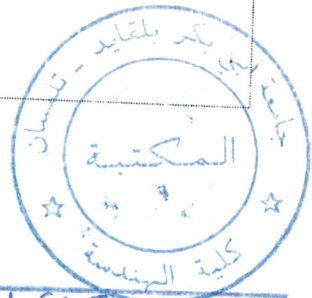


Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abou-Bekre Belkaid - Tlemcen

Faculté des sciences de l'ingénieur

Département d'Électronique



1525	رجل تحت رقم
2002-06-22	تاريخ
32/02	الرقم

# THÈSE

de Magistère en Électronique  
Option : Signaux et Systèmes

Présentée par

**BENBAKHTI Brahim**

## Analyse et Conception des Dispositifs Micro-Électroniques à Ferrite

Soutenue en juin 2002 devant la commission d'examen.

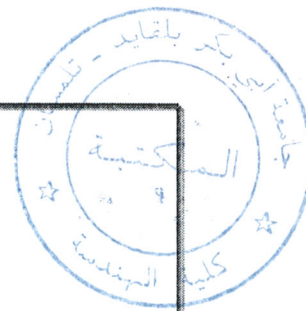
Président:	<b>F. BEREKSI REGUIG</b>	Professeur à l'Université de Tlemcen
Examineurs:	<b>R. NAOUM</b>	Maître de Conférence à l'Université de S.Bel Abbas
	<b>F. SALAH BELKHODJA</b>	Docteur d'état, C.C à l'Université de S.Bel Abbas
Encadreur:	<b>N. BENAHMED</b>	Docteur d'état, M. A à l'Université de Tlemcen
	<b>M. FEHAM</b>	Maître de Conférence à l'Université de Tlemcen
Co-encadreur:	<b>M. FEHAM MELIANI</b>	Chargée de Cours à l'Université de Tlemcen

Année Universitaire 2001-2002



A mes chers parents  
A ma famille  
A mes amis et collègues  
A EL-BARAA

## REMERCIEMENTS



Ce présent travail a été réalisé au Laboratoire de Télécommunication de Tlemcen (L.T.T) à la faculté des sciences de l'ingénieur de l'université Abou Bekr Belkaid sous la direction de **M<sup>r</sup> M. FEHAM**, à qui je tiens à exprimer ma vive et sincère gratitude de m'avoir accueilli dans son laboratoire et permet de travailler dans les meilleurs conditions. Je tiens à le remercier pour m'avoir donné l'occasion de traiter un sujet d'actualité qu'est celui des composantes microélectronique à base d'un matériau anisotrope.

Je remercie **M<sup>me</sup> M. FEHAM**, Chargée de cours pour ces précieux conseils, aussi d'avoir accepté d'examiner cette thèse.

Je tiens à remercier **M<sup>r</sup> F. BEREKSI REGUIG**, Professeur à l'université de Tlemcen qui m'a fait l'honneur de bien vouloir assurer la présidence du jury.

Que **M<sup>r</sup> R. NAOUM**, Maître de Conférence à l'université de S.Bel Abbes trouve ici le témoignage de mes sincères remerciements d'avoir accepté de juger ce travail.

Ma gratitude va aussi à **M<sup>r</sup> N. BEN AHMED**, Docteur d'état à l'université de Tlemcen et **M<sup>r</sup> F. SALAH BELKHODJA**, Docteur d'état à l'université de S.Bel Abbes, soient remerciés pour avoir accepté d'examiner ce document.

Je souhaiterai que **M<sup>r</sup> K. MEFTAH**, Doctorant de l'université de Compiègne, trouve ici mes sincère remerciements pour son aide et ses encouragements.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres du laboratoire LTT, à tous mes amis et collègues, pour leur soutien moral et leurs encouragements.

# REMERCIEMENTS

Ce présent travail a été réalisé au Laboratoire de Télécommunication de Tlemcen (L.T.T) à la faculté des sciences de l'ingénieur de l'université Abou Bekr Belkaid sous la direction de **M<sup>r</sup> M. FEHAM**, à qui je tiens à exprimer ma vive et sincère gratitude de m'avoir accueilli dans son laboratoire et permet de travailler dans les meilleurs conditions. Je tiens à le remercier pour m'avoir donné l'occasion de traiter un sujet d'actualité qu'est celui des composantes microélectronique à base d'un matériau anisotrope.

Je remercie **M<sup>me</sup> M. FEHAM**, Chargée de cours pour ces précieux conseils, aussi d'avoir accepté d'examiner cette thèse.

Je tiens à remercier **M<sup>r</sup> F. BEREKSI REGUIG**, Professeur à l'université de Tlemcen qui m'a fait l'honneur de bien vouloir assurer la présidence du jury.

Que **M<sup>r</sup> R. NAOUM**, Maître de Conférence à l'université de S.Bel Abbes trouve ici le témoignage de mes sincères remerciements d'avoir accepté de juger ce travail.

Ma gratitude va aussi à **M<sup>r</sup> N. BEN AHMED**, Docteur d'état à l'université de Tlemcen et **M<sup>r</sup> F. SALAH BELKHODJA**, Docteur d'état à l'université de S.Bel Abbes, soient remerciés pour avoir accepté d'examiner ce document.

Je souhaiterais que **M<sup>r</sup> K. MEFTAH**, Doctorant de l'université de Compiègne, trouve ici mes sincères remerciements pour son aide et ses encouragements.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres du laboratoire LTT, à tous mes amis et collègues, pour leur soutien moral et leurs encouragements.

# RÉSUMÉ

La détermination des caractéristiques électromagnétiques des dispositifs microélectroniques est un sujet d'actualité lié au développement et à l'utilisation de nouveaux matériaux tel que les matériaux anisotropes magnétiques. Ces matériaux sont à la base de nombreux composants microélectroniques (les isolateurs, les circulateurs, les déphaseurs), trouvant leurs applications dans le domaine des télécommunications. L'optimisation des performances des circuits utilisant ces matériaux, passe d'abord par la connaissance précise de leurs propriétés électriques et magnétiques. La détermination de ces paramètres nécessite, en général, le développement de méthodologies fondées sur une analyse rigoureuse des coefficients de transmission et de réflexion.

Ce présent travail, concerne l'analyse des différentes structures des composants microélectroniques en présence d'un matériau à ferrite. Les variations de ces caractéristiques telle que la perméabilité magnétique peuvent se régler continûment par commande électrique du champ de polarisation  $\vec{H}_0$  induit dans le milieu ferrimagnétique. Le but de cette étude est de déduire la variation des paramètres primaires et secondaires (scattering matrix) en fonction des caractéristiques du matériau. Ceci nous a conduit à développer un logiciel de simulation sous-MATLAB basé sur la méthode des éléments finis. L'intérêt de cette technique réside dans le fait que l'on prend en compte les phénomènes physiques important se produisant dans le ferrite telle que la magnétisation.

## MOTS CLÉS :

- Microélectronique.
- Méthode des éléments finis.
- Micro-ondes.
- Ferrite.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE 1 : FERRIMAGNÉTISME</b> .....	3
<b>I.1. INTRODUCTION</b> .....	3
<b>I.2. DÉFINITION DE QUELQUES GRANDEURS FONDAMENTALES</b> .....	3
<b>I.3. FORMULES GÉNÉRALES</b> .....	4
I.3.1. ORIGINE ÉLECTRONIQUE DU MAGNÉTISME .....	5
<b>I.4. CLASSIFICATION DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES</b> .....	7
<b>I.5. LE FERRIMAGNÉTISME</b> .....	9
I.5.1. LES FERRITES .....	9
I.5.1.1. Définition et constitution .....	9
I.5.1.2. Synthèse des ferrites .....	9
I.5.2. THÉORIE DES FERRITES .....	10
I.5.2.1. Domaines magnétiques et l'aimantation à saturation .....	10
I.5.2.2. Mécanismes d'aimantation .....	13
I.5.2.2.1. Première aimantation .....	13
I.5.2.2.2. Hystérésis magnétique .....	14
I.5.2.3. Température de CURIE .....	15
I.5.2.4. Variation de l'aimantation avec la température .....	15
I.5.2.5. Anisotropie cristalline des ferrites .....	16
I.5.2.5.1. Les réseaux cristallins des ferrites .....	16
I.5.2.5.2. Énergie d'anisotropie .....	17
I.5.2.5.3. Champs démagnétisant .....	18
I.5.2.5.4. Influence de la structure cristalline des ferrites sur l'aimantation .....	20
I.5.2.6. Propriétés générales des ferrites .....	23
I.5.2.6.1. Conductivité électrique .....	23
I.5.2.6.2. Résistivité électrique .....	23
I.5.2.6.3. Permittivité .....	24
I.5.2.6.4. Perméabilité magnétique .....	25
I.5.2.6.5. Magnétostriction .....	27
I.5.2.7. Pertes dans les ferrites .....	28
I.5.2.7.1. Pertes par hystérésis .....	28
<b>I.6. FERRITES POUR MICRO-ONDES</b> .....	29
I.6.1. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DES FERRITES POUR MICRO-ONDES .....	30
I.6.2. PERTES DANS LES FERRITES POUR MICRO-ONDES .....	30
I.6.3. CARACTÉRISTIQUES DES FERRITES POUR MICRO-ONDES .....	30
<b>I.7. CHOIX D'UN FERRITE</b> .....	31

**CHAPITRE 2 : L'ANISOTROPIE MAGNÉTIQUE DANS LES FERRITES**----- 32

<b>II.1. INTRODUCTION</b> -----	32
<b>II.2. LA PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE D' UN FERRITE MICRO-ONDES</b>	33
<b>II.3. LA RÉSONANCE MAGNÉTIQUE</b> -----	33
<b>II.4. L' ÉQUATION DE MOUVEMENT DU VECTEUR MAGNÉTISATION</b> -	35
<b>II.4.1. RÉOLUTION DE L' ÉQUATION DE MOUVEMENT DU VECTEUR MAGNÉTISATION</b> -----	35
<b>II.4.2. TENSEUR DE SUSCEPTIBILITÉ DANS UN MILIEU FERRITE INFINI</b> ---	36
<b>II.4.3. TENSEUR DE POLDER</b> -----	39
<b>II.4.4. Tenseur de Polder en tenant compte de l'amortissement</b> -----	40
<b>II.5. LA LARGEUR DE RAIE DE RÉSONANCE</b> -----	42
<b>II.6. PROPAGATION DES ONDES MICRO-ONDES DANS LES FERRITES</b> --	43
<b>II.6.1. COMPORTEMENT DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS UN FERRITE POUR UNE DIRECTION QUELCONQUE DE PROPAGATION</b> -----	44
<b>II.6.1.1. La biréfringence (<math>\theta = \pi/2</math>)</b> -----	45
<b>II.6.1.2. L'effet Faraday (<math>\theta = 0</math>)</b> -----	46
<b>II.7. TENSEUR DE PERMÉABILITÉ D' UN FERRITE MAGNÉTISÉ ARBITRAIREMMENT</b> -----	49
<b>II.8. RELATION ENTRE FRÉQUENCE DE FONCTIONNEMENT ET AIMANTATION A SATURATION</b> -----	50
<b>II.9. FRÉQUENCE DE RÉSONANCE</b> -----	51
<b>II.10. LES PERTES DE CHAMP DANS UN MILIEU NON SATURÉ</b> -----	54

**CHAPITRE 3 : CARACTÉRISATION DES COMPOSANTS  
MICROÉLECTRONIQUES A BASE DE FERRITE PAR LA MEF** ----- 58

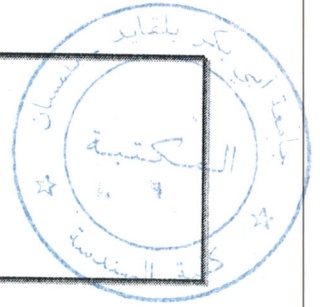
<b>III.1. INTRODUCTION</b> -----	58
<b>III.2. CARACTÉRISTIQUES FONDAMENTALES DES LIGNES MICRO- RUBANS</b> -----	59
<b>III.3. CLASSIFICATION DES LIGNES MICRO-RUBANS</b> -----	59
<b>III.4. CLASSIFICATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES</b> -----	60
<b>III.5. ÉQUATION DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES</b> -----	61
<b>III.5.1. CONVENTIONS GÉNÉRALES</b> -----	61
<b>III.5.2. ÉQUATION DE HELMHOLTZ</b> -----	62
<b>III.5.3. CONSTANTE DE PROPAGATION</b> -----	63
<b>III.5.4. ÉQUATION DE PROPAGATION DES COMPOSANTES LONGITUDINALES</b> -----	64
<b>III.6. DIAGRAMME DE DISPERSION</b> -----	65
<b>III.6.1. FRÉQUENCE DE COUPURE</b> -----	65
<b>III.6.2. BANDES DE FRÉQUENCE, MODE DOMINANT, MODES SUPERIEURS</b>	66
<b>III.6.3. LONGUEUR D'ONDE</b> -----	66
<b>III.6.4. VITESSE DE PHASE ET VITESSE DE GROUPE</b> -----	66
<b>III.6.5. DÉTERMINATION DES MODES TE ET TM</b> -----	67

III.6.5.1. Cas où $k_c^2 > \omega^2 \epsilon \mu$ -----	67
III.6.5.2. Cas où $k_c^2 < \omega^2 \epsilon \mu$ -----	68
III.6.6. IMPEDANCE D'ONDE -----	68
III.6.7. DÉTERMINATION DES MODES TEM ET QUASI-TEM -----	68
III.6.7.1. Approximation quasi-TEM -----	70
III.6.7.1.1. Validité de l'approximation de quasi-TEM -----	70
III.6.7.1.1.1. Milieu diélectrique avec pertes -----	72
III.6.7.1.1.2. Milieu magnétique avec pertes -----	73
III.6.7.2. Énergies électrique et magnétique moyennes -----	73
III.6.7.3. Grandeurs caractéristiques de l'onde quasi-TEM -----	74
III.6.7.3.1. Courants dans les conducteurs -----	74
III.6.7.3.2. Charge dans les conducteurs -----	75
III.6.7.3.3. Capacité et self linéiques -----	75
III.6.7.3.4. Résistance et conductance linéiques -----	76
III.6.7.3.5. Impédance caractéristique -----	76
III.6.7.4. Ligne micro-ruban équivalente -----	77
III.6.7.4.1. Définition -----	77
III.6.7.4.2. Permittivité équivalente -----	77
III.6.7.4.3. Perméabilité équivalente -----	77
<b>CHAPITRE 4 : APPLICATIONS ET RÉSULTATS</b> -----	<b>78</b>
<b>IV.1. INTRODUCTION</b> -----	<b>78</b>
<b>IV.2. ANALYSE DES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS DES DISPOSITIFS MICROELECTRONIQUES À FERRITE</b> -----	<b>80</b>
IV.2.1. LIGNES MICRO RUBANS SIMPLES -----	81
IV.2.1.1 Ligne micro ruban blindée -----	81
IV.2.1.1.1 Caractéristiques de dispersion -----	84
IV.2.1.2. Ligne micro ruban planaire -----	87
IV.2.1.2.1. Ligne micro ruban planaire multicouche -----	90
IV.2.2. LIGNES MICRO USINÉES -----	98
IV.2.2.1. Ligne suspendue blindée -----	98
IV.2.2.2. Lignes sur membranes blindée -----	100
IV.2.3. COUPLEURS MICRO ONDES -----	103
IV.2.3.1. Coupleur à deux conducteurs plans -----	105
IV.2.3.2. Coupleur complètement blindé -----	109
IV.2.3.3. Coupleur multicouche -----	112
IV.2.4. LES BLOCS DC MICRO RUBANS -----	114
<b>IV.3. CONCLUSION</b> -----	<b>116</b>
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE</b> -----	<b>117</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> -----	<b>119</b>
<b>ANNEXES</b> -----	<b>125</b>
<b>ANNEXE A : MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS</b> -----	<b>125</b>



<b>A.1. INTRODUCTION</b> .....	125
<b>A.2. MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS</b> .....	125
A.2.1. APROXIMATION INTERNES .....	125
A.2.1.1. Approximation nodale .....	125
A.2.1.2 Approximation par éléments finis .....	126
A.2.2. ÉLÉMENTS DE MAILLAGE .....	127
A.2.3.1. Éléments de références et éléments réels .....	127
A.2.3. MAILLAGE TRIANGULAIRE DE LAGRANGE .....	128
A.2.3.1 Coordonnées barycentriques .....	129
A.2.3.2. Fonctions d'interpolation sur l'élément triangulaire .....	129
A.2.3.3. Fonction de base de l'élément triangulaire .....	130
A.2.3.4. Cas d'un élément triangulaire mixte .....	131
<b>A.3. NOTION SUR LE MAILLAGE ADAPTATIF</b> .....	131
 <b>ANNEXE B : CARACTERISTIQUES DES FERRITES POUR MICRO-OND</b> .....	 133
 <b>ANNEXE C : TABLEAUS DES UNITÉS ET DES CONSTANTES</b> .....	 136
C.1. INTRODUCTION .....	136
C.2 LES TERMES MAGNÉTIQUES LES PLUS IMPORTANTS .....	136
C.3 LA CONVERSION .....	137
 <b>ANNEXE D : FORMULES ANALYTIQUES</b> .....	 140
D.1. FORMULES APPROCHEES DE J. P. VABRE .....	140
D.2. FORMULES ANALYTIQUES DE WHEELER .....	140
D.3. PARAMETRES « S » .....	141
 <b>ANNEXE E :</b> .....	 142

# INTRODUCTION GÉNÉRALE



Les matériaux anisotropes magnétiques dans le domaine des micro-ondes sont à la base de tous les composants microélectroniques, non réciproques tels que les isolateurs, les circulateurs ou réciproques comme les déphaseurs. La conception des circuits utilisant ces matériaux, passe d'abord par la connaissance précise de leurs propriétés électriques et magnétiques. Cette analyse repose sur l'étude des modifications d'aimantation d'une substance soumise à un environnement magnétique précis. ←

Des études ont montré que les caractéristiques de cette substance sont en particulier, fonction de l'intensité du champ statique appliqué. Aujourd'hui, la maîtrise du phénomène d'aimantation de ces matériaux permet de les utiliser dans les circuits microélectroniques. ←

Cette nouvelle orientation présente de nombreux avantages: les caractéristiques fondamentales de la matière comme la permittivité et la perméabilité peuvent se régler par commande électrique du champ de polarisation  $\vec{H}_0$  induit dans le matériau et que ce circuit micro-ondes passif, contrairement aux dispositifs contenant des composants actifs, supporte mieux la puissance. ←

Dans un premier temps, les recherches ont porté sur la réalisation de structures microélectroniques à base d'aimants permanents (terres-rares) pour lesquelles l'induction créée est constante. La nécessité de réaliser des circuits microélectroniques à faible champ encore, permet aujourd'hui de penser que l'utilisation d'aimants à ferrites dans les structures microélectroniques est possible. ←

Dans le cadre de cette thèse, nous avons analysé différentes structures des lignes micro-rubans en présence d'un matériau à ferrite dans le but de déduire la variation des paramètres primaires et secondaires et des paramètres S en fonction des caractéristiques du matériau. ←

Le premier chapitre aborde les principes fondamentaux du ferrimagnétisme et l'hystérésis magnétique. Nous nous intéressons tout particulièrement au comportement du matériau anisotrope en fonction du champ statique appliqué.

Dans le chapitre suivant nous présentons l'anisotropie magnétique dans les ferrites et la détermination du tenseur de perméabilité de ces matériaux.

Le troisième chapitre expose la méthode de calcul et la formulation de l'analyse des circuits microélectroniques à ferrite ainsi que celui des systèmes combinant ferrites et matériaux diélectriques à travers la méthode des éléments finis.

Enfin, Le quatrième chapitre présente la démarche suivie pour analyser les circuits microélectroniques ainsi que des applications et des résultats numériques de quelques exemples de lignes de transmissions.

Ce travail nous a conduit à développer un logiciel de conception écrit dans le cadre de la méthode des éléments finis, sous l'environnement MATLAB.

# 1 FERRIMAGNÉTISME

<b>I.1. INTRODUCTION</b> -----	3
<b>I.2. DÉFINITION DE QUELQUES GRANDEURS FONDAMENTALES</b> -----	3
<b>I.3. FORMULES GÉNÉRALES</b> -----	4
I.3.1. ORIGINE ÉLECTRONIQUE DU MAGNÉTISME -----	5
<b>I.4. CLASSIFICATION DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES</b> -----	7
<b>I.5. LE FERRIMAGNÉTISME</b> -----	9
I.5.1. LES FERRITES -----	9
I.5.1.1. Définition et constitution -----	9
I.5.1.2. Synthèse des ferrites -----	9
I.5.2. THÉORIE DES FERRITES -----	10
I.5.2.1. Domaines magnétiques et l'aimantation à saturation -----	10
I.5.2.2. Mécanismes d'aimantation -----	13
I.5.2.2.1. Première aimantation -----	13
I.5.2.2.2. Hystérésis magnétique -----	14
I.5.2.3. Température de CURIE -----	15
I.5.2.4. Variation de l'aimantation avec la température -----	15
I.5.2.5. Anisotropie cristalline des ferrites -----	16
I.5.2.5.1. Les réseaux cristallins des ferrites -----	16
I.5.2.5.2. Énergie d'anisotropie -----	17
I.5.2.5.3. Champs démagnétisant -----	18
I.5.2.5.4. Influence de la structure cristalline des ferrites sur l'aimantation -----	20
I.5.2.6. Propriétés générales des ferrites -----	23
I.5.2.6.1. Conductivité électrique -----	23
I.5.2.6.2. Résistivité électrique -----	23
I.5.2.6.3. Permittivité -----	24
I.5.2.6.4. Perméabilité magnétique -----	25
I.5.2.6.5. Magnétostriction -----	27
I.5.2.7. Pertes dans les ferrites -----	28
I.5.2.7.1. Pertes par hystérésis -----	28
<b>I.6. FERRITES POUR MICRO-ONDES</b> -----	29
I.6.1. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DES FERRITES POUR MICRO-ONDES	30
I.6.2. PERTES DANS LES FERRITES POUR MICRO-ONDES -----	30
I.6.3. CARACTÉRISTIQUES DES FERRITES POUR MICRO-ONDES -----	30
<b>I.7. CHOIX D'UN FERRITE</b> -----	31

# CHAPITRE I

# FERRIMAGNÉTIQUE

Sme

## I.1. INTRODUCTION

Au cours des 10 dernières années, des progrès considérables ont été enregistrés dans le domaine des matériaux magnétiques tant à l'état massif (*aimant permanents, matériau ultra-doux, biomatériaux...*) que sous forme de couche minces (*enregistrement magnétique de haute densité, microsystèmes, magnétostrictifs intégrés...*). L'objet de ce chapitre est de présenter les concepts fondamentaux du ferrimagnétisme, afin de bien comprendre les relations entre propriétés fondamentales et propriétés d'applications. Nous diviserons le chapitre en deux parties, correspondant aux deux échelles caractéristiques du magnétisme :

- L'échelle microscopique, à l'origine de propriétés intrinsèques comme l'aimantation spontanée, l'anisotropie magnéto cristalline...
- L'échelle macroscopique qui définit les propriétés extrinsèques comme les structures en domaines, et les processus d'aimantation.

## I.2. DÉFINITION DE QUELQUES GRANDEURS FONDAMENTALES [1]

→ Sous l'effet d'un champ magnétique, la matière s'aimante, c'est à dire que chaque élément de volume  $\partial\vartheta$  est le siège d'un moment  $\vec{M}$ . Nous définissons l'intensité d'aimantation  $\vec{I}$  au moyenne de :

$$\vec{I} = \frac{\overline{\partial M}}{\partial t} \quad (I.1)$$

Cette intensité intervient dans la relation :

$$\vec{B} = (\vec{H} + \vec{I}) \quad (I.2)$$

entre l'induction magnétique  $\vec{B}$  et le champ magnétique  $\vec{H}$ .

Pour certaines substances (*substance aimantées parfaites*) l'expérience montre que l'intensité d'aimantation est proportionnelle au champ magnétique :

$$\vec{I} = 4\pi\chi\vec{H} \quad (\text{I.3})$$

$\chi$  est la susceptibilité magnétique du milieu.

ce qui entraîne :

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (\text{I.4})$$

$\mu$  est la perméabilité magnétique.

### I.3. FORMULES GÉNÉRALES [1], [2]

Un aimant permanent ou un courant électrique crée dans le milieu qui l'entoure un certain champ magnétique. Une masse magnétique idéale ( $m$ ), placée dans ce milieu, subit une force  $\vec{F}$  qui lui est proportionnelle :

$$\vec{F} = m\vec{B} \quad (\text{I.5})$$

Un petit aimant idéal, constitué par une aiguille de longueur ( $l$ ) portant à ses extrémités les masses ( $+m$ ) et ( $-m$ ) possède un moment magnétique :

$$\vec{M} = m\vec{l} \quad (\text{I.6})$$

Si cet aimant est placé dans un milieu où règne une induction  $\vec{B}$ , il est soumis à un couple :

$$\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad (\text{I.7})$$

Dans un corps aimanté, chaque molécule peut être considérée comme un petit aimant : un élément de volume ( $\partial\vartheta$ ) présente donc un certain moment magnétique ( $\partial\vec{M}$ ) qui est la somme des moments des molécules contenues dans ( $\partial\vartheta$ ) ; ( $\partial\vec{M}$ ) est donc proportionnel à ( $\partial\vartheta$ ) et l'état magnétique du corps peut être représenté par le moment magnétique par unité de volume ou aimantation que nous désignons par la lettre  $M$ .

L'induction à l'intérieur d'un corps aimanté est donnée par la formule (I.4) qui s'écrit en introduisant l'aimantation :

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \quad (\text{I.8})$$

On peut aussi définir l'aimantation à partir du champ magnétique par la relation :

$$\vec{M} = \chi\vec{H} \quad (\text{I.9})$$

(I.8) et (I.9) donnent :

$$\vec{B} = \vec{H}(1 + 4\pi\chi) = \mu\vec{H} \quad (\text{I.10})$$

où  $\mu = 1 + 4\pi\chi$  désigne la perméabilité complexe du milieu.

### I.3.1. ORIGINE ELECTRONIQUE DU MAGNETISME

Se sont deux origines[3] :

- le mouvement des électrons autour du noyau atomique.
- le spin (précession) des électrons.

Considérons dans un atome, un électron tournant autour du noyau (figure I.1).

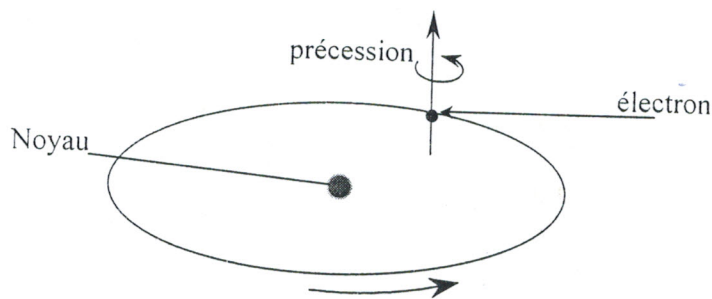


Figure I.1 : Précession de l'électron.

Cet électron décrit une orbite que nous admettrons circulaire, à raison de  $(f)$  rotations à la seconde : il est, de ce fait équivalent à un courant[4] :

$$i = -e.f \quad (\text{I.11})$$

où  $e$  est la charge de l'électron.

Ce courant, circulant dans une spire confondue avec l'orbite, crée, d'après la loi d'AMPERES, un moment magnétique :

$$M_0 = \frac{Si}{c} \quad (\text{I.12})$$

$c$  est la vitesse de la lumière et  $S$  représente la surface de l'orbite.

On peut faire apparaître la masse de l'électron ( $m$ ) en écrivant :

$$M_0 = \frac{e}{2m.c} (m.w.r^2) \quad (\text{I.13})$$

avec  $r$  le rayon de l'orbite et  $w=2\pi f$ .

$M_0$  est appelé le moment orbital. Ce moment est quantifié et doit être un multiple d'une quantité  $\mu_B$  définie par :

$$\mu_B = \frac{e}{2.m.c} \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (I.14)$$

où  $h$  est la constante de PLANCK et  $\mu_B$  indique le magnéton de BOHR.

Cependant le moment orbital n'est pas le seul effet magnétique de l'électron : celui-ci tourne sur lui même (*spin*) et, de ce fait, présente un moment dit moment de spin. Ce dernier n'est pas autre chose que le magnéton de BOHR :

$$\mu_s = \mu_B = 9.27 \cdot 10^{-21} \text{ erg/Gaus}$$

Finalement, le moment magnétique total de l'atome est la somme des moments orbitaux et des moments de spin de ses électrons, éventuellement augmentée des aimantations mutuelles correspondant aux couplages entre moments orbitaux et moments de spin.

Le moment magnétique total de l'atome s'écrit donc :

$$M = j.g.\mu_B \quad (I.15)$$

avec :  $j$  le nombre quantique qui peut être positif ou négatif et  $g$  un facteur dit facteur de LANDÉ.

Dans les solides, les moments orbitaux sont négligeables devant les moments de spin et, pour les ferrites,  $g$  est toujours très légèrement supérieur à 2.

Dans un atome, il existe des électrons tournants sur eux même dans un sens et des électrons tournant sur eux-mêmes en sens inverse : ce fait est traduit par les deux valeurs possibles du nombre quantique de spin qui est :

$$S = \pm \frac{1}{2}$$

Quand dans un atome, il y a autant d'électrons tournant dans un sens que d'électrons tournant en sens inverse, le moment global des spins est nul. Si un tel atome est placé dans un champ magnétique, les vitesses de rotation des électrons sur leurs orbites sont modifiées par le champ et donnent un champ s'opposant au champ inducteur (*loi de Lenz*) : l'induction est plus faible que le champ appliqué. On dit que l'atome est diamagnétique et, d'après (I.10) la susceptibilité est négative.

S'il n'en est pas ainsi, alors le corps est paramagnétique. Tous les atomes dont le nuage électronique comportent un nombre d'électrons sont paramagnétiques : il en est de



même pour les corps dont les atomes présentent une couche électronique interne incomplète et pour les milieux contenant des ions.

En absence de champ magnétique appliqué les moments magnétiques globaux de chacun des atomes sont orientés dans des directions quelconques du fait de l'agitation thermique et l'aimantation totale du corps est statiquement nulle. Si un certain champ est appliqué, les moments de chacun des atomes s'alignent sur celui-ci, et l'induction, somme des moments des atomes et du champ appliqué, est supérieure à ce dernier : la susceptibilité d'un corps paramagnétique est positive mais sa valeur reste très faible.

#### **I.4. CLASSIFICATION DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES[5]**

Tous les matériaux se sont avérés pour avoir une perméabilité, qui est la capacité d'un matériau à modifier un champ magnétique qui lui est appliqué. La perméabilité peut être définie comme une quantité de densité magnétique de flux, produite dans un matériau divisé par la force du champ magnétique appliqué. L'espace libre est caractérisé par une perméabilité relative égale à 1. Cette propriété a permis le regroupement de tous les matériaux selon leur comportement magnétique. Ces classifications sont:

- **Diamagnétisme**

Les matériaux diamagnétiques sont faiblement magnétisés dans la direction opposée à celui d'un champ magnétique appliqué. La force de la réponse est très petite et le matériau a une perméabilité relative qui est légèrement inférieure à 1.

- **Paramagnétisme**

Ce sont des matériaux magnétisés dans la même direction du champ magnétique appliqué. La quantité de magnétisation est proportionnelle au champ magnétique appliqué. Les matériaux paramagnétiques ont une perméabilité relative légèrement supérieure à 1.

- **Anti-ferrimagnétisme**

Les matériaux antiferrimagnétiques ont un état normal dans lequel les champs magnétiques atomiques sont disposés anti-parallèles. Cet état normal le rend difficilement magnétisable dans la direction du champ appliqué mais démontre toujours une perméabilité relative légèrement plus grande que 1.

### • Ferromagnétisme

Les matériaux ferromagnétiques ont des champs magnétiques atomiques qui s'alignent parallèlement aux champs magnétiques extérieurs appliqués. Ceci crée un champ magnétique total dans le matériau beaucoup plus grand que le champ appliqué. Les matériaux de cette nature peuvent présenter une perméabilité relative considérablement plus grande que 1. Au-dessus d'une température critique connue sous le nom de température de CURIE (paragraphe I.5.2.4), le matériau devient paramagnétique.

### • Ferrimagnétisme

Les matériaux ferrimagnétiques ont des champs magnétiques atomiques s'alignant parallèlement et anti-parallèlement au champ magnétique extérieur appliqué. Les composantes parallèles du champ sont plus fortes que les composantes anti-parallèles ayant pour résultat un champ magnétique parallèle important. Ces matériaux peuvent également présenter une perméabilité relative plus grande que 1. Leurs dépendances de la température ne sont pas aussi conformes aux matériaux ferromagnétiques et peuvent avoir comme conséquence quelques résultats très peu communs.

La figure I.2, donne les directions des moments magnétiques pour les différents corps magnétiques définis au paravent.

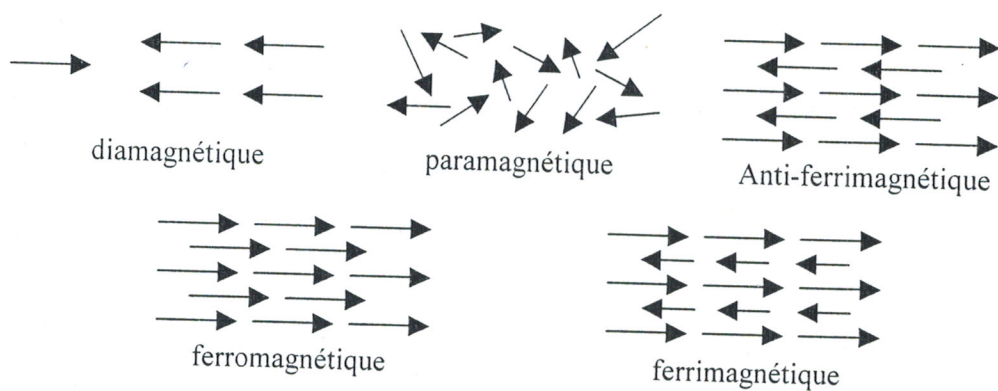


Figure I.2 : Directions des moments magnétiques pour différents types de corps magnétiques.

## I.5. LE FERRIMAGNÉTISME

La découverte de nouveaux oxydes magnétiques appelés ferrites au début du vingtième siècle a motivé tout d'abord de nombreux théoriciens qui ont tenté d'expliquer leurs propriétés magnétiques. C'est à partir des années 1940 que LOUIS NÉEL a commencé à élaborer sa théorie du ferrimagnétisme qu'il a appliqué à l'ensemble des ferrites avec succès. Cette théorie décrit essentiellement les propriétés magnétiques statiques de ces matériaux : aimantation à saturation et température de transitions. Par la suite, on a découvert de nombreuses applications à ces nouveaux matériaux, notamment pour les utilisations en hautes fréquences rendues possibles grâce à leur résistivité électronique élevée ( $>1$ .Siemen) qui caractérise la plupart des oxydes.

### I.5.1. LES FERRITES

#### I.5.1.1. DEFINITION ET CONSTITUTION

Ce sont des composés d'oxydes métalliques, au départ dérivés de l'oxyde magnétique de fer  $\text{FeO}$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , avec un atome de fer divalent dans  $\text{FeO}$  et trivalent dans  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ . Plus généralement le fer divalent peut être remplacé par un ou plusieurs métaux divalents,  $x\text{ML}_1\text{O}$ ,  $(1-x)\text{ML}_2\text{O}$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ . Le métal ML peut être du magnésium, du manganèse, du nickel. On peut aussi substituer du chrome ou de l'aluminium trivalent au fer. Tous ces ferrites cristallisent dans le même système que la spinelle naturelle  $\text{MgO}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , d'où leur nom de ferrite spinelle.

Une deuxième classe de ferrites correspond à la formule  $3\text{M}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{Fe}_2\text{O}_3$ , dans laquelle M est un métal trivalent de la série des terres rares. Ces ferrites cristallisent dans le même système que le grenat naturel, d'où leur nom de grenat. Par exemple, le grenat d'yttrium  $3\text{Y}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{Fe}_2\text{O}_3$ , (*Yttrium Iron Garnet* ou *YIG*). Il existe des substitutions, par exemple au gadolinium ou à l'aluminium : grenats d'Yttrium aluminium gadolinium.

#### I.5.1.2. SYNTHÈSE DES FERRITES [6]

Les ferrites sont élaborés selon un procédé céramique conventionnel.

- *Matières premières* : avant tout, on choisit les matières premières qui sont le plus souvent les oxydes des métaux sous forme de poudres qui constitueront le ferrite. Ces oxydes sont par exemple  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Mn}_3\text{O}_4$ ,  $\text{ZnO}$  pour les ferrites de manganèse-zinc et

$\text{Fe}_2\text{O}_3$ , NiO, ZnO pour les ferrites de nickel-zinc. La pureté des matières premières est choisie en fonction des performances électromagnétiques souhaitées.

- **Broyage** : cette opération est essentielle pour l'optimisation des réactions chimiques. Elle permet d'améliorer la finesse des matières premières pour augmenter leur réactivité. Le broyage permet aussi le mélange intime des oxydes, indispensable pour une bonne homogénéité chimique après réaction à haute température.
- **Chamottage** : après la première opération de mélange-broyage des oxydes de départ, le produit obtenu est porté à haute température (1000 à 1200 °C) pour permettre une réaction en phase solide. C'est l'opération de chamottage dont le but est d'obtenir la poudre la plus homogène possible chimiquement sans toute fois que la taille des grains ne soit trop importante pour conserver une bonne réactivité.
- **Mise en forme des pièces** : Cette opération nécessite des modules dans les quels sera pressée la poudre de ferrite. Avant cela, il est nécessaire d'incorporer un produit organique qui servira déliant et assurera la cohésion des grains entre eux. Il existe toute fois une technique de passage dite isostatique qui permet d'appliquer à la poudre la même pression dans toutes les directions.
- **Frittage** : après le pressage, la pièce dite crue n'a pas une tenue mécanique suffisante, ni même les propriétés magnétiques requises. Il est alors nécessaire de la porter à haute température (1250 à 1500 °C) pour la densification du matériau et l'ajustement de la composition chimique, l'objectif étant d'obtenir une céramique la plus dense possible avec la composition chimique souhaitée.

## I.5.2. THEORIE DES FERRITES

### I.5.2.1. DOMAINES MAGNÉTIQUES ET L'AIMANTATION A SATURATION

Dans un corps paramagnétique, le couplage entre dipôles voisins est négligeable : il est au contraire très élevé dans un corps ferrimagnétique. Dans un tel corps du fait de ce couplage les moments de spin voisins s'alignent, de sorte que le milieu est toujours aimanté à saturation dans des régions déterminées. En effets, à l'échelle macroscopique, un ferrite non soumis à un champ extérieur présente une aimantation nulle, car il se décompose spontanément en région (*domaines de Weiss*) dans lesquelles existe l'aimantation à saturation (*figure I.3*). Ces domaines sont séparés par des parois, (*parois de Bloch*) dans lesquelles l'aimantation tourne d'un domaine au suivant[2].

La force qui tend à l'alignement des dipôles dans un domaine est due à un champ magnétique local que l'on appelle le champ moléculaire de WEISS. Cette force est d'origine électrique. Considérons deux atomes voisins de fer dans une molécule. La structure du nuage électronique de l'atome de fer est schématisée sur la figure I.4.

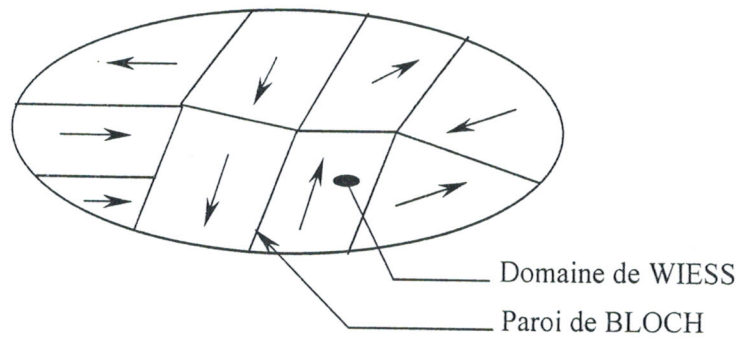


Figure I.3 : Domaines magnétiques.

On voit que les moments totaux des couches k et l sont nuls, ainsi que les moments des niveaux (3S) et (3P) de la couche M. Mais le niveau (3D) de celle-ci est incomplet et présente quatre spins en excès, ce qui donnerait un moment global de  $4\mu_B$ . Le fer est donc paramagnétique[7].

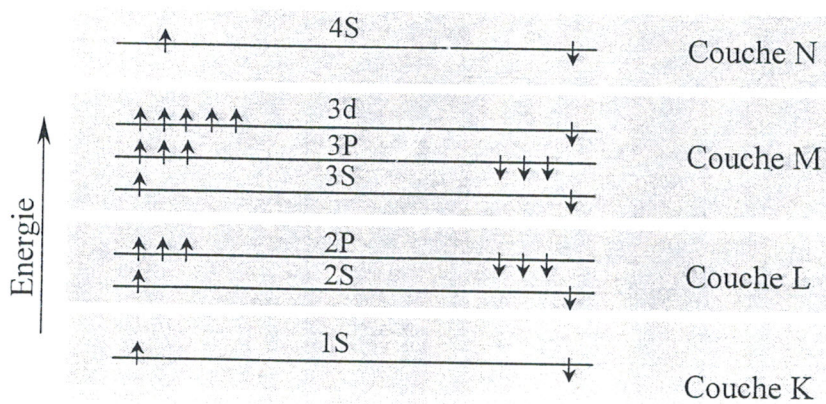


Figure I.4 : Nuage électronique de l'atome de fer.

Considérons maintenant deux atomes de fer voisins dans une molécule, chaque électron crée un certain champ électromagnétique et le champ total d'un atome s'étend au delà des limites de celui-ci, de sorte que les champs électromagnétiques de deux atomes

voisins se chevauchent. Il existe donc un certain couplage et l'énergie de ce couplage est donnée par la formule d'HEISENBERG[8] :

$$E_e = -2 J_e S_i S_j \quad (I.16)$$

où  $S_i$  et  $S_j$  sont les spins dans chaque atome,  $J_e$  est un facteur appelé l'intégrale d'échange et  $E_e$  représente l'énergie d'échange.

Dans le fer l'intégrale d'échange dépend de la distance qui sépare les électrons porteurs de spins disponibles.

La figure I.5 montre la variation de ( $J_e$ ) avec la distance inter atomique[8].

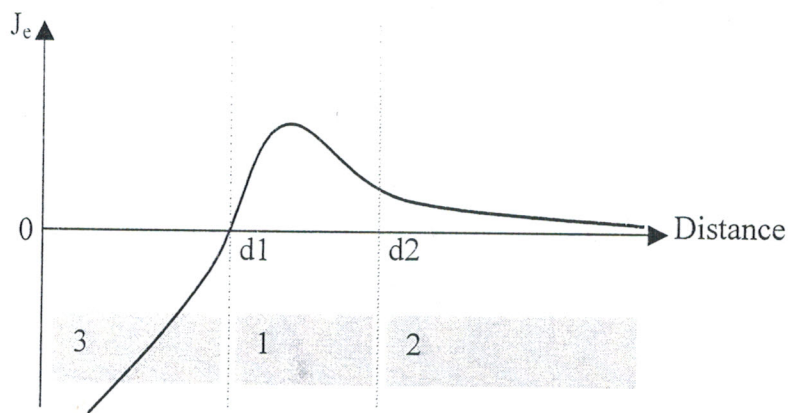


Figure I.5 : Variation de l'intégrale d'échange( $J_e$ ).

On remarque que :

- pour la région 1,  $J_e$  est positif : dans ce cas  $E_e$  est très élevée et les moments de spin des deux atomes sont fortement couplés : c'est le cas du ferrimagnétisme.
- Pour la région 2,  $J_e$  reste positif mais négligeable : c'est le cas du paramagnétisme.
- Pour la région 3,  $J_e$  devient fortement négatif et les moments de spin sont très couplés mais s'alignent dans direction anti-parallèles : c'est le cas de l'anti-ferrimagnétisme.

Puisque l'énergie de couplage  $E_e$  est proportionnelle au nombre des spins disponibles, elle est donc proportionnelle à l'aimantation à saturation et il en est de même du champ moléculaire de WEISS donnée par la relation[5] :

$$H_M = \lambda M_S \quad (I.17)$$

avec :  $M_S$  l'aimantation à saturation et  $\lambda$  la constante de WEISS.

L'induction dans ce milieu est donc :

$$B = H_a + \lambda M \quad (I.18)$$

où  $H_a$  est le champ extérieur appliqué.

### I.5.2.2. MECANISMES D'AIMANTATION

#### I.5.2.2.1. Première aimantation

L'application d'un champ magnétique extérieur accroît l'aimantation globale du matériau par différents processus[2].

- Les domaines dont l'aimantation est suivant une direction proche de celle du champ appliqué croissent au détriment des autres. Les déplacements des parois se produisent tout d'abord de manière réversible pour des champs extrêmement faibles et ensuite de manière irréversible.
- L'aimantation s'aligne suivant le champ appliqué par rotation. Une intensité de champ importante peut être nécessaire lorsque l'on cherche à orienter l'aimantation du matériau suivant une direction difficile.
- Une légère augmentation de l'aimantation se produit pour des champs plus intenses. Cela correspond à une meilleure orientation des moments de spins affectés par l'agitation thermique.

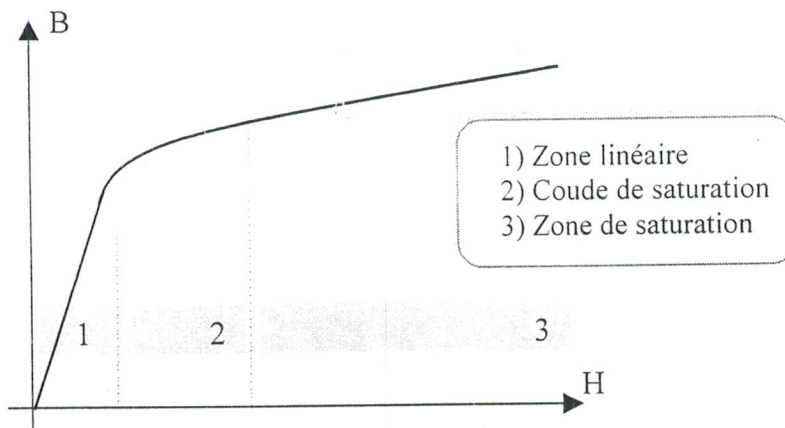


Figure I.6 : Décomposition de la courbe de première aimantation.

La phase typique de la courbe de première aimantation en fonction du champ appliqué  $H_a$  est schématisée sur la figure I.6.

### I.5.2.2.2. Hystérésis magnétique [9]

Après une première aimantation, si l'on fait varier l'intensité du champ appliqué de  $H_m$  à  $-H_m$ , l'induction magnétique décrit un cycle appelé cycle d'hystérésis. La valeur du champ correspondant à une induction nulle est le champ coercitif  $H_c$ . A champ nul, le matériau garde une mémoire de l'aimantation qui est caractérisée par l'induction rémanente  $B_r$  (figure I.7).

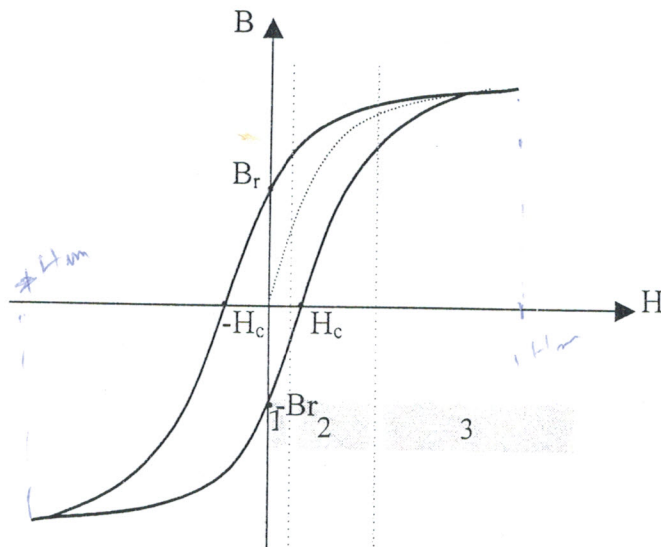


Figure I.7 : Hystérésis magnétique.

D'après (I.4):

$$\mu = \frac{\partial B}{\partial H} \quad (I.19)$$

$\mu$  diminue donc quand on approche de la saturation et elle est égale à l'unité quand le matériau est saturé.

L'aimantation provient d'une modification des domaines. Pour les très faibles valeurs de  $H$  (zone 1 de la figure I.7) les phénomènes sont réversibles et l'aimantation est à un accroissement des volumes dont les aimantations à saturation sont sensiblement parallèles à la direction du champ appliqué : la valeur de  $\mu$  est alors constante. Pour la zone 2, dans laquelle  $\mu$  commence à diminuer, les phénomènes deviennent irréversibles mais l'aimantation est due au même processus. Cependant les variations des volumes ne sont plus réversibles. Enfin pour la zone 3, voisine de la saturation, l'augmentation de l'aimantation provient de rotations des aimantations dans les domaines.



### I.5.2.3. TEMPERATURE DE CURIE

Nous avons déjà signalé que l'énergie thermique s'oppose à l'alignement des spins dans un corps paramagnétique : donc pour certaine température telle que cette énergie est égale à l'énergie de couplage, l'aimantation sera statistiquement nulle. Cette température est appelée point de CURIE ( $T_c$ )[9].

On peut définir donc la température ou point de CURIE ( $T_c$ ) comme la température pour la quelle le ferrite passe d'un état ferrimagnétique à un état paramagnétique. Avant d'atteindre cette température, on observe systématiquement une décroissance de l'aimantation à saturation.

Du point de vue utilisation, il est préférable d'avoir un matériau ayant une température de CURIE élevée pour conserver des aimantations et des perméabilités élevées.

### I.5.2.4. VARIATION DE L'AIMANTATION AVEC LA TEMPERATURE

Comptenu de l'importance des interactions d'échange, un champ magnétique extérieur ne modifie pas, en général, l'amplitude du moment magnétique et sa seule action est de faire orienter les moments dans une même direction ; cette orientation est sollicitée non seulement avec le champ magnétique mais aussi avec l'agitation thermique. La grandeur de l'aimantation résultante peut être calculée à partir des dipôles magnétiques disponibles à partir de la relation de MAXWELL-BOLTZMAN suivante[7] :

$$M_s = N_d \mu_p \quad (I.20)$$

où  $N_d$  et  $\mu_p$  indiquent respectivement le nombre de dipôles et le moment d'un dipôle.

D'après ce que nous venons de dire, l'aimantation globale est inférieure à  $M_s$  et elle est donnée par la formule[7] :

$$M = M_s \left( \coth(a) - \frac{1}{a} \right) \quad (I.21)$$

$$\text{avec : } a = \frac{\mu_p H}{kT}$$

$k$  est la constante de BOLTZMAN et  $T$  représente la température absolue.

#### Remarque :

Le facteur entre parenthèse de la formule (I.21) est appelé fonction de LANGEVIN.

Pour de faibles valeurs de  $H$ , ou de grande valeur de  $T$ , celle-ci tend vers  $a/3$ . Dans ces conditions, la susceptibilité du milieu est donnée par :

$$\chi = \frac{\mu_p M_s}{3kT} = \frac{M}{H} = \frac{T_c}{T} \quad (\text{I.22})$$

Si l'on suppose que la loi de CURIE est encore valable pour ce milieu, il vient :

$$\frac{T_c}{T} = \frac{M}{B} = \frac{M}{H + \lambda M} \quad (\text{I.23})$$

ce qui donne :

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{T_c}{T + T_0} \quad (\text{I.24})$$

avec :

$$T_0 = \lambda T_c$$

Ces deux relations traduisent la loi de WEISS-CURIE qui donne une bonne valeur de  $\chi$  au-dessus du point de CURIE.

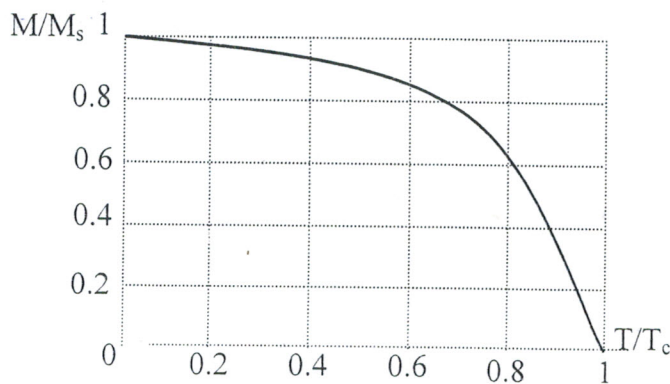


Figure I.8 : Variation de  $M/M_s$  en fonction de  $T/T_c$ .

En réalité, l'aimantation à saturation  $M$ , à une certaine température, n'est pas exactement la somme de tous les moments de spins disponibles et on a  $M < M_s$ .

La figure I.8 indique la variation de  $M/M_s$  en fonction de  $T/T_c$ [3].

### **I.5.2.5. ANISOTROPIE CRISTALLINE DES FERRITES [2], [10], [11], [14]**

#### **I.5.2.5.1. Les réseaux cristallins des ferrites**

Considérons une structure de cristaux cubiques dans la quelle des atomes, présentant un moment magnétique, occupent les sommets des cubes tandis que d'autres atomes également « magnétiques » en occupent les centres (figure I.9). Ces derniers sont aussi disposés sur les sommets des cubes identiques aux premiers. Supposons que le côté du cube, qui représente la distance inter-atomique, soit tel que l'intégrale d'échange ( $J_e$ ) soit positive, avec

une valeur importante (zone 1 de la figure I.5) : les atomes gris et noir sont de ce fait ferrimagnétiques entre eux : ces atomes constituent donc entre eux des sous-réseaux cristallins ferrimagnétiques.

Cependant la distance entre les atomes les plus voisins du système est inférieure au côté du cube : il peut donc arriver que ( $J_e$ ), pour ces atomes se trouve dans la zone 3 de la figure I.5 et les deux sous réseaux auront des aimantation anti-parallèles entre elles, mais parallèles à l'intérieur de chacun des sous-réseaux. Pour un grand nombre de cristaux, l'aimantation totale sera nulle.

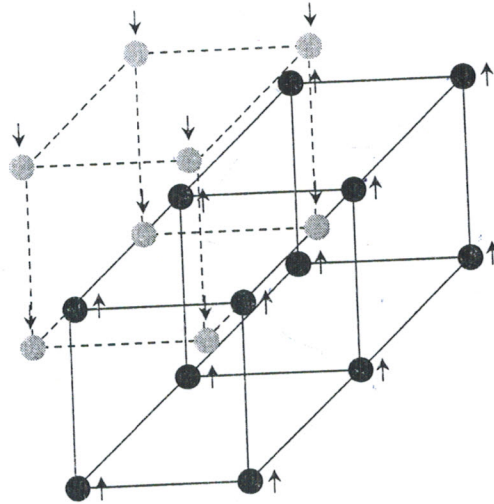


Figure I.9 : Sous-réseaux cristallins ferrimagnétiques

Sous l'influence de l'énergie thermique, il apparaîtra une certaine susceptibilité d'autant plus grande que les défauts d'alignements seront plus importants et la température sera élevée. A une température pour laquelle l'énergie thermique équilibrera l'énergie magnétique, le corps deviendra paramagnétique. Cette température est appelée point de NÉEL.

#### I.5.2.5.2. Énergie d'anisotropie

Quand on étudie la configuration des domaines dans un monocristal on constate que les aimantations spontanées s'alignent suivant certaines directions bien définies par rapport aux axes du cristal. D'autre part, quant on veut aimanter un cristal, on constate que la saturation est atteinte pour certains champs appliqués dont la valeur varie suivant l'orientation de celui-ci dans le champ. Ceci permet de définir des directions ou axes d'aimantation facile, pour lesquelles le champ nécessaire à la saturation est minimal, et des

directions ou axes d'aimantation difficile : dans le premier cas on aura donc comme courbe de première aimantation la courbe 1 de la figure I.10 et au deuxième cas, correspond la courbe 2.

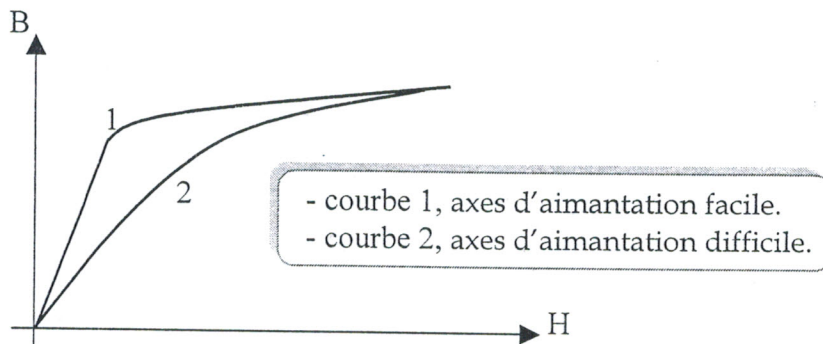


Figure I.10 : Courbes de premières aimantations.

L'énergie magnétique nécessaire à l'aimantation du matériau est dans tous les cas :

$$\int \vec{M} \cdot d\vec{H} \quad (I.25)$$

La différence d'énergie nécessaire à l'aimantation entre un axe d'aimantation facile et un axe d'aimantation difficile est représentée par la région entre les deux courbes dans la figure I.10.

Cette énergie est appelée l'énergie d'anisotropie.

Ces phénomènes sont liés au fait que dans un cristal, les atomes occupent des sites définis avec des orientations déterminées ; ce qui provoque certain couplage entre les moments de spin et les moments orbitaux.

L'énergie d'anisotropie peut s'écrire :

$$E_a = k_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2) + k_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2 \quad (I.26)$$

$\alpha_1, \alpha_2$  et  $\alpha_3$  sont les cosinus directeurs de la direction considérée par rapport aux trois cotés du cristal.

$k_1$  et  $k_2$  sont appelées les constantes d'anisotropie.

### I.5.2.5.3. Champs démagnétisant

Dans les applications que nous allons étudier dans le dernier chapitre de cette thèse, c'est le champ à l'intérieure des matériaux qui doit être pris en considération. Ce champ est la somme du champ appliqué et du champ créé par la matière aimantée.

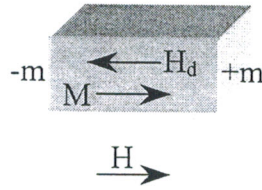


Figure I.11 : Champ démagnétisant.

Sous l'influence du champ appliqué  $H_a$  (figure I.11), il existe dans le matériau une aimantation  $M$  et des masses magnétiques de signes opposés apparaissent sur les extrémités. Ces masses créent à leur tour un champ  $\bar{H}_d$  de direction opposée à  $\bar{M}$ , appelé champ démagnétisant. Ce champ est proportionnel à l'aimantation  $M$  et on peut écrire :

$$\bar{H}_d = \bar{H}_a - N \bar{M} \tag{I.27}$$

$N$  est appelé facteur de désaimantation.

Ce facteur dépend de la forme de l'échantillon. Si les trois axes de coordonnées ( $o_x, o_y, o_z$ ) sont liés à celui-ci, il y aura, suivant ces trois axes, trois valeurs différentes de  $N$  ; soient  $N_x, N_y$  et  $N_z$ . Si le champ appliqué présente trois composantes  $H_x, H_y$  et  $H_z$  et si  $M_x, M_y$  et  $M_z$  sont les composantes d'aimantation, les composantes du champ  $\bar{H}_d$  à l'intérieur du matériau seront respectivement :

$$H_x - N_x M_x ; H_y - N_y M_y ; H_z - N_z M_z$$

avec :  $N_x + N_y + N_z = 1$ .

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs courantes de  $N$ .

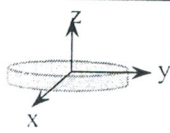
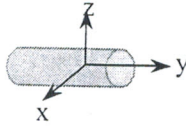
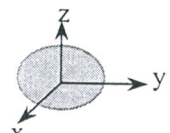
La forme	$N_x$	$N_y$	$N_z$
Disque plat : 	0	0	1
Cylindre long : 	1/2	0	1/2
Sphère : 	1/3	1/3	1/3

Tableau I .1 : Quelques valeurs courantes du facteur de désaimantation.

#### I.5.2.5.4. Influence de la structure cristalline des ferrites sur l'aimantation

Dans tous les cas, nous pouvons considérer que le magnétisme est dû à des champs de WEISS correspondant à la formule (I.17). Appelons A l'un des sous réseaux et B l'autre sous réseaux de la figure I.9, et  $M_a$ ,  $M_b$  les aimantations des ions qui occupent ces sous réseaux. Soient  $\lambda_{aa}$  et  $\lambda_{bb}$ , les constantes de WEISS associées à ces sous-réseaux, qui sont positives puisque ceux-ci sont ferrimagnétiques. Pour tenir compte des alignements antiparallèles entre A et B, nous introduisons deux constantes de WEISS de couplage  $\lambda_{ab}$  et  $\lambda_{ba}$ . Le champ total appliqué sur chacun des ions, en présence d'un champ extérieur  $H_a$  est :

$$B_a = H_a + \lambda_{aa} M_a - \lambda_{ab} M_b \quad (I.28)$$

$$B_b = H_a + \lambda_{bb} M_b - \lambda_{ba} M_a$$

En supposant que la loi de CURIE, traduite par (I.23), s'applique à chacun des sous réseaux, on peut écrire :

$$M_a = \frac{T_c B_a}{2T} ; \quad M_b = \frac{T_c B_b}{2T} \quad (I.29)$$

L'aimantation totale est :

$$M = M_a + M_b = \frac{T_c}{2T} [2H_a + (\lambda_{aa} - \lambda_{ba})M_a + (\lambda_{bb} - \lambda_{ab})M_b] \quad (I.30)$$

Dans le cas d'un corps ferrimagnétique  $\lambda_{aa} \neq \lambda_{bb}$ . En l'absence du champ extérieur les équations (I.28) donnent les champs moléculaires :

$$H_{aa} = \lambda_{aa} M_a - \lambda_{ab} M_b \quad (I.31)$$

$$H_{bb} = -\lambda_{ba} M_a + \lambda_{bb} M_b$$

D'autre part les constantes de CURIE de chaque sous réseau ne sont pas nécessairement identiques et (I.29) devient :

$$M_a = \frac{T_{ca}}{T} B_a ; \quad M_b = \frac{T_{cb}}{T} B_b \quad (I.32)$$

avec :  $B_a = H_a + H_{aa}$  et  $B_b = H_a + H_{bb}$ .

En éliminant  $H_{aa}$  et  $H_{bb}$  entre (I.31) et (I.32) il vient :

$$M_a = \frac{T_{ca}(T - \lambda_{bb}T_{cb}) - (T_{ca}T_{cb}\lambda_{ab})}{(T - T_{ca}\lambda_{aa})(T - T_{cb}\lambda_{bb}) - T_{ca}T_{cb}\lambda_{ab}^2} H_a \quad (I.33)$$

$$M_b = \frac{T_{cb}(T - \lambda_{aa}T_{ca}) - (T_{ca}T_{cb}\lambda_{ab})}{(T - T_{ca}\lambda_{aa})(T - T_{cb}\lambda_{bb}) - T_{ca}T_{cb}\lambda_{ab}^2} H_a$$

D'où l'on peut tirer la susceptibilité  $\chi$  :

$$\chi = \frac{M_a + M_b}{H_a} \quad (I.34)$$

Il est plus commode de calculer :

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{T_c} + \frac{1}{\chi_0} - \frac{\theta}{T - \theta} \quad (I.34)$$

avec :

$$T_c = T_{ca} + T_{cb}$$

$$\frac{1}{\chi_0} = -\frac{1}{T_c^2} (\lambda_{aa}T_{ca}^2 + \lambda_{bb}T_{cb}^2 - 2\lambda_{ab}T_{ca}T_{cb})$$

$$\theta = \frac{T_{ca}T_{cb}}{T_c^2} [T_{ca}^2(2\lambda_{ab}\lambda_{aa} + \lambda_{ab}^2 + \lambda_{aa}^2) + T_{cb}^2(2\lambda_{ab}\lambda_{bb} + \lambda_{ab}^2 + \lambda_{bb}^2) - 2T_{ca}T_{cb}(\lambda_{ab}^2 + \lambda_{ab}\lambda_{bb} + \lambda_{aa}\lambda_{bb})]$$

$$\theta = \frac{T_{ca}T_{cb}}{T} (2\lambda_{ab} + \lambda_{aa} + \lambda_{bb})$$

L'équation (I.34) représente une hyperbole admettant pour asymptote la droite :

$$\frac{T}{T_c} + \frac{1}{\chi_0}$$

Ceci est représenté sur la figure I.12.

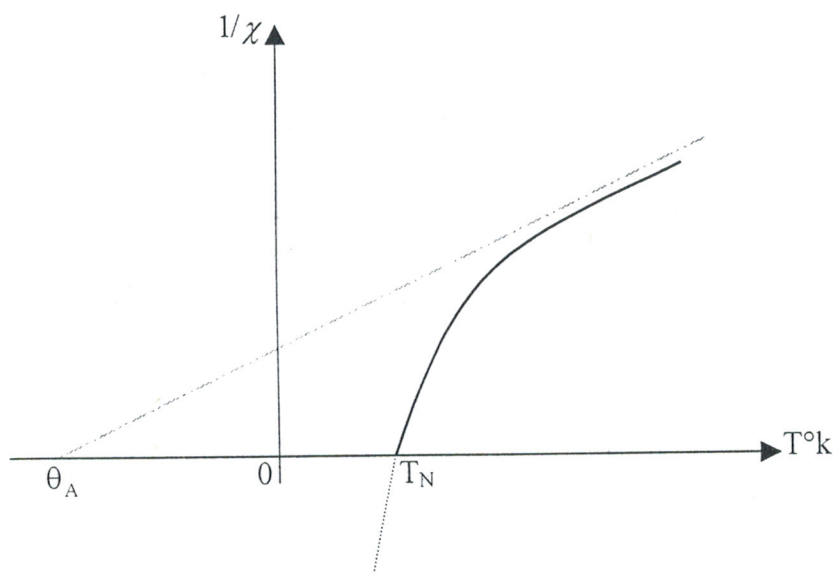


Figure I.12 : Comportement de  $(1/\chi)$  en fonction de la température.

L'hyperbole coupe l'axe des températures  $T$  en un point correspondant à la température de NÉEL,  $T_N$ .

- Pour  $T > T_N$  le corps est paramagnétique.
- Pour  $0 < T < T_N$ , l'aimantation est la différence entre l'aimantation du sous réseaux A et celle du sous réseau B. Elle est toujours inférieure au nombre total de magnétons disponibles. Le corps est ferrimagnétique.

Pour obtenir  $M$ , il suffit donc de tracer la différence des deux courbes d'aimantation des deux sous réseaux. La figure I.13 montre les trois cas possibles.

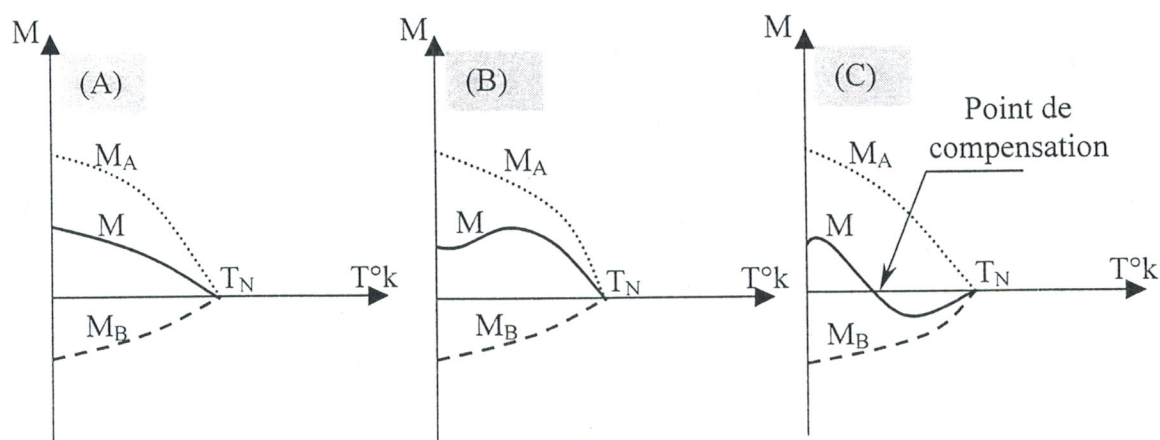


Figure I.13 : Différents types d'aimantation des deux sous réseaux

En (A),  $M_A$  et  $M_B$  présentent des variations analogues et  $M$  diminue régulièrement en fonction de la température pour s'annuler au point de NÉEL. En (B)  $M_B$  diminue plus rapidement que  $M_A$  aux basses températures, et c'est l'inverse aux températures proches de  $T_N$ , c'est par exemple le cas de certains ferrites de nickel dans lesquels une partie du fer trivalent est remplacé par de l'aluminium. Enfin en (C), les différences de variations de  $M_A$  et  $M_B$  sont telles que l'aimantation peut s'annuler pour une température  $T_c < T_N$ .  $T_c$  est appelée température ou point de compensation.

On remarque donc que les allures de ces courbes sont liées aux différents couplages entre les deux sous réseaux.



## I.5.2.6. PROPRIETES GENERALES DES FERRITES

### I.5.2.6.1. Conductivité électrique

Les ferrites sont rangés dans la classe des semi-conducteurs. Dans un matériau ferrite, les liaisons étant ioniques et complète : il n'existe pas d'électrons libres pouvant, a priori, contribuer à la conductibilité. Cependant, une certaine conduction peut apparaître du fait de la présence dans le matériau[12] :

- D'impuretés ou de défauts.
- D'ions du même métal ayant deux états de valence différents et occupants deux sites cristallins différents.

La conductivité peut être du type N ou P, et en principe, elle suit la loi[12] :

$$\sigma = A.e^{-\frac{E}{kU}} \quad (I.36)$$

A est un paramètre dépendant de la densité et de la mobilité des porteurs de charge.

On écrit souvent cette expression sous la forme :

$$\ell(T) = \ell_{\infty} e^{-\frac{E}{T}} \quad (I.37)$$

où  $\ell_{\infty}$  désigne un paramètre ayant les dimensions d'une résistivité et E représente un facteur exprimé en degrés KELVIN.

### I.5.2.6.2. Résistivité électrique

Concernant les applications pratiques des matériaux magnétiques, l'aimantation à saturation des ferrites est inférieure à celles des matériaux métalliques. En revanche, la résistivité électrique est bien supérieure ( $1 \Omega m$  pour les ferrites de  $M_n-Z_n$  à comparer à  $10^{-7} \Omega m$  pour le fer) ce qui en fait des matériaux irremplaçables pour les applications dynamiques.

Les ferrites sont des composés ioniques constitués d'ions oxygène et de cations métalliques. Leur résistivité dépend de la nature des cations et de leur valence mais également des défauts prédominants qui définissent les écarts par rapport à la stœchiométrie. Ces défauts sont les lacunes cationiques et anioniques ainsi que les cations et les anions en positions interstitielles. Ils ont pour conséquence, des conductivités de type P ou N. Les conditions de synthèse jouent un rôle important sur la résistivité des ferrites.

Certains ferrites comme le lithium ou le grenat d'yttrium utilisés en micro-ondes présentent des résistivités d'environ  $10^{10} \Omega m$ .

### I.5.2.6.3. Permittivité

On mesure la permittivité  $\varepsilon^*$  des ferrites en fonction de la fréquence pour des champs électriques faibles ( $\approx 100\text{v/m}$ ). Un terme dissipatif est induit en utilisant la notation complexe :

$$\varepsilon^*(f) = \varepsilon_0 \varepsilon_r^*(f) \quad (\text{I.38})$$

avec :

$$\varepsilon_r^*(f) = \varepsilon_r'(f) - j\varepsilon_r''(f)$$

Comme la résistivité, la permittivité des ferrites dépend des cations constituant le matériau et des écarts par rapport à la stœchiométrie. Lorsqu'il n'y a pas d'ions  $\text{Fe}^{2+}$  (ferrite *micro-ondes*),  $\varepsilon_r'(f)$  est pratiquement constante et  $\varepsilon_r''(f) \approx 0$ .

D'où

$$\varepsilon_r \approx \varepsilon_r'(f)$$

et

$$\text{tg}\delta_\varepsilon = \frac{\varepsilon_r''(f)}{\varepsilon_r'(f)} \quad (\text{I.39})$$

$\delta_\varepsilon$  est l'angle de pertes diélectrique.

Les variations de la partie réelle de la permittivité relative  $\varepsilon_r'$  et de la conductivité électrique  $\sigma$  en fonction de la fréquence peuvent être décrites par un phénomène de relaxation. Si  $\omega = 2\pi f$  représente la pulsation du champ électrique, on a [12] :

$$\varepsilon_r'(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (\text{I.40})$$

et

$$\sigma(\omega) = \sigma_\infty + \frac{\sigma_0 - \sigma_\infty}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (\text{I.41})$$

$\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0$ ,  $\varepsilon_\infty$ ,  $\sigma_\infty$  représentent respectivement les permittivités et les conductivités à fréquence nulle et à fréquence infinie.

$\tau$  est le temps de relaxation.

La partie imaginaire de la permittivité est liée à la conductivité électrique haute fréquence par la relation :

$$\sigma_{ac}(f) = 2\pi \cdot f \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r''(f) \quad (\text{I.42})$$

Dés relations (I.41) et (I.42), on tire :

$$\varepsilon_r''(\omega) = \frac{(\sigma_\infty - \sigma_0) \omega\tau^2}{\varepsilon_0 [1 + (\omega\tau)^2]} \quad (\text{I.43})$$

Pour la grande majorité des ferrites, les temps de relaxation sont faibles ( $1/\tau$  de quelques kilohertz). Les valeurs de  $\varepsilon_r'$  des ferrites à basse fréquence varient de quelques

dizaines pour les plus résistifs (*grenats ou  $LiFe_5O_8$* ) à plusieurs centaines de milliers pour les ferrites contenant du fer divalent (*ferrites de manganèse-zinc*). A très haute fréquence, la permittivité relative tend vers une valeur comprise entre 10 et 15. Les ferrites les plus résistifs ont une permittivité imaginaire pratiquement nulle du continu aux hyperfréquences. A 10Ghz, on mesure sur ces matériaux des  $tg\delta_e$  de quelques  $10^{-4}$ .

#### I.5.2.6.4. Perméabilité magnétique [13]

On définit la perméabilité magnétique  $\mu$  d'un matériau comme. Le rapport entre induction magnétique B et le champ magnétique H existant dans le matériau :

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (I.44)$$

$\mu_0$  est la perméabilité du vide (1 G/Oe) et  $\mu_r$  est la perméabilité relative du matériau.

Suivant les applications, on la désigne différemment : perméabilité initiale, perméabilité initiale complexe, perméabilité réversibles, perméabilité d'amplitude ou perméabilité tensorielle. Dans ce qui suit, on laissera de côté la constante  $\mu_0$  et on appellera perméabilité, la perméabilité relative de façon à ne pas alourdir les notations.

- *Perméabilité initiale* : La perméabilité initiale est le rapport entre l'induction magnétique B et le champ magnétique existant dans le matériau pour des champs et des inductions faibles ( $B < 1mT$ ) :

$$\mu_i = \left( \frac{\partial B}{\partial H} \right)_{H=0} \quad (I.45)$$

C'est la pente à l'origine de la relation B(H) décrite. Elle intervient dans toutes les application dites « à bas niveau » (*puissance  $< 1mW/cm^3$* ). Les valeurs pour les ferrites doux conventionnels élaborés de façon industrielle ou en laboratoire sont données dans le tableau B.1 [Annexe B] .

- *Perméabilité initiale complexe* : La perméabilité initiale complexe est la représentation complexe de la perméabilité initiale  $\mu_i$  en fonction de la fréquence :

$$\mu^*(f) = \mu'(f) - j\mu''(f) \quad (I.46)$$

Elle peut être décrite de façon approchée par un phénomène de relaxation du type :

$$\mu^*(f) = \frac{\mu_s}{1 + j \frac{\omega}{\omega_r}} \quad (\text{I.47})$$

avec :  $\omega_r = 2\pi f_r$  (fréquence de relaxation).

La partie réelle  $\mu'(f)$  représente la partie réactive de la perméabilité et la partie imaginaire  $\mu''(f)$  représente la partie dissipative (*pertes magnétiques*) à une fréquence donnée et pour des champs magnétiques faibles. Celle-ci apparaissent lorsque la perméabilité  $\mu'$  commence à décroître et sont maximales à une fréquence que l'on appelle fréquence de résonance ou de relaxation  $f_r$  (figure I.14). A très basse fréquence ( $f=0$ ), la perméabilité complexe est réelle : on l'appelle perméabilité statique  $\mu_s$ .

Pour la plupart des matériaux magnétiques, le produit ( $\mu_s \cdot f_r$ ) est en première approximation égale à une constante proportionnelle à l'aimantation à saturation du matériau. Pour des fréquences supérieures à 1 GHz, la perméabilité de ces matériaux est proche de l'unité. Les mécanismes d'aimantation responsables de la perméabilité initiale complexe sont principalement les déplacements réversibles des parois des domaines magnétiques et la précession gyromagnétique de l'aimantation (voir chapitre 2). Ces mécanismes dépendent :

- \_ de l'aimantation à saturation  $M_s$ .
  - \_ de l'anisotropie magnétique.
  - \_ de la taille des grains et de la porosité.
- **Perméabilité réversible** : Elle correspond à la perméabilité à faible induction ( $B < 1 \text{ mT}$ ), mesurée avec un champ statique superposé au champ de mesure :

$$\mu_{\text{rev}} = \left( \frac{\partial B}{\partial H} \right)_{H=H_0} \quad (\text{I.48})$$

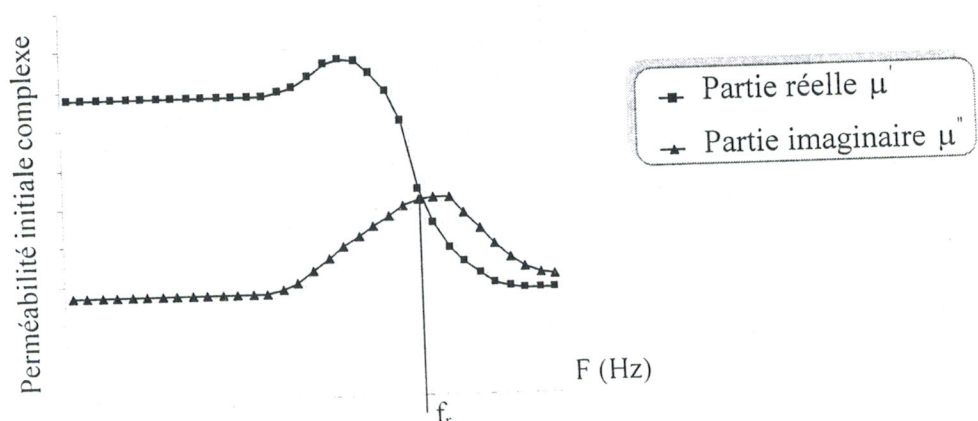


Figure I.14 : Spectre de la perméabilité initiale complexe d'un ferrite en fonction de la fréquence

Elle décroît de la perméabilité initial ( $H_a=0$ ) à 1 ( $H_a>10H_c$ ) lorsque le matériau est saturé. Pour  $H_a$  faible ( $H_a<H_c/10$ ), on observe dans certains cas que  $\mu_{rev}>\mu_i$ .

- **Perméabilité d'amplitude** : La perméabilité d'amplitude est définie comme le rapport de l'induction sur le champ magnétique en valeur crête pour des excitations sinusoïdales de forte amplitude ( $0<B<400mT$ ) :

$$\mu_a = \frac{B_{crête}}{H_{crête}} \quad (I.49)$$

Elle est indiquée systématiquement pour les ferrites doux utilisés dans les applications de puissance. L'illustration donnée sur la figure I.15 indique trois domaines :

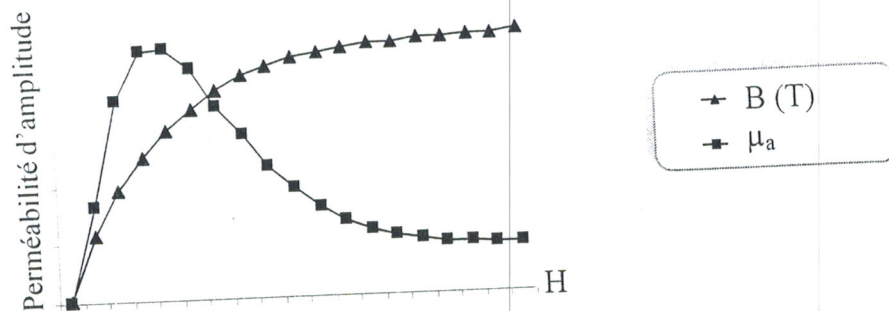


Figure I.15 : Perméabilité d'amplitude.

- \_ le domaine des champs faibles où l'on retrouve la perméabilité initiale pour  $H=0$ .
- \_ le domaine des champs moyens ( $0<H<50A/m$ ) où  $\mu_a$  augmente rapidement pour atteindre un maximum.
- \_ enfin, le domaine des champs élevés où la perméabilité diminue notablement pour tendre vers 1 lorsque l'on s'approche de la saturation.
- **Perméabilité initiale complexe tensorielle** : Les ferrites en micro-ondes fonctionnent selon le principe de la résonance gyromagnétique (chapitre 2).

#### I.5.2.6.5. Magnétostriction

La magnétostriction se caractérise par la déformation d'un matériau magnétique sous l'effet d'un champ magnétique ou inversement par l'apparition d'un moment magnétique sous l'effet d'une contrainte mécanique. Elle est caractérisée par un coefficient dit

irréversibilité induit également une dissipation d'énergie qui, pour un cycle fermé, correspond à son aire. Cette dissipation est appelée également perte quasi-statique car elle est mesurée lorsque le champ varie très lentement. Elle provient des pertes par effet JOULE des courants induits au voisinage des évènements irréversibles[5].

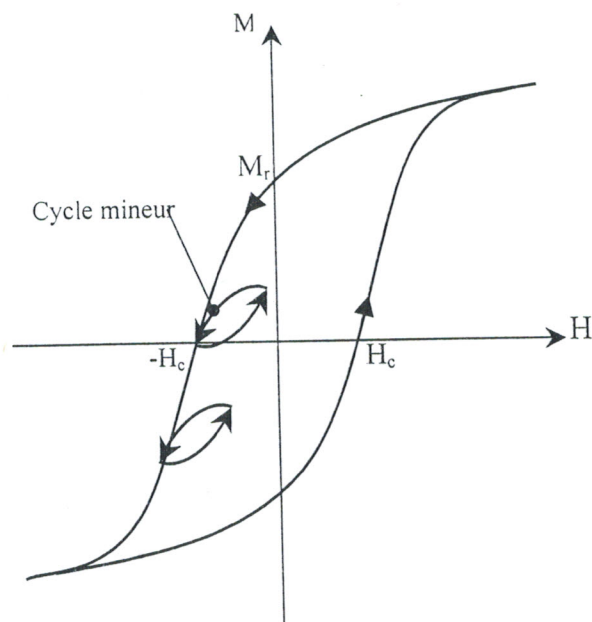


Figure I.16 : Conséquences macroscopiques de l'irréversibilité.

## I.6. FERRITES POUR MICRO-ONDES

La gamme des micro-ondes s'étend dans la pratique de 300MHz à 300GHz. Les ferrites sont utilisés dans deux types de dispositifs :

- Les dispositifs dits « *non réciproques* » comme les circulateurs et les isolateurs.
  - Les dispositifs dits « *réciproques* » comme les déphaseurs commandables électriquement.
- Dans ce type de dispositifs, on trouve des solutions concurrentes aux ferrites comme les déphaseurs à matériau ferriélectrique.

Dans tous ces dispositifs, le mécanisme exploité est celui de la résonance gyromagnétique (voir chapitre II) qui confère au matériau son aptitude à répondre différemment à une onde électromagnétique suivant sa polarisation.

### I.6.1. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DES FERRITES POUR MICRO-ONDES

La perméabilité initiale complexe varie en fonction de la fréquence de fonctionnement (voir chapitre II). Elle dépend de deux mécanismes d'aimantation[5] :

- les déplacements réversibles des parois de domaines qui ont lieu généralement à basse fréquence.
- la précession gyromagnétique de l'aimantation autour du champ d'anisotropie qui a lieu à plus haute fréquence.

A l'état non polarisé et lorsque la fréquence est suffisamment élevée ( $f > 10\text{GHz}$ ), la perméabilité complexe d'un ferrite tend vers 1 ( $\mu' = 1$  et  $\mu'' = 0$ ) et son comportement est alors proche de celui de l'air. Pour avoir des valeurs de perméabilité différentes dans ce domaine de fréquence, il faut appliquer un champ magnétique au ferrite. On met alors à profit la résonance gyromagnétique appelée également résonance ferrimagnétique.

### I.6.2. PERTES DANS LES FERRITES POUR MICRO-ONDES

La réalisation de composants micro-ondes à base de ferrite nécessite une bonne maîtrise des pertes directes appelées pertes d'insertion. Nous avons déjà signalés que celle-ci ont deux origines, diélectriques et magnétiques. Concernant les pertes diélectriques, elles sont caractérisées par une tangente de pertes diélectrique située entre 1 et quelques  $10^{-4}$ . Pour les pertes magnétiques, on distingue les pertes à bas niveau (*faible puissance*) et les pertes à fort niveau (*forte puissance*).

### I.6.3. CARACTERISTIQUES DES FERRITES POUR MICRO-ONDES [6]

Les ferrites pour micro-ondes sont synthétisés comme décrit dans le paragraphe concernant la synthèse des ferrites. Le ferrite de lithium est synthétisé à des températures plus basses car le lithium est volatil et s'évapore au-dessus de  $1000\text{ °C}$ . Le chamottage s'effectue entre  $800$  et  $900\text{ °C}$  et le frittage aux alentours de  $990\text{ °C}$ . Les masses volumiques que l'on obtient sont comprises entre  $4.6$  et  $5.9\text{ g/cm}^3$  pour les grenats et  $4.2$  et  $5.2\text{ g/cm}^3$  pour les spinelles. Le tableau B.2 [Annexe B] donne un exemple des caractéristiques des ferrites micro-ondes fabriqués et commercialisés actuellement.

## I.7. CHOIX D'UN FERRITE

Lorsque l'on cherche à utiliser un matériau magnétique métallique (*Fe, alliages FeNi...*) en hautes fréquences, on est confronté à des problèmes inhérents aux faibles résistivités de ces matériaux[15] :

- La profondeur de pénétration  $\delta$  : l'onde électromagnétique utile n'est véhiculée que par une partie du matériau. Cette profondeur est inversement proportionnelle à la racine carrée de la conductivité électrique  $\sigma$ , de la perméabilité  $\mu'$  et de la fréquence  $f$  :

$$\delta(\text{m}) = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \sigma \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu'}} \quad (\text{I.50})$$

- Les pertes par courant de FOUCAULT : elles sont proportionnelles au carré de la fréquence et à la conductivité. Dès lors que l'on atteint une dizaine de kilohertz et que l'on cherche à réaliser un composant massif dont les dimensions sont grandes devant l'épaisseur de peau, ces problèmes deviennent irrémédiables ; la solution consiste alors à utiliser des ferrites.

Le choix d'un ferrite particulier est fixé avant tout par la gamme de fréquence dans laquelle il sera utilisé. Nous avons vu, dans le paragraphe (I.5.2.6.4), que la partie réelle de la perméabilité initiale  $\mu'$ , à partir d'une certaine fréquence  $f$ , est inversement proportionnelle à  $\mu_s$ . Plus les fréquences de fonctionnement seront élevées, plus la perméabilité du ferrite pourra être faible et plus on descendra en fréquence, plus on sera obligé de choisir des ferrites à forte perméabilité pour éviter la zone de pertes. Le tableau B.3 [Annexe B] est un exemple qui montre quelle famille de ferrite peut-on utiliser pour quelle gamme de fréquence. Pour le fonctionnement des ferrites en micro-ondes, la valeur de la perméabilité initiale n'est pas le critère de choix.

La fréquence maximale à laquelle on pourra utiliser un ferrite impose une valeur limite de sa perméabilité. Si l'on trace la variation de la perméabilité en fonction de la fréquence de fonctionnement, on constate qu'il existe plusieurs zones distinctes. Ces différentes zones peuvent être attribuées à plusieurs phénomènes tels que les déplacements réversibles des parois de BLOCH et la précession gyromagnétique de l'aimantation et qui n'interviennent pas de la même façon suivant la gamme de fréquence.



# 2 L' ANISOTROPIE MAGNÉTIQUE DANS LES FERRITES



II.1. INTRODUCTION -----	32
II.2. LA PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE D' UN FERRITE MICRO-ONDES --	33
II.3. LA RÉSONANCE MAGNÉTIQUE-----	33
II.4. L' ÉQUATION DE MOUVEMENT DU VECTEUR MAGNÉTISATION ----	35
II.4.1. RÉOLUTION DE L' ÉQUATION DE MOUVEMENT DU VECTEUR MAGNÉTISATION -----	35
II.4.2. TENSEUR DE SUSCEPTIBILITÉ DANS UN MILIEU FERRITE INFINI -----	36
II.4.3. TENSEUR DE POLDER -----	39
II.4.4. Tenseur de Polder en tenant compte de l'amortissement -----	40
II.5. LA LARGEUR DE RAIE DE RÉSONANCE-----	42
II.6. PROPAGATION DES ONDES MICRO-ONDES DANS LES FERRITES-----	43
II.6.1. COMPORTEMENT DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS UN FERRITE POUR UNE DIRECTION QUELCONQUE DE PROPAGATION -----	44
II.6.1.1. La biréfringence ( $\theta = \pi/2$ ) -----	45
II.6.1.2. L'effet Faraday ( $\theta = 0$ ) -----	46
II.7. TENSEUR DE PERMÉABILITÉ D' UN FERRITE MAGNÉTISÉ ARBITRAIREMENT -----	49
II.8. RELATION ENTRE FRÉQUENCE DE FONCTIONNEMENT ET AIMANTATION A SATURATION-----	50
II.9. FRÉQUENCE DE RÉSONANCE -----	51
II.10. LES PERTES DE CHAMP DANS UN MILIEU NON SATURÉ -----	54

## CHAPITRE II

# L'ANISOTROPIE MAGNÉTIQUE DANS LES FERRITES

### II.1. INTRODUCTION

Dans le vide, les grandeurs vectorielles du champ d'induction magnétique et du champ d'excitation magnétique sont liées par la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0$ , selon une relation linéaire. Dans un matériau isotrope une nouvelle grandeur vectorielle, dite aimantation, se superpose au champ d'excitation pour traduire l'influence du milieu. L'aimantation est liée à l'induction par la susceptibilité magnétique du matériau à travers une relation linéaire, elle aussi. A terme, on observe une relation vectorielle linéaire entre l'induction et l'excitation et le coefficient de perméabilité absolue remplace la perméabilité du vide.

Du point de vue magnétique, les matériaux se classent en trois grandes catégories. Dans les paramagnétiques les vecteurs champ et aimantation sont de même sens et l'aimantation disparaît avec l'excitation. Pour les diamagnétiques l'influence est similaire, mais le champ et l'aimantation sont de sens contraires. Ces deux classes n'ont pas de propriétés magnétiques avantageuses en technologie. Les matériaux les plus intéressants sont les ferrimagnétiques : le coefficient de proportionnalité entre l'induction et l'excitation est important, mais non constant, ce qui procure à ces matériaux des comportements non linéaires[16].

L'observation microscopique des matériaux ferrimagnétiques permet de les décrire par la théorie des domaines. Par ce biais, on peut justifier que l'induction résultant d'une excitation magnétique évolue de manière non linéaire. Ceci conduit à représenter le comportement des ferrites en fonction de plusieurs paramètres tels que la fréquence, le champ d'excitation, l'aimantation, etc.....

## II.2. LA PÉRMEABILITE MAGNÉTIQUE D' UN FERRITE MICRO-ONDES

Nous avons vu au chapitre I qu'aux fréquences micro-ondes la perméabilité initiale élevée des ferrites a presque complètement disparu. A ces fréquences élevées, les vecteurs magnétisation de la totalité des domaines et les parois de BLOCH sont incapables de répondre assez vite au champ magnétique. Cependant les électrons isolés et les électrons d'une petite région (*petite devant la longueur d'onde*) répondent ensemble à ces fréquences, de sorte que la totalité du vecteur magnétisation suit en fait le champ magnétique micro-onde appliqué[5]. Ce comportement du vecteur magnétisation d'ensemble est l'effet résultant de tous les électrons agissant individuellement, plutôt que l'effet de l'influence produite sur chaque électron par ses voisins comme il se produit aux fréquences basses. L'étude du comportement des ferrites en hyperfréquences est donc l'étude du comportement d'un électron unique ; tous les autres électrons se comportent de la même façon, et le ferrite lui-même est tout simplement le milieu supportant ces électrons[17]. Pour notre étude un électron peut être considéré comme une sphère chargée tournant autour d'un axe. Du fait de sa masse et de sa charge, il possède respectivement un moment d'inertie et un dipôle magnétique.

## II.3. LA RÉSONANCE MAGNÉTIQUE

Considérons un électron  $e$  soumis à un champ magnétique statique  $H_a$  (*figure II.1*). Il est soumis au couple  $\vec{C}$  définie par (I.7):

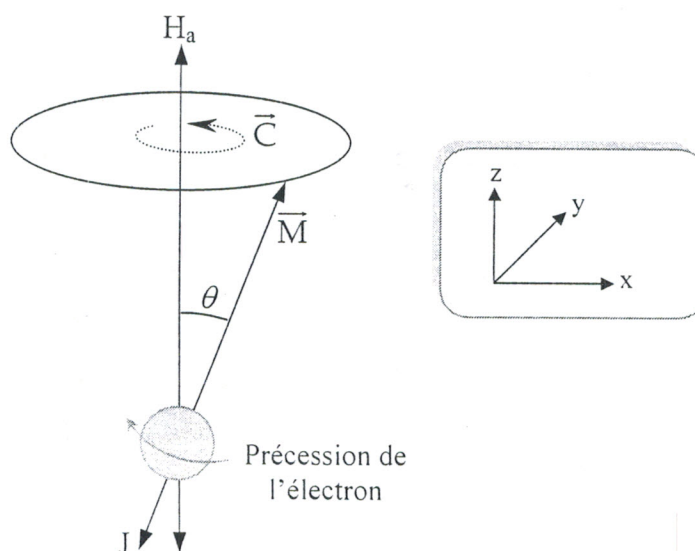


Figure II.1 : Précession de moment magnétique au sujet d'un champ magnétique statique.

De l'application du théorème du moment cinétique, on déduit qu'il décrit une circonférence d'axe Oz à vitesse constante (*effet gyroscopique*). La fréquence de rotation ( $f$ ) est proportionnelle au champ  $H_a$  puisque le couple est lui-même proportionnel à ce champ.

On trouve[17] :

$$\omega_0 = \gamma \cdot H_a \quad (\text{II.1})$$

où  $\gamma$  est le rapport gyromagnétique.

Ce mouvement de précession s'accompagne de dissipation d'énergie se traduisant par un amortissement et une diminution de  $\theta$ . L'électron décrit une spirale. Lorsque  $M$  et  $H_a$  sont alignés, la précession disparaît. Le temps qui s'écoule entre l'application de  $H_a$  et la fin du mouvement est le temps de relaxation[15].

Ajoutons, perpendiculairement au champ continu  $H_a$ , un champ magnétique hyperfréquence  $h$  tournant autour de  $O_z$  à la fréquence angulaire  $\omega$  (figure II.2). Le couple devient maintenant :

$$\vec{C} = \vec{M} \wedge (\vec{H}_a + \vec{h}) \quad (\text{II.2})$$

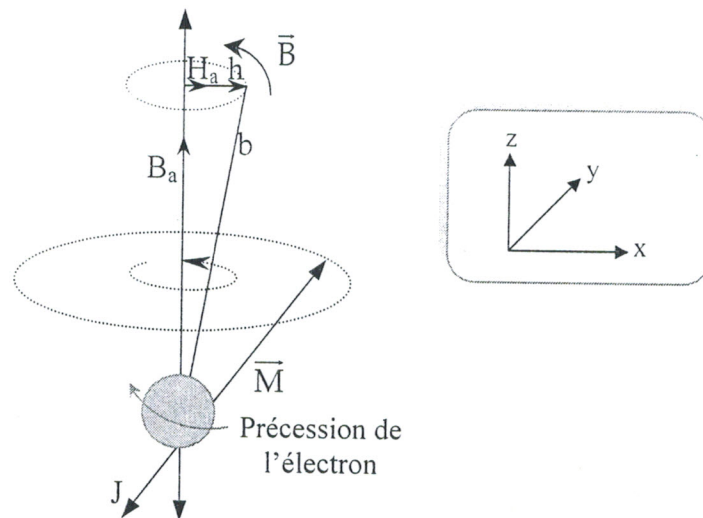


Figure II.2 : Précession de moment magnétique au sujet d'un champ magnétique statique et d'un champ hyperfréquence.

Si cette rotation s'effectue dans le même sens que  $M$  et si la fréquence de rotation de  $h$  est égale à celle de précession, il y a résonance entre le champ tournant  $h$  et le mouvement de précession[18]. Le champ cède de l'énergie à l'électron et se trouve absorbé.

Si la rotation du champ et la précession sont de sens inverse, l'énergie cédée est faible et le champ est peu absorbé. Si la fréquence de  $h$  s'éloigne de celle de précession, l'effet de résonance s'atténue.

## II.4. L'ÉQUATION DE MOUVEMENT DU VECTEUR MAGNÉTISATION

Les principales propriétés d'un ferrite magnétisé aux fréquences micro-ondes sont la constante diélectrique et le tenseur de perméabilité. À l'intérieur d'un ferrite, les équations de MAXWELL doivent donc être résolues en conjonction avec ce tenseur de perméabilité. La présence des composantes imaginaires ayant des signes opposés dans ce tenseur de perméabilité provoque des effets non-réciproques importants, pas habituellement produits dans un milieu dont la perméabilité est une grandeur scalaire. Le tenseur de perméabilité est dérivé de l'équation de mouvement du vecteur magnétisation.

### II.4.1. RESOLUTION DE L'EQUATION DE MOUVEMENT DU VECTEUR MAGNETISATION

L'équation du mouvement donne le mouvement de tous les dipôles magnétiques dûs aux rotations d'électrons en présence d'un champ magnétique constant par unité de volume. Le vecteur de magnétisation est obtenu à partir d'un champ magnétique constant, avec une fréquence de précession normale.

La direction de la précession dépend de la direction du champ magnétique statique. Puisque l'atténuation est présente, l'amplitude de la précession diminue jusqu'à ce que la magnétisation hérite la ligne avec le champ magnétique. Cependant, cette précession peut être maintenue en superposant un petit champ magnétique (*micro-ondes*) dans un plan transversal au champ magnétique statique. Le tenseur de perméabilité peut être obtenu à partir de ce simple arrangement. Si la fréquence du champ magnétique coïncide avec la fréquence normale de la précession, l'amplitude de la précession devient particulièrement grande et l'énergie absorbée du champ magnétique passe par un maximum[15].

L'équation de mouvement du vecteur magnétisation peut être dérivée en considérant un dipôle magnétique élémentaire ayant un moment dipolaire  $M$  placé dans un champ magnétique constant ( $H_a$ ).

Dans des conditions d'équilibre, le vecteur du moment dipolaire  $M$  se situe dans la direction  $H_a$  (la direction de  $z$ ). Nous supposons maintenant que le dipôle magnétique est incliné par une petite force externe de sorte qu'il fait un angle  $\theta$  avec  $H_a$  tel qu'il est représenté sur la figure II.1. Puisque le seul champ agissant sur  $M$  est  $H_a$ , le couple exercé sur  $M$  est défini par l'équation (I.7).

Lié au dipôle magnétique  $M$ , il y a un élan angulaire  $J$  donné par[1] :

$$\vec{m} = \gamma \cdot J \quad (\text{II.3})$$

où  $\gamma$  est le rapport gyromagnétique.

De l'équation (II.3), le couple peut également être écrit sous la forme :

$$\vec{C} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (\text{II.4})$$

Les équations (I.7) et (II.4) donnent l'équation du mouvement pour un dipôle simple:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma (\vec{M} \wedge \vec{H}_a) \quad (\text{II.5})$$

La magnétisation totale est :

$$M_s = NM \quad (\text{II.6})$$

$N$  est le nombre de rotations non équilibrées par unité de volume.

L'équation (II.5) devient maintenant :

$$\frac{dM_s}{dt} = \gamma \cdot (M_s \wedge H_a) \quad (\text{II.7})$$

Une grande partie de la théorie classique des ferrites dans le domaine micro-onde est basée sur l'équation de mouvement du vecteur magnétisation indiqué par l'équation (II.7).

#### II.4.2. TENSEUR DE SUSCEPTIBILITE DANS UN MILIEU FERRITE INFINI [15]

Dans le cas des micro-ondes, le champ magnétique appliqué se compose du champ magnétique statique  $H_a$  et du champ magnétique (*micro-ondes*)  $h$ .

$$H=H_a+h \quad (II.8)$$

La magnétisation totale comprend la magnétisation statique  $M_s$  et la magnétisation (*micro-ondes*)  $m$ . Les équations ci-dessus s'écrivent sous d'autres formes:

$$H_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H_a \end{bmatrix} \quad (II.9)$$

$$h = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} \quad (II.10)$$

$$M_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_s \end{bmatrix} \quad (II.11)$$

$$m = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (II.12)$$

L'équation (II.7) se décompose donc sous la forme :

$$\frac{dm_x}{dt} = m_y \gamma (H_a + h_z) - h_y \gamma (M_s + m_z) \quad (II.13)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = -m_x \gamma (H_a + h_z) + h_x \gamma (M_s + m_z) \quad (II.14)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = m_x \gamma h_y - m_y \gamma h_x \quad (II.15)$$

Dans une première approximation les termes de  $m$  et de  $h$  sont négligeables respectivement par rapports à  $M$  et à  $H_a$ , on peut alors écrire :

$$\frac{dm_x}{dt} = m_y \gamma H_a - h_y \gamma M_s \quad (II.16)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = -m_x \gamma H_a + h_x \gamma M_s$$

$$\frac{dm_z}{dt} \approx 0$$

Réécrivant les dernières équations nous avons:

$$\ddot{m}_x + w_0^2 m_x = w_m w_0 \dot{h}_x - w_m \dot{h}_y \quad (\text{II.17})$$

$$\ddot{m}_y + w_0^2 m_y = w_m \dot{h}_x + w_m w_0 \dot{h}_y$$

$$\ddot{m}_z \approx 0$$

avec :  $w_m = \gamma M_s$  (II.18)

Si les grandeurs micro-ondes dépendent du temps en  $\exp(j\omega t)$ , on peut définir un tenseur de susceptibilité  $[\chi]$  qui relie la magnétisation (*micro-ondes*) au champ magnétiques (*micro-ondes*) par :

$$m = [\chi] \cdot h \quad (\text{II.19})$$

avec :

$$[\chi] = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & 0 \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

et :

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{w_m w_0}{-w^2 + w_0^2} \quad (\text{II.21})$$

$$\chi_{yx} = -\chi_{xy} = \frac{jw_m w}{-w^2 + w_0^2} \quad (\text{II.22})$$

En remplaçant  $w_m$  par sa valeur, on obtient :

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{M_s}{H_a} \frac{w_0^2}{w_0^2 - w^2} \quad (\text{II.23})$$

$$\chi_{yx} = -\chi_{xy} = \frac{M_s}{H_a} \frac{jw w_0}{w_0^2 - w^2} \quad (\text{II.24})$$

Les composantes du tenseur de susceptibilité ont une singularité à  $w=w_0$ . Cet état correspond à la résonance.



### II.4.3 TENSEUR DE POLDER

Les relations (II.23) et (II.24) montrent que les facteurs de susceptibilité  $\chi_{xx}, \chi_{xy}, \chi_{yx}, \chi_{yy}$  sont des susceptibilités magnétique. Nous désirons calculer l'induction magnétique dont les composantes sont :

$$b_x = h_x + 4\pi m_x \quad (\text{II.25})$$

$$b_y = h_y + 4\pi m_y$$

ce qui donne, selon la relation (II.19) :

$$b_x = h_x + 4\pi\chi_{xx}h_x + 4\pi\chi_{xy}h_y \quad (\text{II.26})$$

$$b_y = h_y + 4\pi\chi_{yy}h_y + 4\pi\chi_{yx}h_x$$

En posant :

$$\mu = 1 + 4\pi\chi_{xx} \quad (\text{II.27})$$

$$jk = 4\pi\chi_{yx} \quad (\text{II.28})$$

Il vient que :

$$b_x = \mu h_x - jk h_y \quad (\text{II.29})$$

$$b_y = jk h_x + \mu h_y$$

Le rapport  $(b/h)$  correspondant au tenseur de POLDER qui vaut[11] :

$$\frac{b}{h} = \begin{bmatrix} \mu & -jk \\ jk & \mu \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

Si nous désirons introduire les composantes suivant la direction  $O_z$ , toujours dans le cas limité de la figure (II.1), nous allons trouver pour expression du tenseur de perméabilité :

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & -jk & 0 \\ jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

En remplaçant  $\mu$  et  $k$  par leurs valeurs tirées des relations (II.23), (II.24), (II.27) et (II.28), il vient :

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{w_0^2}{w_0^2 - w^2} & -j \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{ww_0}{w_0^2 - w^2} & 0 \\ j \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{ww_0}{w_0^2 - w^2} & 1 + \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{w_0^2}{w_0^2 - w^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

$\mu$  et  $k$  prennent des valeurs limites quand  $w=w_0$ , c'est-à-dire quand la fréquence du champ appliquée est égale à la fréquence gyromagnétique (*résonance*). Ceci ne doit pas surprendre puisque nous avons implicitement supposé qu'il n'y avait aucun amortissement dans le système.

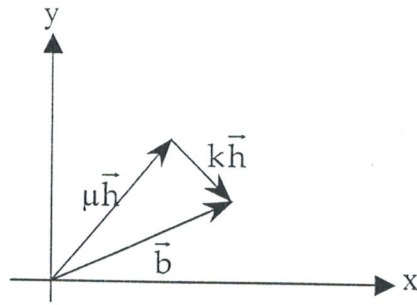


Figure II.3 : Disposition de  $\vec{b}$  et  $\vec{h}$  dans le plan  $xOy$ .

Dans le plan  $xOy$ , le vecteur  $\vec{h}$  a une direction différente de  $\vec{b}$ , comme le montre la figure II.3.  $\vec{h}$  et  $\vec{b}$  sont des grandeurs micro-ondes, tandis que  $M_s$  est l'aimantation à saturation du matériau. Dans la direction  $Oz$ , la perméabilité est égale à 1, ce qui est normal puisque le matériau est saturé. Le champ micro-ondes  $h$  est un champ à polarisation rectiligne, pouvant avoir une direction quelconque dans le plan  $xOy$ .

#### II.4.4. TENSEUR DE POLDER EN TENANT COMPTE DE L'AMORTISSEMENT

Nous savons que la précession cesse au bout d'un certain temps de relaxation que nous désignerons par  $\tau$ . On sait que, dans un diélectrique, on tient compte des pertes en écrivant que la permittivité  $\epsilon$  est complexe :

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' \quad (\text{II.33})$$

où  $\epsilon'$  est la constante diélectrique et  $(\epsilon'' / \epsilon')$  traduit la tangente de pertes diélectriques.

Si l'on tient compte de l'amortissement, on écrit que la perméabilité  $\mu$  est de la forme :

$$\mu = \mu' - j\mu'' \quad (\text{II.34})$$

$\mu'$  représente la perméabilité relative et  $(\mu'' / \mu')$  représente la tangente de pertes magnétiques.

Le tenseur de perméabilité de POLDER (II.31) s'écrit alors:

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu' - j\mu'' & -j(k' - jk'') \\ j(k' - jk'') & \mu' - j\mu'' \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

Le problème est maintenant de déterminer les parties réelles et imaginaires de ce tenseur en fonction du temps de relaxation  $\tau$ .

Admettons pour le moment que  $\tau$  soit connu. Pour tenir compte de l'atténuation, il faut modifier l'équation du mouvement de précession, que nous écrivons maintenant sous la forme[15] :

$$\frac{d\bar{M}}{dt} = \gamma \cdot (\bar{M} \wedge \bar{H}_a) - \bar{A} \quad (\text{II.36})$$

où  $\bar{A}$  représente l'atténuation.

D'après la formule de LAX et BUTTON [4],  $\bar{A}$  peut être représentée par :

$$\bar{A} = \frac{\alpha\gamma}{|M|} \left[ \bar{M} \wedge (\bar{M} \wedge \bar{H}_a) \right] \quad (\text{II.37})$$

avec :

$$\alpha = \frac{1}{w\tau} \quad (\text{II.38})$$

$\alpha$  : est appelé facteur d'atténuation phénoménologique.

Une représentation schématique de l'équation (II.36) est donnée sur la figure II.4:

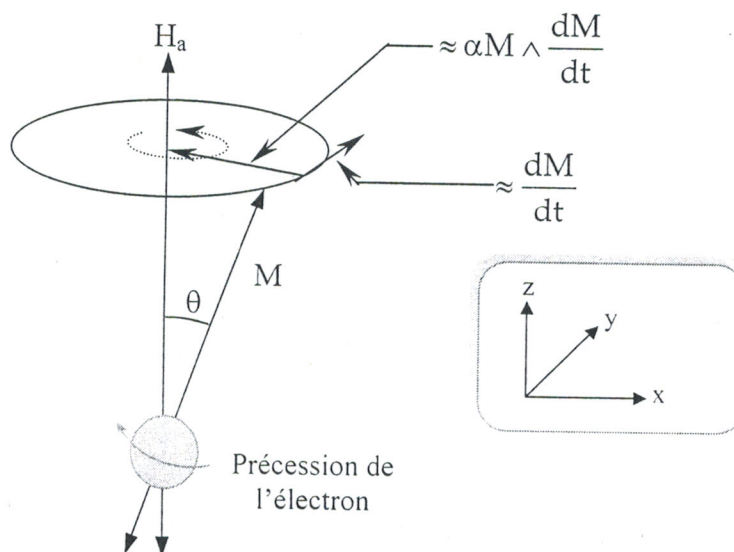


Figure II.4 : Relation entre  $M(dM/dt)$  et  $M \wedge (dM/dt)$ . Le terme de perte tend à diminuer  $\theta$  et à amortir la précession.

Une résolution de l'équation (II.36), avec  $\bar{A}$  donné par (II.37), en utilisant une méthode analogue à celle de POLDER, permet le calcul de la perméabilité. LAX et BUTTON en donnent les expressions suivantes pour le tenseur de perméabilité[4]:

$$\mu' = 1 + \frac{w_m}{2w_0} \left[ \frac{(w+w_0)w_0\tau^2+1}{(w+w_0)^2\tau^2+1} + \frac{(w-w_0)w_0\tau^2+1}{(w-w_0)^2\tau^2+1} \right] \quad (\text{II.39})$$

$$\mu'' = \frac{w_m}{2w_0} \left[ \frac{w\tau}{(w+w_0)^2\tau^2+1} + \frac{w\tau}{(w-w_0)^2\tau^2+1} \right] \quad (\text{II.40})$$

$$k' = \frac{w_m}{2w_0} \left[ \frac{(w+w_0)w_0\tau^2+1}{(w+w_0)^2\tau^2+1} - \frac{w_0(w-w_0)\tau^2+1}{(w-w_0)^2\tau^2+1} \right] \quad (\text{II.41})$$

$$k'' = \frac{w_m}{2w_0} \left[ \frac{w\tau}{(w+w_0)^2\tau^2+1} - \frac{w\tau}{(w-w_0)^2\tau^2+1} \right] \quad (\text{II.42})$$

Ces formules seront appliquées pour étudier la propagation des ondes dans un ferrite.

## II.5. LA LARGEUR DE RAIE DE RÉSONANCE[19]

Le facteur d'atténuation phénoménologique  $\alpha$  est lié à la largeur des raies des ferrites. Cette dernière est définie par la différence entre les valeurs du champ magnétique à une fréquence constante, correspondant à une valeur de  $\mu''$  (parties imaginaires de  $\mu$ ) égale à la moitié de sa valeur à la résonance (figure II.5).

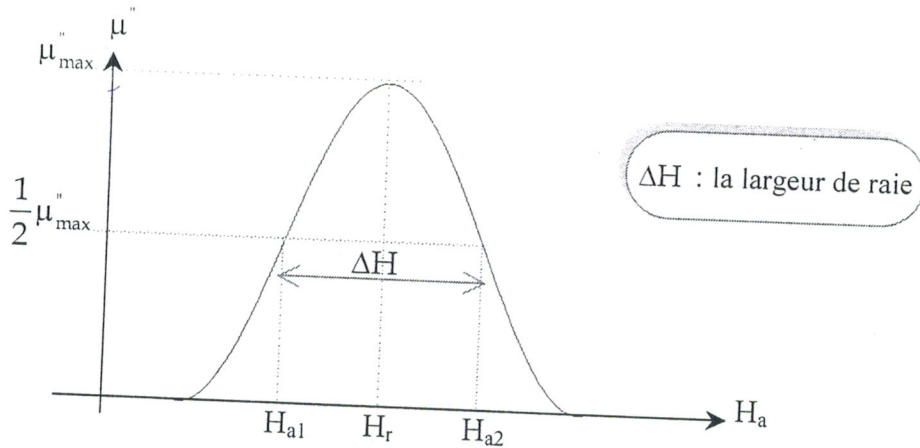


Figure II.5 : La largeur de raie d'un ferrite.

En raison de cette définition l'équation (II.40) donne :

$$\frac{w_m w \alpha (w_{01}^2 + w^2)}{(w_{01}^2 - w^2)^2 + 4w_{01}^2 w^2 \alpha^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{w_m}{2w\alpha} \right) \quad (\text{II.43})$$

La relation (II.43) peut s'écrire sous la forme :

$$w_{01}^2 - 2w^2 w_{01}^2 + w^4(1 - 4\alpha^2) = 0 \quad (\text{II.44})$$

La solution de l'équation (II.44) est :

$$w_{01,2} = w(1 \pm 2\alpha)^{\frac{1}{2}} \approx w \pm w\alpha \quad (\text{II.45})$$

donc :

$$w\alpha = \frac{w_{02} - w_{01}}{2} \quad (\text{II.46})$$

La largeur de raie d'un ferrite est habituellement définie par :

$$\Delta H = \frac{w_{02} - w_{01}}{\gamma} \quad (\text{II.47})$$

La combinaison des équations (III.46) et (III.47) donne :

$$\alpha w = \frac{\gamma \Delta H}{2} \quad (\text{II.48})$$

## II.6. PROPAGATION DES ONDES MICRO-ONDES DANS LES FERRITES[4], [12], [20]

L'extrapolation de ce que nous venons de voir pour un électron dans un milieu infini, au milieu réel d'un ferrite, sous-entend beaucoup d'hypothèses simplificatrices. Il faut pouvoir définir une aimantation  $M$  en chaque point et qu'elle soit constante dans l'échantillon, ce qui implique un milieu saturé. Cela nécessite aussi que le champ démagnétisant soit uniforme, c'est-à-dire une forme particulière (*ellipsoïde*) de l'échantillon. Il faut d'autre part que les dimensions du ferrite soient beaucoup plus faibles que la longueur d'onde pour que le champ  $h$  soit le même partout.

Nous avons vu que  $w_0 = \gamma.H_a$ , et que  $w_m = \gamma.M_s$  où  $M_s$  est l'aimantation à saturation du ferrite. Les relations (II.1), (II.18), (II.31) et (II.32) permettent d'écrire :

$$\mu = 1 - \frac{4\pi.(w_m/w)(w_0/w)}{1 - (w_0/w)^2} \quad (\text{II.49})$$

$$k = \frac{4\pi.(w_m/w)}{1 - (w_0/w)^2} \quad (\text{II.50})$$

### II.6.1. COMPORTEMENT DES ONDES ELECTROMAGNETIQUE DANS UN FERRITE POUR UNE DIRECTION QUELCONQUE DE PROPAGATION

Nous allons étudier la propagation d'une onde dans la direction  $\vec{r}$  du plan  $xOz$ . Les vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  sont les vecteurs unitaires portés par  $\vec{r}$ ,  $O_x$ ,  $O_y$ ,  $O_z$ . Un champ continu  $H_a$  est appliqué suivant  $O_z$  selon la figure II.6.  $\bar{\gamma}$  est la constante de propagation (complexe) de l'onde. Les champs qui se propagent sont représentés par :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}e^{(j\omega t - \bar{\gamma}r)} \\ \vec{H} &= \vec{H}e^{(j\omega t - \bar{\gamma}r)} \\ \vec{r} &= x\vec{i} + z\vec{k} \\ \bar{\gamma} \cdot r &= x\bar{\gamma} \sin\theta + z\bar{\gamma} \cos\theta\end{aligned}\tag{II.50}$$

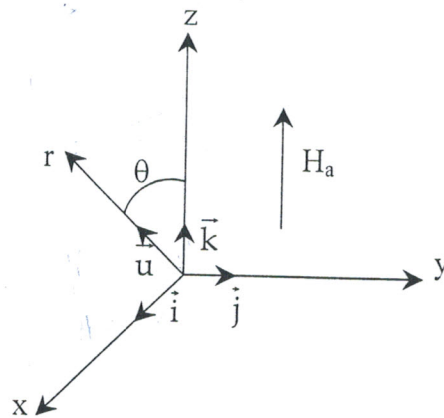


Figure II.6 : Propagation des ondes électromagnétiques dans une direction quelconque.

Dans ce milieu sans courants, les grandeurs complexes  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  sont liées par les équations de MAXWELL :

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A}); \quad \text{rot}\vec{H} = -\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (\text{B}); \quad \vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (\text{C})\tag{II.51}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (\text{D}); \quad \text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{E}); \quad \text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{F})$$

Pour un champ électromagnétique périodique dans le temps, l'opérateur  $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$

De même, on simplifie d'autres opérateurs spatial par :

$$\frac{\partial}{\partial x} = -\bar{\gamma} \sin\theta; \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial z} = -\bar{\gamma} \cos\theta$$

Les relations (II.51 (A)) et (II.51 (D)) donnent :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} \cos \theta \bar{E}_y &= -j\omega\mu_0(\mu\bar{H}_x - jk\bar{H}_y) \\ \bar{\gamma} \sin \theta \bar{E}_z - \bar{\gamma} \cos \theta \bar{E}_x &= -j\omega\mu_0(jk\bar{H}_x + \mu\bar{H}_y) \\ -\bar{\gamma} \sin \theta \bar{E}_y &= -j\omega\mu_0\mu\bar{H}_z \end{aligned} \quad (\text{II.52})$$

Les relations (II.51 (B)) et (II.51 (C)) donnent :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} \cos \theta \bar{H}_y &= j\omega\epsilon \bar{E}_x \\ -\bar{\gamma} \cos \theta \bar{H}_x + \bar{\gamma} \sin \theta \bar{H}_z &= j\omega\epsilon \bar{E}_y \\ -\bar{\gamma} \sin \theta \bar{H}_y &= j\omega\epsilon \bar{E}_z \end{aligned} \quad (\text{II.53})$$

Nous traiterons deux cas particuliers importants :

- $\theta = \pi/2$ , la propagation est perpendiculaire à la direction de magnétisation. Cette propagation est caractérisée par le phénomène de biréfringence. Elle sera exploitée pour construire des déphaseurs réciproques et des circulateurs.
- $\theta = 0$ , la propagation est parallèle à la direction de magnétisation. Cette propagation est caractérisée par l'effet FARADAY (*rotation du plan de polarisation*).

### II.6.1.1. LA BIREFRINGENCE ( $\theta = \pi/2$ )

Le système (II.53) s'écrit alors :

$$E_x = 0 ; E_y = -j\frac{\bar{\gamma}}{\omega\epsilon}H_z ; \text{ et } E_z = j\frac{\bar{\gamma}}{\omega\epsilon}H_y,$$

En remplaçant  $E_x, E_y, E_z$  par ces expressions dans la relation (II.52), on trouve :

$$\begin{aligned} 0 &= -j\omega\mu_0\mu\bar{H}_x - \omega\mu_0k\bar{H}_y + 0\bar{H}_z \\ 0 &= -j\omega^2\epsilon\mu_0k\bar{H}_x + (\epsilon\mu\mu_0\omega^2 + \bar{\gamma}^2)\bar{H}_y + 0\bar{H}_z \\ 0 &= 0\bar{H}_x + 0\bar{H}_y + (\epsilon\mu\mu_0\omega^2 + \bar{\gamma}^2)\bar{H}_z \end{aligned}$$

Le déterminant de ce système homogène doit être nul ; ce qui donne :

$$\mu\mu_0(\bar{\gamma}^2 + \omega^2\epsilon\mu_0\mu)(\bar{\gamma}^2 + \omega^2\epsilon\mu_0\mu) - \omega^2\epsilon\mu_0^2k^2(\bar{\gamma}^2 + \omega^2\epsilon\mu_0\mu) = 0$$

Cette équation admet deux solutions :

$$\bar{\gamma} = \pm j\omega \sqrt{\mu_0 \mu \varepsilon}$$

$$\bar{\gamma} = \pm j\omega \sqrt{\varepsilon \frac{\mu^2 - k^2}{\mu}} \mu_0$$

Posons  $\mu_e = \frac{\mu^2 - k^2}{\mu}$ , les deux solutions deviennent :

$$\bar{\gamma} = \pm j\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon_r \mu_z} \quad (\text{II.54})$$

$$\bar{\gamma} = \pm j\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon_r \mu_e} \quad (\text{II.55})$$

Donc on a comme première solution, une onde qui se déplace à la vitesse  $c\sqrt{\varepsilon_r \mu_z}$ . Les équations du système (II.52) jointes à (II.54) donnent  $H_x = H_y = 0$ . Il s'agit d'une onde électromagnétique dont le champ magnétique est parallèle au champ magnétique appliqué. Elle a reçu le nom de rayon ordinaire. La deuxième solution concerne l'onde qui se déplace à la vitesse  $c\sqrt{\varepsilon_r \mu_e}$ ; les relations de (II.52) et (II.53) jointes à (II.55) montrent que  $H_z = 0$ . Ainsi, le champ magnétique est perpendiculaire au champ magnétique appliqué. Il s'agit donc d'une onde à rayon extraordinaire; c'est le phénomène de biréfringence.

### II.6.1.2. L'EFFET FARADAY ( $\theta = 0$ )

Les relations (II.53) donnent :

$$\bar{\gamma} H_y = j\omega \varepsilon E_x \quad ; \quad -\bar{\gamma} H_x = j\omega \varepsilon E_y \quad \text{et} \quad 0 = j\omega \varepsilon E_z$$

Ces équations introduites dans (II.52), aboutissent au système suivant:

$$-j \left( \omega \mu_0 \mu + \frac{\bar{\gamma}^2}{\varepsilon \omega} \right) H_x - \omega \mu_0 k H_y = 0.$$

$$\omega \mu_0 k H_x - j \left( \omega \mu_0 \mu + \frac{\bar{\gamma}^2}{\varepsilon \omega} \right) H_y = 0.$$

Le déterminant devant être nul, on obtient :

$$\bar{\gamma}^2 = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r (\mu \pm k);$$

$$\text{soit :} \quad \bar{\gamma} = \pm j\omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon_r (\mu \pm k)} \quad (\text{II.56})$$

Dans ces conditions ;

on trouve  $E_z = 0, H_z = 0$ ; il s'agit d'une onde TEM ou quasi TEM.

Les équations (II.53), pour  $\theta = 0$ , entraînent la relation :

$$E_x H_x + E_y H_y = 0$$



Les champs E et H sont orthogonaux et transverses (*plan xoy*) :

Posons  $\vec{E} = \vec{E}_x + j\vec{E}_y$  et  $\vec{H} = \vec{H}_x + j\vec{H}_y$

On obtient :  $\vec{E}_x = -jZ_c \vec{H}_y$  ;  $\vec{E}_y = +jZ_c \vec{H}_x$

avec :  $Z_c = \frac{\bar{\gamma}}{w\varepsilon} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \sqrt{\mu \pm k}$

L'équation (II.51(A)) du système s'écrit en tenant compte de (II.56)  $\pm jw\mu_0 k \vec{H}_x - w\mu_0 k \vec{H}_0 = 0$ , ou encore :

$$\vec{H}_y = \pm j \vec{H}_x$$

\_ *Le signe +* correspond à  $H_y = j.H_x$  : il s'agit d'une onde polarisée circulairement qui tourne dans le sens positif.

\_ *Le signe -* correspond à  $H_y = -j.H_x$  : il s'agit d'une onde polarisée circulairement qui tourne dans le sens négatif.

Chacune des ondes possède une constante de propagation de la forme:

$$\bar{\gamma}^+ = \pm jw \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon_r} \sqrt{\mu - k} \quad (\text{III.57})$$

$$\bar{\gamma}^- = \pm jw \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\varepsilon_r} \sqrt{\mu + k} \quad (\text{III.58})$$

La perméabilité du ferrite est donc  $\mu_+ = \mu - k$  pour l'onde circulaire positive et  $\mu_- = \mu + k$  pour l'onde circulaire négative. Les relations (II.49), (II.50) permettent d'écrire :

$$\mu \pm k = 1 + \frac{w_m / w_0}{1 \pm w / w_0}$$

Les perméabilités  $\mu_+$  et  $\mu_-$  des deux ondes polarisées, en fonction de la fréquence, sont représentées sur la figure(II.7(A)). La première est polarisée circulairement positivement ( $\mu_+ = \mu - k$ ), la seconde l'est négativement ( $\mu_- = \mu + k$ ). On remarque que l'onde polarisée positivement (*dans le sens de précession*), entre en résonance de la perméabilité pour  $w=w_0$ , tandis que celle polarisée en sens inverse varie très peu.

La figure (II.7 (A)) représente les deux courbes respectives de  $\mu_+$  et de  $\mu_-$  pour deux valeurs du rapport M/H ( $M/H=1$  et  $M/H=-0.1$ ).

Ces courbes sont des hyperboles passage de  $\mu_+$  à l'infini à la résonance. Ceci est évidemment dû au fait que nous avons négligé les pertes. Tenant compte des pertes on aurait alors, pour chaque onde polarisée,  $\mu_+ = \mu'_+ - j\mu''_+$  et  $\mu_- = \mu'_- - j\mu''_-$ . La figure (II.7 (B)) représente l'allure des composantes de  $\mu_+$  et  $\mu_-$  en fonction du champ statique  $H_a$  appliqué,

pour une fréquence donnée. On y reconnaît la résonance de  $\mu_+$ , alors que  $\mu_-$  varie assez peu. La valeur du maximum de  $\mu_+$ , qui se produit pour le champ de résonance  $H_r$ , correspond aux pertes maximales. On remarquera qu'au voisinage de  $H_r$ ,  $\mu'_-$  et  $\mu'_+$  sont peu différents.

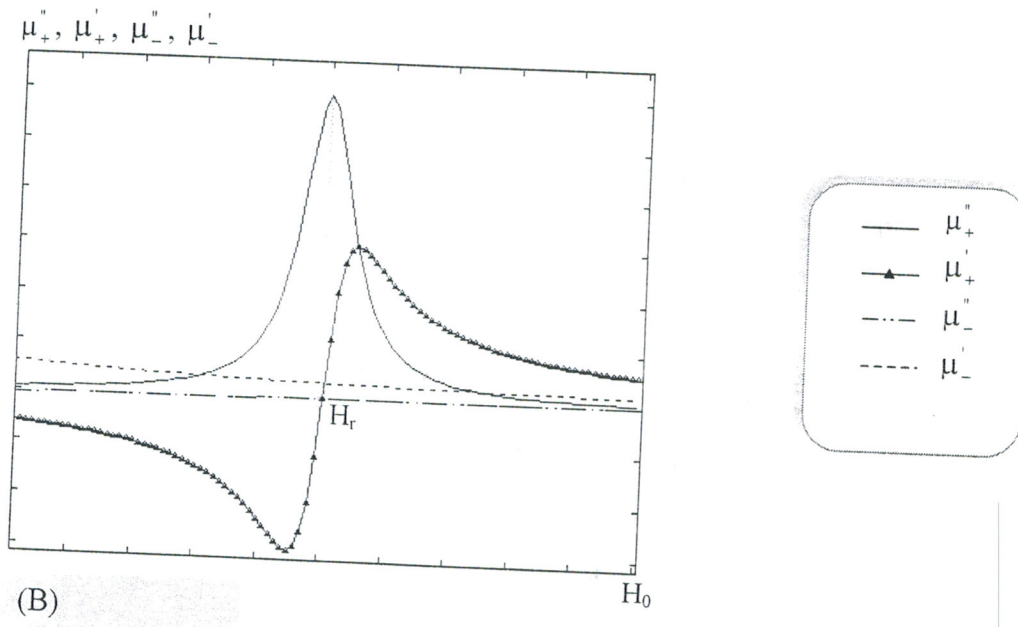
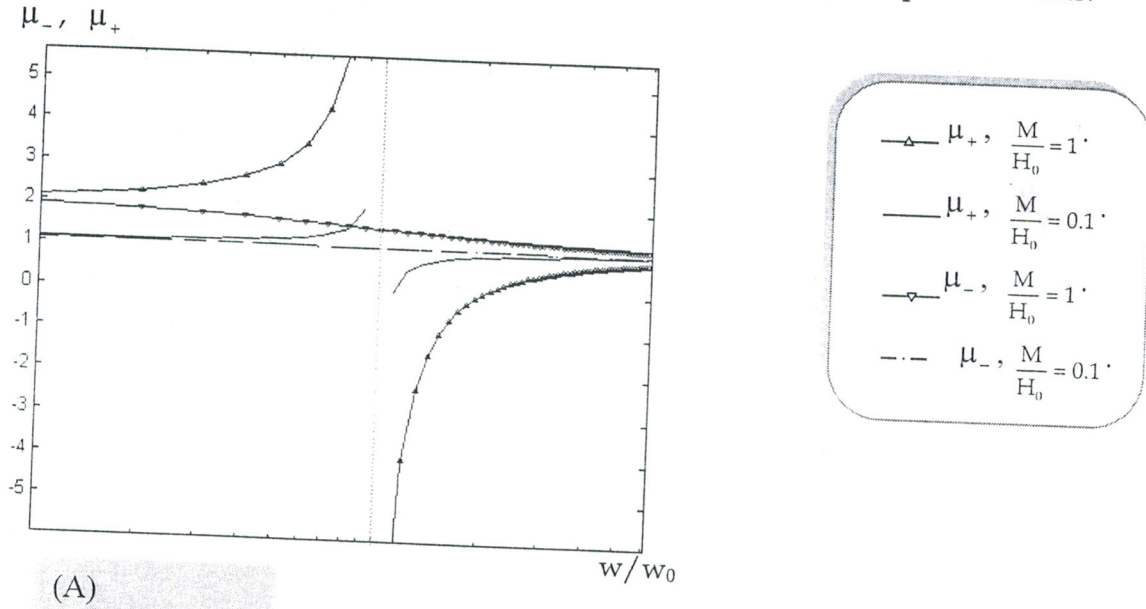


Figure II.7 : (A), Variation de la partie imaginaire de la perméabilité magnétique en fonction de  $(w/w_0)$ .  
 (B), Variation des parties réelles et imaginaires de la perméabilité magnétique en fonction du champ appliqué  $(H_a)$ .

Pour qu'un ferrite soit le plus non-réciproque possible, il faut que les perméabilités  $\mu'_-$  et  $\mu'_+$  soient les plus différents possibles mais il faut aussi des pertes faibles. Donc il faut se placer en dehors de la résonance gyromagnétique et avoir une largeur de raie  $\Delta H$  la plus faible possible.

## II.7. TENSEUR DE PERMÉABILITÉ D' UN FERRITE MAGNÉTISÉ ARBITRAIREMENT

Nous avons vu au paragraphe (II.4.3) que lorsqu'un champ magnétique statique est appliqué parallèlement à l'axe des z, le tenseur de perméabilité relative d'un ferrite est donné par (II.32).

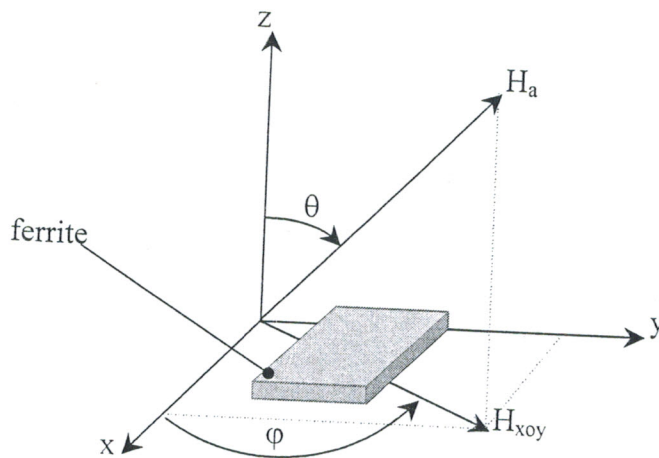


Figure II.8 : Un ferrite magnétisé par un champ magnétique  $H_a$  appliqué dans une direction arbitraire.

Supposons maintenant que le champ magnétique statique appliqué  $H_a$  est dirigé le long d'une direction arbitraire (figure II.8), il peut être démontré en employant une transformation sur les coordonnées que la relation ( $B = \mu_0 \bar{\mu} H$ ) reste valide, mais  $\bar{\mu}$  deviennent une matrice pleine de la forme[21] :

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 \mu_{11} &= \mu(\cos^2 \theta \cdot \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) + \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \varphi \\
 \mu_{12} &= (1 - \mu) \sin^2 \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi - jk \cos \theta \\
 \mu_{13} &= (1 - \mu) \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi + jk \sin \theta \cdot \sin \varphi \\
 \mu_{21} &= (1 - \mu) \sin^2 \theta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi + jk \cos \theta \\
 \mu_{22} &= \mu(\cos^2 \theta \cdot \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) + \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \varphi \\
 \mu_{23} &= (1 - \mu) \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi - jk \sin \theta \cdot \cos \varphi \\
 \mu_{31} &= (1 - \mu) \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi - jk \sin \theta \cdot \sin \varphi \\
 \mu_{32} &= (1 - \mu) \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi + jk \sin \theta \cdot \cos \varphi \\
 \mu_{33} &= \mu \sin^2 \theta + \cos^2 \theta
 \end{aligned} \tag{II.59}$$

Évidemment, l'expression ci-dessus est en accord avec (II.31) quand  $H_a$  est parallèle avec la direction  $z$  ( $\theta = 0$ ). Le tenseur de perméabilité est donné respectivement lorsque  $\theta = \pi/2$  ( $H_a$  dans le plan  $xoy$ ), et lorsque ( $\varphi = 0$ ) ( $H_a$  est dans le plan  $xoz$ ), par les formes suivantes :

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi & (1 - \mu) \sin \varphi \cdot \cos \varphi & jk \sin \varphi \\ (1 - \mu) \sin \varphi \cdot \cos \varphi & \mu \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi & -jk \cos \varphi \\ -jk \sin \varphi & jk \cos \varphi & \mu \end{bmatrix} \tag{II.60}$$

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & -jk \cos \theta & (1 - \mu) \sin \theta \cdot \cos \theta \\ jk \cos \theta & \mu & -jk \sin \theta \\ (1 - \mu) \sin \theta \cdot \cos \theta & jk \sin \theta & \mu \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{bmatrix} \tag{II.61}$$

D'une manière générale le tenseur de perméabilité, est une matrice pleine et complexe.

## II.8. RELATION ENTRE FRÉQUENCE DE FONCTIONNEMENT ET AIMANTATION A SATURATION

Les composantes  $\mu'_+$  et  $\mu''_+$  montrent que la perméabilité complexe est directement proportionnelle à l'aimantation à saturation. Pour une plus grande efficacité, on a donc intérêt à augmenter cette dernière. Toutefois, on doit tenir compte du phénomène de la résonance gyromagnétique qui existe également lorsque le ferrite n'est pas saturé (*perméabilité initiale complexe*). Ce phénomène est responsable des pertes sur une gamme de fréquence allant de  $(\gamma/2\pi) \mu_0 H_a$  à  $(\gamma/2\pi) \mu_0 H_{Max}$  où  $H_{MAX} = M_s$ .

Suivant les valeurs de la fréquence de fonctionnement, on observera[5] :

- pour  $f > (\gamma/2\pi) \mu_0 M_s$  (figure III.9 (A)).
- pour  $f \leq (\gamma/2\pi) \mu_0 M_s$  (figure III.9 (B)).
- pour  $f \ll (\gamma/2\pi) \mu_0 M_s$  (figure III.9 (C)).

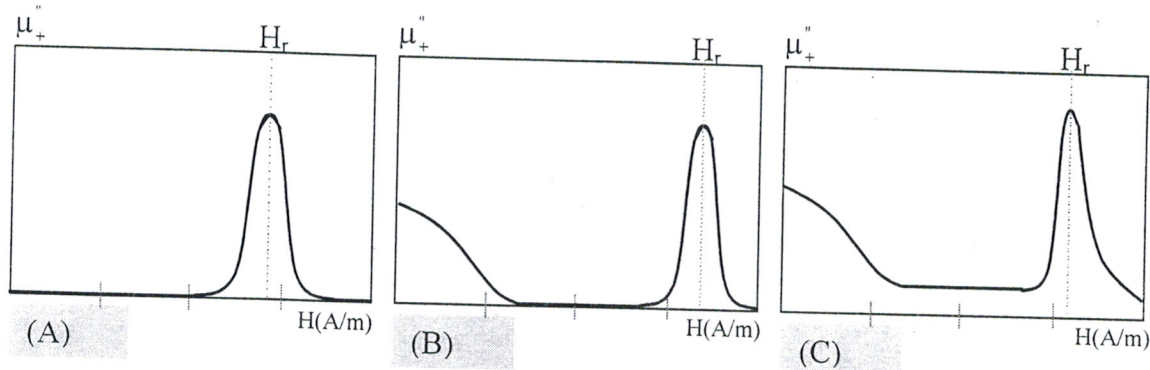


Figure II.9 : Perméabilité complexe pour diverses valeurs de la fréquence.

L'aimantation à saturation doit donc être ajustée en fonction de la fréquence de fonctionnement. On peut écrire en première approximation :

$$M_s \leq \frac{2\pi f_{\min}}{\gamma \mu_0} \quad (\text{II.62})$$

*Remarque :*

Pour la réalisation des dispositifs à ferrites, on choisit de préférence de travailler hors de la résonance. En micro-ondes, les fonctionnements se font à des champs inférieurs à  $H_r$  pour des raisons économiques.

## II.9. FRÉQUENCE DE RÉSONANCE

Lorsqu'un ferrite est introduit dans un champ, il se développe des charges magnétiques sur la périphérie du matériau, ce qui entraîne des champs de désaimantation. Ces champs démagnétisants sont proportionnels à l'aimantation, de sorte que si nous appelons  $(h_x^e, h_y^e, h_z^e)$  les composantes du champ magnétique extérieur au matériau,  $(N_x, N_y, N_z)$  les facteurs de désaimantation et  $(h_x, h_y, h_z)$  les composantes du champ à l'intérieur du ferrite, nous avons[3] :

$$h_x = h_x^e - N_x m_x \quad (\text{II.63})$$

$$h_y = h_y^e - N_y m_y$$

$$h_z = h_z^e - N_z m_z$$

$(m_x, m_y, m_z)$  sont les composantes de l'aimantation.

Or c'est le champ à l'intérieur du ferrite et non pas à l'extérieur qu'il faut considérer pour étudier la résonance. En nous plaçant dans le cas où  $H_z = H_a$  ;  $m_z = M_0$

A l'intérieur du ferrite,  $m$  et  $h$  sont liés par le tenseur de susceptibilité (II.19) :

$$m_x = \chi_{xx} h_x + \chi_{xy} h_y$$

$$m_y = \chi_{yx} h_x + \chi_{yy} h_y$$

En portant cette dernière équation dans (II.63), il est possible de définir un tenseur de susceptibilité relatif au champ extérieur appliqué ; soit :

$$m_x = \chi_{xx}^e h_x^e + \chi_{xy}^e h_y^e \quad (II.64)$$

$$m_y = \chi_{yx}^e h_x^e + \chi_{yy}^e h_y^e$$

Les inductions magnétiques dans le ferrite sont toujours données par le tenseur de perméabilité (II.30), ce qui donne :

$$b_x = h_x + 4\pi m_x = \mu h_x - jkh_y \quad (II.65)$$

$$b_y = h_y + 4\pi m_y = jkh_x + \mu h_y$$

$$b_z = h_z + 4\pi m_z = H_a$$

A partir de (II.63) et de (II.65), on trouve  $m_x, m_y$  en fonction des champs extérieurs. Il vient, après un calcul assez laborieux :

$$m_x = (\mu - 1) \frac{[4\pi + (\mu - 1)N_y - \frac{k^2}{\mu - 1}N_y]h_x^e - j4\pi kh_y^e}{[4\pi + (\mu - 1)N_x][4\pi + (\mu - 1)N_y] - k^2 N_x N_y}$$

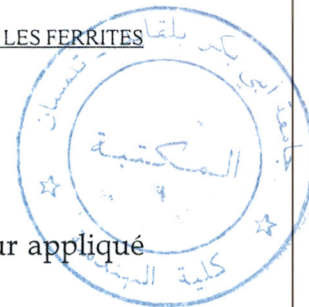
$$m_y = \frac{j4\pi kh_x^e - (\mu - 1)[4\pi + (\mu - 1)N_z - \frac{k^2}{\mu - 1}N_z]h_y^e}{[4\pi + (\mu - 1)N_x][4\pi + (\mu - 1)N_y] - k^2 N_x N_y}$$

Ces deux relations définissent les valeurs du tenseur de susceptibilité en fonction des champs extérieurs. Pour simplifier les calculs, nous pouvons considérer les formules (II.32) qui supposent que les pertes magnétiques sont nulles. En portant les valeurs tirées de (II.32) dans les expressions ci-dessus, il vient :

$$m_x = \frac{4\pi\gamma^2 M_s [H_a + 4\pi M_s (N_y - N_z)]h_x^e - j4\pi M_s \gamma w h_y^e}{w_R^2 - w^2} \quad (II.66)$$

$$m_y = \frac{j4\pi M_s \gamma w h_x^e + 4\pi\gamma^2 M_s [H_a + 4\pi M_s (N_z - N_x)]h_y^e}{w_R^2 - w^2}$$

avec :  $w_R = [w_0 + 4w_m(N_x - N_z)][w_0 + 4w_m(N_y - N_z)] \quad (II.67)$



Les expressions (II.66) montrent que la susceptibilité est définie pour

$$w = w_R$$

La fréquence  $f_R$  est la fréquence de résonance correspondant à un champ extérieur appliqué

$H_a$ .

En comparant avec la formule  $w_0 = \gamma H_a$ , on peut également définir une nouvelle valeur du champ de résonance donné par[4] :

$$w_R = |\gamma| H_{\text{eff}} \quad (\text{II.68})$$

$$\text{avec :} \quad H_{\text{eff}}^2 = [H_a + 4\pi M_s (N_x - N_z)][H_a + 4\pi M_s (N_y - N_z)] \quad (\text{II.69})$$

Cette formule donne la valeur du champ équivalent pour le calcul de la fréquence de résonance quand on applique un champ  $H_a$  à un échantillon de ferrite de forme déterminée.

Les valeurs de  $N_x, N_y, N_z$  ne sont tabulées que pour des pièces ellipsoïdales, et nous en avons indiqué quelques valeurs remarquables au paragraphe (I.5.2.5.3) du chapitre I.

En assimilant certaines formes à des ellipsoïdes, on peut calculer les fréquences de résonances correspondantes ; ce qui a permis de dresser le tableau ci-dessous.

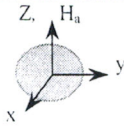
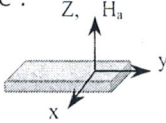
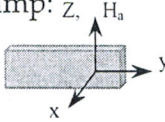
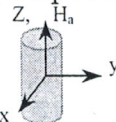
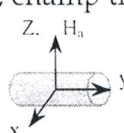
La forme	$N_x$	$N_y$	$N_z$	Fréquence de résonance
Sphère : 	1/3	1/3	1/3	$f_R = \frac{\gamma}{2\pi} H_a$
Plaquette mince : 	0	0	1	$f_R = \frac{\gamma}{2\pi} (H_a - 4\pi M)$
Plaquette de champ : 	1	0	0	$f_R = \frac{\gamma}{2\pi} \sqrt{(H_a + 4\pi M) H_a}$
Cylindre mince, champ longitudinal : 	1/2	1/2	0	$f_R = \frac{\gamma}{2\pi} (H_a + 4\pi M)$
Cylindre mince, champ transversal : 	1/2	0	1/2	$f_R = \frac{\gamma}{2\pi} \sqrt{(H_a - 4\pi M)}$

Tableau II.1 : Fréquences de résonances de quelques formes particulières.

En comparant (II.66) et (II.64) nous pouvons définir le tenseur de susceptibilité dans le cas d'un ferrite sans pertes, puisque (II.66) est déduit de (II.32). Il vient :

$$\begin{aligned}\chi_{xx}^e &= \frac{4\pi\gamma^2 M_s [H_a + 4\pi M_s (N_y - N_z)]}{w_R^2 - w^2} \\ \chi_{xy}^e &= -\chi_{yx}^e = \frac{-j4\pi\gamma M_s w}{w_R^2 - w^2} \\ \chi_{yy}^e &= \frac{4\pi\gamma^2 M_s [H_a + 4\pi M_s (N_x - N_z)]}{w_R^2 - w^2}\end{aligned}\quad (\text{II.70})$$

Pour le cas d'un ferrite avec pertes, la combinaison des relations (II.39) à (II.42), avec les relations (II.27) et (II.28), conduit aux formules approximatives suivantes :

$$\begin{aligned}\chi_{xx}^e &= \frac{w_M [w_0 + (N_y - N_z)w_M + \frac{j}{\tau}]}{w_R^2 - w^2 + 2j\frac{w_R}{\tau}} \\ \chi_{xy}^e &= -\chi_{yx}^e = -j\frac{w_M w}{w_R^2 - w^2 + 2j\frac{w_R}{\tau}} \\ \chi_{yy}^e &= \frac{w_M [w_0 + (N_x - N_z)w_M + \frac{j}{\tau}]}{w_R^2 - w^2 + 2j\frac{w_R}{\tau}}\end{aligned}\quad (\text{II.71})$$

## II.10. LES PERTES DE CHAMP DANS UN MILIEU NON SATURÉ[15]

La forme générale d'équation de résonance prévoit une contribution à la fréquence de résonance normale résultant de l'anisotropie cristalline et de la forme des champs de démagnétisation dans un domaine de cristal simple même en l'absence d'un champ magnétique appliqué. Ceci détermine la fréquence de fonctionnement, la plus basse possible dans un ferrite non saturé. Cependant, les pertes d'absorption de résonance se produisent aux fréquences jusqu'au moins deux fois la valeur prévue par équation de résonance parce que la structure de domaine d'un ferrite non saturé contribue au champ efficace de démagnétisation. L'effet des pertes dû aux champs sur la forme de la courbe de résonance aux fréquences micro-ondes est montré sur la figure (II.10).



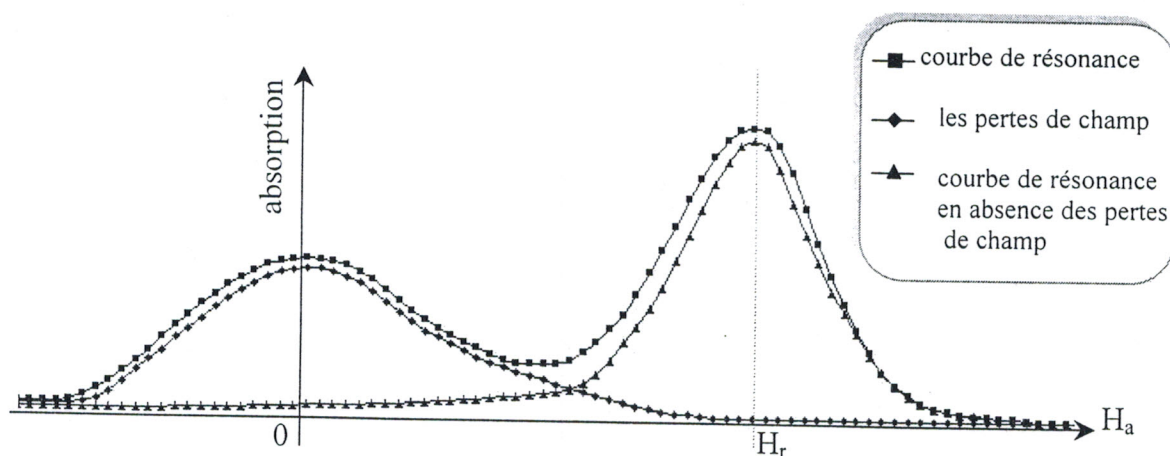


Figure II.10 : Effet des pertes de champ sur la forme de la courbe de résonance aux fréquences micro-ondes.

Nous pouvons calculer la contribution du champ de démagnétisation des domaines de *Weiss* en considérant un spécimen non saturé, qui est encore divisé dans des domaines de WEISS. Un exemple simple d'un ellipsoïde qui est divisé en domaines de WEISS sous forme de galettes minces adjacentes magnétisées à l'opposé comme le montre la figure (II.11). Ici, le champ efficace d'anisotropie est assumé le long de la direction  $z$ .

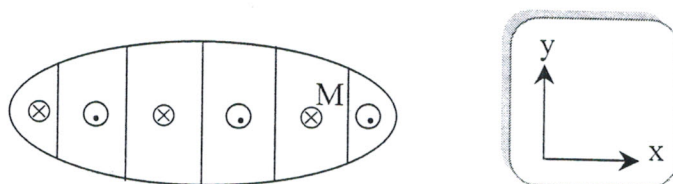


Figure II.11 : Ellipsoïde non saturé, divisé en domaines (*de Weiss*) sous forme de galettes minces magnétisées à l'opposé.

Les vecteurs de magnétisation des deux genres de domaine peuvent être considérés comme deux systèmes couplés ensemble par les champs de démagnétisation. Les deux vecteurs veulent des précessions dans des directions opposées, et par conséquent ils ne peuvent pas avoir lieu dans la phase dans deux directions mutuellement perpendiculaires.

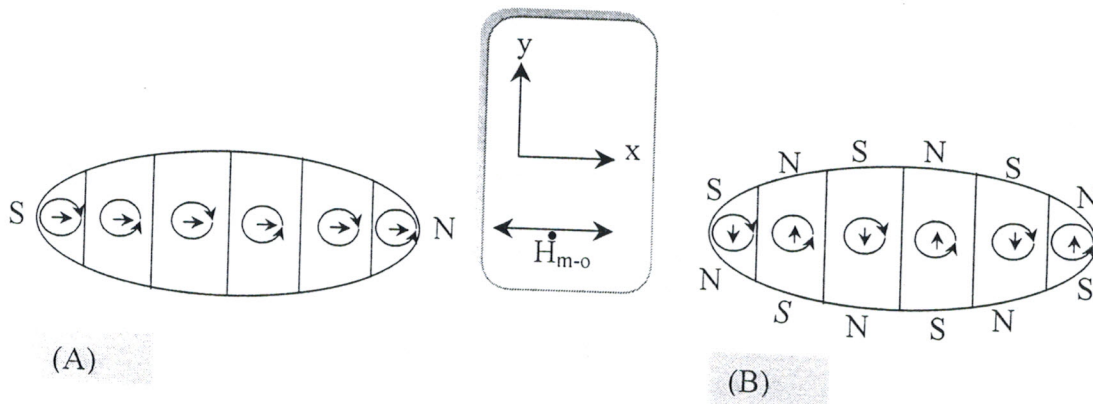


Figure II.12 : Modes de résonance dans l'ellipsoïde non saturé avec un champ magnétique (*micro-ondes*) perpendiculaire aux murs.

Si le champ magnétique (*micro-ondes*) est appliqué dans une direction perpendiculaire aux frontières du domaine, tel qu'il est représenté sur la figure II.12, alors les composantes de magnétisation dans la direction  $x$ , ont lieu dans la phase, alors que les composantes de magnétisation dans la direction  $y$  ont lieu hors de la phase. Ainsi, le facteur efficace de démagnétisation dans la direction de  $x$  est  $N_x$  (*facteur géométrique ordinaire*). Le facteur efficace de démagnétisation dans la direction  $y$  est nul. Par conséquent  $w_R$  vaut :

$$w_R^2 = (w_a + N_x w_m) w_a \quad (\text{II.72})$$

La fréquence minimale ( $w_{min}$ ) à laquelle la résonance de rotation de domaine peut se produire est obtenue avec  $N_x=0$ ,

$$w_{min} = w_a$$

Quand le champ magnétique micro-ondes est appliqué parallèlement aux murs de domaine comme il est illustré sur la figure II.13, le facteur efficace de démagnétisation le long de la direction de  $y$  peut être décrit par  $N_y$ , et le facteur efficace de démagnétisation le long de la direction  $x$  par  $N_x \approx 1$  si les murs de domaine sont minces. Par conséquent,  $w_R$  est maintenant donnée par :

$$w_R^2 = (w_a + w_m)(w_a + N_y w_m) \quad (\text{II.73})$$

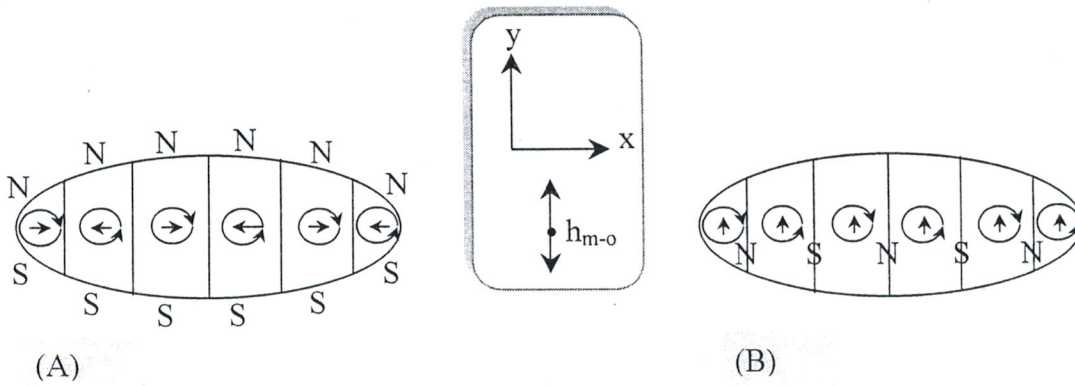


Figure II.13 : Modes de résonance dans l'ellipsoïde non saturé avec un champ magnétique (*micro-ondes*) parallèle aux murs de domaine.

La fréquence maximale ( $\omega_{\max}$ ) à laquelle la résonance de rotation de domaine peut se produire est obtenue avec  $N_y=1$ , alors :

$$\omega_{\max} = (\omega_a + \omega_m) \quad (\text{II.74})$$

Pour le ferrite poly-cristallin, il y aura des cristallites orientées plus ou moins au hasard dans différentes directions. Nous nous attendrions, donc, à ce que la résonance de rotation de domaine se produit entre  $\omega_{\min}$  et  $\omega_{\max}$ . Nous notons que la relation entre les facteurs de démagnétisation dans le dernier cas n'est plus donnée par  $(N_x+N_y+N_z)=1$ , mais elle est donnée par  $(N_x+N_y+N_z)=2$ . Ceci survient parce que les voisins les plus proches dans un ferrite non saturé contribuent aux facteurs de démagnétisation.

# 3 CARACTÉRISATION DES COMPOSANTS MICROÉLECTRONIQUES A BASE DE FERRITE PAR LA MEF

III.1. INTRODUCTION -----	58
III.2. CARACTÉRISTIQUES FONDAMENTALES DES LIGNES MICRO- RUBANS -----	59
III.3. CLASSIFICATION DES LIGNES MICRO-RUBANS-----	59
III.4. CLASSIFICATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES -----	60
III.5. ÉQUATION DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES-----	61
III.5.1. CONVENTIONS GÉNÉRALES-----	61
III.5.2. ÉQUATION DE HELMHOLTZ -----	62
III.5.3. CONSTANTE DE PROPAGATION -----	63
III.5.4. ÉQUATION DE PROPAGATION DES COMPOSANTES LONGITUDINALES -----	64
III.6. DIAGRAMME DE DISPERSION -----	65
III.6.1. FRÉQUENCE DE COUPURE-----	65
III.6.2. BANDES DE FRÉQUENCE, MODE DOMINANT, MODES SUPERIEURS ---	66
III.6.3. LONGUEUR D'ONDE -----	66
III.6.4. VITESSE DE PHASE ET VITESSE DE GROUPE -----	66
III.6.5. DÉTERMINATION DES MODES TE ET TM-----	67
III.6.5.1. Cas où $k_c^2 > \omega^2 \epsilon \mu$ -----	67
III.6.5.2. Cas où $k_c^2 < \omega^2 \epsilon \mu$ -----	68
III.6.6. IMPEDANCE D'ONDE -----	68
III.6.7. DÉTERMINATION DES MODES TEM ET QUASI-TEM -----	68
III.6.7.1. Approximation quasi-TEM-----	70
III.6.7.1.1. Validité de l'approximation de quasi-TEM -----	70
III.6.7.1.1.1. Milieu diélectrique avec pertes -----	72
III.6.7.1.1.2. Milieu magnétique avec pertes -----	73
III.6.7.2. Énergies électrique et magnétique moyennes-----	73
III.6.7.3. Grandeurs caractéristiques de l'onde quasi-TEM-----	74
III.6.7.3.1. Courants dans les conducteurs -----	74
III.6.7.3.2. Charge dans les conducteurs -----	75
III.6.7.3.3. Capacité et self linéiques -----	75
III.6.7.3.4. Résistance et conductance linéiques-----	76
III.6.7.3.5. Impédance caractéristique -----	76
III.6.7.4. Ligne micro-ruban équivalente -----	77
III.6.7.4.1. Définition -----	77
III.6.7.4.2. Permittivité équivalente -----	77
III.6.7.4.3. Perméabilité équivalente -----	77

# CHAPITRE III

## CARACTÉRISATION DES COMPOSANTS MICROÉLECTRONIQUES A BASE DE FERRITE PAR LA MEF

### III.1. INTRODUCTION

Récemment, les caractéristiques des circuits intégrés micro-ondes (*lignes de transmission micro-ruban*) à base d'un matériau anisotrope comme le ferrite ont acquis un intérêt croissant pour le champ des demandes des dispositifs réciproques et non réciproques. Les progrès technologiques permettent l'intégration des différents matériaux de ferrites dans des MIC (*Monolithic integrated circuit*) ou MMIC (*Microwave Monolithic integrated circuit*) qui ont pour conséquence des effets réciproques et non réciproques dans le domaine de transmission des ondes électromagnétiques [22]. D'ailleurs, les lignes micro-rubans qui utilisent les matériaux anisotropes jouent un rôle important en tant que composants fondamentaux des dispositifs micro-ondes. En conséquence, quelques efforts ont été consacrés à l'analyse des différentes lignes de transmission sur des substrats caractérisés par une constante diélectrique et un tenseur de perméabilité.

La caractérisation de la plupart de ces lignes micro-rubans implique une formulation mathématique très compliquée. Pour cette raison, les solutions analytiques ne sont pas les meilleures. Par contre la méthode des éléments finis (*MEF*) est l'une des méthodes numériques la plus extensivement utilisées pour résoudre ce genre de problèmes. Afin d'évaluer rigoureusement les caractéristiques de propagation d'une ligne micro-ruban à base d'un matériau anisotrope inhomogène (*ferrites et/ou diélectrique*) au moyen de MEF, une analyse vectorielle de l'onde électromagnétique est exigée.

Des formulations sous la MEF, utiles pour analyser les structures complexes des lignes micro-rubans, ont été développées dans ce chapitre.

Cette analyse tient compte de plusieurs paramètres :

- Possibilité d'analyser des structures à pertes.
- Capacité de calculer des modes supérieurs (TE et TM).
- Possibilité d'étudier des lignes micro-rubans de formes arbitraires.
- Capacité de modéliser simultanément les matériaux diélectriques et/ou magnétiques anisotropes.
- Possibilité d'étudier des structures à constantes de permittivités  $\epsilon$  et à tenseurs de perméabilités  $\bar{\mu}$ .
- Possibilité de résoudre des problèmes à valeurs et vecteurs propres.

### III.2. CARACTÉRISTIQUES FONDAMENTALES DES LIGNES MICRO-RUBANS

Les lignes micro-rubans sont des composants micro-ondes nécessaire pour la réalisation de nombreux dispositifs intégrés micro-ondes. Elles sont utilisées comme éléments de connexion entre étages dans un circuit, ou comme des dispositifs tels que les déphaseurs, les circulateurs, les isolateurs,...etc. Leurs exploitations nécessitent une caractérisation de leurs comportements électromagnétiques associés à chaque mode susceptible d'être excité. Ainsi chaque mode est caractérisé par trois paramètres :

- La constante de propagation.
- La fréquence de coupure.
- La distribution de son champ électromagnétique.

### III.3. CLASSIFICATION DES LIGNES MICRO-RUBANS [23]

Dans le domaine des communications micro-ondes, il existe plusieurs types de lignes micro-rubans. Ces types de lignes peuvent être :

- Ouvertes ou fermées.
- Homogènes (*un seul milieu*) ou inhomogènes (*plusieurs milieux*).

Le tableau suivant donne quelques exemples de lignes micro-rubans :

Types	Exemples
Ligne micro-ruban	
Ligne Suspendue	
Ligne à fente	
Ligne coplanaire	

Tableau III.1 : Classification des lignes micro-rubans.

### III.4. CLASSIFICATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES [24]

Le tableau III.2, présente les types d'ondes électromagnétiques susceptibles d'être guidées dans diverses structures de lignes micro-rubans :

Abréviation	Type	Conditions pour la classification
TEM	Ondes à champs électromagnétiques Transversales	$E_z = 0, H_z = 0$
TE	Ondes à champs Électriques Transversales	$E_z = 0, H_z \neq 0$
TM	Ondes à champs magnétiques Transversales	$E_z \neq 0, H_z = 0$
HEM	Ondes Hybrides électromagnétiques	$E_z \neq 0, H_z \neq 0$

Tableau III.2 : Classification des ondes électromagnétiques.

Les ondes quasi-TEM sont les plus simples à analyser et caractérisent le mode fondamental dans les lignes de transmissions inhomogènes à deux conducteurs et plus. Les ondes TE et TM sont caractérisées par l'un des champs E ou H transverse. Ces ondes sont couplées dans des structures inhomogènes pour donner naissance à des ondes hybrides (HEM).

### III.5. ÉQUATION DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

#### III.5.1. CONVENTIONS GÉNÉRALES

Si on considère une ligne de transmission micro-ruban constituée de  $N_c$  conducteurs et  $N_d$  diélectriques isotrope ou anisotrope (figure III.1). Chaque diélectrique se caractérise par une permittivité relative  $\epsilon_r$  et :

- Une perméabilité magnétique  $\mu$ , si le matériau est un diélectrique isotrope.
- Une perméabilité magnétique tensorielle  $\bar{\mu}$  (étudiée dans le chapitre précédent), si le diélectrique est anisotrope (cas du ferrite).

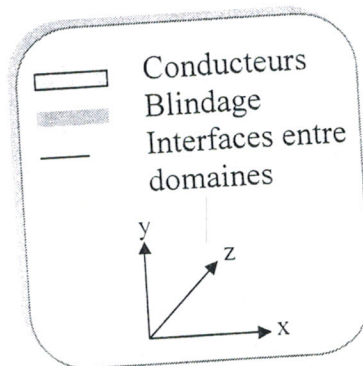
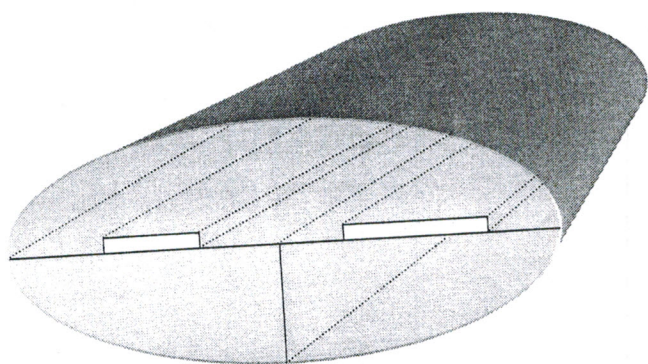


Figure IV.1 : Position d'une ligne micro-ruban dans le repère.

Considérons une onde électromagnétique se propageant dans le sens de  $z$  positifs (onde progressive), afin d'avoir des notations cohérentes. Nous supposons également qu'il n'y a ni courant ni charges libres.

A ce niveau, il apparaît nécessaire de définir la ligne micro-ruban dans un plan de section transversale (figure III.2).

On note :

- $\Omega$  l'intérieur du domaine limité par les surfaces des conducteurs.
- $\Omega_i$ ,  $1 \leq i \leq N_d$ , l'intérieur du domaine occupé par le diélectrique  $i$ .
- $Y_{i,j}$ ,  $1 \leq j \leq N_d$ , l'interface, si elle existe, entre les diélectriques  $i$  et  $j$ .
- $\Gamma_p$ ,  $1 \leq p \leq N_c$ , la surface du conducteur  $p$ .



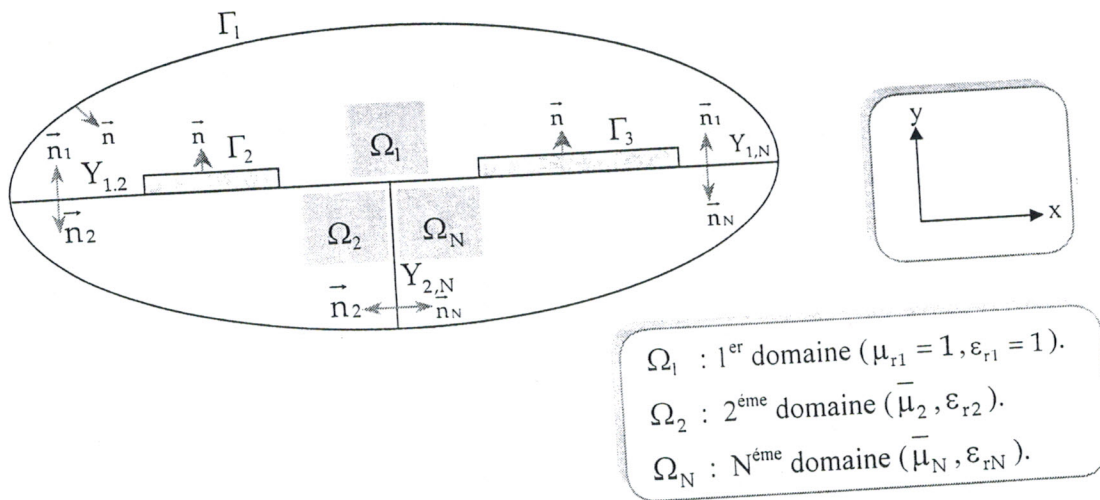


Figure III.2 : Section transversale d'une ligne micro-ruban.

On convient d'orienter les normales aux différentes surfaces vers l'intérieur du domaine d'étude ; ainsi la normale  $\bar{n}$  à  $\Gamma_p$  est orientée vers  $\Omega$  et les normales  $\bar{n}_i$  et  $\bar{n}_j$  sont orientées respectivement vers  $\Omega_i$  et  $\Omega_j$ . Ceci respecte la convention de sens généralement adoptée à la surface d'un conducteur.

Avec ces conventions, la transformation des équations de MAXWELL données dans le chapitre II (paragraphe II.6.1) dans le domaine fréquentiel donne :

$$\overline{\text{rot}}(\bar{E}) = -jw\bar{\mu}\bar{H} \quad (\text{III.1})$$

$$\overline{\text{rot}}(\bar{H}) = jw\epsilon\bar{E} \quad (\text{III.2})$$

$$\text{div}(\epsilon.\bar{E}) = 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\text{div}(\bar{\mu}.\bar{H}) = 0 \quad (\text{III.4})$$

### III.5.2. ÉQUATION DE HELMHOLTZ

Si nous combinons les deux premières relations (III.1) et (III.2) nous trouvons :

$$\overline{\text{rot}}.\overline{\text{rot}}(\bar{E}) = w^2\epsilon.\bar{\mu}\bar{E} \quad (\text{III.5})$$

Puisque la  $\text{div}(\epsilon.\bar{E}) = 0$ , l'équation (III.5) donne :

$$\nabla^2\bar{E} = -w^2\epsilon.\bar{\mu}\bar{E} \quad (\text{III.6})$$

Cette dernière équation admet une solution de forme exponentielle :

$$E = E_0.e^{-\bar{y}z} \quad (\text{III.7})$$

Quand la solution pour le champ électrique  $\vec{E}$  est connue, nous pouvons calculer le champ  $\vec{H}$  à l'aide de l'équation (III.1), on obtient :

$$\nabla^2 \vec{H} = -w^2 \epsilon_r \mu_r \vec{H} \quad (III.8)$$

### III.5.3. CONSTANTE DE PROPAGATION [25]

Dans l'équation (III.7), le coefficient  $\bar{\gamma}$  est un facteur complexe que nous appelons la constante de propagation. Il peut être décomposé en partie réelle et partie imaginaire.

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta \quad (III.9)$$

Soit :  
Ainsi nous voyons que la variation selon  $o_z$  de  $E$  d'après (III.7) et (III.9) est de la forme ;

$$e^{-\alpha \cdot z} e^{-j\beta z}$$

On remarque que le premier facteur ( $\alpha$ ) change l'amplitude, on peut dire donc que c'est un facteur d'atténuation, par contre, le second ( $\beta$ ) change la phase, c'est un facteur de propagation.

Puisque les propriétés magnétiques et électriques des milieux de propagation sont déjà discutées dans le chapitre I et II et que nous avons déjà assumé la forme de la variation spatiale dans la direction  $z$ , nous pouvons mettre :

$$\nabla^2 = \nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla_t^2 + \bar{\gamma}^2 \quad (III.10)$$

$\nabla_t^2$  est le LAPLACIEN transverse associé au plan (xoy) :

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Les équations (III.1) et (III.8) deviennent alors :

$$\left[ \bar{\gamma}^2 + \left( \frac{w}{v_p} \right)^2 \right] E = -\nabla_t^2 E \quad (III.11)$$

$$\left[ \bar{\gamma}^2 + \left( \frac{w}{v_p} \right)^2 \right] H = -\nabla_t^2 H$$

avec :

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r}} : \text{la vitesse de phase.}$$

D'après les relations (III.11), on peut dire que ;

- Si les composantes longitudinales du champ sont connues, le champ est entièrement connu a condition que  $\left( \bar{\gamma}^2 + \left( \frac{w}{v_p} \right)^2 \right) \neq 0$ .

- Dans le cas d'une onde quasi-TEM où les deux composantes longitudinales du champ sont nulles, pour ce cas :  $\left( \bar{\gamma}^2 + \left( \frac{w}{v_p} \right)^2 \right) = 0$ .

**Remarque :**

Nous venons de montrer que si une onde quasi-TEM existe dans une structure particulière sa constante de propagation et sa fréquence angulaire doivent être reliées par

$$\text{l'équation } \left( \bar{\gamma}^2 + \left( \frac{w}{v_p} \right)^2 \right) = 0.$$

D'une façon générale, la caractérisation des lignes micro-rubans nécessite la résolution de l'équation de HELMHOLTZ, donnée par :

$$\nabla_t^2 \phi + k_t^2 \phi = 0 \tag{III.12}$$

où  $k_t^2 = \bar{\gamma}^2 + \left( \frac{w}{v_p} \right)^2$  est le coefficient de propagation transversal et  $\phi$  représente l'une des composantes du champ électromagnétique.

Cette dernière équation est à valeurs et vecteurs propres. Les valeurs propres  $k_t^2$  permettent de calculer les fréquences de coupure des modes. A chaque valeur propre  $k_t^2$  est associé un vecteur propre  $\phi$  représentant la distribution du champ électromagnétique.

### III.5.4. EQUATION DE PROPAGATION DES COMPOSANTES LONGITUDINALES

Considérons la relation (III.11), dans laquelle nous introduisons le développement du Laplacien  $\nabla^2$  de la forme :

$$\nabla^2 = \nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Sachant que  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} = \bar{\gamma}^2$  et  $k_t^2 = \bar{\gamma}^2 + w^2 \bar{\epsilon} \bar{\mu}$ , nous déduisons les équations de propagation des composantes longitudinales :

$$\Delta_t E_z + k_t^2 E_z = 0 \tag{III.13}$$

$$\Delta_t H_z + k_t^2 H_z = 0 \tag{III.14}$$

Ces équations associées aux conditions limites imposées, nous permettent le calcul de  $E_z$  et  $H_z$  en tout point de la structure de la ligne de transmission.

### III.6. DIAGRAMME DE DISPERSION [26]

Dans une ligne micro-ruban, l'exposant de propagation prend la forme :

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{k_t^2 - k^2} = \sqrt{k_t^2 - (w/v_p)^2}$$

avec :

$k$  : nombre d'onde dans le milieu  $\epsilon, \bar{\mu}$ .

$k_t$  : nombre d'onde transverse.

$v_p$  : vitesse de propagation.

Le diagramme représentant  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de la fréquence est appelé diagramme de dispersion. Un exemple de diagramme de dispersion est présenté sur la figure III.3.

Il faut noter qu'il existe une infinité de courbes correspondant à toutes les solutions possibles pour  $k_t$ .

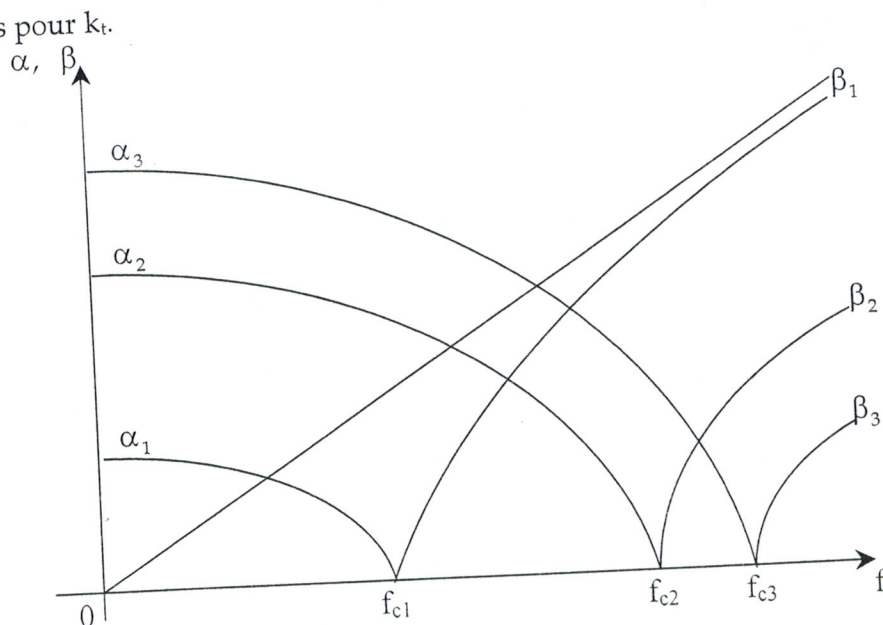


Figure III.3 : Diagramme de dispersion.

#### III.6.1. FREQUENCE DE COUPURE

La fréquence de coupure  $f_c$  est une fréquence correspondante à une constante de propagation nulle ( $\bar{\gamma} = 0$ ). Sa valeur est donnée par :

$$f_c = \frac{w_c}{2\pi} = \frac{k_t \cdot v_p}{2\pi} = \frac{k_t}{2\pi\sqrt{\epsilon\bar{\mu}}} = \frac{v_p}{\lambda_c} \tag{III.15}$$

avec :

$$k_t = \sqrt{\bar{\gamma}^2 + w^2\epsilon\bar{\mu}} = \sqrt{w_c^2\bar{\mu}\epsilon} = k_c \tag{III.16}$$

$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c}$  est la longueur d'onde de coupure.

### III.6.2. BANDES DE FREQUENCE, MODE DOMINANT, MODES SUPERIEURS

A partir du diagramme de dispersion présenté sur la figure III.3, on distingue la bande de fonctionnement monomodale  $[0, f_{c1}]$  où seul le mode quasi-TEM est présent dans la ligne micro-ruban et tous les modes supérieures sont évanescents. Pour une fréquence de fonctionnement supérieure à  $f_{c1}$ , les modes supérieurs seront guidés et on parle de fonctionnement multimodal.

### III.6.3. LONGUEUR D'ONDE

La propagation d'une onde électromagnétique à travers une ligne micro-ruban présente une périodicité dans le sens longitudinale (*sens de propagation*), dont la période est la longueur d'onde  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - k_c^2}} = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (k_c/k)^2}} \quad (III.17)$$

$$\lambda = \frac{\lambda_m}{\sqrt{1 - (\lambda_m/\lambda_c)^2}}$$

avec :

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{k} : \text{la longueur d'onde dans le milieu } \epsilon, \bar{\mu}.$$

On remarque de l'expression précédente que la longueur d'onde  $\lambda$  est toujours plus grande que la longueur d'onde dans le milieu  $\epsilon, \bar{\mu}$ .

### III.6.4. VITESSE DE PHASE ET VITESSE DE GROUPE

Les vitesses de phase et de groupe, sont définies respectivement par les relations suivantes :

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{(\omega/c)^2 - k_c^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - (k_c \cdot c/\omega)^2}} \quad (III.18)$$

$$v_g = \left(\frac{\partial \beta}{\partial \omega}\right)^{-1} = \frac{\sqrt{(\omega/c)^2 - k_c^2}}{\omega/c^2} = c \cdot \sqrt{1 - (k_c \cdot c/\omega)^2} \quad (III.19)$$

D'après ces deux relations, on remarque que  $v_\phi$  et  $v_g$  sont des fonctions de la fréquence, le milieu de propagation est donc dissipatif, c'est à dire que les signaux de fréquences différentes se propagent à des vitesses différentes.

### III.6.5. DETERMINATION DES MODES TE ET TM

La détermination des modes TE et TM, nécessite la résolution des équations respectives (III.13) et (III.14) à valeurs propres, en tenant compte des conditions aux limites de type Neumann imposée à  $H_z$  pour le mode TE données par [27]:

$$\frac{\partial H_z}{\partial n} = 0$$

et les conditions aux limites de type Dirichlet imposée à  $E_z$  pour le mode TM données par :

$$E_z = 0$$

Cette résolution donne une série de valeurs propres de  $k_t^2$  associées à des modes TE et à des modes TM.

Dans les deux cas (mode TE et TM) et d'après les formules (III.16), la constante de propagation est donnée par :

$$\bar{\gamma} = \sqrt{k_c^2 - w^2 \epsilon \mu}$$

A partir de cette dernière équation, nous pouvons distinguer deux cas :

#### III.6.5.1. CAS OU $k_c^2 > w^2 \epsilon \mu$

Dans ce cas  $f < f_c$ , ce qui engendre une constante de propagation purement réelle :

$$\bar{\gamma} = \alpha = \sqrt{k_c^2 - (w/c)^2} \tag{III.20}$$

Par conséquent, on observe une atténuation de l'onde ; ce qui correspond à la zone 1 de la figure III.4. Dans cette bande  $[0, f_c]$ , le mode TE ou TM est dit évanescent.

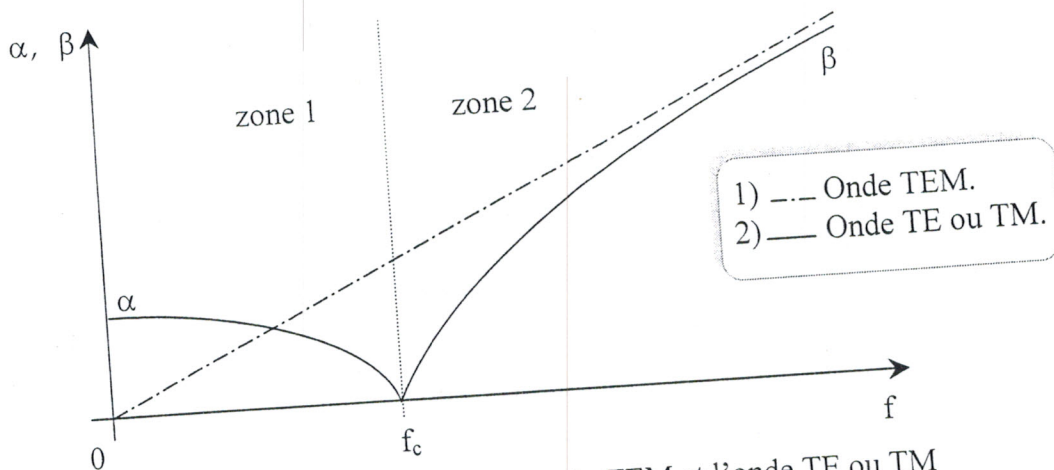


Figure III.4 : Spectre de l'onde TEM et l'onde TE ou TM

### III.6.5.2. CAS OU $k_c^2 < w^2 \epsilon \mu$ :

Si  $f > f_c$ , la constante de propagation est imaginaire pure et s'écrit :

$$j\beta = \sqrt{k_c^2 - k^2} = j\sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (III.21)$$

$$\Rightarrow \beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{(w/c)^2 - k_c^2}$$

L'onde TE ou TM peut alors se propager sans affaiblissement, ce qui correspond à la zone 2 de la figure III.4.

### III.6.6. IMPEDANCE D'ONDE

Lorsqu'un mode est au dessus de la coupure, l'impédance d'onde est réelle et correspondant à un transfert de puissance active.

S'il s'agit d'un mode TE, elle est donnée par :

$$Z_{TE} = \frac{|E_t|}{|H_t|} = \frac{w\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \frac{\lambda}{\lambda_m} \quad (III.22)$$

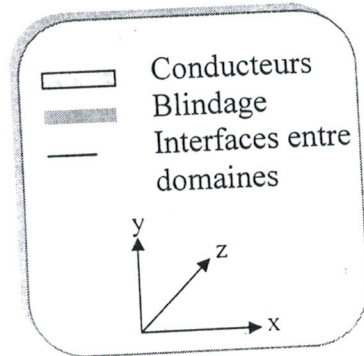
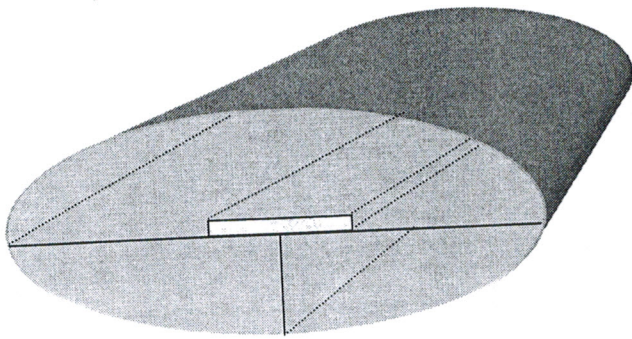
Pour un mode TM, elle vaut :

$$Z_{TM} = \frac{|E_t|}{|H_t|} = \frac{\beta}{w\epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \frac{\lambda_m}{\lambda} \quad (III.23)$$

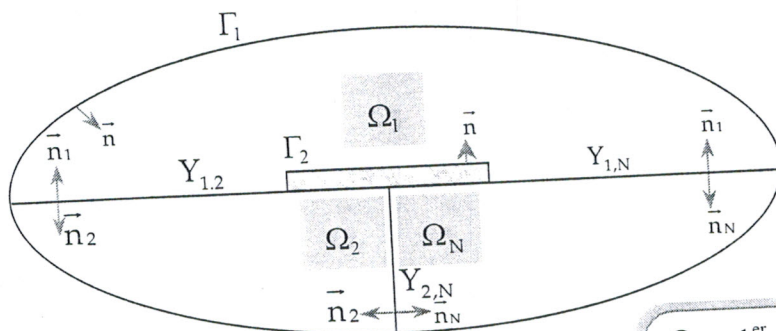
### III.6.7. DETERMINATION DES MODES TEM ET QUASI-TEM

Considérons la ligne de transmission représentée sur la figure (III.5). Cette structure est constituée de deux conducteurs (*minimum*) entre lesquels règnent des matériaux diélectriques hétérogènes. On peut montrer que dans telles structures, le mode fondamental est un mode transverse électromagnétique (TEM), caractérisé par  $E_z=H_z=0$  et une fréquence de coupure nulle [28].

Si le diélectrique est hétérogène, le mode fondamental est un mode hybride assimilé à un mode TEM et appelé mode quasi-TEM pour les basses fréquences de fonctionnement de cette ligne. Un tel mode présente une fréquence de coupure nulle (*dans le diagramme ( $\beta, w$ ) la courbe de dispersion passe par l'origine (courbe 1 de la figure III.4)*).



(A)



$\Omega_1$  : 1<sup>er</sup> domaine ( $\mu_1 = 1, \epsilon_{r1} = 1$ ).  
 $\Omega_2$  : 2<sup>eme</sup> domaine ( $\bar{\mu}_2, \epsilon_{r2}$ ).  
 $\Omega_N$  : N<sup>eme</sup> domaine ( $\bar{\mu}_N, \epsilon_{rN}$ ).

(B)

Figure III.5 : (A), Position d'une ligne de transmission dans le repère (o,x,y,z).  
 (B), Section transversale de la ligne.

On se propose de montrer que le champ limite, lorsque  $w \rightarrow 0 (\beta \rightarrow 0)$ , est transversal. L'approximation quasi-TEM consiste à identifier le champ limite au champ basse fréquence micro-ondes ; la basse fréquence envisagée ici pouvant atteindre plusieurs gigahertz si les dimensions transversales de la ligne sont suffisamment petites.

L'intérêt d'une telle approximation est [29]:

- le calcul simple du champ limite.
- la possibilité de définir certaines grandeurs, comme l'impédance caractéristique, permettant une modélisation de la ligne micro-ruban.

Pour mener cette étude, il est commode d'utiliser les potentiels scalaire ( $v$ ) et vecteur ( $\vec{A}$ ).



### III.6.7.1. APPROXIMATION QUASI-TEM

On suppose que, pour les fréquences ne dépassant pas une limite supérieure à préciser dans chaque cas particulier (fréquence de coupure du premier mode supérieure), les composantes longitudinales des champs sont négligeables devant les composantes transversales et que ces dernières peuvent être identifiées à celles du champ statique limite. C'est l'onde quasi-TEM.

Les champs de cette onde s'écrivent donc [30]: (III.24)

$$\vec{E}_t = -\overline{\text{grad}}(v) \tag{III.24}$$

$$\vec{H}_t = \frac{1}{\mu_0 \overline{\mu}(x,y)} \overline{\text{grad}}(A_z) \wedge (\vec{u}_z) \tag{III.25}$$

$\overline{\mu}(x,y)$  est le tenseur de perméabilité relative défini au point  $(x,y)$ .

- En tout point de chaque domaine  $\Omega_i$ ,  $1 \leq i \leq N_d$ , les potentiels vérifient les équations suivantes [30]: (III.26)

$$\Delta v = 0 \tag{III.26}$$

$$\Delta A_z = 0 \tag{III.27}$$

$$\text{div}(\overline{\epsilon} \cdot \overline{\text{grad}}(v)) = 0 \tag{III.28}$$

$$\text{div}\left(\frac{1}{\overline{\mu}} \overline{\text{grad}}(A_z)\right) = 0 \tag{III.29}$$

- A l'interface  $\gamma_{i,j}$  de deux diélectriques  $i$  et  $j$ ,  $1 \leq i < j \leq N_d$ , les conditions de continuités s'écrivent :

$$\overline{\epsilon}_i \overline{\text{grad}}(v_i) \cdot \vec{n}_i + \overline{\epsilon}_j \overline{\text{grad}}(v_j) \cdot \vec{n}_j = 0$$

$\overline{\text{grad}}(A_z)$  est continu.

- à la surface  $\Gamma_p$  du conducteur  $p$ ,  $1 \leq p \leq N_c$  :  
le potentiel  $v$  est constant et  $A_z = \frac{1}{v_p} v$

On est amené alors à résoudre un problème d'électrostatique à deux dimensions.

#### III.6.7.1.1. Validité de l'approximation de quasi-TEM [31]

Comme a été énoncé ci-dessus, l'approximation quasi-TEM est justifiée pour les substrats avec pertes. Dans le contexte de cette thèse, il est nécessaire de savoir les limitations de cette approximation quand les pertes électriques et/ou magnétiques ne peuvent pas être négligées.

D'abord, nous considèrent deux conducteurs, 1 et 2, incorporés dans un milieu inhomogène, isotrope, et avec pertes (figure III.6). Les deux constantes, la permittivité électrique  $\epsilon$ , et la perméabilité magnétique  $\bar{\mu}$ , seront des quantités complexes et par conséquent la constante de propagation  $\bar{\gamma}$  sera aussi complexe.

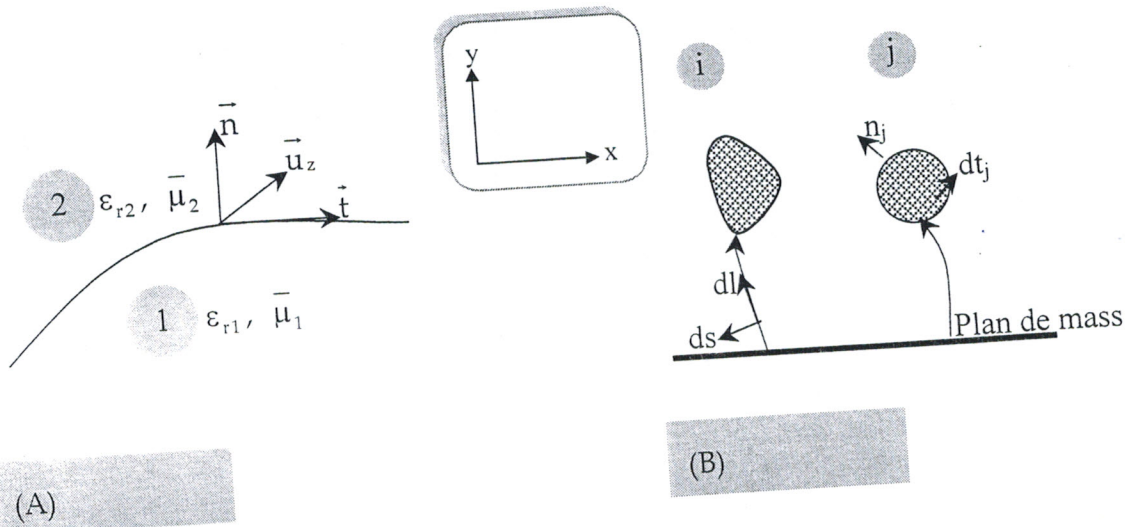


Figure III.6: (A), Section transversale d'une interface générale.  
(B), Section transversale d'une lignes de transmission.

Une analyse dimensionnelle des équations de MAXWELL nous permettra d'établir des conditions dans lesquelles l'approche quasi-TEM est raisonnable. En séparant les composantes transversales et longitudinales des champs, les équations du MAXWELL sont écrites comme:

$$\overline{\text{rot}}(\vec{E}_x) = -j\omega\bar{\mu}H_z\vec{u}_z \quad (\text{III.30})$$

$$\overline{\text{grad}}(E_z) = -j\bar{\gamma}\vec{E}_t - j\omega\bar{\mu}(\vec{u}_z \wedge \vec{H}_t) \quad (\text{III.31})$$

$$\overline{\text{rot}}(\vec{E}_t) = j\omega\epsilon E_z\vec{u}_z \quad (\text{III.32})$$

$$\overline{\text{grad}}(H_z) = j\bar{\gamma}\vec{H}_t + j\omega\epsilon (\vec{u}_z \wedge \vec{E}_t) \quad (\text{III.33})$$

Afin d'effectuer l'analyse dimensionnelle, l'équation (III.31) est intégrée le long d'un contour de n'importe quel point (a) du premier conducteur à n'importe quel point (b) du deuxième conducteur, mais l'équation (III.33) s'intègre le long d'un contour entourant un conducteur, à savoir :

$$0 = -j\bar{\gamma} \int_a^b \vec{E}_t \cdot d\vec{l} + j\omega \int_a^b \bar{\mu} \cdot H_t (\vec{u}_z \wedge d\vec{l}) \quad (\text{III.34})$$

$$0 = -j\bar{\gamma} \oint_C H_t dt - jw \oint_C \epsilon E_t (\bar{u}_z \wedge dt) \quad (III.35)$$

Pour notre but, nous considérons :

$$\int_a^b E_t dl \sim \langle \|E_t\| \rangle d \quad (III.36)$$

$$\int_a^b \bar{\mu} H_t (\bar{u}_z \wedge dl) \sim \langle \bar{\mu} \rangle \langle \|H_t\| \rangle d \quad (III.37)$$

$$\oint_C H_t dt \sim \langle \|H_t\| \rangle d \quad (III.38)$$

$$\oint_C \epsilon E_t (\bar{u}_z \wedge dt) \sim \langle \epsilon \rangle \langle \|E_t\| \rangle d \quad (III.39)$$

Où  $x \sim y$  dénote que l'ordre de grandeur des quantités (x) et (y) est identique,  $\langle \rangle$  dénote la valeur moyenne,  $||$  dénote le module,  $\| \|$  dénote la norme d'un vecteur, et  $d$  la dimension caractéristique transversale de la ligne.

Combinant (III.34) et (III.35) en tenant compte de (III.36) à (III.39), nous obtenons :

$$\langle E_z \rangle \sim |\bar{\gamma}| d \langle \|E_t\| \rangle \quad (III.40)$$

Où  $|\bar{\gamma}| \sim w \sqrt{\langle \bar{\mu} \rangle \langle \epsilon_r \rangle} \quad (III.41)$

Pour cette dernière, nous pouvons conclure que la gamme de la validité de l'approximation quasi-TEM,  $\langle E_z \rangle / \langle \|E_t\| \rangle \ll 1$ , est déterminée par :

$$d \ll \frac{1}{w \sqrt{\langle \bar{\mu} \rangle \langle \epsilon_r \rangle}} \quad (III.42)$$

— Nous remarquons donc que La condition (III.42) est facilement prolongée dans le cas anisotrope. À elle, nous devons substituer les éléments de  $\bar{\mu}$  dans cette expression dans le cas anisotrope.

### — III.6.7.1.1.1. Milieu diélectrique avec pertes

— Dans ce cas l'équation (III.42) devient :

$$d \ll \frac{1}{w \left[ \langle \mu \rangle \langle \epsilon \rangle \sqrt{1 + \frac{\langle \sigma \rangle^2}{w^2 \langle \epsilon \rangle^2}} \right]^{1/2}} \quad (III.43)$$

Deux situations typiques surgissent souvent dans la pratique. La première est  $\langle \sigma \rangle^2 \ll w^2 \langle \epsilon \rangle^2$ . Dans ce cas l'équation (III.43) devient :

$$d \ll \frac{1}{w \left[ \langle \mu \rangle \langle \epsilon \rangle \right]^{1/2}} \quad (III.44)$$

L'équation (III.44) est l'expression habituelle pour le cas du milieu à faible perte. La deuxième situation, dans le cas où  $\langle \sigma \rangle^2 \gg w^2 \langle \epsilon \rangle^2$ . Dans ce cas,

$$d \ll \frac{1}{w \left[ \langle \mu \rangle \langle \sigma \rangle \right]^{1/2}} \quad (III.45)$$

Ainsi on l'obtient que  $d \ll \langle \delta \rangle$ , où  $\delta$  est la profondeur de peau.

Dans le premier cas, l'expression (III.44) implique que le modèle quasi-TEM n'est valide que dans le cas où les dimensions transversales sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde, le cas de faibles pertes.

### III.6.7.1.1.2. Milieu magnétique avec pertes

Si le milieu est un ferrite démagnétisé et homogène c'est à dire caractérisé par une perméabilité scalaire, la condition (III.42) devient :

$$d \ll \frac{1}{w \sqrt{\mu_0 \epsilon} \sqrt{\left\{ \frac{2}{3} \left[ 1 - \left( \frac{\gamma 4\pi M_s}{w} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{3} \right\}^2 + A^2 \left( \frac{\gamma 4\pi M_s}{w} \right)^{2N}}} \quad (III.46)$$

où A et N sont des paramètres réglables dans la partie imaginaire de perméabilité scalaire.

Néanmoins, en MMIC technologie les valeurs des distances transversales et la gamme des fréquences utiles justifient l'utilisation de l'approximation quasi-TEM pour la plupart des cas pratiques.

### III.6.7.2. ÉNERGIES ELECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE MOYENNES [32]

Le champ électrique est lié au potentiel scalaire à travers la relation (III.24), soit :

$$E_x = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial v}{\partial y} \quad (III.47)$$

L'énergie électrique moyenne  $\bar{W}_{em}$  emmagasinée dans la structure est déduite des composantes  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique :

$$\bar{W}_{em} = \frac{1}{4} \iint \epsilon_0 \epsilon_r(x, y) \bar{E}_t \bar{E}_t^* dx dy \quad (III.48)$$

Remarque :

On peut toujours démontrer que [annexe E]:

$$\overline{W}_{em} = \frac{1}{4} \sum_{p=1}^{N_c} v_p^* \cdot Q_p \quad (III.49)$$

avec :  $\vec{E}_t = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y$  ;  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$  vecteurs unitaires des direction  $o_x$  et  $o_y$ .

Le champ magnétique est lié au potentiel vecteur par la relation (II.25) et sachant que l'induction magnétique  $\vec{B}_t = \mu_0 \mu \vec{H}_t$  ; alors :

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad ; \quad B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (III.50)$$

L'énergie magnétique moyenne  $\overline{W}_{mm}$  emmagasinée dans la structure, est définie par :

$$\overline{W}_{mm} = \frac{1}{4} \iint \vec{B}_t \cdot \vec{H}_t^* dx dy \quad (III.51)$$

### III.6.7.3. GRANDEURS CARACTERISTIQUES DE L'ONDE QUASI-TEM [33], [34], [35]

#### III.6.7.3.1. Courants dans les conducteurs

A la surface  $\Gamma_p$  d'un conducteur  $p$  (figure III.2), la densité de courant superficielle est donnée par :

$$\vec{J}_s = \vec{n} \wedge \vec{H}_t = \frac{1}{\mu_0 \mu} \vec{n} \wedge (\overline{\text{grad}}(A_z) \wedge \vec{u}_z) = -\frac{1}{\mu_0 \mu} (\overline{\text{grad}}(A_z) \wedge \vec{n}) \cdot \vec{u}_z \quad (III.52)$$

Les courants sont longitudinaux, ce qui est normal puisque  $H_z=0$ .

Pour montrer que la somme des courants sur les conducteurs est nulle ; il suffit de montrer que :

$$\sum_{p=1}^{N_c} \int_{\Gamma_p} \overline{\text{grad}}(A_z) \cdot \vec{n} \cdot d\Gamma_p = 0$$

En intégrant  $\Delta A_z$  sur  $\Omega$ , on obtient :

$$\iint_{\Omega} \Delta A_z dx dy = -\sum_{i < j} \int_{Y_{i,j}} (\overline{\text{grad}}(A_{z_i}) \cdot \vec{n}_i + \overline{\text{grad}}(A_{z_j}) \cdot \vec{n}_j) dY_{i,j} - \sum_{p=1}^{N_c} \int_{\Gamma_p} \overline{\text{grad}}(A_z) \cdot \vec{n} \cdot d\Gamma_p$$

Comme  $\Delta A_z = 0$  en tout point de chaque  $\Omega_i$  et que  $\overline{\text{grad}}(A_{z_i}) \cdot \vec{n}_i + \overline{\text{grad}}(A_{z_j}) \cdot \vec{n}_j = 0$  (continuité de  $\overline{\text{grad}}(A_z)$  à la traversée de  $Y_{i,j}$ ), on obtient la relation souhaitée.

En notant  $I_p = \int_{\Gamma_p} J_s d\Gamma_p$  le courant sur le conducteur  $p$ , on a bien :

$$(III.53)$$

$$\sum_{p=1}^{N_c} I_p = 0$$

### III.6.7.3.2. Charge dans les conducteurs

A la surface  $\Gamma_p$  du conducteur  $p$  (figure III.2), la densité de charge  $\rho_s$  est :

$$\rho_s = \epsilon_0 \epsilon_{ri} \vec{E}_t \cdot \vec{n} = -\epsilon_0 \epsilon_{ri} \overline{\text{grad}(v)} \cdot \vec{n}$$

L'intégrale de  $\epsilon_{ri} \Delta v$  sur  $\Omega$  donne :

$$\iint_{\Omega} \epsilon_{ri} \Delta v dx dy = - \sum_{i < j} \int_{Y_{i,j}} (\epsilon_{ri} \overline{\text{grad}(v_i)} \cdot \vec{n}_i + \epsilon_{rj} \overline{\text{grad}(v_j)} \cdot \vec{n}_j) dY_{i,j} - \sum_{p=1}^{N_c} \int_{\Gamma_p} \epsilon_{ri} \overline{\text{grad}(v)} \cdot \vec{n} d\Gamma_p$$

Puisque  $\Delta v = 0$  sur  $\Omega_i$  et que  $\overline{\text{grad}(v_i)} \cdot \vec{n}_i + \overline{\text{grad}(v_j)} \cdot \vec{n}_j = 0$  sur  $Y_{i,j}$  et en notant que la charge sur le conducteur  $p$  est :

$$Q_p = \int_{\Gamma_p} \rho_s d\Gamma_p$$

On obtient :

$$\sum_{p=1}^{N_c} Q_p = 0$$

$$(III.54)$$

### III.6.7.3.3. Capacité et self linéiques

La relation (III.54) s'écrit  $Q_1 + Q_2 = 0$  ; on peut donc poser :

$$(III.55)$$

$$C = \frac{Q_1}{v_1 - v_2} = \frac{Q_2}{v_2 - v_1}$$

La relation (III.49) s'écrit  $4\overline{W}_{em} = v_1^* Q_1 + v_2^* Q_2$ , soit encore,

$$4\overline{W}_{em} = (v_1^* - v_2^*) \cdot Q_1$$

Ce qui donne, si  $v_1 \neq v_2$  (condition nécessaire d'existence de l'onde quasi-TEM),

$$Q_1 = \frac{4\overline{W}_{em}}{v_1^* - v_2^*}$$

$$(III.56)$$

et donc :

$$C = \frac{4\overline{W}_{em}}{|v_1 - v_2|^2}$$

$$(III.57)$$

La self par unité de longueur (self linéique) est directement déduite de la relation :

$$L = \frac{1}{C v_p^2}$$

$$(III.58)$$

### III.6.7.3.4. Résistance et conductance linéiques

La résistance linéique d'un tronçon de ligne à  $N_c$  conducteurs est :

$$R = \frac{1}{\eta I^2} \sum_{p=1}^{N_c} R_{sp} \int_{\Gamma_p} \left| \frac{\partial v}{\partial n} \right|^2 dx.dy \quad (III.59)$$

où  $\eta$  est l'impédance d'onde et  $R_{sp}$  la résistance surfacique du conducteur  $p$ , donnée par :

$$R_{sp} = \sqrt{\frac{w\mu_i}{2\sigma_p}} \quad (III.60)$$

$\sigma_p$  est la conductivité du conducteur  $p$ .

Dans le circuit électrique équivalent, les pertes de conduction dans les lignes de transmission sont modélisées par des résistances en série dans chaque ligne et des résistances traduisant le couplage mutuel. Ces résistances contribuent à la chute de tension le long de la ligne.

La conductance linéique d'une ligne de transmission propageant le mode TEM est définie par :

$$G = \text{tg}(\delta).C.w \quad (III.61)$$

Quand les pertes de conduction dominant dans le diélectrique, la conductance  $G$  est pratiquement indépendante de la fréquence, par contre quand les pertes de polarisation dominant, la conductance  $G$  varie linéairement avec la fréquence.

Dans le circuit électrique équivalent, les pertes diélectriques sont modélisées par des conductances mutuelles entre chaque deux lignes, et entre chaque ligne et la masse. Les pertes diélectriques contribuent à la chute de courant.

### III.6.7.3.5. Impédance caractéristique

Pour chaque ligne de transmission de type quasi-TEM, l'impédance caractéristique peut être exprimée en fonction :

- du potentiel scalaire par :  $Z_c = \frac{v_1 - v_2}{I_1} = \frac{v_2 - v_1}{I_2} \quad (III.62)$

- de la capacité linéique par :  $Z_c = \frac{1}{v_p.C} \quad (III.63)$

- de la self linéique par :  $Z_c = v_p.L \quad (III.64)$

Les deux dernières expressions font intervenir la vitesse de phase de l'onde qui se propage le long de la ligne :

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

(III.65)

### III.6.7.4. LIGNE MICRO-RUBAN EQUIVALENTE

#### III.6.7.4.1. Définition

Lorsqu'on étudie des lignes de transmission inhomogènes, on cherche toujours afin de faciliter les calculs, à déduire une ligne homogène équivalente, en remplaçant tous les diélectriques par un seul diélectrique de perméabilité relative équivalente  $\mu_{eq}$  et de permittivité relative équivalente  $\epsilon_{eq}$ .

#### III.6.7.4.2. Permittivité équivalente

Dans une ligne micro-ruban, la permittivité relative équivalente est définie par le rapport entre l'énergie électrique par unité de longueur emmagasinée dans la structure inhomogène et l'énergie emmagasinée dans la même structure vide, par conséquent [29]:

$$\epsilon_{réq} = \epsilon'_{réq} - j \cdot \epsilon''_{réq} = \frac{\iint \epsilon_0 \epsilon_r(x, y) \vec{E}_t \vec{E}_t^* . dx . dy}{\iint \epsilon_0 \vec{E}_{tv} \vec{E}_{tv}^* . dx . dy} \quad (III.66)$$

Dans ce cas la tangente de perte diélectrique est :

$$tg \delta = \frac{\epsilon''_{réq}}{\epsilon'_{réq}} \quad (III.67)$$

#### III.6.7.4.3. Perméabilité équivalente

La perméabilité équivalente  $\mu_{eq}$  est définie de la même façon que la permittivité  $\epsilon_{réq}$ , mais le rapport se fait entre les énergies magnétiques emmagasinées respectivement dans la ligne vide (sans diélectriques) et dans la ligne réelle [36]:

$$\mu_{eq} = \mu'_{eq} - j \cdot \mu''_{eq} = \frac{\iint \bar{\mu}_v(x, y) \vec{H}_{tv} \vec{H}_{tv}^* . dx . dy}{\iint \bar{\mu}(x, y) \vec{H}_t \vec{H}_t^* . dx . dy} \quad (III.68)$$

où  $\bar{\mu}_v$  c'est le tenseur de perméabilité relative dans le cas du vide  $(\bar{\mu}_v(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix})$ .



# 4 APPLICATIONS ET RÉSULTATS

IV.1. INTRODUCTION	78
IV.2. ANALYSE DES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS DES DISPOSITIFS MICROELECTRONIQUES À FERRITE	80
IV.2.1. LIGNES MICRO RUBANS SIMPLES	81
IV.2.1.1 Ligne micro ruban blindée	84
IV.2.1.1.1 Caractéristiques de dispersion	87
IV.2.1.2. Ligne micro ruban planaire	90
IV.2.1.2.1. Ligne micro ruban planaire multicouche	98
IV.2.2. LIGNES MICRO USINEÉS	98
IV.2.2.1. Ligne suspendue blindée	100
IV.2.2.2. Lignes sur membranes blindée	103
IV.2.3. COUPLEURS MICRO ONDES	105
IV.2.3.1. Coupleur à deux conducteurs plans	109
IV.2.3.2. Coupleur complètement blindé	112
IV.2.3.3. Coupleur multicouche	114
IV.2.4. LES BLOCS DC MICRO RUBANS	116
IV.3. CONCLUSION	

# CHAPITRE IV

## APPLICATIONS ET RÉSULTATS

### IV.1. INTRODUCTION

La théorie exposée précédemment nous a permis d'établir un logiciel de simulation sous l'environnement MATLAB [27], écrit dans le cadre de la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet le calcul des paramètres caractéristiques des lignes micro-rubans en fonction de la géométrie de la structure, de la fréquence de fonctionnement et des paramètres physiques de la ligne.

L'organigramme principal de ce logiciel, schématisé sur la figure IV.1, se compose de six grandes étapes :

(1) **Définition géométrique de la structure :**

Cette partie concerne la lecture des données de la géométrie telles que les coordonnées, les frontières et les sous régions qui composent la ligne.

(2) **Définition des paramètres physiques :**

Cette étape permet de lire tous les paramètres physiques pour chaque sous régions telles que la permittivité  $\epsilon$ , la perméabilité  $\mu$  et la conductivité  $\sigma$ .

(3) **Définition des paramètres physiques [37] :**

On détermine dans cette étape, les conditions imposées sur les segments de frontières. On impose pour le :

- Mode TEM, les conditions de Neumann et de Dirichlet sur le potentiel scalaire ( $V$ ) et sur la composante longitudinale du potentiel vecteur ( $A_z$ ).
- Mode TE, les conditions de Neumann sur la composante longitudinale du champ magnétique ( $H_z$ ).
- Mode TM, les conditions de Dirichlet sur la composante longitudinale du champ électrique ( $E_z$ ).

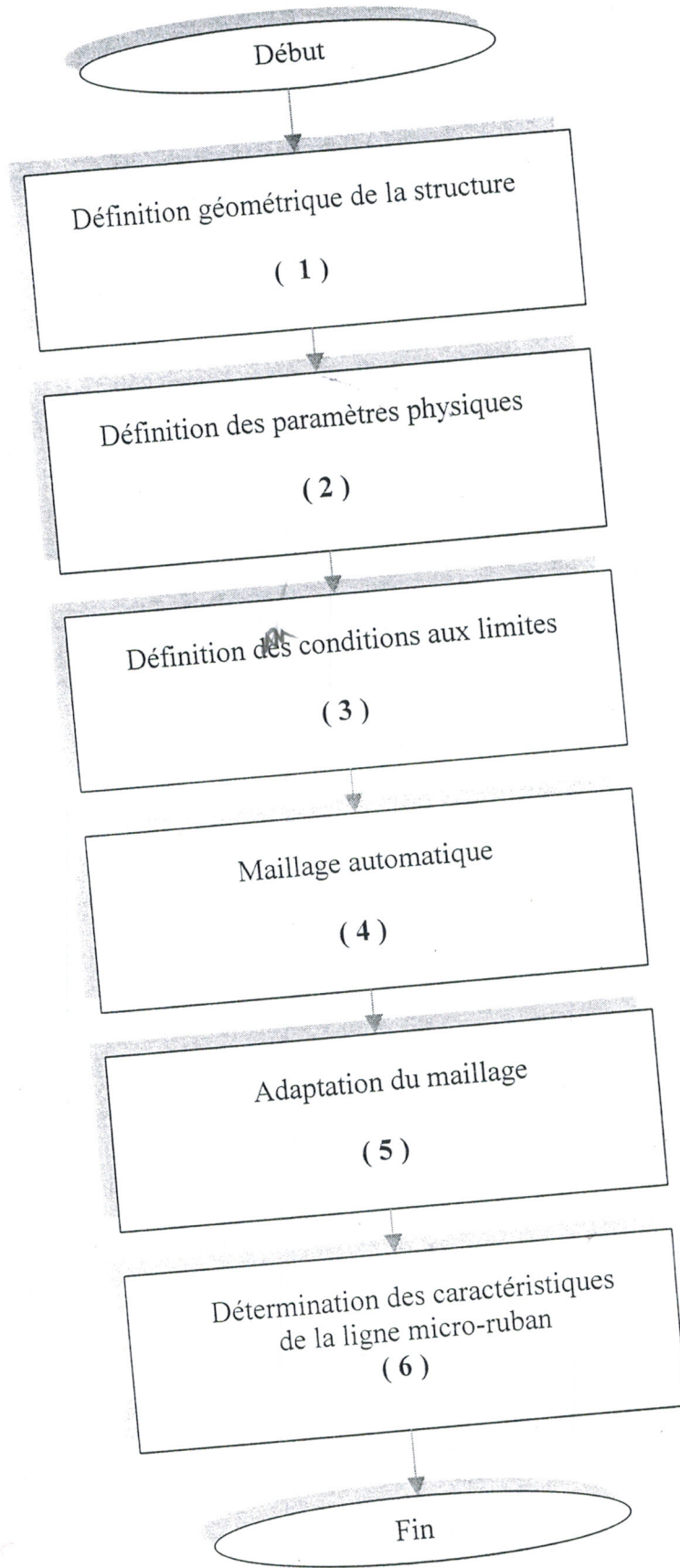


Figure IV.1 : Organigramme du logiciel.

**(4) Maillage automatique :**

L'opération du maillage est très importante dans le cadre de la méthode des éléments finis, car elle permet de choisir les éléments à introduire dans la structure. Ce maillage est généré dans notre logiciel d'une manière automatique par MATLAB, de façon à réduire l'encombrement mémoire sans nuire à la précision des résultats.

**(5) Adaptation du maillage :**

La première génération du maillage est obtenue comme argument facultatif sans options, par contre les générations suivantes des maillages sont obtenues en résolvant les problèmes à dérivés partielles, en calculant une évaluation d'erreur, en choisissant un ensemble de triangles basés sur l'évaluation d'erreur et puis en raffinant finalement ces triangles. La boucle continue jusqu'à ce que aucun triangle ne soit choisi par cette opération, ou jusqu'à ce que le nombre maximum des générations des triangles ait été produit.

Dans notre étude le but d'utiliser cette adaptation est de raffiner le maillage dans les domaines à forts gradients comme les régions frontières.

**(6) Détermination des caractéristiques de la ligne micro-ruban :**

En exploitant la théorie des ondes électromagnétiques, la connaissance de la distribution du champ électrique et magnétique dans la structure nous permet de calculer les paramètres primaires et secondaires de la ligne micro-ruban telle que l'impédance caractéristique  $Z_c$ , le coefficient de propagation  $\beta$ , l'atténuation  $\alpha$ , le déphasage  $\Delta\phi$ , la vitesse de propagation  $v_k$ , etc..., en fonction de plusieurs paramètres telles que la fréquence, la géométrie, l'aimantation  $H_0$ ....

## IV.2. ANALYSE DES DIFFÉRENTES CONFIGURATIONS DES DISPOSITIFS MICROÉLECTRONIQUES À FERRITE

Cette partie a pour but de présenter une analyse de plusieurs structures de dispositifs microélectroniques à ferrite en adaptant la MEF sur différentes formes de lignes micro rubans. Nous avons d'abord abordé les lignes micro rubans à diélectrique simple afin d'apprécier la validité de notre logiciel d'analyse. Notre étude a été étendue ensuite à l'analyse des dispositifs à substrat inhomogène anisotrope.

### IV.2.1. LIGNES MICRO RUBANS SIMPLES

Les lignes micro rubans sont des lignes de transmission réalisées à partir des techniques des circuits imprimés. Elles sont utilisées dans la réalisation des circuits intégrés micro ondes (MMIC) et peuvent remplacer les guides d'ondes traditionnels pour toutes applications à faibles puissances. Comparés aux circuits à base de guide d'ondes, les circuits micro rubans sont plus légers et moins encombrants [38].

#### IV.2.1.1 LIGNE MICRO RUBAN BLINDÉE

En premier lieu, l'exemple considéré est le problème d'une ligne blindée (figure IV.2), car ce type de ligne est à la base des circuits micro rubans tels que les coupleurs, les filtres, les lignes de transmission, les déphaseurs, les antennes imprimées... [39].

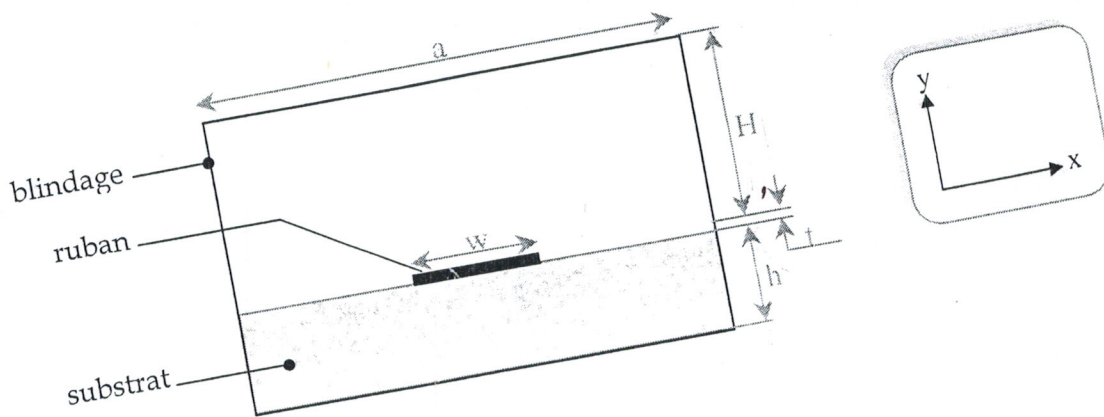


Figure IV.2 : Ligne micro ruban blindée.

Pour le maillage triangulaire de la section transversale (figure IV.3) de cette ligne, les lignes équipotentielles du mode quasi-TEM ont la forme représentée sur la figure IV.4.

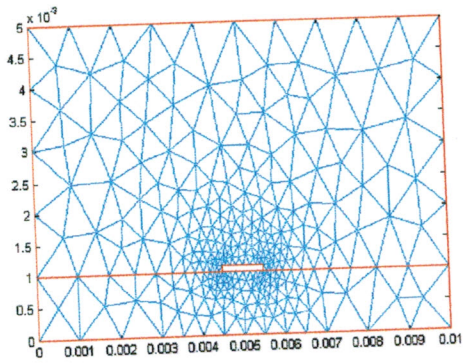


Figure IV.3 : Maillage de la surface transversale de la ligne micro ruban blindée.

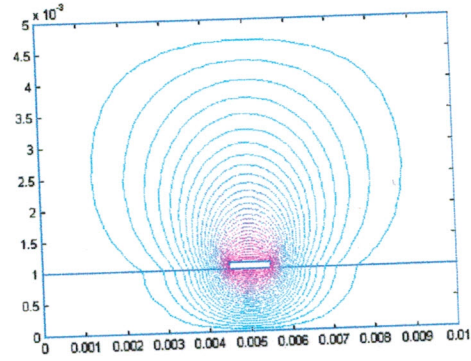
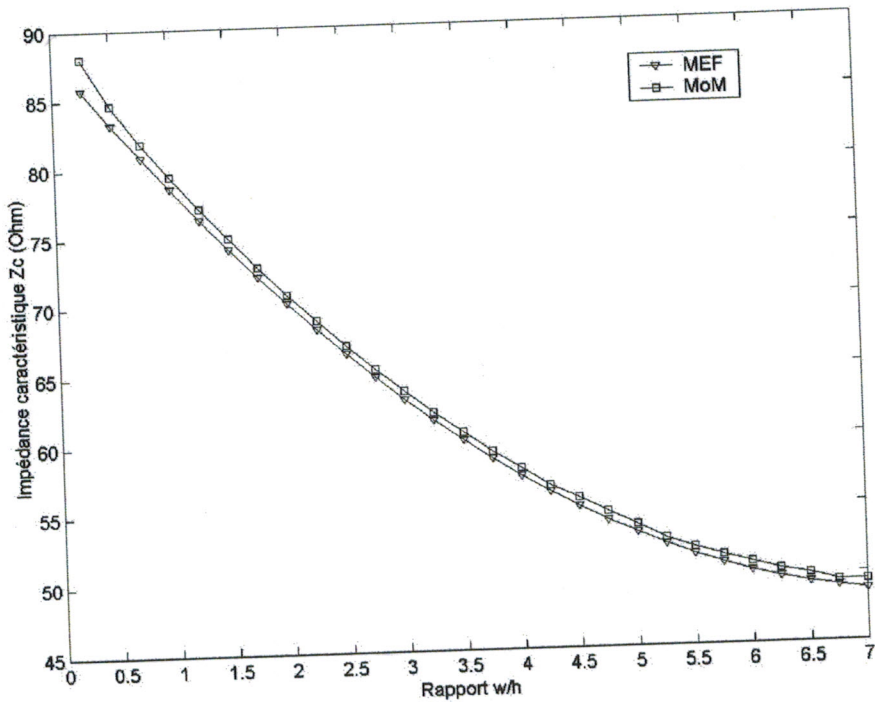


Figure IV.4 : lignes équipotentielles

Pour cet exemple, l'approximation quasi-TEM a été employée pour étudier l'influence des paramètres géométriques (le rapport  $w/h$ ) sur l'impédance caractéristique  $Z_c$  et sur la constante diélectrique effective  $\epsilon_{eff}$  pour une permittivité relative du substrat  $\epsilon_r = 12$ .



(A)

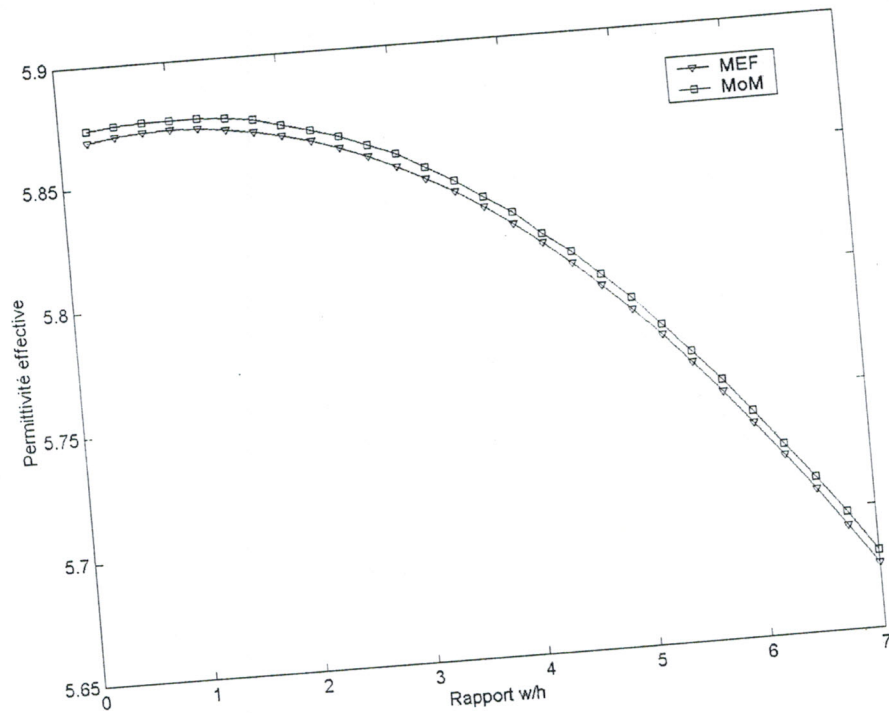


Figure IV.5 : L'influence du rapport  $w/h$  sur,  
 (A), l'impédance caractéristique  
 (B), permittivité effective.

On remarque des figures IV.5(A) et IV.5(B) que l'impédance caractéristique et la permittivité effective dépendent fortement du rapport  $w/h$ , car l'augmentation de ce dernier diminue en quelque sorte l'énergie électrique emmagasinée dans le substrat qui a une constante diélectrique généralement plus grande que celle de l'air et d'après la théorie précédente (chapitre III) il y a donc une diminution de la permittivité effective. Ces résultats sont en bon accord avec ceux trouvés par la méthode de moments (MoM) [40].

Ensuite nous avons étudié le comportement de la constante de propagation  $\beta$  du mode quasi-TEM dans une gamme de fréquence allant de 0.5 GHz à 9 GHz, en remplaçant le diélectrique par un ferrite (YIG) longitudinalement magnétisé le long de la direction de propagation ( $z$ ).

Récemment, quelques efforts ont été consacrés au calcul des caractéristiques de propagation des lignes micro rubans en utilisant des ferrites [41]. Cependant, peu a été fait concernant le calcul de la bande de fréquence pour laquelle seul le mode à onde magnétostatique (MSW) peut se propager.

En conséquence, c'est un problème intéressant et important de chercher le rapport entre le mode quasi-TEM et les modes MSW. Les auteurs de référence [42] rapportent, pour la première fois, les caractéristiques de dispersion de la ligne micro ruban en utilisant des ferrites magnétisés longitudinalement pour la bande de fréquence du mode à onde magnétostatique produit avec le mode quasi-TEM.

#### IV.2.1.1.1 caractéristiques de dispersion

Pour des raisons de comparaison, les caractéristiques géométriques de la figure IV.2 sont comme suit :

Largeur du ruban	$w=0.5 \text{ mm}$
L'épaisseur du ruban	$t=0.01 \text{ mm}$
(Largeur × Hauteur) du blindage	$10 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$

Dans le cas où le ferrite est magnétisé longitudinalement, il se caractérise par un tenseur de perméabilité de la forme :

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & -jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où

$$\mu = 1 + \frac{(\gamma\mu_0)^2 MH_0}{(\gamma\mu_0 H_0)^2 - w^2} \quad \text{et} \quad k = \frac{(\gamma\mu_0) Mw}{(\gamma\mu_0 H_0)^2 - w^2}$$

Ces deux derniers éléments définissent la perméabilité effective  $\mu_{\text{eff}}$  :

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{\mu^2 - k^2}{\mu} \quad (\text{IV.1})$$

C'est une grandeur importante, très utilisée en conception. La variation de cette dernière en fonction de la fréquence est représentée sur la figure IV.6.



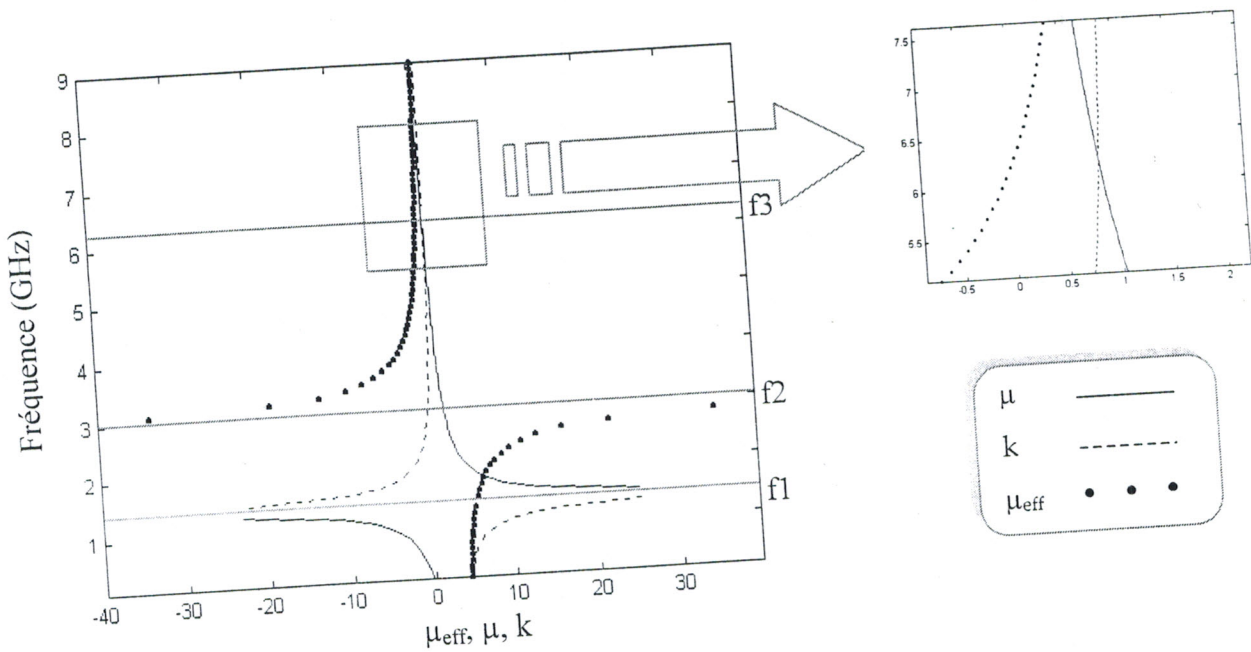


Figure IV.6 : Variation des éléments d'un tenseur de perméabilité d'un ferrite en fonction de la fréquence.

La Figure IV.7 montre la courbe typique de dispersion de la ligne micro ruban pour un champ magnétique statique appliqué  $H_0=500$  Oe et une magnétisation de saturation  $4\pi M_s=1730$  G. Pour des calculs numériques, nous choisissons une permittivité relative du ferrite  $\epsilon_r=12$  et une épaisseur  $h=100$   $\mu\text{m}$ .

Dans cette figure,  $\beta_+$  est la constante de propagation correspondant à une propagation dans la direction des z positifs, la constante de propagation correspondant à une propagation dans la direction des z négatifs est notée  $\beta_-$  (courbe symétrique de  $\beta_+$ ). Ces deux constantes de dispersion ( $\beta_+$  et  $\beta_-$ ) montrent le phénomène de la non réciprocity dans chaque direction. Ces résultats sont comparés aux données rapportées dans la référence [41] où un bon accord est observé.

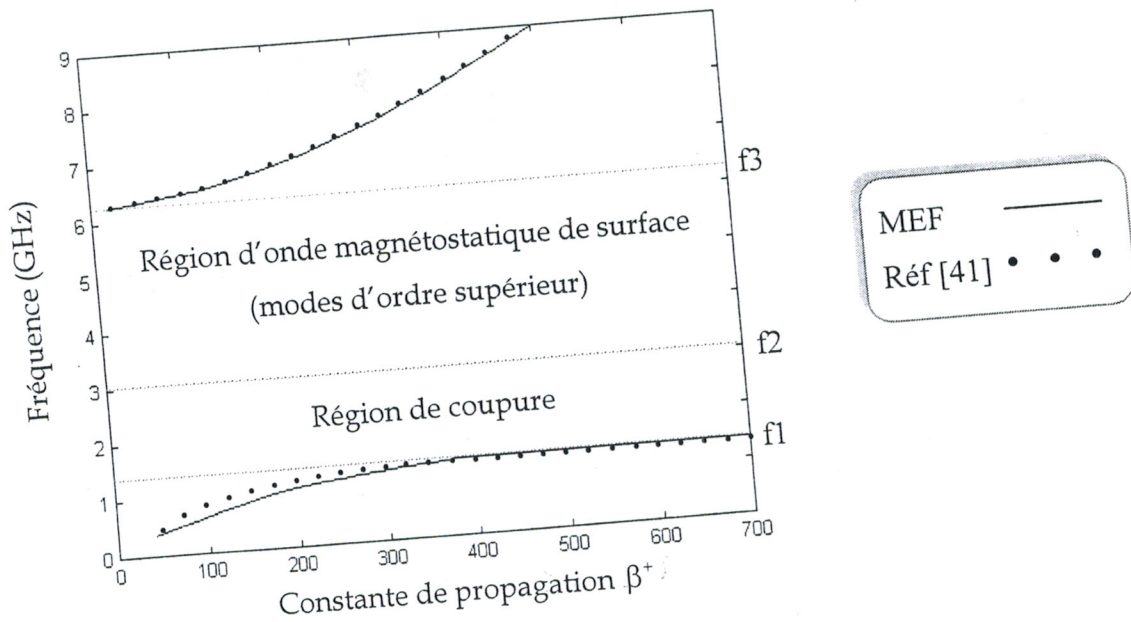


Figure IV.7 : Caractéristiques de dispersion de la ligne micro ruban.

Dans la largeur de bande de fréquence  $f_1 = \frac{\gamma\mu_0 H_0}{2\pi} < f < f_2 = \frac{\gamma\mu_0 \sqrt{H_0(H_0 + M_s)}}{2\pi}$  qui donne une perméabilité  $\mu$  négative, l'onde admet un comportement de coupure. D'autre part dans la région  $f_2 = \frac{\gamma\mu_0 \sqrt{H_0(H_0 + M_s)}}{2\pi} < f < f_3 = \frac{\gamma\mu_0 (H_0 + M)}{2\pi}$  là où les ondes magnétostatiques de surface (MSSW) se propagent avec une perméabilité effective  $\mu_{eff} < 0$  [43], la présence de modes d'ordre plus supérieur du mode extérieur à onde magnétostatique a été confirmée.

Dans la structure actuelle, l'onde quasi-TEM se propage selon la direction longitudinale (z), cependant le mode MSSW se propage dans la direction transversale (x) dans la bande  $f_2 < f < f_3$ . Nous pouvons assimiler cette structure à un capteur du MSSW propageant dans la direction transversale (x). Les modes d'ordre plus supérieur ont été décrits dans les caractéristiques de dispersion illustrées sur la figure IV.7.

Cette analyse a montré les caractéristiques de dispersion de la ligne micro ruban en utilisant le substrat d'un ferrite magnétisé longitudinalement. Cette structure peut être appliquée à un résonateur micro ruban en utilisant le mode quasi-TEM ou à un filtre stop bande en employant le comportement de coupure. En conclusion, un grand nombre de résonateurs ou filtres réglables par magnétisme avec des rapports gyromagnétiques de 2,0 ou 2,8 MHz/Oe, peuvent être fabriqués [14].

#### IV.2.1.2. LIGNE MICRO RUBAN PLANAIRE

La ligne micro ruban ou la ligne planaire est une ligne ouverte sans blindage comme le montre la figure IV.8, et contrairement à la ligne blindée, elle rayonne de l'énergie dans l'espace environnant. Pour réduire ce rayonnement, dans les structures de guidage, deux techniques peuvent être utilisées [28]:

- L'utilisation d'un blindage assez éloigné de la face supérieure du substrat (*ligne micro ruban à deux plans métalliques*),
- L'utilisation d'un substrat de grande permittivité.

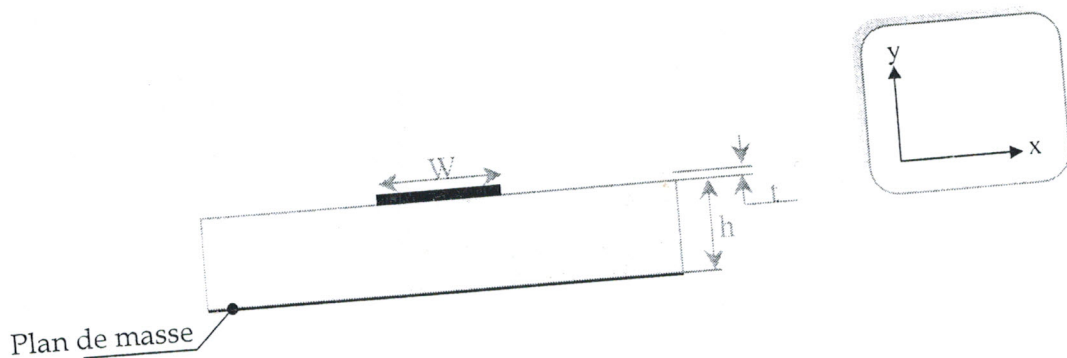


Figure IV.8 : Section transversale d'une ligne micro ruban.

WHEELER a établi des relations analytiques permettant de déduire directement la variation de la permittivité effective en fonction du rapport  $w/h$  [Annexe D][28]. Ces formules ne sont pas valables dans le cas d'un substrat anisotrope. C'est pour cette raison que nous avons analysé numériquement cette structure pour valider nos résultats et étudier ensuite le cas anisotrope de ce type de lignes de transmission.

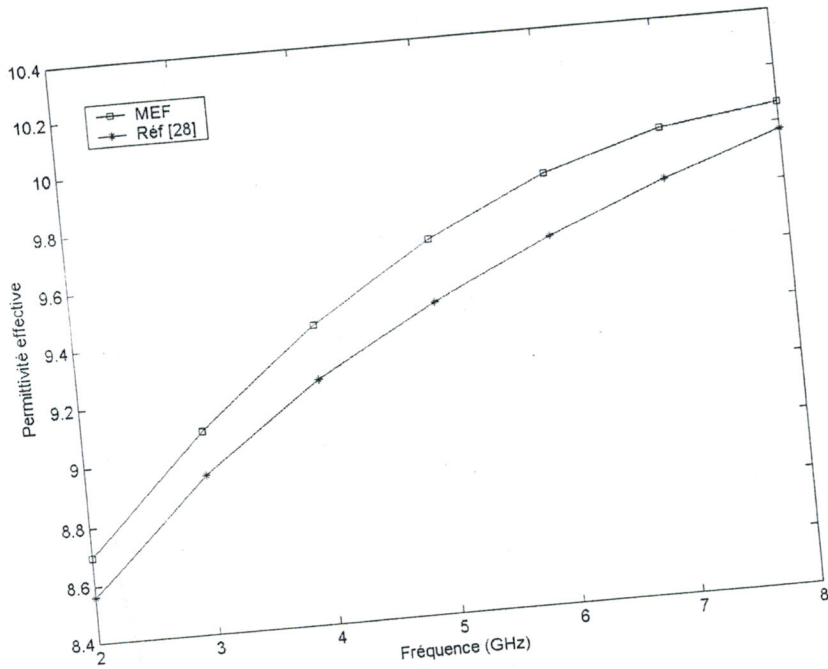


Figure IV.9 : Permittivité effective d'une ligne planaire.

Comme dans le cas précédent, l'influence du rapport  $w/h$  sur la permittivité effective est représenté sur la figure IV.9. Les résultats obtenus pour différentes valeurs du  $w/h$  sont en concordance avec les résultats analytiques de WHEELER.

Notre logiciel est ensuite employé pour l'analyse de la même ligne planaire mais à substrat en ferrite. Nous incluons dans ce qui suit, l'analyse de deux exemples pratiques de la ligne planaire avec différents paramètres physiques et géométriques (Tableau IV.1) afin d'établir une comparaison des résultats.

	Exemple 1	Exemple 2
Rapport $w/h$	0.5	0.431
Magnétisation de saturation ( $4\pi M_s$ )	1780 G	1210 G
Magnétisation rémanence ( $4\pi M$ )	1030 G	1001 G
Permittivité relative du ferrite ( $\epsilon_r$ )	45,0	15.5

Tableau IV.1 : paramètres physiques et géométriques des deux exemples.

Pour la première configuration (exemple 1), nous avons tracé la variation de la perméabilité effective  $\mu_{eff}$  en fonction de la fréquence de travail (figure IV.9). Tandis que pour la seconde (exemple 2), nous avons calculé la vitesse de phase  $v_\phi$  dans la ligne pour différentes fréquences (figure IV.10).

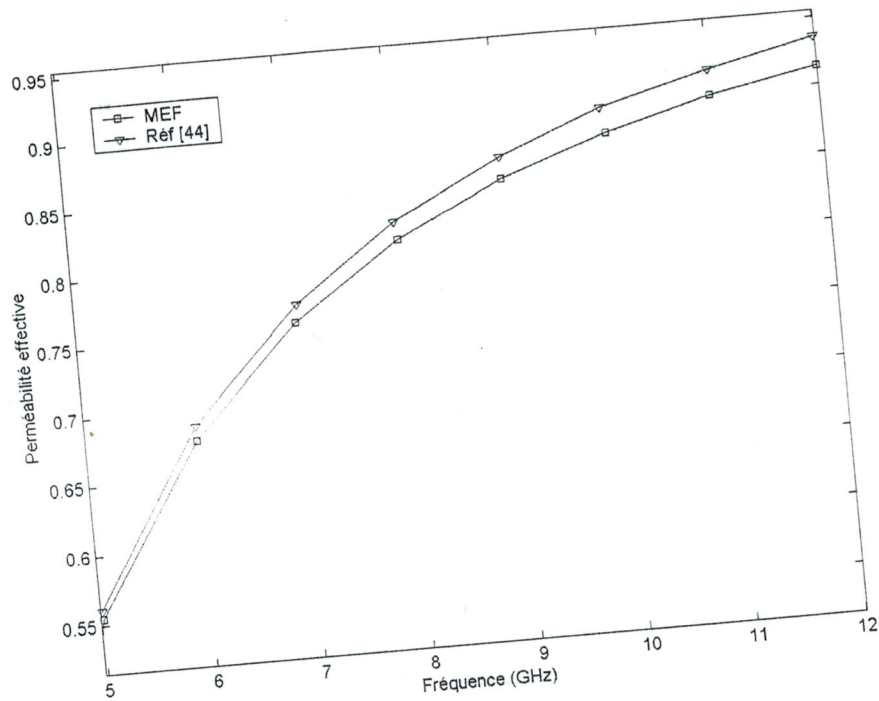


Figure IV.9 : Perméabilité effective d'une ligne planaire

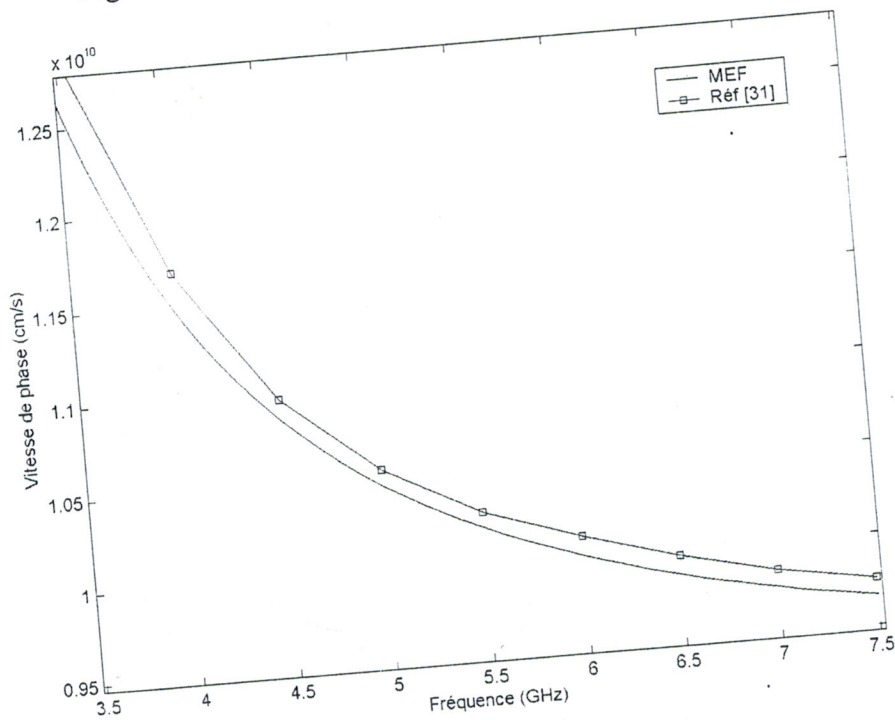


Figure IV.10 : la vitesse de phase.

Les résultats obtenus par la MEF sont comparés à ceux de la référence [44], [31] et un bon rapport a été observé.

### IV.2.1.2.1. Ligne micro ruban planaire multicouche

Le développement des réseaux d'antennes imprimées à balayage électronique (figure IV.11 (A)) dans la gamme micro ondes dépend en grande partie de la miniaturisation de leurs déphaseurs.

Ces réseaux d'antennes sont constitués d'une part d'un distributeur ou répartiteur qui distribue la puissance entre les différentes sources selon une loi en amplitude définie, et d'autre part d'un ensemble de déphaseurs qui agissent sur la phase de chacune des sources du réseau. Cette technique est la plus facilement réalisable du fait que l'élément du rayonnement et son déphaseur sont imprimés sur le même visage du substrat.

Dans cette partie, nous proposons l'analyse d'un déphaseur à ligne micro ruban sur substrat composé d'un diélectrique et d'un ferrite qui s'adapte bien à un tel composant (figure IV.11 (B)) [45].

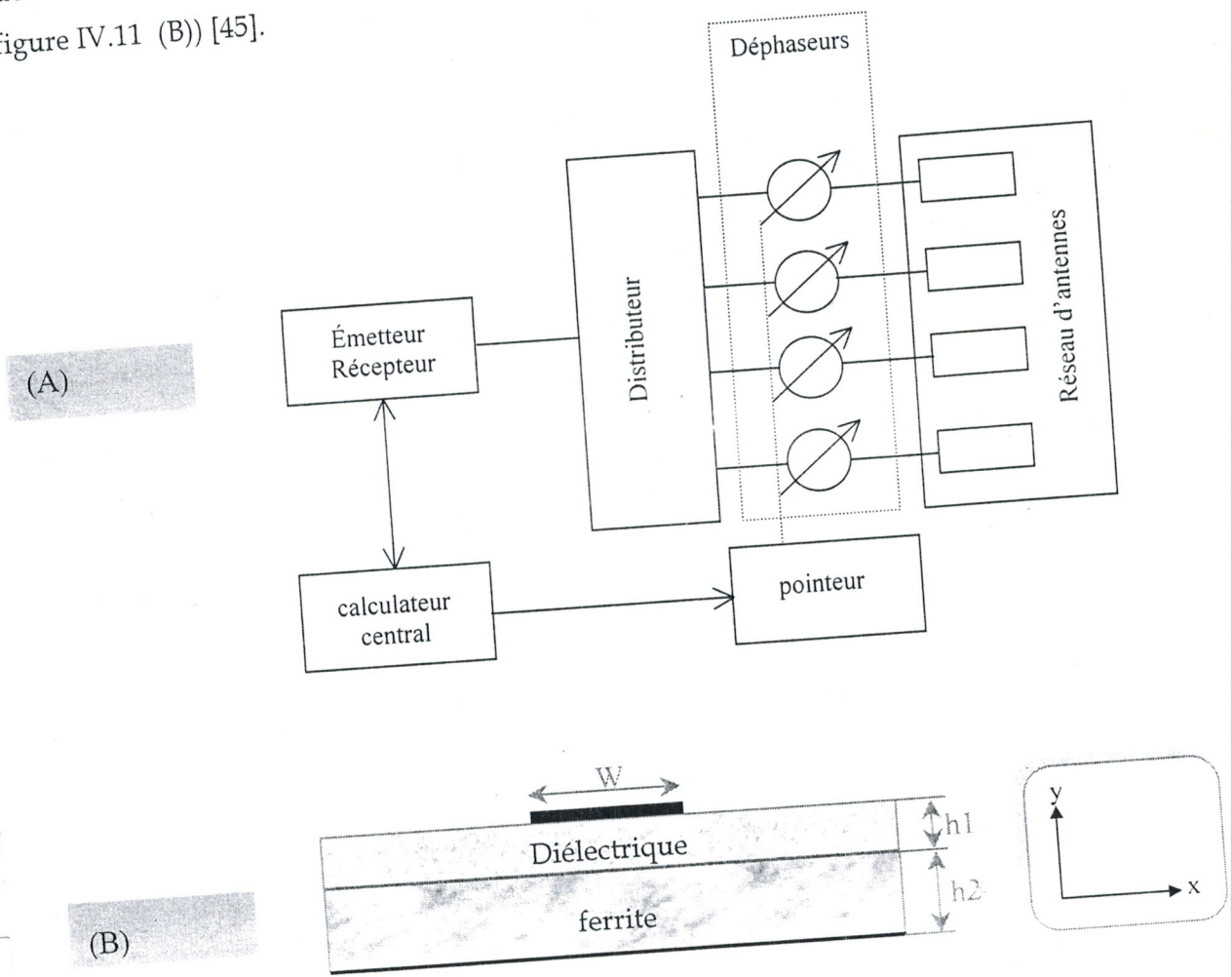


Figure IV.11 : (A), Structure générale d'un réseau à déphasage.

(B), Ligne de transmission micro-ruban au-dessus d'un substrat composé d'un diélectrique et d'un ferrite.

Le choix de ces déphaseurs se justifie par les avantages suivants :

- une largeur de bande étroite,
- un rayonnement parasite faible,
- le déphasage peut se régler de façon continue par commande électronique du champ  $H_0$  induit dans le ferrite,
- le circuit à micro-ondes est passif et contrairement aux dispositifs contenant des composants actifs, supporte mieux la puissance.

Dans cette configuration de ligne, la couche du diélectrique réduit l'interaction entre l'onde électromagnétique et le ferrite, la région où le champ magnétique est le plus important. Le déphaseur sera décrit par son impédance caractéristique et son déphasage maximum par unité de longueur. Le ferrite utilisé est magnétisé longitudinalement le long de l'axe de propagation (z), assurant de ce fait la réciprocité du système.

Nous présentons dans un premier temps le rapport  $\beta / k_0$  ( $k_0$  est le coefficient de propagation à vide) ainsi que l'impédance caractéristique  $Z_c$  de deux types de déphaseurs réalisés en employant les ferrites de Thomson / CSF suivants :

Ferrite	A230	A28
Permittivité relative du ferrite ( $\epsilon_{rf}$ )	16.6	16.6
Magnétisation de saturation ( $4\pi M_s$ )	2300 G	2800 G
Magnétisation maximale ( $4\pi M_{max}$ )	1740 G	2240 G

Tableau IV.2 : paramètres physiques des ferrites de Thomson / CSF.

Ces résultats sont présentées dans les figures IV.12 et IV.13 pour deux cas :

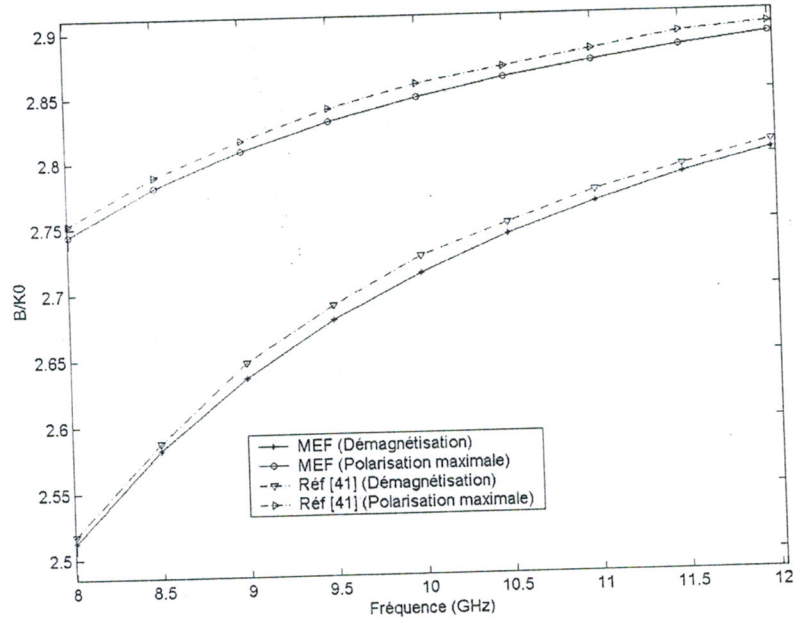
- 1°- lorsque le ferrite est démagnétisé ( $4\pi M=0$ ).
- 2°- lorsqu'il y a une polarisation maximale ( $M=M_{max}$ ).

La ligne admet les paramètres physiques et géométriques suivants :

	Premier déphaseur (A230)	Deuxième déphaseur (A28)
Largueur du ruban (w)	0.900 mm	0.600 mm
Epaisseur du diélectrique (h1)	0.254 mm	0.254 mm
Epaisseur du ferrite (h2)	1.150 mm	0.800 mm
Permittivité relative du diélectrique ( $\epsilon_{rd}$ )	9.9 (aluminium)	9.9 (aluminium)
L'épaisseur du ruban métallique est négligeable		

Tableau IV.3 : paramètres physiques et géométriques des deux exemples (Thomson / CSF).

(A)



(B)

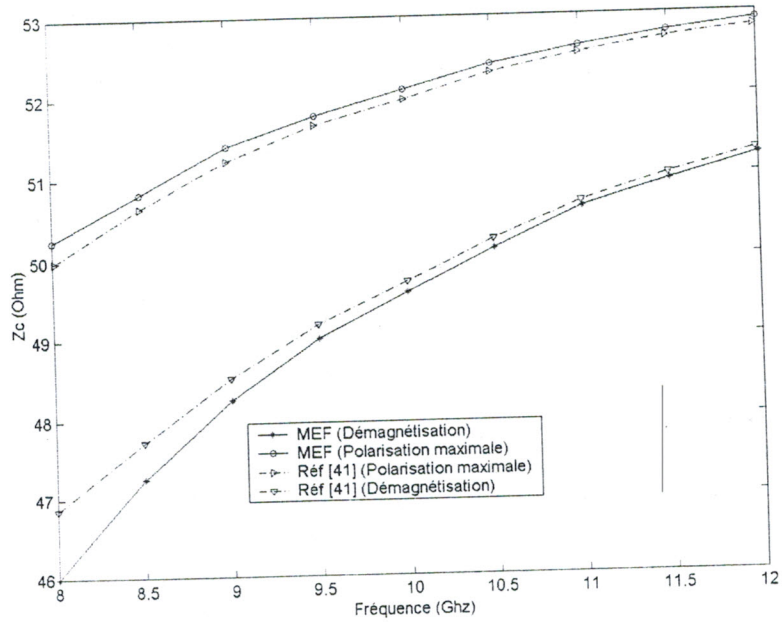
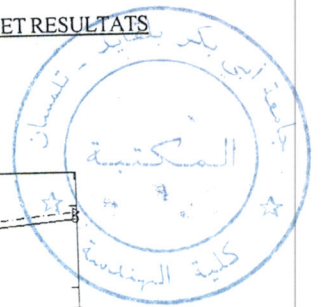


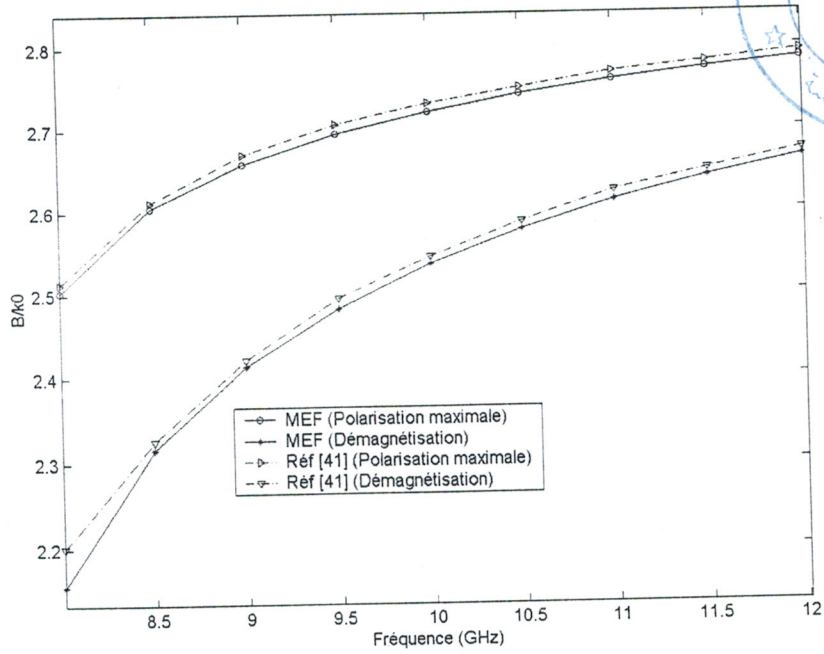
Figure IV.12 : (A), la dispersion  $\beta / \beta_0$  (A230).

(B), impédance caractéristique (A230).





(A)



(B)

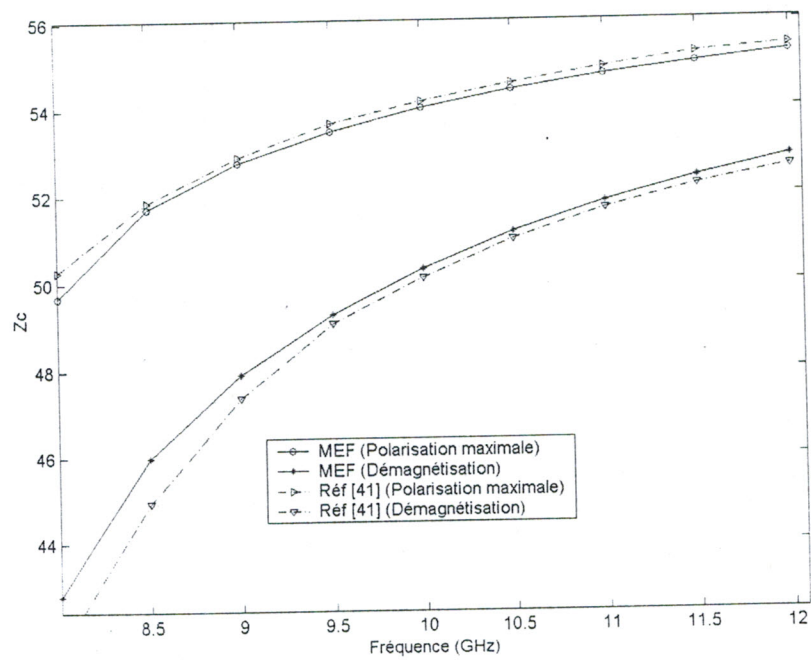


Figure IV.13 : (A), la dispersion  $\beta / \beta_0$  (A28).

(B), impédance caractéristique (A28).

Pour montrer l'importance d'utiliser les ferrites dans les lignes de transmission micro rubans, nous avons analysé dans ce qui suit l'efficacité du déphasage  $\Delta\phi$  donné par [45] :

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 \tag{IV.2}$$

où  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont les phases du coefficient de propagation  $\gamma$  correspondant respectivement à une désaimantation et une magnétisation maximale du milieu ferrimagnétique. La variation de cette différence de phase, pour plusieurs valeurs de la magnétisation  $M$  ( $M=0.3M_s$ ,  $M=0.6M_s$  et  $M=0.9M_s$ ), d'une ligne micro-ruban multicouche dont les caractéristiques sont données dans le tableau IV.4, est schématisée sur la figure IV.14.

	Paramètres physiques et géométriques
Largueur du ruban (w)	1.800 mm
Epaisseur du diélectrique (h1)	0.254 mm
Epaisseur du ferrite (h2)	1.140 mm
Permittivité relative du diélectrique ( $\epsilon_{rd}$ )	2.22
Permittivité relative du ferrite ( $\epsilon_{rf}$ )	16.5
Magnétisation de saturation ( $4\pi M_s$ )	2300 G

Tableau IV.4 : paramètres physiques et géométriques de la ligne.

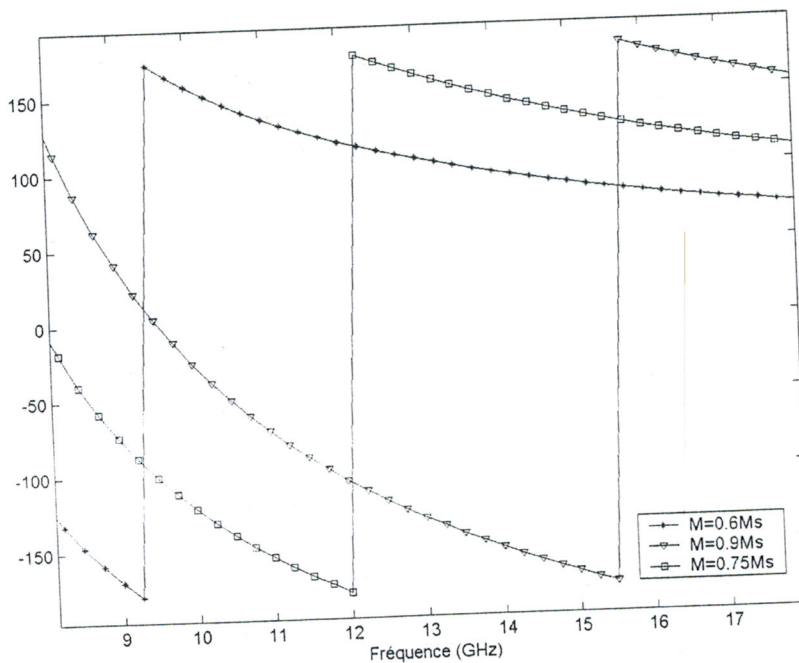


Figure IV.14 : Efficacité de déphasage.

Nous observons de la figure IV.14 que plus  $M$  augmente, plus la différence de phase  $\Delta\phi$  augmente avec une translation de la discontinuité qui se présente respectivement à 9.375 GHz, 12.2 GHz et 15.6 GHz. Cette discontinuité est due aux valeurs infinies des éléments du tenseur de perméabilité  $\mu$  et  $k$  à ces fréquences.

Ce résultat montre bien qu'il est possible de changer le déphasage dans une ligne micro ruban par la modification de l'aimantation  $M$  du milieu ferrimagnétique.

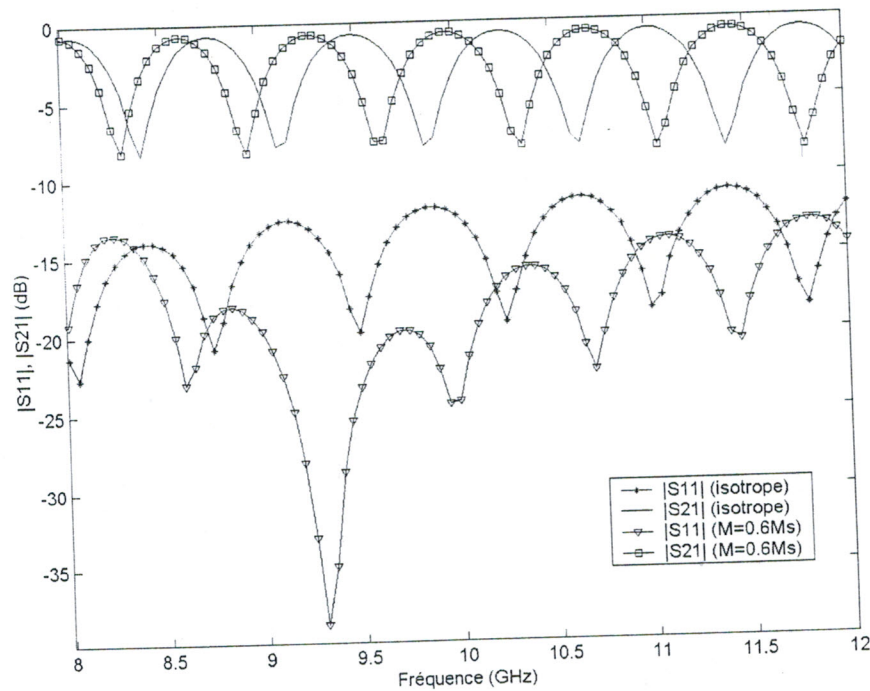


Figure IV.15 : Paramètres S.

D'après la variation des paramètres  $S$  pour une longueur de 86 mm (figure IV.15) et à l'état isotrope ( $M=0$ ), les pertes sont de l'ordre de -1.5 dB sur la bande de fréquence 8-12 GHz tandis que le coefficient de réflexion  $|S_{11}|$  devient faible pour des fréquences inférieures à 8.5 GHz. Pour le cas anisotrope et plus précisément lorsque  $M=0.6M_s$ , nous observons une légère modification de  $|S_{21}|$  par rapport au cas isotrope mais le coefficient de réflexion  $|S_{11}|$  devient de plus en plus important, surtout à la fréquence 9.3 GHz. Cette dernière correspond à une valeur limite de l'élément du tenseur de perméabilité  $\mu$ . C'est l'avantage d'utiliser un tel ferrite pour ajuster le comportement de ces paramètres en variant l'état d'aimantation du milieu ferrimagnétique.

Enfin, et lorsqu'un ferrite démagnétisé est employé, il se caractérise par un tenseur de perméabilité de la forme[46] :

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{dem} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{dem} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{dem} \end{bmatrix} \quad (IV.3)$$

Avec :

$$\mu_{dem} = \frac{2}{3} \left[ 1 - \left( \frac{\gamma 4\pi M_s}{w} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{3} - j \cdot A \left( \frac{\gamma 4\pi M_s}{w} \right)^N \quad (IV.4)$$

Où A et N sont des paramètres qui dépendent du matériel de ferrite.

Pour un but de comparaison, plusieurs couples (A, N) sont choisis lors du calcul des caractéristiques de dispersion de la ligne micro ruban tels que l'atténuation par unité de longueur  $\alpha$  (figure IV.16) et le facteur  $\beta/k_0$  (figure IV.17) dans le cas d'un mode TM.

Dans ces figures, la conductivité  $\sigma$  du substrat ferrimagnétique qui est une partie de la constante diélectrique est fixée à  $10^3$ .

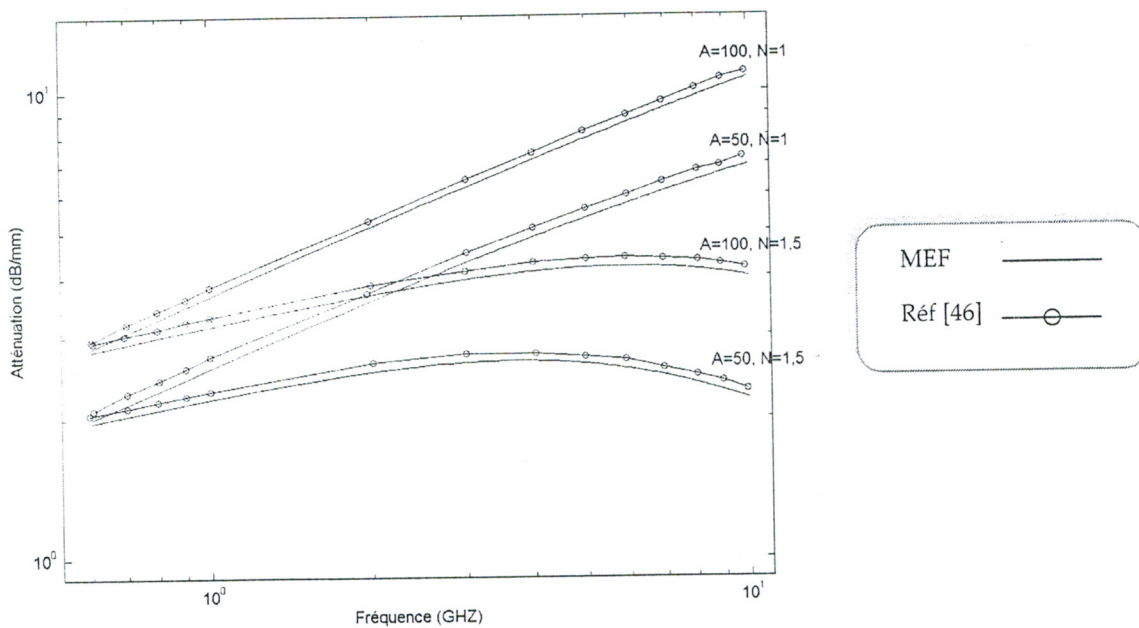


Figure IV.16 : Constante d'atténuation ( $\alpha$ ).

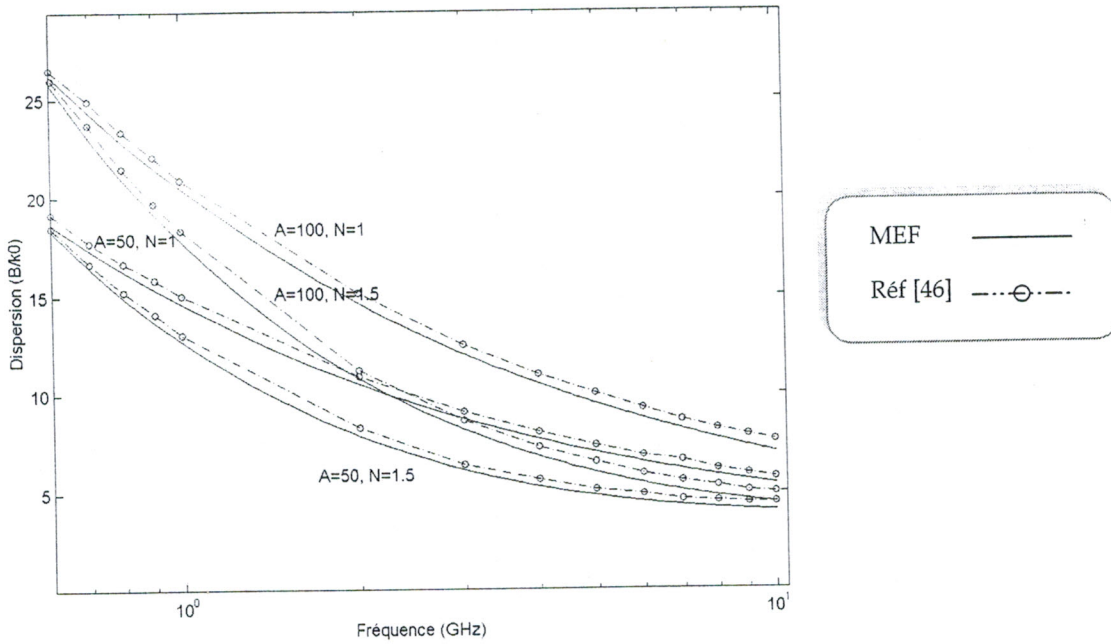


Figure IV.17 : Caractéristique de dispersion.

A partir de ces résultats nous pouvons conclure que :

- La constante de propagation diminue au fur et à mesure que la fréquence augmente, parce que le substrat ferrimagnétique a une grande perte près de la fréquence de résonance (1.25 GHz) [46].
- La ligne micro ruban a une grande impédance caractéristique en raison de l'augmentation de l'inductance (L). Cette impédance caractéristique diminue par augmentation de fréquence car il y a une dépendance entre la fréquence et le tenseur de perméabilité.
- La constante d'atténuation est plus grande que celle de la ligne micro ruban simple, parce que les pertes magnétiques augmentent rapidement à la proximité de la fréquence de résonance du matériau ferrimagnétique.

### IV.2.2. LIGNES MICRO USINEÉS

Récemment, les auteurs de la référence [48], ont montré que le silicium pouvait être micro usiné pour réaliser des composants millimétriques. Cette technique, appelée micro usinage consiste à supprimer une partie du substrat pour ne laisser qu'une fine membrane de diélectrique sur laquelle repose le ruban.

#### IV.2.2.1. LIGNE SUSPENDUE BLINDÉE

Pour valider l'analyse par la méthode des éléments finis, le premier exemple considéré est le problème d'une ligne blindée, multicouche, épaisse (figure IV.18) dont les caractéristiques physiques et géométrique sont présentées sur le tableau IV.5 .

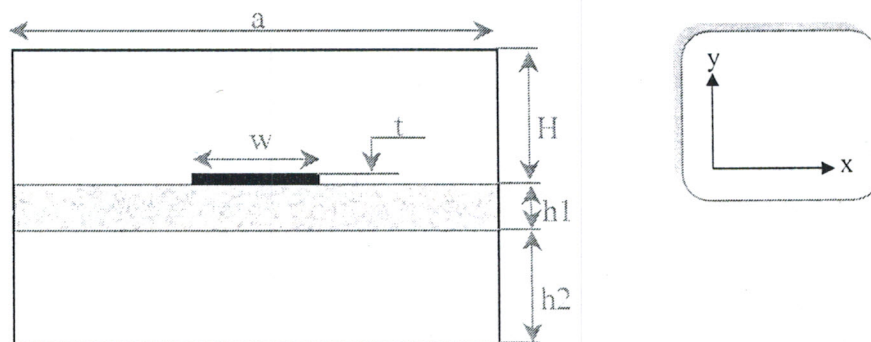


Figure IV.18 : Ligne micro-ruban suspendue sur membrane de diélectrique

	Paramètres physiques et géométriques
Epaisseur du diélectrique (h1)	0.508 mm
Epaisseur inférieur (h2)	10 mm
Largeur du blindage (a)	10 mm
Permittivité relative du diélectrique ( $\epsilon_{rd}$ )	3.78

Tableau IV.5 : paramètres physiques et géométriques de la ligne micro ruban suspendu.

Les résultats du calcul de l'impédance caractéristique en fonction de  $w/H$  (figure19.IV), sont comparés aux résultats numériques obtenus par l'intermédiaire de la méthode des éléments de frontière [47]. La bonne concordance, à moins de 5 pour cent, est obtenue. Des données pour  $\sqrt{\epsilon_{eff}}$  en fonction de l'allongement  $w/H$  sont présentées dans figure IV.20. Les points représentés sur la même figure ont été obtenu par l'intermédiaire des mesures expérimentales [47].

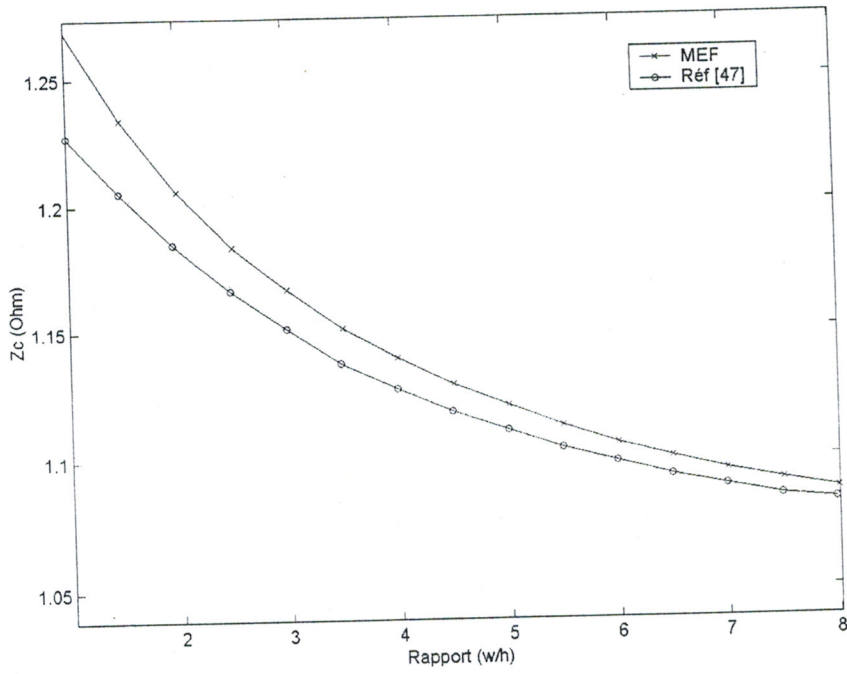


Figure IV.19 : l'impédance caractéristique.

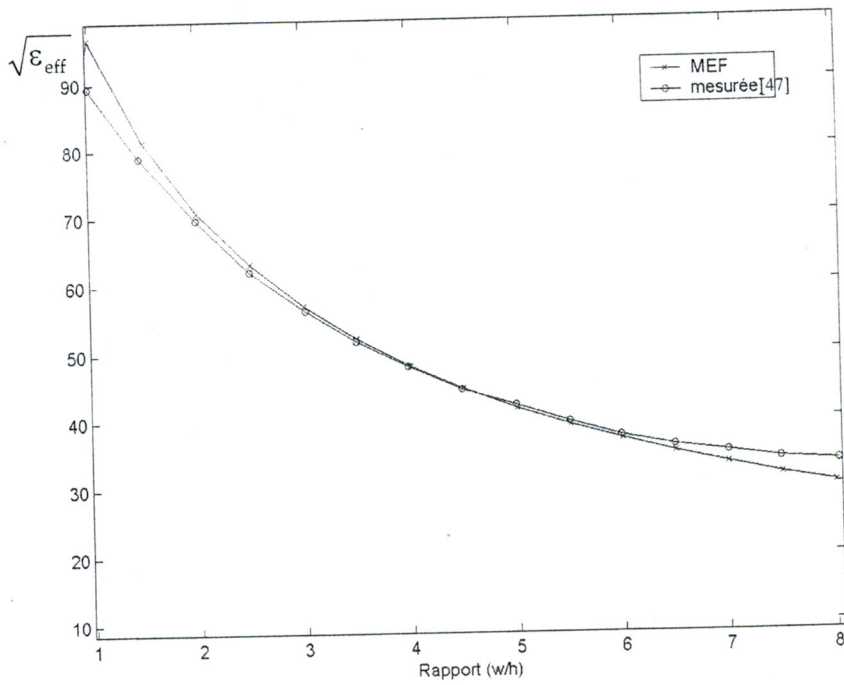


Figure IV.20 : Racine carré de la permittivité effective.

#### IV.2.2.2. LIGNES SUR MEMBRANE BLINDÉE

Plusieurs configurations des lignes sur membrane micro usinées sont représentées sur la figure IV.21. Pour ces différentes structures le substrat est supprimé en dessous de la ligne et il ne subsiste qu'une fine membrane qui supporte le ruban.

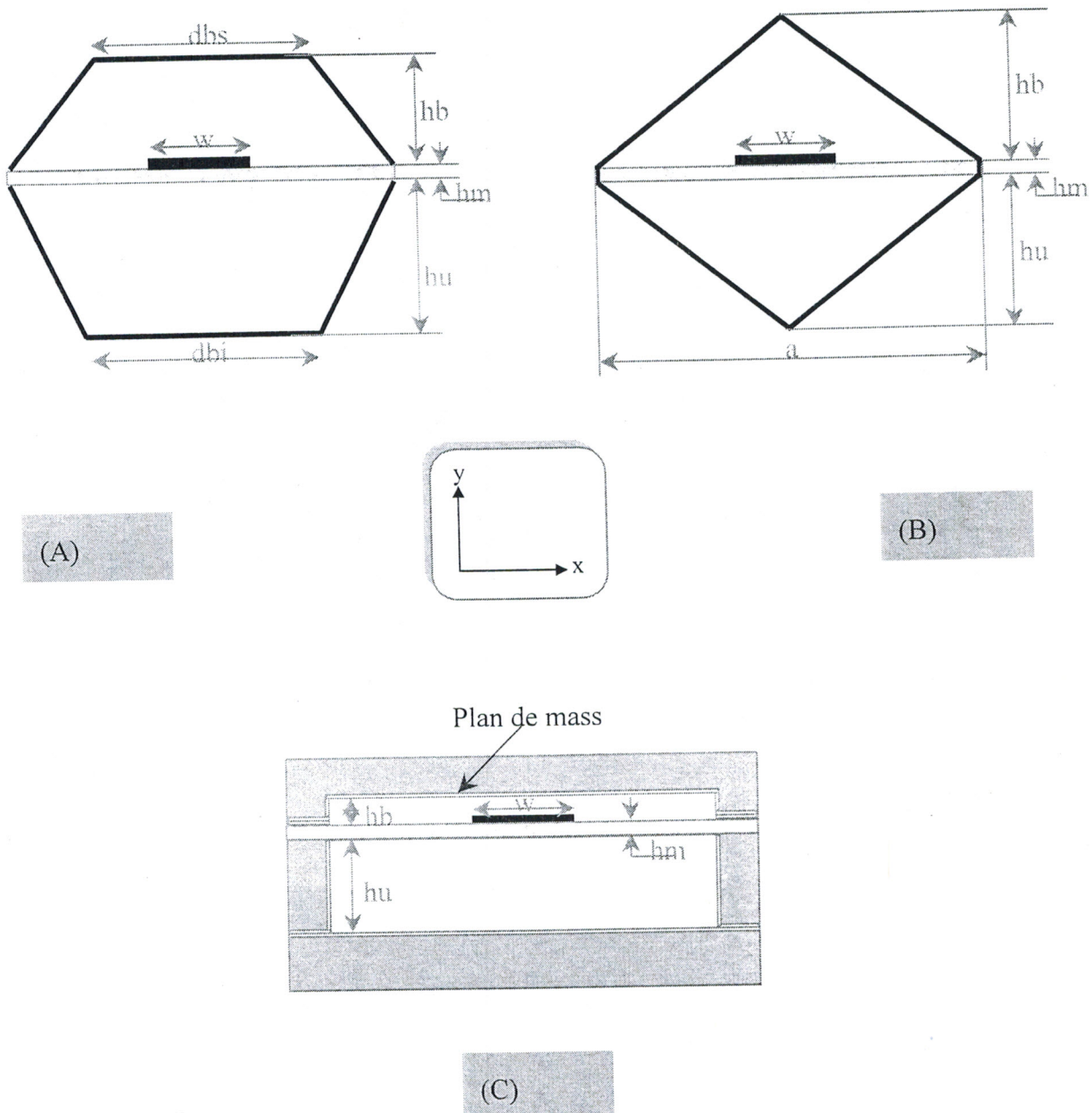


Figure IV.21 : Différentes configurations de lignes micro-rubans sur membranes (micro usinées).

- (A), ligne sur membrane de forme hexagonale.
- (B), ligne sur membrane de forme de losange.
- (C), ligne sur membrane complètement blindée.



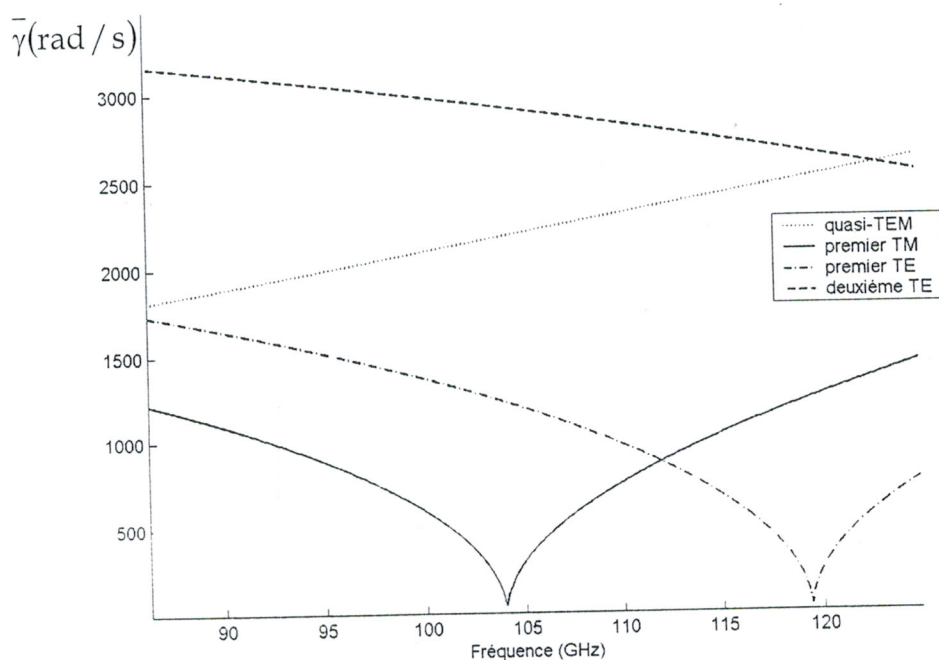
L'exploitation de la méthode des éléments finis dans un environnement MATLAB, nous a permis d'analyser le mode quasi-TEM et les modes TE et TM. Ces deux derniers modes ont respectivement un champ magnétique et un champ électrique non nul dans la direction de propagation (z).

Par conséquent, pour analyser ce type de modes, il est nécessaire de résoudre le problème, à vecteurs et valeurs propres, présenté dans le chapitre III.

Pour les paramètres géométriques données dans le tableau IV.6, l'étude de la dispersion (constante de propagation) des configurations précédentes, donne les résultats respectifs exposés sur les figure IV.22, IV.23, et IV.24.

	Structure A		Structure B	Structure C
Largeur du ruban (W)	500		500	500
Epaisseur du ruban (t)	1		1	1
Hauteur de la cavité supérieure (hb)	250		1050	250
Hauteur de la cavité inférieure (hu)	1050		1050	1050
Epaisseur de la membrane (hm)	8.4		1.5	1.5
Largeur totale de la ligne (a)	2000		2000	--
Permittivité relative de la membrane ( $\epsilon_r$ )	2.56	9	2.56	2.56
(dbs)	--		--	500
(dbi)	--		--	500
Les dimensions sont en micro metre ( $\mu\text{m}$ )				

Tableau IV.6 : paramètres physiques et géométriques des lignes micro usinées .



(A)

(B)

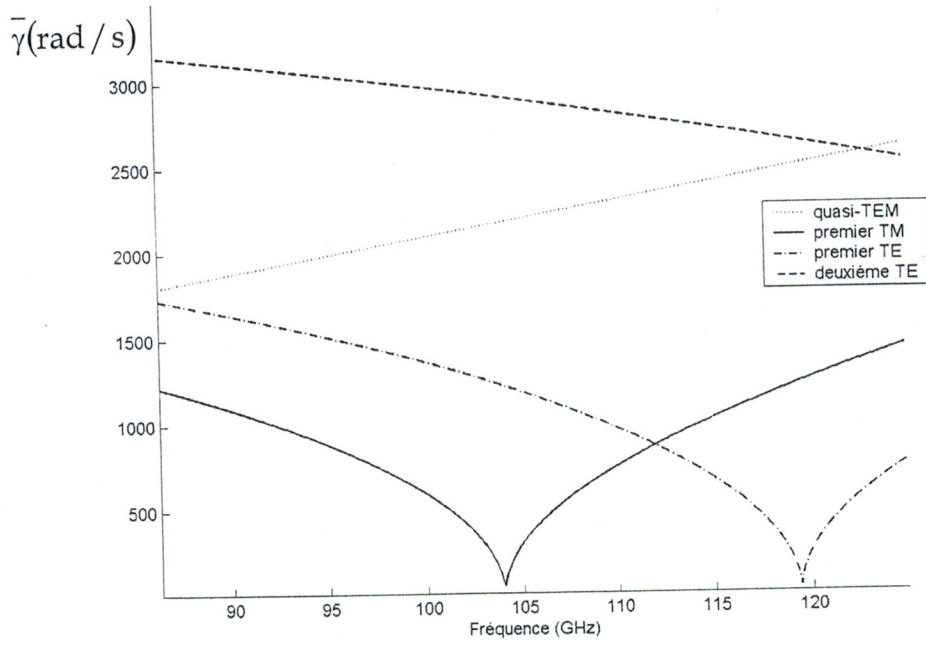


Figure IV.22 : Constante de propagation de la structure (A).

(A), pour  $\epsilon_r = 2.56$ . (B), pour  $\epsilon_r = 9$

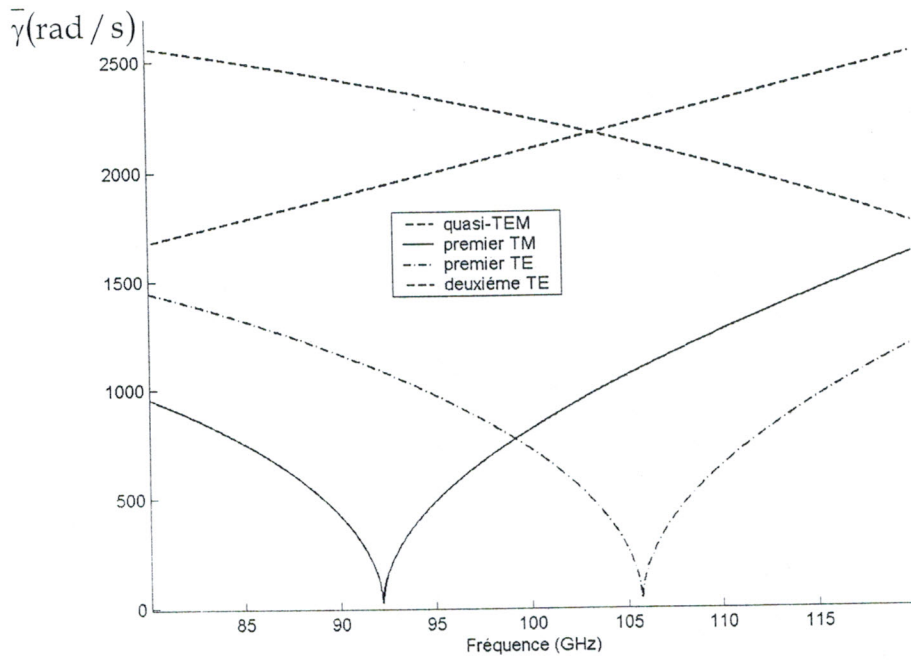


Figure IV.23 : Constante de propagation de la structure (B).

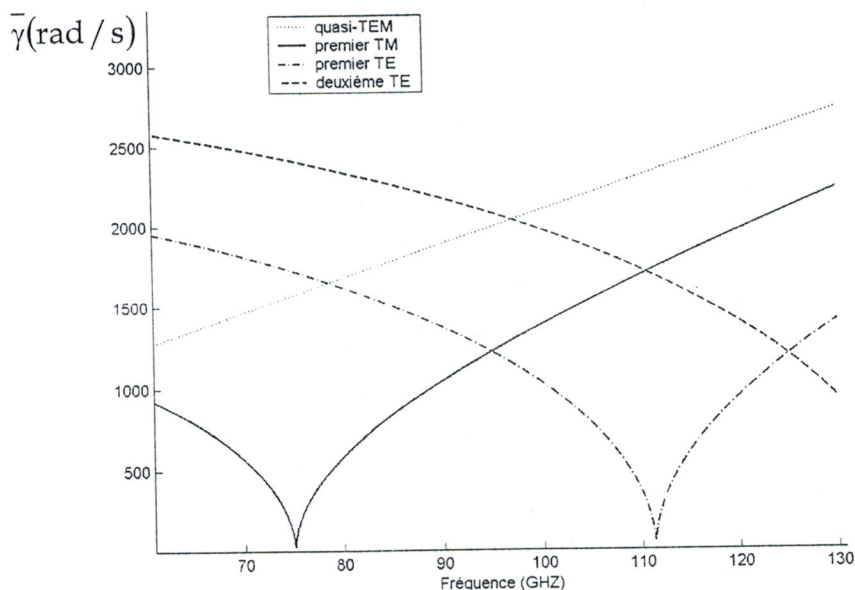


Figure IV.24 : Constante de propagation de la structure (C).

Dans ces structures, le premier mode supérieur étant un mode TM, il est alors possible de déduire leurs bandes de fonctionnement monomodal. Ainsi, on déduit des figures IV.22, IV.23 et IV.24, des bandes de fréquences respectives de 104 GHz, 92 GHz et 75 GHz.

Nous pouvons également conclure de la figure IV.22 que l'influence du substrat (ou la membrane) est très négligeable sur la dispersion du circuit et d'une façon générale sur le comportement de la ligne. L'épaisseur de la membrane étant négligeable, et par conséquent le remplacement du diélectrique de la membrane par un ferrite n'a pas d'influence sur la dispersion de la ligne.

### IV.2.3. COUPLEURS MICRO ONDES

Notre logiciel à base de la MEF étant à caractère générale, nous l'avons appliqué à la caractérisation du phénomène de couplage entre deux lignes micro rubans couplées et propageant le mode quasi-TEM. Cette analyse consiste à évaluer d'abord les impédances caractéristiques des deux modes pair et impair notées respectivement  $Z_{ce}$ ,  $Z_{co}$  et ensuite à déterminer les paramètres primaires ( $L$ ,  $C$ ,  $G$  et  $R$ ) du coupleur qui sont invariable dans le cas d'un diélectrique isotrope.

Les résultats que nous présentons ici prennent en compte l'influence des paramètres géométriques et physiques de la structure analysée.

### (1) Impédances caractéristiques

Pour déterminer les impédances caractéristiques des deux modes pair et impair, plusieurs techniques peuvent être utilisées. En particulier, l'article de la référence [49] propose des formules approchées [Annexe D] pour calculer les impédances  $Z_{ce}$  et  $Z_{co}$  de deux lignes micro rubans placées entre deux plans métalliques.

Ces formules ne sont valables que pour des conditions bien spécifiées et c'est pour cette raison que nous exploitons le modèle numérique développé pour la détermination de ces impédances.

### (2) Coefficient de couplage :

Après avoir déterminé les valeurs de  $Z_{ce}$  et  $Z_{co}$ , nous calculons le coefficient de couplage  $k_c$  en exploitons la relation suivante :

$$k_c = \frac{Z_{ce} - Z_{co}}{Z_{ce} + Z_{co}} \quad (\text{IV.5})$$

### (3) Paramètres primaires (L, C, G, R) :

La détermination du coefficient de couplage  $k_c$ , permet de déduire les matrices L, C, G et R ayant les formes suivantes :

$$L = \begin{bmatrix} L & M \\ M & L \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} C_0 + C_c & -C_c \\ -C_c & C_0 + C_c \end{bmatrix} \quad (\text{IV.6})$$

$$G = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} ; \quad R = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

Où L,  $C_0$ , R et G sont les paramètres linéiques de la ligne isolée.

$C_c$  et M sont respectivement la capacité de couplage et l'inductance mutuelle données par :

$$k_c = \frac{C_c}{C_0} = \frac{M}{L} \quad (\text{IV.7})$$

### IV.2.3.1. COUPLEUR A DEUX CONDUCTEURS PLANS

Dans le cas d'un coupleur à deux conducteurs plans (figure IV.25), les lignes équipotentielles des modes pairs et impairs sont exposées sur la figure IV.26.

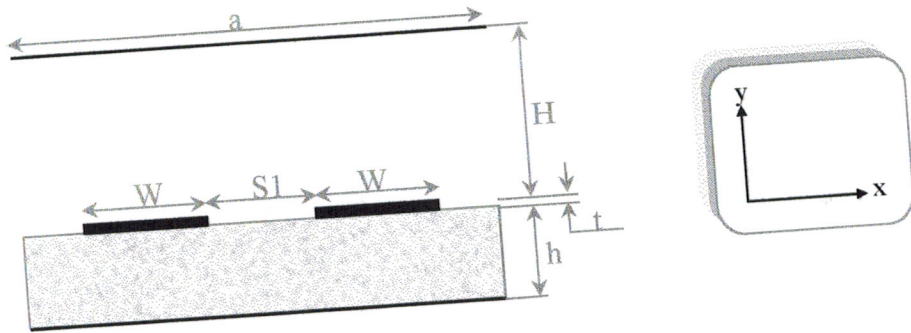


Figure IV.25 : Coupleur entre deux plans métalliques.

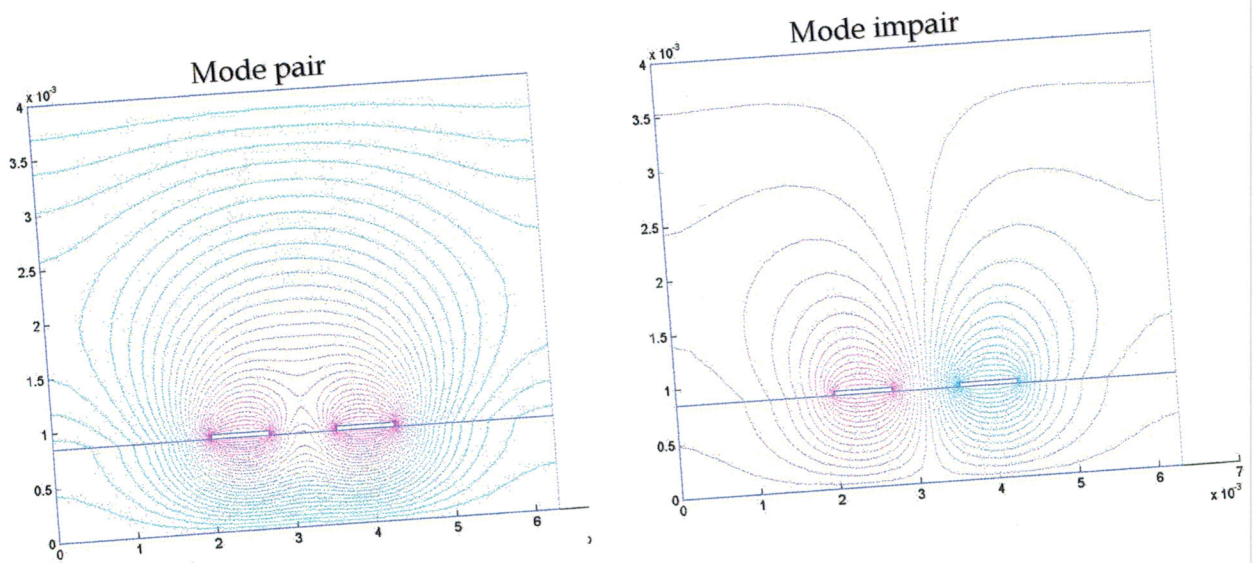


Figure IV.26 : lignes équipotentielles

Dans une première étape nous avons déterminé l'influence de l'écart ( $S1$ ) entre les deux lignes sur les impédances caractéristiques des deux modes (figure IV.27), ensuite la dépendance entre l'écart  $S1$  et le coefficient de couplage (figure IV.28) pour une fréquence de fonctionnement  $f=5$  GHz et pour différentes valeurs de  $H_0$  longitudinalement appliquées à une structure de coupleur ayant les caractéristiques physiques suivantes:

	Paramètres physiques et géométriques
Epaisseur du diélectrique (h)	0.85 mm
Hauteur entre les rubans et le plan supérieur (H)	4.15 mm
Largeur du blindage (a)	5.95 mm
Largeur du ruban (W)	0.85 mm
Distance (S1)	0.25 mm
Epaisseur de la bande	0.0254 mm
Permittivité relative du diélectrique ( $\epsilon_r$ )	9.0

Tableau IV.7 : paramètres physiques et géométriques du coupleur.

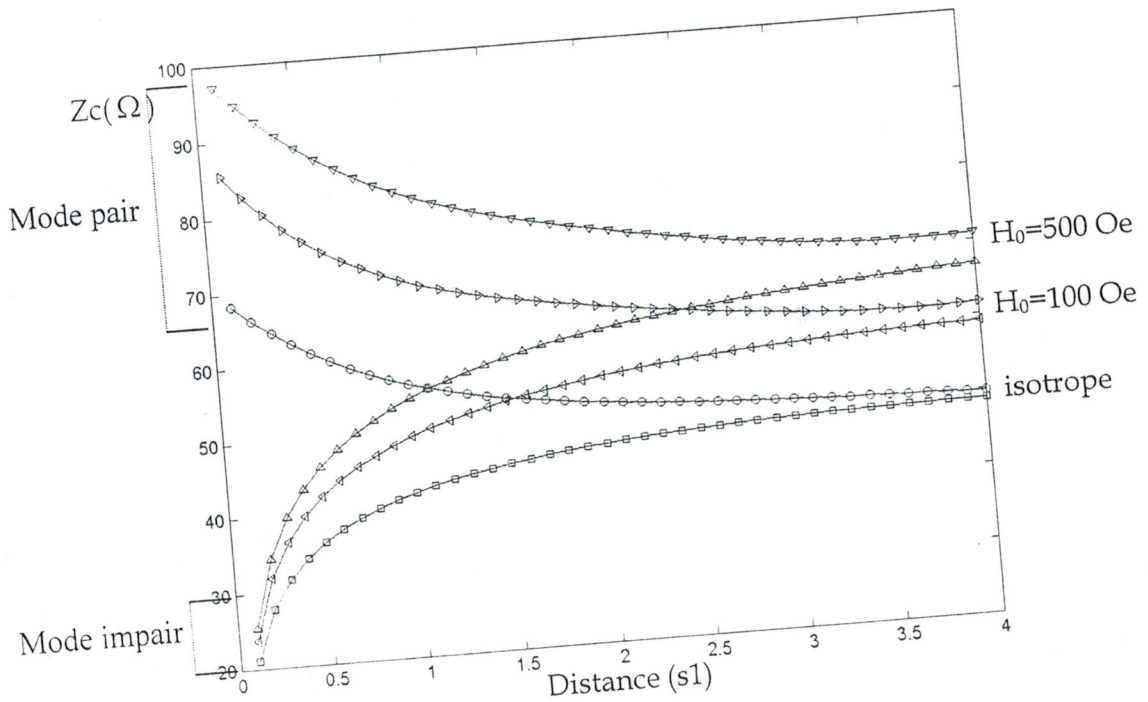


Figure IV.27 : Influence de l'écart  $s_1$  sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair.

Nous remarquons de la figure IV.27 que plus  $H_0$  augmente, plus les impédances caractéristiques augmentent avec un écart de plus en plus important entre ces impédances.

Ce résultat montre également qu'il est possible de modifier l'impédance caractéristique de la ligne par application d'un champ magnétique statique  $H_0$  au ferrite.

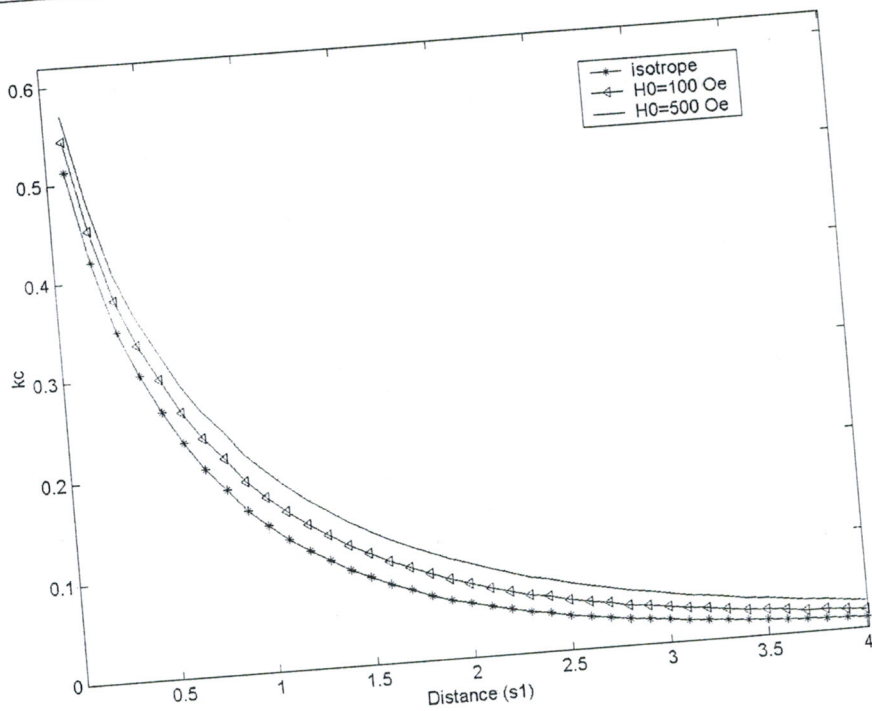


Figure IV.28 : Influence de l'écart  $s_1$  sur le coefficient de couplage.

Pour un but de comparaison, nous avons déterminé les paramètres  $L$ ,  $C$ ,  $G$ ,  $R$  et  $k_c$  dans le cas d'un substrat isotrope et une distance  $s_1=0.25$  mm, ces résultats sont les suivants :

$$Z_{ce}=65.23 \Omega$$

$$Z_{co}=30.054 \Omega$$

$$k_c=0.36.$$

$$L = \begin{bmatrix} 415.3 & 144.1 \\ 144.1 & 415.3 \end{bmatrix} (\text{nH/m}); C = \begin{bmatrix} 201.5 & -51.3 \\ -51.3 & 201.5 \end{bmatrix} (\text{pF/m}).$$

$$G = \begin{bmatrix} 503.7 & 0 \\ 0 & 503.7 \end{bmatrix} (\mu\text{s/m}); R = \begin{bmatrix} 18.8 & 0 \\ 0 & 18.8 \end{bmatrix} (\Omega/\text{m}).$$

et nous avons remarqué que ces résultats convergent vers ceux trouvés par la méthode des moments dans la référence [40] et qui sont donnés ci dessous :

$$Z_{ce}=66.28 \Omega$$

$$Z_{co}=31.64 \Omega$$

$$k_c=0.353758.$$

$$L = \begin{bmatrix} 390.1 & 137.8 \\ 137.8 & 390.1 \end{bmatrix} (\text{nH/m}); C = \begin{bmatrix} 186.6 & -66.25 \\ -66.25 & 186.6 \end{bmatrix} (\text{pF/m}).$$

$$G = \begin{bmatrix} 585.9 & 0 \\ 0 & 585.9 \end{bmatrix} (\mu\text{s/m}); R = \begin{bmatrix} 23.13 & 0 \\ 0 & 23.13 \end{bmatrix} (\Omega/\text{m}).$$

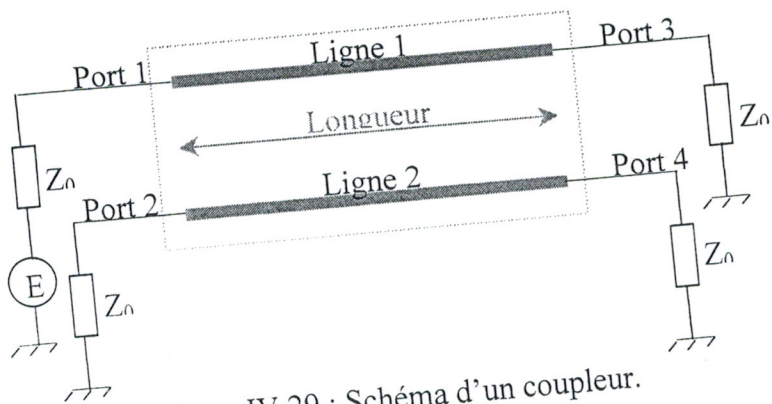


Figure IV.29 : Schéma d'un coupleur.

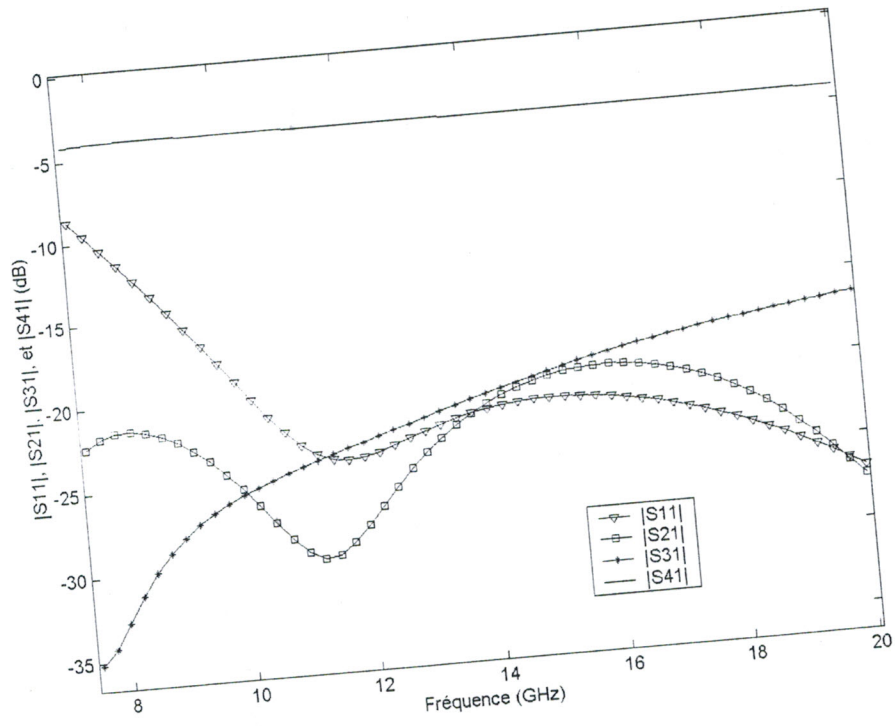


Figure IV.30 : Paramètres S.

Dans la seconde étape, la variation des coefficients de réflexion (paramètres S) en fonction de la fréquence pour une longueur de 6.4 mm et un champ  $H_0=500$  Oe a été établie et nous obtenons le graphe de la figure IV.30. Nous remarquons qu'à la fréquence de 11.2 GHz le couplage  $|S12|$  (d'après la disposition des accès dans la figure IV.29) est égale à -30.01 dB, alors que l'isolation  $|S14|$  est de -4.01 dB.



### IV.2.3.2. COUPLEUR COMPLETEMENT BLINDÉ

Nous avons analysé le même coupleur que précédemment mais avec un blindage complet (figure IV.31). les lignes équipotentielles de ce type de coupleur pour les deux types de modes sont montrées sur la figure IV.32.

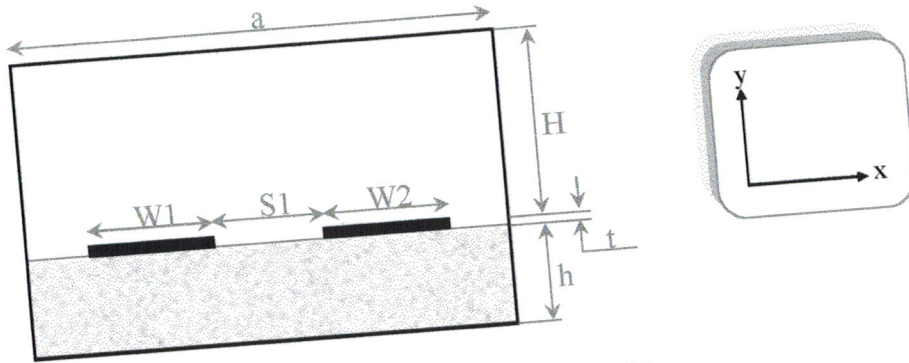


Figure IV.31 : Coupleur complètement blindé.

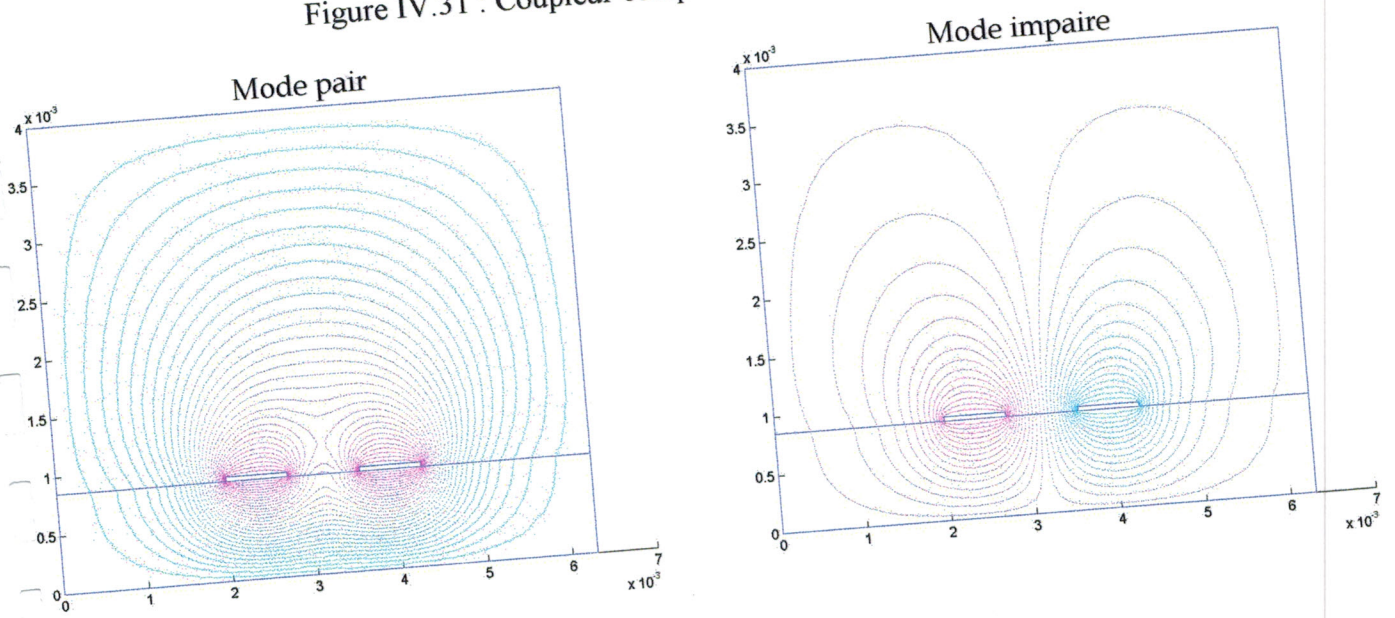


Figure IV.32 : Lignes équipotentielles

L'influence de la profondeur de coupure S1 sur les impédances caractéristiques  $Z_{ce}$  et  $Z_{co}$  des modes respectifs pair et impair est montrée par les courbes de la figure IV.33, tandis que la variation du coefficient de couplage  $k$  en fonction de l'écart S1 est illustré sur la figure IV.34.

La figure IV.33 indique que les impédances caractéristiques  $Z_{ce}$  et  $Z_{co}$  ont subi une légère diminution car le blindage latérale de la structure a engendré un confinement de

l'énergie électromagnétique. Les dimensions des rubans W1 et W2 étant conservées identiques à ceux de la figure IV.25, il est alors évident que le coefficient de couplage  $k_c$  subit une très légère influence du blindage latéral.

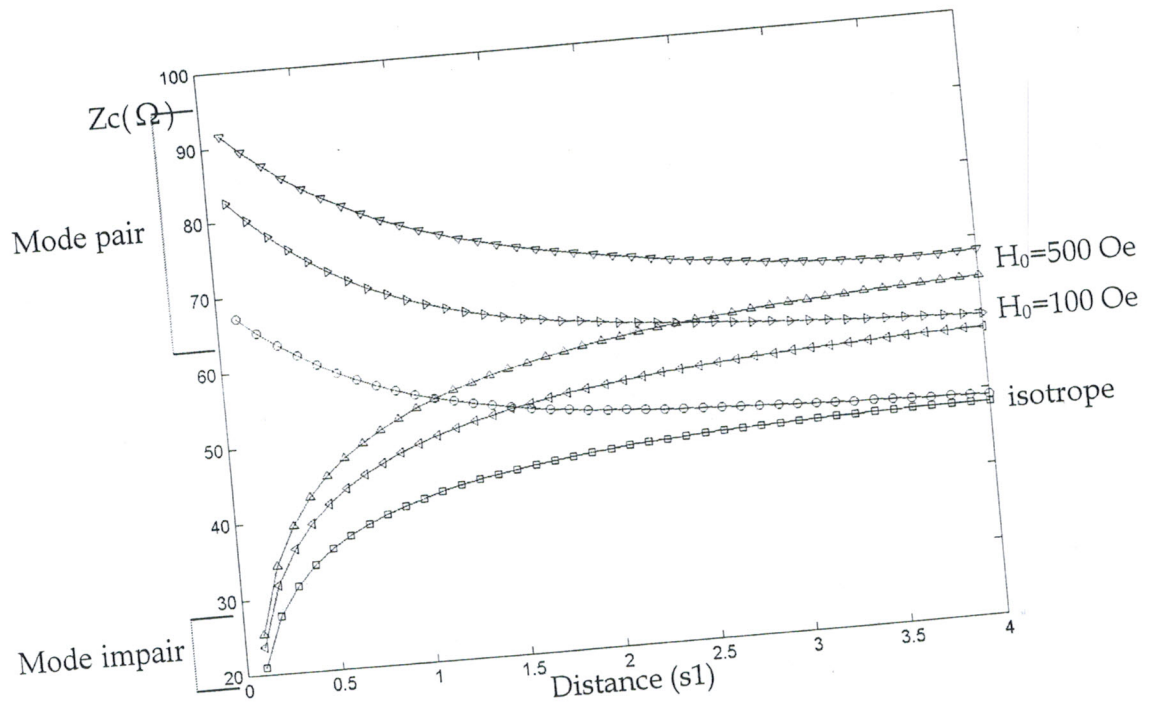


Figure IV.33 : Influence de l'écart  $s_1$  sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair.

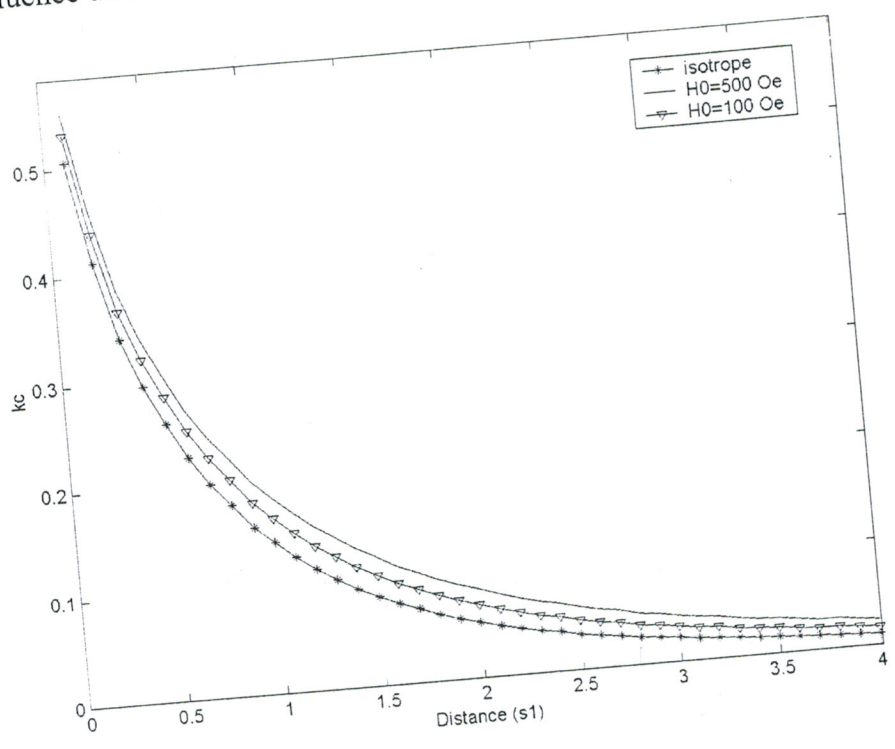


Figure IV.34 : Influence de l'écart  $s_1$  sur le coefficient de couplage.

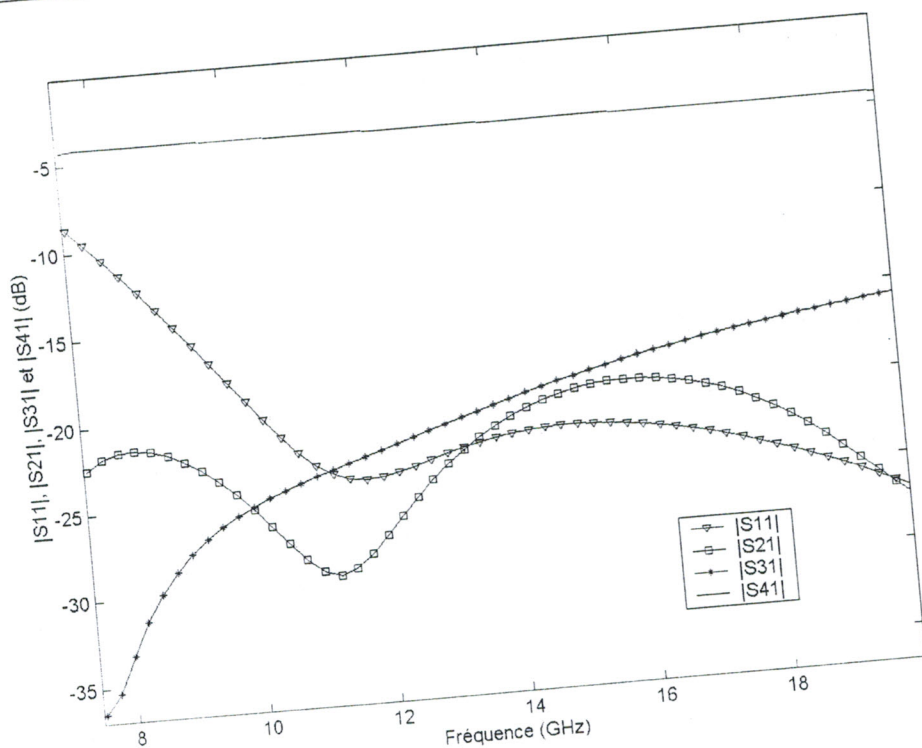


Figure IV.35 : Paramètres S.

La dépendance des modules des coefficients de réflexions (S), au niveau de chaque porte (ou accès) de la fréquence pour un champ de magnétisation  $H_0=500$  Oe est montrée sur le graphe de figure IV.35. Nous remarquons qu'aux fréquences inférieures à 8 GHz l'isolation  $|S_{14}|$  est plus grande que pour le cas d'un coupleur à deux plans (supérieure à -35 dB)..

D'une façon générale, comme le montre dans les figures précédentes, on peut dire qu'il y a une modification du comportement du système (changement des caractéristiques de la ligne couplée) en changeant l'intensité du champ statique appliqué  $H_0$ . C'est l'intérêt de l'utilisation d'un matériau ferrimagnétique pour un tel coupleur.

Par conséquent, il suffit d'agir sur le champ magnétique statique du ferrite pour modifier et contrôler la réponse du circuit.

### IV.2.3.3. COUPLEUR MULTICOUCHE

Un autre model de coupleurs micro-ondes, consiste à graver les rubans sur un substrat multicouche (ferrite et diélectrique) (figure IV.36).

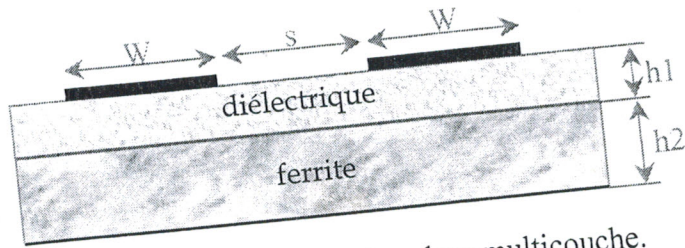


Figure IV.36 : Coupleur multicouche.

Les caractéristiques géométriques et physiques de la structure analysée sont :

	Paramètres physiques et géométriques
Epaisseur du diélectrique (h1)	1 $\mu\text{m}$
Epaisseur du ferrite (h1)	100 $\mu\text{m}$
Distance (S)	100 $\mu\text{m}$
Largeur du ruban (W)	200 $\mu\text{m}$
Magnétisation de saturation $4\pi M_s$	0.2 KG
Permittivité relative du ferrite ( $\epsilon_{rf}$ )	15.5
Permittivité relative du diélectrique ( $\epsilon_{rd}$ )	15.5

Tableau IV.8 : paramètres physiques et géométriques du coupleur multicouche.

Lorsque le milieu ferrimagnétique est démagnétisé, il se caractérise donc par un tenseur de perméabilité diagonal donné dans l'équation IV.2. Dans ce cadre, nous avons calculé l'atténuation  $\alpha$  (figure IV.37) ainsi que le facteur de dispersion  $\beta/k_0$  (figure IV.38) pour différents couples (A, N), paramètres qui apparaissent dans les équations IV.2 et IV.3.

Ces résultats montrent comment les pertes magnétiques affectent ce dispositif. Ainsi plus la valeur de A augmente, plus les pertes dues au substrat ferrimagnétique deviennent importantes. Ces courbes sont en totale cohérence avec celles de la référence [31].

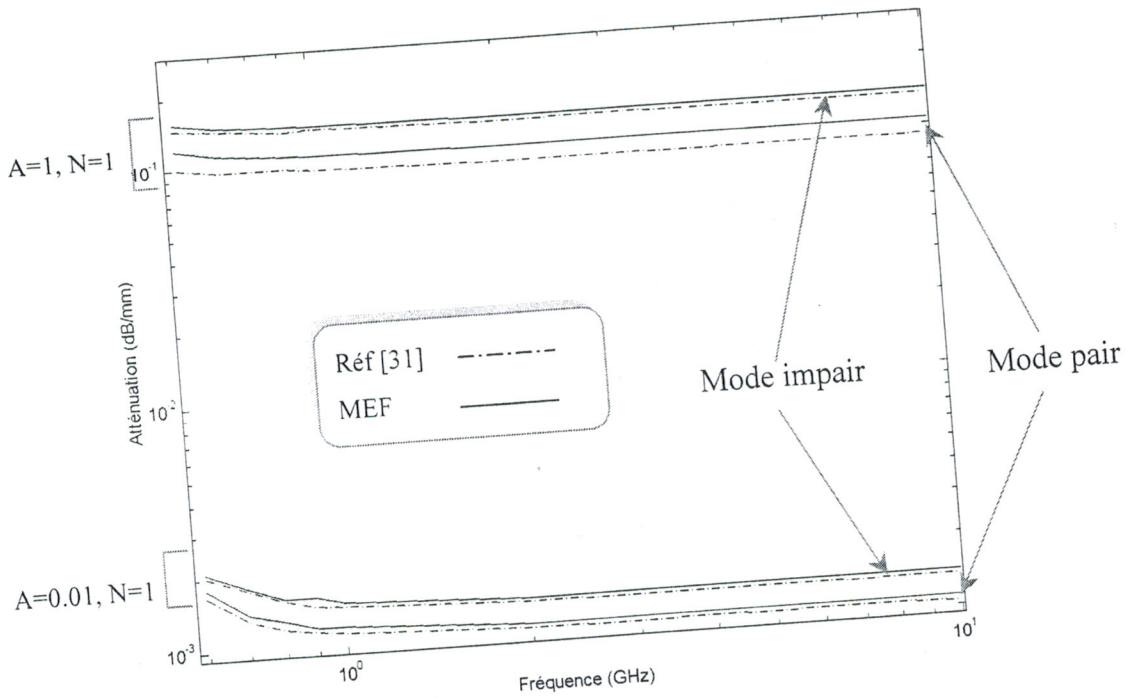


Figure IV.37 : Atténuation.

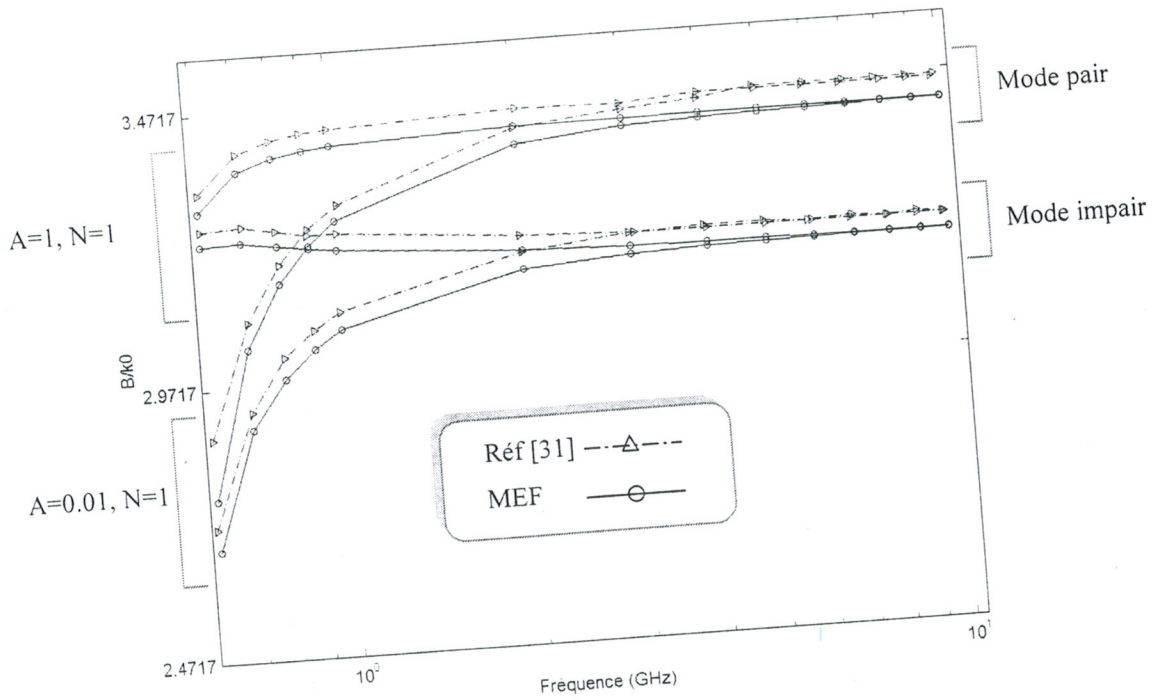


Figure IV.38 : Caractéristique de dispersion.

### IV.2.4. LES BLOCS MICRO RUBANS

Des circuits blocs micro rubans, réalisés à partir des lignes couplées parallèles, peuvent être utilisés dans les systèmes de communication micro ondes. Fondamentalement, les blocs micro rubans sont des coupleurs directionnels ayant deux portes couplées pour la transmission et deux autres portes terminées par des circuits ouverts, comme le montre la figure IV.39.

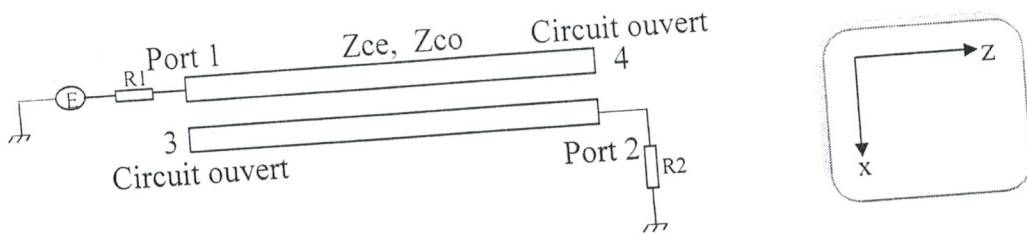


Figure IV.39 : Bloc DC sur un ferrite.

L'analyse de ces dispositifs a été exécutée en considérant la présence des modes pairs et impairs. Une fois que les impédances caractéristiques  $Z_{ce}$  et  $Z_{co}$  de ces deux modes, sont déterminées, nous procédons à la conception du bloc DC micro ruban.

Un paramètre important à considérer dans la conception des blocs micro rubans avec pertes est le coefficient de transmission  $|S_{21}|$  qui peut être calculé en utilisant la formule suivante [50]:

$$|S_{21}|^2 = \frac{4[Z_e(1 + \coth^2 \theta_e) - Z_o(1 + \coth^2 \theta_o)]^2}{\chi} \quad (IV.8)$$

$$\text{où : } \chi = \left\{ -Z_e Z_o \left[ \coth \theta_e \coth \theta_o + \sqrt{(1 + \coth^2 \theta_e)(1 + \coth^2 \theta_o)} \right] + \frac{Z_e^2 + Z_o^2}{2} + 2 \right\} + 4q^2 (Z_e \coth \theta_e + Z_o \coth \theta_{oe})$$

Avec  $\theta_e$  et  $\theta_o$  étant les longueurs électriques respectives des modes pair et impair. Les impédances caractéristiques normalisées  $Z_e$  et  $Z_o$  de ces modes sont exprimées par :

$$Z_e = \frac{Z_{ce}}{\sqrt{R_1 R_2}} \quad ; \quad Z_o = \frac{Z_{co}}{\sqrt{R_1 R_2}} \quad (IV.9)$$

R1 et R2 représentent la résistance interne de générateur (porte1) et la résistance de charge (porte2). Le paramètre de transformation d'impédance q est donné par [51] :

$$q^2 = \frac{(R1 + R2)^2}{4.R1.R2} \tag{IV.10}$$

Pour un but pratique, nous considérons que  $R1=R2= 50 \Omega$  de sorte que  $q=1$ .

Un bloc micro ruban a été conçu en analysant une structure composée de deux rubans couplés, symétriques, imprimés sur un substrat de ferrite avec une constante diélectrique relative  $\epsilon_r=9$ , une magnétisation de saturation  $4\pi M_s=1270$ , une épaisseur  $h=0.85$  mm, une largeur de bande  $w=0.85$  mm et un écart  $s1=0.25$  mm.

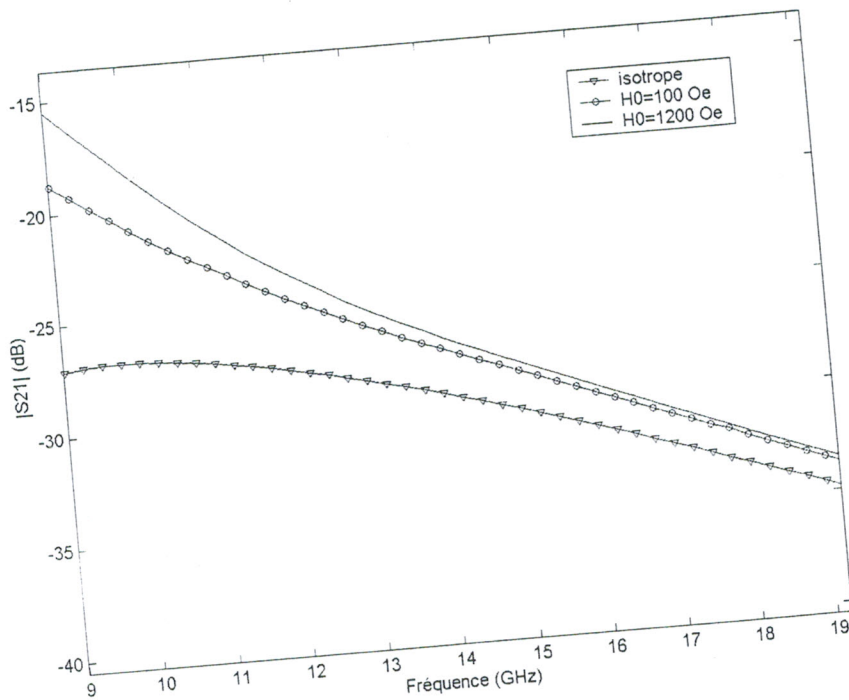


Figure IV.40 : Paramètre de transmission |S21|.

Les courbes de la figure IV.40 montrent le coefficient de transmission |S21| en fonction de la fréquence pour différentes valeurs du champ  $H_0$  appliqué longitudinalement. Pour la comparaison, nous présentons également une courbe pour le cas isotrope, qui est obtenu en fournissant  $\mu=1$  et  $k=0$  dans le tenseur de perméabilité. Ainsi, on constate de ce graphe que lorsque  $H_0$  diminue, |S21| approche celui du cas isotrope. Ces résultats montrent encore une fois, la possibilité d'accord magnétique du bloc micro ruban reposant sur une couche ferrimagnétique magnétisée, par action sur la valeur du champ statique  $H_0$ .

### IV.3. CONCLUSION

L'analyse et la conception de plusieurs types de dispositifs microélectroniques inhomogènes en diélectriques et/ou en ferrites par la méthode des éléments finis (MEF) sous l'environnement MATLAB, nous a permis d'une part de simuler des déphaseurs réglables par magnétisation qui peuvent être en même temps des résonateurs micro ondes en utilisant le mode quasi-TEM ou des filtres stop bande en employant le comportement de coupure et d'autre part de proposer la conception d'un bloc DC pour les systèmes de communication micro ondes.

Les résultats sont comparés avec ceux de plusieurs méthodes et parfois avec ceux des données analytiques ou mesurées.



# CONCLUSION GÉNÉRALE

## CONCLUSION

Le présent travail a été consacré à l'analyse et la conception des dispositifs micro-électroniques à ferrite par la méthode des éléments finis. Dans une première étape, nous avons rappelé les concepts fondamentaux du ferrimagnétisme, afin de bien comprendre les relations entre ses propriétés fondamentales et son champ d'application.

Dans une deuxième étape, nous avons étudié le comportement magnétique des ferrites, ainsi que la variation de la perméabilité magnétique qui a une forme tensorielle dans le cas des corps anisotropes ferrimagnétiques. L'objet de cette partie est de déterminer les éléments de ce tenseur (tenseur de Polder) en définissant d'abord l'équation de mouvement du vecteur magnétisation c'est à dire la précession du moment magnétique au sujet d'un champ magnétique statique  $H_0$  et d'un champ hyperfréquence, ensuite la résolution de cette équation en tenant compte de l'amortissement.

La caractérisation de la plupart des lignes micro-rubans implique un formalisme très compliqué. Pour cette raison, les solutions analytiques ne sont pas les meilleures. Par contre la méthode des éléments finis (MEF) est l'une des méthodes numériques la plus excessivement utilisée pour résoudre ce genre de problèmes. Afin d'évaluer rigoureusement les caractéristiques de propagation d'une ligne micro-ruban à base d'un matériau anisotrope inhomogène (ferrites et/ou diélectriques) au moyen de la MEF, une analyse vectorielle de l'onde électromagnétique est exigée. Des formulations sous la MEF, utiles pour analyser les structures complexes des lignes micro-rubans, ont été développées dans ce cadre.

Une analyse des lignes micro rubans pour différentes configurations a ensuite été abordée à travers l'établissement d'un logiciel de simulation conçu sous l'environnement MATLAB. Ce logiciel permet le calcul des paramètres caractéristiques des structures de propagation tout en tenant compte de l'influence des différents paramètres physiques et

géométriques (la fréquence de fonctionnement, la magnétisation à saturation ( $4\pi M_s$ ), le champ statique appliqué  $H_0$ , les dimensions de la structure,...) sur les paramètres primaires et secondaires des lignes micro rubans.

Le problème d'analyse abordé permet de simplifier la formulation de la théorie d'électromagnétisme en présence d'un matériau anisotrope et tenir compte de l'ensemble des paramètres physiques et géométriques, ainsi que les pertes dans les diélectriques (isotropes et/ou anisotropes).

Les structures étudiées ont été analysées avec succès pour des milieux inhomogènes anisotropes et/ou isotropes, car la méthode des éléments finis reste souple et précise et elle peut être aisément étendue à l'analyse des lignes avec discontinuités.

L'extension de notre logiciel à l'analyse des structures en trois dimensions, sous l'environnement MATLAB, permet d'étudier d'autres structures ayant des dimensions variables le long de la direction de propagation telle que la ligne à méandre ce qui ouvre de réelles perspectives de développement de notre travail.

# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES



[1] F. BERTEIN, J. CHANV et al.

*Traité d'électricité.*

Tome III, L'électricité et la matière, Masson, 1997.

[2] J. P. PEREZ, R. CARLES et R. FLECKINGER.

*Electromagnétisme, fondement et application.*

Masson, 1997.

[3] Maurice Gerl et Jean-Paul Issi.

*Physique des matériaux (TM volume 8).*

Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1997.

[4] Philippe Robert.

*Matériaux de l'électrotechnique (TE volume II).*

Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1989.

[5] EMMANUEL perl.

*Les milieux magnétiques.*

Em2-Matériaux.doc, 1999.

[6] H. HADDAR.

*Modèles asymptotiques en ferromagnétisme : couches minces et homogénéisation.*

Thèse de doctorat, Ecole nationale des Ponts et Chaussées, décembre 2000.

[7] LAX and BUTTON.

*Microwave ferrites and ferrimagnetics.*

Mc. GRAW-HILL.

[8] E. Durand.

*Magnétostatique.*

Masson, 1968.

[9] D. Jiles Chapman et al.

*Introduction to Magnetism and Magnetic Materials.*

London, 1991.

- [10] **Pascal LE ROUX.**  
*Contribution à l'étude des résonateurs à ferrite application a la caractérisation des échantillons gyromagnétiques.*  
 Thèse de doctorat de l'université de Limoges, France 1987.
- [11] **Eric BOIS.**  
*Contribution à la modélisation de circulateurs à ferrite en structure tri plaque par développements modaux.*  
 Thèse de doctorat de l'université de Limoges, France 1994.
- [12] **A. BONNET-BENDHIA, K. RAMDANI.**  
*Mathematical analysis of conductive and superconductive transmission lines.*  
 Applied Mathematics, 2000.
- [13] **F.W. Van Keuls, R.R. Romanofsky, and F.A. Miranda.**  
*Several Microstrip Based Conductor/Thin Film Ferroelectric Phase Designs Using (Yba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-6</sub>)/SrTiO<sub>3</sub>/LaAlO<sub>3</sub> Structures.*  
 Integrated Ferroelectrics, Vol.22, no.1-4, pp.393-901, 1998.
- [14] **TSUTSUMI, M., and FUKUSAKO, T.**  
*Broadband magnetically tunable superconducting microstrip resonator using yttrium iron garnet single crystal.*  
 Electron. Lett., 1997, 33, (8), pp.687-688.
- [15] **HELSZAJN.**  
*Principales of microwave ferrite Inginiring.*  
 England, 1969.
- [16] **F. CARDIOL.**  
*Traité d'électricité.*  
 Volume III, électromagnétique, presses polytechnique et universitaires Romandes, 1996.
- [17] **M. KHELIF.**  
*Simulation numérique de résonateurs radiofréquences et applications en RMN à des études de très haute température.*  
 Thèse de Doctorat U.P.M.C Paris, 1991.
- [18] **G. FORTERRE.**  
*Les dispositifs gyromagnétiques microondes validité des méthodes de calcul et problèmes actuels.*  
 Revue Technique Thomson-CSF Vol.16 n°4, 1984.

- [19] T. MONEDIERE.  
*Caractérisation fréquentielle des pertes magnétiques hors gyrorésonance ( $\Delta H_{\text{eff}}$ ) des ferrites. Etude comparative de trois structures résonnantes*  
 Thèse de doctorat de l'université de Limoges, France 1990.
- [20] R. Badoual, Ch. MARTIN.  
*Composants - Antennes - Fonctions - Mesures.*  
 Massons, 1995.
- [21] Lezhu Zhou and Lionel E. Davis.  
*Finite-Element Method with Edge Elements for Waveguides Loaded with Ferrite Magnetized in Arbitrary Direction.*  
 IEEE transactions on microwave theory and techniques, Vol, 44, NO, 6, JUNE, 1996.
- [22] McCurrie.  
*Ferromagnetic Materials.*  
 Academic Press, London, 1994.
- [23] Fred Gardiol.  
*Traité d'électricité : hyperfréquence.*  
 Dunod, paris, 1981.
- [24] C. GARING.  
*Magnétisme : statique , induction et milieux.*  
 Editions Ellipses, 1999.
- [25] José-Philippe Pérez, Robert Carles et Robert Fleckinger.  
*Electromagnétisme : Fondements et applications.*  
 Masson, 1997.
- [26] G. Dubost.  
*Propagation libre et guidée des ondes électromagnétiques.*  
 Masson, 1995.
- [27] MATLAB.  
*Partial Differential Equation Toolbox User's Guide.*  
 MathWorks, 1997.
- [28] Zerrouk Sidi Ali Mebarek.  
*Supports de transmission et composants micro-ondes.*  
 Office des publications universitaires, Alger 1995.

[29] T. C. Edwards.

*Conception des circuits micro ondes micro-électronique.*  
Masson, 1984.

[30] R. BADOUAL, Ch. MARTIN et S. JAQUET.

*Micro-ondes.*

Tome II, Composants - Antennes - Fonctions - mesures, Masson, 1995.

[31] M. HORNO, F. L. MESA, F. MEDINA and R. MARQUES.

*Quasi-TEM Analysis of multilayered, multiconductor coplanar structures with dielectric and magnetic anisotropy including substrate losses.*

IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol 38, N°8, 1990.

[32] Peter Thoma and Thomas Weiland.

*Numerical Stability of Difference Time Domain Methods.*

IEEE Transactions on Magnetics, Vol, 34, NO, 5, September, 1998.

[33] Jean-Pierre Faroux et Jacques Renault.

*Electromagnétisme : équation de Maxwell et phénomènes d'induction.*

Dunod, 1998.

[34] Peng Thian Teo, K.A. Jose, Y.B. Gan, V.K. Varadan.

*Adaptive ferroelectric phased shifters for phased array antenna.*

IEEE transactions on microwave theory and techniques, Center for the Engineering of electronic and acoustic materials, the pennsylvania state university, Singapore 118230, 1996.

[35] M. I. Sobhy, M.W.R. Ng, R.J. Langley et J.C. Batchelor.

*TLM analysis of microstrip patch antenna on ferrite substrate.*

IEEE transactions on microwave theory and techniques, University of Kent at Canterbury, Canterbury, Kent, CT2 7NT, U.K, 1999.

[36] S. BOLIOLI, H. BENZINA, H. BAUDRAND and B. CHAN.

*Centimeter-wave microstrip phase shifter on a ferrite-dielectric substrate.*

IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol 37, N°4, 1989.

[37] M. FEHAM.

*Méthode des éléments finis : Application à l'étude des caractéristiques électromagnétiques des résonateurs diélectriques.*

Thèse de Docteur - Ingénieur, université de Limoges, France 1990.

[38] Fred Gardiol.

*Traité d'électricité : électromagnétisme.*

Presses polytechniques et universitaires Romandes, 1996.

[39] Alain Marvani et Denis Roux.  
*Electromagnétismes : cours avec exercices résolus.*  
Masson, 1997.

[40] A.R. Djordjevic, D.D. Cvetković, G.M. Cujic and MBBazdar.  
*Circuit-Analysis Models for Multiconductor Transmission Lines*  
Artech House Publishers, London 1996.

[41] T.Fukusako, Y.Seki et N.Mita.  
*Dispersion characteristic of microstrip line using ferrite substrate magnetised longitudinally.*  
IEE Electronic Letters Online, vol 34, N°16, 1998.

[42] FUKUSAKO, T and TSUTSUMI, M.  
*Superconducting microstrip resonator with yttrium iron garnet single crystal.*  
IEEE Trans. Microw. Theory Tech, 1997, 45, (11), pp. 2013-2017.

[43] STANCIL, D.D.  
*Theory of magnetostatic wave.*  
Springer Verlag, 1993.

[44] E.Drake, F.Medina and M.Horno.  
*An Improved Iterative Technique for the Quasi-TEM Analysis of Generalized Planar Lines.*  
IEEE Trans. Microw. Theory Tech, , vol 40, N°4, 1992.

[45] S.K.Koul and B.Bhat.  
*Microwave and Millimeter Wave Phase Shifters.*  
British Library Cataloguing in Publication Data, 1991.

[46] H. OGAWA and T. ITOH.  
*Slow-wave characteristics of ferromagnetic semiconductor microstrip line.*  
IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol 34, N°12, 1986.

[47] Z. PANIC and R. MITTRA.  
*Quasi-TEM Analysis of Microwave Transmission Lines by the Finite Element Method.*  
IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol 44, N°11, 1986.

[48] T. o. McSpadden, Lu Fan and Kai Chang  
*Ka-Band Beam Steering Reflectarray Study*  
IEEE transactions on microwave theory and techniques, 1999.

[49] J.P. VABRE.  
*Electronique des impulsions.*  
Masson et Cie, Tome VI, 1972.

[50] Maria Rosa, M.L.Albuquerque et Adaildo G.d'Assunção.  
*Design procedure for microstrip DC blocks.*  
IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol 34, N°4, 1998.

[51] D. KAJFEZ and B.S. VIDULA.  
*Design equations for symmetric microstrip dc blocks.*  
IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol 81, N°5, 1997.



# ANNEXES

ANNEXE A : MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS	125
A.1. INTRODUCTION	125
A.2. MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS	125
A.2.1. APPROXIMATION INTERNES	125
A.2.1.1. Approximation nodale	126
A.2.1.2. Approximation par éléments finis	127
A.2.2. ÉLÉMENTS DE MAILLAGE	127
A.2.3.1. Éléments de références et éléments réels	128
A.2.3. MAILLAGE TRIANGULAIRE DE LAGRANGE	129
A.2.3.1. Coordonnées barycentriques	129
A.2.3.2. Fonctions d'interpolation sur l'élément triangulaire	130
A.2.3.3. Fonction de base de l'élément triangulaire	131
A.2.3.4. Cas d'un élément triangulaire mixte	131
A.3. NOTION SUR LE MAILLAGE ADAPTATIF	131
ANNEXE B : CARACTERISTIQUES DES FERRITES POUR MICRO-OND	133
ANNEXE C : TABLEAUS DES UNITÉS ET DES CONSTANTES	136
C.1. INTRODUCTION	136
C.2. LES TERMES MAGNÉTIQUES LES PLUS IMPORTANTS	136
C.3. LA CONVERSION	137
ANNEXE D : FORMULES ANALYTIQUES	140
D.1. FORMULES APPROCHÉES DE J. P. VABRE	140
D.2. FORMULES ANALYTIQUES DE WHEELER	140
D.3. PARAMETRES « S »	141
ANNEXE E :	142

# ANNEXE A

## A.1. INTRODUCTION

La méthode des éléments finis est une extension des techniques d'analyse des structures en deux et trois dimensions. C'est une méthode numérique permettant la discrétisation d'un problème à l'aide d'une formulation variationnelle pour obtenir finalement des systèmes algébriques auxquels on peut appliquer différentes techniques numériques de résolution.

Le concept de base de la MEF, consiste à considérer la structure comme un assemblage d'éléments indépendants.

## A.2. MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Dans le chapitre VI, on a remarqué que, pour analyser un tel composant microélectronique, la structure est divisée en un grand nombre d'éléments reliés entre eux par un nombre fini de nœuds.

C'est la nouvelle idée de la MEF qui consiste à l'utilisation d'éléments à deux ou trois dimensions deux ou trois pour la modélisation du continu. Pour cela, elle fait appel à des approximations internes.

### A.2.1. APPROXIMATION INTERNES

#### A.2.1.1. APPROXIMATION NODALE

Lorsqu'un système physique est décrit par une fonction exacte  $U_{ex}(x)$  ( $x \in \mathbb{R}^n$ ), cette fonction n'est connue qu'en  $m$  points,  $x_i \in \mathbb{R}^n$  appelés nœuds.

Puisque nous voulons trouver l'expression analytique représentant ce système, soit alors  $U(x)$  la fonction approchée de  $U_{ex}(x)$  telle que l'erreur est  $e(x) = U(x) - U_{ex}(x)$ .

Pour que l'erreur soit faible, on choisit des fonctions  $U(x, a_1, a_2, \dots, a_n)$  dépendant de  $m$  paramètres  $a_i$  et on fait coïncider  $U_{ex}(x)$  avec  $U(x)$  en  $m$  points  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ .

Soit  $U_{ex}(x_i) = U(x_i, a_1, a_2, \dots, a_m)$ .

La fonction  $U(x)$  est le plus souvent linéaire en  $a_i$ , soit :

$$U(x, a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^m a_i p_i(x) \quad (\text{A.1})$$

avec :  $p_i(x)$  sont les fonctions de base.

$a_i$  sont les paramètres généraux de l'approximation, on les choisit comme étant les valeurs de la fonctions  $U_{ex}$  sur les nœuds  $x_i$  ;  $U(x_i) = U_{ex}(x_i) = u_i$ .

$U(x)$  s'écrit alors :

$$U(x) = \sum_{i=1}^m N_i(x) \cdot u_i \quad (\text{A.2})$$

avec :  $u_i$  sont les paramètres nodaux.

$N_i(x)$  les fonctions d'interpolation ( $N_i(x_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$ ).

### A.2.1.2. APPROXIMATION PAR ELEMENTS FINIS

Lorsque le nombre de nœuds devient important ou lorsque la fonction  $U(x)$  doit satisfaire des conditions aux frontières de la géométrie à étudier, on utilise dans ce cas, une autre approximation dite approximation par éléments finis.

Elle consiste à diviser un domaine  $D$  (maillage) en sous domaines  $D^e$  (élément de maillage) et à approximer la fonction  $U_{ex}(x)$  par une fonction  $U^e(x)$  qui doit satisfaire les conditions de continuité entre les différents sous domaines  $D^e$ .

Des conditions doivent être respectées pour faire ce maillage :

- Il ne doit y avoir aucun recouvrement de deux éléments (figure A.1.a).
- La somme de tous les éléments  $D^e$  doivent constituer un domaine aussi proche que possible du domaine  $D$ . On peut tolérer une erreur de discrétisation géométrique quand le domaine est constitué par des limites complexes (figure A.1.b), cette erreur peut être réduite par la diminution des tailles des éléments  $D^e$  et par conséquence l'augmentation de leurs nombre.

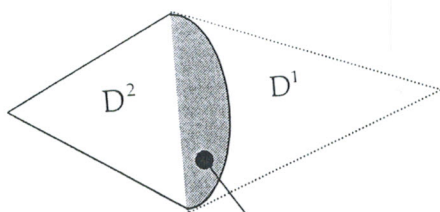


Figure A.1.a : Recouvrement de deux éléments.

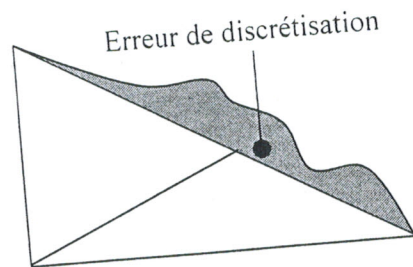


Figure A.1.b : Erreur de discrétisation.

## A.2.2. ELEMENTS DE MAILLAGE

Dans notre analyse on a utilisé le maillage en éléments triangulaire défini par trois nœuds (figure A.2.b), mais il existe le maillage à une dimension (figure A.2.a) et à trois dimensions (figure A.2.c).

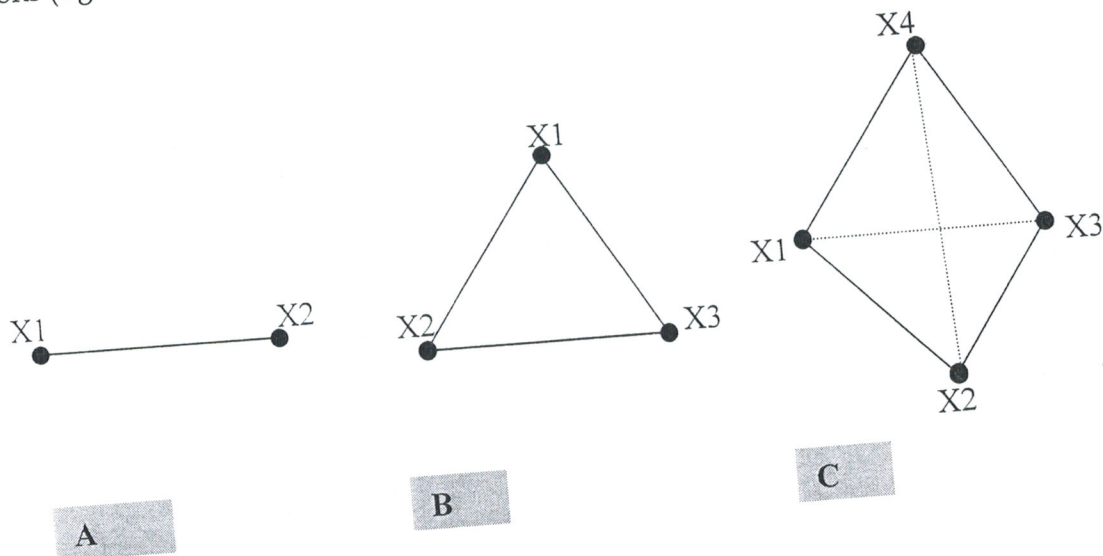


Figure A.2 : Différents types d'éléments de maillage.

### A.2.3.1. ELEMENTS DE REFERENCES ET ELEMENTS REELS

Généralement, le calcul des fonctions d'interpolation  $N(x)$  est difficile à mener sur élément réel (élément  $D^e$  du maillage dans le repère des coordonnées associé à l'étude du problème). On préfère souvent mener le calcul de ces fonctions sur un élément dit élément de référence (élément du maillage dans le repère des coordonnées locales ou barycentriques).

Tout point de l'élément de référence est repéré dans ces coordonnées locales  $(\xi, \zeta)$  ou dans ces coordonnées barycentriques  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ . Les coordonnées locales sont liées aux coordonnées barycentriques par :

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1 - \lambda_2 - \lambda_3 \\ \lambda_2 = \xi \\ \lambda_3 = \zeta \end{cases} \quad (A.3)$$

On définit ainsi une fonction de transformation géométrique  $F_T$  de l'élément de référence à l'élément réel (figure A.3).

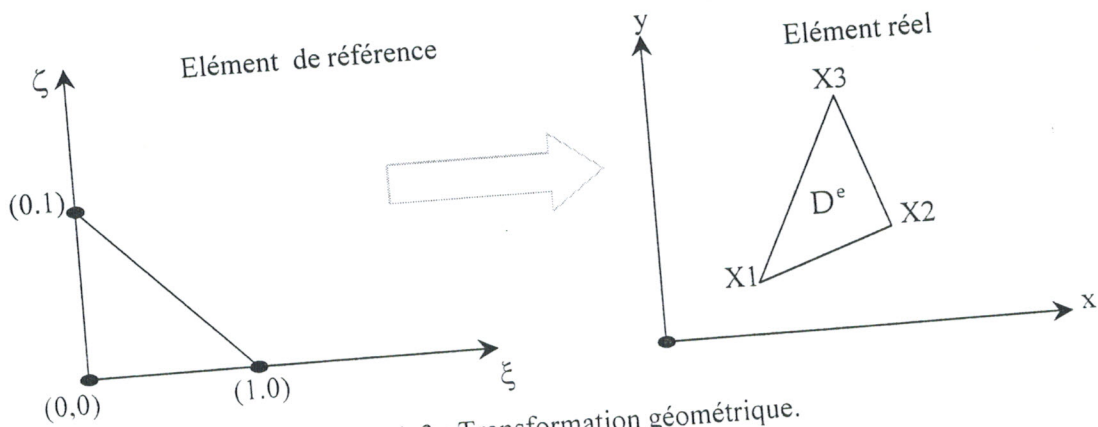


Figure A.3 : Transformation géométrique.

Soit :

$$X(\lambda) = \{\bar{N}(\lambda)\} \{X\} \tag{A.4}$$

Où  $\{X\}^t = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  et les  $X_i$  sont les coordonnées des  $n$  nœuds de l'élément.

D'après l'équation (I.2) et en utilisant la transformation géométrique  $F_T$ , l'approximation  $U(x)$  devient :

$$U(X(\lambda)) = U(\lambda) = \{N(\lambda)\} \{u\} \tag{A.5}$$

avec :  $N(\lambda)$  sont les fonctions d'interpolation sur l'élément de référence.

$\bar{N}(\lambda)$  sont les fonctions de transformation géométrique.

### A.2.3. MAILLAGE TRIANGULAIRE DE LAGRANGE

C'est le maillage le plus souvent utilisé, il utilise le triangle noté  $K$  défini par trois nœuds géométriques comme élément de maillage  $D^e$  (figure A.4).

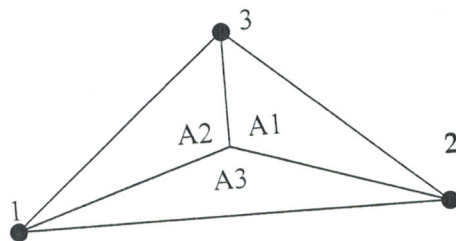


Figure A.4 : Représentation des coordonnées barycentriques d'un triangle.

### A.2.3.1. COORDONNEES BARYCENTRIQUES

Pour l'élément triangulaire K, les coordonnées barycentriques  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  sont définies

par :

$$\begin{cases} \lambda_1 = A_1 / A \\ \lambda_2 = A_2 / A \\ \lambda_3 = A_3 / A \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Où A est l'air de l'élément K,  $A_i$  représente l'air du triangle limité par les coordonnées (x,y).

Les coordonnées barycentriques sont liées aux coordonnées cartésiennes par le système

suivant :

$$\begin{cases} x = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 \\ y = \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \lambda_3 y_3 \\ 1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

ou encor :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{Bmatrix} = [M_k] \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{Bmatrix}; \quad [M_k] = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \det[M_k] = 2 \cdot \Delta K.$$

avec :  $\Delta K$  l'air de l'élément K.

### A.2.3.2. FONCTIONS D'INTERPOLATION SUR L'ELEMENT TRIANGULAIRE

L'interpolée de la fonction inconnue  $U_{ex}(x)$  sur l'élément K, notée  $\Pi_k U_{ex}(x, y)$  est définie

par :

$$\Pi_k U_{ex}(x, y) = \sum_{i=1}^m N_i(x, y) \cdot U_{ex}(x, y) \quad (\text{A.8})$$

Les fonctions d'interpolation  $N_i(x, y)$  sont des polynômes de LAGRANGE de degré k ( $k \geq 1$ ), constituant une base de l'espace vectoriel  $p_k$  des polynômes de degré k sur le triangle K. La dimension de  $p_k$  qui est aussi le nombre de polynômes d'interpolation  $N_i$  sur

K est donnée par :  $d = (k+1)(k+2)/2$ .

Chaque nœud est représenté alors par un triplet d'entiers  $(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$  tel que :

$$\begin{cases} \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = k \\ 0 \leq \mu_i \leq k \\ \lambda_i = \mu_i / k \end{cases} \quad \text{où } (1 \leq i \leq 3) \quad (\text{A.9})$$

Pour des polynômes de LAGRANGE de degré 1, on aura trois noeuds d'interpolation confondus avec les sommets du triangle. Les coordonnées barycentriques des ces trois sommets sont présentées sur le tableau suivant :

Numéro du noeud	1	2	3
$\lambda_1$	1	0	0
$\lambda_2$	0	1	0
$\lambda_3$	0	0	1

Ainsi l'interpolée de  $U_{ex}(x, y)$  s'exprime par :

$$\Pi U_{ex}(x, y) = \sum_{\mu} N_{\mu}(x, y) \cdot U_{\mu}(x_{\mu}, y_{\mu}) \quad (A.10)$$

Remarque : Si  $b = (b_1, b_2, b_3)$  est un noeud de l'élément K auquel on associe le polynôme de LAGRANGE  $N_{\mu}$  alors :

$$N_{\mu}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu = b \\ 0 & \text{si } \mu \neq b \end{cases}$$

Pour un polynôme de LAGRANGE  $N_{\mu}$  d'ordre 1, on obtient les résultats suivants :

Numéro du noeud	1	2	3
$N_{\mu}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$

### A.2.3.3. FONCTION DE BASE DE L'ELEMENT TRIANGULAIRE

Les fonctions de base relatives à l'élément réel, s'obtiennent en explicitant les coordonnées barycentriques en fonction des coordonnées des sommets de K grâce à la transformation  $F_T$ .

Une approximation par l'élément de degré 1 nécessite deux degrés de liberté par arrête. Les degrés de liberté s'expriment sur une arrête  $a_1$  par :

$$a_{a_1, j}(\bar{p}) = \int_{a_1} (\bar{p} \cdot \bar{\tau}) \cdot \psi_j \cdot da_1 \quad (A.11)$$

où :  $a_1$  désigne le numéro de l'arrête ( $1 \leq i \leq 3$ ),

$J$ , le numéro du degré de liberté sur l'arrête ( $1 \leq j \leq 2$ ),

$\bar{p} = \sum_{i=1}^3 \bar{p}_i \cdot N_i$ , approximation de LAGRANGE,

$\psi_j$  une fonction de base pour une approximation de type LAGRANGE,

$\bar{\tau}$  un vecteur unitaire porté par l'arrête  $a_1$ .

### A.2.3.4. CAS D'UN ELEMENT TRIANGULAIRE MIXTE

Soit un triangle placé dans un repère orthonormé  $(o,x,y)$  de vecteur unitaire  $\bar{u}_x$ ,  $\bar{u}_y$  et la normal à ce plan notée  $\bar{u}_z$  (figure A.5).

Les fonctions de base  $\bar{N}_{a_{i,j}}$  associées à l'arrête  $a_i$ , s'expriment par les relations suivantes :

$$\bar{N}_{a_{1,1}} = 2\delta_1 \frac{|\bar{C}_1|}{\Delta k} \left[ 2.(\bar{u}_z \wedge \bar{C}_{1+2}).\lambda_1 + 2.(\bar{u}_z \wedge \bar{C}_{1+1}).\lambda_{1+1} \right]$$

$$\bar{N}_{a_{1,2}} = -2\delta_1 \frac{|\bar{C}_1|}{\Delta k} \left[ 2.(\bar{u}_z \wedge \bar{C}_{1+2}).\lambda_1 + 2.(\bar{u}_z \wedge \bar{C}_{1+1}).\lambda_{1+1} \right]$$

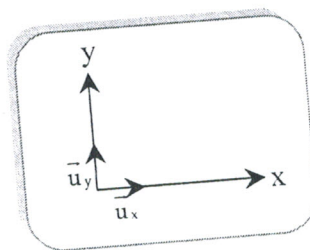
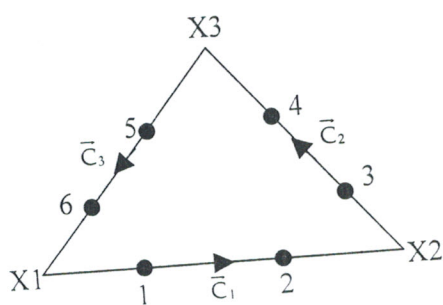


Figure A.5 : Six degré de liberté sur un triangle.

où :

-  $\bar{C}_i$  les vecteurs portés par les arrêtes  $a_i$ .

-  $\delta_i$  est un signe affecté à l'arrête  $a_i$  défini comme suite :

$$\delta_i = \begin{cases} +1 & \text{si le numéro du premier sommet de l'arrête} < \text{numéro du second} \\ +1 & \text{si le numéro du premier sommet de l'arrête} > \text{numéro du second} \end{cases}$$

-  $\lambda_i$ ,  $i \in \{1,2,3\}$  sont les coordonnées barycentriques d'un point de l'élément K.

### A.3. NOTION SUR LE MAILLAGE ADAPTATIF

Comme L'a établi Clough, « les élément éléments ne sont pas de simples morceaux découpés dans la structure originelle, mais des types spéciaux d'éléments élastiques contraints de se déformer de façon spécifique de telle sorte que toute la continuité de l'assemblage tende à être maintenu ».

La nature de la modélisation par la MEF a pour conséquence qu'en général, la précision de la solution augmente avec le nombre d'éléments considérés. Cependant, on doit aussi se



rendre compte que cette augmentation rend plus grand le temps de calcul nécessaire pour obtenir la solution et donne donc un coût plus élevé.

Dans plusieurs cas on peut utiliser une subdivision graduelle en éléments pour permettre une étude plus détaillée des régions de la structure où l'on attend une grande concentration de contraintes. Par exemple autour de la ligne micro ruban où le champ électromagnétique est plus concentré. Une telle distribution sélective d'éléments est efficace et peu économiser le temps de calcul sans perte de précision (figure A.5).

D'une autre manière, le maillage doit être graduel ou adaptatif c'est à dire que l'opération du maillage se fait en fonction de la distribution du champs électrique et magnétique.



## ANNEXE B

Nous présentons dans cette annexe, les caractéristiques fondamentales des ferrites pour micro ondes, fabriqués et commercialisés actuellement, sous forme des tableaux comme suit :

Ferrite		Perméabilité initiale
Mn-Zn	Industriel	1000 à 15000
	Laboratoire	500 à 40000
Ni-Zn	Industriel	10 à 1000
	laboratoire	5 à 4000

Tableau B.1 : Perméabilité initiale de ferrite doux.

Structure cristalline	$M_s$	$T_c$	Stabilité thermique de $M_s$	Largeur de raie de résonance effective	Largeur de raie effective	Largeur de raie d'onde de spin	Fréquence de fonctionnement (GHz)
Symbole/référence	(mT)	(°C)	( $10^{-3}/^{\circ}\text{C}$ )	(A/m)	(A/m)	(A/m)	
<b>Grenats</b>							
YIG	Y101	182	280	2.2	1600	320	160
Y-Gd	Y1x	160	280	1.8 à 0.9	4800	400	240
Y-Al	Y3xx	75	100	2.6 à 5	16000	2000	1200
		24 à 120			3200	320	160
Y-Gd-Al	Y7xx	225	150	0.5 à 3.4	4800	480	400
		39 à 102			11200	1200	1200
Y-Gd-Al	Y8x	235	150	0.2 à 3.9	4400	880	800
Y-Ca-V-Dy	Y9xx	176	225	2.7 à 3.3	12800	11200	4000
Y-Ca-V-Co	Dx	80 à 195	170		800	160	80
Y-V-Ca-Zr	Y2xx	280	180	0.8 à 1.8	2000	320	160
Y-V-Ca-In	Y4xx	92 à 96			2400	960	720
Y-Gd-V-Ca-Zr			220	3200	1040	960	
<b>Spinelles</b>							
Mg-Mn	Uxx	113	180	2.3 à 4.5	14400	480	320
Ni	Nxx	240	290	0.8 à 2	23200	720	400
		140	375		32000	1200	960
Ni-Zn	NZxx	240	550	0.8 à 1.6	12800	10400	3200
Li/Li-Zn	Axxx	230	450		36000	720	3200
		500	565		13600	320	240

Tableau B.2 : Caractéristiques des ferrites micro-ondes fabriqués et commercialisés par Tekelec Temex.

Perméabilité	Ferrite	Fréquence
1000 à 15000	MnZn	Continu à 1 MHz
10 à 1000	NiZn	1 à 500 MHz
100 à 300	Y <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	Hyperfréquence

Tableau B.3 : Quelle famille de ferrite pour q.

Ferrite	Cations site A	Cations site B	Moment magnétique site A	Moment magnétique site B	Moment calculé ( $\mu_B$ )	Moment observé
MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Fe <sup>3+</sup> /Mn <sup>2+</sup>	Mn <sup>2+</sup> /Fe <sup>3+</sup>	5	5+5	5	4.6
FeFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Fe <sup>3+</sup>	Fe <sup>2+</sup> /Fe <sup>3+</sup>	5	4+5	4	4.1
CoFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Fe <sup>3+</sup>	Co <sup>2+</sup> /Fe <sup>3+</sup>	5	3+5	3	3.7
LiFe <sub>5</sub> O <sub>8</sub>	Fe <sup>3+</sup>	Li <sup>+</sup> /Fe <sup>3+</sup>	5	0+7.5	2.5	2.6
NiFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Fe <sup>3+</sup>	Ni <sup>2+</sup> /Fe <sup>3+</sup>	5	2+5	2	2.3
CuFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Fe <sup>3+</sup>	Cu <sup>2+</sup> /Fe <sup>3+</sup>	5	1+5	1	1.3
ZnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Fe <sup>3+</sup>	Zn <sup>2+</sup> /Fe <sup>3+</sup>	5	0+5	0	0

Tableau B.4 : Aimantation à saturation à 0 k en magnéton de Bohr ( $\mu_B$ ) pour les principaux ferrites.

Ferrite	Aimantation à saturation à 0 K	Aimantation à saturation à 293 K	Température de CURIE (°)
MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0.70	0.50	300
FeFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0.64	0.60	585
CoFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0.60	0.53	520
LiFe <sub>5</sub> O <sub>8</sub>	0.42	0.39	670
NiFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0.38	0.34	585
CuFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	0.20	0.17	455

Tableau B.5 : Température de et aimantation à saturation à 0 k et 293 k pour les principaux ferrites.

Caractéristiques du matériau	
Perméabilité initiale statique	1000 ± 10%
Masse volumique (g/cm <sup>3</sup> )	4.7
Pertes totales à 1 MHz, 50mT, 100°C (mW/cm <sup>3</sup> )	470
Pertes totales à 2 MHz, 40mT, 100°C (mW/cm <sup>3</sup> )	1200
Taille moyenne des grains (µm)	6 ± 0.5
Produit $\mu_s \cdot f_r$ (GHz)	5.6

Tableau B.6 : Caractéristiques d'un ferrite Mn-Zn de puissance pour applications micro-ondes.

Symbole	Unités	Conditions de mesure	H1	H2	H3	K3	K5	K6
$\mu_i$ B <sub>crête</sub>	mT	25 °C	700 ± 20%	250 ± 20%	100 ± 20%	80 ± 20%	40 ± 20%	15 ± 20%
		25 °C	300	300	350	350	300	
		100 °C	200	250	300	300	270	
H <sub>c</sub>	A/m		1600	1600	4800	4800	4800	
		25 °C	24	80	160	160	400	12
		100 °C	16	64	144	144	320	8
T <sub>c</sub>	°C		>140	>320	>400	>400	>550	>200
$\rho$	$\Omega \cdot m$		>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
f <sub>c</sub>	MHz	25 °C	6	18	90	90	170	400
tan $\delta/\mu$	en 10 <sup>6</sup>	25 °C	<65	<60	<100	<100	<400	<600
		25 °C	0.3	1	10	10	40	100
$\alpha_F$	10 <sup>6</sup> /°C	+5°C à +25°C				4 ± 3	6 ± 6	15 ± 15
		+25°C à +55°C				4 ± 3	6 ± 6	15 ± 15
		-25°C à +25°C				4 ± 3	6 ± 6	15 ± 15

Tableau B.7 : Caractéristiques des ferrites Ni-Zn pour applications de filtrage haute et très haute fréquence.

Matériaux	Fréquences de fonctionnement	Tekelec Temex	Trans-Tech
Grenat-Al	1 à 10 GHz	Y3xx	G-250 à 1009
Grenat-Gd	1 à 10 GHz	Y1x	G-1001 à 1600
Grenat-Gd-Al	1 à 10 GHz	Y7xx	G-500 à 1400
Grenat-Ca-V	1 à 10 GHz	Y2xx	TTVG-300 à 1950
Spinelle Mg	10 à 20 GHz	Uxx	TT1-105 à 3000
Spinelle Ni	10 à 20 GHz	Nxx	TT2-101 à 4000
Spinelle Ni-Zn	10 à 20 GHz	NZxx	TT2-111 à 6000

Tableau B.8 : Références des ferrite micro-ondes les plus utilisés.

Référence	Épaisseur (mm)	Inductance ( $\mu H$ )	Q <sub>min</sub>	F <sub>mesure</sub> (MHz)	F <sub>rés.propre</sub> (MHz)	R <sub>dc</sub> max ( $\Omega$ )	I <sub>dc</sub> max
MLF1608D47NMT	0.8	0.47	10	50	260	0.30	50
MLF1608DR10KT	0.8	0.10	15	25	240	0.50	50
MLF1608DR47KT	0.8	0.47	15	25	105	1.35	35
MLF1608A1R0KT	0.8	1.0	35	10	75	0.60	25
MLF1608A4R7KT	0.8	4.7	35	10	33	2.10	15
MLF1608E5R6KT	0.8	5.6	35	4	22	1.55	5
MLF1608E100KT	0.8	10	30	2	17	1.85	3
MLF1608C150KT	0.8	15	20	1	14	1.70	1
MLF1608DR27KT	0.8	33	20	1	9	2.95	1
MLF2012DR47KT	0.85	0.47	25	25	125	0.65	200
MLF3216DR47KT	1.1	0.47	25	25	125	0.60	200

Tableau B.9 : Caractéristiques électromagnétiques des ferrites fabriquées par TDK.

## ANNEXE C

### C.1. INTRODUCTION

Dans cette annexe sont regroupées des unités magnétiques et électriques utilisées dans cette thèse. En outre, un sommaire des facteurs de conversion et d'unités fondamentales sont présentés.

Avant les années 70 en retard, pratiquement toute la littérature électromagnétisme ont employé le système CGS des unités Gaussien. Le système Gaussien CGS est basé sur deux systèmes, les unités électrostatiques (esu) et les unités électromagnétiques (emu). Les unités électrostatiques ont été définies par la loi de Coulomb décrivant la force entre deux charges électriques. De même, les unités électromagnétiques ont été définies par la force entre deux charges magnétiques. Une conséquence de cette dichotomie est que les dimensions de la charge électrique et d'autres quantités relatives sont différentes dans les systèmes (esu) et (emu). Le système Gaussien est un mélange de ces deux sous-ensembles et emploie le système (emu) pour décrire les quantités magnétiques et le système (esu) pour décrire des quantités électriques. En raison de combiner le système (emu) et le système (esu) dans le système Gaussien (CGS), et que la vitesse de la lumière dans le vide apparaît explicitement dans quelques équations traitant des effets magnétiques et électriques.

Le système international, ou le système SI des unités, est maintenant recommandé pour l'usage scientifique et commercial, comme décidé par les comités et les rédacteurs des journaux internationaux. Le système SI, ou MKSA, est basé sur quatre unités principales: mètre, kilogramme, second et ampère.

### C.2. LES TERMES MAGNÉTIQUES LES PLUS IMPORTANTS

Il y a quatre quantités magnétiques fondamentales :

B : Induction magnétique.

H : Champ magnétique.

M : Magnétisation par unité de volume.

J : Magnétisation.

Dans le système SI, le rapport entre B, H, M, et J est donné par :

$$B = \mu_0 \cdot H + J \quad (C.1)$$

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (C.2)$$

$$J = \mu_0 M. \quad (C.3)$$

Dans l'espace libre un champ magnétique produit une induction magnétique donnée par  $B = \mu_0 H$ . Si l'espace est rempli par n'importe quel matériel magnétique la magnétisation produira une induction magnétique additionnelle donnée par  $\mu_0 M$ . L'induction totale est la somme de ces deux contributions et elle est donnée par l'équation (C.2).

D'après l'équation (C.1) les dimensions de B et J sont les mêmes et l'unité appropriée est le Weber/m<sup>2</sup> ou le tesla. De même, pour l'équation (C.2), les dimensions de H et M sont identiques et l'unité appropriée est l'ampère m<sup>-1</sup>.

Une autre quantité relative est la susceptibilité magnétique de volume ( $\chi$ ) est définie par :

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{J}{\mu_0 H} \quad (C.4)$$

La susceptibilité magnétique de volume est donc sans dimensions.

Dans le système de CGS, le rapport entre B, H, M, et J est donné par :

$$B = H + 4\pi J \quad (C.5)$$

$$M = J \quad (C.6)$$

La susceptibilité de volume est donnée par l'équation (C.4) est également sans dimensions. Cependant, juste parce que les dimensions de ces quantités sont identiques, il n'y a aucune raison d'avoir les mêmes noms pour les unités. L'unité pour B est le Gauss (G), pour H est le oersted (OE), et pour M et J est emu/cm<sup>3</sup>. Souvent H et M sont donnés en Gauss et aucune distinction n'est faite entre J et M.

### C.3. LA CONVERSION

Les facteurs de conversion entre B, H, M et J dans le SI et CGS sont comme suit:

$$B : 1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$$

$$H : 1 \text{ A.m}^{-1} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe}$$

$$M : 1 \text{ A.m}^{-1} = 10^{-3} \text{ emu.cm}^{-3}$$

$$J : 1 \text{ T} = 10^4 / 4\pi \text{ emu.cm}^{-3}$$

De divers paramètres et facteurs de conversion sont présentés dans les tables si dessous. Les tableaux C.1 et C.2 récapitule les facteurs de conversion pour des unités respectivement magnétiques et électriques. Tandis que le tableau C.3, des constantes physiques fondamentales sont récapitulés.

Définition	Symbole	Unité (SI)	Unité (CGS)	Conversion
Induction magnétique	B	Tesla(T)	Gauss(G)	1 T=10 <sup>4</sup> G
Induction rémanente	B <sub>r</sub>			
Champ magnétique	H	A m <sup>-1</sup>	Oersted(Oe)	1 A.m <sup>-1</sup> =4 π 10 <sup>-3</sup>
Moment magnétique	M	A m <sup>2</sup>	emu=G cm <sup>3</sup>	1 A.m <sup>2</sup> =10 <sup>3</sup> emu
Moment orbital	M <sub>o</sub>			
Aimantation à saturation	M <sub>s</sub>	T	G	1 T=10 <sup>4</sup> /4 π emu cm <sup>-3</sup>
Intensité d'aimantation	I			
Force magnétique	F	A	Gilbert (Gb)	1 A = 4 π / 10Gb
Susceptibilité magnétique	χ			1(SI)=10 <sup>4</sup> /4 π (cgs)
Perméabilité magnétique	μ	H m <sup>-1</sup>	G Oe <sup>-1</sup>	1 H m <sup>-1</sup> =10 <sup>7</sup> /4 π G Oe <sup>-1</sup>
Facteurs de démagnétisation	N			1(SI)=4 π (cgs)
Constants d'anisotropie	K <sub>1</sub> ,K <sub>2</sub> ,K <sub>3</sub> ..	J m <sup>-3</sup>	J m <sup>-3</sup>	1 J m <sup>-3</sup> =10 erg cm <sup>-3</sup>
Énergie d'échange	E <sub>é</sub>	Joule (J)	erg	1 J = 10 <sup>7</sup> erg

G (gauss), T (Tesla), Oe (Oersted), H (Henry), A (Ampere), J (Joule).

Tableau C. 1 : Quantités magnétiques et leurs conversions.

Définition	Symbole	Unité (SI)	Unité (CGS) emu	Unité (CGS) esu
Charge électrique	q	1 coulomb	0.1 abcoulomb	0.1c statcoulomb
Courant électrique	i	1 A	0.1 abampere	0.1c statmpere
Potentiel électrique	v	1 V	10 <sup>8</sup> abvolt	10 <sup>8</sup> c <sup>-1</sup> statvolt
Résistance	R	1 Ω	10 <sup>9</sup> cm s <sup>-1</sup>	10 <sup>9</sup> c <sup>-2</sup> s cm <sup>-1</sup>
Capacité	C	1 F	10 <sup>-9</sup> s <sup>2</sup> cm <sup>-1</sup>	10 <sup>-9</sup> c <sup>2</sup> cm
Inductance	L	1 H	10 <sup>9</sup> cm	10 <sup>9</sup> c <sup>-2</sup> s <sup>2</sup> cm <sup>-1</sup>
Conductance	G	1 S	10 <sup>-9</sup> cm <sup>-1</sup> s	10 <sup>-9</sup> c <sup>-2</sup> cm s <sup>-1</sup>

Densité de charge	$\rho_s$	1 C m <sup>-2</sup>	10 <sup>-7</sup> abcoul cm <sup>-2</sup>	10 <sup>-7</sup> c statcoul cm <sup>-2</sup>
Densité de courant	$J_s$	1 A m <sup>-2</sup>	10 <sup>-5</sup> abamp cm <sup>-2</sup>	10 <sup>-5</sup> c statamp cm <sup>-2</sup>
Champ électrique	E	1 V m <sup>-1</sup>	10 <sup>6</sup> abvolt cm <sup>-1</sup>	10 <sup>6</sup> c <sup>-1</sup> statvolt cm <sup>-1</sup>
Vecteur de déplacement	D	1 C m <sup>-2</sup>	4 $\pi$ 10 <sup>-5</sup> abcoul cm <sup>-2</sup>	4 $\pi$ 10 <sup>-5</sup> c statcoul cm <sup>-2</sup>
Conductivité électrique	$\sigma$	1 S m <sup>-1</sup>	10 <sup>-11</sup> cm <sup>-2</sup> s	10 <sup>-11</sup> c <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>
Résistivité électrique	$\rho$	1 $\Omega$ m <sup>-1</sup>	10 <sup>11</sup> cm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	10 <sup>11</sup> c <sup>-2</sup> s
Permittivité électrique	$\epsilon$	1 F m <sup>-1</sup>	10 <sup>-11</sup> cm <sup>-2</sup> s <sup>2</sup>	10 <sup>-11</sup> c <sup>2</sup> esu

v (volt), s (seconde), C (coulomb), F (Farraday),  $\Omega$  (ohm).

Tableau C. 2 : Quantités électriques et leurs conversions.

Définition	Symbole	Valeur	Unité (SI)
Vitesse de la lumière	c	3 . 10 <sup>8</sup>	m.s <sup>-1</sup>
Perméabilité du vide	$\mu_0$	4 $\pi$ 10 <sup>-7</sup>	H m <sup>-1</sup>
Permittivité du vide	$\epsilon_0$	1/ $\mu_0 c^2$	F m <sup>-1</sup>
Constante de PLANCK	H	6.6260755(40)	10 <sup>-34</sup> J.s
Constante de BOLTZMAN	K	1.380658(12)	10 <sup>-23</sup> J K <sup>-1</sup>
Charge de l'électron	E	1.60217733(49)	10 <sup>-19</sup> C
Magnéton de BOHR	$\mu_B$	9.2740154(31)	10 <sup>-34</sup> J T <sup>-1</sup>
Masse de l'électron	M	9.1093897(54)	10 <sup>-31</sup> kg
Rapport gyromagnétique	$\gamma$	26752.2128(81)	10 <sup>4</sup> s <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup>
Constante de WEISS	$\lambda$		

k (kennelly).

Tableau C. 3 : Constantes physiques fondamentales.



## ANNEXE D

### D.1. FORMULES APPROCHEES DE J.P. VABRE

J.P. VABRE a présenté des formules approchées pour calculer les impédances  $Z_{ce}$  et  $Z_{co}$  du système formé par deux lignes micro rubans homogènes plongées entre deux conducteurs plans :

$$\begin{array}{lll} H = b - t - h & a' = a - w & \\ \text{Pour } H \leq a & \text{alors} & m = h + H + 2\sqrt{hH} \\ \text{Pour } H > a & \text{alors} & m = h + 2\sqrt{hH} \end{array}$$

$$C_f = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{b-t}{H} \ln \frac{b-t}{h} + \frac{b-t}{h} \ln \frac{b-t}{H} \right]$$

$$C_{fe} = \frac{a'}{m} - \frac{1}{\pi} \ln \left( \operatorname{ch} \frac{\pi a'}{m} \right)$$

$$C_{fo} = \frac{a'}{m} - \frac{1}{\pi} \ln \left( \operatorname{sh} \frac{\pi a'}{m} \right)$$

ainsi :

$$Z_{ce} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{\frac{1}{4} w \left( \frac{1}{h} + \frac{1}{H} \right) + C_f + C_{fe}}$$

$$Z_{co} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{\frac{1}{4} w \left( \frac{1}{h} + \frac{1}{H} \right) + C_f + C_{fo}}$$

**Remarque :**

Ces formules ne sont valables que pour :

$$\frac{w}{b-a} > 0.35, \quad \frac{t}{w} \ll 1, \quad \frac{t}{a-w} \ll 1$$

### D.2. FORMULES ANALYTIQUES DE WHEELER

WHEELER a établie des relations analytiques permettant de déduire directement la variation de la permittivité effective d'une ligne planaire en fonction du rapport  $w/h$  données par :

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} f(w/h) - \frac{\epsilon_r - 1}{4.6} \frac{t/w}{\sqrt{w/h}}$$

où la fonction  $f(w/h)$  est donnée par :

$$f(w/h) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 + 12(h/w)}} + 0.04(1 - w/h)^2 & \text{si } w/h \leq 1 \\ \frac{1}{\sqrt{1 + 12(h/w)}} & \text{si } w/h > 1 \end{cases}$$

### D.3. PARAMETRES « S »

Pour quelques éléments de circuit, la matrice de dispersion « S » peut être déduite directement à partir des paramètres primaires en utilisant les formules suivantes :

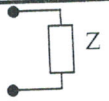
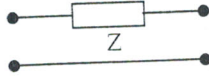
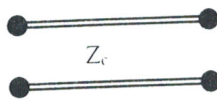
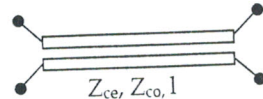
élément de circuit	Paramètres S
	$\frac{Z - Z_R}{Z + Z_R}$
	$\frac{1}{Z + 2Z_R} \begin{bmatrix} Z & 2Z_R \\ 2Z_R & Z \end{bmatrix}$
 $\gamma = \alpha + j\beta$ , $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$	$\frac{1}{Z_0^2 + Z_R^2 + 2Z_0 Z_R \coth(\gamma l)} \begin{bmatrix} Z_0^2 - Z_R^2 & 2Z_0 Z_R \operatorname{csch}(\gamma l) \\ 2Z_0 Z_R \operatorname{csch}(\gamma l) & Z_0^2 - Z_R^2 \end{bmatrix}$
 $Z_{ce}, Z_{co}, l$	$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & S_{11} & S_{12} \\ S_{14} & S_{13} & S_{12} & S_{11} \end{bmatrix}$ $S_{11} = \frac{S_{11e} + S_{11o}}{2}$ , $S_{12} = \frac{S_{11e} - S_{11o}}{2}$ $S_{13} = \frac{S_{12e} - S_{12o}}{2}$ , $S_{14} = \frac{S_{12e} + S_{12o}}{2}$ $S_{11e,o} = \frac{Z_{ce,o}^2 - Z_R^2}{Z_{ce,o}^2 + Z_R^2 + 2Z_{ce,o} Z_R \coth(\gamma_{e,o} l)}$ $S_{12e,o} = \frac{2Z_{ce,o} Z_R}{Z_{ce,o}^2 + Z_R^2 + 2Z_{ce,o} Z_R \coth(\gamma_{e,o} l)} \cdot \sinh(\gamma_{e,o} l)$
— ligne de transmission couplées.	

Tableau D. 1 : Paramètres « S ».

## ANNEXE E

Comme on a vu dans le chapitre III, la relation (III.48) donne, en régime d'onde quasi-TEM l'énergie électrique emmagasinée dans la structure :

$$\overline{W}_{em} = \frac{1}{4} \iint \epsilon_0 \epsilon_r(x, y) \overline{E}_t \cdot \overline{E}_t^* dx dy$$

or, on a:

$$\iint_{\Omega} \epsilon_r \overline{E}_t \cdot \overline{E}_t^* dx dy = \iint \epsilon_r v \cdot \Delta v dx dy - \sum_{i < j} \int_{\gamma_{i,j}} v^* (\epsilon_{ri} \overline{\text{grad}}(v_i \cdot \overline{n}_i) + \epsilon_{rj} \overline{\text{grad}}(v_j \cdot \overline{n}_j)) \cdot d\gamma_{i,j} - \sum_{p=1}^{N_c} \int_{\Gamma_p} \epsilon_{ri} v^* \cdot \overline{\text{grad}}(v \cdot \overline{n}) \cdot d\Gamma_p$$

Comme  $\Delta v = 0$  et que  $\epsilon_i \overline{\text{grad}}(v_i) \cdot \overline{n}_i + \epsilon_j \overline{\text{grad}}(v_j) \cdot \overline{n}_j = 0$ , on obtient :

$$4 \overline{W}_{em} = - \sum_{p=1}^{N_c} \int_{\Gamma_p} \epsilon_0 \epsilon_{ri} v^* \cdot \overline{\text{grad}}(v \cdot \overline{n}) \cdot d\Gamma_p$$

En notant  $v_p$  la valeur constante que prend  $v$  sur la surface  $\Gamma_p$  du conducteur  $P$ ,

$1 \leq p \leq N_c$ , et en se reportant à l'expression de la charge  $Q_p$  du conducteur  $p$  établie, on

remarque que :

$$\overline{W}_{em} = \frac{1}{4} \sum_{p=1}^{N_c} v_p^* \cdot Q_p$$