

Introduction :

Nous avons jugé utile de scinder notre étude en deux parties :

- La première est relative au positionnement du problème et les hypothèses appropriées aux échanges plasma-particules en interaction.
- La deuxième est relative à la modélisation du transfert de l'énergie entre un milieu plasma d'argon ou d'azote pur et les particules d'une poudre injectée de cuivre de tailles généralement comprises entre 10 à 100 μm de diamètre.

Dans un tel problème, les effets dynamiques et thermiques sont couplés et les particules sont mobiles et empruntent plusieurs trajectoires, ce qui rend difficile la résolution par voie classique des équations régissant le transfert pour particule en mouvement.

I-Transferts thermiques plasma-particules :

Dans notre travail, nous nous intéresserons uniquement aux plasmas thermiques produits par arc électrique alimentés en courant continu à la pression atmosphérique. L'arc éclate entre deux électrodes de polarité opposée dans un milieu gazeux. Dans de tels milieux, macroscopiquement électriquement neutres et constitués d'atomes, de molécules et d'ions dans l'état fondamental et dans des états excités ainsi que d'électrons, le nombre de particule est tel supérieur à 10^{16} particules/cm³ que les très nombreuses collisions entre les particules font que l'énergie cinétique moyenne de toutes les particules les lourdes et les électrons est pratiquement identique.

En effet, si on ne considère que les collisions élastiques, le transfert d'énergie entre deux particules de masses respectives m et M est caractérisé [13] par le coefficient :

$$K = \frac{2 mM}{(m + M)^2} \quad (III - 1)$$

Et l'on voit donc que si le transfert est important pour deux particules de même masse, il est très faible si $m \ll M$ comme c'est le cas des électrons par rapport aux atomes, molécules et ions (pour l'argon $K \sim 1/35000$) et qu'il faut beaucoup de collisions pour « thermaliser » les électrons.

II- Conduite de l'étude :

La mise au point des procédés thermiques à plasma exige une meilleure compréhension des mécanismes de transfert et tout d'abord des mécanismes responsables de l'échauffement de la particule par le plasma. L'objectif de ce travail de modélisation est d'obtenir en termes d'énergie, une prédiction fiable sur la température du plasma et les propriétés physiques de ce dernier : Nous allons modéliser le comportement d'une particule immergée dans un plasma décrivant les transferts entre une poudre métallique de cuivre et un plasma d'argon ou d'azote ; qui permet ainsi de prévoir l'évaluation du bilan d'énergie en fonction de la position de la particule, sa température à la surface et le temps de séjour dans le plasma ; puis, nous intéresserons à l'estimation de l'évolution du champ de température dans le gaz plasmagène.

Cette simulation est une étape essentielle dans l'étude générale d'un arc électrique. Dans un premier temps nous calculerons le profil de température de l'arc électrique en régime stationnaire, ce profil nous permettra essentiellement d'initialiser les calculs des différents modèles d'extinction.

Dans un deuxième temps, nous évoquerons un cas plus complexe d'un modèle d'arc en extinction incluant un module cinétique, est celui du régime transitoire.

Pour ce fait, les hypothèses énumérées ci-dessous nous permettent une meilleure compréhension, voire une simplification du système physique mis en évidence :

- E.T.L : cette dernière est généralement admise dans le cas des plasmas de vapeurs métalliques à pression atmosphérique. Cela nous permet de définir une température unique pour les électrons et les particules lourdes ;
- les pertes radiatives sont prises en compte et traitées en utilisant le coefficient d'émission nette ϵ_N ;
- une fois l'extinction de l'arc est produite, le terme source d'énergie est considéré égal à zéro ;
- les constituants du plasma sont la vapeur métallique et le gaz ambiant ;
- le plasma est à pression atmosphérique ;
- les propriétés thermodynamiques et les coefficients de transport du milieu ne sont fonction que de la température et de la fraction du mélange ;
- seule la phase d'expansion du plasma, après l'extinction de l'arc, est modélisée : l'écoulement est alors considéré comme monodimensionnel.

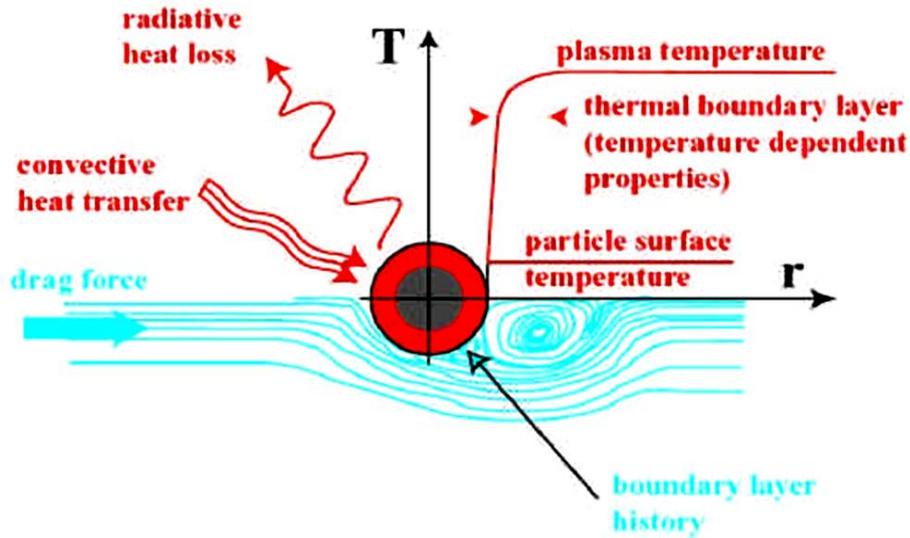


Figure (III-1) : Schématisation du transfert de chaleur plasma particule [14]

III-Fonctionnement :

Les gaz plasmagènes introduits sont chauffés à des températures élevées allant de 5000 K à 20000 K et subissent une ionisation partielle ; la décharge électrique initialise le plasma dans le gaz considéré ,une fois l'arc établi ,les électrons et les ions positifs ainsi formés , sont accélérés respectivement vers l'anode et la cathode , puis une poudre est injectée dans le milieu ,car le but recherché :est de chauffer ces particules ,de les accélérer et de les faire entrer en collision avec le gaz environnant assurant un arc électrique stable correspondant à une colonne d'arc stationnaire et une tension électrique constante dans le temps.

IV-Rôle de la nature des gaz plasmagènes :

Le gaz environnant peut avoir une influence à deux niveaux : nature et pression ; des expériences réalisées pour différentes atmosphères (les plus étudiées et couramment employées : l'air, l'argon, l'azote, les mélanges binaires Ar-H_2 , Ar-He , $\text{N}_2\text{-H}_2$ et les mélanges ternaires Ar-He-H_2) montrent des variations pour les propriétés du plasma (température et densité électronique) [15] .

Le traitement thermique et cinétique des particules dans un milieu plasma, dépend des propriétés thermodynamiques et de transport des gaz plasmagènes. Ces dernières, sont fortement non linéaires sur l'étendue de la gamme de températures.

Le choix de ces gaz dépend de la température et de la difficulté de fusion ainsi que de la densité de la matière à projeter. L'azote est abondant et moins cher, mais on lui préfère l'argon, car ce gaz plus lourd confère au gaz plasmagène une quantité de mouvement plus importante que les autres gaz : il accélère les particules, il permet ainsi un transfert de quantité de mouvement plus important et une cascade d'ionisation plus favorable. De plus, le procédé est plus stable avec l'argon qu'avec l'azote. Par ailleurs, les variations de la conductivité thermique de réaction sont dues essentiellement aux phénomènes de dissociation et d'ionisation.

V- Equations :

Nous présentons un rappel des bases hydrodynamiques que nous allons utiliser pour modéliser l'arc en extinction ; le modèle mathématique est constitué par un groupe d'équations d'évolution macroscopique aux dérivées partielles, les grandeurs à calculer sont la température et la vitesse en coordonnées cylindriques, sont fonction des variables locales : (r) la distance radiale , (x) la distance axiale et de la variable temporelle (t).

V-1-L'équation de conservation de la masse :

Quand on traite le plasma en tant que fluide on peut écrire les équations de transport macroscopiques. Le plasma est alors considéré comme un fluide conducteur. L'équation de conservation de la masse peut être alors déterminée à partir de l'équation de continuité relative au bilan de particules obtenue après intégration de l'équation de Boltzmann dans l'espace des vitesses, en sommant sur chaque type de particule (électrons, ions, neutres) :

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla}_r n_i \vec{v}_i = S_i \quad (III - 2)$$

Où S_i : représente le terme source de particules.

Les équations élémentaires de conservation de la masse sont directement obtenues des équations de continuité des densités multipliées par la masse de l'espèce correspondante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(m_i n_i) + \text{div}(m_i n_i \vec{v}_i) = m_i S_i \quad (III - 3)$$

Soit la densité de masse totale :

$$\rho = \sum_i n_i m_i \quad (III - 4)$$

La vitesse moyenne dirigée de toutes les espèces :

$$\vec{v} = \frac{\sum_i n_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i n_i m_i} \quad (III - 5)$$

En sommant les équations élémentaires de conservation de la masse sur toutes les espèces et sachant que la sommation du terme source est nulle on retrouve l'équation de continuité macroscopique associée aux grandeurs ρ et \vec{v} :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (III - 6)$$

V-2-L'équation de conservation de la quantité de mouvement :

L'équation différentielle gouvernant la conservation de la quantité de mouvement s'écrit pour un fluide newtonien sous la forme :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(\vec{v}) + \rho(\vec{v} \cdot \overline{\text{grad}})\vec{v} = -\overline{\text{grad}} p + \text{div} \bar{\tau} + \vec{j} \wedge \vec{B} + \rho \vec{g} + e(n_i - n_e)\vec{E} \quad (\text{III} - 7)$$

Où la force de gravité $\rho \vec{g}$ est généralement considérée comme négligeable ainsi que la force électrique $e(n_i - n_e)\vec{E}$, du fait de la neutralité globale du plasma. Le tenseur des contraintes visqueuses $\bar{\tau}$, pour un fluide newtonien, s'exprime sous la forme suivante :

$$\bar{\tau} = \left(-\frac{2}{3} \mu \text{div} \vec{u} \right) \bar{I} + \mu (\overline{\text{grad}} \vec{u} + \overline{\text{grad}}_t \vec{u})$$

Où \bar{I} représente la matrice unité et $\overline{\text{grad}}_t$ l'opérateur transposé de l'opérateur gradient.

V-3-L'équation de l'énergie :

L'équation générale du bilan d'énergie s'écrit :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(h) + \rho(\vec{v} \cdot \overline{\text{grad}})h = \frac{\partial P}{\partial t} - \text{div} \vec{Q} + \vec{u} \cdot \overline{\text{grad}} p + \bar{\tau} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{u} + \vec{j} \cdot \vec{E} - U_R \quad (\text{III} - 8)$$

Le terme de dissipation visqueuse $\bar{\tau} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{u}$ et le terme instationnaire de pression $\frac{\partial P}{\partial t}$ sont négligés. Le flux de conduction thermique \vec{Q} est donné par la loi de Fourier :

$$\vec{Q} = -K \overline{\text{grad}} T \quad (\text{III} - 9)$$

A pression constante l'enthalpie et la température sont liées par la relation suivante :

$$C_P = \frac{\partial h}{\partial T} \quad (\text{III} - 10)$$

La loi d'Ohm sert au calcul de l'intensité. Par définition I correspond à l'intensité totale du courant électrique traversant une surface fermée

quelconque (S) s'appuyant sur un contour (C), celle-ci est reliée à la densité de courant par :

$$I = \iint \vec{j} \cdot \vec{n} ds \quad (III - 11)$$

Dans le cas d'un arc axisymétrique I s'écrit :

$$I = \int_0^R j_x 2\pi r dr \quad (III - 12)$$

La densité du courant est reliée directement au champ électrique :

$$j_x = \lambda E_x \quad (III - 13)$$

Le champ électrique étant supposé constant radialement, il peut être sorti de l'intégrale, et l'intensité s'exprime en fonction de la conductance G par :

$$I = E_x \times G \quad (III - 14)$$

Avec :

$$G = 2\pi \int_0^R \lambda r dr \quad (III - 15)$$

Soit :

$$I = 2\pi E_x \int_0^R \lambda r dr \quad (III - 16)$$

V-4- Choix de la poudre métallique :***Equation de conservation d'une espèce chimique :**

Le plasma est un mélange binaire pour lequel nous considérons que le cuivre se répand soit par diffusion soit par convection.

Afin de gérer cette évolution, nous résolvons l'équation de conservation ou de fraction massique du cuivre, donnée ci-dessous :

$$\frac{\partial(\rho\omega_{cu})}{\partial t} + \mathit{div}(\rho V\omega_{cu}) = \mathit{div}(\rho D_{cu} \mathit{grad}(\omega_{cu})) \quad (III - 17)$$

Où :

ω_{cu} et D_{cu} : sont respectivement, la fraction massique de cuivre et le coefficient global de diffusion du cuivre dans le gaz environnant l'argon ou l'azote.

L'équation (IV – 18) permet donc, entre $1357K$ et $2840K$, qui sont respectivement les températures de fusion et de vaporisation du cuivre ; de déterminer la « véritable » valeur de la fraction molaire et massique de cuivre [16]. Rappelons que la pression de vapeur saturante est la pression attendue lorsque qu'un solide ou un liquide est en équilibre avec sa propre vapeur.

$$X_{cu} = \frac{\exp\left(a-\frac{b}{T}\right)}{760} \quad (III - 18)$$

Où les coefficients : $a = 28,42$ et $b = 61882,86$; T et X_{cu} sont, respectivement, la température et la fraction molaire de cuivre ($X_{cu} = \omega_{cu} / M_{cu}$ avec $M_{cu} = 63,546 \text{ g.mol}^{-1}$) [17].

VI - Modélisation du transfert thermique plasma-particule

Le plasma transmet son énergie thermique et cinétique aux particules injectées ; les transferts de chaleurs, de quantité de mouvement et de l'énergie sont difficiles à évaluer compte tenu de la disparité des particules et les gradients de propriétés thermo-physiques dans le plasma.

VI-1-Modélisation de l'arc en régime stationnaire :

Pour cette modélisation nous allons nous placer dans le cas d'une décharge d'arc stationnaire à symétrie cylindrique en ETL. La pression est fixée et reste constante à l'intérieure de la décharge.

Nous supposons que l'arc fonctionne sans flux de gaz. On considère aussi que le champ électrique est constant et uniforme radialement et que le courant est constant. Le rayon de la décharge est alors imposé et fixé arbitrairement et peut varier selon le besoin.

En prenant en compte toutes ces hypothèses, les termes dépendant du temps sont nuls puisque l'arc est stationnaire, la vitesse moyenne d'entraînement du gaz est nulle, les échanges d'énergie dans le milieu se font donc uniquement par conduction électrique, conduction thermique et rayonnement.

Le profil de température peut être calculé à partir de l'équation du bilan d'énergie, équation (IV – 19), couplée avec la loi d'Ohm équation (IV – 16). En coordonnées cylindriques ; cette équation de Ellenbaas Heller s'écrit [18]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda(T) E^2 - U_R = 0 \quad (III - 19)$$

Les fonctions matérielles sont calculées à partir des équations suivantes :

- Les pertes radiatives :

$$U_R = 4\pi\epsilon_N \quad (III - 20)$$

- La puissance volumique : P_{Joule} transférée par effet Joule au sein du plasma par le champ est donnée par :

$$P_{Joule} = \lambda(T) E^2 \quad (III - 21)$$

- Pour une homogénéité axiale, E : l'intensité du champ électrique est homogène, $\lambda(T)$ la conductivité électrique

- Pour tenir compte des gradients thermiques colossaux existants dans la couche limite thermique entourant la particule, la conductivité thermique totale peut s'exprimer comme la somme de quatre termes [19] :

$$k_{totale} = k_{trans} + k_{electrons} + k_{interne} + k_{react} \quad (III - 22)$$

La conductivité thermique de translation des particules lourdes, importante jusqu'à 8000K-9000K. Elle correspond au flux de chaleur associé à un gradient de température, les vitesses de diffusion étant nulles.

La conductivité thermique des électrons, prépondérante au-delà de 10000 K.

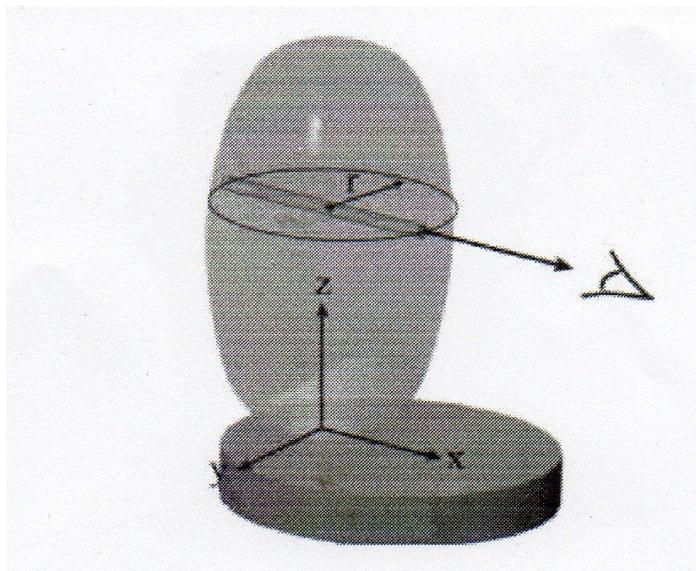
La conductivité thermique interne, en général négligeable : Elle comptabilise les divers degrés internes de liberté des particules (rotation, vibration des molécules) et traduit les échanges d'énergie entre ces degrés de liberté.

La conductivité thermique réactionnelle présentant des pics importants lors de la dissociation puis de l'ionisation.

La réalisation du modèle de l'arc électrique est faite avec les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le plasma est établi dans la mesure, que le nombre de désexcitations par transitions radiatives est négligeable devant le nombre d'excitations ou de désexcitations d'un niveau par collisions électroniques quel que soit le niveau considéré.
- Le plasma est constitué par la juxtaposition de volumes élémentaires suffisamment petits pour que l'on puisse considérer une unique température ($T = T_e = T_i = T_g$). Cette hypothèse n'englobe pas le fait qu'un écart à la composition chimique puisse exister ;

- Le plasma présente une symétrie de révolution autour de l'axe z et nous utiliserons une représentation en coordonnées cylindriques (r, z) ;



Figure(III-2) :Section de plasma à symétrie cylindrique

- Nous supposons que le fluide est caractérisé par un écoulement laminaire ;
- Les calculs de composition chimique ont été faits dans l'hypothèse de l'ETL. A partir de cette composition les propriétés thermodynamiques et les coefficients de transport intervenant dans les calculs ne sont fonction que de la température T et de la pression P ;
- La diffusion des espèces est négligeable;
- Le plasma est gouverné par un système d'équations différentielles non linéaires ; ces équations sont résolues par la méthode de Runge-Kutta
- En régime stationnaire le terme de convection et le terme dépendant du temps de l'équation de conservation sont nuls ;

La résolution de l'équation (IV – 19) permet d'obtenir les variations de température.

VI-2-Modélisation en régime transitoire :

En régime transitoire les termes de conduction ainsi que les termes de convection interviennent dans le plasma ; toutefois la convection axiale est supposée négligeable. La pression est fixée supposée atmosphérique et reste constante à l'intérieur de la décharge pendant l'extinction. L'inconnue à résoudre est la température $T(t,r)$, celle-ci dépend de deux variables : le temps et la coordonnées radiale.

En effet la vitesse de la particule en traitement dépend de la vitesse et la viscosité cinématique du plasma, et donc égale à la vitesse du mouvement d'ensemble du fluide, son temps de séjour permet de déterminer son état.

La vitesse d'une particule est un paramètre important. Différentes forces régissent l'accélération de la particule :

- La force de trainée exercée par le plasma : est prépondérante quand la particule est en interaction,
- La force d'inertie de la particule lors de sa pénétration dans le plasma, dépend de l'injection et la taille des particules,
- La force de thermophorèse : due au gradient de température dans le plasma, elle fait migrer les particules en périphérie,
- La force de gravité : est supposée négligeable devant les autres forces.

Nous faisons intervenir l'équation de conservation de l'énergie en coordonnées cylindriques, cette équation s'écrit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p v \frac{\partial T}{\partial r} = -U_R + \lambda(T) E^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (III - 23)$$

Dans cette deuxième équation les termes à gauche de l'égalité ont été rajoutés par rapport à l'équation du modèle stationnaire ; nous trouvons successivement le terme temporel et un terme de 'convection naturelle' provenant de la réduction du rayon d'arc. Nous initialisons le calcul ($t = 0$) à l'aide du profil de température calculé en régime stationnaire, la vitesse radiale initiale est alors nulle.

***Remarque :**

En régime instationnaire ; au voisinage de la surface de la particule en fusion, le gradient de température qui s'établit va gouverner les échanges de matière et de chaleur. Il est donc nécessaire de compléter la détermination de la température du plasma par celle de la surface de la particule.

VI-2-1-Détermination de la température à la surface de la particule :

Lors du traitement, la puissance perdue par la particule à la surface est compensée en permanence par l'apport énergétique du plasma :

$$P = m C_p dT/dt \quad (III - 24)$$

A l'extinction du plasma cette puissance est essentiellement perdue par rayonnement lors des premières secondes.

$$P = -s \alpha \delta (T^4 - T_W^4) \quad (III - 25)$$

$$P = -s \alpha \delta T^4 = m C_p dT/dt \quad (III - 26)$$

Posons :

$$K = m . C_p / (s . \alpha . \delta) \quad (III - 27)$$

On obtient :

$$- K dT/dt = T^4 \quad (III - 28)$$

Après intégration :

$$T^{-3} = \frac{3}{K} \cdot t + T_0^{-3} \quad (III - 29)$$

T : température de surface à l'instant t , T_W : température extérieure sur les bords du plasma, $T \gg T_W$, α : émissivité du matériau, δ : constante de Stephan-Boltzmann, S : Unité de surface de la particule, T_0 : température de surface de la particule sous plasma.

VII-Résolution numérique du système :

Le plasma est gouverné par un système d'équations différentielles non linéaires ; ces équations sont résolues par la méthode numérique de Runge-Kutta d'ordre 4. Cette méthode de résolution permet de passer après une discrétisation, d'un système d'équations différentielles, à coefficients variables pour lequel il est difficile de trouver une solution analytique, à un système d'équations algébriques de forme linéaire unidimensionnel.

VII-1- La méthode de RUNGE-KUTTA :

Considérons une équation différentielle du premier ordre :

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

La méthode RK4 utilise plusieurs points intermédiaires pour calculer la valeur de y_{i+1} à partir de la valeur de y_i :

On considère un point intermédiaire **A** d'abscisse $x_i + h/2$ dont la valeur de l'ordonnée est donnée par :

$$y_{iA} = y_i + \left(\frac{dy}{dx}\right)_i \times \frac{h}{2} \quad \text{soit} \quad y_{iA} - y_i = \left(\frac{dy}{dx}\right)_i \times \frac{h}{2} = \frac{L_1}{2}$$

Puis un point **B** d'ordonnée :

$$y_{iB} = y_i + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{iA} \times \frac{h}{2} \quad \text{soit} \quad y_{iB} - y_i = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{iA} \times \frac{h}{2} = \frac{L_2}{2}$$

On calcule alors l'ordonnée d'un point **C** d'abscisse $x_i + h$ à l'aide de la relation :

$$y_{iC} = y_i + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{iB} \times h \quad \text{soit} \quad y_{iC} - y_i = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{iB} \times h = L_3$$

Soit $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{iC}$ la valeur de $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ au point C

On pose :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{iC} \times h = L_4$$

L'ordonnée définitive y_{i+1} du point d'abscisse $x_i + h$ est donnée par la relation :

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} \left[\left(\frac{dy}{dx}\right)_i + 2 \times \left(\frac{dy}{dx}\right)_{iA} + 2 \times \left(\frac{dy}{dx}\right)_{iB} + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{iC} \right] \times h$$

D'où :

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} [L_1 + 2 \times L_2 + 2 \times L_3 + L_4]$$

La méthode de Runge Kutta d'ordre 4 définit deux suites, h étant le pas de discrétisation en x :

- Une première qui permet de définir les valeurs de x

Terme initial : x_0

Relation de récurrence : $x_{i+1} = x_i + h$

- Une deuxième qui permet d'évaluer les valeurs de y

Terme initial : y_0

Relation de récurrence : $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} [L_1 + 2 \times L_2 + 2 \times L_3 + L_4]$

Avec :

$$L_1 = h \times f(x_i, y_i)$$

$$L_2 = h \times f(x_i + h/2, y_i + L_1/2)$$

$$L_3 = h \times f(x_i + h/2, y_i + L_2/2)$$

$$L_4 = h \times f(x_i + h, y_i + L_3)$$

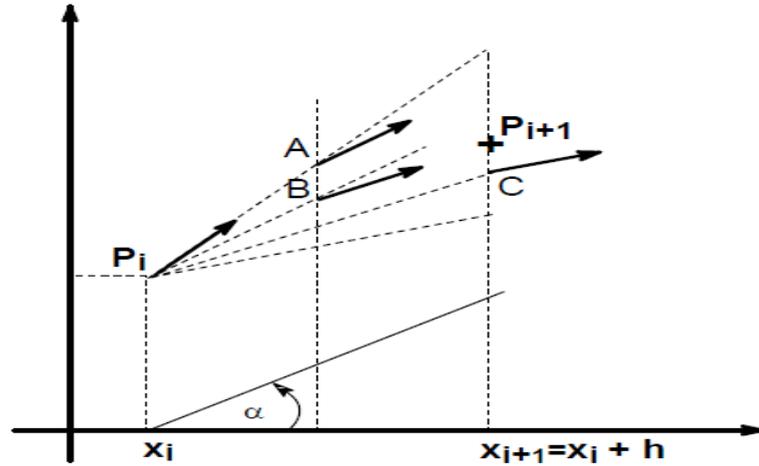


Figure (III-3) : Présentation géométrique de la méthode RK4

La solution de l'équation (IV – 19) du bilan d'énergie en régime stationnaire en utilisant la méthode de RK4 est donnée comme suit :

$$L_1 = - \left[\lambda E^2 - U_R + \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] / k \quad (III - 30)$$

$$L_2 = - \left[\lambda E^2 - U_R + \frac{\partial k}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{L_1}{2} \right)^2 + \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{L_1}{2} \right] / k \quad (III - 31)$$

$$L_3 = - \left[\lambda E^2 - U_R + \frac{\partial k}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{L_2}{2} \right)^2 + \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{L_2}{2} \right] / k \quad (III - 32)$$

$$L_4 = - \left[\lambda E^2 - U_R + \frac{\partial k}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} + L_3 \right)^2 + \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + L_3 \right] / k \quad (III - 33)$$

$$D'où : T(r + dr) = T(r) + \frac{1}{6} [L_1 + 2 \cdot L_2 + 2 \cdot L_3 + L_4] \quad (III - 34)$$

VII-2- Conditions aux limites et initiales :

La présence de frontières finies mène au rajout d'équations ou de valeurs particulières au système d'équations : ce sont les conditions aux limites. De même, l'étude d'un phénomène transitoire fait intervenir un instant initial qui est caractérisé par des conditions initiales arbitraires. Le calcul théorique des conditions aux limites s'effectue à partir des équations classiques de la thermique. Cette approche peut s'avérer intéressante lorsque les géométries du système modélisé sont simples (plaques, cylindres).

***Conditions aux limites :**

Comme le montre la figure (III-4), les conditions aux limites sont fixées pour deux frontières A et B qui correspondent respectivement au premier et au dernier point du domaine de calcul $J = I$ et N_P : B étant une « frontière ouverte », c'est à dire que la distance A-B est fixée arbitrairement et peut varier suivant les besoins.

en A :

- les températures suivent une condition dite de Neumann :

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{r}} = 0 \quad (\text{III} - 35)$$

- la vitesse est posée nulle :

$$V_A = 0 \quad (\text{III} - 36)$$

en B :

- la température en bord de domaine, notée T_{ext} , est prise égale à 300K
- le terme $div(\rho V)$, terme de flux de masse, est considéré comme nul,
- au cours de l'extinction, le plasma de cuivre est exclusivement entouré de gaz pur (azote ou argon). Nous posons donc $(\omega_{Cu})_B = 0$.

Ces conditions sont toutes résumées sur la figure (III-4) :

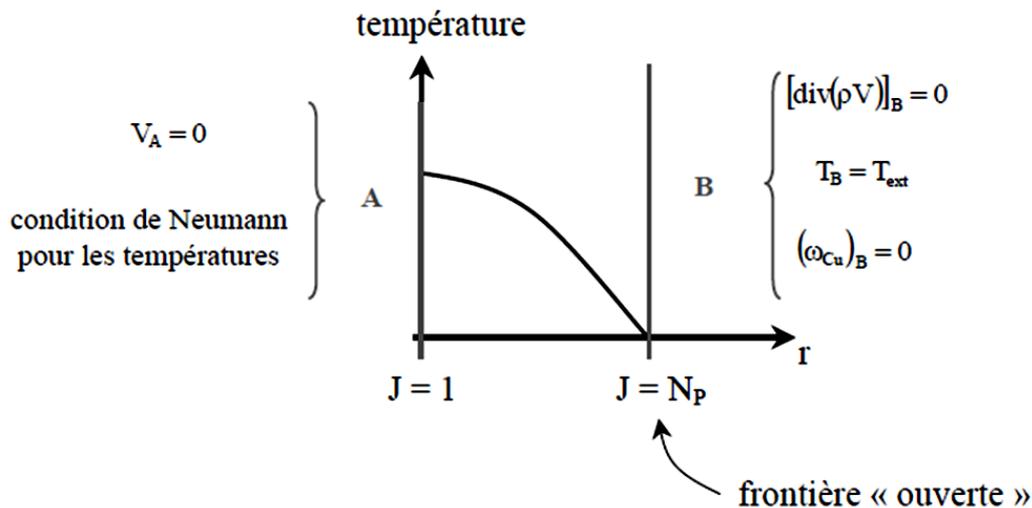


Figure (III-4) : conditions aux limites utilisées

***Conditions initiales :**

Pour débiter le calcul temporel, nous avons besoin de conditions initiales en température et en concentration de cuivre. Nous allons donc mener une étude paramétrique dans le but de nous rapprocher aux résultats meilleurs et de vérifier la validité du choix de nos conditions. Pour réaliser cette étude, nous travaillons donc sur divers profils initiaux de température et de concentration : ainsi, nous pouvons faire varier les formes et les valeurs de ces profils de manière à nous rendre compte de l'influence de ces deux paramètres sur les résultats obtenus.

VII-3-Influence du pas géométrique Δr :

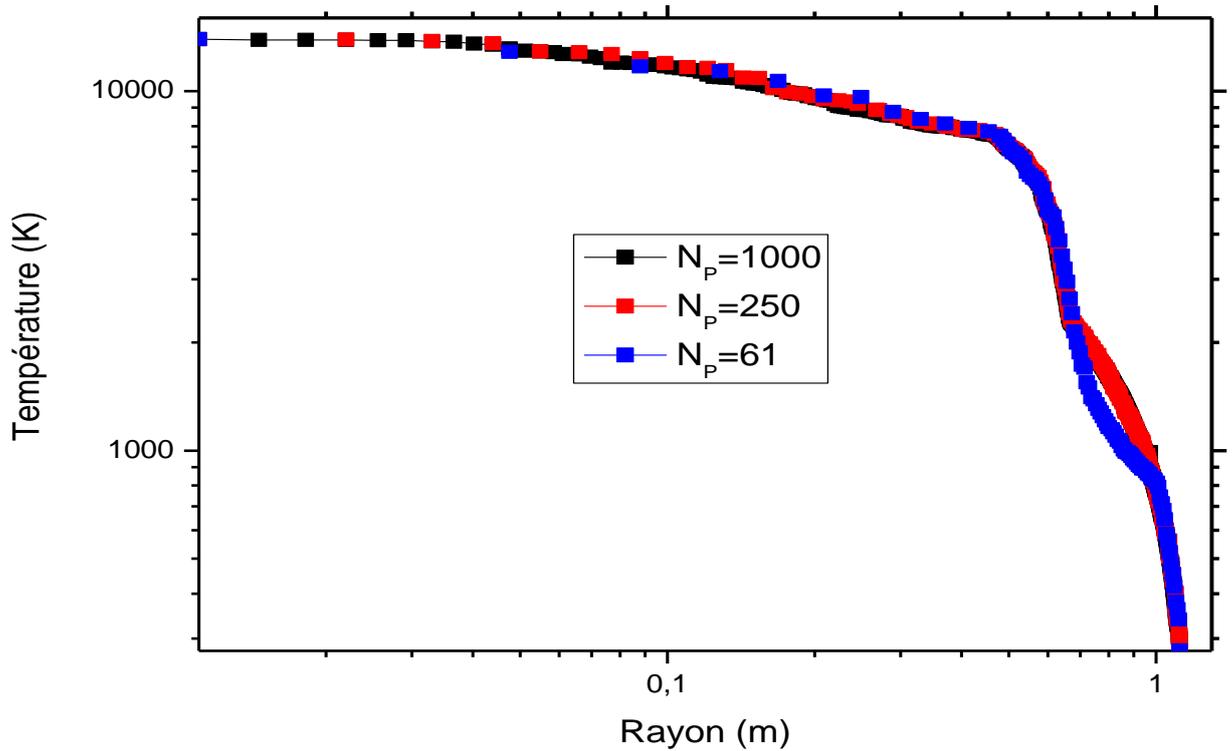
En régime stationnaire l'influence du pas géométrique Δr ou du nombre de points N_P ,

$$\Delta r = \frac{R}{N_P+1} \quad (III - 37)$$

où R est le rayon du profil initial.

Donné par le nombre de points du profil initial de température et de fraction massique ; est directement corrélée au temps de calcul et à la précision que l'on peut avoir sur les gradients de température. Dans l'intention d'améliorer le calcul tout en diminuant le pas nous avons effectué des essais intermédiaires.

A l'extinction, le nombre de points est celui du profil initial de température calculé en régime stationnaire ; en conséquence nous devons choisir un pas Δr le plus grand possible pour éviter de trop longs calculs, sans pour autant diminuer la précision. Mais cette diminution correspondante de N_P implique une augmentation du gradient de température ΔT entre deux points et la « précision » chute : en effet, en théorie, plus N_P est grand et plus la solution discrète obtenue est proche de la solution continue vrai. Une série de résultats, partant de même profils initiaux de température et de fraction massique, est donnée pour différentes valeurs de N_P (1000, 250 et 61) sur la figure (III-5) et montre que l'influence de ce pas Δr est négligeable.



Figure(III-5) : Influence du pas géométrique Δr

VII-4-Influence du pas Δt

Nous avons regardé l'influence du pas d'avancement en temps sur l'évolution du profil de température et du profil de vitesse radiale pour trois pas $\Delta t = 2.10^{-6}$ s, 2.10^{-7} s et 2.10^{-8} s . Les résultats montrent qu'un pas de 2.10^{-6} s est suffisant pour décrire l'extinction de la décharge. En effet les profils calculés pour un pas de temps de 2.10^{-7} s et 2.10^{-8} s sont identiques à ceux obtenus pour un pas de 2.10^{-6} s. D'autre part nous avons constaté que les profils calculés pour un pas supérieur à 2.10^{-6} s n'ont pas convergé. Pour le modèle à une dimension nous utiliserons donc un pas d'avancement sur le temps de 2.10^{-6} s pour la résolution des équations hydrodynamiques.

Conclusion :

A l'aide d'un traitement mathématique, utilisant la méthode de RUNGE-KUTTA d'ordre 4, et en faisant l'hypothèse que le plasma présente un axe de symétrie (géométrie cylindrique) pour une section de plasma de rayon r , il est possible de calculer la distribution radiale de la température à partir de l'équation de bilan d'énergie.