

UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID – TLEMCCEN
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE TELECOMMUNICATIONS

THESE DE DOCTORAT EN TELECOMMUNICATIONS

Présentée par :

SIDI AHMED DJENNAS

Thème :

**Analyse et Synthèse de Réseaux Conformés d'Antennes
Imprimées Avec Effet de Courbure et Effet de Couplage**

Soutenue en décembre 2009 devant la Commission d'Examen :

Président :	M. K. CHIKH BLED	Prof. à l'Université de Tlemcen
Examineurs :	M. BENSLAMA	Prof. à l'Université de Constantine
	M. L. RIABI	Prof. à l'Université de Constantine
	N. E. BENAHMED	Prof. à l'Université de Tlemcen
	N. BOUKLI HACENE	M. C. à l'Université de Tlemcen
Membre invité :	S. M. MERIAH	M. C. à l'Université de Tlemcen
Directeur de Thèse :	F. T. BENDIMERAD	Prof. à l'Université de Tlemcen

Résumé :

Depuis leur apparition, les antennes imprimées ont fait l'objet d'un grand nombre d'études et sont actuellement largement utilisées. Elles présentent plusieurs avantages : petite taille, procédés d'usinage simple, intégration possible d'éléments actifs, etc.

Parallèlement, l'analyse de rayonnement de réseaux conformés d'antennes imprimées s'impose avec force sachant que l'effet de courbure et de couplage ont une grande influence. Par ailleurs, la synthèse serait encore plus nécessaire afin de répondre à des besoins bien spécifiques en rayonnement. C'est dans ce cadre que s'inscrit notre thèse qui comprend deux grandes parties.

Pour la première partie qui est consacrée à l'analyse, sous effet de courbure et effet de couplage, de rayonnement des réseaux conformés d'antennes imprimées, nous allons entamer le développement et l'implémentation de la méthode des éléments finis pour la numérisation des problèmes d'antennes et de diffracteurs. En effet, pour la complétude du traitement des réseaux conformés d'antennes imprimées, il est fondamental de pouvoir modéliser l'effet de courbure et l'effet de couplage entre éléments et de les intégrer dans le calcul du champ rayonné qui serait de ce fait plus proche de la mesure.

La deuxième partie traitera une nouvelle et originale technique pseudo-aléatoire de synthèse, inspirée de l'immunité biologique. Ce procédé innovant, baptisé Tactique Immunitaire, sera en effet exploité pour ses propriétés heuristiques dans la synthèse du diagramme de rayonnement des réseaux conformés.

Mots clés :

Electromagnétisme, méthode des éléments finis, analyse, immunité biologique, synthèse.

Abstract:

Since their appearance, the printed antennas have made the subject of many surveys and are widely used, currently. They present many advantages i.e. small size, simple manufacturing process, potential integration of active components, etc.

In the same way, the radiation analysis of the printed antennas conformal arrays is inevitably imperative, being given that curvature and coupling effects act upon. In other respects, the synthesis will be as well, more necessary to answer to specific radiation requirements. Our thesis, which consists of two parts, falls within this context.

Concerning the first part which is devoted to printed antennas conformal arrays radiation analysis, under curvature and coupling effects, we will start on development and implementation of finite elements method for digitization of antennas and scatters problems. In fact, for completeness of treating of conformal arrays, it is fundamental to be able to model the curvature and coupling effects. Their integration later, into field computation allows findings to be close to measurements.

The second part deals with a new and original pseudo-random synthesis technique. This last, is inspired by biological immunity. The innovative process, baptized by Immunity Tactic, will be exploited for its heuristic properties in conformal arrays radiation synthesis

Key words:

Electromagnetism, finite elements method, analysis, biological immunity, synthesis

ملخص:

منذ ظهورها، أصبحت الهوائيات المطبوعة مصدر العديد من الدراسات و هي واسعة الاستعمال حاليا. بالفعل فهي تمثل العديد من المزايا: صغر الحجم، طرق تصنيع سهلة، إمكانية إدماج عناصر نشطة، الخ.

بالمجارات، فإن تحليل إشعاع الشبكات المجسمة للهوائيات المطبوعة يفرض ذاته، علما أن مفعول التحذب و مفعول الارتباط لهما تأثير كبير في هذه الحالة. من جانب آخر، فإن التركيب يصبح أكثر أهمية للاستجابة لمتطلبات معينة فما يخص الإشعاع. في هذا الإطار ندرج رسالتنا هذه و التي تشتمل على قسمين عريضين.

فيما يخص القسم الأول و الذي خصص لتحليل، تحت تأثير مفعول التحذب و مفعول الارتباط، إشعاع الشبكات المجسمة للهوائيات المطبوعة، سوف نبادر بتطوير و تشغيل طريقة العناصر المنتهية لأرقمة مسائل الهوائيات و المشتتات. بالفعل، فمن أجل كمالية التعامل مع الشبكات المجسمة للهوائيات المطبوعة، يصبح أساسا القدرة على تشكيل مفعول التحذب و مفعول الارتباط و إدماجهما في حساب الحقل المشع الذي يكون بهذا اقرب إلى القياس.

أما القسم الثاني فسوف يتعامل مع طريقة مبتكرة و جديدة شبه-عشوائية للتركيب مستوحاة من المناعة البيولوجية. هذه الطريقة المبتكرة و المسماة التخطيط المناعي، سوف تستغل لخصوصياتها البحث-وجودية في تركيب المخطط الإشعاعي للشبكات المجسمة.

كلمات مفتاح:

كهرومغناطيسية، طريقة العناصر المنتهية، تحليل، مناعة بيولوجية، تركيب

REMERCIEMENTS

Le travail présenté a été réalisé au sein du Laboratoire de Télécommunications de l'Université de Tlemcen, sous la Direction du Professeur BENDIMERAD Fethi Tarik. Ses nombreux conseils et ses orientations ont permis la finalisation de cette Thèse de Doctorat dans les meilleures conditions.

En premier lieu, je témoigne tous mes hommages et mes honneurs à Monsieur BENDIMERAD Fethi Tarik, Professeur à l'Université de Tlemcen, Directeur du Laboratoire de Télécommunications, à qui je dois considérablement supervision, appui et assistance qui ont mené au parachèvement de cet ouvrage.

Toute ma gratitude va à Monsieur CHIKH BLED Mohammed El Kbir, Professeur à l'Université de Tlemcen, qui a bien voulu présider le Jury et enrichir le débat par ses remarques pertinentes.

Je remercie également Monsieur BENSLAMA Malek, Professeur à l'Université de Constantine, d'avoir consacré son temps si précieux en vue d'évaluer l'apport scientifique de notre labour ainsi que sa contribution à l'avancée de la recherche.

Je tiens à remercier Monsieur RIABI Mohamed Lhadi, Professeur à l'Université de Constantine, pour avoir accepté l'expertise de notre Thèse de Doctorat.

Je dois reconnaissance et respect envers Monsieur BENAHMED Nasr Eddine, Professeur à l'Université de Tlemcen, qui a bien consenti à prendre part au Jury afin d'apprécier notre travail et de juger son utilité.

J'adresse l'expression de ma considération pour Monsieur BOUKLI HACENE Nour Eddine, Maître de Conférences à l'Université de Tlemcen, lequel a accepté d'évaluer notre Thèse et de projeter sa vision sur les perspectives qu'elle offre.

Enfin, Monsieur MERIAH Sidi Mohammed, dont la présence nous a honorés, est invité à soumettre ses observations et son analyse dont l'objectif serait encore d'éclaircir le contenu de notre étude. Aussi, nous lui savons gré.

SOMMAIRE

Introduction générale

Introduction générale.....	2
----------------------------	---

Chapitre premier **Concepts fondamentaux en électromagnétisme et techniques numériques**

I. 1. Introduction.....	7
-------------------------	---

Section 1 : Concepts fondamentaux en électromagnétisme

I. 2. Systèmes de Maxwell.....	9
I. 3. Equation d'onde.....	14
I. 3. 1. Electrostatique.....	15
I. 3. 2. Magnétostatique.....	16
I. 4. Equivalence de surface.....	17
I. 5. Diffraction.....	21
I. 6. Section transversale de diffraction.....	22
I. 6. 1. Cas bidimensionnel.....	22
I. 6. 2. Cas tridimensionnel.....	25

Section 2 : Techniques numériques

I. 7. Techniques numériques.....	28
I. 7. 1. Technique de Ritz.....	28
I. 7. 2. Technique des résidus pondérés.....	31
I. 8. Conclusion.....	33

Chapitre deux **Méthode des éléments finis pour les structures arbitraires**

II. 1. Introduction.....	35
--------------------------	----

Section 1 : Fonctions de base pour les éléments finis

II. 2. Localisation spatiale et ordre d'approximation.....	37
II. 3. Eléments basés sur nœuds.....	37
II. 3. 1. Fonctions de base unidimensionnelles.....	38

II. 3. 2. Fonctions de base bidimensionnelles.....	39
II. 3. 2. 1. Elément rectangulaire.....	39
II. 3. 2. 2. Elément triangulaire.....	40
II. 3. 3. Fonctions de base tridimensionnelles.....	41
II. 3. 3. 1. Elément parallélépipédique.....	41
II. 3. 3. 2. Elément tétraédrique.....	43
II. 3. 3. 3. Elément prismatique.....	44
II. 4. Eléments basés sur arêtes.....	45
II. 4. 1. Fonctions de base bidimensionnelles.....	45
II. 4. 1. 1. Elément rectangulaire.....	45
II. 4. 1. 2. Elément triangulaire.....	46
II. 4. 2. Fonctions de base tridimensionnelles.....	47
II. 4. 2. 1. Elément parallélépipédique.....	47
II. 4. 2. 2. Elément tétraédrique.....	48

Section 2 : Méthode des éléments finis cas unidimensionnel

II. 5. Généralités.....	50
II. 6. Problème unidimensionnel.....	51
II. 6. 1. Discrétisation de la forme faible.....	53
II. 6. 2. Assemblage des équations élémentaires.....	55
II. 6. 3. Contraintes de conditions aux limites.....	57
II. 6. 3. 1. Conditions de Neumann.....	57
II. 6. 3. 2. Conditions de Dirichlet.....	58
II. 6. 3. 3. Conditions mixtes.....	59
II. 6. 3. 4. Conditions combinées.....	60

Section 3 : Méthode des éléments finis cas bidimensionnel

II. 7. Application bidimensionnelle	62
II. 8. Equation bidimensionnelle d'onde.....	62
II. 8. 1. Forme faible de l'équation d'onde	62
II. 8. 2. Discrétisation de la forme faible de l'équation d'onde.....	63

Section 4 : Méthode des éléments finis cas tridimensionnel

II. 9. Avant-propos.....	67
II. 10. Problème tridimensionnel en domaine fermé.....	68
II. 10. 1. Formulation en champ.....	68
II. 10. 2. Formulation en potentiel.....	69

II. 11. Génération des matrices élémentaires.....	69
II. 12. Problème tridimensionnel en domaine ouvert.....	71
II. 13. Formulation générale.....	72
II. 13. 1. Origine des équations.....	72
II. 13. 2. Solution des équations.....	76
II. 14. Excitation.....	79
II. 15. Applications.....	79
II. 16. Structure du module d'analyse à base d'éléments finis.....	80
II. 17. Conclusion.....	83

Chapitre trois Résultats de simulations en analyse

III. 1. Introduction.....	86
---------------------------	----

Section 1 : Premiers résultats section transversale radar
--

III. 2. Section transversale radar.....	88
III. 2. 1. Cible cubique.....	88
III. 2. 2. Cible pyramidale.....	90
III. 2. 3. Cible conique.....	92
III. 2. 4. Cible sphérique.....	94

Section 2 : Deuxièmes résultats distribution de courant
--

III. 3. Distribution de courant.....	96
III. 3. 1. Radiateur ogival.....	96
III. 3. 2. Radiateur discal.....	98
III. 3. 3. Radiateur semi-discal.....	101
III. 3. 4. Radiateur sphérique.....	103
III. 3. 5. Radiateur elliptique.....	106
III. 3. 6. Radiateur parabolique.....	108

Section 3 : Troisièmes résultats diagramme de rayonnement
--

III. 4. Diagramme de rayonnement.....	111
III. 4. 1. Réseau dièdre.....	111
III. 4. 2. Réseau tétraèdre.....	114
III. 4. 3. Réseau conique.....	118
III. 4. 4. Réseau sphérique.....	121
III. 5. Conclusion.....	123

Chapitre quatre
Tactique immunitaire une nouvelle technique d'optimisation et de synthèse

IV. 1. Introduction.....126

Section 1 : Biologie du système immunitaire

IV. 2. Biologie et mécanismes du système immunitaire.....129

IV. 2. 1. Le soi et le non soi.....129

IV. 2. 2. Protéines membranaires.....130

IV. 3. Composition du système immunitaire.....131

IV. 4. Cellules de l'immunité.....131

IV. 4. 1. Lymphocytes B.....132

IV. 4. 2. Lymphocytes T.....133

IV. 4. 3. Lymphocytes ni T ni B ou macrophages.....134

IV. 5. Activation des lymphocytes.....134

IV. 5. 1. Lymphocytes mémoire.....135

IV. 5. 2. Sélection thymique.....135

IV. 5. 3. Anticorps.....136

IV. 6. Messagers de l'immunité.....136

IV. 7. Fonctionnement du système immunitaire.....137

IV. 7. 1. Réponse immunitaire primaire.....137

IV. 7. 2. Réponse immunitaire secondaire.....138

IV. 8. Tolérance immunitaire.....138

IV. 8. 1. Définition.....138

IV. 8. 2. Tolérance naturelle.....138

IV. 8. 3. Tolérance acquise ou induite.....139

IV. 9. Résistance et contournement des antigènes.....139

IV. 9. 1. Résistance.....140

IV. 9. 2. Micro-organismes transparents.....141

IV. 9. 3. Variation antigénique.....141

IV. 9. 4. Régulation de l'activité du complément.....142

IV. 9. 5. Régulation de l'activité des cytokines.....142

IV. 9. 6. Inhibition de la mort programmée des cellules.....142

IV. 9. 7. Vulnérabilité du système immunitaire.....143

Section 2 : Immunité face à l'optimisation

IV. 10. L'immunité face à l'optimisation.....	145
IV. 10. 1. Fragmentation et distribution.....	145
IV. 10. 2. Reconnaissance et destruction.....	146
IV. 10. 3. Prolifération.....	147
IV. 10. 4. Assemblage et reconstitution.....	148
IV. 11. Construction des matrices.....	149
IV. 11. 1. Paramétrage déterministe.....	149
IV. 11. 2. Distribution aléatoire.....	150
IV. 12. Qualification de la tactique immunitaire.....	150

Section 3 : Système immunitaire outil pour la synthèse des réseaux conformes d'antennes imprimées

IV. 13. Prélude.....	155
IV. 14. Notions de base.....	155
IV. 15. Positionnement des éléments.....	157
IV. 16. Matrice de passage.....	158
IV. 17. Structuration du problème de la synthèse.....	160
IV. 17. 1. Matrice Λ	160
IV. 17. 2. Définition et dimensionnement de la fonction désirée.....	161
IV. 18. Définition du critère d'erreur.....	163
IV. 19. Conclusion.....	166

Chapitre cinq Résultats de simulations en synthèse

V. 1. Introduction.....	168
V. 2. Réseau plan.....	168
V. 3. Réseau dièdre.....	174
V. 4. Réseau tétraèdre.....	181
V. 5. Réseau cône.....	189
V. 6. Réseau tronc-cône.....	195
V. 7. Réseau sphère.....	203
V. 8. Conclusion.....	209

Conclusion générale

Conclusion Générale.....	211
--------------------------	-----

INTRODUCTION

GENERALE

Introduction Générale

Depuis leur apparition, les antennes imprimées ont fait l'objet d'un grand nombre d'études et sont actuellement largement utilisées. Elles présentent plusieurs avantages : petite taille, procédés d'usinage simple, intégration possible d'éléments actifs, etc.

Parallèlement, la simulation numérique en électromagnétisme a connu un progrès continu, et ceci grâce au développement constant de nouvelles techniques numériques et à l'accroissement considérable des performances des calculateurs.

Notre étude s'inscrit dans son premier volet, dans le cadre de développement et d'implémentation de la méthode des éléments finis pour la simulation numérique de problèmes de réseaux d'antennes et de radiateurs. Plus précisément, il s'agit en effet de créer un code de calcul fondé sur la résolution des équations intégrales par une discrétisation à base d'éléments finis.

Pour le deuxième volet, il s'agit bien d'une innovation dans le domaine de l'optimisation en général et de la synthèse en particulier. Ce deuxième volet traitera une nouvelle et originale technique pseudo-aléatoire de synthèse inspirée de l'immunité biologique. Ce nouveau procédé baptisé Tactique Immunitaire, sera en effet exploité pour ses propriétés heuristiques dans la synthèse du diagramme de rayonnement des réseaux conformés.

Du point de vue électromagnétique, les antennes imprimées sont des structures complexes puisqu'elles présentent un grand nombre de configurations dont la géométrie, type de réseau, type d'excitation, etc. Les méthodes d'analyse de telles structures sont nombreuses, toutefois elles sont fondées sur deux approches :

Méthodes différentielles : méthode des éléments finis, méthode des différences finis, etc.

Méthodes intégrales : méthode des moments, méthode intégrale limite, etc.

En effet ces méthodes sont des variantes qui trouvent leur source commune dans la discrétisation du problème continu et de ce point de vue, elles restent étroitement proches.

Introduction Générale

Pour la première partie qui est l'analyse, sous effet de courbure et effet de couplage, de rayonnement des réseaux conformés d'antennes imprimées, nous allons étudier et utiliser la méthode des éléments finis pour le calcul du champ rayonné. Cette méthode consiste à discrétiser en un grand nombre de mailles élémentaires le volume de calcul où le champ ou toute autre entité devra être déterminée. En effet, pour la complétude du traitement des réseaux conformés d'antennes imprimées, il est fondamental de pouvoir modéliser l'effet de courbure et l'effet de couplage entre éléments et de les intégrer dans le calcul du champ rayonné qui serait de ce fait plus proche de la mesure.

S'agissant encore de notre étude, nous l'avons structuré de la manière suivante :

Dans un premier chapitre, nous évoquerons dans la section I, les fondements de base théoriques de l'électromagnétisme, car c'est le point commun et fondamental pour tous les problèmes de rayonnement. Entre autres nous citerons les équations de Maxwell, les conditions de continuité dans les milieux et le principe d'équivalence. En fin et dans la section II, nous aborderons les techniques numériques dont la technique de Rayleigh-Ritz et celle des résidus pondérés qui sont exploitées dans la méthode des éléments finis.

Les fonctions de base et de test seront abordées au chapitre deux, section I pour le cas uni, bi et tridimensionnel par un formalisme basé sur nœuds ou sur arêtes.

Dans la section II, il y aura lieu à une application unidimensionnelle de la méthode des éléments finis, incluant la discrétisation et l'assemblage des matrices élémentaires afin de résoudre le système global contraint aux limites par des conditions spécifiques. Sur la même voie et dans la section III, on entamera une application pour le cas bidimensionnel avec discrétisation et assemblage des équations élémentaires. La généralisation aux structures tridimensionnelles se fera quant à elles dans la section IV. Le système découlant de la discrétisation et de l'assemblage pourra par la suite faire l'objet d'une résolution directe ou itérative pour en extraire les inconnus.

Au chapitre trois, nous allons présenter les résultats de la simulation. En effet, nous exposerons en ce chapitre trois types de résultats, nommément :

La section transversale radar.

La distribution de courant.

Le diagramme de rayonnement.

Pour certains résultats, il y aura lieu à une confrontation, où la valorisation de notre code de calcul sera mise en exergue en passant par la concordance qui existe entre nos simulations

et celles entreprises par d'autres auteurs sous les mêmes contraintes. Pour le reste, il s'agira de résultats propres où nous présenterons nos propres applications qui mettent en évidence notre bonne approche et offrent une vraie extension vers d'autres études qui sont de lien avec l'analyse de rayonnement et de diffraction avec intégration de tous les paramètres qui sont parfois négligés pour faciliter le problème en dépit de la précision.

Maintenant, quant au deuxième grand volet qui se rapporte au problème de la synthèse de rayonnement, lui il sera matérialisé par le chapitre quatre et le chapitre cinq. En réalité, nous allons faire état d'un nouveau et innovant procédé d'optimisation. Le nouveau procédé qui tire son origine depuis l'immunité biologique, sera exploité de ce fait dans la synthèse de rayonnement de réseaux conformés d'antennes imprimées.

Notre nouvel procédé d'optimisation et de synthèse sera présenté dans le chapitre quatre. Cette présentation passe par la section I, qui cite des généralités sur l'immunité biologique. En effet, ceci reste essentiel pour son assimilation et son exploitation. La section II, établie le lien et l'analogie entre l'immunité biologique et notre nouvel technique, pour pouvoir la placer dans un processus de résolution du problème de la synthèse. Dans, la section III, on donnera des généralités et des rappels sur la structuration du problème de la synthèse. Aussi l'intégration de la tactique immunitaire dans la résolution du problème de la synthèse sera rapportée.

Ce nouveau procédé baptisé la tactique immunitaire, rentre dans la classe des procédés d'optimisation aléatoire mais qui est régi par des règles déterministes. On s'est inspiré grandement dans cette technique de l'activité immunitaire qui a tendance à éliminer ce qui n'appartient pas au corps et à conserver ce qui lui est propre. L'équivalence pour la synthèse serait d'éliminer toutes les solutions et de garder la meilleure. Quelques traits de l'immunité biologique seront empreints et adaptés à notre technique qui obéit à certaines règles qui empêchent toute dérive ou instabilité.

Enfin et par le biais du chapitre cinq, toute l'efficacité et la robustesse de notre nouvelle technique de synthèse sera dévoilée et ce à travers de nombreux cas de simulation concernant plusieurs réseaux conformés d'antennes allant du plus simple au plus complexe. Les résultats seront divers et concernent :

L'évolution de l'erreur relative.

La loi d'excitation des éléments en amplitude et en phase.

Le diagramme de rayonnement synthétisé en trois dimensions.

Une vue projetée du rayonnement sur le plan principal.

Introduction Générale

La comparaison de la fonction optimisée avec la fonction désirée, témoigne de l'aptitude de la nouvelle technique à solutionner le problème de la synthèse tout en exploitant l'ensemble de l'espace des solutions.

La confrontation avec d'autres résultats retrouvés sous les mêmes conditions (type de réseau et fonction désirée) par d'autres techniques de synthèse, vient appuyer et renforcer le fait que la tactique immunitaire bien qu'elle soit nouvelle et dans sa phase embryonnaire, est très bien adaptée à la synthèse et est à pied d'égalité sinon de supériorité face aux autres procédés de synthèse qu'ils soient aléatoires ou déterministes. Il s'agira encore et comme perspectives, d'améliorer cette technique tout en intégrant d'autres opérateurs immunitaires pour créer des variantes qui soient en mesure de faire face tant aux problèmes de la synthèse qu'à ceux liés à l'optimisation en générale.

CHAPITRE PREMIER

CONCEPTS FONDAMENTAUX EN ELECTROMAGNETISME ET TECHNIQUES NUMERIQUES

I. 1. Introduction

Le succès de l'analyse électromagnétique durant le siècle passé, ne pouvait se réaliser, s'il n'y avait pas une théorie complète et précise. Ce chapitre résume à travers la section I, un nombre important de concepts à partir de la théorie du champ électromagnétique qui est une théorie d'une extrême nécessité lors des formulations numériques qui traitent les problèmes de rayonnement et de diffraction [1].

Par ailleurs et dans la section II, nous allons évoquer différents aspect pour la discrétisation et la linéarisation les équations différentielles et intégrales. Sachant qu'une solution analytique pour ces équations est rarement disponible, il parait évident de basculer vers les techniques numériques qui donnent une approche plus simplifiée et tout à fait compatible avec les outils de programmation. En outre et en cette section, nous allons présenter une introduction succincte sur le matériel nécessaire à l'étude de la méthode des éléments finis et de son application en électromagnétisme [2].

SECTION I

CONCEPTS FONDAMENTAUX EN ELECTROMAGNETISME

I. 2. Systèmes de Maxwell

Considérons une région de l'espace caractérisée par une inhomogénéité dans la structure. Comme le montre la figure I. 1, on attribue au matériau qui compose cette inhomogénéité une permittivité ϵ et une perméabilité μ . Si, cette région est illuminée par un champ électromagnétique, alors les champs au voisinage de l'inhomogénéité doivent satisfaire les équations de Maxwell.

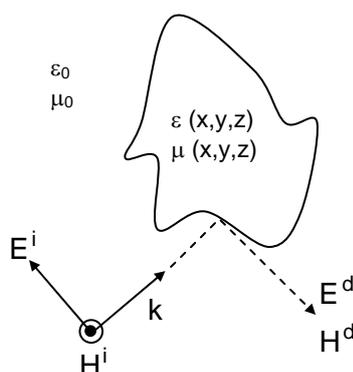


Figure I. 1 : Illumination d'un corps par un champ électromagnétique incident

Le champ électrique en notation harmonique est formulé par :

$$\vec{E}(x,y,z) = \vec{x}E_{x0}e^{j\varphi_x} + \vec{y}E_{y0}e^{j\varphi_y} + \vec{z}E_{z0}e^{j\varphi_z} \quad (I. 1)$$

\vec{x} , \vec{y} , \vec{z} : vecteurs unité dans le repère orthonormé.

E_{x0} , E_{y0} , E_{z0} : amplitudes des composantes du champ selon x, y, z.

φ_x , φ_y , φ_z : phases des composantes du champ selon x, y, z.

Des expressions similaires peuvent être tirées pour les autres entités. En introduisant celles-ci, on obtiendrait la forme différentielle des équations de Maxwell donné par [1] :

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon\vec{E} \quad (I. 2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\vec{M} - j\omega\mu\vec{H} \quad (I. 3)$$

$$\nabla \cdot (\mu\vec{H}) = \rho_m \quad (I. 4)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon\vec{E}) = \rho \quad (I. 5)$$

Où les champs, les courants et les charges correspondants sont :

E : intensité du champ électrique en Volts/mètre (V/m),

H : intensité du champ magnétique en Ampères/mètre (A/m),

J : densité du courant électrique en Ampères/mètre² (A/m²),

M : densité du courant magnétique en Volts/mètre² (V/m²),

ρ : densité de charge électrique en Coulombs/mètre³ (C/m³),

ρ_m : densité de charge magnétique en Webers/mètre³ (Wb/m³).

Pour un milieu isotrope on peut écrire :

$$D = \varepsilon E = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \quad (I. 6)$$

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H \quad (I. 7)$$

$$J = \sigma E \quad (I. 8)$$

$$M = \sigma_m H \quad (I. 9)$$

Avec :

D : densité du flux électrique en Coulombs/mètre² (C/m²),

B : densité du flux magnétique en Webers/mètre² (Wb/m²).

D'autre part, les équations de continuité sont données par :

$$\nabla \cdot J + j\omega\rho = 0 \quad (I. 10)$$

$$\nabla \cdot M + j\omega\rho_m = 0 \quad (I. 11)$$

Les constantes électromagnétiques pour les matériaux seront :

ε_0 : permittivité du vide = $8.854 \cdot 10^{-12}$ en Farads/mètre (F/m),

μ_0 : perméabilité du vide = $4 \pi \cdot 10^{-7}$ en Henry/mètre (H/m),

ε_r : permittivité relative du milieu,

μ_r perméabilité relative du milieu,

σ : conductivité électrique en Siemens/mètre (S/m),

σ_m : conductivité magnétique en Ohms/mètre (Ohm/m),

ε_r est une mesure de la capacité du matériau à stocker la puissance électrique et σ est une mesure de l'aptitude du matériau à conduire le courant électrique.

μ_r et σ_m : sont les analogues magnétiques de ε_r et σ .

En général les densités de courant J et M sont décrites comme étant la somme du courant d'excitation et du courant de conduction, aussi on a :

$$J = J_i + J_c = J_i + \sigma E \quad (I. 12)$$

$$M = M_i + M_c = M_i + \sigma_m H \quad (I. 13)$$

L'intégration de (I. 12) et de (I. 13) dans (I. 2) et (I. 3), donne les expressions [1] :

$$\nabla \times H = J_i + j\omega \epsilon_0 \hat{\epsilon}_r E \quad (I. 14)$$

$$\nabla \times E = -M_i - j\omega \mu_0 \hat{\mu}_r H \quad (I. 15)$$

Avec :

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon' (1 - j \tan \delta) \quad (I. 16)$$

$$\hat{\mu}_r = \mu_r - j \frac{\sigma_m}{\omega \mu_0} = \mu' - j\mu'' = \mu' (1 - j \tan \delta_m) \quad (I. 17)$$

$\tan \delta$ et $\tan \delta_m$: sont les tangentes de perte électrique et magnétique.

Pour un milieu isotrope, les équations de Maxwell s'écrivent encore [1] :

$$\nabla \times H = J_i + j\omega \epsilon E \quad (I. 18)$$

$$\nabla \times E = -M_i - j\omega \mu H \quad (I. 19)$$

$$\nabla \cdot (\mu H) = \frac{-(\nabla \cdot M_i)}{j\omega} \quad (I. 20)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon E) = \frac{-(\nabla \cdot J_i)}{j\omega} \quad (I. 21)$$

Les représentations intégrales correspondantes à (I. 18)–(I. 21) seront données par [1] :

$$\int_C H \cdot d\vec{l} = \iint_S (J_i + j\omega \epsilon E) \cdot ds \quad (I. 22)$$

$$\int_C E \cdot d\vec{l} = \iint_S (M_i + j\omega \mu H) \cdot ds \quad (I. 23)$$

$$\iint_S \mu H \cdot d\vec{s} = \iiint_V \frac{\nabla \cdot M_i}{j\omega} dv = \iiint_V \rho_m dv \quad (I. 24)$$

$$\iint_S \epsilon E \cdot d\vec{s} = \iiint_V \frac{\nabla \cdot J_i}{j\omega} dv = \iiint_V \rho dv \quad (I. 25)$$

Où :

$$\vec{ds} = \vec{n} ds$$

$$\vec{dl} = \vec{m} dl$$

\vec{n} : vecteur de la normale à la surface S,

\vec{m} : vecteur de la tangente au contour C.

S : surface renfermant le volume V.

C : contour bordant la surface S illustrée sur la figure I. 2.

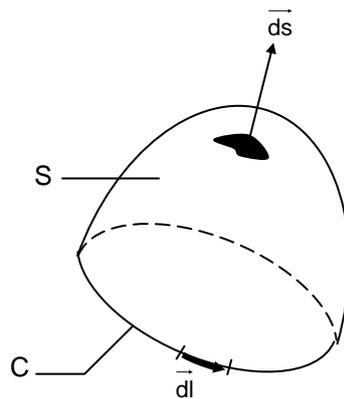


Figure I. 2 : Illustration des l'éléments différentiels ds et dl

Les problèmes de rayonnement et de diffraction exigent que toute solution pour le champ électrique et/ou magnétique devrait satisfaire les conditions de rayonnement de Sommerfeld, qui décrivent le comportement du champ à l'infini.

Ceci dit qu'on doit vérifier [1] :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \vec{r} \left[\nabla \times \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} + jk_0 \vec{r} \times \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} \right] = 0 \quad (I. 26)$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

k_0 : nombre d'onde dans le vide,

λ_0 : longueur d'onde correspondante,

\vec{r} : vecteur unité d'observation,

r : rayon de la sphère d'observation.

Les équations de Maxwell ne peuvent être résolues sans la spécification des conditions sur les interfaces entre les matériaux. Sur la figure I. 3, les conditions de continuité sont données par [1] :

$$\vec{n}_1 \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_i \quad (I. 27)$$

$$\vec{n}_1 \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = -\mathbf{M}_i \quad (I. 28)$$

$$\vec{n}_1 \cdot (\mu_1 \mathbf{H}_1 - \mu_2 \mathbf{H}_2) = \rho_{ms} \quad (I. 29)$$

$$\vec{n}_1 \cdot (\varepsilon_1 \mathbf{E}_1 - \varepsilon_2 \mathbf{E}_2) = \rho_s \quad (I. 30)$$

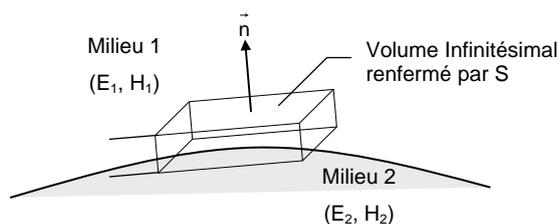


Figure I. 3 : Interface entre deux milieux

L'étude de l'électromagnétisme implique l'application des équations (I. 2)–(I. 5) à une structure donnée, ainsi que leurs solutions subséquentes pour déterminer :

- les champs présents dans l'inhomogénéité,
- les champs rayonnés, ainsi que toute autre entité observable dans certaines directions.

Si le domaine du problème est clôturé par une surface constituée par un conducteur électrique parfait (CEP : conductivité approchée par l'infinie), alors sur une telle surface, les vecteurs champ électrique et magnétique satisfont les conditions [1] :

$$\vec{n} \times \mathbf{E} = 0 \quad (I. 31)$$

$$\vec{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_i \quad (I. 32)$$

$$\vec{n} \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (I. 33)$$

$$\vec{n} \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (I. 34)$$

I. 3. Equation d'onde

La loi d'Ampère (I. 18) et la loi de Faraday (I. 19) sont des équations vectorielles dépendantes de premier ordre. En spécifiant les conditions aux limites, ces deux équations conduisent à une solution unique. De plus, elles peuvent être combinées pour former une seule équation vectorielle de second ordre en terme de E ou de H. Celle-ci est connue sous le nom d'équation d'onde [1].

En prenant le rotationnel de (I. 18) ou de (I. 19) et en utilisant (I. 20) et (I. 21), on obtiendrait les équations vectorielles d'onde suivantes :

$$\nabla \times \left\{ \frac{\nabla \times \mathbf{E}}{\mu_r} \right\} - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} = -jk_0 Z_0 \mathbf{J} - \nabla \times \left\{ \frac{\mathbf{M}}{\mu_r} \right\} \quad (\text{I. 35})$$

$$\nabla \times \left\{ \frac{\nabla \times \mathbf{H}}{\varepsilon_r} \right\} - k_0^2 \mu_r \mathbf{H} = -jk_0 Y_0 \mathbf{M} + \nabla \times \left\{ \frac{\mathbf{J}}{\varepsilon_r} \right\} \quad (\text{I. 36})$$

Avec :

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

Z_0 : impédance d'onde dans le vide.

Si on utilise l'identité :

$$\nabla \times (\phi \mathbf{A}) = \nabla \phi \times \mathbf{A} + \phi \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{I. 37})$$

alors les expressions (I. 35) et (I. 36) se réécrivent sous la nouvelle forme :

$$\left(\frac{1}{\mu_r} \right) \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E} + \left[\nabla \left(\frac{1}{\mu_r} \right) \times \nabla \times \mathbf{E} \right] = -jk_0 Z_0 \mathbf{J} - \nabla \times \left\{ \frac{\mathbf{M}}{\mu_r} \right\} \quad (\text{I. 38})$$

$$\left(\frac{1}{\varepsilon_r} \right) \nabla \times \nabla \times \mathbf{H} - k_0^2 \mu_r \mathbf{H} + \left[\nabla \left(\frac{1}{\varepsilon_r} \right) \times \nabla \times \mathbf{H} \right] = -jk_0 Y_0 \mathbf{M} + \nabla \times \left\{ \frac{\mathbf{J}}{\varepsilon_r} \right\} \quad (\text{I. 39})$$

L'importance de ces deux dernières formes, réside dans le fait que pour un matériau homogène, le terme entre crochets devient nul.

Etant donné que la structuration de la méthode des éléments finis prévoit un milieu homogène dans chaque élément, alors ce même terme sera toujours nul [2], [3].

Pour un milieu homogène, une autre version importante de l'équation (I. 35) est obtenue en utilisant dans (I. 38), l'identité vectorielle suivante :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (\text{I. 40})$$

pour obtenir :

$$-\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) + \nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 \varepsilon_r \mu_r \mathbf{E} = j k_0 Z_0 \mu_r \mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M} \quad (\text{I. 41})$$

Pour un domaine sans source, cette expression se simplifie et prend la forme :

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (\text{I. 42})$$

L'équation (I. 42) est dite équation de Helmholtz ou d'onde scalaire. Des formules similaires, aux dérivées partielles peuvent être formées pour le champ magnétique à partir de l'expression (I. 39) [1].

I. 3. 1. Electrostatique

Les équations fondamentales de l'électrostatique dérivent de l'équation de Faraday (I. 3) et de la loi de Gauss (I. 5), à savoir :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{E}) &= \rho_v \end{aligned} \quad (\text{I. 43})$$

Le champ électrique peut être exprimé sous une forme impliquant une entité scalaire $\phi(r)$:

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi(r) \quad (\text{I. 44})$$

Avec cette expression du champ, l'équation (I. 43) se réduit à l'équation de Poisson, donnée ici sous la forme générale :

$$\nabla \cdot [\varepsilon \nabla \phi(r)] = f(r) \quad (\text{I. 45})$$

En électrostatique, l'entité scalaire est le voltage ($\phi(r) = V(r)$), alors que les sources sont les charges volumiques ($f(r) = -\rho_v(r)$). Dans ce cas-ci (I. 45) deviendra :

$$\nabla \cdot [\varepsilon \nabla V(r)] = -\rho_v(r) \quad (\text{I. 46})$$

La solution de (I. 46) soumise aux conditions de limites (Dirichlet, Neumann, mixtes, etc.) est équivalente à la résolution des équations originales de Maxwell [1].

Le potentiel attribué à une charge volumique sera donc exprimé par la relation intégrale :

$$V(r) = \iiint_V \frac{\rho_v(r')}{\epsilon} G(r, r') dv' \quad (I. 47)$$

$$G(r, r') = \frac{1}{4\pi|r-r'|} = \frac{1}{4\pi R} \quad (I. 48)$$

L'expression (I. 47) donne la solution de (I. 46) dans l'espace.

Les différents paramètres figurants dans ces expressions sont illustrés sur la figure I. 4.

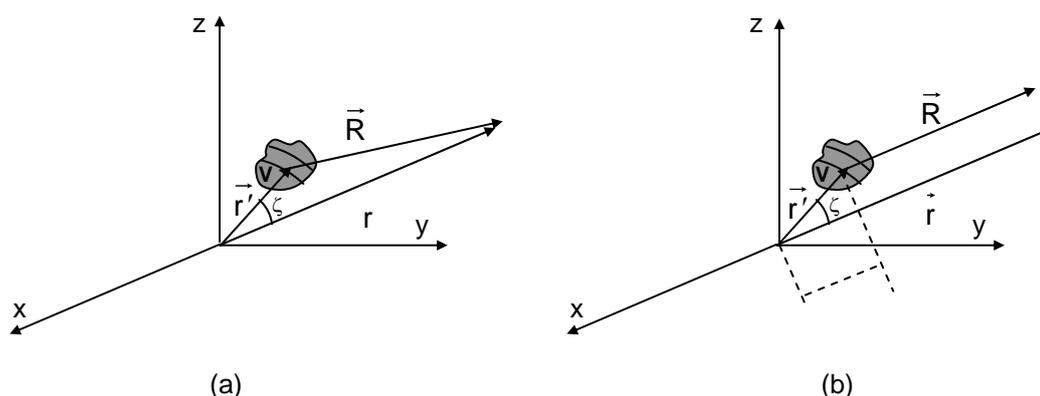


Figure I. 4 : Illustration des paramètres géométriques associés à la représentation du champ
(a) : zone proche (b) : zone lointaine

I. 3. 2. Magnétostatique

La solution des équations de Maxwell pour le cas d'un champ magnétique stationnaire est similaire à celle donnée en électrostatique. Les lois d'Ampère et de Gauss en magnétisme seront données par :

$$\nabla \times H = J \quad (I. 49)$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

La densité du flux magnétique est liée à l'intensité du champ magnétique par l'expression :

$$B = \mu H \quad (I. 50)$$

Le potentiel vecteur magnétique sera défini tel que :

$$A(r) = \mu \iiint_V J(r') G(r, r') dv \quad (I. 51)$$

Par l'introduction de ce potentiel vecteur, la solution de (I. 50) donnera l'expression :

$$B = \nabla \times A = -\mu \iiint_V J(r') \times \nabla G(r, r') dv \quad (I. 52)$$

I. 4. Equivalence de surface

Les courants équivalents de surface sont très utiles lors de la formulation d'une résolution numérique pour les équations de Maxwell. Leur introduction est justifiée dans le contexte du principe d'équivalence de surface : "deux sources qui produisent le même champ dans une zone sont dites équivalentes dans cette même zone".

Le principe d'équivalence de surface énonce que le champ extérieur (ou intérieur) à une surface peut être représenté exactement par les courants équivalents placés sur cette surface, produisant ainsi un rayonnement en zone externe (ou interne) à cette surface. Les courants qui génèrent les champs externes à la surface sont donnés par :

$$\begin{aligned} \vec{n} \times \vec{H} &= \vec{J} \\ \vec{E} \times \vec{n} &= \vec{M} \end{aligned} \tag{I. 53}$$

Pour les champs internes le signe moins est rajouté. Les champs rayonnés en présence de ces courants, sont donnés par les expressions intégrales suivantes :

$$\vec{E}(\vec{r}) = - \iint_S \nabla \times \vec{G}(\vec{R}) \cdot \vec{n} \times \vec{E}(\vec{r}') ds + jk_0 Z_0 \iint_S \vec{G}(\vec{R}) \cdot \vec{n} \times \vec{H}(\vec{r}') ds \tag{I. 54}$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = - \iint_S \nabla \times \vec{G}(\vec{R}) \cdot \vec{n} \times \vec{H}(\vec{r}') ds - jk_0 Y_0 \iint_S \vec{G}(\vec{R}) \cdot \vec{n} \times \vec{E}(\vec{r}') ds \tag{I. 55}$$

\vec{n} : vecteur de la normale.

L'aspect analogie courant-champ est illustré sur la figure I. 5.

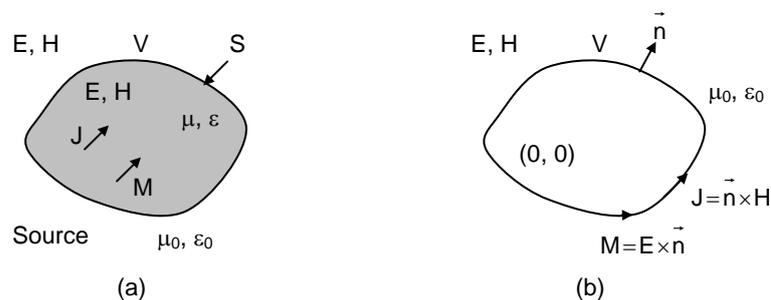


Figure I. 5 : Principe d'équivalence

Dans les expressions (I. 54) et (I. 55), la fonction dyadique de Green doit satisfaire la condition (I. 26). Une autre version des expressions (I. 54) et (I. 55) est donnée par :

$$E(r) = \iint_S \left[M(r') \times \nabla G_0(r, r') - j k_0 Z_0 J(r') G_0(r, r') - j \frac{Z_0}{k_0} J(r') \cdot \nabla \nabla G_0(r, r') \right] ds \quad (I. 56)$$

$$H(r) = \iint_S \left[-J(r') \times \nabla G_0(r, r') - j \frac{k_0}{Z_0} M(r') G_0(r, r') - j \frac{1}{k_0 Z_0} M(r') \cdot \nabla \nabla G_0(r, r') \right] ds \quad (I. 57)$$

Avec :

$$G_0(R) = G_0(r, r') = \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R} \quad (I. 58)$$

Des expressions plus explicites pour E et pour H peuvent être obtenues. Spécifiquement, l'expression (I. 56) deviendra [1] :

$$E = -jk_0 \iint_S (M(r') \times \vec{R}) \left(1 + \frac{1}{jk_0 R} \right) G_0(r, r') ds - jk_0 Z_0 \iint_S \left\{ \left(1 - \frac{j}{k_0 R} - \frac{1}{(k_0 R)^2} \right) J(r') - \left(1 - \frac{3j}{k_0 R} - \frac{3}{(k_0 R)^2} \right) (J(r') \cdot \vec{R}) \vec{R} \right\} G_0(r, r') ds \quad (I. 59)$$

et :

$$\vec{R} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

L'expression de H correspondante peut être extraite par principe de dualité où nous avons les équivalences suivantes :

$$E \rightarrow H, H \rightarrow -E, J \rightarrow M, M \rightarrow -J, \mu \rightarrow \varepsilon, \varepsilon \rightarrow \mu, Z_0 \rightarrow Y_0, Y_0 \rightarrow Z_0.$$

Si on pose les identités suivantes :

$$\nabla G = -\nabla' G \quad (I. 60)$$

$$\nabla' [J(r') G_0(r, r')] = G_0(r, r') \nabla' \cdot J(r') + J(r') \cdot \nabla G_0(r, r') \quad (I. 61)$$

$$\nabla [\nabla \cdot J(r') G_0(r, r')] = \nabla J(r') \cdot \nabla G_0(r, r') + J(r') \cdot \nabla \nabla G_0(r, r') = J(r') \cdot \nabla \nabla G_0(r, r') \quad (I. 62)$$

Alors, on peut déduire :

$$\iint_S \mathbf{J}(r') \cdot \nabla \nabla G_0(r, r') ds = -\nabla \iint_S \mathbf{J}(r') \cdot \nabla' G_0(r, r') ds = \iint_S \nabla' \cdot \mathbf{J}(r') \nabla G_0(r, r') ds \quad (I. 63)$$

L'introduction de ces dernières expressions dans (I. 56), permet d'écrire :

$$\mathbf{E}(r) = \iint_S \left(\mathbf{M}(r') \times \nabla G_0(r, r') - jk_0 Z_0 \mathbf{J}(r') G_0(r, r') - j \frac{Z_0}{k_0} [\nabla' \cdot \mathbf{J}(r')] \nabla G_0(r, r') \right) ds \quad (I. 64)$$

En zone lointaine ($r \rightarrow \infty$), la fonction de Green est donnée par :

$$G_0(r, r') = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} e^{jk_0 (\vec{r}' \cdot \vec{r})} \quad (I. 65)$$

Si celle-ci est utilisée dans (I. 56) et (I. 57) et en ne retenant que les termes d'ordre supérieur (par rapport à $1/r$), on obtiendrait :

$$\mathbf{E}(r) \approx jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \iint_S \left\{ \vec{r} \times \mathbf{M}(r') + Z_0 \vec{r} \times (\vec{r} \times \mathbf{J}(r')) \right\} e^{jk_0 (\vec{r}' \cdot \vec{r})} ds \quad (I. 66)$$

$$\mathbf{H}(r) \approx jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \iint_S \left\{ -\vec{r} \times \mathbf{J}(r') + Y_0 \vec{r} \times (\vec{r} \times \mathbf{M}(r')) \right\} e^{jk_0 (\vec{r}' \cdot \vec{r})} ds \quad (I. 67)$$

Ces expressions se rapportent au champ en zone lointaine et sont utilisées dans l'évaluation des champs rayonnés par les antennes ou pour le calcul de la section transversale radar d'une cible [1].

Un critère de validité des expressions (I. 66) et (I. 67) est donné par :

$$r \geq \frac{2D^2}{\lambda_0} \quad (I. 68)$$

D : est la plus grande dimension de l'antenne ou de la cible.

Sur la figure I. 6, on a représenté les paramètres géométriques figurant dans l'ensemble des expressions.

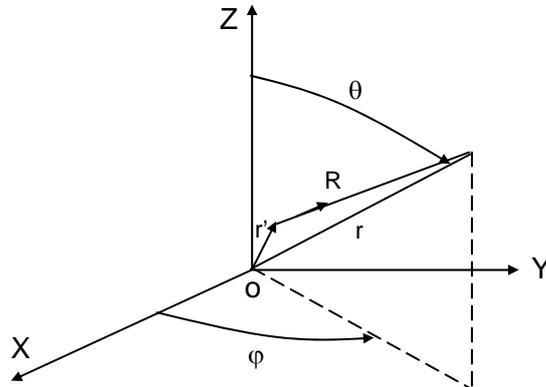


Figure I. 6 : Source infinitésimale avec les angles et les coordonnées associés

Dans le cas où la condition de Dirichlet serait imposée, c'est à dire :

$$\vec{n} \cdot \mathbf{G}_1 = 0 \quad (I. 69)$$

Alors les expressions (I. 54) et (I. 55), deviennent :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = - \iint_S \nabla \times \mathbf{G}_1(\mathbf{R}) \cdot \vec{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}') ds \quad (I. 70)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = - \iint_S \nabla \times \mathbf{G}_1(\mathbf{R}) \cdot \vec{n} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}') ds \quad (I. 71)$$

Dans le cas où la condition de Neumann serait imposée, c'est à dire :

$$\vec{n} \cdot \nabla \times \mathbf{G}_2 = 0 \quad (I. 72)$$

Alors les expressions (I. 54) et (I. 55) des champs rayonnés, seront données par [1] :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = jk_0 Z_0 \iint_S \mathbf{G}_2(\mathbf{R}) \cdot \vec{n} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}') ds \quad (I. 73)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -jk_0 Y_0 \iint_S \mathbf{G}_2(\mathbf{R}) \cdot \vec{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}') ds \quad (I. 74)$$

I. 5. Diffraction

Considérons le diffracteur sur la figure I. 1, illuminé par un champ produit par une source primaire localisée en dehors du diffracteur. Considérons maintenant, la séparation des champs en deux parties ; l'une associée à la source primaire et l'autre associée aux sources induites équivalentes.

Les champs produits par la source primaire en absence du diffracteur sont les champs incidents E^i et H^i . Les sources induites secondaires, qui rayonnent aussi dans l'espace libre, produisent les champs diffractés E^d et H^d .

La superposition des champs incidents et diffractés donne les champs originaux en présence de diffracteur. Donc, on peut écrire [1] :

$$E = E^i + E^d \quad (I. 75)$$

$$H = H^i + H^d \quad (I. 76)$$

Où les champs incidents au voisinage immédiat du diffracteur (loin de la source primaire) satisfont les équations de Helmholtz :

$$\nabla^2 E^i + k^2 E^i = 0 \quad (I. 77)$$

$$\nabla^2 H^i + k^2 H^i = 0 \quad (I. 78)$$

et les champs diffractés sont solution des équations :

$$\nabla^2 E^d + k^2 E^d = j \omega \mu_0 J - \frac{\nabla \nabla \cdot J}{j \omega \varepsilon_0} + \nabla \times K \quad (I. 79)$$

$$\nabla^2 H^d + k^2 H^d = -\nabla \times J + j \omega \varepsilon_0 K - \frac{\nabla \nabla \cdot K}{j \omega \mu_0} \quad (I. 80)$$

$$K = j \omega \mu_0 (\mu_r - 1) H^d \quad (I. 81)$$

$$J = j \omega \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E^d \quad (I. 82)$$

Dans les problèmes tridimensionnels, les conditions de rayonnement seront données par :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r (\nabla \times E^d + j k \vec{r} \times E^d) = 0 \quad (I. 83)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r (\nabla \times H^d + j k \vec{r} \times H^d) = 0 \quad (I. 84)$$

Pour le cas bidimensionnel, celles-ci se simplifient en une forme de conditions de rayonnement de Sommerfeld, tel que :

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} \left[\frac{\partial E_z^d}{\partial \rho} + jk E_z^d \right] = 0 \quad (I. 85)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} \left[\frac{\partial H_z^d}{\partial \rho} + jk H_z^d \right] = 0 \quad (I. 86)$$

pour les polarisations TM et TE respectivement.

I. 6. Section transversale de diffraction

I. 6. 1. Cas bidimensionnel

Une caractérisation utile pour les propriétés de diffraction d'une cible électromagnétique est donnée par la notion de section transversale de diffraction (section transversale radar). Cette entité est une aire équivalente, proportionnelle à la taille apparente de la cible dans une direction particulière. La taille apparente est déterminée par le totale de la puissance rayonnée ou diffractée dans cette direction en réponse à une excitation qui est incidente depuis une autre direction.

Dans un problème bidimensionnel, la section transversale de diffraction connue aussi sous le nom de largeur écho peut être définie d'une manière similaire, comme étant une largeur équivalente proportionnelle à la taille apparente du diffracteur en une direction particulière [1].

Considérons la situation bidimensionnelle invoquant une onde plane TM ayant la forme :

$$E_z^i(x,y) = e^{-jk(x \cos \varphi^i + y \sin \varphi^i)} \quad (I. 87)$$

entrant en collision avec une géométrie cylindrique infinie.

La seule composante du champ électrique présente dans le problème est E_z . La section transversale de diffraction est exprimée comme suit [1] :

$$\sigma_{TM} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho \frac{|E_z^d(\rho, \varphi)|^2}{|E_z^i(0,0)|^2} \quad (I. 88)$$

ρ, φ : coordonnées polaires.

Le champ diffracté pour une polarisation TM est donné par l'expression :

$$E_z^d(x,y) = -jk\eta A_z - \frac{\partial F_y}{\partial x} + \frac{\partial F_x}{\partial y} \quad (I. 89)$$

Où :

$$A_z(x,y) = \iint J_z(x',y') \frac{1}{4j} H_0(kR) dx' dy' \quad (I. 90)$$

$$F(x,y) = \iint K(x',y') \frac{1}{4j} H_0(kR) dx' dy' \quad (I. 91)$$

et :

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

H_0 : fonction de Hankel

x', y' : coordonnées du point source,

x, y : coordonnées du point d'observation.

Puisque le point d'observation (x, y) est situé en zone lointaine, il convient de travailler en coordonnées cylindriques. Ceci dit :

$$R = \sqrt{(\rho \cos \varphi - x')^2 + (\rho \sin \varphi - y')^2} \quad (I. 92)$$

qui peut être réarrangé, et mis sous la forme :

$$R = \rho \sqrt{1 - \frac{2}{\rho}(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi) + \frac{(x')^2 + (y')^2}{\rho^2}} \quad (I. 93)$$

Comme $\rho \rightarrow \infty$, le troisième terme sous la racine est négligeable comparé aux autres et peut être omis. L'approximation :

$$\sqrt{1+\epsilon} \cong 1 + \frac{1}{2}\epsilon$$

est utilisée pour ϵ très faible afin de simplifier l'équation (I. 93). Ceci donne :

$$R \cong \rho - x' \cos \varphi - y' \sin \varphi \quad (I. 94)$$

L'expression (I. 94) peut être obtenue à partir d'argument géométrique pur, comme le montre la figure I. 7.

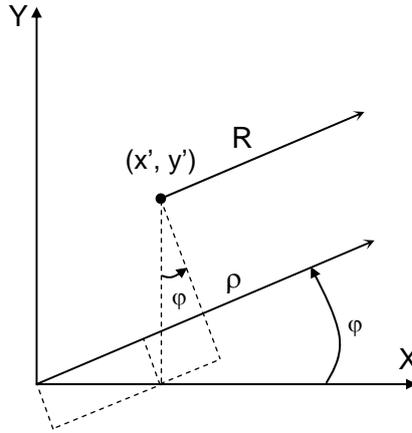


Figure I. 7 : Longueur de trajectoire relative pour une approximation en zone lointaine

Pour simplifier encore le calcul, la forme asymptotique de la fonction de Hankel à grand argument :

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} H_0(\alpha) \approx \sqrt{\frac{2j}{\pi\alpha}} e^{-j\alpha} \quad (I. 95)$$

doit être employée. En remplaçant (I. 94) et (I. 95) dans les expressions (I. 90) et (I. 91), on obtient :

$$A_z(\rho, \varphi) = \frac{1}{4j} \sqrt{\frac{2j}{\pi k \rho}} e^{-j k \rho} \iint J_z(x', y') e^{jk(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} dx' dy' \quad (I. 96)$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{-k}{4} \sqrt{\frac{2j}{\pi k \rho}} e^{-j k \rho} \iint (K_y \cos \varphi - K_x \sin \varphi) e^{jk(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} dx' dy' \quad (I. 97)$$

qui seront introduites dans l'équation (I. 89) pour donner :

$$\sigma_{TM} = \frac{k}{4} \left| \iint (\eta J_z + K_x \sin \varphi - K_y \cos \varphi) e^{jk(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} dx' dy' \right|^2 \quad (I. 98)$$

Dans un problème à polarisation TE, le champ magnétique n'a que la composante H_z . Pour une excitation en onde plane ayant la forme :

$$H_z^i(x, y) = e^{-jk(x \cos \varphi^i + y \sin \varphi^i)} \quad (I. 99)$$

la section transversale de diffraction serait déterminée à partir de [1] :

$$\sigma_{TE} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho \frac{|H_z^d(\rho, \varphi)|^2}{|H_z^i(0,0)|^2} \quad (I. 100)$$

Le champ magnétique diffracté se simplifie dans le cas TE, à :

$$H_z^d(x,y) = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} - j\frac{k}{\eta} F_z \quad (I. 101)$$

Les approximations en zone lointaine à partir des équations (I. 94) et (I. 95), seront utilisées pour obtenir :

$$\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{-k}{4} \sqrt{\frac{2j}{\pi k \rho}} e^{-j k \rho} \iint (J_y \cos \varphi - J_x \sin \varphi) e^{jk(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} dx' dy' \quad (I. 102)$$

$$F_z(\rho, \varphi) = \frac{1}{4j} \sqrt{\frac{2j}{\pi k \rho}} e^{-j k \rho} \iint K_z(x', y') e^{jk(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} dx' dy' \quad (I. 103)$$

Il s'ensuit que la section transversale de diffraction sera donnée par la formule :

$$\sigma_{TE} = \frac{k}{4} \left| \iint \left(J_x \sin \varphi - J_y \cos \varphi - \frac{K_z}{\eta} \right) e^{jk(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)} dx' dy' \right|^2 \quad (I. 104)$$

I. 6. 2. Cas tridimensionnel

Pour la géométrie tridimensionnelle où toutes les composantes du champ électrique et magnétique sont présentes, la section transversale peut s'exprimer pour une incidence en onde plane, de la manière suivante [1] :

$$\sigma(\theta, \varphi, \theta^i, \varphi^i) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|E^d(\theta, \varphi)|^2}{|E^i(0,0)|^2} \quad (I. 105)$$

En zone lointaine, le champ électrique diffracté possède la forme :

$$E^d \cong \vec{\theta} E_\theta^d + \vec{\varphi} E_\varphi^d \quad (I. 106)$$

$$E_\theta^d \cong -jk\eta A_\theta + \frac{\partial F_\varphi}{\partial r} \quad (I. 107)$$

$$E_\varphi^d \cong -jk\eta A_\varphi + \frac{\partial F_\theta}{\partial r} \quad (I. 108)$$

où les fonctions potentiel A et F sont définies par les équations (I. 90) et (I. 91).

Si les sources du champ diffracté sont définies en coordonnées cartésiennes, il serait nécessaire de basculer vers le système sphérique en utilisant les expressions :

$$A_{\theta} = \cos\theta \cos\varphi A_x + \cos\theta \sin\varphi A_y - \sin\theta A_z \quad (I. 109)$$

$$A_{\varphi} = -\sin\varphi A_x + \cos\varphi A_y \quad (I. 110)$$

$$F_{\theta} = \cos\theta \cos\varphi F_x + \cos\theta \sin\varphi F_y - \sin\theta F_z \quad (I. 111)$$

$$F_{\varphi} = -\sin\varphi F_x + \cos\varphi F_y \quad (I. 112)$$

Pour l'analyse tridimensionnelle, l'argument de la fonction de Green est donné par :

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (I. 113)$$

Après transition du point d'observation (x, y, z) en coordonnées sphériques et en groupant les termes selon les puissances de r, on obtient :

$$R = r \sqrt{1 - \frac{2}{r} (x' \sin\theta \cos\varphi + y' \sin\theta \sin\varphi + z' \cos\theta) + \frac{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}{r^2}} \quad (I. 114)$$

Des approximations similaires à celles employées pour tirer l'équation (I. 94), produisent l'expression suivante :

$$R \cong r - x' \sin\theta \cos\varphi - y' \sin\theta \sin\varphi - z' \cos\theta \quad (I. 115)$$

Il s'ensuit que les fonctions potentiel en zone lointaine, seront données par :

$$A(r, \theta, \varphi) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \iiint J(x', y', z') e^{jk(x' \sin\theta \cos\varphi + y' \sin\theta \sin\varphi + z' \cos\theta)} dx' dy' dz' \quad (I. 116)$$

$$F(r, \theta, \varphi) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \iiint K(x', y', z') e^{jk(x' \sin\theta \cos\varphi + y' \sin\theta \sin\varphi + z' \cos\theta)} dx' dy' dz' \quad (I. 117)$$

et la section transversale de diffraction s'écrira alors [1]:

$$\sigma(\theta, \varphi, \theta^i, \varphi^i) = \vec{\theta} \sigma_{\theta}(\theta, \varphi) + \vec{\varphi} \sigma_{\varphi}(\theta, \varphi) \quad (I. 118)$$

$$\sigma_{\theta}(\theta, \varphi) = \frac{k^2}{4\pi} \left| \iiint (\eta J_x \cos\theta \cos\varphi + \eta J_y \cos\theta \sin\varphi - \eta J_z \sin\theta - K_x \sin\varphi + K_y \cos\varphi) e^{jk(x' \sin\theta \cos\varphi + y' \sin\theta \sin\varphi + z' \cos\theta)} dx' dy' dz' \right|^2 \quad (I. 119)$$

$$\sigma_{\varphi}(\theta, \varphi) = \frac{k^2}{4\pi} \left| \iiint (-\eta J_x \sin\varphi + \eta J_y \cos\varphi + K_x \cos\theta \cos\varphi + K_y \cos\theta \sin\varphi - K_z \sin\theta) e^{jk(x' \sin\theta \cos\varphi + y' \sin\theta \sin\varphi + z' \cos\theta)} dx' dy' dz' \right|^2 \quad (I. 120)$$

SECTION II

TECHNIQUES NUMERIQUES

I. 7. Techniques numériques

Pour la résolution numérique, toutes les équations qui régissent l'électromagnétisme peuvent être écrites sous forme d'opérateurs défini par [2] :

$$Lu - f = 0 \quad (I. 121)$$

avec comme conditions aux limites sur le domaine de calcul Ω et sur son contour :

$$B(u) = 0 \quad (I. 122)$$

L'opérateur L est basé soit sur une représentation intégrale des champs (I. 54) et (I. 55), soit sur l'équation différentielle d'onde (I. 35) et (I. 36) [2].

La fonction de contrainte f est la fonction d'excitation.

u est l'inconnu, il est attribué soit au champ soit à la densité de courant.

La majorité des problèmes de rayonnement et de diffraction électromagnétique ne peuvent être résolus analytiquement. En revanche les techniques numériques offrent une alternative pour approcher les solutions exactes. Parmi ces techniques, figurent la technique de Ritz et la technique des résidus pondérés [2]-[4].

I. 7. 1. Technique de Ritz

La technique de Ritz ou de Rayleigh-Ritz cherche le point stationnaire d'une fonctionnelle. Pour un opérateur auto-adjoint et défini positif, le point stationnaire de la fonctionnelle suivante :

$$F(\bar{u}) = \frac{1}{2} \langle L\bar{u}, \bar{u} \rangle - \langle f, \bar{u} \rangle \quad (I. 123)$$

constitue une solution pour (I. 121).

L'électromagnétisme diffère des autres branches d'ingénierie dans le fait qu'aucune signification physique n'est attachée au point stationnaire de la fonctionnelle (I. 123). En systèmes mécaniques, par exemple, minimiser cette fonctionnelle revient à la minimisation de l'énergie potentiel totale du système [2].

Dans (I. 123), le produit interne sur le domaine Ω (volume, surface ou contour) des deux fonctions est défini par :

$$\langle a, b \rangle = \int_{\Omega} a b d\Omega \quad (I. 124)$$

pour les fonctions scalaires, alors que pour les fonctions vectorielles, on a :

$$\langle a, b \rangle = \int_{\Omega} a \cdot b d\Omega \quad (I. 125)$$

Si l'opérateur L et la fonction f dans (I. 123) sont choisies tel que :

$$Lu = \nabla \times \left\{ \frac{\nabla \times u}{\mu_r} \right\} - k_0^2 \epsilon_r u \quad (I. 126)$$

$$f = -jk_0 Z_0 J - \nabla \times \left(\frac{M}{\mu_r} \right) \quad (I. 127)$$

et si on met la première variation de F (u) à zéro, ceci revient à satisfaire l'équation vectorielle d'onde (I. 35) et (I. 36).

De la même manière, si on a :

$$Lu = \nabla^2 u + k_0^2 u \quad (I. 128)$$

et si on impose la première variation de F (u) à zéro, ceci revient à satisfaire l'équation inhomogène d'onde de Helmholtz :

$$\nabla^2 u + k_0^2 u = f \quad (I. 129)$$

Démonstration

On commence par réécrire la fonctionnelle :

$$F(u) = \frac{1}{2} \langle \nabla^2 u + k_0^2 u, u \rangle - \langle f, u \rangle = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\nabla^2 u + k_0^2 u) u d\Omega - \int_{\Omega} f u d\Omega \quad (I. 130)$$

Sachant que :

$$\nabla u \cdot \vec{n} = \frac{\partial u}{\partial n} \quad (I. 131)$$

$$\psi (\nabla \cdot \nabla u) = -\nabla u \cdot \nabla \psi + \nabla \cdot (\psi \nabla u) \quad (I. 132)$$

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla u) d\Omega = \int_C \nabla u \cdot \vec{n} dc \quad (I. 133)$$

alors, l'expression (I. 130) sera mise sous la forme :

$$F(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (-\nabla u \cdot \nabla u + k_0^2 u^2) d\Omega + \frac{1}{2} \int_C u \frac{\partial u}{\partial n} dl - \int_{\Omega} f u d\Omega \quad (I. 134)$$

C : contour du domaine Ω ,

\vec{n} : vecteur de la normale.

Par la suite, on procède par l'évaluation de la première variation de F (u) donnée par :

$$\delta F_{\Delta u \rightarrow 0} = F(u + \Delta u) - F(u) \quad (I. 135)$$

L'évaluation de δF implique :

$$(u + \Delta u)^2 = u^2 + 2(\Delta u)u + (\Delta u)^2 \quad (I. 136)$$

$$[\nabla u + \nabla(\Delta u)] \cdot [\nabla u + \nabla(\Delta u)] = \nabla u \cdot \nabla u + 2\nabla(\Delta u) \cdot \nabla u + \nabla(\Delta u) \cdot \nabla(\Delta u) \quad (I. 137)$$

$$(u + \Delta u) \frac{\partial}{\partial n} (u + \Delta u) = u \frac{\partial u}{\partial n} + u \frac{\partial(\Delta u)}{\partial n} + \Delta u \frac{\partial u}{\partial n} + \Delta u \frac{\partial(\Delta u)}{\partial n} \quad (I. 138)$$

On pourra alors négliger les termes d'ordre Δ^2 . Ceci donnera en effet :

$$\begin{aligned} F(u + \Delta u) \approx & \frac{1}{2} \int_{\Omega} (-\nabla u \cdot \nabla u + k_0^2 u^2) d\Omega - \int_{\Omega} f u d\Omega + \frac{1}{2} \int_C u \frac{\partial u}{\partial n} dc \\ & + \Delta \int_{\Omega} (-u \nabla u \cdot \nabla u + k_0^2 u^2) d\Omega + \frac{\Delta}{2} \int_C \left(u \frac{\partial u}{\partial n} + u \frac{\partial(\Delta u)}{\partial n} \right) dc - \Delta \int_{\Omega} f u d\Omega \end{aligned} \quad (I. 139)$$

Quand on compare cette expression avec celle de $F(u)$ dans (I. 134), on a :

$$F(u + \Delta u) \approx F(u) + \Delta \int_{\Omega} u (\nabla \cdot \nabla u + k_0^2 u - f) d\Omega - \Delta \int_C u \frac{\partial u}{\partial n} dc + \frac{\Delta}{2} \int_C \left(u \frac{\partial u}{\partial n} + u \frac{\partial(\Delta u)}{\partial n} \right) dc \quad (I. 140)$$

Les deux derniers termes s'annulent entre eux et on obtient :

$$\delta F = F(u + \Delta u) - F(u) = \Delta \int_{\Omega} u (\nabla^2 u + k_0^2 u - f) d\Omega \quad (I. 141)$$

Ainsi, en mettant $\delta F = 0$, on impose :

$$\nabla^2 u + k_0^2 u = f \quad (I. 142)$$

Alors d'après (I. 141), on peut conclure que l'extrémisation de F qui est réalisée en mettant :

$$\delta F = 0$$

ou

$$\frac{\partial F}{\partial u} = 0$$

serait équivalente au fait de forcer l'équation de Helmholtz sur tout le domaine Ω . Par ailleurs, la condition $\delta F = 0$ est imposée en mettant :

$$\frac{\partial F}{\partial u} = \frac{F(u + \Delta u) - F(u)}{\Delta u} \Big|_{\Delta u \rightarrow 0} = \frac{\Delta F}{\Delta u} \Big|_{\Delta u \rightarrow 0} = 0 \quad (I. 143)$$

Maintenant, on peut procéder à la discrétisation de $F(u)$ et de δF pour obtenir un système d'équations discrètes.

Cette discrétisation commence par la fonction \tilde{u} , développée en termes de N fonctions de base, tel que :

$$\tilde{u} = \sum_{j=1}^{j=N} u_j w_j = \{u\}^T \{w\} \quad (I. 144)$$

w_j : fonctions de base,

u_j : coefficients inconnus d'expansion.

En remplaçant (I. 144) dans (I. 123), la fonctionnelle deviendra :

$$F(\tilde{u}) = \frac{1}{2} \{u\}^T \left[\int_{\Omega} \{w\} L \{w\}^T d\Omega \right] \{u\} - \{u\}^T \int_{\Omega} \{w\} f d\Omega \quad (I. 145)$$

avec comme définition :

$$\langle \{u\}, \{v\} \rangle = \{u\}^T \{v\} \quad (I. 146)$$

La fonctionnelle est extrêmisée, en forçant toutes les dérivées partielles par rapport aux coefficients $\{u\}$, à s'annuler. Ceci dit qu'on met :

$$\frac{\partial F(\tilde{u})}{\partial u_i} = \frac{1}{2} \left[\int_{\Omega} w_i L \{w\}^T d\Omega \right] \{u\} + \frac{1}{2} \{u\}^T \int_{\Omega} \{w\} L w_i d\Omega - \int_{\Omega} w_i f d\Omega = 0 \quad (I. 147)$$

Une seule équation est obtenue en dérivant par rapport à chaque coefficient u_i . Pour :

$i = 1, 2, \dots, N$.

on obtient N équations, qu'on peut mettre sous forme matricielle :

$$[A] \{u\} = \{b\} \quad (I. 148)$$

Les éléments de la matrice A et du vecteur d'excitation b, sont donnés par [2]-[8]:

$$A_{ij} = \int_{\Omega} w_i L w_j d\Omega \quad (I. 149)$$

$$b_i = \int_{\Omega} w_i f d\Omega \quad (I. 150)$$

I. 7. 2. Technique des résidus pondérés

Le point de départ pour cette technique est le résidu défini par :

$$R=L\tilde{u}-f \quad (I. 151)$$

La solution serait pour $\tilde{u}=u$ satisfaisant la condition $R = 0$ sur le domaine Ω .

En général, la solution ne peut être conduite pour tous les points de Ω . Alors, il paraît plus pratique de trouver la solution qui satisfait la condition au sens moyen ou pondéré sur N sous-domaines de Ω . C'est à dire [2]-[4]:

$$\int_{\Omega} (t_i L \{w\}^T \{u\} - t_i f) d\Omega = 0 \quad (I. 152)$$

Avec :

$i = 1, 2, \dots, N$.

t_i : fonctions test

Parmi les procédures de test, figure la méthode de collocation ou d'adaptation par point. Dans cette méthode la fonction test est une fonction de Dirac ($t_i = \delta(x - x_i)$), qui ne force l'expression (I. 152) que sur des points discrets. Si on applique la méthode de Galerkin, alors la fonction test serait identique à la fonction de base ($t_i = w_i$) utilisée dans l'expression (I. 144).

Ainsi, si la méthode de Galerkin est appliquée au problème, alors l'équation des résidus pondérés sera donnée par [2]-[8]:

$$\left[\int_{\Omega} w_i L w_j d\Omega \right] \{u\} = \int_{\Omega} w_i f d\Omega \quad (I. 153)$$

On peut tirer la conclusion que la technique des résidus pondérés usant de fonctions de base et de test identiques est équivalente à la technique de Ritz et conduisent toute les deux au même système linéaire (I. 149) et (I. 150) [9]-[10].

Comme généralisation, on peut citer que pour le choix de $F(u)$ tel que :

$$F(u) = \frac{1}{2} \langle Lu, u^* \rangle - \langle f, u^* \rangle \quad (I. 154)$$

et où l'astérisque symbolise le conjugué, alors l'extrémisation de $F(u)$ pour la technique de Ritz conduit à un système linéaire identique à celui obtenu pour la technique des résidus pondérés avec $t_i = w_i^*$.

I. 8. Conclusion

Dans le chapitre premier, section I, nous avons examiné les concepts fondamentaux de la théorie de l'électromagnétisme. D'importance particulière, nous avons cité les relations entre les sources d'excitation et les champs électrique et magnétique ainsi que le principe d'équivalence. Ces idées sont au cœur même de la formulation des équations différentielles et intégrales tirées des expressions de Maxwell.

Dans la section II et comme suite naturelle, nous avons traité les techniques numériques qui permettent de résoudre les équations intégrales et différentielles. Ces techniques sont soit fondées sur l'extrémisation d'une fonctionnelle comme c'est le cas pour la technique de Ritz soit sur l'annulation au sens moyen de la distance qui sépare deux fonctions et dont on connaît sous le nom de technique des résidus pondérés.

Par ailleurs, la résolution des équations intégral-différentielles et pour les deux techniques est basée sur la discrétisation des équations continues et la linéarisation du système pour la préparation au traitement numérique. Cette conception est suivit pour la méthode des éléments finis où le champ ou la distribution du courant seront approchés par des expansions en termes de fonctions de base et forcés à respecter les contraintes d'excitation au sens moyen à travers les fonctions de test. Un traitement plus profond en aspects et en structures sera réservé pour la méthode des éléments finis au chapitre deux suivant.

CHAPITRE DEUX

METHODE DES ELEMENTS FINIS POUR LES STRUCTURES ARBITRAIRES

II. 1. Introduction

La méthode des éléments finis (MEF) appartient à la classe des méthodes à équations aux dérivées partielles (EDP). L'introduction de la MEF, date des années 60 pour le génie civil et des années 80 pour le génie électrique.

Le principal avantage de cette méthode est sa capacité à traiter n'importe quelle géométrie sous la présence d'inhomogénéités de milieux sans pour autant altérer les étapes de la programmation pour la résolution numérique. En outre, la MEF conduit à des systèmes matriciels épars dont les éléments chargés sont formés à partir de l'interaction entre éléments voisins.

La méthode des éléments finis est utilisée pour la résolution d'une large classe de problèmes, en fractionnant le domaine de calcul en éléments simples. Par la suite, une interpolation polynomiale adéquate se rapportant aux fonctions de base est utilisée pour approcher la fonction inconnue pour chaque élément.

Dans ce chapitre et dans la section I, on donnera des formules simples pour les fonctions de base sur arêtes et sur nœuds et ce pour le cas d'élément uni, bi et tridimensionnel.

Dans la section II, on traitera en exemple le cas unidimensionnel avec différents types de conditions aux limites. A la section III, on discutera de l'application de la MEF aux problèmes bidimensionnels. Enfin, la méthode des éléments finis étant une approche numérique par discrétisation, elle peut être très bien adaptée et étendue aux problèmes tridimensionnels en domaine ouvert et fermé. Ceci fera l'objet de la section IV.

SECTION I

FONCTIONS DE BASE POUR LES ELEMENTS FINIS

II. 2. Localisation spatiale et ordre d'approximation

Les fonctions de base ont un support compact sur chaque élément et leur portée d'influence est limitée immédiatement aux éléments voisins. Cette caractéristique joue un rôle essentiel dans la praticabilité des éléments finis à travers les équations différentielles. La portée limitée de l'influence des fonctions de base est une propriété distinctive des techniques de résolution des équations aux dérivées partielles et mène à des matrices éparses, alors que les techniques intégrales donnent naissance à des matrices très denses [2].

L'ordre d'approximation dépend de la complétude des polynômes arrangeant les fonctions de base pour l'élément fini. De plus, la forme de la fonction polynomiale doit rester interchangeable sous une transformation linéaire d'un repère cartésien à un autre. Cette caractéristique est satisfaite si les polynômes sont complets à un ordre spécifique donné par [2], [11]-[16]:

$$u(x,y)=c_1+c_2x+c_3y+c_4x^2+c_5xy+c_6y^2 \quad (\text{II. 1})$$

ou dans le cas où les termes excédants seraient symétriques les uns aux autres, comme dans le polynôme incomplet de troisième ordre suivant :

$$u(x,y)=c_1+c_2x+c_3y+c_4x^2+c_5xy+c_6y^2+c_7x^2y+c_8xy^2 \quad (\text{II. 2})$$

Ce type de fonctions d'approximation a la caractéristique suivante :

Pour x ou y fixé, elles sont toujours des polynômes complets pour l'autre variable (x ou y).

En général, on cherche les polynômes d'expansion qui produisent le plus haut degré d'approximation pour un nombre minimum d'inconnus associés à la forme de l'élément.

Plus l'ordre d'approximation est élevé et plus l'erreur sur la solution finale est faible. Comme toujours, il existe un compromis entre la précision désirée et le degré de liberté requis pour résoudre le problème [2], [11], [13].

II. 3. Eléments basés sur nœuds

Pour les éléments basés sur nœuds, la forme de la fonction cherchée est contrôlée par les valeurs de cette fonction sur les nœuds. La fonction d'approximation peut être alors exprimée en fonction d'une combinaison linéaire des fonctions de base pondérée par des coefficients nodales.

Par exemple, la fonction d'approximation pour un élément bidimensionnel e à p nœuds prend la forme :

$$u^e(x,y) = \sum_{i=1}^{i=p} u_i^e N_i^e(x,y) \quad (\text{II. 3})$$

u_i^e : valeurs de la fonction sur les nœuds.

Les fonctions de base $N_i^e(x,y)$ doivent avoir la valeur 1 sur le nœud i et la valeur 0 sur le reste des nœuds de l'élément.

II. 3. 1. Fonctions de base unidimensionnelles

Les éléments unidimensionnels sont employés pour résoudre les problèmes dont le domaine de calcul est une courbe ou un contour entourant une surface.

Si on considère un élément e en segment de droite avec des points terminaux x_1^e et x_2^e , alors les fonctions de base pour cet élément seront définies par :

$$N_1^e(x) = \begin{cases} \frac{x_2^e - x}{x_2^e - x_1^e} & \text{pour } x_1^e < x < x_2^e \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$N_2^e(x) = \begin{cases} \frac{x - x_1^e}{x_2^e - x_1^e} & \text{pour } x_1^e < x < x_2^e \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{II. 4})$$

Ces fonctions possèdent la valeur 1 sur un nœud et la valeur 0 sur l'autre, avec une variation linéaire entre les deux. Des fonctions d'ordre plus élevé peuvent être construites en insérant d'autres nœuds entre les nœuds terminaux. Si x_i^e ($i = 1, 2, \dots, n$) sont les nœuds d'un élément, et si on cherche à définir la fonction de base pour le nœud k (x_k^e), alors le polynôme correspondant est donné par [2], [14]-[16]:

$$N_k^e(x) = \frac{(x - x_1^e)(x - x_2^e) \dots (x - x_{k-1}^e)(x - x_{k+1}^e) \dots (x - x_n^e)}{(x_k^e - x_1^e)(x_k^e - x_2^e) \dots (x_k^e - x_{k-1}^e)(x_k^e - x_{k+1}^e) \dots (x_k^e - x_n^e)} \quad (\text{II. 5})$$

Cette fonction de base est d'ordre $(n - 1)$ et passe par la valeur zéro $(n - 1)$ fois.

II. 3. 2. Fonctions de base bidimensionnelles

Les éléments finis bidimensionnels, trouvent leur application dans le traitement des structures dont la troisième dimension est nettement plus petite ou plus grande que la surface sectorielle assurant ainsi une faible variation des paramètres inconnus dans cette dimension.

II. 3. 2. 1. Elément rectangulaire

La forme simple de l'élément rectangulaire permet à sa fonction de base d'être écrite par simple inspection. En examinant la figure II. 1, on peut imposer les fonctions de base pour cet élément comme suit :

$$N_1^e = \frac{1}{A^e} \left(x_c^e + \frac{h_x^e}{2} - x \right) \left(y_c^e + \frac{h_y^e}{2} - y \right)$$

$$N_2^e = \frac{1}{A^e} \left(-x_c^e + \frac{h_x^e}{2} + x \right) \left(y_c^e + \frac{h_y^e}{2} - y \right)$$

$$N_3^e = \frac{1}{A^e} \left(-x_c^e + \frac{h_x^e}{2} + x \right) \left(-y_c^e + \frac{h_y^e}{2} + y \right)$$

$$N_4^e = \frac{1}{A^e} \left(x_c^e + \frac{h_x^e}{2} - x \right) \left(-y_c^e + \frac{h_y^e}{2} + y \right)$$

(II. 6)

x_c^e, y_c^e désignent les coordonnées du point centre de l'élément.

h_x^e, h_y^e représentent les longueurs des arêtes.

A^e : surface de l'élément.

Chaque fonction de base N_i^e a une valeur 1 sur le nœud i et la valeur 0 sur les trois nœuds restants avec une variation linéaire entre eux [2], [17]-[20].

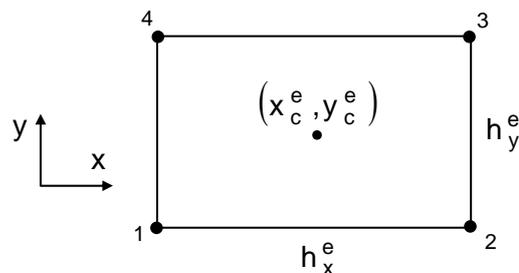


Figure II. 1 : Elément rectangulaire

II. 3. 2. 2. Elément triangulaire

Les éléments triangulaires sont très utilisés pour le maillage de structures de formes arbitraires. Dans leurs expressions finales, les fonctions de base pour ce type d'élément sont exprimées en terme de coordonnées de surface.

Considérons un point P dans l'élément triangulaire (figure II. 2) et repéré par les coordonnées (x, y) [2], [17].

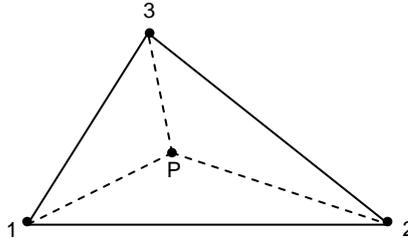


Figure II. 2 : Elément triangulaire

Soient :

Δ , Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 : de suite les surfaces des triangles (1, 2, 3), (P, 2, 3), (P, 3, 1), (P, 1, 2). Ces surfaces ont pour expressions :

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x & y \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x & y \end{vmatrix}$$

(II. 7)

On exprimera les coordonnées de surface par :

$$L_1^e = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$L_2^e = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$L_3^e = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

(II. 8)

Les coordonnées x et y de chaque point se situant à l'intérieur de l'élément triangulaire peuvent être mises sous la forme :

$$x = \sum_{i=1}^{i=3} L_i^e x_i^e$$

$$y = \sum_{i=1}^{i=3} L_i^e y_i^e$$

(II. 9)

De plus, l'expression suivante sera toujours vérifiée :

$$\sum_{i=1}^{i=3} L_i^e = 1$$

Les coordonnées de surfaces sont elles-mêmes les fonctions de base pour le cas de l'élément triangulaire, c'est à dire qu'on aura :

$$N_i^e = L_i^e \quad (II. 10)$$

II. 3. 3. Fonctions de base tridimensionnelles

Elles sont définies en suivant le même formalisme structuré pour le cas bidimensionnel.

II. 3. 3. 1. Elément parallélépipédique

Le polynôme d'approximation le plus simple pour ce type d'élément (figure II. 3) est donné par :

$$u^e(x,y,z) = a^e + b^e x + c^e y + d^e z + e^e xy + f^e yz + g^e zx + h^e xyz \quad (II. 11)$$

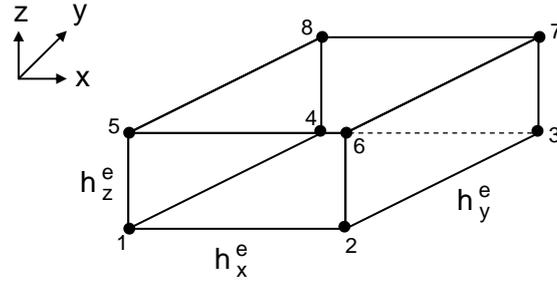


Figure II. 3 : Elément parallélépipédique

Les paramètres : a^e , b^e , c^e , d^e , e^e , f^e , g^e et h^e sont déterminés par identification de $u^e(x,y,z)$ aux valeurs de champ u_i^e et ceci sur les huit nœuds du parallélépipède. Cette identification donnera par la suite l'expression finale :

$$u^e(x,y,z) = \sum_{i=1}^{i=8} u_i^e N_i^e(x,y,z) \quad (\text{II. 12})$$

Les fonctions de base N_i^e sont tirées par inspection et sont données par [2] :

$$N_1^e = \frac{1}{V^e} \left(x_c^e + \frac{h_x^e}{2} - x \right) \left(y_c^e + \frac{h_y^e}{2} - y \right) \left(z_c^e + \frac{h_z^e}{2} - z \right)$$

$$N_2^e = \frac{1}{V^e} \left(-x_c^e + \frac{h_x^e}{2} + x \right) \left(y_c^e + \frac{h_y^e}{2} - y \right) \left(z_c^e + \frac{h_z^e}{2} - z \right)$$

$$N_3^e = \frac{1}{V^e} \left(-x_c^e + \frac{h_x^e}{2} + x \right) \left(-y_c^e + \frac{h_y^e}{2} + y \right) \left(z_c^e + \frac{h_z^e}{2} - z \right)$$

$$N_4^e = \frac{1}{V^e} \left(x_c^e + \frac{h_x^e}{2} - x \right) \left(-y_c^e + \frac{h_y^e}{2} + y \right) \left(z_c^e + \frac{h_z^e}{2} - z \right)$$

$$N_5^e = \frac{1}{V^e} \left(x_c^e + \frac{h_x^e}{2} - x \right) \left(y_c^e + \frac{h_y^e}{2} - y \right) \left(-z_c^e + \frac{h_z^e}{2} + z \right)$$

$$N_6^e = \frac{1}{V^e} \left(-x_c^e + \frac{h_x^e}{2} + x \right) \left(y_c^e + \frac{h_y^e}{2} - y \right) \left(-z_c^e + \frac{h_z^e}{2} + z \right)$$

$$N_7^e = \frac{1}{V^e} \left(-x_c^e + \frac{h_x^e}{2} + x \right) \left(-y_c^e + \frac{h_y^e}{2} + y \right) \left(-z_c^e + \frac{h_z^e}{2} + z \right)$$

$$N_8^e = \frac{1}{V^e} \left(x_c^e + \frac{h_x^e}{2} - x \right) \left(-y_c^e + \frac{h_y^e}{2} + y \right) \left(-z_c^e + \frac{h_z^e}{2} + z \right)$$

(II. 13)

x_c^e, y_c^e, z_c^e : sont les coordonnées du barycentre du parallélépipède.

h_x^e, h_y^e, h_z^e : sont les dimensions du parallélépipède.

V^e : est le volume du parallélépipède.

II. 3. 3. 2. Elément tétraédrique

L'extension du triangle au trois-dimensions est concrétisée par le tétraèdre. Cette fois-ci encore, on introduit la notion de coordonnées de volume pour la dérivation des fonctions de base. Si P est un point à l'intérieur du tétraèdre e (figure II. 4), alors les quatre coordonnées de volume sont [2], [18]:

$$L_1^e = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$L_2^e = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$L_3^e = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$L_4^e = \frac{\Delta_4}{\Delta}$$

(II. 14)

$\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$: sont de suite les volumes des tétraèdres (1, 2, 3, 4), (P, 2, 3, 4), (P, 3, 4, 1), (P, 4, 1, 2), (P, 1, 2, 3).

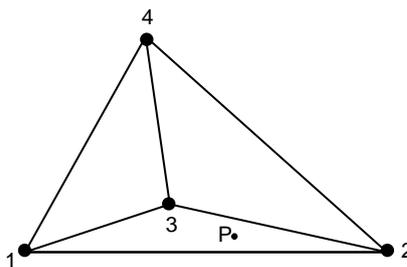


Figure II. 4 : Elément tétraédrique

Les coordonnées x, y, z à l'intérieur du tétraèdre sont exprimées de la sorte :

$$x = \sum_{i=1}^{i=4} L_i^e x_i^e$$

$$y = \sum_{i=1}^{i=4} L_i^e y_i^e$$

$$z = \sum_{i=1}^{i=4} L_i^e z_i^e$$

(II. 15)

Avec :

x_i^e, y_i^e, z_i^e : les coordonnées du nœud i de l'élément e .

Comme pour le cas bidimensionnel, ici les coordonnées de volume sont elles-mêmes les fonctions de base, c'est à dire :

$$N_i^e = L_i^e \tag{II. 16}$$

II. 3. 3. 3. Elément prismatique

L'élément prismatique est un autre type d'élément tridimensionnel. Les fonctions de base pour cet élément qui est illustré sur la figure II. 5, sont données par [2], [17] :

$$N_1^e = N_4^e = \frac{1}{2} L_1^e (1 + \zeta_0)$$

$$N_2^e = N_5^e = \frac{1}{2} L_2^e (1 + \zeta_0)$$

$$N_3^e = N_6^e = \frac{1}{2} L_3^e (1 + \zeta_0)$$

(II. 17)

Avec :

$$\zeta_0 = \frac{2(z - z_c)}{h}$$

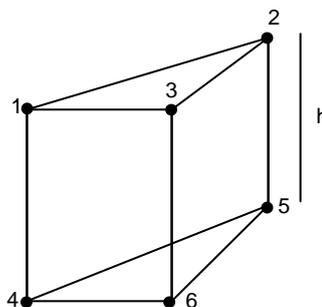


Figure II. 5 : Elément prismatique

ζ_0 varie linéairement de -1 à +1 le long de la hauteur (h) du prisme et vaut 0 sur les points médians (définis par z_c) des arêtes verticales joignant les nœuds 1 à 4, 2 à 5, et 3 à 6 sur la figure II. 5.

L_i^e : sont les coordonnées de surface du triangle sectoriel au prisme données par (II. 8).

II. 4. Eléments basés sur arêtes

II. 4. 1. Fonctions de base bidimensionnelles

II. 4. 1. 1. Elément rectangulaire

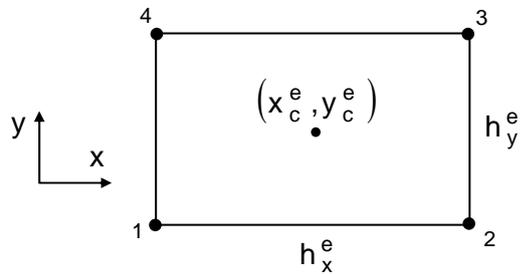
Pour l'élément de la figure II. 1 et si les arêtes sont notées suivant le tableau II. 1, alors les fonctions de base sur arête pour cet élément peuvent être écrites sous la forme suivante [2] :

$$W_1^e = \frac{1}{h_y^e} \left(-y + y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \vec{x}$$

$$W_2^e = \frac{1}{h_y^e} \left(y - y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \vec{x}$$

$$W_3^e = \frac{1}{h_x^e} \left(-x + x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \vec{y}$$

$$W_4^e = \frac{1}{h_x^e} \left(x - x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \vec{y}$$



(II. 18)

\vec{x} , \vec{y} sont les vecteurs unité dans le repère cartésien.

Numéro d'arête = k	nœud i_1	nœud i_2
1	1	2
2	4	3
3	1	4
4	2	3

Tableau II. 1 : Numérotation des arêtes sur l'élément rectangulaire

Ces fonctions de base ont la valeur unité le long d'une arête et la valeur zéro sur les autres, c'est à dire, qu'on a :

$$W_i^e \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij} \tag{II. 19}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$$

\vec{e}_j est le vecteur unité le long de l'arête j.

En utilisant la définition des fonctions W_i^e , le champ électrique dans l'élément fini est représenté par :

$$E^e = \sum_{k=1}^{k=4} E_k^e W_k^e \quad (II. 20)$$

E_k^e désigne le champ tangentiel moyen le long de l'arête k.

II. 4. 1. 2. Elément triangulaire

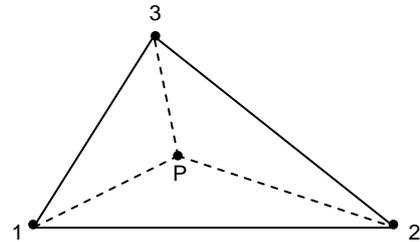
On reconsidère l'élément triangulaire de la figure II. 2. Les fonctions de base seront exprimées en terme de coordonnées de surface. Si la numérotation des arêtes est telle que le montre le tableau II. 2, alors les fonctions de base seront données par [2], [17] :

$$W_k^e = N_{ij}^e = l_{ij} (L_i^e \nabla L_j^e - L_j^e \nabla L_i^e), \quad i, j=1,2,3 \quad (II. 21)$$

$$\nabla L = \overrightarrow{\text{grad}}(L) = \frac{\delta L}{\delta x} \vec{x} + \frac{\delta L}{\delta y} \vec{y}$$

Numéro d'arête = k	nœud i_1	nœud i_2
1	1	2
2	2	3
3	3	1

Tableau II. 2 : Numérotation des arêtes de l'élément triangulaire



L_i^e : sont données par l'expression (II. 8).

W_k^e est la fonction de base de l'arête k de l'élément e.

$l_{ij} = l_k$ est la longueur de l'arête formée par les nœuds i et j de l'élément. Le champ vecteur à l'intérieur de l'élément triangle est mis sous la forme :

$$E^e = \sum_{k=1}^{k=3} E_k^e W_k^e \quad (II. 22)$$

E_k^e désigne le champ tangentiel le long de l'arête k.

II. 4. 2. Fonctions de base tridimensionnelles

II. 4. 2. 1. Elément parallélépipédique

Les fonctions de base pour un élément parallélépipédique le long de chaque arête sont données par [2] :

$$W_1^e = \frac{1}{h_y^e h_z^e} \left(-y + y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \left(-z + z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \bar{x}$$

$$W_2^e = \frac{1}{h_y^e h_z^e} \left(y - y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \left(-z + z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \bar{x}$$

$$W_3^e = \frac{1}{h_y^e h_z^e} \left(-y + y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \left(z - z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \bar{x}$$

$$W_4^e = \frac{1}{h_y^e h_z^e} \left(y - y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \left(z - z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \bar{x}$$

$$W_5^e = \frac{1}{h_x^e h_z^e} \left(-z + z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \left(-x + x_c^e - \frac{h_x^e}{2} \right) \bar{y}$$

$$W_6^e = \frac{1}{h_x^e h_z^e} \left(z - z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \left(-x + x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \bar{y}$$

$$W_7^e = \frac{1}{h_x^e h_z^e} \left(-z + z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \left(x - x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \bar{y}$$

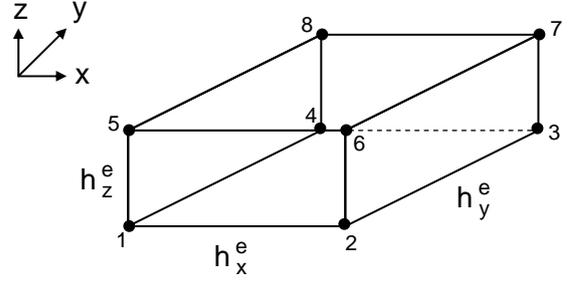
$$W_8^e = \frac{1}{h_x^e h_z^e} \left(z - z_c^e + \frac{h_z^e}{2} \right) \left(x - x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \bar{y}$$

$$W_9^e = \frac{1}{h_x^e h_y^e} \left(-x + x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \left(-y + y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \bar{z}$$

$$W_{10}^e = \frac{1}{h_x^e h_y^e} \left(x - x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \left(-y + y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \bar{z}$$

$$W_{11}^e = \frac{1}{h_x^e h_y^e} \left(-x + x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \left(y - y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \bar{z}$$

$$W_{12}^e = \frac{1}{h_x^e h_y^e} \left(x - x_c^e + \frac{h_x^e}{2} \right) \left(y - y_c^e + \frac{h_y^e}{2} \right) \bar{z}$$



(II. 23)

x_c^e, y_c^e, z_c^e : sont les coordonnées du barycentre du parallélépipède.

h_x^e, h_y^e, h_z^e : sont les dimensions du parallélépipède.

Si la numérotation des arêtes locales est selon le tableau II. 3, alors le champ vecteur à l'intérieur de l'élément est exprimé comme suit :

$$E^e = \sum_{k=1}^{k=12} E_k^e W_k^e \tag{II. 24}$$

E_k^e désigne le champ tangentiel le long de l'arête k de l'élément e.

Numéro d'arête = k	nœud i_1	nœud i_2
1	1	2
2	4	3
3	5	6
4	8	7
5	1	4
6	5	8
7	2	3
8	6	7
9	1	5
10	2	6
11	4	8
12	3	7

Tableau II. 3 : Numérotation des arêtes de l'élément parallélépipédique

II. 4. 2. 2. Elément tétraédrique

Selon la figure II. 4 et si l'on se réfère à la numérotation du tableau II. 4, alors on a [2] :

$$W_k^e = N_{ij}^e = l_{ij} (L_i^e \nabla L_j^e - L_j^e \nabla L_i^e) \tag{II. 25}$$

$l_{ij} = l_k$ est la longueur de l'arête k formée par les nœuds i et j.

i et j prennent les valeurs indiquées sur le tableau II. 4.

Le champ vecteur à l'intérieur de l'élément est développé en :

$$E^e = \sum_{k=1}^{k=6} E_k^e W_k^e \tag{II. 26}$$

Numéro d'arête = k	nœud $i_1 = i$	nœud $i_2 = j$
1	1	2
2	1	3
3	1	4
4	2	3
5	4	3
6	3	4

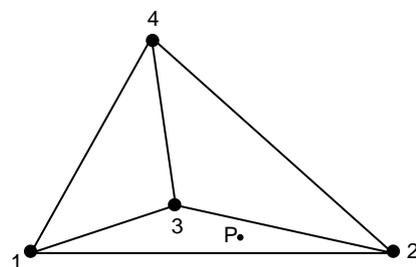


Tableau II. 4 : Numérotation des arêtes de l'élément tétraédrique

E_k^e est la valeur moyenne du champ le long de l'arête k de l'élément e.

SECTION II

METHODE DES ELEMENTS FINIS CAS UNIDIMENSIONNEL

II. 5. Généralités

L'application de la MEF implique la subdivision du domaine de calcul (région où le champ doit être calculé) en petits éléments. L'opération de subdivision esquissée sur la figure II. 6 est connue sous le nom de maillage ou de discrétisation et constitue une étape essentielle pour la méthode des éléments finis.

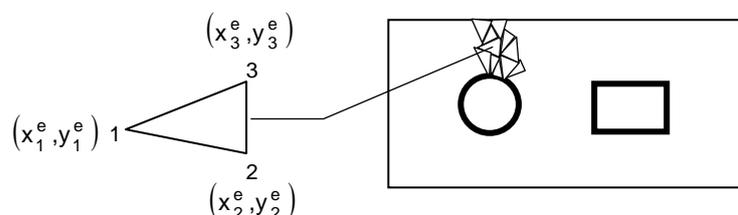


Figure II. 6 : Illustration de maillage triangulaire

En gardant typiquement la taille de chaque côté des éléments inférieure à 1/10 de la longueur d'onde, alors le champ à l'intérieur de l'élément sera approché par une expansion linéaire.

Dans le contexte de la MEF, les équations aux inconnus de l'expansion, seront construites par contrainte de l'équation d'onde au sens pondéré ou moyen sur tous les éléments. Une étape postérieure implique l'application des conditions aux limites conduisant à un système matriciel qui prend la forme suivante :

$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (\text{II. 27})$$

$\{b\}$ est un vecteur colonne et est déterminé à la base des conditions aux limites et/ou à partir de la contrainte d'excitation (source de courant, champ incident, etc.).

La matrice $[A]$ est une matrice carrée de taille $N \times N$, éparse et symétrique.

Les éléments non nuls de la matrice A représentent le rapport existant entre les champs des éléments voisins dans le domaine de calcul.

Une fois le système (II. 27) construit, sa solution est réalisée soit par procédé direct ou par procédé itératif dans le cas des grands systèmes (N très grand). Celui-ci nous évite en effet le stockage explicite de toute la matrice A [2]-[8].

Pour toutes les structures analysées, la résolution par la méthode des éléments finis est résumée en les étapes suivantes :

- Définition du domaine de calcul.
- Choix de l'ordre de troncation du maillage pour le cas des domaines ouverts.
- Choix de l'élément discret ainsi que la fonction de base.
- Génération du maillage.
- Contrainte de l'équation d'onde sur chaque élément et génération des matrices élémentaires.
- Application des conditions aux limites et génération du vecteur élémentaire d'excitation.
- Assemblage des matrices et vecteurs élémentaires pour former le système global.
- Résolution par procédé itératif du système ainsi linéarisé.
- Traitement des données et extraction des paramètres : champ rayonné, surface radar, densité de courant, etc. [2].

II. 6. Problème unidimensionnel

Soit l'équation différentielle suivante :

$$-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dU}{dx}\right)+q(x)U(x)=f(x) \quad 0 < x < x_a \quad (\text{II. 28})$$

$p(x), q(x), f(x)$ sont des fonctions connues et $U(x)$ est l'inconnu champ ou potentiel.

Dans un premier temps on introduit le résidu défini par :

$$R(x)=-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dU}{dx}\right)+q(x)U(x)-f(x) \quad (\text{II. 29})$$

qui doit être nul en concordance avec le problème posé. Cependant il n'est pas pratique de forcer R à être nul en tout point du domaine $0 < x < x_a$. Alors que $U(x)$ varie peu sur une petite distance Δx , on subdivise le domaine en petits segments comme le montre la figure II. 7 et on force sur chacun des segments la condition :

$$\int_{\Omega} W(x) R(x) dx = 0 \quad (\text{II. 30})$$

L'équation (II. 30) contraint l'équation différentielle au sens pondéré sur chaque segment [2]-[8].

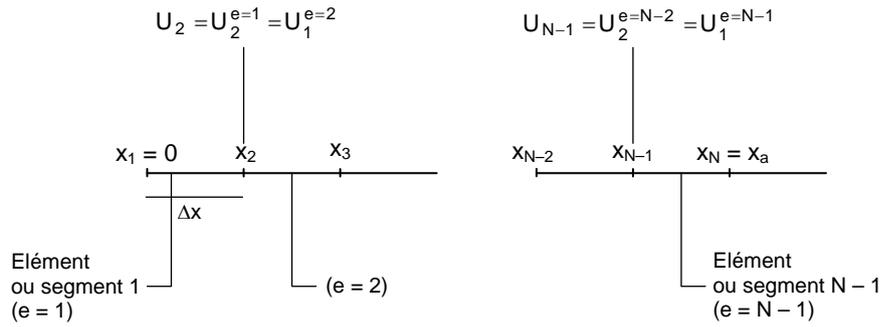


Figure II. 7 : Arrangement en segments de droite

Remarque

Si $W_j(x) = \delta(x - x_j)$ ou $W_j(x) = \delta\left[x - \frac{(x_{j+1} + x_j)}{2}\right]$, alors la procédure est équivalente à la technique de collocation et conduit à une forme de différences finies.

Si les fonctions $W_j(x)$ sont égales aux fonctions de base utilisées pour le développement de $U(x)$, dans ce cas la procédure est équivalente à la méthode de Galerkin.

Cette méthode test/base est la plus utilisée pour transformer les équations aux dérivées partielles (EDP) en système linéaire.

Avant de générer le système d'équations linéaire à partir de l'expression (II. 30), il est nécessaire de la mettre en une forme plus cohérente en suivant les étapes suivantes :

- Réduire l'ordre de dérivation, ceci est réalisé grâce à l'intégration par parties :

$$-\int_0^{x_a} W_j(x) \frac{d}{dx} \left(p(x) \frac{dU}{dx} \right) dx = - \left[p(x) W_j(x) \frac{dU(x)}{dx} \right]_0^{x_a} + \int_0^{x_a} p(x) \frac{dW_j(x)}{dx} \frac{dU}{dx} dx \quad (II. 31)$$

- Tirer la forme faible de l'équation différentielle, puisqu'elle est plus appropriée à la résolution numérique. Cette forme faible est obtenue en remplaçant (II. 31) dans (II. 30). Ceci donne en effet :

$$\int_0^{x_a} \left[p(x) \frac{dW_j(x)}{dx} \frac{dU}{dx} + q(x) W_j(x) U(x) - W_j(x) f(x) \right] dx - \left[p(x) W_j(x) \frac{dU}{dx} \right]_0^{x_a} = 0 \quad (II. 32)$$

La forme faible (II. 32) contraint l'équation différentielle au sens moyen. Cette même équation englobe à la fois les contraintes liées à l'équation différentielle et celles liées aux conditions aux limites [2]-[8].

II. 6. 1. Discrétisation de la forme faible

La discrétisation de (II. 32) en un système d'équations linéaires est réalisée en introduisant une expansion pour $U(x)$. Son développement est formulé par :

$$U(x) = \sum_{i=1}^{i=2} U_i^e N_i^e(x) \quad (\text{II. 33})$$

Avec :

U_i^e : sont les inconnus du problème.

$$N_1^e(x) = \begin{cases} \frac{x_2^e - x}{x_2^e - x_1^e} & \text{pour } x_1^e < x < x_2^e \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$N_2^e(x) = \begin{cases} \frac{x - x_1^e}{x_2^e - x_1^e} & \text{pour } x_1^e < x < x_2^e \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

(II. 34)

On écrira alors :

$$U(x) = \left[U_1^e \frac{x_2^e - x}{x_2^e - x_1^e} + U_2^e \frac{x - x_1^e}{x_2^e - x_1^e} \right] \quad (\text{II. 35})$$

U_1^e, U_2^e : sont les inconnus en chaque nœud.

Quand on remplace (II. 33) dans (II. 32), on obtient :

$$\left\{ \sum_{i=1}^{i=2} U_i^e \int_{x_1^e}^{x_2^e} \left[p(x) \frac{dW_j(x)}{dx} \frac{dN_i^e(x)}{dx} + q(x) W_j(x) N_i^e(x) - W_j(x) f(x) \right] dx \right\} - \left[p(x) W_j(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=x_a} - p(x) W_j(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} \right] = 0$$

(II. 36)

On attribue aux termes entre crochets l'identité de conditions aux limites [CL].

Si on choisit la technique de Galerkin en posant $W_j(x) = N_j^e(x)$, et pour chaque fonction test, une seule équation linéaire est générée, tel que :

$$\left\{ \sum_{i=1}^{i=2} U_i^e \int_{x_1^e}^{x_2^e} \left[p(x) \frac{dN_i^e(x)}{dx} \frac{dN_j^e(x)}{dx} + q(x) N_i^e(x) N_j^e(x) - N_j^e(x) f(x) \right] dx \right\} + [CL] = 0 \quad (II. 37)$$

Avec :

$$[CL] = p(x) N_1^e(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} - p(x) N_2^e(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=x_a} = p(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} - p(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=x_a}$$

$$[CL]_1 = p(x) N_1^e(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} = p(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=0}$$

$$[CL]_2 = - p(x) N_2^e(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=x_a} = - p(x) \frac{dU}{dx} \Big|_{x=x_a}$$

L'expression (II. 37) est réécrite sous forme matricielle [2]-[8]:

$$[A_{ij}^e] \{U_j^e\} + [CL] = \{b_j^e\} \quad (II. 38)$$

Ce sub-système matriciel produit seulement une relation entre les deux nœuds formant un élément e.

La contribution des points terminaux (conditions aux limites) n'apparaît que pour $e = 1$ et $e = N_e$. Lorsqu'on impose la condition de Neumann, on aura :

$$\left(\frac{dU}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{dU}{dx} \Big|_{x=x_a} = 0 \right).$$

Alors (II. 38) deviendra :

$$[A_{ij}^e] \{U_j^e\} = \{b_j^e\}$$

La matrice $[A_{ij}^e] = \begin{bmatrix} A_{11}^e & A_{12}^e \\ A_{21}^e & A_{22}^e \end{bmatrix}$ est la matrice élémentaire où chaque élément est donné par :

$$A_{ij}^e = \int_{x_1^e}^{x_2^e} \left[p(x) \frac{dN_i^e(x)}{dx} \frac{dN_j^e(x)}{dx} + q(x) N_i^e(x) N_j^e(x) \right] dx \quad (II. 39)$$

Les éléments du vecteur d'excitation sont donnés quant à eux, par :

$$b_i^e = \int_{x_1^e}^{x_2^e} N_i^e(x) f(x) dx \quad (\text{II. 40})$$

Puisque les fonctions $N_i^e(x)$ sont linéaires et que $p(x)$, $q(x)$ sont tenues pour constante lors de l'intégration le long de l'élément e (avec $p(x) \approx p^e$, $q(x) \approx q^e$, $f(x) \approx f^e$ pour $x_1^e < x < x_2^e$), alors on peut calculer analytiquement les éléments de la matrice élémentaire A_{ij}^e . Ce calcul donne :

$$A_{11}^e = A_{22}^e = \frac{p^e}{|x_2^e - x_1^e|} + q^e \frac{|x_2^e - x_1^e|}{3} \quad (\text{II. 41})$$

$$A_{12}^e = A_{21}^e = -\frac{p^e}{|x_2^e - x_1^e|} + q^e \frac{|x_2^e - x_1^e|}{6} \quad (\text{II. 42})$$

Ainsi que les éléments du vecteur b^e :

$$b_1^e = b_2^e = f^e \frac{|x_2^e - x_1^e|}{2} \quad (\text{II. 43})$$

Ce traitement donne naissance à $(2 N_e)$ équations, avec $e = 1, 2, \dots, N_e$.

Du moment où il existe seulement N_e inconnus, alors il faudra condenser ou combiner les $(2 N_e)$ équations pour arriver au nombre de N_e . Le surplus d'équations est le résultat du double test réalisé sur le même nœud (à gauche en utilisant la fonction de test $N_2^{e-1}(x)$ et à droite en utilisant la fonction de test $N_1^e(x)$). La réduction au nombre de N_e équations se rapporte à la notion d'assemblage des équations élémentaires [2]-[8].

II. 6. 2. Assemblage des équations élémentaires

L'essence même de la procédure d'assemblage, est de combiner les équations de test à droite et à gauche du nœud n .

Le nouveau système assemblé devient alors :

$$\sum_{n=1}^{n=N_e} A_{mn} U_n = b_m \quad m=2,3,\dots,N_e - 1 \quad (\text{II. 44})$$

Avec :

$$A_{mn} = \begin{cases} A_{11}^m + A_{22}^{m-1} & \text{si } n=m \\ A_{12}^{m-1} & \text{si } n=m-1 \\ A_{21}^{m+1} & \text{si } n=m+1 \end{cases}$$

(II. 45)

$$b_m = b_2^{m-1} + b_1^m$$

(II. 46)

Si la condition de Dirichlet vient d'être imposée, c'est-à-dire : $U(x=0) = U(x=x_a) = 0$, alors on aura :

$$U_1 \equiv U_1^1 = U_{N_e} \equiv U_2^{N_e} = 0$$

Considérons maintenant le cas d'une segmentation à quatre nœuds ou trois segments ($N_e = 4$). Si la condition de Neumann est satisfaite aux nœuds 1 et N_e , alors pour l'élément $e = 1$, on aura :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^1 & A_{12}^1 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^1 \\ U_2^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^1 \\ b_2^1 \end{Bmatrix}$$

(II. 47)

De même pour les segments $e = 2$ et $e = 3$, on aura [2]-[8] :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^2 & A_{12}^2 \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^2 \\ U_2^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^2 \\ b_2^2 \end{Bmatrix}$$

(II. 48)

$$\begin{bmatrix} A_{11}^3 & A_{12}^3 \\ A_{21}^3 & A_{22}^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^3 \\ U_2^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^3 \\ b_2^3 \end{Bmatrix}$$

(II. 49)

Se sont là six équations pour quatre inconnus U_1 , U_2 , U_3 et U_4 . Pour équilibrer le nombre d'équations et d'inconnus, on somme celles qui correspondent au test à droite et à gauche du nœud. Pour les nœuds 1 et 4, il y a une seule équation de test, alors la première équation de (II. 47) et la deuxième de (II. 49) restent inchangées. Pour le nœud 2, on additionne la deuxième équation de (II. 47) à la première équation de (II. 48). Pour le nœud 3, on additionne la deuxième équation de (II. 48) à la première équation de (II. 49).

Le nouveau système résultant prend la structure suivante :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^1 & A_{12}^1 & 0 & 0 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 + A_{11}^2 & A_{12}^2 & 0 \\ 0 & A_{21}^2 & A_{22}^2 + A_{11}^3 & A_{12}^3 \\ 0 & 0 & A_{21}^3 & A_{22}^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^1 \\ b_2^1 + b_1^2 \\ b_2^2 + b_1^3 \\ b_2^3 \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 50})$$

Si $U(x)$ est le champ électrique ou le potentiel, alors la matrice $[A]$ est une matrice admittance et $[b]$ est le courant d'excitation électrique. Encore, si $U(x)$ est le courant électrique ou le champ magnétique, $[A]$ serait la matrice impédance et $[b]$ le potentiel d'excitation [2]-[8].

II. 6. 3. Contraintes de conditions aux limites

Pour les équations aux dérivées partielles (EDP), une solution unique ne peut être obtenue qu'après spécification des conditions aux limites. Ces conditions aux limites se présentent sous plusieurs formes. Dans leur forme la plus typique, elles prévoient soit la spécification du champ aux nœuds terminaux 1 et N_e , soit la spécification des valeurs des dérivées normales du champ en ces nœuds.

Ainsi, les conditions aux limites fournissent une relation entre le champ et ses dérivées normales sur les nœuds de frontière. Les dérivées de $U(x)$ aux nœuds de frontière ne doivent pas être approchées en utilisant l'expansion (II. 33). Cette dernière est une fonction d'interpolation, mais le champ et ses dérivées doivent être spécifiées indépendamment aux nœuds de frontières et cela pour l'obtention d'une solution unique [2].

II. 6. 3. 1. Conditions de Neumann

Cette condition est spécifiée par :

$$\vec{n} \cdot \nabla U = \frac{\partial U}{\partial n} = 0 \quad (\text{II. 51})$$

sur la surface S (cas 3D) ou sur le contour C (cas 2D).

\vec{n} : vecteur de la normale à la frontière du domaine, comme le montre la figure II. 8.

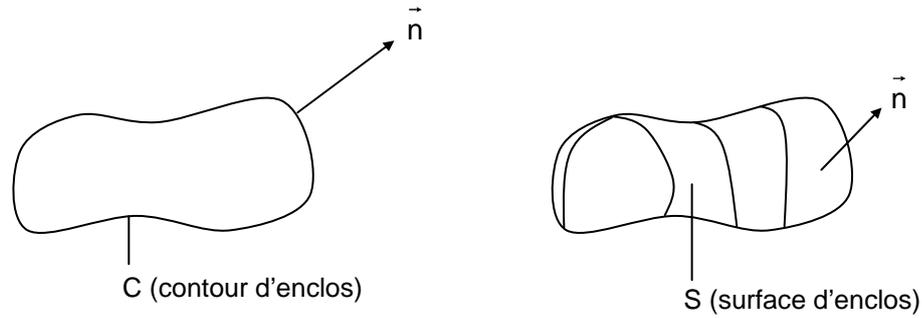


Figure II. 8 : Illustration des enclos en 2D et en 3D

En électromagnétisme, c'est le champ magnétique qui obéit à cette contrainte sur des frontières métalliques.

Dans le cas des conditions de Neumann, les contributions [CL] s'annulent [2].

II. 6. 3. 2. Conditions de Dirichlet

La condition de Dirichlet, spécifie l'annulation du champ sur la frontière du domaine, c'est à dire :

$$U(x)=0 \tag{II. 52}$$

En électromagnétisme, c'est le champ électrique qui obéit à cette contrainte sur des frontières métalliques.

Dans le cas des conditions de Dirichlet, la contribution [CL] n'est plus nulle et doit être calculée. Cependant, et puisque cette contribution n'est ressentie que pour les nœuds terminaux 1 et N_e , alors le système (II. 38) par exemple devient :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^1 & A_{12}^1 & 0 & 0 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 + A_{11}^2 & A_{12}^2 & 0 \\ 0 & A_{21}^2 & A_{22}^2 + A_{11}^3 & A_{12}^3 \\ 0 & 0 & A_{21}^3 & A_{22}^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [CL]_1 \\ 0 \\ 0 \\ [CL]_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^1 \\ b_2^1 + b_1^2 \\ b_2^2 + b_1^3 \\ b_2^3 \end{Bmatrix} \tag{II. 53}$$

Puisque $U_1 = U_4 = 0$ comme le spécifie (II. 52), alors ce même système se simplifie à [2] :

$$\begin{bmatrix} A_{22}^1 + A_{11}^2 & A_{12}^2 \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 + A_{11}^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_2^1 + b_1^2 \\ b_2^2 + b_1^3 \end{Bmatrix} \tag{II. 54}$$

II. 6. 3. 3. Conditions mixtes

C'est le cas où on assigne une valeur spécifique au champ et/ou à ses dérivées sur les nœuds de frontière. A titre d'exemple, et si on reprend le cas unidimensionnel à trois segments, on met ces contraintes sous la forme [2] :

$$U_1 = Q_0$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=x_a} = Q_a \quad (\text{II. 55})$$

Celles-ci sont dites conditions aux limites de Dirichlet-Neumann.

Si on introduit (II. 55) dans le système (II. 38), on obtiendrait :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^1 & A_{12}^1 & 0 & 0 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 + A_{11}^2 & A_{12}^2 & 0 \\ 0 & A_{21}^2 & A_{22}^2 + A_{11}^3 & A_{12}^3 \\ 0 & 0 & A_{21}^3 & A_{22}^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_0 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [CL]_1 \\ 0 \\ 0 \\ \tilde{Q}_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^1 \\ b_2^1 + b_1^2 \\ b_2^2 + b_1^3 \\ b_2^3 \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 56})$$

$$\tilde{Q}_a = -Q_a p(x_a) N_2^3(x_a) = -Q_a p(x_a)$$

Alors que $U_1 = Q_0$ est connu, on peut donc l'écarter du système final. En arrangeant le nouveau système, on obtient :

$$\begin{bmatrix} A_{22}^1 + A_{11}^2 & A_{12}^2 & 0 \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 + A_{11}^3 & A_{12}^3 \\ 0 & A_{21}^3 & A_{22}^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_2^1 + b_1^2 \\ b_2^2 + b_1^3 \\ b_2^3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} A_{21}^1 Q_0 \\ 0 \\ \tilde{Q}_a \end{Bmatrix} \quad (\text{II. 57})$$

Cette élimination des termes connus du système, rentre toujours dans le cadre de la condensation ou de l'assemblage des équations. On remarque surtout que, le procédé de condensation modifie le vecteur d'excitation [b]. Ceci implique que la spécification du champ sur la frontière est équivalente à une source d'excitation. Ainsi, l'excitation du domaine peut être spécifiée soit à travers une fonction d'excitation f(x) non nulle ou bien par des contraintes aux limites [2].

II. 6. 3. 4. Conditions combinées

Ce type de contraintes fourni une relation entre le champ et ses dérivées normales. Ces contraintes sont formulées par [2] :

$$\frac{\partial U}{\partial n} + \alpha U = 0 \quad (II. 58)$$

α : constante.

Une généralisation de (II. 58) est spécifiée par :

$$\frac{\partial U}{\partial n} + \alpha U = \beta \quad (II. 59)$$

α, β : constantes.

Pour l'exemple unidimensionnel à trois segments, on aura :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial n} + \alpha_0 U &= \beta_0 & x=0 \\ \frac{\partial U}{\partial n} + \alpha_a U &= \beta_a & x=x_a \end{aligned} \quad (II. 60)$$

A partir de l'expression de la contribution [CL], on peut écrire :

$$\begin{aligned} [CL]_1 &= p(0)(\beta_0 - \alpha_0 U_1) \\ [CL]_2 &= -p(x_a)(\beta_a - \alpha_a U_4) \end{aligned} \quad (II. 61)$$

Si on introduit ceci dans l'expression (II. 38), et après arrangement, on obtient le système suivant [2] :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^1 - \alpha_0 p(0) & A_{12}^1 & 0 & 0 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 + A_{11}^2 & A_{12}^2 & 0 \\ 0 & A_{21}^2 & A_{22}^2 + A_{11}^3 & A_{12}^3 \\ 0 & 0 & A_{21}^3 & A_{22}^3 + \alpha_a p(x_a) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^1 \\ b_2^1 + b_1^2 \\ b_2^2 + b_1^3 \\ b_2^3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\beta_0 p(0) \\ 0 \\ 0 \\ +\beta_a p(x_a) \end{Bmatrix} \quad (II. 62)$$

SECTION III

METHODE DES ELEMENTS FINIS CAS BIDIMENSIONNEL

II. 7. Application bidimensionnelle

Dans cette section, on discutera de l'application de la MEF aux problèmes bidimensionnels. La réduction des équations de Maxwell à des équations d'onde en deux-dimensions suivit du même formalisme engagé pour le cas unidimensionnel, permet la résolution de celles-ci. Ceci dit, qu'on devra générer la forme faible de l'équation d'onde et par la suite on réalisera sa discrétisation par l'introduction de fonctions de base linéaires.

II. 8. Equation bidimensionnelle d'onde

On considérera que le champ est ; soit indépendant de la composante z, soit il a une dépendance en z bien définie, comme c'est le cas pour la propagation en guides d'ondes. Ceci dit, que la coupe sectorielle dans le plan (x, y) reste invariante le long de l'axe z.

La forme générale de l'équation d'onde est :

$$\nabla \cdot [p(x,y)\nabla U(x,y)] + k_0^2 q(x,y)U(x,y) = f(x,y) \quad (\text{II. 63})$$

$$\nabla = \nabla_t = \vec{x} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y} \frac{\partial}{\partial y}$$

Les étapes de la résolution de (II. 63) via la MEF sont analogues à celles évoquées pour le cas unidimensionnel. Elles renferment :

- La mise de l'équation d'onde originale en sa forme faible pour obtenir une seule fonctionnelle incorporant les conditions imposées par l'équation d'onde et les conditions aux limites.
- La discrétisation de la forme faible en un système d'équations linéaires.
- L'assemblage des équations élémentaires et imposition des conditions aux limites pour obtenir le système final d'équations linéaires.

II. 8. 1. Forme faible de l'équation d'onde

Le résidu pour l'équation (II. 63) est défini par :

$$R(x) = \nabla \cdot p(r)\nabla U(r) + k_0^2 q(r)U(r) - f(r) \quad (\text{II. 64})$$

$r = x\vec{x} + y\vec{y}$ désigne le vecteur position.

Pour tirer la forme faible, on multiplie (II. 64) par une fonction de test $W(x, y)$ et puis on force la condition $R(r) = 0$ sur le domaine de chaque élément. Ceci donne [2], [19]-[24] :

$$\iint_{\Omega} W(x,y) R(x,y) dx dy = 0 \quad (\text{II. 65})$$

qui est une généralisation de (II. 30) pour le cas unidimensionnel.

Pour réduire l'ordre de dérivation dans le résidu et introduire les termes aux limites, on utilise les identités suivantes :

$$W \nabla \cdot p \nabla U = \nabla \cdot (p W \nabla U) - p \nabla W \cdot \nabla U \quad (\text{II. 66})$$

$$\iint_{\Omega} \nabla \cdot (p W \nabla U) ds = \int_C p W (\nabla U \cdot \vec{n}) dl \quad (\text{II. 67})$$

C : contour entourant le domaine Ω

\vec{n} : vecteur de la normale au contour C.

En introduisant (II. 66) et (II. 67) dans (II. 65), on obtient :

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} [-p(x,y) \nabla W(x,y) \cdot \nabla U(x,y) + k_0^2 q(x,y) W(x,y) U(x,y) - W(x,y) f(x,y)] ds \\ & + \int_C p(x,y) W(x,y) [\vec{n} \cdot \nabla U(x,y)] dl = 0 \end{aligned} \quad (\text{II. 68})$$

C'est la forme faible de l'équation d'onde en deux-dimensions [1], [2], [19]-[24].

Par ailleurs, on note la présence d'intégrale à la frontière sur C, qui permet l'introduction des conditions aux limites. Ainsi, (II. 68) fournit en un seul bloc les conditions imposées par l'équation d'onde et celles imposées par les conditions aux limites.

II. 8. 2. Discrétisation de la forme faible de l'équation d'onde

Pour discrétiser l'expression (II. 68), on procède par l'introduction d'une représentation discrète du champ $U(x, y)$. Ainsi, on développe $U(x, y)$ par les fonctions de base $N_i^e(x, y)$ sur le domaine Ω de la manière suivante :

$$U(x,y) = \sum_{i=1}^{i=3} U_i^e N_i^e(x,y) \quad (\text{II. 69})$$

U_i^e sont les coefficients inconnus de l'expansion, ils représentent les valeurs du champ à chaque nœud de l'élément triangulaire [2], [19]-[22].

La forme explicite de $N_i^e(x, y)$ est donnée par :

$$N_i^e(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta^e} (a_i^e + b_i^e x + c_i^e y) & \text{dans } \Omega^e \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{II. 70})$$

Avec :

$$\Delta^e = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{bmatrix} = \frac{1}{2} [(x_2^e - x_1^e)(y_3^e - y_1^e) - (x_3^e - x_1^e)(y_2^e - y_1^e)] \quad (\text{II. 71})$$

$$a_i^e = x_j^e y_k^e - x_k^e y_j^e$$

$$b_i^e = y_j^e - y_k^e$$

$$c_i^e = x_k^e - x_j^e \quad (\text{II. 72})$$

Δ^e : est la surface du triangle.

Les indices (i, j, k) suivent la règle du cycle. Cela dit que (i, j, k) = (1, 2, 3) ou (2, 3, 1) ou (3, 1, 2) pour le premier ou le deuxième ou le troisième nœud.

La fonction $N_i^e(x, y)$ est unitaire sur le nœud i et s'atténue linéairement à la valeur zéro sur les deux autres nœuds.

Maintenant, si on introduit l'expression (II. 69) dans (II. 68), ceci donne :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{i=3} U_i^e \iint_{\Omega^e} [-p(x, y) \nabla W(x, y) \cdot \nabla N_i^e(x, y) + k_0^2 q(x, y) W(x, y) N_i^e(x, y)] dx dy \\ & + \int_C p(x, y) W(x, y) \vec{n} \cdot \nabla U(x, y) dl = \iint_{\Omega^e} W(x, y) f(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (\text{II. 73})$$

Dans cette expression, l'expansion (II. 69) n'est pas utilisée pour approximer $\vec{n} \cdot \nabla U = \frac{\partial U}{\partial n}$ sur

le contour C et pour cause : $\frac{\partial U}{\partial n}$ sur le contour C doit être spécifié à travers les conditions aux limites.

Maintenant, on peut obtenir un système d'équations linéaires en employant la technique de Galerkin où on choisit la fonction de test $W(x, y)$ égale à la fonction de base $N_i^e(x, y)$.

Ceci donne :

$$\sum_{i=1}^{i=3} U_i^e \iint_{\Omega^e} [-p(x,y) \nabla N_j^e(x,y) \cdot \nabla N_i^e(x,y) + k_0^2 q(x,y) N_j^e(x,y) N_i^e(x,y)] dx dy$$

$$+ \int_{C_s} p(x,y) N_j^e(x,y) \hat{n} \cdot \nabla U(x,y) dl = \iint_{\Omega^e} N_j^e(x,y) f(x,y) dx dy \quad j=1, 2, 3.$$

(II. 74)

La présence d'intégration sur le contour n'est requise que si l'élément ait une arête bordant le contour C. Le contour C_s renferme l'arête de l'élément e qui fait partie de C [2], [19]-[22].

A partir de (II. 74) et en l'appliquant pour $j = 1, 2, 3$, on obtient un système d'équations d'ordre 3. Si on impose les conditions de Neumann sur C, alors on aura :

$$\begin{bmatrix} A_{11}^e & A_{12}^e & A_{13}^e \\ A_{21}^e & A_{22}^e & A_{23}^e \\ A_{31}^e & A_{32}^e & A_{33}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^e \\ U_2^e \\ U_3^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1^e \\ b_2^e \\ b_3^e \end{Bmatrix} \quad (II. 75)$$

$$A_{ij}^e = -p^e \iint_{\Omega^e} \nabla N_j^e(x,y) \cdot \nabla N_i^e(x,y) dx dy + k_0^2 q^e \iint_{\Omega^e} N_j^e(x,y) N_i^e(x,y) dx dy \quad \text{iet } j=1, 2, 3.$$

(II. 76)

$$b_j^e = \iint_{\Omega^e} N_j^e(x,y) f(x,y) dx dy \quad j=1, 2, 3. \quad (II. 77)$$

$p(r) \approx p^e, q(r) \approx q^e$ sont des constantes pour chaque élément.

L'étape qui suit est l'assemblage des équations élémentaire de (II. 75). Ceci est réalisé par la sommation suivante :

$$\sum_{e=1}^{e=N_e} [A^e] \{U^e\} = \sum_{e=1}^{e=N_e} \{b^e\} \quad (II. 78)$$

L'expression (II. 78) évoque seulement l'assemblage terme à terme des équations propres aux éléments voisins. Ceci étant dans le but d'obtenir une seule équation commune et en conséquence un système déterminé [2], [19]-[22].

SECTION IV

METHODE DES ELEMENTS FINIS CAS TRIDIMENSIONNEL

II. 9. Avant-propos

La méthode des éléments finis étant une approche numérique par discrétisation, elle peut être adaptée et étendue aux problèmes tridimensionnels en domaine ouvert et/ou fermé. Pour l'implémentation de la méthode, le matériau constituant le domaine de calcul est homogène à l'intérieur de chaque élément et peut varier d'un élément à un autre.

Dans cette section, on donnera la formulation variationnelle (technique de Ritz) pour les domaines fermés. Cette formulation mène au même système d'équations obtenu par la technique des résidus pondérés.

Les problèmes à domaine ouverts en rayonnement et en diffraction constituent un challenge pour la méthode des éléments finis. Alors que le maillage du domaine de calcul ne peut être étendu à l'infini, la solution serait de remplacer ce maillage à l'infini par des conditions aux limites appropriées [2]-[8].

II. 10. Problème tridimensionnel en domaine fermé

La géométrie du problème est exposée sur la figure II. 9.

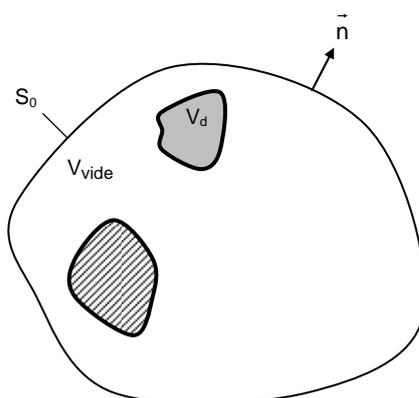


Figure II. 9 : Structure inhomogène clôturée par une surface terminale S_0 en conducteur électrique parfait

V_d : volume du diélectrique,

S_0 : surfaces terminale,

\vec{n} : vecteur de la normale à la surface S_0 .

II. 10. 1. Formulation en champ

La position du problème est tel qu'on doit répondre à l'équation vectorielle d'onde donnée par [1], [25]-[42]:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = -jk_0 Z_0 \mathbf{J} - \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \mathbf{M} \right) \quad (\text{II. 79})$$

sur tout le volume V . Celui-ci est soumis à des conditions aux limites constituées par la surface S_0 .

\mathbf{J} , \mathbf{M} : sont les sources de courant électrique et magnétique dans V . Elles constituent les sources d'excitation pour le problème.

Le calcul d'une variation trouve son origine depuis la généralisation de la théorie élémentaire des minima et des maxima d'une fonction. Alors on cherche dans la technique variationnelle (technique de Ritz), les extrema (minima ou maxima) d'une fonctionnelle [1]-[8].

Pour l'équation d'onde, on exprime cette fonctionnelle en fonction du champ électrique et on la met sous la forme :

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \left[\nabla \times \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} \right] dV + \int_V \mathbf{E} \cdot \left[jk_0 Z_0 \mathbf{J} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \mathbf{M} \right) \right] dV \quad (\text{II. 80})$$

En utilisant les identités :

$$\mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{A} - \nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})$$

$$\int_V \nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) dv = \int_{S_0} (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \vec{n} ds$$

(II. 81)

On obtient :

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \int_V \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right] dv + \frac{1}{2} \int_{S_0} \left[\mathbf{E} \cdot (\vec{n} \times \nabla \times \mathbf{E}) \right] ds + \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{f} dv \quad (\text{II. 82})$$

$$\mathbf{f} = jk_0 Z_0 \mathbf{J} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \mathbf{M} \right) \quad (\text{II. 83})$$

Pour le même problème, la technique des résidus pondérés mène à la formulation faible suivante :

$$\langle \mathbf{R}, \mathbf{W} \rangle = \int_V \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot (\nabla \times \mathbf{W}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{W} \right] dv + \int_{S_0} \left[\mathbf{W} \cdot (\vec{n} \times \nabla \times \mathbf{E}) \right] ds + \int_V \mathbf{W} \cdot \mathbf{f} dv \quad (\text{II. 84})$$

En conséquence, l'intégrale sur S_0 dans (II. 82), serait nulle pour une surface en CEP (conducteur électrique parfait) [1], [27]-[32].

II. 10. 2. Formulation en potentiel

Le problème de rayonnement peut être formulé en terme de potentiel vecteur et scalaire. Les potentiels utilisés comme solutions sont le potentiel magnétique vecteur A et le potentiel électrique scalaire Φ . Les potentiels sont définis en terme de champs magnétique et électrique comme suit :

$$\nabla \times A = B \quad (\text{II. 85})$$

$$-j\omega(\nabla\Phi + A) = E \quad (\text{II. 86})$$

Les conditions aux limites pour un CEP seront données par :

$$A \times \vec{n} = \frac{j}{\omega} (\vec{E} \times \vec{n}) = 0 \quad (\text{II. 87})$$

$$\Phi = 0$$

Pour un CMP, on aura :

$$\left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) \times \vec{n} = H \times \vec{n} = 0 \quad (\text{II. 88})$$

De la même manière que la formulation champ, la fonctionnelle pour la formulation potentiel est dans ce cas-ci :

$$F(A, \Phi) = \frac{1}{2} \int_V \left[\frac{1}{\mu} \nabla \times A \cdot \nabla \times A - \omega^2 \varepsilon (A + \nabla \Phi) \cdot A \right] dv - \frac{1}{2} \int_V \left[\omega^2 \varepsilon (A + \nabla \Phi) \cdot \nabla \Phi \right] dv - \frac{1}{2} \int_{S_0} \left(H \times \vec{n} \right) \cdot A + \left(H \times \vec{n} \right) \cdot \nabla \Phi ds \quad (\text{II. 89})$$

Comme pour la formulation champ, l'intégration sur S_0 est nulle pour un CEP.

L'expression (II. 89) est discrétisée en utilisant des fonctions de base sur arêtes pour la représentation du potentiel vecteur et des fonctions de base sur nœuds pour la représentation du potentiel scalaire. La solution de (II. 89) est obtenue par extrémisation de $F(A, \Phi)$ par rapport à A et Φ [1].

II. 11. Génération des matrices élémentaires

Pour discrétiser le champ E , on subdivise le volume V en petits tétraèdres, parallélépipèdes ou tout autre élément approprié. Chaque élément occupe un volume V^e ($e = 1, 2, \dots, M$), M étant le nombre total des éléments du maillage.

On introduit l'expansion :

$$E = \sum_{j=1}^{j=m} E_j^e W_j^e \quad (\text{II. 90})$$

W_j^e : fonctions de base,

E_j^e : coefficients d'expansion.

m : nombre de nœuds que comprend l'élément choisi pour le maillage,

e : indice de l'élément.

En remplaçant (II. 90) dans (II. 82) et en mettant : $\frac{\partial F(E)}{\partial E_j} = 0$, on obtient le système

d'équations suivant [1], [2]:

$$\sum_{e=1}^M [A^e] \{E^e\} - k_0^2 \sum_{e=1}^M [B^e] \{E^e\} - \sum_{e=1}^M [C^e] \{E^e\} = \{0\} \quad (\text{II. 91})$$

$$A_{ij}^e = \int_{V^e} \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times W_i^e) \cdot (\nabla \times W_j^e) dv \quad (\text{II. 92})$$

$$B_{ij}^e = \int_{V^e} \varepsilon_r W_i^e W_j^e dv \quad (\text{II. 93})$$

$$C_i^e = jk_0 Z_0 \int_{S^e} W_i^e \cdot (\vec{n} \times H) ds \quad (\text{II. 94})$$

S^e : surface de l'élément e .

M : nombre d'éléments dans le maillage du volume V .

Les matrices $[A]$ et $[B]$ sont symétriques et d'ordre $N \times N$.

N : le nombre total de nœuds dans le maillage du volume V .

II. 12. Problème tridimensionnel en domaine ouvert

Considérons un volume V_d clôturé par une surface fictive S_0 , comme le montre la figure II. 10.

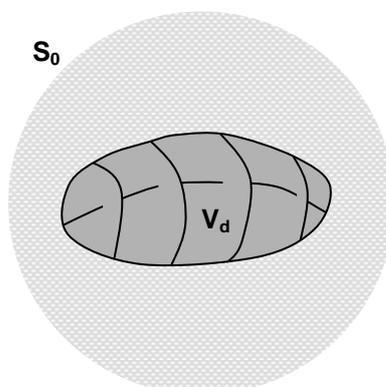


Figure II. 10 : Illustration de la structure clôturée par une surface terminale S_0

Le milieu qui partage l'interface avec S_0 et l'espace libre.

Les champs proches de S_0 sont ainsi régis par l'équation d'onde :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k_0^2 \mathbf{E} = 0 \quad (\text{II. 95})$$

En implémentation tridimensionnelle utilisant le champ électrique comme variable, on a besoin de rapporter la composante tangentielle du champ magnétique au champ électrique en toute discontinuité de surface.

La condition aux limites est intégrée au système à éléments finis à travers l'intégrale sur la surface terminale maillée S_0 .

La condition aux limites se réduit à la simple condition de rayonnement de Sommerfeld, donnée par [1] :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left[\nabla \times \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} + jk_0 \hat{r} \times \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} \right] = 0 \quad (\text{II. 96})$$

II. 13. Formulation générale

Reprenons la situation générale où la méthode des éléments finis devrait être appliquée. C'est le cas d'un volume de forme et de composition arbitraire. Ceci est illustré sur la figure II. 11 avec des frontières qui sont soit physiques soit imaginaires (entité mathématique).

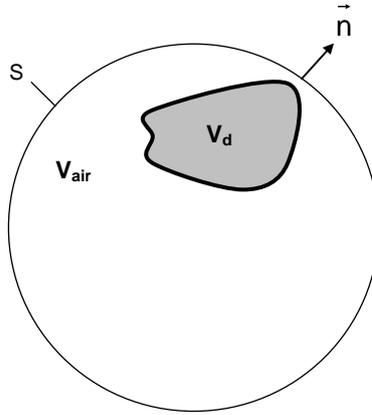


Figure II. 11 : Volume de calcul

II. 13. 1. Origine des équations

Cette origine commence par l'équation vectorielle d'onde. Cette équation différentielle de second ordre est résolue en prenant le produit interne de l'équation vectorielle d'onde et de la fonction de test en sous-domaines W_i , pour former ainsi, le résidu pondéré. Notre objectif est de minimiser ce résidu. Cette procédure génère N_e équations, N_e étant le nombre de fonctions de base associées au champ électrique sur les frontières et à l'intérieur du volume de calcul.

L'équation intégrô-différentielle résultante est [1]-[8]:

$$\int_V \nabla \times \left[\frac{\nabla \times \mathbf{E}^{int}}{\mu_r} \right] \cdot \mathbf{W}_i \, dv - k_0^2 \int_V \epsilon_r \mathbf{E}^{int} \cdot \mathbf{W}_i \, dv = - \int_V \nabla \times \left[\frac{\mathbf{M}}{\mu_r} \right] \cdot \mathbf{W}_i \, dv - jk_0 Z_0 \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{W}_i \, dv$$

(II. 97)

L'exposant "int" désigne les entités internes au volume V.

Dans l'expression (II. 97), le terme à gauche contient l'inconnu champ électrique interne (E^{int}), tandis que le terme à droite contient les sources (J, M). Le terme à droite est exprimé comme suit :

$$f_i^{int} = - \int_V \left\{ \nabla \times \left[\frac{M}{\mu_r} \right] + jk_0 Z_0 J \right\} \cdot W_i \, dv \quad (II. 98)$$

Le courant électrique J est utile pour la modélisation d'une source de courant filaire comme celle utilisée pour exciter une antenne imprimée. Le courant magnétique M peut être utilisé pour représenter l'alimentation à ouverture dans le domaine de calcul [2].

L'équation (II. 97) contient des dérivées de second ordre de l'inconnu champ électrique. Il est préférable de transférer l'une des dérivées depuis le champ électrique à la fonction de test. C'est d'ailleurs pour cette raison qu'on utilise des fonctions de test linéaires. Ce transfert est accompli et (II. 97) devient alors :

$$\int_V \frac{\nabla \times E^{int} \cdot \nabla \times W_i}{\mu_r} \, dv - k_0^2 \int_V \epsilon_r E^{int} \cdot W_i \, dv - jk_0 Z_0 \int_S \vec{n} \times H^{int} \cdot W_i \, ds = f_i^{int} \quad (II. 99)$$

C'est la forme faible de l'équation d'onde comparée à (II. 97).

On reconnaît que (II. 99) représente un système sous-déterminé puisque les fonctions test sont seulement associées au champ électrique interne, alors que le champ électrique et le champ magnétique de surface sont des inconnus. Les équations additionnelles complémentaires sont tirées du rapport entre le champ électrique et le champ magnétique sur le maillage terminal.

L'excitation externe venant par exemple d'une onde plane, peut être introduite dans (II. 99), en considérant les champs incident, réfléchi et diffracté séparément. Spécifiquement, le champ magnétique total externe s'exprime [1] :

$$H^{ext} = H^{inc} + H^{ref} = H^{dif} \quad (II. 100)$$

L'exposant "ext" désigne les entités externes au volume V .

Pour l'analyse de rayonnement, le champ total est égal au champ diffracté. Une équation intégrale en champ magnétique, peut être formée une fois les courants équivalents de surface sont utilisés.

Ces courants peuvent être utilisés pour exprimer H^{dif} , donnant ainsi l'expression :

$$-\vec{n} \times H^{ext}(r) = -\frac{J(r)}{2} - \int_S \vec{n} \times [\nabla \times \vec{G}(r, r') \cdot J(r')] ds' + jk_0 Y_0 \int_S \vec{n} \times \vec{G}(r, r') \cdot M(r') ds' \quad (II. 101)$$

Comme d'habitude les courants électrique et magnétique sont associés aux champs externes tangents par : $J = \vec{n} \times H^{ext}$ et $M = E^{ext} \times \vec{n}$ respectivement [1].

Une alternative peut être tirée en introduisant une équation intégrale en champ électrique. Pour faire ceci, on décompose le champ électrique comme suit :

$$E^{ext} = E^{inc} + E^{ref} = E^{dif} \quad (II. 102)$$

L'équation intégrale en champ électrique sera donc donnée par :

$$-\vec{n} \times E^{ext}(r) = \frac{M(r)}{2} - \int_S \vec{n} \times [\nabla \times \vec{G}(r, r') \cdot M(r')] ds' + jk_0 Z_0 \int_S \vec{n} \times \vec{G}(r, r') \cdot J(r') ds' \quad (II. 103)$$

La forme faible de l'équation d'onde (II. 99) implique les champs dans le volume V , tandis que les champs évoqués dans l'expression (II. 101), ils sont confinés sur la région externe. Tous ces champs doivent être couplés ensemble pour réaliser une hybridation de (II. 99) avec (II. 101). Ceci est réalisé par la contrainte de continuité de champ tangent à travers l'enclos du volume :

$$\vec{n} \times H^{int} = \vec{n} \times H^{ext} \quad \text{sur la surface } S \quad (II. 104)$$

$$\vec{n} \times E^{int} = \vec{n} \times E^{ext} \quad \text{sur la surface } S \quad (II. 105)$$

La condition (II. 104) de continuité associée au champ magnétique est dite condition naturelle et est forcée en posant : $H^{int} = H^{ext}$ dans (II. 101). La condition de continuité du champ électrique (II. 105) doit être explicitement forcée dans la formulation et est dite condition essentielle [1].

En combinant les expressions (II. 99), (II. 101) et (II. 104), on obtient les équations de couplage sur la surface S :

$$\begin{aligned}
 & \int_V \frac{\nabla \times \mathbf{E}^{\text{int}} \cdot \nabla \times \mathbf{W}_i}{\mu_r} dv - k_0^2 \int_V \varepsilon \mathbf{E}^{\text{int}} \cdot \mathbf{W}_i dv - jk_0 Z_0 \int_S \vec{n} \times \mathbf{H}^{\text{int}} \cdot \mathbf{W}_i ds = f_i^{\text{int}} \\
 & - \frac{1}{2} \int_S [\mathbf{Q}_i \cdot (\vec{n} \times \mathbf{H}^{\text{int}})] ds - \iint_S \mathbf{Q}_i \cdot [\vec{n} \times \nabla \times \overline{\overline{\mathbf{G}}} \times \vec{n}'] \cdot \mathbf{H}^{\text{int}} ds' ds \\
 & - jk_0 Y_0 \iint_S \mathbf{Q}_i \cdot [\vec{n} \times \overline{\overline{\mathbf{G}}} \times \vec{n}'] \cdot \mathbf{E}^{\text{ext}} ds' ds = f_i^{\text{ext}}
 \end{aligned}
 \tag{II. 106}$$

Le terme de l'excitation externe est donné par :

$$f_i^{\text{ext}} = - \int_S \mathbf{Q}_i \cdot \vec{n} \times \mathbf{H}^{\text{ext}} ds
 \tag{II. 107}$$

\mathbf{Q}_i sont les fonctions de test associées à \mathbf{H}^{ext} .

On note la présence de trois classes de champ inconnu en (II. 106) : \mathbf{E}^{int} , \mathbf{E}^{ext} , \mathbf{H}^{int} . Dans (II. 106), la condition (II. 104) de continuité du champ magnétique est intégrée ordinairement. Cependant la condition (II. 105) de continuité du champ électrique, doit être forcée pour résoudre (II. 106). Ceci peut s'accomplir en deux manières :

- Implicitement en utilisant des fonctions de base identiques pour \mathbf{E}^{int} et \mathbf{E}^{ext} sur la surface S.

- Explicitement par contrainte de la relation auxiliaire :

$$\int_S [\mathbf{Q}_i \cdot \vec{n} \times (\mathbf{E}^{\text{int}} - \mathbf{E}^{\text{ext}})] ds = 0
 \tag{II. 108}$$

qui satisfait (II. 105) au sens moyen ou faible.

Les fonctions de test \mathbf{W}_i pour le problème interne ne sont pas nécessairement les mêmes que les fonctions de test \mathbf{Q}_i utilisées pour le problème externe. En effet, les fonctions de test \mathbf{W}_i sont associées aux champs internes (dans le volume V), tandis que les fonctions de test \mathbf{Q}_i sont associées aux champs de surface (sur la surface S) [1]-[8].

Ainsi, pour le cas général avec une expansion différente pour les champs électriques internes et externes, nous avons les équations couplées suivantes :

$$f_i^{int} = \int_V \frac{\nabla \times W_i \cdot \nabla \times E^{int}}{\mu_r} dV - k_0^2 \int_V \epsilon_r W_i \cdot E^{int} \cdot dV - jk_0 Z_0 \int_S W_i \cdot \vec{n} \times H^{int} ds$$

$$f_i^{ext} = -\frac{1}{2} \int_S [Q_i \cdot (\vec{n} \times H^{int})] ds - \iint_S Q_i \cdot [\vec{n} \times \nabla \times \vec{G} \times \vec{n}'] \cdot H^{int} ds' ds$$

$$- jk_0 Y_0 \iint_S Q_i \cdot [\vec{n} \times \vec{G} \times \vec{n}'] \cdot E^{ext} ds' ds$$

$$\int_S [Q_i \cdot \vec{n} \times (E^{int} - E^{ext})] ds = 0 \quad (II. 109)$$

II. 13. 2. Solution des équations

La solution de (II. 109) procède par le développement du champ électrique interne au volume V et des champs magnétique et électrique tangents à la surface S, en terme de fonctions de base :

$$E^{int} = \sum_{j=1}^{N_v} E_j W_j \quad \text{champ électrique interne}$$

$$E^{ext} = \sum_{j=N_v+1}^{N_v+N_{es}} E_j V_j \quad \text{champ électrique sur la surface}$$

$$H^{int} = \sum_{j=N_v+N_{es}+1}^{N_v+N_{es}+N_{hs}} H_j Q_j \quad \text{champ magnétique sur la surface}$$

(II. 110)

N_v : nombre d'inconnus en champ électrique interne,

N_{es} : nombre d'inconnus en champ électrique externe,

N_{hs} : nombre d'inconnus en champ magnétique externe,

Le nombre total d'inconnus est : $N = N_v + N_{es} + N_{hs}$.

Le champ électrique dans le volume est développé par des fonctions de base volumiques. Les champs électrique et magnétique sur la surface sont développés en terme de fonctions de base surfaciques.

Si on utilise la procédure de Galerkin, alors les mêmes fonctions utilisées pour le test dans (II. 109) seront utilisées pour l'expansion du champ.

Comme on l'a déjà mentionné, la contrainte de continuité du champ magnétique à travers l'interface, est réalisée en égalant les champs magnétiques externes et internes à travers la surface S. Quant à la contrainte de continuité du champ électrique tangent, elle doit être forcée [1], [2].

Quand on introduit les trois expressions de (II. 110) dans les trois équations de (II. 109), on obtient :

$$\sum_{j=1}^{j=N_v} E_j \left\{ \int_V \frac{\nabla \times W_i \cdot \nabla \times W_j}{\mu_r} dv - k_0^2 \int_V \epsilon_r W_i \cdot W_j \cdot dv \right\} - j k_0 Z_0 \sum_{j=N_e+1}^N H_j \left\{ \int_S W_i \cdot \vec{n} \times Q_j ds \right\} = f_i^{int}$$

$$i=1,2,\dots,N_v$$

$$\sum_{j=N_e+1}^{j=N} H_j \left\{ -\frac{1}{2} \int_S [Q_i \cdot (\vec{n} \times Q_j)] ds - \iint_S Q_i \cdot [\vec{n} \times \nabla \times \vec{G} \times \vec{n}'] \cdot Q_j ds' ds \right\} - j k_0 Y_0 \sum_{j=N_v+1}^{j=N_e} E_j \left\{ \iint_S Q_i \cdot [\vec{n} \times \vec{G} \times \vec{n}'] \cdot V_j ds' ds \right\} = f_i^{ext}$$

$$i=N_e+1, N_e+2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^{j=N_v} E_j \left\{ \int_S [Q_i \cdot \vec{n} \times W_j] ds \right\} - \sum_{j=N_v+1}^{j=N_e} E_j \left\{ \int_S [Q_i \cdot \vec{n} \times V_j] ds \right\} = 0$$

$$i=N_v+1, N_v+2, \dots, N_e$$

(II. 111)

$N_e = N_v + N_{es}$: est le nombre total des inconnus en champ électrique,

$N = N_e + N_{hs}$: est le nombre total d'inconnus.

La satisfaction implicite de la continuité du champ électrique est accomplie par l'emploi de fonctions de base identiques. Dans ce cas, les fonctions de base surfaciques V_j sont choisies pour être identiques à une évaluation surfacique des fonctions de base volumiques W_j (par exemple $V_j = W_j$ quand (x, y, z) tend vers une surface) [1], [2].

En conséquence, on réécrit l'expansion du champ magnétique et électrique comme suit :

$$\begin{aligned}
 E &= \sum_{j=1}^{j=N_e} E_j W_j && \text{champ électrique sur la surface et dans le volume} \\
 H &= \sum_{j=N_e+1}^{j=N} H_j Q_j && \text{champ magnétique sur la surface}
 \end{aligned}
 \tag{II. 112}$$

Ainsi, si on force l'expansion du champ externe à être identique à celle du champ interne, alors la continuité serait assurée. On peut dans ce cas omettre l'équation de couplage dans (II. 109). En outre, si on introduit l'expression (II. 112), on obtient :

$$\sum_{j=1}^{j=N_e} E_j \left\{ \int_V \frac{\nabla \times W_i \cdot \nabla \times W_j}{\mu_r} dv - k_0^2 \int_V \epsilon_r W_i \cdot W_j dv \right\} - j k_0 Z_0 \sum_{j=N_e+1}^{j=N} H_j \left\{ \int_S W_i \cdot \vec{n} \times Q_j ds \right\} = f_i^{int}$$

$$i=1,2,\dots,N_e$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j=N_e+1}^{j=N} H_j \left\{ -\frac{1}{2} \int_S [Q_i \cdot (\vec{n} \times Q_j)] ds - \iint_S Q_i \cdot [\vec{n} \times \nabla \times \overline{\overline{G}} \times \vec{n}'] \cdot Q_j ds' ds \right\} \\
 &- j k_0 Y_0 \sum_{j=1}^{j=N_e} E_j \left\{ \iint_S Q_i \cdot [\vec{n} \times \overline{\overline{G}} \times \vec{n}'] \cdot V_j ds' ds \right\} = f_i^{ext}
 \end{aligned}$$

$$i=N_e+1, N_e+2, \dots, N$$

$$\tag{II. 113}$$

Le système matriciel représenté par (II. 113) est résolu soit directement ou par procédé itératif pour déterminer les champs électrique et magnétique.

Les équations (II. 106)–(II. 113), constituent une forme générale et peuvent être ainsi utilisées pour toutes les configurations [1].

II. 14. Excitation

La solution du système à éléments finis requies la spécification de la source. Plusieurs types de sources sont utilisés pour l'excitation d'une structure.

Ces sources sont largement divisées en deux catégories : externes et internes. La plus commune des sources externes est l'onde plane. En effet, le champ incident doit être décomposé en un nombre d'ondes planes et la superposition garantie que la solution à l'excitation générale peut être trouvée par sommation des solutions pour chaque onde plane. Cependant, une source d'onde arbitraire doit être spécifiée (par exemple : faisceau gaussien ou diagramme mesuré).

Les sources internes sont quant-à-elles définies comme étant des courants électriques ou magnétiques. Elles caractérisent aussi bien les alimentations filaires (sonde) que les alimentations à ouverture [1].

Exemples

Onde plane

L'onde plane est une source utile pour la détermination de la section transversale radar (STR) qui trouve son importance dans le domaine de la détection et de l'identification d'objets. En effet, cette excitation caractérise bien le traitement du problème de diffraction qui résulte de la collision de l'onde avec une cible quelconque.

Alimentation par sonde

Une autre source utilisée pour l'excitation est le courant électrique J , qui peut être utilisé pour simuler une alimentation à sonde. Cette alimentation est attribuée par exemple au cas d'excitation d'éléments imprimés.

II. 15. Applications

Le problème à domaine ouvert trouve une variété d'applications en rayonnement, diffraction et simulation de circuit micro-ondes.

Le calcul de la surface radar d'une structure tridimensionnelle complexe en diffraction reste un cas de pointe pour la détection d'objets et pour l'identification.

En rayonnement, la modélisation des caractéristiques : diagramme de rayonnement, couplage mutuel, distribution des courants, etc. n'est devenue possible que grâce à la numérisation des équations de Maxwell. Pour le cas de notre étude, cette numérisation est basée sur la conjugaison de la méthode des éléments finis et des conditions aux limites pour l'unicité des résultats [1].

Il est à mentionner que nos calculs pour le rayonnement et la diffraction ont été générés en utilisant des fonctions de base linéaires sur éléments tétraédriques. Le système d'équations obtenu est résolu par procédé itératif.

Dans notre approche qui consiste en l'analyse de rayonnement des réseaux conformés d'antennes imprimées, l'emploi de la méthode des éléments finis s'avère indispensable. Le caractère courbe des éléments ainsi que l'effet de couplage mutuel nous oblige à passer par les méthodes numériques dont la méthode des éléments finis pour résoudre les équations intégral-différentielles qui découlent des lois de Maxwell.

Ainsi le maillage de la structure est réalisé par des éléments simples sans pour autant qu'on ait à étendre ce maillage à l'infini. L'intégration de la condition aux limites de Sommerfeld permet de tronquer avec une certaine précision le domaine de calcul et réduire ainsi le temps de calcul.

II. 16. Structure du module d'analyse à base d'éléments finis

Dans ce qui précède, nous avons expliqué le fait que les champs électrique et magnétique obéissent aux équations intégral-différentielles de Maxwell. La complexité de ce système d'équations laisse à dire qu'il n'est aucunement envisageable de le résoudre analytiquement et les procédés numériques s'imposent donc fortement. Pour le traitement numérique, on s'est basé sur la méthode des éléments finis et ce pour sa simplicité d'intégration aux modules de calcul avec l'avantage d'une certaine précision dans les résultats liée au nombre de nœuds du maillage de la structure étudiée.

En effet, la numérisation du système d'équation, nécessite à la fois :

- une diminution de l'ordre de dérivation ou la mise en forme faible,
- une permutation des ordres d'intégration et de sommation,
- un assemblage des équations élémentaires couplées (qui partagent les mêmes nœuds) afin d'obtenir un système déterminé.

A ce stade la résolution du système n'est pas unique et le nombre de solutions est infini. L'unicité des résultats n'est assurée que par les conditions aux limites. Ces conditions en fait, contraignent les solutions à respecter des contraintes sur la surface terminale de troncation du maillage. Pour notre étude, ces conditions se limitent à la condition de rayonnement en zone lointaine ou de Sommerfeld qui lie directement le champ électrique au champ magnétique.

Par ailleurs, toutes les contraintes de continuités à travers les matériaux constituant la structure doivent être forcés via des équations additionnelles et ce à chaque itération.

Sur la figure II. 12, nous avons résumé les étapes essentielles et principales dans le processus de traitement et de résolution du problème d'analyse de structures arbitraires en rayonnement et en diffraction.

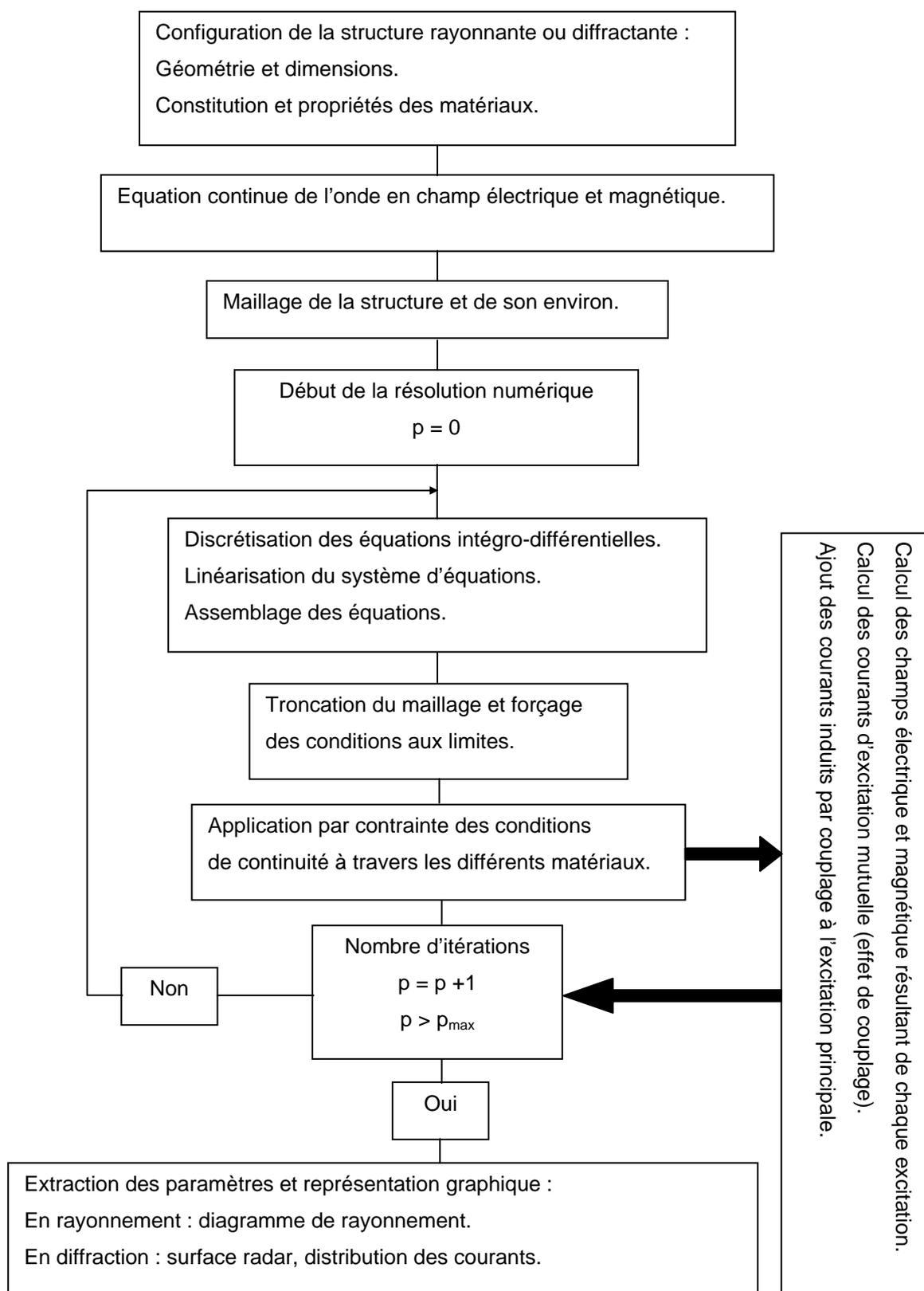


Figure II. 12 : Organigramme de la résolution par la méthode des éléments finis
Problème d'analyse en rayonnement et en diffraction de structures arbitraires

Sur l'organigramme, le nombre d'itération maximum p_{\max} est choisi assez élevé pour la précision des résultats sachant que le nombre de nœuds soit assez important et que la résolution se fait itérativement pour le système d'équations linéarisé.

Par ailleurs, ce même processus itératif renfermera la contrainte des conditions aux limites en zone lointaine (Sommerfeld) et celle des conditions de continuités via les matériaux constituant la structure.

Le choix d'un nombre maximum d'itération au lieu du critère d'erreur minimale est dû à la simple raison que cette dernière condition ne sera jamais atteinte, car certains nœuds l'emporteront sur d'autres à chaque itération. Donc, il est plus judicieux d'opter pour la minimisation de l'erreur au sens moyen en fixant un nombre d'itération assez élevé plutôt que pour le critère qui minimise l'erreur au sens local.

II. 17. Conclusion

Le chapitre deux, a été subdivisé en quatre sections.

La section I traite les fonctions de base uni, bi et tridimensionnelle ainsi que leurs caractéristiques. Les fonctions de base sont classées en deux catégories, celles qui sont basées sur les arêtes et celles qui sont basées sur les nœuds.

La section II, renvoie l'application de la méthode des éléments finis pour le cas de structures unidimensionnelles. Cette application renferme : la mise de l'équation d'onde en forme faible et sa discrétisation, l'assemblage des matrices élémentaires et la résolution du système global soumis aux contraintes de limites.

La section III translate la même méthodologie au cas bidimensionnel.

La section IV, a tracé l'évolution de l'application de la méthode des éléments finis aux structures tridimensionnelles. La discrétisation des équations continues constitue une étape essentielle pour la réalisation de notre code de traitement numérique chargé de l'analyse du rayonnement des antennes imprimées en réseaux conformés.

Pour toutes les structures quelles soient uni, bi ou tridimensionnelles, la méthode des éléments finis, renferme à la fois la numérisation des équations et la troncation du domaine par les conditions aux limites. Cette procédure, constitue l'essentiel de la méthode qui se distingue par une efficacité remarquable et permet ainsi de basculer d'un système d'équations intégral-différentielles complexe à un système d'équations linéaires simple.

La résolution numérique se fait itérativement à plusieurs passages sur le domaine de calcul tout en forçant les contraintes liées aux équations linéarisées et aux conditions aux limites à chaque itération. Ainsi les solutions convergent et peuvent être d'une extrême précision si l'on affine le maillage de la structure étudiée au détriment certes du temps de calcul.

Le traitement numérique pour plusieurs cas d'applications liées au problème de rayonnement et de diffraction a permis d'extraire un bon nombre de résultats très remarquables et qui feront d'ailleurs l'objet du chapitre trois suivant.

CHAPITRE TROIS

RESULTATS DE SIMULATIONS EN ANALYSE

III. 1. Introduction

L'application de la méthode des éléments finis avec les conditions aux limites appropriées est un outil efficace quant aux problèmes de rayonnement ou de diffraction. L'extraction des paramètres caractéristiques : diagramme de rayonnement, section radar, paramètres de diffusion, distribution de courant, etc., seraient donc possible avec une certaine précision liée au nombre de nœuds qui forment le maillage.

Pour le premier volet de notre travail de thèse, on commence par la validation de notre outil de calcul par un nombre d'applications. Ces applications concernent la section radar dans la section I ainsi que la distribution de courant qui fera l'objet de la section II.

Quant à notre objectif principal qui reste l'analyse de rayonnement d'antennes imprimées sur des surfaces conformées avec effet de courbure et effet de couplage, il sera abordé dans la section III.

Comme on pourra le voir par la suite, les résultats obtenus restent étroitement semblables et comparables à ceux obtenus par d'autres auteurs et constitueraient en conséquence un appui inébranlable pour notre approche.

SECTION I

PREMIERS RESULTATS

SECTION TRANSVERSALE RADAR

III. 2. Section transversale radar

III. 2. 1. Cible cubique

La première cible choisie ici est un cube en CEP de 0.1λ de côté comme on peut le voir sur la figure III. 1.

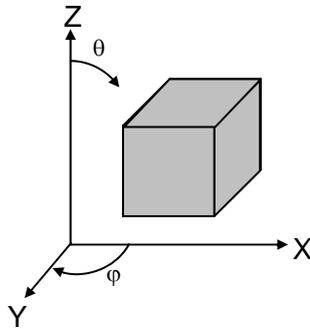


Figure III. 1 : Diffracteur cubique

La section transversale radar (STR) symbolisée par σ , est normalisée par rapport à λ^2 et est présentée sur la figure III. 2 en fonction de l'angle d'observation θ et pour le plan défini par $\varphi = 90^\circ$. Pour cette application, on considère un champ électrique unitaire d'incidence en z et de polarisation en x . Sur la figure III. 2, on remarque que la STR a tendance à diminuer en fonction de θ .

Cet exemple est rapporté ici pour une confrontation avec le résultat de la figure III. 3 [23]. Celui-ci a été obtenu par une résolution à base de la méthode des moments. Par simple inspection des deux figures III. 2 et III. 3, on en conclut une ressemblance très nette à croire que les deux méthodes restent différentes sans oublier pour autant l'influence du maillage et celle des erreurs du calcul numérique.

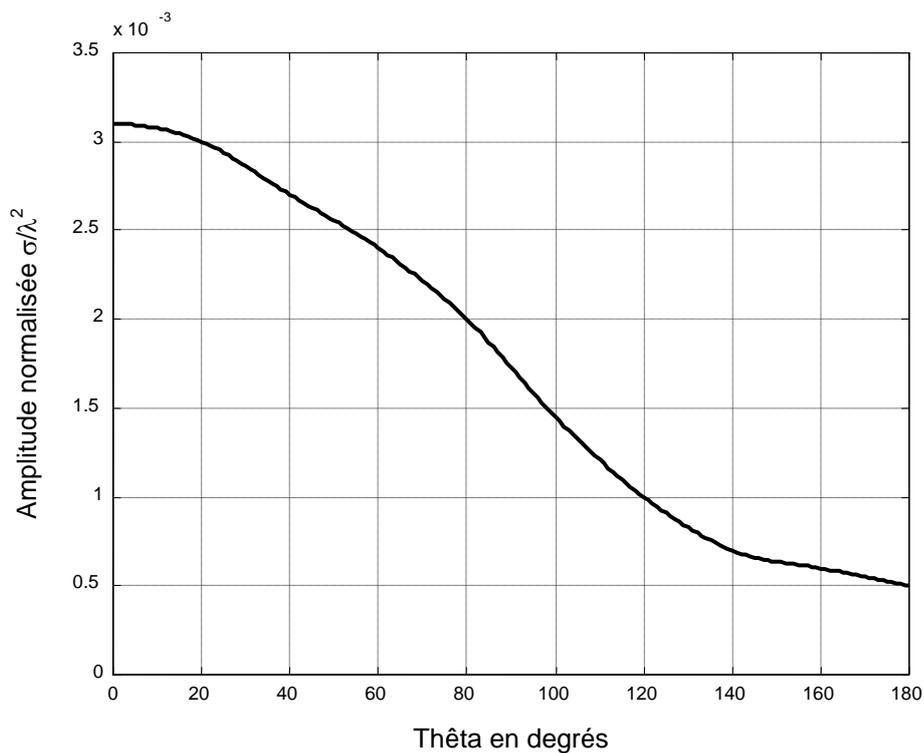


Figure III. 2 : Section transversale radar
Cube en CEP, méthode des éléments finis

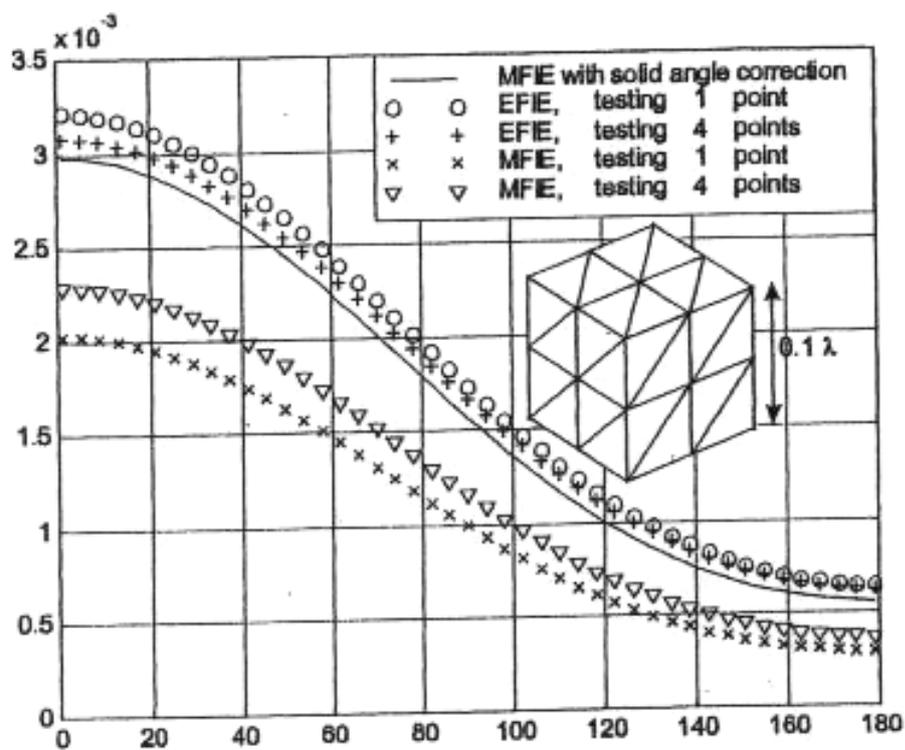


Figure III. 3 : Section transversale radar
Cube en CEP, méthode des moments

III. 2. 2. Cible pyramidale

Comme deuxième application, le corps diffracteur cette fois-ci est une pyramide en CEP avec une base carrée de 0.07λ de côté et une hauteur de 0.05λ . La figure III. 4 illustre cette structure dans un repère cartésien. Le champ électrique est unitaire, d'incidence en z et de polarisation en x.

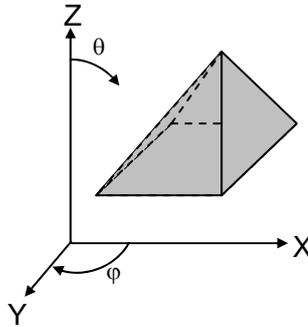


Figure III. 4 : Diffracteur pyramidal

Le résultat numérique pour ce diffracteur est présenté sur la figure III. 5 en fonction de l'angle d'observation θ pour le plan $\varphi = 0^\circ$. Il est clair que sur la figure III. 5, la STR possède un point extremum valorisé par $\theta = 95^\circ$. Ce même diffracteur a été traité par la méthode des moments et le résultat est donné sur la figure III. 6 afin de pouvoir en tirer une comparaison avec notre approche [23]. La concordance des deux figures III. 5 et III. 6 ne fait que renforcer le fait que notre module de calcul à base d'éléments finis est très bien adapté à toutes les structures et peut être engagé autant pour le calcul de la STR que pour le calcul des autres paramètres électromagnétiques.

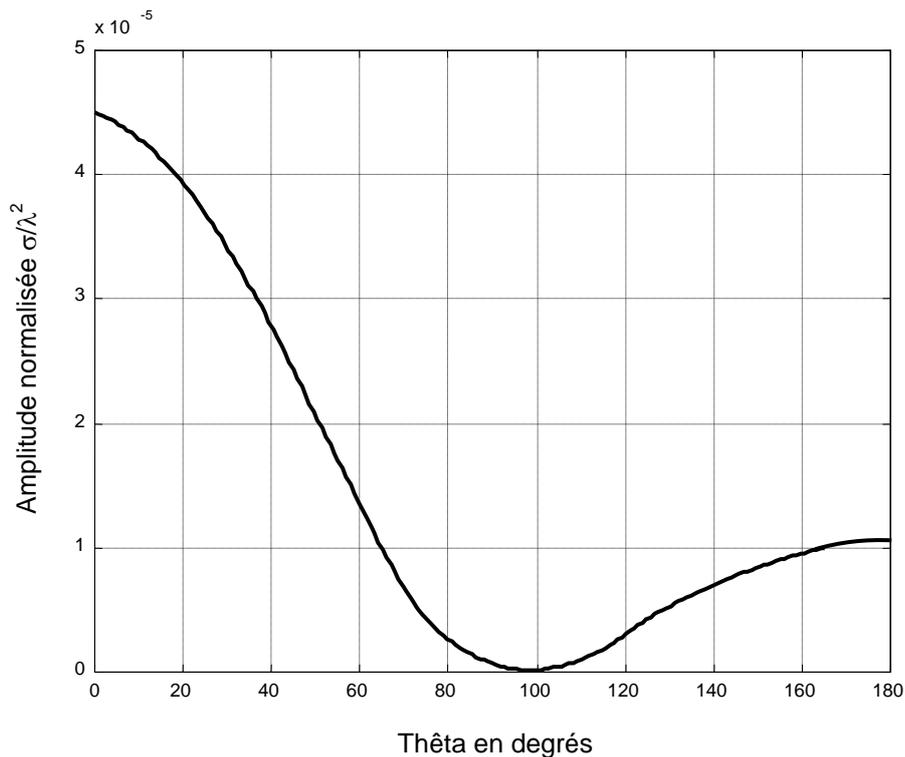


Figure III. 5 : Section transversale radar
Pyramide en CEP, méthode des éléments finis

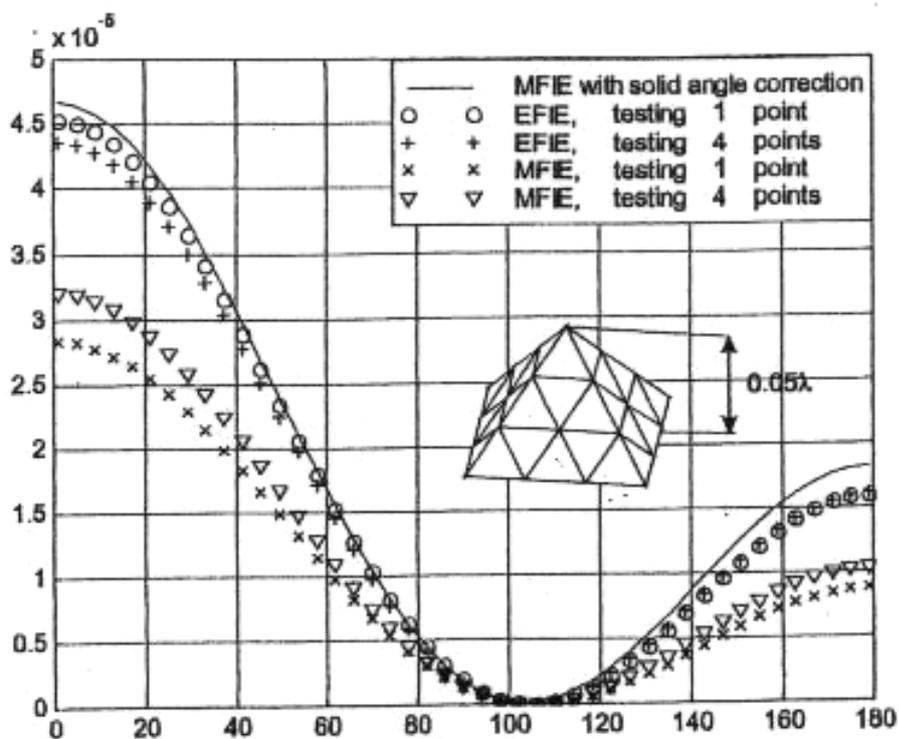


Figure III. 6 : Section transversale radar
Pyramide en CEP, méthode des moments

III. 2. 3. Cible conique

Le corps conique représente un bon exemple de comparaison avec d'autres travaux. Tel qu'il est montré sur la figure III. 7, ce diffracteur est un cône en CEP avec une base de 0.1λ de diamètre et une hauteur de 0.04λ . L'incidence du champ électrique qui illumine la structure est dirigée selon z et sa polarisation est en x.

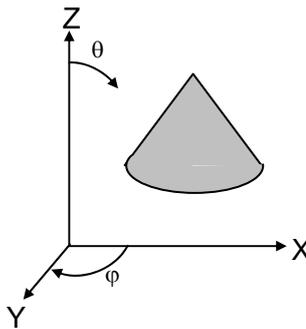


Figure III. 7 : Diffracteur conique

La simulation par notre code de traitement numérique nous a permis d'extraire la STR de cette cible. Celle-ci est esquissée sur la figure III. 8 pour le plan $\varphi = 90^\circ$. Ainsi, on peut remarquer que la STR diminue en fonction de θ et le même phénomène est observé sur la figure III. 9 qui a été obtenue par une simulation basée sur la méthode des moments [23]. Cette fois encore la corrélation des deux figures est frappante et constitue un argument de force pour notre outil de calcul numérique.

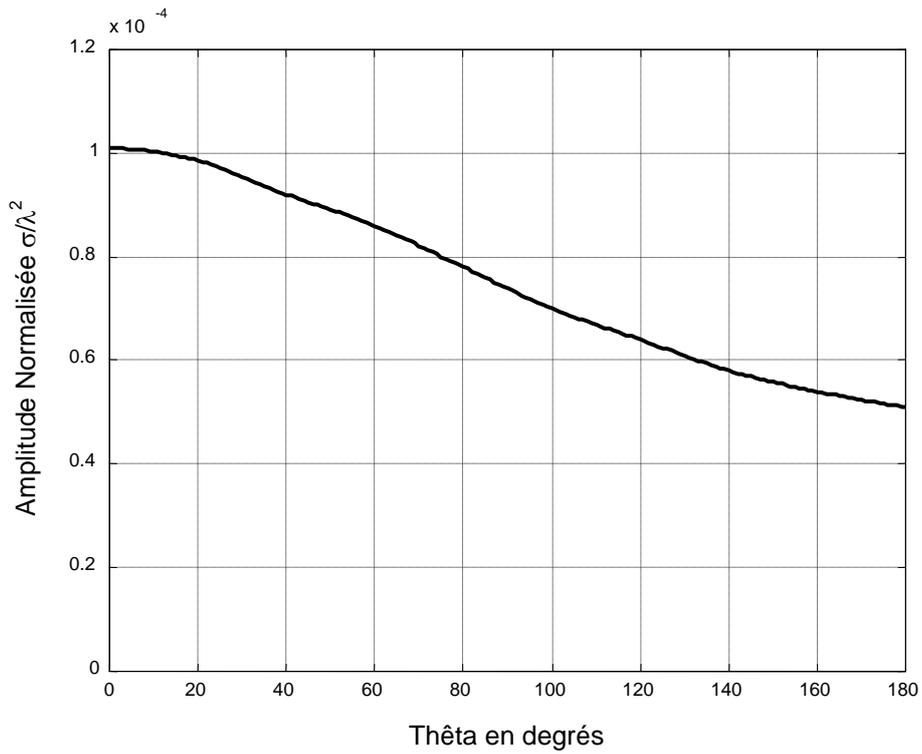


Figure III. 8 : Section transversale radar
Cône en CEP, méthode des éléments finis

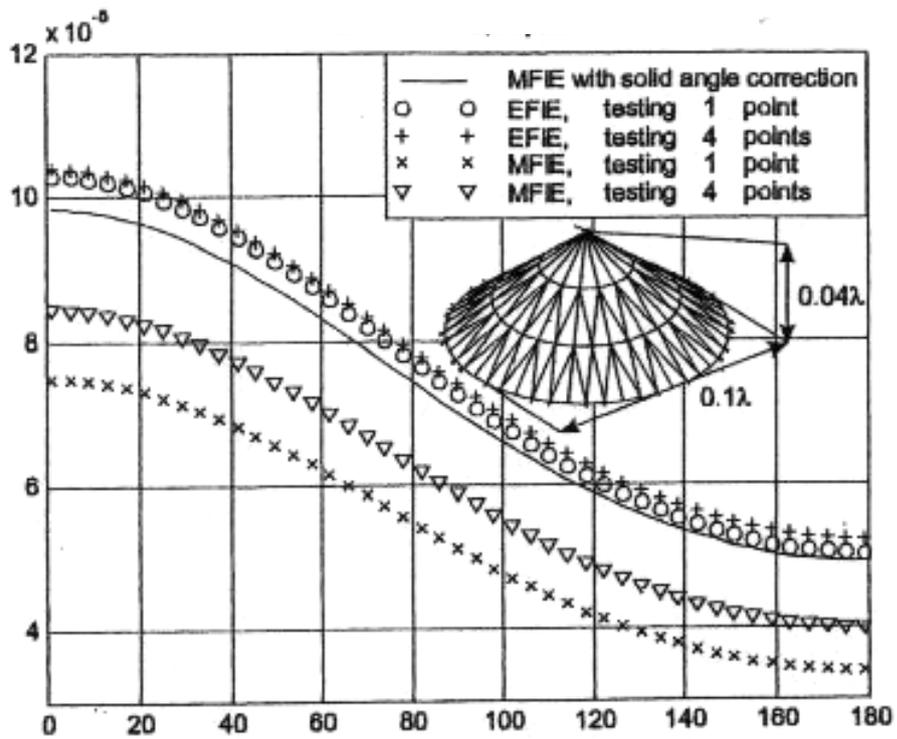


Figure III. 9 : Section transversale radar
Cône en CEP, méthode des moments

III. 2. 4. Cible sphérique

Dans le contexte des corps tridimensionnels, la cible sphérique devrait être évoquée. Sur la figure III. 10, la sphère est constituée d'un conducteur électrique parfait avec un diamètre 0.1λ . Le champ électrique qui éclaire le corps de la sphère est incident selon l'axe z et sa polarisation est en x.

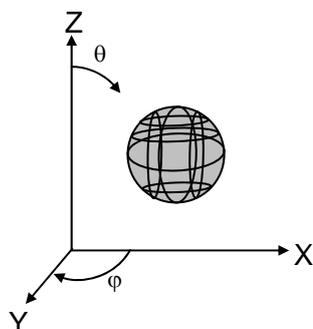


Figure III. 10 : Diffracteur sphérique

Sur la figure III. 11, on a présenté l'allure de la STR pour le plan $\varphi = 0^\circ$. Cette courbe a été obtenue après simulation sur notre module de traitement numérique fondé sur la méthode des éléments finis. On peut voir sur la figure III. 11, que la STR manifeste clairement trois extremums en fonction de Thêta.

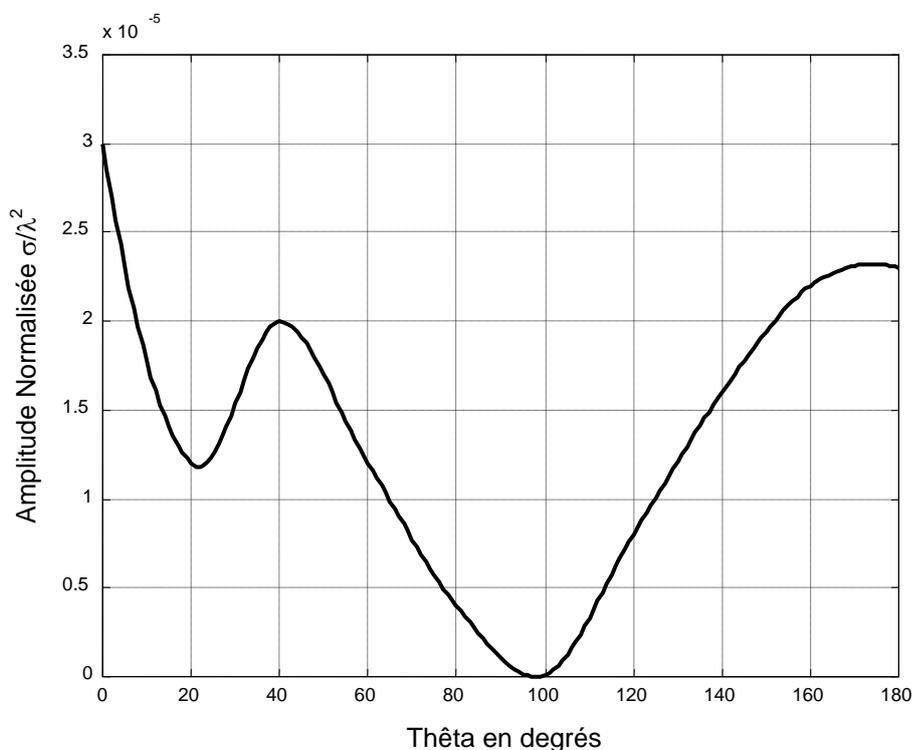


Figure III. 11 : Section transversale radar
Sphère en CEP, méthode des éléments finis

SECTION II

DEUXIEMES RESULTATS DISTRIBUTION DE COURANT

III. 3. Distribution de courant

Toujours par soucis de confrontation de notre outil de calcul avec d'autres approches, nous proposons dans cette section des résultats qui concernent la distribution de courant. Cette distribution résulte en effet de la collision d'une onde électromagnétique avec un corps rayonnant.

III. 3. 1. Radiateur ogival

La première application est réservée à un corps ogival ayant un grand côté de 10λ et un petit côté de 3λ (figure III. 12). Cette structure entre en collision avec un champ unitaire polarisé en z, la direction d'incidence est en x.

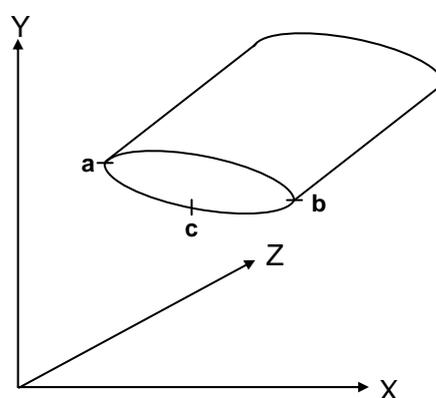


Figure III. 12 : Radiateur ogival

Sur la figure III. 13, on a donné l'allure de la densité de courant calculée pour le corps ogival sur la moitié de son périmètre (de b vers a) en fonction de la distance curviligne. La distribution sur l'autre moitié sera obtenue par symétrie. La figure III. 14, a été quant à elle obtenue après simulations fondées sur la méthode des moments et sous les mêmes contraintes [24]. Vu la ressemblance entre les deux courbes, on peut conclure le fait que notre traitement numérique à base d'éléments finis est doté d'une précision remarquable et peut être en conséquence étendu à d'autres structures. Un autre argument qui renforce nos résultats vient du fait que la zone exposée (de a à c) est la zone où les courants sont les plus concentrés comparée à la zone ombrée (de c à b).

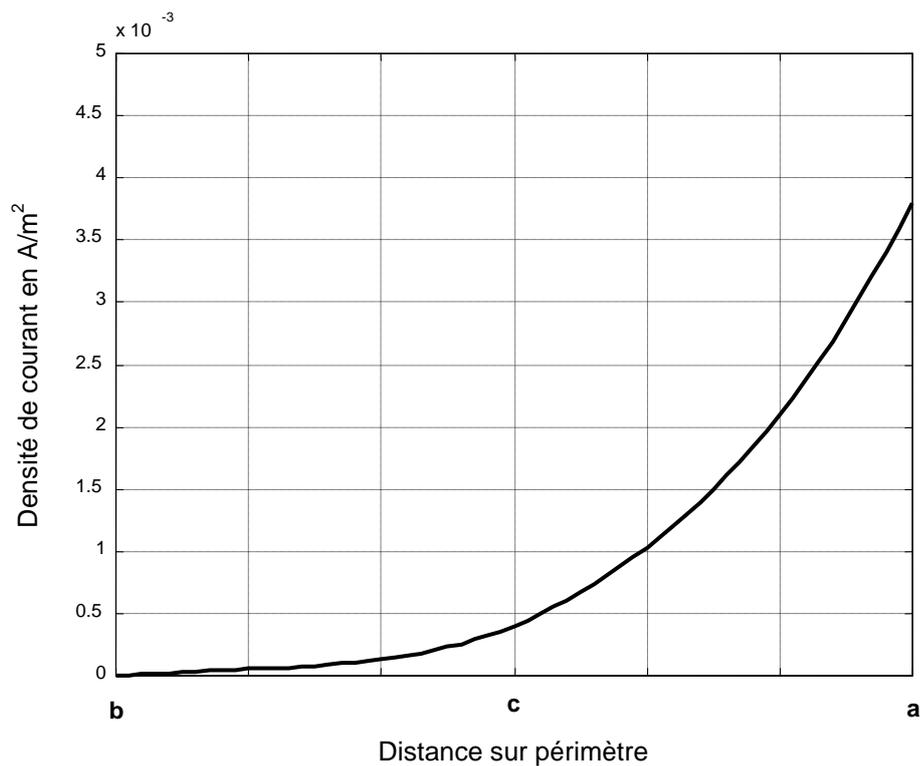


Figure III. 13 : Densité de courant
Radiateur ogival, méthode des éléments finis

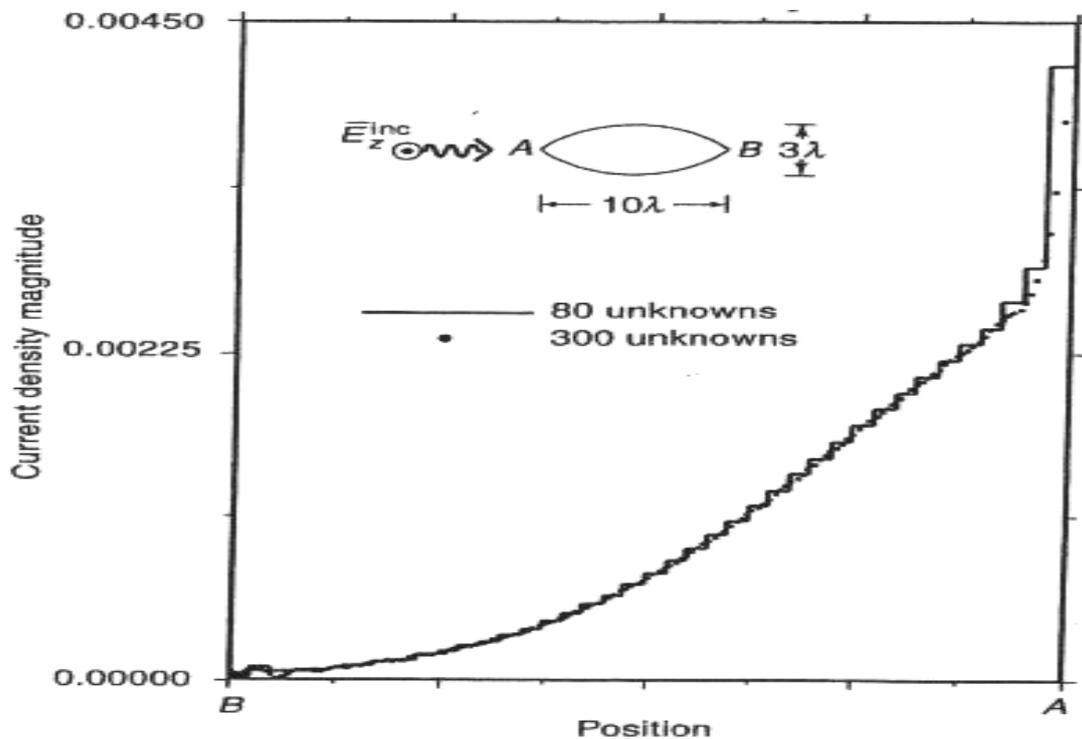


Figure III. 14 : Densité de courant
Radiateur ogival, méthode des moments

III. 3. 2. Radiateur discal

Un radiateur de section discale a été pris comme deuxième application. Comme le montre la figure III. 15, celui-ci a une circonférence de 5λ et est soumis selon l'axe x à un champ magnétique unitaire polarisé en z.

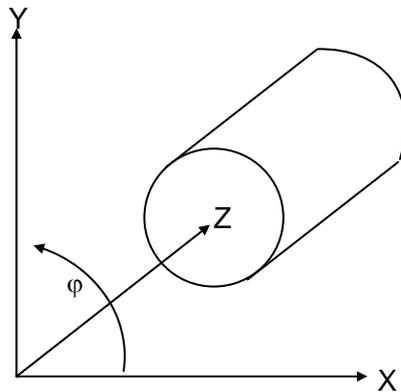


Figure III. 15 : Radiateur discal

Le résultat de la simulation pour ce corps tridimensionnel est montré sur la figure III. 16 en fonction de l'angle Phi sur le plan XY. Pour la deuxième moitié sur le plan XY (entre $\text{Phi} = 180^\circ$ et $\text{Phi} = 360^\circ$), le résultat serait déduit par symétrie. Sous les mêmes contraintes, et sur la base de la méthode des moments le résultat de la figure III. 17 a été généré [27]. Cette fois-ci encore, la concordance avec la figure III. 16 est très visible. Ainsi s'impose la capacité de notre module de calcul à analyser toute structure rayonnante ou diffractante afin d'extraire les différents paramètres électromagnétiques recherchés.

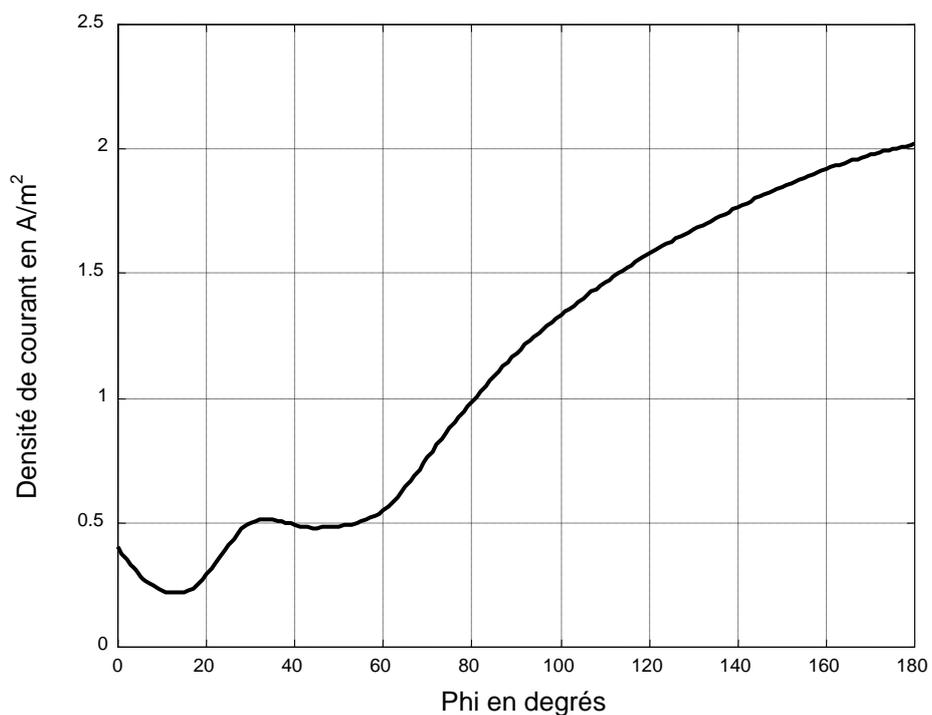


Figure III. 16 : Densité de courant
Radiateur discal, méthode des éléments finis

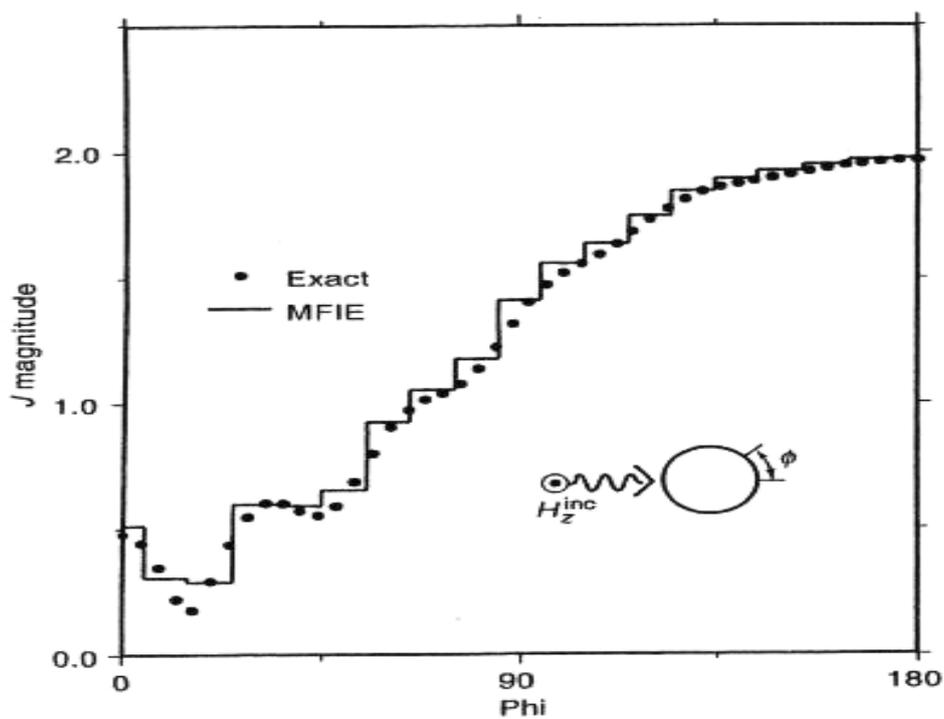


Figure III. 17 : Densité de courant
Radiateur discal, méthode des moments

Toujours dans le cadre du radiateur discal, mais cette fois-ci, il s'agit d'une incidence de champ électrique unitaire de direction x et de polarisation en z.

Sur la figure III. 18 [27], le résultat numérique obtenu par la méthode des éléments finis est exposé en fonction de l'angle Phi.

Comme toujours, la moitié complémentaire ($\text{Phi} = 180^\circ \rightarrow 360^\circ$) est obtenue simplement par symétrie. L'allure de la courbe est monotone et augmente en fonction de Phi. Ce phénomène est tout à fait naturel, étant donné que la partie exposée ($\text{Phi} = 90^\circ \rightarrow 180^\circ$) est plus dense en courant que la partie ombrée ($\text{Phi} = 0^\circ \rightarrow 90^\circ$).

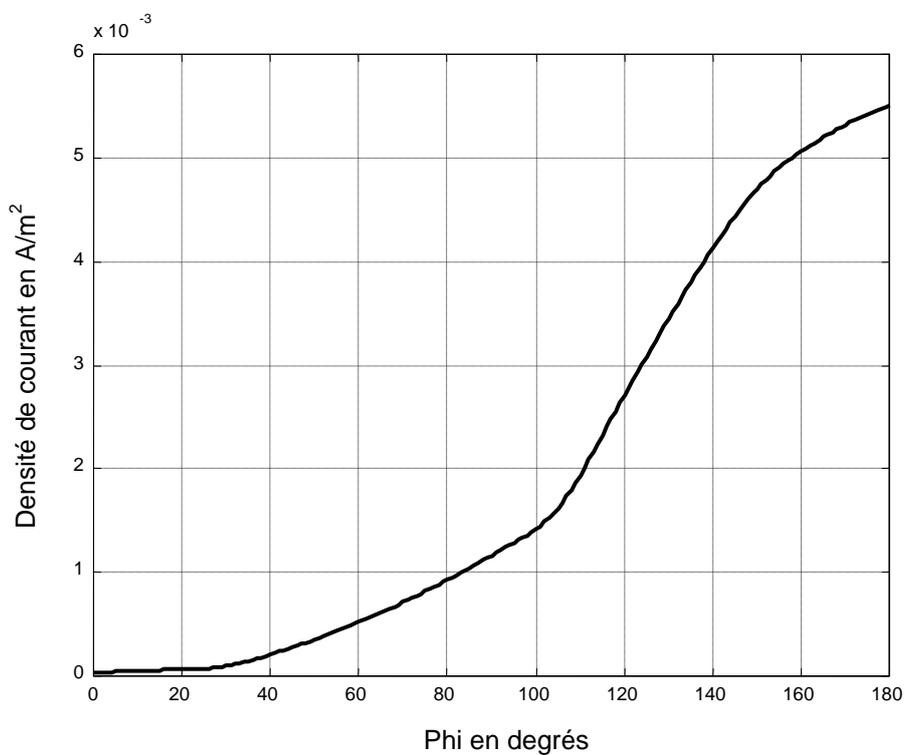


Figure III. 18 : Densité de courant
Radiateur discal, méthode des éléments finis

III. 3. 3. Radiateur semi-discal

Une troisième analyse est entreprise ici et qui concerne cette fois-ci une cible semi-discale ayant un côté de 3.8λ et un arc de 3.8λ comme le montre la figure III. 19. Le champ électrique d'éclairage est unitaire, polarisé en z et d'incidence selon l'axe x.

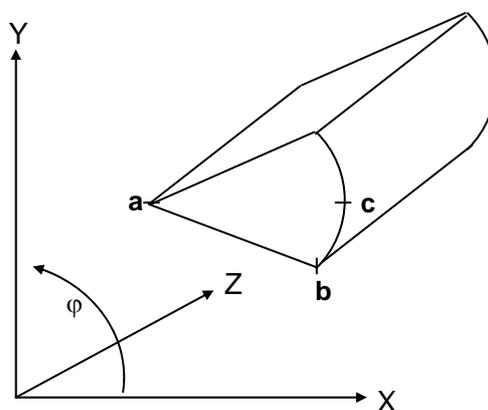


Figure III. 19 : Radiateur semi-discal

L'utilisation d'une discrétisation à éléments finis a engendré pour ce radiateur la figure III. 20. Sur celle-ci, est exprimée la densité de courant en fonction de la distance curviligne. La partie complémentaire de cette courbe sera extraite par symétrie.

Sur la figure III. 20, la zone exposée est plus dense en comparaison avec la partie ombrée. Le même phénomène est observé sur la figure III. 21 réalisée par son auteur et présentée ici à titre de confrontation [24]. Cette confrontation joue dans ce cas-ci en notre faveur vue la corrélation qui existe entre les deux figures III. 20 et III. 21.

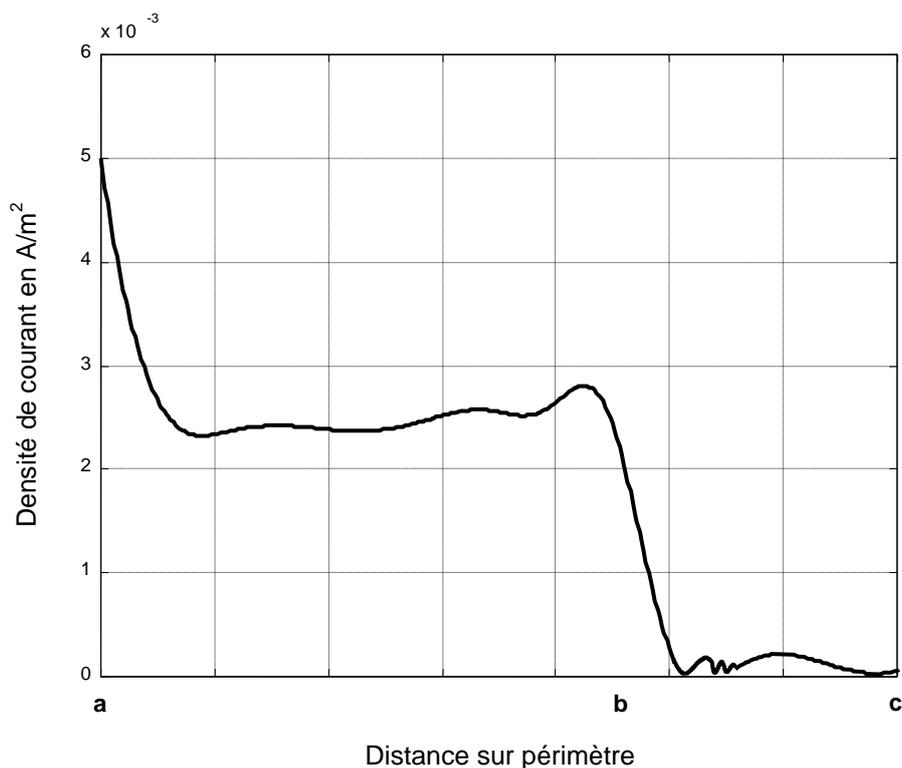


Figure III. 20 : Densité de courant
Radiateur semi-discal, méthode des éléments finis

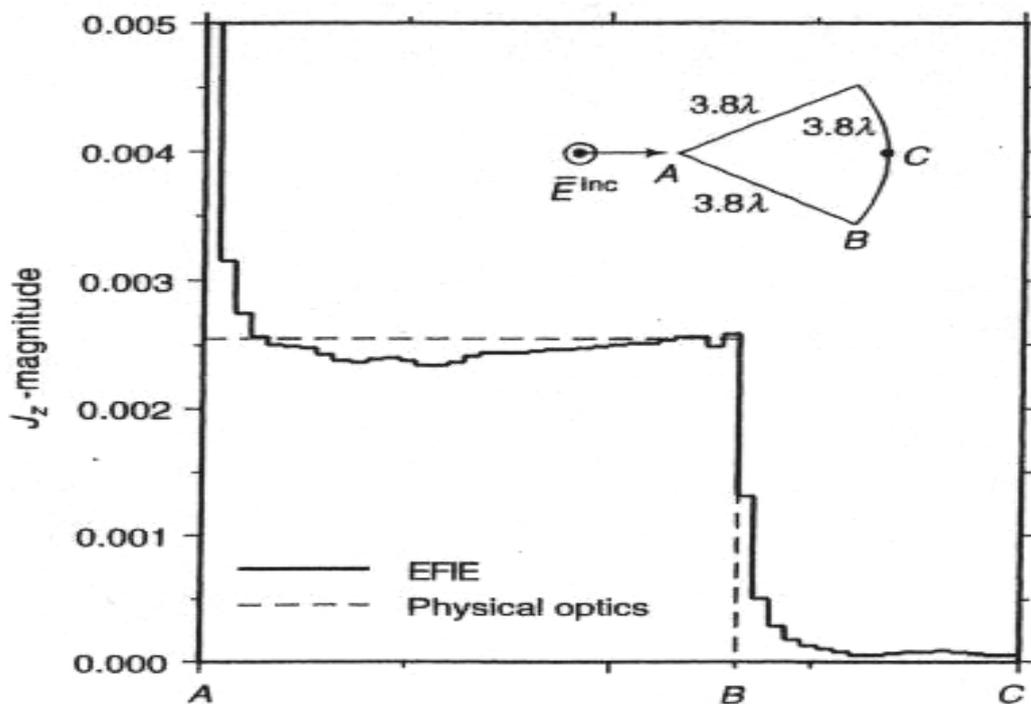


Figure III. 21 : Densité de courant
Radiateur semi-discal, méthode des moments

III. 3. 4. Radiateur sphérique

Ici, nous allons présenter l'analyse en distribution de courant pour un corps sphérique de rayon 0.6λ , entrant selon l'axe z en collision avec un champ magnétique unitaire polarisé en x. Sur la figure III. 22, nous avons représenté cette structure.

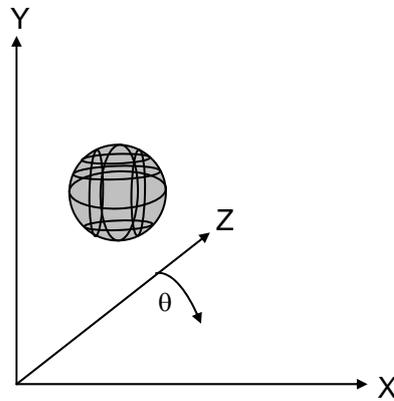


Figure III. 22 : Radiateur sphérique

La simulation sur notre outil de calcul numérique, a permis de tirer le résultat esquissé sur les figures III. 23 et III. 25. Sur ces dernières, nous avons tracé par rapport à Thêta, de suite : la densité de courant repérée sur les plans définis par $\text{Phi} = 0^\circ$ et $\text{Phi} = 90^\circ$.

Pour les mêmes conditions, l'auteur a pu obtenir le résultat des figures III. 24 et III. 26 [28]. Ces résultats ne diffèrent des nôtres que substantiellement. Ceci est très encourageant et constitue une base pour l'extension et la généralisation de notre approche.

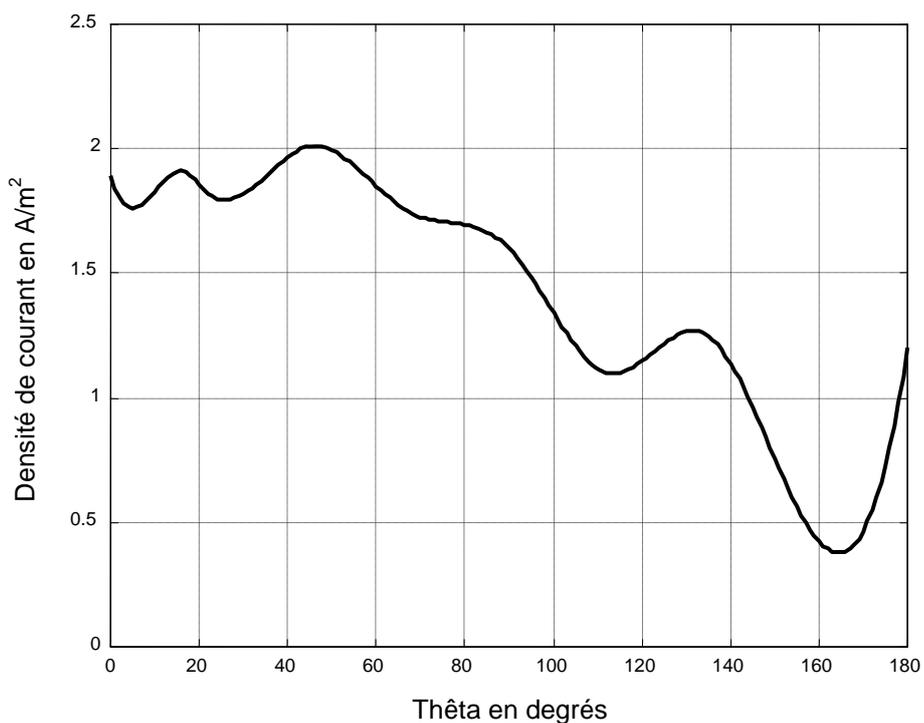


Figure III. 23 : Densité de courant, plan $\varphi = 0^\circ$
Radiateur sphérique, méthode des éléments finis

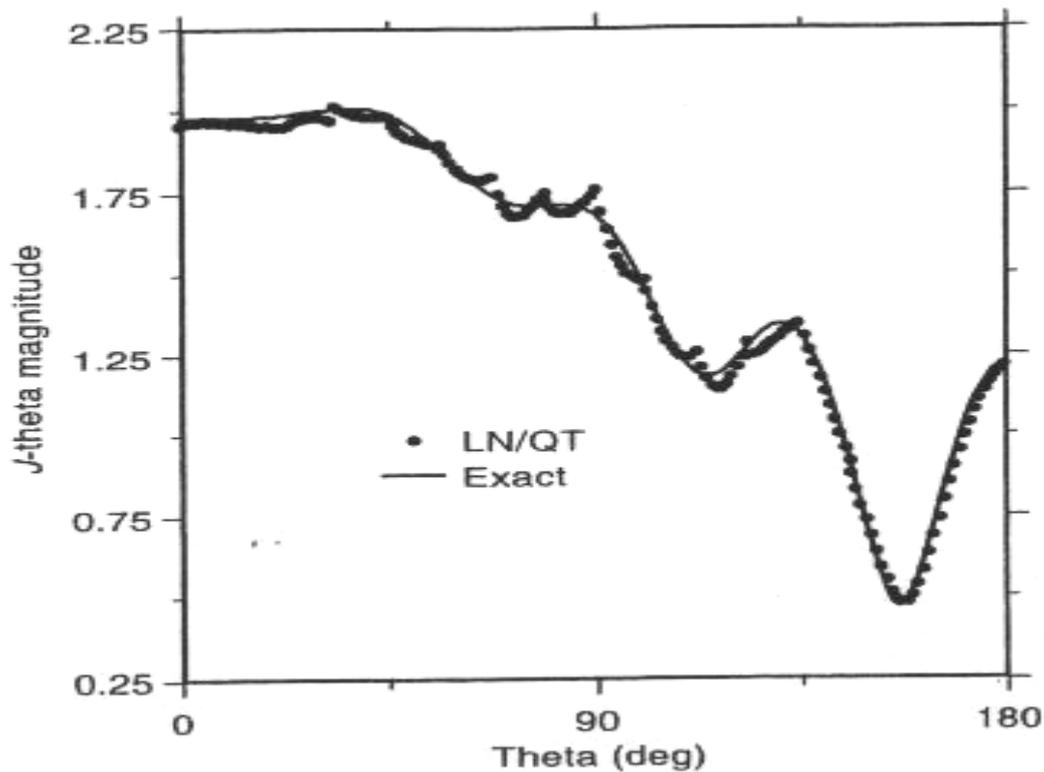


Figure III. 24 : Densité de courant, plan $\varphi = 0^\circ$
Radiateur sphérique, méthode des moments

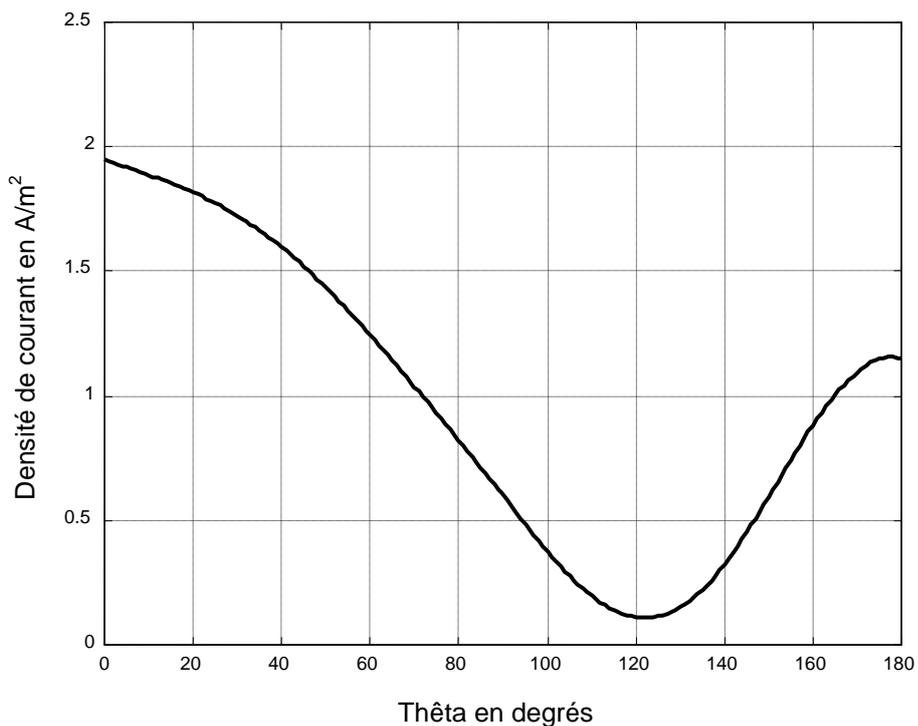


Figure III. 25 : Densité de courant, plan $\varphi = 90^\circ$
Radiateur sphérique, méthode des éléments finis

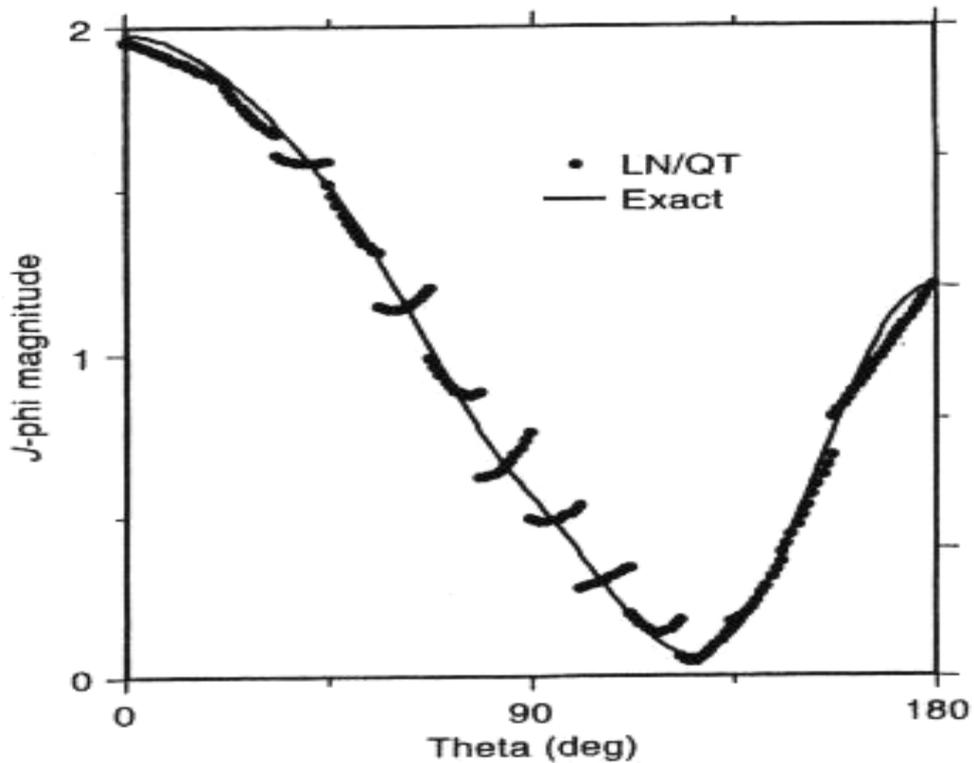


Figure III. 26 : Densité de courant, plan $\varphi = 90^\circ$
Radiateur sphérique, méthode des moments

III. 3. 5. Radiateur elliptique

Sur la figure III. 27, on a représenté le cinquième corps traité par notre outil d'analyse. Ce dernier est de forme elliptique avec un grand côté de 2λ et un petit côté de 0.5λ . De plus, cette cible est interceptée par une onde électromagnétique se propageant selon x et dans laquelle le champ magnétique est unitaire et polarisé de suite en y, en z.

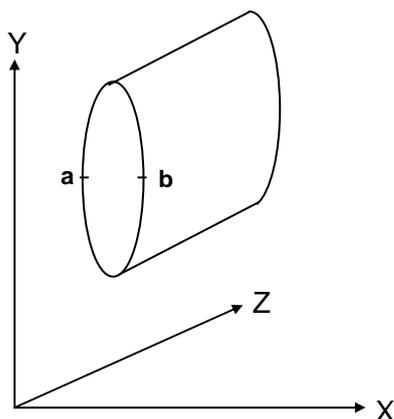


Figure III. 27 : Radiateur elliptique

Le calcul numérique discret dans cette application a donné naissance au résultat exposé sur les figures III. 28 et III. 29. Au fait, la première concerne la distribution du courant obtenue pour une polarisation en y et l'autre pour une polarisation en z. Les courbes sont tracées en fonction de la distance normalisée par rapport à la distance curviligne 'ab'. Les distances sont prises depuis le point a, avec une ascendance sur le périmètre.

Sur les deux figures III. 28 et III. 29, il faut mentionner que le fait de tracer uniquement la partie portant du point a vers le point b, revient comme d'habitude au fait que la structure possède une symétrie parfaite et par conséquent le tracé de la courbe complémentaire (de b vers a) sera déduit par symétrie.

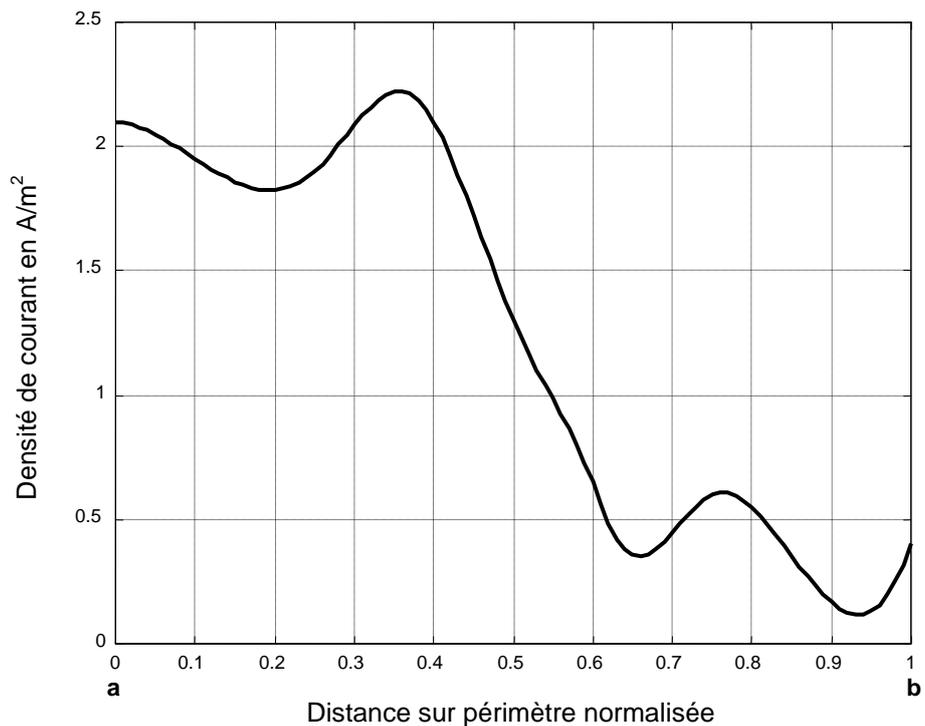


Figure III. 28 : Densité de courant, polarisation en y
Radiateur elliptique, méthode des éléments finis

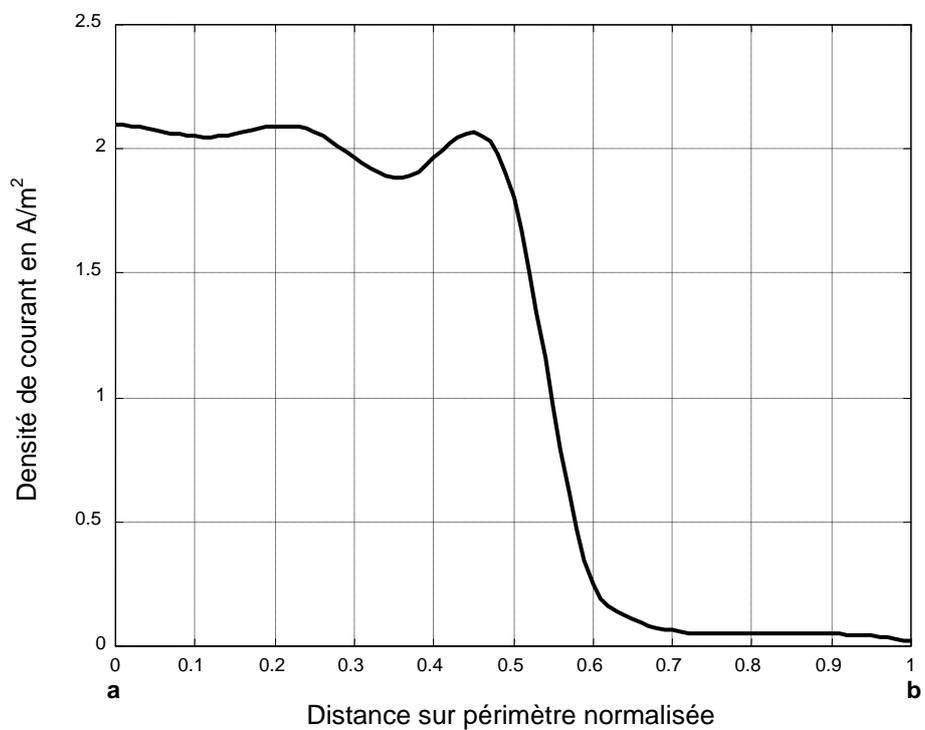


Figure III. 29 : Densité de courant, polarisation en z
Radiateur elliptique, méthode des éléments finis

III. 3. 6. Radiateur parabolique

La structure qui est représentée sur la figure III. 30 est un radiateur parabolique qui est éclairé selon l'axe x par un champ magnétique unitaire polarisé de suite en y, en z et ce pour deux applications différentes. Le radiateur possède une hauteur de 4.2λ et une profondeur de 0.2λ .

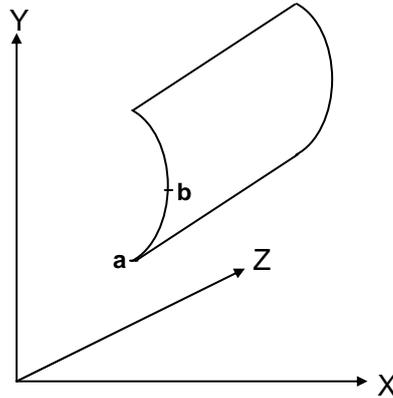


Figure III. 30 : Radiateur parabolique

Les deux courbes sur les figures III. 31 et III. 32 sont représentatives de la distribution du courant sur le corps parabolique. En effet, la figure III. 31 caractérise la distribution de courant obtenue pour une polarisation en y, tandis que la figure III. 32 reste spécifique à une distribution résultant d'une polarisation en z.

Les parties complémentaires des deux courbes sont facilement retrouvées par effet de symétrie étant donné que le structure est elle-même symétrique.

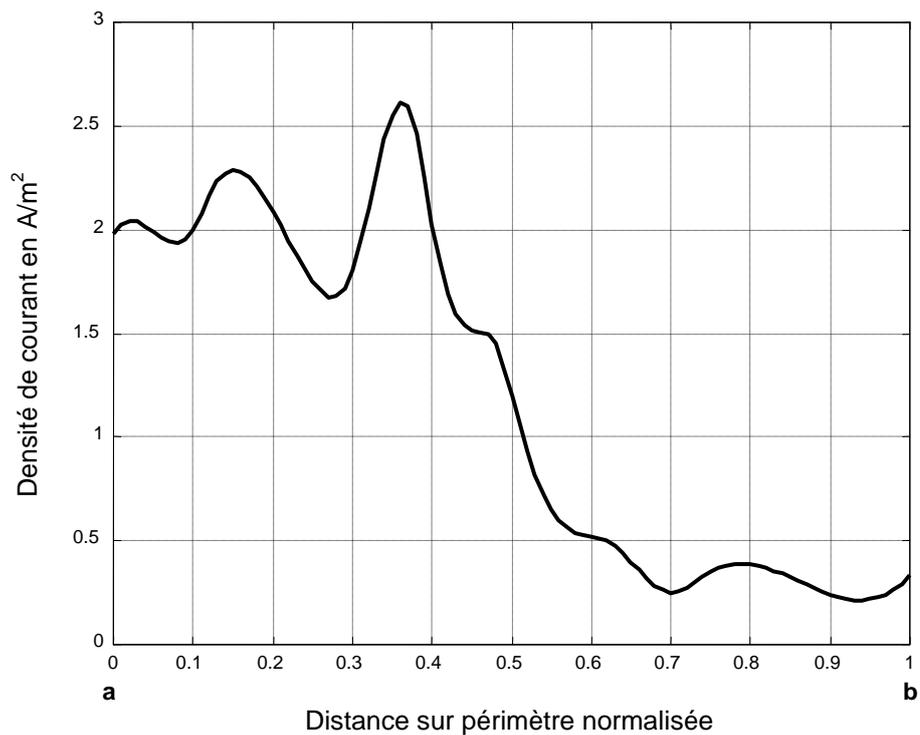


Figure III. 31 : Densité de courant, polarisation en y
Radiateur parabolique, méthode des éléments finis

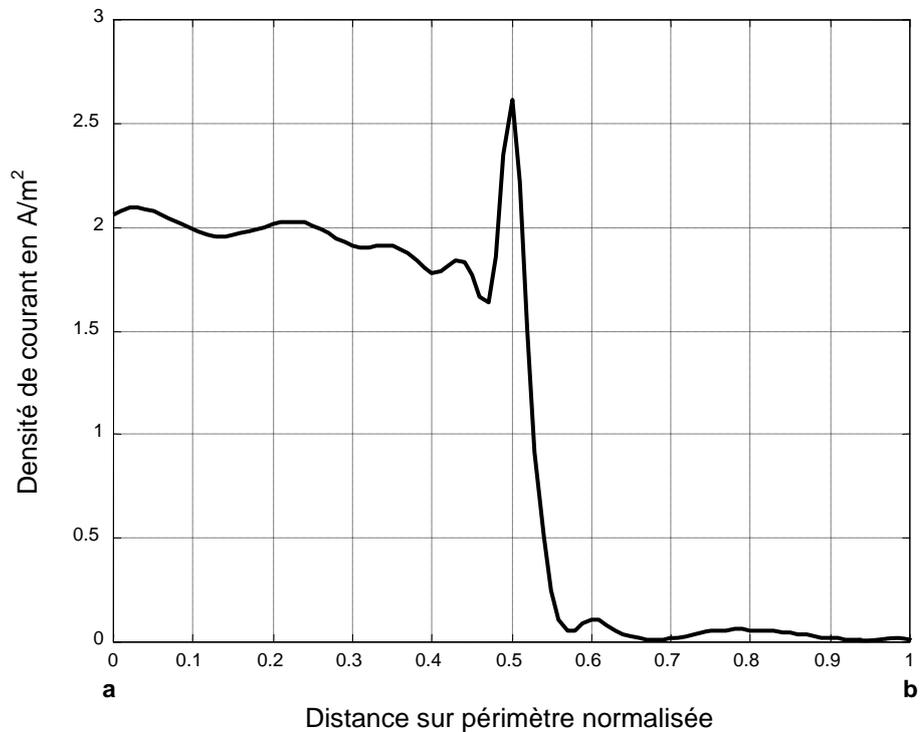


Figure III. 32 : Densité de courant, polarisation en z
Radiateur parabolique, méthode des éléments finis

SECTION III

TROISIEMES RESULTATS DIAGRAMME DE RAYONNEMENT

III. 4. Diagramme de rayonnement

Lors des simulations d'analyse d'antennes, l'effet de courbure est pris en compte par le maillage tridimensionnel de la structure.

L'effet de couplage est assimilé à une forme d'excitation interne. Cette excitation dérive du fait qu'une onde électromagnétique génère des courants qui viennent s'ajouter à l'excitation principale des éléments.

Cette superposition modifie bien tous les paramètres et si elle est prise en compte, alors l'approche sera plus réaliste quant aux entités électromagnétiques.

En effet, Cette tendance reste l'une de nos préoccupations majeures dans ce travail et par les résultats qui vont suivre, nous allons accentuer le trait sur la fiabilité et sur l'aptitude de notre outil de simulation fondé sur la méthode des éléments finis.

L'effet de couplage et à travers les courants induits sera introduit à chaque étape de calcul dans le vecteur d'excitation des éléments.

L'introduction de l'effet de courbure ainsi que l'effet de couplage a constitué pour nous un vrai challenge à soulever, car non seulement la modélisation en devient plus complexe mais l'approche vers la réalité sera nettement plus efficace. Par la suite nous allons présenter les résultats numériques obtenus via l'implémentation de notre module de traitement numérique basé sur la méthode des éléments finis. Par ailleurs, les résultats trouvés concerneront plusieurs structures de réseaux conformés dont les éléments seront excités par différentes distributions.

III. 4. 1. Réseau dièdre

Le réseau dièdre (figure III. 33) est considéré comme une association de deux réseaux plans inclinés et en opposition faciale symétrique.

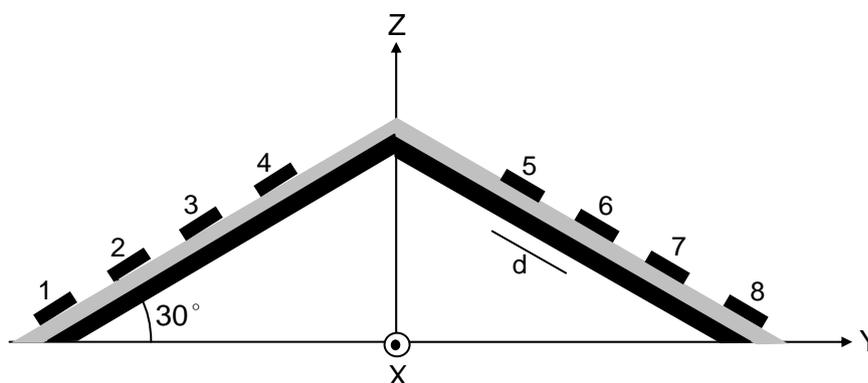


Figure III. 33 : Réseau dièdre

Les faces du dièdre étudié ont une pente de 30° par rapport à l'horizontale. La fréquence de fonctionnement est de 5 Ghz.

Les éléments sont rectangulaires, de dimensions : $\lambda/2$, $\lambda/3$ et seront disposés sur les deux faces du dièdre à raison de quatre par face.

Par ailleurs, ces mêmes éléments sont espacés d'une distance d et le substrat utilisé est un diélectrique de permittivité relative $\epsilon_r = 5.2$ et d'épaisseur 0.2λ .

L'implémentation de la méthode des éléments finis par le biais de notre module de traitement numérique a donné naissance aux résultats caractérisant le diagramme de rayonnement en présence d'interaction mutuelle. Ceux-ci sont représentés sur les figures III. 34, III. 35 et III. 36 pour différentes valeurs d'éloignement d .

Sur la figure III. 34, l'effet de couplage se manifeste par le niveau élevé des lobes secondaires. De même, l'angle de pointage est décalé de -10° par rapport à sa position normale qui est de 60° . Les mêmes remarques peuvent être extrapolées à la figure III. 35, mais avec un effet moins ressenti.

L'effet de couplage a tendance à s'affaiblir en fonction de la distance et ceci est une chose que l'on peut conclure à partir de la figure III. 36. Sur cette figure le niveau de lobes secondaires a diminué de 5 dB et l'angle de pointage est plus correct.

En conséquence, cette conclusion impose une validation justifiée et incontestée quant à l'aptitude de notre outil développé à s'adapter à toutes les configurations de réseaux conformés tout en introduisant l'interaction mutuelle entre les éléments rayonnants.

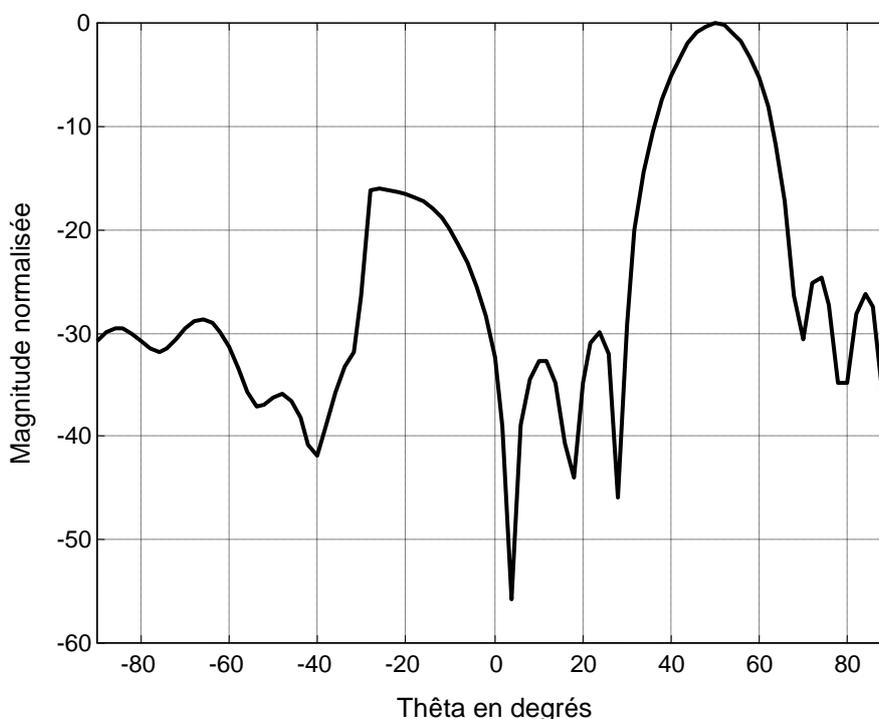


Figure III. 34 : Diagramme de rayonnement du réseau dièdre (plan $\varphi = 0^\circ$), loi à gradient d'amplitude et phase alternée, $d = 0.15 \lambda$

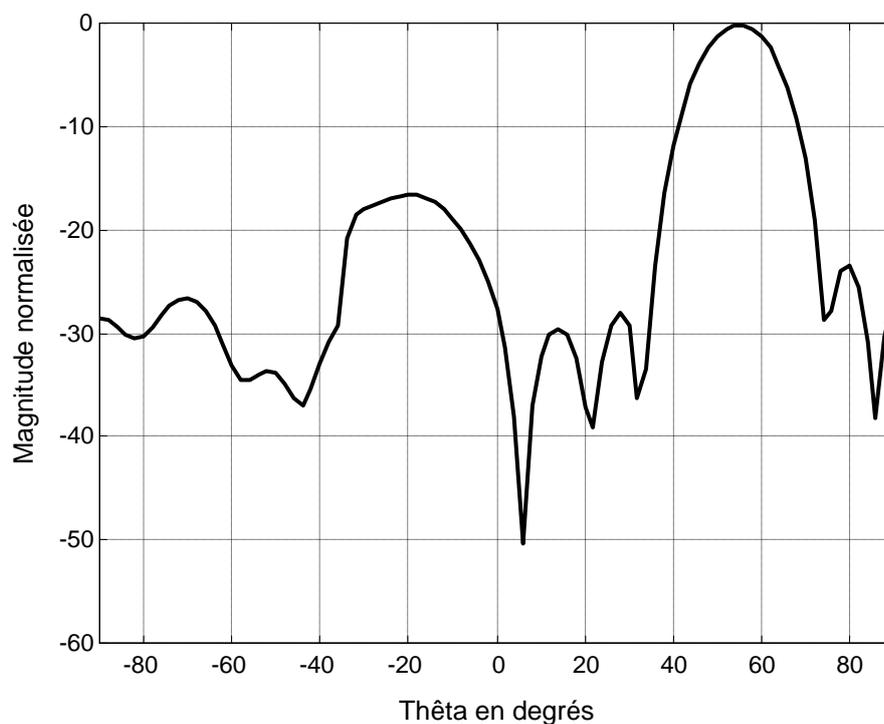


Figure III. 35 : Diagramme de rayonnement du réseau dièdre (plan $\varphi = 0^\circ$), loi à gradient d'amplitude et phase alternée, $d = 0.35 \lambda$

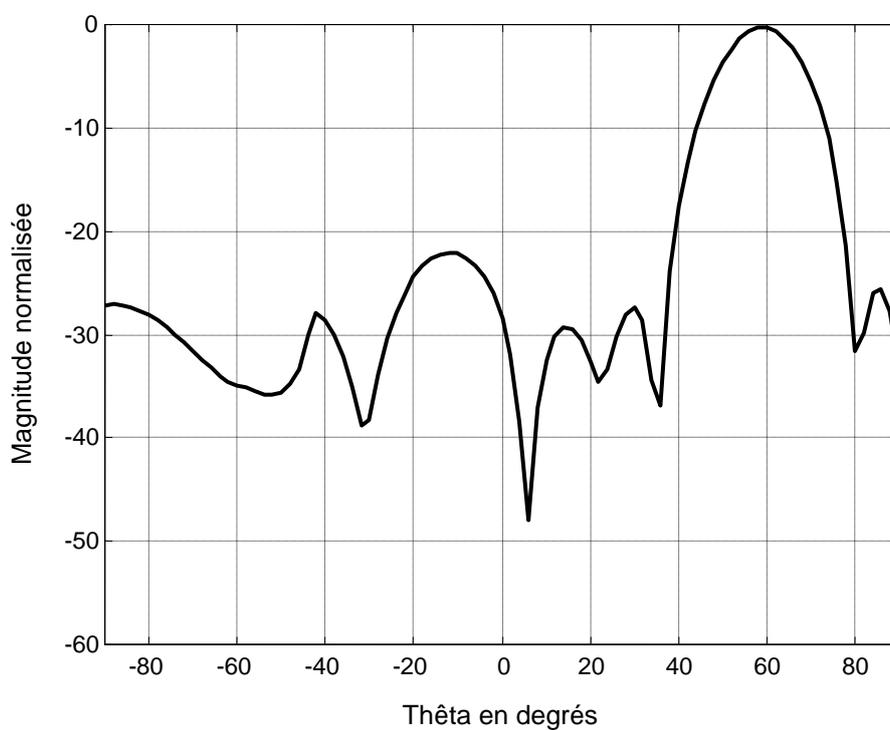


Figure III. 36 : Diagramme de rayonnement du réseau dièdre (plan $\varphi = 0^\circ$), loi à gradient d'amplitude et phase alternée, $d = 1.5 \lambda$

III. 4. 2. Réseau tétraèdre

Le réseau tétraèdre à base carrée est caractérisé par des côtés de 4λ et un angle au sommet de 15° .

Sur la figure III. 37, ce réseau d'antennes et à la fréquence de 5 Ghz possède 8 éléments rayonnants et de dimensions : $\lambda/2, \lambda/3$.

Le substrat est un diélectrique de permittivité relative $\epsilon_r = 3.2$ et d'épaisseur 0.08λ .

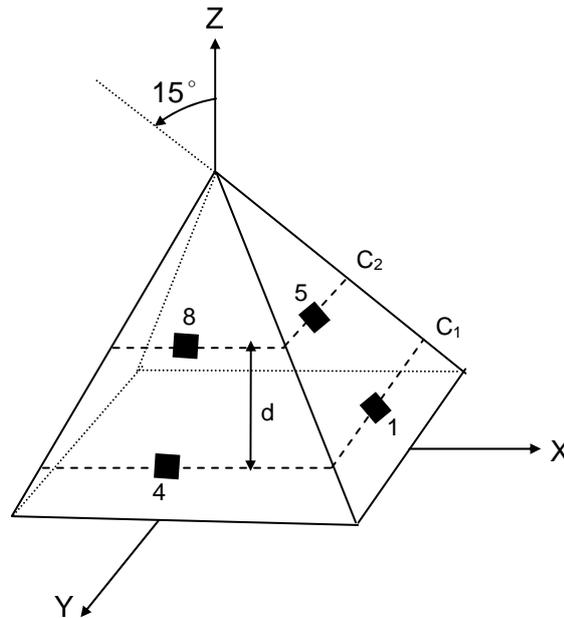


Figure III. 37 : Réseau tétraèdre

Les éléments sont répartis symétriquement sur 2 couronnes à raison de 4 par couronne. Les rayons des couronnes C_1, C_2 sont respectivement : $R_{C_1} = 0.70\lambda$, $R_{C_2} = 0.58\lambda$.

d : distance entre les couronnes

L'introduction du couplage et de la courbure au sein même du programme de calcul à base d'éléments finis n'a en effet qu'un seul but ; c'est le réalisme des résultats.

Concernant le réseau tétraèdre, nous allons exposer ci-après l'effet de la distance d sur le diagramme de rayonnement de l'ensemble du réseau pour une même loi d'excitation. L'effet de courbure est remarquable rien qu'en inspectant l'angle de pointage du lobe principal qui vise en moyenne l'angle $90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$.

Sur les figures III. 38, III. 39, III. 40 et III. 41, on remarque l'allure du diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre soumis à une loi d'excitation uniforme.

L'irrégularité de cette fonction est due à l'effet de couplage qui non seulement modifie l'angle de pointage avec un effet de dissymétrie, mais augmente également le niveau maximum de lobes secondaires. Ces effets très gênants tendent à s'affaiblir en augmentant l'espacement d , chose dont on s'en aperçoit vite en comparant les quatre figures.

Il est bien de mentionner que si l'on omet l'effet de couplage, l'allure du diagramme de rayonnement serait très proche de celle de la figure III. 41 de toute évidence.

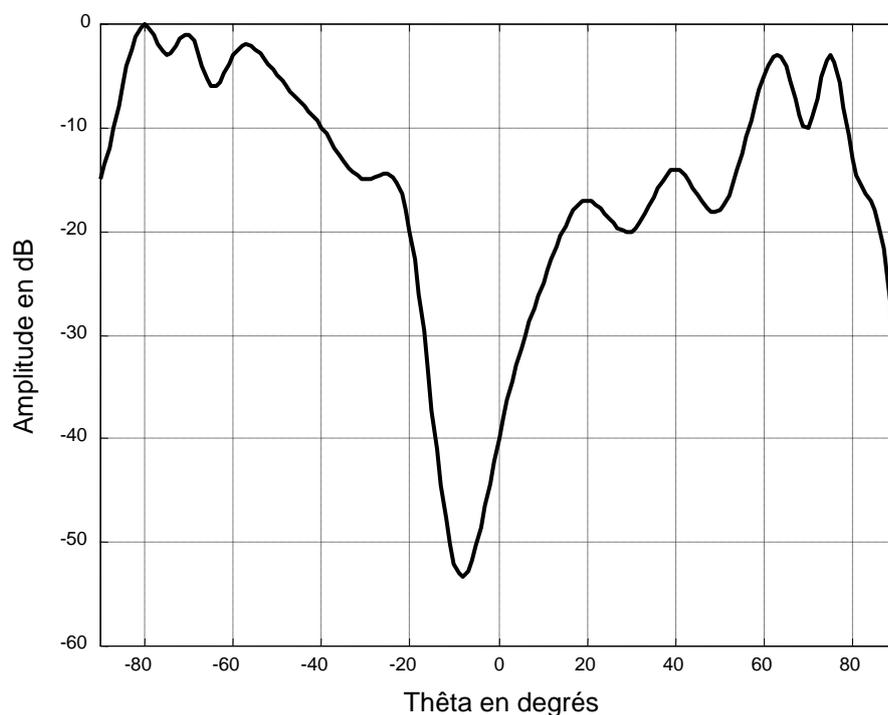


Figure III. 38 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre (plan $\varphi = 0^\circ$), loi d'alimentation uniforme, $d = 0.15 \lambda$

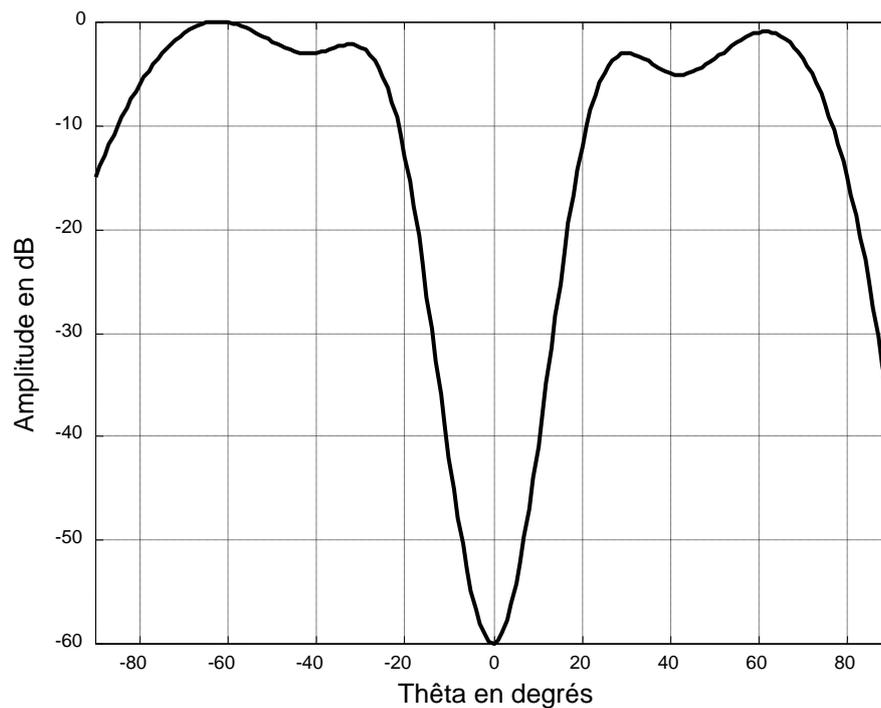


Figure III. 39 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre (plan $\varphi = 0^\circ$), loi d'alimentation uniforme, $d = 0.25 \lambda$

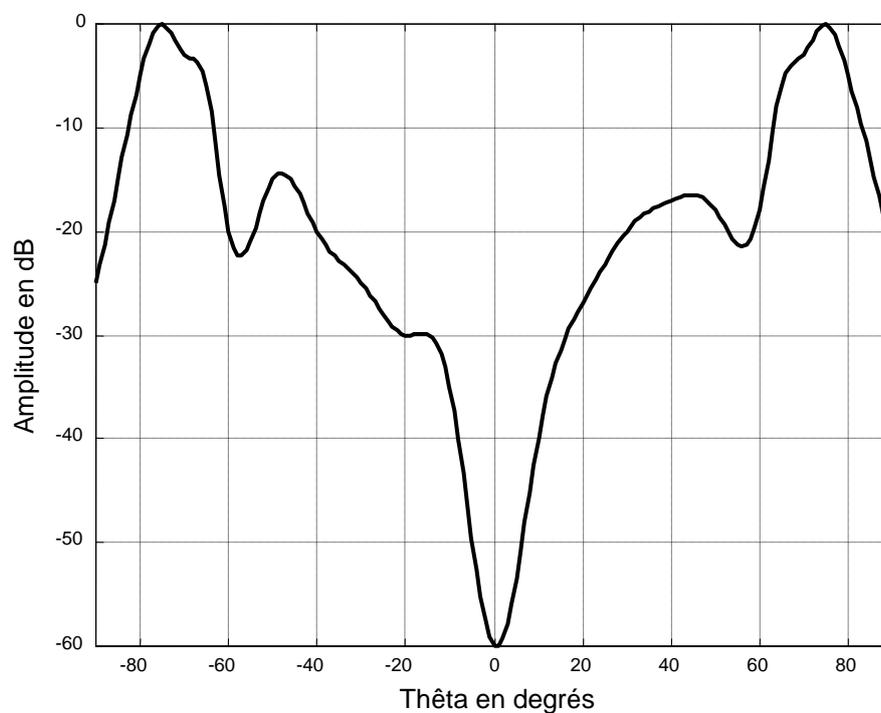


Figure III. 40 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre (plan $\varphi = 0^\circ$), loi d'alimentation uniforme, $d = 0.5 \lambda$

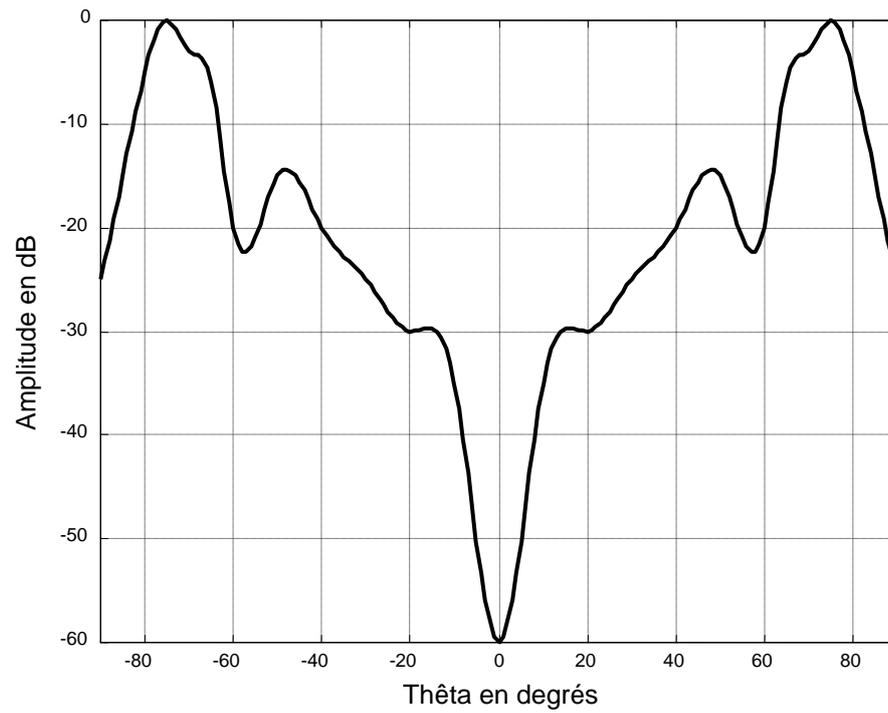


Figure III. 41 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre (plan $\varphi = 0^\circ$), loi d'alimentation uniforme, $d = 1 \lambda$

III. 4. 3. Réseau conique

Le troisième réseau d'antennes étudié possède une forme conique (figure III. 42). Le diamètre à la base $D = 8 \lambda$ ($\lambda = 10 \text{ cm}$) et l'angle au vertex est égal à 30° . Le substrat est constitué d'un diélectrique de permittivité relative $\epsilon_r = 2.6$ et d'épaisseur 0.05λ .

Ce réseau est composé de 12 éléments rayonnants (dimensions : $\lambda/2$, $\lambda/3$) répartis sur 2 couronnes distantes de d .

La couronne supérieure comporte 4 éléments et la couronne de base comporte 8 éléments.

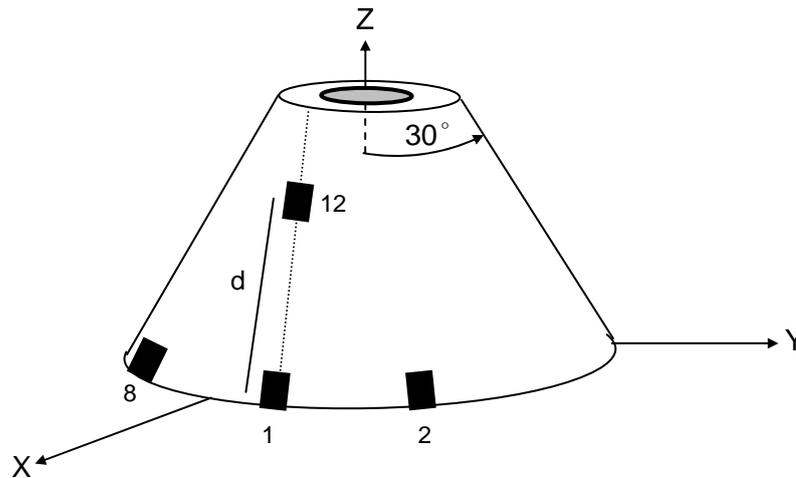


Figure III. 42 : Réseau conique

Les réseaux conformés n'échappent pas à la règle qui énonce que plus l'éloignement est grand et moins l'effet de couplage est ressenti. Ceci dit que pour le réseau cône et vu les trois figures III. 43, III. 44 et III. 45, on ne peut que conclure cette réalité.

La courbure du réseau cône a pour effet de déplacer l'angle de pointage vers la direction repérée par 60° .

Les éléments du réseau sont excités selon une loi à gradient d'amplitude à laquelle s'ajoute par contrainte lors des simulations des excitations à courants induits par couplage. L'asymétrie de la fonction de rayonnement a tendance à s'arranger au fur et à mesure que la distance d augmente. Cela va de soit pour l'angle de pointage et pour le niveau maximum de lobes secondaires.

Comme toujours la figure III. 45 reste la plus proche d'une analyse sans effet d'interaction mutuelle.

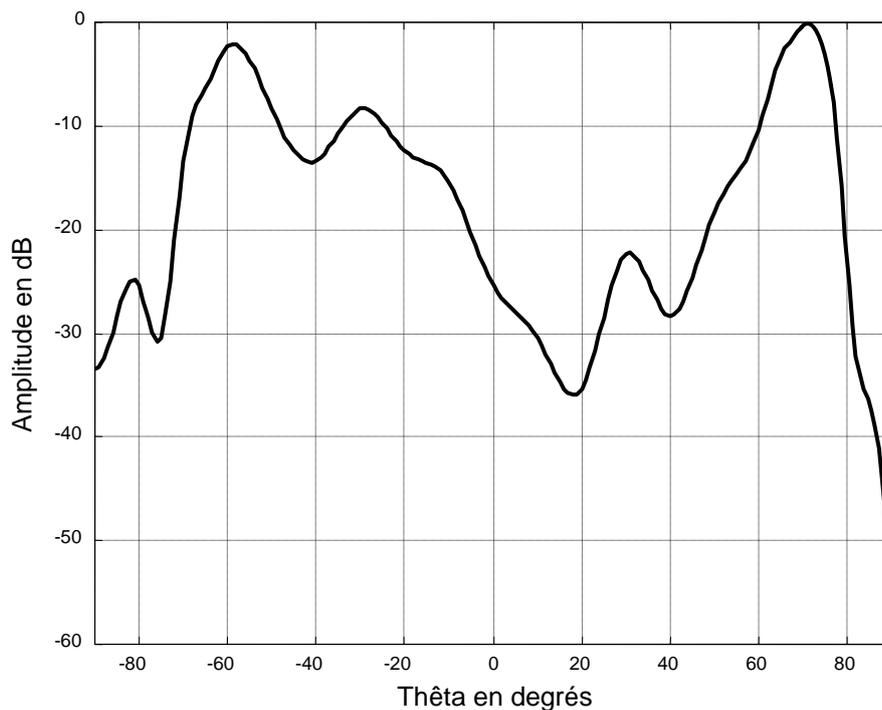


Figure III. 43 : Diagramme de rayonnement du réseau conique (plan $\varphi = 0^\circ$), loi à gradient d'amplitude, $d = 0.2 \lambda$

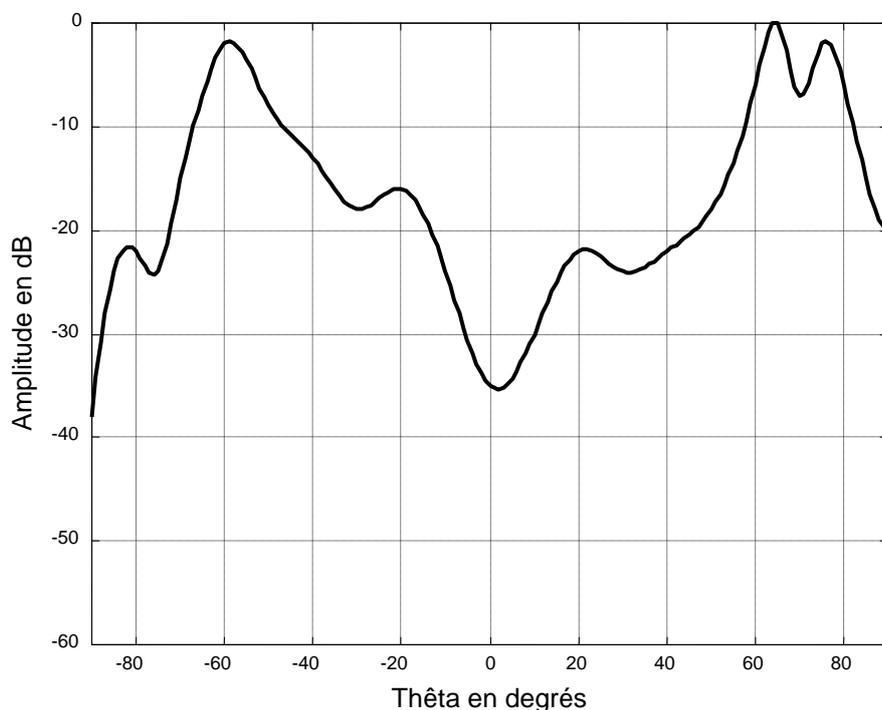


Figure III. 44 : Diagramme de rayonnement du réseau conique (plan $\varphi = 0^\circ$), loi à gradient d'amplitude, $d = 0.5 \lambda$

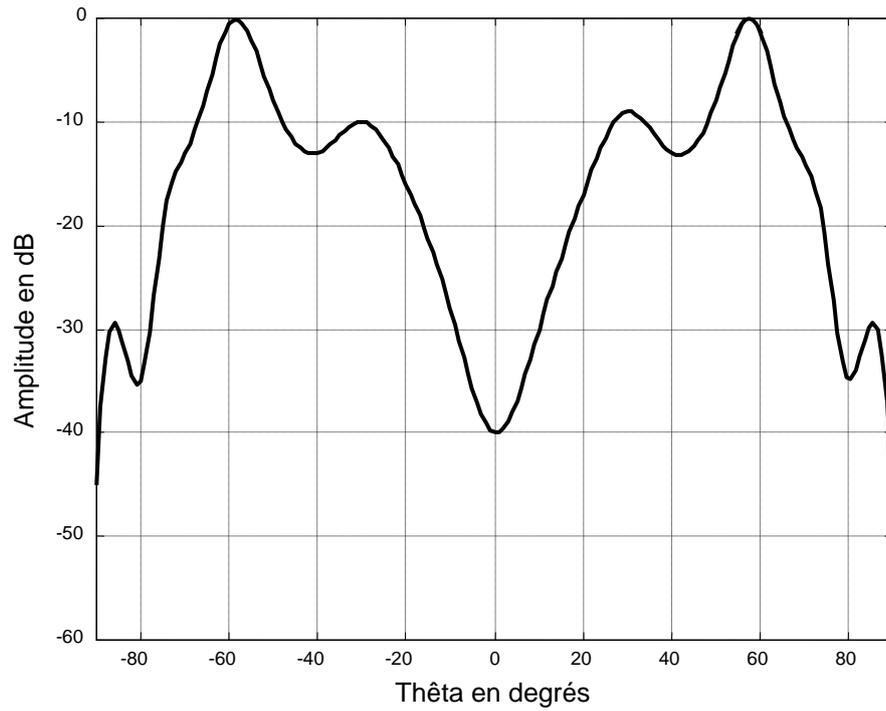


Figure III. 45 : Diagramme de rayonnement du réseau conique
(plan $\varphi = 0^\circ$), loi à gradient d'amplitude, $d = 2 \lambda$

III. 4. 4. Réseau sphérique

Comme le montre la figure III. 46, cette structure de rayon 6λ ($\lambda = 8 \text{ cm}$) est constituée de 15 éléments rayonnants (de dimensions : $\lambda/2$, $\lambda/3$) répartis sur 2 couronnes. Celle de la base contient 9 éléments tandis que celle du sommet contient 6 éléments rayonnants. Ces dernières sont séparées par des arcs de longueur d . Le substrat utilisé est caractérisé par une permittivité relative $\epsilon_r = 3.45$ et une épaisseur 0.07λ .

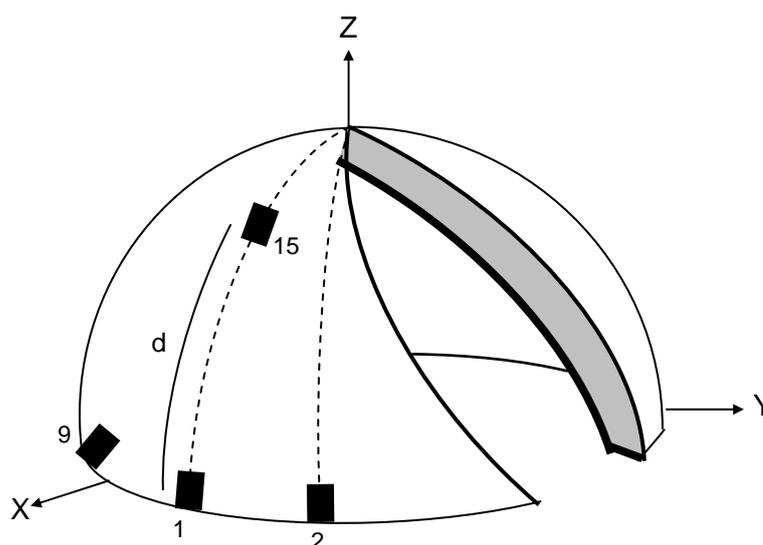


Figure III. 46 : Réseau sphérique

Dans la même perspective, nous avons engagé l'extension de l'étude au réseau sphérique qui possède une bi-courbure (en élévation et en azimut). D'ailleurs, cette double-courbure complique très sérieusement son analyse.

Le type d'alimentation choisie pour les éléments est à gradient de phase. A l'instar des autres réseaux, et à travers les figures III. 47, III. 48 et III. 49, celui-ci manifeste la même remarque tant pour la dissymétrie du rayonnement que pour le niveau de lobes secondaires. Pour ce dernier, l'augmentation de la distance curviligne d s'engage à le diminuer.

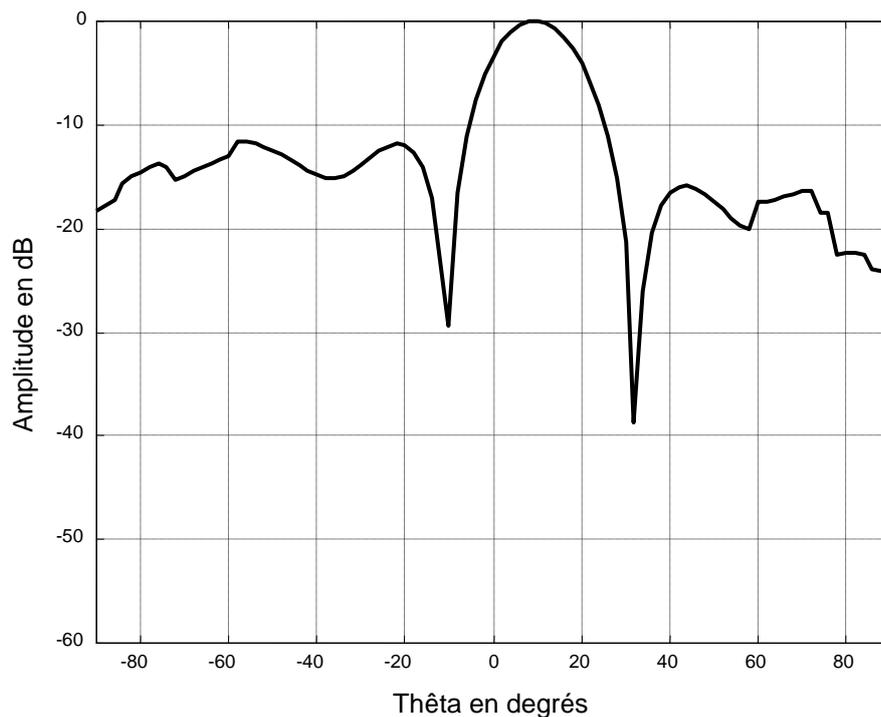


Figure III. 47 : Diagramme de rayonnement du réseau sphérique (plan $\varphi = 90^\circ$), loi à gradient de phase, $d = 0.15 \lambda$

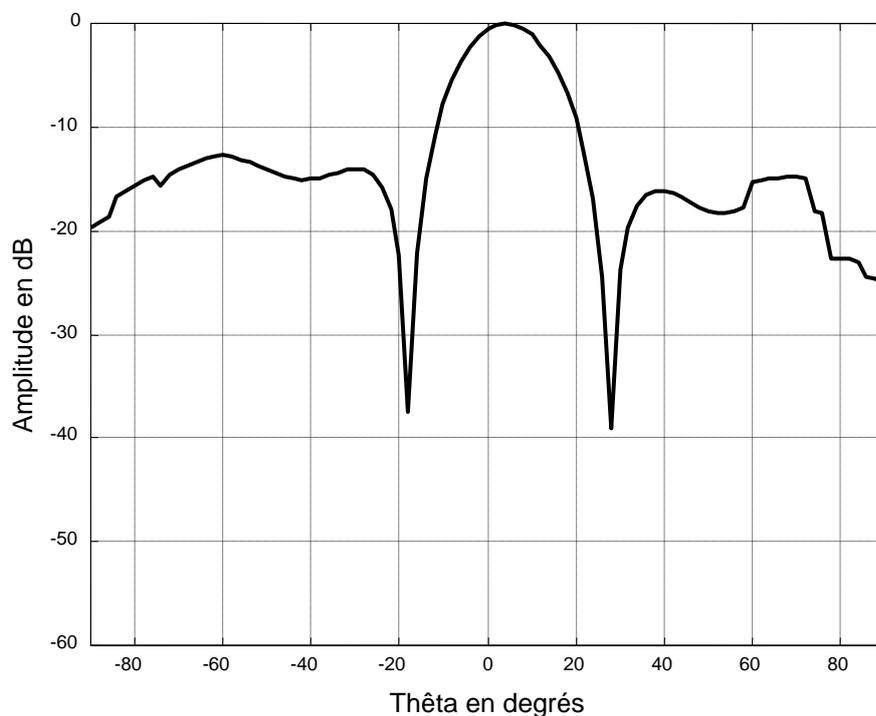


Figure III. 48 : Diagramme de rayonnement du réseau sphérique (plan $\varphi = 90^\circ$), loi à gradient de phase, $d = 0.5 \lambda$

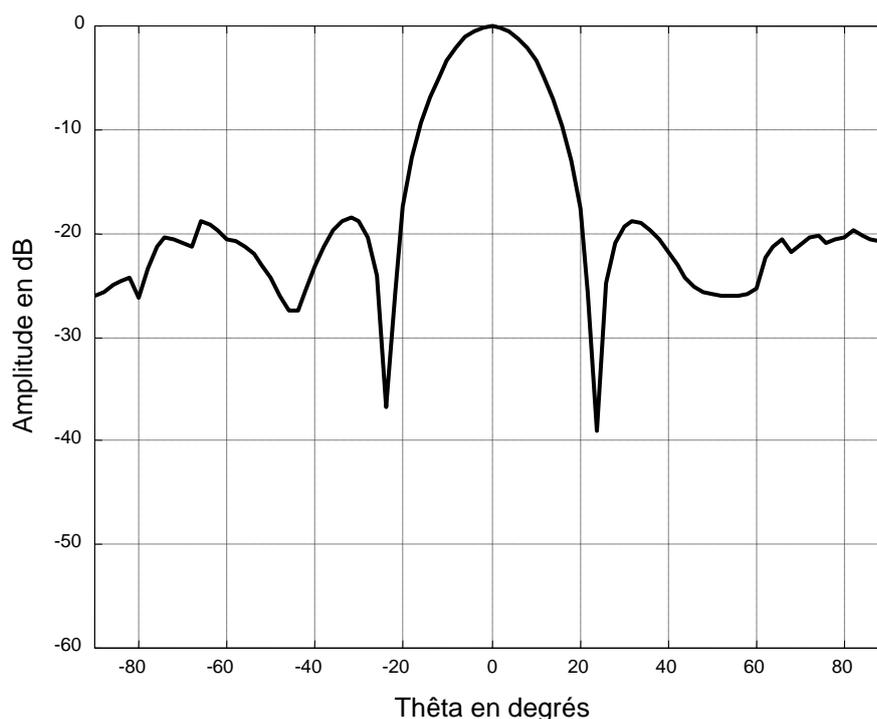


Figure III. 49 : Diagramme de rayonnement du réseau sphérique (plan $\varphi = 90^\circ$), loi à gradient de phase, $d = 1.5 \lambda$

III. 5. Conclusion

Ce troisième chapitre est destiné à la présentation des exemples d'application et de confrontation avec d'autres travaux menés par d'autres auteurs. Cette étape est essentielle pour l'approbation de notre approche et pour la validation de notre module de traitement numérique conçu dans le but de discrétiser le problème et de lui donner une solution approchée.

Pour les trois types de résultats obtenus, en effet, nous avons démontré que la numérisation du problème offre de très bons résultats à condition d'affiner le maillage. Certes ceci augmente considérablement le temps de calcul, mais offre en contre partie un réalisme plus tangible aux résultats numériques. Evidemment, ceci est devenu possible grâce à une modélisation plus rigoureuse pour les entités électromagnétiques, incluant la courbure, l'interaction mutuelle, la géométrie des éléments, le substrat, etc.

Bien que l'éventail des résultats s'étende effectivement à l'infini, nous avons essayé et à travers les quelques résultats apposés sur ce chapitre, de réaliser :

Une validation de nos calculs via les premiers et les deuxièmes résultats. La confrontation et la comparaison nous oblige à passer par cette étape car il n'y a peu être pas mais certainement peu d'ouvrages qui traite profondément l'analyse rigoureuse du rayonnement des réseaux conformes d'antennes imprimées incluant la courbure et le couplage.

Des applications dans la section dédiée aux troisièmes résultats. Ceci dans le but de soulever le problème de rayonnement des réseaux conformés d'antennes imprimées et l'éventualité d'une généralisation de notre conception. Malheureusement, le seul handicap reste le temps de calcul qui manifestement demeure très long. Comme perspective, il sera question d'optimiser notre outil de calcul afin de réduire ce temps.

Enfin, la comparaison avec les résultats des autres auteurs a révélé la bonne consistance et le bien-fondé de notre approche. Par conséquent, cette concordance constitue un avantage pour notre étude et valorise in extenso la capacité de notre module de calcul à simuler des configurations courbes d'antennes imprimées en interaction entre-elles. Ainsi, notre étude a été menée sur la bonne voie et offre un large éventail d'utilisation et des perspectives très prometteuses pour l'analyse, la modélisation et la caractérisation du rayonnement des antennes en réseaux conformés.

CHAPITRE QUATRE

TACTIQUE IMMUNITAIRE UNE NOUVELLE TECHNIQUE D'OPTIMISATION ET DE SYNTHÈSE

IV. 1. Introduction

La synthèse des réseaux conformés constitue un vrai défi à soulever. Ce défi relève de l'importance du phénomène de rayonnement pour des applications qui impliquent le médical, l'avionique, la télémétrie, la détection, le spatial, etc.

En effet, il est d'une extrême importance qu'on soit dans la possibilité de modeler le rayonnement d'un réseau conformément à certaines exigences. Ces dernières concernent en général, l'allure, le pointage, la polarisation, etc.

Les techniques utilisées pour solutionner ce problème, appartiennent à différentes catégories :

Les techniques déterministes, qui reposent sur des formules fixes et qui obéissent à des critères d'optimisation prédéfinis. Ces techniques, sont fragiles vis-à-vis du problème omniprésent des optima locaux qui sont signe de leur faiblesse.

Les techniques statistiques, qui exploite l'ensemble des solutions possibles et identifient celles qui donnent le point optimal global. Ces procédés consomment assez de temps pour qu'on ne puisse les intégrer du moins dans notre synthèse.

Les techniques stochastiques, auxquelles on attribue la notion de recherche aléatoire capable seule de s'affranchir de l'handicap des optima locaux en un temps assez acceptable. Dans ce cas-ci, on est sûr de deux choses :

La première est que la solution trouvée est à chaque fois différente.

L'atteinte de l'optimum global n'est aucunement certaine.

C'est dans cette vision qu'on propose pour la première fois et comme innovation, une technique basée sur l'action immunitaire biologique. Cette même technique simule le soi qui appartient au corps et le non-soi qui n'appartient pas au corps. Ainsi les solutions indésirables seront détruites par l'action combinée de reconnaisseurs et de destructeurs. A la fin, subsistera seule la solution optimale.

L'idée paraît très originale en assimilant l'espace des solutions à l'organisme du corps, où les mauvaises solutions sont des bactéries ou des virus qui doivent être éliminés par le système défensif une fois reconnus. Celle qui échappe à la destruction est celle qui fait partie du corps et sera en conséquence la meilleure solution.

Le chapitre présent qui traite exclusivement le nouveau procédé d'optimisation et son intégration à l'optimisation en général et à la synthèse en particulier, est structuré de la manière suivante :

Section I : où il sera donné des généralités sur le système immunitaire et sur l'action défensive.

Section II : dans cette section on établira l'analogie entre la tactique du système immunitaire et l'action d'optimisation des paramètres. De plus on citera les différents opérateurs qui fondent le caractère heuristique de notre nouvelle technique de synthèse baptisée la tactique immunitaire.

Section III : où l'on évoquera en premier lieu le problème de la synthèse. Après quoi, on établira le critère d'erreur qui reste le seul et unique lien entre la synthèse et la tactique immunitaire.

SECTION I

BIOLOGIE DU SYSTEME IMMUNITAIRE

IV. 2. Biologie et mécanismes du système immunitaire

Les attaques du corps par des matières étrangères (poussière, pollens, micro-organismes médicaments, produits chimiques, etc.), ou quelquefois même par des réactions auto-immunes, peuvent engendrer de graves maladies [43]-[45].

Pour combattre ces différents agents, le corps dispose d'un système immunitaire, réseau défensif complexe dont les différentes parties peuvent fonctionner individuellement ou en coordination les unes avec les autres.

Le rôle du système immunitaire est de reconnaître, de contrôler, et d'éliminer efficacement les agents pathogènes.

Il y a deux types d'immunité, l'immunité naturelle ou non spécifique et l'immunité spécifique.

L'immunité désignait initialement la résistance d'un organisme vis-à-vis d'un agent infectieux. Cette définition s'est ensuite élargie à l'ensemble des réactions tendant à éliminer des substances étrangères.

L'immunité peut être définie comme l'ensemble des mécanismes biologiques permettant à un organisme de reconnaître et de tolérer ce qui lui appartient en propre (le soi) et de reconnaître et de rejeter ce qui lui est étranger (le non-soi). Ce dernier peut être des substances étrangères ou des agents infectieux auxquels il est exposé, mais aussi ses propres constituants comme les cellules altérées [43]-[45].

L'immunité met en jeu deux processus apparus successivement :

- l'immunité non spécifique, d'action immédiate, qui fait intervenir des cellules responsables de la phagocytose.
- l'immunité spécifique, qui se développe en quelques jours et dépend de la reconnaissance spécifique de la substance étrangère, prélude à sa destruction. De ce fait, elle garde le souvenir de la rencontre.

La reconnaissance d'un agent infectieux comme étranger suppose que le système immunitaire :

- reconnaisse certaines structures qui lui sont spécifiques et qui constituent le soi.
- les distingue de structures qui ne lui appartiennent pas et qui constituent le non-soi.

IV. 2. 1. Le soi et le non soi

Le soi

Le soi d'un individu est représenté par l'ensemble des molécules résultant de l'expression de son génome. L'individualité biologique de l'être vivant est surtout définie par la présence, dans les membranes cellulaires, de molécules le plus souvent protéiques. Ces marqueurs cellulaires forment le système HLA (Human Leucocyte Antigen) et sont le résultat de l'expression des antigènes d'histocompatibilité.

Origine des marqueurs du soi

Ce sont des glycoprotéines résultants de l'expression de l'ensemble des gènes du complexe majeur d'histocompatibilité (CMH). Les gènes du CMH sont polymorphes (il existe de nombreux allèles pour chacun d'eux). Ils sont localisés sur le bras court du chromosome 6. Ces molécules ont un turn-over très important. C'est lors de ce renouvellement moléculaire qu'elles pourront fixer un fragment de molécule étrangère et déclencher les mécanismes de l'immunité spécifique.

Il existe deux classes de molécules. Les marqueurs du soi de classe I sur la membrane de toutes les cellules nucléées et ceux de classe II sur la membrane de certaines cellules impliquées dans les réactions immunitaires (lymphocytes, macrophages) [43]-[51].

Le non soi

Le non soi d'un individu est l'ensemble des molécules différentes du soi, qui lorsqu'elles sont présentes dans l'organisme, elles vont déclencher des réactions immunitaires. Elles peuvent être issues du milieu extérieur (vers, virus, bactéries, toxines...) ou être simplement des molécules du soi modifiées.

IV. 2. 2. Protéines membranaires

Parmi les protéines synthétisées par l'organisme, certaines sont ancrées dans la membrane cytoplasmique des cellules, ce sont les protéines membranaires.

Toute cellule possède un ensemble de protéines membranaires intervenant dans les communications inter-cellulaires. Ces molécules de surface assurent une double fonction :

- une fonction de reconnaissance : elles peuvent reconnaître un ligand spécifique (molécule de la matrice extracellulaire, molécule membranaire d'une autre cellule ou médiateur soluble).
- une fonction effectrice : permettre l'adhésion des cellules et/ou délivrer à la cellule reconnue des signaux qui seront captés par des enzymes membranaires et transmis au noyau pour activer ou inhiber l'expression de certains gènes.

Pour assurer ces fonctions de communication, la cellule règle l'expression de ses molécules de surface en fonction des signaux qu'elle reçoit, pour devenir plus sensible ou temporairement réfractaire au signal [43]-[48].

IV. 3. Composition du système immunitaire

Le système immunitaire est un ensemble complexe de cellules, d'organes et de molécules. Le système lymphoïde est constitué de lymphocytes, de macrophages et de cellules spécialisées dans la présentation des antigènes.

Au cours de leur développement dans les organes lymphoïdes centraux, les lymphocytes se différencient et vont acquérir leur compétence. C'est là que seront sélectionnées les cellules utiles, celles qui possèdent la capacité de reconnaître les antigènes étrangers à l'organisme. A l'issue de leur maturation, les lymphocytes sélectionnés sont libérés dans la circulation sanguine.

Les organes lymphoïdes secondaires assurent une partie du renouvellement des lymphocytes au cours des divisions cellulaires qui sont déclenchées par la reconnaissance de l'antigène et ont pour but d'amplifier la réponse immunitaire une fois qu'elle a été initiée [43]-[48].

IV. 4. Cellules de l'immunité

Plusieurs cellules participent au développement des réactions immunitaires spécifiques :

- Les lymphocytes.
- Les cellules présentatrices d'antigène.

Les lymphocytes sont présents dans le sang, la lymphe et dans tous les organes lymphoïdes. Dans le sang, les lymphocytes représentent 20 % à 40 % des leucocytes.

Deux types principaux de lymphocytes coexistent, les lymphocytes T et les lymphocytes B. Ils ont le même aspect en microscopie.

Pour distinguer les différentes populations lymphocytaires, on révèle des protéines membranaires caractéristiques.

Les lymphocytes T et B doivent leur nom à l'organe où se fait leur maturation :

- le thymus pour les lymphocytes T.
- la moelle osseuse (les humains) et la bourse de Fabricius (les oiseaux) pour les lymphocytes B.

Les lymphocytes B et T sont les cellules effectrices de l'immunité spécifique. L'immunocompétence d'un lymphocyte dépend de la synthèse d'un récepteur membranaire capable de reconnaître spécifiquement un antigène [43]-[45].

Chaque lymphocyte porte un récepteur lui permettant d'identifier un motif chimique. Le motif de l'antigène reconnu par le récepteur s'appelle un déterminant antigénique ou épitope.

L'ensemble des récepteurs différents portés par les lymphocytes définit le répertoire immunologique d'un organisme. On estime à 10^7 le nombre de récepteurs différents. Une représentation de l'antigène, de son épitope et de l'anticorps est donnée sur la figure IV. 1.

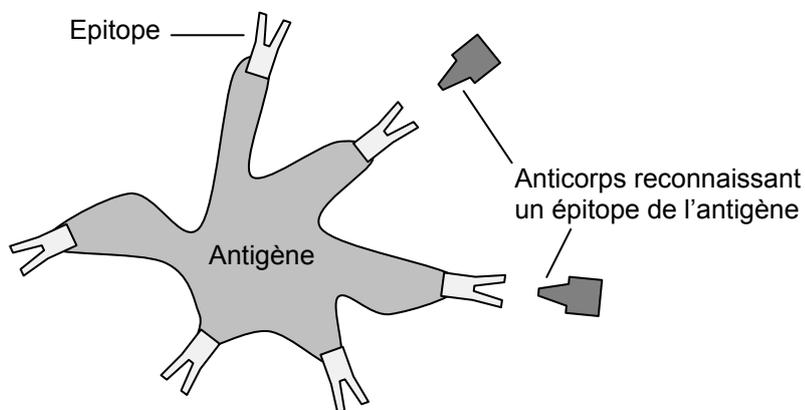


Figure IV. 1 : Antigène et anticorps

IV. 4. 1. Lymphocytes B

Le récepteur pour l'antigène s'appelle le BCR (B Cell Receptor). A la surface de chaque lymphocyte B on trouve environ 10^5 molécules de BCR. Un lymphocyte B n'est capable de reconnaître qu'un seul épitope.

Par leur BCR, les lymphocytes B reconnaissent directement les antigènes, qu'ils soient solubles et circulants dans le milieu intérieur ou qu'ils soient particuliers (parasite, bactérie, virus ou cellule).

Un antigène possède le plus souvent plusieurs déterminants antigéniques différents. C'est une mosaïque d'épitopes qui sera donc reconnu par plusieurs lymphocytes B.

Par ailleurs deux antigènes différents peuvent présenter un même épitope. Un même lymphocyte B peut se fixer à deux antigènes différents si ceux-ci possèdent un même épitope [43]-[45].

La figure IV. 2, illustre un lymphocyte B en contact avec une bactérie reconnue.

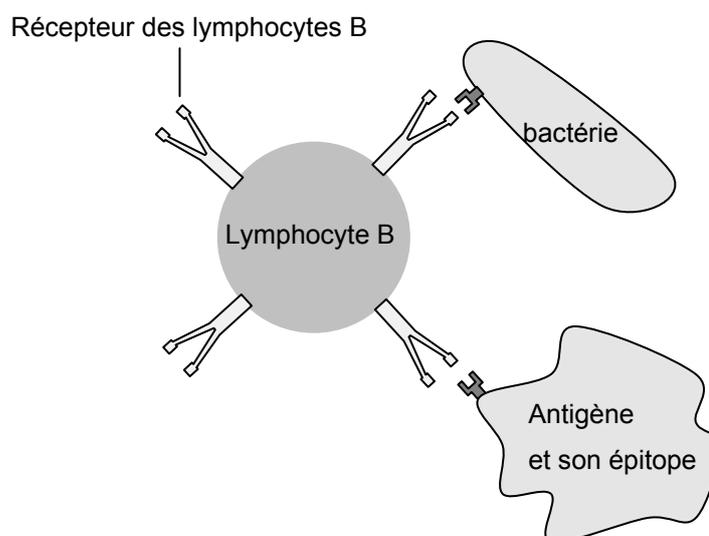


Figure IV. 2 : Lymphocytes B reconnaissant des épitopes

IV. 4. 2. Lymphocytes T

Le récepteur pour l'antigène s'appelle le TCR (T Cell Receptor). Les TCR sont constitués de deux chaînes polypeptidiques associées, constituant un site de reconnaissance de l'épitope. Contrairement au lymphocyte B, le récepteur du lymphocyte T ne reconnaît que des antigènes protéiques. Les lymphocytes T expriment également à leur surface, la molécule CD3, étroitement associée au récepteur spécifique pour l'antigène (TCR). Le TCR est le module de reconnaissance. CD3 est le module de transduction du signal.

On distingue deux populations principales de lymphocytes T d'après la présence de protéines membranaires spécifiques, les lymphocytes CD8 et les lymphocytes CD4 [46]-[50].

Lymphocytes TCD8

Ce sont des lymphocytes cytotoxiques. Ils reconnaissent l'antigène présenté par une molécule CMH de classe I. Les antigènes présentés sont des antigènes endogènes, produits par la cellule. La reconnaissance est le premier signal d'activation. Un second signal permet l'expression du pouvoir cytotoxique du lymphocyte.

Lymphocytes TCD4

Ce sont des lymphocytes auxiliaires (helpers). Ils reconnaissent l'antigène si celui-ci leur est présenté par une molécule CMH de classe II. Les antigènes présentés sont des antigènes exogènes qui ont été endocytés par certaines cellules.

Ils ont pour rôle d'activer des cellules de la réaction immunitaire : les macrophages, les lymphocytes B.

La figure IV. 3, en résumé les deux types de lymphocyte T avec leurs marqueurs.

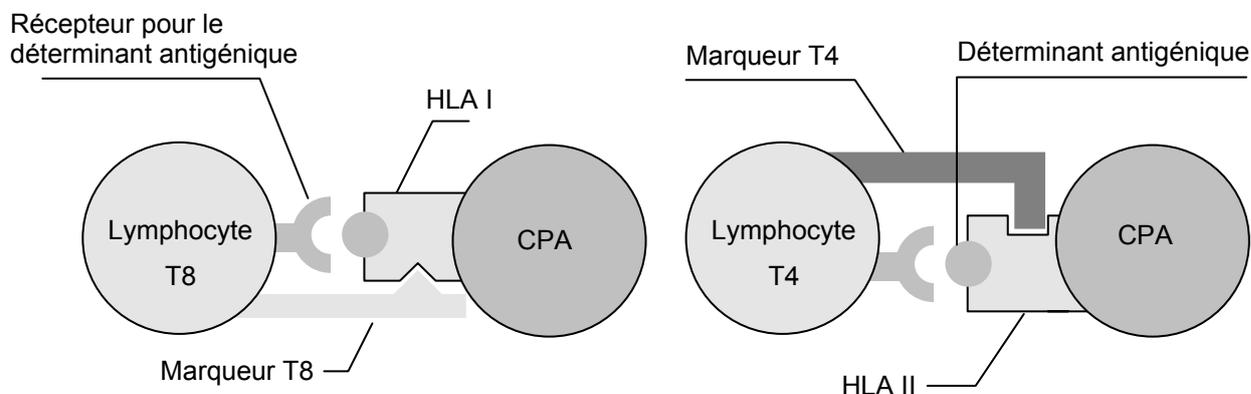


Figure IV. 3 : Lymphocytes T, marqueurs et déterminants antigéniques

IV. 4. 3. Lymphocytes ni T ni B ou macrophages

Les lymphocytes ni T ni B (macrophages) sont des lymphocytes ne portant aucun des marqueurs B ou T. Ces cellules dénommées cellules NK (pour Natural Killer) ont été qualifiées de cellules tueuses naturelles parce qu'elles exercent un effet cytotoxique direct sur les cellules anormales : cellules infectées par des virus ou cellules cancéreuses.

IV. 5. Activation des lymphocytes

L'activation des lymphocytes dépend d'abord de la reconnaissance simultanée de l'antigène et de la molécule du CMH de classe I ou de classe II.

La reconnaissance de l'antigène constitue le premier signal. Mais pour que le lymphocyte soit activé, un second signal est nécessaire. Il est fourni par des molécules d'adhésion et par des cytokines.

Le lymphocyte activé est le siège de modifications morphologiques et physiologiques considérables. Rapidement, le lymphoblaste se divise et donne naissance à deux types de lymphocytes qui ont acquis des propriétés nouvelles. Ce sont les lymphocytes effecteurs et les lymphocytes mémoire. Les lymphocytes B effecteurs se transforment en plasmocytes qui vont produire les anticorps.

Les lymphocytes T effecteurs synthétisent des facteurs solubles appelés cytokines et deviennent les acteurs de l'immunité à médiation cellulaire [43]-[48].

IV. 5. 1. Lymphocytes mémoire

Un nouveau contact avec l'antigène entraîne une réponse dite secondaire. Les cellules mémoire sont immédiatement activées. Les lymphocytes effecteurs sont plus nombreux, la réponse secondaire est donc plus rapide, plus intense que la réponse primaire. Elle sera également plus spécifique grâce à une sélection des lymphocytes possédant des récepteurs de haute affinité pour l'antigène.

IV. 5. 2. Sélection thymique

Les récepteurs TCR étant produits au hasard par des recombinaisons génétiques, il existe un risque que certains d'entre eux reconnaissent les antigènes du soi comme étrangers. Une telle reconnaissance aurait comme conséquence une autodestruction des cellules de l'individu par son propre système immunitaire.

Les thymocytes (lymphocytes T) porteurs de tels récepteurs doivent donc être éliminés, c'est la sélection des lymphocytes. La sélection des lymphocytes se fait en deux temps.

Sélection positive

Elle prend lieu dans le cortex, qui sélectionne les thymocytes corticaux capables de reconnaître les molécules du CMH. Les cellules du thymus sont porteuses des molécules du CMH et vont les présenter aux TCR des thymocytes.

Si le TCR ne reconnaît pas de molécule CMH, alors il est éliminé par apoptose. Si le TCR reconnaît une molécule CMH, il est conservé.

La sélection des lymphocytes est impressionnante car seulement 5 % d'entre eux sont conservés.

Sélection négative

Si le TCR reconnaît le complexe CMH et le peptide du soi, il est éliminé par apoptose. Si le TCR ne reconnaît pas le complexe CMH et le peptide du soi, il est conservé.

Les lymphocytes conservés sont des lymphocytes immunocompétents. Ils peuvent quitter le thymus pour aller coloniser les organes lymphoïdes périphériques.

Le thymus ne possède pas de circulation lymphatique, de sorte que les lymphocytes T qui en sont sortis n'y reviennent jamais [43]-[51].

Une représentation graphique de l'état des sélections positive et négative est donnée sur la figure IV. 4.

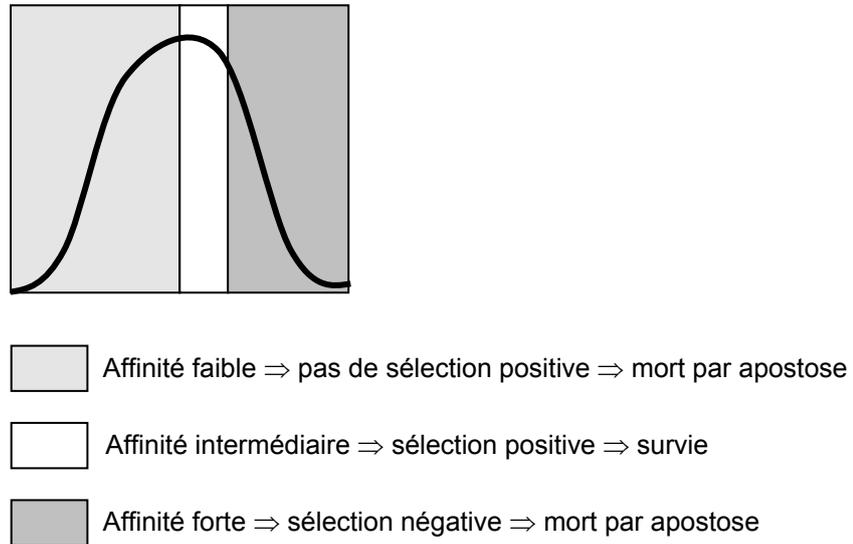


Figure IV. 4 : Sélection positive et négative sur une échelle d'affinité arbitraire

IV. 5. 3. Anticorps

Ce sont des immunoglobulines constituées de glycoprotéines comprenant quatre chaînes. Deux chaînes lourdes identiques et deux chaînes légères identiques réunies entre elles par des ponts disulfures.

Une immunoglobuline (Ig) est un anticorps de spécificité inconnue. Une immunoglobuline (Ac) est un anticorps de spécificité connue.

IV. 6. Messagers de l'immunité

Les différentes cellules immunitaires interagissent pour finalement produire le rejet de l'antigène. Elles agissent donc de façon concertée. Pour communiquer entre elles, elles utilisent un langage particulier. Elles utilisent des messagers chimiques.

Ces substances solubles secrétées par les cellules immunitaires sont appelées lymphokines ou interleukines ou cytokines. Ce sont de véritables signaux captés et décodés par des récepteurs cellulaires.

Une représentation de ces messagers chimiques est donnée sur la figure IV. 5.

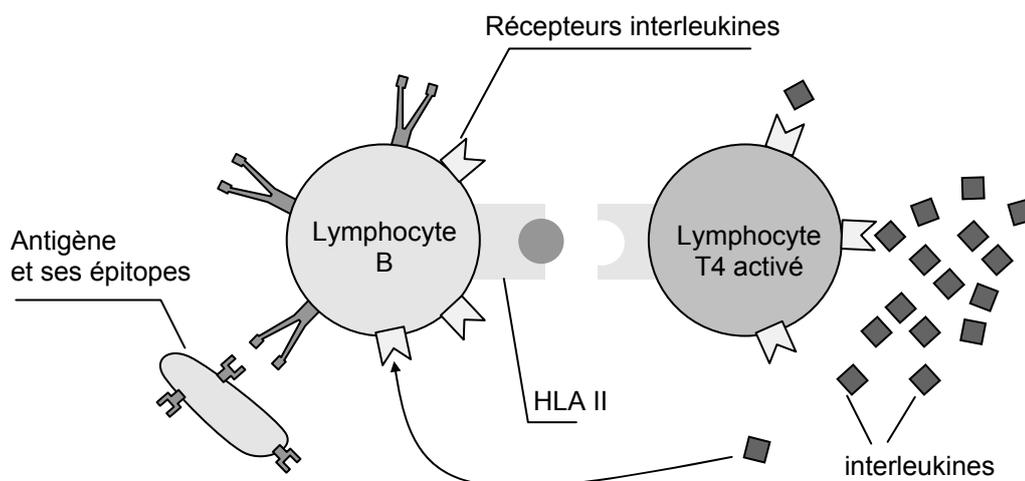


Figure IV. 5 : Interleukines et récepteurs interleukines

Les lymphokines stimulent la prolifération cellulaire en induisant la modification des cellules. Ce mécanisme serait achevé par fixation sur des récepteurs membranaires spécifiques de ces cellules.

Les cytokines peuvent être décrites comme les hormones du système immunitaire, puisqu'elles interviennent dans le dialogue entre lymphocytes, macrophages et autres cellules intervenant au cours de la réaction inflammatoire et des réponses immunitaires. Elles exercent leurs effets sur les cellules qui les ont produites (effet autocrine), sur d'autres cellules (effet paracrine) ou encore agissent à distance sur des organes ou tissus (effet endocrine) [43]-[51].

IV. 7. Fonctionnement du système immunitaire

IV. 7. 1. Réponse immunitaire primaire

La réponse primaire correspond à la montée des anticorps lorsque l'antigène pénètre pour la première fois dans l'organisme. Elle comprend plusieurs étapes chronologiques :

- Temps de latence : il se passe quelques jours pendant lesquels se déroulent les interactions cellulaires entre macrophages et populations lymphocytaires. Cette longue latence s'explique par le grand nombre d'interactions.
- Phase de synthèse d'anticorps.
- Phase de déclin métabolique, qui commence dès que le stimulus antigénique est épuisé.
- Phase de repos, durant laquelle l'anticorps n'est plus détectable. Toutefois l'organisme n'est cependant pas dans le même état immunitaire qu'avant contact avec l'antigène. Il possède des cellules à mémoire susceptibles d'agir ultérieurement [43]-[45].

IV. 7. 2. Réponse immunitaire secondaire

Dès que le même antigène pénètre à nouveau dans l'organisme, alors s'amorce la réponse secondaire. Elle présente également plusieurs phases :

- Temps de latence, beaucoup plus court car les cellules à mémoire, au contact de l'antigène, synthétisent les anticorps.
- Phase de synthèse, plus importante car les Ig sont produites d'une part par les cellules à mémoire, et d'autre part par de nouveaux plasmocytes induits par une réponse immunitaire normale qui s'est amorcée dès le contact avec l'antigène.
- Phase de déclin, qui est plus longue car plus il y a d'anticorps, plus ils mettent de temps à disparaître.
- Phase de repos, qui est plus longue pour la même raison.

Ces caractéristiques ne font qu'augmenter au cours des réponses immunitaires ultérieures. C'est sur cette chronologie des réponses immunitaires que se base le principe des vaccinations en plusieurs étapes et des rappels de vaccins [43]-[45].

IV. 8. Tolérance immunitaire

IV. 8. 1. Définition

On entend par tolérance immunitaire une réponse négative qui aboutit à accepter au sein de l'organisme un antigène. Il s'agit donc de la perte ou de l'absence de la faculté de synthétiser des anticorps dirigés contre cet antigène.

IV. 8. 2. Tolérance naturelle

Le système immunitaire ne s'attaque pas à l'organisme lui-même sauf erreur et pathologie. Il n'existe toutefois pas de code universel pour dire si une cellule appartient à l'univers du soi ou du non-soi.

Les études actuelles suggèrent que cette capacité de discrimination soit apprise ou encore acquise et non pas innée et programmée.

Cet apprentissage commence dès la mise en place des premiers lymphocytes chez l'embryon et se poursuit toute la vie.

Tous les lymphocytes nouvellement produits pour compenser la perte de ceux qui sont disparus en raison de leur durée de vie limitée passent par une phase d'éducation.

L'individu devient progressivement tolérant aux composants de son propre organisme et peut alors faire la différence entre le soi et le non-soi.

Pour les cellules B, la tolérance du soi est due à l'antigène lui-même. Les cellules B qui reconnaissent l'antigène sont encore immatures et incapables de produire des anticorps.

Ceci peut expliquer en partie l'absence de production d'anticorps par les cellules B.

En ce qui concerne les cellules T, l'absence de réaction au soi est due à l'interdiction exercée par les cellules T suppressives, qui produisent des facteurs suppresserurs spécifiques [43]-[48].

Puisque la non-reconnaissance du soi est le produit d'une balance entre suppression et activation, alors l'activité réduite des cellules suppressives peut provoquer des pathologies telles que les maladies auto-immunes.

IV. 8. 3. Tolérance acquise ou induite

Il s'agit ici de la perte momentanée de la faculté de synthétiser des anticorps contre un antigène donné. Cette tolérance est induite par un antigène et ne perdure pas indéfiniment.

Plusieurs mécanismes peuvent en être la cause :

- effet de la dose d'antigène : lorsque la dose d'antigène est faible ou au contraire très forte, les réponses immunitaires diminuent et puis cessent.
- rôle du macrophage : pour qu'il y ait réponse immunitaire, l'intervention du macrophage s'impose. Si l'antigène, du fait de sa structure ou de sa configuration, ne peut être capté par le macrophage, il s'ensuit une tolérance

IV. 9. Résistance et contournement des antigènes

Pour pouvoir se multiplier dans un organisme, les virus, les bactéries et les parasites doivent trouver le moyen d'échapper au système immunitaire. Certains d'entre eux se modifient en permanence pour ne pas être reconnus, d'autres restent visibles, mais incitent l'organisme à choisir un type de réponse immunitaire inefficace.

Contre les agressions provoquées par ces parasites ainsi que par les virus et les bactéries, les organismes possèdent des cellules dont la fonction est de reconnaître et de détruire ces agents pathogènes.

Ces cellules ont chacune des fonctions bien définies et sont capables de coopérer les unes avec les autres afin que la réponse de l'organisme à l'infection soit la mieux adaptée et la plus efficace possible.

Dans le cas de certaines maladies infectieuses, le combat est principalement mené par les lymphocytes B qui produisent des anticorps capables de neutraliser l'agent infectieux. Dans d'autres cas, en particulier les infections provoquées par des bactéries ou des parasites intracellulaires, les anticorps ne sont bien souvent pas suffisants pour éviter la maladie. L'organisme doit alors mobiliser d'autres cellules, les macrophages, qui sont littéralement capables d'avalier et de digérer l'agent pathogène.

Après avoir identifié l'agent infectieux par une de ses nombreuses signatures, ces cellules vont produire les cytokines qui stimuleront les lymphocytes B ou les macrophages [43]-[48].

Ainsi, si les lymphocytes TCD4 sécrètent de l'interféron-gamma, ce sont les macrophages qui vont être stimulés. Inversement, si les lymphocytes TCD4 produisent de l'interleukine-4, les lymphocytes B synthétiseront des anticorps susceptibles de neutraliser ou de provoquer l'élimination de l'agent infectieux.

Cependant, certains agents pathogènes possèdent des stratagèmes pour induire en erreur les lymphocytes CD4 en les obligeant à prendre la mauvaise décision.

Jusqu'à présent, le seul traitement permettant de prévenir une infection par un virus, une bactérie ou un parasite consistait à vacciner, c'est-à-dire à stimuler le système immunitaire d'un individu de manière à lui permettre de reconnaître plus rapidement, et surtout plus efficacement, l'agent pathogène.

Une démarche exactement opposée, qui consiste à empêcher l'organisme de reconnaître une protéine bien particulière pourrait se révéler beaucoup plus efficace que les méthodes de vaccination classiques. En effet, certains parasites expriment une protéine particulière qui inciterai l'organisme à produire des anticorps inefficaces et bloquerai l'activation des macrophages [43]-[45].

IV. 9. 1. Résistance

Entre la contamination et le déclenchement de la réaction immunitaire, il s'écoule un laps de temps pendant lequel il ne se passe rien, car il n'y a pas eu encore de contact entre les antigènes et les anticorps des lymphocytes B.

En moyenne, le temps de latence dépend de la probabilité de rencontre entre antigène et anticorps. Cette probabilité dépendra du nombre d'antigènes, du nombre d'anticorps et du volume où a lieu cette rencontre, c'est-à-dire le volume sang et lymph.

Pour simplifier, on peut penser que ces valeurs étant sensiblement les mêmes pour tout le monde, la probabilité de rencontre est la même pour chaque individu en cas d'épidémie.

Dans la réalité, beaucoup d'individus meurent d'épidémie, très peu en échappent. Cette constatation ne peut pas s'expliquer par une différence de temps en ce qui concerne le déroulement de la réaction immunitaire à partir du moment où elle est déclenchée, mais plutôt par une différence de temps de latence entre le moment de la contamination et le déclenchement de la réaction immunitaire. Ce temps de latence qui dépend de la probabilité de rencontre entre antigène et anticorps, peut être assimilé au nombre de lancers de dés nécessaires pour obtenir un double 6.

Ce temps de latence va se répartir, pour une population de milliers d'individus, en une courbe de Gauss, centrée sur une moyenne. On peut définir un temps de latence maximum pour qu'avec le temps de déroulement de la réaction immunitaire, les premiers anticorps apparaissent au moment où les symptômes deviennent inquiétants.

Au-delà de ce temps de latence maximum, les premiers anticorps arrivent trop tard et l'individu meurt. Si l'on reporte sur la courbe de Gauss ce temps de latence maximum, on s'aperçoit que 99% par exemple des individus dépassent ce temps de latence, ils sont donc condamnés [43]-[45].

Mais pour le 1% restant, le temps de latence est très court, donc la rencontre antigène-anticorps est intervenue bien plus tôt que ne le prévoit la probabilité générale. Ces individus seront épargnés par l'épidémie.

Cette explication entraîne deux conséquences :

- Les individus rescapés de l'épidémie ne doivent pas leur survie à des particularités génétiques, mais au hasard.

- Dans ce phénomène, réside la signification des lymphocytes B mémoire. En effet, les individus rescapés peuvent très bien être recontaminés quelques semaines plus tard alors que l'épidémie fait encore rage. Au bout de ce temps, la réaction immunitaire déclenchée initialement est terminée, il n'y a plus d'anticorps. Ces individus qui se retrouveraient avec la même probabilité de départ auraient donc peu de chance d'échapper à l'épidémie une deuxième fois. Un autre processus est mis en place, c'est le processus de mise en réserve de lymphocytes B, que l'on appelle mémoire, afin de protéger ces individus d'une autre contamination.

IV. 9. 2. Micro-organismes transparents

Pour être pathogène, un micro-organisme doit avoir un mécanisme lui permettant d'échapper aux défenses immunitaires. L'étude de ces processus suscite un très grand intérêt pour trouver comment contrer les stratégies de contournement du système immunitaire en mettant au point, par exemple, des vaccins qui anéantiraient la tactique de la variation antigénique utilisée par les micro-organismes.

IV. 9. 3. Variation antigénique

Certains micro-organismes mutent fréquemment ou modifient leur composition antigénique pour ne pas être reconnus par les récepteurs antigéniques des cellules.

Certains micro-organismes ont un taux de mutation anormalement élevé. C'est le cas, par exemple, du virus de la grippe et du VIH. C'est l'une des raisons pour lesquelles ces maladies infectieuses résistent à la vaccination.

En outre, certains micro-organismes peuvent muter en raison de pressions exercées directement par le système immunitaire. Paradoxalement, lorsque le système immunitaire réagit contre un micro-organisme, il l'incite en fait à muter [43]-[51].

IV. 9. 4. Régulation de l'activité du complément

L'une des composantes les plus importantes de l'immunité est le système du complément. Il est constitué d'une trentaine de substances présentes dans le sérum sanguin, qui deviennent actives dans une série de réactions lors d'une réponse immunitaire.

Ce processus peut être activé par des substances microbiennes lors de réponses immunitaires naturelles, mais aussi par des anticorps lors de réponses immunitaires acquises.

D'un autre côté, l'activation du complément provoquerait des dommages considérables aux cellules de voisinage. Dans un organisme sain, l'activation du complément est tenue en échec par toute une série de facteurs connus sous le nom de régulateurs du complément. Les virus des familles des poxvirus, les rétrovirus produisent des homologues qui imitent les protéines régulatrices du complément, ils peuvent ainsi échapper à l'action du complément. Désactiver le complément reviendrait à paralyser une composante vitale de l'immunité naturelle.

IV. 9. 5. Régulation de l'activité des cytokines

Les interférons sont des cytokines que les cellules produisent pour se protéger contre une infection virale. Pour la plupart des virus, les stratégies anti-interférons sont une possibilité d'échapper au système immunitaire.

Le mécanisme consiste à produire des récepteurs solubles d'interférons pour qu'ils servent de leurres. Ces leurres se lient aux interférons et les désactivent avant qu'ils n'atteignent leur destination.

L'imitation des cytokines et des récepteurs de cytokines par de grands virus permet de créer des homologues. Ces homologues de cytokines pourraient rediriger la réponse immunitaire dans l'intérêt du virus, en supprimant par exemple l'activité antivirale des lymphocytes T.

Les virus qui infectent les cellules immunitaires pourraient utiliser ces homologues pour envoyer à la cellule infectée un message favorisant la reproduction du virus. De plus, les récepteurs solubles de cytokines dus au virus pourraient neutraliser l'activité des cytokines avant que celles-ci ne puissent réagir avec leurs récepteurs habituels [43]-[48].

IV. 9. 6. Inhibition de la mort programmée des cellules

Une autre possibilité d'échapper au système immunitaire est de produire des inhibiteurs viraux pour empêcher l'apoptose (mort cellulaire programmée).

En ce sens, l'apoptose peut être considérée comme une réponse visant à limiter la propagation intracellulaire des virus. Le système immunitaire reconnaît une cellule infectée par un virus parce qu'elle comporte des fragments de protéines virales liés aux molécules du CMH à la surface de la cellule.

A la différence des lymphocytes B, les lymphocytes T ne reconnaissent un virus que s'il est lié à une molécule du CMH. Cette reconnaissance déclenche l'activation de lymphocytes T cytotoxiques qui attaquent et tuent la cellule en déclenchant l'apoptose.

Certains virus peuvent éliminer la production de molécules du CMH. Les antigènes viraux ne sont alors pas liés aux molécules du CMH et ne peuvent être reconnus par les lymphocytes T. La cellule infectée et machine à produire le virus est ainsi protégée contre une destruction par des lymphocytes T cytotoxiques [43]-[51].

IV. 9. 7. Vulnérabilité du système immunitaire

Outre la possibilité que des pathogènes échappent au système immunitaire, il reste la possibilité de moduler les réponses immunitaires de façon négative avec des biorégulateurs. La production inopportune de cytokines pro-inflammatoires est un exemple d'utilisation malveillante des biorégulateurs.

Augmenter la production de cytokines pro-inflammatoires enclenche les récepteurs à la surface des macrophages et pourrait provoquer une série de réactions (fièvre, somnolence, léthargie et manque d'appétit), qui signalent généralement une réaction du système immunitaire.

La production de cytokines pro-inflammatoires en grande quantité pourrait conduire à l'auto-immunité. D'un autre côté, inhiber la production de ces cytokines en utilisant des biorégulateurs qui peuvent en réguler la synthèse de manière négative pourrait entraîner une protection insuffisante par l'immunité naturelle [43]-[51].

SECTION II

IMMUNITE FACE A L'OPTIMISATION

IV. 10. L'immunité face à l'optimisation

Pour pouvoir exploiter l'immunité dans les problèmes d'optimisation on devra faire la correspondance en quatre étapes.

IV. 10. 1. Fragmentation et distribution

Dans cette étape, il faudra tout d'abord quantifier les paramètres à optimiser en certaines valeurs. Ceci dit, qu'on aura à fragmenter chaque valeur en plusieurs et les disperser sur une structure matricielle avec un codage et un adressage. La figure IV. 6 en schématise le principe [52].

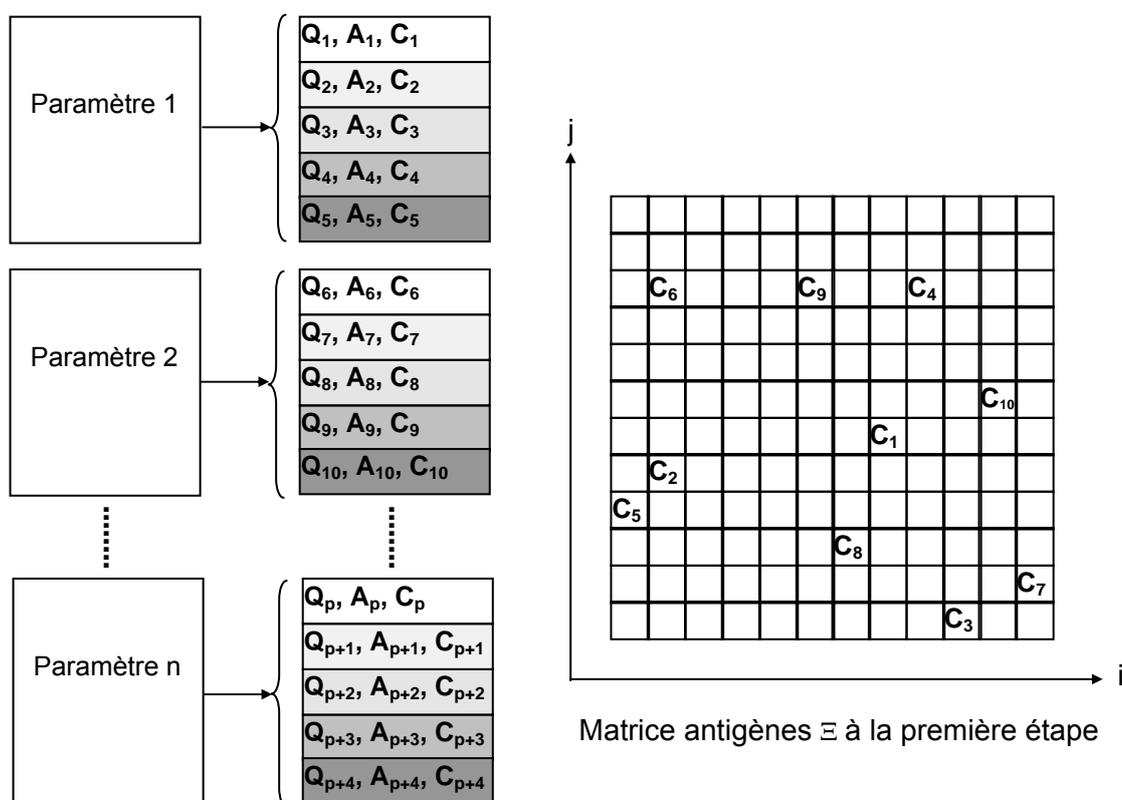


Figure IV. 6 : Fragmentation, adressage et codage des paramètres sur la matrice antigènes Ξ

La valeur numérique du paramètre 1 sera fragmentée en quantités positives et négatives et dont la somme donne la valeur du paramètre 1. On attribue à chaque quantité une adresse aléatoire (A_x) et un code aléatoire (C_x) sur la matrice antigènes Ξ .

L'adresse A_x sera l'analogie du lieu de rencontre de l'antigène et des anticorps.

Le code fera office du déterminant antigénique pour la reconnaissance de l'antigène par les anticorps.

La matrice antigènes Ξ est une matrice dont chaque élément porte une quantité ou fragment d'un paramètre, mais aussi un code entier, le tout repéré par les indices (i, j) sur cette matrice.

La matrice antigènes joue le rôle de l'ensemble du répertoire antigénique présenté par l'ensemble des corps du non-soi (bactéries, virus, champignons, etc.).

Le code est un entier prit aléatoirement dans un intervalle bien déterminé. Il est considéré comme une clé et en conséquence, ce serai l'analogue de l'épitope. Sa reconnaissance permet de détruire la quantité qui lui est attribuée [52].

IV. 10. 2. Reconnaissance et destruction

Une fois la matrice antigènes Ξ chargée, on lui applique une autre matrice. Cette nouvelle matrice qualifiée de matrice anticorps contient uniquement des codes. Vue par l'immunité, ces codes font office de marqueurs. Si le lieu (i, j) sur les deux matrices correspond et si le code en est le même, alors l'élément sera détruit. Ce concept est illustré sur la figure IV. 7.

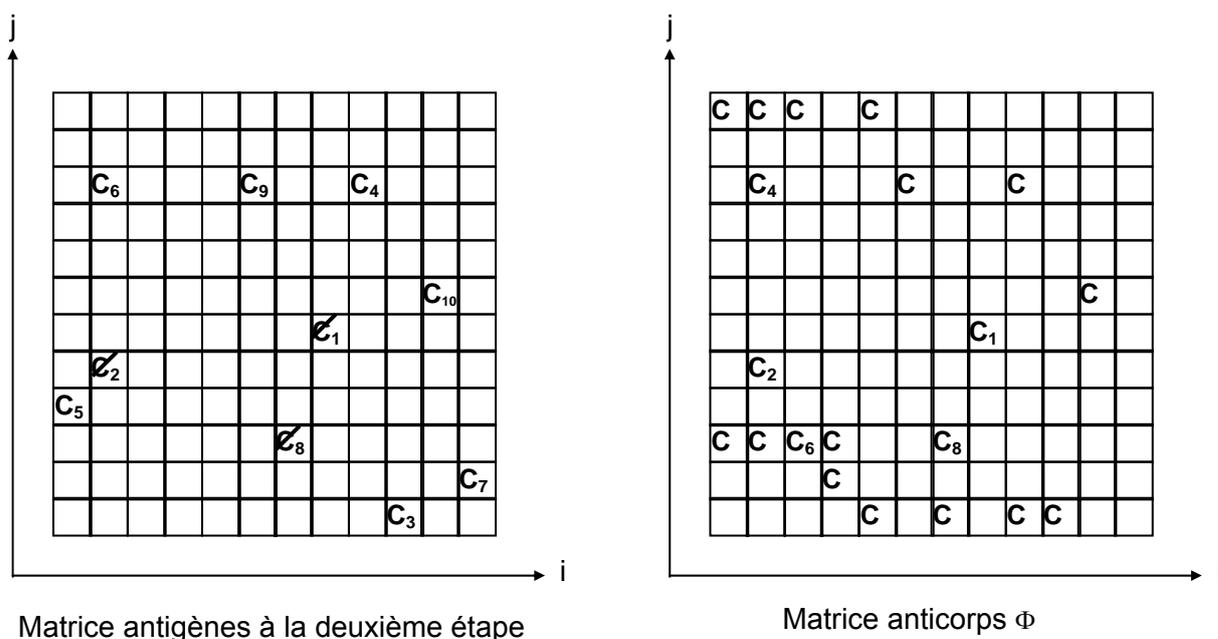


Figure IV. 7 : Correspondance antigène-anticorps et phase de destruction

Sur la figure IV. 7, les quantités correspondant aux antigènes C_1 , C_2 , C_8 seront détruites et pour cause :

La correspondance spatiale (i et j correspondent) sur les deux matrices.

La correspondance codale (les mêmes codes) sur les deux matrices.

Bien que les deux matrices antigènes Ξ et anticorps Φ renferment les codes C_4 et C_6 , mais les quantités correspondantes vont être épargnées et ce parce que la correspondance spatiale est rompue.

Pour les quantités repérées par les codes C_3 , C_4 , C_6 , C_9 , C_{10} , elles seront préservées puisque la correspondance spatiale existe mais la correspondance codale ne figure plus (codes différents).

Les quantités repérées par les codes C_5 , C_7 ne portent ni de correspondance spatiale ni de correspondance codale, elles seront donc épargnées [52].

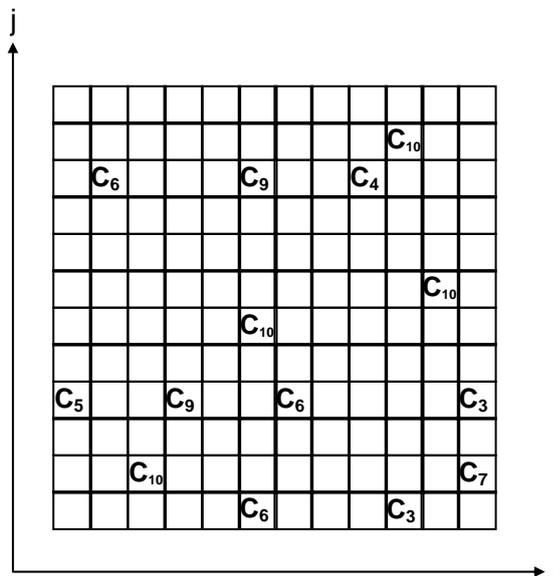
La mise en marche de ce mécanisme complexe, assure une diversification des chemins menant à la solution globale et permet en l'occurrence au traitement numérique d'échapper ainsi à tout les optima locaux.

IV. 10. 3. Prolifération

L'étape suivante sera la prolifération des antigènes par division cellulaire. Cela dit que les quantités épargnées par le processus de destruction vont se multiplier par division cellulaire et donner naissance aux mêmes quantités portant les mêmes codes mais pas les mêmes adresses.

La prolifération cellulaire est un contre-poids à la destruction antigénique et permet de restaurer les quantités qui constituent les paramètres. C'est la division cellulaire qui empêcherait la suppression de toutes les quantités et en conséquence l'extinction définitive du paramètre. C'est le régénérateur de la lutte antigènes-anticorps.

Le processus de la division cellulaire est illustré sur la figure IV. 8, où seules les quantités épargnées seront reproduites aléatoirement en nombre et en espace [52].



Matrice antigènes à la troisième étape

Figure IV. 8 : Principe de la prolifération des antigènes

Sur la figure IV. 8 :

La quantité correspondant au code C_3 s'est multipliée une fois sur un emplacement aléatoire.
 La quantité correspondant au code C_6 s'est multipliée deux fois sur deux emplacements aléatoires.

La quantité correspondant au code C_9 s'est multipliée deux fois sur un emplacement aléatoire double.

La quantité correspondant au code C_{10} s'est multipliée trois fois sur trois emplacements aléatoires.

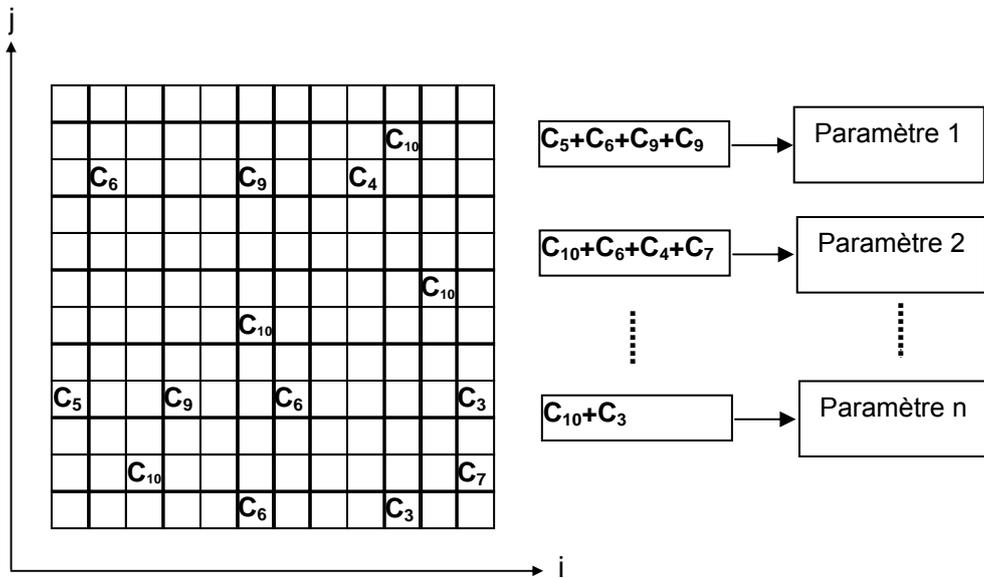
La quantité correspondant au code C_4 s'est multipliée une fois sur le même emplacement de sa génératrice (cellule mère).

Les quantités correspondant aux codes C_5 et C_7 ne se sont pas multipliées.

Pour la prolifération, différentes combinaisons et configurations en nombres et en emplacements peuvent être menés au cours de chaque défensive (cycle) et ce grâce au caractère semi-aléatoire qui leur est assigné.

IV. 10. 4. Assemblage et reconstitution

La dernière étape consiste en l'assemblage aléatoire des quantités figurant sur la matrice antigènes et leur affectation pour la constitution des paramètres à optimiser afin de passer à la deuxième genèse. Ceci est illustré sur la figure IV. 9.



Matrice antigènes à la quatrième étape

Figure IV. 9 : Principe de l'assemblage et de la reconstitution des paramètres

Sur la figure IV. 9, la somme entre les codes justifie la somme des quantités attribuées aux codes figurants.

Le processus entrera ainsi dans une seconde défensive (cycle) après la formation des nouveaux paramètres. Il prendra fin pour un nombre de genèses préfixé ou lors de l'atteinte d'une certaine précision prédéfinie.

IV. 11. Construction des matrices

Comme on l'a déjà cité, la matrice anticorps Φ est créée afin de détruire certains éléments de la matrice antigènes Ξ . La création de cette matrice repose à la fois sur l'aléatoire et sur le déterministe.

IV. 11. 1. Paramétrage déterministe

Les matrices Φ et Ξ sont des matrices carrées dont le nombre de lignes et de colonnes varie au cours des genèses et est contraint par le temps de calcul, le nombre de paramètres à optimiser et la fragmentation de ces paramètres.

Une grande matrice assure la diversité des solutions et le caractère arbitraire de la constitution quantitative des paramètres. Ceci étant nécessaire pour préparer le terrain à une optimisation efficiente [52].

Le nombre d'éléments figurant sur la matrice anticorps Φ (cases réellement occupées), obéit à une loi de type :

$$\Pi = O \left[\frac{\left(\begin{array}{c} \lambda \frac{d_r}{d_M} \\ \kappa \quad d_M \quad -1 \end{array} \right)}{(\kappa - 1)} \Pi_M \right] \quad (IV. 1)$$

O : désigne l'arrondie.

Π : nombre de cases réellement occupés.

Π_M : nombre maximum pour les éléments occupés dans la matrice.

κ : base d'amortissement à valeur réelle.

d_r : distance entre la fonction optimisée et la fonction désirée.

d_M : distance maximale entre la fonction optimisée et la fonction désirée.

λ : coefficient régulateur variant entre 0 et 1.

L'autre entité déterministe pour les deux matrices Φ et Ξ est la constitution des codes. Ces codes seront prient dans un intervalle dont la portée varie selon la loi :

$$\Gamma = \Gamma_M \left(\frac{d_r}{d_M} \right)^\eta \quad (\text{IV. 2})$$

Γ : portée de l'intervalle pour les codes.

Γ_M : portée maximal tolérée pour l'intervalle des codes.

η : coefficient adaptateur variant entre 0 et 1.

On aura par la suite :

$$\Gamma_C = \lambda + \bar{\Gamma} \quad (\text{IV. 3})$$

Γ_C : intervalle à valeurs entières pour les codes.

λ : valeur aléatoire entière.

$\bar{\Gamma}$: intervalle de valeurs entières tiré de Γ .

Bien que Γ est un intervalle supposant une infinité de valeurs, mais on ne devra prendre que les valeurs entières pour les affecter aux codes. Désormais, les codes entiers seront choisis aléatoirement dans l'intervalle Γ_C .

Exemple

Si : $\Gamma_M = [2 : 5]$, $\frac{d_r}{d_M} = 0.5$, $\eta = 1$, $\lambda = 10$.

Alors : $\Gamma = [1 : 2.5]$, $\bar{\Gamma} = [1, 2, 3]$ et $\Gamma_C = [11, 12, 13]$.

Les matrices anticorps Φ et antigènes Ξ sont des matrices carrées mais pas nécessairement.

La fragmentation de chaque paramètre est différente et requis la division de celui-ci en un nombre de fractions. Ce nombre ainsi que le nombre de paramètre, contribuent fortement à l'ordre des deux matrices. Il serait donc évident que le nombre minimum d'éléments (nombre de cases occupées et non-occupées) pour les deux matrices soit donné par :

$$\Pi_m = \sum_{i=1}^{i=n} \Theta_i \quad (\text{IV. 4})$$

Θ_i : nombre de fragments pour le paramètre i.

n : nombre de paramètres à optimiser.

Si on rajoute à ceci l'opération de la division cellulaire et si l'on en soustrait celle de la destruction des antigènes, sans pour autant oublier le fait que deux cellules cogéniques (issue du même fragment) puissent avoir le même emplacement, alors il faudra réécrire :

$$\Pi_r = \frac{v \log_2(v)}{2} \Pi_m \quad (\text{IV. 5})$$

Π_r : nombre réel d'éléments (cases occupées et non-occupées) pour les deux matrices.

v : nombre maximum de division cellulaire lors d'une genèse.

Quant à la fragmentation de chaque paramètre 'i', elle est réalisée par simple partage de la valeur de ce paramètre en un nombre entier (Θ_i) arbitraire généré lors du processus de la résolution [52].

Par ailleurs, il faudra différencier entre le nombre de cases réellement occupées Π et le nombre total de cases dans les deux matrices Π_r . Alors, il serait prudent d'écrire

$$\Pi_m < \Pi < \Pi_M < \Pi_r.$$

IV. 11. 2. Distribution aléatoire

C'est la distribution des éléments sur les deux matrices, qui est aléatoire sur différents emplacements (i, j). Cette distribution aléatoire simule à la fois, le caractère aléatoire de l'attaque antigénique et celui de la riposte des anticorps. Dans ce cas, la rencontre entre l'antigène et les anticorps n'est que le fait du hasard.

Le caractère hasardeux de la rencontre est un accentuant de la diversité des solutions dans le but d'empêcher toute stagnation lors du processus de résolution.

IV. 12. Qualification de la tactique immunitaire

La tactique immunitaire, s'inspire de la lutte entre bactéries, virus, champignons, cellules modifiées, etc., d'un côté et le système immunitaire des êtres vivants de l'autre.

Cette lutte assume et donne lieu à deux phénomènes parallèles :

- La division cellulaire ou prolifération pour les corps du non-soi, d'une part.
- La destruction des antigènes, de l'autre part.

Ceci arrange un équilibre qui empêche de basculer entièrement vers l'un des deux phénomènes.

En effet une prolifération sans limite mène à des solutions inacceptables, alors qu'une destruction non amortie détruit l'ensemble des antigènes et génère des paramètres à valeur nulle.

Ces deux états déstabiliseront complètement la technique si l'on devait appliquer un seul des deux phénomènes antagonistes.

Sur le tableau IV. 1 suivant, nous avons résumé les différentes caractéristiques assignées à la tactique immunitaire.

Caractère	- Stochastique et déterministe
Éléments de base	<ul style="list-style-type: none"> - Fragmentation et distribution - Reconnaissance et destruction conditionnée - Prolifération - Assemblage et reconstitution
Temps de traitement par rapport aux méthodes déterministes	- Relativement long

Tableau IV. 1 : Tableau descriptif de la tactique immunitaire

Destruction conditionnée : destruction par correspondance spatiale et codale.

Le tableau mentionne quelques caractéristiques de la tactique immunitaire. Toutefois, c'est la pratique qui en révélera bien d'autres et jugera des avantages et des failles associées.

Désormais, il est clair que notre technique de tactique immunitaire est mieux régie par des lois déterministes, bien que le caractère aléatoire soit préservé. La combinaison entre le déterministe et l'aléatoire offre une meilleure raison pour la technique et la rend plus contrôlable.

Il va sans dire qu'un caractère totalement aléatoire serait nocif pour la qualité des solutions. Alors il est d'une extrême nécessité d'apporter un équilibre en intégrant des lois déterministes qui empêcheraient la dérive de l'aléatoire, d'où toute la force de notre technique qui fera sans doute une très bonne méthode d'optimisation, tout en restant invulnérable vis à vis de [52] :

La stagnation, à cause de la distribution aléatoire des codes et des fragments.

La préservation de l'espace total des solutions, à cause de la destruction conditionnée de certains fragments.

La destruction totale de l'espace des solutions, grâce à la division cellulaire.

La dérive aléatoire et les solutions précoces et obsolètes, grâce aux lois déterministes régissant les éléments de base de la technique.

Ces différents aspects, contribue à la robustesse de la tactique immunitaire et lui ouvre de larges perspectives sur le domaine de l'optimisation et bien d'autres.

La nouvelle technique se veut d'être une innovation dans le domaine de l'optimisation. Ceci dit qu'elle reste dans l'état embryonnaire et sujet à d'autres améliorations et d'autres adaptations. Ceci se réalisera sans aucun doute en portant sur d'autres variantes, étant donné que le système immunitaire reste maître d'un ensemble de réactions qui engagent la riposte défensive du corps contre les intrus.

L'intégration d'autres mécanismes de la réaction immunitaire, apportera sans aucun doute plus de flexibilité et plus de stabilité pour ce nouveau procédé et l'adaptera ainsi aux conditions d'applications exigées. Parmi ces mécanismes, on peut citer :

L'action des lymphocytes mémoire.

Apoptose des cellules.

La coordination entre lymphocytes B, lymphocytes T et macrophages.

La vaccination, etc.

Dans le même contexte, et concernant notre application, le choix d'une représentation bidimensionnelle pour les matrices antigènes et anticorps, n'est aucunement une contrainte tout autant que le codage et la fragmentation. D'ailleurs et comme perspective, on devra étendre ces notions au multidimensionnel avec d'autres facteurs qui entrent en jeu dans l'action immunitaire.

SECTION III

SYSTEME IMMUNITAIRE OUTIL POUR LA SYNTHESE DES RESEAUX CONFORMES D'ANTENNES IMPRIMEES

IV. 13. Prélude

La tactique immunitaire étant une technique d'optimisation à paramétrage déterministe et distribution aléatoire, il serait naturel de pouvoir l'appliquer au problème de la synthèse de rayonnement des réseaux d'antennes.

On rappelle que le problème de la synthèse, consiste en la détermination des paramètres géométriques (disposition spatiale) et/ou électriques (excitation) des éléments, qui permettent au diagramme de rayonnement d'approcher une fonction bien spécifiée.

Notre deuxième volet sur cette thèse est la synthèse de rayonnement de réseaux conformés par loi électrique. Cela dit que la géométrie du réseau étant fixée, la solution est de calculer les valeurs des excitations des antennes élémentaires qui permettent d'avoir un diagramme de rayonnement dont l'allure serait la plus proche possible d'une fonction à niveaux, bas et haut.

IV. 14. Notions de base

Le champ rayonné par un réseau à N_s éléments est égal à la somme des champs rayonnés par chacun des éléments, soit [52]-[58] :

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^{n=N_s} a_n e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{om}_n \vec{u})} E_n(\theta, \varphi) \quad (IV. 6)$$

Avec :

a_n : alimentation complexe de la source n . C'est le paramètre à optimiser.

λ : longueur d'onde.

\vec{om}_n : vecteur position de la source n , défini dans le repère cartésien global (O,X,Y,Z).

$\vec{u} = \vec{u}_0$: vecteur direction de propagation défini par les angles θ et φ .

$E_n(\theta, \varphi)$: contribution du diagramme élémentaire de la source n dans la direction de propagation.

N_s : nombre total d'éléments du réseau.

Ces différents paramètres sont représentés sur la figure IV. 10.

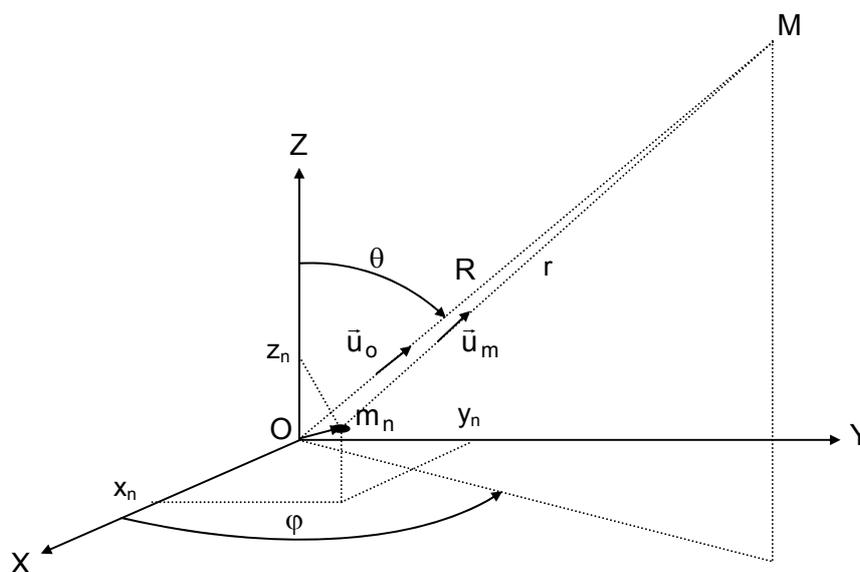


Figure IV. 10 : Paramètres géométriques dans un repère global

(x_n, y_n, z_n) : sont les coordonnées de la source n.

M : point d'observation en zone lointaine.

\bar{u} en coordonnées cartésiennes a pour composantes :

$$\bar{u} \begin{cases} u = \sin \theta \cos \varphi \\ v = \sin \theta \sin \varphi \\ w = \cos \theta \end{cases} \quad (\text{IV. 7})$$

Par ailleurs, l'aspect conformé des réseaux rend la contribution $E_n(\theta, \varphi)$ de chaque élément au rayonnement global, différente. De ce fait, ce terme ne peut plus être extrait de la somme sur les éléments comme facteur commun.

Ceci dit, on devra calculer la contribution de chaque source pour toute direction spatiale dans un repère global et ce, en utilisant la matrice de passage. Celle-ci assure la transition entre deux repères. Dans notre cas, il s'agira de passage d'un repère local lié à l'élément au repère global associé au réseau.

IV. 15. Positionnement des éléments

Chaque élément prend sa position finale sur le réseau par une translation, une élévation et deux rotations de base qui définissent son orientation dans l'espace.

En résumé, l'élément subit les transformations suivantes :

- une translation de composante radiale R_n .
- une élévation de composante latitudinale H_n .
- une rotation azimutale φ_n autour de l'axe OZ.
- une inclinaison en élévation, d'une valeur θ_n par rapport à l'axe OZ.

Ces différentes transformations géométriques sont représentées sur la figure IV. 11.

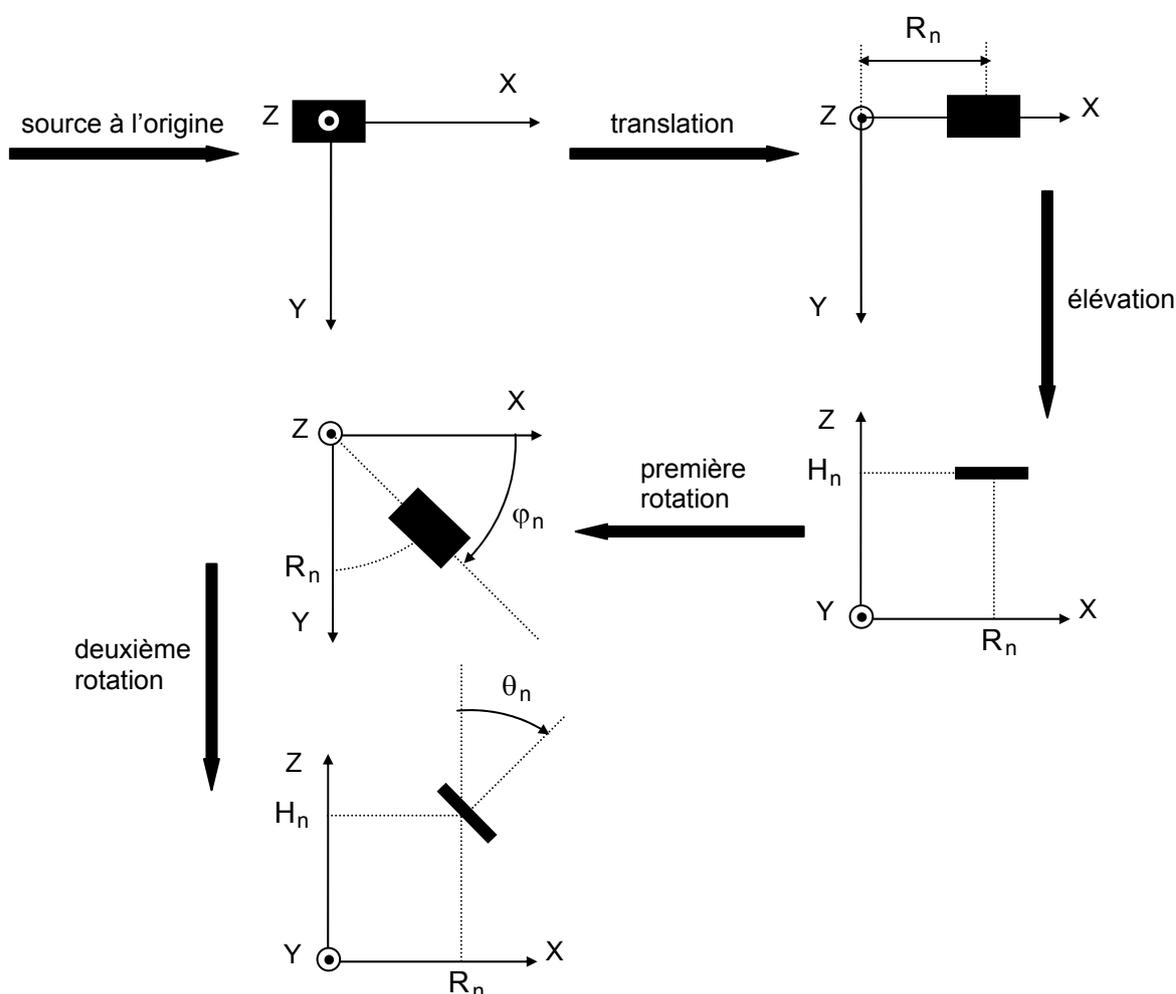


Figure IV. 11 : Etapes de positionnement des éléments sur le réseau

Grâce aux deux rotations de base imposées aux sources, les composantes du champ dans le repère global seront liées directement à celles dans le repère local par la matrice de passage. On écrira alors :

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = MP^{-1} \begin{pmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \\ E_{z'} \end{pmatrix} \quad (IV. 8)$$

E_x, E_y, E_z représentent les composantes du champ dans le repère global (O,X,Y,Z).

$E_{x'}, E_{y'}, E_{z'}$ représentent les composantes du champ dans le repère local (O,X',Y',Z').

MP : matrice de passage, l'exposant '-1' désignant l'inversion matricielle.

IV. 16. Matrice de passage

Le repère local associé à l'élément est lié au repère global du réseau par les angles θ_n et φ_n qui définissent la normale à l'élément rayonnant en son centre géométrique.

Le changement de repère est effectué par deux rotations. La première autour de l'axe (OZ), d'une valeur φ_n . La seconde autour de l'axe (OY') défini par la rotation précédente, d'une valeur θ_n . Ces deux rotations vont générer la matrice de passage (MP).

L'expression de la matrice de passage sera donnée après les opérations classiques suivantes :

- Rotation de φ_n autour de l'axe (OZ).

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bar{X} \\ Y' \\ Z \end{pmatrix} \Rightarrow MP1 = \begin{bmatrix} \cos\varphi_n & \sin\varphi_n & 0 \\ -\sin\varphi_n & \cos\varphi_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\bar{X} : axe résultant du pivotement de l'axe (OX) autour de (OZ) d'une valeur φ_n .

Y' : axe résultant du pivotement de l'axe (OY) autour de (OZ) d'une valeur φ_n .

- Rotation de θ_n autour de l'axe (OY').

$$\begin{pmatrix} \bar{X} \\ Y' \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} \Rightarrow MP2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_n & 0 & -\sin\theta_n \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_n & 0 & \cos\theta_n \end{bmatrix}$$

D'où la matrice totale :

$$MP = MP2 \times MP1 \quad (IV. 9)$$

$$MP = \begin{bmatrix} \cos\theta_n \cos\varphi_n & \cos\theta_n \sin\varphi_n & -\sin\theta_n \\ -\sin\varphi_n & \cos\varphi_n & 0 \\ \sin\theta_n \cos\varphi_n & \sin\theta_n \sin\varphi_n & \cos\theta_n \end{bmatrix} \quad (IV. 10)$$

Alors, le vecteur direction de propagation dans le repère de la source sera donné par :

$$\bar{u}' = MP \cdot \bar{u} \quad (IV. 11)$$

Ceci permettra de connaître la valeur du diagramme de rayonnement de chacun des éléments rayonnants dans toutes les directions de l'espace.

Comme on l'a déjà mentionné, la matrice de transition MP permet le passage d'un repère cartésien à un autre.

Par ailleurs, l'expression du champ est donnée soit en coordonnées sphériques, soit en coordonnées cartésiennes. De plus, la matrice de passage n'est applicable que sur les coordonnées cartésiennes. De ce fait, il paraît indispensable de définir deux autres matrices facilitant la transition entre coordonnées sphériques et cartésiennes et vice-versa. Celles-ci ne font intervenir que la colatitute et le gisement du point d'observation de la manière suivante [52] :

$$M_T = \begin{bmatrix} \sin\theta \cos\varphi & \cos\theta \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\theta \sin\varphi & \cos\theta \sin\varphi & \cos\varphi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \quad (IV. 12)$$

$$M_F = \begin{bmatrix} \sin\theta' \cos\varphi' & \sin\theta' \sin\varphi' & \cos\theta' \\ \cos\theta' \cos\varphi' & \cos\theta' \sin\varphi' & -\sin\theta' \\ -\sin\varphi' & \cos\varphi' & 0 \end{bmatrix} \quad (IV. 13)$$

M_T : matrice qui permet le passage depuis les coordonnées sphériques vers les coordonnées cartésiennes.

M_F : matrice qui permet le passage depuis les coordonnées cartésiennes vers les coordonnées sphériques.

θ, φ : coordonnées angulaires dans le repère fixe associé au réseau.

θ', φ' : coordonnées angulaires dans le repère tournant associé à la source.

L'expression du champ lointain E_F en coordonnées sphériques dans le repère global serait déduite de l'expression du champ lointain E_T en coordonnées sphériques dans le repère local de la manière suivante :

$$E_F(\theta, \varphi) = M_F M_P^{-1} M_T E_T(\theta', \varphi') \quad (\text{IV. 14})$$

IV. 17. Structuration du problème de la synthèse

Pour pouvoir résoudre le problème de la synthèse, on devra commencer par le structurer. Cette structuration passe par son arrangement.

IV. 17. 1. Matrice Λ

Si on examine l'expression du diagramme de rayonnement, on peut voir clairement que cette expression peut être mise sous la forme compacte suivante [52], [53] :

$$f = a \Lambda^T \quad (\text{IV. 15})$$

$$\Lambda(k, l) = e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (\overline{om}_l \cdot \vec{u}_k)} E_l(\theta_k, \varphi_k) \quad (\text{IV. 16})$$

l : indice de l'élément et de colonne dans Λ , il varie de 1 à N_s .

k : indice du point discret de l'espace échantillonné et de ligne dans Λ , il varie de 1 à N_e .

Avec :

$$N_e = N_\theta N_\varphi \quad (\text{IV. 17})$$

$$N_\theta = \frac{\pi}{\delta\theta} + 1, \quad N_\varphi = \frac{2\pi}{\delta\varphi} + 1 \quad (\text{IV. 18})$$

N_s : nombre total de sources ou de lignes de la matrice Λ .

N_e : nombre de mailles de la sphère d'observation échantillonnée ou de colonnes de la matrice Λ .

$\delta\theta$: pas d'échantillonnage en élévation.

$\delta\varphi$: pas d'échantillonnage en azimut.

N_θ, N_φ : nombre d'échantillons de la sphère d'observation, respectivement en azimut et en élévation.

La construction modulaire de la matrice Λ est représentée sur le la figure IV. 12.

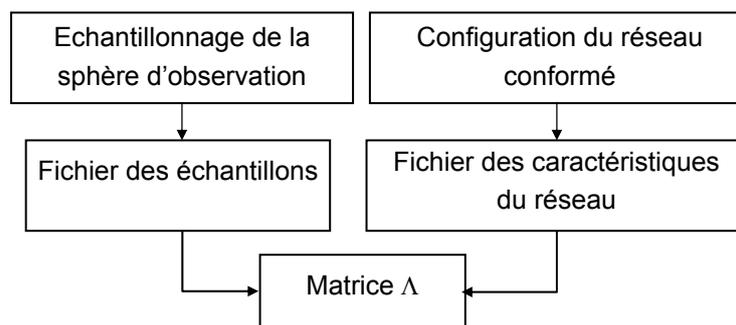


Figure IV. 12 : Diagramme synoptique pour la construction de la matrice Λ

Sur le diagramme synoptique, figure :

- L'échantillonnage de la sphère d'observation : dans cette étape on échantillonne l'espace afin de passer du continu au discret.
- La configuration du réseau conformé : ici on donne les caractéristiques du réseau dont les coordonnées cartésiennes et les angles θ_n et φ_n pour chaque élément.
- Le fichier des échantillons : sur ce fichier on assemble tous les points discret de l'espace avec leurs coordonnées angulaires $i\delta\theta$ en élévation et $j\delta\varphi$ en azimut, ($i \in [1, N_\theta]$, $j \in [1, N_\varphi]$).
- Le fichier des caractéristiques du réseau : ce fichier contient les coordonnées cartésiennes et les angles θ_n et φ_n pour chaque élément.

IV. 17. 2. Définition et dimensionnement de la fonction désirée

Lorsqu'on optimise dans un problème, on veut que la fonction obtenue s'approche le plus possible du résultat désiré. Ce dernier peut être défini pour le problème de la synthèse, soit à partir d'une fonction à valeurs, soit à partir d'une fonction à intervalles [52]-[58].

C'est la fonction à intervalles que nous avons retenue, vu que celle-ci offre plus de liberté en imposant un ensemble limité de valeurs.

Par ailleurs, la fonction désirée ou le gabarit \cap peut être défini dans tout l'espace, dans une partie de l'espace ou seulement dans quelques plans.

La fonction désirée possède deux niveaux, bas et haut. Ceux-ci devront piéger la caractéristique de rayonnement électromagnétique du réseau.

Les niveaux bas et haut de suite M_l , M_u définissent les paramètres suivants :

Niveau du lobe principal fixé à 0 dB.

Taux d'ondulation maximum, en décibels : MRV.

Niveau maximum des lobes secondaires, en décibels : MSL.

Largeur maximale du lobe principal, en degrés : MXW.

Largeur minimale du lobe principal, en degrés : MNW.

Angle de pointage du lobe principal en élévation, en degrés : θ_c .

Gisement du plan principal de rayonnement, en degrés : φ_c .

Couverture, en degrés : CR.

Ces paramètres sont illustrés graphiquement sur la figure IV. 13 pour une vue de révolution et sur la figure IV. 14 pour une vue projetée.

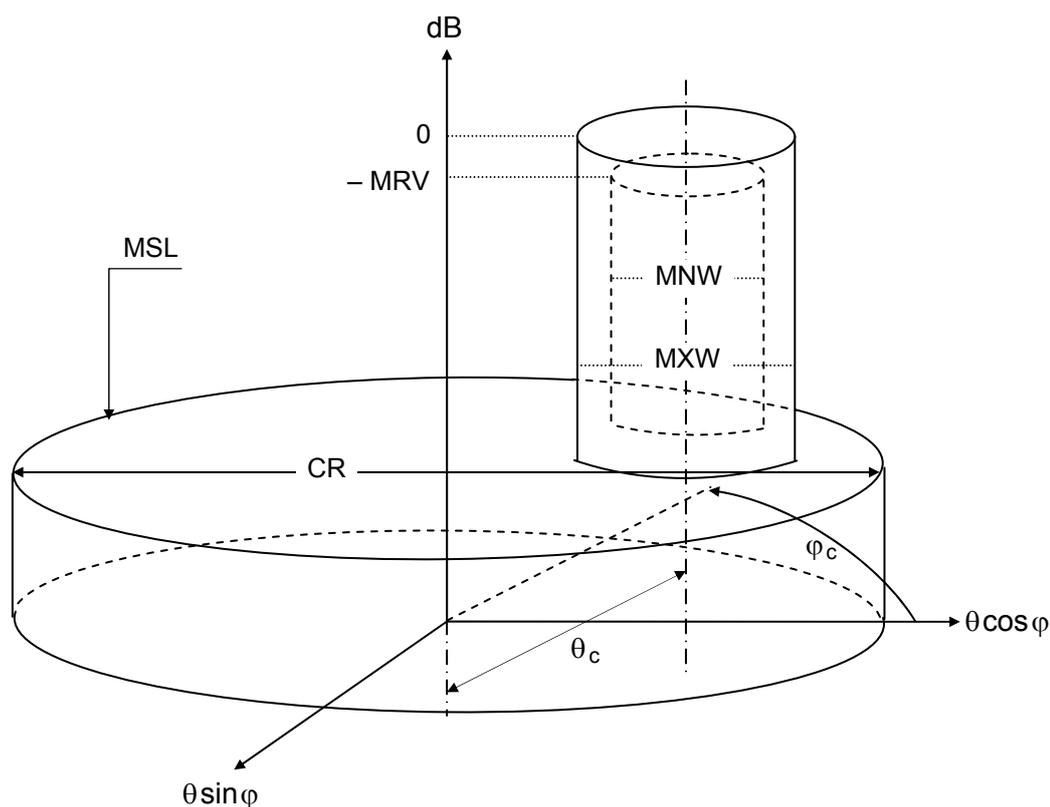


Figure IV. 13 : Fonction désirée et ses paramètres en vue de révolution

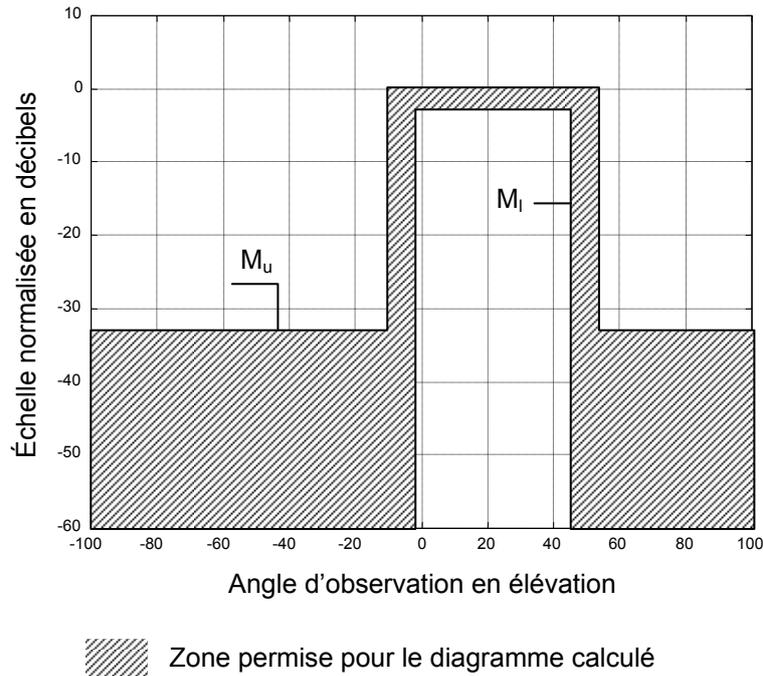


Figure IV. 14 : Projection de la figure IV. 13 sur le plan φ_c

On rappelle que \cap est spécifiée par deux niveaux, de telle sorte qu'on ait :

$$M_l(\theta, \varphi) \leq f(\theta, \varphi) \leq M_u(\theta, \varphi) \quad (\text{IV. 19})$$

$M_l(\theta, \varphi)$: niveau bas.

$M_u(\theta, \varphi)$: niveau haut.

IV. 18. Définition du critère d'erreur

Le critère d'erreur dans sa définition générale, représente la distance qui sépare la fonction à optimiser de la fonction désirée.

Par extension, dans le problème de la synthèse, il représente l'écart figurant entre le diagramme calculé et le gabarit.

Pour notre étude, nous avons défini ce critère par l'expression suivante [55]:

$$d_f = \left[\frac{\sum_{j=1}^{j=N_\varphi} \sum_{i=1}^{i=N_\theta} \alpha(i,j) \cdot (B(i,j))^{\beta(i,j)}}{\sum_{j=1}^{j=N_\varphi} \sum_{i=1}^{i=N_\theta} \alpha(i,j)} \right]^{\frac{1}{\beta M}} \quad (\text{IV. 20})$$

$$B(i,j)=\begin{cases} f(i,j)-M_u(i,j) & \text{si } f(i,j)>M_u(i,j) \\ 0 & \text{si } M_l(i,j)<f(i,j)<M_u(i,j) \\ M_l(i,j)-f(i,j) & \text{si } f(i,j)<M_l(i,j) \end{cases} \quad (\text{IV. 21})$$

$$\beta_M = \text{Max}[\beta(i,j)] \quad (\text{IV. 22})$$

$\alpha(i,j)$: coefficient de pondération linéaire pour le point discret repéré par (i, j) dans l'espace.

$\beta(i,j)$: coefficient de pondération en puissance pour le point discret repéré par (i, j) dans l'espace.

β_M : valeur maximale des coefficients β .

L'utilisation de la tactique immunitaire comme technique d'optimisation, va nous permettre de minimiser ce critère d'erreur.

La solution optimale sera celle qui donnera une distance minimale (d_r minimum). Par esprit optimiste, la solution idéale serait pour d_r nulle, chose qui est rarement atteinte pour les problèmes d'optimisation.

Le critère d'erreur demeure le seul lien concret entre la synthèse et la tactique immunitaire. Sa minimisation favorise l'extraction des paramètres d'excitation optimale a_n . Ces paramètres a_n , une fois injectés dans l'expression du diagramme de rayonnement, donnerons la fonction optimale qui s'approche le plus de la fonction \cap .

Le concept de la résolution du problème de la synthèse par la tactique immunitaire est résumé sur l'organigramme de la figure IV. 15 [52].

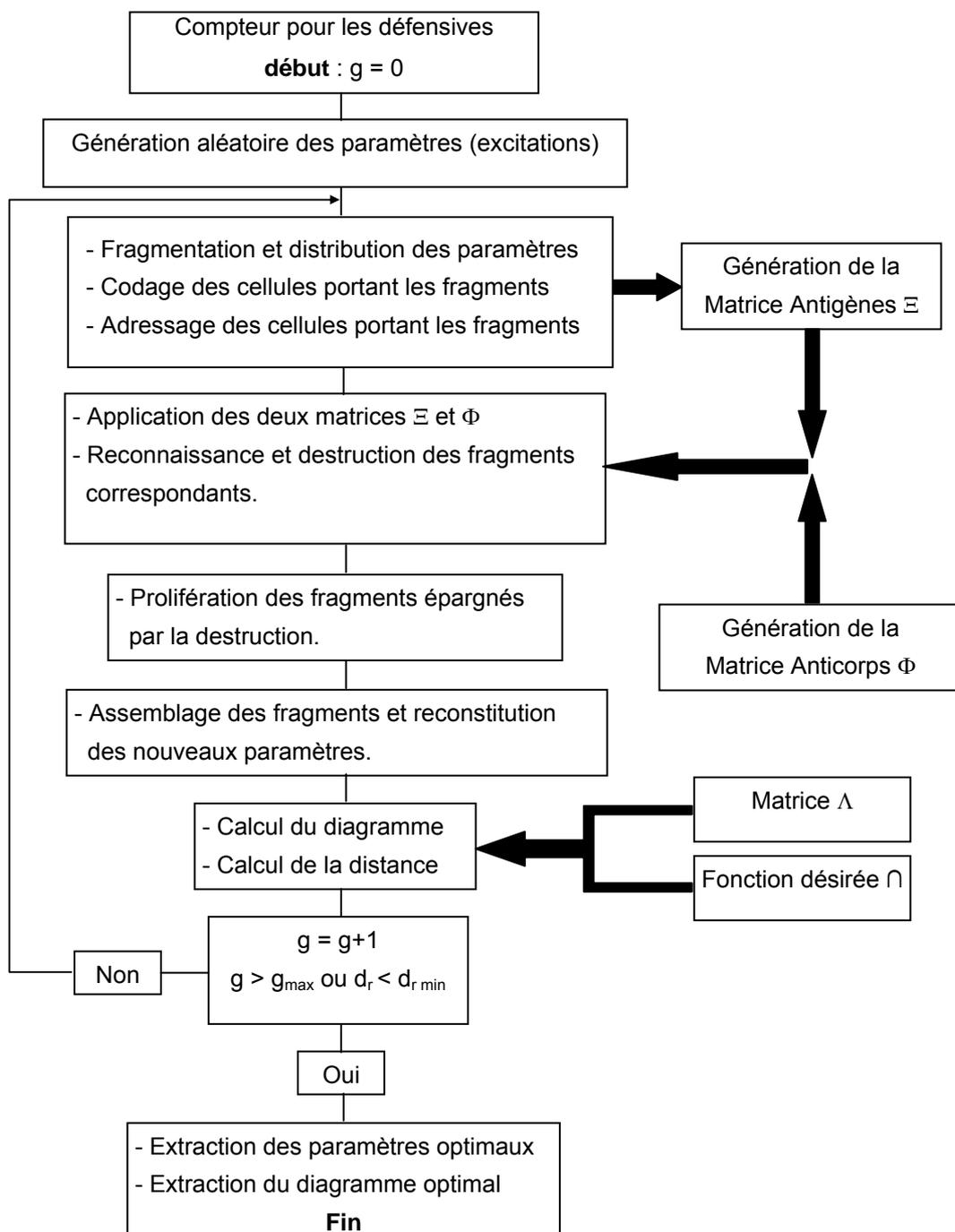


Figure IV. 15 : Organigramme ordonnant les étapes de la synthèse par la tactique immunitaire

Dans le chapitre suivant, nous allons exposer les différents résultats de la synthèse pour différents réseaux conformés d'antennes. L'efficacité de notre nouvelle technique sera reflétée et approuvée à travers ces nombreux cas d'application.

IV. 19. Conclusion

Il faut dire que la pérennité du combat mené par le système immunitaire contre le non-soi est trop attractive sinon très fascinante pour ne pas vouloir l'exploiter. C'est de là qu'est partie notre nouvelle conception pour la synthèse de rayonnement des réseaux conformés d'antennes imprimées. Par analogie avec les mécanismes biologiques de la destruction du non-soi et de la conservation du soi, l'idée prévoit en elle, l'élimination des mauvaises solutions et la préservation de la meilleure d'entre-elles.

Ce nouveau concept d'élimination-préservation, nous l'avons baptisé la tactique immunitaire. Par la suite, nous avons engagé et exploité ce procédé d'optimisation original dans la synthèse de rayonnement des réseaux conformés d'antennes imprimées.

Toutefois en parlant encore de cette synthèse, qui reste un problème d'optimisation, l'idée d'une application de notre nouvelle technique paraît très judicieuse. En effet, ceci permettra de retrouver la loi d'excitation des éléments qui donnera le diagramme de rayonnement le plus proche possible de la fonction désirée.

La tactique immunitaire et par le biais de ces opérateurs, ouvre de larges perspectives quant aux problèmes de synthèse et s'apprête à de nombreuses applications qui font d'elle un outil efficace et flexible vu ses propriétés.

Pour la synthèse, l'approbation de notre nouvelle et originale technique passera par de nombreuses applications qui feront l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE CINQ

RESULTATS DE SIMULATIONS EN SYNTHESE

V. 1. Introduction

La synthèse de rayonnement des réseaux conformés d'antennes imprimées est au cœur même du deuxième volet de notre thèse.

Ce cinquième chapitre est consacré entièrement à la présentation de certaines structures de réseaux conformés dont nous devons synthétiser le diagramme de rayonnement. Ces structures passeront graduellement du plus simple qui est le réseau plan au plus complexe qui est le réseau sphère.

Les résultats de la synthèse pratiquée par le biais de notre nouveau et original procédé d'optimisation baptisé la tactique immunitaire, seront esquissés par des graphiques plans et tridimensionnels. En effet les courbes hypsométriques en 3D donnent une vision révolutionnaire meilleure pour le rayonnement électromagnétique des réseaux.

Le code développé à base de notre original procédé qui se montre innovant dans le monde de l'optimisation pseudo-aléatoire, sera validé par une comparaison des diagrammes de rayonnement calculés avec les fonctions désirées d'une part, et avec quelques résultats graphiques prient comme témoins. Ces derniers ont été rapportés dans d'autres travaux sous les mêmes contraintes, de structure (configuration de réseau) et de synthèse (fonction désirée) .

V. 2. Réseau plan

Le réseau plan est un cas particulier de réseaux conformés avec une composante z nulle. Sur la structure de la figure V. 1, les éléments au nombre de 16, sont disposés sur la surface du plan et sont espacés de $d_x = 8$ cm selon X et de $d_y = 5$ cm selon Y. La fréquence de fonctionnement est de 3 Ghz [52].

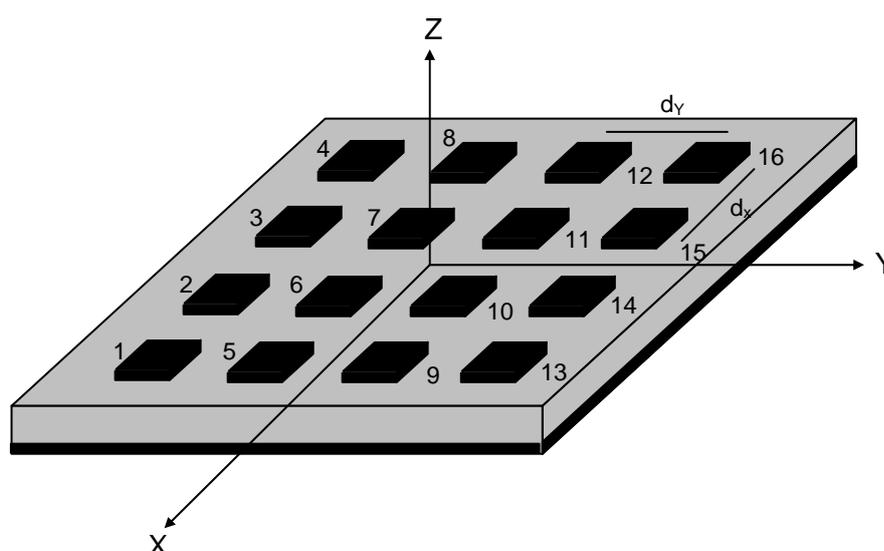


Figure V. 1 : Réseau plan

La cote de chaque élément est nulle et la colatitude θ_n de sa normale est constante et vaut $\theta_n = 0^\circ$.

Dimensionnement de la fonction désirée

Taux d'ondulation : 4 dB.

Niveau maximum des lobes secondaires : - 30 dB.

Largeur maximale du lobe principal : 60° .

Largeur minimale du lobe principal : 40° .

L'intégration de notre nouvelle et originale technique d'optimisation, nommément la tactique immunitaire a été efficace pour la synthèse. Les figures qui vont suivre, attestent de cette efficacité tout autant que les résultats soient de haute qualité. Les diverses figures obtenues concernent :

L'évolution de l'erreur relative.

La loi d'alimentation.

L'allure de la fonction de rayonnement en trois dimensions.

L'allure de la fonction de rayonnement en projection.

Pour le premier réseau qui est le réseau plan, nous allons donner deux applications ordinaires, impliquant à la fois un diagramme centré et un diagramme dépointé.

Sur la figure V. 2 et la figure V. 6, nous présentons l'évolution de l'erreur relative en fonction du nombre de générations (cycles). Ce nombre reste important, mais nécessaire pour la minimisation de la distance qui sépare la fonction calculée de la fonction désirée. Au fait, ceci reste commun à tous les procédés stochastiques d'optimisation. Sur les deux figures, la décroissance de la distance est très apparente et témoigne du caractère convergent de notre nouvelle technique.

La figure V. 3 et la figure V. 7 quant-à-elles, elles expriment la loi d'excitation en amplitude et en phase qui doit être appliquée aux éléments du réseau pour obtenir le rayonnement optimal.

Les figures V. 4, V. 5 et les figures V. 8, V. 9, tracent l'allure du rayonnement dans l'espace et sur le plan principal projeté. Le respect des contraintes imposées par les gabarits se trouve remarquable. Bien que les largeurs maximale et minimale soient légèrement dépassées mais en contre partie, les lobes secondaires descendent au-dessous de - 30 dB.

Cas centré

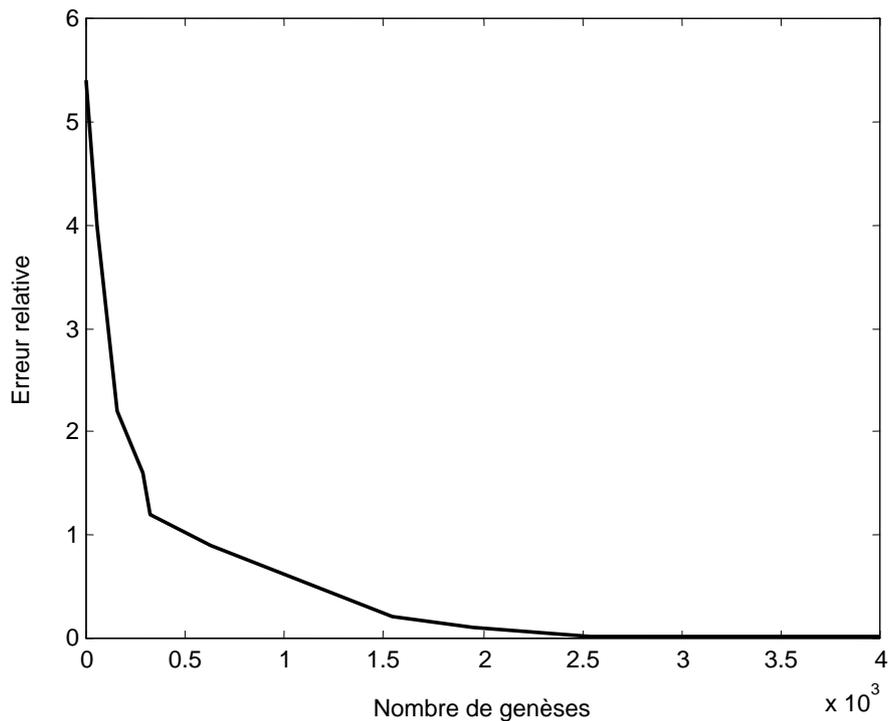


Figure V. 2 : Evolution de l'erreur relative lors des génèses.
Réseau plan, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

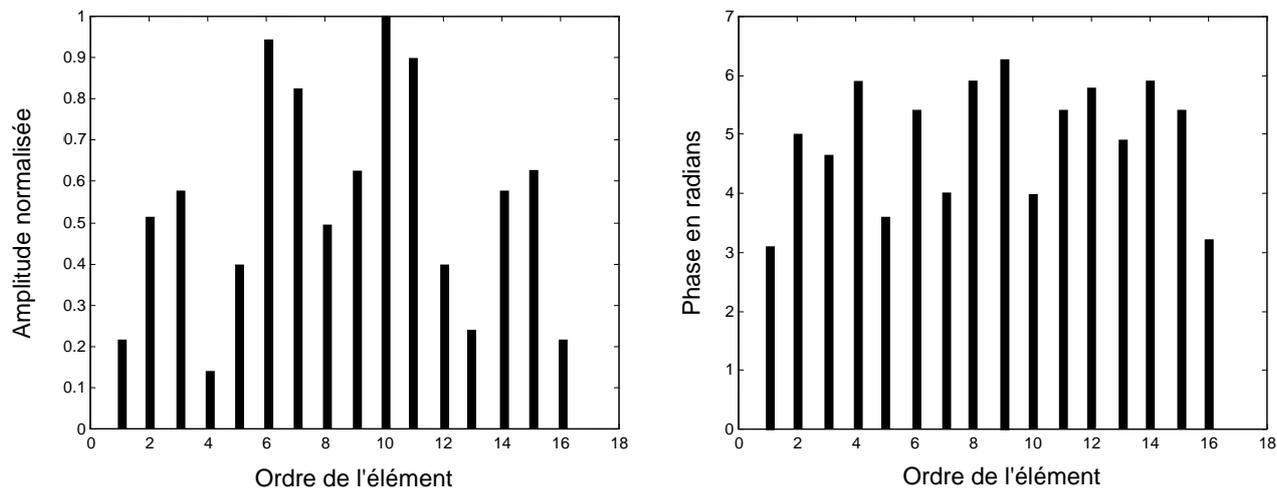


Figure V. 3 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.
Réseau plan, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

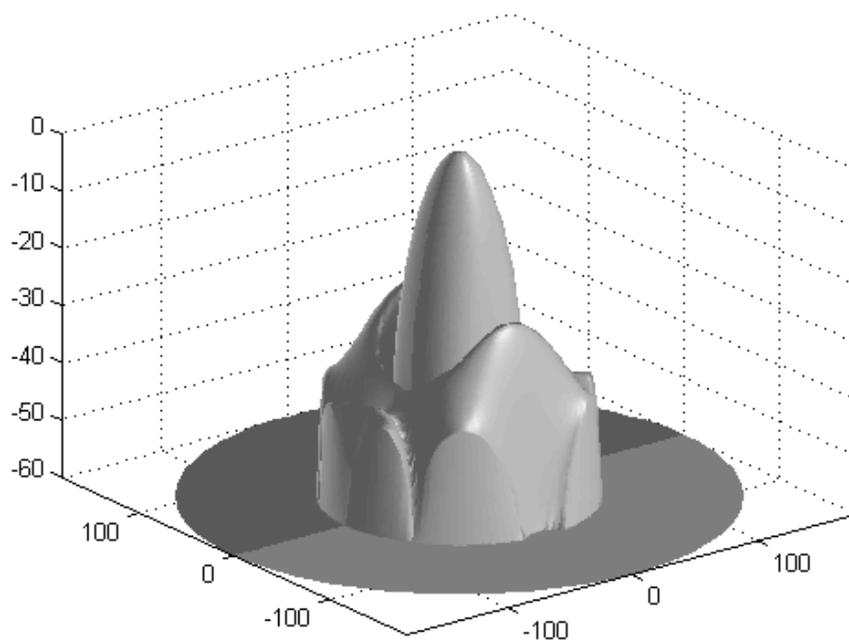


Figure V. 4 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.
Réseau plan, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$), tactique immunitaire.

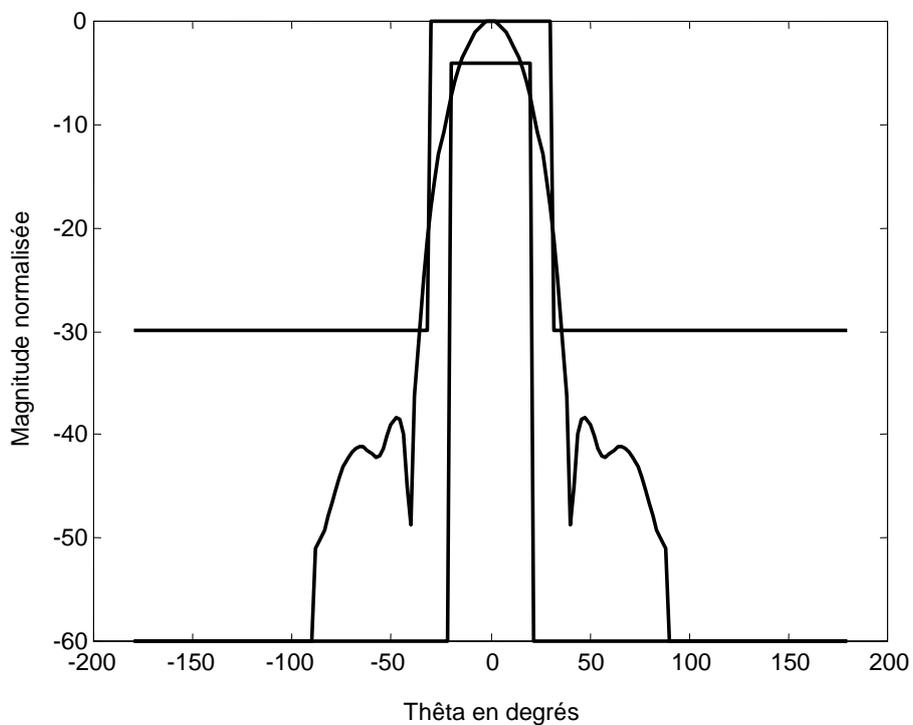


Figure V. 5 : Vue projetée de la figure V. 4 sur le plan principal $\varphi_c = 0^\circ$

Cas dépointé

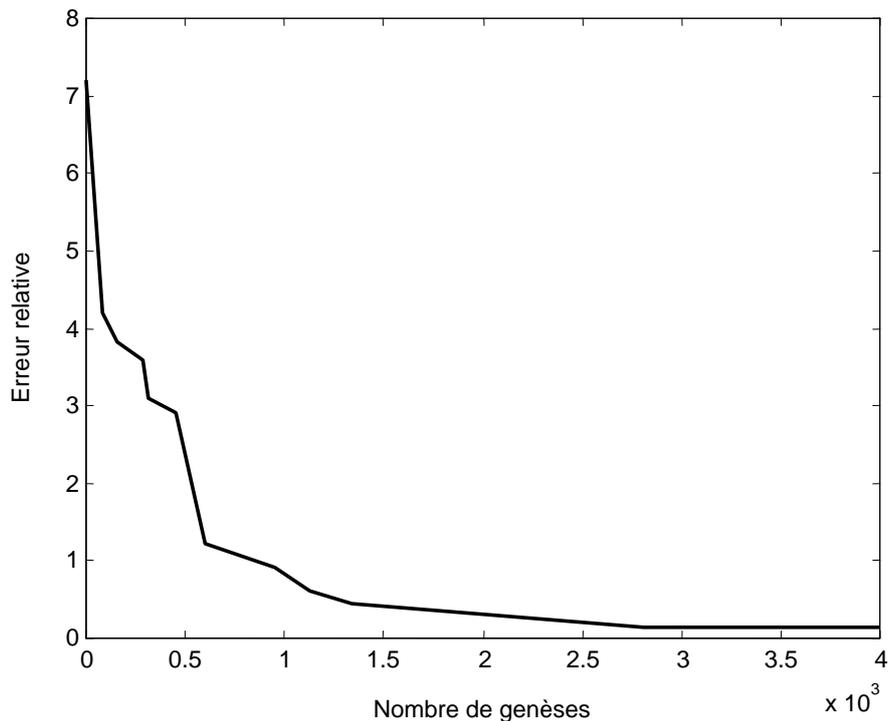


Figure V. 6 : Evolution de l'erreur relative lors des gènes.

Réseau plan, ($\theta_c = 25^\circ$, $\varphi_c = 45^\circ$).

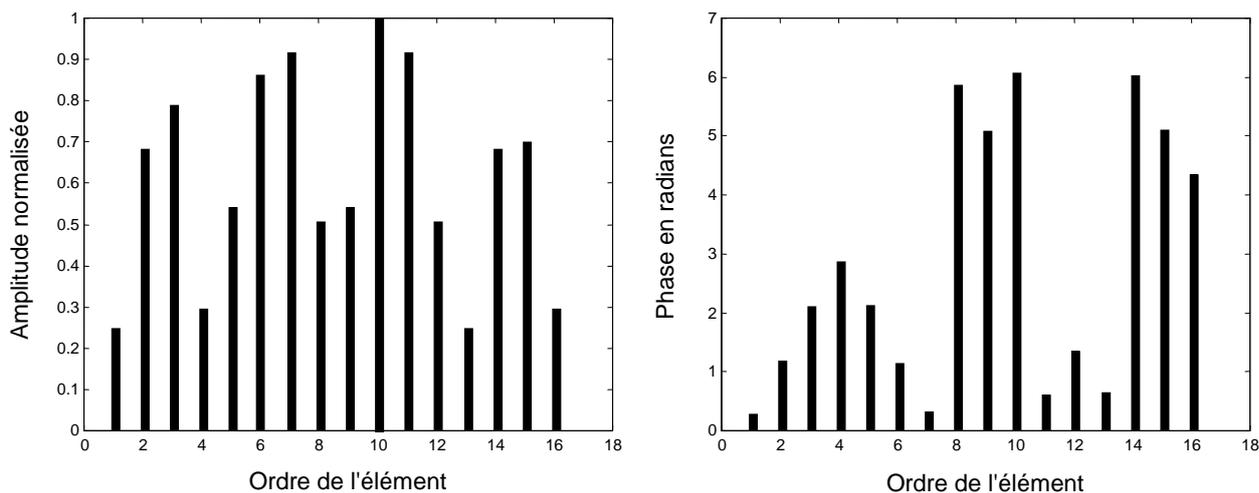


Figure V. 7 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau plan, ($\theta_c = 25^\circ$, $\varphi_c = 45^\circ$).

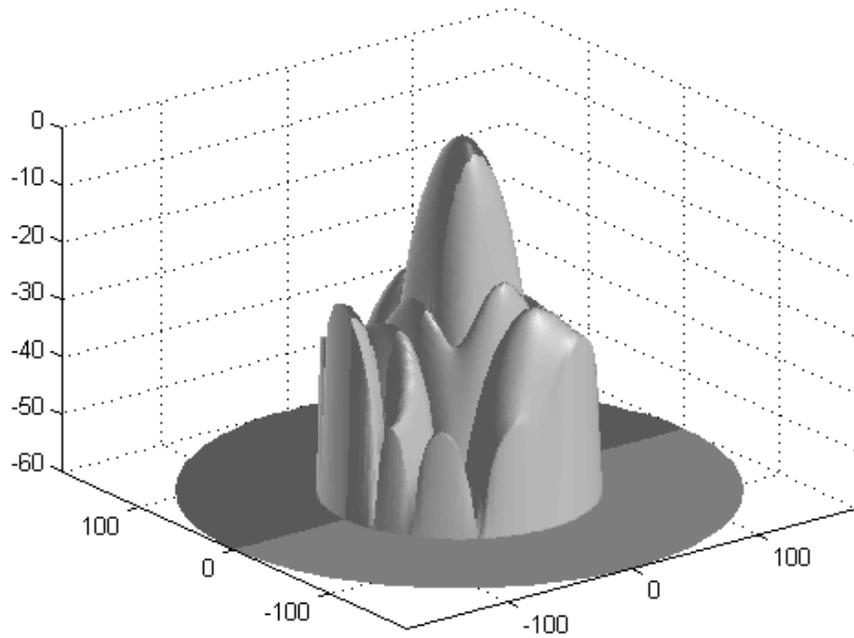


Figure V. 8 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.
Réseau plan, ($\theta_c = 25^\circ$, $\varphi_c = 45^\circ$), tactique immunitaire.

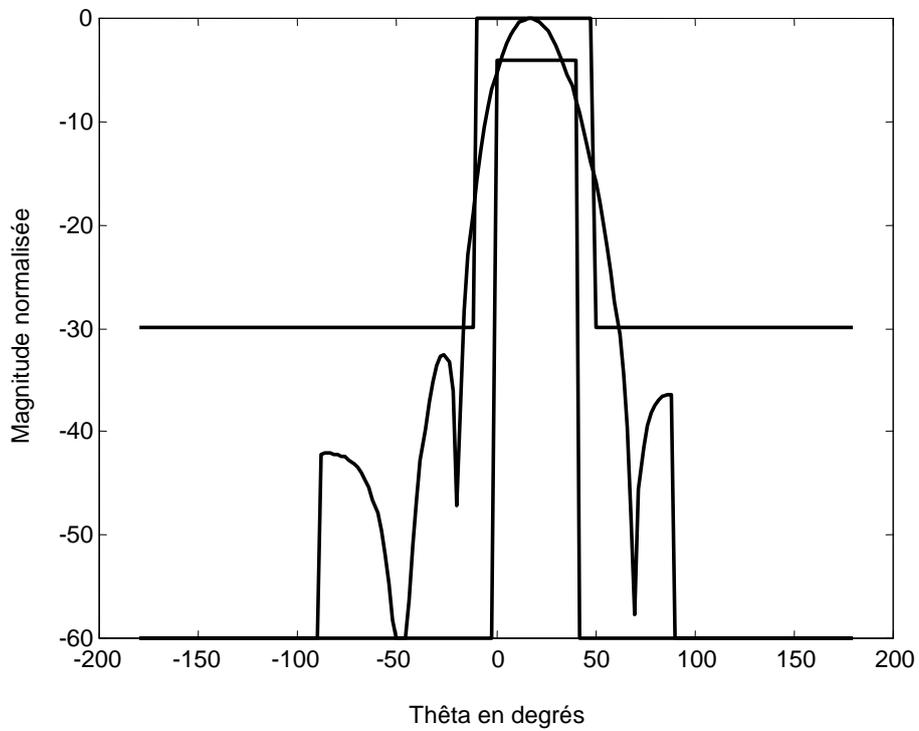


Figure V. 9 : Vue projetée de la figure V. 8 sur le plan principal $\varphi_c = 45^\circ$

V. 3. Réseau dièdre

Le réseau dièdre est considéré comme deux réseaux plans inclinés en opposition faciale symétrique.

Les faces du dièdre étudié (figure V. 10) ont une pente de 30° par rapport à l'horizontale. La fréquence de fonctionnement est de 5 Ghz.

Les éléments sont disposés sur les deux faces du dièdre à raison de quatre par face. Par ailleurs, ces éléments sont espacés de $d = 3$ cm.

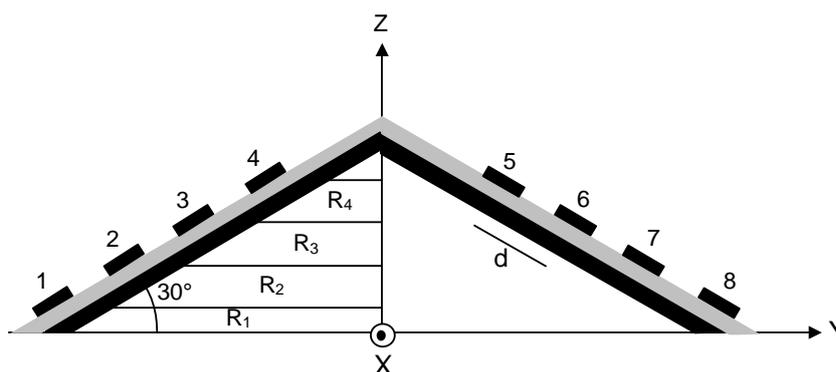


Figure V. 10 : Réseau dièdre

$R_1 = 9$ cm , $R_2 = 6.5$ cm , $R_3 = 4$ cm , $R_4 = 1.3$ cm .

Les abscisses des éléments sont nulles et l'angle θ_n de la normale pour chaque élément est constant et vaut $\theta_n = 30^\circ$ [53], [54].

Dimensionnement de la fonction désirée

Taux d'ondulation : 4 dB.

Niveau maximum des lobes secondaires : - 25 dB.

Largeur maximale du lobe principal : 70° .

Largeur minimale du lobe principal : 36° .

Les résultats des simulations basées sur la tactique immunitaire, sont esquissés sur les figures V. 11, V. 12, V. 13 et V. 14 pour le cas d'un gabarit centré et sur les figures V. 18, V. 19, V. 20 et V. 21 pour le cas d'un gabarit dépointé.

La décroissance de l'erreur relative qui sépare la fonction calculée (diagramme synthétisé) de la fonction désirée (gabarit) est remarquable à travers les genèses.

La confrontation avec les gabarits révèle une bonne approche et témoigne de la fidélité du nouveau procédé d'optimisation. Toutefois et parce que la synthèse est effectuée dans tout l'espace, alors l'annulation de l'erreur relative n'est pas chose possible et ceci est constaté sur les figures V. 14 et V. 21. Sur celles-ci, soit le niveau maximum de lobes secondaire est au-dessus de la valeur imposée pour la figure V. 14 ou bien la largeur du lobe principal déborde pour la figure V. 21.

Pour le cas centré, les résultats des figures V. 15, V. 16 et V. 17, qui ont été obtenus sous les mêmes contraintes par les méthodes : de projections [53], de l'algorithme génétique [54] et celle du recuit simulé [59], restent étroitement proches des nôtres. Ceci valide en grande partie notre travail, quoique la confrontation avec les gabarits soit à elle seule très concluante.

Le niveau maximum de lobes secondaires est encore meilleur sur la figure V. 17, mais ceci demeure relatif en sachant que la synthèse est effectuée sur toute la sphère d'observation. En conséquence, il serai naturel que d'un plan à un autre, la suprématie d'une méthode alterne. Pour le cas dépointé et sur la figure V. 21, le niveau maximal des lobes secondaires est en dessous de - 25 dB, mais la largeur du lobe principal sort des limites imposées.

Cas centré

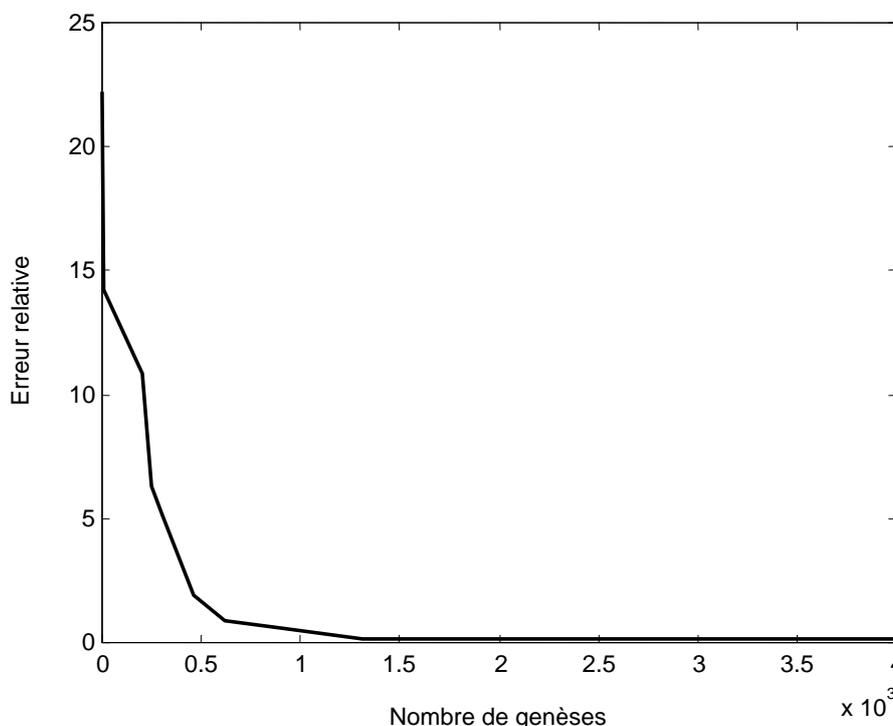


Figure V. 11 : Evolution de l'erreur relative lors des genèses.

Réseau dièdre, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 90^\circ$).

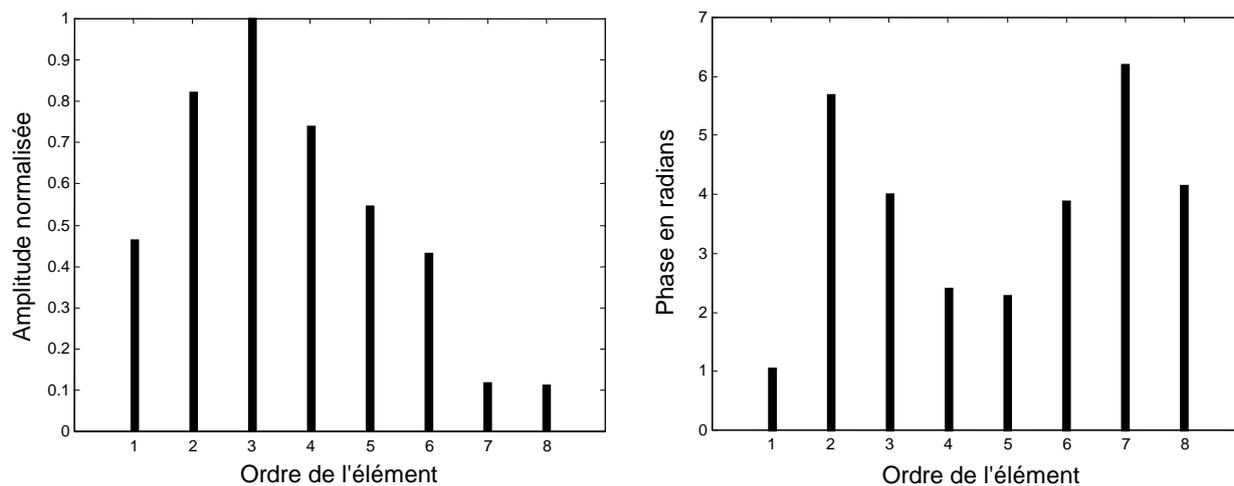


Figure V. 12 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau dièdre, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 90^\circ$).

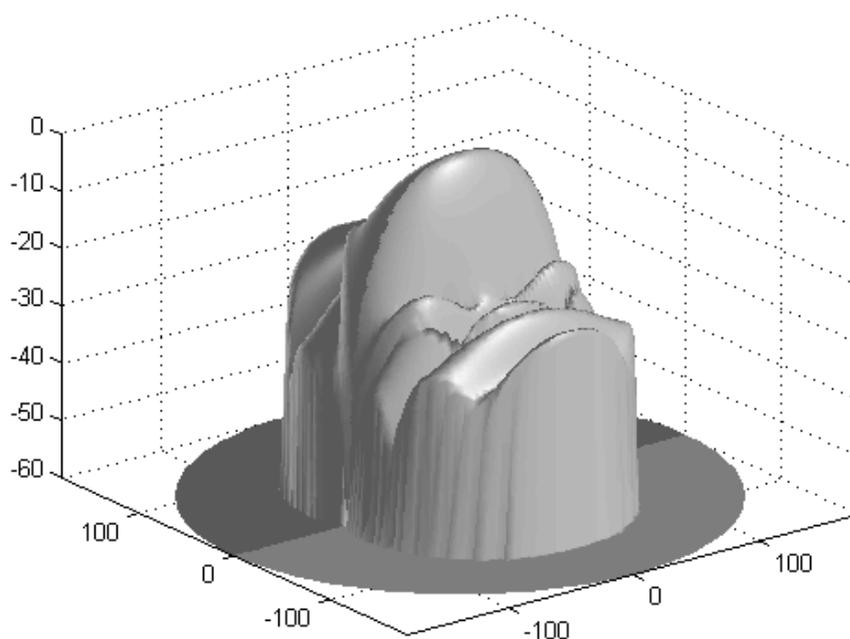


Figure V. 13 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.

Réseau dièdre, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 90^\circ$), tactique immunitaire.

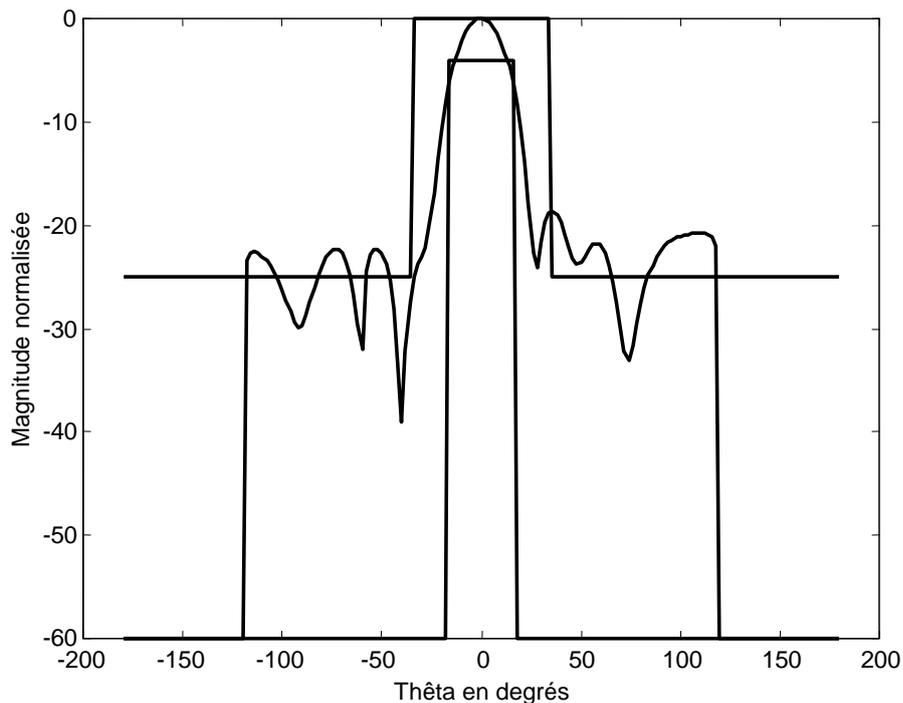


Figure V. 14 : Vue projetée de la figure V. 13 sur le plan principal $\varphi_c = 90^\circ$

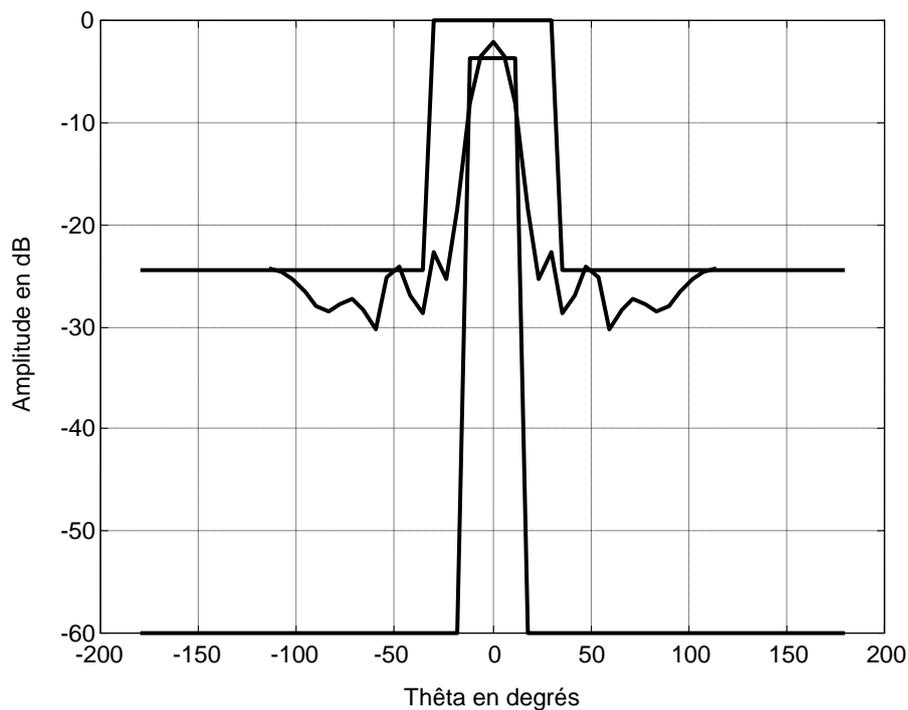


Figure V. 15 : Diagramme de rayonnement du réseau dièdre et gabarit centré.
(plan $\varphi_c = 90^\circ$), méthode de projections.

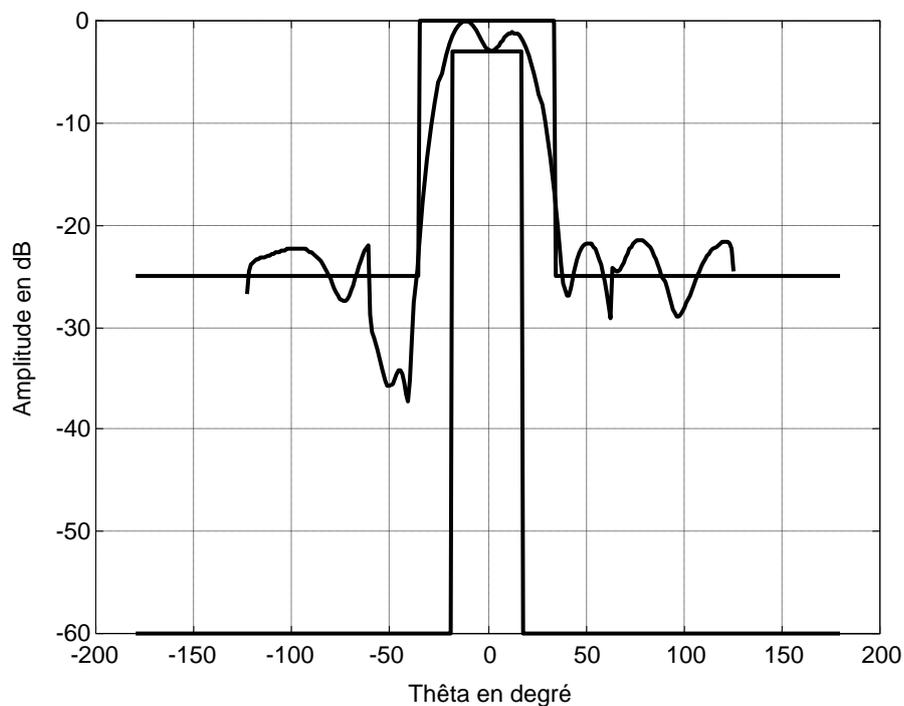


Figure V. 16 : Diagramme de rayonnement du réseau dièdre et gabarit centré (plan $\varphi_c = 90^\circ$), algorithme génétique

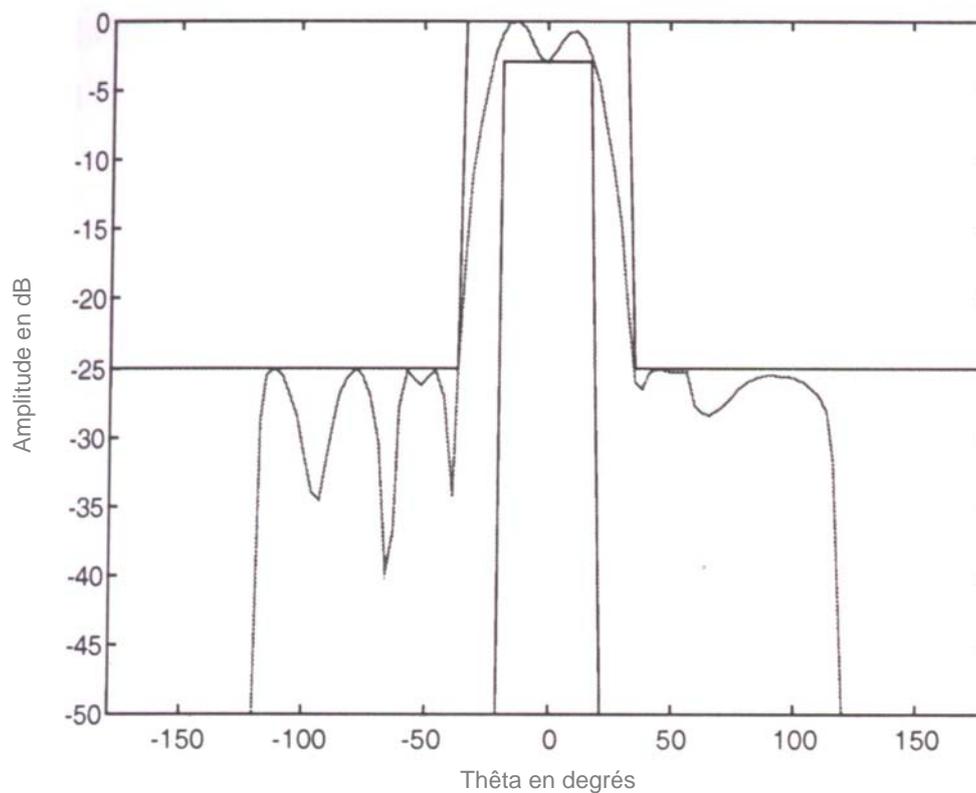


Figure V. 17 : Diagramme de rayonnement du réseau dièdre et gabarit centré (plan $\varphi_c = 90^\circ$), recuit simulé.

Cas dépointé

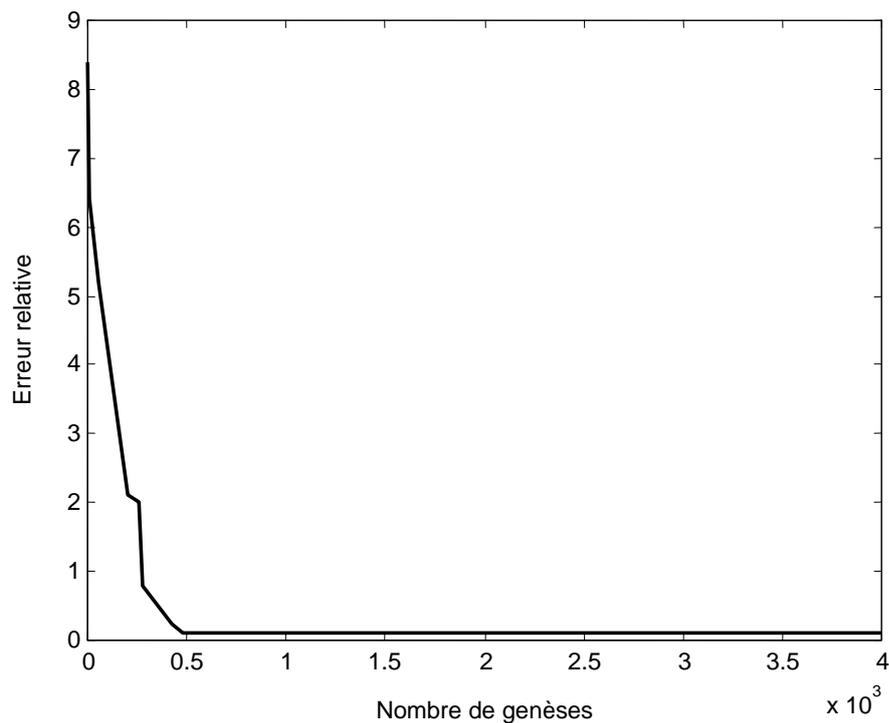


Figure V. 18 : Evolution de l'erreur relative lors des gènes.

Réseau dièdre, ($\theta_c = -45^\circ$, $\varphi_c = 60^\circ$).

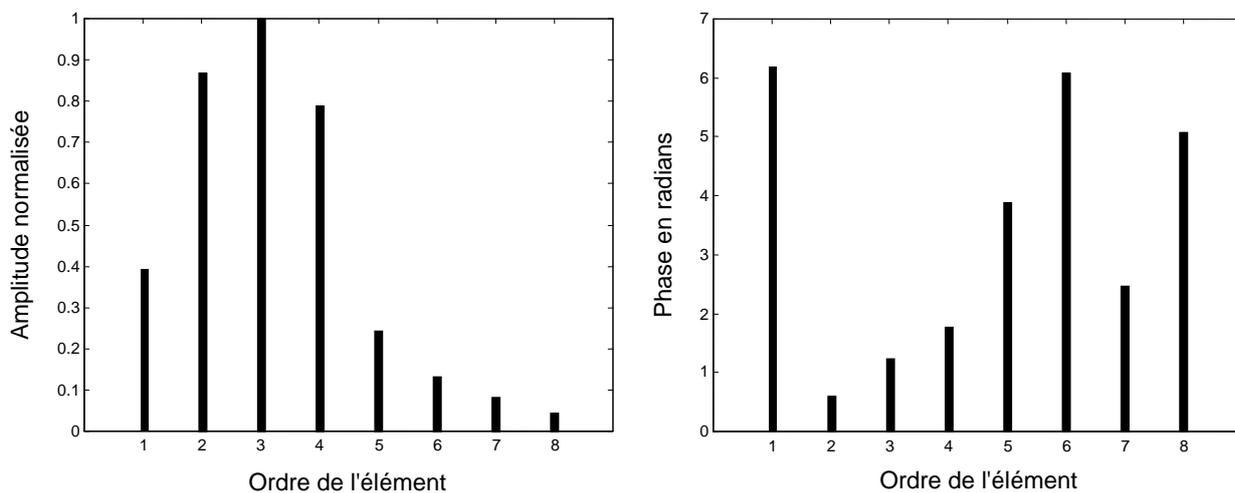


Figure V. 19 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau dièdre, ($\theta_c = -45^\circ$, $\varphi_c = 60^\circ$).

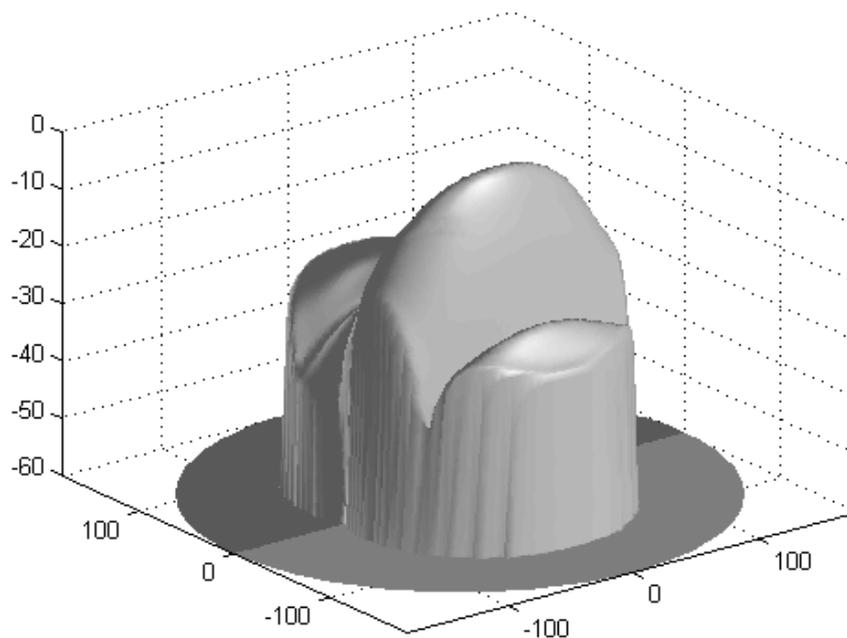


Figure V. 20 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.
Réseau dièdre, ($\theta_c = -45^\circ$, $\varphi_c = 60^\circ$), tactique immunitaire.

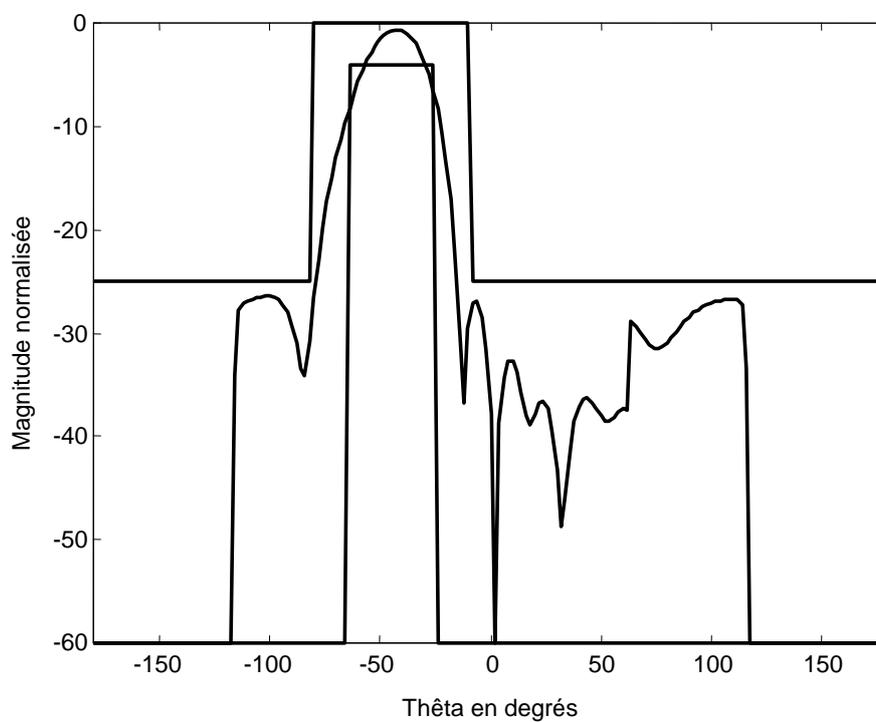


Figure V. 21 : Vue projetée de la figure V. 20 sur le plan principal $\varphi_c = 60^\circ$

V. 4. Réseau tétraèdre

Ici le réseau choisi pour l'étude est un tétraèdre avec un demi-angle au sommet égal à 15° . Sur la figure V. 22, ce réseau a pour axe de révolution l'axe (OZ) et possède 16 éléments rayonnants qui fonctionnent à la fréquence de 5 Ghz.

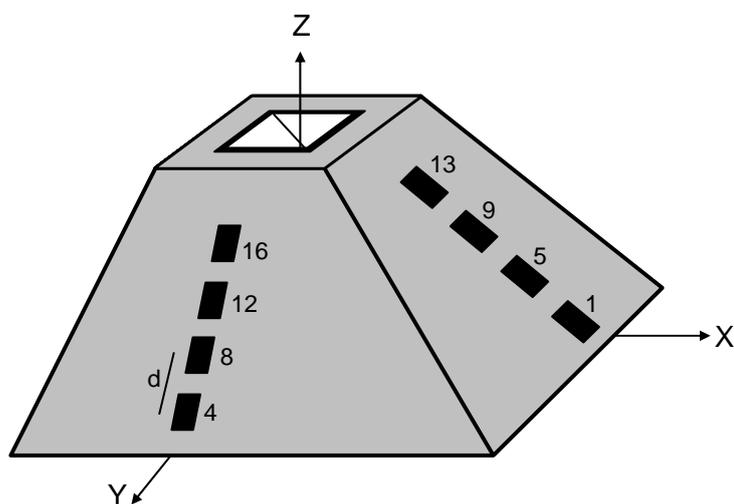


Figure V. 22 : Réseau tétraèdre

Les éléments sont répartis symétriquement sur 4 étages à raison de 4 par étage. La distance inter-étage $d = 3$ cm.

Les éléments de chaque étage sont distants de l'axe OZ, dans le sens ascendant par : 4.3 cm, 3.5 cm, 2.7 cm et 1.90 cm.

La normale à chaque élément vise la direction en élévation $\theta_n = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$.

Dimensionnement de la fonction désirée

La fonction désirée est spécifiée par :

Taux d'ondulation : 3 dB.

Niveau maximum des lobes secondaires : - 20 dB.

Largeur maximale du lobe principal : 80° .

Largeur minimale du lobe principal : 40° .

Le calcul basé sur la tactique immunitaire, a généré différents résultats concernant deux cas de dépointage. Ces résultats sont rapportés par :

Les figures V. 23 et V. 29 pour l'évolution de la distance relative en fonction du nombre de genèses.

Les figures V. 24 et V. 30 pour la loi d'alimentation à appliquer aux éléments.

Les figures V. 25 et V. 31 pour le rayonnement synthétisé sur une vue de révolution.

Les figures V. 26 et V. 32 pour une vue projetée du diagramme de rayonnement.

Par ailleurs les figures V. 27, V. 33 et V. 28, V. 34, font partie des résultats de simulations basées sur la méthode de projections [53] et de l'algorithme génétique [54]. Ces figures font office d'étalon de comparaison, pour la validation de notre technique et de notre travail. Elles ont été obtenues, sous les mêmes conditions (réseau et gabarits) et affichent une meilleure approche quant au niveau de lobes secondaires. En contre-partie, la figure V. 26 et la figure V. 32 respectent plus la largeur du lobe principal. Vu cette confrontation qui sera très positive, il nous est possible de généraliser notre étude à d'autres applications dans la synthèse.

1^{er} cas dépointé

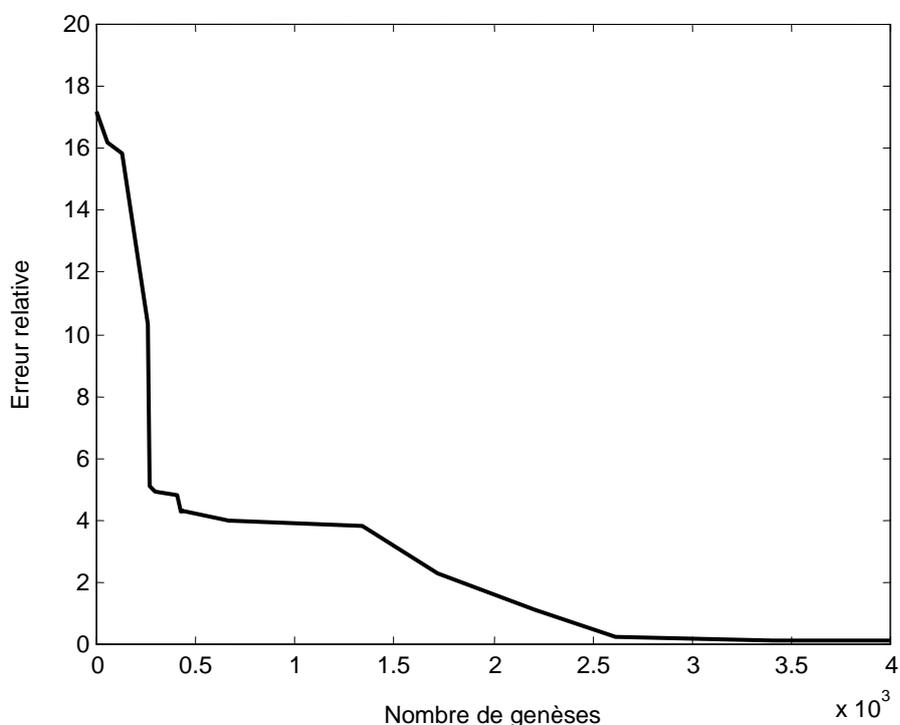


Figure V. 23 : Evolution de l'erreur relative lors des genèses.

Réseau tétraèdre, ($\theta_c = -75^\circ$, $\varphi_c = 90^\circ$).

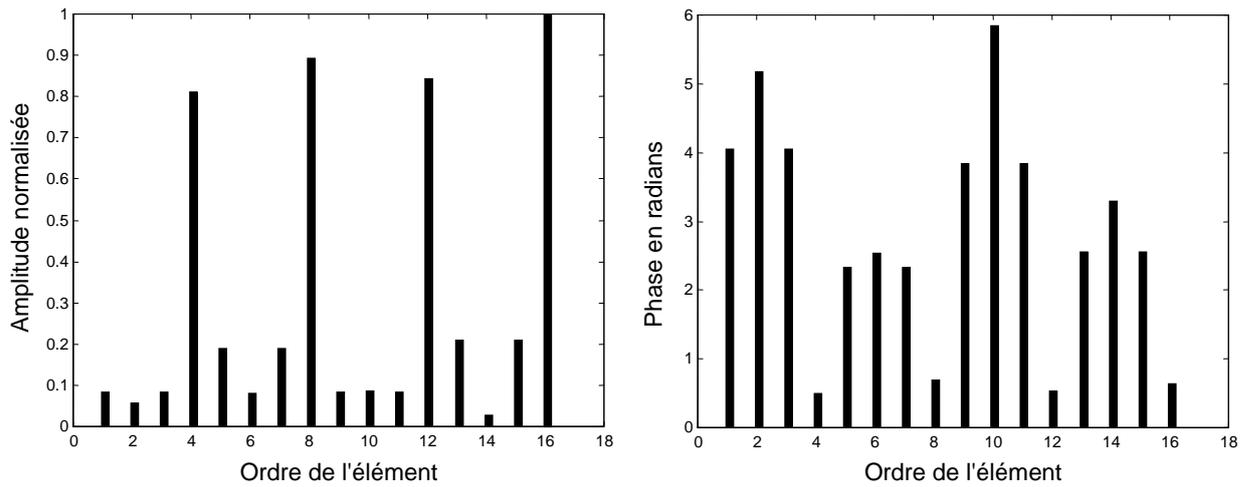


Figure V. 24 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau tétraèdre, ($\theta_c = -75^\circ$, $\varphi_c = 90^\circ$).

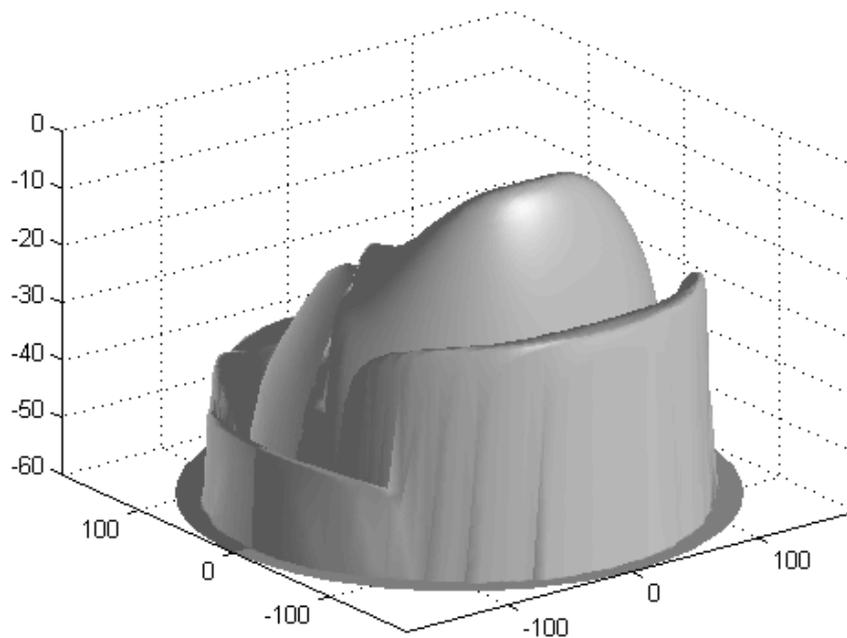


Figure V. 25 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.

Réseau tétraèdre, ($\theta_c = -75^\circ$, $\varphi_c = 90^\circ$), tactique immunitaire.

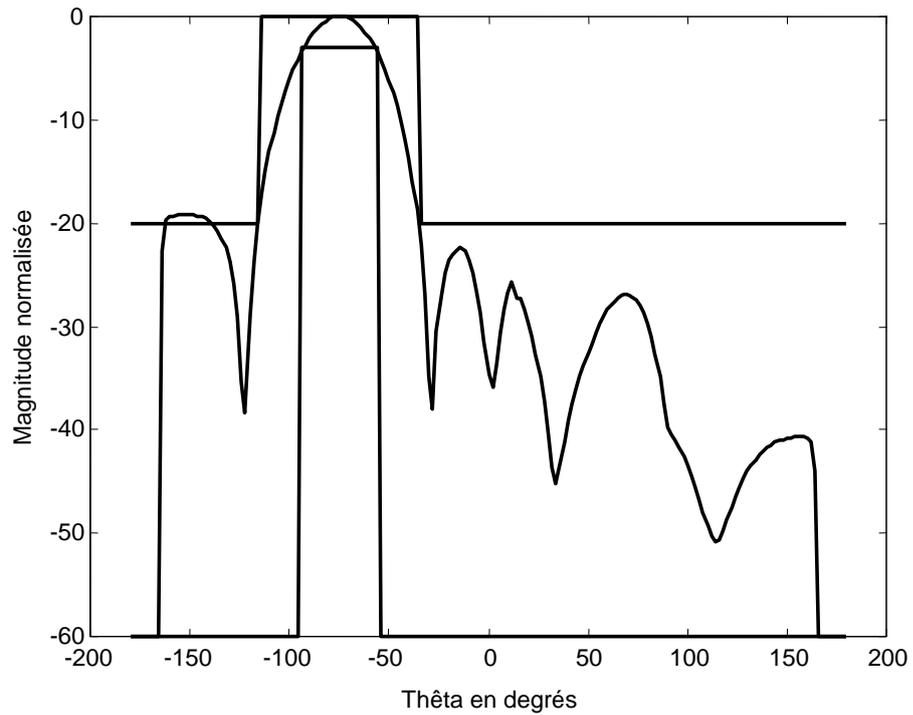


Figure V. 26 : Vue projetée de la figure V. 25 sur le plan principal $\varphi_c = 90^\circ$

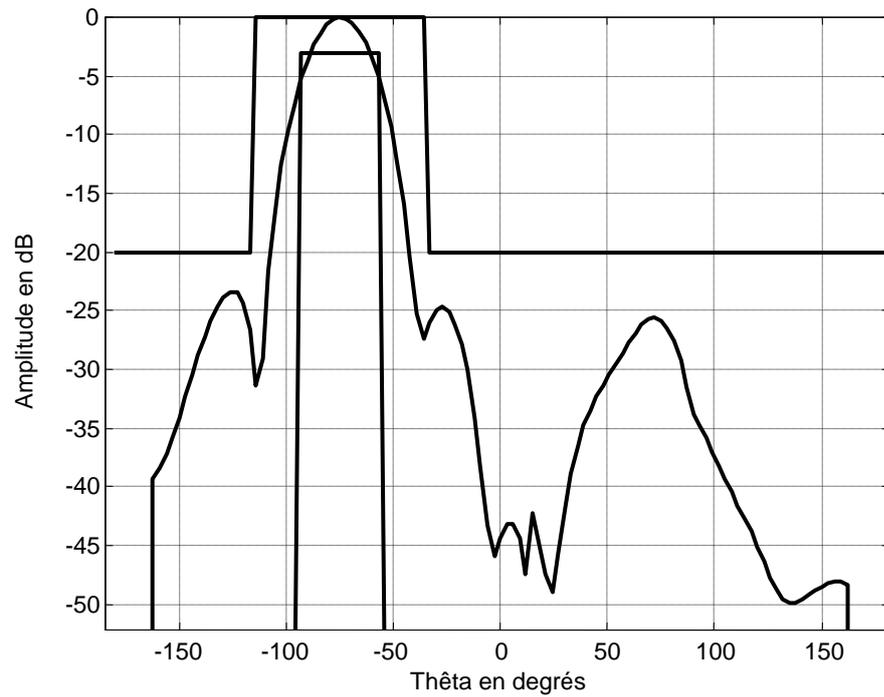


Figure V. 27 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre et gabarit dépointés à -75° (plan $\varphi_c = 90^\circ$), méthode de projections.

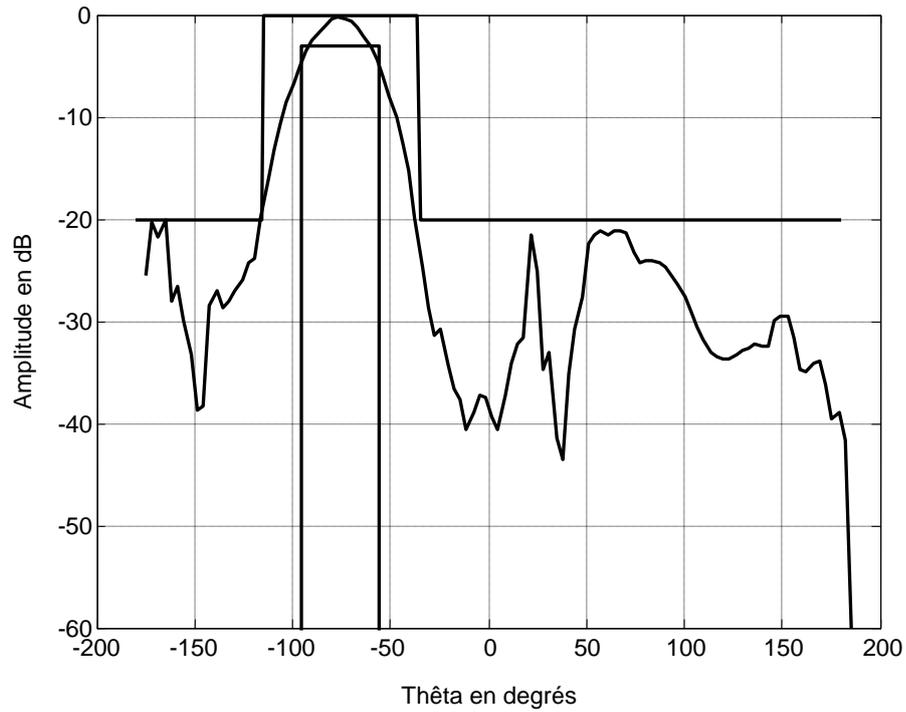


Figure V. 28 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre et gabarit dépointés à -75° (plan $\varphi_c = 90^\circ$), algorithm génétique

2^{ème} cas dépointé

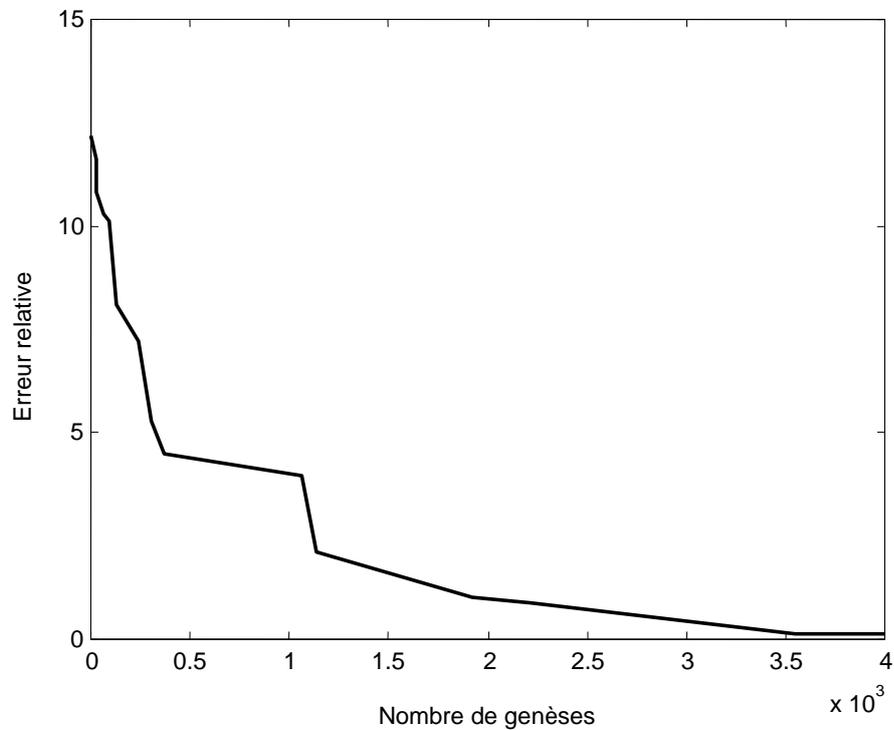


Figure V. 29 : Evolution de l'erreur relative lors des genèses. Réseau tétraèdre, ($\theta_c = -90^\circ$, $\varphi_c = 60^\circ$).

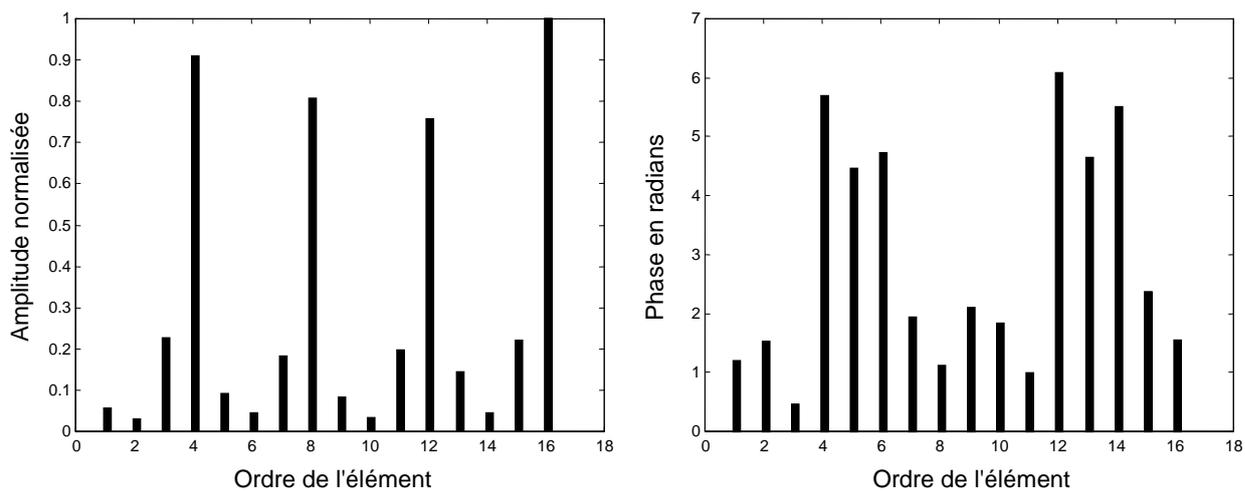


Figure V. 30 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau tétraèdre, ($\theta_c = -90^\circ$, $\varphi_c = 60^\circ$).

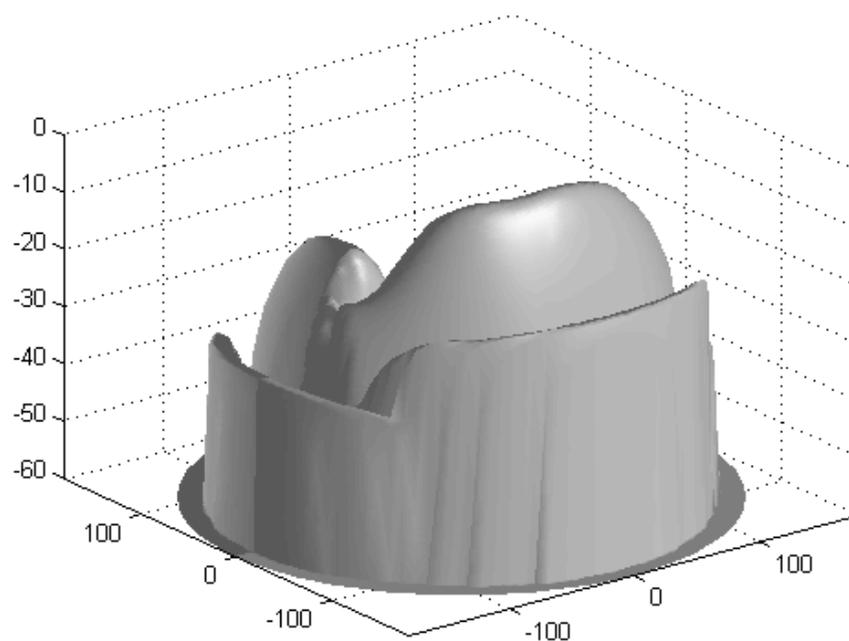


Figure V. 31 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.

Réseau tétraèdre, ($\theta_c = -90^\circ$, $\varphi_c = 60^\circ$), tactique immunitaire.

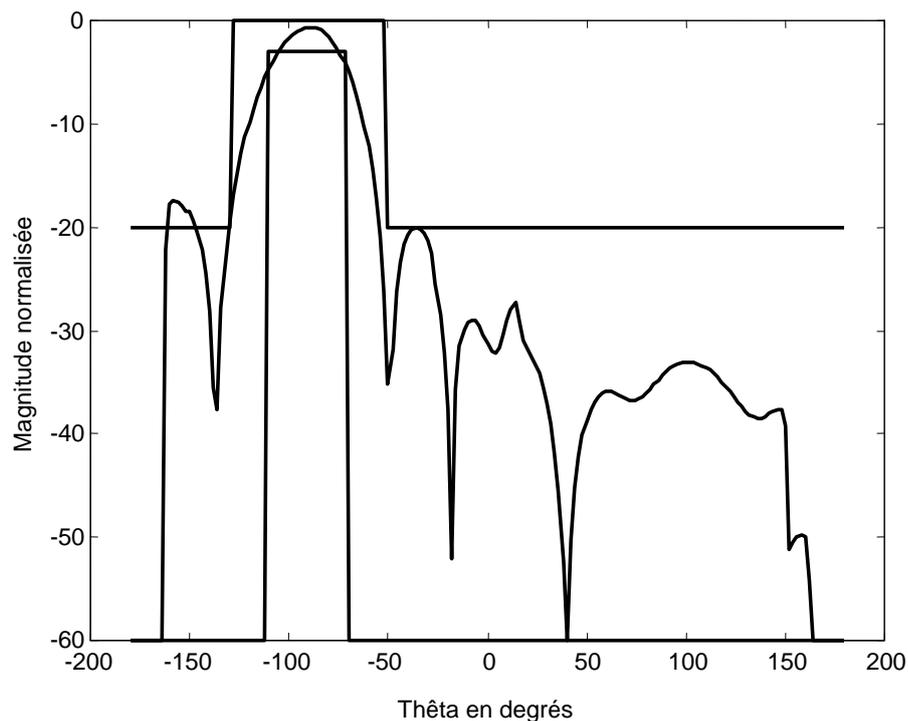


Figure V. 32 : Vue projetée de la figure V. 31 sur le plan principal $\varphi_c = 60^\circ$

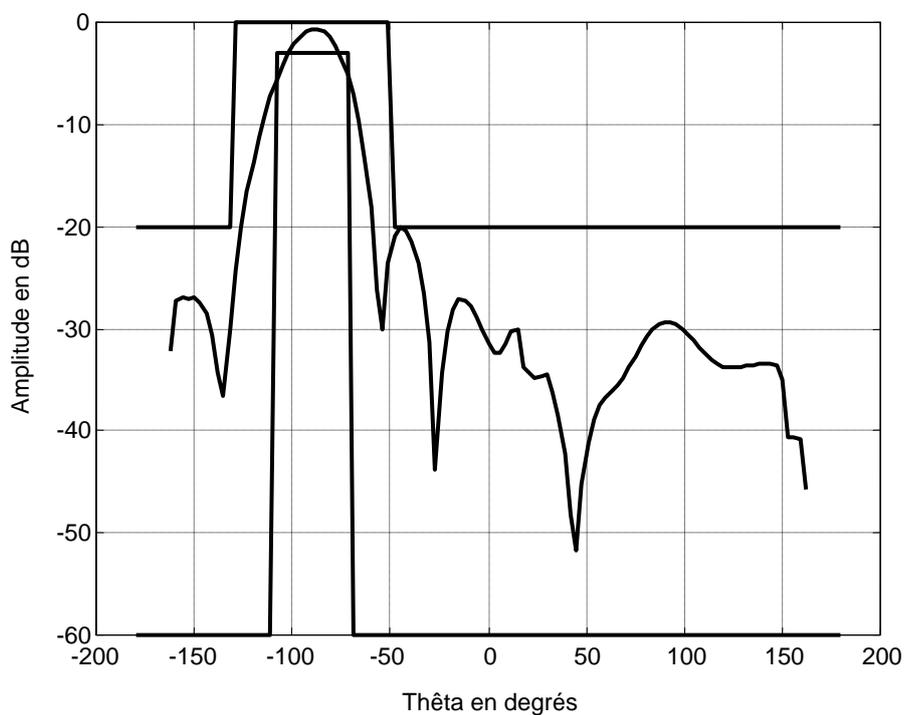


Figure V. 33 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre et gabarit dépointés à -90° (plan $\varphi_c = 60^\circ$), méthode de projections.

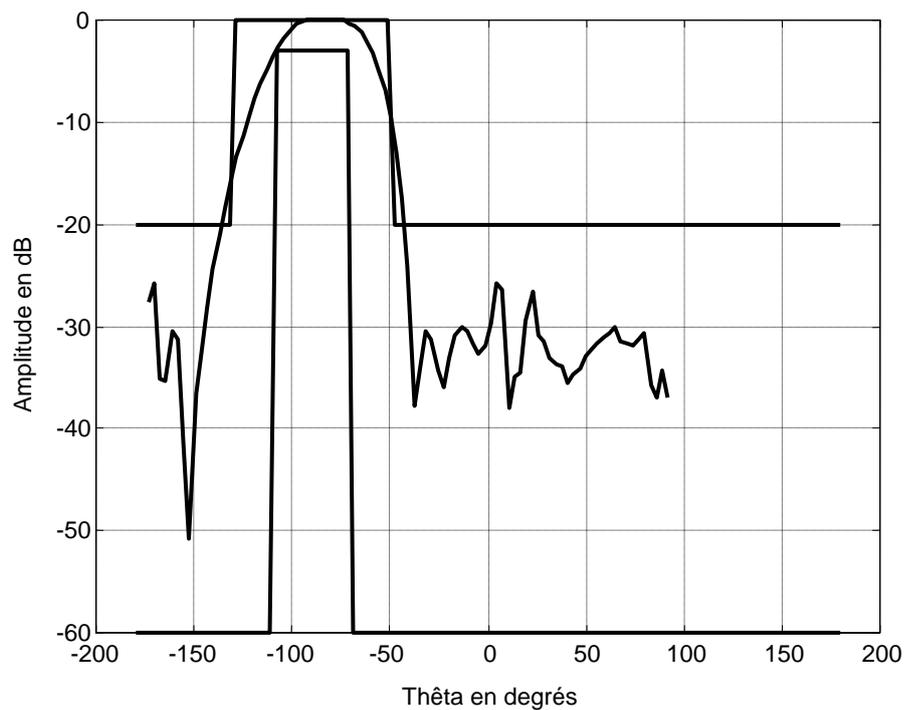


Figure V. 34 : Diagramme de rayonnement du réseau tétraèdre et gabarit dépointés à -90° (plan $\varphi_c = 60^\circ$), algorithme génétique

V. 5. Réseau cône

Le quatrième réseau d'antennes étudié a une forme conique (figure V. 35). La fréquence de fonctionnement est égale à 10 GHz, soit une longueur d'onde $\lambda = 3$ cm.

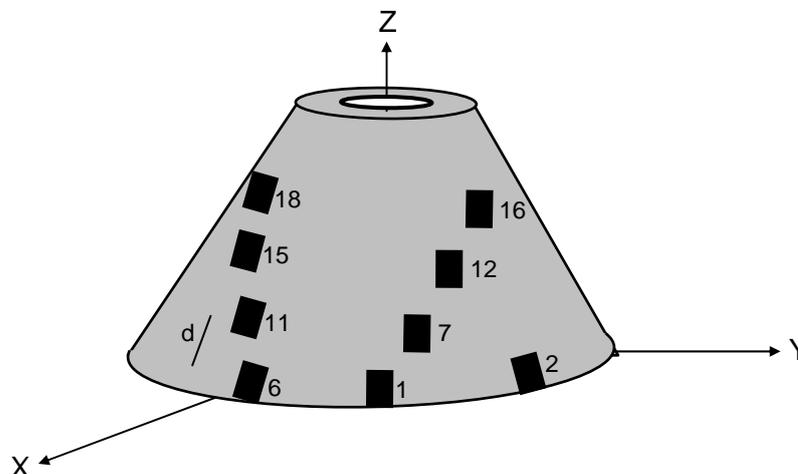


Figure V. 35 : Réseau cône

Ce réseau est composé de 18 éléments rayonnants répartis sur 4 couronnes distantes de $d = 2$ cm, l'une de l'autre.

Le demi-angle au vertex du cône fait 30° , ce qui implique une colatitude θ_n des normales aux éléments constante et égale à 60° .

Les couronnes dans le sens base-vertex sont caractérisées tel que :

La première couronne (couronne de base) a un rayon de 7 cm et comporte 6 éléments.

La deuxième couronne a un rayon de 6 cm et comporte 5 éléments.

La troisième couronne a un rayon de 5 cm et comporte 4 éléments.

La quatrième couronne (couronne de vertex) a un rayon de 4 cm et comporte 3 éléments.

Dimensionnement de la fonction désirée

La fonction désirée est spécifiée par :

Taux d'ondulation : 4 dB.

Niveau maximum des lobes secondaires : - 20 dB.

Largeur maximale du lobe principal : 80° .

Largeur minimale du lobe principal : 40° .

Toujours dans le cadre de la synthèse, nous rapportons ici-même les résultats générés par notre code intégrant la tactique immunitaire comme technique d'optimisation.

Dans le même ordre habituel, nous exposons et pour le cas centré sur la figure V. 36, la décroissance de la distance au cours des génèses et sur la figure V. 37, la loi d'alimentation des éléments en amplitude et en phase.

En outre, la figure V. 38 caractérise le rayonnement synthétisé sur toute la sphère d'observation, tandis que la figure V. 39 est prise sur le plan principal pour une vision projetée.

Dans le même contexte, les figures V. 40, V. 41, V. 42 et V. 43, sont attribuées au cas dépointé.

Sur la figure V. 39, le lobe principal est piégé dans la zone limitée par les deux niveaux de la fonction désirée, mais les lobes secondaires ne le sont pas. Sur la figure V. 43, les limites sont faiblement dépassées par le lobe principal et les lobes secondaires. S'agissant encore d'une synthèse, cette remarque est tout à fait naturelle. Au fait, il s'agit là d'une minimisation de la distance, sachant que son annulation reste peu probable.

Désormais, notre nouvelle technique est bien fondée et s'apprête fortement à la synthèse de rayonnement des réseaux conformes et ceci pour n'importe qu'elle fonction désirée.

Cas centré

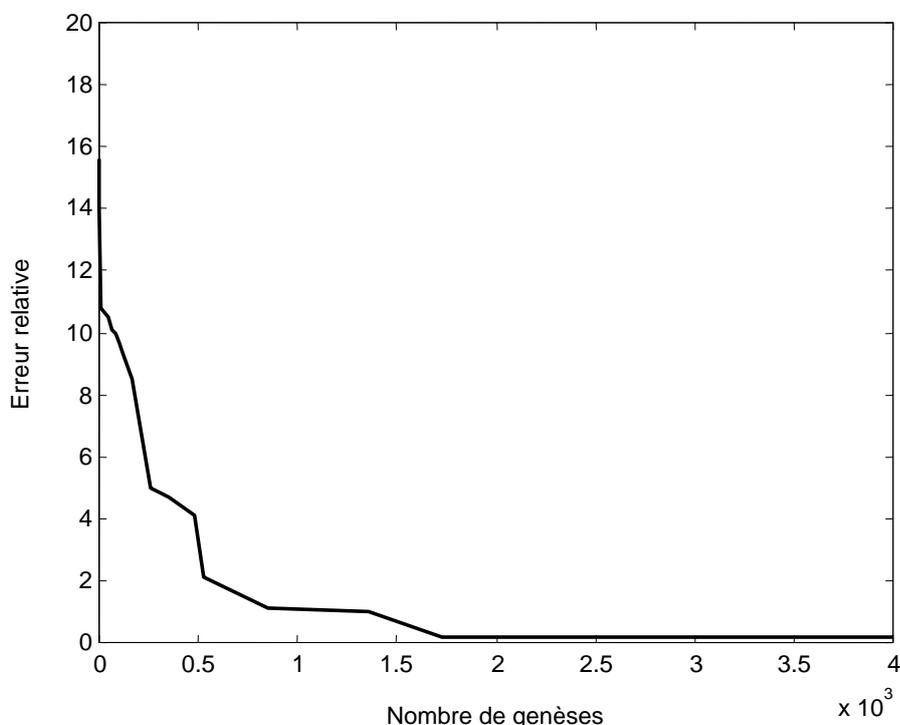


Figure V. 36 : Evolution de l'erreur relative lors des génèses.

Réseau cône, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

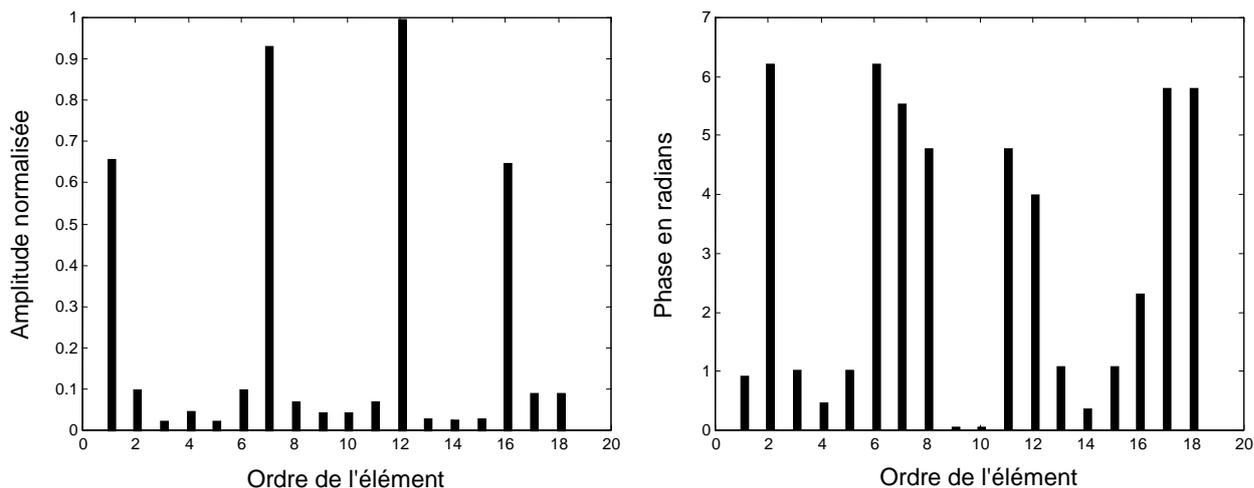


Figure V. 37 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau cône, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

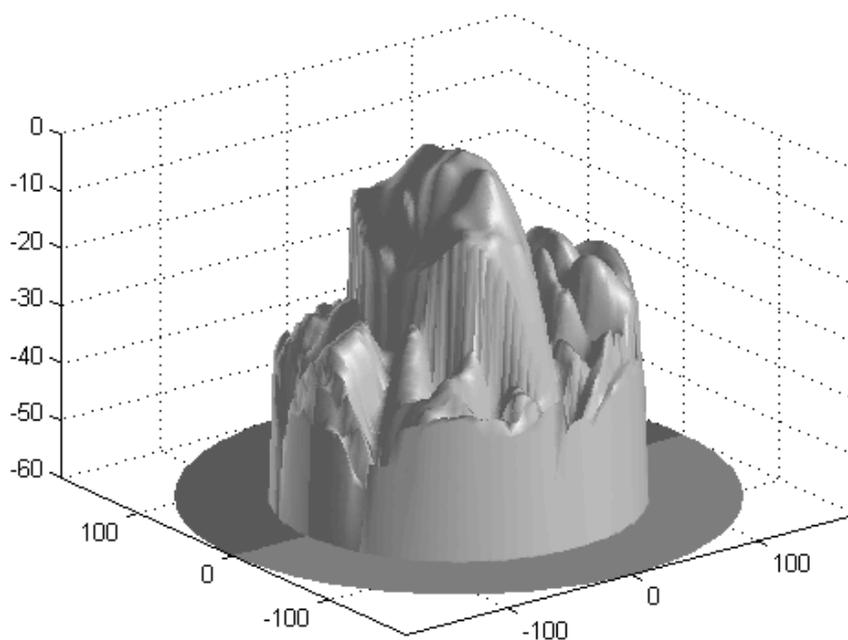


Figure V. 38 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.

Réseau cône, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$), tactique immunitaire.

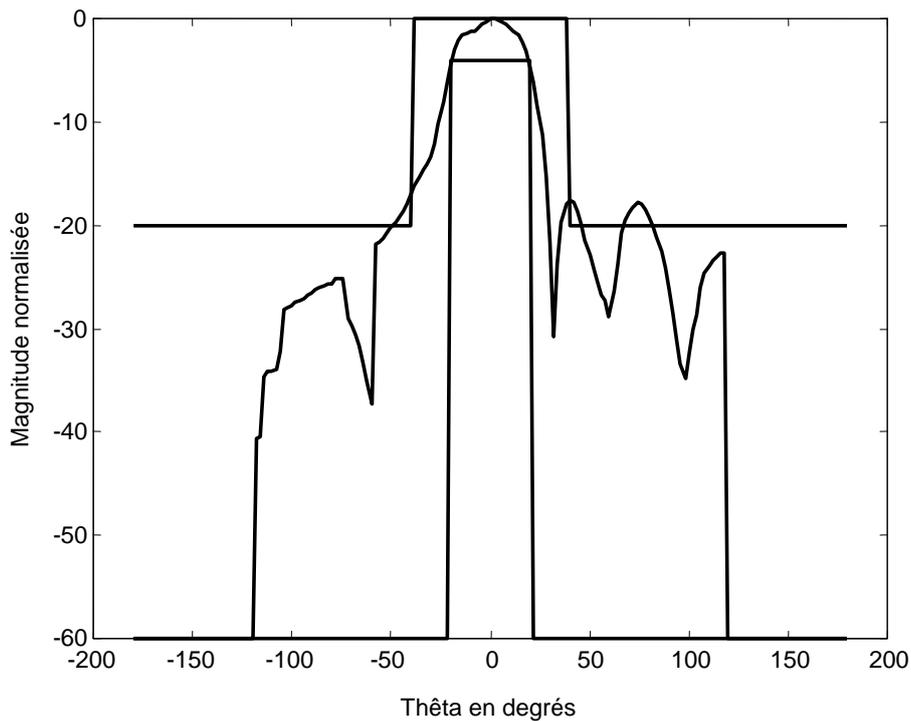


Figure V. 39 : Vue projetée de la figure V. 38 sur le plan principal $\varphi_c = 0^\circ$

Cas dépointé

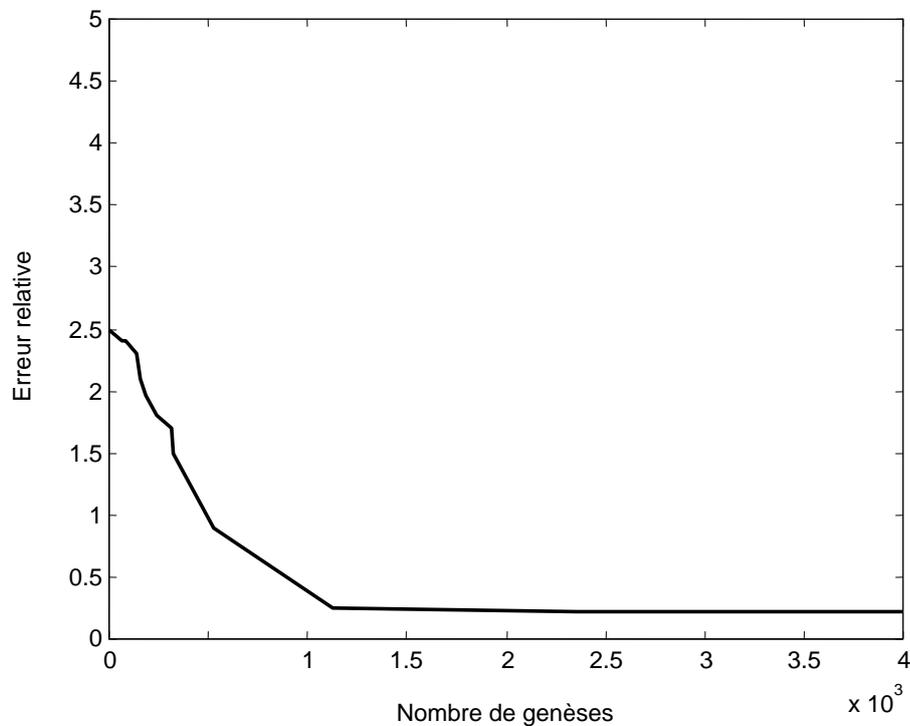


Figure V. 40 : Evolution de l'erreur relative lors des génèses.

Réseau cône, $(\theta_c = 30^\circ, \varphi_c = 30^\circ)$.

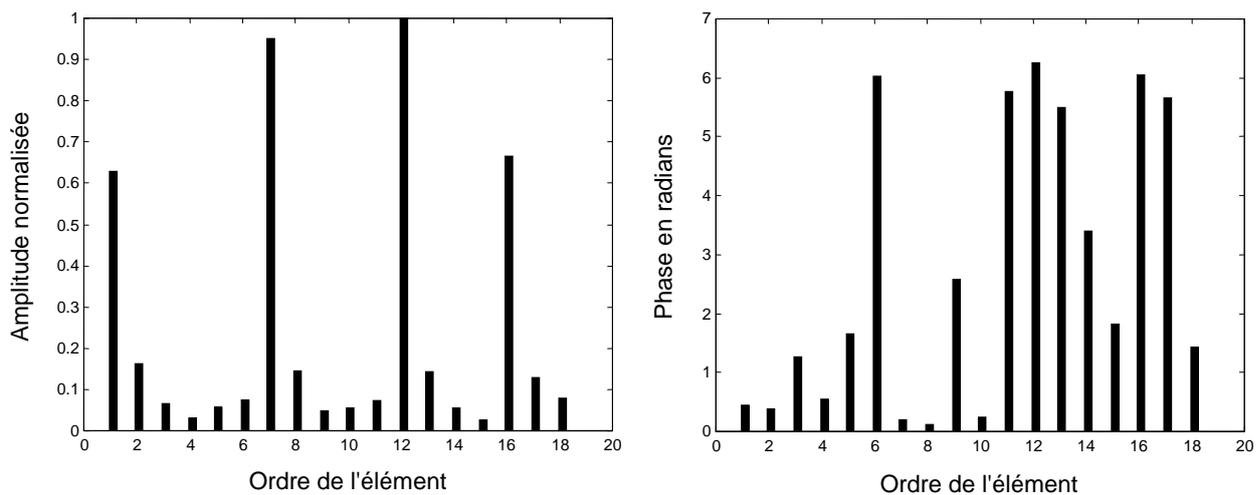


Figure V. 41 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau cône, ($\theta_c = 30^\circ$, $\varphi_c = 30^\circ$).

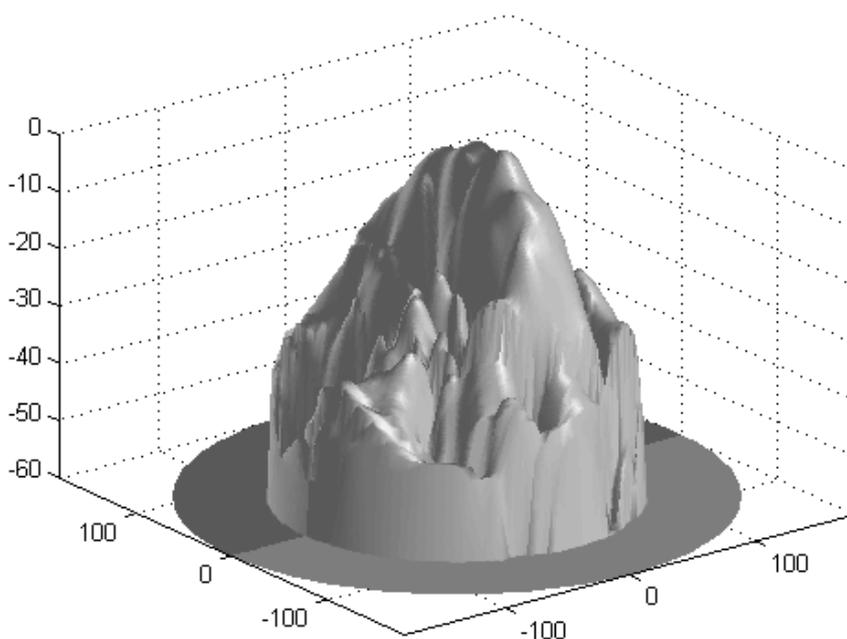


Figure V. 42 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.

Réseau cône, ($\theta_c = 30^\circ$, $\varphi_c = 30^\circ$), tactique immunitaire.

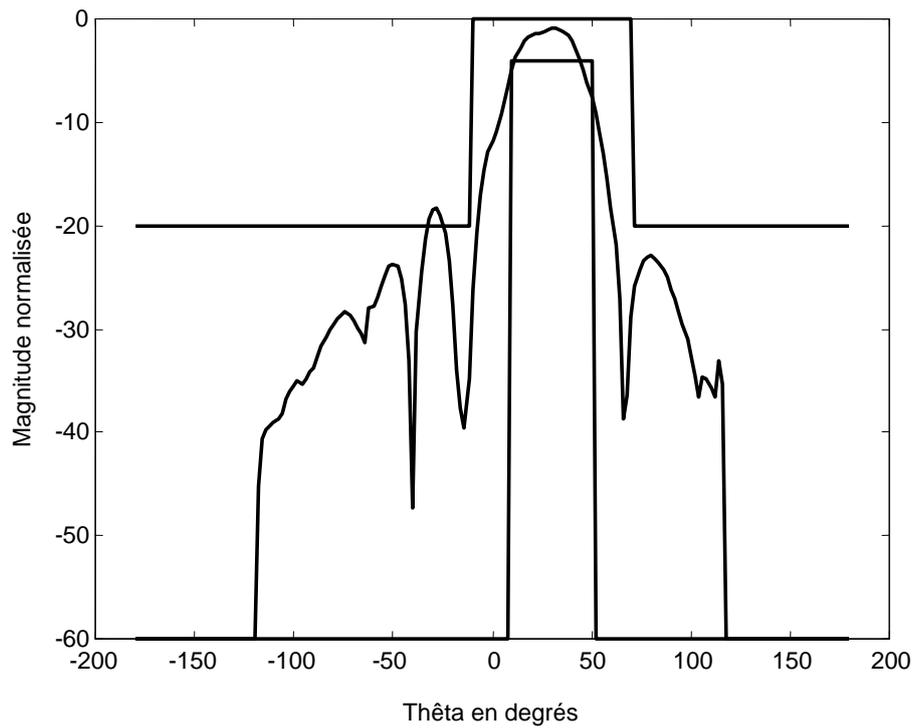


Figure V. 43 : Vue projetée de la figure V. 42 sur le plan principal $\varphi_c = 30^\circ$

V. 6. Réseau tronç-cône

Comme, on peut le constater sur la figure V. 44, ce réseau est à 36 éléments qui résonnent à la fréquence de 6 GHz. Ces éléments sont disposés sur la surface d'un quart du cône. Sur la figure V. 44, la structure est composée de 6 couronnes possédant chacune 6 éléments.

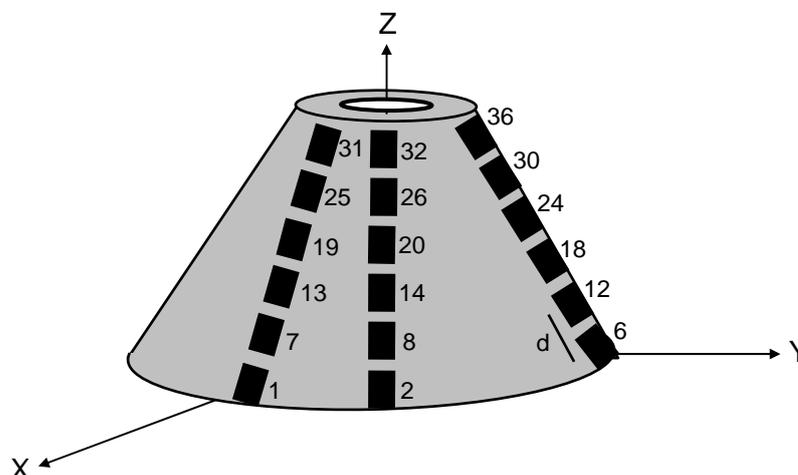


Figure V. 44 : Réseau tronç-cône

La pente du cône est constante et est égale à 30° . En conséquence, la normale aux éléments visera une colatitude constante $\theta_n = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

La distance entre deux couronnes consécutives est $d = 5$ cm. Pour les six couronnes et en partant du vertex vers la base du cône, les rayons sont égaux à :

$R_{C1} = 10$ cm, $R_{C2} = 12.5$ cm, $R_{C3} = 15$ cm, $R_{C4} = 17.5$ cm, $R_{C5} = 20$ cm, $R_{C6} = 22.5$ cm.

L'écart angulaire entre deux éléments consécutifs sur une couronne est égal à 18° , permettant ainsi de couvrir la surface d'un quart de cône.

La distance entre deux éléments d'une même couronne est de 2.5 cm pour la couronne de vertex et de 6 cm pour celle de base.

Dimensionnement de la fonction désirée

La fonction désirée est spécifiée par :

Taux d'ondulation : 5 dB.

Niveau maximum des lobes secondaires : - 20 dB.

Largeur maximale du lobe principal : 55° .

Largeur minimale du lobe principal : 18° .

Le réseau cône, a déjà fait l'objet d'une synthèse dans ce chapitre. Il n'en demeure pas moins, que dans cette partie on appliquera une synthèse pour un tronçon de cône. Ce réseau a été étudié et traité par le recuit simulé et il paraît judicieux de le réétudié par notre technique afin de valider notre outil de synthèse. Ce réseau couvre le quart de la visibilité en azimut.

Après traitement numérique, l'évolution de l'erreur relative est tracée sur les deux figures V. 45 et V. 49.

Pour les figures V. 46 et V. 50, elles donnent l'estimation des amplitudes et des phases qui une fois injectées, permettent d'obtenir les diagrammes optimaux. Ceux-là sont représentés pour leur part sur les figures V. 47 et V. 51 en trois-dimensions et sur les figures V. 48 et V. 52 pour des coupes réalisées au niveau des plans principaux.

Il est à mentionner que pour le cas dépointé, la méthode de projections [53], l'algorithme génétique [54] et le recuit simulé [59], ont été appliqués pour une synthèse qui a donné naissance aux figures : V. 53, V. 54 et V. 55.

Par comparaison, il serai évident que notre synthèse est d'une extrême précision et que notre nouveau procédé est d'une fiabilité incontestable et approuvée. En effet, la confrontation des diagrammes synthétisés, tant avec ceux attribués aux autres méthodes d'optimisation qu'avec les fonctions désirées, est très positive.

Ceci marque le point fort de cette nouvelle technique qui trouvera certainement un large éventail d'applications avec des perspectives d'adaptation, d'extension et de développement. Enfin, pour le cas dépointé, la figure V. 52, respecte parfaitement les contraintes et même plus que les figures V. 53, V. 54 et V. 55. Au fait, le niveau maximum de lobes secondaires est inférieur à - 30 dB et le lobe principal est parfaitement dans sa place à l'encontre de la figure V. 53.

Cas centré

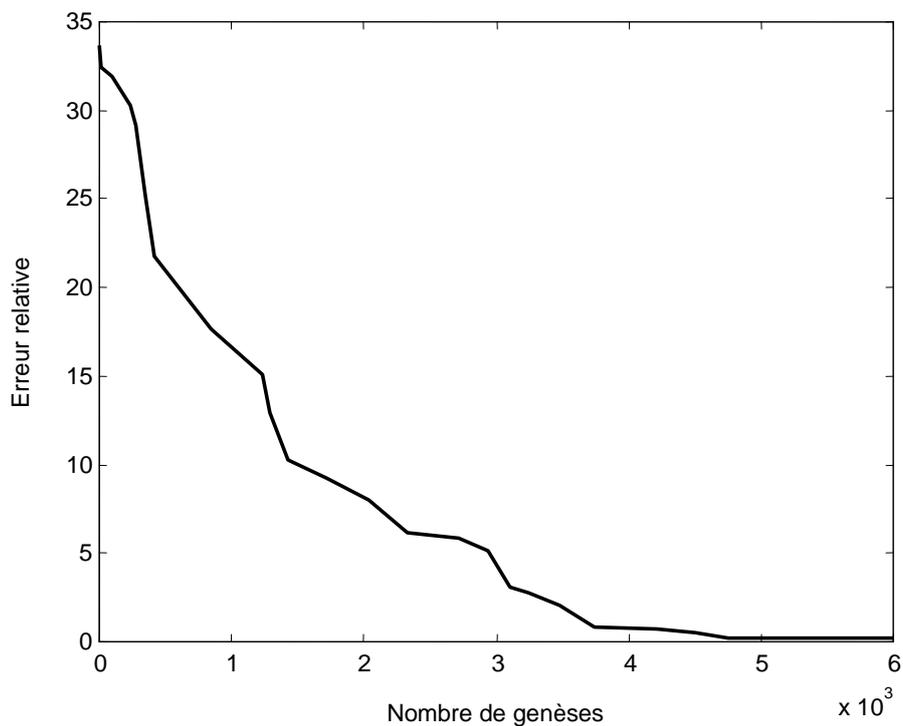


Figure V. 45 : Evolution de l'erreur relative lors des génèses.

Réseau tronç-cône, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

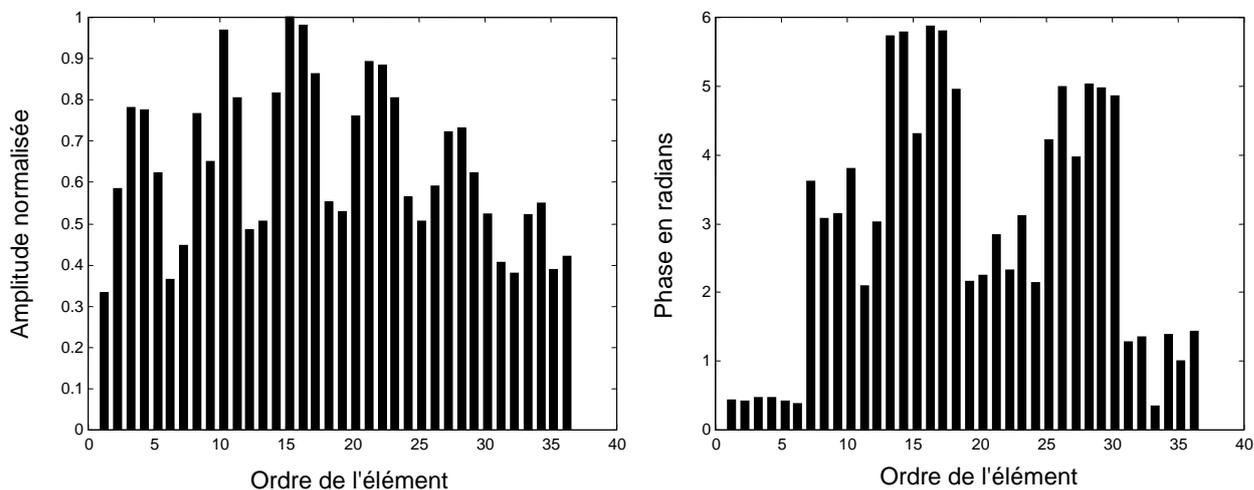


Figure V. 46 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau tronç-cône, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

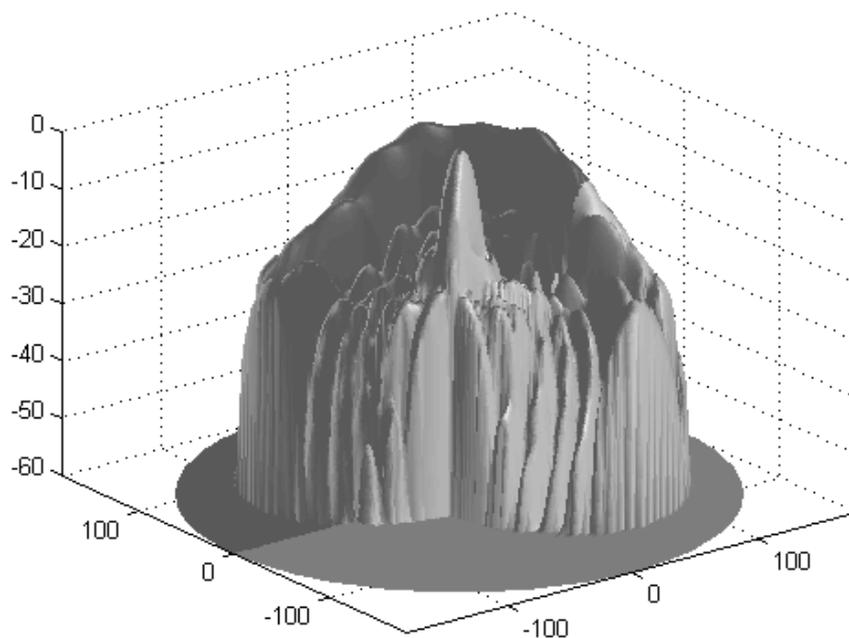


Figure V. 47 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.
Réseau tronc-cône, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$), tactique immunitaire.

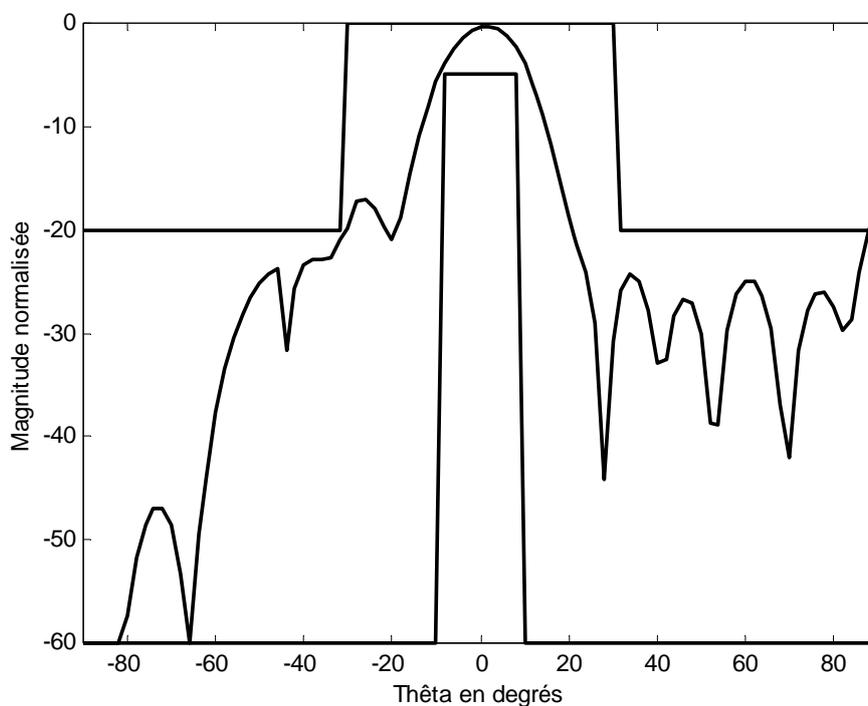


Figure V. 48 : Vue projetée de la figure V. 47 sur le plan principal $\varphi_c = 0^\circ$

Cas dépointé

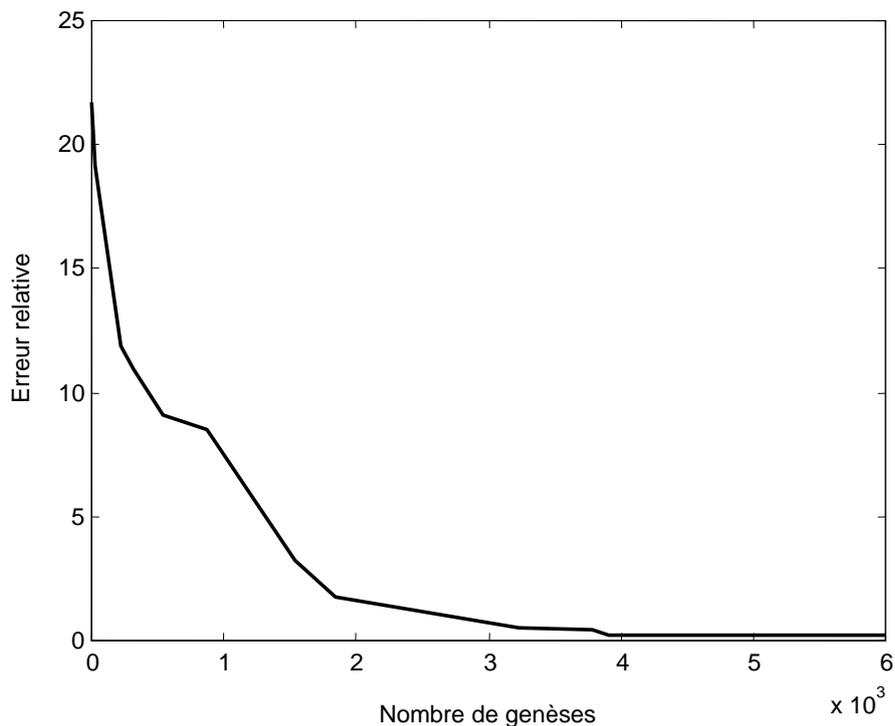


Figure V. 49 : Evolution de l'erreur relative lors des gènes.

Réseau tronc-cône, ($\theta_c = 30^\circ$, $\varphi_c = 45^\circ$).

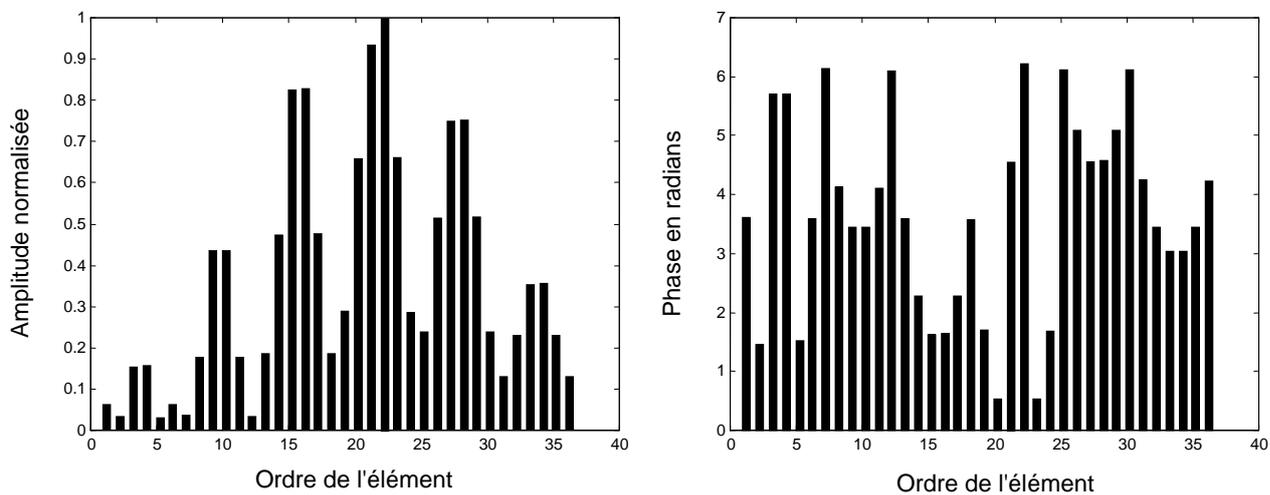


Figure V. 50 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau tronc-cône, ($\theta_c = 30^\circ$, $\varphi_c = 45^\circ$).

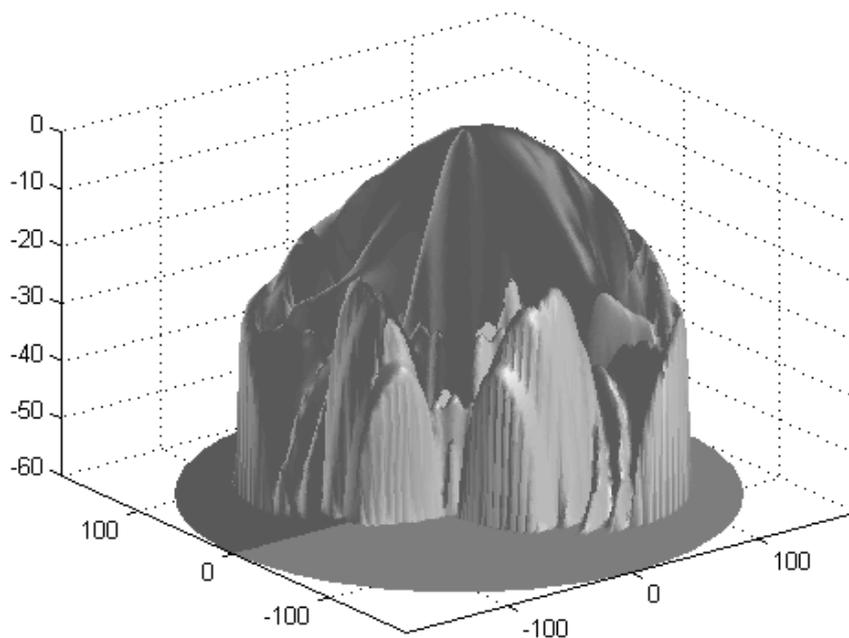


Figure V. 51 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.
Réseau tronc-cône, ($\theta_c = 30^\circ$, $\varphi_c = 45^\circ$), tactique immunitaire.

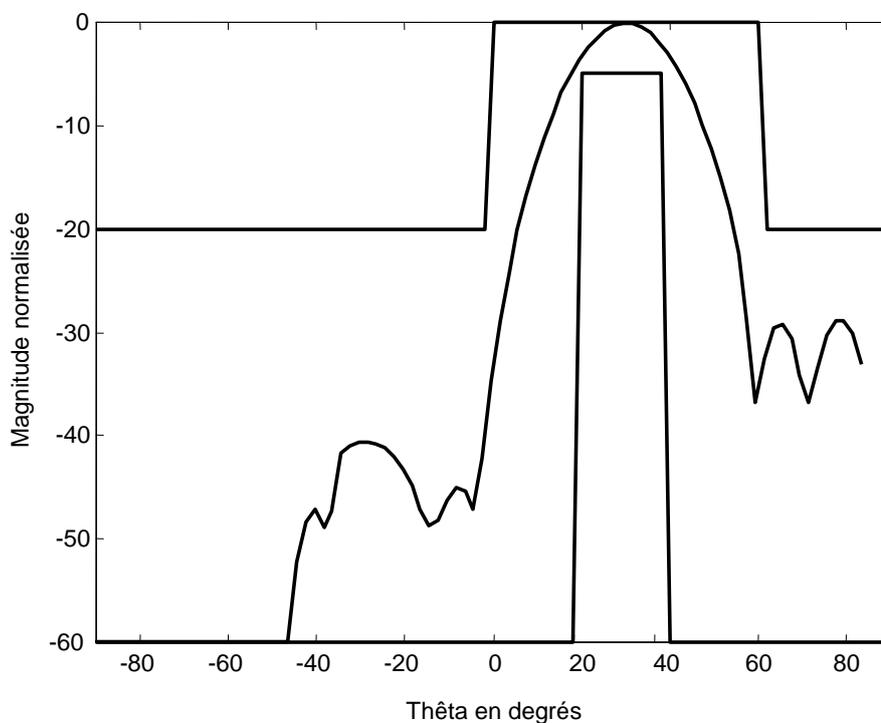


Figure V. 52 : Vue projetée de la figure V. 51 sur le plan principal $\varphi_c = 45^\circ$

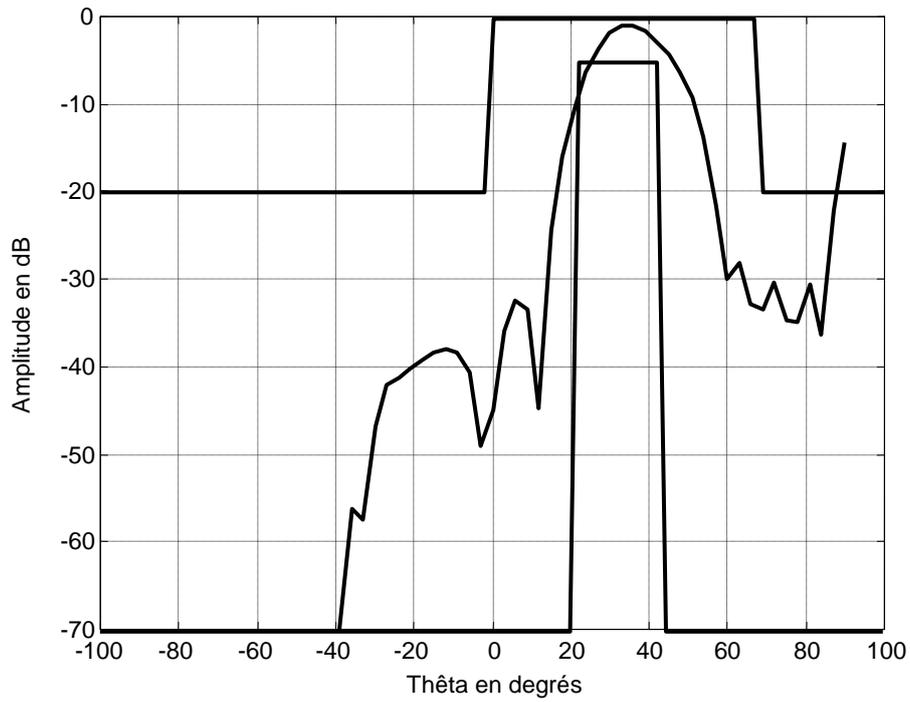


Figure V. 53 : Diagramme de rayonnement du réseau tronc-cône et gabarit dépointés à 30° (plan $\varphi_c = 45^\circ$), méthode de projections.

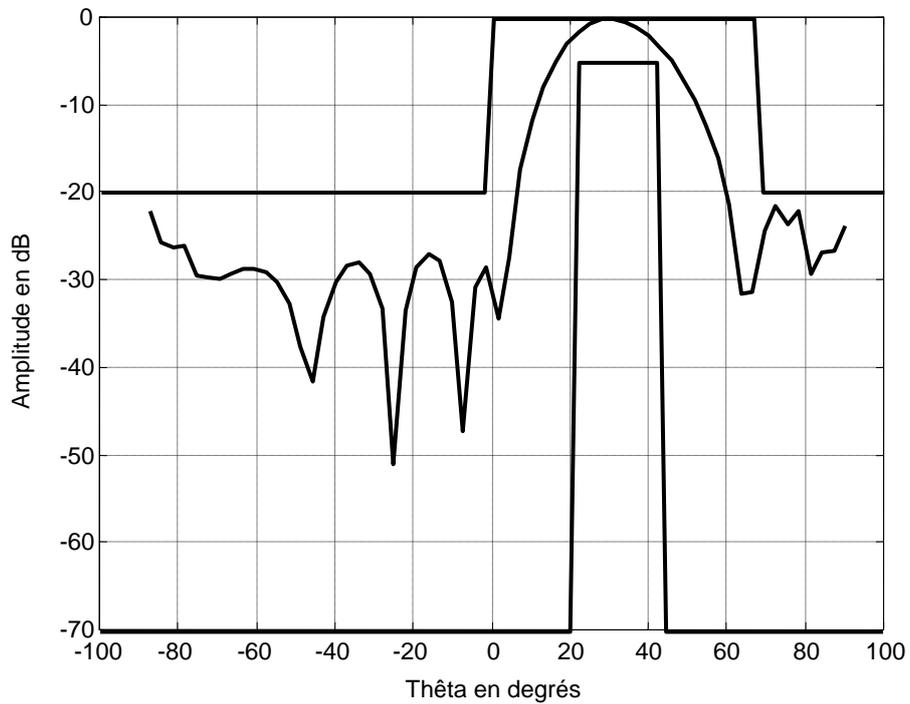


Figure V. 54 : Diagramme de rayonnement du réseau tronc-cône et gabarit dépointés à 30° (plan $\varphi_c = 45^\circ$), algorithme génétique

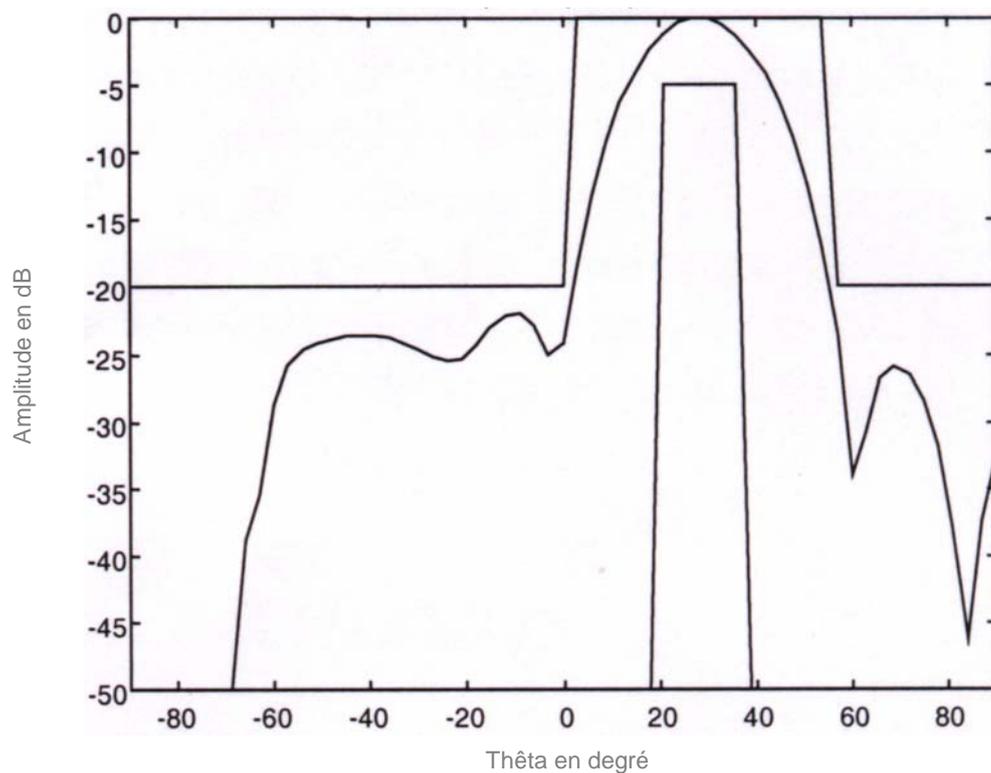


Figure V. 55 : Diagramme de rayonnement témoin du réseau tronc-cône et gabarit dépointés à 30° (plan $\varphi_c = 45^\circ$), recuit simulé.

V. 7. Réseau sphère

Comme le montre la figure V. 56, cette structure est constituée de 15 éléments rayonnants répartis sur 3 couronnes :

Celle de la base avec une colatitude de la normale à 60° , contient 6 éléments.

Celle du milieu avec une colatitude de la normale à 45° , contient 5 éléments.

Celle du sommet avec une colatitude de la normale à 30° , contient 4 éléments.

Ces dernières sont séparées par des arcs de longueur $d = 4.7$ cm.

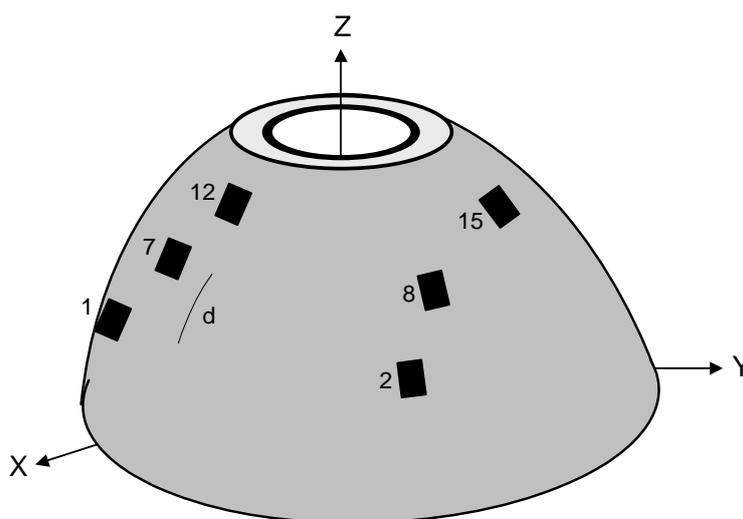


Figure V. 56 : Réseau sphère

Le rayon de courbure de la structure est égal à 18 cm, et la fréquence de travail est de 4 Ghz.

Dimensionnement de la fonction désirée

La fonction désirée est spécifiée par :

Taux d'ondulation : 4 dB.

Niveau maximum des lobes secondaires : - 20 dB.

Largeur maximale du lobe principal : 80° .

Largeur minimale du lobe principal : 40° .

Dans l'évolution des réseaux par leur aspect, le réseau sphère en est un exemple avancé. Possédant en effet une double courbure en azimut et en élévation, il trouve bien son utilisation dans les fonctions de balayage électronique. Ceci dit que la synthèse pour cette structure est un cas de pointe et d'une extrême importance.

Cette synthèse s'est achevée par le biais de la tactique immunitaire, pour le cas d'un diagramme désiré centré et dépointé, et fût d'une efficacité inébranlable.

Cette efficacité est reflétée par le cas des figures V. 59 et V. 63 en vue tridimensionnelle, et des figures V. 60 et V. 64 en vue projetée sur les plans principaux. Ces figures en effet, montrent le bon suivie de la fonction de rayonnement pour le gabarit imposé et ceci tant en abscisses qu'en ordonnées. Il n'est donc plus question de l'efficacité de notre nouvelle technique d'optimisation ni de la validité de notre outil de synthèse mais plutôt de la portée de cette technique originale et de son développement. Ce dernier, permettra la réduction du temps de calcul et la création de variantes qui soient en mesure de traiter d'autres types de problèmes en optimisation notamment en synthèse.

Par ailleurs, la réduction de la distance est exprimée sur les figures V. 57 et V. 61, où le nombre de générations nécessaire pour la minimisation de l'erreur relative reste assez élevé. En conséquence le temps de calcul se retrouve assez important.

La loi d'excitation des éléments est pour sa part rapportée sur les figures V. 58 et V. 62 tant pour l'amplitude que pour la phase.

Cas centré

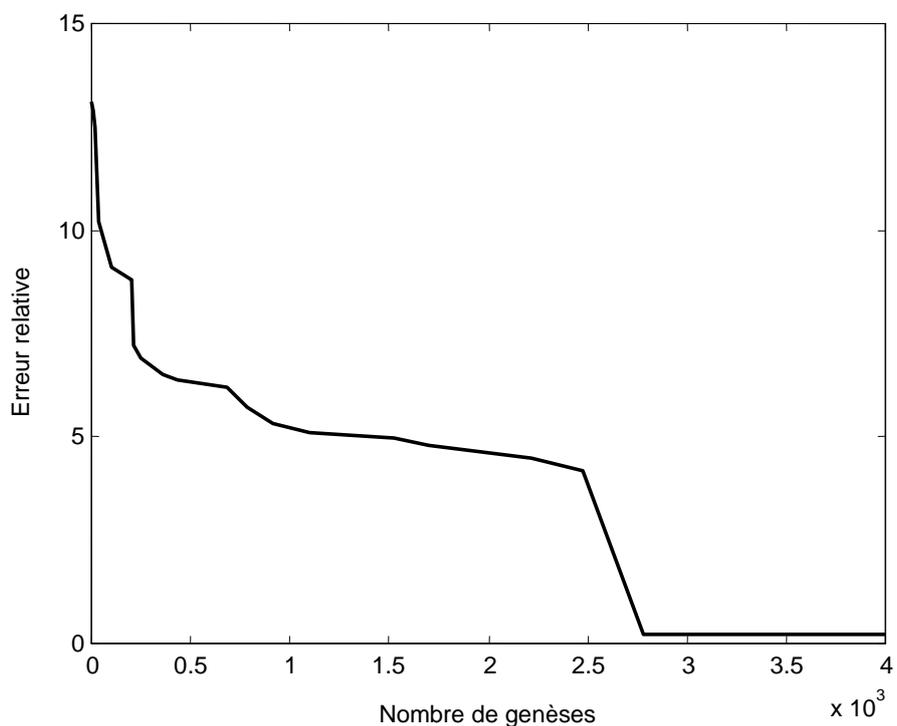


Figure V. 57 : Evolution de l'erreur relative lors des générations.

Réseau sphère, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

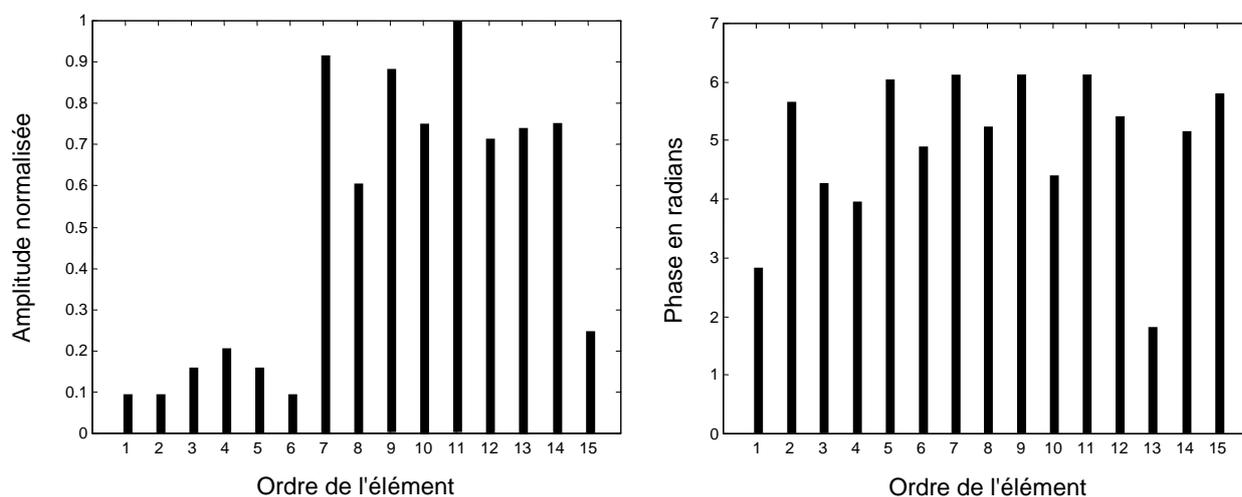


Figure V. 58 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau sphère, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$).

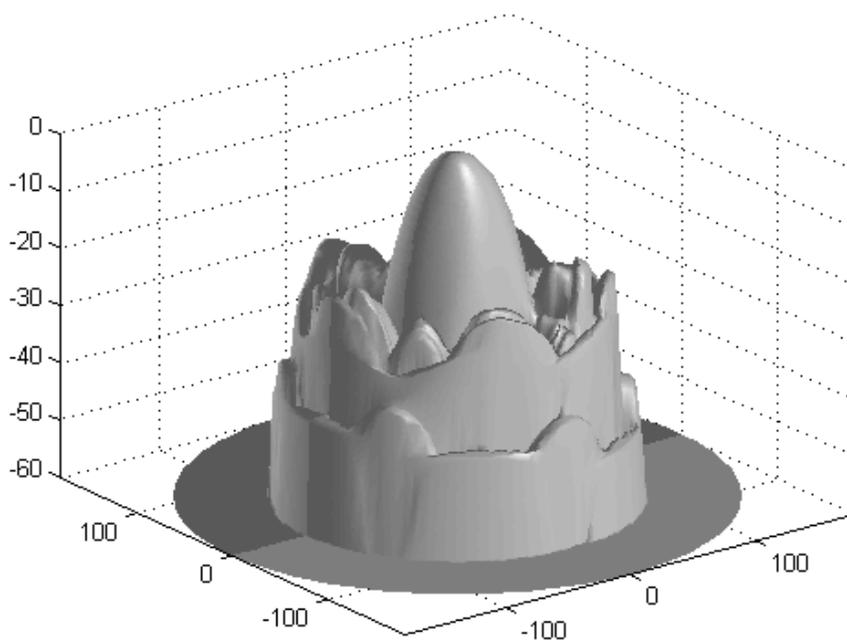


Figure V. 59 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.

Réseau sphère, ($\theta_c = 0^\circ$, $\varphi_c = 0^\circ$), tactique immunitaire.

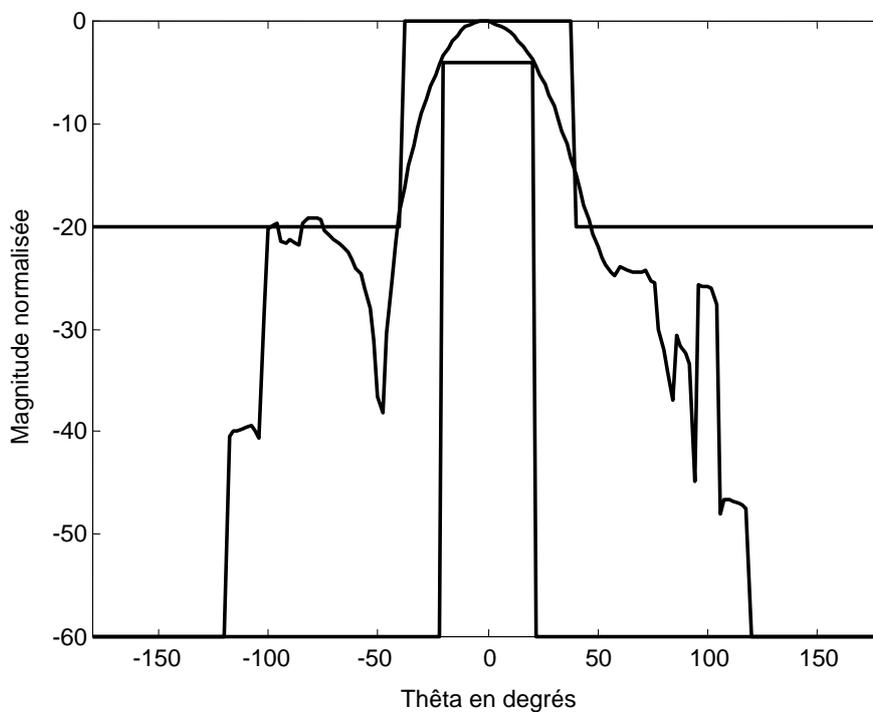


Figure V. 60 : Vue projetée de la figure V. 59 sur le plan principal $\varphi_c = 0^\circ$

Cas dépointé

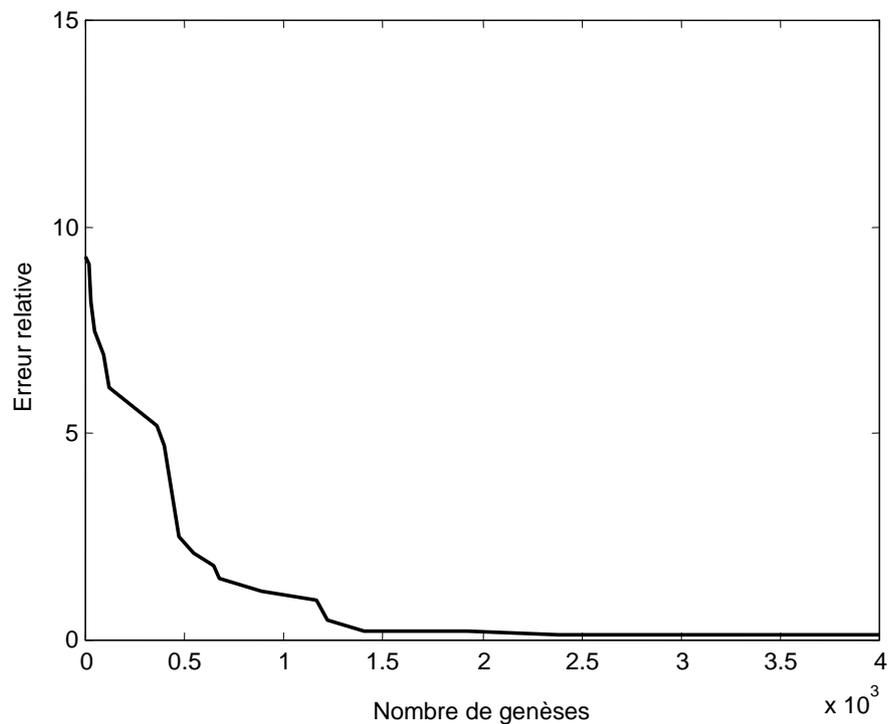


Figure V. 61 : Evolution de l'erreur relative lors des génèses.

Réseau sphère, ($\theta_c = -45^\circ$, $\varphi_c = 50^\circ$).

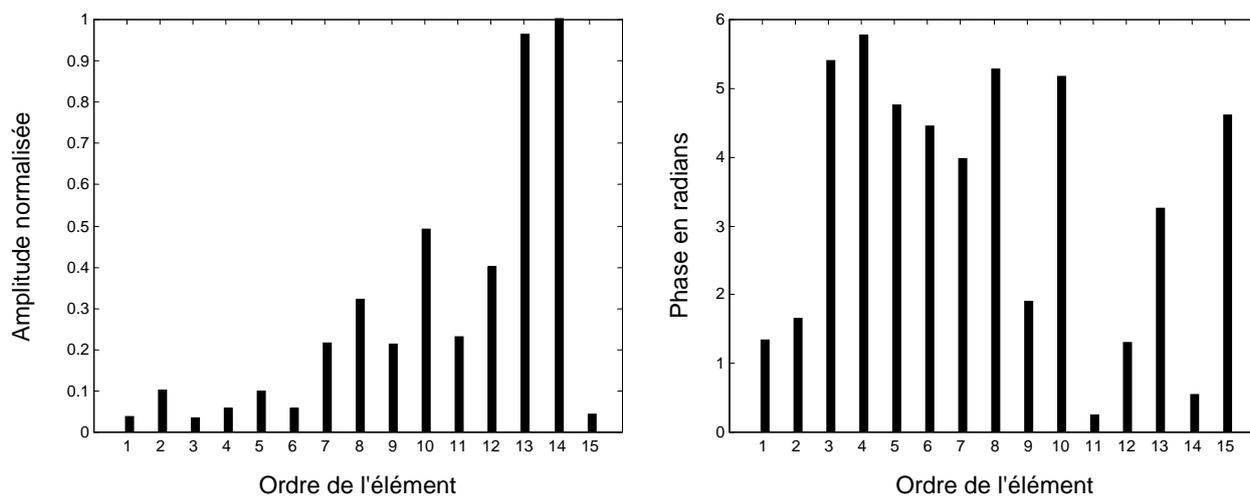


Figure V. 62 : Amplitudes normalisées et phases en radians appliquées aux éléments.

Réseau sphère, ($\theta_c = -45^\circ$, $\varphi_c = 50^\circ$).

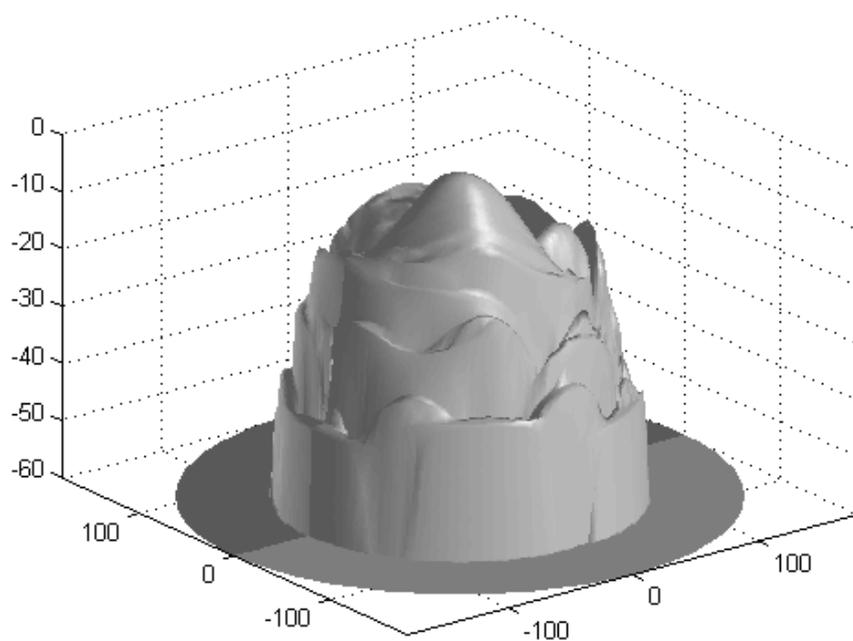


Figure V. 63 : Vue de révolution sur le rayonnement synthétisé.

Réseau sphère, ($\theta_c = -45^\circ$, $\varphi_c = 50^\circ$), tactique immunitaire.

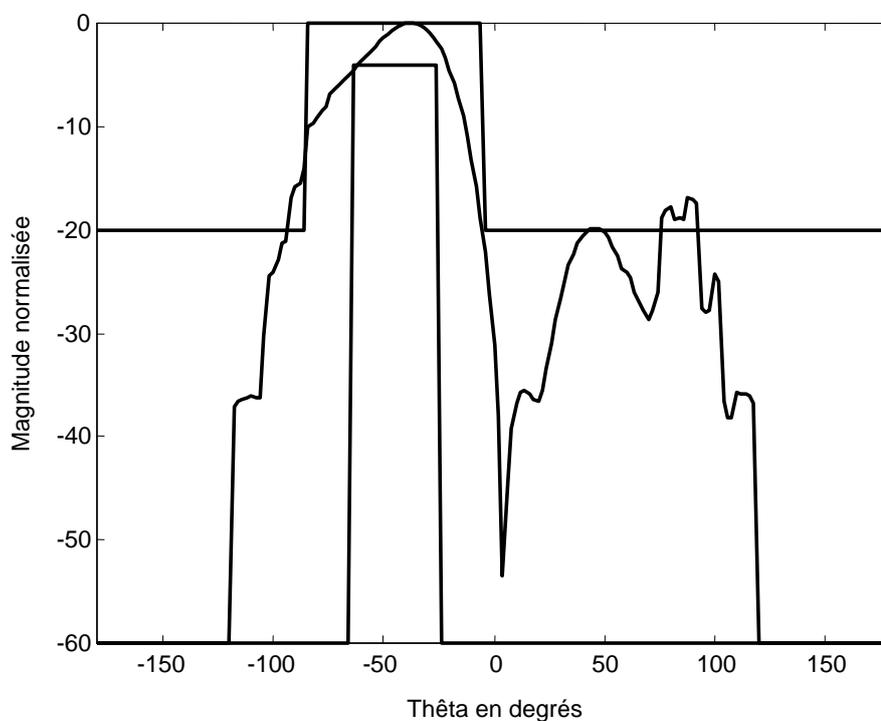


Figure V. 64 : Vue projetée de la figure V. 63 sur le plan principal $\varphi_c = 50^\circ$

V. 8. Conclusion

Le chapitre présent résume en lui, toute la flexibilité, la stabilité et l'efficacité de notre original et nouvel procédé d'optimisation baptisé la tactique immunitaire.

Cette technique est passée de l'état embryonnaire à une étape plus avancée, caractérisée par l'intégration au processus de la synthèse de réseaux conformés d'antennes imprimées.

Cette tendance s'explique en grande partie par l'importance accordée à la synthèse dans le cadre des applications liées à l'espace, l'avionique, la détection, l'identification, le médical, etc.

Bien que le nombre d'exemples se présentant dans ce cas soit très grand et couvrant un vaste éventail, mais nous avons essayé et à travers ce chapitre, de mettre en exergue la tactique immunitaire. Autrement dit, nous nous sommes engagés à valider par les quelques résultats obtenus notre nouveau procédé et à tester son applicabilité et son efficacité face au problème de la synthèse.

A travers les nombreux exemples impliquant différentes structures de réseaux conformés, allant du plus simple (réseau plan) au plus complexe (réseau sphère), la capacité de notre code de synthèse sera qualifiée de remarquable et de précise. Cet attribut, sera retrouvé en comparant les fonctions de rayonnement calculées avec les fonctions de rayonnement désirées d'un côté et de l'autre côté avec celles obtenues par d'autres techniques de synthèse. Celles-ci se trouvent déterministes, notamment la méthode de projections ou bien aléatoire, nommément l'algorithme génétique et le recuit simulé.

Toutefois et communément à tous les procédés stochastiques, le temps de traitement pour la tactique immunitaire reste malheureusement assez long, chose qui est essentielle à l'exploration et l'exploitation généralisée de l'espace des solutions. Ceci n'étant en rien, un point de faiblesse ni un handicap mais plutôt une nécessité pour l'atteinte d'un optimum qui ne soit pas nécessairement global mais qui est à chaque fois meilleur.

Comme perspectives, il sera dans le devenir de la tactique immunitaire, question de minimiser ce temps de calcul qui reste en fonction du nombre d'éléments, et de généraliser cette technique innovante tant aux problèmes de synthèse qu'aux problèmes d'optimisation.

CONCLUSION

GENERALE

Conclusion Générale

L'étude menée au cours de cette thèse a renfermé deux grands axes et a permis d'appréhender le fonctionnement des antennes imprimées conformes à des surfaces courbes.

Le déroulement des travaux de recherches s'est effectué en plusieurs phases. Pour le premier volet, il s'agissait de :

La numérisation à base d'éléments finis et la substitution d'un système à équations intégral-différentielles continues par un système approché à équations linéaires discrètes. Par la suite le passage à l'assemblage des équations élémentaires s'impose pour l'obtention d'un système déterminé. La résolution du système par procédé itératif vient par la suite, avec intégration des conditions aux limites, des contraintes de continuités et des interactions mutuelles imposées à chaque itération. Enfin il sera possible, d'extraire les paramètres caractéristiques : diagramme de rayonnement, distribution de courants, etc.

Cette conception a été élaborée et intégrée au code de traitement numérique afin de réaliser des simulations pour des cas de structures proposées. Les résultats générés ont priment deux chemins :

Le premier pour la comparaison avec d'autres travaux, menant ainsi à la validation de notre entreprise.

Le deuxième pour exposer l'originalité de notre travail où il était question de relever un vrai défi quant à l'introduction de l'effet de courbure et de celui du couplage à l'analyse des réseaux d'antennes. Ceci reste un problème compliqué et de très grande difficulté vu la complexité des systèmes à numériser. De plus le temps de calcul reste prohibitif et constitue en lui-même un problème supplémentaire mais nécessaire pour la qualité des résultats.

Les résultats obtenus sont d'une extrême originalité et ont été comparés avec le peu qui existe dans la littérature. La concordance qui s'en est découlée donne une preuve éminente que notre étude est partie sur la bonne voie. Par conséquent, il serait évident de franchir de nouvelles perspectives et d'étendre l'étude à d'autres structures tout en apportant des améliorations sur la structuration du calcul afin de réduire le temps de calcul et d'augmenter la précision.

Le deuxième volet, qui traite en lui, une innovation et une nouveauté dans le domaine de l'optimisation et de la synthèse. Cette nouveauté est l'œuvre d'une imagination et d'une extrapolation de ce qui se fait dans le corps, pour une adaptation à notre problème de synthèse. Il faut dire, que nous avons créé cette technique ex nihilo, et notre inspirateur est la tactique établie par le système immunitaire pour détruire le non-soi et préserver le soi. Cette propriété a été empruntée et adaptée afin d'éliminer lors de la synthèse les solutions 'défaillantes' et préserver la meilleures d'entres-elles.

Cette adaptation a été très fructueuse et a généré des résultats de grande qualité qui d'ailleurs se manifeste clairement à travers deux aspects :

Le premier est celui de la comparaison du diagramme de rayonnement optimisé avec le diagramme désiré. Cette comparaison laisse à dire que la fonction calculée suit pertinemment la fonction désirée sur tout l'espace. Il est bien de mentionner que ce suivi s'accompagne toujours d'une distance minimale entre les deux fonctions qui ne sera pratiquement jamais nulle.

Le deuxième est celui de la confrontation de la fonction optimisée par la tactique immunitaire avec celle obtenue par optimisation à base d'autres techniques déterministes (méthode de projection et méthode variationnelle) et aléatoires (recuit simulé). Là encore, la concordance est positive et pour certains résultats l'approche est meilleure.

Ces deux aspects de comparaison, adviennent pour l'ensemble des applications et constituent dans la suite un argument de force quant à l'aptitude et à la fiabilité de notre outil de traitement numérique en synthèse. La fiabilité de cet outil fondé sur la tactique immunitaire a été conduite à traiter l'ensemble des structures, à exploiter plus finement l'espace des solutions et à éviter par la même les optima locaux.

La haute qualité des solutions atteintes et la stabilité de la tactique immunitaire, nous encourage à poursuivre son développement en incluant d'autres opérateurs de l'action défensive du système immunitaire, qu'ils soient propres ou auxiliaires. A titre indicatif, ceux-ci peuvent être résumés en :

L'immunité acquise ou spécifique.

Les lymphocytes mémoires.

La mort programmée des cellules altérées.

La vaccination.

L'interaction immunitaire, etc.

Références Bibliographiques

- [1] A. Ishimaru, "Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering", Prentice Hall, 2004.
- [2] D. R. Lynch, "Numerical Partial Differential Equations for Environmental Scientists and Engineers", Springer, 2005.
- [3] T. K. Sarkar, K. R. Siarkiewicz, R. F. Stratton, "Survey of Numerical Methods for Solution of Large Systems of Linear Equations for Electromagnetic Field Problems", IEEE, 1981, pp. 78-87.
- [4] D. R. Wilton, C. M. Butler, "Effective Methods for Solving Integral and Integro-Differential Equations", Hemisphere Publishing Company, 1981, pp. 58-77.
- [5] D. Jiao, M. Lu, E. Michielssen, J. M. Jin, "Fast Time Domain Finite Element Boundary Integral Method for Electromagnetic Analysis", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 10, octobre 2001, pp. 1453-1461.
- [6] J. HUANG, S. XI, "on the Finite Volume Element Method for General Self-Adjoint Elliptic Problems", SIAM Journal of Numerical Analysis, 1998, pp. 1762–1774.
- [7] R. D. Slone, R. Lee, J. F. Lee, "Multipoint Galerkin Asymptotic Waveform Evaluation for Model Order Reduction of Frequency Domain FEM Electromagnetic Radiation Problems", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 10, octobre 2001, pp. 1504-1513.
- [8] T. K. Sarkar, "a Note on the Variational Method Rayleigh-Ritz, Galerkin's Method, and the Method of Least Squares", American Geophysical Union, 1983, pp. 88-105.
- [9] L. Gurel, K. Sertel, I. K. Sendur, "on the Choice of Basis Functions to Model Surface Electric Current Densities in Computational Electromagnetics", Radio Science, 1999, pp. 1373-1387

Références Bibliographiques

- [10] D. Jiao, J. M. Jin, "Three-Dimensional Orthogonal Vector Basis Functions for Time Domain Finite Element Solution of Vector Wave Equations", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 51, No. 1, janvier 2003, pp. 59-65.
- [11] C. Mattiussi, "The Finite Volume, Finite Element, as Numerical Methods for Physical Field Problems", Imaging Electron Phys. 113-146, 2000
- [12] T. Tarhasaari, L. Kettunen, A. Bossavit, "Some Realizations of a Discrete Hodge Operator: a Reinterpretation of Finite Element Techniques", IEEE Trans. Magn. 35, 1494-1497, 1999.
- [13] G. Mur, A. T. Hoop, "a Finite Element Method for Computing Three-Dimensional Electromagnetic Fields in Inhomogeneous Media", IEEE Transaction Magnetics, novembre 1999, pp. 2188-2191.
- [14] J. L. Volakis, T. Ozdemir, "Hybrid Finite Element Methodologies for Antennas and Scattering", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1999.
- [15] J. S. Wang, N. Ida, "Curvilinear and Higher Order Finite Elements in Electromagnetic Field Computation", IEEE Transaction Magnetics, mars 2000, pp. 1491-1497.
- [16] P. Monk, "a Finite Element Method for Approximating the Time Harmonic Maxwell Equations", IEEE Transaction Magnetics, avril 1998, pp. 1022-1029.
- [17] T. Ozdemir, J. L. Volakis, "Triangular Prisms for Edge Based Vector Finite Element Antenna Analysis", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, mai 2002, pp. 788-799.
- [18] J. S. Savage, A. F. Peterson, "Higher Order Vector Finite Elements for Tetrahedral Cells", IEEE Transaction Microwave Theory Technology, juin 1999, pp. 774-783.
- [19] R. D. Graglia, D. R. Wilton, A. F. Peterson, "Higher Order Interpolatory Vector Bases for Computational Electromagnetics", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1997, pp. 326-342
- [20] D. R. Tanner, A. F. Peterson, "Vector Expansion Functions for the Numerical Solution of Maxwell's Equations", Microwave and Optics Technology Letters, 1998, pp. 327-333.

Références Bibliographiques

- [21] W. E. Boyse, K. D. Paulsen, "Accurate Solutions of Maxwell's Equations Around PEC Corners and Highly Curved Surfaces Using Nodal Finite Elements", *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 1997, pp. 1758-1767.
- [22] Z. Ren, N. Ida, "High-Order Elements of Complete and Incomplete Bases in Electromagnetic Field Computation", *IEE Proc. Science, Measurement and Technology*, 2002, pp. 147–151
- [23] J. M. Rius, E. Ubeda, J. Parron, "on the Testing of the Magnetic Field Integral Equation With RWG Basis Functions in Method of Moments", *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, Vol. 49, No. 11, novembre 2001, pp. 1550-1553.
- [24] M. L. Waller, S. M. Rao, "Application of Adaptive Basis Functions for a Diagonal Moment Matrix Solution of Arbitrarily Shaped Three-Dimensional Conducting Body Problems", *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, Vol. 50, No. 10, octobre 2002, pp. 1445-1452.
- [25] J. H. Richmond, "Scattering by Thin Dielectric Strips", *IEEE*, 1985, pp. 259-263.
- [26] A. Chatterjee, J. L. Volakis, "Parallel Computation of 3D Electromagnetic Scattering Using Finite Elements", *International Journal of Numerical Modeling*, 1999
- [27] C. Su, T. K. Sarkar, "Adaptative Multiscale Moment Method for Analysis of Scattering From Three-Dimensional Perfectly Conducting Structures", *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, Vol. 50, No. 4, avril 2002, pp. 444-450.
- [28] T. K. Sarkar, "Method of Moments as Applied to Electromagnetic Problems", *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.*, 1999, pp. 970-980.
- [29] A. Chatterjee, J. L. Volakis, L. C. Kempel, "Optimization Issues in Finite Element Codes for Solving Open 3D Electromagnetic Scattering Problems", *Electronic Network Device and Fields*, janvier 2000, pp. 324-332.
- [30] S. M. Rao, D. R. Wilton, A. W. Glisson, "Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape", *IEEE*, 1982, pp. 217-226.
- [31] M. A. Ricoy, S. M. Kilberg, J. L. Volakis, "Simple Integral Equations for Two-Dimensional Scattering With Further Reduction in Unknowns", *IEE*, 1989, pp. 239-245.

Références Bibliographiques

- [32] G. E. Antilla, N. G. Alexopoulos, "Scattering From Complex Three-Dimensional Geometries by a Curvilinear Hybrid Finite Element Integral Equation Approach", JOS, avril 2000, pp. 1445-1457.
- [33] L. W. Pearson, A. F. Peterson, L. J. Bahrmassel, R. A. Whitaker, "Inward Looking and Outward Looking Formulations for Scattering From Penetrable Objects", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 40, No. 10, juin 1998, pp. 714-720.
- [34] A. F. Peterson, S. P. Castillo, "Differential Equations Methods for Electromagnetic Scattering From Inhomogeneous Cylinders", IEEE, 1999.
- [35] N. T. Gres, A. A. Ergin, E. Michielssen, "Volume Integral Equation Based Analysis of Transient Electromagnetic Scattering From Three-Dimensional Inhomogeneous Dielectric Objects", Radio Science, Vol. 36, No. 3, juin 2001, pp. 379-386.
- [36] C. J. Reddy, F. B. Beck, "RCS Computation using MoM Technique in Conjunction with Asymptotic Waveform Evaluation", Electromagnetics, 2000.
- [37] A. W. Glisson, "Equivalent Current Excitation for an Aperture Antenna Embedded in an Arbitrarily Shaped Impedance Surface", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 50, No. 7, juillet 2002, pp. 966-970.
- [38] V. B. Erturk, R. G. Rojas, "Efficient Analysis of Input Impedance and Mutual Coupling of Microstrip Antennas Mounted on Large Coated Cylinders", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 51, No. 4, avril 2003, pp. 739-749.
- [39] P. Persson, L. Josefsson, M. Lanne, "Investigation of the Mutual Coupling Between Apertures on Doubly Curved Convex Surfaces: Theory and Measurements", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 51, No. 4, avril 2003, pp. 682-692.
- [40] O. M. Conde, M. F. Catédra, "Efficient Formulation for Scattering and Radiation of Antennas on Board Arbitrary Structures", ACES Journal Vol. 11, No. 6, 2001.
- [41] A. A. Kishk, P. Slattman, P. S. Kildal, "Radiation From 3D Sources in the Presence of 2D Composite Objects of Arbitrary Cross Sectional Shape", ACES Journal, Vol. 14, No. 1, mars 1999, pp. 17-24.

Références Bibliographiques

- [42] D. H. Werner, R. J. Allard, R. A. Martin, R. Mittra, "a Reciprocity Approach for Calculating Radiation Patterns of Arbitrarily Shaped Microstrip Antennas Mounted on Circularly Cylindrical Platforms", IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. 51, No. 4, avril 2003, pp. 730-738.
- [43] A. Alcami, U. H. Koszinowski, "Viral Mechanisms of Immune Evasion", Trends in Microbiology, Vol. 8, pp. 410-418, 2000.
- [44] D. Tortorella, "Viral Subversion of the Immune System", Annual Review of Immunology, Vol. 18, pp. 861-926, 2000.
- [45] L. N. Carayannopoulos, W. M. Yokoyama, "Recognition of Infected Cells by Natural Killer Cells", Current Opinion in Immunology, Vol. 16, pp. 26-33, 2004.
- [46] S. Jones, "A Structural Basis for Immuno-Dominant Human T-Cell Receptor Recognition", Nature Immunology, Vol. 4, pp. 657-663, 2003.
- [47] P. Bousso, F. Lemaitre, J. Billsborough, P. Kourilsky, "Facing Two T-Cell Epitopes: a Degree of Randomness in the Primary Response is Lost Upon Secondary Immunization, Journal of Immunology, pp. 760-767, 2000.
- [48] C. Janeway, P. Travers, M. Walport, M. Shlomchik, "Immunobiology: the Immune System in Health and Disease", Nat. Rev. Immunol, 2004.
- [49] M. F. Flajnik, "Comparative Analyses of Immunoglobulin Genes: Surprises and Portents", Nat. Rev. Immunol, 2002, pp. 688-698.
- [50] I. Apostolou, A. Sarukhan, L. Klein, H. Von Boehmer, "Origin of Regulatory T-Cells with Known Specificity for Antigen", Nature Immunology, 2002, pp. 756-763.
- [51] A. S. Perelson, "Modelling Viral and Immune System Dynamics", Nature Reviews in Immunology, 2002, pp. 28-36.
- [52] S. A. Djennas, F. T. Bendimerad, "A New Technique for Planar Array Antennas Synthesis", AEUE - International Journal of Electronics and Communications, ISSN 1434-8411, 2008.

Références Bibliographiques

- [53] S. A. Djennas, F. T. Bendimerad “Synthèse de Réseaux Conformés d'Antennes Imprimées par Projection du Faisceau”, Lebanese Sciences Journal, LSJ, ISSN : 1561-3410, 2007, Vol. 8, No. 1.
- [54] S. A. Djennas, F. T. Bendimerad, L. Merad, S. M. Meriah, “Genetic Algorithm-Based Synthesis of Three-dimensional Microstrip Arrays”, International Arabian Journal of Information Technology, IAJIT, ISSN : 1683-3198, 2005, Vol. 2, No. 3, pp
- [55] L. Merad, F. T. Bendimerad, S. M. Meriah, S. A. Djennas, “Neural networks for synthesis and optimization of antenna arrays”, Radioengineering, ISSN 1210-2512, 2007, Vol. 16, No. 1.
- [56] S. A. Djennas, F. T. Bendimerad, L. Merad, “ Shaped Beam Synthesis of Conformal Microstrip Antennas Using Genetic Algorithm ”, ITG-Conference on Antenna 2003, septembre 2003, Berlin, Allemagne.
- [57] S. A. Djennas, F. T. Bendimerad, “Cosecant-Squared Radiation Pattern Synthesis of Conformal Microstrip Arrays”, Conférence International sur les Systèmes de Télécommunications, d'Electronique Médicale et d'Automatique, CISTEMA' 03, septembre 2003, Tlemcen, Algérie.
- [58] S. A. Djennas, F. T. Bendimerad “the Synthesis of Printed Antennas Established on Surfaces with Large Curvature Radius, Omnidirectional Representation of Radiation”, Conférence Internationale sur la Microélectronique, ACM' 02, octobre 2002, Alger, Algérie.
- [59] T. GIRARD, “Réseaux d'antennes imprimées sur des surfaces conformées”, Thèse de Docteur de l'Université de Nice–Sophia Antipolis, Novembre 1999.