

**République Algérienne Démocratique et Populaire**

**Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche  
Scientifique**

**Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen**

**Faculté de Technologie**

**Département de Génie Mécanique**

**Mémoire pour l'obtention du diplôme en Post-Graduation**

**Magister en génie mécanique**

**Ecole Doctorale : Mécanique des Matériaux & Structures**

**Option : Systèmes Mécaniques & Matériaux**

## *Thème*

---

---

*Contribution au développement d'un modèle  
de propagation pour la prédiction de la durée de vie en fatigue*

---

---

Présenté par : **BELMOKHTAR Abdelkader**

Le : / /2013 devant le jury composé de :

Président	: CHEIKH Abdelmadjid	Pr.	Université de Tlemcen
Encadreur	: BENACHOUR Mustapha	MC_A	Université de Tlemcen
Examineur	: HADJOUI Abdelhamid	Pr.	Université de Tlemcen
Examineur	: MEFTAH Khouane	MC_A	Université de Tlemcen
Invité	: BENGUEDDIAB Mohamed	Pr.	Université Sidi Bel Abbes

*Année universitaire : 2012-2013*

Page blanche

# Remerciements

*Je remercie ALLAH de m'avoir donné le courage, la volonté et la patience de mener à terme ce travail.*

*Le présent mémoire a été dirigé par monsieur **BENACHOUR Mustapha**, Maître de Conférence à l'université de Tlemcen. C'est grâce à lui, à ses remarques, conseils et à son soutien que j'ai pu le finaliser. J'exprime mes gratitudes, mes reconnaissances et mes sincères remerciements.*

*Je tiens à remercier vivement monsieur **CHEIKH Abdelmadjid**, Professeur à l'université de Tlemcen pour avoir accepté la présidence du jury de ce mémoire.*

*Je tiens à remercier vivement messieurs **HADJOUI Abdelhamid**, Professeur à l'université de Tlemcen et **MEFTAH Khouane** Maître de Conférence à l'université de Tlemcen qui ont accepté d'examiner ce travail.*

*Un remerciement particulier adressé à Monsieur **BENGUEDIAB Mohamed** pour la direction de cette Ecole Doctorale et ses précieux conseils durant notre formation.*

*Je remercie particulièrement mes enseignants du département de génie mécanique pour leurs contributions, leurs précieux conseils durant ma formation de graduation et post-graduation.*

A decorative floral border in shades of green, yellow, and pink, featuring intricate patterns and flowers. It frames a central white area with a scalloped green border.

*A ma mère*

*A*

*Mes frères & Mes Sœurs*

*A*

*Tous les enseignants & mes collègues*

*A*

*Ayad Meriem*

## LISTE DES FIGURES

---

<b>Figure 1</b>	Courbe contrainte/déformation	6
<b>Figure 2</b>	Les trois modes élémentaires de rupture	6
<b>Figure 3</b>	Fissure en mode I - état de contrainte	7
<b>Figure 4</b>	Distribution des contraintes en pointe de fissure (zone plastique)	9
<b>Figure 5</b>	Contours des zones plastiques en mode I	11
<b>Figure 6</b>	Différents modes de variation de contraintes appliquées	12
<b>Figure 7</b>	Passage de propagation stable d'une fissure principale	13
<b>Figure 8</b>	Evolution de la longueur de fissure en fonction du nombre de cycle	15
<b>Figure 9</b>	schématisation de la vitesse de propagation des fissures de fatigue	15
<b>Figure 10</b>	Effet du rapport R sur la propagation d'une fissure de fatigue	17
<b>Figure 11</b>	Effet du rapport de charge sur la propagation des fissures	18
<b>Figure 12</b>	Effet du rapport de charge sur la durée de vie à $\sigma_{\max}$ constante	18
<b>Figure 13</b>	Principe d'ouverture et de fermeture de la fissure	26
<b>Figure 14</b>	Développement d'enveloppe de zones plastiques	28
<b>Figure 15</b>	Fermeture induite par rugosité	28
<b>Figure 16</b>	Fermeture induite par l'oxyde	28
<b>Figure 17</b>	Modèles exponentiels	33
<b>Figure 18</b>	Schéma de la tôle d'aluminium 2024 T351	37
<b>Figure 19</b>	Courbe contrainte - déformation pour l'alliage 2024 T351	38
<b>Figure 20</b>	Géométrie des éprouvettes de fissuration	39
<b>Figure 21</b>	Géométrie et dimension spécifique du montage	40
<b>Figure 22</b>	Machine servo-hydraulique MTS 810 pour essais de fatigue	41
<b>Figure 23</b>	Montage pour essai de fatigue en flexion quatre points	42
<b>Figure 24</b>	Courbe de chargement	42
<b>Figure 25</b>	Evolution de la longueur de la fissure en fonction de N	44
<b>Figure 26</b>	Organigramme d'évaluation du modèle exponentiel de propagation	46
<b>Figure 27</b>	Evolution de la longueur de la fissure à R=0.1	48
<b>Figure 28</b>	Evolution de la longueur de la fissure à R=0.2	49

---

---

<b>Figure 29</b>	Evolution de la longueur de la fissure à R=0.3	49
<b>Figure 30</b>	Evolution de la longueur de la fissure à R=0.5	50
<b>Figure 31</b>	Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure à R=0.1	50
<b>Figure 32</b>	Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure à R=0.2	51
<b>Figure 33</b>	Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure à R=0.3	51
<b>Figure 34</b>	Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure à R=0.5	52
<b>Figure 35</b>	Comparaison des vitesses de fissuration à R=0.1	52
<b>Figure 36</b>	Comparaison des vitesses de fissuration à R=0.2	53
<b>Figure 37</b>	Comparaison des vitesses de fissuration à R=0.3	53
<b>Figure 38</b>	Comparaison des vitesses de fissuration à R=0.5	54
<b>Figure 39</b>	Effet du rapport R sur la durée de vie en fatigue : Modèle exponentiel	55
<b>Figure 40</b>	Effet du rapport R sur la durée de vie en fatigue : Modèle exponentiel	55
<b>Figure 41</b>	Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à R=0.1	57
<b>Figure 42</b>	Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à R=0.2	58
<b>Figure 43</b>	Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à R=0.3	58
<b>Figure 44</b>	Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à R=0.5	59

---

## LISTE DES TABLEAUX

<b>Tableau 1</b>	Composition chimique de l'alliage d'aluminium	38
<b>Tableau 2</b>	Propriétés mécaniques	38
<b>Tableau 3</b>	Dimensions des éprouvettes (mm)	39
<b>Tableau 4</b>	Conditions de chargement, longueurs de fissure Durée de vie	44
<b>Tableau 5</b>	Constantes du polynôme de corrélation de l'alliage d'Al 2024 T351	47
<b>Tableau 6</b>	Performances du modèle pour l'alliage d'Al 2024 T351	56

## NOMENCLATURE

$a$	:	Longueur de fissure
$a_0$	:	Longueur de fissure initiale
$N$	:	Nombre de cycle
$R$	:	Rapport de charge
$K_I$	:	Facteur d'intensité de contrainte en mode I.
FIC	:	Facteur d'intensité de contrainte
$da/dN$	:	Vitesse de fissuration
$K_C$	:	Ténacité du matériau ou valeur critique du FIC.
$\Delta K_{th}$	:	Amplitude du facteur d'intensité de contrainte seuil
$\Delta K_{eff}$	:	Amplitude du facteur d'intensité de contrainte effective
$\Delta K$	:	Amplitude du facteur d'intensité de contrainte
$K_{max}$	:	Facteur d'intensité de contrainte maximale.
$K_{crit}$	:	Facteur d'intensité de contrainte critique (model nasgro)

$K_{th}$	:	Facteur d'intensité de contrainte seuil
$C_w$ et $m_w$	:	Paramètres de la loi de Walker
$C$ et $m$	:	Paramètres de la loi de Paris
$\Delta J$	:	Intégrale de contour
$a_0$	:	Longueur de la fissure initiale
$C_{th}$	:	Coefficient seuil
$A_k, B_k$	:	Paramètres d'ajustement

$t$	:	Epaisseur
$t_0$	:	Epaisseur de référence (condition de déformation plane)
$b$	:	Taux de naissance
$m$	:	Taux de mortalité.
$r$	:	Taux de croissance de la population .
$\sigma_{0.2}$	:	Limite d'élasticité conventionnelle à 0.2%
$\sigma_R$	:	Contrainte à la rupture.
$A$	:	Allongement total à la rupture.
$E$	:	Module d'élasticité longitudinal.
$G$	:	Module de cisaillement.
$\nu$	:	Coefficient de poisson
$P$	:	Chargement appliqué
$B$	:	Epaisseur de l'éprouvette.
$W$	:	Hauteur de l'éprouvette.
$f(a/W)$	:	Fonction de calibration lié à la géométrie de l'éprouvette
$m_{ij}$	:	Indice exponentiel caractérisant la propagation des fissures
$A', B', C', D'$ et $E'$	:	Paramètres du polynôme de corrélation d'approximation

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE &amp; ETAT DE L'ART .....</b>	<b>3</b>
I. HISTORIQUE SUR LA RUPTURE DES MATERIAUX.....	4
II. APPROCHE GLOBALE DE LA MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE .	6
II.1 DIFFERENT MODES DE RUPTURE .....	7
II.2. DISTRIBUTION DES CONTRAINTES AU NIVEAU DE LA POINTE DE LA FISSURE .....	8
II.3. ZONE PLASTIQUE AU NIVEAU DE LA POINTE DE LA FISSURE .....	10
III. ENDOMMAGEMENT PAR FATIGUE.....	12
IV. STADES DE FISSURATION PAR FATIGUE .....	13
V. PROPAGATION D'UNE FISSURE DE FATIGUE.....	15
5.1. DOMAINES DE FISSURATIONS PAR FATIGUE .....	15
5.2. PARAMETRES INFLUENÇANT LA FISSURATION PAR FATIGUE .....	17
VI. MODELES DE PROPAGATION D'UNE FISSURE DE FATIGUE .....	21
6.1. INTRODUCTION.....	21
6.2. MODELES DE PREDICTION DE LA DUREE DE VIE .....	21
a. Modèle de Paris.....	21
b. Modèle de Walker .....	22
c. Modèle de Forman.....	23
d. Modèle de Collipriest .....	23
e. Modèle de McEvily.....	24
f. Modèle de Zheng.....	24
g. Modèle de Wang.....	25
h. Modele de Dowling et Begley .....	25
6.3 MODELE BASE SUR LA FERMETURE DE FISSURE .....	27
a. Modèle d'Elber.....	27
b. Modèle de NASGRO.....	30
VII. JUSTIFICATIONS DU PRESENT MODELE.....	32
<b>CHAPITRE II : DESCRIPTION DU MODELE EXPONENTIEL .....</b>	<b>33</b>
I. INTRODUCTION DU MODELE.....	34
II. HYPOTHESES DU MODELE EXPONENTIEL.....	36
1.2. APPLICATIONS DU MODELE EXPONENTIEL .....	36
III. DESCRIPTION DU MODELE .....	37

<b>CHAPITRE III : DETAILS EXPERIMENTAUX .....</b>	<b>39</b>
<b>I. MATERIAU ET METHODES EXPERIMENTALES.....</b>	<b>40</b>
1.1. INTRODUCTION.....	40
1.2. MATERIAU D'ETUDE .....	40
<b>II. DESCRIPTION DES ESSAIS &amp; RESULTATS OBTENUS .....</b>	<b>42</b>
2.1. EPROUVETTES UTILISEES.....	42
2.2. MONTAGE ET MACHINE D'ESSAIS .....	44
2.3. CONDITIONS DE CHARGEMENT ET PROPRIETES DE FISSURATION.....	44
2.4. VITESSE DE PROPAGATION : .....	46
2.5. RESULTATS EXPERIMENTAUX .....	46
<b>CHAPITRE IV : RESULTATS &amp; DISCUSSION .....</b>	<b>48</b>
<b>I. INTRODUCTION .....</b>	<b>49</b>
<b>II. MODELISATION SOUS CHARGEMENT A AMPLITUDE CONSTANTE .....</b>	<b>49</b>
<b>III. INTERPRETATION DES RESULTATS.....</b>	<b>51</b>
<b>IV. COMPARAISON DES RESULTATS PREDITS ET EXPERIMENTAUX .....</b>	<b>60</b>
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>64</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>66</b>

# ***Introduction Générale***

## Introduction générale

La prévision de la durée de vie en fatigue des structures et composants mécaniques est d'une importance primordiale pour les bureaux d'études du point de vue économique et sécurité. Cette tâche n'est accomplie que par l'utilisation des outils efficaces et moins coûteux dont le développement numérique a pris une grande ampleur. Le calcul numérique nécessite des équipements informatiques très développées. Afin de réduire plus ou moins le coût numérique, les scientifiques se penchent généralement sur le développement de modèles basés sur des études expérimentales. Le développement de modèles de propagation des fissures de fatigue a été initié vers les années 60 par *Paris*<sup>1</sup> et à l'heure actuelle les travaux publiés montrent le besoin de modèles simples et faciles à manipuler et en même temps prend en compte les propriétés mécaniques de chaque matériau.

L'objectif de la présente étude est d'évaluer la vitesse de fissuration " $da/dN$ " à partir de la durée de vie en fatigue " $a-N$ " et de formuler un modèle de prédiction sans utilisation d'intégration numérique comparativement par rapport à d'autres modèles caractérisant la propagation des fissures de fatigue, à titre d'exemple le modèle NASGRO<sup>2</sup> dont t'il dépend de plusieurs paramètres et nécessitent des méthodes d'intégration numérique.

Le modèle développé, modèle exponentiel, est basé sur la détermination d'une équation exponentielle entre la longueur de la fissure " $a$ " et le nombre de cycle " $N$ " (durée de vie en fatigue) pour l'alliage d'aluminium 2024 T351 sous chargement à amplitude constante. Ce modèle facilitera l'évaluation de la vitesse de fissuration  $da/dN=f(\Delta K)$ .

---

<sup>1</sup> Référence [22]

<sup>2</sup> Référence [71]

Le contenu de ce mémoire est présenté en quatre chapitres :

Dans la première partie du premier chapitre un historique sur la rupture et la fatigue des matériaux en plus d'une introduction à la rupture et le phénomène d'endommagement par fatigue. Dans une deuxième partie, un état d'art sur les différents modèles de propagations des fissures de fatigue développés pour plusieurs matériaux à ce jour en commençant par le modèle de Paris et terminant par le modèle de Baptista<sup>3</sup>.

Le deuxième chapitre est consacré à la description du modèle exponentiel développé initialement par Thomas Robert Malthus<sup>4</sup> pour la prédiction de l'évolution de la population.

Le troisième chapitre présente les détails expérimentaux des essais de fatigue conduit sur éprouvette en alliage d'aluminium 2024 de type Charpy en flexion quatre points et les résultats expérimentaux utilisés dans notre étude.

Le dernier chapitre présente d'une part les détails du modèle exponentiel, les procédures de calcul, d'autre part les résultats obtenus et en dernier la validation des résultats du présent modèle.

---

<sup>3</sup> Référence [62]

<sup>4</sup> Référence [76]

# **Chapitre I :**

# **Etude bibliographique & Etat de l'art**

## I. Historique sur la rupture des matériaux

Dès le milieu du 19<sup>ème</sup> siècle plusieurs structures réalisées ont connu des accidents importants et l'origine de ces accidents était la rupture inattendue de composants critiques de ces structures. L'un des premiers incidents enregistré sur une structure importante fut la rupture d'une chaîne du pont suspendu Montrose en Mars 1830 en Grande Bretagne. Depuis, il y a eu un nombre important d'effondrements de ponts, dont le King's Bridge à Melbourne (1962) ou encore le Point Pleasant Bridge en Virginie (1967). Les accidents ferroviaires dus à une rupture brutale des essieux, des roues ou encore des rails ont également été très nombreux. Entre 1860 et 1870, le nombre de personnes victimes d'accidents de train en Grande Bretagne s'élevait environ à 200 par an. De nombreux accidents interviennent également sur des pipelines, des pétroliers, ou encore sur des avions. En 1950, deux avions se sont brisés à haute altitude à cause d'un problème de rupture par fatigue sur les trous des rivets près des hublots, lesquels étaient de forme carrée.

Les chercheurs étaient alors incapables d'expliquer le phénomène de rupture brusque sous des sollicitations bien inférieures à celles de la limite d'élasticité. Si Griffith [1] est souvent cité comme le premier chercheur à avoir introduit la mécanique de la rupture (en tant que science), ces travaux restent basés sur des études antérieures. On peut notamment citer le travail de Wieghardt, paru en 1907 et récemment traduit en anglais [2], dans lequel l'existence de la singularité du champ des contraintes en pointe de fissure dans un matériau élastique linéaire fut reconnue. A partir de ces résultats, Griffith [1] s'est intéressé en 1920 au problème de la rupture, dans un milieu élastique fissuré, d'un point de vue énergétique. Il a ainsi mis en évidence une variable appelée plus tard taux de restitution d'énergie caractérisant la rupture "G", et dont la valeur critique est une caractéristique du matériau. Vinrent ensuite les premiers développements théoriques d'analyse des champs de contraintes et de déformations au voisinage d'une fissure en élasticité.

Ces études, menées notamment par Sneddon en 1946 [3], puis Irwin [4] en 1957, ont permis de définir les facteurs d'intensité de contraintes, caractérisant l'état de sollicitation de la région dans laquelle la rupture se produit.

Entre 1960 et 1980, la mécanique de la rupture connaît un grand succès scientifique, avec notamment l'apparition de la mécanique non linéaire de la rupture qui a permis de mieux prendre en compte le comportement plastique des matériaux. De nombreux travaux sont publiés à cette période ; on peut citer par exemple ceux de Rice [5] et Bui [6] qui introduisent la notion d'intégrales indépendantes du contour telles que l'intégrale J, dont les propriétés ont permis de caractériser la ténacité d'un matériau lorsque la plasticité n'est plus confinée à la pointe de fissure. C'est également à cette période que les premiers travaux concernant la mécanique de la rupture dans les matériaux multicouches sont réalisés [7-9].

Tous les développements théoriques réalisés à cette époque ont permis de déterminer la forme exacte de la singularité, et des champs asymptotiques en pointe de fissure nécessaires à l'analyse et à l'interprétation des résultats expérimentaux. De plus, ils représentent une solution précise à de nombreux problèmes de géométries simples, et peuvent donc être utilisés comme solutions approchées pour des problèmes plus complexes.

L'apparition de la méthode des éléments finis a permis d'étudier la mécanique de la rupture d'un point de vue numérique, proposant ainsi des solutions plus précises à des problèmes plus complexes apparurent alors une multitude de méthodes permettant de calculer les facteurs d'intensité de contraintes, le taux de restitution d'énergie, ou encore de découpler les différents modes de rupture.

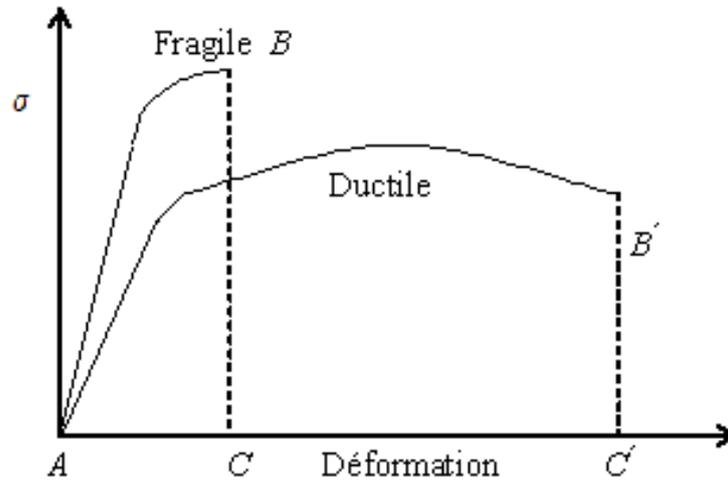
La rupture des matériaux est fortement liée au phénomène de fatigue dû aux sollicitations variables. La rupture peut avoir lieu sous un chargement ne dépassant pas la capacité statique du matériau (limite élastique). L'histoire de la fatigue depuis 1838 à 1996 est décrite en détail par Schutz [10]. L'histoire de la fatigue a commencé par Albert [11]. En 1837, il a publié les premiers résultats des tests de fatigue sur les câbles. En 1842, Rankine [12] a étudié la résistance à la fatigue des

essieux des wagons. La période 1838 à 1858 a été caractérisée par les accidents dans les chemins de fer. La période 1858-1870 a connu la révolution dans les études de fatigue des essieux de locomotive de chemin de fer. Cette révolution de la recherche dans le domaine de la fatigue a été menée par Wöhler [13]. Les travaux de Wöhler ont été commentés par le journal [14] "English technical Journal Engineering". Un autre nom a mentionné c'est Bauschinger [15], professeur de mécanique à l'école polytechnique de Munich. Bauschinger est connu par ses travaux sur le changement de la limite élastique par des chargements cycliques souvent répétés et qui sont la base pour les hypothèses de Manson et Coffin [16]. Le début du 20ème siècle a connu plus la domination des anglais et des américains [1, 17-21] dans le domaine de la recherche lié à la fatigue et la rupture par rapport aux allemands. Ce développement en recherche a été axé plus sur l'étude du comportement en fatigue des composantes des structures aéronautiques. Dans les années 60, le nombre des experts dans le domaine de la fatigue et publications dans le domaine n'a cessé d'augmenter. Cette évolution dans les experts et travaux dans le domaine a été attribué au développement rapide de la mécanique de la rupture, c.a.d la propagation des fissures de fatigue. Paris dans ses travaux publiés [22, 23] fût le premier chercheur développant un modèle de propagation connu sous le nom "modèle de Paris". Ce modèle est presque utilisé exclusivement encore aujourd'hui dans les bureaux des études. Actuellement, les études sur le comportement en fatigue ont connu plus de développement dû aux développements des outils informatiques et moyens de caractérisations expérimentaux [24-31] dans différents domaines (transport, nucléaire, aéronautique, ...etc).

## **II. Approche globale de la mécanique linéaire de la rupture**

La rupture désigne la séparation d'un corps en plusieurs parties sous l'action d'une contrainte de nature statique, c'est à dire qu'elle est constante ou qu'elle varie avec le temps. Il peut s'agir d'une contrainte de traction, de compression, de cisaillement ou de torsion. Les deux modes de rupture des matériaux à usage industriel sont la rupture ductile et la rupture fragile [32]. Une telle classification repose sur la capacité d'un matériau à subir une déformation plastique. Le

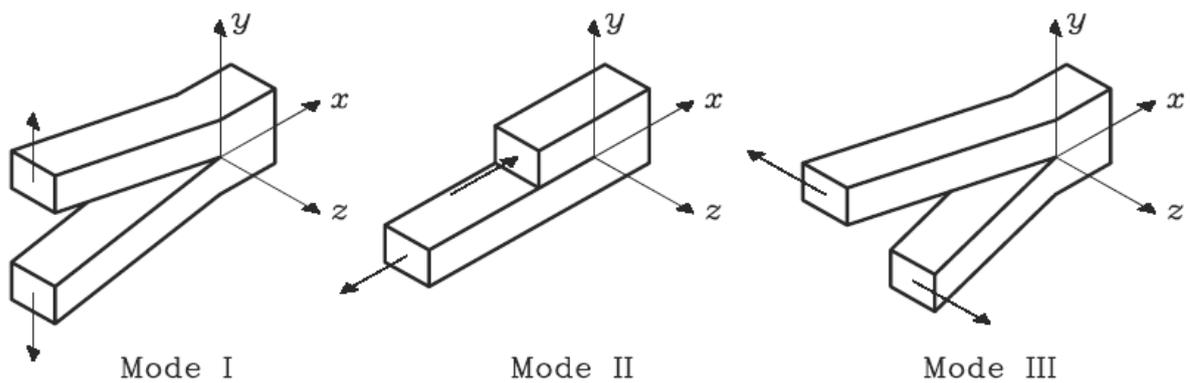
comportement lié au rapport entre la contrainte de traction et la déformation à ces deux types de rupture est illustré par la figure 1.



**Figure 1.** Courbe contrainte/déformation [32]

## II.1 Différent modes de rupture

La rupture d'un composant mécanique se produit par fissuration du matériau selon l'un ou une combinaison des trois modes élémentaires décrits ci-dessous (Figure 2).



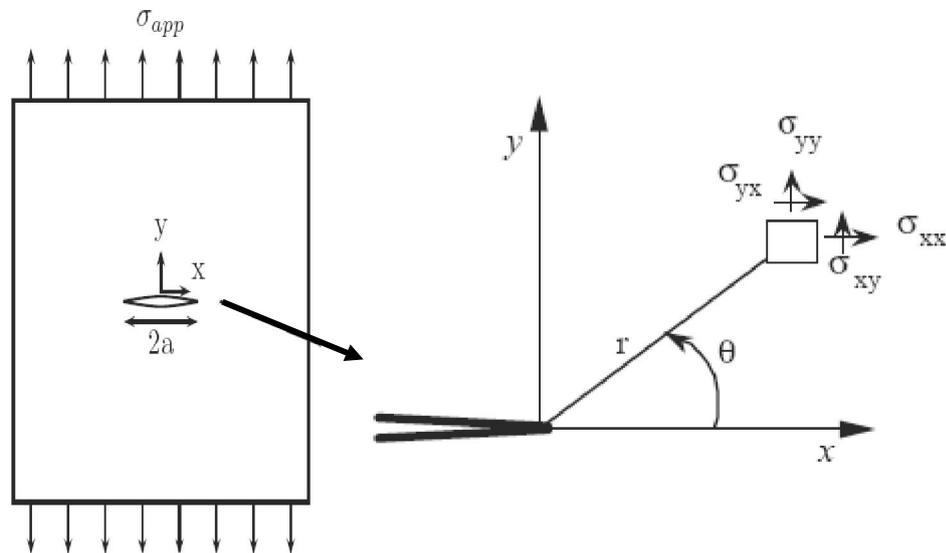
**Figure 2.** Les trois modes élémentaires de rupture

- **Mode I** : Mode d'ouverture (Contrainte de traction appliquée perpendiculairement au plan de la fissure).
- **Mode II** : Mode glissement plan (scission dans le plan de la fissure et appliquée perpendiculairement au front de la fissure).
- **Mode III** : Cisaillement anti-plan (scission dans le plan de la fissure et appliquée parallèlement au front de la fissure).

Dans le cas général, la surface de rupture se développe suivant une combinaison de ces trois modes. Notons que les ruptures brutales résultent souvent de la propagation des fissures en mode I (Figure 2). C'est la raison pour laquelle la mécanique de la rupture s'intéresse plus particulièrement à ce mode.

## II.2. Distribution des contraintes au niveau de la pointe de la fissure

Le champ des contraintes au voisinage de la pointe de fissure (figure 3) est donné dans le cadre de l'élasticité linéaire par l'équation de Westergaard [33]



**Figure 3.** Fissure en mode I - Etat de contrainte au niveau de la pointe de la fissure

Le champ de contrainte pour une plaque sollicitée en mode I est décrit par le système d'équations 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx}(\theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy}(\theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{xy}(\theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \\ \sigma_{zz} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{en deformation plane} \\ \text{en contrainte plane} \end{array} \quad (1)$$

où  $K_I$  représente le facteur d'intensité de contrainte en mode I.

Le facteur d'intensité de contrainte "FIC" est défini en fonction de la distribution des contraintes  $\sigma_{yy}$  par la relation :

$$K_I = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{yy}(r, \theta) f^{1/2} \quad (2)$$

Le facteur  $K$  rassemble à lui tout seul l'influence de la dimension de la fissure, des forces appliquées et de la géométrie de la pièce fissurée. Le succès de la mécanique de la rupture provient de ce que les conditions à l'extrémité de la fissure dépendent de ce seul et unique paramètre. Cela permet donc des comparaisons faciles entre éprouvette et structure : il suffit que  $K$  soit le même pour que l'état des contraintes à l'extrémité soit identique. Au moment de la rupture, en particulier,  $K$  atteint une valeur critique  $K_C$  qui est donc toujours la même et, par conséquent, caractéristique du matériau. Le facteur d'intensité des contraintes  $K$  ne doit pas être confondu avec le facteur de concentration de contraintes  $K_t$  qui donne la contrainte maximale sur un défaut de rayon de courbure non nul.  $K_t$  est d'ailleurs sans dimension, alors que  $K$  s'exprime en  $\text{MPa} \sqrt{\text{m}}$ .

### II.3. Zone plastique au niveau de la pointe de la fissure

La mécanique linéaire de la rupture prédise des contraintes infinies à l'extrémité d'une fissure aigue. Mais dans les métaux réels, les contraintes à l'extrémité d'une fissure restent finies car le rayon en fond de fissure n'est pas nul. Ces contraintes dépassent la limite élastique du matériau et une déformation plastique résultant, conduit à une relaxation des contraintes à l'extrémité de la fissure. La contrainte normale en contraintes planes en un point situé à une distance  $r$  de la pointe d'une fissure sollicité en mode I ( $\theta=0$ ) est égale à :

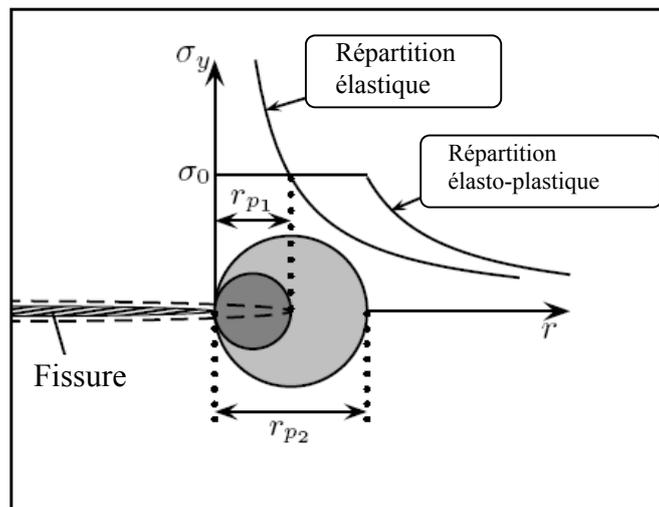
$$\sigma_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (3)$$

Irwin [34], sur l'hypothèse d'une zone plastifiée circulaire (figure 5), définit le rayon de la zone plastifiée par :

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_y^2} \quad (4)$$

La taille et la forme de la zone plastifiée dépendent essentiellement de l'état de contraintes. Irwin propose pour un état de déformations planes la forme suivante :

$$r_p = \frac{K_I^2}{6\pi\sigma_y^2} \quad (5)$$



**Figure 4.** Distribution des contraintes en pointe de fissure (Zone plastique)

En réalité la zone plastique possède une forme complexe. En mode I, la zone plastifiée est constituée de deux ailes. Les critères de plasticité de Von Mises et Tresca nous permettent de déterminer la forme de la zone plastifiée en contraintes planes et déformations (Figure 5) exprimées par les relations suivantes :

***En contraintes planes :***

\* Critère de Von Mises

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_E^2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + 3 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (6)$$

\* Critère de Tresca

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_E^2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\right)^2 \quad \text{pour } 0 < \theta < \pi \quad (7)$$

***En déformations planes :***

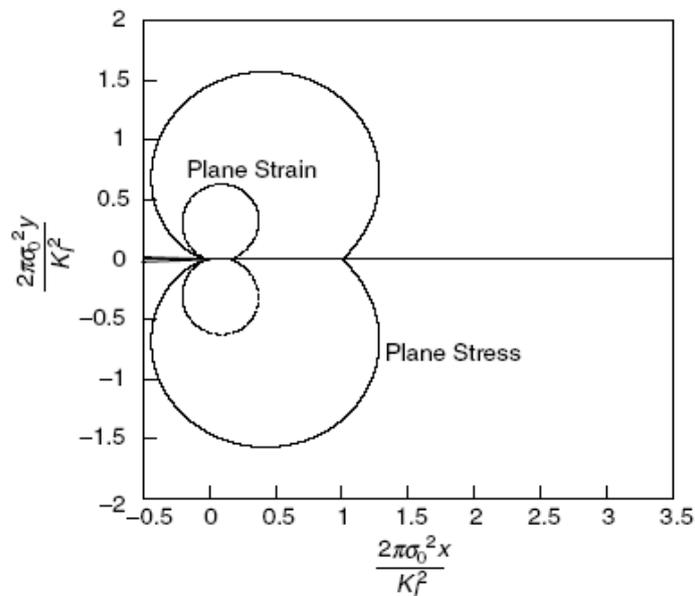
\* Critère de Von Mises

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_E^2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left((1 - 2\nu)^2 + 3 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (8)$$

\* Critère de Tresca

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_E^2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - 2\nu + \sin\frac{\theta}{2}\right)^2 \quad \text{si } \theta \leq 2\text{Arc sin}(1 - 2\nu) \quad (9)$$

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_E^2} \sin^2(\theta) \quad \text{si } 2\text{Arc sin}(1 - 2\nu) < \theta \leq \pi$$

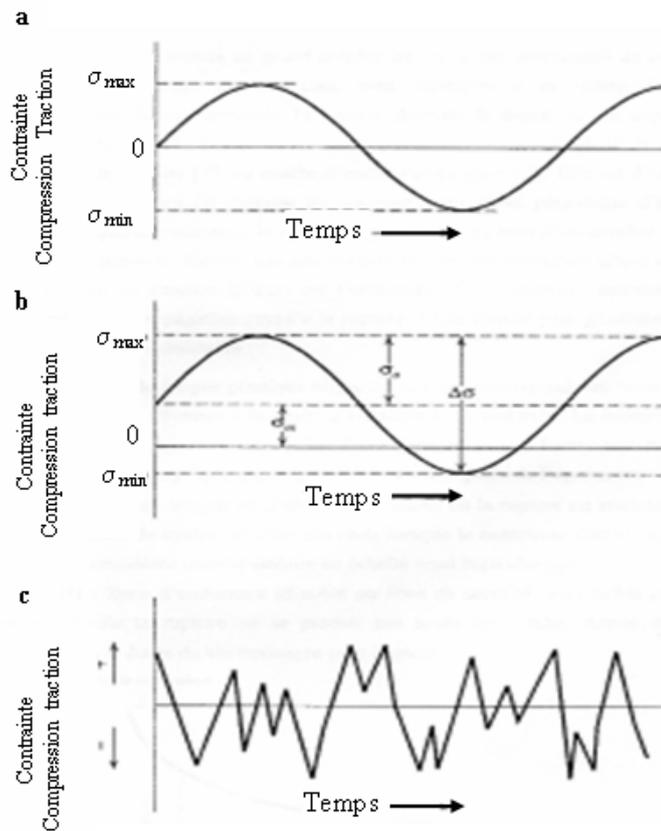


**Figure 5.** Contours des zones plastiques en mode I

### III. Endommagement par fatigue

La fatigue est une forme de défaillance qui se produit dans des structures (ponts, avions, pièces de machines, etc.) subissant des chargements cycliques constants, variables ou aléatoires. Elle est susceptible de se manifester même lorsque la contrainte est nettement inférieure à la résistance à la traction ou à la limite conventionnelle d'élasticité dans le cas d'une charge statique. Une telle défaillance porte le nom de fatigue parce qu'elle succède habituellement à une longue période de cycles de déformation et de contrainte [32]. L'importance de la fatigue réside dans le fait qu'elle constitue la cause de quelque 90% de toutes les défaillances des structures. La contrainte appliquée peut être assimilée à une traction ou une compression, à une flexion ou à une torsion. En général, le rapport entre la contrainte variable et le temps écoulé se présente sous modes distincts (figure 6) :

- a) La contrainte varie de façon régulière et sinusoïdale en fonction du temps ;
- b) Les contrainte max et min sont asymétriques par rapport à une contrainte nulle ;
- c) Le cycle de contraintes variables.



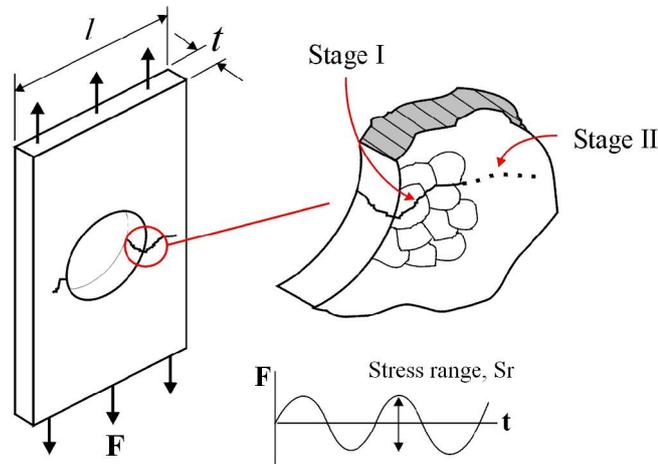
**Figure 6.** Différents modes de variation de contrainte appliquée en fonction du temps

#### IV. Stades de fissuration par fatigue

Différents stades de l'endommagement par fatigue dans une pièce mécanique où les défauts peuvent se développer dans une partie initialement saine (non endommagée) puis se propager de façon stable jusqu'à la rupture. Le développement de cet endommagement peut se décrire de la façon suivante :

- \* Des modifications microstructurales qui engendrent l'apparition d'un dommage irréversible ;
- \* L'apparition de microfissures ;
- \* La croissance des défauts microscopiques pour former des fissures principales ;
- \* La propagation stable d'une fissure principale (Figure 7) ;
- \* La rupture finale.

L'examen de la surface rompue fait ressortir trois zones : un site d'amorçage, une zone de propagation stable, une surface de rupture finale.



**Figure 7.** Passage de propagation stable d'une fissure principale

La fatigue des pièces métalliques est définie par l'apparition de fissures macroscopiques et leur propagation, sous des charges répétées. Les intensités de la plupart de ces charges sont nettement inférieures à la résistance statique des structures. C'est donc un nombre suffisant de telles charges qui peut produire une fissure importante et conduire à la ruine partielle ou totale d'une structure.

Le dimensionnement en fatigue d'une structure sous chargement cyclique nécessite de définir un "*état limite*" qui sera le critère de résistance. Ce choix lié aux trois étapes distinctes mises en jeu des mécanismes différents.

- \* Initiation de la fissure : Elle explicite le comportement de la structure entre l'état vierge et l'état où apparaît une fissure microscopique. Il s'agit de la phase d'amorçage. Celui-ci se produit généralement au voisinage des défauts intrinsèques qui peuvent induire des concentrations de contraintes.

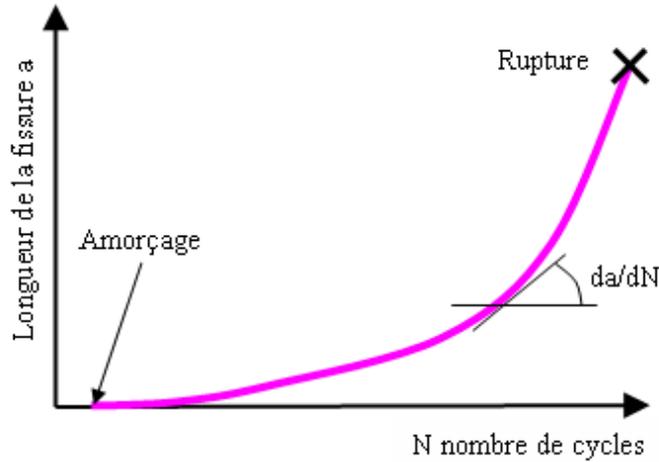
- \* Propagation lente (stable) d'une fissure macroscopique : Au cours de cette étape, la fissure peut croître plus ou moins rapidement selon le matériau et l'intensité du chargement critique.
- \* Rupture (Propagation instable) : Il s'agit là de l'étape finale du phénomène, qui se produit lorsque la taille de la fissure est telle qu'elle a atteint son seuil d'instabilité.

Nous adopterons en pratique des critères de ruine liés à une perte de rigidité de la structure, définis par une profondeur relative fixée de la fissure par rapport à l'épaisseur de la pièce.

## **V. Propagation d'une fissure de fatigue**

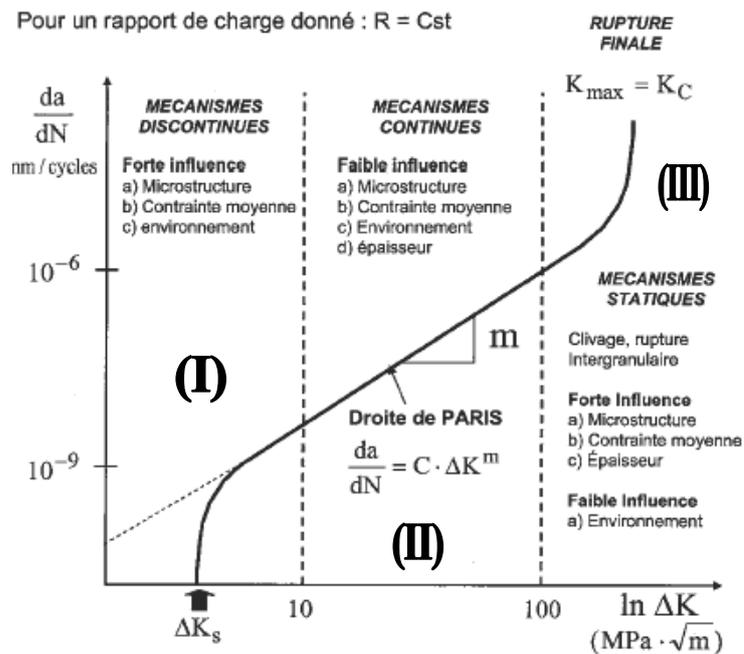
### **5.1. Domaines de fissurations par fatigue**

La rupture par fatigue est le phénomène d'une fissure sous chargement cyclique passant par les stades amorçage et propagation stable). La compréhension de ce phénomène réside dans l'étude de la vitesse de propagation fissure par fatigue, dans ce cadre la mécanique de la rupture a fortement contribué à l'étude de nombreuses lois liant la vitesse de fissuration en fatigue à des paramètres caractéristiques déterminée analytiquement. D'une façon générale nous pouvons expliciter une loi semi – théorique « loi de propagation de fissure » Si nous considère une structure contenant une fissure de longueur "a", et on suit le comportement de cette fissure (la longueur en fonction du nombre de cycle appliqué N) pendant un essai de fissuration, sous un chargement à amplitude constant, on constate que cette croissance continue jusqu'à la rupture (figure 8) [35].



**Figure 8.** Evolution de la longueur de fissure en fonction du nombre de cycle

En générale l'expérience nous montre que l'amorçage des fissures résulte de la concentration de déformation plastique qui se produit dans un domaine de dimension finie. Une fois que les fissures se sont amorcées; elles peuvent se propager d'une façon stable. L'évolution de la vitesse de fissuration en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$ , permet de faire distinguer trois domaines de fissuration, la figure 9 représente en échelle logarithmique la vitesse de fissuration  $da/dN$  en fonction de  $\Delta K$ .



**Figure 9 :** Schématisation de la vitesse de propagation des fissures de fatigue [36]

- \* **Domaine I** : domaine des faibles vitesses de fissuration où les effets de l'environnement et de la microstructure sont prédominants. Pour décrire ce domaine, on effectue généralement des essais à  $\Delta K$  décroissant pour déterminer la valeur de  $\Delta K_s$
- \* **Domaine II** : domaine des vitesses moyennes ou de Paris où la vitesse de propagation varie linéairement avec  $\Delta K$  en échelle bi-logarithmique. La fissure se propage le plus souvent dans un plan perpendiculaire à la direction de l'effort appliqué. C'est le domaine où s'applique la loi de Paris [24];
- \* **Domaine III** : domaine correspondant au cas des chargements élevés pour lesquels une déchirure se produit dans le matériau en pointe de fissure. Les vitesses de propagation sont très élevées et conduisent très vite à la rupture de la pièce (pour  $K_{\max} = K_{IC}$ ).

Pour décrire la partie linéaire de cette courbe (domaine II), Paris a proposé la relation empirique :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (10)$$

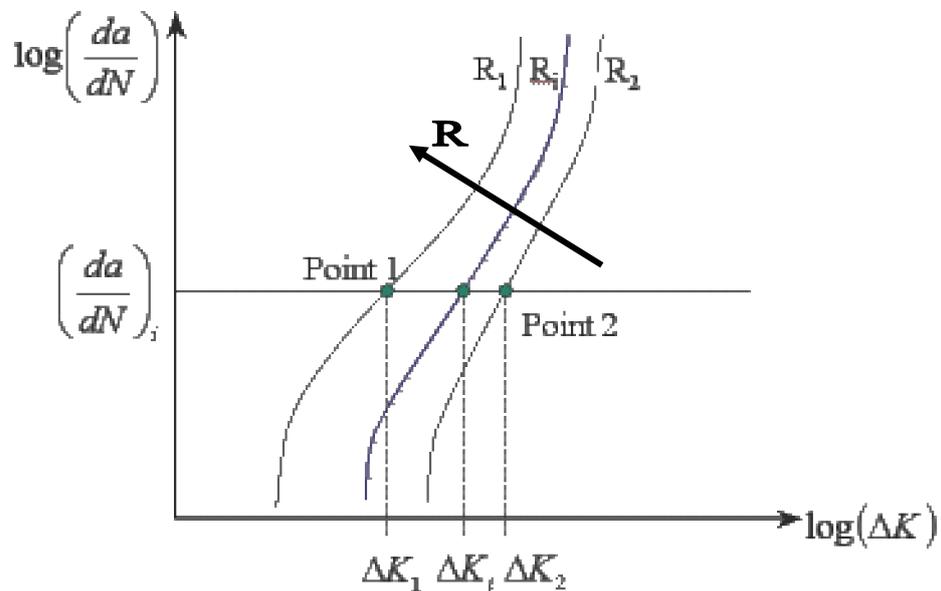
Où  $C$  et  $m$  sont des constantes dépendant du matériau, des conditions de chargement et de l'environnement

## 5.2. Paramètres influençant la fissuration par fatigue

Le développement de modèles de propagation a connu un grand essor et a permis de tenir compte de plusieurs paramètres et conditions imposés en service ou en laboratoire qui agissent sur la propagation des fissures. Les paramètres qui agissent peuvent être classés en deux catégories, à savoir :

- \* Les paramètres intrinsèques qui dépendent du matériau : module de Young, limite d'élasticité, propriétés cycliques et état métallurgiques du matériau.
- \* Les paramètres extrinsèques qui dépendent des conditions de l'essai, indépendamment de la nature du matériau étudié : température, fréquence, environnement, dimensions des éprouvettes, rapport de charge...etc.

Parmi les paramètres importants qui ont été largement étudiés, figure le paramètre « rapport de charge : R » dont son influence se traduit par un décalage des courbes de fissuration vers la gauche lorsque R croît (Figure 10). En d'autres termes un rapport de charge élevé se traduit par une vitesse de propagation plus forte. Le rapport de charge "R" influe plus particulièrement sur le facteur d'intensité de contrainte seuil " $\Delta K_{th}$ ". Plusieurs chercheurs ont développé des modèles tenant comptes de l'effet du rapport de charge. Les différents modèles de propagations sont présentés dans la section suivante.



**Figure 10** : Effet du rapport de charge R sur la propagation d'une fissure de fatigue

L'effet du rapport de charge sur la propagation des fissures longues (figure 11) de l'alliage d'aluminium 2024 T351 a été étudié expérimentalement par Kujawski [37] pour des valeurs positives et négatives. Benachour et al [38], ont étudié l'influence du rapport de charge sur la durée de vie en fatigue de la propagation d'une fissure semi elliptique dans l'alliage d'aluminium 2024 T351. L'augmentation du rapport de charge a fait augmenté la durée de vie (figure 12).

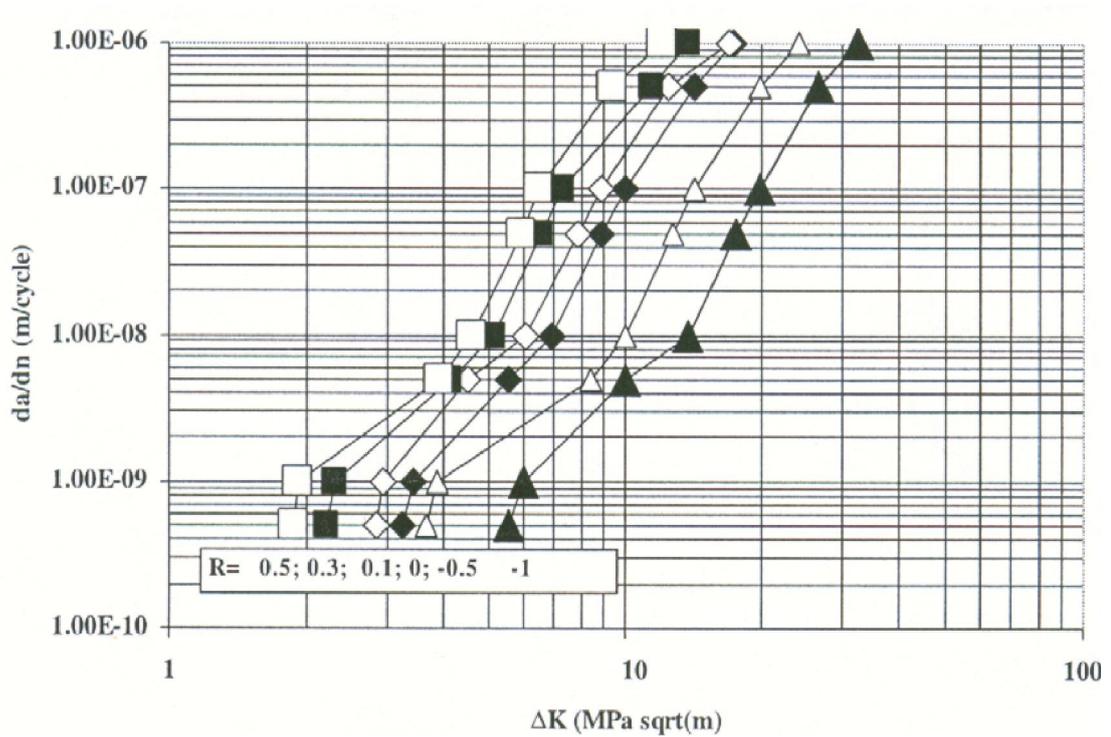


Figure 11 : Effet du rapport de charge sur vitesse de fissuration (2024 T351) [37]

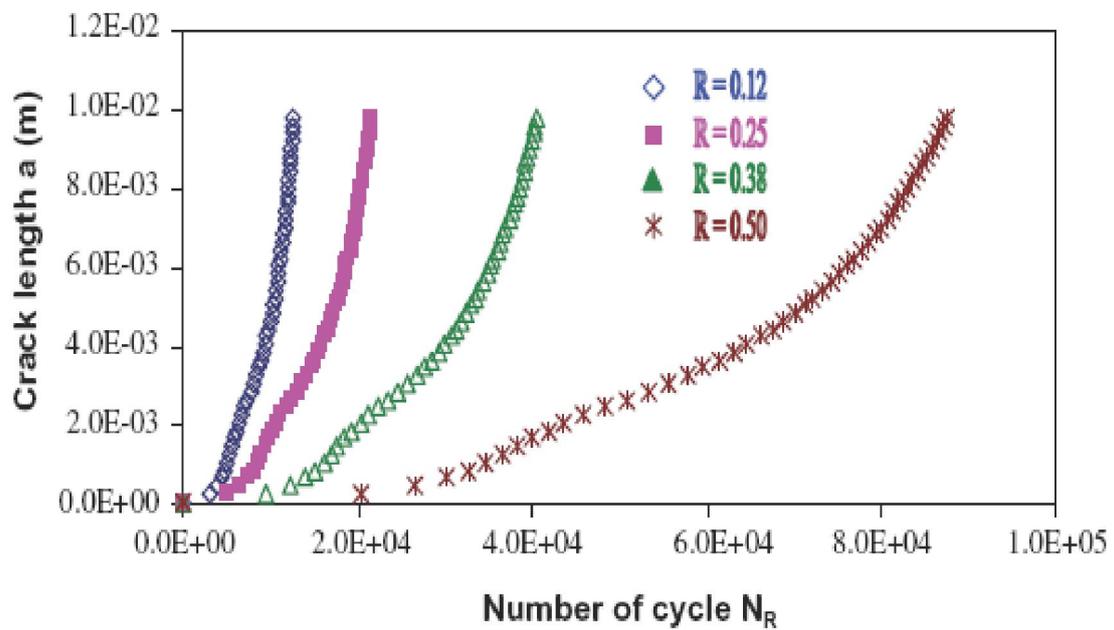


Figure 12 : Effet du rapport de charge sur la durée de vie à  $\sigma_{max}$  constante [38]

Les résultats des essais expérimentaux sur le comportement en fatigue des alliages d'aluminium 2024 T3 et 6061 T6, obtenus par Donald et al. [39], ont montré que la vitesse de propagation ne dépend pas seulement de  $\Delta K_{eff}$  mais dépend en plus de  $K_{max}$ . Les études de l'effet du rapport de charge sur la vitesse de fissuration des alliages 7475 T7351 et 2024 T851 menés respectivement par Guo et al. [40], et Kermanidis et al. [41] ont montré un décalage des courbes de fissurations vers les hautes vitesses.

L'effet de l'augmentation du rapport de charge "R" sur de la vitesse de fissuration "da/dN" a été étudié sur plusieurs matériaux [42-46]. Il a été remarqué que l'augmentation du rapport "R" augmente aussi la vitesse de fissuration pour un même facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$ . Les travaux menés par Lee et al. [47] ont montré que la vitesse de fissuration da/dN augmente et le facteur d'intensité de contrainte seuil  $\Delta K_{th}$  diminue avec l'augmentation du rapport de charge "R" pour des chargements cycliques à amplitude constante sous différents environnements. L'effet du rapport de charge a été aussi expliqué par l'effet de fermeture de fissure. L'effet de fermeture a été initié initialement par Elber [48, 49]. Le modèle régissant la propagation et le concept de fermeture de fissure sont détaillés dans la section suivante (modèles de propagation).

## **VI. Modèles de propagation d'une fissure de fatigue**

### **6.1. Introduction**

Plusieurs modèles ont été proposés pour prédire la durée de vie et la vitesse de fissuration " $da/dN$ " sous différentes conditions. Dans cette partie on présente les modèles de prédiction de la durée de vie sous chargement à amplitude constante avec et sans effet du rapport de charge " $R$ ".

### **6.2. Modèles de prédiction de la durée de vie**

L'estimation de la vitesse de propagation des fissures et la prédiction de la durée de vie résiduelle sont importantes pour la conception des structures sous l'effet du phénomène de fatigue. Plusieurs contributions ont été menées dans le but de développer des modèles de propagations pour des chargements à amplitude constantes. La majorité des modèles proposés ne tient pas compte de tous les paramètres et conditions, et la totalité de la courbe de propagation  $da/dN$  (figure 9). Les différents modèles proposés sont basés sur l'intégration de l'équation de la vitesse de propagation afin de prédire de la durée de vie en fatigue. L'application de ces modèles est limitée dans le cas d'un calcul robuste ou algorithme d'intégration compliqué.

#### **a. Modèle de Paris**

La plupart des applications actuelles des concepts de la mécanique linéaire de la rupture élastique pour décrire le comportement de fissure sont associées à la région II (figure 9). Le modèle de Paris [24] déjà décrit par l'équation 10, représente la première application de la mécanique de la rupture à la fatigue. L'utilisation de la loi de Paris est limitée par son utilisation que dans la région II (propagation stable) et ne peut décrire les régions (I) et (III). Cette loi ne prend pas en compte l'effet du rapport de charge " $R$ " et dépend du matériau utilisé. La valeur du coefficient " $m$ " pour les alliages légers est entre 2 et 4.

Pour décrire plus complètement la courbe de propagation à des vitesses très lentes et pour la zone de propagation rapide, certains auteurs ont intégré à la formulation

des valeurs de K (seuil de propagation )et de K<sub>c</sub> (valeur critique du facteur d'intensité de contrainte)..

## b. Modèle de Walker

La principale limite de la loi de Paris est son incapacité à de prendre compte de l'effet du rapport de charge. Cet inconvénient a été notifié par Walker [50] afin d'améliorer le modèle de Paris en incluant l'effet du rapport de charge. Walker a proposé le paramètre  $\Delta K$ , qui est équivalent au facteur d'intensité de contrainte à R=0 et qui provoque la même vitesse de propagation au K<sub>max</sub> réelle, et la combinaison du rapport R. Elle est exprimée par la relation suivante (équation 11) :

$$\overline{\Delta K} = K_{\max}(1-R)^{\gamma_w} \quad (11)$$

Où  $\Delta K_{\max} = \Delta K / (1-R)$  et l'équation 11 devient :

$$\overline{\Delta K} = \Delta K / (1-R)^{1-\gamma_w} \quad (12)$$

Par conséquent, la loi de Walker est représenté par :

$$\frac{da}{dN} = C_w \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\gamma_w}} \right]^{m_w} \quad (13)$$

Pour R = 0, l'équation 13 est écrite sous la forme :

$$\frac{da}{dN} = C_w (\Delta K)^{m_w} \quad (14)$$

Les paramètres C<sub>w</sub> et m<sub>w</sub> sont respectivement équivalents aux paramètres C et m de la loi de Paris.

Le modèle de Walker est une modification du modèle de Paris tenant compte de l'effet du rapport de charge où un troisième paramètre a été introduit " $\gamma_w$ ".

### c. Modèle de Forman

Forman [51] a amélioré le modèle de Walker en suggérant un nouveau modèle dont est capable décrire la région III de la courbe de la vitesse de propagation et inclut l'effet de rapport de charge. La loi de Forman est donnée par :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R) \cdot (K_C - K_{max})} \quad (15)$$

Où  $K_C$  est la ténacité du matériau fonction de l'épaisseur considérée.

Le modèle de Forman est capable de représenter le stade de la propagation stable (région II) et le stade de la propagation instable (région III). Des modifications du modèle de Forman ont été proposés par Hartman et Schijve [52] afin de tenir compte du facteur d'intensité de contrainte seuil  $\Delta K_{th}$  (région I). Le modèle modifié est représenté par l'équation 16.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K - \Delta K_{th})^m}{(1-R) \cdot K_C - \Delta K} \quad (16)$$

L'inconvénient majeur de modèle est la sensibilité et la dépendance de  $\Delta K_{th}$  au rapport de charge "R" ce qui été démontré par Dowling [53].

### d. Modèle de Collipriest

En 1972, Collipriest [54] a proposé une loi de propagation de la fissure capable de décrire les trois régions (figure 9) incluant l'effet du rapport de charge. Le modèle décrit ci-dessus (équation 16) semble compliqué vu le nombre de paramètres pris en compte.

$$\frac{da}{dN} C(K_C \cdot \Delta K)^{m/2} \text{EXP} \left[ \ln \left( \frac{K_C}{\Delta K_{th}} \right)^{m/2} \text{ARCTANH} \left( \frac{\ln \left[ \frac{\Delta K^2}{(1-R) K_C \Delta K_{th}} \right]}{\ln \left[ \frac{(1-R) K_C}{\Delta K_{th}} \right]} \right) \right] \quad (17)$$

### e. Modèle de McEvily

En 1974, McEvily [55] a proposé un modèle relie la propagation de la fissure par cycle dans le mode de striation en fonction de l'ouverture de la fissure où l'effet seuil ( $\Delta K_{th}$ ) est inclut (équation 18).

$$\frac{da}{dN} = \frac{8}{\pi E^2} (\Delta K^2 - \Delta K_{th}^2) \quad (18)$$

Une modification de ce modèle a été proposée afin de tenir compte de l'effet du rapport de charge "R" et de la zone de propagation instable.

$$\frac{da}{dN} = \frac{8}{\pi E^2} (\Delta K^2 - \Delta K_{th}^2) \left( 1 + \frac{\Delta K}{K_C - K_{max}} \right) \quad (19)$$

L'amplitude du facteur d'intensité de contrainte seuil  $\Delta K_{th}$  est exprimée par la relation 20 :

$$\Delta K_{th} = \frac{1.2(\Delta K_{th0})}{1 + 0.2 \left( \frac{1+R}{1-R} \right)} \quad (20)$$

### f. Modèle de Zheng

Zheng and Manfred [56] ont élaboré un modèle de propagation en expliquant l'émoussement en pointe de la fissure contrairement aux travaux Lal et Weiss [57]. Le modèle décrit par l'équation dépend de la résistance à la rupture  $\sigma_f$  et coefficient de ductilité  $\varepsilon_f$  ainsi que du facteur d'intensité de contrainte maximale  $K_{max}$  et du facteur d'intensité de contrainte seuil  $K_{th}$ .

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{2\pi E \sigma_f \varepsilon_f} (K_{max} - K_{th})^2 \quad (21)$$

### g. Modèle de Wang

Wang et al. [58] ont proposé une théorie de cumul de dommages où ils considèrent la composante plastic de l'intégral J comme un facteur d'endommagement résultant d'une formulation simple de la propagation des fissures de fatigue. Ils ont montré que la vitesse de propagation de fissure ne dépend pas seulement  $\Delta K$  mais elle dépend de la valeur moyenne de la résistance à la rupture et de l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte effective dans la région II et III. Le modèle ainsi développé est donné par l'équation 21.

$$\frac{da}{dN} = \alpha \frac{K_{\max}^4}{\bar{\sigma}_y^2} \left[ \frac{1}{1-\xi^2} - \frac{1}{1-(R\xi)^2} \right] \left[ \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-(R\xi)^2}} \right]^2 \quad (22)$$

Où :

$$\xi^2 = \frac{K_{\max}^2}{2K_{\text{eff}}}$$

$$K_{\max} = \sigma_y \sqrt{\sigma \cdot a}$$

$\alpha$  : Constante dépendant du matériau

$\sigma_y$  : Résistance local à la rupture

$\bar{\sigma}_y$  : Résistance locale moyenne à la rupture

### h. Modele de Dowling et Begley

Les modèles décrits précédemment de la propagation des fissures de fatigues ont le facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$  comme paramètre commun de caractérisation de la rupture cela signifie que la mécanique linéaire de la rupture reste toujours valable. Dans certaines situations discutées de la propagation de la fissure de fatigue où le paramètre  $\Delta K$  n'est plus valide, Dowling et Begley [59] ont suggéré d'employer l'intégrale de contour  $\Delta J$  comme paramètre de rupture. Ils ont adapté les vitesses de propagation de la fissure de fatigue selon une loi puissance en employant  $\Delta J$  dont l'expression est donnée par l'équation 24 :

$$\frac{da}{dN} = C_{BD} \Delta J^{m_{DB}} \quad (24)$$

Cette loi est semblable à celle de Paris [24] dont elle décrit bien la région II et ne tenant pas de l'effet du rapport de charge R.

Certain modèles ne tiennent pas explicitement des propriétés des matériaux. Ces propriétés ont été prise dans le modèle de propagation développé par Duggan [60]. La vitesse de propagation dépend du module d'élasticité, la ténacité et la ductilité.

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\pi}{32}\right)^{\frac{1}{2\eta}} \frac{1}{\eta} \left[ \frac{2}{\varepsilon_f E (K_{IC} - K_{max})} \left(1 - \frac{K}{K_{IC}}\right) \right]^{\frac{1}{\eta}} K^{\frac{2}{\eta}} \quad (25)$$

Adib et Baptista [61] ont développé une nouvelle relation exponentielle (équation 26), appelé modèle  $\alpha\beta$ , dans le but de fournir une meilleure description de la vitesse de fissuration.

$$\frac{da}{dN} = A e^{\beta/\Delta K} \quad (26)$$

où  $A = e^\alpha$

Un paramètre  $\gamma$  est introduit afin de reliant les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et l'amplitude du facteur d'intensité de contraintes  $\Delta K$ .

$$\gamma = \ln\left(\frac{da}{dN}\right) \Delta K = \alpha \Delta K + \beta \quad (27)$$

$\alpha$ ,  $\beta$  représente respectivement l'intersection et la pente des courbes  $\gamma = f(\Delta K)$ .

Le modèle développé, a été appliqué sur les résultats expérimentaux de la propagation des fissures de fatigue du Titanium. Le résultat obtenu, a montré que la trajectoire du modèle  $\alpha\beta$  suit exactement les résultats expérimentaux comparativement par rapport au modèle de Paris [24] pour les mêmes résultats expérimentaux. Récemment le modèle exponentiel en termes de vitesse de fissuration développé par Adib et Baptista [61] a été validé sur le comportement en fatigue de l'alliage d'aluminium 2524 T3 [62] donnant de meilleurs performances comparativement aux modèles d'Elber [48] et Kujawski [37, 63]

### 6.3 Modèle basé sur la fermeture de fissure

#### a. Modèle d'Elber

Elber [48, 49] a suggéré qu'une fissure de fatigue peut se fermer sous une charge de traction appliquée à une distance de la zone de contraintes résiduelles de compression laissées dans le sillage de la pointe de la fissure. La figure 13 illustre le concept de fermeture de fissure induit par plasticité (figure 14). La zone plastique développée au niveau de la pointe de la fissure participe à la fermeture de la fissure (figure 14)

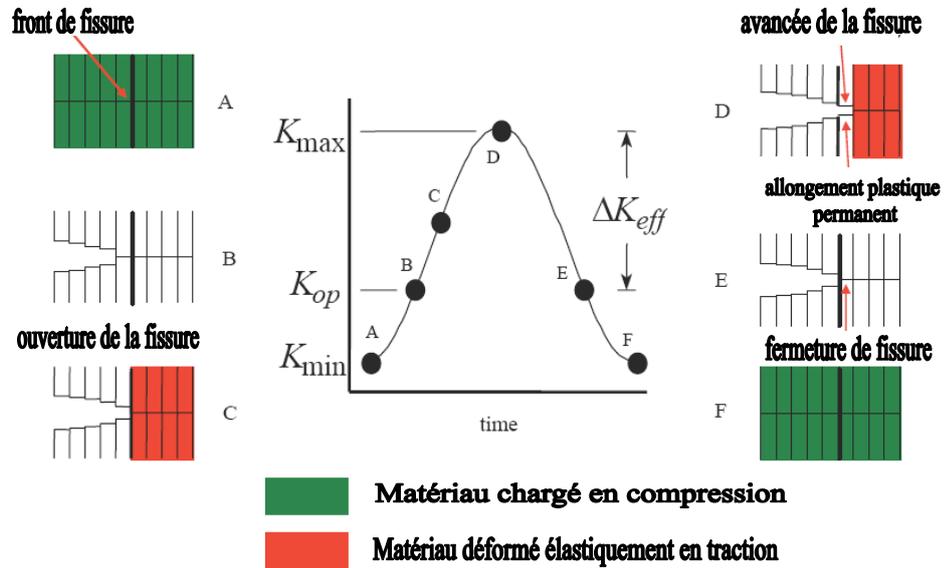


Figure 13. Principe d'ouverture et de fermeture de la fissure

La vitesse de fissuration est exprimé par :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K_{eff}^m \quad (28)$$

Où :  $\Delta K_{eff} = K_{\max} - K_{op}$

C et m sont des paramètres expérimentaux du modèle d'Elber.

Le facteur d'intensité de contrainte peut être exprimé par la fonction U(R).

$$\Delta K_{\text{eff}} = U(R) \Delta K \quad (29)$$

Avec :

$$U(R) = \frac{K_{\text{max}} - K_{\text{ouv}}}{K_{\text{max}} - K_{\text{min}}} \quad (30)$$

La fonction U(R) a fait l'objet de plusieurs études. Elber [48] fut le premier à déterminer la fonction U(R) pour l'alliage d'aluminium 2024 T351 dans un état de contrainte plane :

$$U(R) = 0.5 + 0.4R \quad -0.1 \leq R \leq 0.7 \quad (31)$$

Benguediab [63] a montré que dans le cas de l'alliage d'aluminium 2024 T351, le rapport de charge  $K_{\text{op}}/K_{\text{max}}$  ne devient constant que lorsque  $K_{\text{max}}$  dépasse une valeur critique de  $15 \text{ MPa(m)}^{1/2}$ . La fonction U(R) déterminée, en déformation plane, est sous la forme suivante :

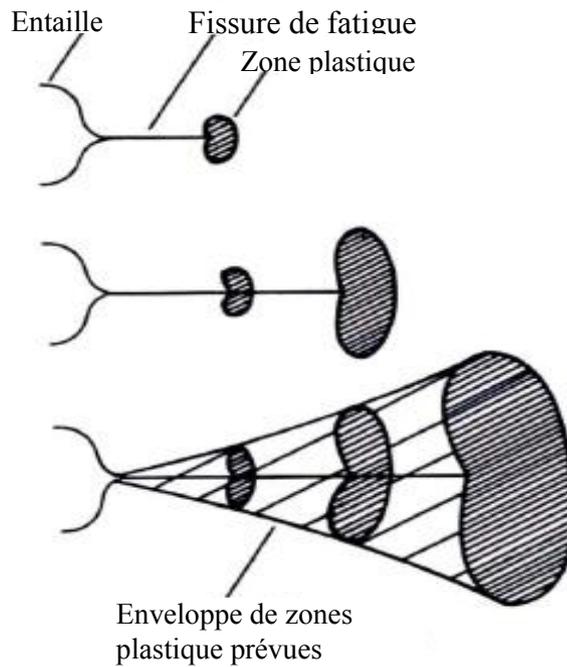
$$U(R) = 0.35 + 0.081R + 0.6R^2 \quad R \geq 0.1 \quad (32)$$

D'autres modèles de fermetures de fissures basés sur le modèle d'Elber ont été développés pour différents types d'alliages d'aluminium [64-69]. A titre d'exemple on cite le modèle de Katcher et Kaplan [64] (équation 33) pour l'alliage 2219 T851, le modèle de Kumar et Garg [65] (équation 34) pour l'alliage 6061 T6 et le modèle Chand et Garg [68] (équation 35).

$$U = 0.68 + 0.91R \quad 0.08 < R < 0.3 \quad (33)$$

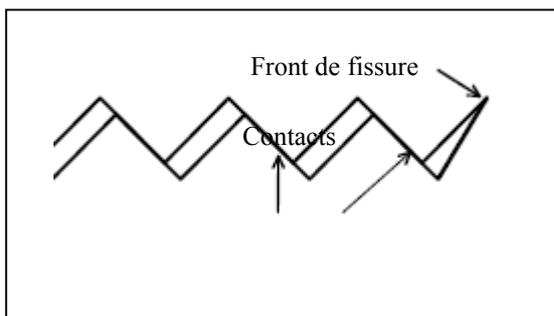
$$U = 0.69 + 0.5R + 0.12R^2 \quad 2,0 < R < 0.3 \quad (34)$$

$$U = \frac{K_{\text{max}}}{1000} \cdot \frac{(8.80R + 60)}{8.80} + 1.30R + 0.20 \quad (35)$$

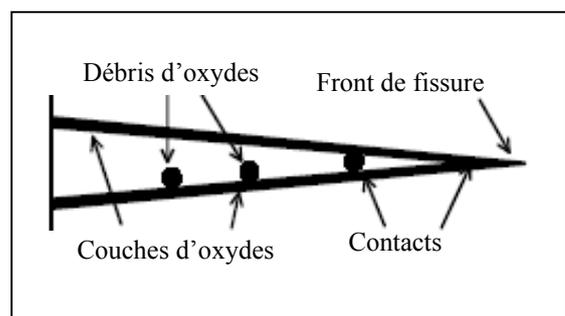


**Figure 14.** Développement d'enveloppe de zones plastiques autour d'une fissure de fatigue en cours de propagation

D'autres mécanismes peuvent participer à la fermeture de la fissure, la fermeture induite par rugosité (figure 15) et la fermeture induite par oxydation (figure 16).



**Figure 15.** Fermeture induite par rugosité



**Figure 16.** Fermeture induite par l'oxyde

## b. Modèle de NASGRO

Le modèle NASGRO utilisé dans la prédiction de la vitesse de propagation de fissuration de fatigue a été développé par Forman et Mettu [71]. Le modèle de NASGRO prédit la vitesse de fissuration pour les trois domaines et est sous la forme :

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \left( \frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^n \frac{\left( 1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left( 1 - \frac{K_{max}}{K_{crit}} \right)^q} \quad (36)$$

C, n, p, q sont des paramètres empiriques

$K_{max}$  et  $K_{crit}$  sont respectivement le facteur d'intensité de contrainte maximale et le facteur d'intensité de contrainte critique.

f représente la contribution de la fermeture de la fissure :

$$f = \frac{K_{op}}{K_{max}} = \begin{cases} \max(R, A_0 + A_1R + A_2R^2 + A_3R^3) & R \geq 0 \\ A_0 + A_1R & -2 \leq R < 0 \\ A_0 - 2A_1 & R < -2 \end{cases} \quad (37)$$

Les coefficients  $A_i$  sont données par :

$$A_i = \begin{cases} A_0 = (0.825 - 0.34\alpha + 0.05\alpha^2) \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} \sigma_{max} / \sigma_0\right) \right]^\alpha \\ A_1 = (0.415 - 0.071\alpha) \sigma_{max} / \sigma_0 \\ A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \\ A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \end{cases} \quad (38)$$

$\alpha$  : Rapport de contrainte/déformation plane

$\sigma_{max} / \sigma_0$  : Rapport de la contrainte maximale appliquée sur la contrainte d'écoulement

$\Delta K_{th}$  : Amplitude du facteur d'intensité de contrainte seuil donnée par :

$$\Delta K_{th} = \Delta K_0 \left( \frac{a}{a + a_0} \right)^{\frac{1}{2}} / \left( \frac{1 - f}{(1 - A_0)(1 - R)} \right)^{(1 + C_{th}R)} \quad (39)$$

$\Delta K_0$  : Amplitude du facteur d'intensité de contrainte seuil à  $R = 0$

$a$  : Longueur de la fissure

$a_0$  : Longueur de la fissure initiale

$C_{th}$  : Coefficient seuil

Les valeurs de  $\Delta K_0$  et  $C_{th}$  sont données par la base de données matériels

L'effet d'épaisseur est inclut dans le modèle et dépend du rapport  $K_{crit} / K_{IC}$  donné par :

$$\frac{K_{crit}}{K_{IC}} = 1 + B_k e^{-\left( A_k \frac{t}{t_0} \right)^2} \quad (40)$$

$K_{IC}$  : Ténacité du matériau

$A_k, B_k$  : paramètres d'ajustement

$t$  : Epaisseur

$t_0$ : Epaisseur de référence (condition de déformation plane)

La condition de déformation plane est définie par :

$$t_0 = 2.5(K_{IC} / \sigma_e)^2 \quad (41)$$

On remarque que ce modèle décrit tous les domaines de propagations et tient compte des caractéristiques du matériau : la ténacité, la limite élastique et des paramètres de chargements : rapport de charge et effet de fermeture de fissure. L'évaluation de la durée de vie en fatigue par ce modèle demande des procédures numériques lourdes pour l'évaluation des tous les paramètres et l'intégration numérique. Afin de balayer ces inconvénients, un nouveau modèle très simple a été élaboré par Mohanty et al. [72, 73] nommé modèle exponentiel reliant la longueur de la fissure au nombre de cycles et dépend des paramètres du matériau. Le chapitre suivant décrit en détail le développement du modèle.

## **VII. Justifications du présent modèle**

Le but principal d'élaboration des modèles de propagations des fissures de fatigue est d'établir un moyen approprié afin de prévoir la durée de vie résiduelle en fatigue des structures. Cependant, le but d'un modèle scientifique, c'est qu'il doit être plus simple et plus rapide à appliquer avec une certaine signification physique au cours de son processus de solution. Comme décrit précédemment, plusieurs modèles de propagations des fissures de fatigue ont été proposés montrant certaines limitations et facilités d'utilisations.

L'objectif du présent travail est de proposer un modèle de prédiction de la durée de vie en fatigue pour un chargement à amplitude constante et essayer d'inclure différentes situations avec et sans effet du rapport de charge et dont les paramètres physiques sont inclus. Ce travail est basé sur les travaux expérimentaux de la propagation des fissures de fatigue appliqué à l'alliage d'aluminium 2024 T351 réalisé par Benachour [74, 75]. Les détails de la partie expérimentale seront présentés dans le chapitre suivant.

## **Chapitre II :**

# **Description du Modèle Exponentiel**

## I. Introduction du modèle

La prédiction de la durée de vie reste certainement un travail difficile pour la communauté scientifique pour deux raisons importantes. D'une part, il est assez difficile de manipuler des systèmes d'intégrations robustes. D'autre part, l'inexistante d'une méthode ou d'un modèle universelle tenant compte des différents mécanismes d'interaction. Une nouvelle méthode, appelée "Modèle Exponentiel", est développée pour la prédiction de la durée de vie sous chargement à amplitude constante.

Le modèle exponentiel "ME" est associé au nom de Thomas Robert Malthus (1766-1834) [76] qui, le premier s'est rendu compte que toutes les espèces peuvent potentiellement augmenter en nombre selon une série géométrique. A titre d'exemple, pour des espèces qui non pas de chevauchement en population (e.g plantes annuelles), et chaque organisme produit R résultats, alors le nombre de population N à différents générations  $t = 1, 2, 3, \dots$  est égale à :

$$\begin{cases} N_1 = N_0 \cdot R \\ N_t = N_0 \cdot R^t \end{cases} \quad (42)$$

Quand "t" est large, l'équation (42) est approximé par une fonction exponentielle sous la forme :

$$N_t = N_0 \cdot \exp(r \cdot t) = N_0 \cdot e^{rt} \quad (43)$$

Il en découle trois modèles possibles à partir de l'équation (43) (figure 17) :

1. Population diminue de façon exponentielle ( $r < 0$ ).
2. Population sans changement ( $r = 0$ ).
3. Population augmente de façon exponentielle ( $r > 0$ ).

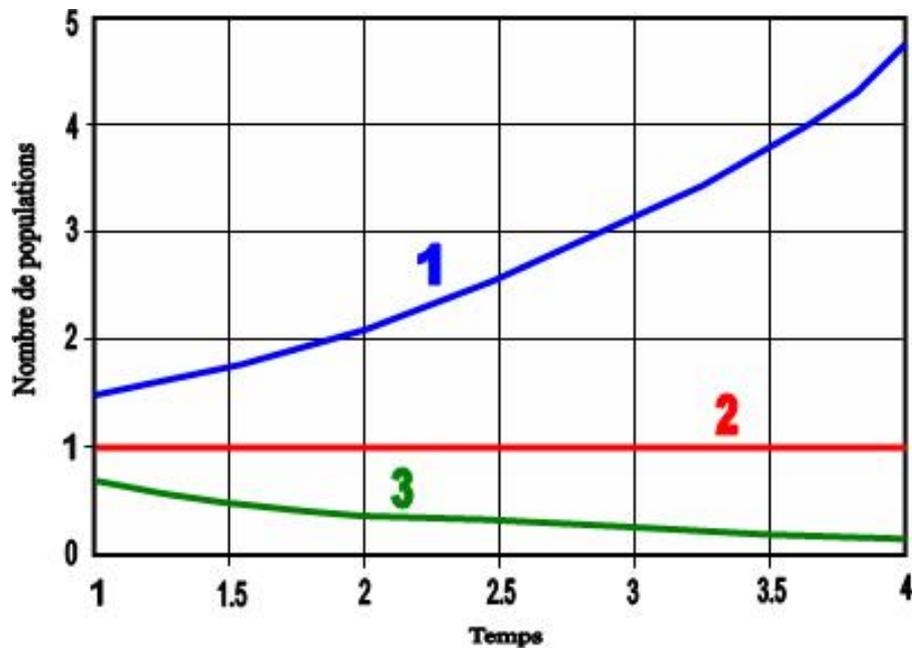


Figure 17. Modèles exponentiels

Le paramètre "r" est appelé :

- ◇ Paramètre de Malthus
- ◇ Taux intrinsèque d'accroissement
- ◇ Taux instantané d'accroissement naturel
- ◇ Taux de croissance démographique

"Taux instantané d'accroissement naturel" et "Taux de croissance démographique" sont des termes génériques et n'impliquent aucune relation avec la densité de la population. Il est plus adéquat d'utiliser le terme "taux intrinsèque d'accroissement" pour définir le terme "r".

## II. Hypothèses du modèle exponentiel

- ◇ Reproduction continue (pas d'effet de saisonnalité).
- ◇ Tous les organismes sont identiques (pas d'effet d'âge)
- ◇ L'environnement est constant dans l'espace (ressources illimitées)

Toutefois, le modèle exponentiel est robuste, il donne une précision raisonnable, même si ces conditions ne se rencontrent pas. Les organismes peuvent différer dans leur âge, la survie et la mortalité. Mais la population se compose d'un grand nombre d'organismes, et donc leur taux de natalité et de mortalité sont une moyenne.

Le paramètre "r" dans le modèle exponentiel peut être interprété comme une différence entre le taux de la naissance (la reproduction) et le taux de mortalité:

$$\frac{dN}{dt} = (b - m)N = r \cdot N \quad (44)$$

Où "b" est le taux de naissance et "m" est le taux de mortalité. Le taux de croissance de la population "r" est égale au taux de naissance moins le taux de mortalité.

### 1.2. Applications du modèle exponentiel

- ◇ Microbiologie (propagation des bactéries),
- ◇ Conservation biologique (restauration de la distribution des populations),
- ◇ L'élevage d'insectes (prédiction de rendement)
- ◇ plante ou insectes en quarantaine (Croissance de la population des espèces introduits).
- ◇ La pêche (prédiction de la croissance dynamique des poissons).

### III. Description du modèle

Expérimentalement, la propagation des fissures ( $a=f(N)$ ) suit une loi exponentielle. Dans le présent travail, l'équation exponentielle et ces exposant sont corrélés à partir des paramètres physiques impliquant la propagation des fissures. La forme de l'équation exponentielle proposé par Mohanty [72] est de la forme :

$$a_j = a_i e^{m_{ij}(N_j - N_i)} \quad (45)$$

L'exposant  $m_{ij}$ , spécifiant la vitesse de propagation, est calculé à partir de l'équation suivante :

$$m_{ij} = \frac{\ln\left(\frac{a_j}{a_i}\right)}{(N_j - N_i)} \quad (46)$$

Le comportement de fissuration par fatigue dépend de la longueur initiale et du chargement appliqué. En utilisant le modèle exponentiel décrit par l'équation (45)  $a_i$  représente la fissure initiale et le terme  $m_{ij}$  est calculé de façon incrémentale. Ce modèle se base sur des données expérimentales. Les données expérimentales (longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle)  $\langle a = f(N) \rangle$  sont utilisées pour déterminer les valeurs de  $m_{ij}$  à chaque étape par l'équation (46). La procédure d'élaboration du modèle est détaillée ci-dessus :

1. Calcul du paramètre  $m_{ij}$  à partir des données expérimentales  $\langle a = f(N) \rangle$  (voir équation (46) dont les résultats de  $m_{ij}$  en fonction de la longueur de la fissure sont approximés par une courbe polynomiales.
2. Afin d'avoir de bons résultats, l'utilisation d'un incrément faible de la longueur de la fissure est nécessaire à partir de la longueur de la fissure initiale expérimentale ( $a_i$ ) jusqu'à la longueur expérimentale finale ( $a_f$ ).

3. Re-calcul de  $m_{ij}$  à chaque incrément en utilisant le polynôme obtenu à l'étape 1.
4. Corrélation des paramètres  $m_{ij}$  avec le paramètre « l » tenant compte de l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$  et du facteur d'intensité de contrainte maximale  $K_{\max}$  et des paramètres du matériau ( $K_C$ ,  $E$  et  $\sigma_{ys}$ ) par l'équation (équation 47).

$$l = \left[ \left( \frac{\Delta K}{K_C} \right) \cdot \left( \frac{K_{\max}}{K_C} \right) \cdot \left( \frac{\sigma_{ys}}{E} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (47)$$

La valeur de la ténacité en contrainte plane  $K_C$  pour le matériau considéré est calculée à partir de la ténacité en déformation plane  $K_{IC}$  à partir de la relation empirique d'Irwin [77] (équation 48)

$$K_C^2 = K_{IC}^2 (1 + 1.4\beta_{IC}^2) \quad (48)$$

$$\text{Où : } \beta_{IC}^2 = \frac{1}{B} \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_{ys}} \right)$$

Les différentes valeurs de « m » et « l » sont corrélées par l'équation (49) polynomiale de la forme [72]:

$$m_{ij} = A.l^3 + B.l^2 + C.l + D \quad (49)$$

Les constantes A, B, C et D sont des paramètres d'approximation.

5. Le nombre de cycles prédit ou durée de vie en fatigue est calculé à partir de la relation suivante (équation 50) :

$$N_j = \frac{\ln\left(\frac{a_i}{a_j}\right)}{m_{ij}} + N_i \quad (50)$$

# **Chapitre III :**

# **Détails Expérimentaux**

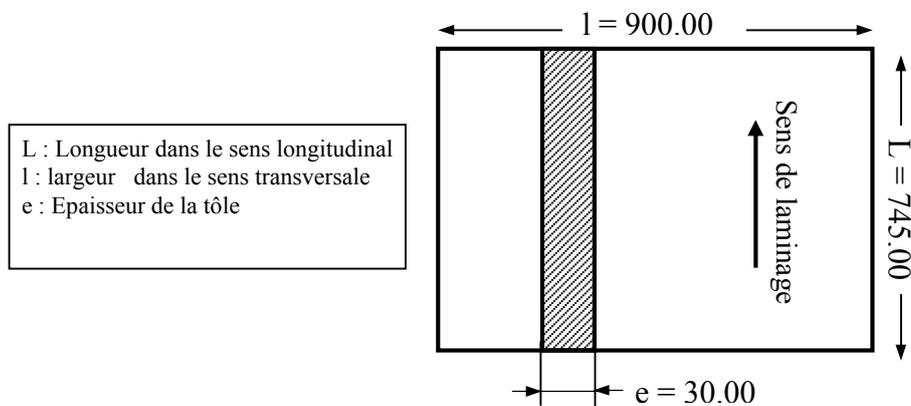
## I. Matériau et méthodes expérimentales

### 1.1. Introduction

L'élaboration d'un modèle exponentielle de propagation de fissure de fatigue de la présente étude se base sur les essais de fatigue pour un chargement à amplitude constante. La base de données, longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle ( $a=f(N)$ ), a fait l'objet d'une étude expérimentale réalisée par Benachour [74, 78]. Ces essais de fatigue ont été effectués sur l'alliage d'aluminium. L'étude expérimentale a consisté à étudier l'effet du rapport de charge sur la durée de vie en fatigue et la vitesse de propagation.

### 1.2. Matériau d'étude

Le matériau d'étude est l'alliage d'aluminium 2024 T351, trempé et revenu à la température ambiante utilisé pour les fuselages des avions. Le matériau a été fourni sous forme d'une tôle rectangulaire de dimension (745x900x30 [mm<sup>3</sup>]). La figure 18 donne le schéma des tôles rectangulaires et le sens du laminage.



**Figure 18.** Schéma de la tôle d'aluminium 2024 T351

**a. Composition chimique**

La composition chimique de l’alliage est donnée sur le tableau 17.

**Tableau 1.** Composition chimique de l’alliage d’aluminium

Eléments	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Ni	Pb	Al
%	0,105	0,159	<b>3,97</b>	0,449	1,5	0,05	0,109	0,018	0,02	0,056	reste

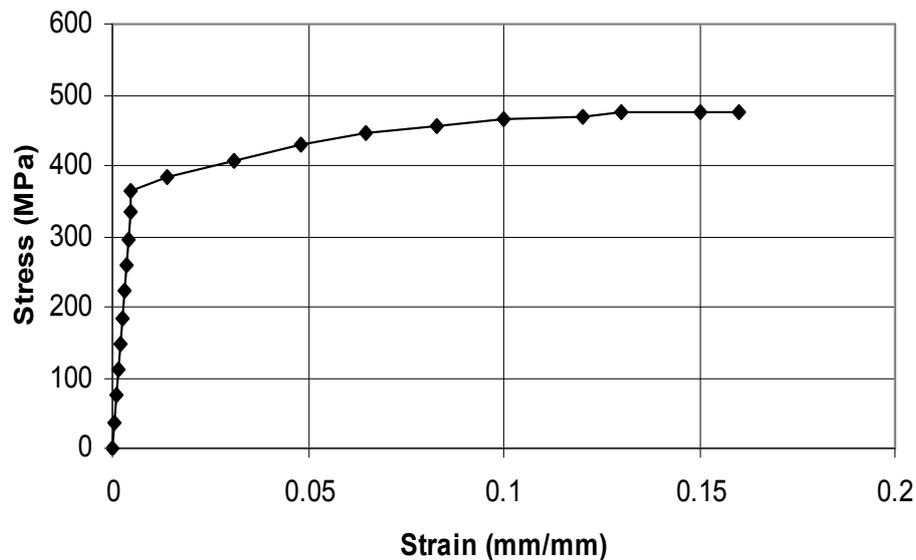
**b. Propriétés mécaniques**

Les propriétés mécaniques du matériau sont présentées sur le tableau 2. La figure 19 représente la courbe contrainte/déformation nécessaire pour l’analyse par élément finis dans le domaine élasto-plastique.

**Tableau 2.** Propriétés mécaniques

$\sigma_{0.2}$ (MPa)	$\sigma_R$ (Mpa)	A%	E (GPa)	G (GPa)	$\nu$
363	477	12.5	74	27.82	0.33

**Tableau 2.** Propriétés mécaniques



**Figure 19.** Courbe contrainte - déformation pour l’alliage 2024 T351

$\sigma_{0.2}$  : Limite d'élasticité conventionnelle à 0.2% de la déformation plastique.

$\sigma_R$  : Contrainte à la rupture.

A : Allongement total à la rupture.

E : Module d'élasticité longitudinal.

G : Module de cisaillement.

$\nu$  : Coefficient de poisson.

## II. Description des essais & Résultats obtenus

### 2.1. Eprouvettes utilisées

Les éprouvettes qui ont été utilisées pour les essais de fissuration par fatigue sont de type Charpy (figures 20). Le prélèvement des éprouvettes est effectué dans le sens orthogonal au sens de filage (longitudinal). L'entaille a été usiné dans le sens S (suivant l'épaisseur de la tôle), d'où l'orientation T-S. Les dimensions des éprouvettes sont résumées dans le tableau 3.

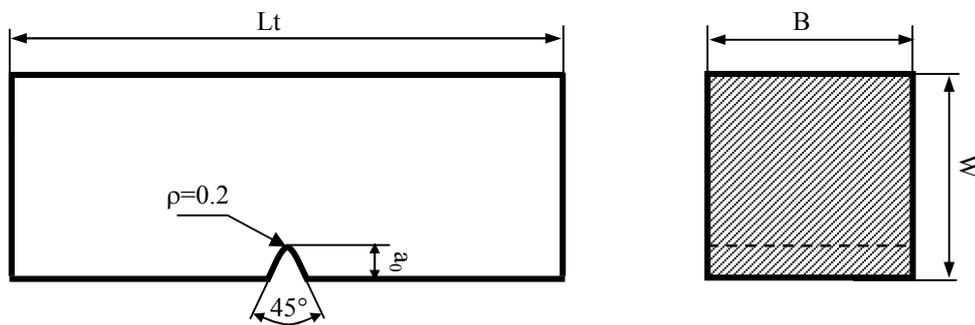


Figure 20. Géométrie des éprouvettes de fissuration

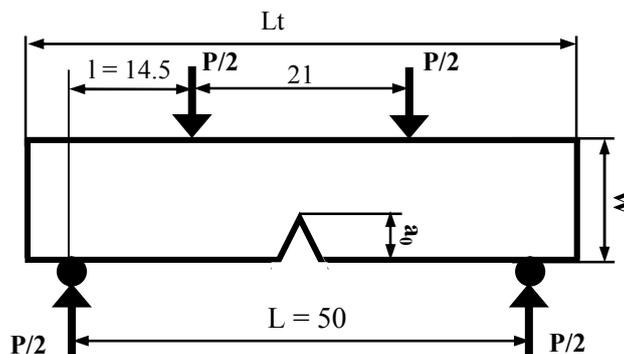
Tableau 3. Dimensions des éprouvettes (mm)

$L_t$	W	B	$a_0$
64	10	10	2

Afin de détecter l'amorçage et le suivi de la fissure, un polissage a été effectué sur les faces avant et arrière de propagation de la fissure. Ce polissage a permis d'éliminer les rayures dues à l'usinage. Les essais de fissuration ont été effectués sur des éprouvettes de type Charpy en flexion quatre points. La direction de la fissuration est suivant l'épaisseur de la tôle (plan T-S). La figure 21 représente le modèle géométrique en flexion quatre points. Le facteur d'intensité de contrainte pour K pour cette géométrie est donné par la relation (51) [79] :

$$K = \frac{3P.l\sqrt{\pi a}}{B.W^2} \cdot f(a/w) \quad (51)$$

Où :  $f(a/w) = 1.122 - 1.4(a/w) + 7.33(a/w)^2 - 13.08(a/w)^3 + 14(a/w)^4$



**Figure 21.** Géométrie et dimension spécifique du montage

Avec :  $K(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$  : Facteur d'intensité de contrainte

P (N) : Chargement

B : Epaisseur de l'éprouvette.

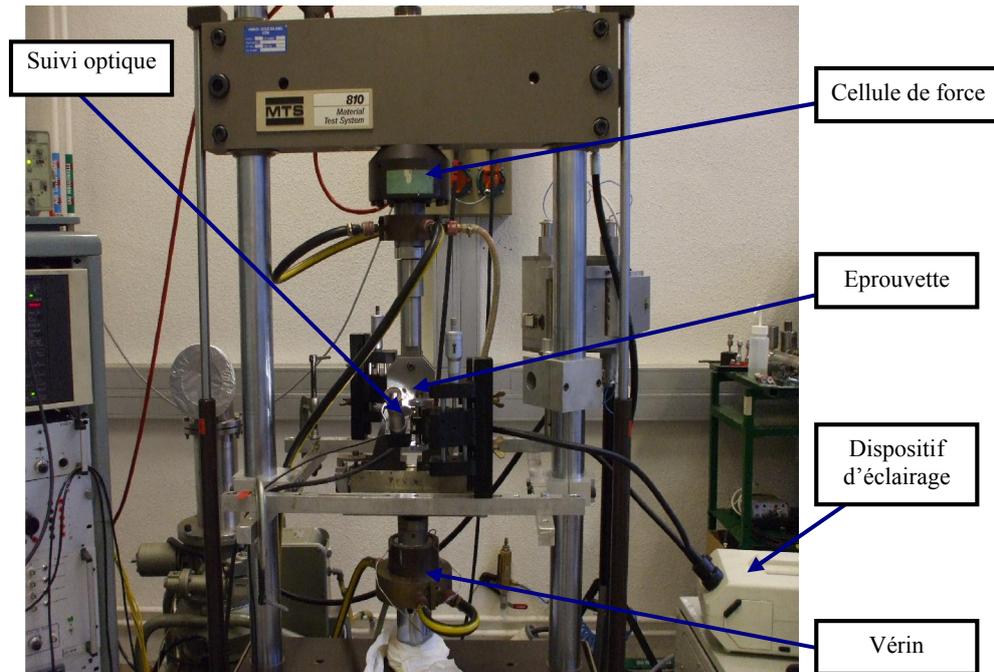
W : Hauteur de l'éprouvette.

a : Longueur de la fissure

$f(a/W)$  : Fonction de calibration lié à la géométrie de l'éprouvette

## 2.2. Montage et machine d'essais

La liaison de la machine à l'éprouvette a été faite par un montage de flexion quatre points couramment utilisés pour les essais de fatigue [80]. Les essais de fatigue ont été conduits sur une machine servo-hydraulique "MTS 810" de capacité 100 KN (figure 22), asservie en charge.

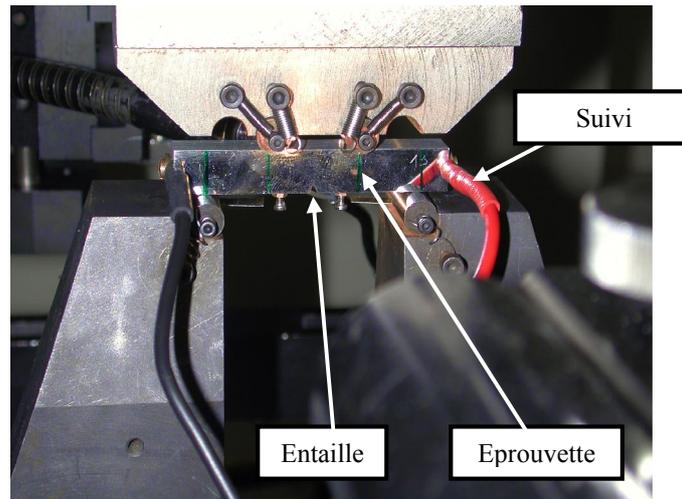


**Figure 22.** Machine servo-hydraulique MTS 810 pour essais de fatigue [74]

Le suivi de la propagation de fissure est assuré par deux lunettes micrométriques placées afin de suivre la fissure sur la face avant et la face arrière.

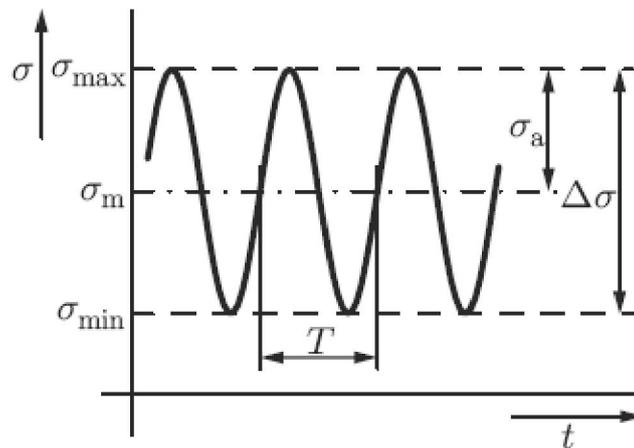
## 2.3. Conditions de chargement et propriétés de fissuration

Les essais de fatigue ont été menés à amplitude constante à température ambiante (23°C) avec une fréquence de 10 Hz en flexion quatre points dont le montage utilisé, est montré sur la figure 23.



**Figure 23.** Montage pour essai de fatigue en flexion quatre points

La sollicitation appliquée varie périodiquement (forme sinusoïdale). Le cycle de contrainte se caractérise par une amplitude de contrainte  $\sigma_a$  et une contrainte moyenne  $\sigma_m$  (figure 24). On définit le rapport de charge  $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = P_{\min}/P_{\max}$  et l'étendue de variation de la contrainte appliquée  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$  ( $\Delta P = P_{\max} - P_{\min}$ ).



**Figure 24.** Courbe de chargement

Avant de mener l'essai de propagation de fissure proprement dit à une longueur de fissure dite longueur initiale  $a_i$  adéquate une phase de pré fissuration en fatigue est exécuté afin d'avoir une fissure droite.

#### II.4. Vitesse de propagation :

Lors des essais de fatigue, il a été relevé la longueur de la fissure  $a$  (mm) en fonction du nombre de cycles  $N$ , soit le couple  $a=f(N)$ . Pour passer des couples  $(a, N)$  aux couples  $(da/dN, \Delta K)$ , utilisés pour représenter la vitesse de propagation, la méthode de la sécante a été utilisée. Le calcul se fait à l'aide de deux couples de mesures adjacents  $(a_i, N_i)$  et  $(a_{i+1}, N_{i+1})$ . Ces deux couples sont ensuite reliés par approximation linéaire. La vitesse de propagation est alors définie comme étant la pente de la droite ainsi obtenue. La longueur de la fissure est prise comme étant la valeur moyenne entre la longueur de la face avant et la longueur de la face arrière pour le calcul de  $\Delta K$ , avec :

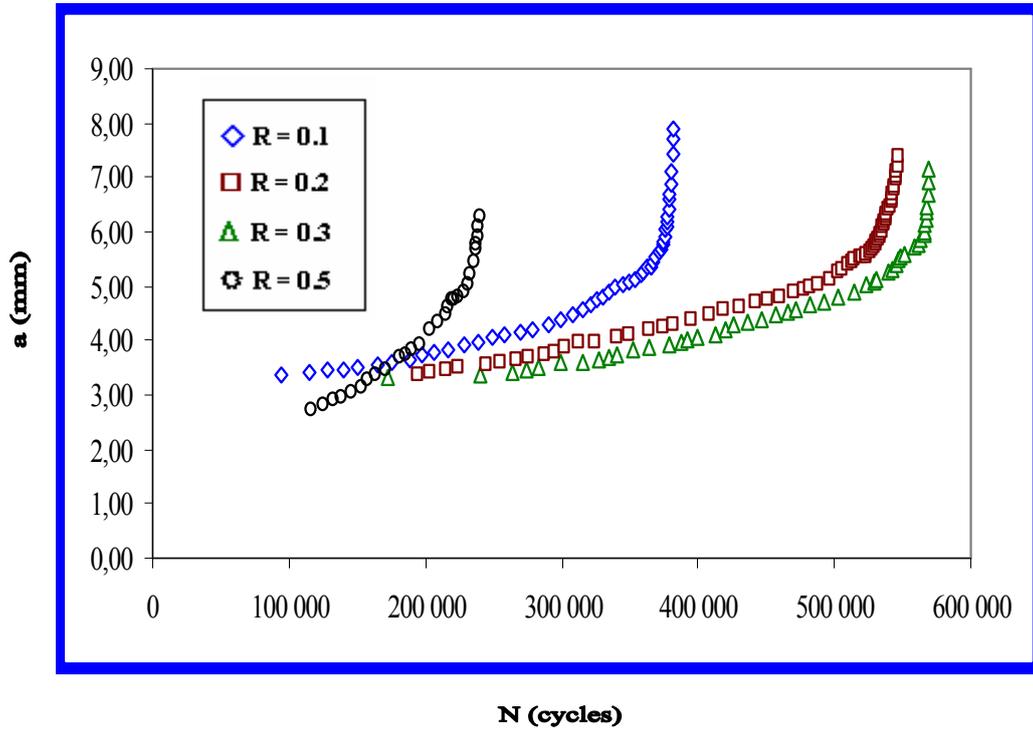
$$a_{\text{moy}} = \frac{a_{\text{av}} + a_{\text{ar}}}{2} \quad (52)$$

La vitesse de fissuration au point  $a_{i(\text{moy})}$  est donnée par :

$$\frac{da}{dN} = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i} \quad (53)$$

#### 2.5. Résultats expérimentaux

La figure 25 représente les résultats expérimentaux de l'essai de fatigue à amplitude constante en fonction du rapport de charge "R". On remarque que pour une même charge maximale, la durée de vie augmente avec l'augmentation du rapport de charge de  $R = 0.1$  à  $R = 0.3$ . Pour  $R = 0.5$ , la durée de vie est affectée par l'amplitude de chargement et on note une diminution significative du nombre de cycles.



**Figure 25.** Evolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle

Le tableau 4 donne les durées de vie pour différents rapports de charge y compris les longueurs initiales et finales nécessaires pour l'élaboration du modèle.

**Tableau 4.** Conditions de chargement, longueurs de fissure Durée de vie

R	$a_0$ (mm)	$a_f$ (mm)	$P_{min}$ (KN)	$P_{max}$ (KN)	$\Delta P$ (KN)	N (cycles)	$\Delta K_0$ ( $MPa\sqrt{m}$ )	$\Delta K_f$ ( $MPa\sqrt{m}$ )
0.1	3.34	7.875	0.115	1.149	1.034	382 000	5.395	22.696
0.2	3.31	7.14	0.237	1.184	0.947	569 700	4.85	16.88
0.3	3.365	7.365	0.348	1.16	0.812	547 000	4.22	15.90
0.5	2.735	6.28	1.25	2.50	1.25	240 000	5.535	15,82

# **Chapitre IV :**

# **Résultats & Discussion**

## I. Introduction

Le modèle proposé décrit au chapitre II est basé sur la nature exponentielle de la propagation des fissures de fatigue. Le principal avantage du modèle réside du fait que l'équation exponentielle est bien corrélée en fonction des propriétés physiques du matériau. La validation du modèle est approuvée avec les résultats expérimentaux où les résultats trouvés (durée de vie en fatigue et vitesse de fissuration) sont comparés à ces derniers.

## II. Modélisation sous chargement à amplitude constante

Comme mentionné au chapitre III, quatre tests de fatigue ont été réalisés en flexion quatre points sous chargement à amplitude constante pour différents rapports de charge dont les résultats sont présentés par la figure 54. L'organigramme donné par la figure 26 présente les étapes de calcul et d'élaboration du modèle exponentiel de la propagation des fissures de fatigue dont les procédures ont été décrites au chapitre II. Comparativement au modèle de Mohanty [72] dont le paramètre de propagation  $m_{ij}$  décrit par une fonction polynomiale du 3<sup>ème</sup> ordre (équation 49), le présent modèle est décrit par une fonction polynomiale du 4<sup>ème</sup> ordre sous la forme :

$$m_{ij} = A' \cdot I^4 + B' \cdot I^3 + C' \cdot I^2 + D' \cdot I + E' \quad (54)$$

Les valeurs des constantes du polynôme de corrélation  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  et  $E'$  pour différents rapports de charge sont données par le tableau 5. Les valeurs prédites du paramètre de propagation ( $m_{ij}$ ) sont calculées en introduisant les valeurs des constantes dans l'équation 54. Le nombre de cycles ( $N_j$ ) ou durée de vie en fatigue est calculés en utilisant l'équation 55. Le modèle dépend des conditions de fissuration initiales ( $a_i$ ,  $N_i$ ) et final ( $a_f$ ) issues des résultats expérimentaux.

$$N_j = \frac{\ln\left(\frac{a_j}{a_i}\right)}{m_{ij}} + N_i \quad (55)$$

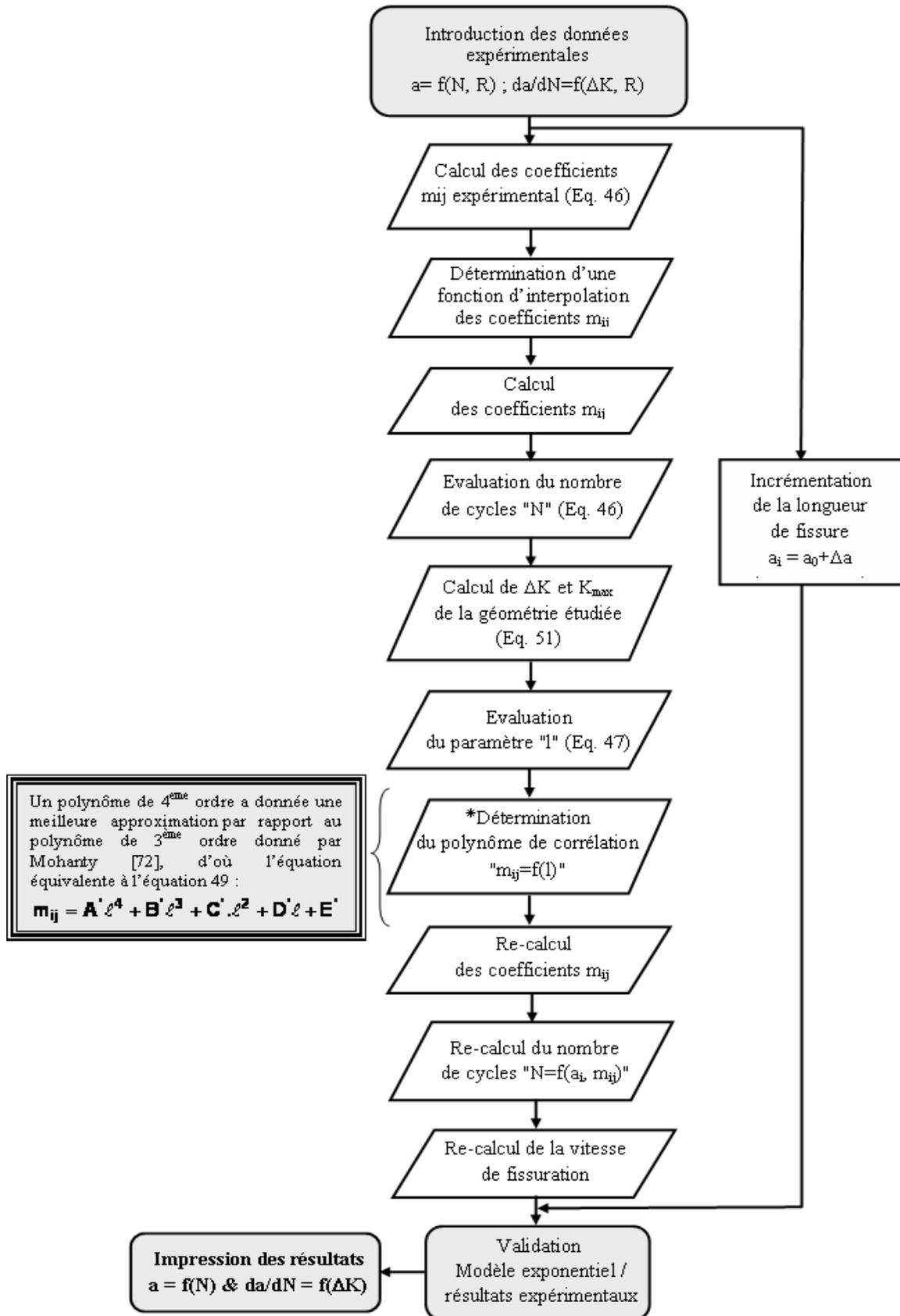


Figure 26. Organigramme d'évaluation du modèle exponentiel de propagation

**Tableau 5** : Constantes du polynôme de corrélation de l'alliage d'aluminium 2024 T351

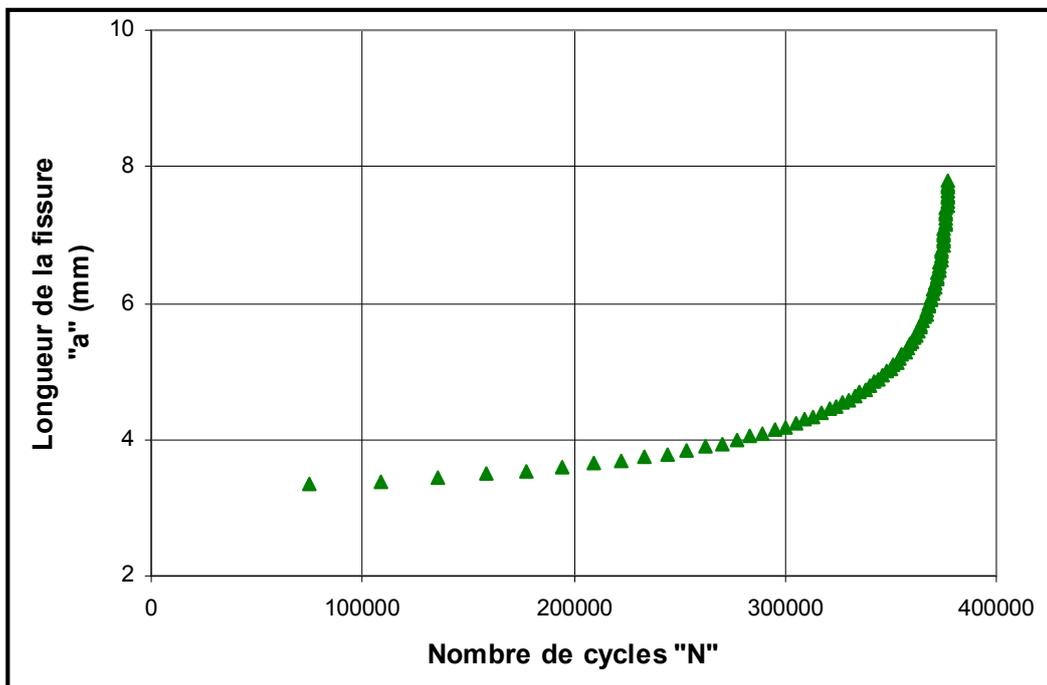
Rapport de charge R	A'	B'	C'	D'	E'
0.1	$1 \times 10^{11}$	$-3 \times 10^7$	2632	$46.47 \times 10^{-2}$	$-3 \times 10^{-6}$
0.2	$4 \times 10^{11}$	$-8 \times 10^8$	6701	$14.05 \times 10^{-2}$	$-7 \times 10^{-7}$
0.3	$3 \times 10^{11}$	$-4 \times 10^7$	98.323	$43.95 \times 10^{-2}$	$-2 \times 10^{-7}$
0.5	$3 \times 10^{11}$	$-1 \times 10^7$	837.69	$19.70 \times 10^{-2}$	$-6 \times 10^{-7}$

### III. Interprétation des résultats

Les courbes de fissuration (a-N) du matériau étudié obtenues à partir du modèle exponentiel sont comparées avec les courbes obtenues expérimentalement. Les figures 27 à 30 présentent la longueur de la fissure "a" à pas régulier ( $\Delta a = 0.05$  mm) en fonction de la durée de vie en fatigue pour différents rapports de charge (R=0.1 ; 0.2 ; 0.3 ; 0.5). On remarque bien que les résultats sont affinés. Les comparaisons des résultats trouvés pour les différents rapports de charge par rapport aux résultats expérimentaux sont données par les figures 31 à 34. Il est à noter que le modèle trouvé corréle bien les résultats expérimentaux. On remarque sur certaine plage de durée de vie un décalage des courbes obtenues par rapport aux résultats expérimentaux (figures 32, 33). Ce décalage est dû aux dispersions des résultats expérimentaux lors de la prise visuelle des longueurs de fissure et principalement l'utilisation de la longueur moyenne de fissuration entre face avant et face arrière de l'éprouvette de flexion quatre points.

Les courbes des vitesses de fissuration  $da/dN$  en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$  pour les différents rapports de charge R sont illustrés par les figures 35 à 38. On remarque bien que les courbes de fissuration du modèle exponentiel corrélent bien les résultats expérimentaux. La position des différentes courbes des vitesses de fissuration est en position moyenne par rapport aux valeurs expérimentales ce qui justifie la caractéristique principale du modèle

proposé et permet de réduire les dispersions expérimentales. Le modèle proposé couvre bien les zones de propagations stable et instable c'est dire la zone II et la zone III (figure 9). La figure 39 résume l'effet du rapport de charge sur la durée de vie en fatigue des résultats obtenus par le modèle exponentiel. L'augmentation du rapport à fait augmenté la durée de vie pour les rapport de charge 0.1 ; 0.2 et 0.3. Par contre on remarque que pour le rapport de charge  $R=0.5$ , la durée de vie a été diminuée. Cette diminution est due à l'effet de l'amplitude de chargement. L'effet du rapport de charge sur la vitesse de fissuration est montré par la figure 40. On remarque que l'augmentation du rapport de charge fait diminué la vitesse de fissuration pour variant de 0.1 à 0.3 dans la l'intervalle du facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$  variant de  $4 \text{ MPa(m)}^{1/2}$  à  $10 \text{ MPa(m)}^{1/2}$ . Au dessus de cette dernière, le résultat trouvé montre un effet inverse. Pour  $R=0.5$ , la courbe montre un effet d'amplitude de chargement où l'amplitude de chargement appliquée est inférieure à celle des autres rapports.



**Figure 27.** Evolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à  $R=0.1$

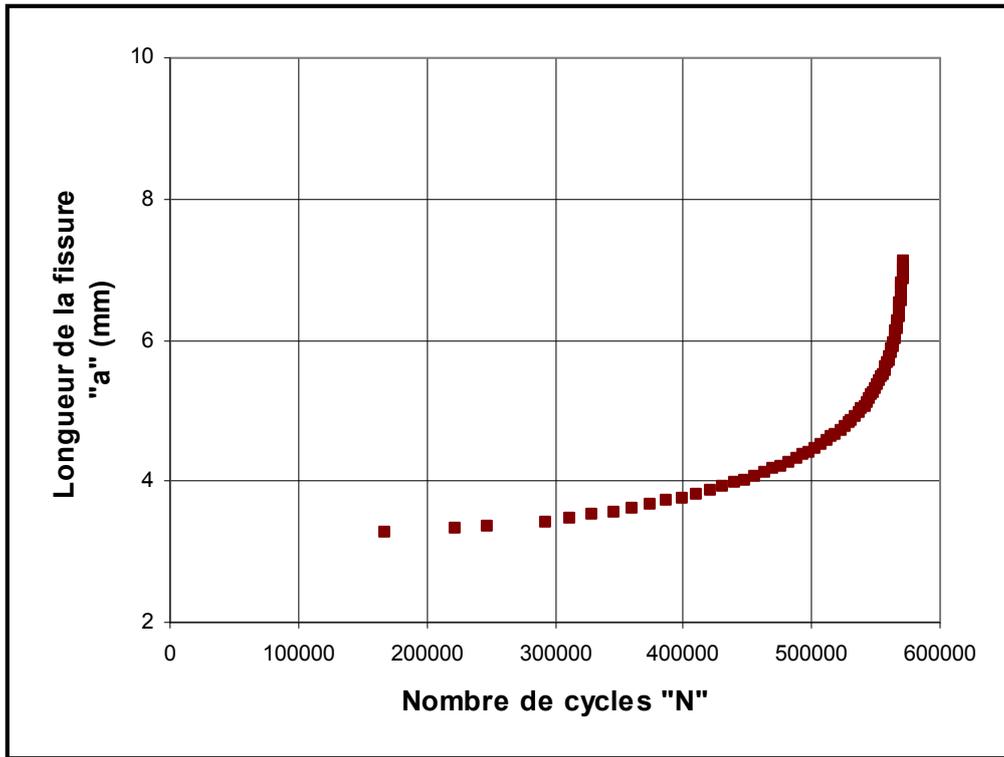


Figure 28. Evolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à R=0.2

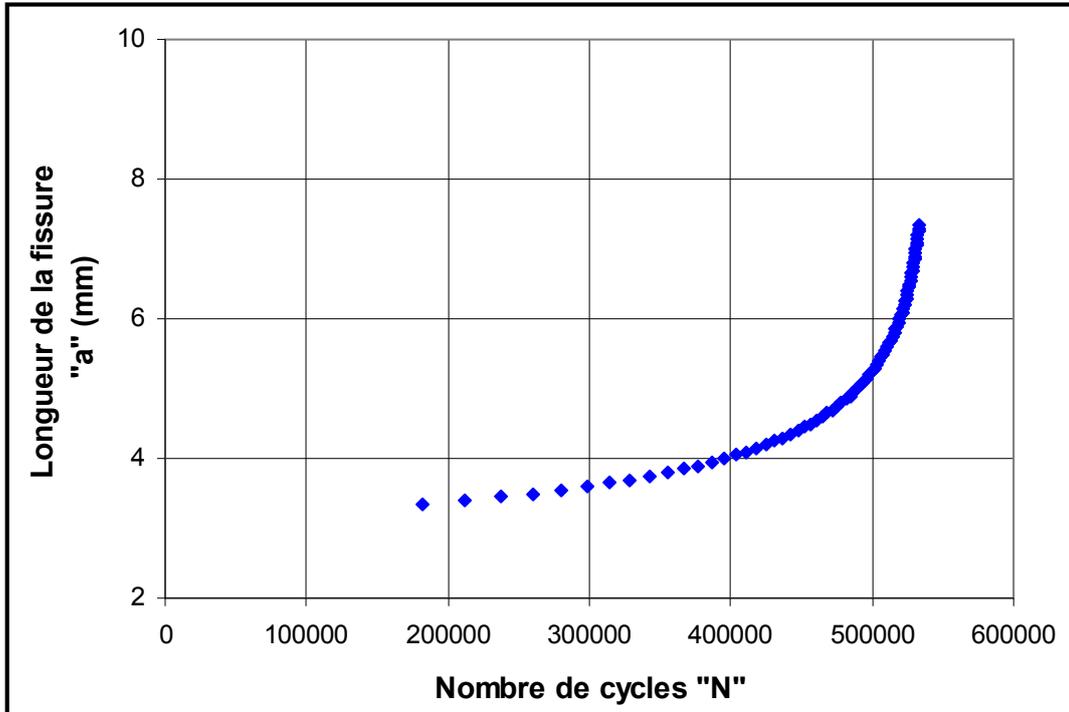


Figure 29. Evolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à R=0.3

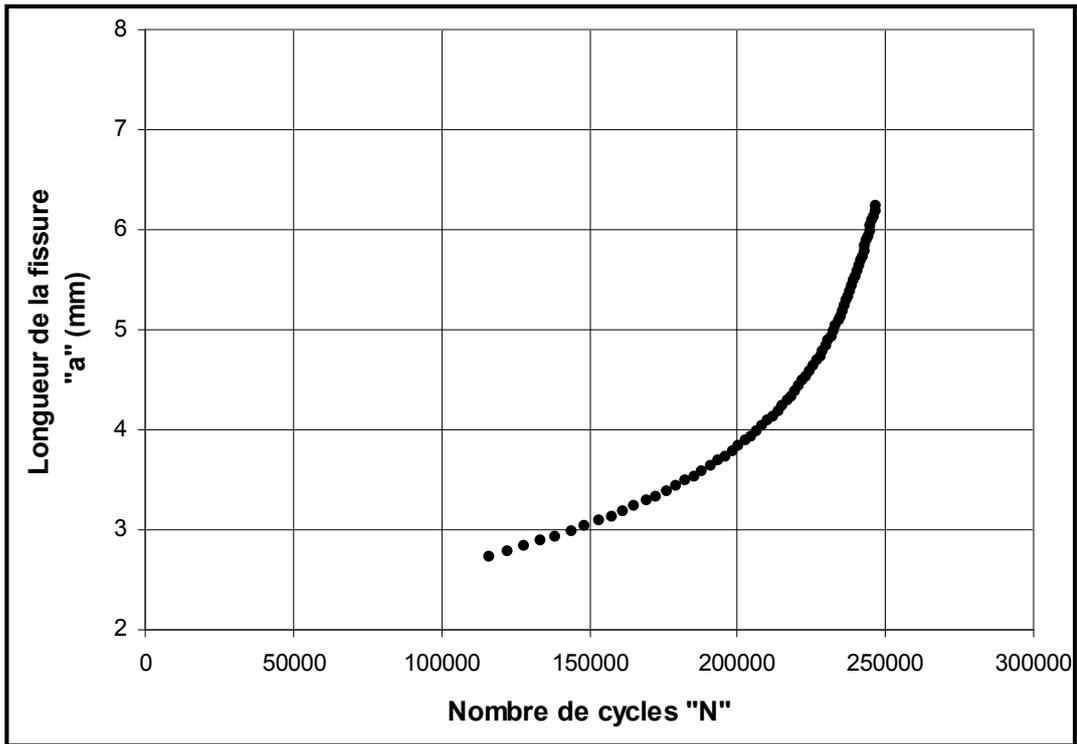


Figure 30. Evolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à R=0.5

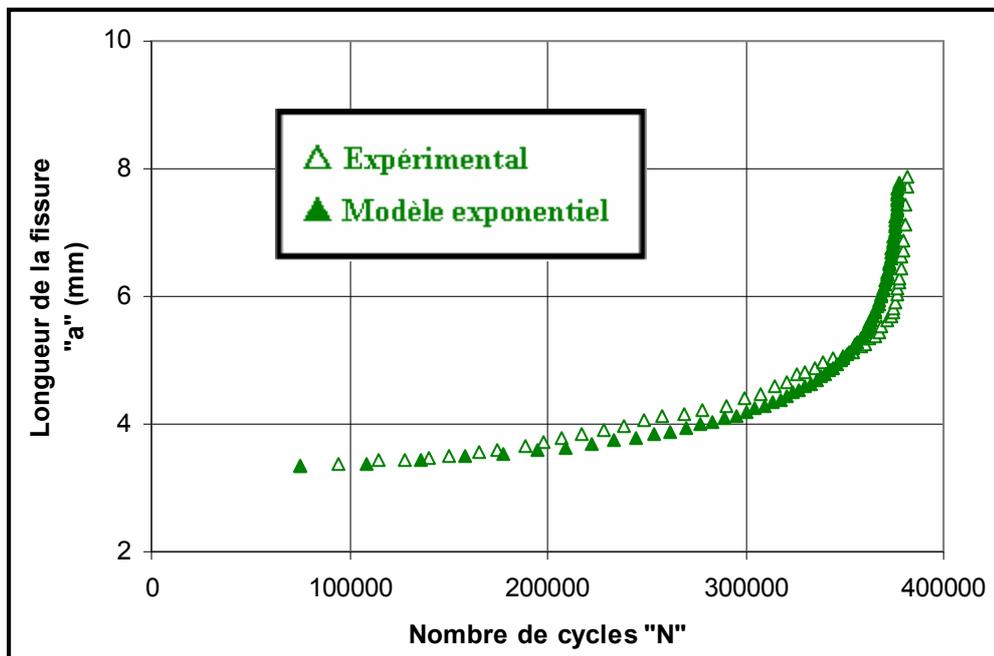
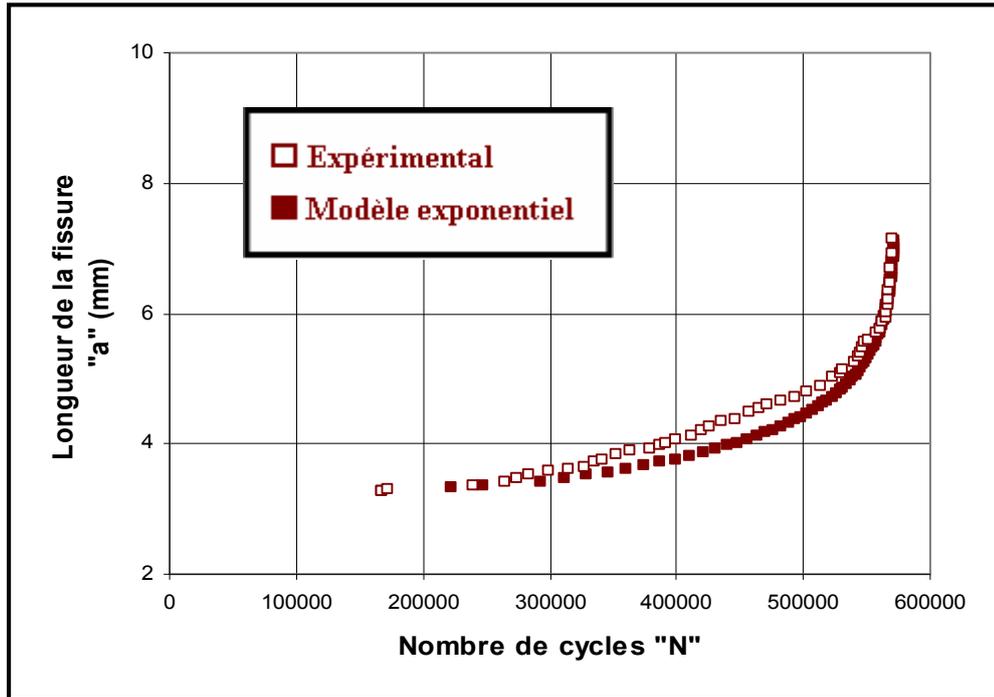
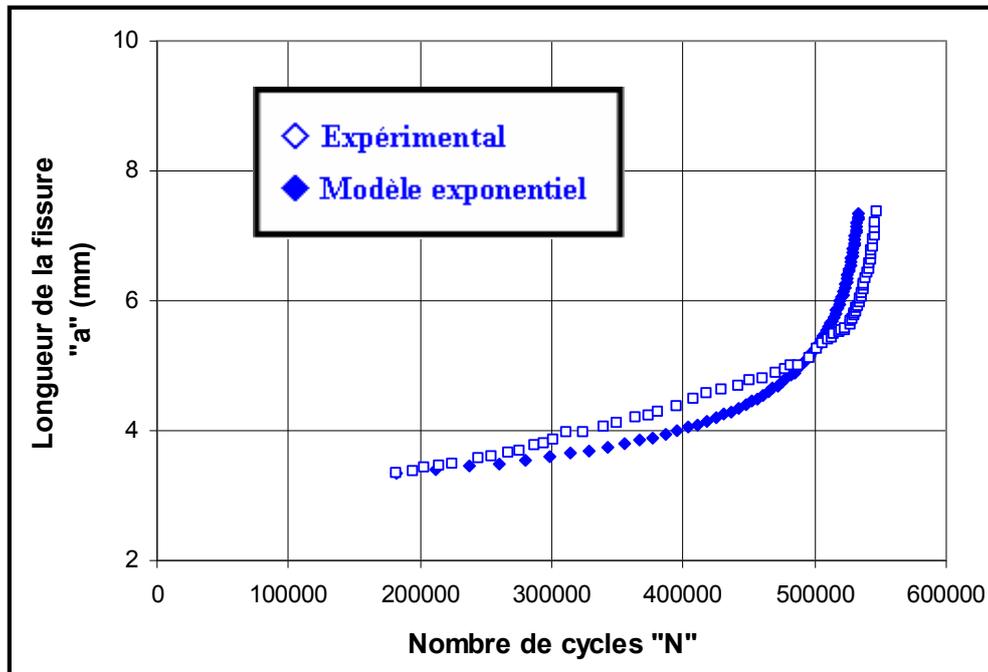


Figure 31. Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à R=0.1



**Figure 32.** Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à R=0.2



**Figure 33.** Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à R=0.3

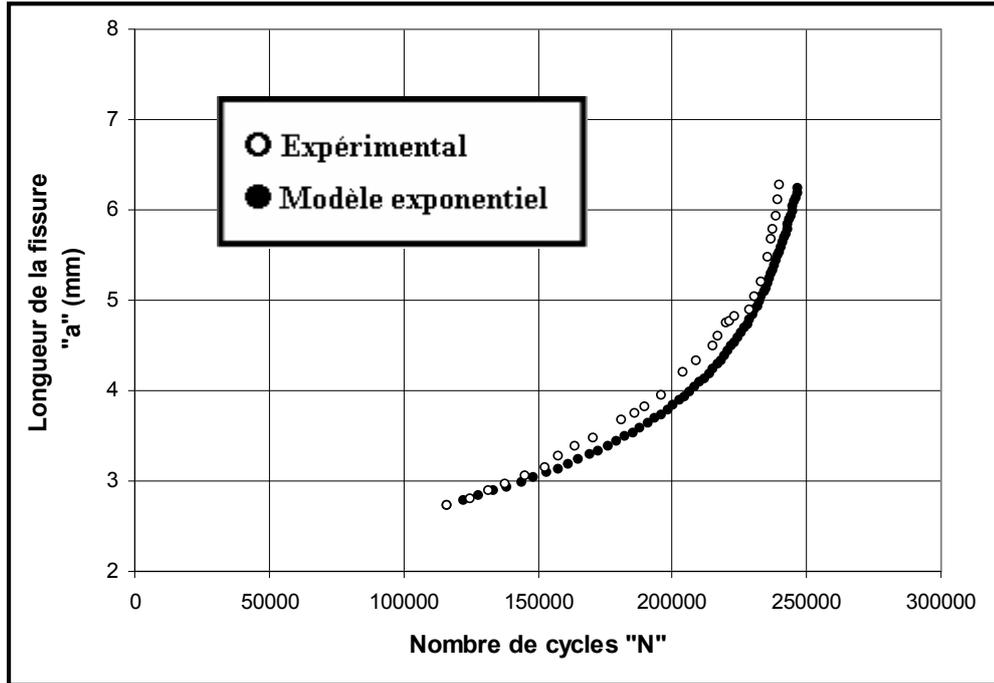


Figure 34. Comparaison de l'évolution de la longueur de la fissure en fonction du nombre de cycle à R=0.5

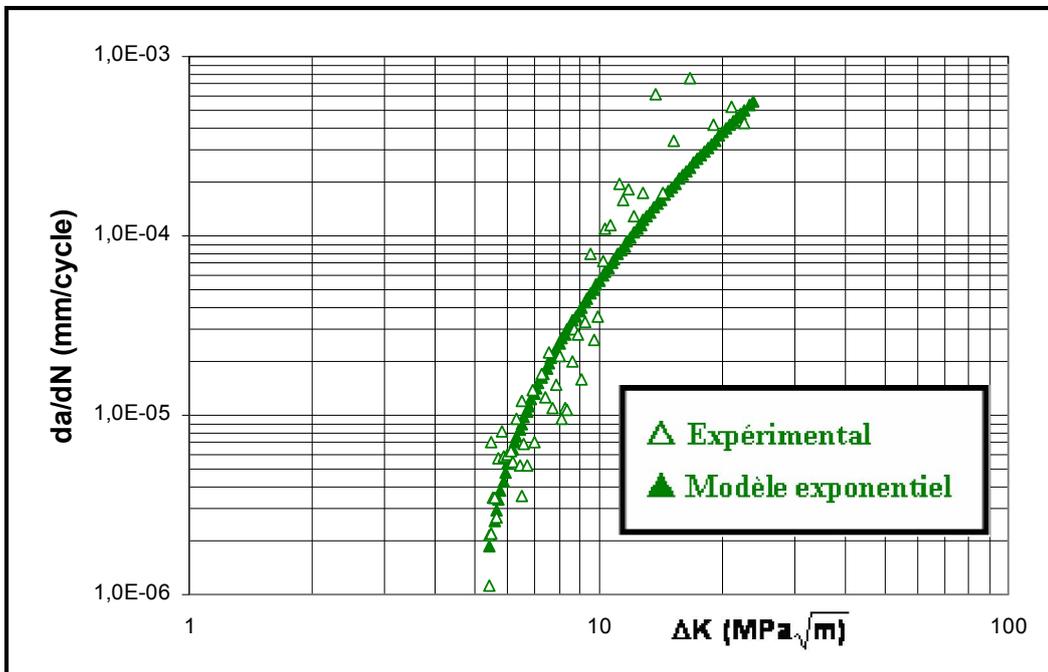


Figure 35. Comparaison des vitesses de fissuration à R=0.1

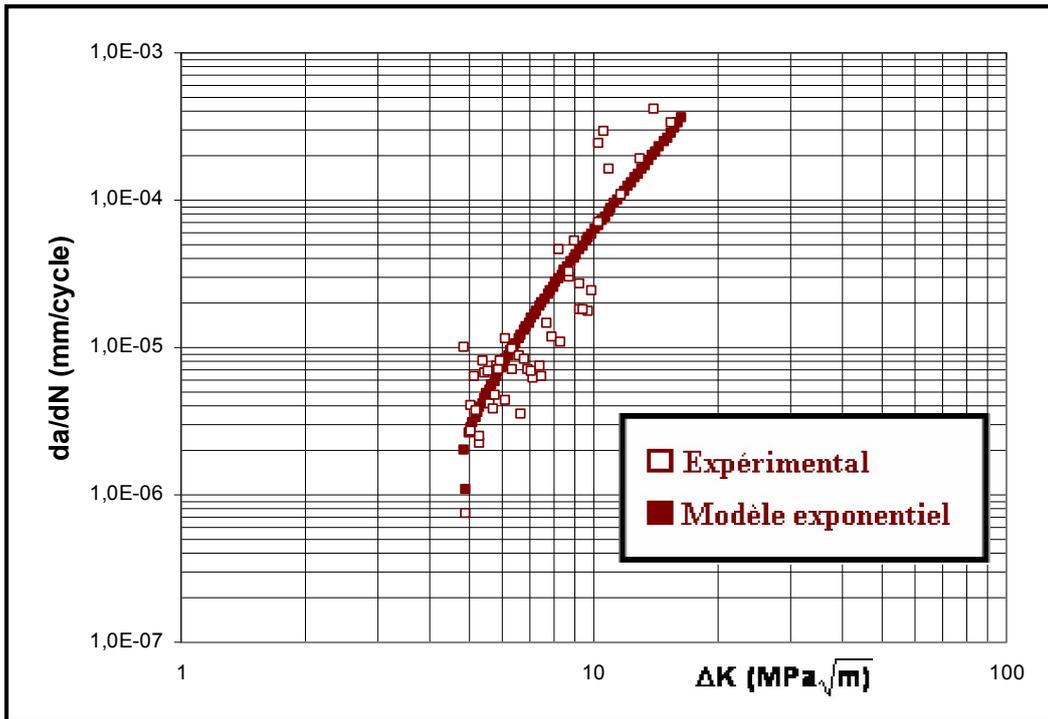


Figure 36. Comparaison des vitesses de fissuration à  $R=0.2$

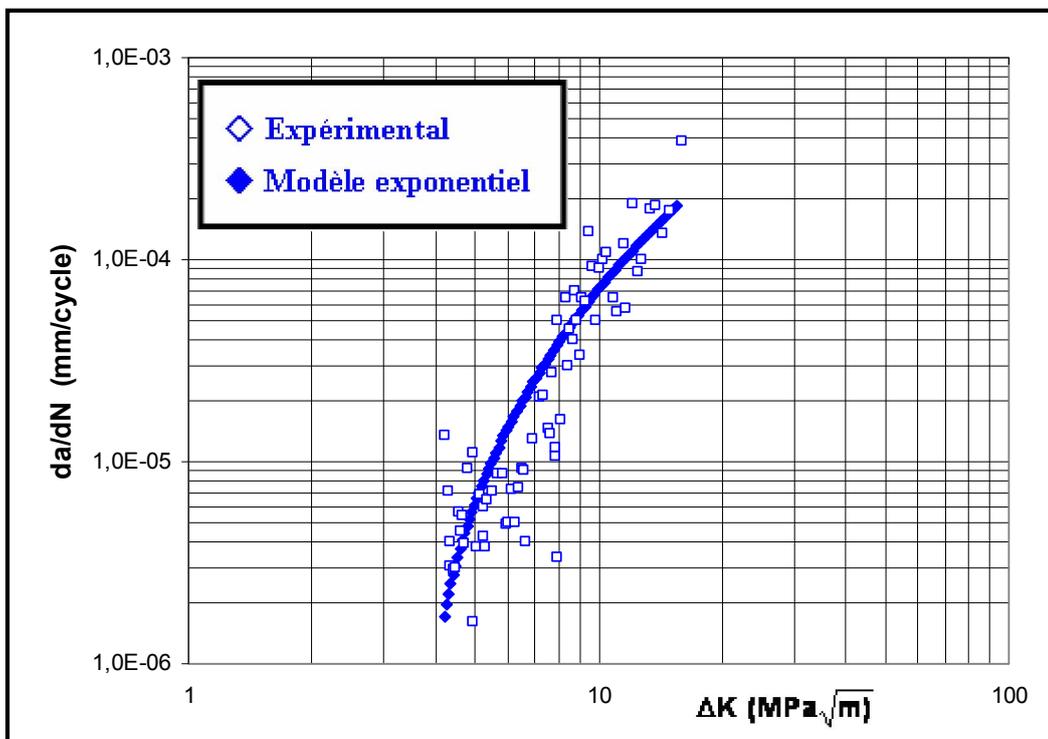


Figure 37. Comparaison des vitesses de fissuration à  $R=0.3$

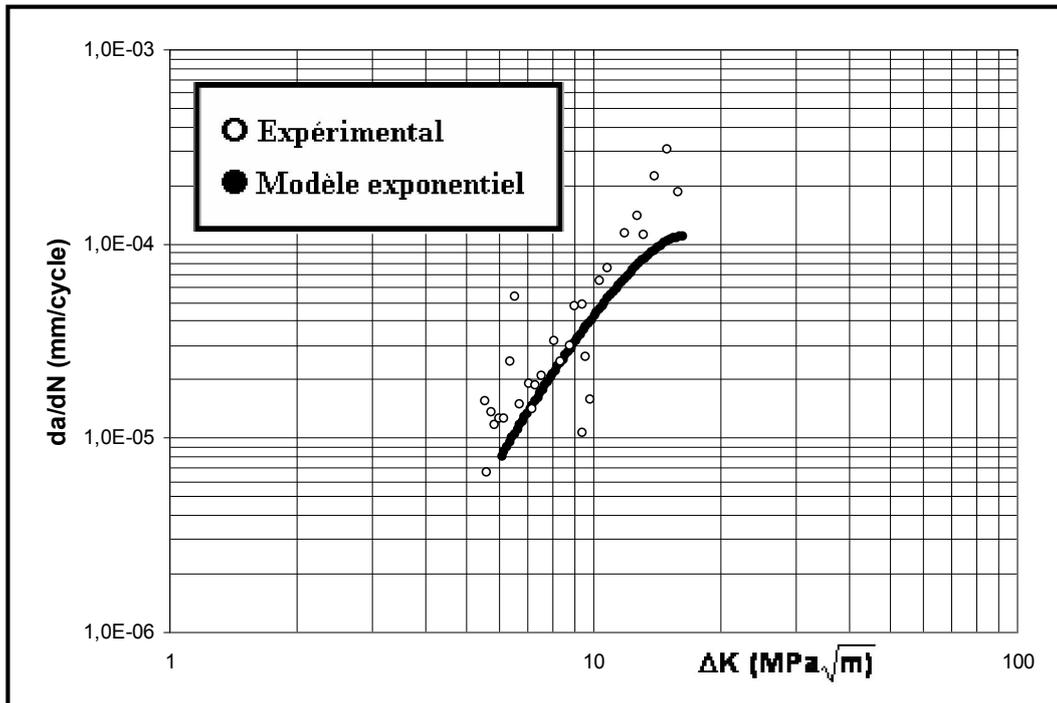
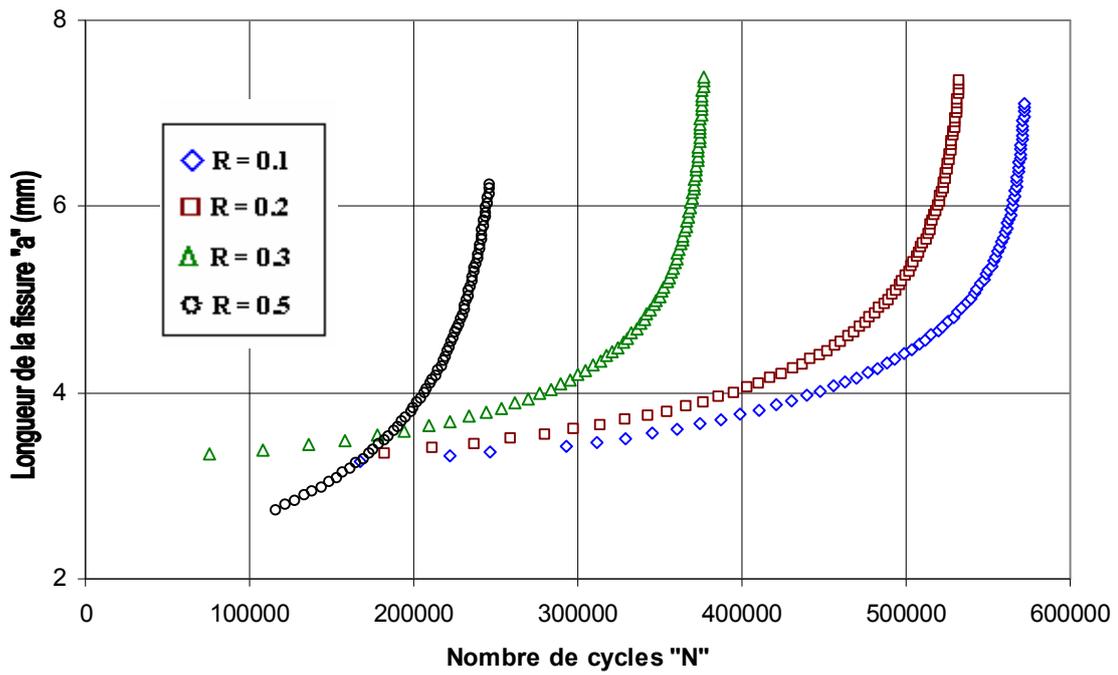
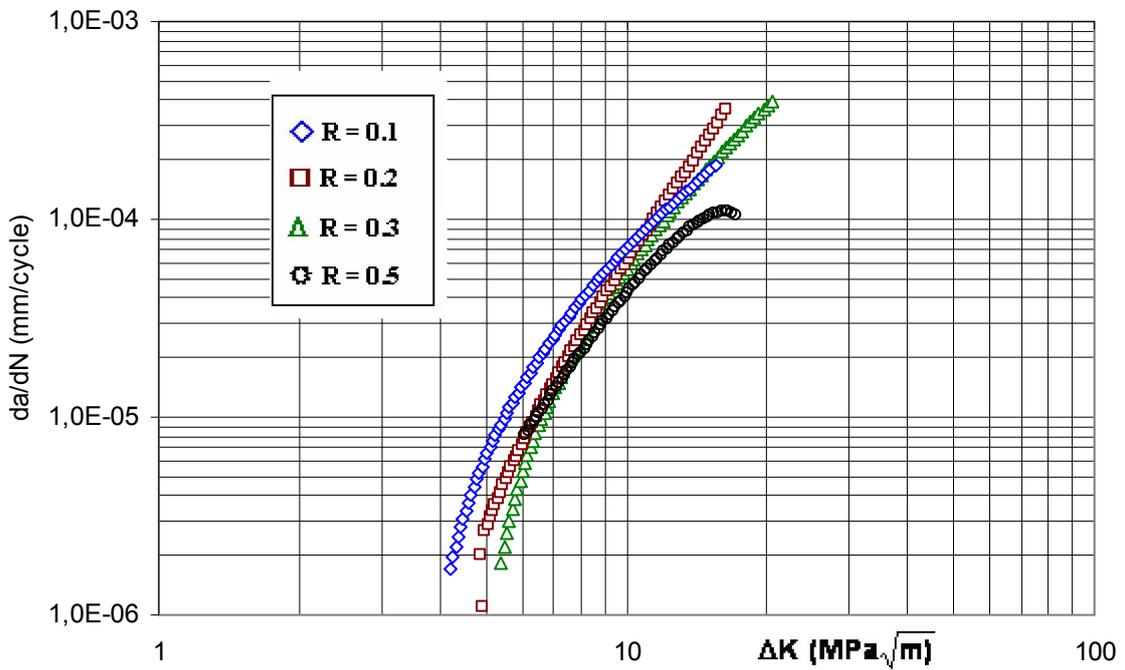


Figure 38. Comparaison des vitesses de fissuration à R=0.5



**Figure 39.** Effet du rapport de charge R sur la durée de vie en fatigue : Modèle Exponentielle



**Figure 40.** Effet du rapport de charge R sur la durée de vie en fatigue : Modèle Exponentielle

#### IV. Comparaison des résultats prédits et résultats expérimentaux

Afin de comparer les résultats obtenus par le modèle proposé, une comparaison avec les résultats expérimentaux a été présentée ci-dessus. Afin de voir mieux la validation du modèle le pourcentage de déviation et le rapport de prédiction sont définis par les équations 55 et 56.

- Pourcentage de déviation :

$$\%Dev = \frac{\text{Re sultat Pr edit} - \text{Re sultat Experimental}}{\text{Re sultat Experimental}} \times 100 \quad (55)$$

- Rapport de prédiction :

$$\%Pr = \frac{\text{Re sultat experimental}}{\text{Re sultat modele expoentiel}} \quad (56)$$

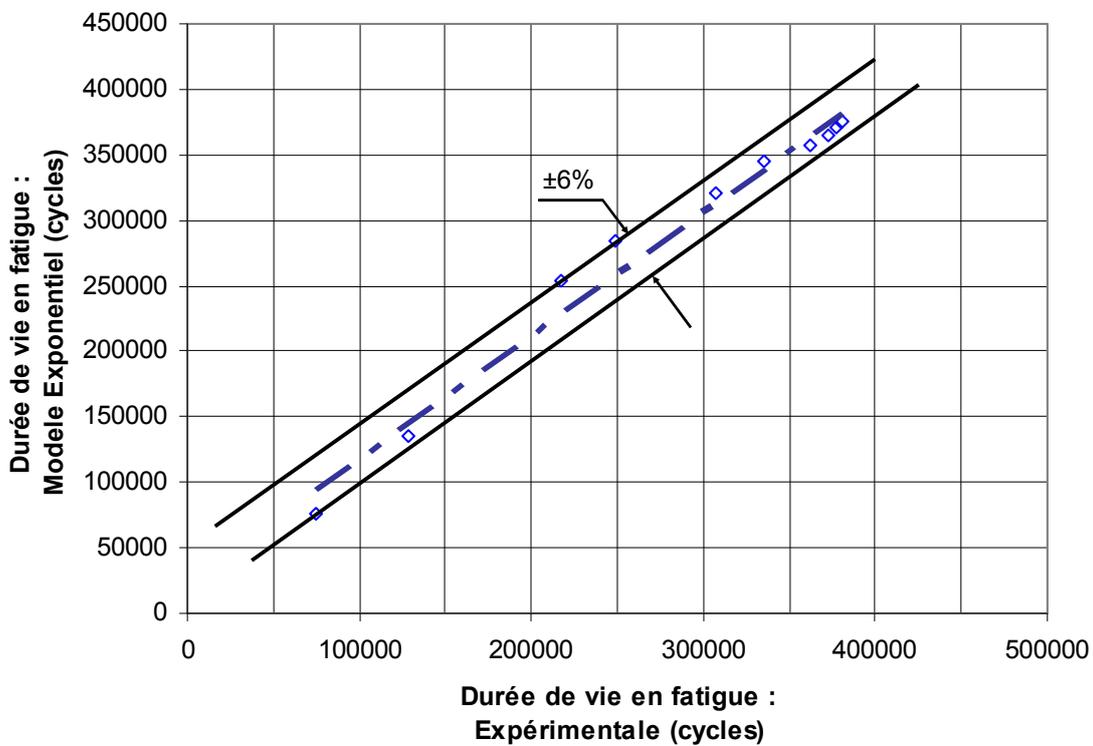
- Bande d'erreurs : définit la dispersion de la durée de vie des résultats prédits par rapport aux résultats expérimentaux.

Les pourcentages de déviation et le rapport de prédiction moyens pour les différents rapports de charge sont présentés sur le tableau 6. Il est a noté que la déviation moyenne maximum est de 4.24%. Le rapport de prédiction dans le cas du modèle exponentiel est approximativement de l'ordre de 0.945. Ce résultat est en accords avec les travaux de Heuler et Schuetz [81] qui suggère que la méthode de prédiction de la durée de vie est adéquate si le rapport de prédiction est dans la l'intervalle [0.5 ÷ 2].

**Tableau 6 :** Performances du modèle pour l'alliage d'aluminium 2024 T351

Rapport de charge R	0.1	0.2	0.3	0.5	Valeur moyenne
%Dev	3.10	5.75	5.39	2.72	4.24
Pr	0.87	0.95	0.98	0.98	0.945

Les erreurs des bandes de dispersions pour la prédiction des durées de vie pour l'alliage à différents rapports de charge sont présentées sur les figures 41 à 44. Il est à noter que les résultats pour notre alliage 2024 T351 varient de l'intervalle  $\pm 3.7\%$  à  $\pm 7\%$ . Les erreurs des bandes de dispersions pour notre alliage sont de même ordre de grandeur comparativement par rapport aux résultats obtenus sur les alliages d'aluminium 2024 T3 et 7020 T7 de l'étude développée par Mohanty [72]. Les bandes de dispersions sont de l'ordre de 2.5% à 5% et de 2.5% à 8% respectivement pour les alliages 7020 T7 et 2024 T3 pour un rapport de charge  $R=0.1$ .



**Figure 41.** Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à  $R=0.1$

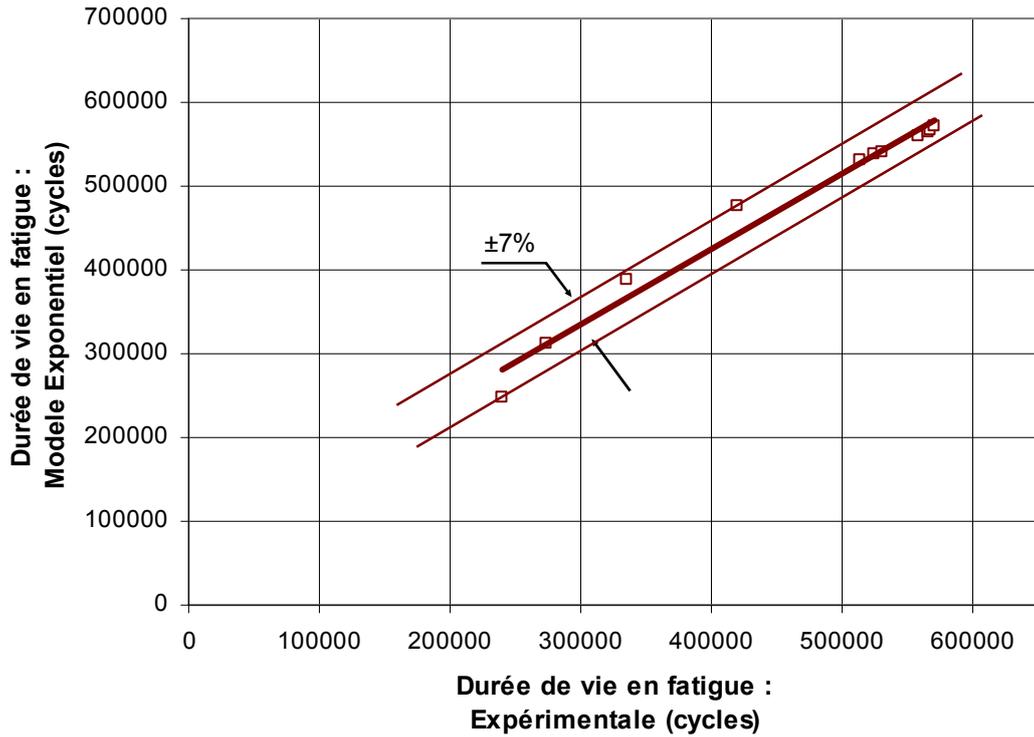


Figure 42. Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à R=0.2

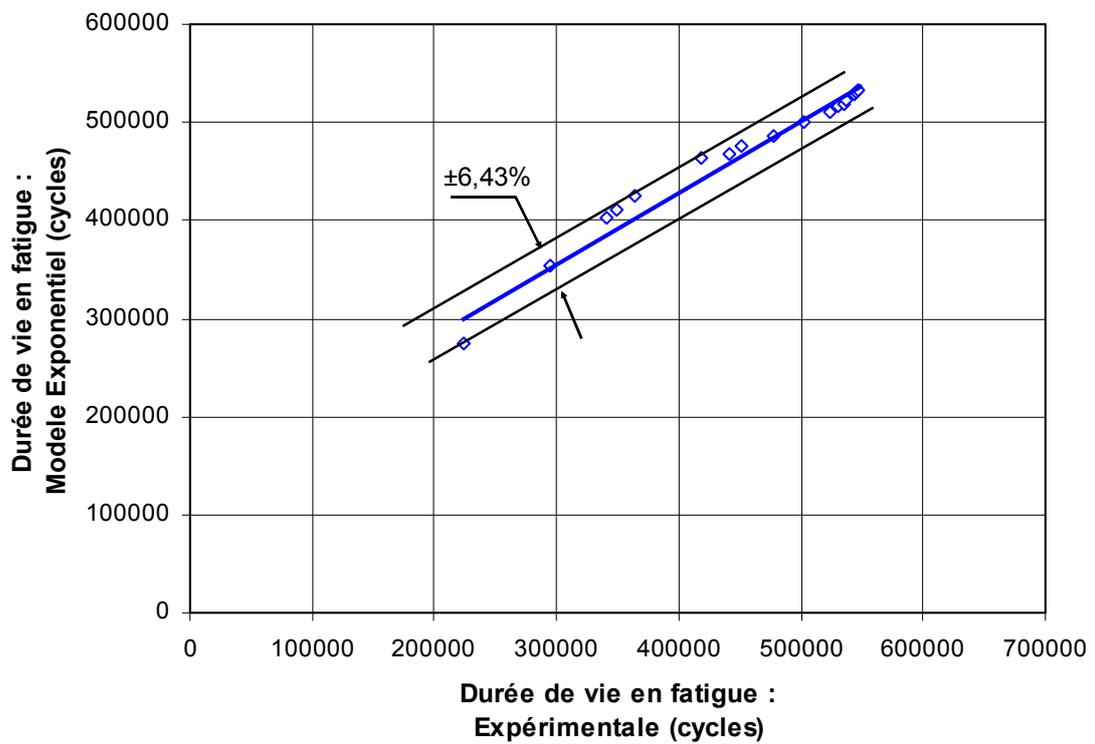
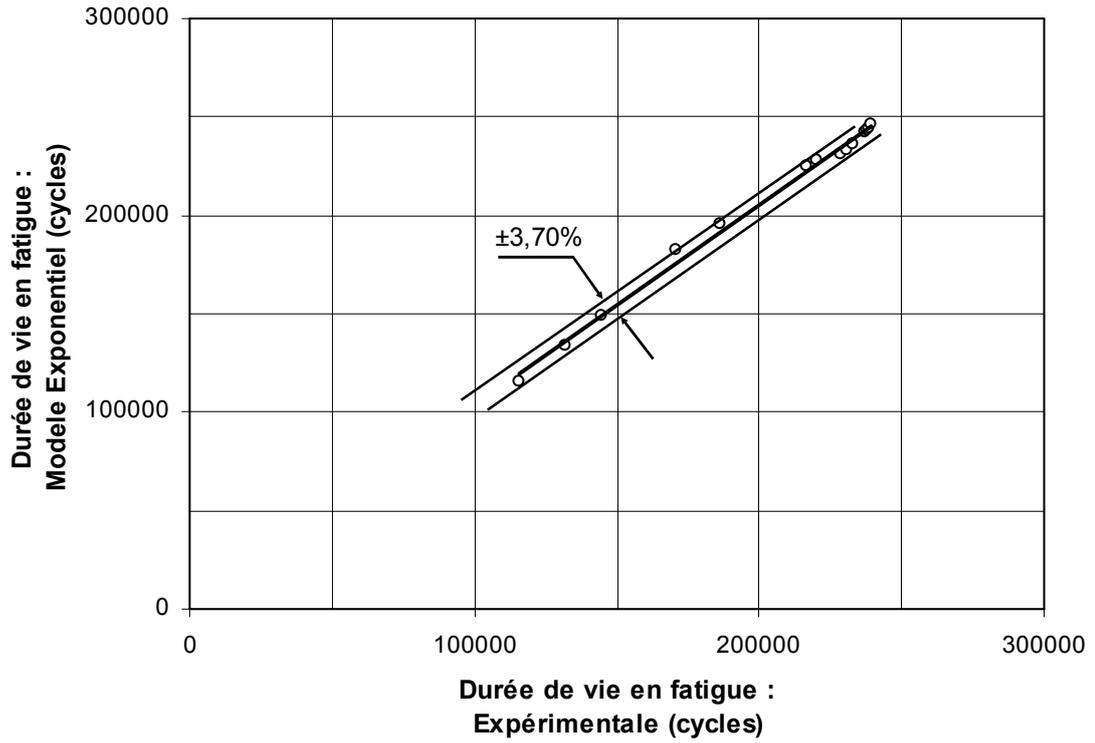


Figure 43. Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à R=0.3



**Figure 44.** Bande de dispersions sur la durée de vie de l'alliage 2024 T351 à R=0.5

## CONCLUSION GENERALE

Cette étude a été conduite en vue de modéliser la propagation des fissures de fatigue par un modèle exponentielle basé sur des données expérimentales. L'alliage d'aluminium à durcissement structural 2024 T351 a fait l'objet de la présente investigation sous chargement cyclique à amplitude constante. Le modèle exponentiel élaboré dépend des caractéristiques mécaniques du matériau.

Les résultats obtenus, ont montré que :

- ◇ Le modèle est facile a utilisé sans avoir recours à des méthodes numériques pour l'intégration de la loi de vitesse de fissuration.
- ◇ Le modèle exponentiel développé nécessite une fonction polynomiale de 4<sup>ème</sup> ordre pour approximer l'évolution du paramètre de propagation  $m_{ij}$  en fonction du paramètre "I" caractérisant les propriétés mécanique du matériau à savoir la limite élastique, le module de Young, la ténacité du matériau, le facteur d'intensité de contrainte.
- ◇ Le modèle exponentiel élimine les dispersions des points de fissuration par rapport aux résultats expérimentaux.
- ◇ La validation du modèle a montré que les erreurs sur le pourcentage de déviation est de 4.24%. et que le rapport de prédiction est en bon accord avec les limites de validation de la littérature. De plus la variation de la bande de dispersions sur les durées de vie varie de  $\pm 3.7$  à  $\pm 7\%$ .
- ◇ De plus les résultats obtenus montre l'effet du rapport de charge sur la durée de vie et la vitesse de fissuration.

A travers l'étude présentée, les points suivant peuvent faire l'objet de continuité de ce travail :

- ◇ Tester le présent modèle sur d'autres géométries et d'autres matériaux.
- ◇ Analyse des effets des contraintes résiduelles sur la propagation des fissures de fatigue par le modèle exponentiel.
- ◇ Développer et tester d'autres modèles de propagation simplifiant de plus en plus la propagation des fissures de fatigue (i.e modèle Gamma).

## Références Bibliographiques

- [1] A. A. Griffith (1920) "The phenomena of rupture and flow in solids". Phil. Trans. Roy. Soc. 221A, p 163.
- [2] K. Wieghardt (1995) "On splitting and cracking of elastic bodies". Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 18, pp. 1371-1405, 1995 (Traduit par H.P. Rossmannith).
- [3] I. N. Sneddon (1946) "The elastic stresses produced in a thick plate by the application of pressure to its free surfaces". Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 42: pp 260-271, 1946.
- [4] G. R. Irwin (1957) "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", Journal of Applied Mechanics, 24, 361-364
- [5] J.R. Rice. "Mathematical analysis in the mechanics of fracture". London Academic press, Vol. 2, pp 191-311, 1968.
- [6] H.D. Bui - Dualité entre les intégrales de contour. Compte Rendu Acad. Sciences, T. 276, Paris, Mai 1973.
- [7] G.C. Sih et J.R. Rice - The bending of plates of dissimilar materials with cracks, J. Appl. Mech., pp. 477-482, 1964.
- [8] F. Erdogan - Stress distribution in bonded dissimilar materials with cracks, J. Appl. Mech., 32, p. 418, 1965.
- [9] M. Comninou - The interface crack, J. Appl. Mech., pp. 631-636, 1977.
- [10] W. Schutz (1996), "A history of fatigue". Engineering Fracture Mechanics 54(2), pp 263-300.
- [11] W.A.J. Albert (1837), "Über treibseile am harz". Archiv für Mineralogie, Geognosie. Bergbau und Hüttenkunde 10, pp 215-234.

- [12] W.J.M. Rankine (1842), "On the causes of the unexpected breakage of the journal of railway axles, and on the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction". Institution of Civil Engineers Minutes of proceeding 2, pp 105-108.
- [13] A. Wöhler (1858), "Bericht über die versuche, welche auf der königl". Zeitschrift für Bauwesen VIII, pp 641-652.
- [14] "Wöhler's experiments on the strength of metals" Engineering 4, pp 160-161.
- [15] J. Bauschinger, (1886) "Ober die Ver/inderung der Elastizit/itsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen, durch Erwärmen und Abkühlen und durch oftmals wiederholte Beanspruchung". Mitt. Mech.-Tech. Lab. Münch. 13, pp 1-115.
- [16] S. S. Manson (1953), "Behaviour of materials under conditions of thermal stress". Heat Transfer Symposium, University of Michigan Engineering Research Institute, pp. 9-75.
- [17] J. H. Smith (1910), "Some experiments on fatigue of metals. J. Iron Steel Inst. 82, pp 246-318.
- [18] C. E. Inglis (1913), "Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners". Trans. Institution of Naval Architects 55, pp 219-242.
- [19] B. P. Haigh (1916), "The endurance of metals under alternating stresses. Mech. World 59, pp 177-178.
- [20] W. D. Douglas, (1918), "Methods employed at the Royal Aircraft Establishment for the experimental determination of the ultimate strength of aeroplane structures". Advis. Comm. Aero. Rep. Memo. n° 476.
- [21] H. F. Moore, T. M. Jasper (1922), "Recent developments in fatigue of metals". Iron Age 110, pp 779-784.

- [22] P. C. Paris, M. P. Gomez and W. E. Anderson (1961), "A rational analytic theory of fatigue". *The Trend in Engineering* 13, 9.
- [23] P. C. Paris (1962), "The growth of cracks due to variations in load". Dissertation, Lehigh University.
- [24] R.C. Dimitriu, H.K.D.H. Bhadeshia (2010), Fatigue crack growth rate model for metallic alloys. *Materials and Design* 31, pp 2134-2139.
- [25] M. Hörnqvist, T. Hansson, O. Clevfors, (2010), "Fatigue crack growth testing using varying R-ratios". *Procedia Engineering* 2 (2010) 155-161.
- [26] M. Sander, H. A. Richard (2006), "Fatigue crack growth under variable amplitude loading Part I: experimental investigations". *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 29, pp 291-301.
- [27] K.W Jones, M.L. Dunn (2008), "Fatigue crack growth through a residual stress field introduced by plastic beam bending". *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 31, pp 863-875.
- [28] Pineau, A., Tanguy, B., Advances in cleavage fracture modelling in steels: Micromechanical, numerical and multiscale aspects. *Comptes-Rendus Physique, A.S. Volume 11*, pp. 316-325, 2010.
- [29] Pineau, A., Local approach of brittle fracture in metallic welded structures. *J. Japan Welding Society*, Vol. 80, pp. 70-83, 2011.
- [30] I. Altenberger, R. K. Nalla, Y. Sano, L. Wagner, R. O. Ritchie." On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C".  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008>.
- [31] S. E. Stanzl-Tschegg, B. Schönbauer. "Mechanisms of strain localization, crack initiation and fracture of polycrystalline copper in the VHCF regime". *International Journal of Fatigue*, Vol. 32(6), pp. 886-893, 2010.
- [32] Mécanique de la rupture. //www.unit.eu, Septembre 2007.

- [33] H.M. Westergaard (1939), "Bearing pressures and cracks". Transactions ASME, Journal App. Mech., A 49.
- [34] G.R Irwin (1960), "Plastic zone near a crack and fracture toughness". In: Proceeding of the 7th Sagamore Ordnance Materials Conference, New York, Syracuse University, pp 63-78.
- [35] S. Roy Swanson (1974), "Handbook of fatigue testing". American Society of Testing and Materials.
- [36] D. François, A. Pineau, A. Zaoui (1995), "Comportement mécanique des matériaux : viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique de contact". Eds. Hermes, Paris, France.
- [37] D. Kujawski. "Correlation of long and physically short-crack growth in aluminum alloys", International Journal of Fatigue, 68(12): 1357-1369, 2001.
- [38] M. Benachour, M. Benguediab, A. Hadjoui, F. Hadjoui, N. Benachour, "Fatigue crack growth of a double fillet weld", Computational Materials Science 44 (2008), pp 489-495.
- [39] K. Donald, P.C Paris. "An evaluation of  $\Delta K_{eff}$  estimation procedures on 6061-T6 and 2024 T3 aluminum alloys", International Journal of Fatigue, 21: S47-S57, 1999.
- [40] W. Guo, C.H. Wang, and L.R. Froese, Fatigue Fracture Engineering Materials Structural 22, pp 437-444, (1999).
- [41] AL. TH. Kermanidis and SP. G. Pantelakis, Fatigue Fracture Engineering Materials Structural 24, pp 679-710, (2001).
- [42] M. Katcher, M. Kaplan, ASTM STP 559, American Society for Testing and Materials, pp. 264-292, (1974).
- [43] R.J. Stofanak, , R.W. Hertzberg, G. Miller, R. Jaccard, K. Donald, Engineering Fracture Mechanics. 17, pp 527-539, (1983)
- [44] J. Petit, "Theoretical concepts and numerical analysis of fatigue", Birmingham, (1992).

- [45] F.J. McMaster, D.J. Smith, *International Journal of Fatigue* 23, S93-S101, (2001)
- [46] C.S. Kusko, J.N. Dupont, A.R. Marder, "Influence of Stress Ratio on Fatigue Crack Propagation Behavior of Stainless Steel Welds". *Welding Journal*, February 2004, 595-645, (2004)
- [47] E.U. Lee, G. Glinka, A.K. Vasudevan, N. Iyyer, N.D. Phan, *International Journal of Fatigue* 31, pp 1858-1864, (2009).
- [48] Elber, W., 1970. "Fatigue crack closure under cyclic tension". *Engineering Fracture Mechanics*, 2, pp. 37-45.
- [49] Elber, W., 1971. "The significant of fatigue crack closure" . In: *Damage tolerance in aircraft structures*, ASTM STP 486. Philadelphia, PA: American Society for Testing and Materials, pp. 230-242.
- [50] Walker, EK., 1970. "The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7076-T6 aluminum. In: *Effect of environment and complex load history on fatigue life*", ASTM STP 462. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, pp.1-14.
- [51] Forman, R. G., 1972. "Study of fatigue crack initiation from flaws using fracture mechanics theory". *Engineering Fracture Mechanics*. 4(2), pp. 333-345.
- [52] Hartman, A. and J. Schijve, 1970. "The Effects of Environment and Load Frequency on the crack propagation law for macro fatigue crack growth in aluminum alloys". *Engineering Fracture Mechanics*, 1(4), pp. 615-631.
- [53] Dowling, Norman E., 1993. "Mechanical Behavior of Materials": *Engineering Methods for Deformation Fracture and Fatigue*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [54] Collipriest, J. E. Jr., 1972. "An Experimentalist's View of the Surface Flaw Problem. *Physical Problems and Computational Solutions*", J. L. Swedlow, Ed., American Society of Mechanical Engineers, New York pp. 43-62.

- [55] McEvily, A. J., 1974. "Phenomenological and microstructural aspects of fatigue". Third International Conference on the Strength of Metals and Alloys, Cambridge, England; published by The Institute and The Iron and Steel Institutes, Publication, W36, pp. 204-213.
- [56] Zheng, Xiulin, A. Manfred, 1983. "Fatigue Crack Propagation in Steels". Engineering Fracture Mechanics, 18(3), pp. 965-973.
- [57] Lal, D. N. and V. Weiss, 1978. "A notch analysis of fracture approach to fatigue crack propagation", Metallurgical Transactions, 9A, pp. 413-425.
- [58] Wang, Wei and Cheng Thomas, 1994. "Fatigue Crack Growth Rate of Metal by Plastic Energy Damage Accumulation Theory". Journal of Engineering Mechanics, 120(4), pp. 776-795.
- [59] Dowling, N. E. and J. A. Begley, 1976. "Fatigue crack growth during gross plasticity and the J integral: Mechanics of crack growth", ASTM STP 590, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, pp. 82-105.
- [60] T.V. Duggan, 1977. "A theory for fatigue crack propagation". Engineering fracture Mechanics, 9, 735-747.
- [61] A.M.L. Adib, C.A.R.P. Baptista. "An exponential equation of fatigue crack growth in titanium". Materials Science and Engineering A, 452-453, pp.321-325.
- [62] C.A.R.P. Baptista, A.M.L. Adib, M.A.S. Torres, V.A. Pastoukhov. "Describing fatigue crack growth and load ratio effects in Al 2524 T3 alloy with an enhanced exponential model". Mechanics of Materials 51 (2012) 66-73.
- [63] D. Kujawski, S. Dinda. "Correlation and prediction of fatigue crack growth for different R-ratios using  $K_{max}$  and  $\Delta K^*$  parameters. Eng. Fract. Mech. 71, 1779-1790, 2004.
- [64] M. Benguediab. "Etude de la propagation des fissures de fatigue sous spectres de chargement réduits", Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Poitiers, 1989.

- [65] M. Katcher, M. Kaplan. "Effect of R-factor and crack closure on fatigue crack growth for aluminium and titanium alloys". ASTM STP 559, 264-282, 1974.
- [66] R. Kumar, S. B. L. Garg. "Effect of stress ratio and effective stress range ratio on fatigue crack growth for 6061-T6 Al-alloy". Int. J. Press. Vess. Piping 33, 378 384, 1988.
- [67] R. Kumar, K. Singh. "Influence of stress ratio on fatigue crack growth in mild steel". Engineering Fracture Mechanics Vol. 50, No. 3, pp. 377-384, 1995.
- [68] V. Bachmann, D. Munz. "Crack closure in fatigue of titanium alloy". Int. J. Fracture 11, 713-716, 1975.
- [69] S. Chand, S. B. L. Garg. "Crack propagation under constant amplitude loading". Engng Fracture Mech. 21, 1-30, 1985.
- [70] Y. P. Srivastava, S. B. L. Garg. "Influence of R on effective stress range ratio and crack growth". Engng Fractur Mech. 22, 915-926, 1985.
- [71] R.G Forman, S.R Mettu. "Behavior of surface and corner cracks subjected to tensile and bending loads in Ti-6Al-4V alloy". Fracture Mechanics 22nd Symposium, Vol. 1, ASTM STP 1131, H.A. Saxena and D.L. McDowell, eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1992.
- [72] J.R. Mohanty, B.B. Verma, P.K. Ray. "Prediction of fatigue crack growth and residual life using an exponential model: Part I (constant amplitude loading)". International Journal of Fatigue 31 (2009) 418-424.
- [73] J.R. Mohanty, B.B. Verma. "Determination of fatigue crack growth rate from experimental data: a new approach". Int. J. Microstructure and Materials Properties, Vol. 5, No. 1, 2010
- [74] M. Benachour, (2008). "Simulation de la propagation des fissures de fatigue à travers un champ de contraintes résiduelles". Thèse de Docotrat en Sciences des Matériaux, Université de Sidi Bel Abbes.

- [75] M. Benachour, A. Hadjoui, M. Benguediab, N. Benachour (2010). "Stress ratio effect on fatigue behavior of aircraft aluminum alloy 2024 T351". MRS Proceedings, 1276, 7 doi:10.1557/PROC-1276-7.
- [76] Exponential model. <http://home.comcast.net/~sharov/PopEcol/lec5/exp.html>, accès 15/03/2012.
- [77] G. R. Irwin, NRL Report, pp. 65-98, vol. 21, Nov. 1967.
- [78] M. Benachour, A. Hadjoui, M. Benguediab, N. Benachour, "stress ratio effect on fatigue behavior of aircraft aluminum alloy 2024 T351". MRS, 7, 1272.
- [79] Y. Murakami, "Stress intensity factors handbook", Pergamon Press, Oxford, Vol.1, pp 9-17, 1987.
- [80] J.X. Li, T. Zhai, M.D. Garratt, G.H. Bray. "Four-point-bend fatigue of AA 2026 aluminum alloys". Metallurgical and Materials Transactions A, Vol. 36A : 2529, September 2005.
- [81] P, Heuler, and W. Schuetz, "Assessment of concepts for fatigue crack initiation and propagation life prediction," Z. Werkstofftech, vol. 17, pp. 397-405, 1986.

## R é s u m é

*La performance des structures soumises à des chargements cycliques est fortement influencée par la présence de concentration de contraintes au niveau des entailles, états de surface, des piqûres de corrosion... qui servent de sites d'amorçage pour la fissuration par fatigue. Durant le service de ces structures, la défaillance catastrophique eu lieu lorsque la longueur de la fissure atteint une dimension critique. De telles structures ne peut être retirée de service sur la simple détection d'une fissure de fatigue. Par conséquent, une bonne évaluation de la propagation des fissures de fatigue et de prévision de la durée de vie résiduelle des structures de transport (pipelines, aéronautique, chemin de fer,...) jouent un rôle important pour assurer la sécurité, la protection de l'environnement, et les considération économique. Dans cette étude une nouvelle approche, basée sur un modèle exponentiel a été utilisé et modifié afin d'évaluer la vitesse de fissuration à partir du couple "longueur de la fissure / nombre de cycle à rupture". Ce concept a été étendu pour estimer la durée de vie en fatigue de l'alliage d'aluminium 2024-T351 sous chargement cyclique à amplitude constante. L'indice exponentiel " $m_{ij}$ " du modèle modifié, a été corrélée avec le paramètre " $I$ " fonction des différentes paramètres de rupture à savoir l'amplitude du facteur d'intensité de contraintes et le facteur d'intensité de contrainte maximale et les propriétés mécaniques du matériau (la limite élastique, la ténacité du matériau, le module de Young) introduit sous formes adimensionnelles. L'indice exponentiel a été bien corrélé avec une fonction du quatrième ordre du paramètre " $I$ " comparativement par rapport aux travaux antérieurs. Il a été observé que l'approche facilite l'évaluation des vitesses de fissuration avec un gain en temps de calcul, la durée de vie évaluée, est remportée à une bande d'erreur variante de  $\pm 3.7$  à  $\pm 7\%$  dont plusieurs facteurs ont affecté cette marge d'erreurs. La validation du modèle a montré que les erreurs sur le pourcentage de déviation est de l'ordre de 4.24% et que le rapport de prédiction est en bon accord avec les limites de validation des modèles publiés dans la littérature.*

**Mots Clés :** *Fatigue, fissure, modèles de propagation, Alliage d'aluminium, durée de vie, vitesse de fissuration*

## Abstract

*Performance of structures subjected to cyclic loading is strongly influenced by the presence of stress concentration at the notches, machining surfaces, pitting corrosion... These present the priming sites for fatigue cracking. During service of these structures, the catastrophic failure occurred when the crack length reaches a critical dimension. Such structures can be removed from service on the mere detection of a fatigue crack. Therefore, a good evaluation of the fatigue crack propagation and prediction of residual life of structures transport (pipelines, aviation, railway... play an important role in ensuring the safety, protection environmental and economic considerations. In this study a new approach, based on an exponential model was used and modified to assess the crack growth rate from the couple "crack length/number of cycles to failure." This concept has been extended to estimate the fatigue life of 2024 T351 aluminum alloy under constant amplitude cyclic loading. The exponential index " $m_{ij}$ " of modified model was correlated with the parameter " $I$ " for different fracture parameters namely the amplitude of the stress intensity factor, the maximum stress intensity factor and material's mechanical properties (elastic limit, the toughness of the material, the Young's modulus) introduced in dimensionless forms. The exponential index was well correlated with a fourth-order function of the parameter " $I$ " compared with respect to previous work. It has been observed that the approach facilitates the assessment of crack growth rate with a gain in computation time; estimated life is won with a bunch of error variation of  $\pm 3.7$  to  $\pm 7\%$  when several factors affected this margin of error. The validation of the model showed that errors on the percentage deviation is about 4.24% and the ratio of prediction is in good agreement with the model validation limits published in the literature.*

**Keywords:** *Fatigue, crack fatigue crack growth models, Al-alloy, fatigue life, fatigue crack growth rate.*

... )

2024 T351

"I" "mij"

4.24 7± 3.7±

كلمات مفتاحية: تعب، تشقق، نموذج التشقق، صفائح الألمنيوم، مدة انتشار التشقق، سرعة التشقق