suivante

$$\nu_l \in \left[\nu_c - \frac{\Delta\nu_c}{2}; \nu_c + \frac{\Delta\nu_c}{2} \right] \quad \text{I.21}$$

Or, la fréquence de Larmor est proportionnelle à l'intensité du champ magnétique statique, nous avons

$$\nu_l(p) = \frac{\gamma}{2\pi} B(p) = \frac{\gamma}{2\pi} (B_o + g_c c') \quad \text{I.22}$$

Où c' est la côte du point p dans la direction \vec{n}_c du gradient de coupe. On met ainsi en résonance tous les noyaux situés en des points de cote c' vérifiant

$$c' = \frac{2\pi\nu}{\gamma g_c} \quad \text{où} \quad \nu \in \left[\nu_c - \frac{\Delta\nu_c}{2}; \nu_c + \frac{\Delta\nu_c}{2} \right]$$

c'est-à-dire les noyaux situés de part et d'autre de Π_c dans une bande d'épaisseur

$$e_c = \frac{2\pi \Delta\nu_c}{\gamma g_c}$$

Par abus de langage, on désignera encore par 'plan de coupe' l'ensemble des noyaux mis en résonance, bien qu'il s'agisse d'un volume. Tout ce volume sera reproduit en définitif sur l'image.

I.4 RECONSTRUCTION DE L'IMAGE

Nous considérons le repère R_c lié au plan Π_c et défini par son origine C , ainsi que les vecteurs de bases \vec{n}_l, \vec{n}_p et \vec{n}_c . On rappelle que les vecteurs \vec{n}_l, \vec{n}_p et \vec{n}_c sont les directions de variation de l'intensité des trois gradients, gradient de lecteur, gradient de phase et gradient de

coupe, et que le point C est défini par $\overline{OC} = c \vec{n}_c$, c étant la côte de Π_c dans la direction de \vec{n}_c (Figure I.9).

I.4.1 Le signal IRM

L'expression du signal de résonance émis depuis le point $p = (x_l, x_p)$ du plan de coupe est donnée par la formule suivante

$$s(x_l, x_p) = I(x_l, x_p) \exp\left(-\frac{t_l + t_p}{T_2}\right) \exp(i(\omega(x_l, x_p)t_l + \phi(x_l, x_p))) \quad \text{I.23}$$

où $\omega = 2\pi\nu$ avec ν donné par (I.15) et ϕ donné par (I.20), ou t_p est la durée d'application du gradient de phase et t_l est la variable de temps dont l'origine coïncide avec le début d'enregistrement du signal.

Le signal recueilli provient de la mise en résonance de tous les protons du plan de coupe Π_c sélectionné. Il est de la forme :

$$S(t_l, t_p) = \iint_{\Pi_c} I(x_l, x_p) \exp\left(-\frac{t_l + t_p}{T_2^*(x_l, x_p)}\right) \exp(i\gamma(g_l x_l t_l + g_p x_p t_p)) dx_l dx_p \quad \text{I.24}$$

où T_2^* est un temps de relaxation légèrement plus petit que le temps de relaxation T_2 ; en raison des inévitables inhomogénéités du champ magnétique, le retour vers l'état d'équilibre du moment magnétique transversal est un peu plus rapide que si le champ \vec{B}_0 était parfaitement homogène. L'intensité I du signal dépend d'une part du moment magnétique d'équilibre et donc de la densité de protons au point x_l, x_p du plan de coupe, et d'autre part des temps de relaxation T_1 et T_2 .

I.4.2 La méthode Spin-Warp

La méthode Spin-Warp est une variante de la Zeugmatographie de Fourier qui fut proposée en 1980 [4] [7]. C'est la méthode de codage de l'image IRM la plus utilisée actuellement. Ce qui importe dans le procédé de codage par la phase c'est le produit $g_p t_p$ (voir l'expression (I.20)). Avec la Zeugmatographie de Fourier, nous faisons varier $g_p t_p$ en faisant varier le temps d'application du gradient t_p , son intensité g_p restant constante. Il s'avère en fait plus judicieux de faire varier l'intensité g_p du gradient de phase et de conserver

une durée t_p d'application du gradient constante. Le signal recueilli en utilisant la méthode Spin-Warp a pour expression

$$S(t_l, g_p) = \iint_{I_c} I(x_l, x_p) \exp\left(-\frac{t_l + T_p}{T_2^*(x_l, x_p)}\right) \exp(i\gamma(g_l x_l t_l + g_p x_p t_p)) dx_l dx_p \quad \text{I.25}$$

I.4.3 Séquences IRM

Une séquence est une suite d'impulsions et de gradients appliquée à un corps, afin de créer un nombre suffisant des signaux d'échos dont l'échantillonnage permet de produire une ou plusieurs images d'une coupe de corps. La séquence détermine la valeur du moment magnétique transversal (MMT) de chaque voxel du corps et conditionne l'aspect des pixels de l'image.

I.4.3.1 Paramètres de séquence

Les paramètres de séquence sont les paramètres que le manipulateur fixe sur la console pour définir la séquence IRM. Ils permettent de contrôler l'influence des différentes caractéristiques T_1 , T_2 et la densité de proton dans le signal («pondération»). Tout cela autorise la modulation du contraste dans l'image. [1],[2]

❖ Temps d'écho :

Le signal de précession libre ne peut être enregistré directement après l'excitation en raison du déphasage parasite induit par les gradients. C'est pourquoi il est acquis sous la forme d'un écho de spin ou de gradient. Par définition, le délai entre le milieu de l'impulsion d'excitation et le sommet de l'écho est appelé temps d'écho, il est noté TE. Dans la méthode d'écho de spin, les hétérogénéités de B_0 et les différences d'aimantation des tissus sont compensées, alors qu'elles ne le sont pas en écho de gradient. La courbe de décroissance est donc différente pour ces deux techniques. Le temps de relaxation correspondant est donc lui aussi différent. Noté T_2 en écho de spin, il est noté T_2^* en écho de gradient (temps de relaxation transversale effectif) et fait intervenir des éléments extra tissulaires comme la non uniformité de B_0 . D'une manière générale, le TE gouverne la pondération en T_2 dans le contraste de l'image.

❖ Temps de répétition :

L'image est constituée à partir de la répétition de la même séquence avec un gradient de phase G_p d'amplitude différente. Le temps qui sépare deux répétitions est appelé temps de répétition, il est noté TR. Le TR, comme le TE, est un facteur de contraste. S'il est

suffisamment long, toute l'aimantation repousse et le signal ne dépend pas de la vitesse d'aimantation (donc de T_1), mais essentiellement de la densité protonique. S'il est court, le système atteint après quelques répétitions un régime stationnaire et l'aimantation tend vers une valeur d'équilibre dépendant de la vitesse d'aimantation des tissus, et donc de leur T_1 . L'image révèle ainsi les différences de T_1 entre les tissus.

❖ *Angle de basculement :*

Si B_1 est orthogonal à B_0 , ce qui est généralement le cas, le phénomène de résonance magnétique bascule l'aimantation M selon un axe perpendiculaire au champ principal B_0 . Si M est basculé à 90° (excitation par une impulsion $\pi/2$), toute l'aimantation est dans le plan transversal et M_L est nulle. En cas de basculement d'un angle inférieur à 90° , seule une partie de l'aimantation est convertie en signal (M_T) et il persiste une aimantation M_L pouvant être utilisée pour une autre excitation. L'angle de basculement correspond donc à une énergie délivrée par le champ B_1 . Le signal S sera d'autant plus faible que cet angle sera petit. En régime stationnaire, l'angle de basculement α intervient dans le contraste de l'image et gouverne la réserve en aimantation. Pour des angles petits ($\alpha < 20^\circ$), la densité protonique est prépondérante. Plus α est grand et plus le T_1 gouverne le contraste.

1.4.3.2 Image pondérée en densité de protons ρ

Dans ce type d'image les variations de luminance sont dues aux variations de concentration protonique des tissus imagés. Cette image ρ est obtenue en choisissant un couple (TR, TE) qui minimise les effets de T_1 et T_2 sur la luminance de l'image. Un TR long (de l'ordre de 5 fois le T_1) des tissus d'intérêt, permet au MML d'approcher leur valeur d'équilibre. La valeur M_0 est alors proportionnelle à la densité protonique. Un TE court (de l'ordre de 20ms) évite que le MML des tissus s'écarte de sa valeur initiale, en décroissant selon T_2 .

Les images ρ sont surtout utilisées en imagerie de l'encéphale (détection de lésions de la substance blanche, œdème...). Les tissus sont ordonnés par niveaux de gris croissants en matière blanche (MB), matière grise (MG) et liquide cérébro-spinal (LCS) (Figure I.10.a).

1.4.3.3 Image pondérée en T_1

Les variations de luminance de l'image sont dues aux variations du temps de relaxation T_1 . Cette image est obtenue en choisissant un TR suffisamment court (de l'ordre de

600ms). Pour ce dernier le contraste entre les tissus dépend essentiellement de leur vitesse d'aimantation, donc T_1 .

Pour minimiser les effets du temps T_2 , autrement dit le contraste serait indépendant de T_2 , nous prenons des valeurs de 20ms environ. Dans ces conditions, nous obtenons une image pondérée en T_1 , les tissus sont ordonnés par niveaux de gris croissants en LCS, MG, MB (Figure I.10.b).

Sur une image pondérée par T_1 , les tissus ayant les T_1 les plus faibles apparaissent les plus lumineux, car le MML des voxels d'un tel tissu croit plus vite que celui des voxels des tissus ayant des T_1 plus long.

1.4.3.4 Image pondérée en T_2

Lorsque les variations de luminance de l'image sont dues aux variations du temps de relaxation T_2 , on parle d'image pondérée en T_2 . Cette image est obtenue en choisissant un TR long (de l'ordre de 2s) comme pour l'image ρ , et aussi un TE long (environ de 90ms). La décroissance du signal domine la différence de densité protonique entre tissus, et le signal est suffisant pour réaliser l'image T_2 , où les tissus sont ordonnés par niveaux de gris croissants en MB, MG, LCS (Figure I.10.c).

Sur l'image pondérée par T_2 , les tissus ayant les T_2 les plus longs apparaissent les plus lumineux, car le moment magnétique transversal (MMT) des voxels de ces tissus décroît moins vite que celui des voxels des tissus ayant des T_2 plus faible. [9]



(a) Image pondérée en ρ

(b) Image pondérée en T_1

(c) Image pondérée en T_2

Figure I.10 : Quelques séquences IRM illustrées sur une coupe de cerveau

Nous remarquons d'après cette figure que les tissus les plus lumineux sur l'image T_1 apparaissent moins lumineux sur l'image T_2 .

I.5 L'IMAGEUR IRM [8],[9]

Le module de balayage IRM (scanner) se compose de quatre composants principaux: l'aimant qui produit B_0 , les bobines de gradients de champ magnétique qui permettent le codage du signal dans l'espace, l'émetteur avec le récepteur de r.f et un calculateur performant qui assure la synchronisation et l'acquisition. Dans ce travail, nous abordons sommairement ces différents composants.

I.5.1 Les aimants

Trois types d'aimants sont utilisés en IRM :

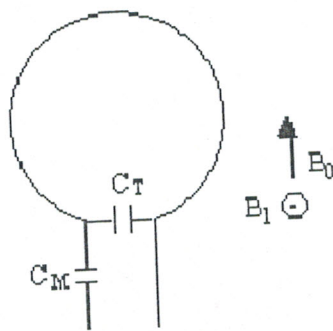
- **Les aimants résistifs** : ils sont constitués de bobines dans lesquelles circule un courant électrique d'intensité très élevée. Cette situation nécessite une consommation importante de courant électrique et entraîne un échauffement considérable par effet Joule.
- **Les aimants permanents** : ils nécessitent aucun courant électrique encore moins un circuit de refroidissement car se sont des aimants construits à partir d'alliages ferromagnétiques, seulement ils posent un problème d'encombrement et de poids. Les premiers appareils commercialisés atteignaient 100 tonnes pour un champ de 0,28 Tesla. Pour ces raisons, les aimants les plus utilisés sur le marché sont les aimants supraconducteurs.
- **Les aimants supraconducteurs** : Leur principe est basé sur la supraconductivité de certains alliages qui à très basse température ($<20^\circ \text{K}$) présentent une résistance nulle. Des courants permanents intenses circulant sans dissipation d'énergie peuvent générer des champs magnétiques plus élevés.

Sur le plan pratique, le fil supraconducteur est constitué de multiples filaments très fins noyés dans une matrice de cuivre. L'hélium liquide est en contact direct avec la surface des fils ce qui assure un bon refroidissement. Ce type d'aimants permet d'atteindre des champs très élevés.

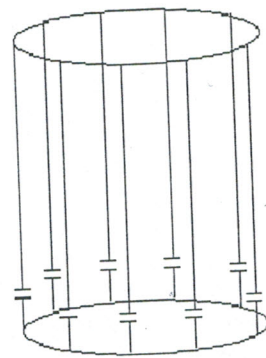
Dans les appareils d'imagerie, la configuration utilisée pour l'aimant est celle d'un solénoïde complété à chaque extrémité par des bobines de plus grand diamètre dont le rôle est d'assurer un champ homogène sur un plus grand volume. L'homogénéité et la stabilité de ces aimants sont supérieures à celle des aimants résistifs.

I.5.2 Les antennes

A l'instant de la spectroscopie RMN, les sondes radiofréquences (r.f) constituent un élément extrêmement important dans les dispositifs d'imagerie, leurs tailles et leurs formes doivent être adaptées au volume étudié. Leurs orientations doit se situer dans le plan XOY et le volume qu'elles voient doit être occupé au maximum par l'élément résonant, c'est pour ça que des antennes spécifiques sont adaptées à chaque organe. Ainsi il existe des antennes tête (diamètre 30cm), des antennes corps entier (diamètre 60cm), et des antennes de surface qui sont de simple spires posées sur l'organe (œil , oreille , articulation , ...).



a- Bobine de surface



b- Antenne en cage de oiseaux
(Antenne « tête » et « corps entier »)

Figure I.11 : Types d'Antennes spécifiques aux organes

Avec C_M est la capacité d'adaptation, C_T la capacité de liaison

Ces sondes peuvent aussi émettre les impulsions RF, mais le plus souvent, les bobines émettrices de la RF ne sont pas celles qui recueillent le signal. Elles peuvent être des simples filtres passe-bande accordés sur une certaine gamme de fréquences.

I.5.3 Bobine de gradient

Les bobines de gradient au nombre de trois paires, génèrent les gradients de champ magnétique statique, se superposant au champ de l'aimant selon les trois directions de l'espace. Elles assurent la sélection des coupes, les codages de phase et de fréquence. Ces bobines sont alimentées par des générateurs qui permettent leur commutation à des cadences très rapides, grâce à des « séquenceurs ». Cette commutation intermittente de champs magnétiques, entraîne des contraintes mécaniques sur l'ensemble de l'aimant, ce qui produit

les bruits caractéristiques du fonctionnement des appareils. Nous représentons dans la figure suivante quelques types de bobines utiles en IRM.

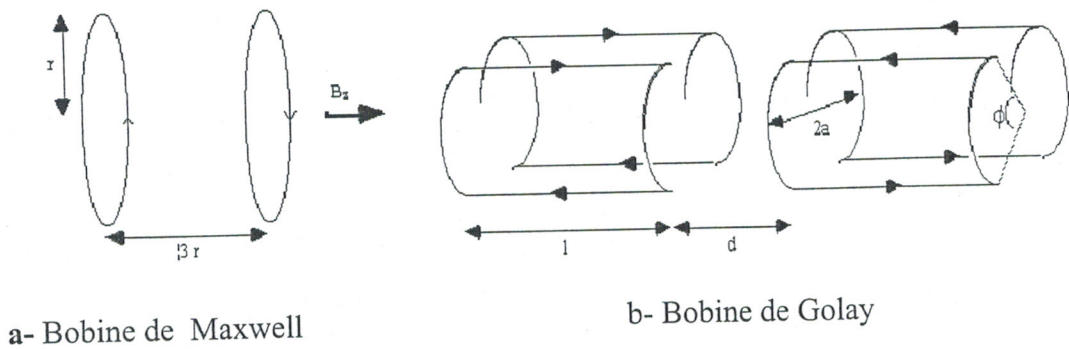


Figure 1.12 : Quelques types des bobines de gradients

1.5.4 Commande et traitement

Toute la commande du module de balayage est manipulée par un ordinateur. La figure suivante montre un schéma synoptique général du module de balayage.

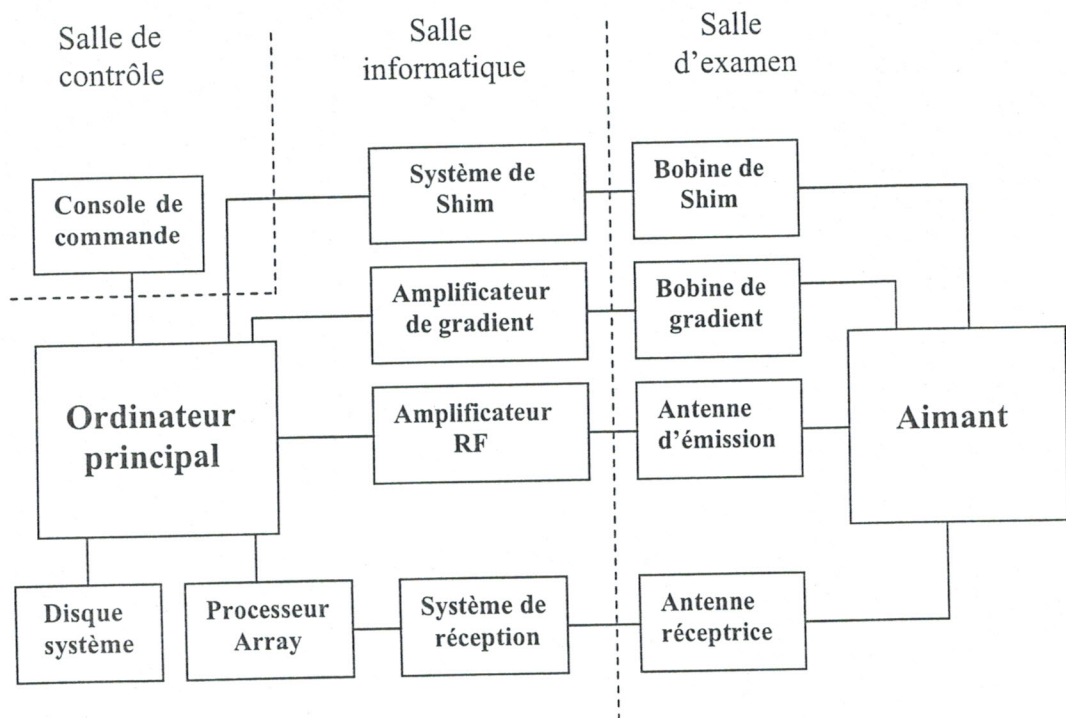


Figure 1.13 : Schéma synoptique d'un module de balayage en IRM.

L'opération de balayage est commandée à partir d'un ordinateur central. Nous aurons une indication sur la forme du gradient et la forme de l'onde r.f. Egalement sont assurées la

synchronisation des différents gradients et la transmission de l'information au générateur d'onde. Les signaux doivent être amplifiés et envoyés aux bobines. Le signal RMN est converti en un signal numérique par un convertisseur analogique digital, ce signal numérique est alors envoyé à un processeur d'image pour une transformation de Fourier. Au terme de ces opérations, l'image reconstruite est affichée sur un moniteur.

1.6 ELEMENTS D'ANATOMIE CEREBRALE

L'imagerie des milieux biologiques vivants exige la présentation, même sommaire, de l'anatomie humaine. Comme dans ce travail nous avons particularisé notre étude sur le cerveau humain, nous présentons dans cette partie une vue d'ensemble du cerveau, en détaillant les structures qui seront utiles pour la compréhension de la suite de ce manuscrit. Pour un traité d'anatomie cérébrale complet, le lecteur pourra avantageusement se référer à [10]. Dans cette partie, les visualisations 3D sont extraites du CD-ROM « Neurofunctional Systems », édité par H.J Kretschmann et W. Weinrich chez Thieme Medical Publishers. [1],[2], [11]

1.6.1 Une vue d'ensemble du cerveau

▪ Point de vue macroscopique

Le cerveau humain est un organe de forme schématiquement ovoïde à grand axe antéro-postérieur, dont le volume moyen est de 1100 cm^3 chez la femme et de 1400 cm^3 chez l'homme, son poids varie de 1400 à 1800 grammes. Il est placé dans la boîte crânienne mais n'est pas directement au contact de la cavité osseuse. Il est situé dans une enceinte liquidienne dont la particularité est d'être à la fois à l'extérieur (les espaces sous-arachnoïdiens) et à l'intérieur du cerveau (le système ventriculaire). Cette enceinte ventriculo-sous-arachnoïdienne est localisée dans l'enveloppe méningée dure qui s'étend du crâne, où elle adhère à l'os, à la colonne vertébrale, où elle est à distance du canal osseux (espace épidual).

▪ Point de vue microscopique

Si l'on examine au microscope une partie du cerveau, on découvre un dense réseau de cellules. La plupart sont des cellules gliales, dont un des principaux rôles est d'assurer la cohésion et l'intégrité physique de la masse cérébrale, tout en fournissant une interface entre les neurones et les vaisseaux. De longues gaines de myéline, issues de la glie et entourant les prolongements neuronaux, sont groupées en faisceaux et constituent la matière (ou substance) blanche. Enfin, les cellules responsables de l'activité proprement dite du cerveau sont les

neurones. Elles sont regroupées à la surface du cerveau sous l'appellation de matière grise, et en profondeur dans les noyaux dit gris. Représentant seulement 1/10ème de la population cellulaire du cerveau, ces neurones sont connectés entre eux et échangent des messages chimiques et des signaux électriques. Les connexions mettent en jeu d'une part les axones, qui propagent l'information émise par le noyau cellulaire, et d'autre part les dendrites, qui reçoivent cette information. Chaque axone est séparé de la dendrite voisine ou du corps cellulaire par l'espace synaptique. La transmission de l'information au niveau de la synapse se fait par des substances chimiques nommés neurotransmetteurs, que la cellule nerveuse libère quand elle est activée par un potentiel électrique dit d'action. Ces neurotransmetteurs activent à leur tour la cellule voisine, donnant ainsi naissance à une réaction en chaîne qui déclenche l'action simultanée des cellules interconnectées.

1.6.2 Etude des structures cérébrales

Selon une classification ontogénique, le cerveau est divisé en quatre parties hiérarchiquement organisées : le télencéphale, le plus élaboré, puis le diencephale, le mésencéphale et le myélocéphale, auquel on ajoute le système ventriculo-sous-arachnoïdien et un réseau vasculaire. Le cerveau est en outre composé de trois matières principales, la matière blanche (MB, gaines de myéline regroupées en faisceaux), la matière grise (MG, constituée d'une population de cellules neuronale) et le liquide cérébro-spinal (LCS), ces trois matières seront nommées par abus de langage tissus cérébraux.

- Le diencephale est situé au centre du cerveau, entre les deux hémisphères cérébraux.
- Le mésencéphale est situé entre le diencephale et le pont.
- Le télencéphale est la région du cerveau la plus développée chez l'homme et est considérée comme le lieu où sont localisées les fonctions supérieures. Il est composé de deux grandes régions, le parenchyme (cortex et substance blanche) et les corps striés.

Le parenchyme

Le cerveau est divisé en deux hémisphères droit et gauche. Sa surface est parcourue de sillons (sulci), qui délimitent de gros plis de substance grise appelés circonvolutions cérébrales ou gyri. Bien que tous les cerveaux humains aient en commun la présence des sillons et de circonvolutions, ils présentent des variations anatomiques. Deux sillons profonds remarquables sont présents sur chaque hémisphère : le sillon central (ou scissure de Rolando), et le sillon latéral (ou scissure de Sylvius). Chaque hémisphère est divisé en quatre aires principales appelées lobes (frontal, pariétal, temporal et occipital), séparés par des scissures

(Figure I.14). Chaque lobe est préférentiellement dédié à une tâche. Ainsi, les lobes occipitaux prennent en charge la vision. Les lobes pariétaux traitent principalement des fonctions liées à la sensibilité (peau, articulations), au mouvement, à l'orientation, au calcul et à certaines formes de reconnaissances. Les lobes temporaux sont affectés à l'interprétation des sons, d'une partie du langage et à certains aspects de la mémoire. Enfin les lobes frontaux se chargent des fonctions cérébrales plus intégrées comme la pensée, et jouent un rôle fondamental dans l'appréciation consciente des émotions.

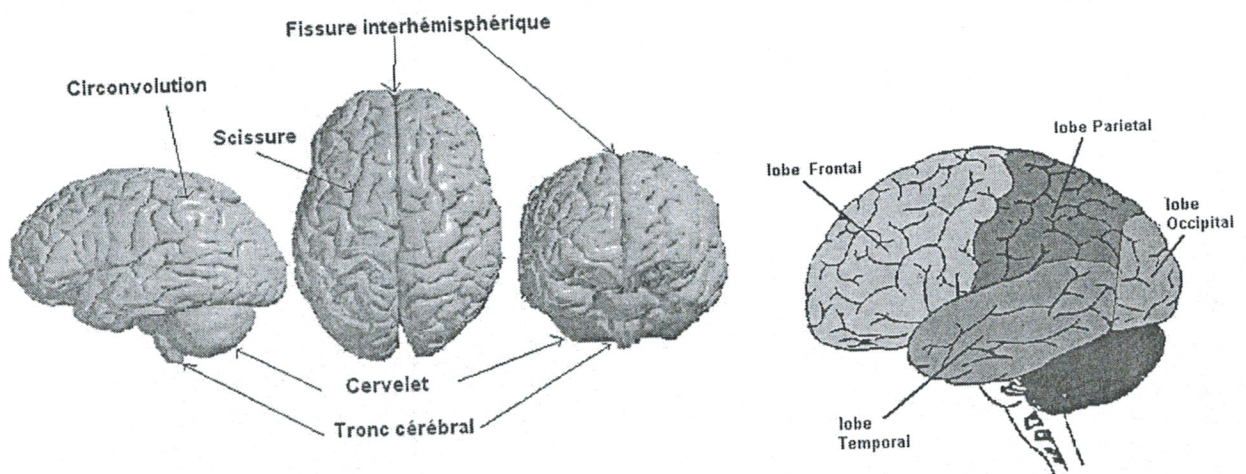


Figure I.14 : Vue d'ensemble du cerveau et délimitation des lobes

Vu en coupe horizontale (ou axiale), le cerveau comporte une couche externe de matière grise d'environ 3 mm d'épaisseur appelée cortex. L'écorce grise recouvre toute la surface extérieure des hémisphères et s'enfonce entre les circonvolutions. Elle est formée de cellules nerveuses disposées en six couches. L'épaisseur et les caractéristiques de ces couches varient selon la région cérébrale. Certaines cellules sont associatives, d'autres réceptrices des sensibilités et des activités sensorielles, d'autres enfin, les plus grandes, sont des cellules motrices. Sur cette disposition laminaire, les connections neuronales se font en colonnes verticales, et en réseau parallèle à la surface. Cette disposition apporte des capacités fonctionnelles complémentaires au niveau des aires motrices, sensibles et sensorielles.

La composition plus interne révèle la présence de matière blanche. Cette dernière occupe l'espace compris entre le cortex, les noyaux gris centraux et les ventricules. On lui distingue plusieurs territoires appelés capsule extrême, capsule interne et centre ovale. La substance blanche contient des fibres nerveuses myélinisées issues des cellules du cortex ou y parvenant. La substance blanche contient aussi, en particulier dans le centre ovale, des fibres d'association intra et inter hémisphériques. Ainsi, certains axones permettent le transfert d'informations d'un hémisphère à l'autre, par l'intermédiaire de commissures (antérieure et postérieure, fornix et corps calleux). D'autres font communiquer deux lobes ou deux gyri dans un même hémisphère. De nombreux axones enfin partent du cortex vers des aires spécifiques du système nerveux central, comme la moelle épinière, en passant par la capsule interne.

La figure (I.15) présente les principales structures évoquées dans les paragraphes précédents sur une coupe axiale.

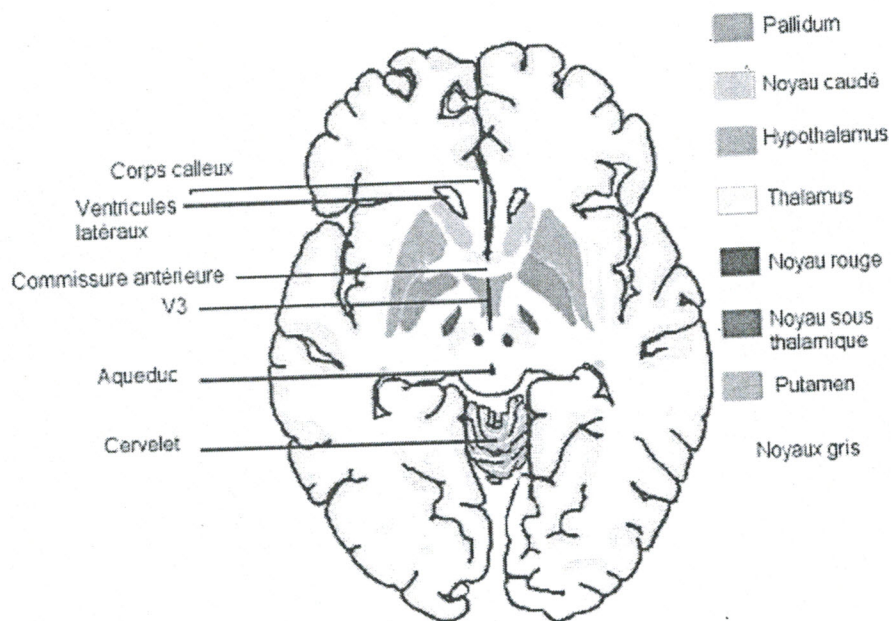


Figure I.15 : Coupe axiale de cerveau

I.6.3 Représentation du cerveau en imagerie médicale

Les images médicales sont généralement visualisées dans trois plans de coupe (frontal, sagittal et axial) représentés sur la Figure (I.16). Ces trois vues permettent de représenter en 3D les structures cérébrales en analysant simultanément leur position sur les coupes correspondantes.

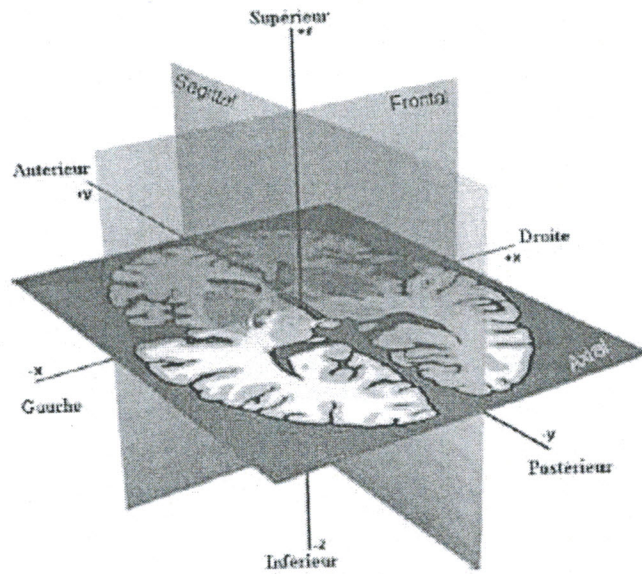
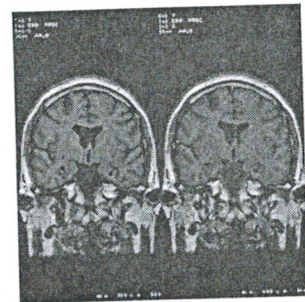
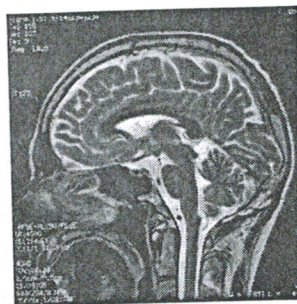
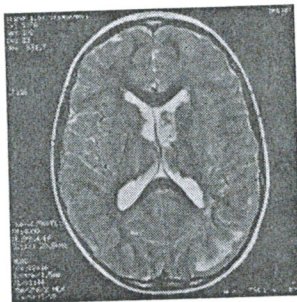


Figure I.16 : Définition des plans de coupe en imagerie médicale

L'imagerie par résonance magnétique est susceptible de fournir, dès l'acquisition des coupes dans ces trois plans. En revanche, les modalités fonctionnelles ne donnent accès qu'indirectement à des coupes axiales. Des vues sagittales et frontales peuvent être reconstruites à partir du volume 3D obtenu après reconstruction.



Chapitre II

Traitement d'Image

II.1 INTRODUCTION

En pleine expansion, le domaine du traitement d'image concerne tous les secteurs d'activité. Les systèmes d'imagerie, depuis la caméra jusqu'aux machines de vision sont de plus en plus performants, de plus en plus miniaturisés, et l'on découvre à peine les progrès qu'il induisent dans le domaine de la santé, avec les équipements médicaux de type endoscopes, échographes, scanners. Dans les secteurs industriels comme le nucléaire ou la pétrochimie, l'imagerie est présente. Des robots de la vision permettent d'effectuer des opérations dans des lieux où l'homme ne peut pas pénétrer, nous citons à titre d'exemple les lieux où règne une haute température ou bien un milieu de radiation élevée. Egalement dans le domaine de la production industrielle, nous disposons des machines de vision intégrées permettant le comptage et le tri des objets. De plus, les évolutions spectaculaires des moyens numériques ouvrent régulièrement de nouvelles perspectives et élargissent de façon significative le champ d'investigation pour des nouvelles techniques.

L'image reste aujourd'hui encore un sujet difficile et les solutions actuelles ne permettent pas toujours de résoudre de manière satisfaisante de nombreux problèmes importants. [12]

L'analyse d'image par ordinateur passe par une hiérarchisation des problèmes. Nous faisons généralement la distinction entre **les traitements de bas niveau et les traitements de haut niveau**. Les premiers opèrent, en général sur les grandeurs calculées à partir des valeurs attachées à chaque point de l'image sans faire nécessairement la liaison avec la réalité qu'elle représente. Tandis que les seconds s'appliquent à des entités de nature symbolique associées à une représentation de la réalité extraite de l'image. [13]

Usuellement, le processus d'analyse d'image est donné par le schéma synoptique suivant :

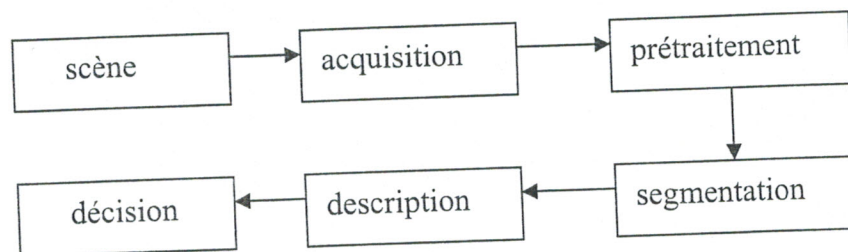


Figure II.1 : schéma de processus d'analyse

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la partie bas niveau et plus particulièrement la phase de segmentation destinée à extraire la forme d'un objet présent dans une image. Cette phase constitue une étape fondamentale dans le traitement et l'analyse d'image.

II.2 FILTRAGE ET PRETRAITEMENT

L'image à traiter comporte une grande quantité de données mais généralement cette image est bruitée par des pixels indésirables qui pourraient modifier l'information utile.

Généralement le bruit d'image est considéré comme un champ aléatoire centré additif qui peut provenir soit du dispositif d'acquisition (influences magnétiques...) soit de la scène elle-même (lumière parasite...).[14], [15]

Les méthodes de segmentations sont souvent très sensibles au bruit. Pour cela il est nécessaire de faire précéder l'algorithme de segmentation par une étape de filtrage ou de restauration, cette dernière permet de récupérer l'image correcte en connaissant ou en estimant les imperfections du dispositif.

Le filtrage (ou lissage local) consiste à diminuer ou supprimer le bruit de manière indépendante du dispositif d'acquisition en étudiant, pour chaque pixel, les valeurs d'intensité sur son voisinage. Cette première étape a pour but d'améliorer au maximum l'image afin que le traitement suivant soit optimal en temps de calcul et en qualité. [16]

L'étape de prétraitement a deux objectifs :

- augmenter le rapport signal sur bruit S/B.
- accroître la corrélation spatiale dans les images

Pour leur importance dans cette phase de traitement, nous définissons dans ce qui suit trois types de filtres : les filtres linéaires, non linéaires et adaptatifs.

II.2.1 Filtres linéaires

Une première classe d'approche est basée sur la redondance d'informations. La nouvelle valeur d'un pixel est calculée par moyennage des valeurs sur un voisinage. Cette opération linéaire peut être vue comme la convolution discrète de l'image par un masque. En effet, l'image filtrée J est obtenue par l'équation de convolution selon l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 J[i, j] &= \sum_m \sum_n M[m, n] I[i - m, j - n] \\
 &= \sum_m \sum_n I[m, n] M[i - m, j - n]
 \end{aligned}
 \tag{II.1}$$

Où M est le masque du filtre.

a- Filtre moyennneur

Ce filtre calcule la moyenne de niveaux de gris situés dans une fenêtre carrée. Puis, il remplace la valeur du pixel central par cette moyenne.

Le masque de ce filtre est :
$$M = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

b- Filtre moyennneur pondéré

Il est basé sur le même principe que celui du filtre moyennneur mais dans ce cas il s'agit d'une opération de lissage en 5 points, 9 points etc...

▪ Le masque de lissage en 5 points :
$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

▪ Le masque de lissage en 9 points :
$$M = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Les filtres linéaires sont simples mais ils introduisent un phénomène de flou qui altère parfois de façon dramatique les informations utiles. C'est pourquoi les algorithmes non linéaires ont été développés.

II.2.2 Filtres non linéaires

La différence entre les deux catégories de filtres réside dans le fait que les filtres linéaires calculent la valeur du pixel central en fonction de sa valeur initiale et de celle de ces proches voisins. Par contre les filtres non linéaires sélectionnent la valeur d'un seul pixel appartenant à la fenêtre d'analyse. Nous nous intéressons à trois variétés de ce filtre.

a- Filtre médian

Le filtre médian consiste à définir le vecteur de données de la fenêtre en cours, trier ces éléments par ordre croissant ou décroissant et enfin prendre le pixel médian qui se trouve au milieu du vecteur de données.

b- Filtre maxmédian

Le maxmédian fait partie de la famille des filtres multi étages où :

- Le premier étage agit directement sur la fenêtre d'analyse formée de plusieurs filtres médians agissant dans les directions horizontale, verticale et diagonale.
- Le deuxième étage traite la sortie des filtres médians en sélectionnant le maximum des valeurs obtenues.

c- Filtre gaussien

Le filtre gaussien est équivalent à un processus de diffusion linéaire homogène isotrope. Pour cela, nous appliquons l'équation $\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(g\nabla u)$, soit, en choisissant $g \equiv 1$,

$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$. Pour résoudre cette équation nous ajoutons la condition initiale $u(x, y, 0) = I(x, y)$,

nous obtenons la solution unique. [17]

$$u(x, y, t) = \begin{cases} I(x, y) & \text{si } t = 0 \\ (K_\sigma * I(x, y)) & \text{si non} \end{cases} \quad \text{II.2}$$

Où K_σ est la gaussienne d'écart type σ , * est l'opérateur de convolution.

Non seulement cette solution est unique, mais en plus elle dépend continûment de l'image initiale I et l'échelle des valeurs de I est préservée, c'est-à-dire $\inf_{R^2} I \leq u(x, y, t) \leq \sup_{R^2} I$.

Visuellement, l'image obtenue est plus floue, les zones sont plus unies. L'utilisation de la convolution avec une gaussienne limite l'intérêt de ce type de filtrage : comme le lissage est le même en tout point, les structures d'intérêt de petite taille, comme les contours, ont tendance à disparaître aussi bien que le bruit. De plus, ce processus peut être instable : les contours peuvent se séparer ou fusionner, ce qui rend impossible un suivi dans un espace d'échelle.

Ce genre de filtres est bien adapté pour éliminer le bruit 'sel & poivre', ou bruit impulsif. L'action de ce genre de filtres est de garder en même temps les transitions entre régions.

II.2.3 Filtre adaptatif

Ce filtre est composé d'un étage décisif et d'un étage de filtrage. Son principe est d'ajuster les coefficients, d'un opérateur à chaque situation, lorsque la fenêtre est dans une région bruitée par des pixels impulsifs ou lorsqu'elle transite entre deux régions.

a- Filtre de Wiener

C'est un filtre adaptatif passe bas, spécialement conçu pour les images fortement bruitées. Ce filtre cherche à retrouver une image aussi proche que possible de l'original.

$$\mu = \frac{1}{NM} \sum_{i,j \in \eta} I[i,j] \quad \text{II.3}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{NM} \sum I^2[i,j] - \mu^2 \quad \text{II.4}$$

Où μ : la moyenne des éléments de la fenêtre.

σ^2 : la variance.

η : la taille de la fenêtre.

Le filtre s'applique suivant cette relation :

$$J[i,j] = \mu + \left(\frac{\sigma^2 - \sigma_n^2}{\sigma^2} \right) (I[i,j] - \mu) \quad \text{II.5}$$

Où σ_n^2 : la variance du bruit.

II.2.4 Application

En guise d'application de la précédente théorie, nous proposons le traitement d'une image particulière. Cette image est acquise par le biais d'un imageur IRM avec un champ de polarisation de 0,35 T. L'image présente une coupe axiale effectuée dans le cerveau, elle présente une pathologie bien déterminée. Quant à sa taille, elle est de 256×256.

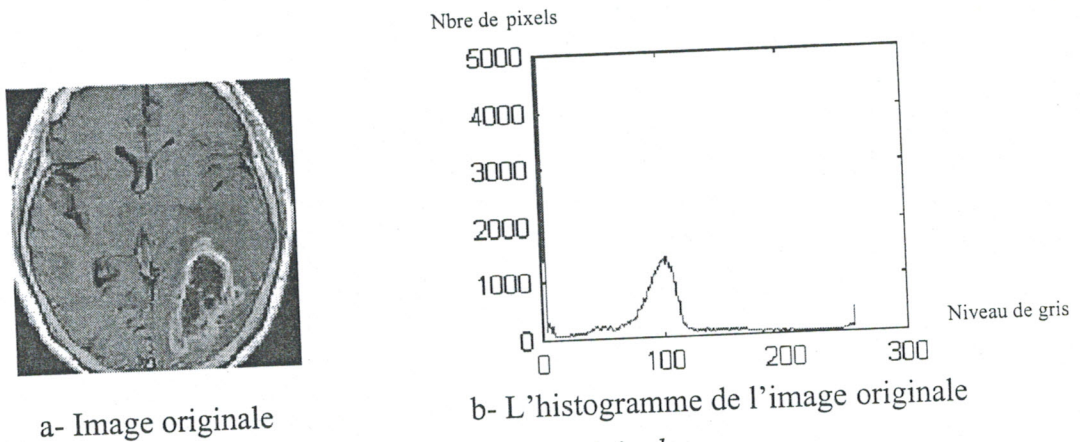


Figure II.2 : L'image originale

La figure (II.2) nous indique l'image originale que nous allons traiter. La représentation de cette image est faite par des niveaux de gris dont l'intensité lumineuse varie de 0 à 255 ; nous la représentons également par son histogramme.

Cette image correspond à une coupe axiale effectuée dans la zone supérieure crânienne du cerveau (Fig II.2). Nous distinguons les deux hémisphères symétriques droite et gauche ; le tout est bordé par un contour régulier et apparemment sain. Nous observons également une morphologie et une texture normales de l'hémisphère gauche. Par contre l'hémisphère droit présente un contour dont le niveau de gris est normalement bas par rapport aux autres zones. Cette anomalie est cataloguée parmi les pathologies bien spécifiques ; les spécialistes l'interprètent par conséquent comme une tumeur maligne. Son action est néfaste car elle attaque les zones vitales contenant les fonctions de compréhension et d'intelligence. Généralement l'objectif du praticien est d'avoir des diagnostics de plus en plus précis. Cette précision du diagnostic est indubitablement liée à la qualité de l'image. Pour répondre à cet objectif, il est impératif d'affiner et de délimiter la zone pathologique en minimisant les discontinuités par filtrage spatial. En d'autres termes notre tâche consiste à éliminer le bruit sous ses formes multiples. Dans ce travail de simulation, nous considérons deux types de bruit ; les plus fréquemment rencontrés, le bruit gaussien et le bruit impulsionnel. L'image originale sera contaminée dans une première étape par le bruit gaussien, ensuite par le bruit impulsionnel. Nous étudions l'effet d'une panoplie de filtres pour chaque type de bruit afin d'apprécier l'efficacité de chacun de ces filtres : filtre médian et filtre gaussien. Par la suite nous considérons l'action conjuguée de la combinaison des deux précédents filtres.

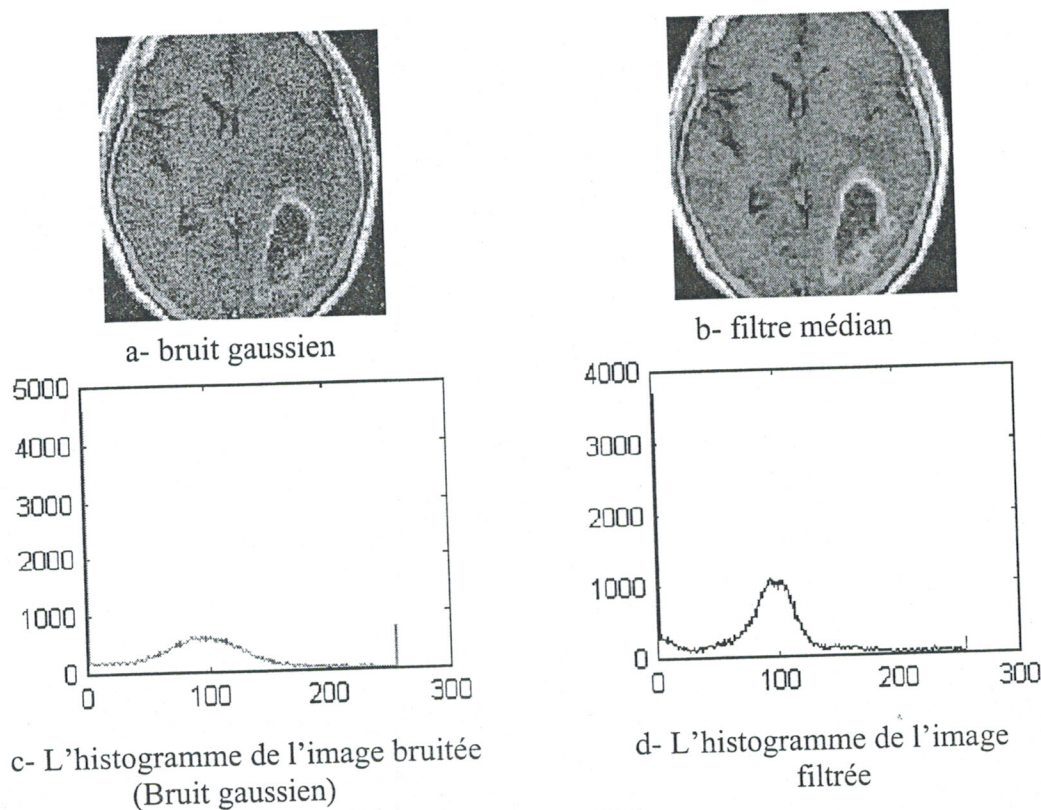


Figure II.3

Action du filtre médian

Dans la figure II.3, nous présentons notre image de référence que nous considérons comme idéale et nous l'attaquons par un bruit gaussien dont la particularité est sa densité spatiale relativement élevée. En effet ce type de bruit est présent sur l'ensemble des zones de l'image avec une répartition très serrée, l'image se trouve donc assombrie. En appliquant le filtre médian nous constatons une élimination partielle du bruit sans que l'image soit pourtant lisse. Pour étayer ces constatations nous traçons les différents histogrammes notamment l'histogramme concernant l'image dans ses versions originales, bruitée et filtrée (Figure II.4). L'autre étape de ce travail de simulation consiste à considérer la même image mais cette fois-ci elle est noyée dans un bruit impulsionnel (Figure II.5). Ce type de bruit est présent sur l'ensemble des zones de l'image mais avec une distribution spatiale très lâche comparativement au bruit gaussien. La tâche du filtre médian se trouve très aisée. Ce type de filtre améliore considérablement le lissage de l'image. En d'autres termes l'action du filtre se traduit physiquement par l'élimination des hautes fréquences dans l'image. L'histogramme de l'image filtrée en est la meilleure preuve, (Figures II.5.d et II.6)

Action du filtre gaussien

Nous poursuivons notre étude sur l'effet des filtres sur les images perturbées par le bruit gaussien et le bruit impulsionnel. Dans cette partie nous considérons l'action du filtre gaussien. En effet nous présentons par le biais de la figure (II.7.a) l'image du cerveau contaminé par le bruit gaussien ; nous en avons déjà défini certaines de ces spécificités. Le même travail est exécuté en considérant le bruit impulsionnel (figure II.9). Nous remarquons que le bruit gaussien, à l'inverse du bruit impulsionnel, perturbe toutes les régions de l'image. De ce fait le bruit gaussien assombrit davantage l'image. L'action du filtre gaussien se trouve fortement compromise. L'histogramme correspondant (figures II.8 et II.10) est très révélateur.

Action conjointe des filtres médian et gaussien

Dans une dernière étape de ces simulations nous proposons une action conjointe du filtre médian et du filtre gaussien. L'image de référence est perturbée par le bruit impulsionnel puis par le bruit gaussien (figures II.11, II.12).

L'intérêt de ce travail est de conjuguer l'effet des deux filtres médian. Tandis que le filtre gaussien permet de diffuser les pixels qui se situent à la frontière de chaque objet. Pour quantifier l'action de chaque filtre nous dressons le tableau des différentes valeurs du *PSNR*.

<i>Type du bruit</i>	<i>PSNR (dB) Filtre médian</i>	<i>PSNR (dB) Filtre gaussien</i>	<i>PSNR (dB) Filtre médian (gaussien ($\sigma=1$))</i>
Bruit sel et poivre	79.5056	72.9987	79.8512
Bruit gaussien	74.0674	73.8326	74.7829

Nous voyons clairement que ces valeurs confirment les précédentes constatations.

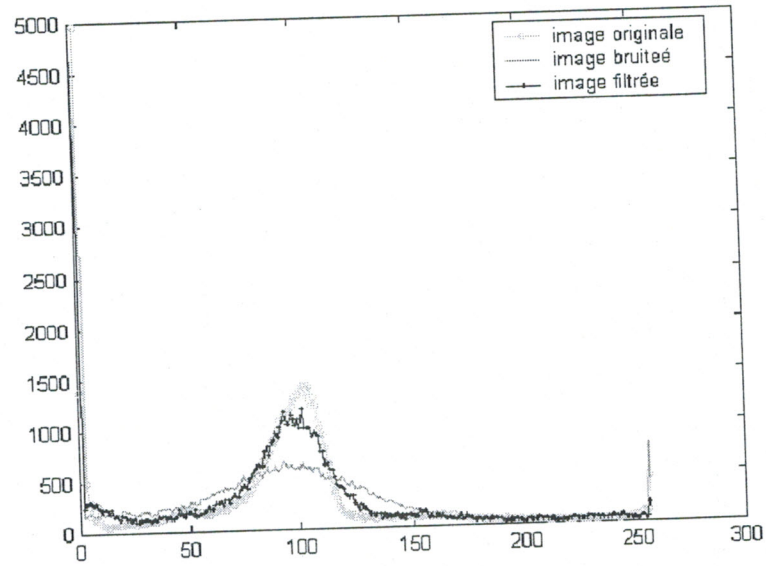
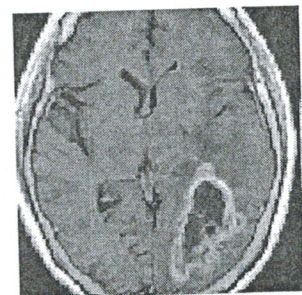


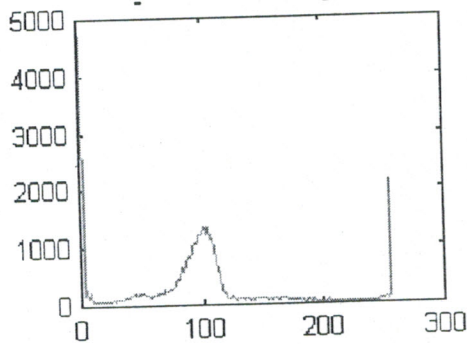
Figure II.4 : comparaison des trois histogrammes



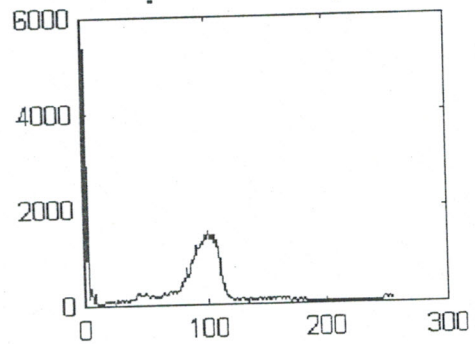
a- Bruit sel et poivre



b- filtre médian



c- L'histogramme de l'image bruitée (Bruit sel et poivre)



d- L'histogramme de l'image filtrée

Figure II.5

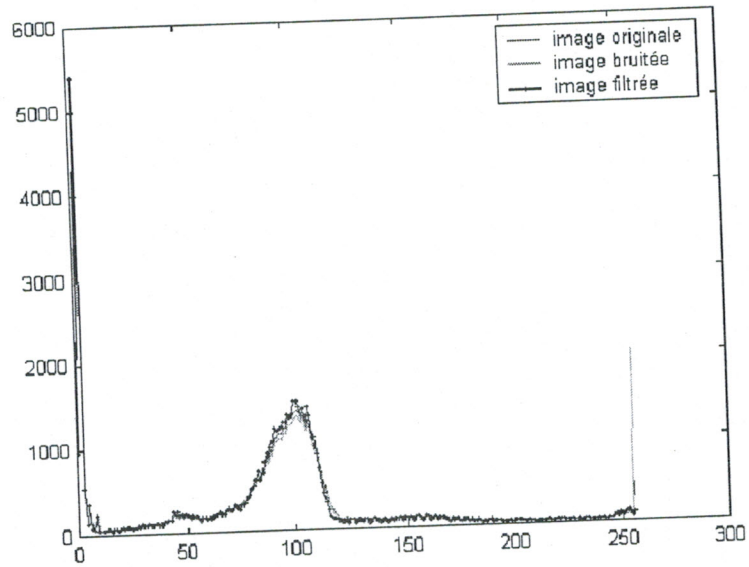
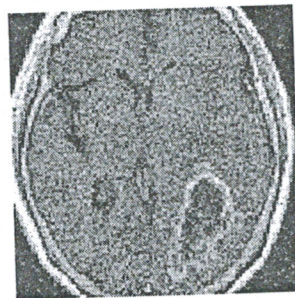
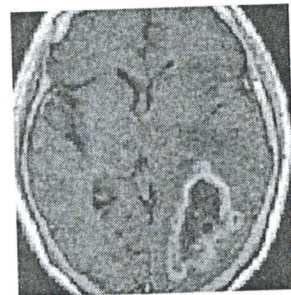


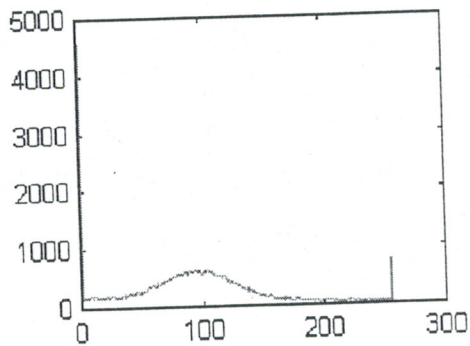
Figure II.6 : comparaison des trois histogrammes



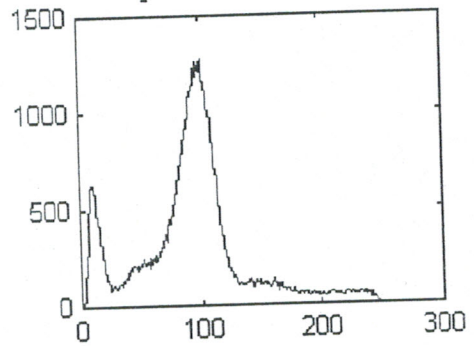
a- Bruit gaussien



b- Filtre gaussien ($\sigma=1$)



c- L'histogramme de l'image bruitée (Bruit gaussien)



d- L'histogramme de l'image filtrée

Figure II.7

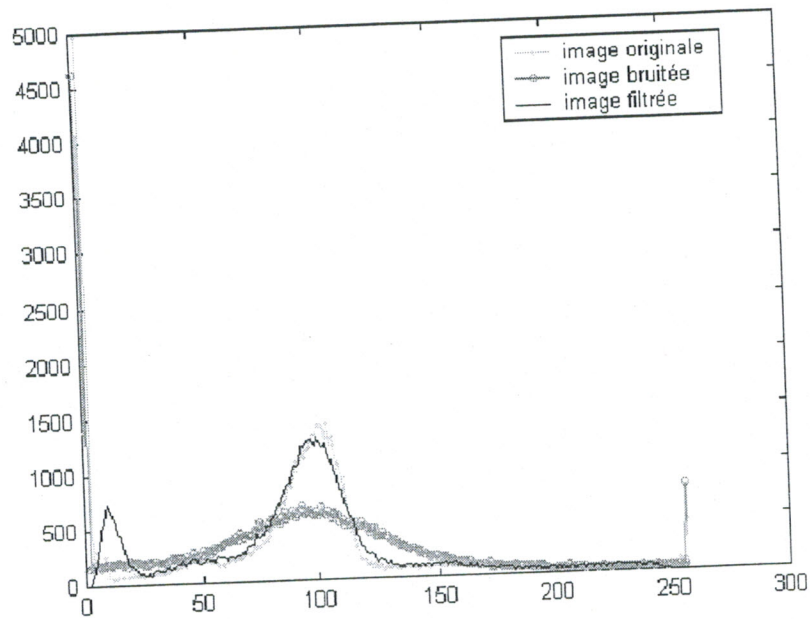


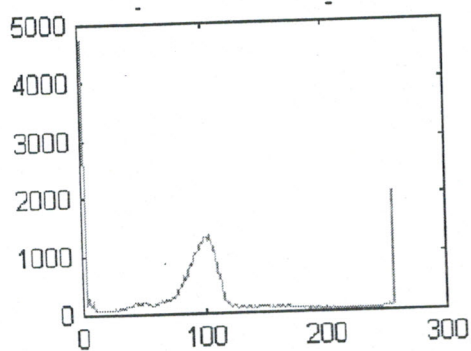
Figure II.8 : comparaison des trois histogrammes



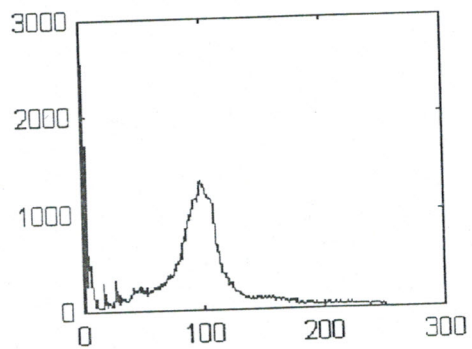
a- Bruit sel et poivre



b- Filtre gaussien ($\sigma=1$)



c- L'histogramme de l'image bruitée (Bruit sel et poivre)



d- L'histogramme de l'image filtrée

Figure II.9

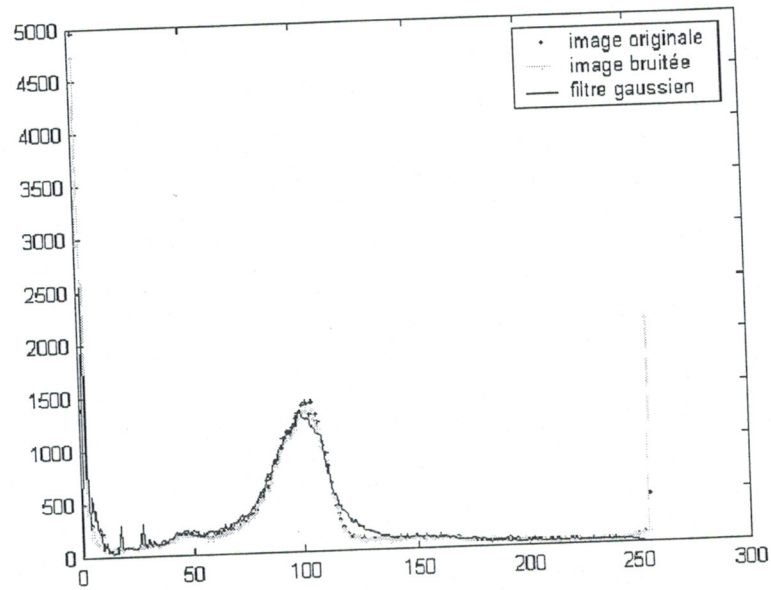
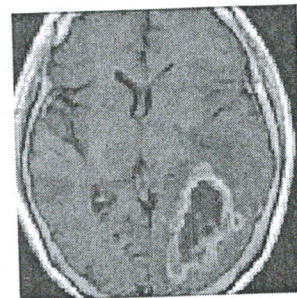


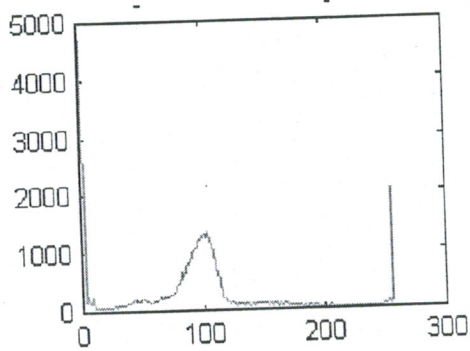
Figure II.10 : comparaison des trois histogrammes



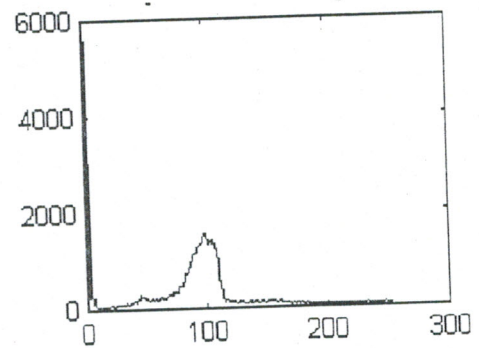
a- Bruit sel et poivre



b- Filtre médian suivi d'un filtre gaussien ($\sigma=1$)



c- L'histogramme de l'image bruitée (Bruit sel et poivre)



d- L'histogramme de l'image filtrée

Figure II.11

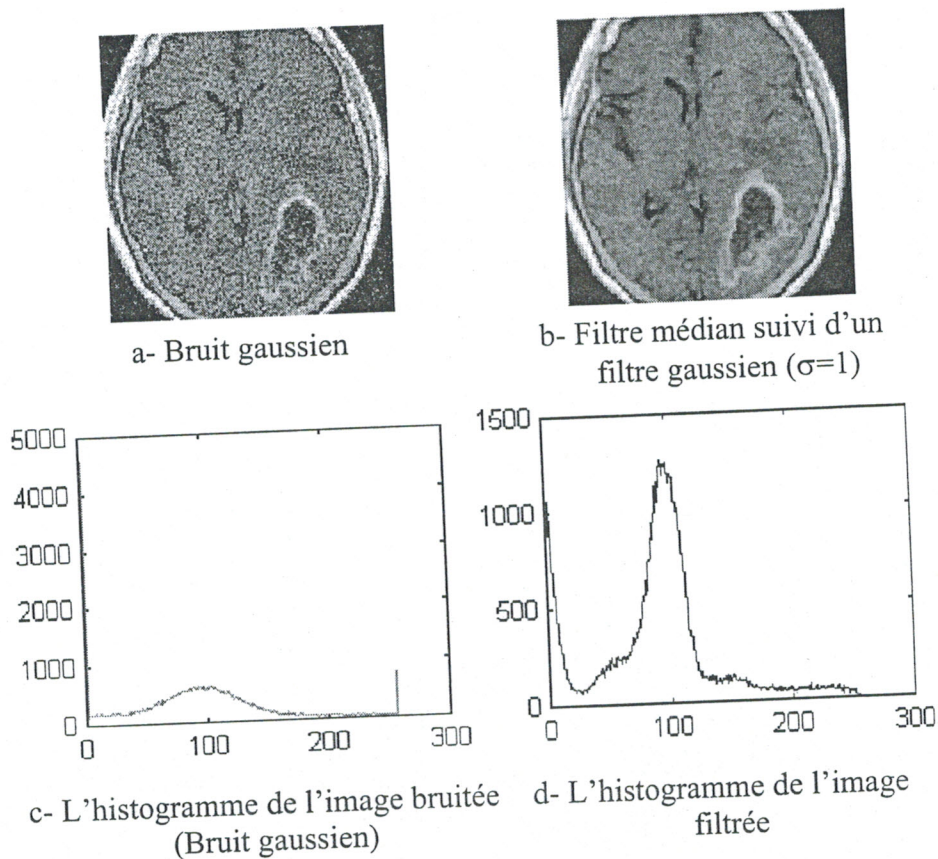


Figure II.12

II.3 SEGMENTATION

La segmentation est un traitement de bas niveau qui consiste à créer une partition de l'image observée en un certain nombre de régions. Après cette étape, nous pouvons introduire un traitement sectoriel de différentes manières. Il n'y a pas de méthode unique ni de règle générale de segmentation d'une image. En effet, ceci est dû à la diversification des différentes structures d'une image. Le choix d'une technique de segmentation est lié à plusieurs facteurs comme : la nature de l'image, les conditions d'acquisition (bruit), les primitives à extraire (contours, textures, ...) et bien évidemment les contraintes d'exploitation (fonctionnement en temps réel, type, mémoire vive et physique disponible). Du fait de cette diversité, il est très difficile d'arrêter un critère du choix d'une bonne segmentation. [12], [18]

La segmentation faite souvent référence aux notions de différence et de similarité comme les perçoit le système visuel humain. Ainsi nous aurons nécessairement deux approches couramment qualifiées par :

- L'approche contour.
- L'approche région.

II.3.1 Approche contour classique

L'approche locale de détection de contours consiste à balayer l'image avec une fenêtre définissant la zone d'intérêt. A chaque position, un opérateur est appliqué sur les pixels de la fenêtre afin d'estimer s'il y a une transition significative au niveau de l'attribut choisi. A partir des pixels susceptibles d'appartenir à un contour, il faut ensuite extraire des contours fermés et squelettisés.

Pour une image sans texture, un pixel contour est souvent défini comme un maximum local du module du gradient dans la direction du gradient, ou encore comme un passage par zéro de la dérivée seconde dans cette même direction. Comme les opérateurs de dérivation sont très sensibles au bruit, des images bruitées doivent être préalablement lissées. Un grand nombre d'opérateurs gradient ont été proposés, ils se distinguent entre eux principalement par le choix du filtre de lissage. [19]

Soit $I(x, y)$ la valeur au pixel (x, y) d'une image brute ou lissée. Les approximations discrètes des premières dérivées partielles contenues sont les différences suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial x} I(x, y) = \Delta_x * I(x, y) = I(x+1, y) - I(x, y) \quad \text{II.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} I(x, y) = \Delta_y \otimes I(x, y) = I(x, y+1) - I(x, y) \quad \text{II.7}$$

Où les symboles $*$ et \otimes signifient respectivement la convolution dans les directions horizontale et verticale. Les deuxièmes dérivées partielles dans ces mêmes directions sont approchées par les relations suivantes :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} I(x, y) = \Delta_x^2 * I(x, y) = I(x+1, y) - 2I(x, y) + I(x-1, y) \quad \text{II.8}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} I(x, y) = \Delta_y^2 \otimes I(x, y) = I(x, y+1) - 2I(x, y) + I(x, y-1) \quad \text{II.9}$$

Les masques de convolution correspondant sont présentés dans la figure suivante

(Figure II.13)

$$\Delta_x = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \Delta_y = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \Delta_x^2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_y^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Delta_x^2 + \Delta_y^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Figure II.13 : Les masques de convolution réalisant les approximations discrètes des dérivées contenues

II.3.1.1 Opérateur différentiel du premier ordre

Ces méthodes consistent à estimer le modèle du gradient en chaque pixel de l'image :

$$|\nabla I(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial x} I(x, y)\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} I(x, y)\right)^2} \quad \text{II.10}$$

Les deux masques de convolution correspondent aux directions verticale et horizontale. Pour atténuer le bruit, ces masques comportent souvent un certain lissage de l'image.

Le calcul de l'équation précédente nous donne une image de puissance de contour, où une valeur élevée indique une forte probabilité de présence d'un contour, et où les maxima locaux suggèrent la localisation la plus probable. [20]

a- Opérateurs simples

Plusieurs opérateurs gradient simples basés sur les approximations discrètes des dérivées de premier ordre données par (II.6) et (II.7) ont été proposés. Quelques masques classiques sont illustrés dans la figure (II.14).

- **Roberts** : Les masques de Roberts [21] sont des versions de Δ_x et Δ_y ayant subi une rotation de -45° . Ce sont de simples différences de niveaux de gris, sans aucun lissage.
- **Prewitt** : La méthode de Prewitt [22] consiste à calculer la différence des valeurs moyennes de chaque coté du pixel central dans les directions verticale et horizontale. Le moyennage rend la méthode plus robuste au bruit.
- **Sobel** : L'opérateur de Sobel [23] se distingue de celui de Prewitt en donnant plus d'influence aux plus proche pixel de chaque coté du pixel central, ce qui a pour

effet de réduire un peu le lissage, mais aussi d'améliorer légèrement la précision de localisation.

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \\
 \text{(a)} & \text{(b)} & \text{(c)}
 \end{array}$$

Figure II.14 Masques de convolution des opérateurs

(a).Roberts, (b).Prewitt et (c).Sobel

Ces opérateurs peuvent donner des résultats acceptables sur des images peu bruitées, mais il existe des méthodes beaucoup plus performantes.

b- Opérateurs optimaux

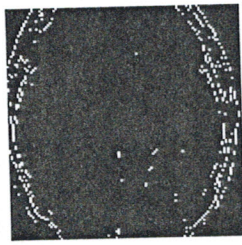
L'opérateur de Sobel introduit une pondération au niveau des moyennes locales calculées de chaque coté du pixel central. Plusieurs travaux ont cherché à optimiser cette pondération. Canny, en 1983, a postulé trois critères pour une bonne détection de contours [24] :

- 1- Robustesse au bruit
- 2- Bonne localisation
- 3- Faible multiplicité des maxima dus au bruit.

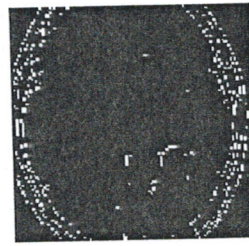
II.3.1.2 Application

Les résultats obtenus par l'approche frontière de l'image qui a été traitée par un filtre médian suivi d'un filtre gaussien sont présentés par la figure suivante:

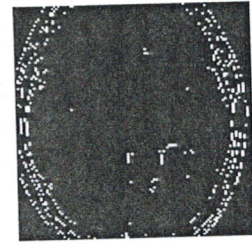
En appliquant les méthodes dérivatives basées sur les opérateurs simples tels ceux de Roberts, Prewitt, Sobel, nous constatons clairement que seulement les extrémités de la coupe axiale du cerveau (représentant l'image médicale) peuvent être segmentés. Ceci est du principalement à la qualité de l'image médicale qui présente un bruit très important, d'où l'impossibilité de distinguer nettement entre les régions de l'image : Image sombre et contraste faible).



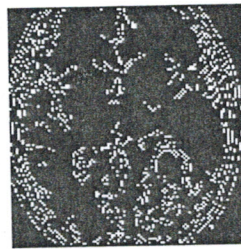
a- Opérateur de Roberts



b- Opérateur de Prewitt



c- Opérateur de Sobel



d- Opérateur de Canny

Figure II.15

L'amélioration apportée par l'opérateur optimal de Canny à la segmentation des contours prouve toute son efficacité en l'appliquant à l'image médicale. Les critères de cet opérateur cité précédemment permettent assurément la détection des contours de l'image.

Malgré ces constatations les résultats apportés par ces opérateurs restent encore insuffisants et imparfaits et nécessitent davantage d'amélioration parce que les images médicales portent un bruit très important.

II.3.2 Approches régions [25]

Les méthodes de segmentation par l'approche région sont nombreuses. Elles consistent à rechercher des ensembles de pixels qui possèdent des propriétés communes. Les parties connexes de ces ensembles constituent les régions. Le choix des propriétés étudiées est déterminé par les critères de segmentation. Parmi ces méthodes, nous pouvons citer la croissance de région et la phase de division.

II.3.2.1 Formalisme

Les méthodes de segmentations par l'approche régions fondées sur des critères d'homogénéité peuvent être résumées par le formalisme suivant, qui consiste à construire une partition de régions homogènes :

Définition : soit I une image et A une partition de I constituée de sous-ensembles connexes.

$$A = R_1, R_2, R_3, \dots, R_n \text{ avec } R_i \neq \emptyset \text{ et } R_i \text{ connexes, } (\forall i = 1 \dots n) \quad I = \bigcup R_i, (\forall i = 1 \dots n)$$

Soit P un prédicat d'homogénéité sur un ensemble de pixels. Alors A est une segmentation de I , selon le prédicat P , ssi :

1. $P(R_i) = \text{vrai}, \forall i = 1 \dots n$
2. $P(R_i \cup R_j) = \text{faux}, \forall i \neq j$ tels que R_i et R_j sont adjacents.

II.3.2.2 Croissance de régions et agrégation

La méthode de croissance de régions est une méthode de fusion. L'image est initialement décomposée en primitives « régions » (une région pouvant être composée d'un seul pixel). Celles-ci sont ensuite regroupées de manière itérative selon un ou plusieurs critères de similarité, jusqu'à ce qu'il n'y ait pas de fusion possible. Nous pouvons distinguer deux sous-méthodes qui consistent soit à procéder itérativement par agrégation de pixels, soit par regroupement itératif d'ensembles de pixels.

II.3.2.3 Phase de division

L'image doit être de dimension $N \times N$ ($N = 2^m$). Le principe est de partitionner progressivement l'image en région, en se basant sur un critère d'inhomogénéité jusqu'à ce qu'on a plus de division possible. Nous nous intéressons dans cette phase à la technique de l'arbre quaternaire ou quadtree, c'est une structure utilisée pour la segmentation d'image en niveau de gris [19]. La figure suivante montre l'algorithme de division d'une image binaire :

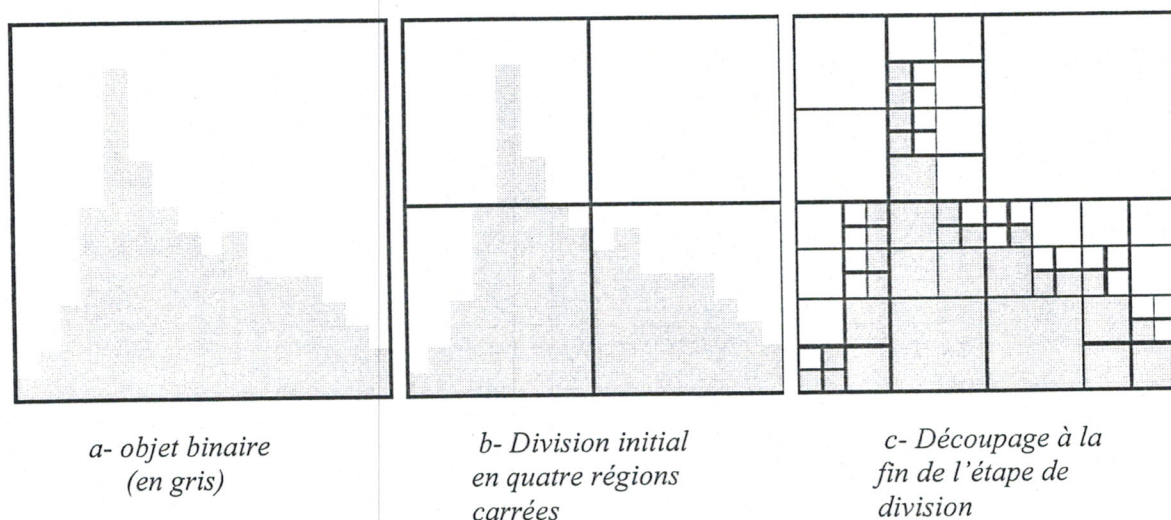


Figure II.16 : Principe de division récursif du quad-tree

Dans cet algorithme, nous considérons l'image initiale comme étant une seule région R_1 , ensuite nous calculons la mesure d'inhomogénéité $E(R_1)$ qui est donnée par la formule suivante :

$$E(R_1) = \frac{1}{\text{card}(R_1)} \sum_{x_i \in R_1} [g(x_i) - \mu(R_1)]^2 \quad \text{II.11}$$

Avec :

$g(x_i)$: Le niveau de gris du pixel x_i

$\mu(R_1)$: La moyenne des niveaux de gris de R_1

$\text{card}(R_1)$: Le cardinale ou le nombre de pixels de R_1

La moyenne est donnée par l'expression suivante :

$$\mu(R_1) = \frac{1}{\text{card}(R_1)} \sum_{x_i \in R_1} g(x_i) \quad \text{II.12}$$

La décision de division revient au prédicat d'uniformité $P(R_1)$. Cette décision s'obtient en comparant $E(R_1)$ par un seuil T (seuil de décomposition) comme le montre la relation suivante :

$$\begin{cases} P(R_1) = \text{vrai} & \text{si } E(R_1) < T \\ P(R_1) = \text{faux} & \text{si non} \end{cases}$$

$P(R_1) = \text{vrai}$: indique que R_1 est homogène.

$P(R_1) = \text{faux}$: indique que R_1 doit être divisé.

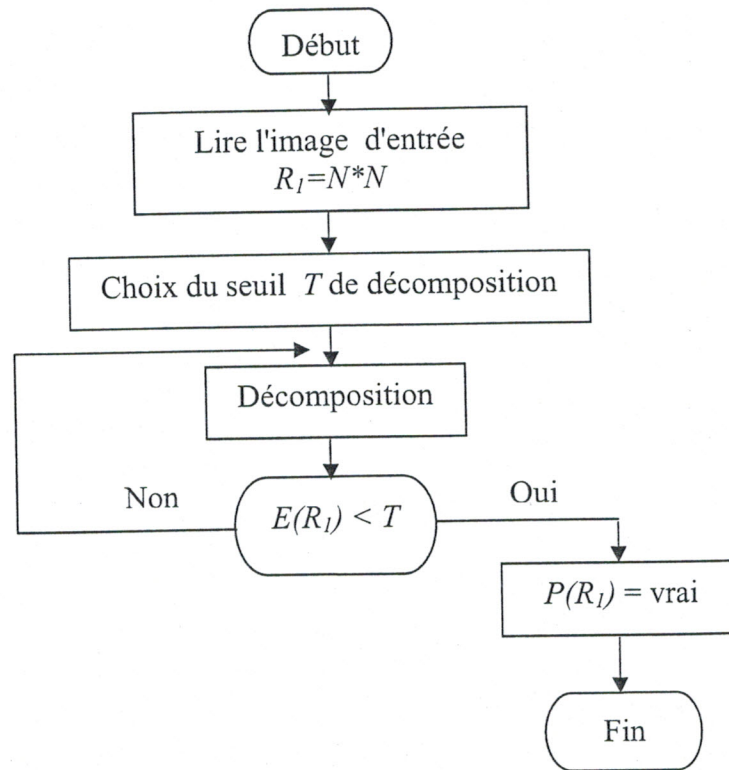


Figure II.17 : L'algorithme de quad-tree

II.3.2.4 Application

L'image à segmenter est attaquée par un bruit impulsionnel, et subit l'opération de filtrage (filtre médian suivi d'un filtre gaussien). Nous la segmentons par la méthode de quadtree.

L'application de cette méthode pour différents seuils de décomposition nous montre que pour un seuil appartenant à l'intervalle de $[0,04 ; 0,08]$ la détection de la pathologie apparaît clairement. La figure (II.18.c) illustre les résultats obtenus pour un seuil de décomposition égale à 0,05.

L'inconvénient majeur de cette méthode est que le choix du seuil de décomposition est très difficile. D'autre part et que le jugement sur l'utilisation d'un seuil reste arbitraire et basée seulement sur des constatations. Un autre problème relié à cette méthode réside sur le chevauchement d'informations contenues dans les images médicales. La localisation des frontières des régions de l'image se révèle alors très difficile (figure II.18. c).



a- L'image originale

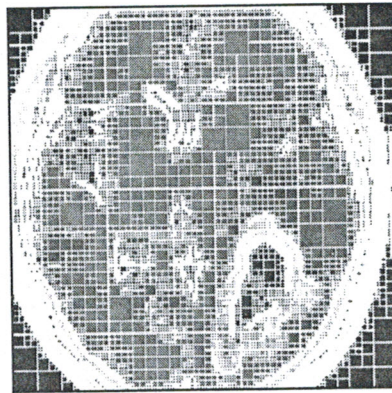
b- Filtre médian suivi d'un filtre gaussien ($\sigma=1$)c- Image segmenté par Quadtree ($T=0.05$)

Figure II.18

Seuil T	0.01	0.02	0.04	0.05	0.06	0.08	0.09	0.1	0.2	0.3
Nombre de blocs	42208	31906	22282	19447	17317	13978	12616	11530	5107	2359

L'application de cet algorithme de segmentation nécessitait un temps de calcul élevé du à la complexité algorithmique. Notre contribution effective apportée à cet algorithme de segmentation a consisté principalement en la diminution du temps de calcul. En effet, nous avons pu aboutir à une convergence de l'algorithme pour une durée de 5 secondes. En revanche d'autres algorithmes nécessitent des temps de calcul plus allongés de l'ordre de trois heures environ. [26]

II.3.3 Discussion

Malgré des avancées marquantes, la segmentation est loin d'être un problème résolu. La difficulté se trouve dans l'étape de la classification des segments, car pour classer les segments de contour et de déterminer s'il appartiennent ou non au contour réel des objets il faut des connaissances spécifiques.

Les méthodes classiques (région frontière) utilisent des informations extraites des images. Mais ces informations sont parfois insuffisantes, lorsque le bruit est important dans les images et le contraste est faible.

Exemple :

L'approche frontière : l'information utilisée étant locale, elle est donc sensible au bruit.

L'approche région basée sur le critère d'homogénéité des caractéristiques spatiales, elle est donc moins sensible au bruit que l'approche frontière, mais les contours déterminés sont souvent assez difficiles à localiser précisément.

Pour réduire les inconvénients des méthodes précédentes qui ne sont pas exclusives, plusieurs approches qui les rassemblent ont été proposées parmi les quelles, l'approche de contours actifs que nous allons étudier par la suite, cette dernière est basée en plus sur des connaissances a priori des contours à extraire.

II.3.4 La méthode de contours actifs

La méthode de contours actifs recherche des contours chaînés évoluant à partir d'une forme initiale prédéfini sous l'effet d'une méthode d'optimisation (type descente de gradient) en utilisant les données images aux emplacements des points de contrôle du snake. [27]

L'intérêt de cette méthode est de transformer un processus complexe de minimisation de fonctionnelle d'énergie en l'itération d'un système matriciel linéaire.

Cette approche s'appuie sur les techniques de régularisation de problème mal posé, de minimisation de fonctionnelle d'énergie, de résolution d'équation différentielle elliptique, de discrétisation de problème continue et de convergence de système matriciel mal conditionné.

II.3.4.1 Définition des « snakes »

Les contours actifs (ou snakes) sont de courbes déformables évoluant au grès de la minimisation de la fonctionnelle d'énergie, $\mathcal{E}(v)$, qui leur est associée. Ils se déplacent au sein de l'image d'une position initiale vers une configuration finale qui dépendra de l'influence respective des divers termes d'énergie de présence. L'énergie des snakes comprend un terme d'énergie interne appelé énergie de régularisation ou de lissage et un terme d'énergie externe, ou d'adéquation aux données. Les snakes s'appuient sur des contraintes de forme pour guider la recherche des objets souhaités.

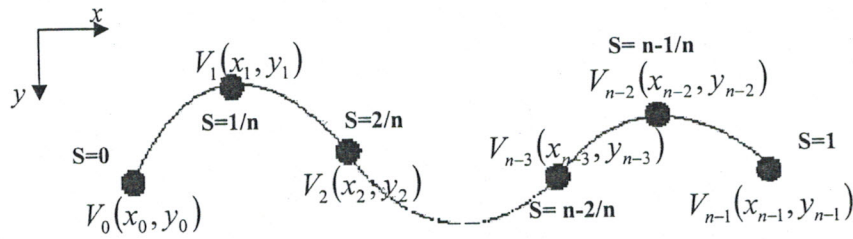


Figure II.19 : Contour actif : coordonnées cartésiennes et abscisse curviligne pour un snake de n points

II.3.4.2 Energies d'un contour actif

Soit une courbe C déformable spatialement et temporellement. Soit s et t les paramètres de déformation de cette courbe. s est le paramètre d'évolution spatiale dans l'image de la courbe, par exemple l'abscisse curviligne, t est le paramètre d'évolution temporelle de la courbe. La longueur de la courbe est généralement normalisée à l'unité dans le cadre de l'utilisation de l'abscisse curviligne comme paramètre spatial (voir figure II.19). Soit $v(s, t)$ la position d'un point sur cette courbe soient x et y les coordonnées cartésiennes de ce point. Par définition : [28], [29], [30]

$$v(s, t) = (x(s, t), y(s, t)), \quad \forall (s, t) \in [0, 1] \times [0, \infty[\quad \text{II.13}$$

La fonctionnelle d'énergie attachée au snake peut se définir par :

$$\phi(v) : v(s, t) \rightarrow E_{int}(v(s, t)) + E_{ext}(v(s, t)) \quad \text{II.14}$$

L'énergie interne prend en compte les déformations de courbure et de tension de la courbe au travers des coefficients α et β .

$$E_{int} = \int_0^1 (\alpha(s) |v'(s)|^2 + \beta(s) |v''(s)|^2) ds \quad \text{II.15}$$

Où v' et v'' sont les dérivées première et seconde de v par rapport à s . L'énergie interne des snakes correspond à l'opérateur régularisant de Tikhonov de degré 2. Bien souvent le modèle énergétique des contours actifs est identifié à un « modèle de type plaque membrane mince ». Les similitudes d'appellation sont dues aux fonctionnelles de minimisation de fonctions splines interpolantes (interpolation d'une fonction f par une courbe spline R dans un espace Ω) respectivement appelées :

spline membrane mince :

$$\int_{\Omega} \|f - R\| d\Omega + \int_{\Omega} (R_x^2 + R_y^2) d\Omega \quad \text{II.16}$$

et spline plaque mince :

$$\int_{\Omega} \|f - R\| d\Omega + \int_{\Omega} (R_{xx}^2 + R_{yy}^2) d\Omega \quad \text{II.17}$$

Où R_x et R_{xx} sont les dérivées première et seconde de R par rapport à x .

L'énergie externe prend en compte les informations liées à l'image. Elle correspond au terme d'attache aux données. Les conditions d'attache aux données peuvent être de nature explicite ou implicite. Dans le cas de problème explicite, la forme régularisée se doit d'approcher les points donnés connus en respectant les conditions de lissage. Le terme d'attache aux données est alors du type opérateur des moindres carrés (de type $\int_x \|f(x) - x\|^2 dx$, $f(x)$ forme régularisée des données x). Pour les contours actifs, le terme d'attachement aux données est de nature implicite : le snake convergera vers les minima locaux de la fonction potentielle externe qui ne sont pas connus a priori. Généralement ce type de lien permet de s'intéresser aux zones de fort gradient ou de fort contraste de luminosité de l'image. On pourra définir l'énergie externe par :

$$E_{ext} = \int_{v \in C(s,t)} P(v(s,t)) dv \quad \text{II.18}$$

P , potentiel externe, est à rapprocher de la définition du potentiel physique ayant ses extrema dans les zones d'intérêt de l'image. La force dérivant de l'énergie externe est définie par :

$$F_{ext}(v) = -\nabla(P(v)) \quad \text{II.19}$$

Où ∇ est l'opérateur gradient défini par :

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}$$

II.3.4.3 Variation sur les énergies

Les contours actifs convergent vers les minima de la fonctionnelle d'énergie externe sous contrainte de régularité introduite par la fonctionnelle d'énergie interne. On peut modifier le comportement du snake en introduisant des variations permettant de contraintes de formes supplémentaires, l'introduction de nouvelles propriétés physiques, la désignation du type d'objet recherché.

▪ *Energie interne*

La difficulté de déterminer les coefficients influençant les 3 termes de l'énergie totale du snake (2 termes internes en α et β et un terme d'énergie externe) a amené certains auteurs à supprimer un des deux termes constituant l'énergie interne. En ne conservant qu'un seul terme d'énergie interne, il est alors possible de déterminer le coefficient gérant l'influence respective des 2 termes restant en présence. Toutefois un tel procédé est préjudiciable à la qualité des courbures obtenues après évolutions des contours actifs. Ainsi choisir α nul supprime les contraintes de tension, et de répartition, entre les points du snake. Ceci favorise l'accumulation des points sur des zones de forts gradients et nuit à l'évolution du snake. Choisir β nul supprime les contraintes de courbures et permet au snake de prendre des formes très irrégulières. Ceci, favorise, de plus, le piégeage des points par des zones de gradients parasites.

a. Prise en compte de la courbure seule β

Certains auteurs souhaitent prendre seulement en compte le second terme d'énergie interne. L'énergie de courbure est alors donnée par :

$$E_{\text{courbure}} = \int \text{Courb}(s)^2 ds \quad \text{II.20}$$

Où *Courb* est la courbure, au point $(x(s), y(s))$ de la courbe, définie par :

$$\text{Courb}(s) = \frac{(y''x' - x''y')^2}{(x'^2 - y'^2)^3} \quad \text{II.21}$$

ce terme s'écrit de façon équivalente :

$$E_{\text{courbure}}(v_i) = \left| \frac{v_{i+1} - v_i}{\|v_{i+1} - v_i\|} - \frac{v_i - v_{i-1}}{\|v_i - v_{i-1}\|} \right|^2 \quad \text{II.22}$$

$$E_{courbure}(v_i) = 2 + 2 \cos(\text{angle}(v_{i-1}, v_i, v_{i+1})) \quad \text{II.23}$$

Le premier terme de l'énergie interne du snake est censé réguler la tension de la courbure et donc la répartition de ses points. Toutefois, cette condition est purement implicite. Une fonction plus explicite de répartition uniforme des points du snake peut être introduite en remplaçant le terme de « tension » par :

$$E_{rep}(v_i) = \frac{\|v_{i+1} - v_i\| - \|v_i - v_{i-1}\|}{\|v_i - v_{i-1}\| + \|v_{i+1} - v_i\|} \quad \text{II.24}$$

L'énergie de répartition E_{rep} admet ses minima pour des distances identiques entre points. Il tend donc à forcer les points du snake à rester équidistants.

Le contour actif n'ayant plus aucune contrainte de tension entre ces points, il est alors impératif d'initialiser le contour actif au plus près de la solution recherchée.

b. Réglage de conditions initiales de formes

On peut ajouter de contraintes de formes dans l'énergie interne, sous la forme de conditions initiales, au travers de courbes v_0 , dont le snake tiendra compte au cours de son évolution. Ceci permet d'éviter le suivi, image par image, de formes peu variable ou d'empêcher un snake de s'aplatir en cas de manque d'information de gradient ou autres. Ces contraintes sont introduites de la manière suivante :

$$E_{int}(s) = \alpha(s) |v'(s) - v'_0(s)|^2 + \beta(s) |v''(s) - v''_0(s)|^2 \quad \text{II.25}$$

Les conditions initiales de forme permettent aussi de s'abstenir de la détermination des paramètres α et β en imposant une valeur pré définie en chaque point du snake de la dérivée et de la courbure. Ces contraintes sont très intéressantes, car elles évitent une reformulation des équations d'évolution du snake et ne sont calculées qu'une seule fois durant le processus de convergence du snake.

De même, dans le cas de courbures à Longueur L et courbure C initiales, prédéfinies ou connues, on peut contraindre les coefficients α et β à rester proches de ces valeurs en tout point du snake :

$$\alpha(s) = \left(\sqrt{x_s^2 + y_s^2} - L(s) \right) \quad \text{II.26}$$

$$\beta(s) = (k(s) - C(s)) \quad \text{II.27}$$

k correspondant à la courbure mesurée le long de la courbe. Ce type de formulation permet d'empêcher un contour actif de se replier sur lui-même en imposant une longueur de courbe pré-déterminée [31]. Ils confèrent de plus aux contours actifs de meilleures performances en terme de complexité, de calcul et de réglage. En effet $\alpha(s)$, $\beta(s)$ ne sont plus déterminés heuristiquement mais par rapport à des grandeurs géométriques liées à la courbure. Toutefois, pour éviter que α et β ne prennent des valeurs trop fortes ou négatives (préjudiciables à la convergence du système linéaire), des fonctions de seuillage peuvent être introduites pour limiter ces coefficients à des valeurs positives raisonnables [32].

▪ *Forces et potentiels d'énergie externe*

Si les coefficients de l'énergie interne gèrent l'aspect régularisation des contours actifs, les forces externes règlent l'aspect adéquation aux données. Le choix des forces externes influera sur la rapidité et la qualité de la convergence du snake.

a. Utilisation du gradient

La plus utilisée des forces extérieures est sans doute celle liant la convergence du snake aux contours de l'image. Pour ce faire, une fonction potentielle, minimale le long des contours, est introduite :

$$E_{edge} = - \int_C |\nabla I(x, y)|^2 dC \quad \text{II.28}$$

Fua [23] a établi précédemment que les points de la courbe C , issus de la minimisation de la fonctionnelle d'énergie précédente étaient des points contours dans le cas de courbe à faible courbure. Nous rappelons qu'un contour (ensemble de point contours) possède une amplitude du gradient maximale dans la direction normale à la courbe :

$$\frac{\partial |\nabla I(C(s))|}{\partial n_{\perp}(C(s))} = 0 \quad \text{II.29}$$

Où $C(s)$ est la fonction d'évolution de la courbe C paramétrée par la longueur d'arc s . $n_{\perp}(C(s))$ est le vecteur normal de C au point situé à la longueur d'arc s [33]. Afin de diminuer les instabilités dues à l'image et à la discrétisation de l'opérateur gradient, on effectue généralement un filtrage passe-bas (filtrage gaussien par exemple) sur l'image au préalable. Le potentiel et les forces qui en dérivent s'écrivent alors :

$$F_{edge}(x, y) = \nabla \left(|\nabla_{g\sigma} I(x, y)|^2 \right) \quad \text{II.30}$$

$$E_{edge}(x, y) = - \int_C |\nabla I_{g\sigma}(x, y)|^2 dC \quad \text{II.31}$$

$I_{g\sigma}$ est l'image issue du filtrage gaussien de l'image originale.

b. Forces de ballons

Afin de faciliter l'étape d'initialisation et pour conférer au snake des capacités de gonflement, I. Cohen [34] et L. D. Cohen [35] ont proposé une force de pression dite force ballon. Cette force s'applique en chaque point du snake en le poussant vers l'extérieur selon :

$$F_{ballon} = -k_2 \vec{n}(s) \quad \text{II.32}$$

Où $\vec{n}(s)$ est le vecteur extérieur unitaire normal à la couche $v(s)$ d'abscisse curviligne s . Le potentiel, correspondant à cette force, peut être vu comme la surface comprise à l'intérieur de la courbe :

$$E_{ballon} = -k_2 \int_0^1 dA \quad \text{II.33}$$

Où k_2 est le coefficient de réglage de cette énergie et A l'aire sous-tendue par la courbe fermée décrivant le contour actif. Une augmentation (respectivement une diminution) de la surface se traduit par l'application d'une force normale au contour vers l'extérieur (respectivement l'intérieur) [35]. Afin de stabiliser encore plus le processus d'évolution du snake, les mêmes auteurs ont proposé une normalisation des forces extérieures selon :

$$F_{ballon} = k_2 \vec{n}(s) - k_1 \frac{\nabla P_{ext}}{\|\nabla P_{ext}\|}(v(s)) \quad \text{II.34}$$

A l'équilibre, les forces ballon doivent contrebalancer les forces liées à l'image. Pour ce faire, k_2 est pris légèrement plus petit que k_1 afin qu'un point contour puisse arrêter l'évolution du snake. Pour un coefficient k_2 de signe opposé (contraction), cette force accélère la constriction du snake sur lui-même, empêchant ainsi les contours actifs d'être piégés par des zones de gradients parasites. La normalisation des forces extérieures implique que tout pixel de l'image influe de la même façon sur l'évolution des points du snake. En pratique, des difficultés de réglage apparaissent pour l'obtention de résultats corrects. En fait, cette force est efficace dans le cas des formes « vaguement » circulaires ou sphériques et à niveaux de gradient « quasi » constants le long des contours. Toutefois, dès que les contours à atteindre deviennent complexes, la force ballon perd de son efficacité et donc de son intérêt. Les deux potentiels externes suivants ont été introduits comme outils principaux d'un usage interactif

des contours actifs. Ils permettent à l'utilisateur de guider le snake au cours de son évolution, le rattachant à certains points de l'image (potentiels ressort), l'écartant d'autres points (potentiel volcan).

Conclusion

On vient de voir que les contours actifs permettent une grande variété d'utilisation selon les fonctions d'énergie interne et externe choisies. Toutefois, les fonctionnelles d'énergies externes introduites ne sont généralement pas convexes. Le processus de régularisation de Tikhonov assure la convergence vers le minimum global du problème sous condition de fonctionnelle convexe. Il ne sera donc pas possible d'apporter la preuve de la convergence des contours actifs vers ce minimum global [36]. Il y aura, plus vraisemblablement, convergence vers un minimum local.

II.3.4.4 Euler-Lagrange : de la fonctionnelle d'énergie au système différentiel

Un contour actif, d'équation paramétrée v , peut être comme un objet physique aux propriétés élastiques, de type membrane plaque mince, de densité de masse μ donnée, se déplaçant dans un milieu visqueux de coefficient de viscosité γ et se déformant sous l'effet de forces $f(v)$ liées au milieu d'évolution du modèle (dans notre cas le plan image et ses dérivées). La fonctionnelle d'énergie $E(v)$ caractérisant le modèle est un exemple de fonction spline, à continuité contrôlée [37]. Les équations lagrangiennes du mouvement sont alors :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \gamma \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial E(v)}{\partial v} = f(v) \quad \text{II.35}$$

Le troisième terme, membre de gauche de l'équation précédente, est la dérivée variationnelle de l'énergie de déformation élastique du modèle, plus communément appelée énergie interne. En utilisant l'énergie de déformation introduite précédemment (équation II.15), on peut écrire l'équation II.35 selon :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \gamma \frac{\partial v}{\partial t} - \left(\alpha(s) v_s \right)' + \left(\beta(s) v_{ss} \right)'' = F_{ext} + F_{gravitation} \quad \text{II.36}$$

Où v_s et v_{ss} sont les dérivées première et seconde de v par rapport à s .

Ce modèle général permet de multiplier les applications utilisant les contours actifs. L'utilisation d'un snake à « masse non nulle » ($\mu \neq 0$) permet généralement d'augmenter le problème d'inertie du modèle au cours de son évolution.

Dans la suite du chapitre, nous développerons le passage du système différentiel au schéma matriciel, sous la forme introduite par les créateurs des contours actifs. Nous introduirons d'abord le schéma matriciel statique (schéma temporel) puis passerons ensuite au schéma dynamique (intervention du temps). L'intérêt de cette approche est d'étudier les justifications conduisant à l'introduction du facteur temps dans notre processus d'évolution des contours actifs.

Les concepteurs des contours actifs obtiennent l'équation II.36 en utilisant le théorème d'Euler-Lagrange sur la minimisation fonctionnelle. Soit ϕ la fonction définie par :

$$\phi(s, v, v_s, \dots, v_{s^n}) = \int f(s, v, v_s, \dots, v_{s^n}) ds \quad \text{II.37}$$

Pour que v minimise l'intégrale précédente, il faut que f vérifie l'équation d'Euler :

$$\sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i \frac{\partial^i}{\partial s^i} \left(\frac{\partial f}{\partial v_{s^i}} \right) = 0 \quad \text{II.38}$$

où v_{s^i} représente la dérivée $i^{\text{ème}}$ de v par rapport à s ($v_{s^i} = \frac{\partial^i v}{\partial s^i}$). La fonctionnelle d'énergie des contours actifs dépend des dérivées de v jusqu'à l'ordre 2. L'équation d'Euler-Lagrange s'écrira donc :

$$-\frac{d}{ds} \left(\alpha \frac{d(v'^2)}{dv'} \right) + \frac{d^2}{ds^2} \left(\beta \frac{d(v''^2)}{dv''} \right) + \frac{dE_{ext}}{dv} = 0 \quad \text{II.39}$$

La formulation variationnelle d'Euler-Lagrange ne fournit que la solution au problème statique. En l'appliquant à la recherche du minimum de la fonctionnelle d'énergie du contour actif, on obtient :

$$-(\alpha(s)v_s(s))' + (\beta(s)v_{ss}(s))' = F_{ext}(v(s)) \quad \text{II.40}$$

Par convention, nous ne rappellerons plus le fait que le vecteur position du snake est fonction de l'abscisse curviligne s . Il n'en ira pas de même pour les paramètres internes du contour actif : la dénomination $\alpha(s)$, respectivement $\beta(s)$, fera référence à des coefficients variables spatialement et α, β à des paramètres constants. L'équation II.40 s'écrit alors :

$$-\alpha(s)v^{(2)}(s) - \alpha'(s)v'(s) + \beta(s)v^{(4)}(s) + \beta'(s)v^{(2)}(s) + 2\beta^{(2)}(s)v^{(3)}(s) = F_{ext}(v(s)) \quad \text{II.41}$$

Dans le cas des paramètres α, β constants, on retrouve l'équation différentielle classique [27] caractérisant l'évolution des contours actifs :

$$-\alpha v'(s) + \beta v^{(4)}(s) = F_{\text{ext}}(v(s)) \quad \text{II.42}$$

Pour un second membre nul (pas de force extérieures) la résolution de l'équation différentielle peut être effectuée. Ainsi pour $\beta = 0$, $v(s) = as + b$, c'est l'équation d'une droite. Si $\alpha = 0$, $v(s) = ae^{-\frac{s}{\alpha}} + be^{\frac{s}{\alpha}}$, c'est l'équation paramétrique d'une fonction spline. Ce résultat est logique, la fonctionnelle d'une spline cubique interpolante est équivalente à la fonctionnelle d'énergie du snake pour α nul. Il est à noter que, sans forces extérieures, le snake finit par se contracter en un point unique, ce qui est conforme au principe de minimisation de son énergie [38].

II.3.4.5 Implantation numérique

Les équations différentielles précédentes II.42 ne possèdent pas de solutions facilement exploitables dans le cas de forces externes (second membre de l'équation) non nulles. En les discrétisant cela permet alors de transformer ces équations différentielles elliptiques couplées en un système matriciel linéaire.

▪ *Discrétisation par MDF (schéma matriciel)*

La méthode de discrétisation par différences finies (MDF) s'appuie sur un échantillonnage discret d'une fonction continue et de ces dérivées successives. Dans notre travail, nous présenterons un schéma classique le plus généralement employé pour discrétiser les contours actifs.

a. Le schéma de discrétisation

En supposant le pas d'échantillonnage h entre deux points successifs du contour constant :

$$v'(ih) = \frac{v(ih) - v((i-1)h)}{h} \quad \text{II.43}$$

$$v''(ih) = \frac{v((i+1)h) - 2v(ih) + v((i-1)h)}{h^2} \quad \text{II.44}$$

Notons toutefois que les équations précédentes peuvent s'écrire par un pas d'échantillonnage non constant en introduisant $h(s) = v(s) - v(s-1)$, fonction d'échantillonnage variable du contour [32]. Afin de simplifier l'écriture des équations suivantes nous définirons :

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha}_i &= \alpha(ih) = \alpha(i) \\ \tilde{\beta}_i &= \beta(ih) = \beta(i)\end{aligned}\quad \text{II.45}$$

$$v_i^{(n)} = v^{(n)}(ih) = \frac{\partial v^n}{\partial s^n}(ih) \quad \text{II.46}$$

En supposant, dans un premier temps, les fonctions structurables $\alpha(s)$ et $\beta(s)$ variables :

$$\frac{\partial \beta}{\partial s}(i) = \frac{\tilde{\beta}_i - \tilde{\beta}_{i-1}}{h} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \beta}{\partial s^2}(i) = \frac{\tilde{\beta}_{i+1} - 2\tilde{\beta}_i + \tilde{\beta}_{i-1}}{h^2} \quad \text{II.47}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial s}(i) = \frac{\tilde{\alpha}_i - \tilde{\alpha}_{i-1}}{h} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2}(i) = \frac{\tilde{\alpha}_{i+1} - 2\tilde{\alpha}_i + \tilde{\alpha}_{i-1}}{h^2} \quad \text{II.48}$$

En reprenant l'équation II.40 et en appliquant la méthode de discrétisant par différences finies, on obtient :

$$\begin{aligned}\left(\frac{\tilde{\beta}_{i-1}}{h^4}\right)v_{i-2} + \left(-\frac{\tilde{\alpha}_i}{h^2} - 2\frac{\tilde{\beta}_{i-1}}{h^4} - 2\frac{\tilde{\beta}_i}{h^4}\right)v_{i-1} + \left(\frac{\tilde{\alpha}_i}{h^2} + \frac{\tilde{\alpha}_{i+1}}{h^2} + \frac{\tilde{\beta}_{i-1}}{h^4} + 4\frac{\tilde{\beta}_i}{h^4} + \frac{\tilde{\beta}_{i+1}}{h^4}\right)v_i \dots \\ + \left(-\frac{\tilde{\alpha}_{i+1}}{h^2} - 2\frac{\tilde{\beta}_i}{h^4} - 2\frac{\tilde{\beta}_{i+1}}{h^4}\right)v_{i+1} + \left(\frac{\tilde{\beta}_{i+1}}{h^4}\right)v_{i+2} = F_{ext}(v_i)\end{aligned}\quad \text{II.49}$$

et en posant :

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \frac{\tilde{\alpha}_i}{h^2} \\ \beta_i &= \frac{\tilde{\beta}_i}{h^4}\end{aligned}\quad \text{II.50}$$

$$\begin{aligned}\beta_{i-1}v_{i-2} + (-\alpha_i - 2\beta_{i-1} - 2\beta_i)v_{i-1} + (\alpha_i + \alpha_{i+1} + \beta_{i-1} + 4\beta_i + \beta_{i+1})v_i \dots \\ + (-\alpha_i - 2\beta_i - 2\beta_{i+1})v_{i+1} + \beta_{i+1}v_{i+2} = F_{ext}(v_i)\end{aligned}\quad \text{II.51}$$

b. Coefficients constants

Dans la littérature, nous ne trouvons généralement que le système matriciel des contours actifs, établi par des coefficients α et β constants. Les équations II.41 et II.51 montrent que l'on peut regrouper l'ensemble des termes contenant les coefficients de rigidité et de courbure (α et β) dans une matrice. En prenant les coefficients de rigidité et de courbure (α et β) constants dans les équations II.41 et II.51, on obtient pour tout i variant de 0 à N-1 :

$$\beta v_{i-2} - (\alpha + 4\beta)v_{i-1} + (2\alpha + 6\beta)v_i - (\alpha + 4\beta)v_{i+1} + \beta v_{i+2} = F_{ext}(v_i) \quad \text{II.52}$$

Il est alors possible de regrouper l'ensemble des termes contenant les coefficients de rigidité et de courbure (α et β) dans une matrice selon le schéma :

$$AV = F_{ext} \quad \text{II.53}$$

A est appelée matrice de rigidité en référence aux propriétés élastiques de contours actifs. V est le vecteur des points de contrôle ou snaxels du snake et F_{ext} représente le vecteur des forces externes en chaque point du snake donnés par :

$$V = \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{pmatrix} \quad F_{ext} = \begin{pmatrix} f_{ext}(v_0) \\ f_{ext}(v_1) \\ \vdots \\ f_{ext}(v_i) \\ \vdots \\ f_{ext}(v_{N-1}) \end{pmatrix}$$

c. Performance et coefficients du snake

Le comportement des contours actifs est fortement liés aux valeurs prises par ses coefficients de réglage interne α , β et γ . L'étude de ces coefficients et de leur influence respective sur le snake ne pourra que nous aider à calibrer le processus d'évolution du snake. Le système matriciel lié au snake est, quant à lui, tributaire, pour son comportement, de son conditionnement et de ses valeurs propres.

II.3.4.6 Présentation de notre modèle

Nous allons présenter maintenant notre modèle qui joint deux aspects : la déformation et la régularisation du snake. Ce modèle détectera les contours suivant la normale et sera régularisé par la minimisation d'énergie interne. [39]

Les différentes étapes de notre algorithme sont présentées par le schéma suivant :

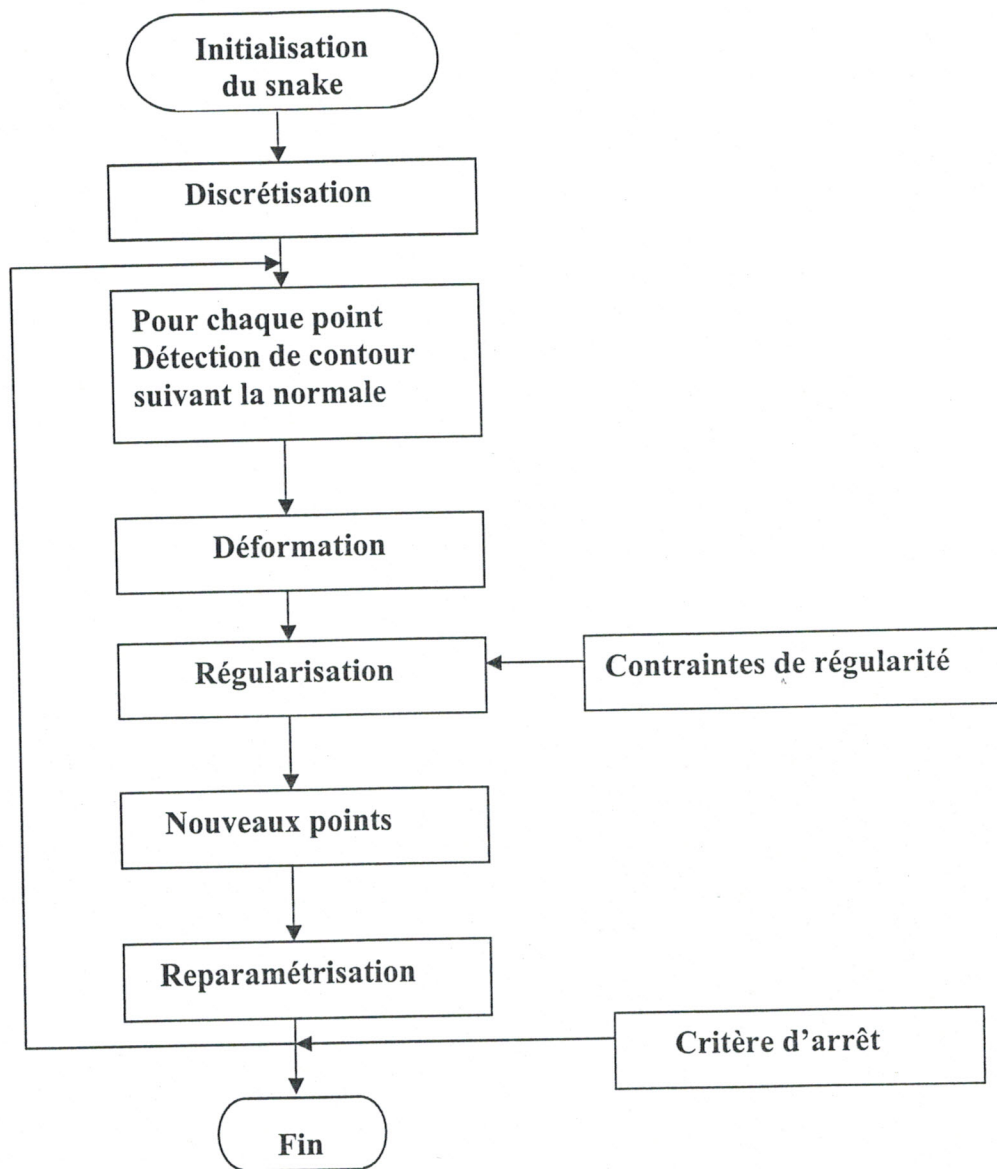


Figure II.20 : L'algorithme de contours actifs

- **Initialisation et discrétisation**

On va initialiser le snake au dessus de contour à rechercher, notre but est de détecter ce contour.

- Déformation

Les points de la courbe sont déplacés vers le contour que l'on détecte suivant la normale. Un contour est classiquement connu pour être une discontinuité dans les niveaux de gris d'une image. Dans notre implémentation, nous fixons deux seuil, un seuil dit 'haut' et un dit 'bas'. Donc pour chaque point, nous détectons le contour suivant la normale dans une limite fixée. Si nous n'en détectons pas, nous détruisons le point. Soit le point et sa normale sont mal positionnés par rapport au contour à rechercher, soit il n'y a pas de contour dans la zone de recherche.

- Régularisation

Pour ce cas, nous calculons les forces pour déformer notre modèle, or si nous laissons une courbe se déformer sans aucune contrainte, elle perdra son caractère lisse donc il y a des discontinuités dans le champ de déformation vers un contour. La régularisation permet de d'imposer certaines contraintes au modèle comme nous l'avons vu dans la formule de l'énergie interne : α et β sont des paramètres contrôlant la tension et la rigidité de la courbe.

- Reparamétrisation

Pour la déformation, nous allons rajouter des points là où l'espacement devient trop important et en enlever quand l'espacement est trop faible.

- Critère d'arrêt

Nous avons déformé notre snake vers le contour que l'on souhaite à segmenter, mais comment décider d'arrêter les cycle de déformations. Dans notre cas, le critère d'arrêt est une partie intégrante de la méthode (cas des snakes classiques), on s'arrête quand on a atteint le minimum de l'énergie, autrement dit lorsque le snake détectera la discontinuité entre l'objet et le fond par exemple.

II.3.4.7 Résultats expérimentaux

Exemple démonstratif sur la technique de contours actifs:

Nous considérons dans un premier temps un exemple démonstratif figure (II.21) pour mettre en évidence l'utilité de cette technique dans la tâche de segmentation de l'image médicale en particulier.

Nous avons opté dans notre application pour une courbe fermée figure (II.21.b) qui va se déformer jusqu'elle soit confondue avec le contour de l'objet recherché. Cette déformation est

contrôlée par des paramètres de régularisation α , β de l'énergie interne qui déterminent l'élasticité et la régularité de la courbe. Nous avons pris $\alpha + \beta = 1$ qui est un choix empirique suivant l'axiome de convexité.

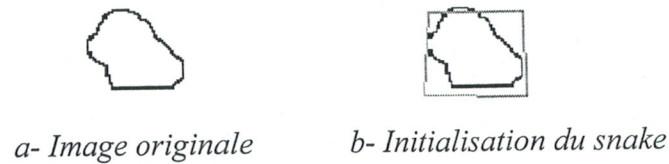


Figure II.21

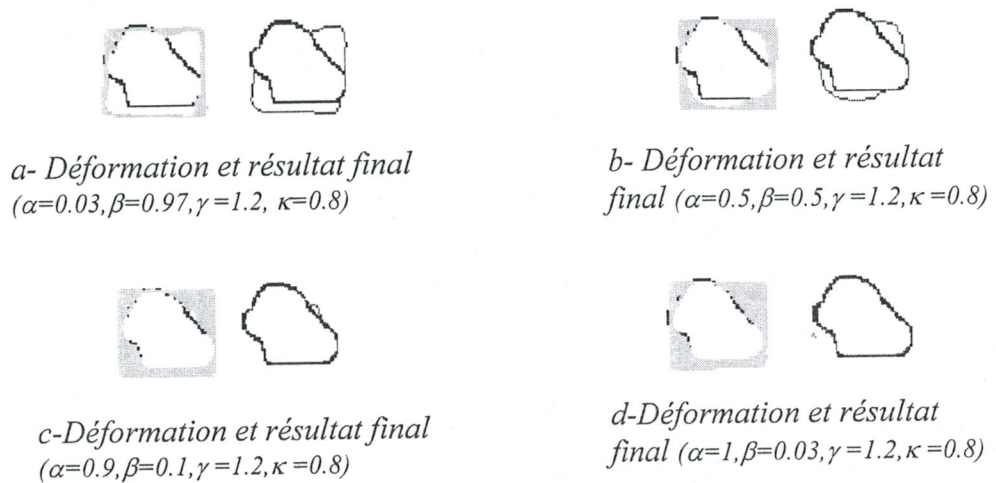


Figure II.22

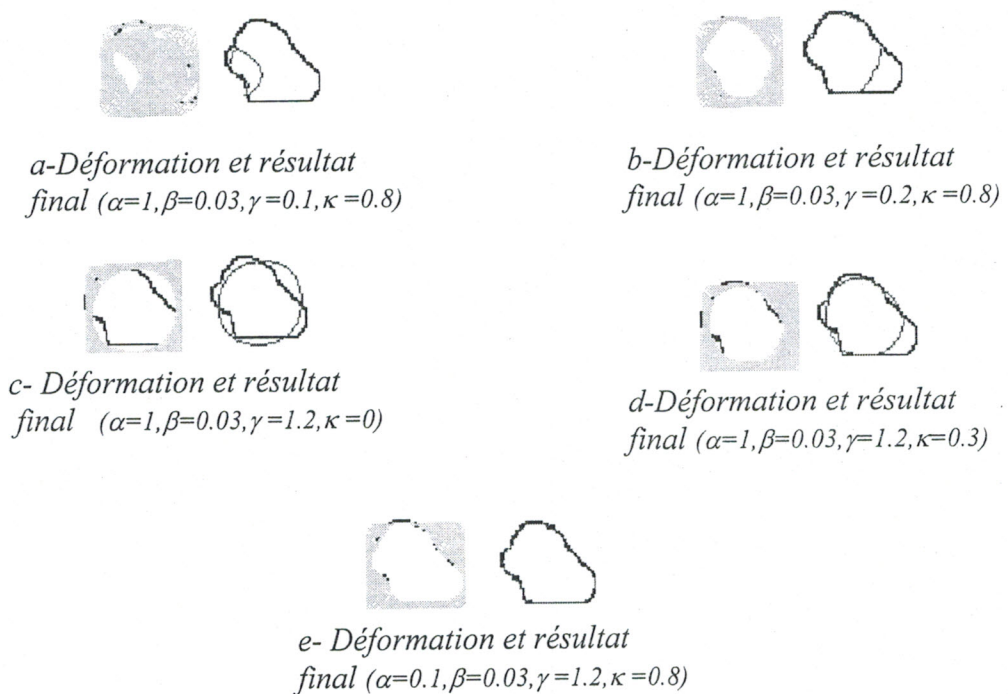


Figure II.23

Nous remarquons d'après la figure (II.22.d) que le meilleur choix qui assure la convergence du snake vers le contour de l'objet est $\alpha=1$, $\beta=0.03$.

Ce contour actif (snake) est attiré les minimum du potentiel c'est à dire les zones de fort gradient qui correspondent aux contour de l'image donc il faut d'autres paramètres de force pour mieux guider la convergence du snake. Il ressort de ces différentes simulations que le snake converge totalement vers le contour objet pour le jeu des valeurs suivantes :

$\alpha=1$, $\beta=0,03$, $\gamma=1,2$ et $\kappa=0,8$

Nous utiliserons donc ces valeurs pour la segmentation des images médicales présentant certaines pathologies.

Cas simulé :

Pour l'étape de prétraitement ; nous appliquons un filtre médian pour ignorer l'information inutile, éventuellement le bruit, suivi d'un filtre gaussien pour bien lisser l'objet a segmenter ($\sigma=1$) (éliminer l'effet de discrétisation qui se trouve entre les pixels situés à la frontière de chaque objet).

Pour l'étape de segmentation et dans un premier temps, il faut bien initialiser le contour actif, et fixer les paramètres que nous avons trouvé dans l'exemple démonstratif ($\alpha=1.0$, $\beta=0.03$, $\gamma=1.2$, $k=0.8$) pour assurer la déformation optimale du contour vers l'objet a segmenter.

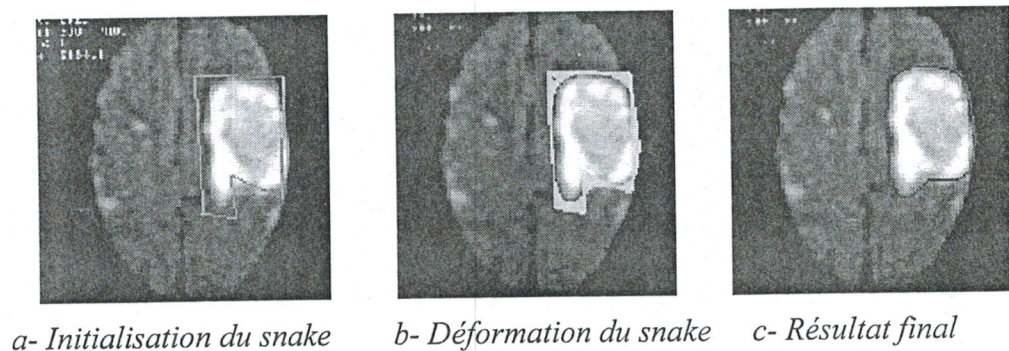


Figure II.24

En appliquant ces conditions pour la figure (II.24.a), nous remarquons sur la figure (II.24.b) que le snake épouse progressivement la forme de la pathologie simulée et détecte avec une grande précision son contour. La figure (II.24.c) illustre le résultat final de la détection de contour.

Notons que le choix des paramètres a une grande influence sur la déformation du snake, par conséquent il engendre des variations importantes sur le résultat final de la détection.

Cas réel :

Afin de confirmer l'emploi du snake pour la détection de contour, nous appliquons notre algorithme à la figure (II.26) qui présente la coupe axiale du cerveau pondéré en T_1 d'un bébé âgé de 8 ans enregistré par le biais d'un scanner IRM contenant des taches blanches représentant des tumeurs réelles (pathologie réelle).[40]

Nous pouvons remarquer très facilement sur la figure(II.26-d) que le snake prend parfaitement la forme du contour de la pathologie.

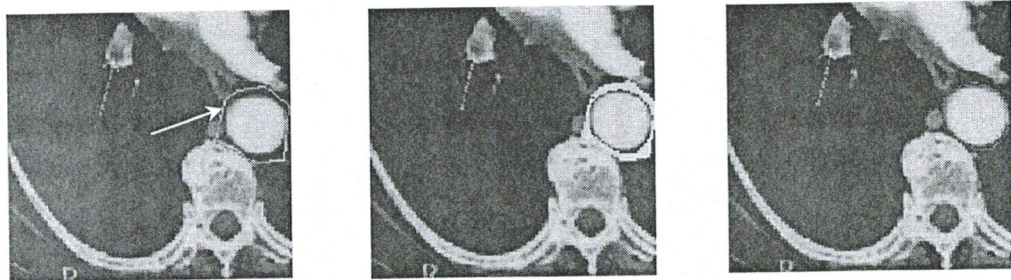


Figure II.25

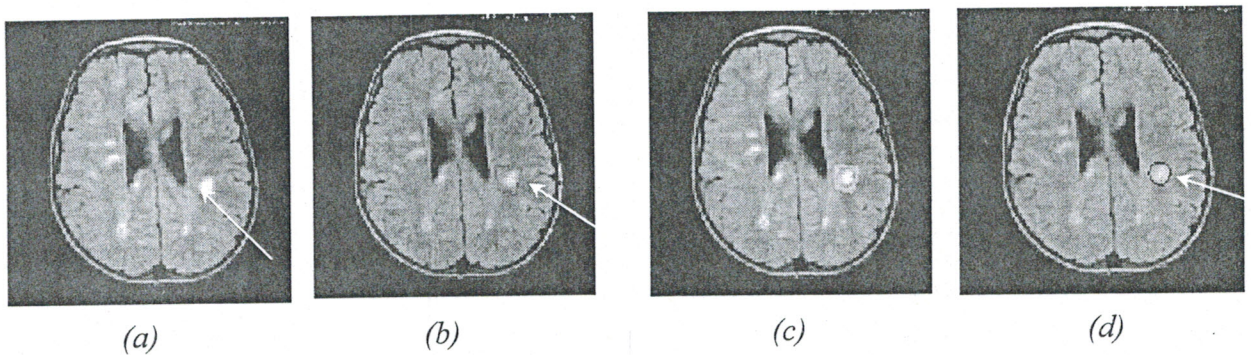


Figure II.26

Conclusion

L'application des méthodes de segmentation d'une image médicale présentant des pathologies demeure encore un domaine de recherche très vaste. Nous avons proposé dans ce chapitre, un ensemble de méthode de segmentation. Les techniques reposant sur les méthodes dérivatives (approche frontières) et celles se basant sur l'homogénéité de l'image (approche région), donnent des résultats de segmentation moins bons que celles utilisant les contours actifs.

Tout le long de ce chapitre nous avons inventorié les différentes méthodes de segmentation, du moins les méthodes connues dans la littérature spécialisée. Nous avons testé ces méthodes sur des images réelles ; nous avons montré clairement les avantages, les inconvénients et enfin les difficultés inhérentes à chacune des méthodes. En conclusion nous pouvons affirmer qu'il n'existe pas de méthode performante pour toute une panoplie d'images médicales. Il serait intéressant d'étendre cette étude à un nombre plus important d'images afin de trancher sur les limites de chacune des méthodes.

Chapitre III

Présentation de la Théorie de la Transformation en Ondelettes

III.1 INTRODUCTION

La théorie des ondelettes a été introduite dans les années 80, elle est issue de nombreux travaux en traitement du signal et en traitement d'images.

De nombreux chercheurs en traitement d'images notamment ceux travaillant à la mise au point d'algorithmes de reconnaissance de formes, ont fait le constat suivant : analyser une image sur une seule échelle est inefficace. En effet, les objets formant une image sont souvent de taille et de nature fréquentielle différentes, apparaissant à une échelle, disparaissant à une autre.

Il est clair qu'une représentation hiérarchique de l'image s'impose pour structurer efficacement les données et notamment relier le contenu spectral à la position spatiale du signal de l'image. Dans le cadre de la recherche sur ce type de représentation sont apparues les représentations multi résolutions, comprenant les techniques de décomposition en sous bandes et les transformations pyramidales [41]. Parmi les transformations pyramidales, il y'a la transformation en ondelettes. Celle-ci réorganise l'image sous forme d'une pyramide faisant apparaître l'ensemble des détails de différents niveaux de résolution. Les détails d'une image sont définis comme la différence d'information entre deux niveaux de résolution successifs. Ainsi étant donné une séquence de résolution $(a_j)_{j \in \mathbb{Z}}$, les détails à la résolution a_j correspondent à la différence d'information entre les approximations de l'image à la résolution a_j et a_{j-1} . Les approximations et détails d'une image sont obtenus par des opérations de filtrage et sous-échantillonnage successives [42].

La transformation en ondelettes permet une représentation temps- échelle, meilleure que celle induite par la transformation de GABOR [43] ou la fenêtre glissante. En d'autre terme la plage d'observation temporelle fixe. La possibilité de contrôler les variables temps et échelle permet à la transformée en ondelettes de conforter l'utilité de ce nouvel espace de représentation. Dans cet espace le principe d'incertitude de d'Heisenberg sur la limite numérique de la localisation de la position et de la fréquence d'une particule est améliorée. Les méthodes temps échelle qui tentent de palier aux insuffisances de l'espace de Fourier sont complétées par cette nouvelle approche. L'ensemble de ces développements a conduit, comme le fait remarquer Y.Meyer [44], à une théorie cohérente permettant de réunir dans une synthèse harmonieuse des algorithmes Brut et Adelson [45] de S.Mallat [46] en traitement numérique des images, les filtres miroirs en quadrature utilisé en codage, l'analyse et la caractérisation de quelques espaces fonctionnels classiques.

III.2 TRANSFORMEE EN ONDELETTES

III.2.1 Transformée en ondelettes continue CWT [47], [48]

Cette transformation consiste à des translations et des dilatations d'une seule fonction fixée, l'ondelette $\psi \in L^2(R)$. Dans la transformée en ondelette continue, les paramètres de translation et de dilatation varient continûment. Cela signifie que nous utilisons les fonctions :

$$\psi_{ab}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad \text{avec } a \in R - \{0\}, b \in R \quad \text{III.1}$$

Ces fonctions sont mises à l'échelle de telle sorte que leur norme dans $L^2(R)$ soit indépendante de a . La CWT d'une fonction $f \in L^2(R)$ est définis par :

$$W(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle \quad \text{III.2}$$

En utilisant l'identité de parseval, on peut aussi l'écrire sous forme :

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle F, \Psi_{a,b} \rangle \quad \text{III.3}$$

Où
$$\Psi_{a,b}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} e^{-i\omega b} \Psi(a\omega) \quad \text{III.4}$$

On notera que la CWT convertit une fonction à une variable en une fonction à deux variables. La représentation d'une fonction par sa CWT est redondante et la transformée inverse n'est donc pas toujours unique. De plus, toutes les fonctions $W(a,b)$ ne sont pas forcément la CWT de la fonction f . Si l'ondelette ψ satisfait la condition d'admissibilité

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad \text{III.5}$$

Alors, la transformée d'ondelette continue $W(a,b)$ admet un inverse

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(a,b) \psi_{ab}(x) \frac{da db}{a} \quad \text{III.6}$$

D'après la condition d'admissibilité, nous observons que $\Psi(0) = 0$ et par conséquent, ψ doit osciller. Cette transformée est souvent représentée par une image 2D (en couleurs ou

en niveaux de gris) correspondant en module et phase de la transformée $W(a, b)$. L'avantage de cette caractérisation par rapport à la transformée de Fourier est qu'elle ne donne pas seulement une information sur le type de singularité mais aussi sa localisation dans le temps.

III.2.2 Transformée en ondelettes discrète DWT

Il ressort du concept de la transformée en ondelette continue que le temps est naturellement continu pour pouvoir utiliser l'outil informatique. Par contre les paramètres a et b sont fondamentalement continus. Leur discrétisation ne s'effectue pas selon un critère bien défini. Quant à la transformée en ondelettes discrète le concept est différent. En effet, numériquement nous devons savoir comment discrétiser cette transformée de telle manière à conserver les propriétés intéressantes. Nous avons vu que la base d'approximation $\{\psi_{a,b}\}$ était surcomplète. Nous concevons donc que les paramètres de dilatation a et de translation b puissent être discrétisés sans perte d'information. Nous pouvons donc formuler le problème de l'existence d'une famille $\{\psi_{a_m, b_n}\}$ dénombrable, formant une base de L^2 et permettant une reconstruction exacte du signal en question. Cette famille redondante d'ondelettes discrètes, a été introduite dans le cadre des frames ou structures obliques par Ingrid Daubechies [49]. La redondance d'informations contenues dans cette transformée peut être généralement intéressante dans le cadre l'analyse des signaux. En effet, elle est intéressante dans la mesure où les conditions que doivent vérifier les ondelettes ne sont pas trop contraignantes [50]. La reconstruction numérique du signal est stable. D'autre part, avec l'introduction des bases orthonormées [51] d'ondelettes la théorie des ondelettes a pris un tournant décisif dans le sens où cette notion de base orthonormée constitue un outil clef en traitement du signal ; a des contraintes de rapidité nécessitent le minimum de données possible.

Dans le cadre de la théorie des frames, I. Débauchies a proposé une discrétisation des facteurs d'échelle a et de translation b telle que :

$$a_m = a_0^m, m \in Z \text{ et } a_0 > 1 \quad \text{III.7}$$

$$b_n = nb_0 a_0^m, n \in Z \text{ et } b_0 > 0 \quad \text{III.8}$$

Alors la famille d'ondelettes est de la forme:

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m} x - nb_0) \quad \text{III.9}$$

Une telle discrétisation permet à la famille, à chaque échelle a_m , de couvrir tout le support de signal sans trop de redondance, chaque ondelette étant essentiellement concentrée sur l'intervalle $[a_0^m n b_0, a_0^m (n+1)b_0]$. Par contre la transformée ne sera plus invariante en translation comme la transformée continue, raison de la dépendance des paramètres. Pour exprimer les coefficients de la transformée en ondelette discrète, nous les notons par d_n^m

$$d_n^m = \langle \psi_{m,n}, f \rangle = a_0^{-\frac{m}{2}} \int \bar{\psi}(a_0^{-m} x - n b_0) f(x) dx \quad \text{III.10}$$

Nous montrons dans la littérature spécialisée [52] que si la famille $\{\psi_{m,n}, m, n \in Z\}$ est une frame, alors nous aurons :

$$\frac{b_0 \text{Log}(a_0)}{\pi} A \leq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \leq \frac{b_0 \text{Log}(a_0)}{\pi} B \quad \text{III.11}$$

où A et B sont deux constantes positives d'une frame donnée.

Cette expression nous montre simplement que la condition d'admissibilité est vérifiée et l'ondelette $\psi_{m,n}$ est analysante. Dans ce cas, la construction des algorithmes numériquement stable pour reconstruire le signal à partir des ses coefficients ondelettes d_n^m est possible:

$$f(x) = \frac{2}{A+B} \sum_{m,n} \langle \psi_{m,n}, f(x) \rangle \psi_{m,n} + R \quad \text{III.12}$$

avec

$$\|R\| \leq O\left(\frac{B}{A} - 1\right) \|f(x)\|, \text{ il exprime un terme d'erreur.}$$

Si la base est orthonormée alors le terme R sera nul. Cependant, il est préférable de réduire au maximum la redondance de cette représentation. Dans ce cas, on choisit des valeurs de $a_0 = 2$, $b_0 = 1$ pour lesquelles les ondelettes $\psi_{a_0 b_0}$ constituent une base orthonormée. Nous concluons que l'orthonormalité est une condition nécessaire pour le passage de la transformée en ondelettes continue vers la transformée en ondelettes discrète. [5]

III.3 ANALYSE MULTIRÉSOLUTION

L'analyse multi résolution (AMR) est un formalisme mathématique qui permet de construire aisément des bases orthonormées d'ondelettes. Le principe consiste à décomposer le signal à analyser en une suite de coefficients d'approximation et de détails, chaque suite d'approximation se décomposant à nouveau en approximation et détail. A chaque niveau de cette décomposition, les coefficients de détails correspondent aux coefficients en ondelettes du signal à une échelle donnée. [47],[52]

III.3.1 Définition

On appelle l'analyse multi résolution toute suite $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$ décroissante de sous espace emboîtés : $V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \dots$ de $L^2(\mathbb{R})$ qui vérifie les propriétés suivantes :

- i) l'intersection des V_j est nulle soit $\bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = \{\phi\}$
- ii) l'union des V_j est dense dans $L^2(\mathbb{R})$ soit $\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$
- iii) $f(x)$ est dans V_j si et seulement si sa version contractée par un facteur 2 est dans V_{j-1} , c'est-à-dire : $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j-1} \Leftrightarrow f(2^j x) \in V_0$
- iv) Si $f(x)$ est dans V_j , ses translates 'entières' sont dans V_j , $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(x-k) \in V_j$
- v) Il existe une fonction $\phi(x)$ de V_0 , telle que la famille $\{\phi(x-k); k \in \mathbb{Z}\}$ est une base orthonormée de V_0

III.3.2 Construction d'ondelettes à partir de l'analyse multi résolution

Dans ce paragraphe, nous nous plaçons dans le cas unidimensionnel et voyons comment le cadre de l'analyse multi résolution dans $L^2(\mathbb{R})$ peut mener à la construction d'ondelettes. Si les espaces V_j constituent des espaces d'approximation. La projection d'une fonction $f(x)$ de $L^2(\mathbb{R})$ sur ce sous espace constitue une approximation de $f(x)$ de l'échelle 2^{-j} . La condition (iii) assure que toute fonction de $L^2(\mathbb{R})$ peut être approchée dans cette analyse. La dernière condition implique qu'une base orthonormée de V_j peut se déduire de la base V_0 à partir d'une seule fonction $\phi(x)$ appelée fonction d'échelle, en construisant la formule :

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j} x - k), \quad k \in \mathbb{Z} \tag{III.13}$$

Ceci implique encore que :

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad \text{III.14}$$

est une base orthonormée de $U_j V_j = L^2(\mathbb{R})$. On adopte la convention d'indexation de Danbechies [51] pour l'AMR : $V_j \rightarrow L^2(\mathbb{R})$ que $j \rightarrow -\infty$. Dans cette convention, le signal échantillonné appartient à V_0 et l'échelle de l'ondelette croît avec j . quand on passe de V_j à V_{j+1} , on dilate l'ondelette par un facteur de deux et on divise sa bande fréquentielle par deux. Les coefficients d'approximation au niveau de résolution j sont obtenus par projection du signal sur les éléments de la famille $\{\phi_{j,k}, j, k \in \mathbb{Z}\}$:

$$A_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \phi_{j,k}(x) dx \quad \text{III.15}$$

La différence d'information entre deux résolutions successives conduit à introduire les coefficients de détail de sorte que les coefficients d'approximation à une résolution donnée se retrouvent à partir ceux d'approximation et de détail à la résolution suivante.

Si l'on attribue aux détails un espace d'existence W_j , on aura à un niveau de résolution j :

$$V_{j-1} = V_j \oplus_{j=-\infty}^{+\infty} W_j \quad \text{III.16}$$

Ce qui signifie que W_j est le complémentaire orthogonal de V_j dans V_{j-1} . Par construction, les W_j sont orthogonaux entre eux et leur somme directe couvre $L^2(\mathbb{R})$:

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j=-\infty}^{+\infty} W_j \quad \text{III.17}$$

De façon similaire aux V_j , les W_j vérifient un certain nombre de conditions :

- i) $\bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} W_j = \{\phi\}$
- ii) $\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} W_j = L^2(\mathbb{R})$
- iii) $f(x) \in W_j \Leftrightarrow f(2x) \in W_{j-1}$
- iv) $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(x-k) \in V_j, \forall k \in \mathbb{Z}$

Le problème suivant est celui de savoir si l'on dispose d'une base orthonormée dans les W_j de sorte qu'une collection :

$$\{\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k); (j,k) \in \mathbb{Z}^2\} \quad \text{III.18}$$

constitue une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R})$. Pour cela, il suffit d'avoir une fonction $\psi(x)$ de W_0 telle que la famille $\{\psi(x - k), k \in \mathbb{Z}\}$ soit une base orthonormée de W_0 . Cette fonction sera donc appelée ondelette.

Fonction d'échelle

La fonction $\phi(x)$ est appelée fonction d'échelle. L'analyse multi résolution lui confirme des propriétés intéressantes. Puisque $V_0 \subset V_{-1}$ alors n'importe quelle fonction dans V_0 peut s'écrire comme combinaison linéaire des fonctions de V_{-1} .

On considère donc $\phi(x)$ dans V_0 et $\phi(2x - k) \forall k \in \mathbb{Z}$ dans V_{-1} , reliées selon :

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_n h_n \phi(2x - n) \quad \text{III.19}$$

Les h_n sont les coordonnées de $\phi(x)$ dans la base $\{\sqrt{2} \phi(2x - k), k \in \mathbb{Z}\}$.

Pour une base orthonormée les coordonnées vérifient :

$$h_n = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) \phi(2x - n) dx \quad \text{III.20}$$

$$\text{et} \quad \sum_{-\infty}^{+\infty} h_n^2 = 1 \quad \text{III.21}$$

La transformée de Fourier de l'équation (III.19) conduit :

$$\Phi(v) = \sqrt{2} \sum_n h_n \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{v}{2}\right) e^{-\pi i v n} \quad \text{III.22}$$

On pose $H(v) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_n h_n e^{-2\pi i v n}$, qui est une fonction complexe périodique

$$\Phi(v) = H\left(\frac{v}{2}\right) \Phi\left(\frac{v}{2}\right) \quad \text{III.23}$$

Ondelette

On peut de la même façon que la fonction d'échelle caractériser l'ondelette $\psi(x)$ qui est dans $W_0 \subset V_{-1}$ en introduisant le filtre discret $g(n)$ tels que :

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_n g_n \phi(2x - n) \tag{III.24}$$

En produisant de même que la fonction d'échelle, on écrit :

$$\Psi(\nu) = G\left(\frac{\nu}{2}\right) \Phi\left(\frac{\nu}{2}\right) \tag{III.25}$$

Avec $G(\nu) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_n g_n e^{-2\pi i \nu n}$

Les filtres H et G

L'équation (III.23) se développe en $\Phi(\nu) = \Phi(0) \prod_m H(2^{-m} \nu)$. Il faut que $\Phi(0)$ soit non nul pour éviter d'avoir $\Phi(0) = 0 \forall \nu$. Pour $\nu=0$, on a $\Phi(0) = H(0) \cdot \Phi(0)$. Ce qui implique que $H(0) = 1$ et que $H\left(\frac{1}{2}\right) = 0$. Ces conditions donnent un comportement passe-bas au filtre H .

De la même façon, on peut montrer que G a un comportement d'un filtre passe-haut qui est l'image miroir du filtre passe-bas. H et G sont appelés les filtres miroir en quadrature (FMQ), ils sont présentés sous la figure ci-dessous (Figure III.1).

On résume, le filtre correspondant à la fonction d'échelle est de type passe-bas, il donne donc une version grossière ou approximative du signal. Le deuxième ; correspondant à l'ondelette mère, son rôle est de donner les composantes les plus fines ou ce qu'on appelle les détails.

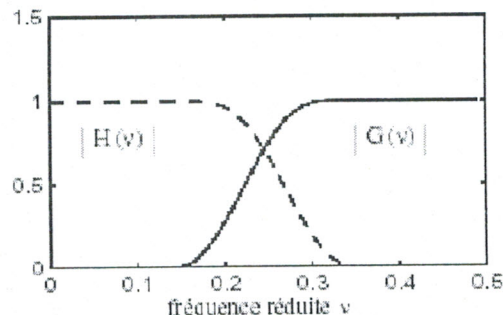


Figure III.1: Filtres miroirs en quadrature

III.4 EXTENSION DE LA TRANSFORMEE EN ONDELETTES AUX SIGNAUX BIDIMENSIONNELS : LES IMAGES

Les modèles d'ondelettes peuvent se généraliser à n'importe quelle dimension $n > 0$. Dans ce travail, nous nous intéressons au cas bidimensionnel pour des applications en traitement d'image.

Les signaux bidimensionnels sont supposés mesurables et d'énergie finie : $f(x, y) \in L^2(\mathbb{R}^2)$.

L'analyse multi résolution de $L^2(\mathbb{R}^2)$ est obtenue en la définissant comme une suite de sous espaces vectoriels V_j^2 de $L^2(\mathbb{R}^2)$ qui satisfont une simple extension des propriétés (i) et (ii) dans le cas 1D. L'approximation du signal $f(x, y)$ à la résolution j s'obtient toujours en projetant orthogonalement $f(x, y)$ sur le sous-espace V_j^2 . Dans cette section on peut montrer qu'il existe une unique fonction d'échelle $\phi(x, y)$ dont l'ensemble des versions dilatées et translatées forme une base orthonormale de chaque sous-espace V_j . [47],[52],[53]

La famille des fonctions $\left\{ \phi_{j,k,l}(x, y) = 2^{-j} \phi(2^{-j}x - k, 2^{-j}y - l) \right\}_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2}$ III.26

est une base orthonormée de V_j

La construction de l'analyse multi résolution $(V_j^2)_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R}^2)$ peut se faire en particulier par produit tensoriel d'une AMR $(V_j^1)_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R}^2)$: $V_j^2 = V_j^1 \otimes V_j^1$, la fonction d'échelle $\phi(x, y)$ est alors également définissable sous forme d'un produit :

$$\phi(x, y) = \phi(x) \cdot \phi(y) \quad \text{III.27}$$

Où $\phi(x)$ est la fonction d'échelle de $(V_j^1)_{j \in \mathbb{Z}}$. L'analyse multi résolution de $L^2(\mathbb{R}^2)$ est alors dite séparable et elle a la particularité de mettre en évidence les orientations de direction verticale, horizontale et diagonale. Il est à noter également que la séparabilité adoptée par Mallat permet d'avoir un calcul plus rapide.

Les coefficients d'approximation s'obtiennent par projection sur la base des fonctions d'échelle :

$$\begin{aligned} A_{k,l}^j f &= \langle f, \phi_{j,k,l} \rangle \\ &= \iint f(x, y) 2^{-j} \phi(2^{-j}x - k) \phi(2^{-j}y - l) dx dy \end{aligned} \quad \text{III.28}$$

De même, on peut définir les échantillons de détail à la résolution j comme les coefficients résultants de la projection du signal sur W_j , le complément orthogonal de V_j et V_{j-1} . On peut de cette façon définir une base orthonormale de W_j en translatant et dilatant trois fonctions d'ondelettes 2D définies comme suit :

$$\begin{aligned}\psi^1(x, y) &= \phi(x)\psi(y) \\ \psi^2(x, y) &= \psi(x)\phi(y) \\ \psi^3(x, y) &= \psi(x)\psi(y)\end{aligned}$$

Ces fonctions sont vérifiées, si $\psi_{j,k,l}^i(x, y) = 2^{-j} \psi^i(2^{-j}x - k, 2^{-j}y - l)$.

Alors $(\psi_{j,k,l}^1, \psi_{j,k,l}^2, \psi_{j,k,l}^3)_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2}$ est une base orthonormée de W_j et

$(\psi_{j,k,l}^1, \psi_{j,k,l}^2, \psi_{j,k,l}^3)_{(j,k,l) \in \mathbb{Z}^3}$ est une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R}^2)$

III.5 ONDELETTES BIORTHOGONALES [48],[52]

La nécessité de la construction des bases biorthogonales d'ondelette s'est accrue pour deux raisons :

- Obtenir une base de représentation dans laquelle on s'est affranchi de la contrainte d'orthogonalité des premières bases d'ondelettes.
- Utilité au codage par bancs de filtres où dans la conception initiale, les filtres d'analyse sont différents des filtres de synthèse.

Il s'agit dans tous les cas d'introduire une flexibilité dans la construction des bases d'ondelettes. Cette construction commence par la construction des fonctions qui définissent une analyse multi résolution à partir des réponses impulsionnelles des filtres. Notons qu'une telle base biorthogonale avait déjà été construite par Tchamitchian, par une approche différente.

III.5.1 Existence de bases biorthogonales

Soient h et \tilde{h} les réponses impulsionnelles de deux filtres tels que :

$$\sum_n h(n-2k)\tilde{h}(n-2l) = \delta(k,l) \quad \text{III.29}$$

$$\sum_n h(n) = \sqrt{2} \quad \text{III.30}$$

$$\sum_n \tilde{h}(n) = \sqrt{2}$$

Où $\delta(k,l)$ est le symbole de Kronecker.

On définit :

$$H(\omega) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n) e^{-in\omega} \quad , \quad \tilde{H}(\omega) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(n) e^{-in\omega}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \prod_{j=1}^{+\infty} (H(2^{-j}\omega)) \quad , \quad \tilde{\Phi}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \prod_{j=1}^{+\infty} (\tilde{H}(2^{-j}\omega))$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_n (-1)^n \tilde{h}(1-n) \phi(2x-n)$$

$$\tilde{\psi}(x) = \sqrt{2} \sum_n (-1)^n h(1-n) \tilde{\phi}(2x-n)$$

On suppose de plus que pour $C, \varepsilon > 0$

$$|\Phi(\omega)| \leq C(1+|\omega|)^{\frac{-1}{2}-\varepsilon} \quad , \quad |\tilde{\Phi}(\omega)| \leq C(1+|\omega|)^{\frac{-1}{2}-\varepsilon}$$

et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) \phi(x-k) dx = \delta_k$$

Alors les familles $\psi_{j,k}(x) = 2^{-j} \psi(2^{-j}x - k)_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2}$ et $\tilde{\psi}_{j,k}(x) = 2^{-j} \tilde{\psi}(2^{-j}x - k)_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2}$ sont deux bases de Riesz duales de $L^2(\mathbb{R})$ avec

$$(\psi_{j,k} \tilde{\psi}_{j',k'}) = \delta(j, j') \delta(k, k')$$

et
$$f(x) = \sum_{j,k} (f, \psi_{j,k}) \tilde{\psi}_{j,k}(x) = \sum_{j,k} (f, \tilde{\psi}_{j,k}) \psi_{j,k}(x)$$

Propriétés

Avec des notations analogues à celle des ondelettes orthonormales à support compact, c'est-à-dire s'il existe deux entiers N_i et N_f tels que $h(n) = 0$ pour $N_f < n < N_i$ et \tilde{N}_i, \tilde{N}_f tels que $\tilde{h}(n) = 0$ pour $\tilde{N}_f < n < \tilde{N}_i$. Les supports des différentes fonctions s'écrivent :

$$\text{supp}(\phi) = [N_i, N_f]$$

$$\text{supp}(\tilde{\phi}) = [\tilde{N}_i, \tilde{N}_f]$$

$$\text{supp}(\psi) = \left[\frac{1}{2}(N_i - \tilde{N}_f - 1), \frac{1}{2}(N_f - \tilde{N}_i - 1) \right]$$

$$\text{supp}(\tilde{\psi}) = \left[\frac{1}{2}(\tilde{N}_i - N_f - 1), \frac{1}{2}(\tilde{N}_f - N_i - 1) \right]$$

Intérêt

Les ondelettes biorthogonales sont à support compact et peuvent être symétriques. De plus, les conditions sur les filtres sont plus souples que pour les ondelettes orthogonales.

Iconvénient

La transformée nécessite deux ondelettes. De plus, elles peuvent introduire des régularités très différentes.

III.6 CRITERES DE CHOIX D'UNE ONDELETTE [42],[47],[52]

De nombreux critères peuvent intervenir dans le choix d'une ondelette, tels que l'orthogonalité, son support et l'oscillation. Cependant en ce qui concerne la propriété d'orthogonalité, celle-ci est implicite puisque la projection du signal discret de l'image pour obtenir les signaux des détails ne s'est fait que sur des bases d'ondelettes orthogonales.

Nous allons en particulier nous intéresser aux trois critères les plus significatifs dans le choix d'une ondelette : support compact, oscillation et régularité.

- Support compact

Une fonction d'échelle est une ondelette à support compact qui permet d'avoir des filtres H et G qui sont à réponse impulsionnelle finie. Nous aurons donc des sommes finies au niveau de l'implémentation avec l'algorithme pyramidal de calcul rapide de la transformée en ondelettes.

- Oscillation

Ce critère est lié au nombre de moments nul de l'ondelette, en effet le nombre de moments nul conditionne le degré d'oscillation de l'ondelette. Plus le nombre de moments nul est grand, plus on peut mettre de coefficients à zéro sans nuire à la qualité de l'image reconstruite. Cependant il faut faire attention à la taille des filtres choisis, en effet celle-ci est proportionnelle au nombre nul de l'ondelette et la complexité en temps de calcul de l'algorithme augmente avec la taille des filtres.

- Régularité

Une ondelette est dite régulière d'ordre n si elle est n fois continûment dérivable, i.e. elle appartient à la classe C^n . Par ailleurs, la transformée de Fourier d'une fonction sommable est continue et tend vers 0 à l'infini donc présente un comportement au moins en $\frac{1}{\nu}$ à l'infini.

Or la dérivation temporelle d'ordre n revient à multiplier la transformée de Fourier du facteur ν^n . Ceci impose donc une décroissance en $\frac{1}{\nu^{n+1}}$ de la transformée de Fourier si l'on

veut que la dérivée énième de l'ondelette soit sommable. Il en résulte que plus une ondelette est régulière, plus son spectre décroît rapidement à l'infini. Par conséquent, si l'on prend le cas inverse d'une ondelette peu régulière, la décroissance spectrale sera lente, introduisant des fréquences élevées dans le signal ce qui est cohérent avec une certaine irrégulière.

En revanche, ce critère est très important dans la phase de synthèse/ reconstruction car un manque de régularité de l'ondelette fait apparaître des effets de blocs. A l'opposé un degré de régularité élevé aboutit à des effets de bord suivi d'un lissage trop important.

Il faut remarquer que l'aspect phase linéaire des filtres caractérisé par la symétrie des coefficients est important en traitement d'image. La recherche du filtre à phase linéaire ayant conduit au développement des ondelettes biorthogonales qui sont à la fois à support compact et symétriques, est nécessaire ce qui n'est pas le cas des ondelettes à support compact de Daubechies.

III.6.1 Ondelettes choisies

Plutôt que d'implémenter la transformée avec l'ondelette de Lemarie-Battle que Mallat a utilisée, nous avons choisi l'ondelette de Haar et les ondelettes à support compact de Daubechies. Il est à noter que l'ondelette de Haar est également une ondelette à support compact.

III.6.1.1 Ondelette de Haar

Découverte par A.Haar en 1909, cette ondelette est la plus simple et la seule à support compact dérivant les filtres à phase linéaire comme l'a montré Daubechies. Donc le calcul de la TO est exact.

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad \text{III.32}$$

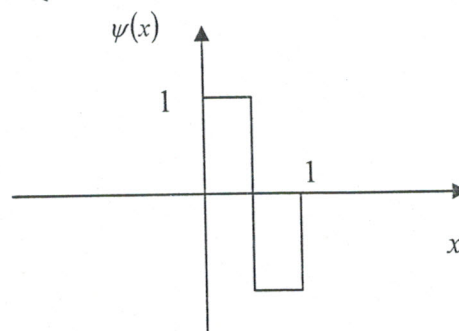


Figure III.2 : Ondelette de Haar

L'inconvénient majeur, c'est que cette ondelette n'est pas régulière, elle effectue donc un simple moyennage de pixels voisins d'où des effets de bloc.

III.6.1.2 Les ondelettes à support compact de Daubechies

Ces ondelettes ont été construites par I. Daubechies dans le cadre de l'étude de la construction d'une analyse multi résolution de $L^2(\mathbb{R})$ à partir des coefficients d'un filtre miroir en quadrature. Le théorème fondamental auquel I. Daubechies a abouti, donne les principales caractéristiques des filtres dérivés des ondelettes à support compact:

Soit h la réponse impulsionnelle d'un filtre tels que

$$\sum_n |h(n)| |n|^\varepsilon < +\infty \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \text{III.33}$$

$$\sum_n h(n-2k)h(n-2l) = \delta(k,l) \quad \text{III.34}$$

$$\sum_n h(n) = \sqrt{2} \quad \text{III.35}$$

Supposons que $H(\omega) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-in\omega}$ soit un polynôme trigonométrique.

On définit :

$$g(n) = (-1)^n h(1-n) \quad \text{III.36}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \prod_{j=1}^{+\infty} (H(2^{-j}\omega)) \quad \text{III.37}$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_n g(n)\phi(2x-n) \quad \text{III.38}$$

On remarque que la condition (III.34) sur h est la condition d'orthogonalité, ce qui implique sur H la condition suivante :

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad \text{III.39}$$

Si la suite $(h(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ est choisie finie, c'est-à-dire qu'il existe deux entiers N_i et N_f , tels que $h(n) = 0$ pour $N_f < n < N_i$. Alors la fonction d'échelle et l'ondelette correspondante sont à support compact et on a :

$$\text{supp}(\phi) \subset [N_i, N_f]$$

$$\text{supp}(\psi) \subset \left[\frac{1}{2}(1 - N_f - N_i), \frac{1}{2}(1 + N_f - N_i) \right]$$

On montre que tout polynôme H vérifiant (III.39) peut se mettre sous la forme

$$H(\omega) = \left[\frac{1}{2} (1 + e^{i\omega}) \right]^N Q(\omega) \quad \text{III.40}$$

Où $N \geq 1$ est le nombre de moments nuls de l'ondelette et Q est un polynôme de la forme

$$|Q(\omega)|^2 = P\left(\sin^2 \frac{\omega}{2}\right)$$

avec

$$P(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} t^k + t^N R\left(\frac{1}{2}-t\right)$$

Où R est un polynôme impair tels que

$$P(t) \geq 0, \quad \forall t \in [0,1]$$

$$\sup_{0 \leq t \leq 1} P(t) < 2^{2(N-1)} \quad \text{si } N \geq 2$$

$$-\frac{2}{1-|2t|} \leq R(t) \leq \frac{2}{1+|2t|}, \quad \forall t \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \quad \text{si } N = 1$$

III.7 ANALYSE [42],[52],[53]

Le but de l'algorithme d'analyse multi résolution est de calculer les coefficients de détails $D_j f$ ou coefficients d'ondelettes, à partir des différentes approximations.

Les espaces V_j étant emboîtés, toute l'information contenue dans V_j est également contenue dans V_{j-1} .

Le signal des détails discret de $f(x, y)$ à la résolution j est alors caractérisé par le produit scalaire de $f(x, y)$ avec l'ensemble des vecteurs de la base définie par la relation $\psi_{j,k,l}^i(x, y) = 2^{-j} \psi^i(2^{-j}x - k, 2^{-j}y - l)$. En particulier si on considère $\psi_{j,k,l}^1, \psi_{j,k,l}^2$ et $\psi_{j,k,l}^3$ séparément, on voit que la différence d'information entre $A^{j-1}f$ et $A^j f$ est donnée par les trois images de détails suivantes :

$$D_j^1 f = \langle f(x, y), \psi_{j,k,l}^1(x, y) \rangle \quad \text{III.41}$$

$$D_j^2 f = \langle f(x, y), \psi_{j,k,l}^2(x, y) \rangle \quad \text{III.42}$$

$$D_j^3 f = \langle f(x, y), \psi_{j,k,l}^3(x, y) \rangle \quad \text{III.43}$$

qui mettent en évidence les détails dans les directions : horizontale, verticale et diagonale respectivement.

Décomposition

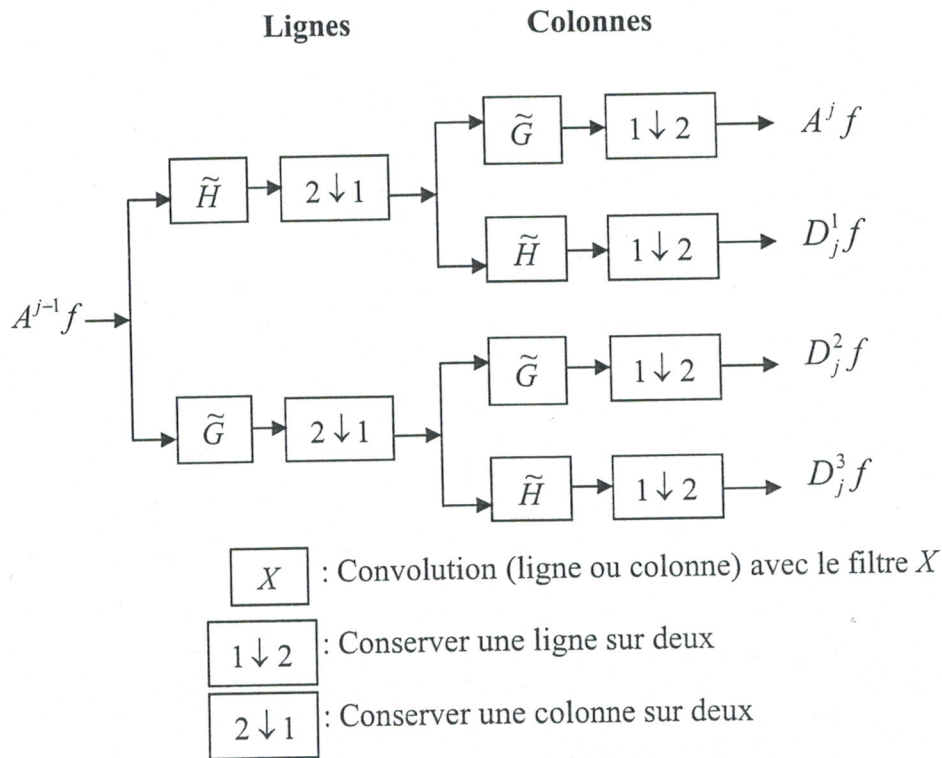


Figure III.3 : Schéma de décomposition de $A^{j-1}f$ en $A^j f$, $D_j^1 f$, $D_j^2 f$ et $D_j^3 f$

Il est clair que le signal approché et les différents signaux des détails à la résolution $j-1$ en 2D se calculent par filtrages séparables du signal à la résolution j suivant les deux axes. De plus leur taille est de $\frac{N}{2} \times \frac{N}{2}$ chacun si le signal $A^{j-1}f$ est de taille $N \times N$.

L'introduction des filtres \tilde{H} et \tilde{G} permet d'aboutir à partir les produits scalaires précédents, aux formule d'implémentation de l'analyse d'une image.

$$A_{k,l}^j f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(2k-n)\tilde{h}(2l-m)A_{n,m}^{j-1} f \tag{III.44}$$

$$D_{j,k,l}^1 f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(2k-n)\tilde{g}(2l-m)A_{n,m}^{j-1} f \tag{III.45}$$

$$D_{j,k,l}^2 f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2k-n)\tilde{h}(2l-m)A_{n,m}^{j-1} f \tag{III.46}$$

$$D_{j,k,l}^3 f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2k-n)\tilde{g}(2l-m)A_{n,m}^{j-1} f \tag{III.47}$$

On remarque que l'algorithme de décomposition est le même que dans le cas 1D. En effet, l'algorithme unidimensionnel est appliqué successivement sur les lignes et les colonnes de l'image pour chaque type de coefficient (Figure III.3). Cette constatation nous aide à comprendre la notion de détail vertical, horizontal et diagonal. $D_{j,k,l}^1 f$, par exemple, est obtenu par approximation sur les lignes, puis calculé à partir de coefficients d'ondelettes sur les colonnes. Ce sera donc le détail horizontal.

Reconstruction

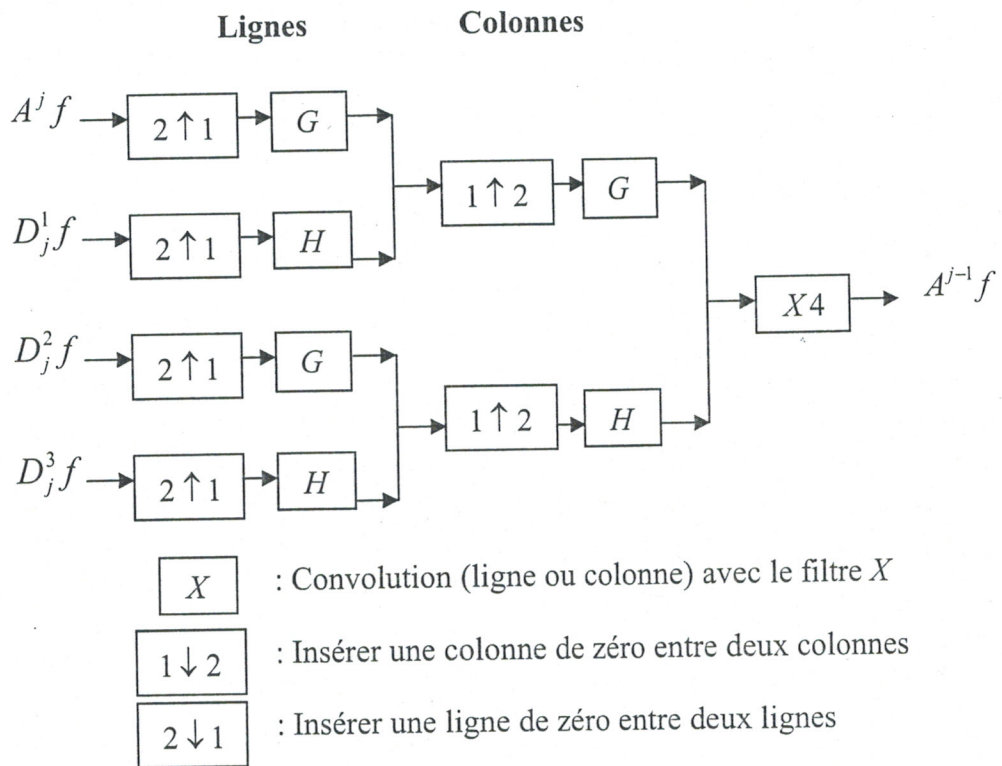


Figure III.4 : Schéma de reconstruction de $A^{j-1} f$ à partir de l'approximation $A^j f$ et des signaux des détails $D_j^1 f, D_j^2 f$ et $D_j^3 f$

Comme dans le cas unidimensionnel, la reconstruction du signal se fait récursivement. Nous additionnons l'interpolation du signal approché $A^j f$ à la résolution j avec l'interpolation de chaque signal des détails $D_j^1 f, D_j^2 f$ et $D_j^3 f$ à la même résolution pour obtenir le signal approché au résolution $j-1$. Ce processus est ensuite répété jusqu'à arriver à $A_1 f$ qui est le signal discret originale.

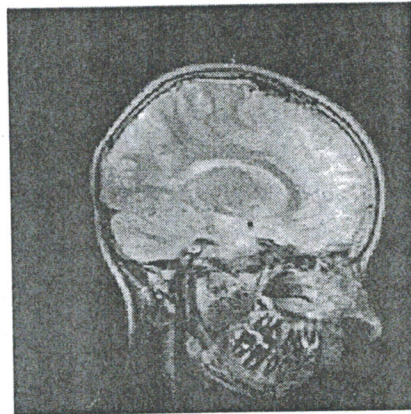
Les filtres interpolateurs sont H et G, nous avons la formule de synthèse suivante :

$$A_{k,l}^{j-1} f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h(k-2n)h(l-2m)A_{k,l}^j f + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [h(k-2n)g(l-2m)D_{j,k,l}^1 f + g(k-2n)h(l-2m)D_{j,k,l}^2 f + g(k-2n)g(l-2m)D_{j,k,l}^3 f] \quad \text{III.48}$$

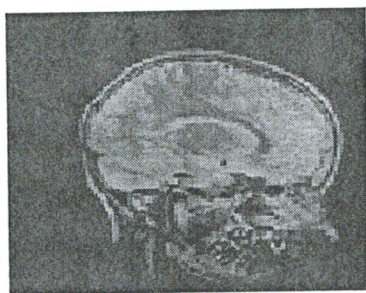
III.8 RESULTATS DE L'IMPLEMENTATION

1- Décomposition :

Nous avons choisi l'ondelette de Haar dans cet exemple pour décomposer une image de cerveau obtenue par un scanner d'IRM (coupe sagittale) avec un niveau de décomposition (n=1)



a- L'image originale



b- Approximation



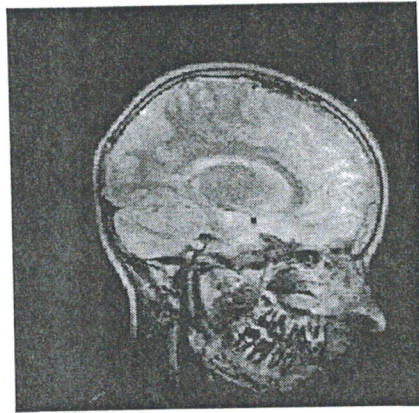
c- Détail horizontal



d- Détail vertical



e- Détail diagonal



f- L'image reconstruite

Dans cette figure (Figure III.5) montrons le rôle de l'ondelette pour l'étape de décomposition et de reconstruction d'image, nous optons pour un niveau de décomposition égal à 1. La figure (III.5.b) représente l'image approximée, cette image contient des informations basses fréquences. Cette image est déterminée par l'application d'un filtre passe haut selon les lignes et un filtre passe bas selon les colonnes. Pour ce qui est des détails, leurs représentation est assurée par :

- le détail horizontal obtenu par une double application du filtre passe haut à l'image
- les détails vertical et diagonal.

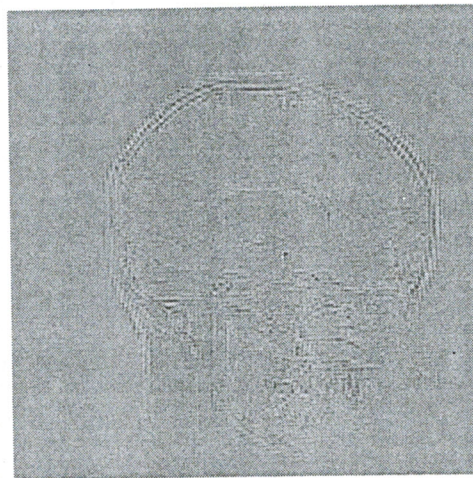


Figure III.6 : Le contour de l'image reconstruite

L'application des ondelettes pour la détection des images cérébrales réside lors de la reconstruction de l'image après l'analyse. Pour ce faire, il suffit seulement d'éliminer les coefficients d'ondelettes représentant les basses fréquences. La figure (III.6) illustre le résultat obtenu pour la détection de contour d'une coupe sagittale du cerveau.

Le choix de l'ondelette pour la l'analyse de l'image fait actuellement l'objet de plusieurs recherches, et l'application d'une ondelette par rapport à une autre engendre une variation sur la qualité de l'image. Pour une image quelconque, l'estimation et le jugement de sa qualité de l'image reconstituée est donné par le PSNR (Peak Signal Noise to Ratio).

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{dynamique de l'image}}{MSE} \right)^2$$

En effet, un PSNR élevé signifie une bonne qualité de l'image après reconstruction.

Dans ce qui suit nous présentons l'application de plusieurs ondelette pour l'analyse de l'image. Le tableau suivant nous permet d'étudier la variation du PSNR en fonction de type d'ondelette

Application 1 : ONDELETTE DEBAUCHIES

Pour une ondelette de reconstruction différente à celle de la décomposition (figure III.7) nous pouvons remarquer que le PSNR diminue considérablement. Ceci est probablement du à la différence du support du filtre utilisé et au nombre de moments nuls. En effet, pour l'ondelette de Haar le support du filtre est inférieur à celui des filtres utilisés pour le reste de la famille Debauchies et son nombre de moments nuls est égale à 1. Pour le problème inverse c'est-à-dire, l'utilisation d'une ondelette de reconstruction possédant un nombre de moments nuls supérieur à celui utilisé lors de la décomposition les résultats illustrés sur la figure (III.8) montre que pour une meilleurs analyse il est indispensable d'utiliser la même ondelette pour la décomposition et la reconstruction. La FigureIII.9 le prouve. L'utilisation de l'ondelette de Haar (Db1) permet d'obtenir un PSNR égale à 368,18 dB. Ce résultat implique une reconstruction quasi-parfaite de l'image. Pour les autres ondelettes Debauchies les résultats obtenus sont moins lons.

Tableau 1 :

L'ondelette de Décomposition	L'ondelette de reconstruction	PSNR (dB)
Haar	Haar	368.1869
db2	Haar	69.8511
db3	Haar	67.2361
db5	Haar	65.2483
db7	Haar	63.8706
db8	Haar	63.3435
db10	Haar	62.4927
db15	Haar	61.0177

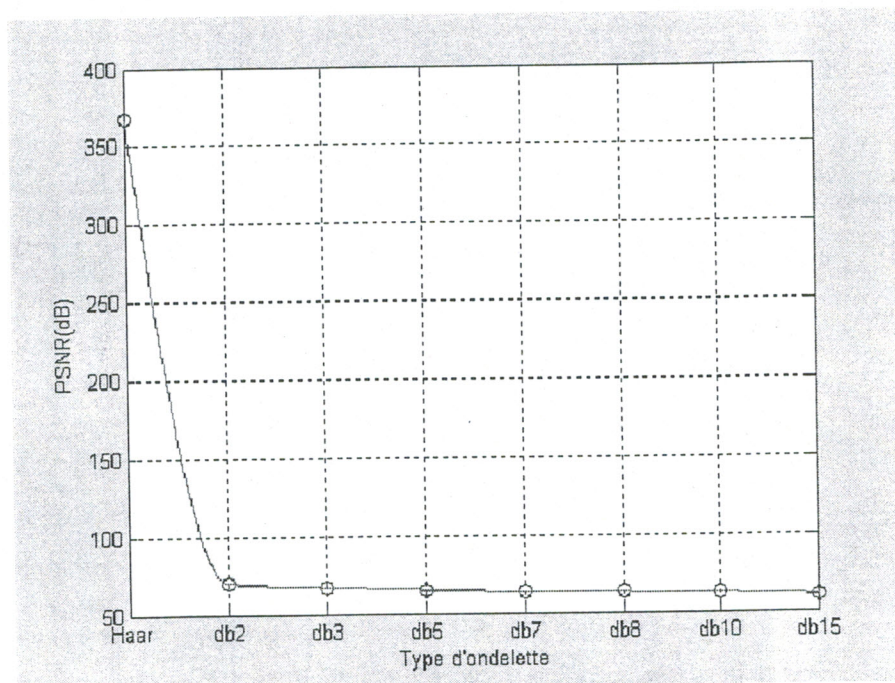


Figure III.7

Tableau2 :

L'ondelette de décomposition	L'ondelette de reconstruction	PSNR (dB)
Haar	db15	59.08
db2	db15	59.4372
db3	db15	59.8474
db5	db15	60.7418
db7	db15	61.7725
db8	db15	62.3837
db10	db15	63.8166
db15	db15	305.0220

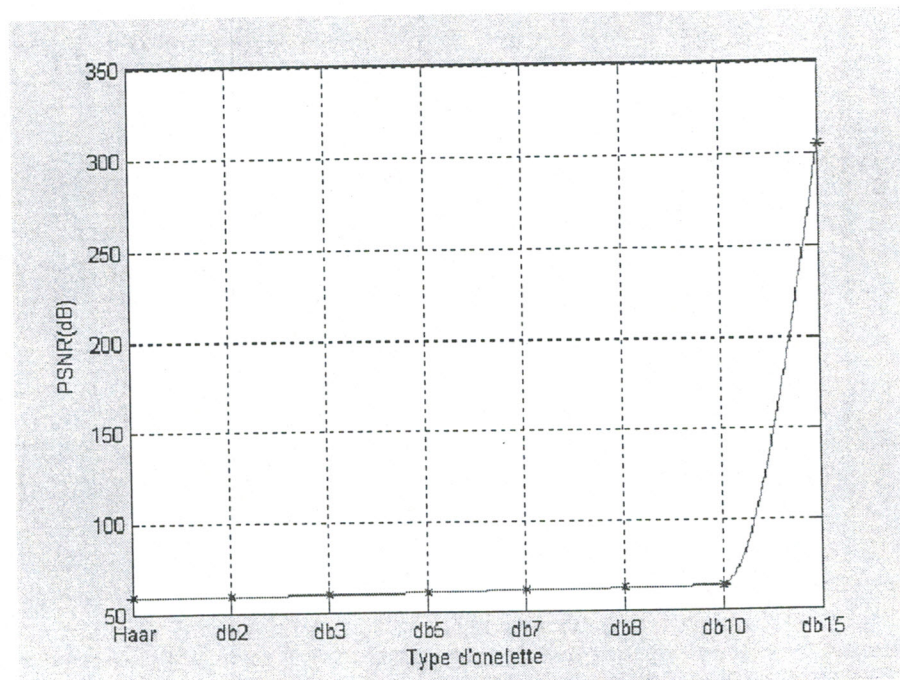


Figure III.8

Tableau3:

Haar	Haar	368.1869
db2	db2	312.5249
db3	db3	290.1900
db5	Db5	301.9040
db7	Db7	304.6468
db8	Db8	297.5010
db10	Db10	296.7064
db15	Db15	305.0220

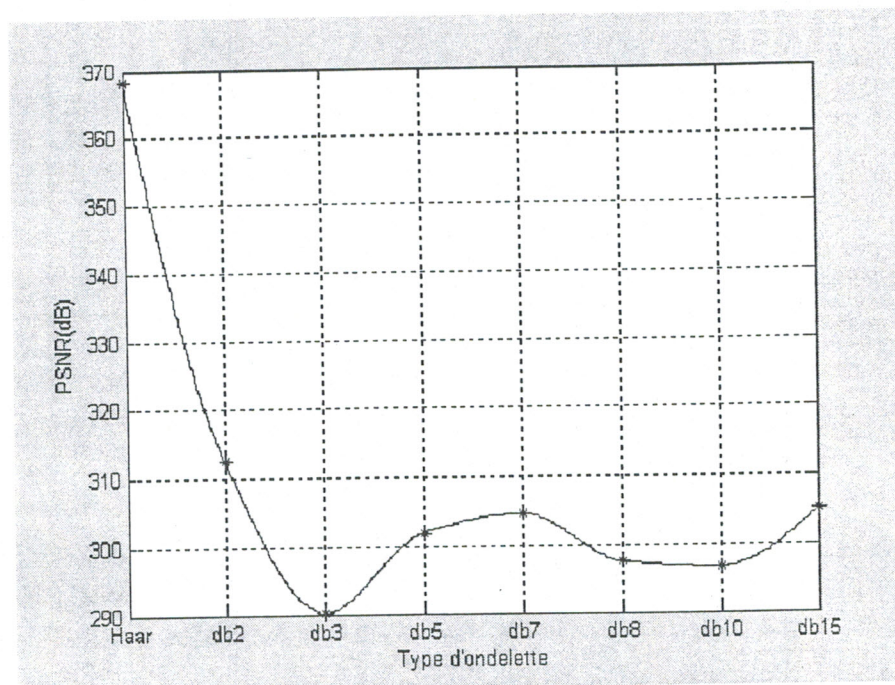


Figure III.9

Application 2 : ONDELETTE COIFLET et SYMLET

Coif3	Coif3	279.6768
Coif4	Coif4	312.0182
Coif5	Coif5	232.8942
Sym2	Sym2	312.5249
Sym3	Sym3	290.1900
Sym5	Sym5	322.7060

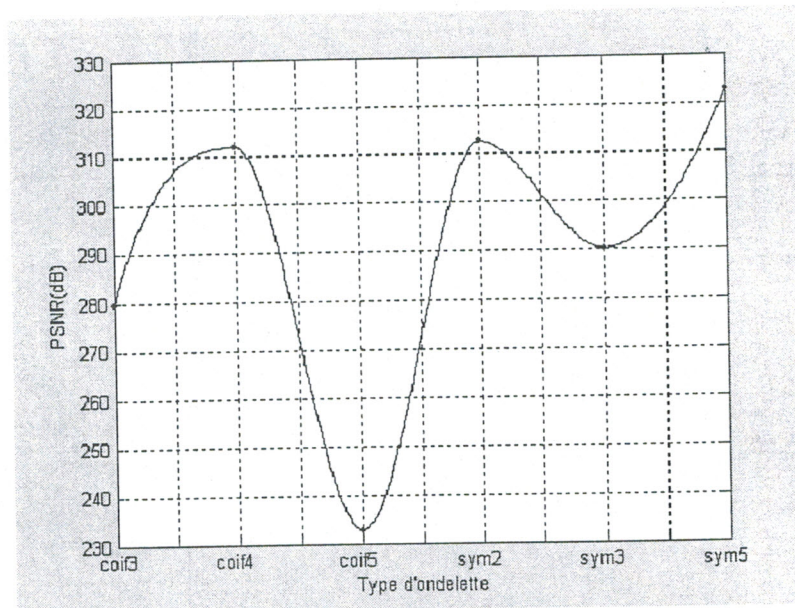
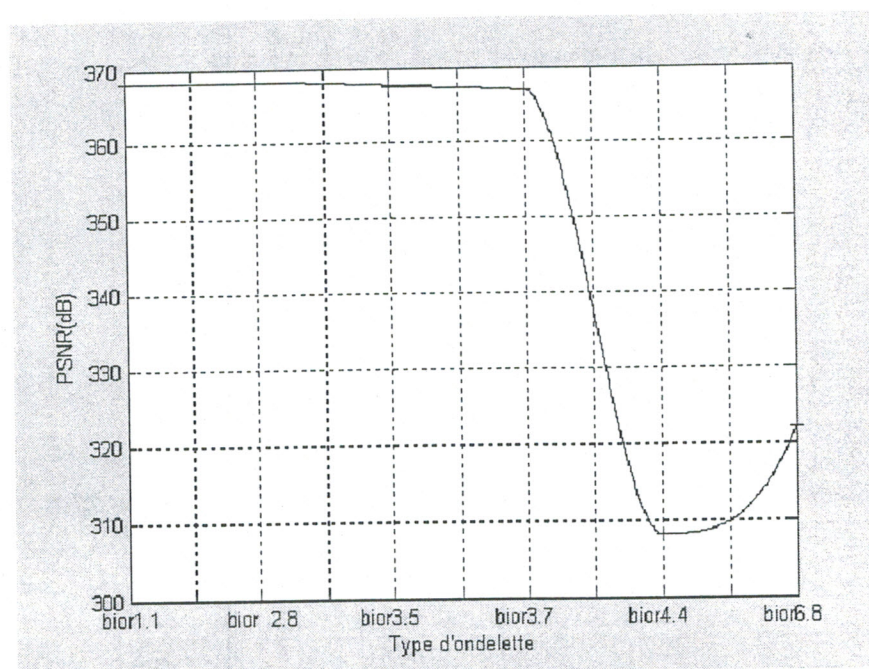


Figure III.10

Ce graphe (Figure III.10) nous montre la variation du PSNR calculé entre l'image originale et l'image reconstruite après l'application des différents types d'ondelettes (coiflet et symlet). Nous remarquons que l'ondelette de symlet5 donne une valeur de PSNR très importante par rapport aux autres ondelettes. Cette ondelette est sélectionné afin de la comparer à d'autre ondelette sélection pour d'autres familles.

Application 3: ONDELETTE BIORTHOGONALES

Bior1.1	Bior1.1	368.1869
Bior2.8	Bior2.8	368.2736
Bior3.5	Bior3.5	367.7104
Bior3.7	Bior3.7	367.0094
Bior4.4	Bior4.4	308.1048
Bior6.8	Bior6.8	321.9430

*Figure III.11*

En ce qui concerne les ondelettes bi orthogonales, nous remarquons d'après le graphe de la figure (III.11) que la meilleure ondelette pour analyser une image est celle de l'ondelette bior2.8 et bor1.1 dont la valeur de PSNR est très importante.

COMPARAISON DES RESULTATS

En comparant le PSNR en fonction de l'ondelette sélectionnée pour chaque famille, nous constatons facilement que les ondelettes présentant un nombre de moment très faible correspondent le mieux pour l'analyse de l'image médicale.

Il est probable que ces résultats sont dû au contraste des images médicales, car pour les images colorées par exemple, les résultats obtenus jusqu'à aujourd'hui recommandent l'utilisation d'ondelettes ayant un nombre de moments nuls allant de 8 à 12 [54].

Les ondelettes présentant un nombre de moments nuls supérieurs à 2 donnent des résultats inférieurs mais de bonne qualité.

La figure (III-12) illustre les résultats de la comparaison.

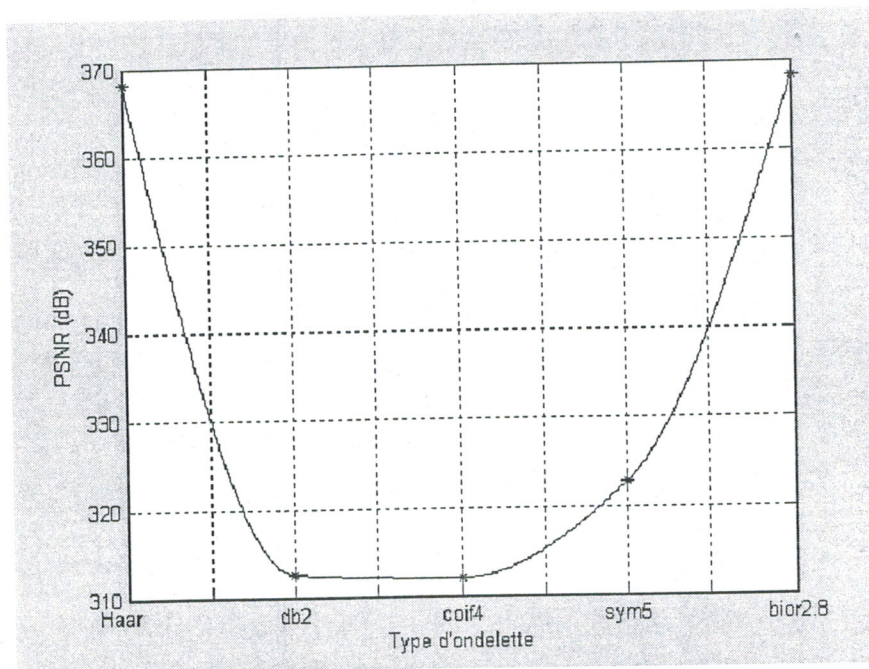
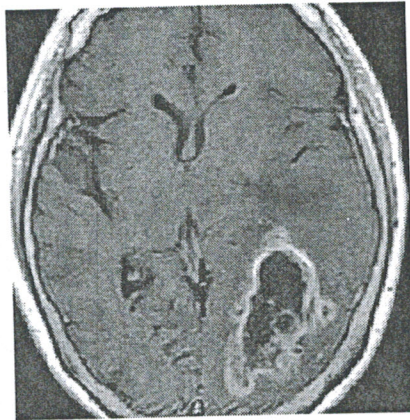


Figure III.12

Cas d'une image présentant un cas pathologique

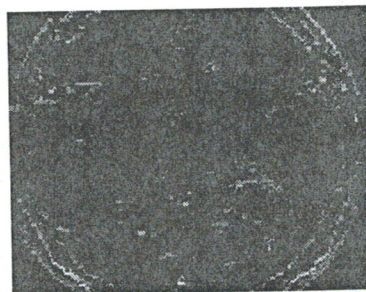
Cette image est celle que nous avons traitée dans le chapitre précédent. C'est une coupe axiale enregistrée au moyen d'un scanner IRM.



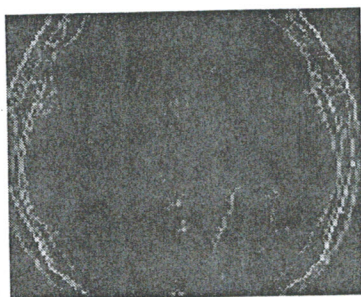
a- Image originale



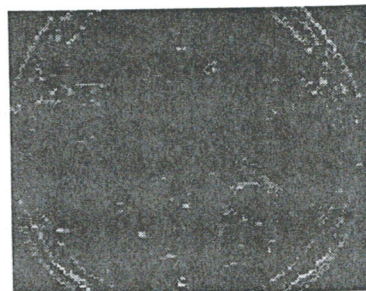
b- Approximation



c- Détail horizontal



d- Détail vertical



e- Détail diagonal



Figure III.13

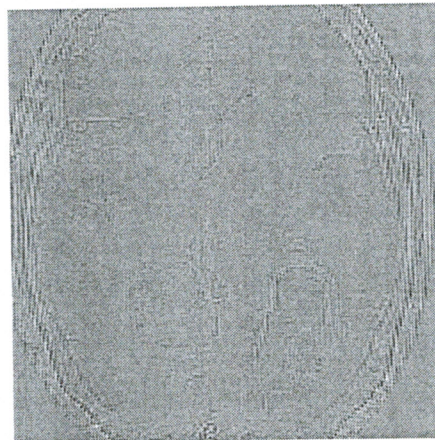


Figure III.14

La figure (III.14) présente les forts gradients de l'image reconstruite, autrement dit l'image segmentée, Nous observons d'après cette figure que l'analyse par ondelettes détermine les régions dans l'objet, nous nous intéressons par le segment qui présente la pathologie.

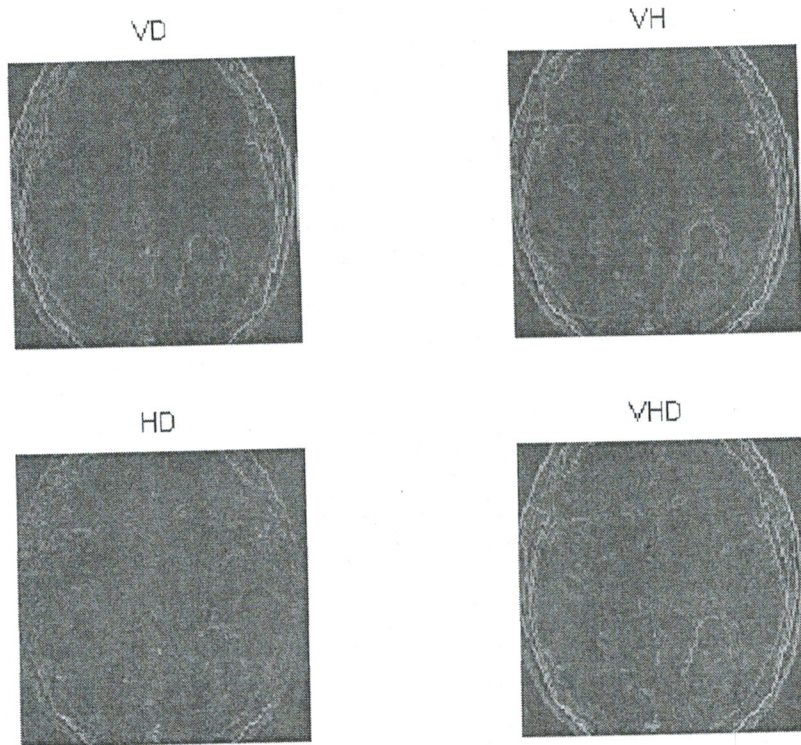


Figure III.15

La figure (III.15) montre l'étape de segmentation par ondelettes, dans cette tâche nous avons fait la reconstruction sans tenir compte de l'image approximée. En négligeant, dans un premier temps le détail horizontal, dans un deuxième temps nous avons négligé le détail diagonal, en troisième étape nous n'avons pas tenu compte du détail vertical. Enfin la reconstruction englobe tous les détails précédemment cités, en comparant les quatre cas, nous constatons que la dernière image donne de bons résultats par rapport aux autres car elle englobe toutes les informations hautes fréquences.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons appliqué un grand nombre d'ondelettes pour l'analyse de l'image médicale. Nous avons pu constater que pour une ondelette ayant un nombre de moments nuls faible lors de la décomposition, les résultats du PSNR après reconstruction, sont les meilleurs. Ces résultats sont obtenus en utilisant les ondelettes bi-orthogonales qui présentent un filtre de reconstruction différents de celui utilisé pour l'analyse (décomposition). En fait, l'ondelette Bior2.8 a donnée les meilleurs résultats.

Pour une segmentation adéquate, il suffit d'éliminer les coefficients d'approximation et de reconstruire l'image en utilisant l'ondelette sélectionnée pour l'analyse.

Mais le choix de l'ondelette reste encore très difficile du fait des résultats comparables obtenus et de la qualité de l'image résultante.

Chapitre IV

Compression d'Image

IV.1 INTRODUCTION

La compression d'un signal (1D, 2D, 3D) consiste à minimiser la quantité d'informations nécessaires à sa représentation, ceci en vu d'un stockage d'une transmission ou simplement pour l'accélération des traitements ultérieures. En traitement d'image les applications sont nombreuses et en rapide développement. Citons par exemple l'image satellite, transmission par fac-similés de documents, image médicale, image de télévision, etc.,...

Ceci n'est certes possible que sur des images digitales qui peuvent être obtenues par numérisation d'image analogique en utilisant notamment un scanner ou tout autre instrument de numérisation [53].

Une image numérique est une matrice composée d'échantillons élémentaires appelés pixels. Nous appellerons M le nombre de lignes de l'image et N le nombre de colonnes. A chaque pixel d'une image monochrome est associé une valeur numérique à laquelle correspond un niveau de gris, par contre dans l'image couleur le pixel sera un vecteur de trois composants (RGB). En général, le nombre des niveaux de gris est une puissance de deux. Nous considérons, à titre d'exemple, pour une image avec des pixel ayant des niveaux de gris représentés avec des nombre allant de 0 à 255, nous aurons 256 valeurs possibles codées sur 8 bits par pixel (bpp). Notons que par convention le niveau de gris '0' correspond à du noir et le niveau de gris '255' à du blanc. Le nombre de bits par pixels R est appelé « débit ». Nous notons R_0 le débit de l'image originale avant compression et R_c son débit après compression.

L'image originale est une matrice de pixels qui occupe un total : $B_0 = M.N.R_0$ bits.

L'image compressée est une suite de bits qui occupe R_c bits. Nous voyons que $R_c = \frac{B_c}{M.N}$ correspond au nombre des bits moyens ramené au nombre de pixels. Cependant l'image compressée n'est généralement pas physiquement composée de pixels. La décomposition est nécessaire pour représenter l'image décompressée sous forme de pixels visibles. L'image décompressée occupe alors la même place que l'image originale soit B_0 bits, en subissant éventuellement une distorsion due à la compression. Par abus de langage, nous appellerons souvent par la suite « image compressée » une image qui aura en réalité subi successivement l'opération de compression et l'opération inverse de décompression [55].

Toute la problématique de la compression d'image consiste à satisfaire les contraintes technologiques, techniques ou financières aux quelles nous sommes confrontées tout en obtenant la qualité requise de l'image décompressée pour l'application souhaitée.

IV.2 EVALUATION DE LA QUALITE DE LA COMPRESSION

IV.2.1 Taux de compression

Etant donné que l'objectif d'une compression est de minimiser la quantité d'informations nécessaires à la représentation d'une image: nous définissons alors le paramètre suivant :

$$T_c = \frac{\text{nombre de bits de l' image originale}}{\text{Nombre de bits de l' image compressée}} \quad \text{IV.1}$$

Ce paramètre est appelé taux de compression. Par définition, le taux de compression sera égal à l'unité si nous ne réduisons par le nombre de bits nécessaire à la représentation de l'image originale. En revanche si nous imaginons une technique de compression permettant de représenter l'image compressée avec seulement un bit par exemple, alors le taux de compression sera égal au nombre de bits de la représentation de l'image. Par exemple pour une image monochromatique de taille 256x256 codée sur 8 bits par pixel nous aurons un taux de compression 256x256x8. Il existe une autre quantité permettant de définir le taux de compression maximal sans perte d'information c'est l'entropie que nous définissons ci-dessous.

IV.2.2 Taux d'information

Pour introduire cette notion d'entropie, il est nécessaire de noter la différence entre la qualité de l'information et la quantité d'information dans une image. D'un ensemble de pixels, il est bien évident qu'une valeur moins probable c'est à dire moins représentée porte une information très importante car on se rendra très vite compte de sa disparition. La qualité de l'information est représentée par une grandeur appelée entropie (en bits) calculée par la formule suivante :

$$H = - \sum_{i=1}^{i=N} P_i \log_2 P_i \quad \text{IV.2}$$

Où P_i est la probabilité de présence du niveau de gris i et N étant le nombre du niveau de quantification ($N = 256$ pour une image à niveau de gris codée sur 8 bits).

Plus l'entropie est faible, moins on a besoin de bits pour représenter les niveaux de gris des pixels de l'image.



IV.2.3 Mesures de fidélité

Il s'agit de définir des quantités permettant d'évaluer numériquement la qualité de l'image reconstruite. Si l'on note $I(i,j)$, l'image originale de taille $M \times N$, $\hat{I}(i,j)$ l'image de même taille obtenue après reconstruction, nous pouvons définir :

- **L'erreur Moyenne Quadratique (MSE)**

$$MSE^2 = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{j=1}^{j=M} (I(i,j) - \hat{I}(i,j))^2 \quad \text{VI.3}$$

- **Le rapport signal sur bruit (PSNR)**

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{dynamique de l'image}}{MSE} \right)^2 \quad \text{VI.4}$$

Généralement une image est codée sur 8 bits. Elle est représentée par 256 niveaux de gris qui varient entre 0 et 255, l'étendu ou la dynamique de l'image est alors 255. Autrement, si les valeurs de niveau de gris varient entre $ngmin$ et $ngmax$, la dynamique de l'image est alors de $ngmax - ngmin$. Cette formulation utilisée en imagerie a une expression différente en traitement du signal à savoir [56]:

$$PSNR' = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma}{MSE} \right)^2 \quad (dB) \quad \text{VI.5}$$

Où σ^2 est la variance du signal original.

Cette formule est probablement plus expressive car le PSNR' prend la valeur 0 quand le bruit de reconstruction est identique à la variance du signal original. Il est infini quand la reconstruction est exacte ou parfaite, ce qui implique que le bruit de la reconstruction est nul.

Etant donné que l'image reconstruite doit s'apprécier visuellement, on peut compléter l'information donnée par l'erreur quadratique moyenne, en présentant « l'image différence » entre l'originale et la reconstruite qui est alors définie par :

$$d(i,j) = 2 \left(I(i,j) - \hat{I}(i,j) \right) + 128 \quad \text{VI.6}$$

Où le facteur 2 est mis pour rehausser la dynamique. Par contre le facteur 128 rend l'erreur d positive pour des raisons de visualisation. Cette image différence devrait être uniforme pour une image parfaitement reconstruite.

IV.3 LA STRATEGIE DE QUANTIFICATION

La quantification est un processus qui permet d'associer un nombre réel (respectivement vecteur de réels) à un nombre entier (respectivement un vecteur d'entiers). En un certain sens on peut considérer qu'elle réalise une compression implicite (passage des réels aux entiers). Ce processus permet de réduire le nombre de bits nécessaire à la représentation de l'information image. [53],[55]

On distingue en générale deux types de quantification :

- La quantification scalaire
- La quantification vectorielle

IV.3.1 Quantification scalaire

Dans cette quantification, le quantificateur est une fonction $Q(x)$ associant un ensemble de réels, et un ensemble restreint d'entiers. En général, $Q(x)$ est une fonction en escalier comme la montre la figure (IV.1)

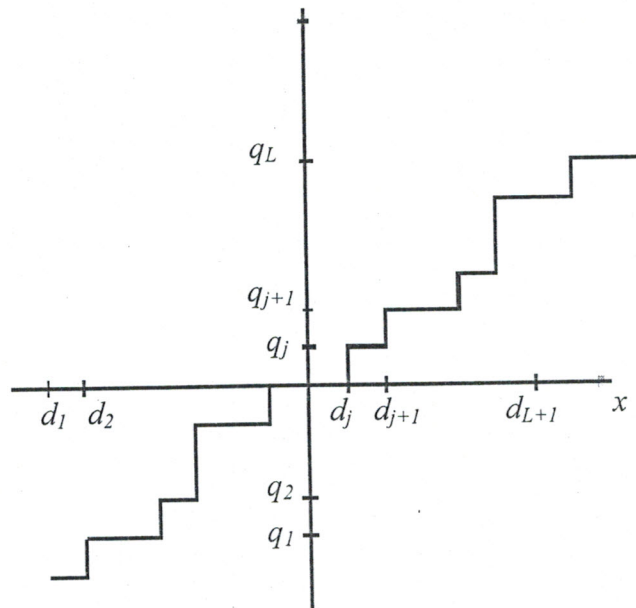


Figure IV.1: Exemple de fonction de quantification : fonction en escalier

Cette fonction est définie par un ensemble $\{d_j \mid j = 0, 1, \dots, L+1\}$ de points de décision et un ensemble $\{q_j \mid j = 0, 1, \dots, L\}$ de niveau de reconstruction.

N étant le nombre de niveau de quantification.

La fonction Q est alors définie par $Q : x \rightarrow q_j$ si $x \in [d_j, d_{j+1}]$.

IV.3.2 Quantification vectorielle

La quantification vectorielle est plus complexe à mettre en œuvre car il faut préalablement engendrer un ensemble de vecteurs de référence appelé dictionnaire (code book), ce qui se fait à l'aide d'un algorithme d'apprentissage que l'on applique à un ensemble d'images. La quantification consiste alors à décomposer l'image en vecteurs de taille identique à ceux du dictionnaire, à rechercher pour chaque vecteur de l'image le plus proche dans le dictionnaire et à le remplacer par l'indice dans le dictionnaire du vecteur associé [57].

Il faut remarquer que la quantification vectorielle donne souvent de meilleurs résultats que la quantification scalaire [55]. Récemment, des méthodes de quantification donnant de meilleurs résultats que les deux techniques citées précédemment ont été introduites. Parmi ces méthodes, l'algorithme EZW [58] et SPIHT [59] comme nous le verrons par la suite. En effet ces méthodes sont avantageuses grâce au contenu spatial de la transformée en ondelettes de l'image, ceci en quantifiant les coefficients par approximations successives à travers les sous bandes de même orientation.

IV.4 TECHNIQUES DE COMPRESSION PAR TRANSFORMATION

Les méthodes de compression par transformation n'agissent pas directement sur l'image numérique dans sa représentation canonique, mais dans le domaine de la transformée. Cette transformation pouvant être linéaire ou non. Il est bien connu qu'une transformation permet de mettre en évidence certaines propriétés de l'image que la représentation originale ou canonique ne laisse pas apparaître.

En partant d'un ensemble de valeurs numériques corrélées d'une image, le but est d'obtenir un autre ensemble de valeurs le moins corrélées possible dans l'espace transformée. En général, les schémas de codage par transformation subdivisent l'image de taille $N \times N$ en sous images de taille plus petites avant de faire subir à ces sous images une transformation. Nous privilégions les transformations unitaires et qui conservent l'énergie. La transformation consiste en la décomposition de l'image dans une base adéquate de fonctions tels que les coefficients de la transformation soient indépendants et qu'un nombre minimum de ces

coefficients contienne une proportion importante de l'énergie de l'image. Ainsi, on pourra mettre à zéro certains d'entre eux sans nuire de manière significative ni à la quantité d'énergie, ni à l'aspect visuel de l'image reconstruite [53]. Une transformation adéquate pour la compression d'image devrait permettre la décorrélation des coefficients transformés, la conservation d'énergie ou sa condensation dans un nombre minimum de coefficients et enfin posséder un algorithme rapide. Les transformations linéaires sont les plus utilisées car ayant des expressions analytiques simples et s'implémentant assez vite. Pour satisfaire la contrainte de décorrélation, on utilise les bases orthogonales et les transformations utilisées en compression sont orthogonales. Autrement dit, ce sont des opérations séparables, c'est-à-dire que l'opération en deux dimensions est équivalente à deux opérations successives à une dimension, l'une horizontalement et l'autre verticalement. [55]

Il existe de très nombreuses de transformations orthogonales parmi lesquelles, la transformée de Karhunen- loeve, la transformée sinus, cosinus...

IV.4.1 Transformation de Karhunen- loeve (KLT)

On appelle transformée de Kahumen- loeve, la transformmmtion optimale au sens où tous les coefficients obtenus sont décorrélés et que la quasi-totalité de l'énergie est conservée par un minimum de coefficients. Malheureusement les éléments de la transformation, notamment la matrice, dépendent de l'image dont il faut entre autre calculer la moyenne et la covariance. Par ailleurs, il n'existe pas d'algorithme rapide pour le calcul de la transformation de Karhunen- loeve. Toutes ces raisons font que cette transformation soit très peu utilisée dans la pratique. On lui préfère des transformations qui sont indépendantes des images et qui ont des algorithmes rapides, tels que les transformations spectrales en ondelettes...

IV.4.2 Transformations spectrales ou sinusoidales

La transformation de Fourier et celles qui s'en déduisent, telles la transformation en sinus, la transformation en cosinus, sont très utilisées en analyse et en filtrage du signal. Ces transformations possèdent des algorithmes rapides comme la *FFT (Fast FourierTrasform)* et ses variantes. La variable de l'espace transformé étant la fréquence, une telle décomposition permet de mieux observer la répartition fréquentielle de l'image. Etant donné que ce sont les premiers harmoniques qui contiennent la quasi-totalité de l'énergie, il est donc possible de mettre à zéro une proportion importante des coefficients et de coder l'image à moindre coût.

Malgré la rapidité de la transformation de Fourier, elle décompose l'image en une partie réelle et une partie imaginaire pouvant se convertir en module et argument ce qui n'est pas facile à manipuler ou à interpréter. Les traitements de ces données peuvent s'avérer lourds, d'où la préférence accordée à la transformation en cosinus qui bénéficie de toutes les caractéristiques de la *FFT*. La transformée en cosinus discrète *DCT* (*discret Cosine Transform*) a été choisie comme standard par *JPEG* (*Joint Photographic Experts Group*) pour le codage d'images fixes et a fait l'objet de beaucoup d'études et d'applications de la compression dans tous les domaines de l'imagerie, y compris le médical. Contrairement à la transformation *KLT*, la matrice de transformation *DCT* est complètement indépendante de l'image.

D'autre part, cette norme (*JPEG*) présente un certain nombre d'inconvénients :

- L'efficacité de codage est limitée.
- Le codage par blocs de 8×8 pixels génère un effet de mosaïque à bas débit très gênant visuellement.
- La transmission d'images codées est très peu robuste en environnement bruité.
- Les applications liées à l'image sont de plus en plus spécifiques et nécessitent de nouvelles fonctionnalités non résolues par *JPEG*.

Donc c'est pour cela, nous allons introduire une autre transformation qui ignore en quelque sorte ces inconvénients et améliorer la compression d'image, c'est cette transformation que nous allons appliquer par la suite avec un nouveau codage plus puissant.

IV.5 COMPRESSION D'IMAGE PAR ONDELETTES

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la transformation en ondelettes permet d'obtenir une représentation temps-fréquence [60],[61] ou temps échelle. Elle a des propriétés d'adaptativité ou de flexibilité très attrayantes notamment le choix des fonctions de bases des ondelettes (orthogonales ou non à support compact ou infini, ect...) et des paramètres de dilatation et translation [46],[51]. Les transformées en ondelettes conservent l'énergie du signal et possèdent notamment des algorithmes rapides [62], elles sont donc bien adaptées à la compression d'image (FigureIV.2) [46],[63].

L'intérêt des ondelettes par rapport aux sinus et aux cosinus se situe surtout à deux niveaux :

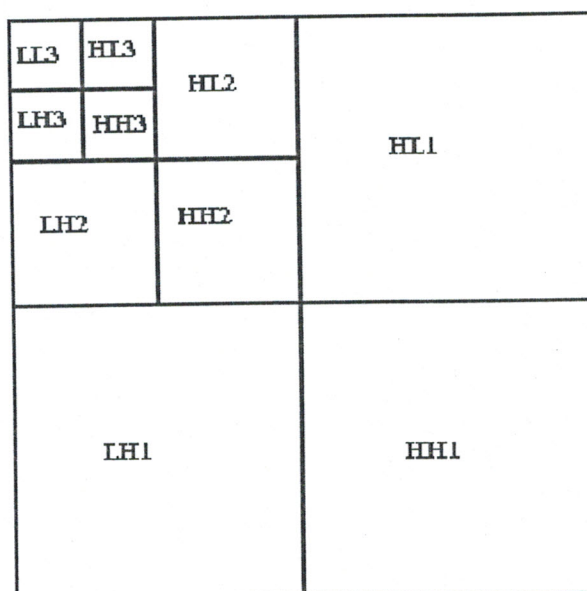
- Contrairement aux sinus et cosinus qui ne sont bien localisés qu'en fréquence, les ondelettes le sont également en temps. Par conséquent tout changement de fréquence

dans la transformée en ondelettes ne produira de changements que sur une certaine partie du domaine temporel.

- Les ondelettes permettent de représenter de manière compacte un grand nombre de fonction : ainsi les fonctions formées de pics très prononcés nécessitent beaucoup moins d'ondelettes que de sinus/cosinus pour être représentées [53].

Les ondelettes sont utilisées dans les deux catégories de techniques de compression que sont la compression sans pertes ou réversible (lossless) et celle avec pertes ou irréversible (lossy) [64],[65].

La première catégorie d'algorithme permet d'avoir une image construite identique à l'originale mais avec des taux de compression peu élevés. La seconde catégorie donne des images reconstruites plus ou moins de bonne qualité suivant le taux de compression mais présente ce pendant l'avantage de donner accès à des taux de compression très important.



*Figure IV.2 : décomposition par ondelette
(niveau de décomposition 3)*

IV.5.1 Schéma des algorithmes de compression d'image par ondelettes

Les algorithmes classiques de compression s'appuyant sur la transformée en ondelettes suivent le schéma de la figure présenté ci-dessous.

Dans un premier temps est appliquée la transformée en ondelettes pour décorrélérer les données de l'image, puis il s'ensuit d'une phase de quantification des coefficients résultants et finalement les coefficients quantifiés sont encodés sans perte. La décompression est faite en appliquant les opérations duales de la phase de compression dans l'ordre inverse.

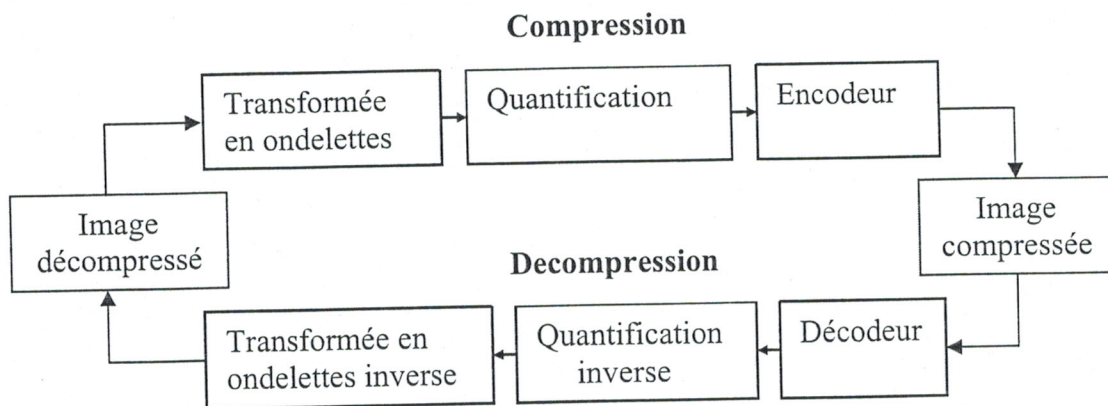


Figure IV.3: Schéma général d'un algorithme de Compression / décompression par ondelettes

La transformée en ondelettes ne fait que changer la représentation de l'image en concentrant l'information dans un nombre restreint de coefficients. La distribution des coefficients possède la forme d'un pic et donc une entropie plus faible. Cet état augmente le taux de compression sans pertes. La compression proprement dite se fait alors au terme d'une opération de la quantification. Nous pouvons donc éliminer les coefficients de faible amplitude par un seuillage sans créer de distorsion importante dans l'image reconstruite grâce à la propriété d'invariance de l'énergie contenue dans l'image originale et sa transformée. Parmi les algorithmes de compression utilisant la transformée en ondelettes et qui suivent le schéma précédent, nous nous intéressons à l'algorithme de EZW.

IV.5.2 Technique d'encodage des coefficients

Les deux grandes techniques utilisées dans la plupart des algorithmes sont le codage de Huffman et le codage arithmétique [66], toutes deux reposent sur un modèle statistique de l'image à coder. La compression consiste à coder le symbole le plus probable avec moins de bits que le symbole le moins probable.

Le codeur arithmétique donne les meilleurs résultats surtout quand il utilise un modèle adaptatif, il est d'ailleurs utilisé dans les algorithmes EZW et SPIHT [59]. Le codeur et le décodeur doivent bien entendu avoir accès au même modèle puisque c'est lui qui détermine la distribution des probabilités de présence des différents symboles.

D'autre part le codeur arithmétique a l'avantage de faire clairement la distinction entre le modèle choisi pour représenter les données et le codage des informations avec ce modèle. L'implémentation proposée dans la littérature [58] est d'ailleurs faite de telle sorte que l'on puisse facilement changer de modèle.

IV.5.3 L'algorithme de codage EZW

L'idée de base de cet algorithme qui est proposé par Shapiro [58] est de trouver le meilleur ordre de transmission des coefficients de représentation en ondelettes.

Il est clair que la transmission des coefficients dans l'ordre décroissant de leur valeur absolue est la meilleure solution, puisque les coefficients les plus significatifs sont ceux dont la valeur absolue est la plus élevée. Shapiro proposa de transmettre les coefficients sous forme d'une suite de bits obtenue par enchaînement progressif des bits des coefficients les plus significatifs en commençant par les bits les plus importants. Cette nouvelle conception offre l'avantage à l'algorithme EZW de faire la transmission progressive d'image puisque le décodeur peut s'arrêter au niveau de n'importe quelle suite de bits. De surcroît nous aurons une meilleure image reconstruite avec cette suite de bits tronquée. Cet algorithme présente en plus l'avantage de ne nécessiter ni phase d'apprentissage, ni dictionnaire, ni l'information sur l'image source.

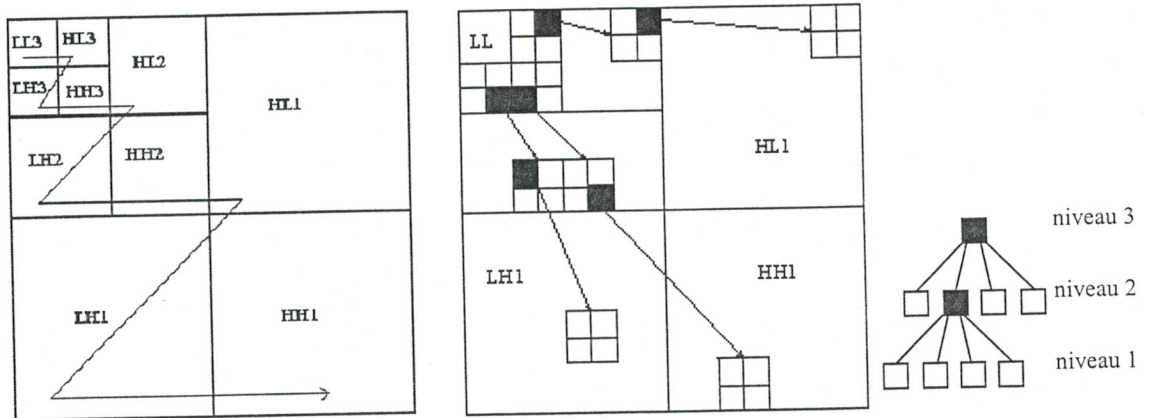
IV.5.3.1 Schéma de l'algorithme

Après avoir calculé la transformée en ondelettes de l'image, l'algorithme code les coefficients transformés à l'aide d'une suite décroissante de seuils T_0, \dots, T_{N-1} , avec $T_i = \frac{T_i}{2}$ et $T_0 < 2|c|$ pour tout coefficient c de la représentation en ondelette. Pour coder les coefficients, l'algorithme effectue récursivement deux passes successives, ne traitant à chaque fois que les coefficients significatifs par rapport au seuil courant : ceux dont la valeur absolue est supérieure au seuil. Dans la première passe, la dominante de l'algorithme parcourt les coefficients de la transformée en ondelettes suivant l'ordre donné par la figure (IV.4-a) pour la recherche des coefficients significatifs par rapport au seuil courant, en utilisant la hiérarchie donnée par la figure (IV.4-b).

L'algorithme produit alors une sorte de carte marquant la position des coefficients significatifs ainsi que leur signe. Cette carte est obtenue en associant à chaque coefficient suivant sa valeur absolue et celle de ses fils l'un des symboles suivant : Zerotree (Z), Isolated Zero (IZ), Positive signifiant (POS) et Negative signifiant (NEG). [58],[67] (**L'algorithme de passe dominant**)

- Un coefficient est un Zerotree si lui et tous ses descendant ne sont pas significatif, aucun symbole n'est alors associé à ses descendant.

- Isolated Zero signifie que le coefficient n'est pas significatif mais a des bases descendant qui le sont.
- Les coefficients significatifs (valeur absolue supérieure au seuil) sont marqués Positive ou Negative selon que le coefficient soit positif ou négatif.



a- Ordre de parcours des coefficients b- Organisation hiérarchique des coefficients

Figure IV.4 : Les relations entre les coefficients d'ondelettes dans différents sous bandes

Chaque coefficient significatif est ensuite mis à zéro dans la transformée en ondelettes afin que sa position ne soit plus encodée et sa valeur absolue est placée dans une liste pour la coder par approximations successives. En effet chaque carte est suivie d'une suite de symboles '0' et '1' qui permettent au décodeur de fixer une valeur de reconstruction approximative aux coefficients significatifs. Cette valeur s'affine pour se rapprocher de plus en plus de la valeur réelle des coefficients au fur à mesure que des suites de symboles sont encodées. (l'algorithme de passe secondaire) Cette suite est obtenue comme suit :

Si T_i est le seuil courant, alors les coefficients marqués dans la passe précédente ont leur valeur absolue dans l'intervalle $[T_i, 2T_i[$, cet intervalle est alors divisé en deux

$$\left[T_i, \frac{3T_i}{2} \right] \text{ et } \left[\frac{3T_i}{2}, 2T_i \right].$$

Les coefficients dont la valeur absolue se trouve dans le premier intervalle sont codés par le symbole '0', alors que ceux se trouvant dans le second intervalle nous leur associons le symbole '1'. Lorsque la seconde passe est finie, l'algorithme reprend le processus et génère la carte suivante dont le nouveau seuil étant T_{i+1} . Dans cette seconde étape un nouvel intervalle s'ajoute au deux précédents : $[T_{i+1}, T_i[$. Ces trois intervalles sont alors raffinés comme dans

l'étape du cycle précédent pour transmettre une suite de symboles '0' ou '1', chaque symbole étant associé à un coefficient significatif. Lorsque le seuil initial T_0 est un multiple d'une puissance de deux, cette stratégie peut être vue comme la transmission des bits de la valeur absolue des coefficients, en commençant par les bits les plus significatifs. Ce processus récursif s'arrête lorsque T_{N-1} est atteint ou que le nombre de bits souhaité a été transmis. [42]

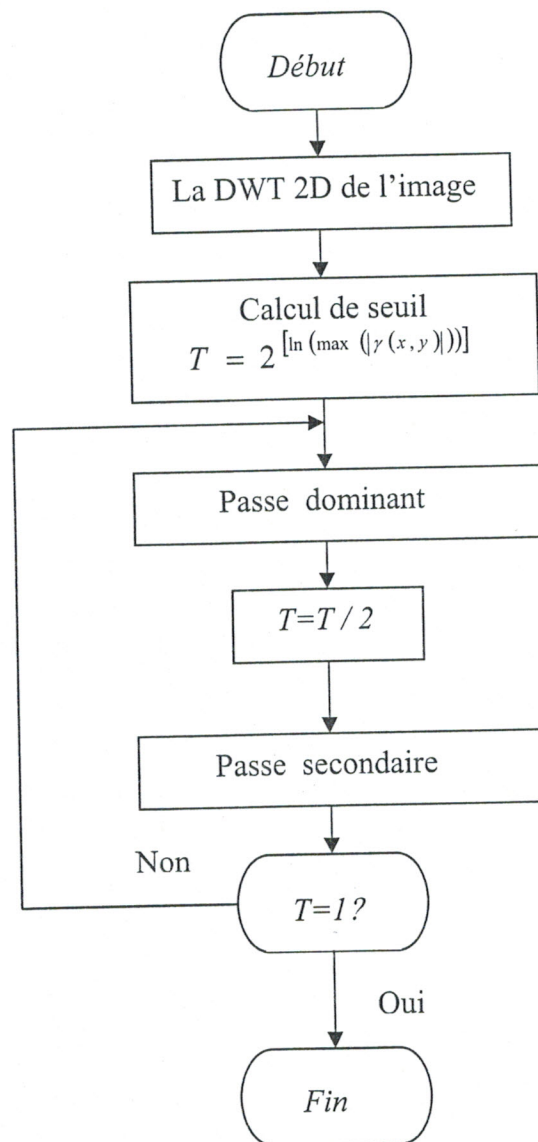
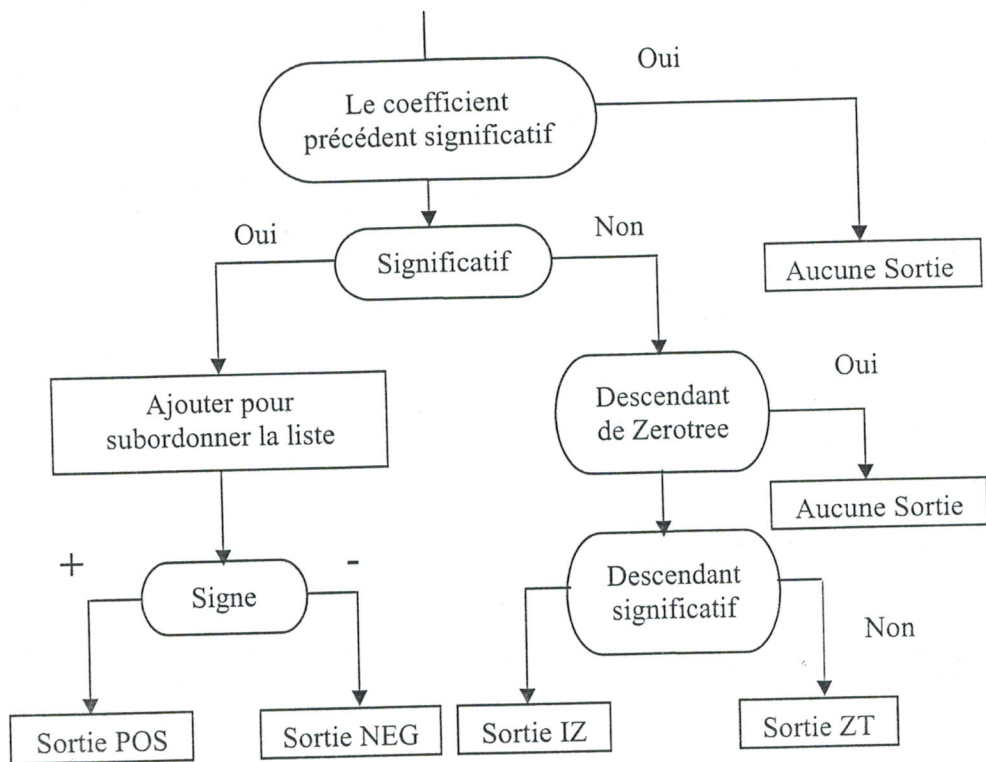
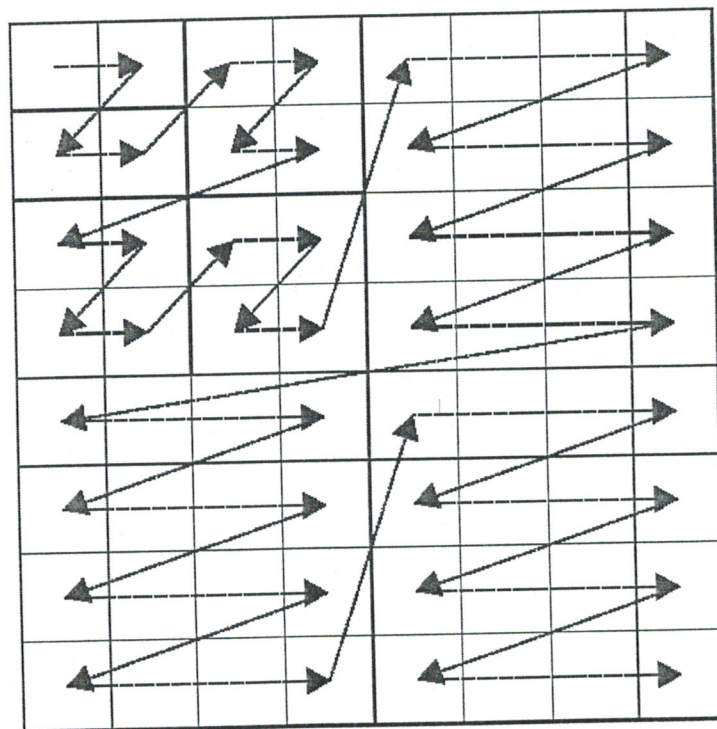


Figure IV.5 : Algorithme de EZW



FigureIV.6 : Organigramme de passe dominant



FigureIV.7 : Balayage du codage EZW

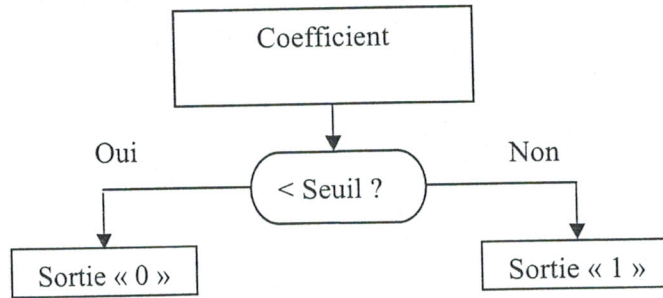
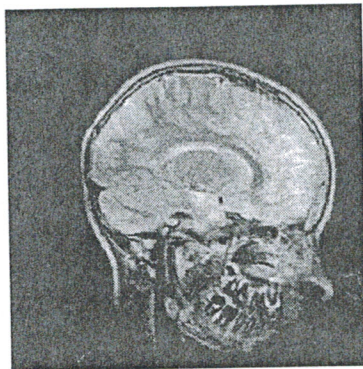


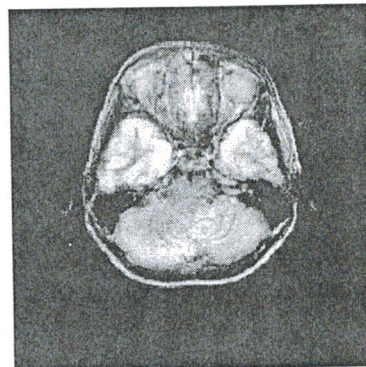
Figure IV.8 : Organigramme de passe secondaire

IV.6 RESULTATS DE L'IMPLEMENTATION

Nous choisissons pour cette application deux coupes de cerveau (sagittale, axiale) enregistrées par un scanner IRM de taille 256×256 codées sur 8 bits par pixel. Dans un premier temps nous appliquons la norme JPEG pour compresser ces images. Pour cela nous obtenons les résultats suivants :



a- coupe sagittale



b- coupe axiale

Figure IV.9

Application 1 :

- Le premier tableau présente la variation du rapport signal sur bruit (PSNR) en fonction du débit (R) pour différentes images (sagittal, axiale) :

R (bpp)	PSNR (dB) sagittale	PSNR (dB) axiale
0,125	24,13	24,07
0,25	25,16	25,13
0,5	27,91	27,3
1	30,88	29,6
2	33,46	31,52

La figure suivante présente la variation du PSNR en fonction du débit (nombre de bit par pixel), nous remarquons que le PSNR de la coupe sagittale est supérieur à celui de la coupe axiale

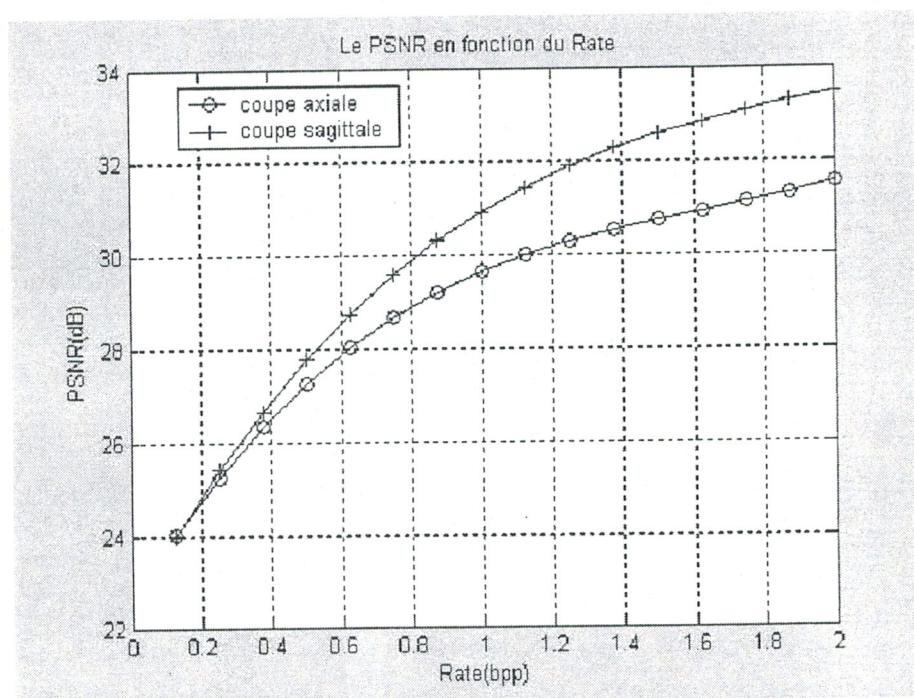


Figure IV 10

La figure (IV11) représentée ci-dessous nous montre clairement les résultats obtenus par l'application de l'algorithme EZW. A partir de cette figure nous constatons que la valeur de PSNR pour un débit de 2bpp, est très importante par rapport aux résultats fournis par la norme JPEG.

Application 2 :

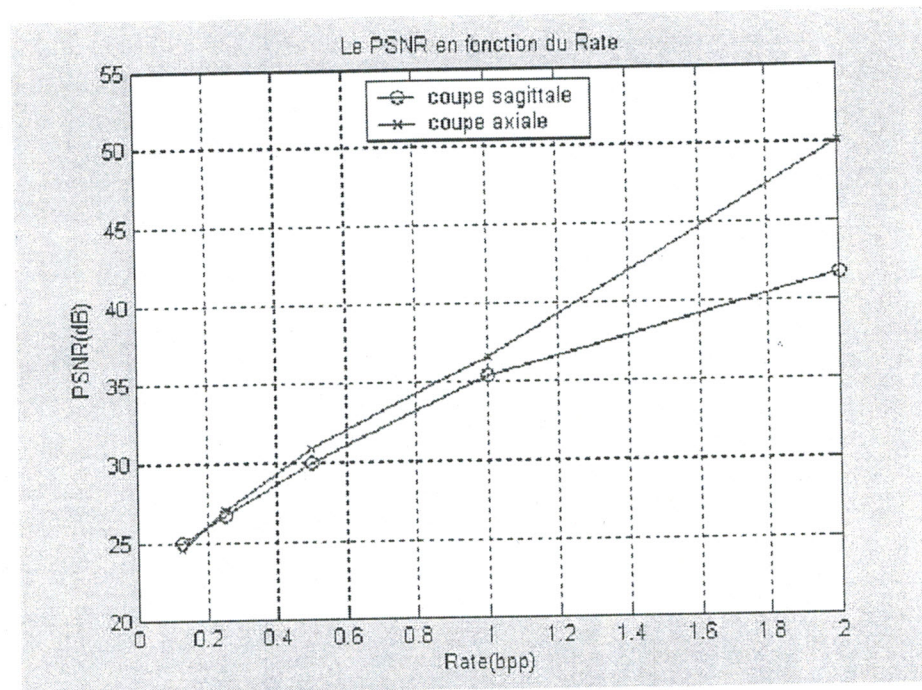


Figure IV 11

Afin de mieux confronter les résultats obtenus par la compression par ondelettes codage EZW et celle de la norme JPEG (FigureIV.12), nous récapitulons les résultats dans la figure suivante.

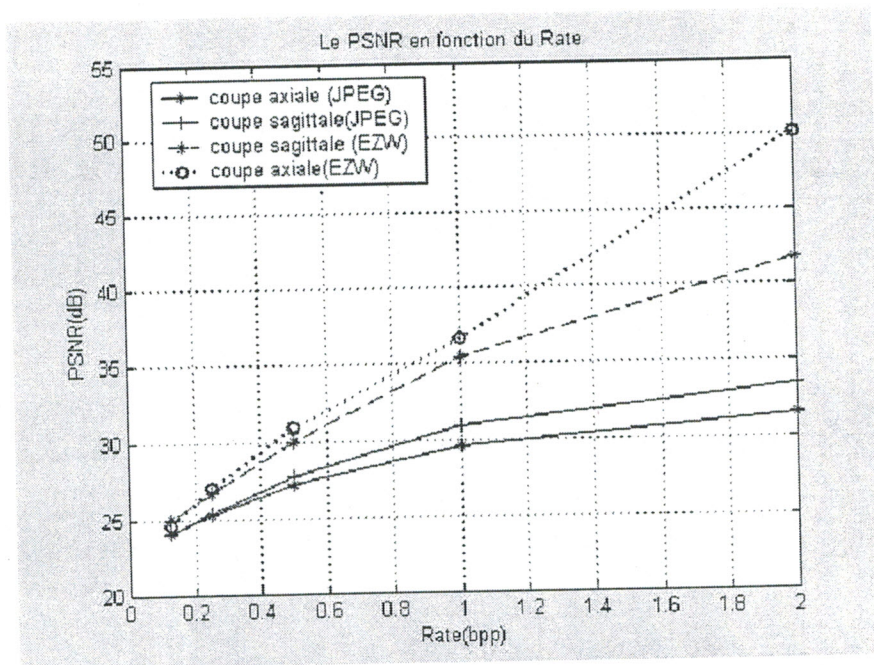
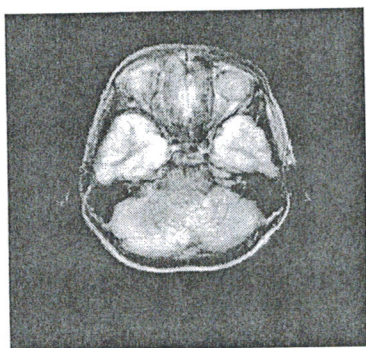
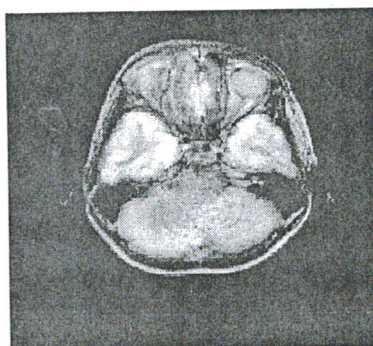


Figure IV 12

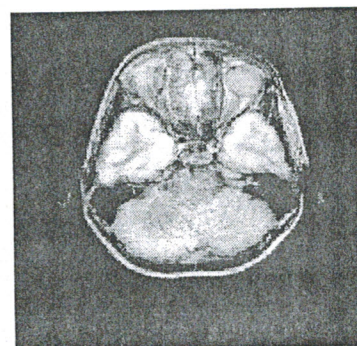
En comparant les différentes valeurs du *PSNR* et pour les deux techniques, nous montrons clairement l'efficacité en terme de qualité de l'image de la méthode EZW. En d'autres termes, la méthode EZW est très performante pour la compression d'images médicales.



(a)



(b)



(c)

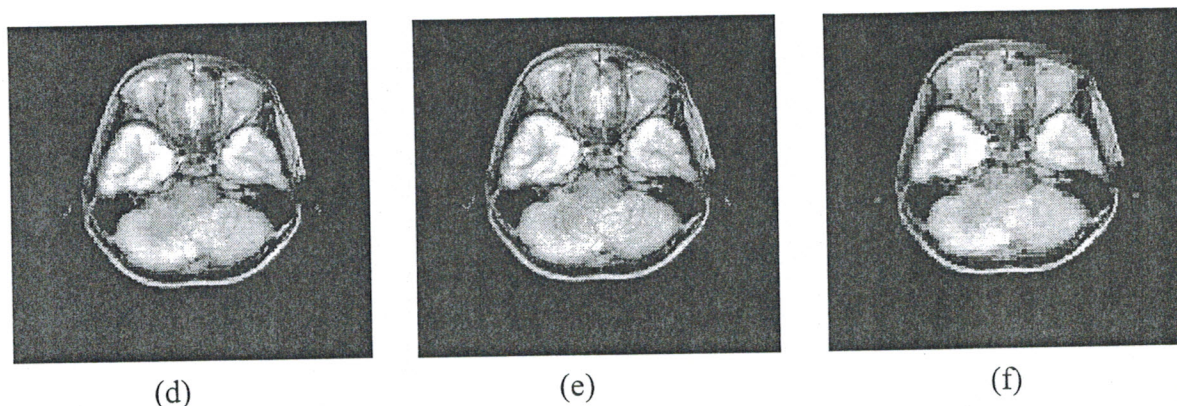


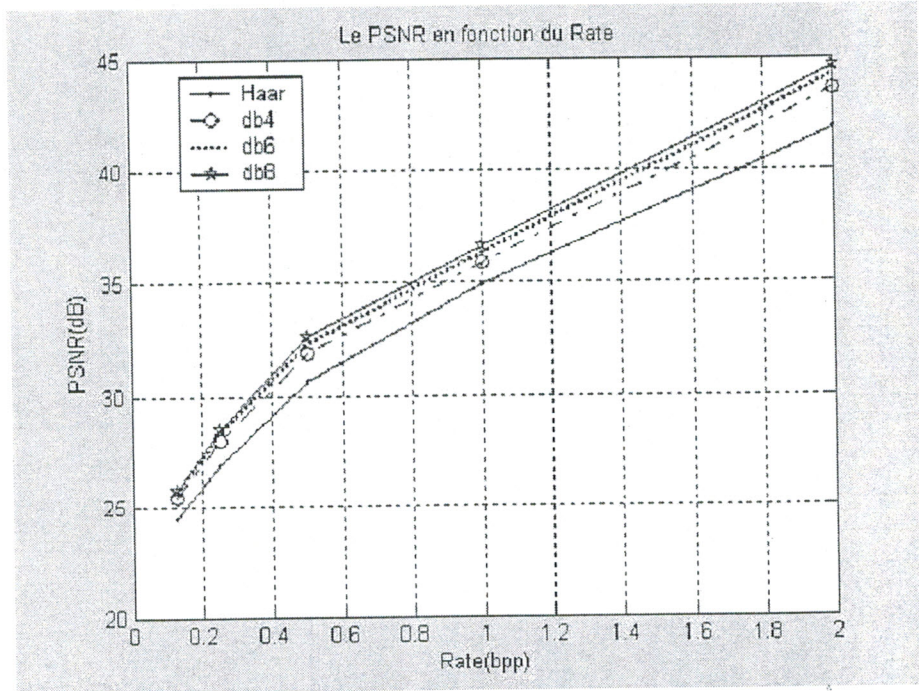
Figure IV.13 : Les résultats du codage EZW

La figure (IV.13) présente les résultats obtenus après l'application de l'algorithme EZW sur la coupe axiale que nous avons choisie.

- (a) l'image originale de taille 256×256 codée sur 8 bits / pixel
- (b) 2 bits/pixel, PSNR= 50.15 dB.
- (c) 1 bits/pixel, PSNR= 36.62 dB.
- (d) 0.5 bits/pixel, PSNR= 30.75 dB.
- (e) 0.25 bits/pixel, PSNR= 27.18 dB.
- (f) 0.125 bits/pixel, PSNR= 24.46 dB.

Application 3 :

Après avoir montré les performances de la méthode EZW, nous allons maintenant l'adopter et l'étudier l'influence du choix de l'ondelette sur le *PSNR*. En effet, nous choisissons quatre types d'ondelettes pour compresser les images médicales dont nous disposons. Il s'agit de panoplie d'ondeltes de Daubechies

*Figure IV.14*

Nous choisissons la coupe sagittale de taille 256×256 codée sur 8 bits / pixel dans cette application. Nous remarquons d'après la figure (IV.14) que l'ondelette db8 donne des résultats très satisfaisants pour la compression d'image médicale.

Conclusion Générale

CONCLUSION GENERALE

Rappelons que l'un des objectifs du traitement d'images médicales est indubitablement le rehaussement de la qualité des images obtenu par scanner IRM.

Dans ce travail nous avons voulu appliquer et comparer les performances des méthodes utilisées en traitement d'images. Plus précisément la phase de prétraitement a retenu notre attention. En effet nous avons utilisé une panoplie de filtres : filtre gaussien, filtre médian en présence du bruit impulsionnel et du bruit gaussien. Cette phase de filtrage est très importante pour faciliter la tâche de segmentation de l'image. Pour cette technique plusieurs variantes ont été proposées. Parmi ces variantes nous avons repris les méthodes dérivatives, elles sont basées sur le concept de frontière. Nous avons considéré les méthodes tenant compte de l'homogénéité de l'image, elles sont basées sur le concept de région. Pour un ensemble d'image nous avons montré les limites de ces méthodes. L'alternative à ces méthodes est incontestablement la technique des contours actifs. Les différentes simulations nous ont montré que les phases de filtrage et segmentation sont intimement liées, ainsi nous avons posé le problème du choix optimal des éléments constituant les phases de prétraitement et segmentation. Les résultats obtenus sont toujours liés aux paramètres choisis.

L'autre volet de cette thèse consistait à étudier l'analyse et la compression d'une image IRM. Pour cela, nous avons utilisé un outil puissant à savoir la transformée en ondelettes.

Notre travail était finalisé par une partie qui est la compression. Cette dernière est considérée comme étant un outil essentiel pour le stockage ou la transmission des images médicales. Nous avons utilisé différentes techniques de compression d'images fixes, en insistant sur les techniques de compression par transformation et plus particulièrement à la compression par ondelettes. Nous avons appliqué un nouveau codage appelé le codage par enchaînement (EZW), ce dernier est un algorithme sans perte d'information. Après diverses applications, nous avons constaté que cet algorithme donne des meilleurs résultats que d'autres techniques de compression.

Afin de valoriser l'algorithme de compression par EZW nous avons comparé les résultats obtenus avec la technique JPEG. Nous avons pu remarquer que pour un débit élevé, l'algorithme EZW donne une valeur de *PSNR* très important que l'algorithme JPEG. A titre d'exemple pour la coupe sagittale et pour un débit élevé, la EZW donne une bonne valeur

du *PSNR*, par contre pour la même coupe et le même débit la méthode JPEG donne une valeur moyenne de *PSNR*. De ce fait, nous concluons que les résultats obtenus sont très satisfaisants en terme de taux de compression, de temps de calcul, et de qualité de l'image compressé par rapport aux méthodes classiques.

Il est souhaitable que cette étude soit exploitée aux images en 3D, la mise en œuvre d'autres algorithmes est plus que nécessaire. D'autre part le traitement d'image en temps réel est envisageable.

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

- [1] V. BARRA, "Fusion d'images 3D du cerveau : Etude de Modèles et Applications", Thèse de doctorat, Université d'Auvergne, juillet 2000.
- [2] O. BALEDEMENT, " Quantification de la dynamique cérébrale du sang et du liquide cébro-spinal par un traitement informatique original d'images IRM de flux", Thèse de doctorat, Spécialité : Génie biologique et médical, Université De Picardie Jules Verne, Décembre 2001.
- [3] G.KORACH,T.MUNIER,J.VIGNAUX," Manuel de techniques de l'imagerie par résonance magnétique", édition Masson, 1993.
- [4] CL. GUINET, J.GRELLET, " Introduction à l'IRM de la théorie à la pratique", édition Masson, 1992.
- [5] F. DERRAZ, " Contribution à l'étude spectro-temporelle du FID en RMN", Thèse de magister, Université de Tlemcen, 2001.
- [6] P.C. LAUTERBUR, " Image formation by induced local interactions: example employing NMR". Nature 242 :190-191, 1973
- [7] S.BALAC, "Artefacts de susceptibilité magnétique en IRM : Etude du problème de magnétique et simulation numérique", Thèse de doctorat, université de Rennes1, novembre 1997.
- [8] A.M. BERNARD, J.D. DE CERTAINES, J.J. LE JEUNE, "Résonance Magnétique Nucléaire". Edition Masson 1988.
- [9] S. CLARE, "Functional magnetic resonance imaging : Methods and applications", Thèse de doctorat, université de Nottingham, octobre 1997.
- [10] J. BOSSI, "Anatomie cérébrale : Neuro-Anatomie", Springer-Verlag, 1990.
- [11] I. Margaret Vavasour, "Magnetic resonance of human and bovine brain", Doctor of Philosophy, University of British Columbia, February 1998.
- [12] C.CHESSNAUD, « Techniques statistiques de segmentation par contour actif et mise en oeuvre rapide », Thèse de doctorat, Université d'Aix-marseille, 7 février 2000.
- [13] J.-M. CHASSERY, A. MONTANVERT, "Géométrie discrète en analyse d'images", Edition Hermès, Paris, 1991.

- [14] J.P.COCQUEREZ, S.PHILIPP, "Analyse d'images : Filtrage et segmentation", Masson éditeur, 1998.
- [15] J.-P. COCQUEREZ, S. PHILIPP, P. BOLON, J.-M. CHASSERY, D. DEMIGNY, C. GRAFFIGNE, A. MONTANVERT, R. ZEBOU DJ, and J. ZERUBIA, "Analyse d'images: filtrage et segmentation", Paris, 1995.
- [16] GRECO, "Segmentation première partie : Prétraitement et approche frontière", Rapport du GDR 134 du CNRS, 1990.
- [17] J. LAMY, "Délimitation automatique de structures anatomiques d'intérêt dans les images IRM du pelvis", Mémoire de DEA d'Informatique, Juin 2001.
- [18] R. M. HARALICK and L. G. SHAPIRO, "Survey: Image segmentation techniques", Computer Vision Graphics and Image Processing, 29: 100-132, May 1985.
- [19] R.FJORTOFT, "Segmentation d'images radar par détection de contours", Thèse de doctorat, institut national polytechniques de Toulouse, 10 mars 1999.
- [20] P. BERTOLINO, A. MONTANVERT, "Edge detection for biomedical image: a self-adaptive and randomized operator", In Proc. Of the 14th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medecine and Biology Society, IEEE Comp. Soc. Press, page 129-133, Paris, November 1992.
- [21] L.G.ROBERTS, "Machine perception of three dimensional solids ", optical and electro-optical information processing, Cambridge, Massachusetts, USA, 1995.
- [22] J.M.S.PREWITT, "Object enhancement and extraction", picture processing and psychopictorics, academic press, New York, 1970.
- [23] I.SOBEL, "Neighbourhood coding of binary images for fast contour following and general array binary processing ", Computer graphics and image processing, 1978.
- [24] J.F.CANNY, "A computational approach to edge detection ", IEEE Trans, pattern analysis and machine intelligence, November 1986.
- [25] P.BERTOLINO, "Contribution des pyramides irrégulières en segmentation d'images multi résolution ", Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 30 Novembre 1995.

- [26] A. RAHMOUN et D. CHIALI, "Conception d'un logiciel de traitement d'images biomédicales IRM : Approche multirésolution", projet de fin d'étude pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état, Université de Tlemcen, 2001.
- [27] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models", *International Journal of Computer Vision*, pages 321-331, 1988.
- [28] P. DELMAS, "Extraction des contours de lèvres d'un visage parlant par contours actifs Application à la communication multimodale", Thèse de doctorat, Institut National polytechnique de Grenoble, Avril 2000.
- [29] C. XU, J.L. PRINCE, "Gradient vector flow : A New external force for snakes", *IEEE processing*, 1997.
- [30] T.D. Jones, P. Polssmann, "An active contour model for measuring the area of lesions", *IEEE. Transactions on medical imaging*, Vol19, N°12, Dec 2000.
- [31] D. TERZOPOULOS, "Matching deformable models to images: Direct and interactive solutions", *Topical Meeting Machine Vision Techn. Dig. Series*, 2:164-167, March 1987.
- [32] F. LEYMARIE et M. D. LEVINE, "Tracking deformable objects in the plane using An active contour model", *IEEE, Transaction on pattern analysis and machine intelligence*, 15(6): 617-634, 1993.
- [33] P. FUA, Y. G. LECLERC, "Model driven edge detection", *Machine Vision and Application*, 3:1-11, 1990.
- [34] I. COHEN, "Modèles déformables 2D et 3D: Application à la segmentation d'images médicales", Thèse de doctorat, Université de Paris LX-Dauphine, Juin 1992.
- [35] L. D. COHEN, "Etude des modèles de contours actifs et d'autres techniques de traitement d'images", Thèse de doctorat, université de Paris-Sud, Centre d'Orsay, 1990.
- [36] L. D. COHEN, A. GORRE, "On the convexity of the active contour energy", *GRETSI symposium on signal and image processing*, September 1995.
- [37] D. TERZOPOULOS, "Image analysis using multigrid relaxation methods", *IEEE, Transaction on pattern analysis and machine intelligence*, 8(2): 129-139, March 1986.
- [38] Y. ELOMARY, "Modèles déformables et multirésolution pour la détection de contours en traitement d'images", Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 1994.

- [39] F. DUFRENOIS, H. DURIN, S. REBOUL et J. P. DUBUS, "Interpolation de contours par déformation d'un modèle élastique (snake) : Application à la reconstruction 3D à partir d'explorations tomographiques", ITBM, 16(4), pp. 391-416, 1995.
- [40] M. KHELIF, F. DERRAZ, M. BELADGHAM, " Application of Active Contour Models in Medical Image Segmentation", Conférence Internationale, CISTEMA'2003, Tlemcen, septembre 2003.
- [41] N. BAAZIZ, C. LABIT, " Transformation pyramidales d'images numériques", publication interne N°526, IRISA, Mars 1990.
- [42] S. MICHEL, " Traitement d'image et parallélisme", mémoire Dea informatique, université louis pasteur strasbourg, 1995.
- [43] D.GABOR, "Theory of communication", J. Inst. Elec. Eng. Vol. 93(3) pp. 429-457, 1946
- [44] Y.MAYER, "Ondelettes et fonction splines : Semaire équation aux dérivées partielles", Ecole Polytechnique, Paris, Décembre 1986.
- [45] P. J. BRUT, E. H. ADELSON, "The laplacian pyramid as a compact image code", IEEE Trans. On com. Vol. COM-31(4), pp.337-345, April 1983.
- [46] S. MALLAT, "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation", IEEE Trans. On Pami, Vol. 11, No.7, 1989.
- [47] P. RAVIER, "Cours ondelettes", Espeo-Université d'Orléans 2000
- [48] J. KARCZMARCZUK, "Wavelets in computer graphics: a Tutorial for ambitious beginners", DESS-images, université de caen, 1997-1998.
- [49] B. DELYON, "Ondelette orthogonales et biorthogonales", RR, N° 1985, 1993.
- [50] P. G. LEMARIE, "Les ondelettes en 1989", Lecture Notes in Mathematics, No 1438, Springer-Verlag Publisher.
- [51] I.DAUBECHIES, "Othonormal bases of Compactily Supported Wavelet", com.pure Appl.Math.Vol.41, pp. 909-996, Nov 1988.
- [52] E. B. BOUCHEREAU, " Analyse d'images par transformées en ondelettes : application aux images sismiques", Thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier, Grenoble1, Spécialité : « Mathématique Appliquées », Mars 1997.
- [53] J.WAKU KOUOMOU, "Ondelettes et Applications en Imagerie et Calcul de Surface", Thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier, Grenoble1, Spécialité : « Mathématique Appliquées », Nov 1993.

- [54] F. COLLÉ, "Segmentation d'images couleur par la transformée en ondelettes", Mémoire de DEA Image & Calculs, 2002.
- [55] P. BEUREPAIRE, "Compression d'Images Appliquée aux Angiographies Cardiaques : Aspects Algorithmiques, Evaluation de la Qualité Diagnostiques", Génie Biologique et Médical, Thèse de doctorat de l'école doctorale des sciences pour l'ingénieur de Lyon, 1997.
- [56] A.K.JAIN, "Image Data Compression", A review, proceedings of the IEEE. Vol. 69(3), pp. 349-389 March, 1981.
- [57] M. LAHDIR, "Compression d'Images par Quantification Vectorielle en Sous-bandes", Laboratoire d'instrumentation et d'études des phénomènes météorologiques (LIEPHM), Institut d'Électronique, université Moloud Mammerie de Tiziouzou.
- [58] J. SHAPIRO, "Embedded Image Coding using Zerotree of Wavelet Coefficients", IEEE trans. Signal processing. Vol. 41, pp. 3445-3462. Dec, 1993.
- [59] A.SAID and W.PEARLMAN, "Anew, Fast and Efficient Image Coded Based on Set Partitioning Into Hierarchical Trees", IEEE trans. Circuits syst. Videotechnol. Vol. 6, pp. 243-250, June 1996.
- [60] Y.MAYER, "Méthodes Temps-Frequence et Temps-Echelle en Traitement du Signal et de l'Image", INRIA, 1991.
- [61] P.FLANDRIN et N. MARTIN, "Analyse Temps-Frequence et Temps-Echelle", Traitement du Signal et Image. Vol. 9, suppl. No.1, 1992.
- [62] M. BARRAT et O. LEPETIT, "Calcul Rapide de la Transformée en Ondelettes", Traitement du Signal et Image. Vol. 8. No.1 pp.43-49, 1991.
- [63] J. C. FEAUVEAU, "Analyse Multirésolution par Ondelettes non Orthogonales et Bancs de Filtres Numériques", Thèse de l'université, paris sud, Janvier 1990.
- [64] A. MUNTEANU, J. CORNELIS, P. CRISTEA, "Wavelet Lossy and Lossless Image Compression Techniques - use of the Lifting Scheme", Digital Signal Processing Department, "Politehnica" University of Bucharest, Spl. Independentei 313, Bucharest 77206, Romania.
- [65] S.Yeung Wang, C. Cheung, K. Wai Cheung and L. Man Po "Successive Partition Zero Coder for Embedded Lossless Wavelet-based Image Coding", Dept. of Electronic Engineering City University of Hong Kong, Tat Chee Avenue, Hong Kong

- [66] J. KARZMARCZUK, " Images : Techniques de Synthèse, Outils de Traitement et de Compression, et Standards de Stockage", DESS d'Informatique, Université de Caen, 1997.
- [67] E. SJÖBLOM, "Compression of Medical Image Stacks using Wavelets and Zero-Tree Coding", Master thesis, Division of Image Coding, Department of Electrical Engineering, Linköping University, junry, 2002.

Annexes

ANNEXE A

GE Medical Systems

HOME Company News Worldwide Community Help Center Contact Us Catalog

Home > Diagnostic Imaging > MRI > Products

MAGNETIC RESONANCE IMAGING

Signa Infinity 1.0T/1.5T

Image Gallery

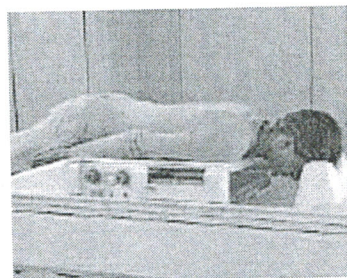
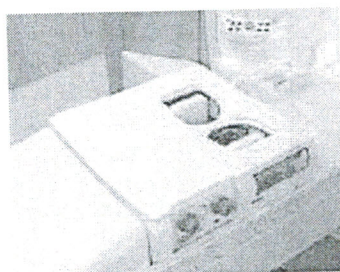
We appreciate the support of the following Signa Infinity 1.0T/1.5T customer sites for providing the images:
 Scottish Rite Medical Center, GA; Children's Hospital of Wisconsin, WI; Children's Hospital of Los Angeles, CA; and
 Mid Michigan MRI, MI.

PEDIATRIC IMAGING
 (Click on any image to view larger size)

	Lowe syndrome Oblique coronal IR images of an 18 year old with metabolic disease (Lowe syndrome) depicting excellent suppression of CSF and pathology.		Lowe syndrome T2 weighted fast spin echo images of the 18 year old with metabolic disease (Lowe syndrome) depicting hyper-intense spots in the brain.
	Subcortical White Matter Axial Diffusion weighted image of a 6 day old depicting striking abnormalities involving periventricular and subcortical white matter.		T1 Weighted Coronal Image T1 weighted coronal image of patient. 22 images acquired in 3:35 min.
	T2 Weighted Axial Image High resolution T2 weighted axial image of a 2 year old (25 lbs) obtained with the pediatric head-spine array coil. 23 images acquired in 2:10 min.		T1 Weighted Axial T1 weighted axial image of patient. 23 images acquired in 2:43 min.

Windows taskbar: Démarrer, Adob..., Bureau, these..., Docu..., concl..., images, MRI..., Résul..., MRI..., MRI..., 10:57

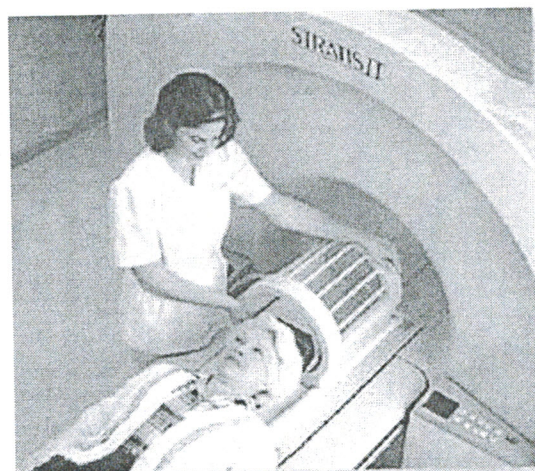
L'ensemble des images IRM utilisées dans ce travail, sont acquises de la base de données GE-SYSTEM présentées à l'adresse <http://www.gemedicalsystems.com>.



*Antenne seins
Siemens*



*Antenne épaule
Siemens*



*Antenne tête
Hitachi*

ANNEXE B

ONDELETTES ORTHOGONALES

Ondelette de DAUBECHIES

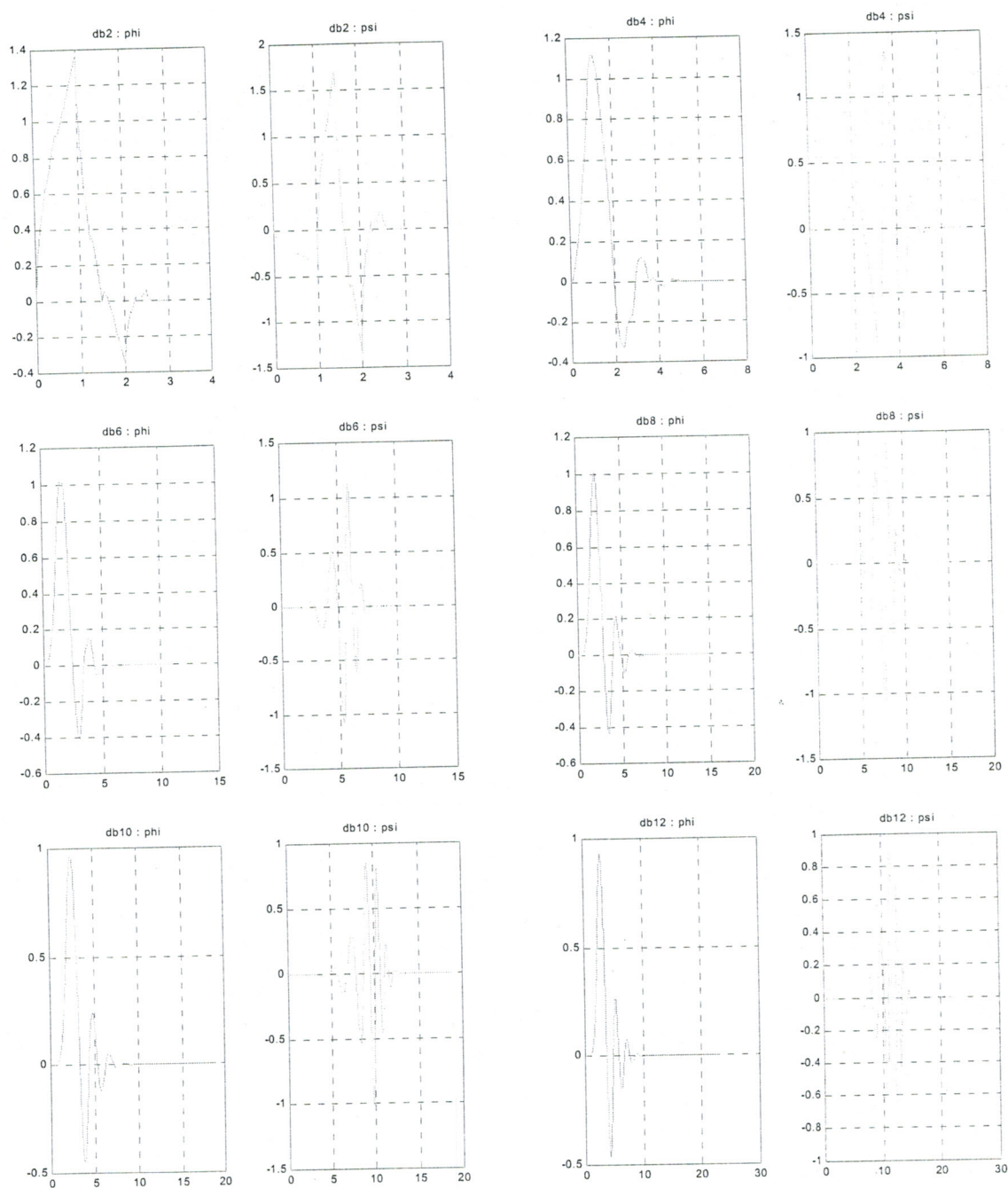
General characteristics: Compactly supported wavelets with extremal phase and highest number of vanishing moments for a given support width.

Associated scaling filters are minimum-phase filters.

Family	Daubechies	Support width	$2N-1$
Short name	db	Filters length	$2N$
Order N	N strictly positive integer	Regularity	about $0.2 N$ for large N
Examples	db1 or haar, db4, db15	Symmetry	far from
Orthogonal	yes	Number of vanishing moments for psi	N
Biorthogonal	yes		
Compact support	yes		
DWT	possible		
CWT	possible		

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 194-202.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.
Copyright (c) 1995-98 by The Math Works, Inc.



Représentation des fonctions ϕ et ψ de l'ondelette Daubechies

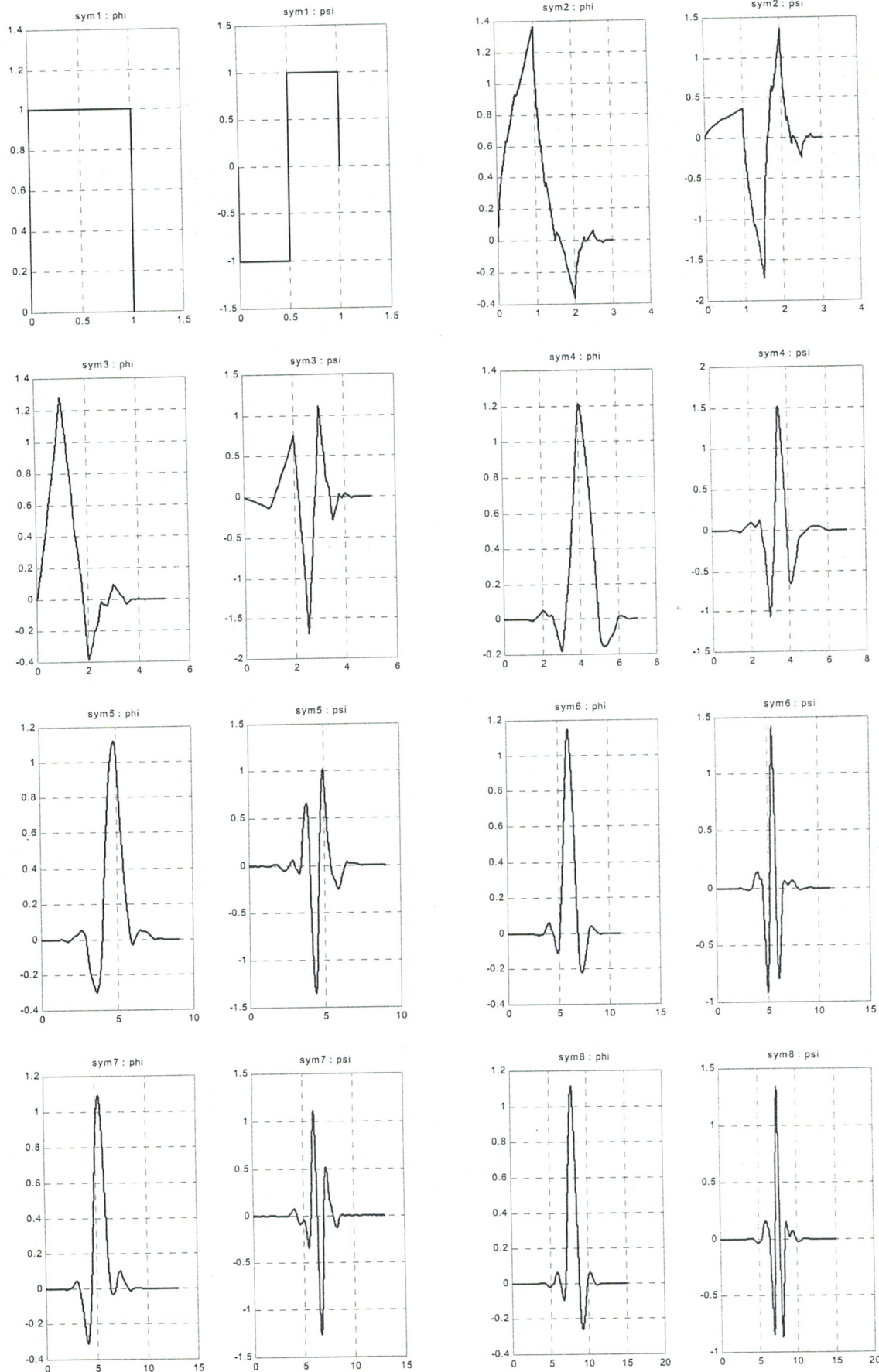
Ondelette de SYMELET

General characteristics: Compactly supported wavelets with least assymetry and highest number of vanishing moments for a given support width.
Associated scaling filters are near linear-phase filters.

Family	Symlets	Support width	$2N-1$
Short name	sym	Filters length	$2N$
Order N	$N = 2, 3, \dots$	Regularity	
Examples	sym2, sym8	Symmetry	far from
Orthogonal	yes	Number of vanishing	
Biorthogonal	yes	Moments for psi	N
Compact support	yes		
DWT	possible		
CWT	possible		

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 194-202.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.
Copyright (c) 1995-98 by The MathWorks, Inc.
Revision: 1.4



Représentation des fonctions ϕ et ψ de l'ondelette Symelet

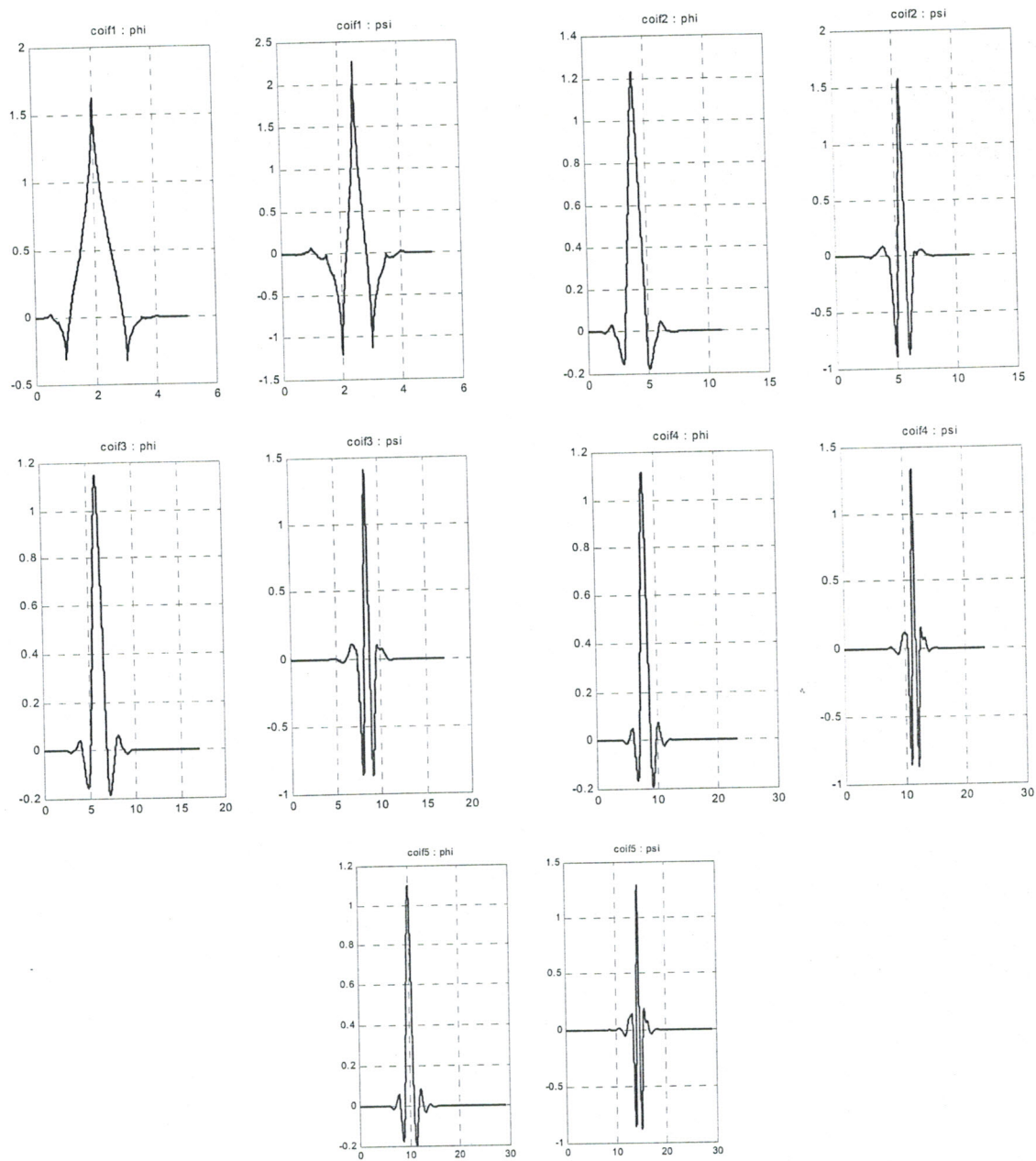
Ondelette de COIFLET

General characteristics: Compactly supported wavelets with highest number of vanishing moments for both ϕ and ψ for a given support width.

Family	Coiflets	Support width	$6N-1$
Short name	coif	Filters length	$6N$
Order N	$N = 1, 2, \dots, 5$	Regularity	
Examples	coif2, coif4	Symmetry	near from
Orthogonal	yes	Number of vanishing Moments for ψ	$2N$
Biorthogonal	yes	Number of vanishing Moments for ϕ	$2N-1$
Compact support	yes		
DWT	possible		
CWT	possible		

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 258-261.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.
Copyright (c) 1995-98 by The MathWorks, Inc.
Revision: 1.6



Représentation des fonctions ϕ et ψ de l'ondelette Coiflet

ONDELETTE BI-ORTHOGONALES

Ondelette BIORTHOGONALES

BIORINFO Information on biorthogonal spline wavelets.

Biorthogonal Wavelets

General characteristics: Compactly supported biorthogonal spline wavelets for which symmetry and exact reconstruction are possible with FIR filters (in orthogonal case it is impossible except for Haar).

Family	Biorthogonal	Orthogonal	no
Short name	bior	Biorthogonal	yes
Order Nr,Nd	Nr = 1 , Nd = 1, 3, 5	Compact support	yes
r for reconstruction	Nr = 2 , Nd = 2, 4, 6, 8	DWT	possible
d for decomposition	Nr = 3 , Nd = 1, 3, 5, 7, 9	CWT	possible
	Nr = 4 , Nd = 4	Support width	2Nr+1 for rec., 2Nd+1 for dec.
	Nr = 5 , Nd = 5	Filters length	max(2Nr,2Nd)+2 but essentially
	Nr = 6 , Nd = 8	bior Nr.Nd	ld lr
Examples	bior3.1, bior5.5	effectivelength of LoF_D	effective length of HiF_D

bior 1.1	2	2	bior 3.3	8	4
bior 1.3	5	2	bior 3.5	11	4
bior 1.5	10	2	bior 3.7	16	4
bior 2.2	5	3	bior 3.9	20	4
bior 2.4	9	3	bior 4.4	8	7
bior 2.6	13	3	bior 5.5	9	11
bior 2.8	17	3	bior 6.8	17	11
bior 3.1	4	4			

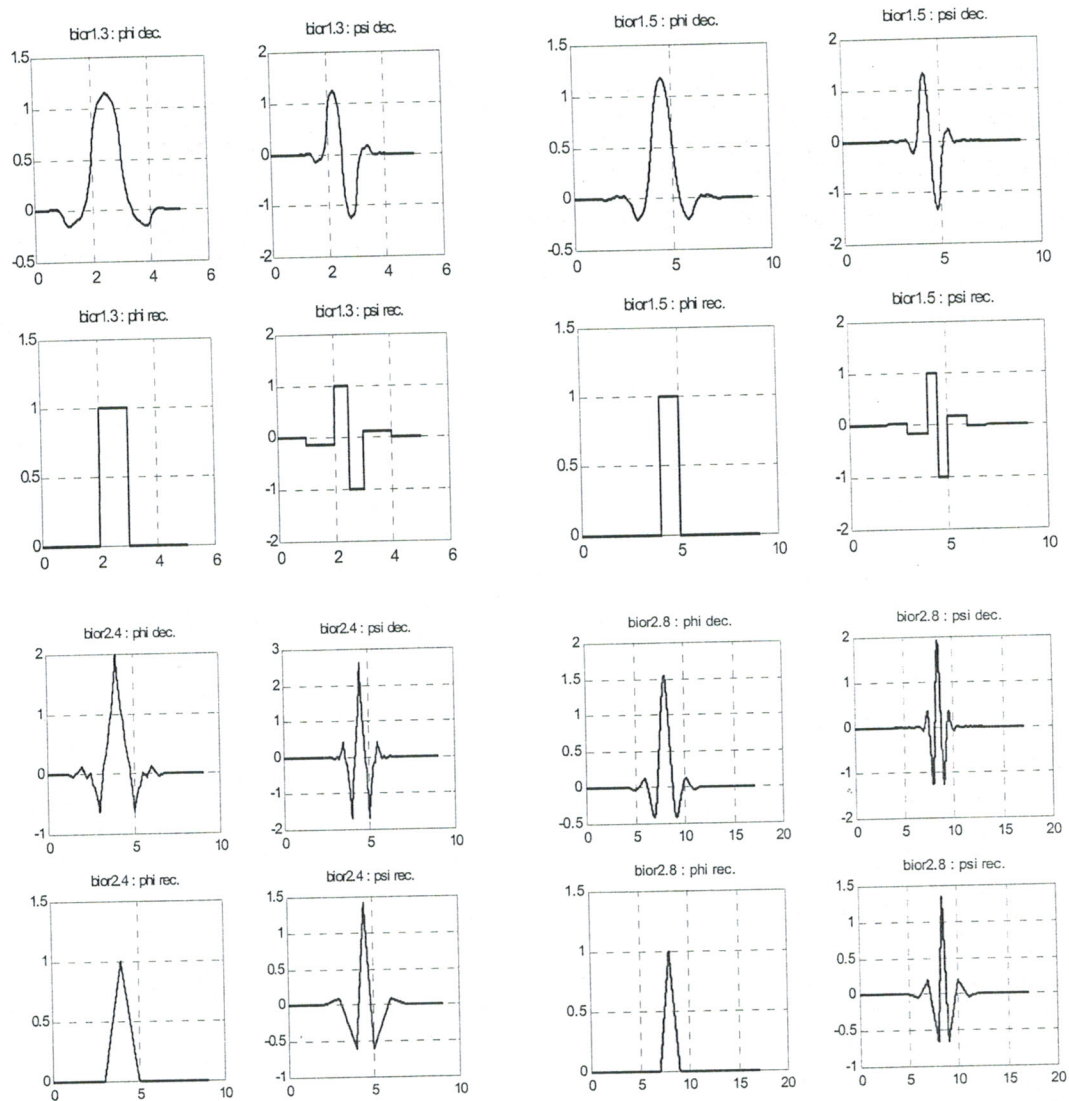
Regularity for
psi rec. Nr-1 and Nr-2 at the knots
Symmetry yes
Number of vanishing
moments for psi dec. Nr-1

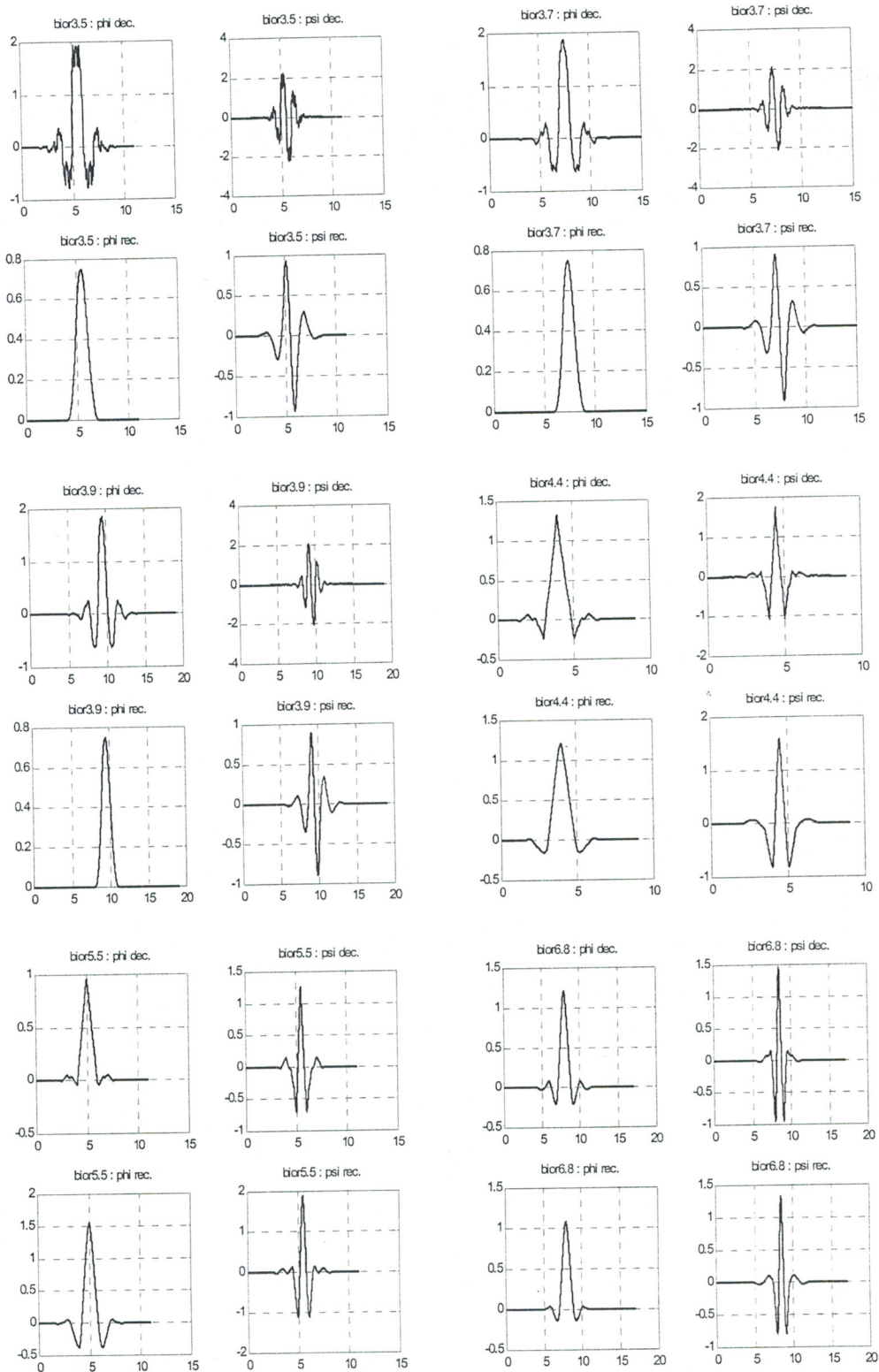
Remark: bior 4.4 , 5.5 and 6.8 are such that reconstruction and decomposition functions and filters are close in value.

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 271-280.

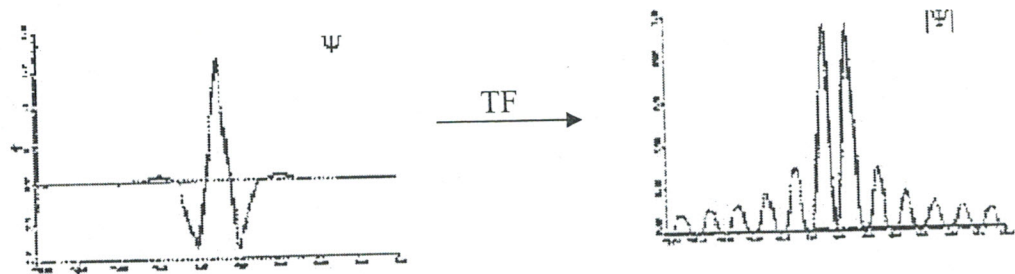
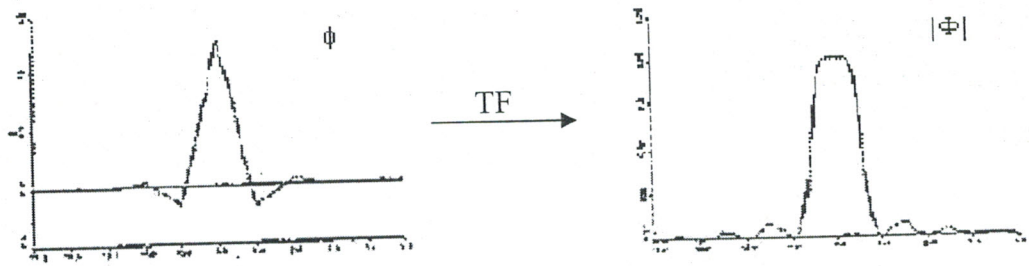
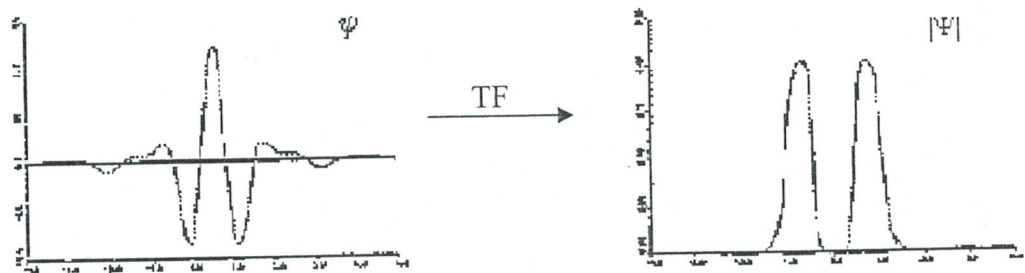
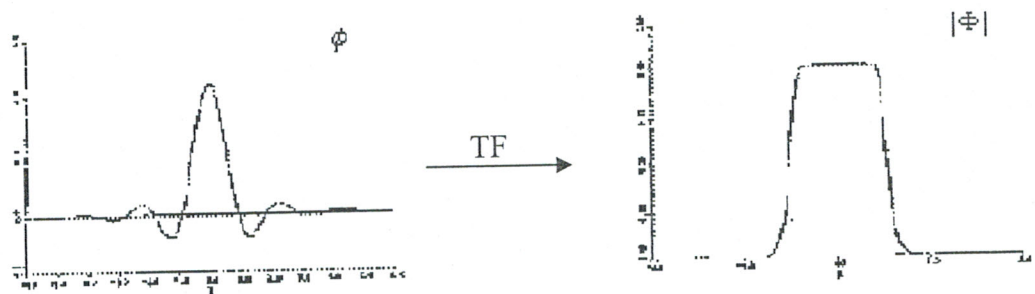
See Information on reverse biorthogonal spline wavelets.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
Last Revision: 01-May-1998.
Copyright (c) 1995-98 by The MathWorks, Inc.
Revision: 1.5





Les ondelettes splines de Battle-Lemarié

*Ondelette spline pour $N=1$* *Ondelette spline cubique*

ANNEXE C

Dans notre travail, nous avons utilisé l'environnement **MATLAB** entre autres sa souplesse et son efficacité concernant les applications scientifiques. Son code est très compact et il supporte la vectorisation de la plupart des algorithmes de traitement d'images.

Dans la première partie de cette thèse, nous avons rédigé des routines en **MATLAB** pour réaliser les deux grandes étapes dans le processus d'analyse d'image, l'étape de filtrage et de segmentation.

La réalisation de la deuxième partie est basée sur l'utilisation du toolbox des ondelettes.

L'inconvénient majeur rencontré était dans l'optimisation du coût de traitement des différents algorithmes réalisés. Dans la plupart du temps, le problème était résolu par l'utilisation des structures ce qui permet d'exploiter la création d'une interface **MATLAB** pour réaliser la segmentation et l'analyse. En dépit des efforts consacrés nous pensons qu'il est utile de reprendre le travail en améliorant l'aspect algorithmique et le soft