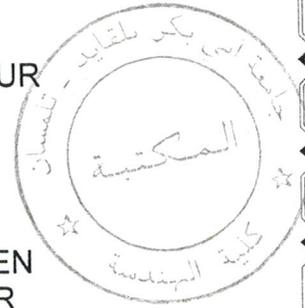


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID TLEMCEM
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



1358 سجل تحت رقم
2001.10.20 تاريخ
27/02 رقم

MEMOIRE DE MAGISTER
OPTION : SIGNAUX ET SYSTEMES

THEME

**SIMULATION NUMERIQUE DU RESONATEUR
EN SELLE DE CHEVAL
(SADDLE SHAPED COILS)**

Présenté par
M^{me} ILES AMEL (née KORTI)

*Soutenu en septembre 2001
devant la commission d'examen
Membres de jury*

Président : M^r N. CHABANE SARI
Examineurs : M^r F. T. BENDIMERAD
M^r F. BEREKSI. REGUIG
M^r N. BOUKLI HACENE
Rapporteur : M^r M. KHELIF

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

A mon époux Farid ;

A mon père Sid Ahmed ;

A ma mère Salima ;

Pour leurs sacrifices.

A mon beau père Mustapha ;

A ma belle mère Auicha ;

A mes frères Nabil, Fouzi et Choukri ;

A ma soeur Nacéra et son époux Madjid ;

et le chouchou de la famille Oussama et Assia ;

A mes belles soeurs Malika, Zahia, Latifa et Amina ;

A mes beaux frères Kamel et Lotfi ;

A toute la famille ;

A tous les amies surtout Zokha, Amina, Nawel, Amaria.



M^{me} ILES Amel (né KORTI)

REMERCIEMENTS



Le présent travail a été fait au département d'électronique, Faculté des sciences de l'ingénieur, Université A. Belkaid Tlemcen, sous la direction et bienveillante supervision de M. M. KHELIF. Je tiens à le remercier pour m'avoir fait bénéficier de son savoir faire et de ses connaissances sur ce thème et qui, je l'espère vivement trouvera en ces quelques mots l'expression de ma profonde gratitude.

Je remercie vivement M. N. CHABANE SARI (Université de Tlemcen) qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je remercie en outre M. F. T. BENDIMERAD (Université de Tlemcen), M. F. BEREKSI. REGUIG (Université de Tlemcen), M. BOUKLI HACENE (Université de Tlemcen) qui m'ont fait l'honneur de faire partie du jury.

Je remercie également tous les enseignements qui ont contribué à ma formation.

Je tiens à remercier, en outre, toute personne qui, de près ou de loin, ayant participé à l'élaboration de ce mémoire.

SOMMAIRE

Introduction 2

Chapitre I	
Concepts théoriques et expérimentaux de la RMN	
I – Généralités et rappels.....	5
II – Le phénomène de RMN.....	8
1 – Définition d’une expérience RMN.....	8
2 – La résonance magnétique du proton.....	8
3 – Théorie quantique de la résonance nucléaire du proton.....	12
Moment macroscopique.....	16
III - Théorie de Bloch.....	22
1 - Relaxation.....	23
a - Relaxation spin-réseau.....	23
b - Relaxation spin- spin.....	26
IV - La RMN en liaison avec le spectromètre.....	29
1 - Emission et réception du signal.....	30
2 - Le cryoaimant.....	37
3 - Structure fonctionnelle d’un spectromètre.....	38
4 - La sonde.....	42,

Chapitre II	
Différentes approches de résonateur selle de cheval	
I - Approche de Ginsberg et Melchner.....	45
II - Approche de Hoult et Richards.....	50
1 - Champ au niveau de la selle de cheval.....	52
2 - Etude comparative des résonateurs selle de cheval et hélicoïdale	54
III - Approche de Hoult, Chen et Sank.....	57
1 - Allure du champ B_1	59
2 - Détecteur quadratique.....	61
3 - Réception du signal.....	66
IV - Approche de J. W. Carlson.....	69
1 - Distribution du courant.....	69
2 - application à la selle de cheval.....	73

Chapitre III	
Résolution du modèle mathématique	
I - Introduction.....	82
II - Présentation et Description.....	82
III - Mise en équation.....	84
IV - Formulation mathématique du problème.....	89
V- Résolution analytique.....	93

VI - Résolution numérique.....	95
VII - Détermination des paramètres du résonateur de selle de cheval.....	102
1 - Calcul du courant.....	103
2 - Constantes primaires.....	111
a - Impédance caractéristique.....	111
b - Self et capacité linéique.....	111
c - Résistance linéique.....	111
3 - Constantes secondaires.....	113
a - Coefficient de qualité.....	113
b - Taux d'inhomogénéité.....	114
c - Coefficient de localisation de l'énergie magnétique.....	114



<p>Chapitre IV</p> <p>Simulation numérique de la selle de cheval</p>
--

I - Introduction	116
II - Etude de la solution numérique.....	117
1 - Convergence.....	117
2 - Stabilité.....	121
III - Exploitation des résultats	126
1 - Validation.....	126
2 - Caractérisation de la selle de cheval.....	129
a - Dépendance du blindage.....	129
b - Dépendance de l'angle de conduction.....	131
Conclusion.	132

Introduction

Dans ce travail de thèse, notre objectif est de simuler numériquement le résonateur en selle de cheval sous écran (saddle shaped coils). Ce résonateur est un composant d'une importance capitale au sein de la sonde. Généralement, il est associé à d'autres composants dont le rôle est d'assurer l'accord et l'adaptation avec les autres organes du spectromètre. La sonde que nous allons décrire en détail par la suite joue un rôle pendant la période d'émission. L'émission est une étape qui consiste à exciter ou perturber l'échantillon à analyser par résonance magnétique nucléaire (RMN). La sonde intervient également en phase de réception. La réception est une autre étape de l'expérience qui consiste à recueillir la réponse du système perturbé après coupure de l'excitation. Nous comprenons bien la nécessité de l'élément selfique qui constituera, une véritable interface. Autrement dit, nous allons examiner les conditions optimales pour lesquelles la selle de cheval blindée se comportera comme un bon convertisseur d'énergie électrique en énergie magnétique.

Pour répondre à cette exigence, il est nécessaire de décrire formellement ce résonateur et d'étudier ses caractéristiques. D'un autre point de vue, cette étude est absolument nécessaire, car lorsque nous avons mené notre recherche bibliographique, nous n'avons pas trouvé une théorie pouvant nous renseigner sur le calcul des constantes primaires et secondaires du résonateur en selle de cheval sous écran. Nous allons d'ailleurs faire l'inventaire des résultats publiés jusqu'à présent.

Nous savons que les premiers travaux sur la selle de cheval remontent à 1969. Les publications sur ce thème se sont poursuivies jusqu'à la fin des années 90. Actuellement, les laboratoires de recherche s'intéressent de nouveau à cette structure. Nous prenons que l'explication de ce regain d'intérêt réside dans le fait de la disponibilité des spectromètres à très haut champ. En effet, les nouveaux spectromètres peuvent produire des champs de polarisation atteignant la valeur de 20T. Les circuits

d'émission et de réception sont de plus en plus performants. Enfin les techniques spectro-temporelles appliquées à l'acquisition et au traitement du signal de précession libre (FID) ne cessent de connaître des améliorations appréciables. Notons que ce signal FID est recueilli au niveau de la selle de cheval en phase de réception.

Pour mener cette étude nous avons rappelé les grands principes de la RMN en considérant ses aspects théorique et expérimental dans le chapitre I. Le chapitre II a pour objectif de faire un état des lieux de la bibliographie existante sur ce thème avec le développement des parties essentielles. Dans le chapitre III, nous avons présenté les notions théoriques sur la résolution numérique de l'équation d'Helmutz et son établissement. Une étude assez sommaire était nécessaire pour montrer qu'à l'heure actuelle le problème n'admet de solution analytique. Enfin, nous consacrons le dernier chapitre pour l'exploitation des résultats et la configuration avec la littérature. Nous achevons cette thèse par une conclusion où nous faisons un bilan des travaux et nous proposons les perspectives.

Chapitre I

Concepts théoriques et expérimentaux de la RMN

Le noyau d'hydrogène est uniquement formé d'un proton libre et le spin magnétique de l'hydrogène est relativement grand. Le noyau d'hydrogène se comporte donc comme un petit aimant. Si nous faisons agir un puissant aimant pour engendrer un champ magnétique, les doublets (nord :N et sud :S) s'orientent parallèlement à ce champ comme le feraient de petits aimants. Le proton résiste, et cette résistance fait naître un mouvement dit de précession (Fig. 1). C'est une rotation dont l'axe décrit un cône autour de la force agissante.

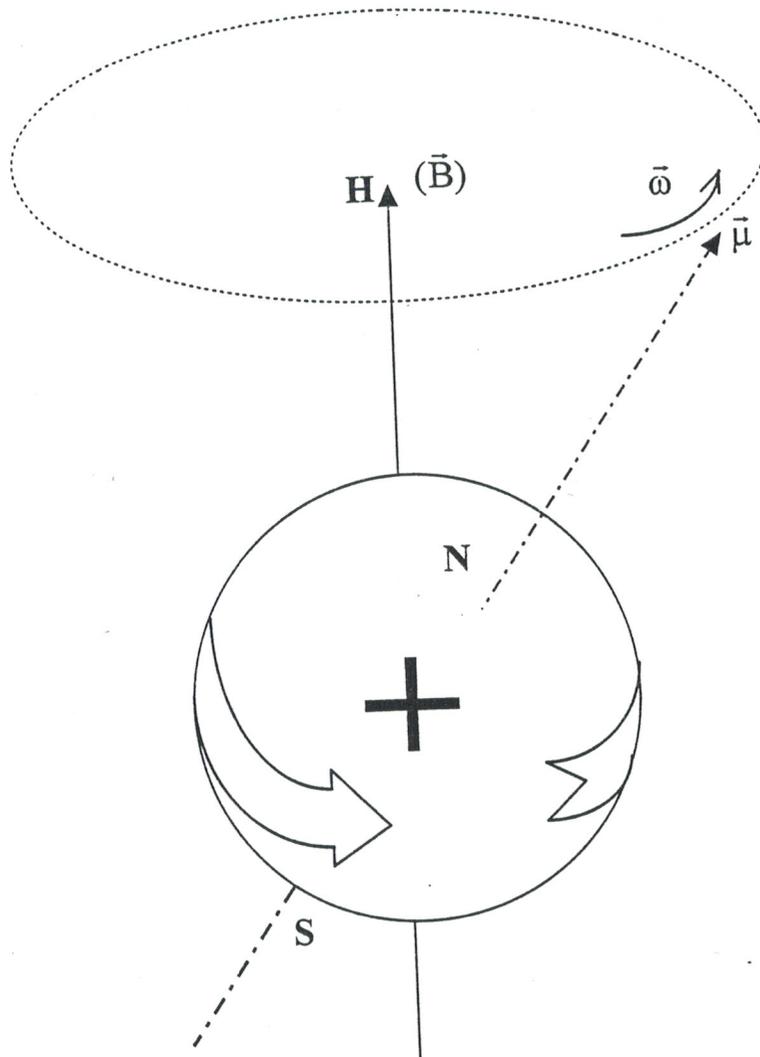


Fig. 1 - Mouvement de précession

La vitesse de précession est constante :

$$\vec{\omega} = \gamma \cdot \vec{B} \quad (2)$$

Où $\vec{\omega}$: vitesse angulaire de rotation ;

γ : rapport gyromagnétique du proton ;

\vec{B} : induction magnétique.

A cette rotation correspond une fréquence

$$\nu = \gamma \cdot B / 2\pi. \quad (3)$$

Nous avons vu que le noyau a un moment magnétique $\vec{\mu}$, et un moment cinétique $\vec{\sigma}$, ils sont liés par la relation :

$$\vec{\mu} = \gamma \cdot \vec{\sigma} \quad (4)$$

Le moment cinétique $\vec{\sigma}$ obéit à la théorie quantique de sorte que la projection de celui-ci sur un axe ZZ quelconque ne peut prendre des valeurs bien définies :

$$\sigma_z = \frac{1}{2\pi} M \cdot h \quad (5)$$

$M = -I, -(I-1), \dots, (I-1), I$;

h : constante de Planck ;

I : est le nombre quantique de moment cinétique.

Il est utile de rappeler les propriétés des atomes favorables à une expérience RMN.

Pour un élément chimique ${}^A_Z X$ caractérisé par son nombre de masse A et son numéro atomique Z , nous distinguons les cas suivants :

- si A est impair : le spin nucléaire I vaut $1/2$.

L'hydrogène du fait de sa dotation d'un noyau formé d'un unique proton est le meilleur exemple de magnétique nucléaire. Les atomes suivants ont un faible moment magnétique : ${}^{13}\text{C}$ isotope du carbone, ${}^{19}\text{F}$ fluor, ${}^{23}\text{Na}$ sodium, ${}^{31}\text{P}$ phosphore.

- Si A et Z sont pair : le spin nucléaire $I = 0$.

Le couple proton-neutron peut être considéré comme le groupement de deux aimants opposés dont les magnétismes s'annulent. En effet, les atomes

suivants ne permettent aucune expérience magnétique : ^4He hélium, ^{12}C carbone, ^{16}O oxygène.

- Si A est pair et Z impair : le spin nucléaire I vaut 1.

L'observation RMN des atomes ($^{17}\text{N}\dots$) est perturbée par des phénomènes complexes.

II – Le phénomène de RMN

1 – Définition d'une expérience RMN

Pour mener une expérience RMN, il est indispensable de disposer de deux champs magnétiques orthogonaux :

- le champ de polarisation \vec{B}_0 , en agissant sur un échantillon, il permet de créer l'effet Zeeman pour le proton.

L'effet Zeeman consiste à faire éclater les niveaux d'énergie en sous niveaux d'énergie.

\vec{B}_0 est un champ magnétique intense, invariable et surtout homogène il a pour valeur 18T environ. Il est produit par cryoaimant.

- Le champ radiofréquence \vec{B}_1 , en agissant sur un échantillon de matière, il tourne à une vitesse angulaire ω . \vec{B}_1 est d'intensité beaucoup plus faible, sa valeur n'excède pas quelques centaines de mG. Ce champ est produit par des éléments selfiques dans la gamme des radiofréquences.

2 – La résonance magnétique du proton

Le spin magnétique transforme le proton en un petit aimant ayant un pôle nord N et un pôle sud S (doublet magnétique).

A l'état normale de repos des atomes, c'est à dire en absence de toute interaction magnétique, les doublets sont mobiles, dans le plus complet désordre et leur résultantes est nulle ; aucun phénomène magnétique n'est sensible à l'extérieur (Fig. 2)

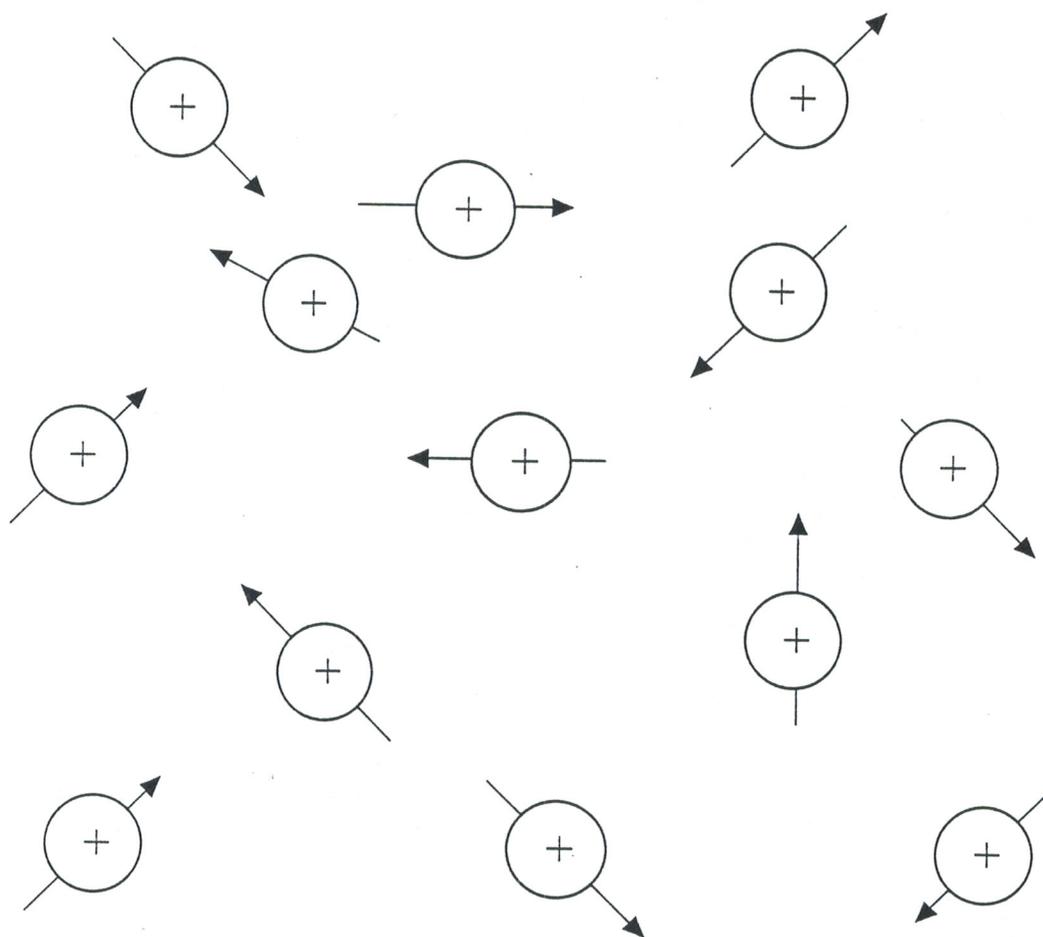


Fig. 2 - configuration des spins, en absence du champ magnétique

Si un échantillon de matière riche en hydrogène, est soumis à un champ magnétique d'intensité B , pour un temps suffisamment grand, les niveaux d'énergie sont dégénérés en sous niveau d'énergie par l'effet Zeeman. Les doublets magnétiques s'orientent comme des aiguilles aimantées (Fig. 3), ils ont une orientation parallèle ou antiparallèle par rapport au champ appliqué (Fig. 4).

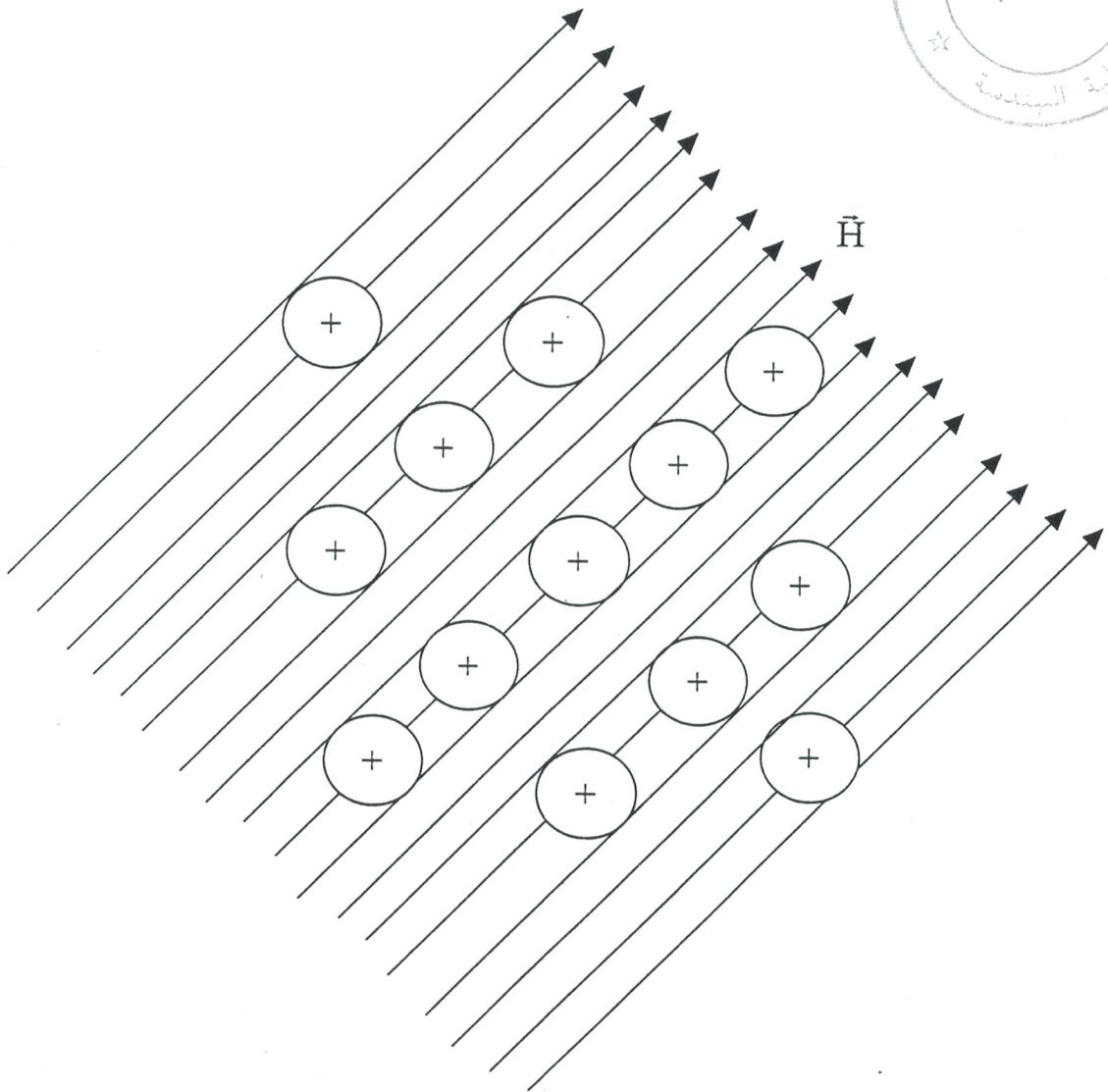


Fig. 3 - Configuration des spins en présence du champ magnétique

Si la direction du champ magnétique vient à changer brusquement les protons entrent en précession (Fig. 4) tous ensemble et à la même fréquence ν .

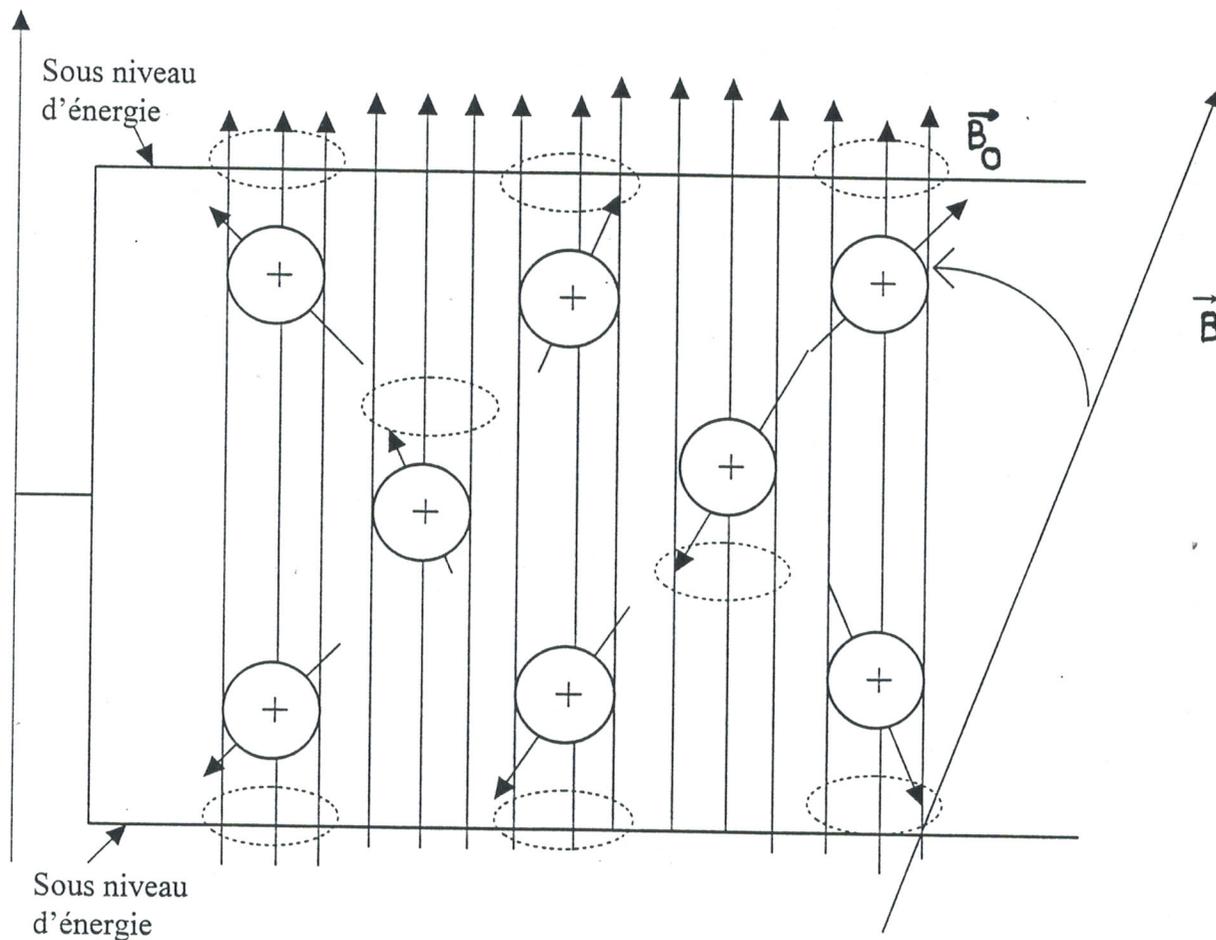


Fig. 4 - Effet Zeeman ; changement brusque de direction $\vec{B} \rightarrow \vec{B}_0$

Un noyau résonne sur la fréquence ν , seulement s'il est plongé dans un champ magnétique d'intensité :

$$B = 2.\pi.\nu / \gamma \quad (6)$$

et à cette seule intensité, la fréquence ν est appelée «fréquence de Larmor ». Le tableau suivant donne les fréquences de résonance pour quelques noyaux à partir d'un champ magnétique de 11,7T.

Noyau	γ	Fréquence de résonance (MHz)
^1H	100	500
^{13}C	25	125
^{15}N	- 10	50
^9F	94	455
^{29}Si	- 20	99
^{31}P	40	203

3 - Théorie quantique de la résonance nucléaire du proton

Le spin ne peut recevoir qu'un nombre limité de valeurs qui dépendent du nombre d'éléments « protons et neutrons » qui forment le noyau.

Par exemple si m est le nombre quantique du spin alors :

$$M = \frac{1}{2} \text{ pour le proton } ^1\text{H}$$

$$M = 1 \text{ pour le proton } ^2\text{H}, \dots \text{etc.}$$

L'énergie ne peut varier que d'une manière discontinue, par quantités discrètes. L'énergie de spin ne peut prendre que $2m + 1$ valeurs différentes soit $(2 * \frac{1}{2}) + 1 = 2$ valeurs pour proton.

Revenons maintenant au phénomène magnétique. Le proton en tournant engendre un moment magnétique $\vec{\mu}$ qui est lié au moment cinématique $\vec{\sigma}$ le rapport gyromagnétique γ

$$\vec{\mu} = \gamma \cdot \vec{\sigma}$$

Placé dans un champ magnétique extérieur d'intensité \vec{B}_0 et tel que champ et moment forment un angle θ (Fig. 5), le proton subit une force qui tend à ramener $\vec{\mu}$ en direction parallèle à \vec{B}_0 , laquelle force engendre le mouvement de précession avec la vitesse angulaire : $\omega_0 = \gamma \cdot \vec{B}_0$

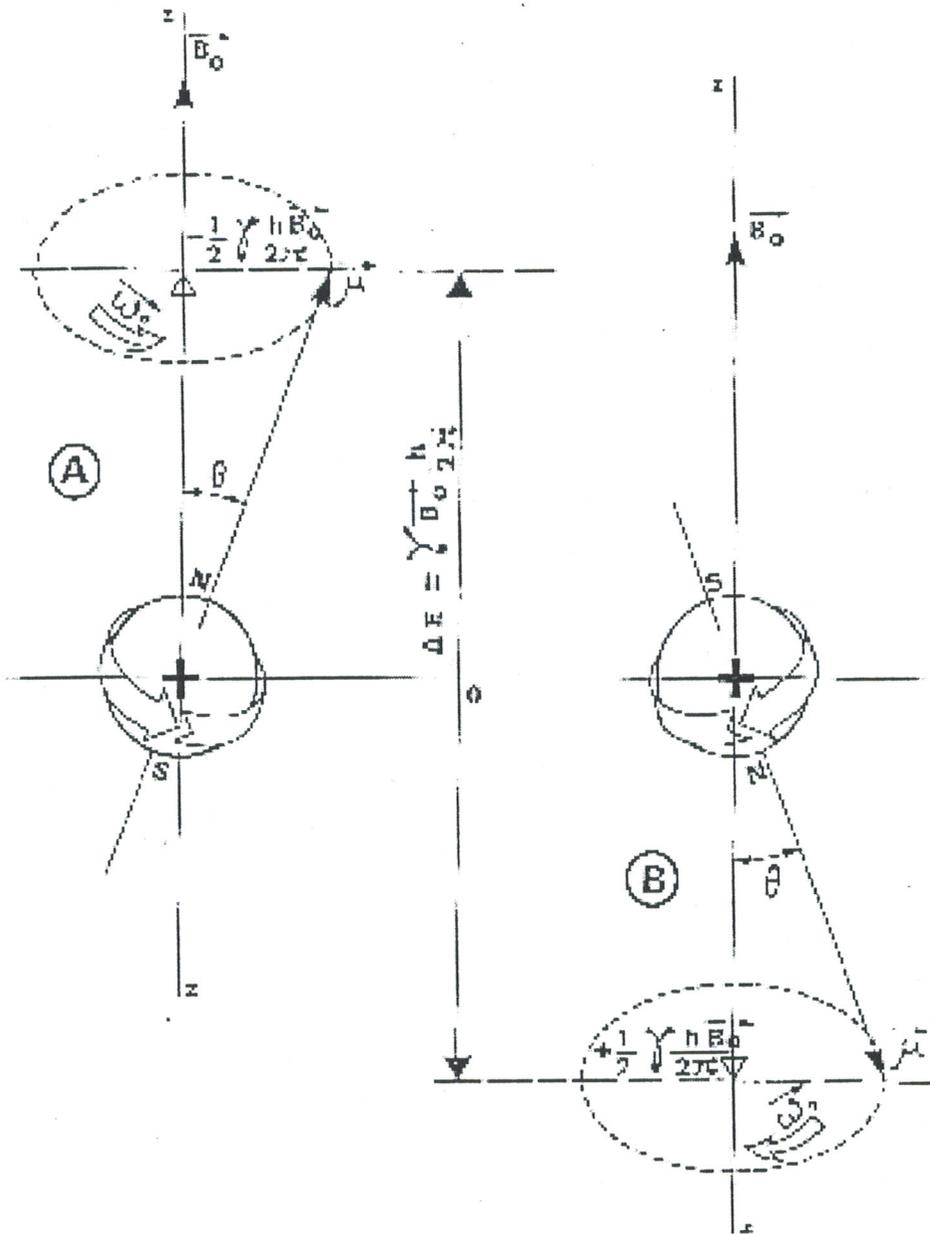


Fig. 5 - Position et excitation du proton

Lorsque θ diminue, le système libère de l'énergie. Réciproquement, si l'on fournit de l'énergie au système en faisant agir un second champ ou une fréquence radioélectrique l'angle θ augmente.

Il n'y a que deux positions d'équilibre symétrique (fig. 5) :

- le champ B_0 et la projection de μ sur B_0 sont de même sens ;
- le champ B_0 et la projection de μ sur B_0 sont de sens opposés.

L'énergie potentielle du système stable est proportionnelle : à l'intensité de champ \vec{B}_0 , au moment magnétique $\vec{\mu}$ et au cosinus θ :

$$E = -|\vec{\mu}| \cdot |\vec{B}_0| \cdot \cos\theta \quad (7)$$

Le moment magnétique à son tour est lié au rapport gyromagnétique γ et au moment cinétique

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} m \cdot h \quad (8)$$

Nous pouvons écrire donc :

$$E = -\gamma \cdot \vec{B}_0 \cdot \frac{m \cdot h}{2\pi} \quad (9)$$

Soit $m = \pm \frac{1}{2}$; il en résulte :

- L'énergie pour les spins parallèles :

$$E_{\min} = -\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B_0 \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (10)$$

- L'énergie pour les spins antiparallèles :

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B_0 \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (11)$$

La différence d'énergie entre les deux positions (fig. 5) est égale à :

$$\Delta E = E_{\max} - E_{\min} = \gamma \cdot B_0 \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (12)$$

Cette différence correspond à l'énergie absorbée ou émise par le système de spins à partir de la fréquence de Larmor :

$$\omega_0 = \gamma \cdot B_0 \quad (13)$$

$$\nu = \gamma \cdot B_0 / 2\pi \quad (14)$$

Pour un milieu riche d'atomes d'hydrogène, placé dans un champ magnétique, nous pouvons peut interpréter les deux positions de la Figure 5 comme suit :

- première position, les protons non excités, ont un mouvement de précession voisin de la direction du champ \vec{B}_0 ;
- deuxième position, les protons excités, porteurs d'énergie ΔE , ont un mouvement de précession symétrique, opposé au champ \vec{B}_0 .

Nous avons expliqué le rôle du champ de polarisation \vec{B}_0 par le biais de l'effet Zeeman, donc en somme, nous sommes en présence de deux sous-niveau d'énergie peuplés respectivement par les spins parallèles et des spins anti-parallèles. Nous appliquons à présent un champ radiofréquence \vec{B}_1 , orthogonal au champ \vec{B}_0 , son rôle est de réaliser une inversion de population. Cette inversion de population est une conséquence de l'interaction champ-matière, elle permet d'induire des transitions entre les sous niveaux d'énergie ainsi créés [2].

Pour faire passer un proton de l'état normal à l'état excité il faut fournir une quantité d'énergie égale à ΔE . Cette énergie est associée à la fréquence de résonance déterminée précédemment [1].

Deux phénomènes sont en concurrence, l'absorption ou la dispersion selon que le système absorbe de l'énergie radiofréquence ou au contraire, il en cède au milieu extérieur.

Moment macroscopique

Pour bien saisir le phénomène RMN, il est utile de définir le concept de moment macroscopique ou aimantation en faisant un raisonnement d'ensemble. Nous avons vu qu'un milieu riche en protons et placé dans un champ magnétique engendre une situation où tous les protons sont entraînés dans un mouvement de précession perpétuelle avec l'existence de \vec{B}_0 . Nous considérons le cas où nous avons un faible excès de protons normaux. Ce cas est illustré par la figure 6. Les moments $\vec{\mu}$ sont décalés d'une manière quelconque les uns par rapport aux autres. Le

faible excès de protons normaux fait apparaître un moment macroscopique \vec{M} c'est lui seul qui est accessible à l'expérience.

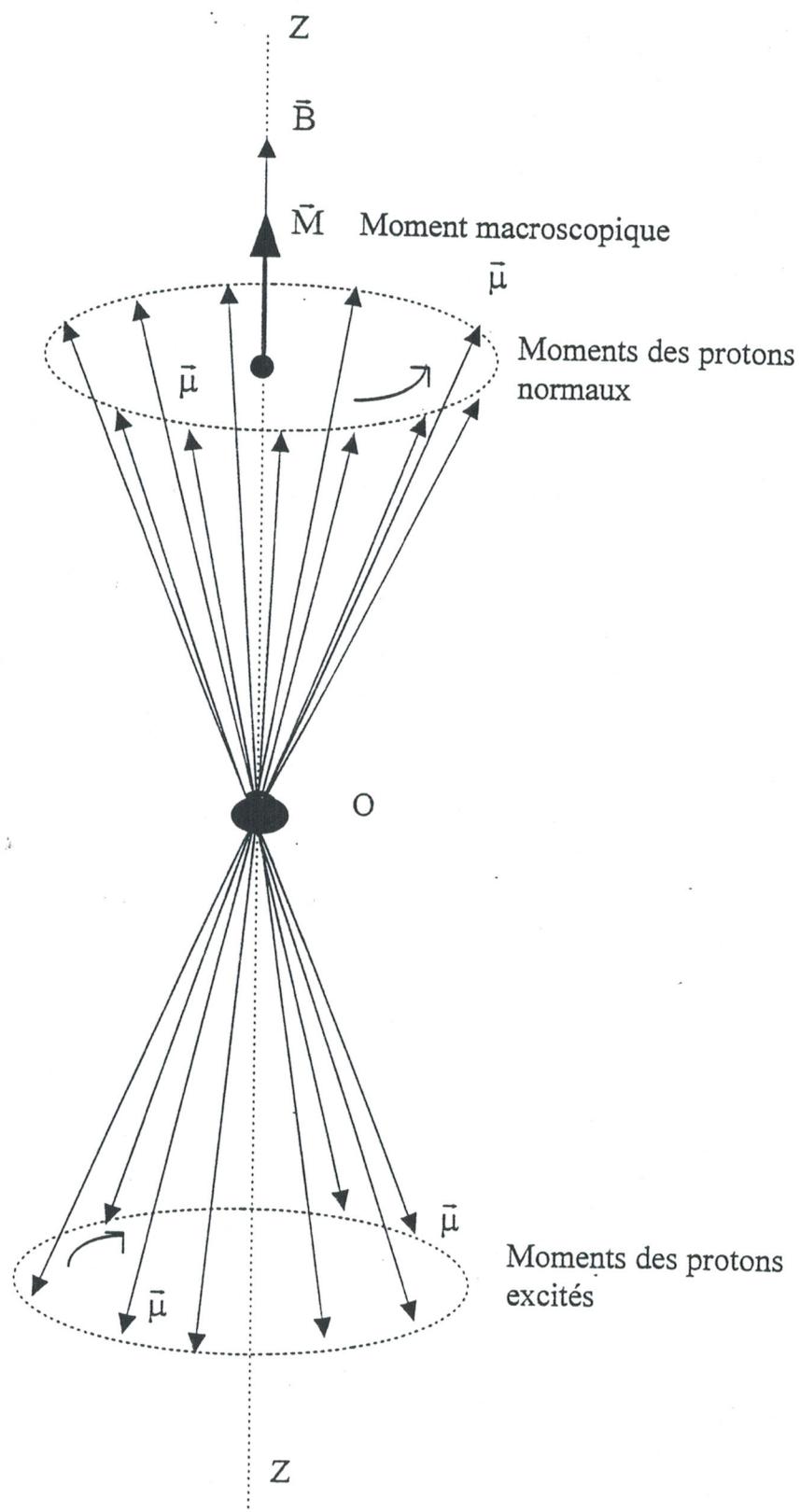


Fig. 6 - Apparition d'un moment macroscopique \vec{M} .

Donc la somme statistique des moments $\vec{\mu}$ fait apparaître le moment \vec{M} aligné sur \vec{B}_0 .

En appliquant le champ radiofréquence \vec{B}_1 tournant dans le sens ω_0 (Fig. 7) ce champ a pour effet de réaliser une mise en phase progressive des moments précédemment dispersés.

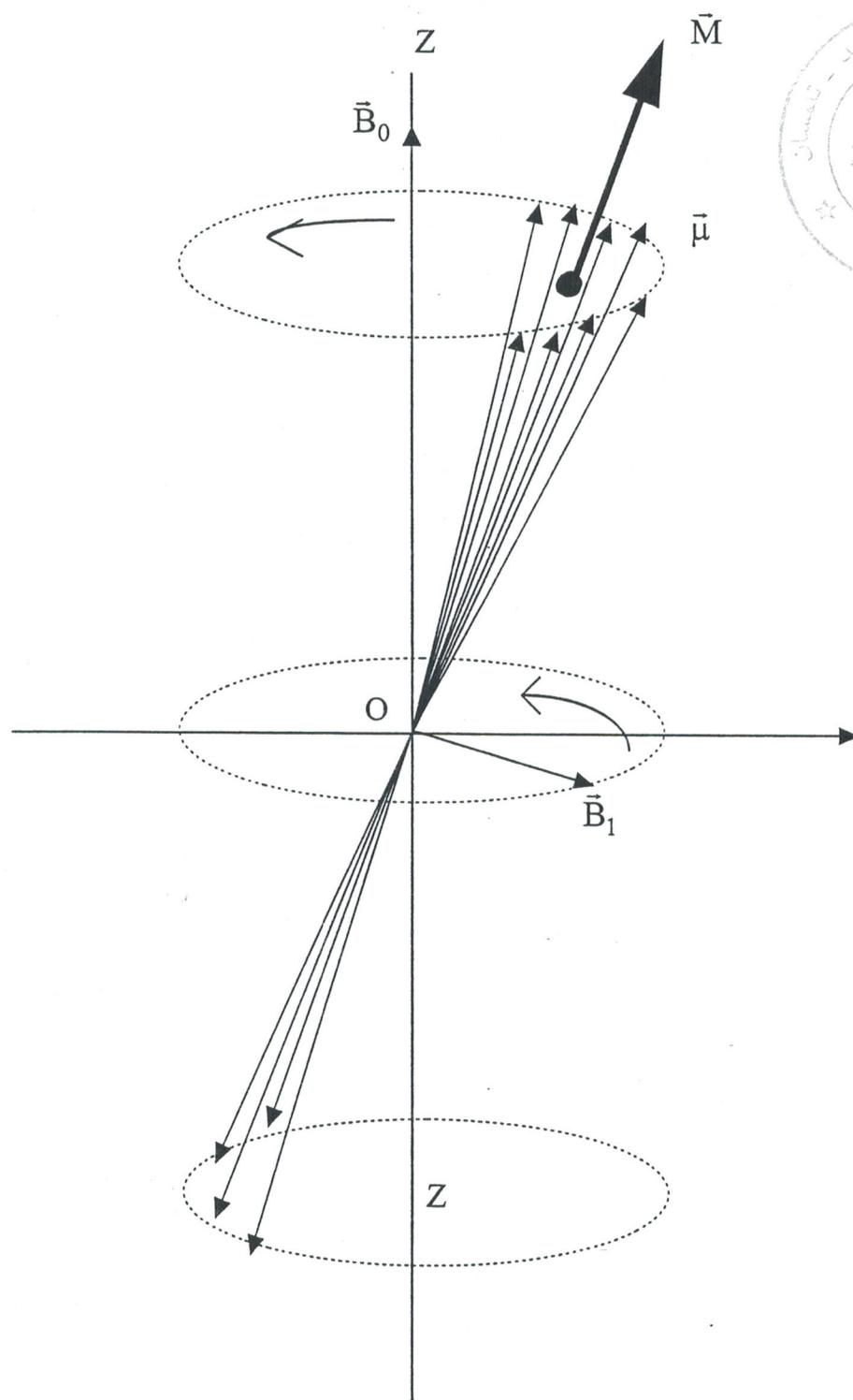


Fig. 7 - Mise en phase du moment magnétique d'un proton et précession du moment macroscopique \vec{M}

En se regroupant les moments individuels $\vec{\mu}$ des protons entraînent le moment résultant \vec{M} . Le moment macroscopique \vec{M} s'écarte de l'axe ZZ et est entraîné dans un même mouvement de précession autour de \vec{B}_0 à la même vitesse $\vec{\omega}_0 = \gamma \cdot \vec{B}_0$.

Le moment résultant \vec{M} a deux mouvements simultanés de vitesses différentes :

1- circulaire autour de l'axe ZZ (champ \vec{B}_0 fixe) avec une vitesse angulaire constante ω_0 .

2- circulaire autour du champ \vec{B}_1 , lequel tourne horizontalement autour de O (champ \vec{B}_1 tournant) perpendiculairement à ZZ avec une vitesse angulaire $\vec{\omega}_1 = \gamma \cdot \vec{B}_1$.

Le champ \vec{B}_0 est toujours beaucoup plus intense que \vec{B}_1 et $\vec{\omega}_0$ plus grand que $\vec{\omega}_1$.

La composition des deux vitesses montre que \vec{M} se déplace sur la sphère dans une direction oblique qui lui fait parcourir une longue courbe spiralée (Fig. 8)

Nous voyons que les vitesses angulaires horizontale et verticale sont conservées pendant toute la course.

La trajectoire spiralée du vecteur \vec{OM} peut se terminer dans une position telle que le moment macroscopique est venu dans une position perpendiculaire au champ \vec{B}_0 (position M_{10}) : c'est le cas pour une impulsion $\pi/2$. Dans le langage de la RMN, nous disons une séquence $\pi/2$.

En poursuivant l'action de \vec{B}_1 pendant un temps plus long, la position de \vec{M} peut se renverser complètement en un temps double : c'est l'impulsion π .

Nous pouvons toujours situer le moment \vec{M} dans un plan oxyz, à un instant quelconque de sa course spiralée.

Nous considérons par $M_{//}$ la coordonnée parallèle à \vec{B}_0 et M_{xy} la coordonnée perpendiculaire à \vec{B}_0 .

- La composante $M_{//}$ décroît progressivement de sa valeur initiale \vec{M}_0 , s'annule puis croît en valeur négative jusqu'à $-\vec{M}_0$.
- Tandis que la composante M_{xy} croît tout en précessant autour de \vec{B}_0 jusqu'à la valeur \vec{M}_0 puis décroît jusqu'à s'annuler (position initiale). Ceci est vrai, pour une impulsion π .

III - Théorie de Bloch

La théorie de Bloch nous permet d'étudier l'évolution temporelle de l'aimantation \vec{M} sous l'effet de deux champs \vec{B}_0 et \vec{B}_1 .

En appliquant un champ magnétique constant \vec{B}_0 sur un échantillon de matière, l'aimantation serait animée d'un mouvement de précession. Il est bien connu qu'un vecteur magnétique \vec{M} placé dans un champ magnétique \vec{B}_0 est soumis à un couple tel que :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \cdot \vec{M} \wedge \vec{B}_0 \quad (15)$$

En présence d'un champ magnétique radiofréquence \vec{B}_1 , l'équation devient :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \cdot \vec{M} \wedge \left(\vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \frac{\omega}{\gamma} \right) \quad (16)$$

La résolution de cette équation nous montre que l'aimantation reste infinie même après l'annulation de l'excitation \vec{B}_1 . Physiquement nous ne pouvons pas admettre cela. Pour remédier à ce problème, il est nécessaire d'introduire des termes correcteurs dans l'équation précédente.

1 - Relaxation

Si l'excitation est coupée (le champ \vec{B}_1 et la seconde précession circulaire des protons vont disparaître), nous aurons la précession principale autour de l'axe ZZ avec la fréquence de Larmor. Les moments des protons excités doivent retourner à ses états normaux (moment des protons normaux) en libérant de l'énergie dont ils disposent : c'est la relaxation.

Mais les relations précédentes (15) et (16) décrivent une situation sans dissipation d'énergie avec le milieu extérieur. Cela signifie que le système reste, infiniment aimanté, par conséquent il est important d'introduire les facteurs de relaxation : relaxation spin-réseau et relaxation spin-spin.

a - Relaxation spin-réseau

Avec une excitation, l'énergie venant de l'extérieur et les protons, en phase avec l'excitation, ont entraîné le moment résultant \vec{M} dans une ronde centrifuge (qui tend à l'éloigner du centre) de plus en plus large. La relaxation spin-réseau est un échange d'énergie entre le système observé et le milieu extérieur (le réseau), les protons excités libèrent de l'énergie qui se disperse ; les protons reviennent donc à leur état normal. Au fur et à mesure de cette libération d'énergie, la ronde se rétrécit par un mouvement centripète (qui tend à rapprocher \vec{M} du centre) de plus en plus étroit (Fig. 9)

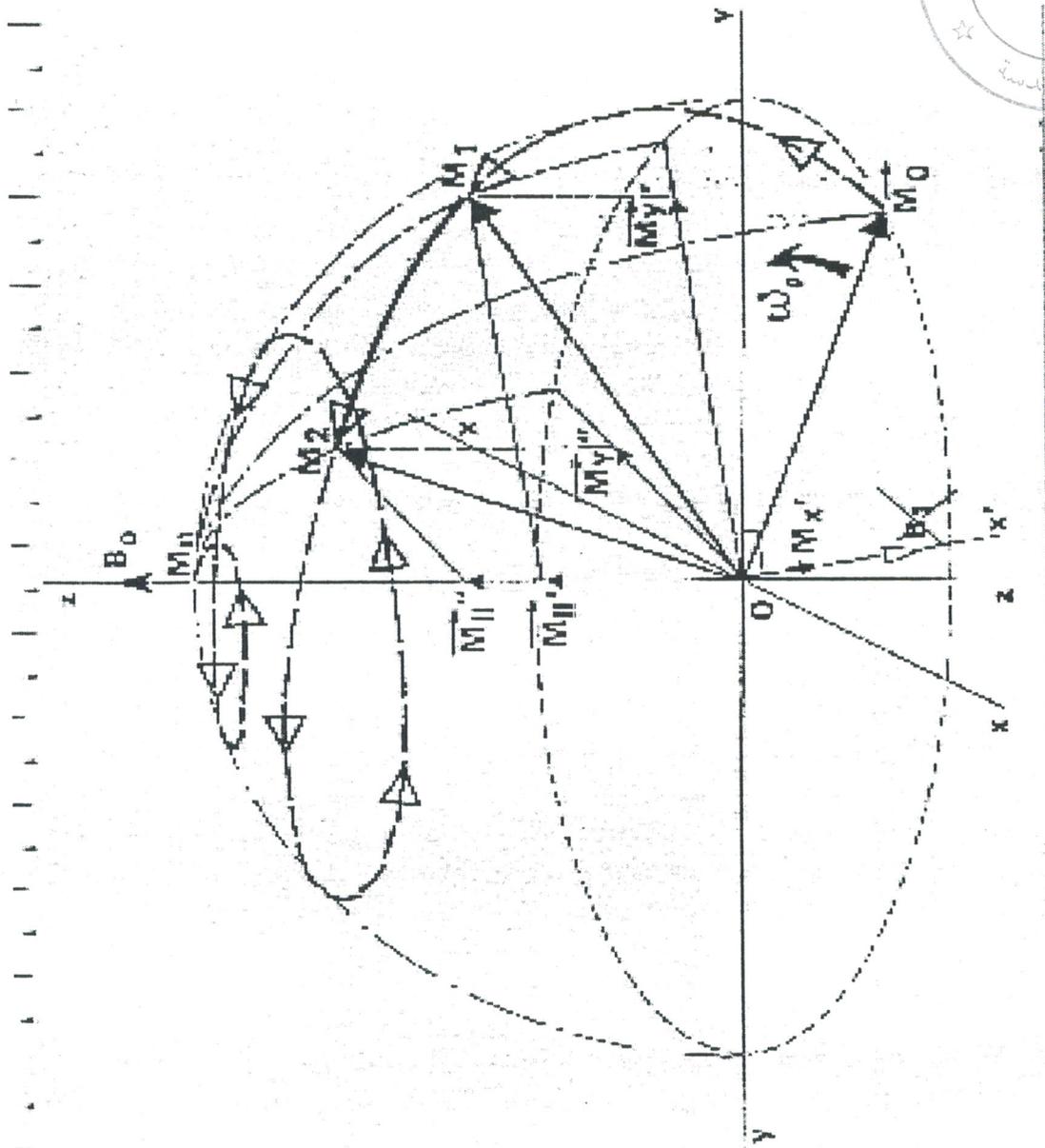


Fig. 9 - Précession libre - relaxation spin → réseau.
 M_0, M_1, \dots, M_9 : forment une spirale ascendante.

On constate expérimentalement une repousse de la composante \bar{M}_{zz} jusqu'à la valeur de départ \bar{M}_0 alors que M_{xy} tend à s'annuler.

Le terme général de retour à l'équilibre est :

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{relaxation}} = \frac{M_0 - M}{T} \quad (17)$$

Suivant l'axe ZZ :

$$\frac{dM}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1} \quad (18)$$

Le vecteur de magnétisation suit une évolution selon la loi exponentielle croissante pour $M_z(t)$. Le phénomène se traduit mathématiquement par :

$$M_{//} = M_0(1 - e^{-t/T_1}) \quad (19)$$

Ou T_1 est le temps de relaxation spin-réseau ou relaxation longitudinale. C'est le temps nécessaire pour que M_z récupère 63% de son aimantation [3].

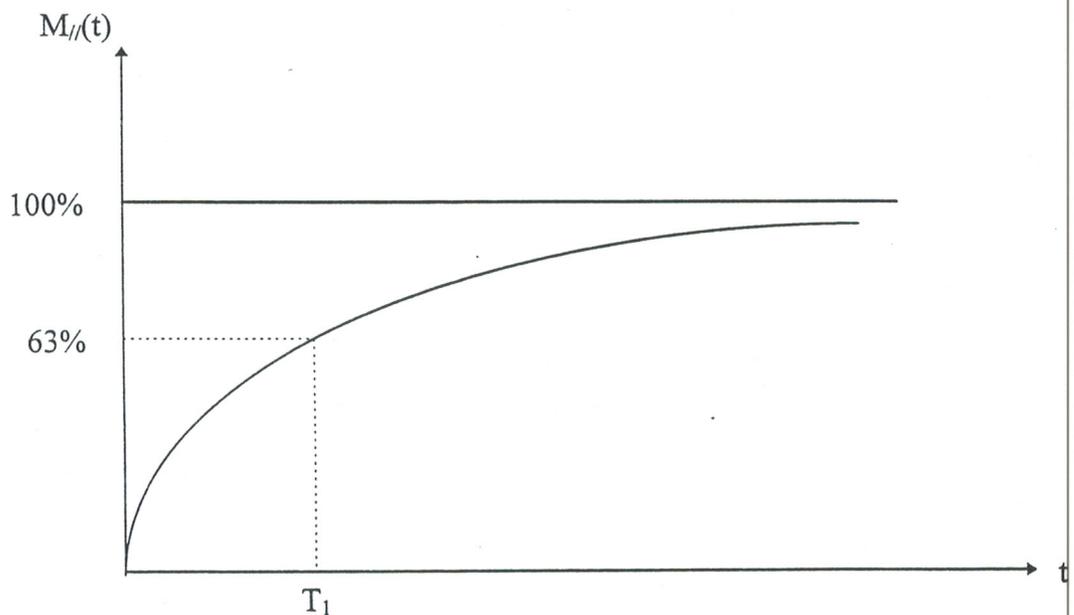


Fig. 10

b - Relaxation spin- spin

La Relaxation spin- spin est un échange d'énergie entre protons d'un même système. Un proton excité permute avec un proton normal et lui transmet son énergie, sans aucun échange avec l'extérieur ; les moments $\vec{\mu}$ reprennent des phases quelconques, le moment macroscopique revient vers sa position d'équilibre et la ronde diminue d'amplitude (Fig. 9).

Expérimentalement, la composante \vec{M}_{xy} s'annule progressivement, elle traduit le mécanisme de relaxation spin-spin.

Mathématiquement, ce vecteur suit une évolution selon une loi exponentielle décroissante :

$$M_{xy} = M_0 e^{-t/T_2} \quad (20)$$

Où T_2 : temps de relaxation spin-spin ou transversal. C'est le temps nécessaire pour que M_{xy} perde 63% de son aimantation.

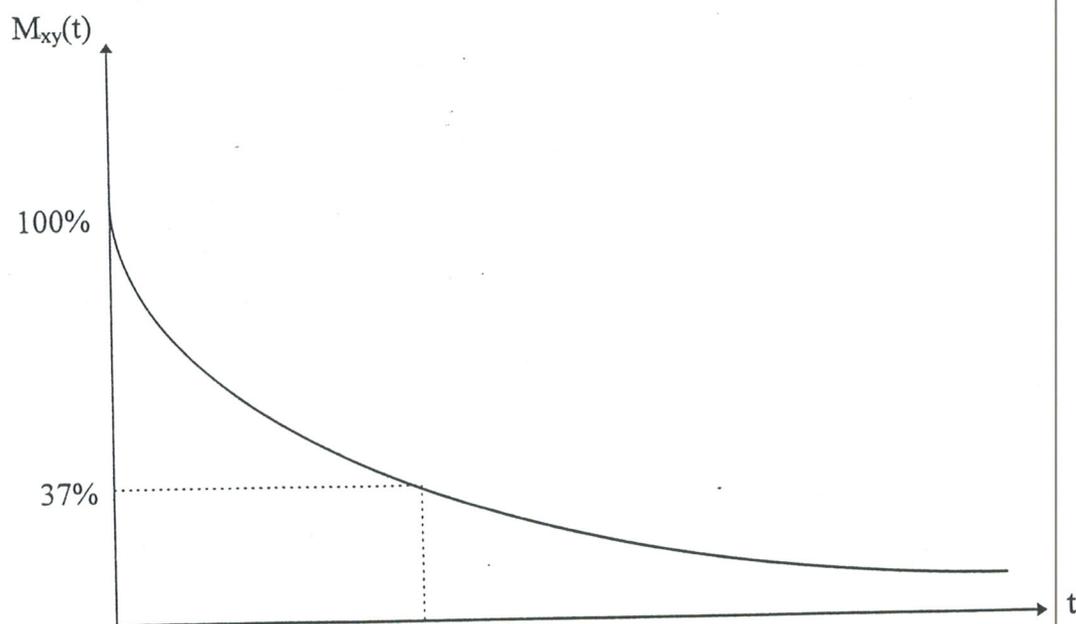


Fig. 11

Le temps de relaxation spin-spin T_2 peut être plus courte que le temps de relaxation spin-réseau T_1 ; à la limite T_2 peut tendre vers T_1 .

Maintenant revenant à l'équation (5) en introduisant les facteurs de relaxation, nous aurons :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \wedge (\vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \frac{\omega}{\gamma}) - \frac{M_x}{T_2} \vec{i} - \frac{M_y}{T_2} \vec{j} + \frac{M_0 - M_z}{T_1} \vec{k} \quad (21)$$

La résolution de cette équation, en posant $\frac{d\vec{M}}{dt} = 0$ à l'équilibre nous donne

les solutions suivantes :

$$M_x = \frac{\gamma M_0 T_2^2 (\omega - \omega_0)}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \quad (22)$$

$$M_y = \frac{\gamma M_0 T_2 B_1}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \quad (23)$$

$$M_z = \frac{M_0 (1 + T_2^2 (\omega - \omega_0)^2)}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \quad (24)$$

D'après ces relations seules les composantes M_x et M_y sont fonction de la perturbation \vec{B}_1 , elles portent l'information que nous désirons exploiter.

Nous savons que la relation entre l'aimantation \vec{M} et la perturbation \vec{B} est régie par la relation suivante.

$$\vec{M} = \chi \cdot \vec{B}_1 \quad (25)$$

Où χ : représente la susceptibilité magnétique radiofréquence elle est définie comme suit :

$$\chi = \chi' - j \cdot \chi'' \quad (26)$$

χ' et χ'' Représentent respectivement la dispersion et l'absorption. On trouve d'après les équations de M_x et M_y :

$$\chi' = \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \frac{(\omega_0 - \omega) T_2}{1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \quad (27)$$

$$\chi'' = \frac{1}{2} \chi_0 \omega_0 T_2 \frac{1}{1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \quad (28)$$

Avec : $\chi_0 = \frac{|M_0|}{|B_0|}$ susceptible statique

$\omega_0 = \gamma \cdot B_0$ pulsation de Larmor

Ces deux équations représentent les signaux de résonance porteurs de l'information que nous désirons connaître, ils sont fonctions de la pulsation du champ radiofréquence.

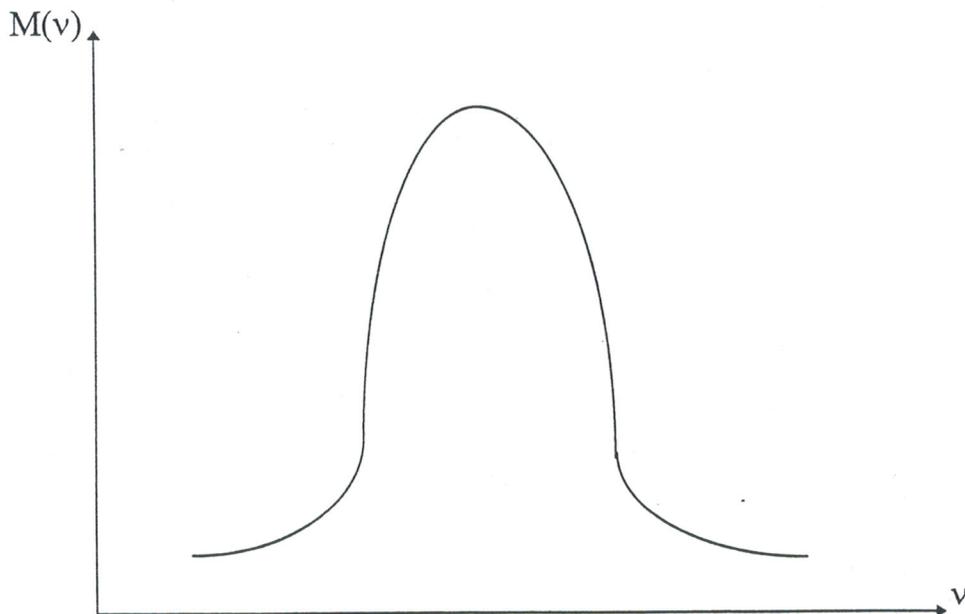


Fig. 12 - Absorption

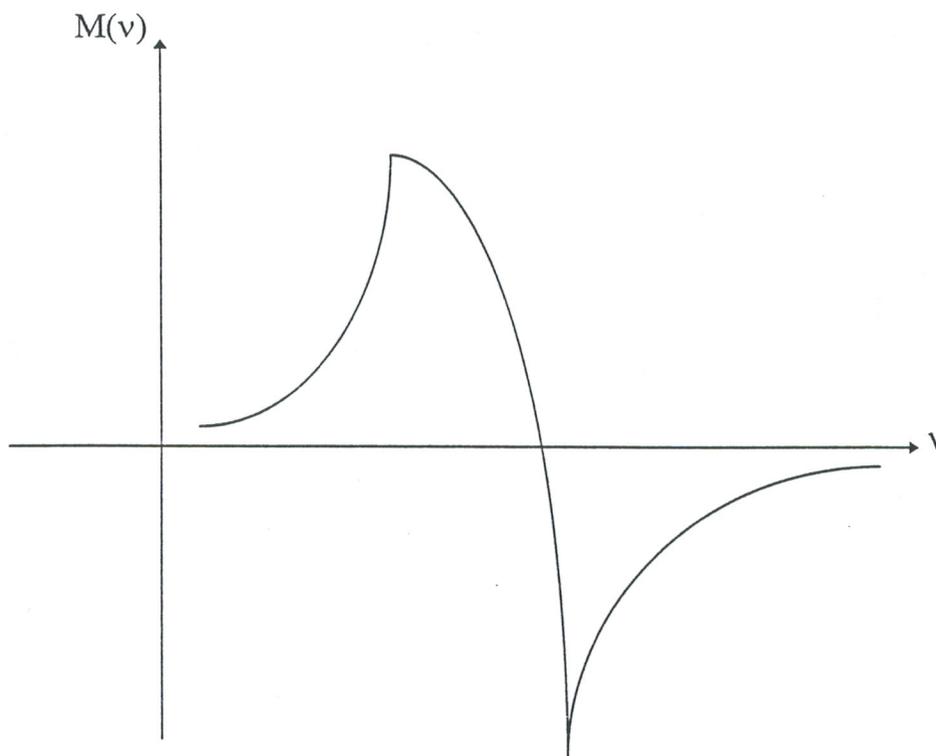


Fig. 13 - Dispersion

IV - La RMN en liaison avec le spectromètre

Les premiers spectromètres en onde continue étaient basés sur le principe de l'analyse harmonique qui consiste à mesurer la réponse forcée d'un système à une excitation sinusoïdale dont la fréquence est modifiée sur une échelle de temps plus longue que tous les temps caractéristiques du système étudié. Ce principe reste utilisé pour les mesures de résonance paramagnétique électronique. Les spectromètres RMN actuels sont basés sur le principe de l'analyse impulsionnelle. Dans le cas des systèmes linéaires, ces deux principes d'étude sont équivalents mais le système de spins décrit par les équations de Bloch n'est pas linéaire. Pour la RMN, la méthode impulsionnelle peut être illustrée par la description, à l'aide d'un

modèle vectoriel, de l'expérience de base qui est l'émission d'une impulsion radiofréquence suivie de réception d'un signal de précession libre (FID, free induction decay).

1 - Emission est réception du signal [1]

Avec une émission pulsée, l'émetteur donne naissance à une fréquence unique, égale à celle calculée suivant la formule (14).

En outre si l'intensité de l'onde radiofréquence soit B_1 est connue, il suffit d'émettre une brève impulsion de durée :

$$T_1 = \pi / 2 \cdot \omega = \pi / 2 \cdot \gamma \cdot B_1$$

En appliquant un champ radiofréquence pendant un temps très court, l'évolution de l'aimant est une fonction de temps $M = f(t)$. la réponse du système de spins à une impulsion RF contient l'information qui correspond par transformée de Fourier :

$$M(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} M(t) \cdot e^{-2i\pi\nu t} dt \quad (29)$$

L'excitation par impulsion a pour effet de perturber simultanément tous les spins. Les fréquences et les amplitudes sont données par la transformée de Fourier de cette impulsion (Fig. 14).

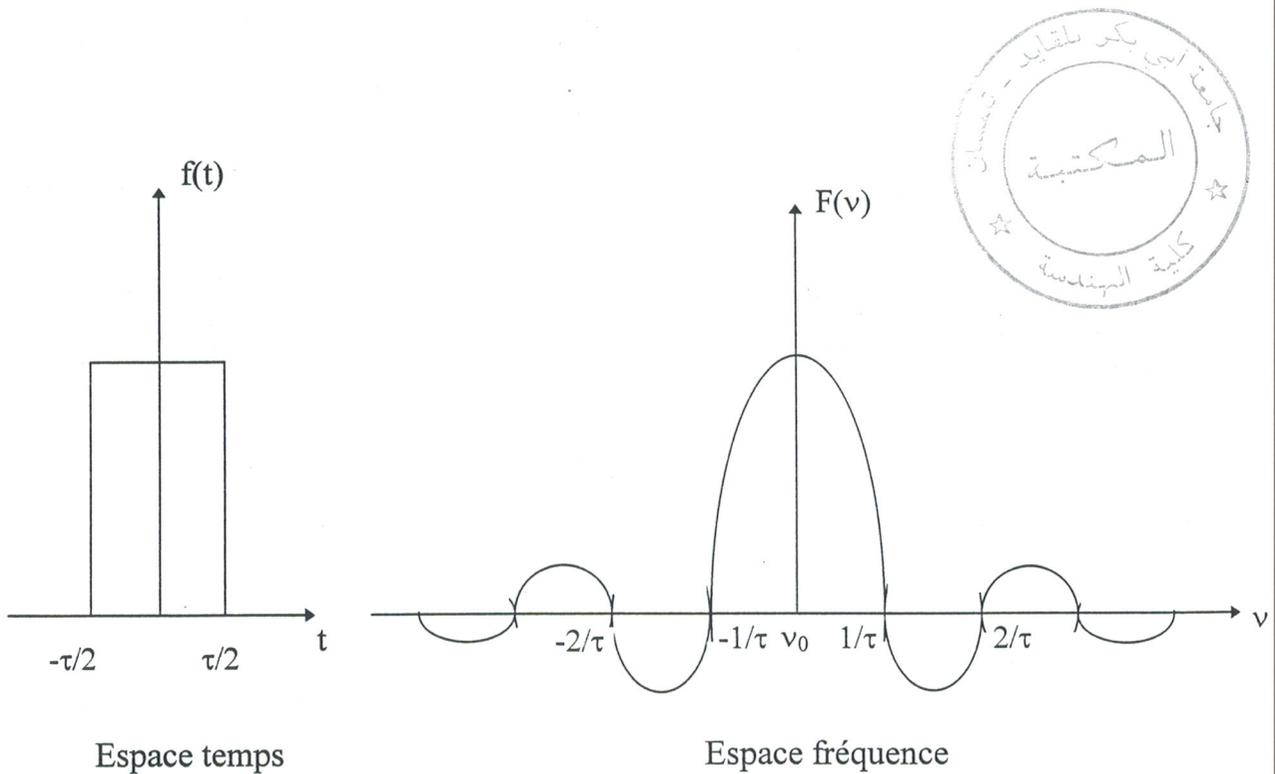


Fig. 14 - Représentation spectro-temporelle d'une impulsion.

A la fin de cette courte impulsion, la bobine d'excitation maintenant utilisée comme récepteur reçoit et transmet l'onde induite par la précession libre des noyaux excités.

Le signal de précession libre $M(t)$ se présente sous la forme d'une exponentielle périodique (Fig. 15.a) qui décroît avec le temps T_2 , il doit donc être transformé en signal $M(ν)$ avec une superposition des fréquences de précession des divers spins. Chaque signal individuel $M(t)$ donne une raie lorentzienne (Fig. 15.b).

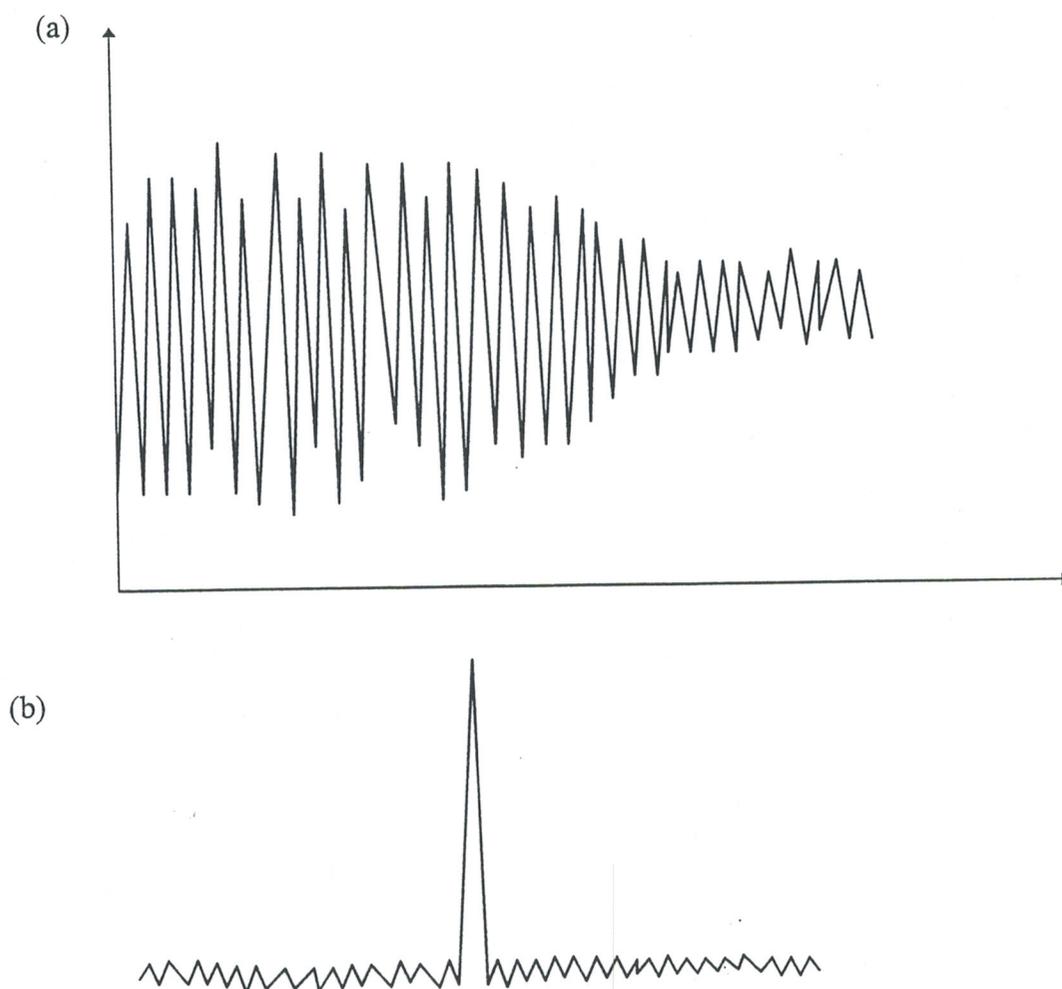


Fig. 15 - (a) signal de précession libre
(b) sa transformée de Fourier

Pendant la durée de la relaxation, on enregistre alors une courbe d'oscillation amortie (Fig. 16)

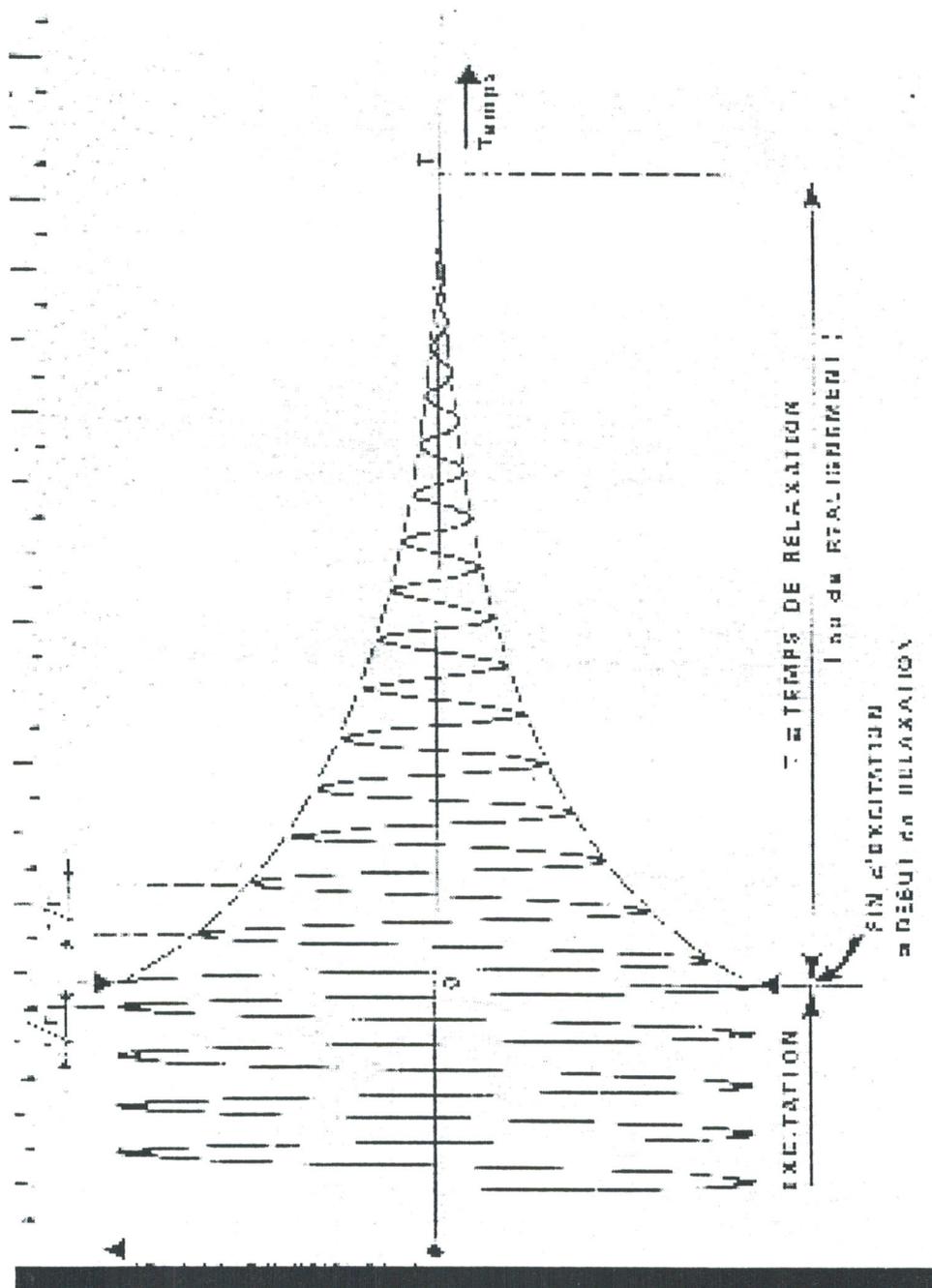


Fig. 16 - Relaxation

Il est donc normal d'utiliser la méthode en émission pulsée pour la mesure des temps de relaxation.

La bobine d'excitation et de détection est disposée de telle manière que son axe soit perpendiculaire au champ magnétique directeur (Fig. 17) [1]. A la fin de l'excitation, au temps désigné par t_0 , admettons que le moment macroscopique ait été amené en quadrature sur le champ \vec{B}_0 (impulsion $\pi / 2$), à cet instant commence la précession libre (Fig. 9 et 17) pendant laquelle le système retourne à sa situation originale et le moment \vec{M} , en tournant à la vitesse de précession revient à sa position de départ (Fig. 6) en parcourant une longue courbe spiralée.

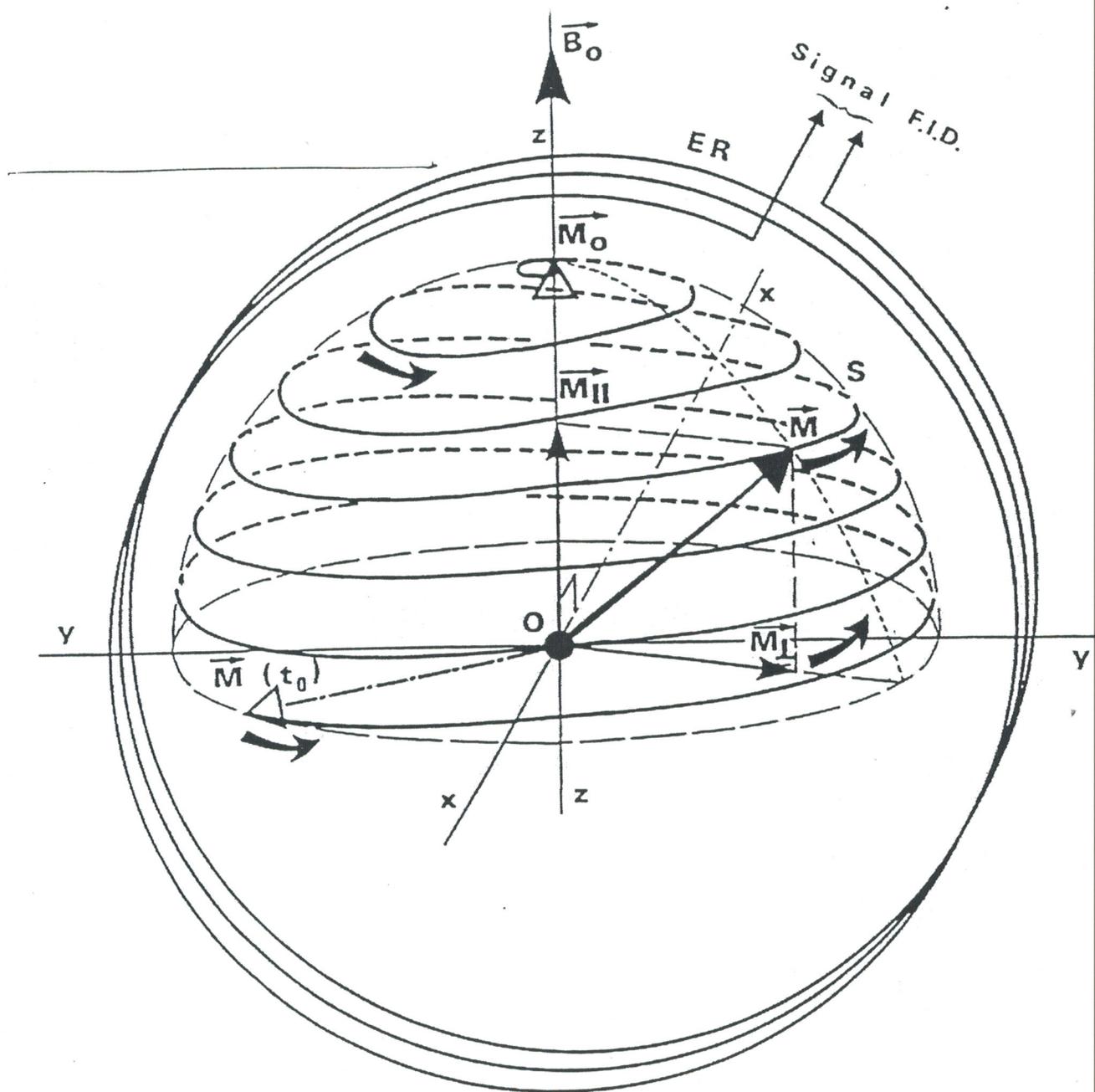


Fig. 17 - Réception du signal

Après transformation d'un signal de précession libre (vu à partir de figure 15) nous obtenons un spectre composé d'une partie réelle (absorption) et d'une partie imaginaire (dispersion) (Fig. 18)

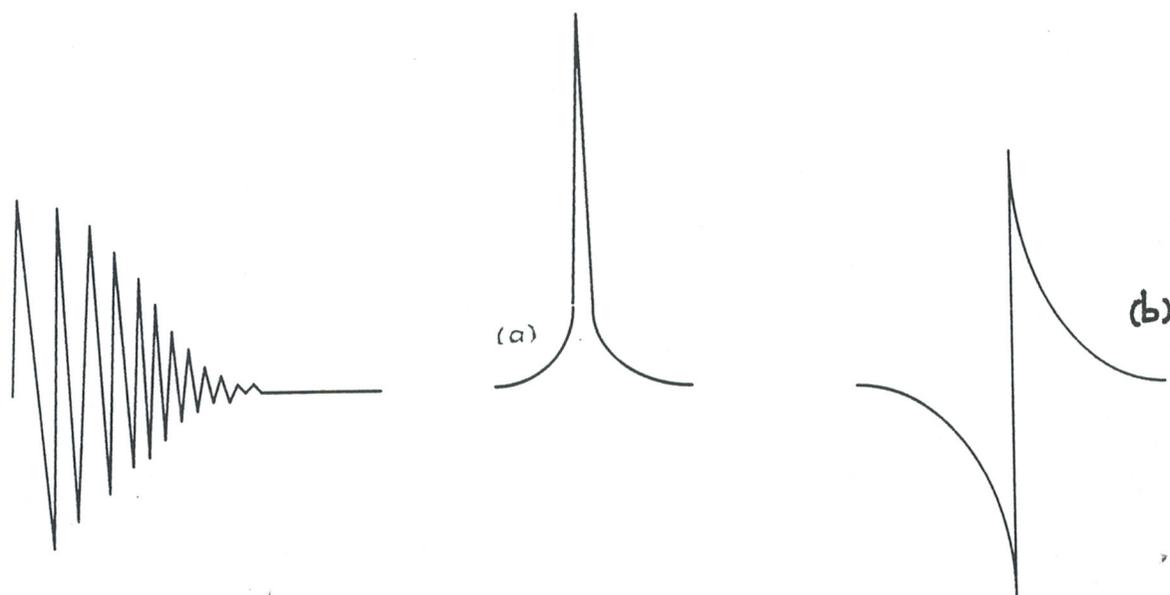


Fig. 18 - (a) partie réelle
(b) partie imaginaire
Obtenues après transformée de Fourier du signal de précession

Vu de la bobine (Fig. 17) la composante horizontale OM_{xy} projection de \vec{OM} sur le plan xoy , apparaît comme un vecteur électrique inducteur alternatif. C'est lui qui induit dans la bobine, le signal amorti de la figure 16. Or le vecteur M_{xy} caractérise la relaxation spin-spin suivant la relation

$$M_{xy} = M_0 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (30)$$

où apparaît le temps T_2 la relaxation spin-spin. D'où la mesure du temps T_2 en interprétant la courbe de la figure 17. Le vecteur $\vec{M}_{//}$ ne se déplace pas devant la bobine et sa variation lente ne peut y induire un signal mesurable. Une méthode de mesure de temps de relaxation T_1 consiste à rechercher le temps minimal entre deux impulsions de synchronisation permettent de retrouver la plus haute intensité de spin.

2 - Le cryoaimant

Les premiers spectromètres RMN utilisés, possédait des aimants permanents, mais le champ statique ne pouvait dépasser 1,4T, car la création d'un champ magnétique de forte puissance nécessite la fabrication d'aimant de grande taille, ce qui pose un problème d'encombrement, d'échauffement et de coût.

La technologie conventionnelle des électro-aimants s'avère impuissante pour résoudre ces problèmes. Il a été possible de réaliser des électro-aimants atteignant des valeurs en champ de polarisation de 2,3T environ. Notons que cette valeur est suffisante en imagerie clinique. Tandis qu'en spectroscopie, il est très intéressant de travailler avec des champs plus intenses pour l'observation d'un plus grand nombre de noyaux. La limitation à cette valeur est conditionnée principalement par le dégagement d'une puissance trop importante par effet de Joule. La solution qui consisterait au refroidissement par eau pour évacuer la chaleur est très coûteuse. Actuellement, le problème est définitivement résolu par l'emploi des matériaux supraconducteurs, en effet les nouveaux spectromètres sont équipés de cryoaimants qui permettent la production d'un champ magnétique de l'ordre de 20T. Avec ces nouveaux aimants, la puissance par effet Joule est, pratiquement nulle car la résistance ohmiques d'un supraconducteur au zéro absolu est nulle. Pratiquement, l'enroulement supraconducteur baigne dans de l'hélium liquide. L'hélium liquide est mis à son tour dans un cryostat qui constitue une enceinte thermostatique. Le cryoaimant est alimenté par le réseau, une fois que nous aurons la valeur désirée du champ \vec{B}_0 , l'excitation est annulée, nous aurons donc en

permanence le champ \vec{B}_0 . Mais ce champ très intense est loin d'être homogène, pour corriger cette inhomogénéité, il est nécessaire d'équiper le spectromètre par des bobines auxiliaires qui vont annuler les micro-champs dans les deux directions de l'espace sachant que la direction de \vec{B}_0 est selon l'axe des z. Certaines de ces bobines sont localisées dans le cryoaimant (« Shims » froids) et d'autres sont à la température ambiante (« Shims » chauds). De plus la stabilité de \vec{B}_0 est assurée par l'asservissement (« Lock ») du courant d'une bobine auxiliaire.

3 - Structure fonctionnelle d'un spectromètre

La figure 19 présente une récapitulation des concepts et des fonctions nécessaires à la mesure RMN. Le cryoaimant « les shims », le « lock » et l'échantillon ne sont pas représentés. Le schéma peut être séparé en trois branches, une branche émission travaillant à la pulsation ω_r , une branche réception travaillant à la pulsation ω_0 et une branche de signaux basses fréquences. Le synthétiseur génère une onde radiofréquence. Le modulateur met cette onde sous forme d'impulsion dont la phase est contrôlée. L'émetteur amplifie ces impulsions puis les transmet à la sonde en passant par le duplexeur (aiguillage trois voies émetteur, récepteur, sonde) qui isole la branche réception. La sonde envoie ensuite le signal RMN au récepteur en passant par le duplexeur qui isole alors la branche émission pour ne pas détecter de bruit de cette branche. Le synchrone reçoit ce signal qui est mélangé à la référence provenant du synthétiseur afin de produire un signal audio. Cette détection dite détection synchrone en phase et en quadrature (DPQ) permet de mesurer les projections de $M(t)$ sur les axes ox et oy du repère tournant (Fig. 20). Ce principe, emprunté à la démodulation d'amplitude, met en œuvre la fonction multiplication est une référence obtenue à partir d'un synthétiseur de même précision et stabilité que celles associées à l'induction magnétique \vec{B}_0 .

Le signal audio est échantillonné avant être numérisé par une opération de quantification assurée par la CAN (conversion analogique numérique). Le signal numérique est traité ou stocké au niveau du système informatique. Lorsque des

signaux de contrôle sont générés par l'ordinateur ils sont émis soit sous forme numérique soit sous forme analogique après conversion par des CNA. Les signaux numériques sont transmis par un bus aux interfaces des appareils.

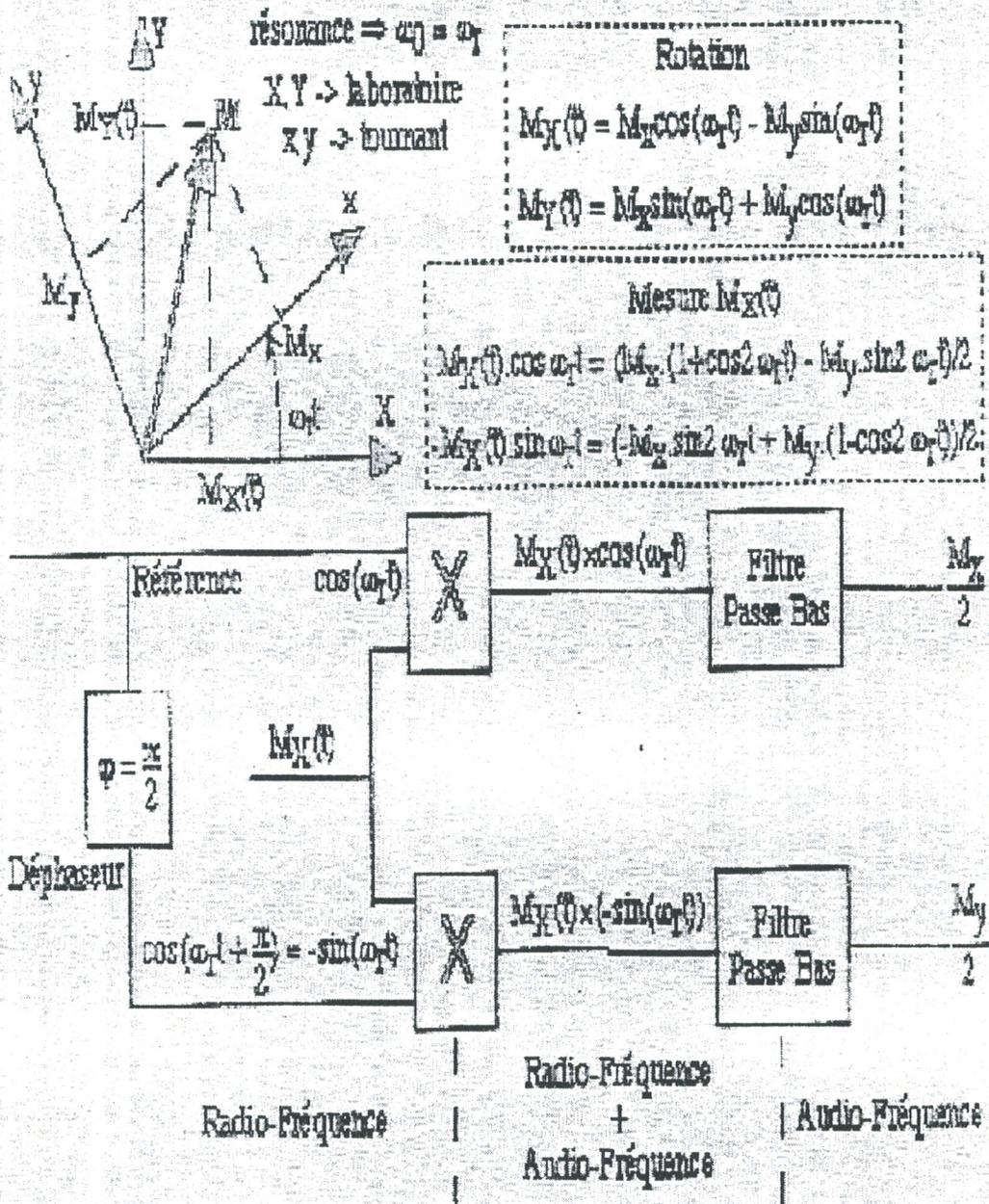


Fig. 20 - Principe d'un détecteur synchrone en phase et en quadrature (DPQ)

4 - La sonde

L'élément principal d'un spectromètre RMN est certainement la sonde. Elle a pour fonction de transmettre de l'énergie radiofréquence et la convertir en énergie magnétique qui excitera l'échantillon à étudier. De même, elle doit recevoir de l'énergie magnétique produite par le retour à l'équilibre de l'aimantation et transmettre celle-ci à la chaîne de réception de spectromètre. La sonde est constituée d'un élément selfique de type selle de cheval, bande symétrique, solénoïde, tore, Cet élément selfique est accordé à la fréquence de Larmor (fréquence de résonance). On peut avoir deux bobines en quadrature, l'une pour l'émission et l'autre pour la réception. Habituellement, une seule bobine assure la fonction d'émission et de réception. Cette nouvelle technique a l'avantage d'éviter tout couplage électromagnétique entre les deux bobines. Ce couplage agit sur l'intensité des signaux de résonance. Cette bobine permet de créer un champ magnétique alternatif \vec{B}_1 (émission) perpendiculaire à \vec{B}_0 . Ce champ induit des transitions entre les sous-niveaux créés. Cette même bobine permet de détecter le signal de résonance à cette même fréquence (réception).

Du point de vue circuiterie une sonde peut être assimilée tout simplement à un circuit résonnant. Ce circuit doit être accordé et adapté. L'accord et l'adaptation assurent la bonne transmission de l'énergie radiofréquence de la bobine vers l'échantillon et inversement.

Chapitre II

Différentes approches de résonateur selle de cheval

Chapitre II

Différentes approches de résonateur selle de cheval

Il ressort du chapitre précédent que le rôle du champ magnétique radiofréquence \vec{B}_1 est indispensable pour toute expérience en RMN. Or ce champ est produit par un élément selfique que nous appelons par abus de langage un résonateur. Ce résonateur remplit la fonction de produire \vec{B}_1 , en émission à partir d'un courant fourni par l'émetteur. En réception et après la coupure de l'excitation, la réponse macroscopique est également un champ radiofréquence d'intensité très faible devant le champ \vec{B}_1 émis. Nous comprenons bien l'importance capitale de cet élément, il faut donc apporter le plus grand soin à sa conception et à sa réalisation. Ainsi, les chercheurs ont mis au point une diversité de structures pour assurer les exigences suivantes :

- possibilité de produire un champ \vec{B}_1 radiofréquence \vec{B}_1 intense, stable et homogène.

Parmis ces structures, nous nous intéressons au résonateur sous forme de selle de cheval, ou encore saddle shaped coils. Justement pour ce type de résonateur la littérature spécialisée met à notre disposition plusieurs configurations de selle de cheval et plusieurs approches de calcul. Dans ce chapitre, nous tenterons de faire le bilan de ces approches. Il faut également noter que la selle de cheval est utilisée comme un résonateur pour produire le champ radiofréquence \vec{B}_1 , elle est aussi utilisée pour la production du champ de polarisation \vec{B}_0 . Les premiers travaux sur cet élément remontent à 1969. En effet, Ginsberg et Melchner proposent la selle de cheval comme élément produisant le champ \vec{B}_0 . En 1976, Hoult et Richards ont mis au point une configuration en selle de cheval avec plusieurs tours mais cette fois-ci la structure est destinée à la production du champ radiofréquence \vec{B}_1 . Dans un autre travail fait par Hoult, Chen et Sank, les hauteurs

présentent une nouvelle variation de la selle de cheval pour la génération de \vec{B}_1 . Enfin en 1986, Carlson publie une nouvelle forme de la selle de cheval pouvant être utilisée pour la production de \vec{B}_0 ou \vec{B}_1 . Notons que toutes ces approches considèrent la selle de cheval sans écran, or dans une expérience RMN l'écran ou le blindage existe pour protéger l'échantillon de toute perturbation électromagnétique.

I - Approche de Ginsberg et Melchner [5]

D. M. Ginsberg et Melvin. J. Melchner ont traité la structure en selle de cheval sous sa forme simplifiée. La structure comporte deux conducteurs filiformes arcées rappelant la forme de la selle de cheval d'où sa dénomination ses deux parties présentent une symétrie parfaite. Nous pouvons la définir comme une ligne à bandes symétriques évidées (Fig. 1).

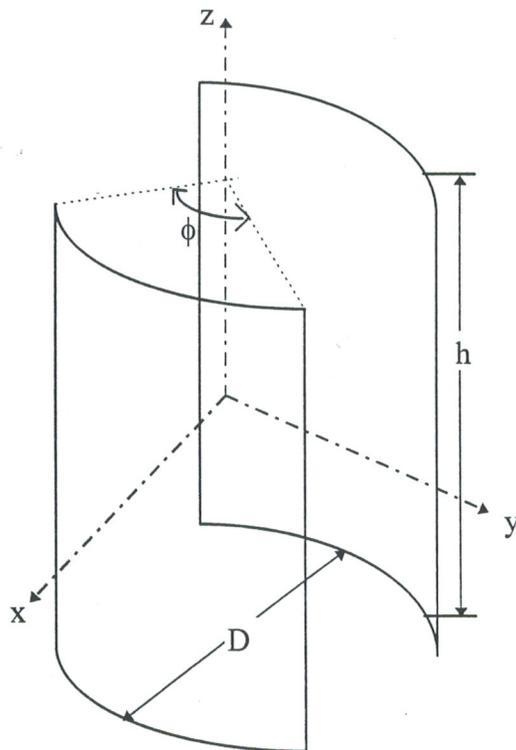


Fig. 1 - Géométrie de la selle de cheval

Les deux armatures sont le siège de deux courants égaux et de sens opposés. Dans ce travail, les auteurs appliquent tout simplement la loi de Biot et Savart en tout point à l'intérieur de la structure. Le champ peut être alors exprimé d'une série de puissance et cela en développant l'expression du champ par le biais de l'approximation de Taylor. Cette façon de raisonner fait apparaître un ensemble de dérivées. Physiquement ces dérivées d'ordre n traduisent inhomogénéité du champ \vec{B}_0 . D'ailleurs nous pouvons signaler d'autres travaux similaires concernant le solénoïde [12] et [13]. Il est intéressant de remarquer que les dérivées d'ordre impaires sont nulles en raison de la symétrie de la structure de plus les dérivées secondes par rapport à x , y et z à l'origine seront nulles. En sommes, nous aurons les résultats :

- Le champ magnétique à l'origine est de la forme :

$$\vec{B}_0 = \frac{4}{\pi} \cdot \mu \cdot N \cdot I \cdot \frac{h}{D^2} \cdot (s^{-1/2} + s^{-1/3}) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \vec{i} \quad (1)$$

$$s = 1 + \left(\frac{h}{D}\right)^2$$

\vec{i} : vecteur unitaire choisi selon la direction x ;

μ : perméabilité du vide ;

N : nombre de spires ;

I : intensité du courant alimentant la selle de cheval ;

h, D : sont respectivement la hauteur et le diamètre de la selle de cheval ;

ϕ : angle de conduction.

- Les inhomogénéités du second ordre à l'origine ont pour expression :

$$\left. \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \right|_0 = \frac{B_0 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^{-2} \cdot \left[-C_1 \cdot \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + C_2 \right]}{C_0} \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right|_0 = \frac{B_0 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^{-2} \cdot \left[-C_1 \cdot \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + C_3 \right]}{C_0} \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \right|_0 = \frac{B_0 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^{-2} \cdot [C_3 - C_2]}{C_0} \quad (4)$$

où les constantes C_i s'expriment comme suit :

$$C_0 = s^2 + s^3 \quad (5)$$

$$C_1 = 5 + 3s + 4s^2 + 8s^3 \quad (6)$$

$$C_2 = 15 + 3s^2 + 6s^3 \quad (7)$$

$$C_3 = 3s + 3s^2 + 6s^3 \quad (8)$$

L'annulation de l'inhomogénéité du second ordre impose la condition, suivante :

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \Rightarrow \phi = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{1/2} \quad (9)$$

Nous pouvons raisonner autrement en définissant la quantité Q , les expressions des inhomogénéité du second ordre s'écrivent alors :

$$\left. \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \right|_0 = B_0 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^{-2} \cdot Q \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right|_0 = B_0 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^{-2} \cdot Q \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \right|_0 = B_0 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^{-2} \cdot Q \quad (12)$$

Q serait égale donc à :

$$Q = \frac{15 - 3s}{s^2 \cdot (1 + s)} \quad (13)$$

dans ce cas la quantité Q traduit physiquement l'inhomogénéité du second ordre par rapport à la hauteur et au diamètre de la structure. L'optimisation de ce facteur par rapport aux dimensions h et D s'écrit :

$$\frac{\partial Q}{\partial h} = 0 \text{ et } \frac{\partial Q}{\partial D} = 0 \text{ ou encore}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial h} = 0 \text{ et } \frac{\partial Q}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial D} = 0.$$

La résolution de ces équations nous conduit à la condition d'optimisation suivante :

$$\frac{h}{D} = 2 \quad (14)$$

Or pour cette valeur, l'angle de conduction ϕ vaut 120° . Nous pouvons d'ailleurs représenter les variations de l'angle de conduction ϕ et de l'inhomogénéité par rapport à $\frac{h}{D}$. La représentation conjointe de ces deux grandeurs conformément aux équations (9) et (13) est illustré par la figure 2. L'enseignement principal que nous pouvons tirer de cette figure est la dégradation de l'inhomogénéité pour une variation très légère de l'angle de conduction.

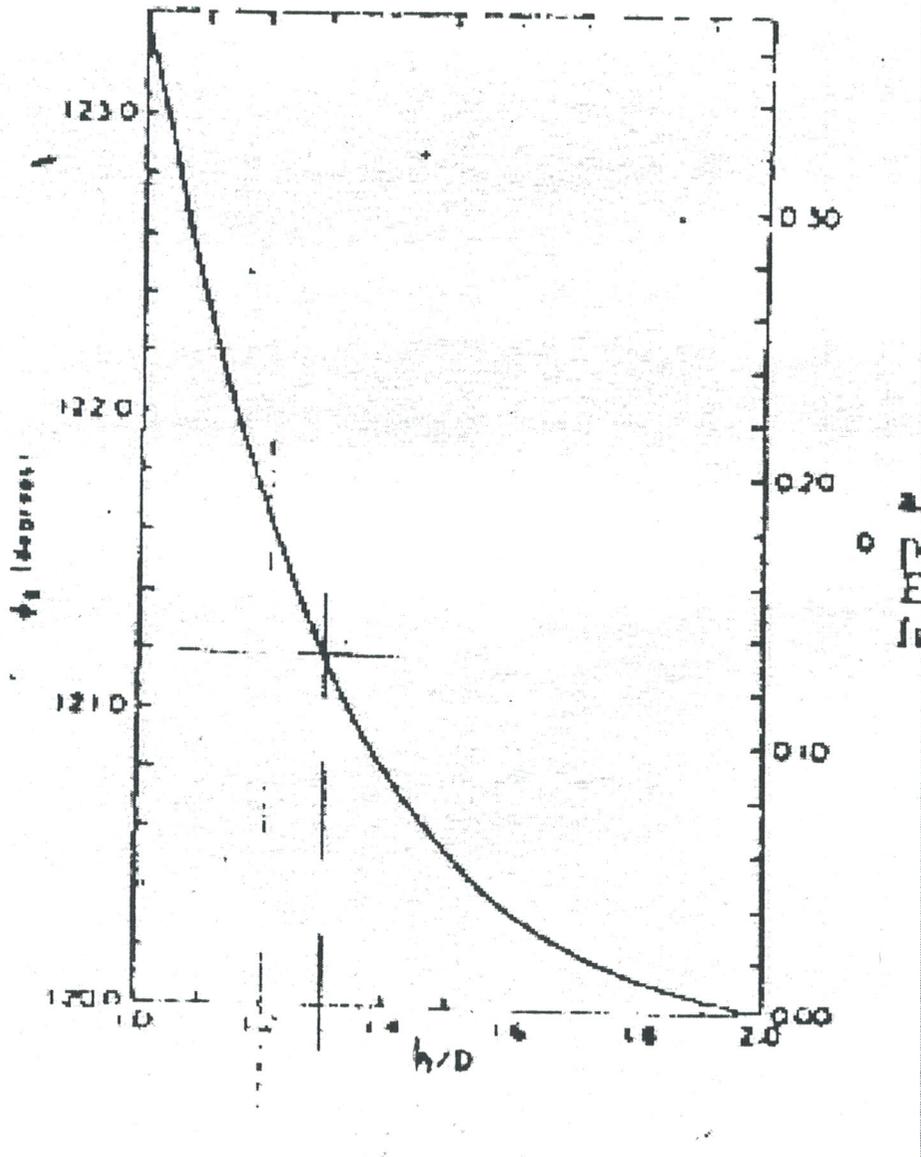


Fig. 2 - Tracé de l'angle de ϕ_0 et q des équations (10) et (14) en fonction de h/D

II - Approche de Hoult et Richards [6]

À notre avis, Hoult et Richards sont les premiers chercheurs à étudier l'application de la selle de cheval pour la génération du champ radiofréquence, \vec{B}_1 , car nous venons de voir que la configuration précédente et les calculs s'y rattachant concernent le champ de polarisation \vec{B}_0 . Dans cette version la selle de cheval comportent plusieurs conducteurs, sa configuration géométrique est représentée par la figure suivante :



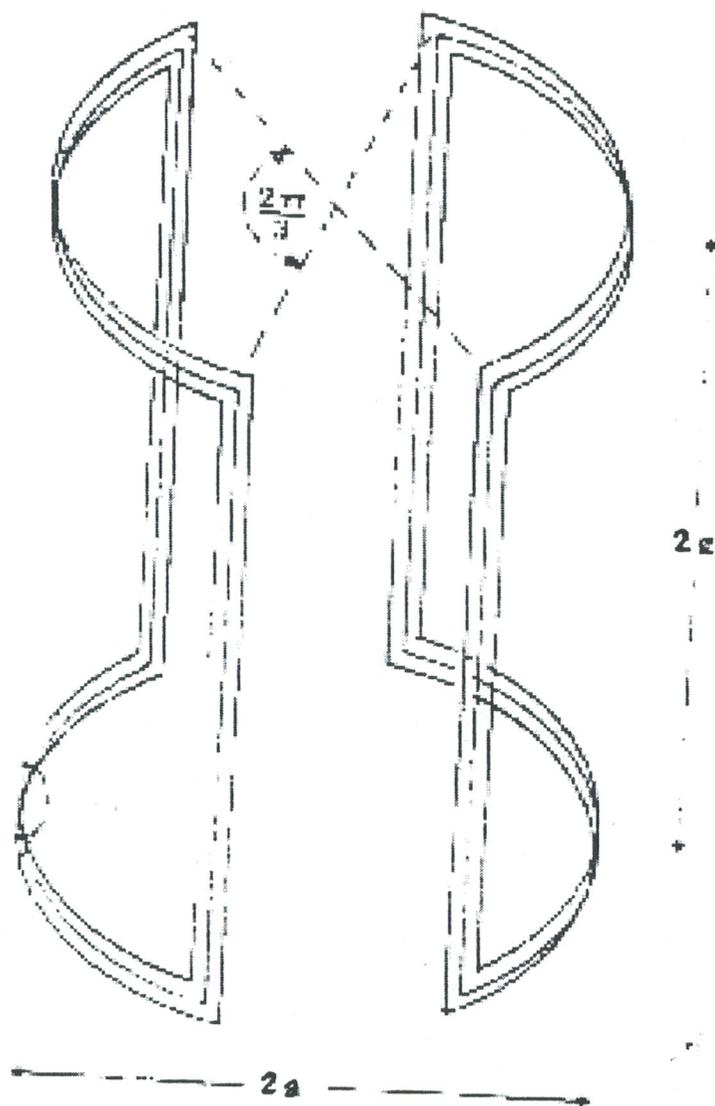


Fig. 3 - Géométrie du résonateur selle de cheval

a et $2g$ sont respectivement le rayon et la hauteur du résonateur, ϕ étant l'angle de conduction. Dans ce qui suit nous présentons le calcul de base qui sert de support au calcul du champ radiofréquence.

1 - Champ au niveau de la selle de cheval

Considérons dans un espace un point p , avec un élément ds (Fig. 4).

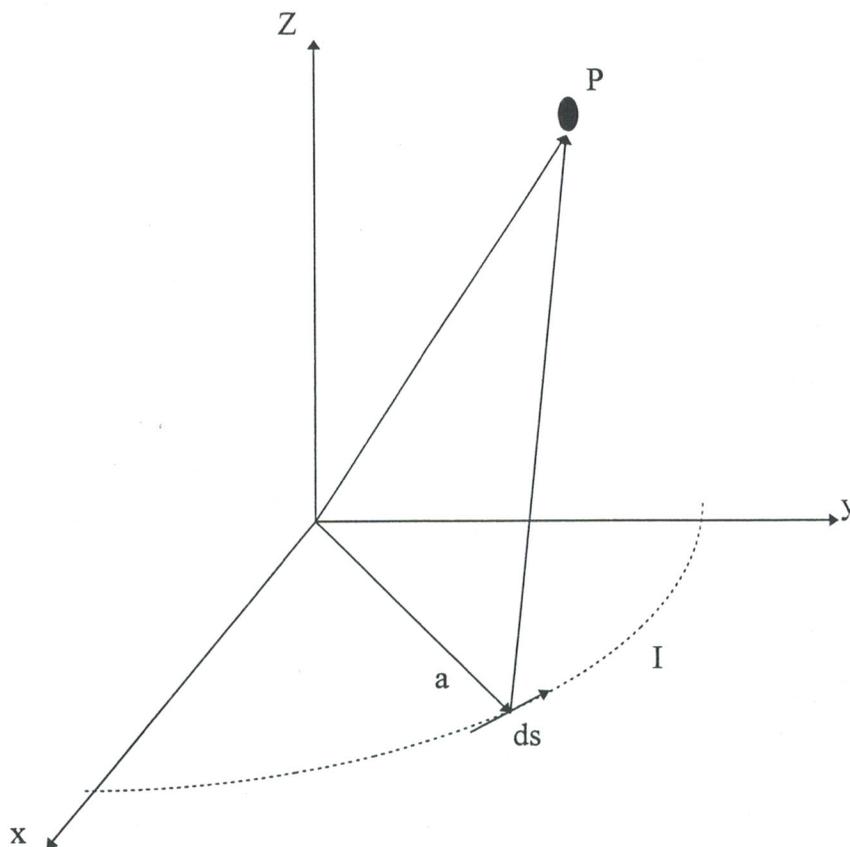


Fig. 4 -

Le potentiel vecteur est défini comme suit :

$$dA = \left(\frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4} \right) \left(\frac{ds}{v} \right) \quad (15)$$

où

$v = |p' - a|$: la distance entre le point p et l'élément ds ;

μ : perméabilité du fil ;

μ_0 : perméabilité dans le vide ;

I : intensité du courant d'alimentation.

Si maintenant on applique cette relation au centre de la selle de cheval avec un diamètre de 2a et une longueur de 2g. v sera écrite sous la forme suivante :

$$v = (a^2 + g^2)^{1/2}$$

la contribution du champ dans chaque bande sera définie par :

a) **l'arc horizontal :**

$$B_{\text{horizontal}} = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{(-a \cdot \sin\phi)i + (a \cdot \cos\phi)j}{(a^2 + g^2)^{1/2}} d\phi$$

i et j sont respectivement les vecteurs unitaires suivant x et y.

$$B_{\text{horizontal}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot a}{\pi \cdot (a^2 + g^2)^{1/2}} \cdot j$$

$$B_{\text{horizontal}} = -\frac{\sqrt{3} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot a}{\pi} \cdot \frac{a \cdot g}{(a^2 + g^2)^{3/2}} \cdot i \quad (16)$$

b) **bande verticale :**

Le potentiel de la bande verticale est défini comme suit :

$$A = \int_{-g}^g \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot (a^2 + z^2)^{1/2}} \cdot dz \quad (17)$$

Le champ produit par le potentiel A est :

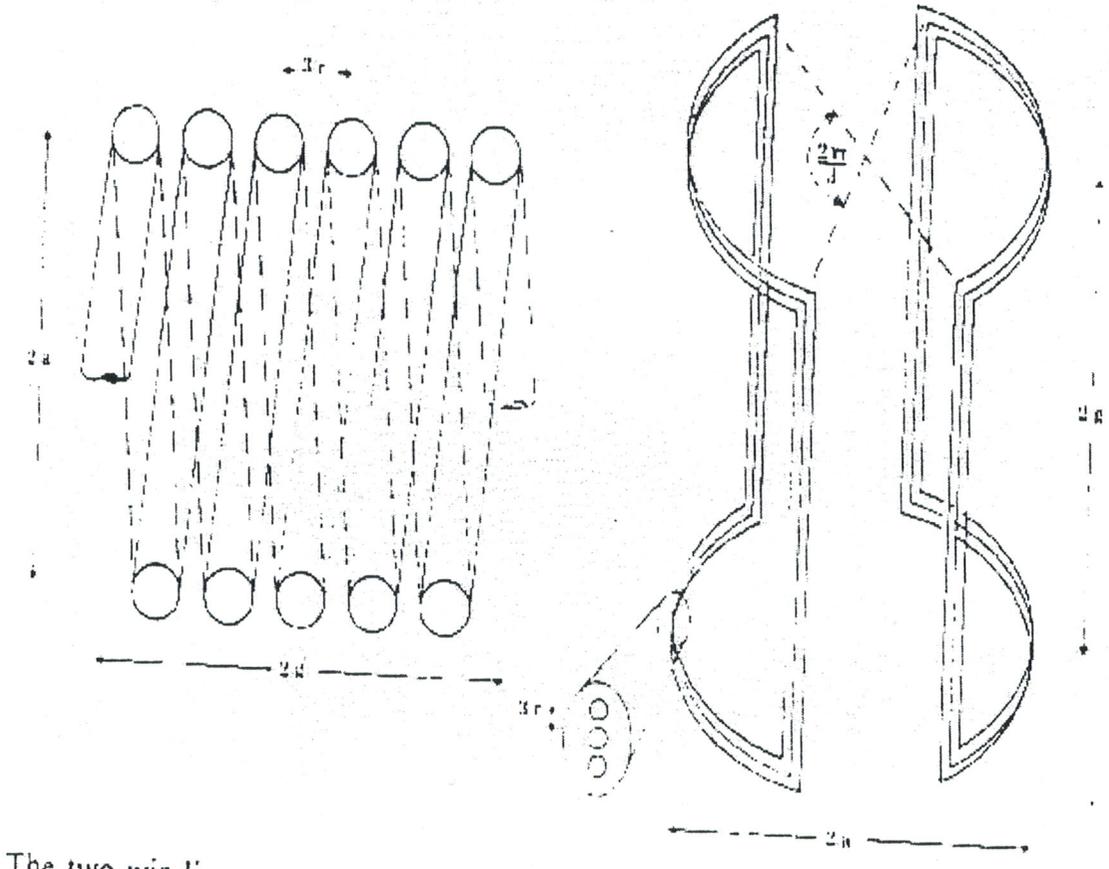
$$\begin{aligned}
 B_{\text{vertical}} &= \frac{\sqrt{3} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\partial}{\partial a} \left[\int_{-g}^g \frac{dz}{(a^2 + g^2)} \right] \cdot i \\
 B_{\text{vertical}} &= \frac{\sqrt{3} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot I}{\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial a} \left[\sinh^{-1} \left(\frac{g}{a} \right) \right] \cdot i \\
 B_{\text{vertical}} &= - \frac{\sqrt{3} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot I}{\pi} \cdot \frac{g}{a \cdot (a^2 + g^2)^{1/2}} \cdot i
 \end{aligned} \tag{18}$$

A partir des équations (16) et (18), nous pouvons déterminer le champ au centre de la selle de cheval pour une unité de courant :

$$B_{xy} = \frac{\sqrt{3} \cdot \mu \cdot \mu_0}{\pi} \cdot \left[\frac{a \cdot g}{(a^2 + g^2)^{3/2}} + \frac{g}{a \cdot (a^2 + g^2)^{1/2}} \right] \tag{19}$$

2 - Etude comparative des résonateurs selle de cheval et hélicoïdale

Dans leurs travaux, Hoult et Richards ont comparé la selle de cheval avec le résonateur hélicoïdal ou solénoïde. Il faut noter que le champ radiofréquence produit par un solénoïde dont les caractéristiques sont données par la figure suivante :



The two ...

a- résonateur hélicoïdal

b- selle de cheval

Fig. 5 - Géométrie des deux résonateurs

a pour expression

$$B_{xy} = \frac{\mu_0 n}{2} \cdot \frac{1}{(a^2 + g^2)^{1/2}} \quad (20)$$

n : étant le nombre de tours, or, nous avons vu que le champ produit par la selle de cheval s'écrit sous la forme :

$$B_{xy} = \frac{n \cdot \sqrt{3} \cdot \mu_0}{\pi} \cdot \left[\frac{a \cdot g}{(a^2 + g^2)^{3/2}} + \frac{g}{a \cdot (a^2 + g^2)^{1/2}} \right] \quad (21)$$

Initialement, en s'inspirant des travaux précédents, les deux auteurs ont trouvé les dimensions de la selle de cheval pour une meilleure homogénéité à savoir.

- angle de conduction $\phi = 120^\circ$
- $g = 2a$
- diamètre du fil $\frac{g}{5}$

un cas particulier est considéré par la condition $a = g$, alors les champs dûs à la selle de cheval et au solénoïde sont respectivement :

$$B_1 = 0,585 \cdot \frac{n \cdot \mu_0}{a} \quad (22)$$

$$B'_1 = 0,354 \cdot \frac{n \cdot \mu_0}{a} \quad (23)$$

tandis que les longueurs du fil pour les deux résonateurs sont respectivement :

$$\ell = 8 \cdot n \cdot a \left[\frac{g}{a} + \frac{\pi}{3} \right] \quad (24)$$

$$\ell' = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot a \quad (25)$$

Nous ne commettons pas une erreur grande (1%) si nous adaptons les valeurs suivantes.

$$\ell = 16,4 \cdot n \cdot a \quad (26)$$

$$\ell' = 6,3 \cdot n \cdot a \quad (27)$$

Il faut savoir que ce type de relation est très commode pour les instrumentalistes de la RMN lors de la conception et de la réalisation des résonateurs, autrement dit, les expressions sont très pratiques.

Il faut savoir que ce type de relation est très commode pour les instrumentalistes de la RMN lors de la conception et de la réalisation des résonateurs, autrement dit, les expressions sont très pratiques.

Il est intéressant de noter que le niveau de bruit pour chaque résonateur a les expressions suivantes :

$$\psi = 0,094 \cdot \frac{\mu_0 \cdot V_s}{a} \quad (28)$$

$$\psi' = 0,29 \cdot \frac{\mu_0 \cdot V_s}{a} \quad (29)$$

V_s étant le volume délimité par chaque résonateur.

Il ressort de la comparaison de ces expressions que le bruit généré par la selle de cheval est faible par rapport au bruit généré par le solénoïde. Ceci nous montre l'avantage de la selle de cheval sur l'autre type de résonateur. Dans le solénoïde, il a été montré que la moitié de l'énergie magnétique est stockée à l'intérieur du résonateur pour un champ \vec{B}_1 homogène. Tandis que pour l'autre structure le coefficient de localisation de l'énergie magnétique est plus faible. Cette situation s'explique par la configuration géométrique des deux résonateurs ; en effet le solénoïde a une structure plus fermée que celle de la selle de cheval. Il est nécessaire de noter qu'il s'agit d'une comparaison partielle et nous ne pouvons en aucune manière affirmer que la selle de cheval est plus performante que le solénoïde, car cela dépend de toute une panoplie de paramètres et surtout du type d'expérience RMN que nous souhaitons mener. A titre d'exemple, dans les expériences RMN du solide, le solénoïde est tout indiqué.

III - Approche de Hoult, Chen et Sank [7]

Hoult et ces collaborateurs ont mis au point une nouvelle variante du résonateur en selle de cheval, elle est légèrement différente de la précédente configuration notamment au niveau de l'amenée de puissance. Ce type de résonateur est plus performant par rapport au système de bobines en quadrature utilisé surtout en imagerie par résonance

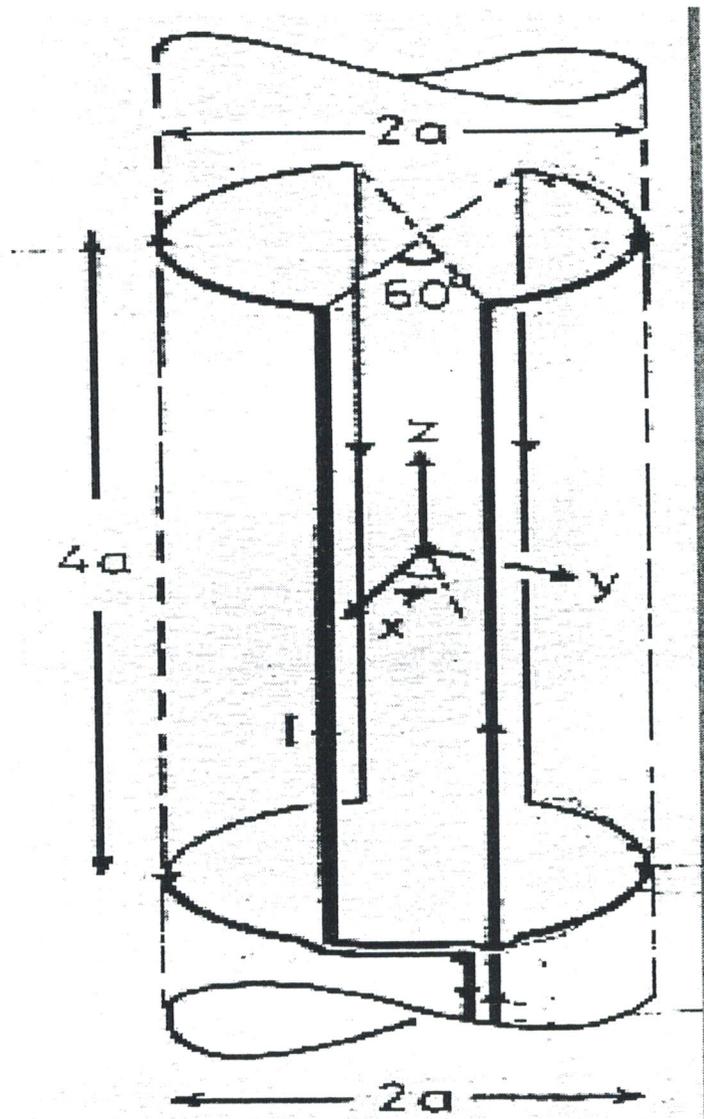


Fig. 6 - Selle de cheval en 3D

1 - Allure du champ B_1

Dans ce travail, Hoult et ses collaborateurs étudient le champ radiofréquence produit par la selle de cheval en partant du potentiel vecteur, ou bien le potentiel scalaire ce potentiel scalaire V peut être établi à partir de l'équation de Laplace.

En utilisant les harmoniques sphériques l'expression de V est :

$$V = I \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_{nm} \cdot r^n \cdot P_{nm}(\theta) \cdot \exp(i \cdot m(\phi - \psi)) \quad (30)$$

I : courant qui circule dans une armature ;

C_{nm} : constantes ;

P_{nm} : polynômes de Legendre ;

r, θ et ϕ : coordonnées sphériques.

Signalons que le terme Ψ mesure la position azimutale lors de la rotation de la structure en selle de cheval autour de l'axe z .

Dans la position $\Psi = 0$ une des deux armatures est portée au potentiel scalaire V_0 , et alimentée par un courant positif. Par contre dans la position $\psi = \pi$, l'autre armature est portée au potentiel scalaire V_π et alimentée par courant égal au 1^{er} mais négatif. Le potentiel résultant s'exprime comme :

$$V'_0 = V_0 - V_\pi = I \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_{nm} \cdot r^n \cdot P_{nm}(\theta) \cdot \exp(i \cdot m \cdot \phi) (1 - (-1)^m) \quad (31)$$

Il est clair que cette différence de potentiel est nulle pour des degrés pairs, donc il reste que des termes de degrés impairs.

A partir de ce potentiel calculé numériquement en tout point de la structure, nous pouvons déterminer les champs \vec{E} et \vec{B} . Or ce qui nous intéresse particulièrement dans ce travail est, la détermination du champ radiofréquence \vec{B}_1 . Il est facile de calculer numériquement ce champ à partir du potentiel V calculé précédemment. L'obtention d'une expression analytique simple par lissage du champ \vec{B}_1 n'était pas possible alors nous avons opté pour une représentation graphique.

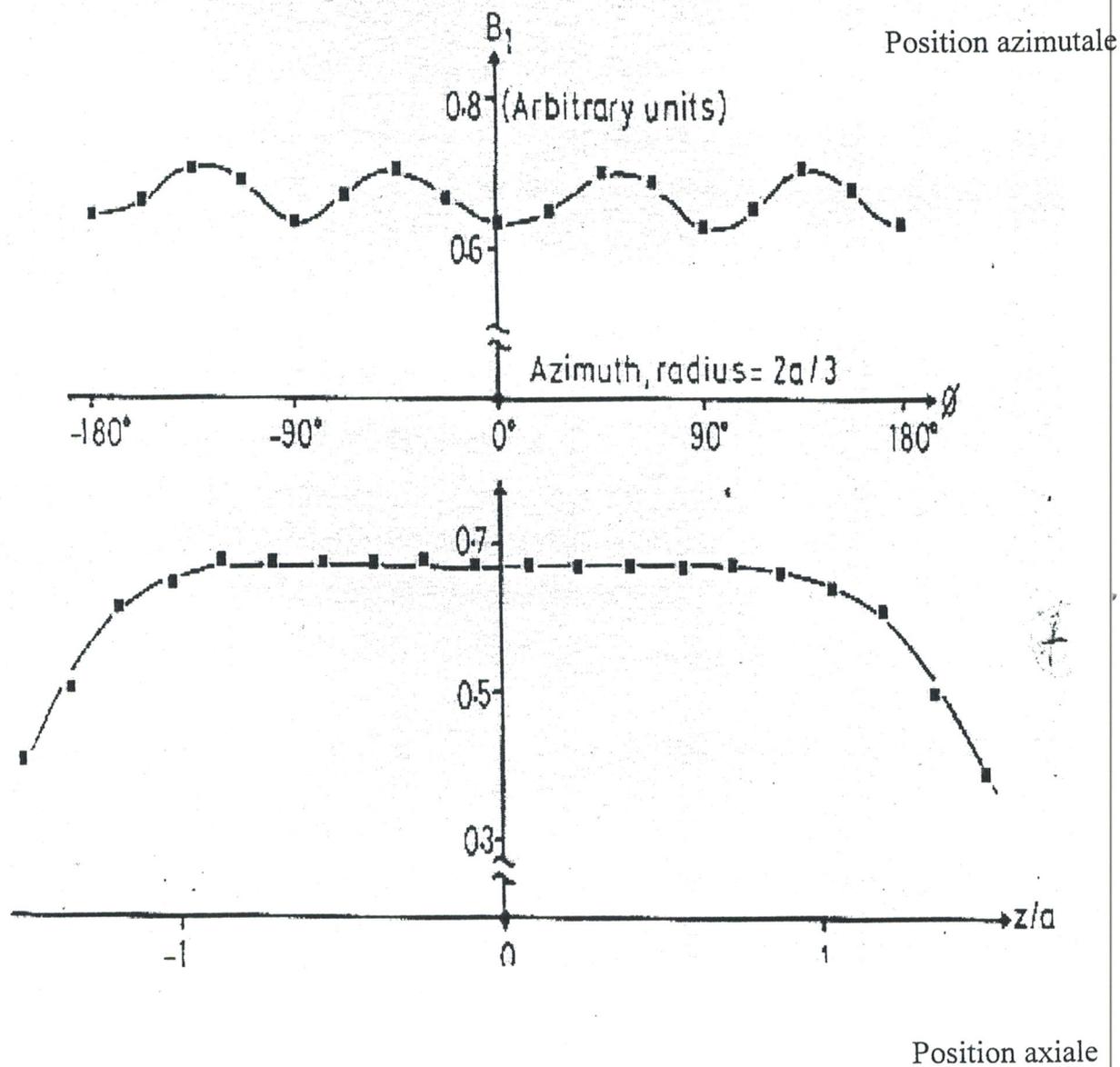


Fig. 7 - Le champ azimutale et axiale de la selle de cheval

En effet la figure(7) nous montre la variation de B_1 en fonction de ϕ et du rapport $\frac{z}{a}$. Et nous voyons clairement la stabilité et l'homogénéité du champ \bar{B}_1 produit par le nouveau résonateur.

2 - Détecteur quadratique

Comme nous l'avons expliqué précédemment, certains spectromètres étaient équipés d'une sonde avec deux bobines en quadrature une pour l'émission et l'autre pour la réception. A l'image de ce système, nous pouvons concevoir une structure composée de deux selles de cheval concentriques dont le schéma est le suivant :

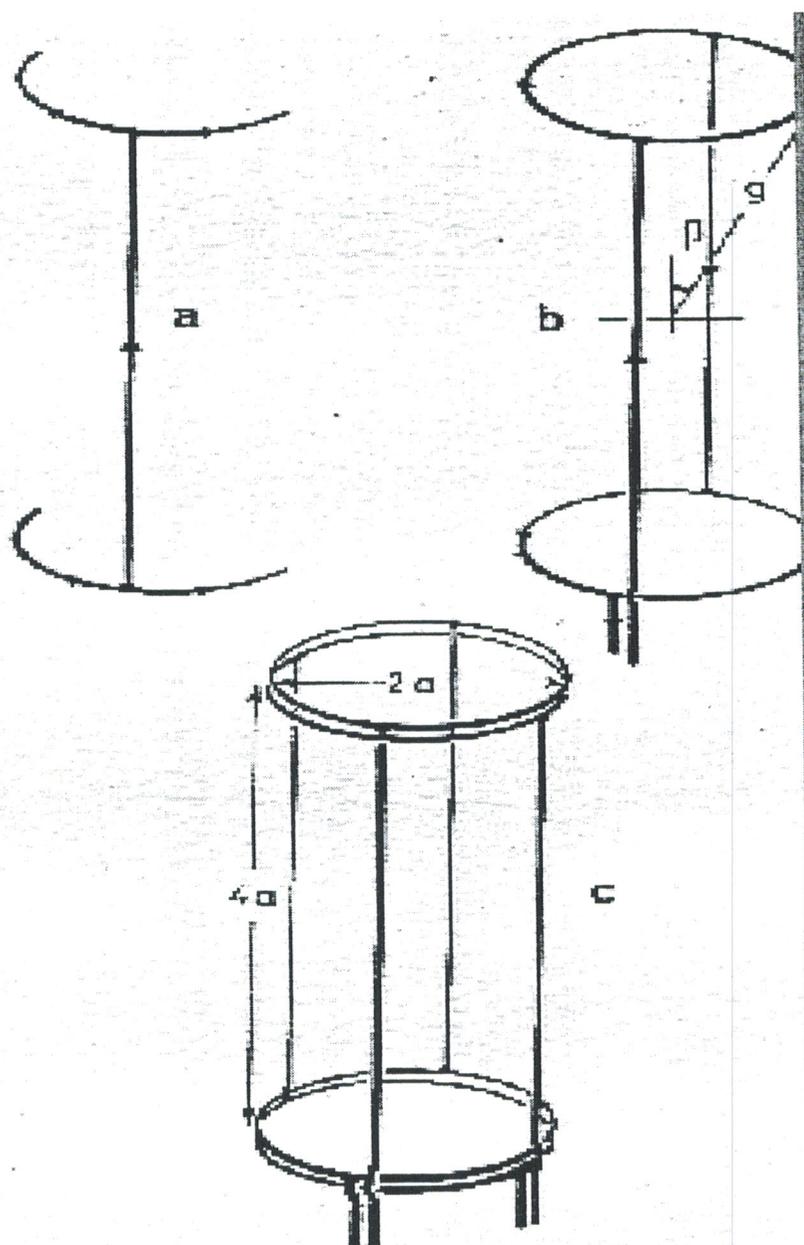


Fig. 8 - Construction du détecteur quadratique.
 (a) construction du bloc élémentaire
 (b) résonateur simple par faible homogénéité
 (c) double résonateur par une bonne homogénéité

Ce système est appelé détecteur quadratique, nous allons présenter le raisonnement qui consiste à déterminer l'allure de \bar{B}_1 , champ produit par la simple selle de cheval et le détecteur quadratique.

A la position $\psi = 0^\circ$, le potentiel produit est $V^{(1)}$, le courant I_1 vaut :

$$I_1 = I_0 \cdot \cos \omega_0 \cdot t \quad (32)$$

ω_0 : fréquence de Larmor

A la position $\psi = 90^\circ$, le potentiel produit est $V^{(2)}$, le courant I_2 vaut :

$$I_2 = I_0 \cos(\omega_0 t + \sigma) \quad (33)$$

Le courant de la deuxième position est en phase par rapport à la première position.

A partir de l'équation (30), le potentiel total est :

$$V_0 = V^{(1)} + V^{(2)}$$

$$= \frac{I_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_{nm} \cdot r^n P_{n,m}(\theta) \cdot e^{im\phi} \left[\left(e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t} \right) + e^{\frac{im\pi}{2}} \left(e^{i(\omega_0 t + \sigma)} + e^{-i(\omega_0 t + \sigma)} \right) \right]$$

$$V_0 = \frac{I_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_{nm} r^n P_{nm}(\theta) e^{im\phi} \left[\begin{array}{l} e^{i\omega_0 t} \left(1 + e^{i(\sigma - m\frac{\pi}{2})} \right) \\ + e^{-i\omega_0 t} \left(1 + e^{-i(\sigma + m\frac{\pi}{2})} \right) \end{array} \right] \quad (34)$$

Si $m=1$ et $\sigma = \frac{\pi}{2}$, le terme $e^{-i\omega_0 t}$ s'annule et le terme $e^{i\omega_0 t}$ sera maximum.

La rotation du potentiel et du champ correspond à la précession nucléaire :

$$\omega_0 = -\gamma \cdot B_0$$

Si nous inversons le sens de rotation, $\sigma = -\frac{\pi}{2}$, le terme $e^{-i\omega_0 t}$ devient

maximum et $e^{i\omega_0 t}$ s'annule.

Nous supposons que la rotation du potentiel est dans le sens positif, l'équation (34) sera :

$$V_0^{(+)} = \frac{I_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_{nm} r^n P_{nm}(\theta) e^{im\phi} e^{i\omega_0 t} \left(1 + e^{\frac{i\pi}{2}(1-m)}\right) \quad (35)$$

Si $m=3$ le potentiel $V_0^{(+)}$ s'annule.

A une position décalée de $\psi=\Pi$ par rapport à la première position ($\psi=0$) où circule le courant négatif, le potentiel est :

$$V^{(+)} = V_0^{(+)} - V_{\pi}^{(+)} = \frac{I_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_{nm} P_{nm}(\theta) e^{im\phi} e^{i\omega_0 t} \left(1 + e^{\frac{i\pi}{2}(1-m)}\right) \cdot (1 - (-1)^m) \quad (36)$$

Pour les mêmes raisons que précédemment, nous avons opté pour une représentation graphique du champ \bar{B}_1 : la figure (9) représente les variations de \bar{B}_1 pour les deux structures ; selle de cheval et détecteur quadratique.

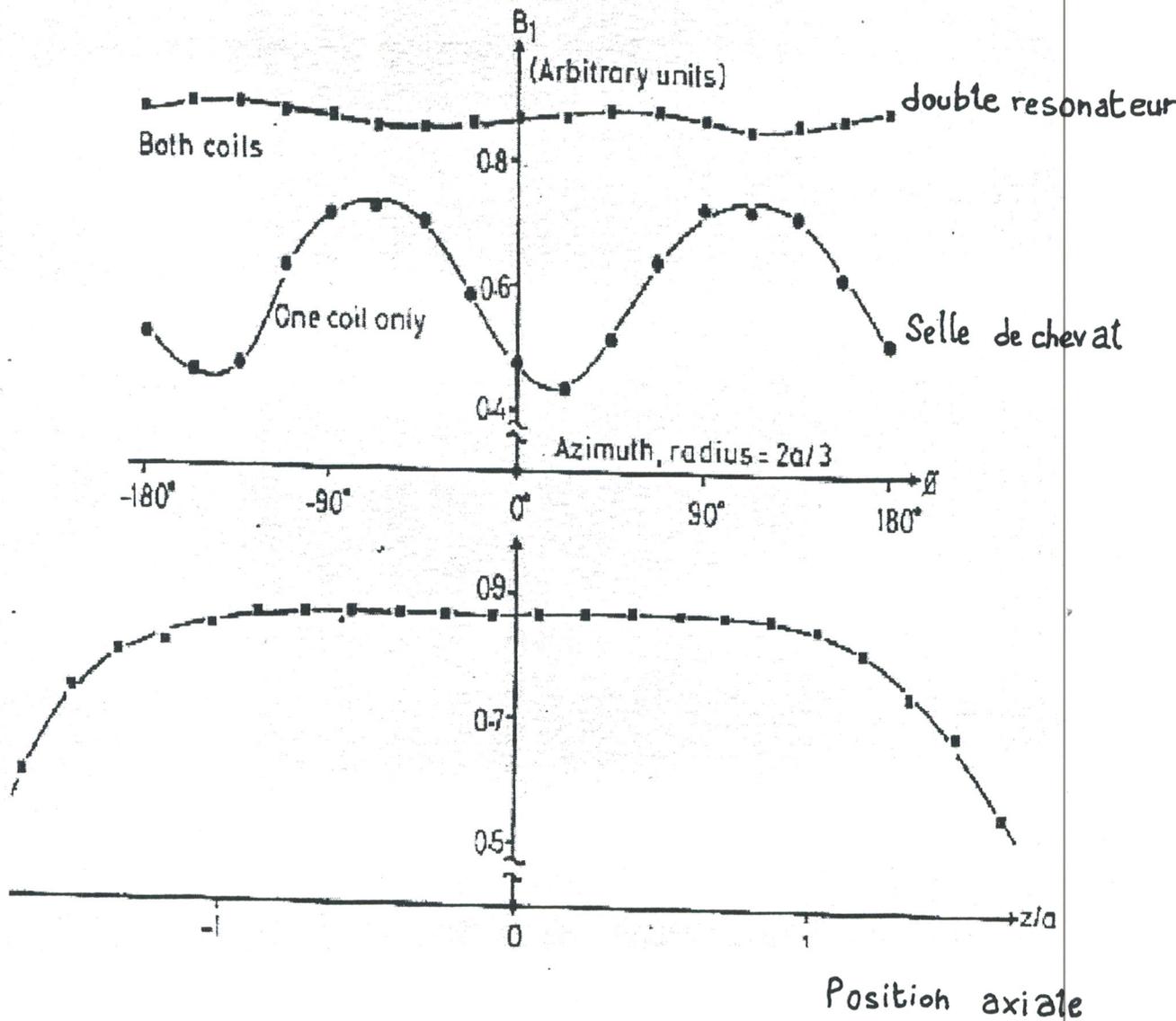


Fig. 9 - Champ azimuthale et axiale du détecteur quadratique

En effet, nous remarquons que l'homogénéité est fortement améliorée. Nous allons montrer formellement dans ce qui suit que ce système est pourvu d'un inconvénient, car à la réception, nous devons apporter une correction de phase

3 - Réception du signal

Pour une bonne réception, il faut bien choisir les caractéristiques de transmission dans un résonateur. En un point P, le champ généré par l'une des deux armatures est \vec{B}_{11} , l'autre armature nous donne \vec{B}_{12} . Le déphasage entre les deux armatures est de $\pi/2$. \vec{B}_{11} et \vec{B}_{12} sont des vecteurs, ils présentent des quantités complexes.

La force électromotrice f.e.m induite dans le résonateur est :

$$\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{B} \cdot \vec{M}) \quad (37)$$

\vec{M} : magnétisation.

- La f.e.m dû à la première armature

$$\varepsilon_1 = -\frac{\partial}{\partial t}(B_1^* \cdot M + B_1 \cdot M^*) \quad (38)$$

- La f.e.m dû à la deuxième armature

$$\varepsilon_2 = -\frac{\partial}{\partial t}(B_2^* \cdot M + B_2 \cdot M^*) \quad (39)$$

Durant la transmission, le courant circulant dans la première armature est $I_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$, celui de la deuxième armature est $I_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$. Nous aurons donc un champ \vec{B}_1 avec une rotation

$$B_{1rot} = \frac{I_0}{2}(B_{11} - i \cdot B_{12}) \quad (40)$$

A la résonance, pour un temps faible τ , l'équation de Bloch s'écrit :

$$\frac{dM}{dt} = i \cdot \gamma \cdot B_{1rot} \cdot M_0 \quad (41)$$

$$\Rightarrow M = \frac{i.\gamma.M_0.\tau.I_0(B_1 - i.B_2)}{2}$$

ou bien

$$M \approx \frac{i.\gamma.M_0.\tau.I_0(B_1 - i.B_2).e^{i.\omega_0.t}}{2} \quad (42)$$

En remplaçant M dans les équations (38) et (39) :

$$\xi_1 = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \gamma.M_0.\tau.I_0 \left[B_1.B_1^* \sin(\omega_0.t) - \frac{B_1^*.B_2}{2}.e^{i.\omega_0.t} - \frac{B_1.B_2^*}{2}.e^{-i.\omega_0.t} \right] \right\} \quad (43)$$

$$\xi_2 = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \gamma.M_0.\tau.I_0 \left[-B_2.B_2^* \cos(\omega_0.t) - i.\frac{B_1.B_2^*}{2}.e^{i.\omega_0.t} + i.\frac{B_2.B_1^*}{2}.e^{-i.\omega_0.t} \right] \right\} \quad (44)$$

Nous avons un déphasage entre les deux signaux (équation (43) et (44)) de $\pi/2$. Pendant la transmission du signal, le courant circulant dans la deuxième armature du résonateur est caractérisé par un retard, par rapport à la première armature. Il apparaît alors un champ \vec{B}_1 avec une rotation positive.

A la réception du signal, nous avons une sommation des deux signaux qui sont en retard l'un par rapport à l'autre. Pour un retard de $\pi/2$, nous remplaçons t dans l'équation (43) par $(t - \pi/2)$:

$$\xi'_1 = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \gamma.M_0.\tau.I_0 \left[-B_1.B_1^* \cos(\omega_0.t) + i.\frac{B_1^*.B_2}{2}.e^{i.\omega_0.t} - i.\frac{B_1.B_2^*}{2}.e^{-i.\omega_0.t} \right] \right\} \quad (45)$$

Après sommation des deux équations (45) et (44) :

$$\xi'_1 + \xi_2 = -\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \gamma.M_0.\tau.I_0 \left[(B_1.B_1^* + B_2.B_2^*) - i.(B_1^*.B_2 - B_2^*.B_1) \cos(\omega_0.t) \right] \right\} \quad (46)$$

Cette correction de la phase est donc nécessaire pour une bonne réception du signal.

La figure 9 montre qu'il n'y a aucune variation de phase dans le signal reçu. Pour cela et pour une bonne transmission et réception du signal, nous avons besoin d'un « quadratureur de phase ». La figure 10 montre un modèle simple, il est plus facile de générer une rotation du champ \vec{B}_1 par deux résonateurs orthogonaux.

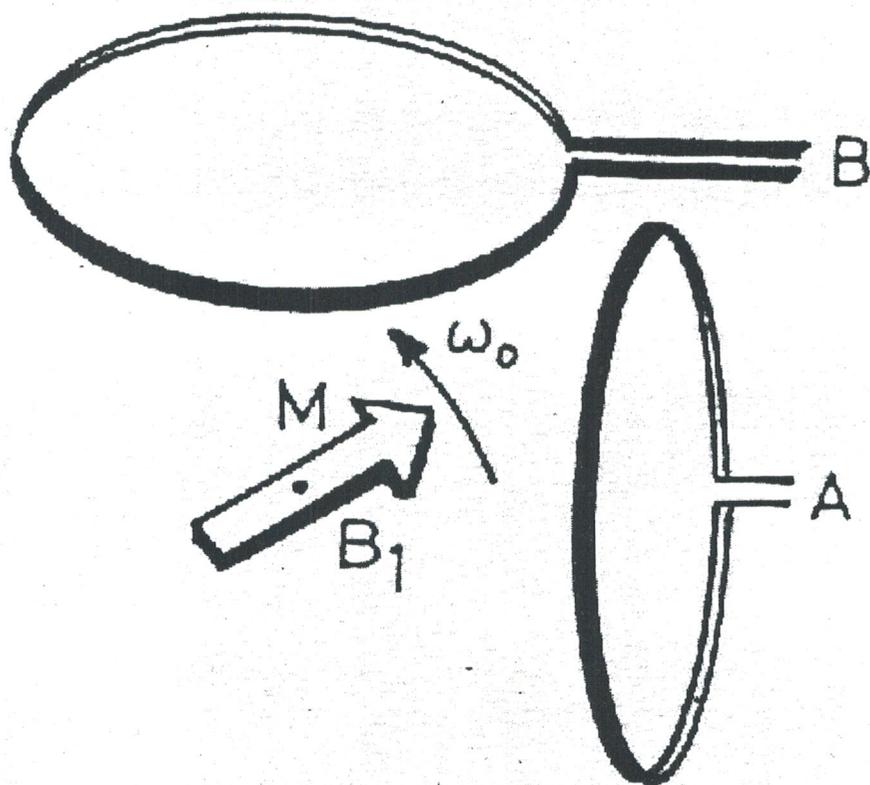


Fig. 10 - Quadratureur de phase

IV - Approche de J. W. Carlson [8]

L'idée principale de Carlson est d'augmenter le nombre de selle de cheval et les disposer convenablement. Naturellement, l'intensité du champ radiofréquence sera encore plus élevée. Cela va dans le sens des impératifs d'une « bonne » expérience RMN. De plus nous aurons une homogénéité plus forte. Nous allons établir le formalisme nécessaire pour l'obtention de la densité du courant pour un conducteur simple. En suite, nous le généralisons à un ensemble de conducteurs, cet ensemble de conducteurs génère le résonateur en selle de cheval.

1 - Distribution du courant

Le problème est de déterminer des solutions pour le courant à partir des équations de Maxwell. Bien sûr pour que la résolution soit possible, il faudrait adjoindre des conditions aux limites. Considérons un conducteur ayant la forme suivante :

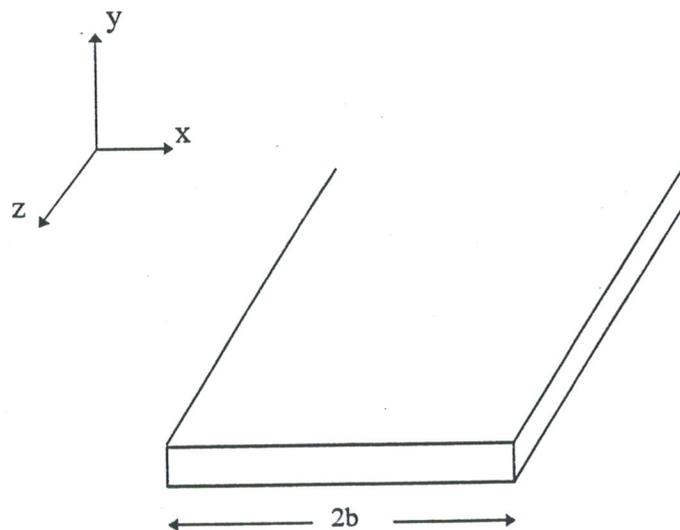


Fig.11 - Géométrie d'un conducteur simple

Ce conducteur étant parfait nous pouvons écrire :

$$\vec{E} \wedge \vec{n} = 0$$

$$\vec{B} \cdot \vec{n} = 0$$

\vec{n} étant le vecteur normal à la surface du conducteur.

Nous pouvons considérer que nous avons une nappe de courant où la densité du courant est \vec{j} . Le champ \vec{B}_1 à un point quelconque x dû au courant situé dans l'intervalle (x', dx') s'écrit sous la forme :

$$dB_1(x) = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{|x-x'|} \cdot j(x') \cdot dx' \cdot \hat{y} & \text{si } x' < x \\ -\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{|x-x'|} \cdot j(x') \cdot dx' \cdot \hat{y} & \text{si } x' > x \end{cases} \quad (47)$$

Déjà sous cette forme l'équation (1) n'est pas facilement soluble, qui serait-ce si nous explicitons la dépendance en y et la dépendance fréquentielle.

Le problème sera résolu à partir des équations de Maxwell.

Pour une petite distance ε suivant l'axe x , nous pouvons intégrer l'équation (47) de $x' = -b$ jusqu'à $x' = x - \varepsilon$ et de $x' = x + \varepsilon$ jusqu'à $x' = b$, et comme la composante normale de \vec{B}_1 est nulle alors :

$$\int_{x'=-b}^{x-\varepsilon} \frac{1}{|x-x'|} \cdot j(x') \cdot dx' - \int_{x'=x+\varepsilon}^b \frac{1}{|x-x'|} \cdot j(x') \cdot dx' = 0 \quad (48)$$

Le problème sera résolu à partir des équations de Maxwell tout en posant que la distribution du courant détermine le champ en tout point du conducteur. Le conducteur a une longueur infinie parallèle à l'axe z . Nous pouvons exploiter la translation invariable par rapport à z et t , et faire la décomposition de Fourier des champs \vec{E} et \vec{B} .

$$E(x,t) = E(x,y) \cdot e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)} \quad (49)$$

$$B(x,t) = B(x,y) \cdot e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)}$$

K : constante de propagation.

Nous pouvons exprimer les composantes transversales du champ en fonction des composantes longitudinales par le biais des équations de Maxwell :

$$(k^2 - K^2).E_t = i.\omega.(\hat{z} \wedge \nabla_t B_z) - i_k.\nabla_t E_z \quad (50)$$

$$(k^2 - K^2).B_t = i.c.K^2.(\hat{z} \wedge D_t E_z) - i_k.\nabla_t B_z \quad (51)$$

avec :

$$E_t = E_x.\hat{x} + E_y.\hat{y}$$

$$B_t = B_x.\hat{x} + B_y.\hat{y}$$

$K = \frac{\omega}{c}$: vecteur d'onde

Les champs \vec{E} et \vec{B} vérifient les équations d'Helmoltz :

$$\left[\nabla_t^2 + (K^2 - k^2) \right].E = 0 \quad (52)$$

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

posons les conditions sur E_z :

$$E_z(\infty) = 0$$

$$E_z(\text{conducteur}) = 0$$

Pour ces conditions, la solution triviale de l'équation d'Helmoltz est $E_z = 0$

Nous avons vu que :

$$\vec{E} \wedge \vec{n} = 0$$

$$\vec{B}.\vec{n} = 0$$

Nous pouvons tirer d'après les équations (50) et (51) :

$$\vec{n}.\hat{z} \wedge \nabla_t B_z = 0 \quad (53)$$

$$\vec{n}.\nabla_t B_z \equiv \frac{\partial}{\partial n} B_z = 0 \quad (54)$$

L'équation (54) montre que B_z varie suivant les deux directions x et y , les dérivées normales sont nulles, alors $B_z \equiv 0$ est la solution triviale.

Les équations de Maxwell pour les champs transversaux seront

$$\begin{aligned}\nabla_t \wedge E_t &= 0 \\ \nabla_t \wedge B_t &= \mu_0 \cdot j \\ \nabla_t \cdot E_t &= 0 \\ \nabla_t \cdot B_t &= 0 \\ k^2 &= K^2 \\ B &= \frac{1}{c} (\hat{z} \wedge E_t)\end{aligned}$$

La solution du champ

$$E_t = -\nabla_t V$$

V est la solution de l'équation de Laplace en 2D. V est constante sur la surface du conducteur. Le problème devient un problème classique d'électrostatique. \vec{E} est perpendiculaire à la surface. L'intégrale pour un contour fermé à l'extérieur du conducteur est :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint (\vec{Z} \wedge \vec{E}_t) d\vec{l} \quad (55)$$

$\vec{Z} \wedge \vec{E}_t$ est parallèle à $d\vec{l}$.

La variation du champ est reliée à la densité de courant comme la montre l'équation (47). Nous pouvons maintenant dériver le courant de surface pour un conducteur simple à partir de l'équation (48).

J. W. Carlson a posé le problème et la résolu pour une bande infinie par la méthode des transformations conformes. Il a pu trouver la densité de courant à partir de l'évolution du champ électrique au niveau de la surface du conducteur.

$$J(x) = \frac{I}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{b^2 - x^2}} \quad -b \leq x \leq b \quad (56)$$

I est le courant de la surface.

Le tracé de cette distribution est donné par la figure 12.

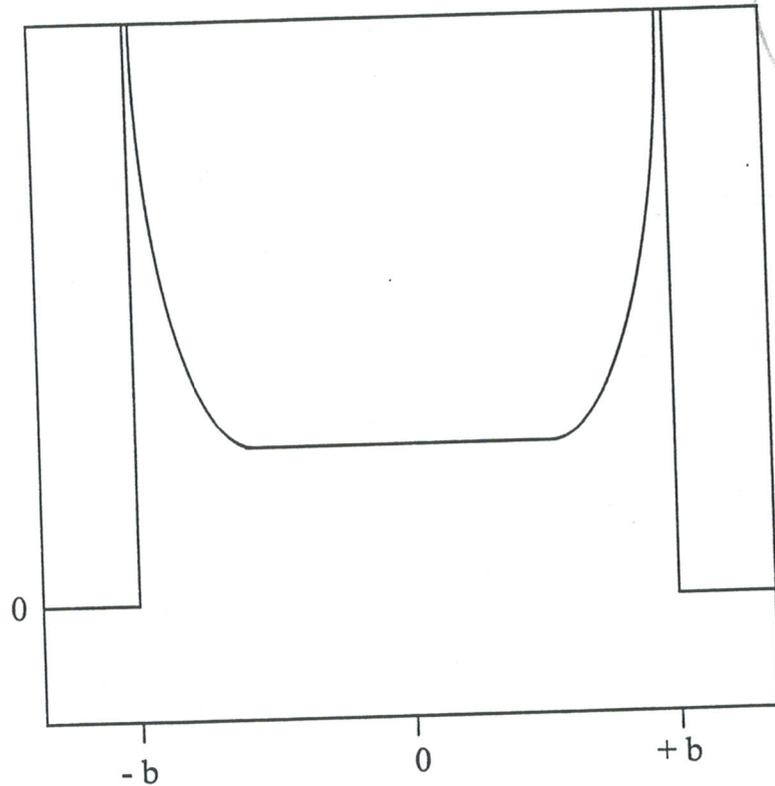


Fig. 12 - densité de courant par un simple conducteur

2 - application à la selle de cheval

Cette théorie est applicable à un conducteur, qui est en fait un composant de la selle de cheval. Nous allons appliquer à présent ce modèle à un ensemble de quatre conducteurs de la selle de cheval (Fig. 13).

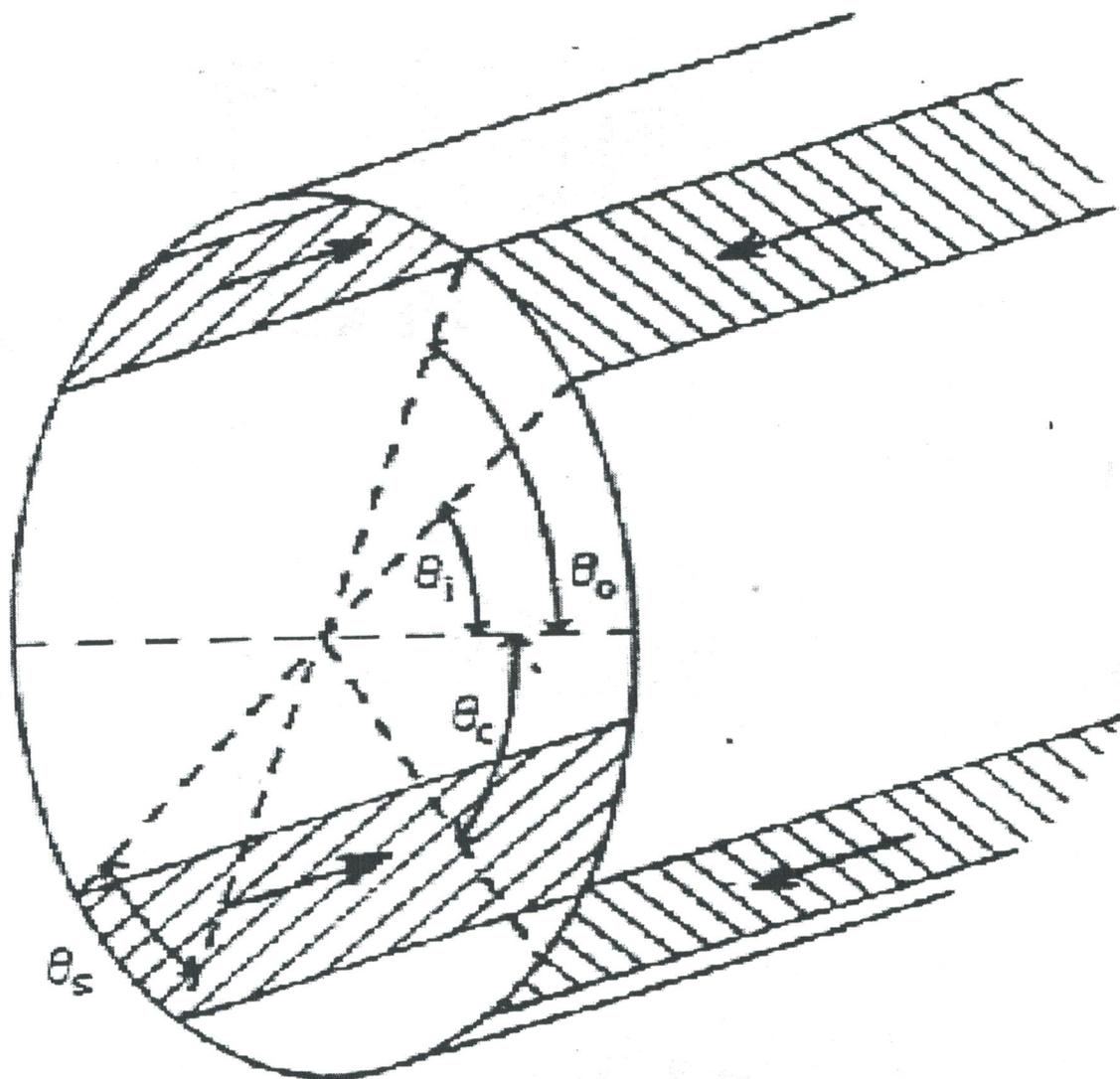


Fig. 13 - La géométrie de la selle de cheval par quatre conducteurs placés suivant la direction z

La présence de quatre conducteurs implique un couplage électromagnétique entre eux, or le modèle proposé précédemment n'en tient pas compte. Carlson considère globalement cet effet de couplage en calculant le potentiel scalaire. En effet, il résoud numériquement l'équation de Laplace avec les conditions de Dirichlet. Nous donnons les principaux résultats de sa simulation.

Pour un angle de conducteur $\theta_s = 30^\circ$ et deux valeurs de θ_0 , $\theta_0 = 35^\circ$ et $\theta_0 = 75^\circ$, la figure 14 nous montre l'allure des densités de courant.

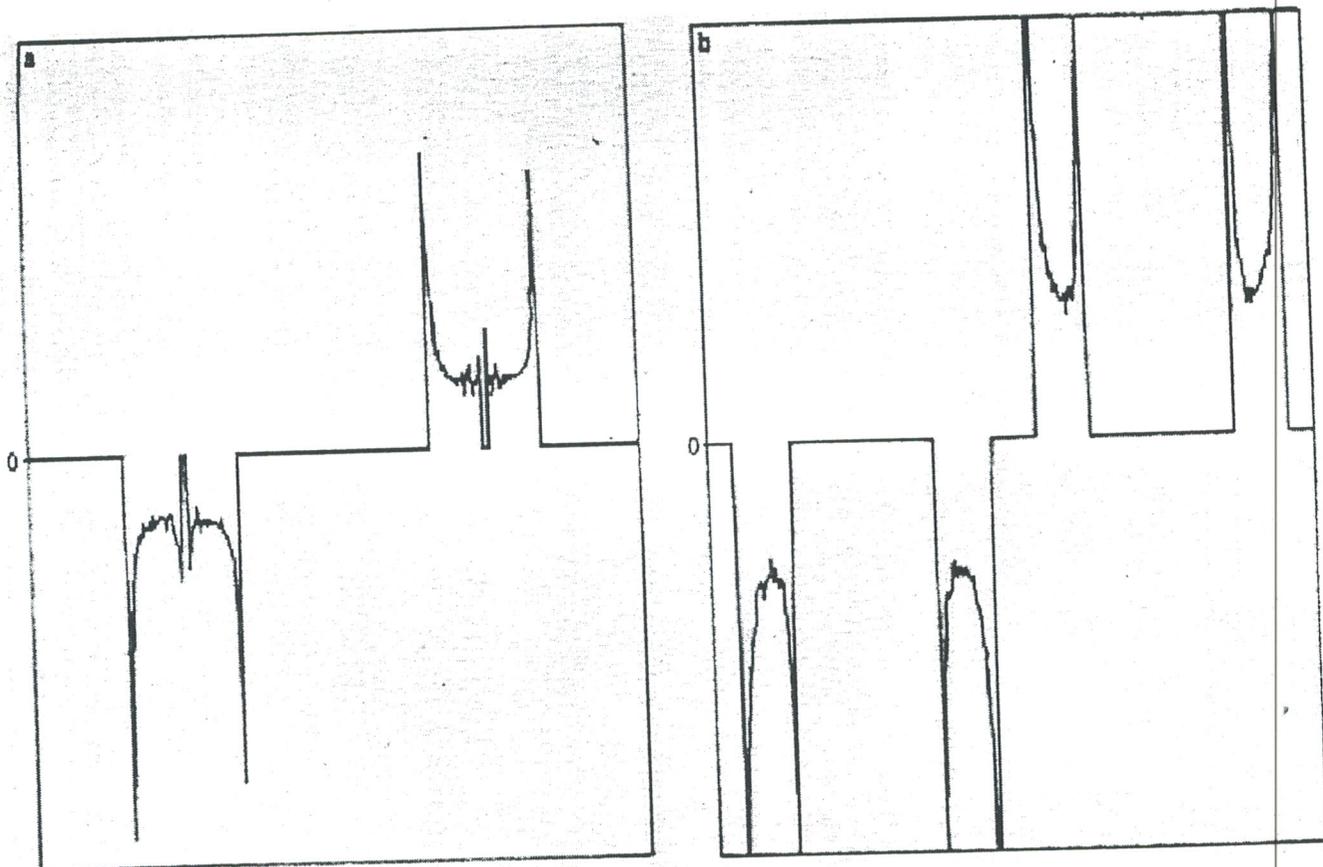


Fig. 14 - Solution numérique des densités de courant

La comparaison des deux graphes nous montre que pour un angle $\theta_0 = 35^\circ$, les valeurs de la densité de courant sont relativement faibles et les pics sont moins larges contrairement à la selle de cheval à $\theta_0 = 75^\circ$.

Pour déterminer les pertes de puissances, ~~Des~~ conducteurs, nous pouvons utiliser la quantité suivante :

$$q = \frac{B^2(0)}{\int j^2 \cdot ds} \quad (57)$$

$B(0)$: le champ magnétique à l'origine ;

J : densité de courant de surface.

La figure 15 donne les résultats des pertes de puissances pour les diverses géométries : La bande symétrique, la selle de cheval de largeur $\theta_s = 30^\circ$ et $\theta_s = 20^\circ$,

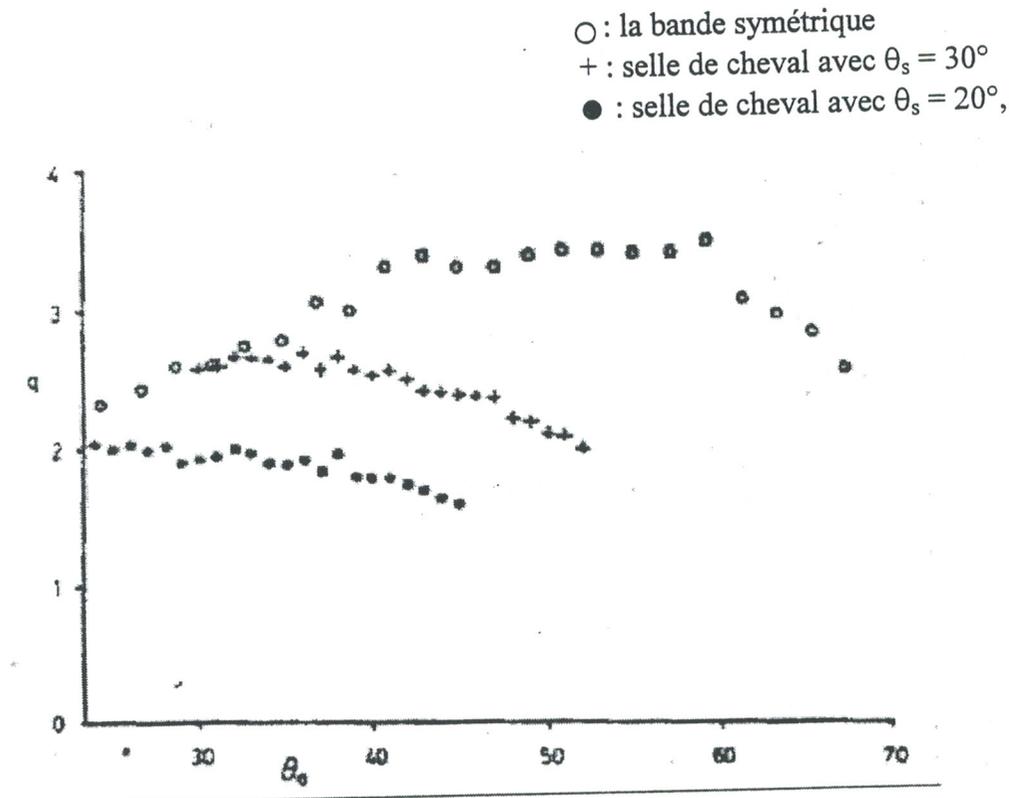


Fig. 15 - Calcul de q pour divers résonateurs

Nous voyons bien que les pertes de puissances diminuent par l'augmentation des conducteurs.

L'allure du champ magnétique est donnée par la figure 16 pour divers résonateurs : bande symétrique, selle de cheval avec $\theta_s = 20^\circ$ et $\theta_s = 30^\circ$, $\theta_c = 30^\circ$.

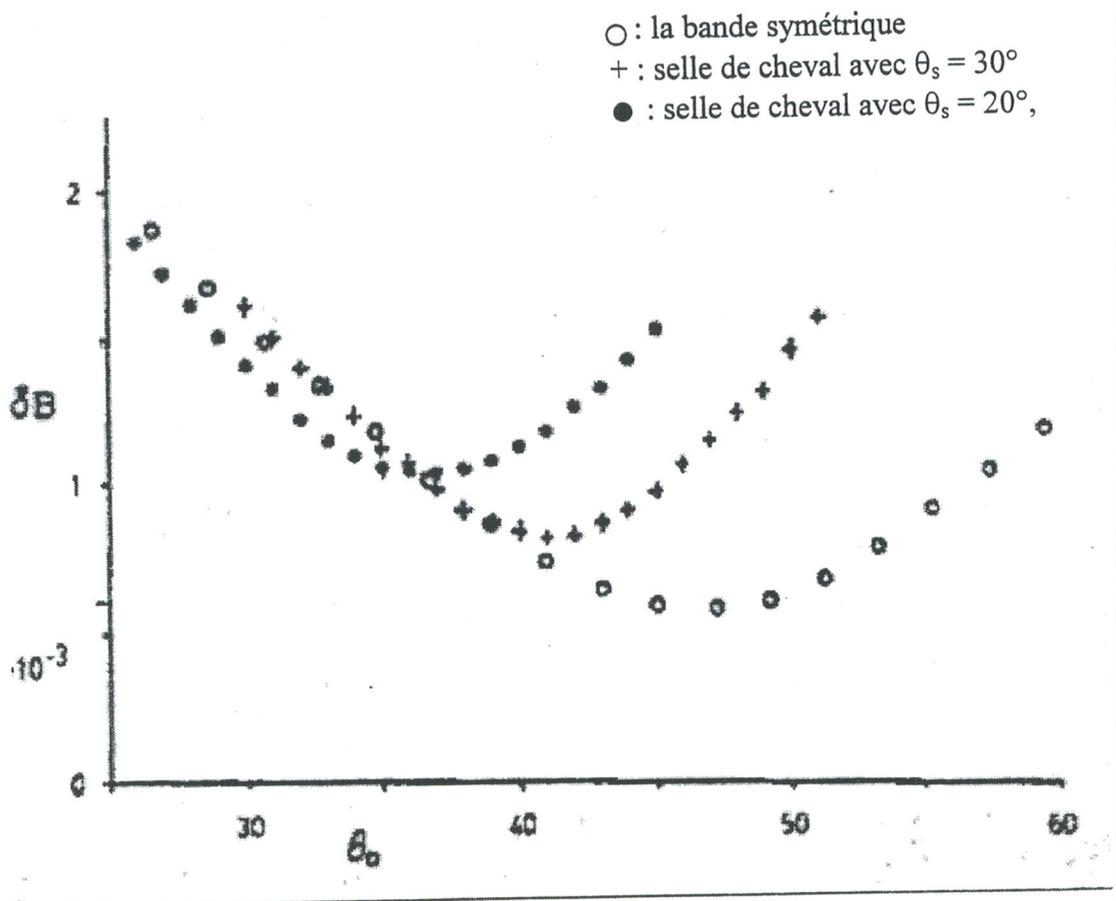


Fig. 16 - Allure du champ pour divers résonateurs

$$\delta B_1 = \frac{B_{1\max} - B_{1\min}}{B_{10}}$$

$B_{1\max}$: valeur maximale de B_1 ;

$B_{1\min}$: valeur minimale de B_1 ;

B_{10} : valeur de B_1 à l'origine.

Chaque résonateur à une valeur optimale, le champ diminue puis augmente par un facteur de deux quand le nombre des conducteurs augmente et la largeur des conducteurs diminue. Nous pourrions améliorer l'homogénéité du champ B_1 en augmentant le nombre de conducteurs [8].

- Les pertes de puissance seront réduites et le bruit sera réduit par un facteur de $\sqrt{2}$.
- La présence de quatre autres conducteurs augmente le courant et améliore l'homogénéité du champ \bar{B}_1 .



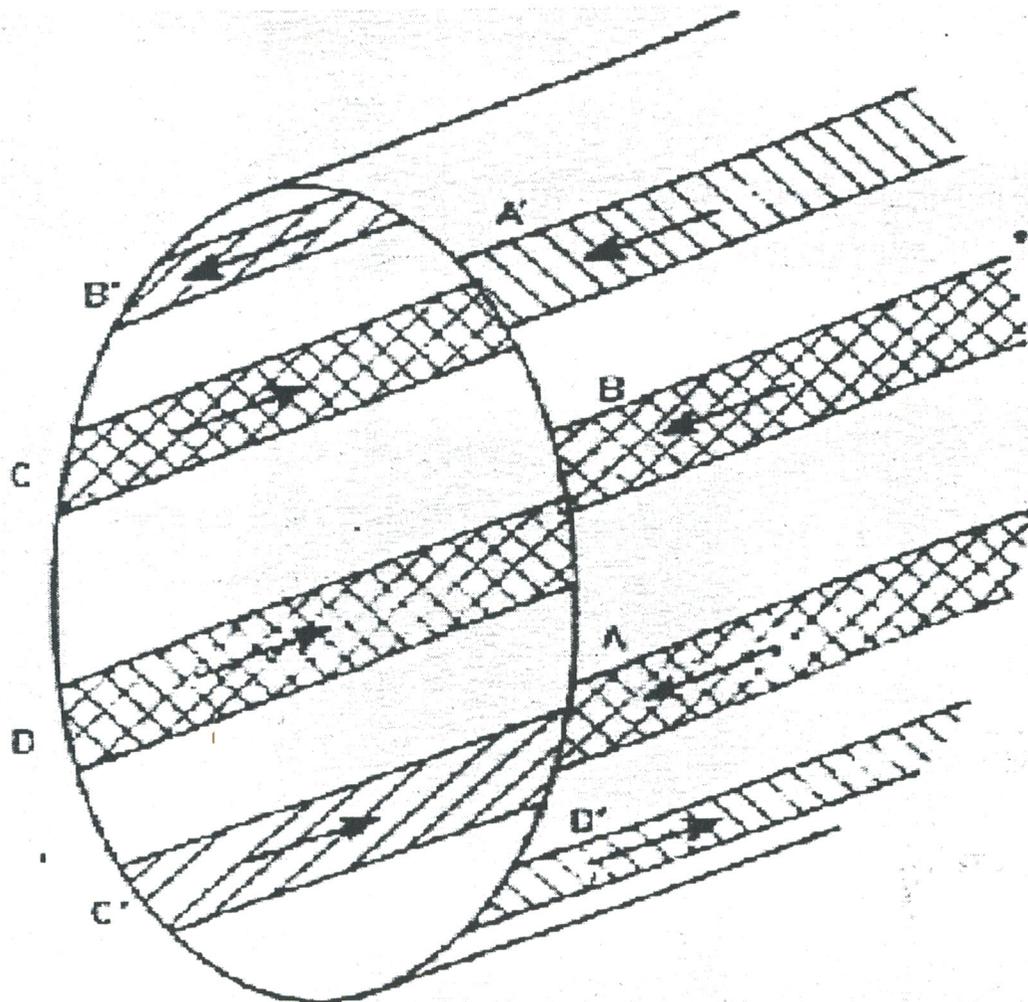


Fig. 17 - Géométrie de la selle de cheval en quadrature

Chapitre III

Résolution du modèle mathématique

Chapitre III

Résolution du modèle mathématique

1 - Introduction

Le chapitre II était consacré à inventorier toutes les variantes du résonateur en selle de cheval avec leurs approches théoriques qui permettent d'établir l'expression du champ radiofréquence \vec{B}_1 . Nous pouvons faire une synthèse de ces travaux en dégagant trois grandes idées :

- La première consiste à appliquer la loi de Biot et Savart pour estimer directement le champ \vec{B}_1 .

- La deuxième consiste à considérer les équations de Maxwell, établir l'équation aux dérivées partielles pour le potentiel - vecteur ou le potentiel scalaire et enfin déterminer le champ \vec{B}_1 .

- La troisième consiste à calculer le champ \vec{B}_1 à partir de la densité de courant.

Toutes ces idées sont appliquées à des variantes de la selle de cheval sans écran. Or dans une expérience RMN nous disposons d'une sonde avec un blindage, l'effet de ce blindage est d'isoler le résonateur et l'échantillon de toute perturbation électromagnétique extérieure. D'autre part comme nous allons le montrer dans le chapitre produit l'effet de l'écran n'est pas du tout négligeable sur les constantes primaires et secondaires du résonateur. Donc nous pouvons affirmer que la littérature souffre de cet aspect qui n'est pas abordé dans les différentes approches.

II - Présentation et Description

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés au résonateur en selle de cheval dont la configuration est la suivante :

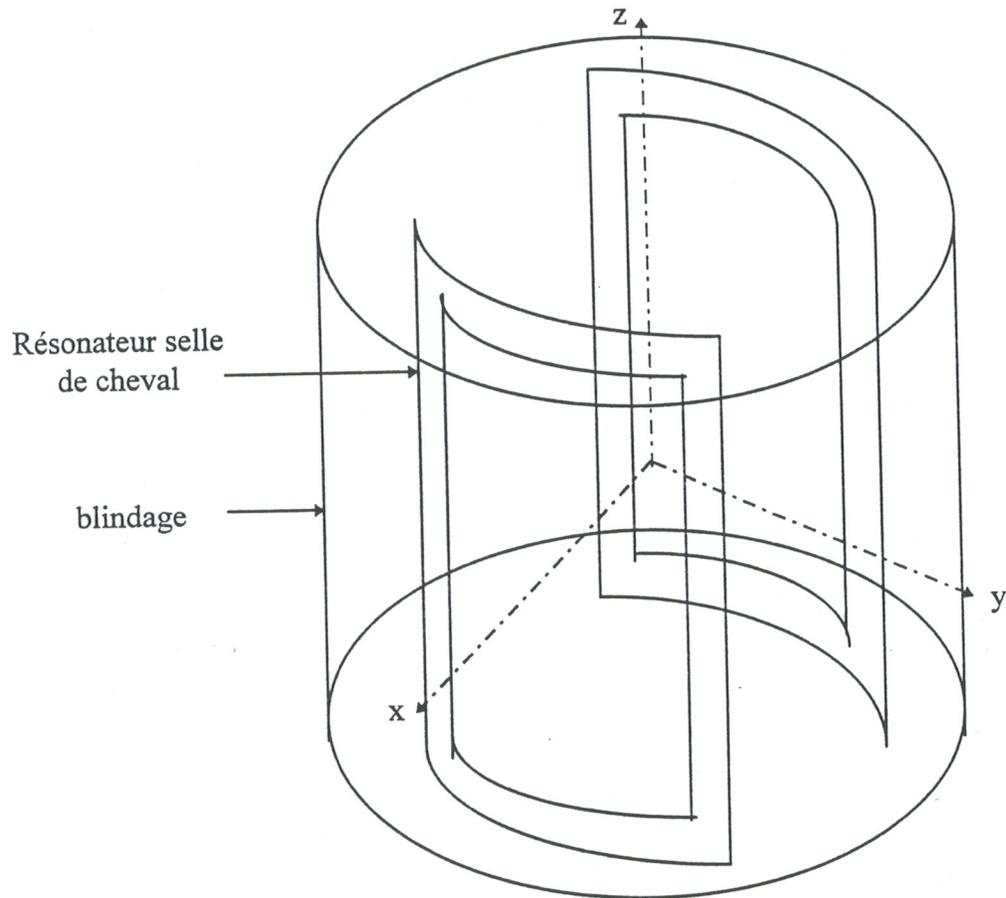


Fig. 1 - Selle de cheval sous écran

Ce résonateur comporte deux armatures évidées et symétriques. Un fil en cuivre massif est modelé de sorte que nous formons ces armatures cintrées. L'ensemble des deux armatures est piégé dans un écran métallique.

Du point de vue électrique nous supposons que le potentiel de l'écran est nul tandis que les armatures sont portées aux potentiels $+1v$ et $-1v$. Pour l'armature portée à $+1v$ nous avons un courant I , tandis que pour l'armature portée à $-1v$ nous avons un courant $-I$. En fait, les potentiels imposés sont arbitraires comme nous allons le comprendre ultérieurement en établissant le modèle mathématique qui régit ce système. D'autre part en examinant attentivement cette structure ou bien toutes les variantes de la selle de cheval nous pouvons comprendre qu'elle présente plutôt un caractère capacitif, donc le champ magnétique sera extrêmement faible or notre objectif est de produire un champ magnétique important de l'ordre de quelques mG. En fait lors de la réalisation on adjoint en bout de ligne un court-circuit, ce court-circuit joue le rôle d'une boucle de courant et à cette condition seulement que la structure produise un champ magnétique beaucoup plus important qu'un champ électrique. Mais il faut préciser que ce court-circuit n'entre pas en ligne de compte pour la détermination des constantes primaires et secondaires de la selle de cheval. Maintenant nous établissons le modèle qui régit cette structure à partir des équations de Maxwell.

III - Mise en équation

La première idée qui m'est venue à l'esprit pour répondre à l'objectif précédent était d'appliquer la théorie que nous avons développée sur l'anneau fondu sous écran [10]. En effet, si nous considérons la trace de la selle de cheval blindée sur un plan axial nous aurons la configuration suivante :

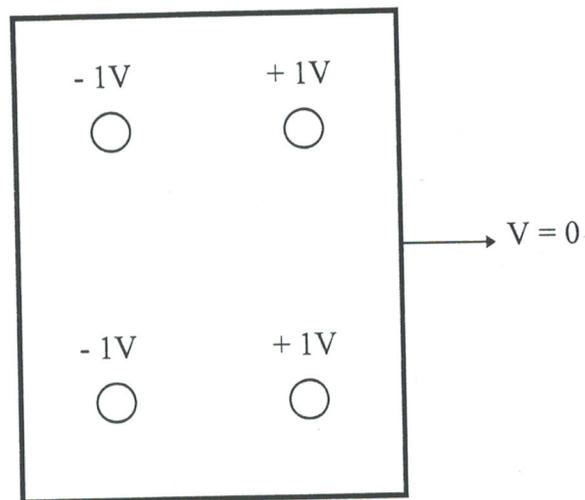


Fig. 2

Nous avons résolu numériquement l'équation de Laplace en 2D car nous avons supposé que les courants sont transversaux. A partir du potentiel en chaque point du réseau nous pouvons estimer le courant en appliquant le théorème d'Ampère. De ces deux grandeurs, il est possible de calculer l'impédance caractéristique et tous les autres paramètres électromagnétiques. Les valeurs obtenues ne reflétaient pas la réalité. Finalement il fallait étudier la structure en 3D. Pour cela nous rappelons les équations de base de l'électromagnétisme.

En régime sinusoïdal les équations de Maxwell ont la forme :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \vec{H} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = j \cdot \omega \cdot \epsilon \cdot \vec{E} \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (4)$$

La densité de courant de conduction est sous la forme :

$$\vec{j}_c = \sigma \cdot \vec{E}$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

\vec{E} : champ électrique (V/m) ;

\vec{D} : excitation électrique (C/m²) ;

B : champ magnétique (T) ;

\vec{H} : excitation magnétique (A/m) ;

ρ : densité de charge (C/m³) ;

σ : conductibilité électrique ($\Omega^{-1}m^{-1}$) ;

μ : perméabilité magnétique absolu (H/m) ;

μ_0 : perméabilité du vide $\mu_0 = 4.10^{-6}H/m$;

μ_r : perméabilité relative du milieu ;

ε : permittivité électrique absolu ;

ε_0 : permittivité du vide $\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12} F/m$

ε_r : permittivité relative du milieu .

L'expression (4) entraîne l'existence d'un champ vectoriel \vec{A} tel que :

$$\vec{B} = r\text{ot } \vec{A} \quad (5)$$

$$\text{div}(r\text{ot } \vec{A}) = 0 \quad (6)$$

Portons l'expression (5) dans (1) :

$$r\text{ot } \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} r\text{ot } \vec{E} &= -r\text{ot}(g\text{rad } V) - \frac{\partial}{\partial t}(r\text{ot } \vec{A}) \\ &= r\text{ot}\left(-g\text{rad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \end{aligned}$$

d'où l'expression :

$$\vec{E} = -g\text{rad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (7)$$

V est le potentiel scalaire.

En combinant les équations (3) et (7) :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \bar{\mathbf{E}} &= \operatorname{div} \left(-\operatorname{grad} V - \frac{\partial \bar{\mathbf{A}}}{\partial t} \right) = \frac{\rho}{\varepsilon} \\ -\Delta V - \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \bar{\mathbf{A}} &= \frac{\rho}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (8)$$

Rappelons la condition de jauge Lorentz :

$$\operatorname{div} \bar{\mathbf{A}} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

nous pouvons maintenant d'après les relations (8) et (9) d'établir l'équation suivante :

$$\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (10)$$

D'autre part, à partir des équations (2),(3) et (6) nous pouvons écrire :

$$\operatorname{div} (\sigma \bar{\mathbf{E}}) + \operatorname{div} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{D}}}{\partial t} \right) = 0$$

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} \operatorname{div} \bar{\mathbf{D}} + \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \bar{\mathbf{D}}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \rho = 0$$

C'est une équation différentielle du premier ordre, dont la résolution est :

$$\rho(t) = \rho_0 \cdot \exp \left(-\frac{\sigma}{\varepsilon} t \right) \quad (11)$$

Cette expression nous montre qu'une charge située à l'intérieur d'un conducteur décroît exponentiellement avec le temps ,Par conséquent nous pouvons négliger la densité de charge ρ .

A partir de l'équation (10) ,nous pouvons maintenant établir l'équation dite d'Helmutz [2] et [4]:

$$\Delta v - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (12)$$

$$\text{avec } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

En régime sinusoïdal, l'équation (12) s'écrit sous la forme :

$$\Delta V + k^2 \cdot V = 0 \quad (13)$$

k : constante de phase.

$$k = \omega \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu}$$

Pour le cas qui nous intéresse, nous pouvons dire que le potentiel scalaire dépendra de trois variables.

L'équation (13) est une fonction harmonique de trois variables, elle est définie par :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + k^2 \cdot V = 0 \quad (14)$$

En introduisant les coordonnées cylindrique (r, φ, z) :

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \varphi \\ y = r \cdot \sin \varphi \\ z = z \end{cases}$$

nous avons :

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = \arctg \frac{y}{x} \\ z = z \end{cases}$$

Remplaçant les variables indépendantes x, y et z par r, φ et z dans l'équation (14), nous avons [11]:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + k^2 \cdot V = 0 \quad (15)$$

C'est l'équation d'Helmutz en coordonnées cylindriques. Tout le problème revient à résoudre l'équation d'Helmutz avec les conditions aux limites fixées par le comportement du potentiel V au niveau de blindage et du résonateur.

IV - Formulation mathématique du problème

Le résonateur en selle de cheval est régi par l'équation d'Helmutz. Cette expression est une équation aux dérivées partielles, elle admet une infinité de solution. Pour restreindre le nombre de solution, car notre problème admet une seule solution physiquement, il faut fixer les conditions aux limites. Donc nous devons imposer le comportement du potentiel scalaire au niveau des deux armatures et du blindage. Il faut alors paramétrer le système « selle de cheval-blindage ».

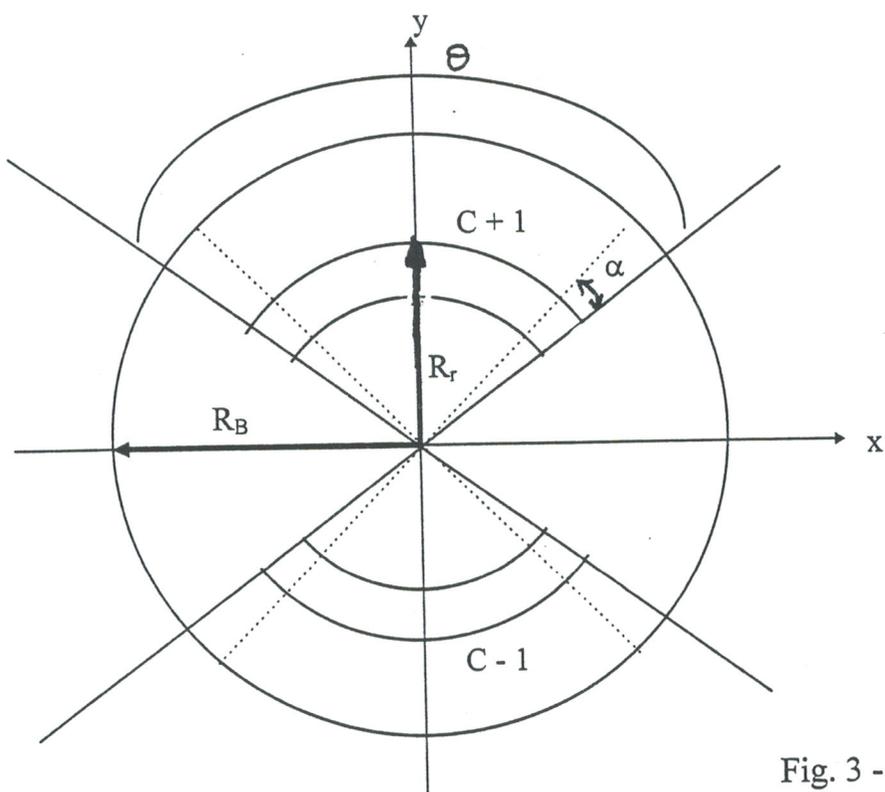


Fig. 3 - Section transversal de la selle de cheval

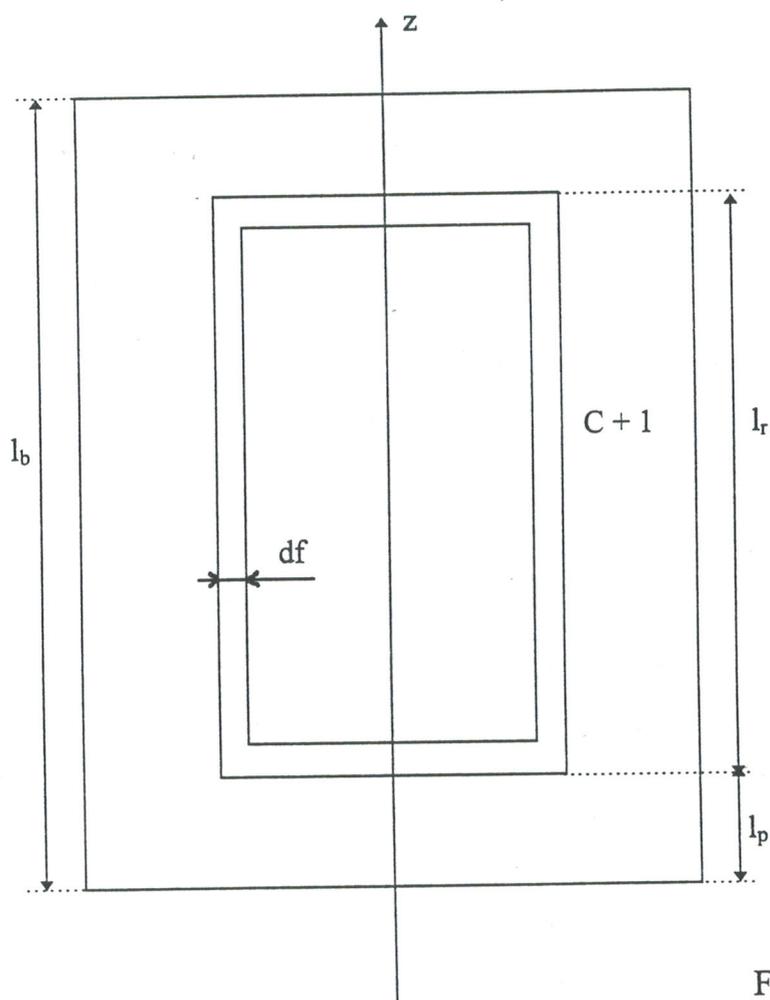


Fig. 4 - Section horizontale de la selle de cheval

Les figures 3 et 4 représentent respectivement la section transversale et horizontale du résonateur selle de cheval sous écran avec les paramètres suivant :

R_b : rayon du blindage ;

l_b : longueur de blindage ;

R_r : rayon du résonateur ;

l_r : longueur du résonateur ;

d_f : diamètre du fil ;

θ : angle de conduction ;

l_p : hauteur séparant le résonateur du blindage ;

α : angle relatif à l'épaisseur du conducteur.

Si nous considérons dans le résonateur un conducteur de longueur $(l_r - 2d_f)$, nous pouvons déterminer l'angle α :

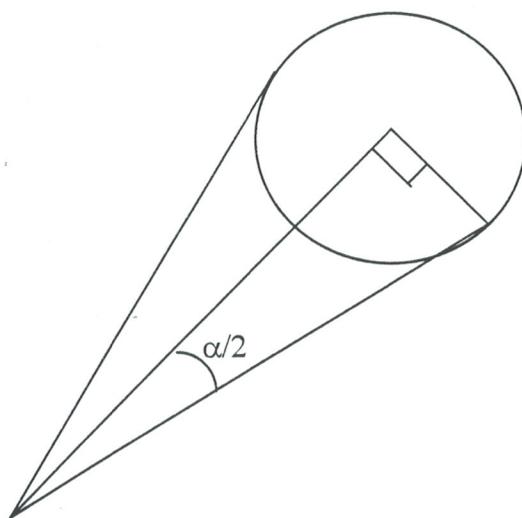


Fig. 5

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{df}{2}}{\frac{dr}{2} - \frac{df}{2}} = \frac{df}{dr - df}$$

dr : est le diamètre du résonateur.

$$\alpha = 2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{df}{dr - df} \quad (16)$$

Revenons maintenant à notre problème qui consiste à résoudre l'équation d'Helmutz :

$$\Delta V + k^2 \cdot V = 0$$

$$k^2 = \omega^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon$$

$$k^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_r$$

$$k^2 = 0,44 \cdot 10^{-10} \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_r$$

f : désigne la fréquence.

La résolution de l'équation d'Helmutz nécessite de fixer les conditions aux limites par le comportement du potentiel au niveau du blindage et du résonateur.

Nous savons bien qu'il n'y a aucun courant qui circule au niveau du blindage, cela revient à dire que le potentiel à ce niveau est nul :

$$V(R_B, \varphi, z) = 0 \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$0 \leq z \leq l_b$$

Par contre le résonateur selle de cheval, nous avons les conditions aux limites suivantes :

$$V(r, \varphi, z) = 1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi + \theta}{2} \\ l_p \leq z \leq l_p + df \end{cases}$$

$$V(r, \varphi, z) = 1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi + \theta}{2} \\ l_p + l_r - df \leq z \leq l_p + l_r \end{cases}$$

$$V(r, \varphi, z) = 1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi - \theta}{2} + \alpha \\ l_p + df \leq z \leq l_p + l_r - df \end{cases}$$

$$V(r, \varphi, z) = 1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{\pi + \theta}{2} - \alpha \leq \varphi \leq \frac{\pi + \theta}{2} \\ l_p + df \leq z \leq l_p + l_r - df \end{cases}$$

$$V(r, \varphi, z) = -1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{3\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi + \theta}{2} \\ l_p \leq z \leq l_p + df \end{cases}$$

$$V(r, \varphi, z) = -1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{3\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi + \theta}{2} \\ l_p + l_r - df \leq z \leq l_p + l_r \end{cases}$$

$$V(r, \varphi, z) = -1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{3\pi - \theta}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi - \theta}{2} + \alpha \\ l_p + df \leq z \leq l_p + l_r - df \end{cases}$$

$$V(r, \varphi, z) = -1 \begin{cases} R_r - df \leq r \leq R_r \\ \frac{3\pi + \theta}{2} - \alpha \leq \varphi \leq \frac{3\pi + \theta}{2} \\ l_p + df \leq z \leq l_p + l_r - df \end{cases}$$

V- Résolution analytique

Il est clair que le problème posé est un problème de Dirichlet avec une difficulté supplémentaire concernant le caractère du domaine. En effet, le domaine n'est pas simplement connexe et les contours dus aux armatures ne sont pas fermés. Pour ce type de géométrie, la résolution du problème par une méthode analytique n'est pas possible. Nous avons tenté de résoudre le problème par la méthode de séparation de variables. Nous avons également exploité les transformations conformes en en s'inspirant des travaux sur la ligne bifilaire sous écran. Enfin, nous avons transformé l'équation aux dérivées partielles c'est à dire l'équation d'Helmutz en une équation intégrale par le théorème de Green. Toutes ses tentatives étaient sans résultat. Pour s'en rendre compte qu'une solution analytique n'est pas possible, il est utile de rappeler certains résultats.

On appelle fonction de Green du problème intérieur de Dirichlet pour un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ une fonction $G(x, y)$, $x \in \overline{\Omega}$, $y \in \Omega$ telle que :

$$1. \quad G(x,y) = \frac{1}{2\pi} \cdot \text{Log} \frac{1}{|x-y|} + h(x,y) \quad (17)$$

h : étant une fonction harmonique dans $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ et continue dans $\overline{\Omega}$ par rapport à x pour chaque $y \in \Omega$.

$$2. \quad G(x,y)|_{x \in S} = 0 \text{ pour chaque } y \in \Omega, \quad (18)$$

S étant la fonction qui délimite le domaine Ω si Ω est borné et S une surface suffisamment régulière, alors G existe, elle est unique et admet sur S une dérivée normale régulière $\frac{\partial G}{\partial n}$. De plus elle est symétrique.

$$G(x, y) = G(y, x). \quad (19)$$

Si la solution du problème intérieur de Dirichlet pour l'équation d'Helmutz $-\Delta u - k \cdot \mathbf{M} = f(x)$, $u_s = u_0(x)$ avec $f \in C(\overline{\Omega})$ et $u_0 \in C(S)$ possède sur S une dérivée normale régulière, elle est définie par :

$$u(x) = - \int_{\Omega} \frac{\partial G}{\partial n}(x,y) \cdot u_0(y) \cdot ds + \int_{\Omega} G(x,y) \cdot f(y) \cdot dy \quad (20)$$

Si G est simplement connexe de frontière S suffisamment régulière et que l'on connaisse une fonction $W(z)$ réalisant la transformation conforme de G sur le cercle unité $|W| < 1$, la fonction de Green est définie par :

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi} \cdot \text{Log} \frac{1}{|W(x,y)|} \quad (21)$$

$$\text{avec : } W(x,y) = \frac{W(x) - W(y)}{1 + W(x) \cdot W(y)}$$

Considérons le domaine 2D suivant

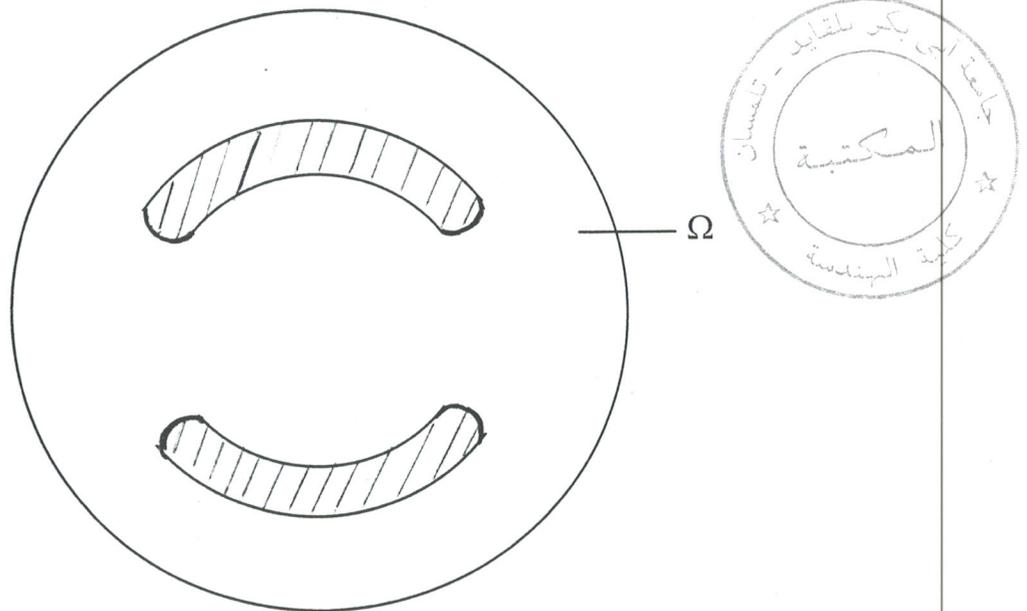


Fig. 6

Comme le domaine Ω n'est pas simplement connexe, nous ne pouvons pas se servir de la fonction de Green. De plus, il n'existe aucune transformation conforme qui réalise Ω sur le disque unité puisque le groupe de Poincaré est différent. Ce raisonnement est fait pour un problème en 2D, or la selle de cheval avec son écran est un problème 3D par conséquent, le problème est plus complexe. Il est clair que le recours à la résolution numérique est la seule voie possible.

VI - Résolution numérique

Tenus par le temps nous avons opté pour la méthode des différences finies pour sa simplicité de génération du maillage. En effet, il est plus facile de concevoir des mailleurs propres à la méthode des différences finies, il suffit d'exploiter la forme des structures à étudier. Généralement, nous pouvons trouver des mailleurs simples pour épouser les formes des structures. L'inconvénient réside dans le fait que le mailleur est propre à chaque structure. Il est bon de rappeler le principe de la méthode des différences finies. Elle repose essentiellement sur l'idée de construction de schémas discrets. Le domaine de variation continue des arguments ; un pourtour

discret. Cet ensemble fini de points est appelé réseau. Dans ce cas nous avons à manipuler des fonctions à argument discret, définies aux noeuds du réseau. Il est évident que cette discrétisation ne se fait pas d'une façon quelconque mais elle doit répondre à un certain nombre de points.

1. Le choix du réseau ;
2. Ecriture du schéma discret ;
3. Le degré d'approximation du schéma discret ;
4. La convergence de la solution numérique vers la solution analytique.
5. La stabilité de la solution ;
6. Le conditionnement.

Plus concrètement nous allons exécuter les étapes suivantes :

1. Définir un maillage couvrant le domaine et sa frontière en trois dimensions selon la configuration de notre résonateur « selle de cheval » avec son blindage ;
2. Discrétisation de l'équation d'Helmutz, c'est à dire la substitution de cette équation par une équation aux différences finies ;
3. Résoudre le système d'équations obtenu.

A partir de ces trois points essentiels, nous pouvons maintenant résoudre numériquement le problème posé, appliqué au résonateur selle de cheval. On se rappelle que la résolution devait se faire en trois dimensions. A partir de la configuration de la selle de cheval, nous pouvons choisir une coupure transversale et horizontale selon l'axe z comme montre les figures 7 et 8.

Le domaine D est recouvert par un quadrillage formé de droites $x = x_i$, $z = z_i$, $\varphi = \varphi_i$, situées à pas constant.

Le quadrillage coupe les frontières en des points, où la valeur de la fonction V est connue, puisque les conditions aux limites sont du type de Dirichlet.

Les inconnues sont alors les valeurs de V aux points du maillage intérieurs et extérieurs à notre domaine. Il y a donc autant d'inconnues.

En chaque point nous pouvons écrire une équation approchant l'expression donnée par la formule suivante :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + k^2 \cdot V = 0 \quad (22)$$

Ainsi nous obtenons un système linéaire possédant autant d'équation que d'inconnues.

Les points du quadrillage sont les points $M_{i,j,k}$ de coordonnées (x_i, y_i, z_i) . Nous cherchons les valeurs approchées $V_{i,j,k}$ de V , solution de l'équation d'Helmotz aux points $M_{i,j,k}$.

Puisque le potentiel V est connue sur la frontière (conditions aux limites) il suffit donc, de calculer $V_{i,j,k}$ en tout points du maillage.

Le principe de la méthode des différences fines consiste à remplacer les différentes dérivées par des différences finies dans l'équation (22).

Pour cela, nous utilisons le développement de Taylor pour une fonction de trois variables autour d'un point $M(r_0, \varphi_0, z_0)$:

$$\begin{aligned} V(r, \varphi, z) = & V(r_0, \varphi_0, z_0) + \left[(r - r_0) \frac{\partial}{\partial r} + (\varphi - \varphi_0) \frac{\partial}{\partial \varphi} + (z - z_0) \frac{\partial}{\partial z} \right] V(r_0, \varphi_0, z_0) \\ & + \frac{1}{2!} \left[(r - r_0) \frac{\partial}{\partial r} + (\varphi - \varphi_0) \frac{\partial}{\partial \varphi} + (z - z_0) \frac{\partial}{\partial z} \right]^2 V(r_0, \varphi_0, z_0) \end{aligned} \quad (23)$$

Nous choisissons un schéma de discrétisation centré

La figure 7 et 8 donne un maillage régulier des pas p_r, p_φ, p_z , le point M est montré dans le plan transversal comme dans le plan horizontal. Aux points A et B (figure 7) nous obtenons la fonction $V(r, \varphi, z)$ pour les noeuds $V_{i-1,j,k}$ et $V_{i+1,j,k}$ avec un pas p_r . Les pas p_φ et p_z sont constants.

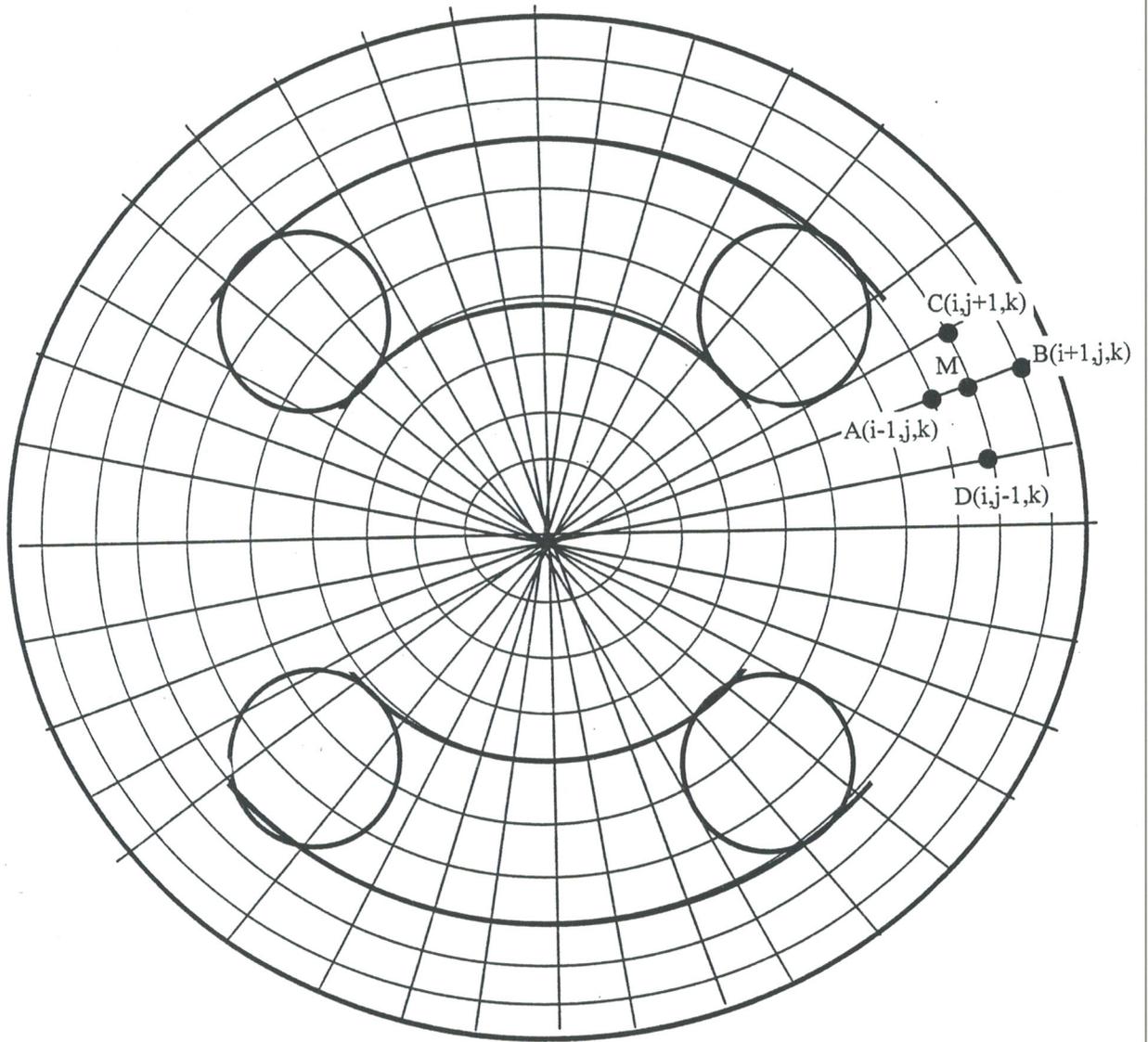


Fig. 7 - Section définissant un maillage transversal appliqué à la selle de cheval

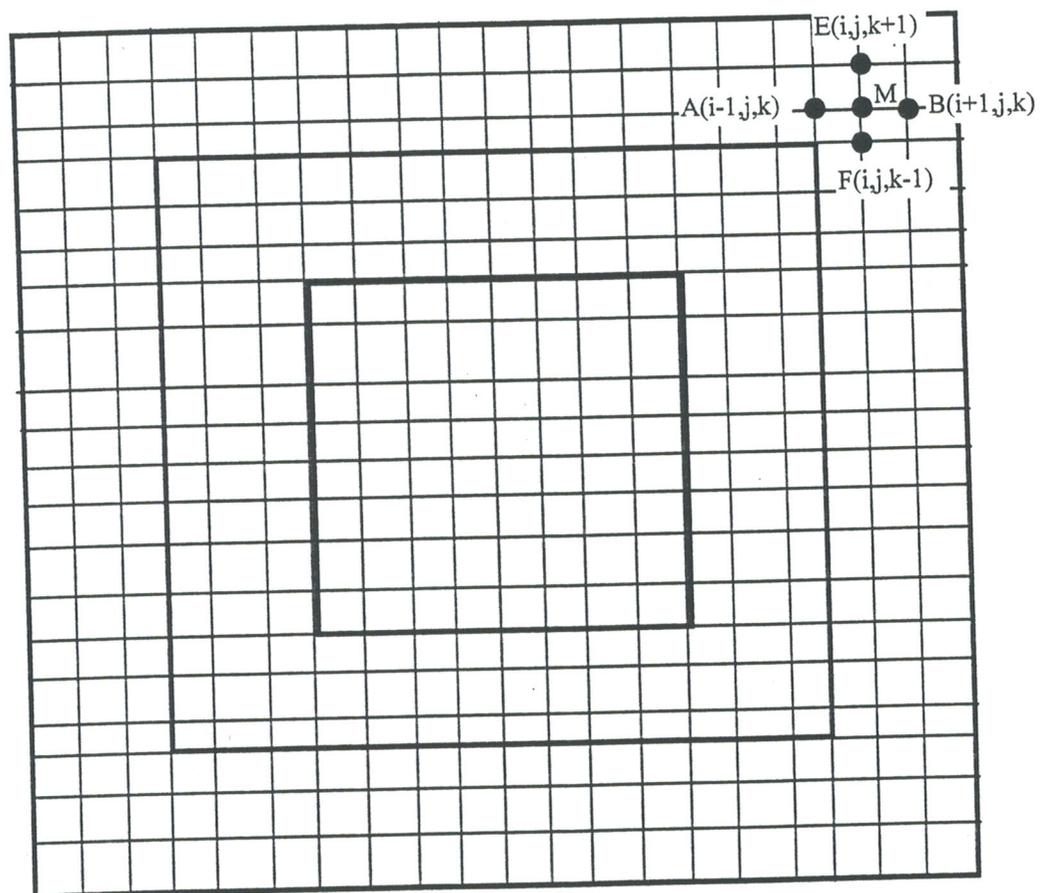


Fig. 8 - Section définissant un maillage horizontal appliqué à la selle de cheval

En A :

$$V_{i-1,j,k} = V_{i,j,k} - p_r \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{i,j,k} + \frac{1}{2} p_r^2 \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \Big|_{i,j,k} \quad (24)$$

En B :

$$V_{i+1,j,k} = V_{i,j,k} + p_r \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{i,j,k} + \frac{1}{2} p_r^2 \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \Big|_{i,j,k} \quad (25)$$

Aux points C et D (figure 7), nous obtenons la fonction $V(r, \varphi, z)$ pour les noeuds $V_{i,j-1,k}$ et $V_{i,j+1,k}$ avec un pas p_φ . Les pas p_r et p_z sont constants.

En C :

$$V_{i,j+1,k} = V_{i,j,k} + p_\varphi \frac{\partial V}{\partial \varphi} \Big|_{i,j,k} + \frac{1}{2} p_\varphi^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \Big|_{i,j,k} \quad (26)$$

En D :

$$V_{i,j-1,k} = V_{i,j,k} - p_\varphi \frac{\partial V}{\partial \varphi} \Big|_{i,j,k} + \frac{1}{2} p_\varphi^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \Big|_{i,j,k} \quad (27)$$

Aux points E et F (figure 8), nous obtenons la fonction $V(r, \varphi, z)$ pour les noeuds $V_{i,j,k+1}$ et $V_{i,j,k-1}$ avec un pas p_z . Les pas p_r et p_φ sont constants.

En E :

$$V_{i,j,k+1} = V_{i,j,k} + p_z \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{i,j,k} + \frac{1}{2} p_z^2 \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \Big|_{i,j,k} \quad (28)$$

En F :

$$V_{i,j,k-1} = V_{i,j,k} - p_z \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{i,j,k} + \frac{1}{2} p_z^2 \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \Big|_{i,j,k} \quad (29)$$

D'après ces relations, nous pouvons déterminer les dérivées premières et secondes.

Les dérivées premières s'obtiennent en posant les soustractions des équations suivantes :

$$(25) - (24) : \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{V_{i+1,j,k} - V_{i-1,j,k}}{2.p_r} \quad (30)$$

$$(26) - (27) : \frac{\partial V}{\partial \varphi} = \frac{V_{i,j+1,k} - V_{i,j-1,k}}{2.p_\varphi} \quad (31)$$

$$(28) - (29) : \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{V_{i,j,k+1} - V_{i,j,k-1}}{2.p_z} \quad (32)$$

Les dérivées secondaires s'obtiennent en faisant les sommations suivantes :

$$(25) + (24) : \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} = \frac{V_{i+1,j,k} + V_{i-1,j,k} - 2.V_{i,j,k}}{p_r^2} \quad (33)$$

$$(26) + (27) : \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = \frac{V_{i,j+1,k} + V_{i,j-1,k} - 2.V_{i,j,k}}{p_\varphi^2} \quad (34)$$

$$(28) + (29) : \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{V_{i,j,k+1} + V_{i,j,k-1} - 2.V_{i,j,k}}{p_z^2} \quad (35)$$

Remplaçons les dérivées premières et secondes de l'équation d'Helmutz de la forme elliptique (équation (22)), par les dérivées premières et secondaires trouvées à partir du développement de Taylor (équations(30), (33), (34), (35)).

Par conséquent, l'équation d'Helmutz approchée écrite en un point (i, j, k) est donnée :

$$V_{i,j,k} = C_1 \cdot V_{i-1,j,k} + C_2 \cdot V_{i+1,j,k} + C_3 \cdot (V_{i,j-1,k} + V_{i,j+1,k}) + C_4 \cdot (V_{i,j,k-1} + V_{i,j,k+1}) \quad (36)$$

C_0, C_1, C_2, C_3, C_4 sont les constantes trouvées après les remplacements des dérivées, ils ont les formes suivantes :

$$C_0 = 2 \left(\frac{1}{p_r^2} + \frac{1}{L^2 \cdot p_r^2 \cdot p_\phi^2} + \frac{1}{p_z^2} \right) - K^2$$

$$C_1 = \frac{\frac{1}{p_r^2} \left(1 - \frac{1}{2.L} \right)}{C_0}$$

$$C_2 = \frac{\frac{1}{p_r^2} \left(1 + \frac{1}{2.L} \right)}{C_0}$$

$$C_3 = \frac{\frac{1}{L^2 \cdot p_r^2 \cdot p_\phi^2}}{C_0}$$

$$C_4 = \frac{\frac{1}{p_z^2}}{C_0}$$

Comme nous avons un maillage, il est important d'exprimer le rayon r dans l'équation (22) par une grandeur discrète d'où : $r = L \cdot p_r$, $L \in \mathbb{E}$. Finalement, le problème revient à résoudre un système d'équations linéaires par la méthode de Gauss Seidel, cette méthode sera décrite dans le prochain chapitre.

VII - Détermination des paramètres du résonateur en selle de cheval

Les paramètres électromagnétiques du résonateur en selle de cheval blindé sont ses constantes primaires : l'impédance caractéristique Z_c , la self inductance linéique L_R , la capacité linéique C_R et la résistance linéique R . Ses constantes secondaires sont le coefficient de qualité, le taux d'inhomogénéité et la localisation de l'énergie électromagnétique. Il est facile de comprendre le sens physique des constantes primaires tandis que les constantes secondaires méritent une explication. Pour le coefficient de qualité, c'est une grandeur permettant d'estimer le pouvoir d'un élément selfique de produire une énergie magnétique en comparaison avec l'énergie dissipée par effet de Joule. Cette dissipation est due évidemment à son caractère résistif. Nous entendons par homogénéité du champ radiofréquence la capacité d'un

élément selfique de produire un champ magnétique de même valeur et même sens en tout point de la structure notamment à l'intérieur de la structure, siège de l'échantillon. Du point de vue quantique, il faut que tous les spins associés à l'échantillon voient le même champ \vec{B}_1 . Cette condition joue un rôle important dans la qualité des spectres [12] et [13]. Enfin, le coefficient de localisation de l'énergie magnétique est nécessaire pour estimer la quantité d'énergie produite à l'intérieur de l'élément self par rapport à l'énergie globale.

Nous avons déterminé précédemment le potentiel scalaire V en tout point de notre structure maillé en trois dimensions. Maintenant nous allons montrer que les caractéristiques citées ci-dessus se calculent à partir du courant I qui alimente le résonateur.

1 - Calcul du courant

Différentes procédures nous ramènent à la détermination du courant, parmi celles-ci, nous citons la méthode que nous avons appliquée en partant des équations de Maxwell en régime harmonique pour un milieu homogène et isotrope.

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -j.\omega.\mu.\vec{H} \\ \Rightarrow \vec{H} &= -\frac{1}{j.\omega.\mu}.\text{rot } \vec{E} \end{aligned} \quad (37)$$

D'autre part le champ électrique :

$$\vec{E} = -\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (38)$$

Notre étude en spectroscopie RMN concerne les hautes fréquences 100 à 900MHz. En régime sinusoïdal, la longueur d'onde (λ) correspondante à cette fréquence est de l'ordre de 30cm environ.[14]

$$\lambda = \frac{2.\pi}{\omega\sqrt{\epsilon.\mu}} = \frac{1}{f.\sqrt{\epsilon.\mu}} \quad (39)$$

Or les dimensions transversales du résonateur en selle de cheval sont de l'ordre de 2cm, le rapport est très faible (< 10%). Donc la variation au cours du temps

est très faible. Par conséquent, nous pouvons négliger la variation du potentiel \bar{A} par rapport au temps d'où la relation :

$$\bar{E} = -\text{grad } V \quad (40)$$

$$\begin{cases} E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \\ E_\varphi = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \varphi} \\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

Le rotationnel de \bar{H} dans l'équation (37) donne :

$$\text{rot } \bar{H} = -\frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot \text{rot}(\text{rot } \bar{E}) \quad (41)$$

Et comme

$$\text{rot}(\text{rot } \bar{E}) = -\text{grad}(\text{div } \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E}$$

Avec : $\text{div } \bar{E} = 0$

Alors :

$$\text{rot}(\text{rot } \bar{E}) = -\nabla^2 \bar{E} = -\Delta \bar{E}$$

L'équation (41) devient :

$$\text{rot } \bar{H} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot \Delta \bar{E} \quad (42)$$

D'autre part :

$$\text{rot } \bar{H} = \bar{i}_C + \bar{i}_D$$

Le rapport entre le courant de déplacement et le courant de conduction $\frac{i_D}{i_C} = \frac{\epsilon \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}{\sigma}$ est très petit aux fréquences radioélectriques sachant également que le matériau utilisé est le cuivre.

Nous pouvons donc négliger le courant de déplacement $i_D \ll i_C$:

$$\text{rot } \bar{H} = \bar{i}_C \quad (43)$$

A partir des équations (42) et (43), nous pouvons établir les composantes de la densité de courant en fonction de r , φ et z sont :

$$i_{c|_r} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot \Delta E|_{\bar{e}_r} \text{ selon la composante radial } \bar{e}_r \quad (44)$$

$$i_{c|_\varphi} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot \Delta E|_{\bar{e}_\varphi} \text{ selon la composante angulaire } \bar{e}_\varphi \quad (45)$$

$$i_{c|_z} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} \cdot \Delta E|_{\bar{e}_z} \text{ selon la composante verticale } \bar{e}_z \quad (46)$$

Le courant total s'écrit :

$$i = \iint_{(s)} \bar{n} \cdot \bar{i}_c \cdot d\bar{s} \quad (47)$$

\bar{n} : étant la normale à la surface qui délimite le contour d'une armature.

Mais, comme l'armature est de dimension 3 alors une intégration volumique est nécessaire. L'équation (47) s'écrit sous la forme suivante :

$$i = \iiint_{(v)} \text{div } \bar{i}_c \cdot dv = \iiint_{(v)} \text{div } \bar{i}_c \cdot r \cdot dr \cdot dz \cdot d\varphi \quad (48)$$

La divergence de la densité de courant \bar{i}_c en coordonnées cylindrique s'écrit :

$$\text{div } \bar{i}_c = \nabla \bar{i}_c = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot i_{c|_r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} i_{c|_\varphi} + \frac{\partial}{\partial z} i_{c|_z} \quad (49)$$

D'après les relations (44), (45) et (46) le Laplacien ΔE en coordonnées cylindriques [15] à la forme suivante :

$$\begin{aligned} \Delta E = & \bar{e}_r \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial E_r}{\partial r} \right) - \frac{E_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \right] \\ & + \bar{e}_\varphi \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} \right) - \frac{E_\varphi}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} \right] \\ & + \bar{e}_z \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (50)$$

Tout calcul fait, l'équation (49) devient :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{i} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu} & \left[-\frac{2}{r} \frac{\partial^3 V}{\partial r^3} - \frac{\partial^4 V}{\partial r^4} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{4}{r^4} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \right. \\ & + \frac{2}{r^3} \frac{\partial^3 V}{\partial r \cdot \partial \varphi^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial^3 V}{\partial \varphi^2 \cdot \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 V}{\partial r \cdot \partial \varphi^2 \cdot \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial^3 V}{\partial z^2 \cdot \partial r} + \frac{\partial^4 V}{\partial r \cdot \partial z^2 \cdot \partial r} \\ & + \frac{1}{r^3} \frac{\partial^3 V}{\partial \varphi \cdot \partial r \cdot \partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 V}{\partial \varphi \cdot \partial r^2 \cdot \partial \varphi} - \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 V}{\partial \varphi^4} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 V}{\partial \varphi \cdot \partial z^2 \cdot \partial \varphi} \\ & \left. - \frac{1}{r} \frac{\partial^3 V}{\partial z \cdot \partial r \cdot \partial z} - \frac{\partial^4 V}{\partial z \cdot \partial r^2 \cdot \partial z} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^4 V}{\partial z \cdot \partial \varphi^2 \cdot \partial z} + \frac{\partial^4 V}{\partial z^4} \right] \end{aligned} \quad (51)$$

Nous pouvons également calculer le courant par le théorème d'Ostrogradsky:

$$\iiint_{(v)} \operatorname{div} \vec{B} \cdot dv = \iint_{s(v)} \vec{B} \cdot \vec{n}_s \cdot ds = 0 \quad (52)$$

Nous considérons un contour fermé $\vec{\Gamma}$, sur lequel un sens arbitraire est défini (figure 9), et une surface fermée s'appuyant sur ce contour ; la surface fermée est ainsi naturellement divisée en deux parties S_1 et S_2 et la relation (52) donne :

$$\iint \vec{B} \cdot \vec{n}_s \cdot ds = - \iint \vec{B} \cdot \vec{n}_s \cdot ds \quad (53)$$

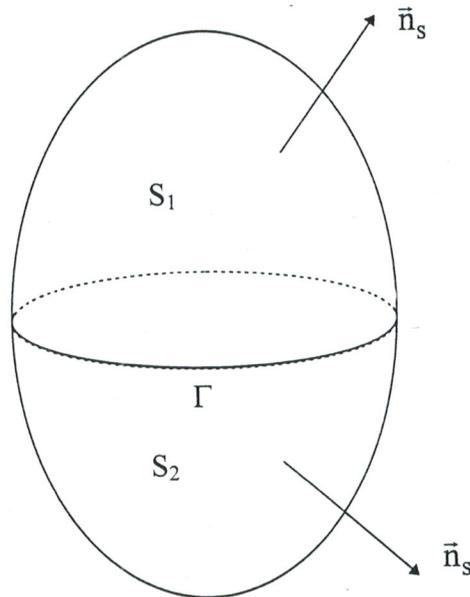


Fig. 9

En considérant des axes à droite, le flux ϕ_1 est égal au premier membre de l'équation (53). Tandis que ϕ_2 est égal au deuxième membre. Comme nous pouvons modifier les surfaces S_1 et S_2 indépendamment l'une de l'autre, nous arrivons à la conclusion que quelle que soit la surface $S(\vec{\Gamma})$ s'appuyant sur $\vec{\Gamma}$, le flux d'induction magnétique $\phi = \iint_{S(\vec{\Gamma})} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot ds$ est constant [16].

La troisième possibilité est de calculer le courant par le théorème d'Ampère :

$$I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (54)$$

Le courant I se calcul à partir du champ magnétique \vec{H} .

Il faut rappeler que nous pouvons définir localement la selle de cheval sous écran comme un tronçon de ligne, nous pouvons donc lui appliquer certaines relations de la théorie des lignes [4] et [9].

Pour un conducteur parfait, les champs à la surface du conducteur ont pour expression :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot z) \quad (55)$$

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (\vec{\nabla}V \wedge \vec{n}) \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot z) \quad (56)$$

ϵ : permittivité électrique absolue (F/m) ;

μ : perméabilité magnétique absolue (H/m) ;

β : constante de propagation ;

V : potentiel scalaire.

La dépendance en z exprime tout simplement que la propagation se fait le long de l'axe oz .

La densité du courant peut être évaluée à partir de :

$$\vec{j} = \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \frac{dV}{dv} \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot z) \cdot \vec{n} \quad (57)$$

Chaque conducteur est traversé par un courant :

$$I = \int_{\Gamma} \vec{j}_s \cdot ds = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot z) \cdot \int \frac{dV}{dv} \cdot ds$$

La symétrie du problème nous permettent d'écrire le courant dans l'une des deux bandes :

$$I = R_c \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_{\frac{\pi+\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_i \cdot d\phi + \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+\theta}{2}} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_e \cdot d\phi \right] \quad (58)$$

R_c : rayon choisie au milieu de la selle de cheval.

$$R_c = \frac{R_r + (R_r - d_f)}{2}$$

$\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_i$: Dérivée du potentiel à l'intérieur de la selle de cheval ;

$\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_e$: Dérivée du potentiel à l'extérieur de la selle de cheval ;

Les dérivées du potentiel à l'intérieur et à l'extérieur de la selle de cheval se calcule en utilisant le développement de Taylor d'ordre 2 du potentiel V .

Soit le conducteur (Fig.10) d'un épaisseur 2δ , d'un pas $p_r = a$.

• Pour la détermination des dérivées à l'extérieur du résonateur, nous considérons les potentiels : $V_1 = V_{i+1,j,k}$ et $V_2 = V_{i+2,j,k}$.

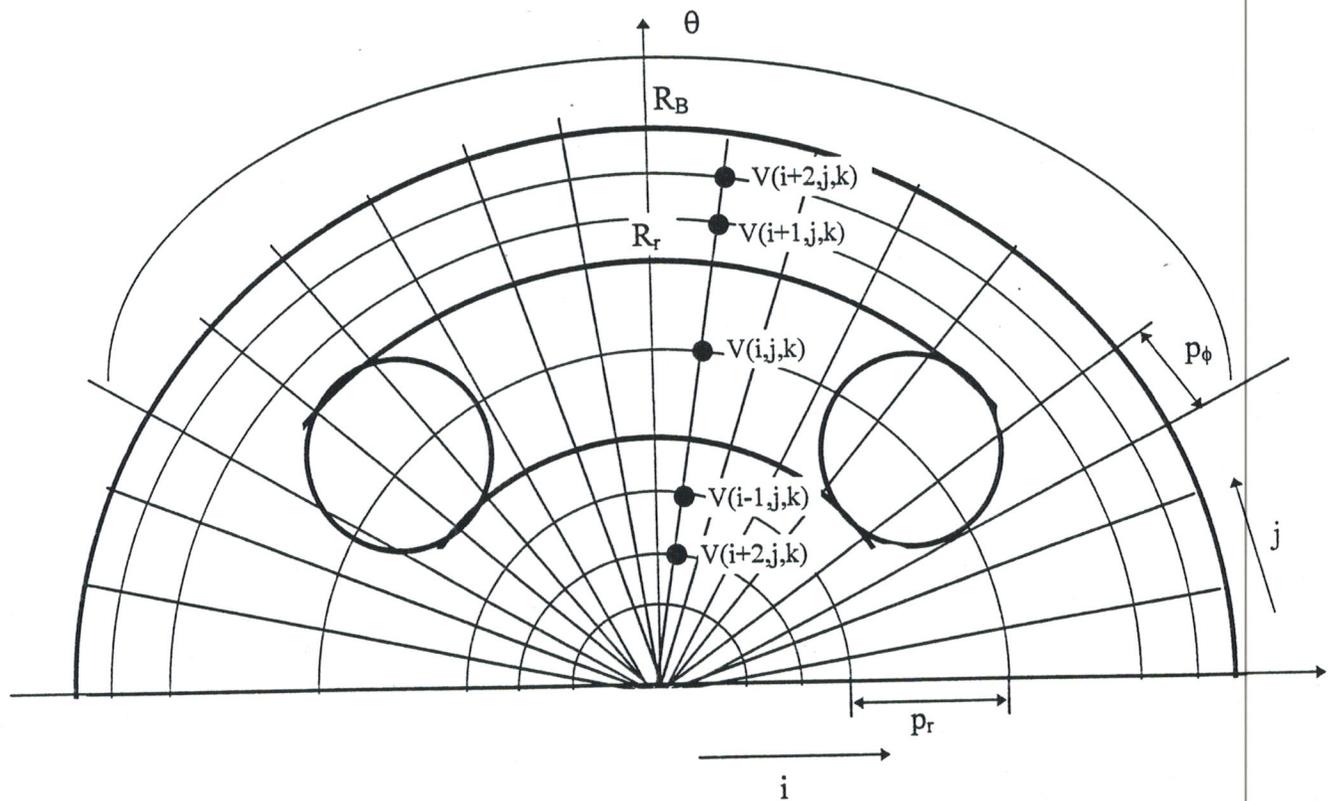


Fig. 10

Le développement de Taylor est donné par les relations suivantes :

$$\begin{cases} V_1 = V_0 + (a - \delta).V' + \frac{1}{2}(a - \delta)^2.V'' & (59) \\ V_2 = V_0 + (2.a - \delta).V' + \frac{1}{2}(2.a - \delta)^2.V'' & (60) \end{cases}$$

V' et V'' sont respectivement les dérivées premières et secondes du potentiel

V.

$$(59) \Rightarrow V'' = \frac{V_1 - V_0 - (a - \delta).V'}{\frac{1}{2}(a - \delta)^2}$$

$$V_2 - V_1 = a.V' + \frac{3.a^2 - 2.a.\delta}{(a - \delta)^2}(V_1 - V_0 - (a - \delta)V')$$

Nous savons que le potentiel au niveau du résonateur $V_0 = 1V$

$$V' = \frac{4.a^2 + \delta^2 - 4.a.\delta}{(a - \delta)(2.a^2 - a.\delta)} \cdot V_1 - \frac{a - \delta}{2.a^2 - a.\delta} \cdot V_2 - \frac{3.a^2 - 2.a.\delta}{(a - \delta)(2.a^2 - a.\delta)} \quad (61)$$

Dans l'équation (61) l'épaisseur est 2δ et le diamètre du fil est df . Nous considérons le rayon du fil : $dl = df / 2$.

Nous aurons en écriture indicielle :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_e = \frac{4.p_r^2 + dl^2 - 4.p_r.dl}{(p_r - dl)(2.p_r^2 - p_r.dl)} \cdot V_{i+1,j,k_{moy}} - \frac{p_r.dl}{2.p_r^2 - p_r.dl} \cdot V_{i+2,j,k_{moy}} - \frac{3.p_r^2 - 2.p_r.dl}{(p_r - dl)(2.p_r^2 - p_r.dl)} \quad (62)$$

Si nous considérons le conducteur inférieur du résonateur, la valeur moyenne de k est donné :

$$k_{moy} = \frac{L_p + (L_p + L_f)}{2}$$

• Pour la détermination des dérivées à l'intérieur du résonateur, nous considérons maintenant : $V_1 = V_{i-1,j,k}$ et $V_2 = V_{i-2,j,k}$.

Les expressions (59) et (60) seront :

$$\begin{cases} V_1 = V_0 - (a - \delta).V' + \frac{1}{2}(a - \delta)^2.V'' \end{cases} \quad (63)$$

$$\begin{cases} V_2 = V_0 - (2.a - \delta).V' + \frac{1}{2}(2.a - \delta)^2.V'' \end{cases} \quad (64)$$

Toujours nous avons $V_0 = 1V$

$$V' = \frac{2.a + \delta}{(a - \delta)(a - 2.\delta)} \cdot V_1 - \frac{a - \delta}{(2.a - \delta)(a - 2.\delta)} \cdot V_2 - \frac{3.a^2 - 2.a.\delta}{(2.a - \delta)(a - \delta)(a - 2.\delta)} \quad (65)$$

Faisons les mêmes remplacements utilisés dans l'équations (61) :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_i = \frac{2.p_r + dl}{(p_r - dl)(p_r - 2.dl)} \cdot V_{i-1,j,k_{moy}} + \frac{p_r - dl}{(2.p_r - dl)(p_r - 2.dl)} \cdot V_{i-2,j,k_{moy}} - \frac{3.p_r^2 - 2.p_r.dl}{(2.p_r - dl)(p_r - dl)(p_r - 2.dl)} \quad (66)$$

Il apparaît donc que le calcul du courant repose sur le calcul du potentiel du système « résonateur blindage ». Nous remarquons d'après l'équation (58) la

présence du terme $\sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}$ cela est dû à l'existence de l'échantillon étudié dans le résonateur. Tandis que l'espace interconducteur est du vide.

Tous les paramètres primaires et secondaires du résonateur se calculent à partir du courant.

2 - Constantes primaires

a - Impédance caractéristique

L'impédance caractéristique se calcule à partir du rapport de la tension et du courant [17]:

$$Z_c = \frac{V}{I}$$

V : Tension d'excitation.

b - Self et capacité linéique

Nous pouvons déterminer les expressions de la self L et de la capacité c à partir de l'impédance caractéristique Z_c :

$$L = Z_c \cdot \sqrt{\epsilon \cdot \mu} \quad ; \quad c = \frac{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}{Z_c}$$

c - Résistance linéique

La résistance linéique du résonateur est :

$$R = 2 \cdot \frac{dW}{dZ} \cdot \frac{1}{I^2} \quad (67)$$

Un tronçon dZ du conducteur dissipera la puissance dW définie par :

$$dW_i = \frac{1}{2} \cdot R_{si} \cdot dZ \int_{\Gamma_i} |I_{si}|^2 \cdot dS \quad (68)$$

où R_{si} : résistance superficielle du $i^{\text{ème}}$ conducteur.

$$R_{si} = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu}{2 \cdot \sigma \cdot i}}$$

σ_i : conductivité du conducteur.

La puissance dissipée par l'ensemble des p conducteurs du système « résonateur-blindage » est donnée par :

$$dW = dW_1 + dW_2 \quad (69)$$

où dW_1 : la puissance dissipée par l'ensemble du résonateur ;

dW_2 : la puissance dissipée par le blindage.

En combinant les relations (58) et (68) nous aurons :

$$dW_1 = \frac{1}{2} R_{si} \cdot R_c \cdot dz \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[\frac{\epsilon_r}{\mu_r} \int_{\frac{\pi+\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} \left| \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_i \right|^2 \cdot d\phi + \int_{\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi+\theta}{2}} \left| \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_e \right|^2 \cdot d\phi \right] \quad (70)$$

$$dW_2 = \frac{1}{2} R_{si} \cdot R_B \cdot dz \cdot \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \left[\int_0^{\pi} \left| \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_b \right|^2 \cdot d\phi \right] \quad (71)$$

R_B : rayon du blindage.

$\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_b$: Dérivée du potentiel au niveau du blindage.

Nous pouvons calculer cette dérivée de la manière suivante :

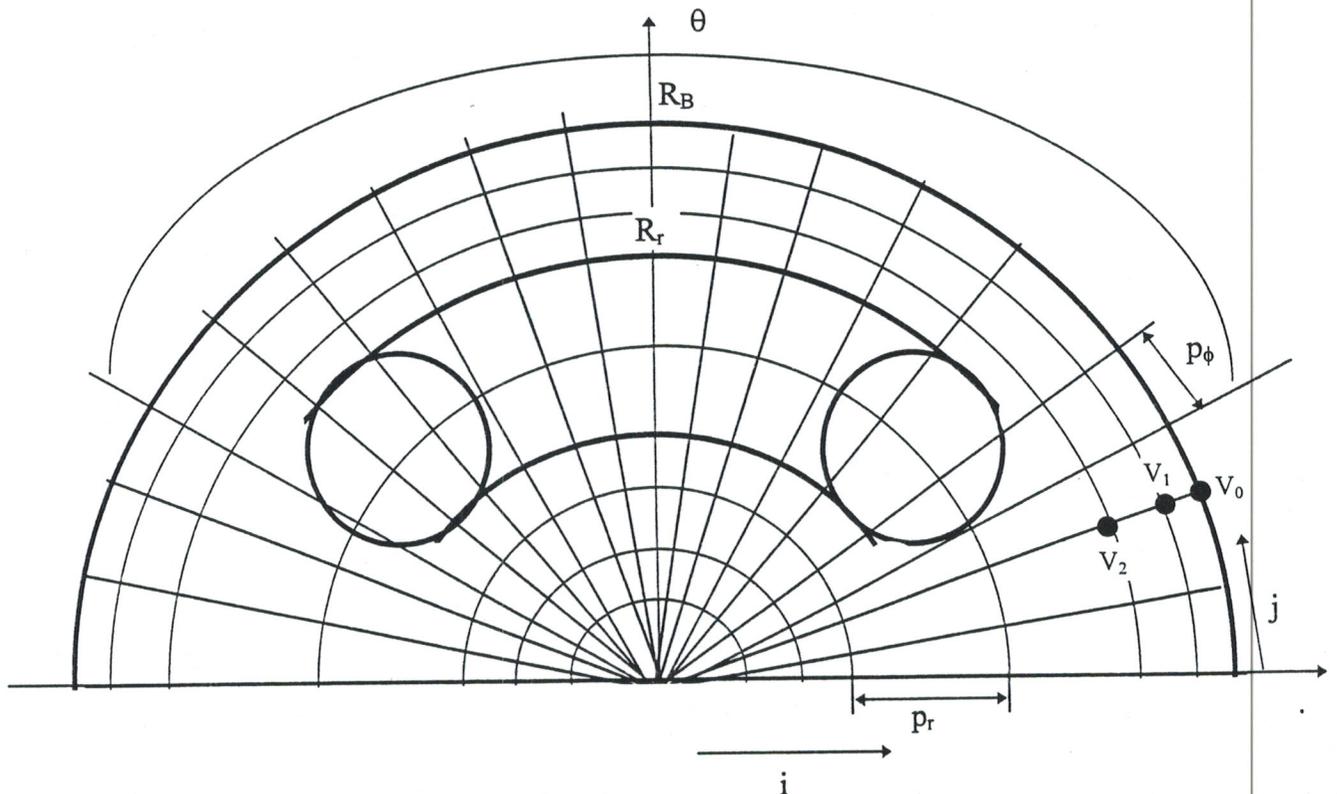


Fig. 11

$$a = p_r, V_0 = V_{i,j,k}, V_1 = V_{i-1,j,k} \text{ et } V_2 = V_{i-2,j,k}.$$

En appliquant un développement de Taylor d'ordre 2 à la fonction potentiel $V(r, \varphi, z)$ au voisinage de V_0 , on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = V_0 - a.V' + \frac{1}{2}a^2.V'' \end{array} \right. \quad (72)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_2 = V_0 - 2.a.V' + \frac{1}{2}(2.a)^2.V'' \end{array} \right. \quad (73)$$

Aucun courant ne circule dans le blindage d'où : $V_0 = 0V$;

$$(72) \Rightarrow V'' = 2 \cdot \frac{V_1 + a.V'}{a^2}$$

L'équation (73) donne :

$$V' = \frac{-4.V_1 + V_2}{2.p_r}$$

En écriture indicielle :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_b = \frac{-4.V_{i-1,j,k} + V_{i-2,j,k}}{2.p_r} \quad (74)$$

Nous pouvons maintenant déterminer la résistance linéique :

$$R = 2 \cdot \frac{dW}{dZ} \cdot \frac{1}{I^2}$$

3 - Constantes secondaires

a - Coefficient de qualité

Le coefficient de qualité à vide est donné par la relation :

$$Q = \frac{L.\omega_0}{R} = \frac{\beta_0}{2.\alpha} \quad (75)$$

α : coefficient d'affaiblissement donné par :

$$\alpha = \frac{R}{2.Z_c}$$

β : constante de propagation donnée par :

$$\beta = \frac{\omega \cdot \sqrt{\epsilon_r}}{C_0}$$

C_0 : vitesse de la lumière dans le vide ($C_0 = 3.10^8$ m/s)

b - Taux d'inhomogénéité

Le taux d'inhomogénéité permet d'estimer l'homogénéité du champ radiofréquence. Une des définitions connues est le rapport de la différence des champs magnétiques maximal et minimal, et le champ magnétique moyen à l'intérieur de l'échantillon.

$$\text{TDI}(\%) = 100 \cdot \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\text{moy}}} \quad (76)$$

c - Coefficient de localisation de l'énergie magnétique

La localisation de l'énergie dans le résonateur se traduit par le rapport :

$$C_L = \frac{W_i}{W_i + W_e} \quad (77)$$

W_i : énergie stockée à l'intérieur de la selle de cheval ;

W_e : énergie stockée à l'extérieur dans l'espace interconducteur.

Chapitre IV

Simulation

numérique de la selle de cheval

Chapitre IV

Simulation numérique de la selle de cheval

I - Introduction

Ce chapitre répond à un triple objectif. Le premier objectif est d'utiliser les notions proposées pour la résolution numérique de l'équation d'Helmutz pour la détermination numérique du potentiel en chaque point du système « selle de cheval-blindage ». Nous étudierons ensuite la validation mathématique de la réponse trouvée. Le deuxième objectif est de déterminer toutes les grandeurs électromagnétiques du résonateur sous écran. Enfin, le troisième objectif est la confrontation des résultats obtenus avec les résultats connus. Pour faire ces différents travaux nous avons intégré les théories dans un logiciel écrit en Fortran 77 appelé selle.for. Partant d'un cahier de charges dont le rôle est de fixer la configuration géométrique de la selle de cheval sous écran, le logiciel est capable de nous donner toutes les informations sur des caractéristiques électromagnétiques. Etant donné que toutes ces grandeurs électromagnétiques reposent sur le calcul du potentiel scalaire, nous avons pris beaucoup de précautions pour la résolution numérique de l'équation d'Helmutz. Un calcul simple mais très significatif nous a montré qu'une erreur de 1% commise sur la détermination du potentiel induit une erreur 150% sur le courant. Pour faire nos tests nous avons opté pour la structure dont les dimensions sont les suivantes :

Le diamètre du blindage : $D_B = 18 \text{ mm}$;

La longueur du blindage : $L_B = 15 \text{ mm}$;

Le diamètre du résonateur : $D_R = 12 \text{ mm}$;

La longueur du résonateur : $L_R = 9 \text{ mm}$;

Le diamètre du fil : $D_f = 3 \text{ mm}$;

La hauteur séparant le résonateur du blindage : $L_p = 3 \text{ mm}$.

II - Etude de la solution numérique

Nous avons expliqué lors du précédent chapitre que la discrétisation de l'équation d'Helmutz génère un système d'équations linéaires. Ce système s'écrit sous la forme :

$$A.v = b \quad (1)$$

Les inconnus $v_{i,j}$ forment le système linéaire où v et b sont donnés par :

$$t_v = (u_{1,1}, u_{1,2}, \dots, u_{1,m}, u_{2,1}, u_{2,2}, \dots, u_{2,m}, \dots, u_{n-1,m}) \quad (2)$$

$$t_b = (u_{0,1}, u_{0,2}, \dots, 0)$$

Enfin la matrice A est de grande taille, elle est tridiagonale. Pour trouver la solution, il suffit d'inverser cette matrice. La complexité de l'inversion de cette matrice nous contraint à utiliser des méthodes itératives. En raison de sa convergence, nous avons opté pour la méthode de Gauss-Seidel avec relaxation. Ceci nous amène à étudier la convergence et la stabilité du processus itératif. De plus nous avons vérifié le conditionnement de la matrice A obtenu par le schéma de discrétisation obtenu précédemment.

1 - Convergence

Après des essais préliminaires nous avons opté pour le maillage suivant :

$$p_r = p_z 0,1 \text{ mm} \quad p_\phi = 1^\circ$$

L'erreur relative qui détermine le critère d'arrêt a été choisie comme :

$$\epsilon_r = 10^{-3}\%$$

Dans une première phase de calcul, nous injectons les valeurs connues du potentiel, les valeurs représentant les conditions aux limites de l'E. D. P.. Pour les autres noeuds, nous injectons des valeurs nulles. Une deuxième phase est prévue. Son rôle est de faire une série de pré-itérations à deux dimensions. En examinant l'équation discrétisée :

$$\begin{aligned}
V_{i,j,k} = & \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{1}{p_r^2} + \frac{1}{L^2 \cdot p_r^2 \cdot p_\phi^2} + \frac{1}{p_z^2} \right) - K^2} \left[\frac{1}{p_r^2} \left(1 - \frac{1}{2L} \right) \cdot V_{i-1,j,k} \right. \\
& + \frac{1}{p_r^2} \left(1 + \frac{1}{2L} \right) \cdot V_{i+1,j,k} + \frac{1}{L^2 \cdot p_r^2 \cdot p_\phi^2} (V_{i,j-1,k} + V_{i,j+1,k}) \\
& \left. + \frac{1}{p_z^2} (V_{i,j,k-1} + V_{i,j,k+1}) \right] \quad (3)
\end{aligned}$$

Nous voyons, que si L tend vers zéro, tous les coefficients tendent vers zéro sauf le troisième coefficient. De ce fait la relation (3) tend vers :

$$V_{i,j,k} = \frac{1}{2} (V_{i,j-1,k} + V_{i,j+1,k}) \quad (4)$$

Le calcul du potentiel se réduit donc à une moyenne, pour les nœuds proches de l'origine. Nous risquons donc de converger vers des valeurs erronées. La solution serait d'augmenter la précision dans cette région, mais le temps de calcul augmenterait considérablement. Pour remédier à ce problème, nous avons supposé que le potentiel V dépend des coordonnées r et z pour un plan donné, donc la variable ϕ est fixée.

Nous faisons une série de pré-itération sur chaque plan en appliquant la relation :

$$V_{i,k} = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} (V_{i-1,k} + V_{i+1,k}) + \frac{1}{\gamma - 1} (V_{i,k-1} + V_{i,k+1}) \right] \quad (5)$$

avec

$$\gamma = \frac{p_r^2}{p_z^2} - K^2$$

Par l'injection de cette nouvelle solution initiale, les valeurs du potentiel retrouvées sont pratiquement les mêmes.

Enfin, pendant la troisième phase, le calcul se fait à trois dimensions avec inversion du balayage des indices i, j, k conformément à l'équation aux différences déterminée au chapitre III. Au terme, des ces trois phases nous avons obtenu la valeur du potentiel scalaire en tout point de la structure. Dans une autre simulation, nous

partons d'une solution nulle, nous avons pris comme solution initiale $V_0 = 0,1$ V. pour cette valeur le processus itératif converge vers la même valeur du potentiel trouvée précédemment et le nombre d'itérations a légèrement diminué. D'ailleurs, la théorie montre que le processus converge pour le schéma de discrétisation centré appliqué aux EDP de type elliptique.

Nous nous sommes intéressés à la vitesse de convergence. Pour cela nous avons introduit un facteur de relaxation. En effet, la convergence d'un processus itératif est en général bien plus rapide lorsqu'on utilise un facteur de relaxation, nous savons que λ est compris entre les valeurs 1 et 2. Soit $V_{i,j,k}^{(n)}$ la valeur du potentiel à la $n^{\text{ième}}$ itération, le facteur de relaxation est introduit selon la relaxation.

$$V_{i,j,k}^{(n+1)} = V_{i,j,k}^{(n)} + \lambda \left(V_{i,j,k}^{(n+1)} - V_{i,j,k}^{(n)} \right) \quad (6)$$

Nous avons vérifié que ce facteur agit bien sur la vitesse de convergence. La vitesse de convergence est estimée par le nombre d'itération NIT.

La figure 1 nous montre la dépendance du nombre d'itération NIT et du facteur de relaxation. Nous remarquons que cette courbe passe par un minimum, donc pour la valeur $\lambda = 1,6$, la vitesse de convergence est la plus grande nous avons adopté cette valeur pour la suite des simulations.

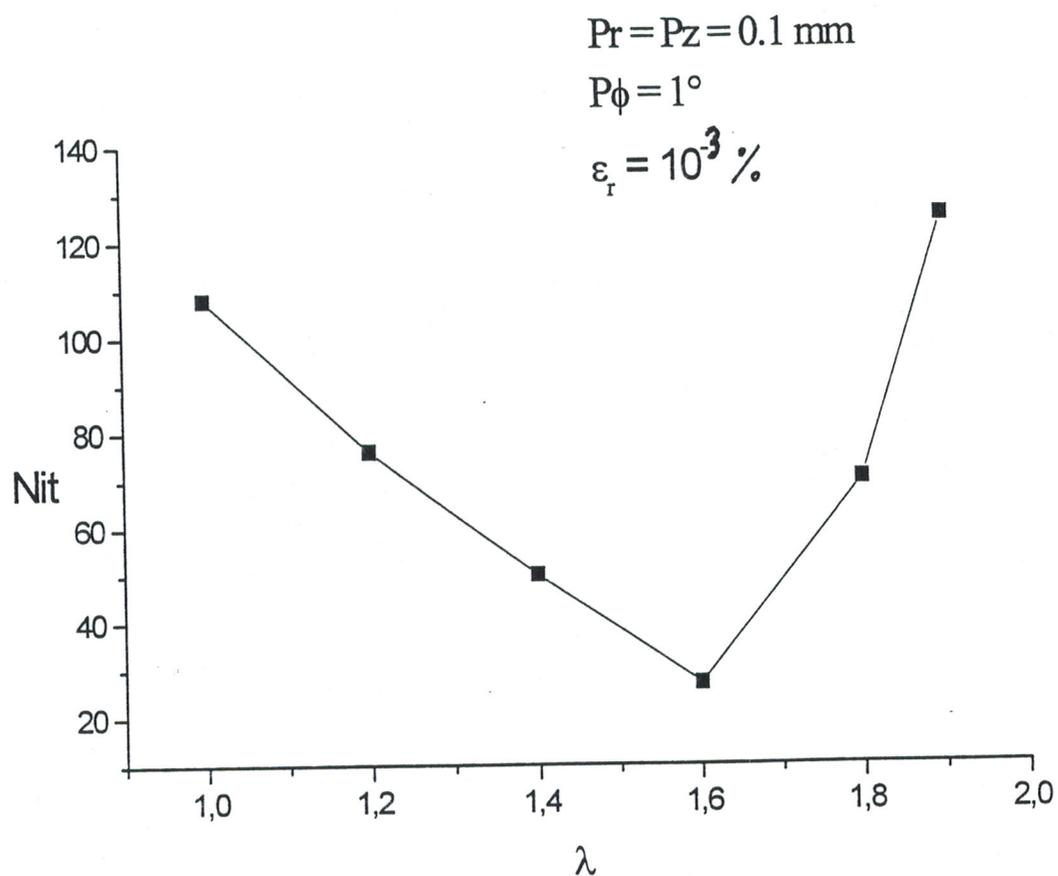


Fig.1-Influence de la relaxation sur le nombre d'itération

2 - Stabilité

Soient les solutions suivantes $V^{(i)}$, $V^{(i+1)}$, $V^{(i+2)}$, pour les pas respectifs $(p_r, p_\phi, p_z)^{(i)}$, $(p_r, p_\phi, p_z)^{(i+1)}$, $(p_r, p_\phi, p_z)^{(i+2)}$.

Nous allons étudier l'erreur relative pour les différents pas :

- pour les rapports des pas en r : p_ϕ, p_z sont fixés.

A l'itération (i) le potentiel $V^{(i)}$ correspond au noeud (p_r, p_ϕ, p_z)

A l'itération (i+1) le potentiel $V^{(i+1)}$ correspond au noeud (p_{r1}, p_ϕ, p_z)

A l'itération (i+2) le potentiel $V^{(i+2)}$ correspond au noeud (p_{r2}, p_ϕ, p_z)

- pour les rapports des pas en ϕ : p_r, p_z sont fixées.

A l'itération (i) le potentiel $V^{(i)}$ correspond au noeud (p_r, p_ϕ, p_z)

A l'itération (i+1) le potentiel $V^{(i+1)}$ correspond au noeud $(p_r, p_{\phi1}, p_z)$

A l'itération (i+2) le potentiel $V^{(i+2)}$ correspond au noeud $(p_{r2}, p_{\phi2}, p_z)$

- pour les rapports des pas en z : p_r, p_ϕ sont fixées.

A l'itération (i) le potentiel $V^{(i)}$ correspond au noeud (p_r, p_ϕ, p_z)

A l'itération (i+1) le potentiel $V^{(i+1)}$ correspond au noeud (p_r, p_ϕ, p_{z1})

A l'itération (i+2) le potentiel $V^{(i+2)}$ correspond au noeud (p_r, p_ϕ, p_{z2})

Pour chaque cas nous définissons l'erreur relative par les quantités suivantes :

$$\varepsilon_v^{(k)} = \frac{V^{(i+1)} - V^{(i)}}{V^{(i)}} \quad (7)$$

$$\varepsilon_v^{(k+1)} = \frac{V^{(i+2)} - V^{(i+1)}}{V^{(i+1)}} \quad (8)$$

Les solutions sont stables si la condition suivante est vérifiée :

$$\varepsilon_v^{(k+1)} < \varepsilon_v^{(k)}$$

En effet pour démontrer la stabilité de la solution numérique nous avons étudié la dépendance de l'erreur relative définie plus haut en fonction des pas de discrétisation p_r , p_ϕ et p_z les figures (2), (3) et (4) illustrent cette dépendance, curieusement nous remarquons que l'erreur relative augmente lorsque nous diminuons les pas séparément un à un. Nous pensions que nous allions retrouver les mêmes résultats sur les mailleurs 2D. Pour plus d'investigation nous avons procédé à la

variation simultanée des pas p_r , p_ϕ ; $p_z = \text{constante}$, p_r , p_z et $p_\phi = \text{constante}$. Enfin p_ϕ , p_z et $p_r = \text{constante}$. La dernière opération consistait à varier les trois pas en même temps, à ce moment là l'erreur relative diminuait considérablement. Une explication heuristique peut éclaircir ce résultat, en effet pour les mailleurs 3D appliquées à EDP elliptiques, il faut absolument définir l'élément mailleur de base comme une figure géométrique dont les dimensions sont pratiquement égales.

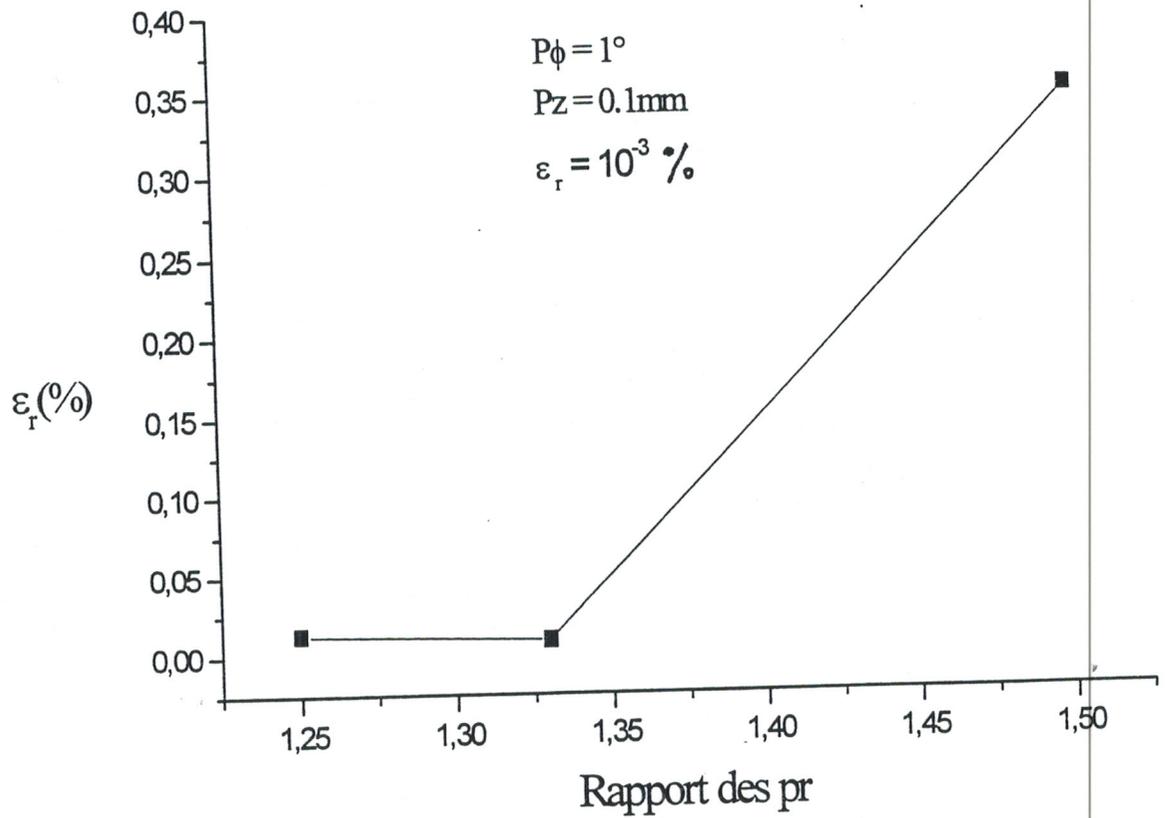


Fig2. Estimation de l'erreur en fonction du rapport des pas en r

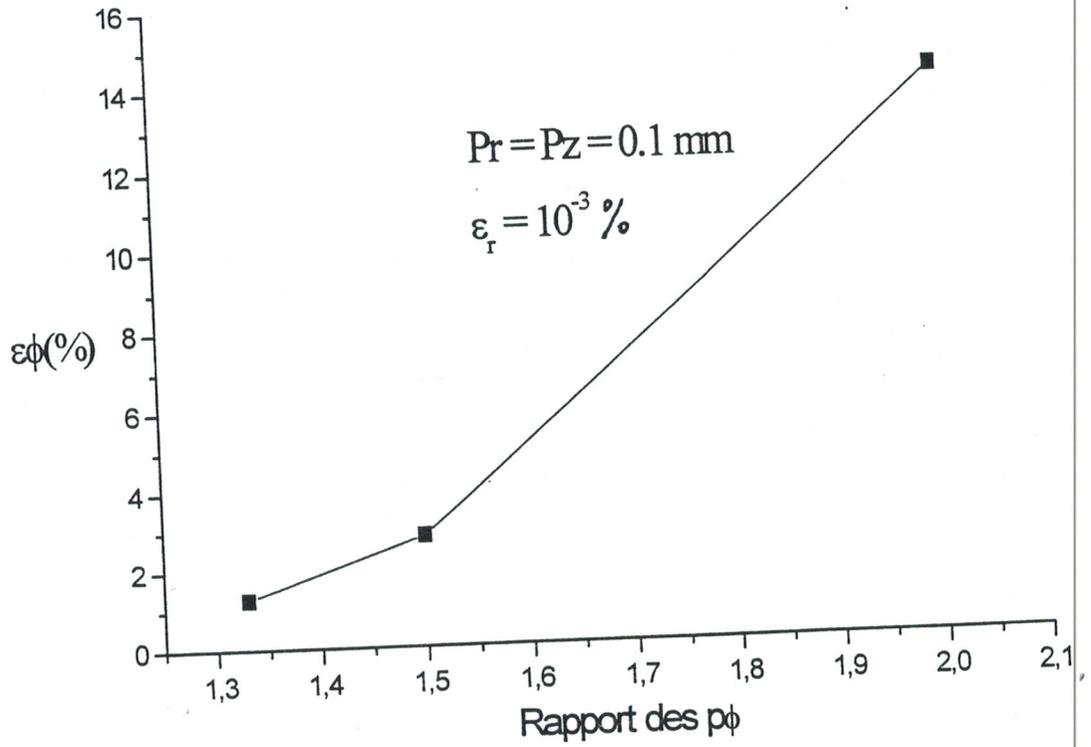


Fig 3-Estimation de l'erreur en fonction du rapport des pas en ϕ

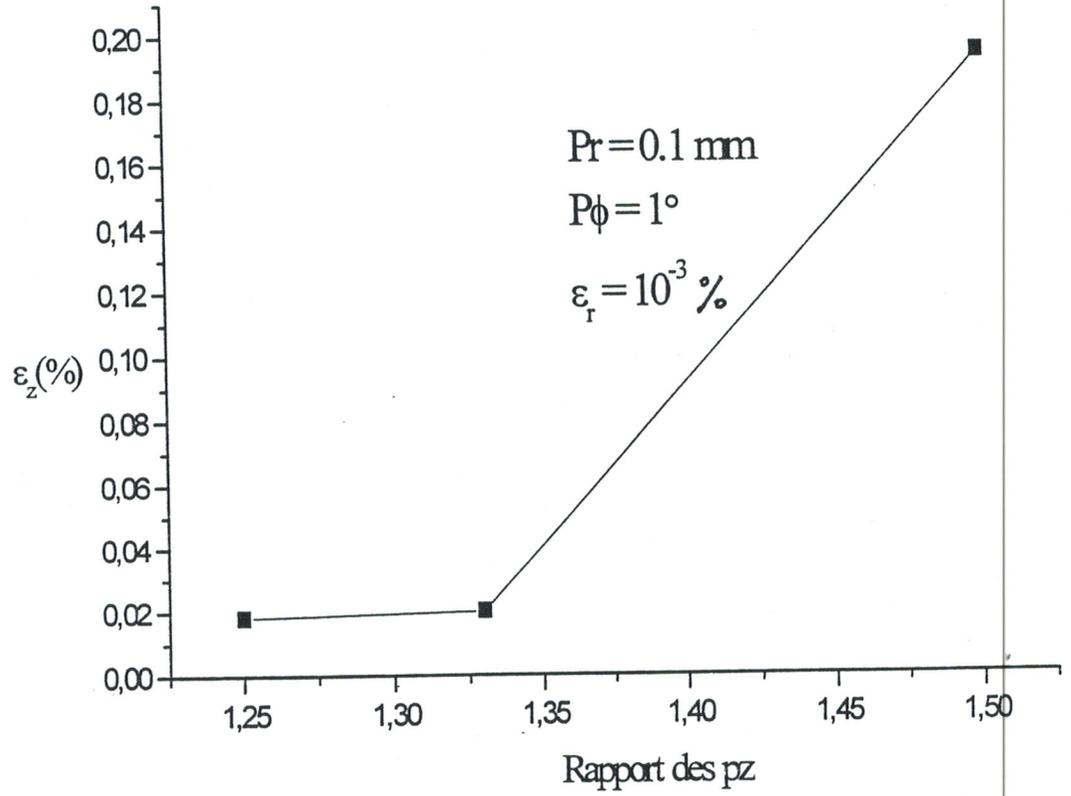


Fig4 Estimation de l'erreur en fonction du rapport des pas en z

III - Exploitation des résultats

1 - Validation

Du point de vue numérique, la valeur du potentiel scalaire en tout point est acceptable car tous les tests de convergence, de stabilité et de conditionnement sont vérifiés. A présent nous sommes en droit de se poser le problème de la validation physique des résultats. Une première idée est de comparer le potentiel que nous avons trouvé et le potentiel donné par Hoult ; il faut donc confronter les deux types du potentiel en tout point du réseau. Nous savons que le réseau est de taille très grande ($\approx 10^6$ noeuds) par conséquent le travail de comparaison est très fastidieux. Alors nous avons préféré calculer les paramètres électromagnétiques de la selle de cheval et les comparer.

D'abord en ajoutant sur la valeur de l'angle de conduction de la selle de cheval nous pouvons grâce à la souplesse du mailleur proposé de générer la ligne bifilaire sous écran dont nous rappelons les principaux résultats. La ligne bifilaire est définie à la figure 5.

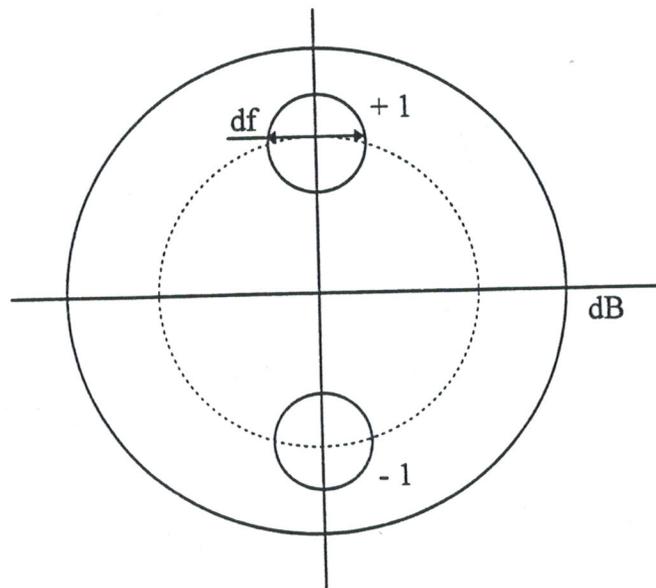


Fig. 5

L'impédance caractéristique Z_c obtenue analytiquement par la méthode des transformations conformes est donnée par la relation suivante [17].

$$Z_{c_1} = 120 \cdot \text{Log} \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} \right) \quad (9)$$

avec :

$$S = \frac{df}{dR}$$

et

$$t = \frac{dR}{dB}$$

df : diamètre du fil ;

dR : diamètre du résonateur ;

dB : diamètre du blindage.

Terman a trouvé une autre expression de l'impédance caractéristique Z_c pour un rayon de fil très inférieur au rayon du résonateur $D_f \ll D_R$:

$$Z_{c_2} = \frac{\eta}{\pi} \left[\text{Log} \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} \right) - \frac{4s^2 + s^4}{16} (1 - 4t^2) \right] \quad (10)$$

$$\eta = 120 \cdot \pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cong 377 \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

Les deux expressions de l'impédance caractéristique de la ligne bifilaire sous écran sont très proches, donc nous pouvons considérer l'une ou l'autre expression comme une référence et la comparer avec l'impédance caractéristique de la selle de cheval d'angle de conduction $\theta = 10^\circ$ par exemple. Nous avons déjà mentionné que pour des angles de conduction petits la selle de cheval se comporte comme une ligne bifilaire blindée. Pour mener cette comparaison nous avons considéré une structure dont les paramètres sont :

Le diamètre du blindage : $D_B = 18 \text{ mm}$;

Le diamètre du résonateur : $D_R = 12 \text{ mm}$;

Le diamètre du fil : $D_f = 3 \text{ mm}$.

Nous nous sommes intéressés à l'étude de la dépendance de l'impédance caractéristique et de la position de l'écran en utilisant l'expression analytique citée plus haut et les résultats de la simulation. Nous avons reporté sur la figure 6 les deux types de variation.

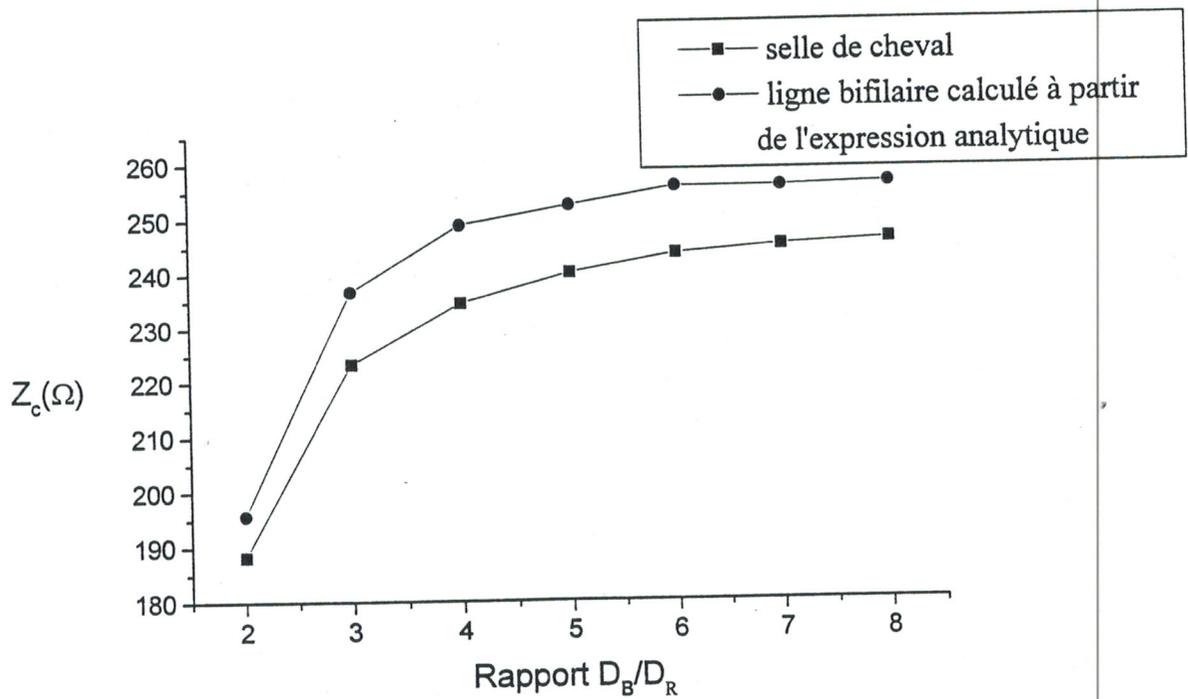


Fig. 6 - Ligne bifilaire et ligne bifilaire simulée à partir de la selle de cheval

D'après ce graphe, nous constatons que l'écart entre les deux courbes est faible, moins de 10%, nous pouvons donc accorder une confiance à nos résultats. Un autre test intéressant, il consiste à générer la ligne à bande symétrique blindée à partir de la selle de cheval, en effet en augmentant le nombre de conducteurs longitudinaux, nous développons une surface. Cette surface représente l'une des armatures de la bande symétrique.

Nous avons également pu vérifier partiellement les résultats du champ radiofréquence \vec{B}_1 obtenus par simulation numérique et par les autres travaux (Gisberg, Hoult,...). Il fallait se placer dans les mêmes conditions, tout d'abord, il était impératif d'éloigner le blindage, car comme nous allons le montrer le blindage a un effet non négligeable sur les constantes primaires et secondaires du résonateur. Ensuite, il fallait calculer le champ \vec{B}_1 à des points précis.

2 - Caractérisation de la selle de cheval

La validation numérique et physique de nos résultats par le biais des différents tests est achevée, nous pouvons maintenant étudier les dépendances des paramètres géométriques et des paramètres électromagnétiques

a - Dépendance du blindage

Pour un mailleur $p_r = p_z = 0,1$ mm, $p_\phi = 1^\circ$, $\epsilon_r = 10^{-3}$ % le diamètre du résonateur $D_R = 12$ mm, la longueur du blindage : $L_B = 15$ mm, la longueur du résonateur $L_R = 9$ mm, le diamètre du fil : $D_f = 3$ mm l'ouverture ou angle de conduction $\theta = 120^\circ$, nous avons étudié la dépendance de l'impédance caractéristique et de la position du blindage. La figure 7 représente cette dépendance, nous constatons entre $\frac{D_B}{D_R} = 1,1$ et $\frac{D_B}{D_R} = 5$, la variation est rapide mais au delà de $\frac{D_B}{D_R} = 6$ la position de blindage n'influe pas sur la valeur de l'impédance caractéristique. Ce phénomène est expliqué en détail dans des travaux précédents sur la bande symétrique [2], [4] et [9].

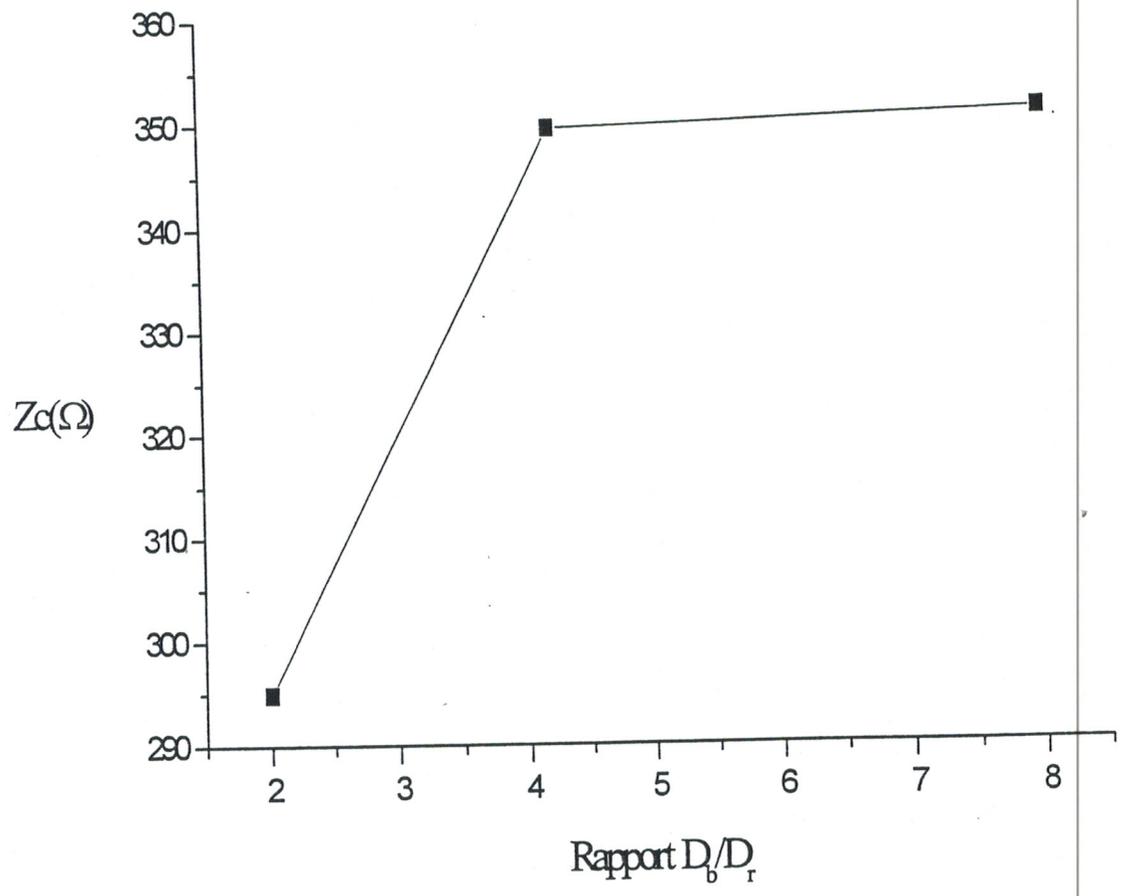


Fig 7-Influence du rapport D_b/D_r sur Z_c pour la selle de cheval

b - Dépendance de l'angle de conduction

Nous avons opté pour le même maillage, diamètre du blindage $D_B = 18$ mm, longueur du blindage $L_B = 15$ mm, diamètre du résonateur $D_R = 12$ mm, longueur du résonateur $L_R = 9$ mm, le diamètre du fil $D_f = 3$ mm. L'angle de conduction varie entre 30° et 120° . Pour ce jeu de valeurs, nous avons étudié l'influence de l'angle d'ouverture sur l'impédance caractéristique, celle-ci est illustrée à la figure 8. Nous remarquons que plus l'angle de conduction est faible et plus la selle de cheval est inductive. Ce résultat était prévisible car il est clair que plus les surfaces des armatures est grande et plus l'effet capacitif est grand. D'ailleurs ce résultat est bien vérifié pour la bande symétrique.

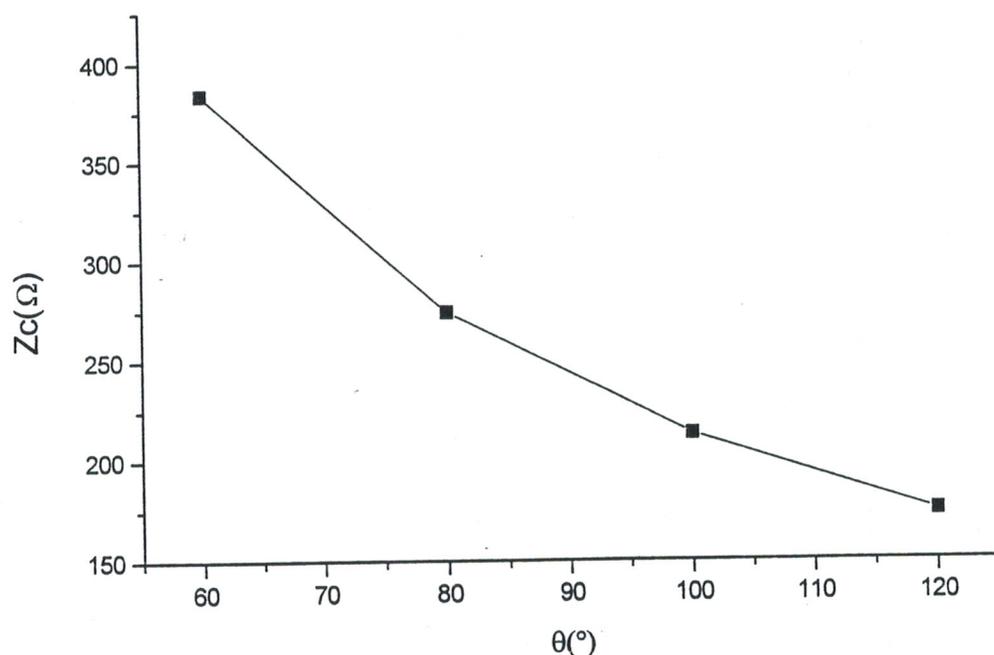


Fig 8-Impédance caractéristique de la selle de cheval sous écran

Conclusion

Nous avons dressé un cahier des charges pour le résonateur en selle de cheval en vue de spécifier ses caractéristiques électromagnétiques. Ce cahier des charges nous donne la configuration géométriques du résonateur et le matériau qu'il le constitue. Il fixe les conditions expérimentales de l'analyse par résonance magnétique nucléaire notamment la fréquence de travail. Le logiciel conçu et appelé selle.for nous donne l'impédance caractéristique, la self-inductance, la capacité et la résistance de la selle de cheval sous écran. En établissant l'équation d'Helmutz à partir des équations de Maxwell, nous la résolvons numériquement en utilisant un schéma de discrétisation centré et la méthode de Gauss-Seidel avec relaxation. A partir du potentiel et du courant, nous avons calculé les constantes ci-dessus. Les résultats étaient numériquement et physiquement valables. La dépendance de l'impédance caractéristique de la selle de cheval et de la position du blindage d'une part, et la dépendance de l'impédance caractéristique et de l'angle de conduction d'autre part sont clairement établies. Or dans la littérature, aucun des travaux recensés (Ginsberg, Hoult, Carlson) ne tient compte de l'effet d'écran sur la valeur du champ radiofréquence, sachant que nous avons une relation entre l'impédance caractéristique et le champ radiofréquence. L'avantage de ce travail réside également dans le fait de pouvoir simuler toutes les variantes de la selle de cheval et les autres structures : ligne à bandes symétriques en 3D ligne bifilaire en 3D avec naturellement leur écran.

D'autre part, nous avons rencontré énormément de difficultés pour l'application des expressions concernant les constantes secondaires de la selle de cheval. En fait, ce calcul fait intervenir des dérivées d'ordre 1, 2 et même 3 selon r , ϕ et z . Or une dérivée numérique est une approximation de la dérivée « analogique » donc fatalement nous commettons une erreur d'approximation comme cela a été expliqué aux chapitres III et IV. Nous comprenons bien que les dérivées d'ordre élevé sont de moins en moins précises. A cause de ces difficultés, nous n'avons pas pu obtenir des

résultats satisfaisants pour les constantes secondaires. Pour contourner ce problème de dérivation numérique du potentiel, il est préférable nous semble-t-il de lisser la solution numérique $v(r, \varphi, z)$ et de dériver analytiquement. Ce travail serait intéressant car il nous permettra à juste titre de dresser une étude comparative de la selle de cheval avec les autres structures en termes de coefficient de qualité, inhomogénéité du champ radiofréquence et de la localisation de l'énergie magnétique.

Bibliographie

- [1] - A. Pagelot Bruker Spectro spin, 'Deuxième Séminaire National sur la résonance magnétique nucléaire.', Complexe des andalouse, avril 1985.
- [2] - M. Khélif, 'Simulation numérique des résonateurs Rf et applications en RMN à des études de très haute température', thèse de doctorat UPMC Paris Déc. 1991.
- [3] - A. Desgrez, J Bittoun, I. Idy-Peretti, 'Bases physiques de l'IRM' 1996.
- [4] - N. Ben Ahmed, 'Simulation numérique du résonateur à bandes symétriques et application a la résonance magnétique nucléaire', thèse de magister 1997.
- [5] - D. M. Ginsberg and M.J. Melchner, 'Optimum geometry of saddle shaped coils for generating a uniform magnetic field' Rev. Sci. Instrum. Vol. 41 n° 1, 1970.
- [6] - D. I. Hoult and R.E. Richards, 'The signal-to-Noise ratio of the nuclear magnetic resonance experiment' J. M. R. 24,71-85, 1996.
- [7] - D. I. Hoult, C. N. Chen and V. J. Sank, 'Quadrature detection in the laboratory frame', M. R. M1, 339-353, 1984.
- [8] - J. W. Carlson, 'Currents and fields of thin conductors in RF saddle coils', M. R. M3, 778-790, 1986.
- [9] - N. Ben Ahmed et Khélif, 'Résonateur à bandes symétriques' COMAEI'96, Tlemcen, Algérie, Déc. 1996, Ajot, Vol. 4, PP 236-241.
- [10] - M. Khélif, N. Ben Ahmed, 'Résonateur en anneau fendu', COMAEI'98, Bejaïa, Algérie, Déd. 1998, Ajot, Vol. 1, PP. 152-155.
- [11] - A. Angot, 'Compléments de mathématiques', Masson et Cie, 1972.
- [12] - M. Khélif, F. Derraz, 'Détermination du spectre erreur sur le signal d'absorption en RMN impulsionnelle par T. F.' 1st national workshop on signal & image processing, NWSIP'98, Sidi Bel Abbes, Algérie Déc. 1998.

[13] - M. Khélif, Y. Mahdad, 'Influence des inhomogénéités dues aux champs B_0 et B_1 sur la forme du signal d'absorption', 3^{ème} congrès national de la physique et ses applications, CNPA'98, Oran, Algérie, Oct. 1998.

[14] - M. Beignot, Devalmont, 'Hyperfréquences', T1, ENSTA, cours EE14, édition 1979.

[15] - F. Gardiol, 'Traité d'électricité: hyperfréquences.', Presses polytechniques et universitaires romandes.' Lausanne, 1990.

[16] - G. Fernet, 'Electromagnétisme à partir des équations locales.' 2^{ème} édition, Masson, 1985.

[17] - E. Roubine, 'Lignes et antennes', CENT, édition de la « revue d'optique », 1954.