

THESE

Présentée à

UNIVERSITÉ D'ABOU BEKR BELKAID, TLEMCEM
Département de Génie Electrique et Electrotechnique

Pour obtenir le grade de

DOCTORAT

Mention

Traitement d'image et signal

Par

Foued DERRAZ

Segmentation globale par contour actif géométrique et a priori de forme

Pr. Fethi BEREKSI-REGUIG	Université Abou Bekr Belkaid, Tlemcen	Président de Jury
Pr. Nasserddine TALEB	Université Djillali Iyabes Sidi BELABESS	Examineur
Pr. Abdelhafid BESSAID	Université Abou Bekr Belkaid, Tlemcen	Examineur
Dr. Mohamed A CHIKH	Université Abou Bekr Belkaid, Tlemcen	Examineur
Dr. Azzeddine CHIKH	Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen	Directeur de thèse
Pr. Abdelmalik TALEB-AHMED	Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis	Co-Directeur de thèse

Année 2010/2011

Remerciements

Les travaux de recherche réalisés dans le cadre de cette thèse de doctorat auraient probablement été bien différents sans un faisceau d'aides, de contributions, de discussions scientifiques et d'interactions dont j'ai pu profiter au sein du LAMIH et du service radiologie et imagerie à l'hôpital saint philibert .

Ma gratitude se porte spécialement et a juste titre vers Azzeddine Chikh Maître de Conférences à l'université Abou Bekr Belkaid Tlemcen et Abdelmalik Taleb-ahmed, Professeur à l'université de Valenciennes Hainaut et Cambresis, qui a dirigé pendant cinq ans mes travaux de recherche tout en partageant des discussions scientifiques et techniques, en encourageant des initiatives et en rendant possible un contexte de travail agréable, exigeant et productif. Sans sa vision profondément claire de l'intérêt et des applications au monde médical des recherches réalisées, il est probable que ce travail n'eut pu aboutir.

Mes remerciements les plus sincères à Fethi Bereksi-Reguig de l'université Abou Bekr Belkaid pour avoir présider le jury, Nasserddine Taleb de l'université de sidi bel abess et pour avoir accepté de rapporter sur ma thèse, ainsi qu'à Abdelhafid Bessaid et Mohammed Amine Chikh pour avoir accepté de faire partie du jury de thèse en tant qu'examineurs.

Les applications présentées dans ce manuscrit sont le fruit de collaborations scientifiques et techniques. Je souhaiterais ainsi remercier dans leur ensemble les équipes médicales avec qui nous avons collaboré, notamment Patrick HauteCoeur

Je souhaiterais également remercier Laurent Peyrodie, Lain Bruno de l'unité de traitement des signaux avec lesquels nous avons collaboré lors de mon séjour en France. Je souhaite également remercier Nassim Betrouni chercheur au à l'inserm U703, pour les échanges scientifiques et généraux concernant les aspects plus théoriques de ce travail.

Je tiens aussi à remercier les collègues avec qui j'ai activement partagé ma vie de doctorant et d'enseignant pendant toutes ces années, notamment Miloud Boussahla, Nasserddine Benahmed, Meriah Sidi Mohamed, Nicolas Ducofleur, melanie Hutin, Kamel benachenhou, khamsa Dali, Zetouni samir et ouafi abdelkrim, avec qui j'ai eu l'occasion de partager mon bureau. Enfin, mon souvenir ému à toutes celles et à tous ceux avec qui j'ai pu échanger des opinions, partager des discussions ou simplement passé de bons

moments ensemble, en contribuant à la bonne humeur régnant dans l'équipe Biomecanique au LAMIH.

Cette thèse n'aurait pu s'effectuer dans de bonnes conditions sans un accueil et un soutien de qualité de la part du LAMIH et de son directeur, Thierry-marie Guerra, qui m'a soutenu financièrement durant deux années et l'université de Valenciennes Hainaut et Cambresis qui m'a permis de terminer mon travail dans de bonnes conditions en m'engageant en tant qu'ATER.

Difficile exercice que d'exprimer sur papier mes sentiments pour chacune de ces personnes; j'espère sincèrement que mes remerciements sauront les toucher, de la même façon que leurs apports ont enrichi mon travail de recherche.

Sommaire

1		
2		
3		
4	Chapitre 1 : Etat de l'art sur les contours actifs géométriques	1
5	1. Contours actifs géométriques	2
6	1.1 Approches contours et ses dérivés	3
7	1.2 Approches Régions et ses dérivés	13
8	1.2.1 Le modèle de Mumford -Shah (et ses dérivés)	17
9	1.2.2 Approche bayésienne (et ses dérivés).....	20
10	2. Modélisation de la forme et de l'énergie a priori	24
11	2.1 Modélisation de l'a priori de forme dans le modèle des contours actifs orienté contour	25
12	2.2 Modélisation de l'a priori de forme dans le modèle des contours actifs orienté régions	25
13	2.2.1 Approches non statistiques.....	26
14	2.2.2 Approche statistique	31
15	2.3 Représentation implicite et invariance de la contrainte de forme par transformation	
16	géométrique	34
17	3. Cadre de variation totale à norme pour les contours actifs géométriques	35
18	4. Conclusion	36
19	Chapitre 2 : Couplage du contour actif géométrique et le filtrage par diffusion	
20	anisotrope.....	38
21	1. Introduction.....	39
22	2. Méthodologie	41
23	2.1 Contours actifs géométriques	41
24	2.2 Diffusion anisotrope.....	43
25	2.3 Inhomogénéité locale	50
26	2.4 Adaptation de la vitesse d'évolution aux frontières de l'objet.....	52
27	2.5 Implantation Numérique.....	56

1	3. Les résultats.....	59
2	3.1 Les données.....	59
3	3.2 La méthodologie.....	59
4	4. Conclusion.....	68
5	Chapitre 3 : Intégration des connaissances a priori de forme dans le modèle des contours	
6	actifs géométriques.....	70
7	1. Introduction.....	71
8	2. Construction du descripteur de forme.....	72
9	3. Intégration des connaissances de forme pour l'analyse de la variabilité.....	76
10	3.1 Génération des formes d'apprentissage.....	76
11	3.2 Modélisation de la variabilité des formes.....	77
12	3.3 Reconstruction de formes projetées.....	82
13	4. Intégration des a priori de forme dans le descripteur de forme.....	83
14	5. Le modèle final du contour actif avec a priori.....	84
15	6. Implantation numérique.....	89
16	7. Les résultats.....	91
17	7.1 Les données de synthèse :.....	92
18	7.2 Les données réelles.....	104
19	8. Conclusion.....	112
20	Chapitre 4 : Contour actif binaire rapide.....	113
21	1.Introduction.....	114
22	2. Position du problème de segmentation à l'aide de la fonctionnelle de Mumford-Shah.....	116
23	2.1 Existence des minimiseurs de la fonctionnelle de Mumford Shah.....	118
24	2.1.1 Conjecture de Mumford Shah.....	118
25	2.1.2 Mesure de Hausdorff.....	118
26	2.1.3 Espaces des variations bornées et sous ensemble des variations bornées.....	121
27	2.1.3.1 L'espace de variation bornée (Bounded Variation : BV).....	121

1	2.1.3.2 Le sous ensemble d'espace de variation bornée (Sub bounded variation)	124
2	2.2 Minimiseur global de la fonctionnelle de Mumford-Shah	124
3	2.2.1 Formulation faible du problème de Mumford-Shah	125
4	2.3 Unicité du Minimiseur global de la fonctionnelle de Mumford-Shah.....	126
5	3. Contour actif dans le cadre des variations totales	127
6	3.1 Exemples de segmentations par la fonction caractéristique	135
7	3.2 Intégration des descripteurs régions dans le cadre de la fonction caractéristique.....	142
8	3.3.3 Les descripteurs de texture	151
9	3.3.4 La distance de Rényi	154
10	4. Les résultats.....	156
11	4.1 Les données de synthèse.....	156
12	4.2 Les données réelles naturelles	159
13	4.3 Les données réelles médicales	161
14	5. Conclusion	167
15	5.Conclusion générale et perspectives	168
16	Annexe A.....	171
17	Annexe B.....	177
18	Annexe C.....	184
19	Bibliographie.....	185

Introduction

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31

Depuis quelques années la vision par ordinateur est en plein essor. Le développement des méthodes mathématiques dans ce domaine couvre d'ailleurs un large éventail de champs d'investigations :

- Les problèmes inverses.
- La reconstruction d'images.
- La compression d'images.
- L'atténuation du bruit.
- La segmentation d'images.

Ce large éventail témoigne du changement progressif qui s'est opéré au sein de la communauté scientifique. Longtemps l'apanage des informaticiens et physiciens, la vision par ordinateur a suscité un intérêt croissant dans la communauté mathématique depuis la fin des années 90.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes intéressés au problème de segmentation d'images par contours actifs géométriques. L'objectif de la segmentation est de détecter certains contours dans une image, autrement dit, d'isoler certaines parties de l'image qui présentent généralement une forte corrélation avec des objets contenus dans cette image.

On distingue trois approches de segmentation par contours actifs, avec ou sans connaissance a priori : (i) l'approche contours, (ii) l'approche régions (iii) l'approche par la compétition contours /régions.

Dans notre travail, nous avons étudié et développé une segmentation optimale par contours actifs géométriques binaire rapide avec et sans connaissances a priori. Pour cela :

- Dans le chapitre 1, on présente un état de l'art sur les contours actifs géométrique, afin de mettre en évidence les nombreux travaux dans ce domaine. Nous avons structuré ce chapitre en deux parties (i) les contours actifs basés contours utilisant seulement une information locale sur les contours des objets (ii) les contours actifs basés régions utilisant des informations globales sur les régions à segmenter. Nous avons aussi étudié les différentes méthodes dérivées des modèles précédents (basée contour / basée région), nous avons constaté les difficultés à classer les modèles existant et souligner les problèmes de tous ces modèles qui demeurent tel que l'initialisation, la sensibilité au bruit, la gestion de la topologie, ainsi que le problème des minimums locaux.

- 1 - Dans le chapitre 2, nous avons d'abord travaillé sur le modèle de base et nous avons
2 proposé de modifier le descripteur contour afin de le rendre plus robuste et de
3 l'équiper de certaines propriétés des contours actifs basés régions. Pour cela, nous
4 avons proposé de coupler le descripteur contour avec le processus de filtrage par
5 diffusion anisotrope. Une conséquence directe, notre nouveau descripteur devient
6 beaucoup plus robuste au bruit et le modèle des contours actifs évite le problème de
7 certains minimums locaux.
- 8 - Dans le chapitre 3, nous proposons un nouveau descripteur probabiliste de forme. Ce
9 nouveau descripteur est basé sur l'intégration des connaissances a priori géométriques
10 de la forme. Les formes apprises sont projetées dans un espace caractéristique. Nous
11 proposons d'utiliser pour la première fois dans le cadre des contours actifs la méthode
12 de l'analyse en composantes principales par noyau pour reconstruire les formes
13 projetées. Enfin, on intègre le descripteur de forme dans la formulation des contours
14 actifs basés contours et régions ce qui apporte une souplesse dans la gestion des
15 données à la fois géométriques et statistiques.
- 16 - Dans le chapitre 4, nous proposons un nouveau cadre variationnel pour la résolution
17 du problème de segmentation où nous cherchons à résoudre le problème des
18 minimums locaux. En d'autres termes ce cadre permet de transformer le problème non
19 convexe (le minimiseur est local) en un problème convexe (le minimiseur est global).
20 Pour cela, à partir du cadre d'ensemble de niveaux nous avons défini un nouveau
21 cadre de fonction caractéristique, ou encore fonction indicatrice (characteristic
22 function or indicator function). Nous avons montré que le minimiseur global dans le
23 cadre de la fonction indicatrice est unique pour une plage de variation du paramètre de
24 calibrage. Nous avons aussi introduit une nouvelle définition du cadre de fonction
25 caractéristique. Ce cadre, n'est qu'une extension du cadre d'ensemble de niveaux où
26 les propriétés les plus importantes sont conservées. Cette nouvelle définition permet
27 d'inclure tous les autres modèles des contours actifs. Le problème de segmentation est
28 rendu plus simple, plus rapide et extensible à des dimensions plus élevées. Enfin, nous
29 avons unifié les descripteurs probabilistes (Kullback Leibler, Bhattachryya et
30 Hellinger) dans un unique descripteur probabiliste.

31 Dans ce travail, nous avons à chaque fois testé et validé nos modèles sur des données de
32 synthèse et réelles, que nous avons comparé avec les méthodes récentes présentes dans la
33 littérature. Cette comparaison objective est faite à partir des critères classiques existants.

34

Chapitre 1 : Etat de l'art sur les contours actifs géométriques

Résumé : *Nous proposons un résumé des modèles des contours actifs pour la segmentation d'image, et plus précisément pour l'extraction d'objet(s) dans une image. Nous nous sommes intéressés aux techniques existantes proposées dans le cadre des contours actifs basés contours et ceux basés régions, qui permettent d'introduire dans le modèle l'information a priori sur, l'intensité, la forme du ou des objets que l'on souhaite détecter ainsi que la nécessité d'introduire une information géométrique pour une segmentation robuste et précise. Nous rappelons la méthodologie pour minimiser les fonctionnelles énergétiques aboutissant au flot de gradient d'énergie ainsi que leurs formulations dans le cadre d'ensemble des niveaux. Une dualité entre les approches contours et les approches régions, est établi à travers les concepts de descripteurs contours et les descripteurs régions. Ce nouveau concept, permet aux contours actifs de se libérer des "mauvais" minimums locaux. Enfin, nous aboutissons à la nécessité d'introduire un nouveau cadre variationnel pour la minimisation de l'énergie des contours actifs et nous insistons sur le problème inhérent des minimums locaux. Récemment, le cadre variationnel total à norme est apparu comme une voie prometteuse pour la résolution du problème de segmentation par contour actif. Ce nouveau cadre permet au contour actif de se libérer des problèmes des minimums locaux en substituant l'énergie non-convexe du contour actif en une énergie convexe. Une dualité entre ce nouveau cadre et le cadre d'ensemble de niveaux permet une résolution rapide du problème de segmentation. Nous concluons ce chapitre sur la nécessité de l'intégration des connaissances a priori d'intensité et de forme géométrique dans ce nouveau cadre.*

1. Contours actifs géométriques

Les Contours Actifs Géométrique (CAG) sont des techniques de segmentation permettant d'extraire un objet d'intérêt d'une image I . On appelle $\Omega_I \subset \mathbb{R}^2$ le support de l'image. Le support de chaque objet de Ω_I est alors noté $\Omega \subset \Omega_I$, Ω n'étant pas nécessairement connexe et C ou encore $\partial\Omega$ est le contour de l'objet. La fonction $I : \Omega_I \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$ représente l'intensité lumineuse associée à chaque pixel noté \mathbf{x} . Les pixels prennent leurs valeurs dans \mathbb{R}^+ .

La segmentation par CAG requiert une phase dynamique du contour qui évolue itérativement au cours du temps artificiel t , de sa position initiale vers les frontières de l'objet à extraire. Cette évolution temporelle peut se formaliser explicitement ou implicitement sous la forme d'une équation d'évolution exprimant la vitesse du contour actif. L'équation d'évolution peut être obtenue de différentes manières. L'une consiste à dériver cette équation de la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie, on parle alors d'une approche variationnelle. L'approche géométrique est alternative et consiste à construire une équation d'évolution par analogie avec d'autres disciplines scientifiques comme la physique. Nous nous attachons à décrire, puis à utiliser l'approche variationnelle dans ce travail.

Dans les travaux de Foulonneau [33] et Jehan-Besson [44], la fonctionnelle d'énergie est appelée critère et est construite à partir de descripteurs. Un descripteur est une mesure faite sur l'image permettant de caractériser un contour ou une région. Un descripteur contour serait par exemple la carte de potentiel de l'image, un descripteur d'une région Ω pourrait être la moyenne des pixels de l'image inclus dans Ω . Selon le choix du descripteur adopté dans la fonctionnelle d'énergie, on obtient différents types de contours actifs en fonction de la nature de l'image à analyser.

On voit donc se dessiner trois grandes classes des contours actifs. Les contours actifs basés contours ou approches contours, les approches régions et les approches de compétition contours/régions. Les contours actifs basés contours tiennent compte uniquement d'une information locale sur les contours et furent les premiers introduits. La deuxième classe regroupe les contours actifs basés régions. Ces derniers tiennent compte d'informations globales sur les régions. Ces différentes classes se différencient par la façon avec laquelle on déduit l'équation d'évolution, par le mode de représentation du contour actif, et enfin par le terme d'attache aux données.

Récemment un cadre très général pour les contours actifs a permis d'unifier les deux approches dans un même modèle. Ceci est fait grâce à la définition des descripteurs contours

1 et régions. Dans le reste de ce document, nous nous restreignons au cas des contours actifs
 2 bidimensionnels évoluant dans le plan. Nous conseillons au lecteur les travaux de [13, 88, 56,
 3 40] pour un état de l'art des contours actifs plus complet. Dans ce chapitre nous passons en
 4 revue les différents modèles en utilisant cette nouvelle définition des descripteurs et nous
 5 abordons en premier les approches contours, puis les approches régions.

6 **1.1 Approches contours et ses dérivés**

7 Les Contours Actifs ‘‘Géométriques’’ ou ‘‘Géodésiques’’ (CAG), Caselles *et al.*, [6, 7],
 8 Kichenassamy *et al.*, [47], Malladi *et al.*, [55], Sapiro *et al.* [74], suppriment le problème de
 9 paramétrisation dont souffrent les premiers modèles. L'énergie devient alors la longueur
 10 d'une courbe élastique dans une métrique non euclidienne dépendant des données de l'image.
 11 Nous rappelons que l'énergie du CAG prend la forme suivante :

$$12 \quad E(C) = E_{CAG}(C) = \int_0^1 g\left(\left|\nabla I(C(s))\right|\right) |C'(s)| ds \quad (1.1)$$

13 Où s est l'abscisse curviligne, $g : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}^+$ est une fonction positive monotone strictement
 14 décroissante qui tend vers 0 à l'infini. Nous pouvons récrire l'énergie du CAG (1.1) en
 15 utilisant le concept de descripteur :

$$16 \quad E_{CAG}(C) = E_{contour}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) \quad (1.2)$$

17 Où $k_b(\mathbf{x}) = g\left(\left|\nabla I(\partial\Omega)\right|\right)$ est le descripteur contour et $da(\mathbf{x})$ l'element de pixel. Le calcul des
 18 équations d'Euler-Lagrange par dérivée Eulerienne (*cf.* Annexe C) donne l'équation
 19 d'évolution du modèle des contours actifs :

$$20 \quad \frac{\partial C}{\partial t} = -k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \kappa \vec{N} + \langle \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega), \vec{N} \rangle \vec{N} \quad (1.3)$$

21 Où κ est la courbure au point de la courbe C et \vec{N} est le vecteur unitaire normal à la
 22 courbe $\partial\Omega$. Une évolution purement géométrique selon l'équation (1.3) est montrée sur la
 23 figure 1.1.

24

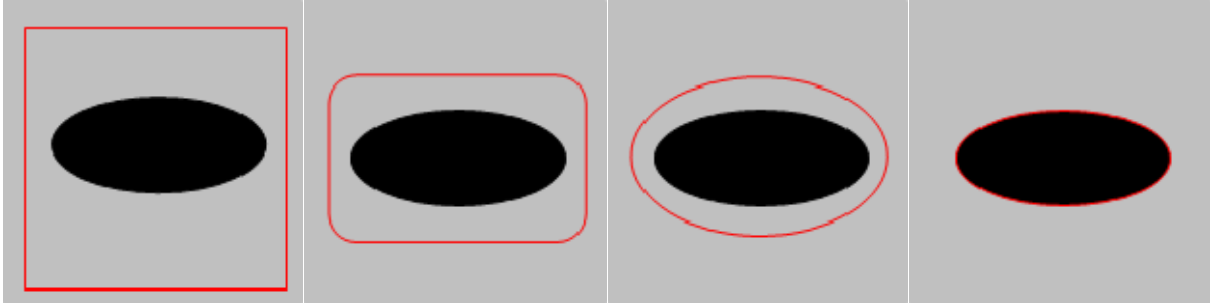


Figure 1.1 : Segmentation d'un objet. Le contour initial est un carré placé autour de l'objet.
Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas

Dans le cadre des contours actifs géométriques/géodésiques, le descripteur contour k_b est à l'origine de la qualité de segmentation. Nous nous sommes intéressés à étudier l'influence de ce descripteur sur les résultats de segmentation. Au **chapitre 2**, nous montrons que ce descripteur est à l'origine de la forte sensibilité aux variations du contraste dans l'image, par la suite, nous détaillons les solutions proposées.

Osher *et al.* [63] présentent dans leurs travaux une nouvelle façon moins naturelle pour représenter un contour. C'est une représentation implicite issue de la physique des interfaces, appelée "ensemble de niveaux" ou encore "level sets". Le principe est le suivant : on représente un contour fermé $\partial\Omega(t)$ de dimension $n=2$ comme le zéro d'une fonction de dimension plus élevée ($n+1$). Un exemple simple est donné sur la figure 1.2. Originellement, c'est une fonction de distance Euclidienne signée qui a été proposée pour représenter la $(n+1)$ ième dimension de l'ensemble de niveaux.

Notons qu'une représentation implicite ne se limite pas à la méthode d'ensemble de niveaux. Les superquadriques/hyperquadriques implicites [56] font également partie de cette catégorie. Cependant la méthode d'ensemble de niveaux s'avère la plus puissante et couvre un large spectre d'applications, car elle peut gérer des géométries complexes, alors que les autres se limitent à une famille réduite de formes.

Osher *et al.* [63] appellent ϕ la fonction d'ensemble de niveaux vérifiant les propriétés suivantes :

- ϕ est une fonction de Lipschitz à valeurs réelles, $\phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$
- $\forall t$, le zéro de $\phi(\mathbf{x}, t)$ correspond au contour fermé $\partial\Omega(t)$:

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega_t \subset \mathbb{R}^2, \partial\Omega(t) = \{\mathbf{x} \in \Omega_t \mid \phi(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad (1.4)$$

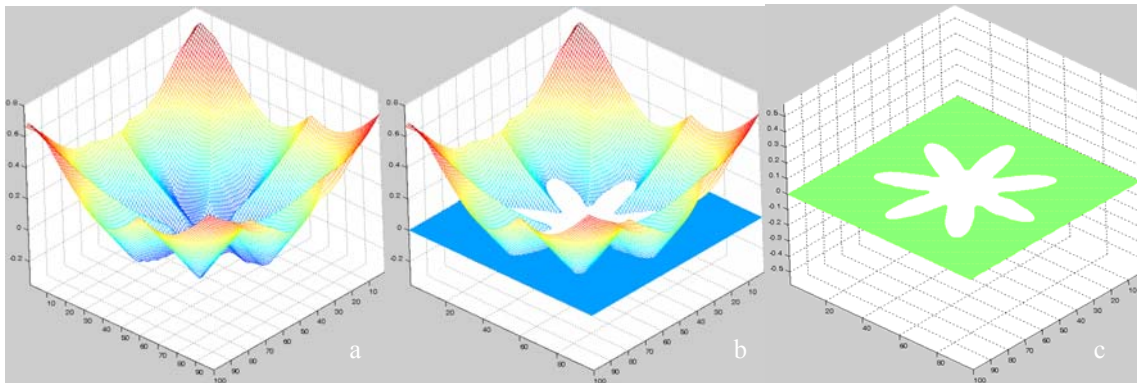
1 est $\phi(\mathbf{x}, t)$ la distance signée entre le point \mathbf{x} et le contour $C(t)$. Le signe de $\phi(\mathbf{x}, t)$ dépend de
 2 l'appartenance de \mathbf{x} à la région interne ou externe au contour que nous noterons
 3 respectivement $\Omega_{in}(t)$ et $\Omega_{out}(t)$. Par convention, nous choisissons $\phi(\mathbf{x})$ positive à l'intérieur
 4 de $C(t)$ et négative à l'extérieur:

$$5 \quad \phi(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \partial\Omega(t) \\ d(\mathbf{x}, \partial\Omega(t)) & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_{in}(t) \\ -d(\mathbf{x}, \partial\Omega(t)) & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_{out}(t) \end{cases} \quad (1.5)$$

6 avec $d(\mathbf{x}, \partial\Omega(t))$ la plus petite distance Euclidienne du point \mathbf{x} au contour $\partial\Omega(t)$:

$$7 \quad d(\mathbf{x}, \partial\Omega(t)) = \min_{\mathbf{x} \in \partial\Omega(t)} |\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\partial\Omega}| \quad (1.6)$$

8 Cette représentation dans (1.4) possède certains avantages sur la représentation explicite [46].
 9 Premièrement, un contour représenté par un ensemble de niveaux peut changer de topologie
 10 au cours du temps, il n'est donc pas nécessaire de la connaître a priori. L'équation d'évolution
 11 est plus stable numériquement et évite le remaillage des nœuds de la représentation explicite.



12 a) Représentation implicite d'une fonction dans le cadre d'ensemble de niveaux
 b) Le plan d'ensemble de niveaux zéro
 c) La surface d'ensemble de niveaux zéro.

13 **Figure 1.2** : Representation d'une fonction d'ensemble des niveaux

14
 15 Le problème des boucles du contour est naturellement résolu par la topologie flexible
 16 de $\partial\Omega(t)$. Enfin, l'ensemble de niveaux permet d'accéder à de nombreuses propriétés
 17 géométriques intéressantes et intrinsèques au contour, et à n'importe quelle ligne de niveau.
 18 Ainsi on peut déterminer la normale à $\phi(\mathbf{x}, t)$ en n'importe quel point de l'image, et donc a

1 fortiori en n'importe quel point du contour pour le peu qu'on connaisse l'ensemble des points
 2 tels que $\phi(\mathbf{x}, t) = 0$. La normale intérieure au contour est donnée par :

$$3 \quad \vec{N} = \frac{\nabla \phi(\mathbf{x}, t)}{|\nabla \phi(\mathbf{x}, t)|} \quad (1.7)$$

4 La courbure κ vient aussi naturellement :

$$5 \quad \kappa = \text{div}(\vec{N}) = \text{div} \left(\frac{\nabla \phi(\mathbf{x}, t)}{|\nabla \phi(\mathbf{x}, t)|} \right) \quad (1.8)$$

6 Les ensembles de niveaux permettent aussi d'effectuer des opérations logiques sur des
 7 ensembles telles que le calcul d'union ou d'intersection. On déduit l'équation d'évolution de
 8 $\phi(\mathbf{x}, t)$ en différenciant l'équation (1.5) par rapport au temps t :

$$9 \quad \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega(t), \frac{\partial \phi(\partial\Omega, t)}{\partial t} = \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \quad (1.9)$$

10 Il vient alors :

$$11 \quad \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \left\langle \nabla \phi(\mathbf{x}, t), \frac{\partial \mathbf{x}(t)}{\partial t} \right\rangle = 0 \quad (1.10)$$

12 En décomposant l'expression de $\frac{\partial \mathbf{x}(t)}{\partial t}$ on obtient finalement :

$$13 \quad \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \left\langle \nabla \phi(\mathbf{x}, t), \mathbf{V}_N(\mathbf{x}, t) \vec{N} \right\rangle = 0 \quad (1.11)$$

14 Où $\mathbf{V}_N(\mathbf{x}, t)$ est la vitesse.

15 Il est important de remarquer que la formulation implicite (1.11) s'affranchit de la
 16 paramétrisation curviligne s du contour actif $\partial\Omega(t)$, ce qui posait un problème de stabilité
 17 numérique et de topologie en représentation explicite. La discrétisation de la fonction $\phi(\mathbf{x}, t)$
 18 peut donc se faire sur une grille régulière de pas Δx et Δy (approche Eulérienne). Pour un
 19 contour donné $\partial\Omega(t)$, l'ensemble de niveaux associé revient au calcul de la distance signée à
 20 ce contour (1.6). Pour un ensemble de niveaux donné, si l'on veut retrouver le contour $\partial\Omega(t)$,
 21 il suffit de détecter les passages à zéro de $\phi(\mathbf{x}, t)$. Le contour extrait est alors une
 22 approximation linéaire du véritable contour représenté par $\phi(\mathbf{x}, t)$ (cf. figure 1.3).

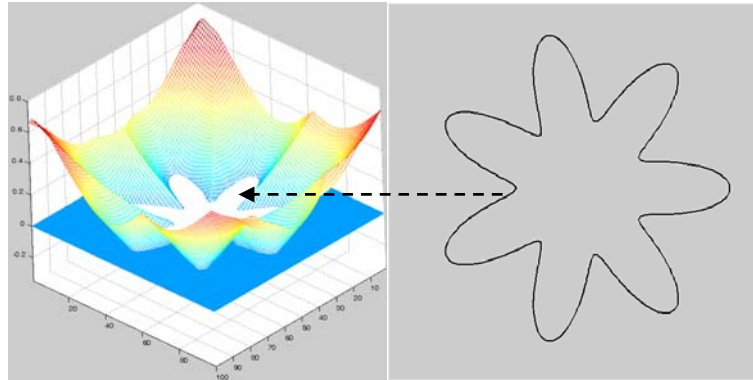


Figure 1.3 : Contour correspondant au niveau zero de la fonction représentée implicitement

Remarques :

- Un ensemble de niveaux n'est pas juste un artifice de calcul permettant de mettre en œuvre différemment l'équation d'évolution d'un contour actif. Un ensemble de niveaux est une représentation intrinsèquement différente de ses homologues explicites, qui par conséquent aboutit à une résolution numérique itérative.
- La représentation implicite présente une perte d'information spatiale par rapport à la représentation explicite. Alors qu'il est possible de savoir si l'on est situé sur le contour (niveau zéro), il est en revanche impossible de déterminer où on se situe sur ce dernier. Le problème est dual, la relation d'ordre entre les points du contour est perdue. Les points permettent la localisation sur le contour puisqu'ils sont organisés sous forme d'une séquence ordonnée. Cependant la connaissance de la distance de n'importe quel pixel de l'image au contour n'est pas directe.
- Une représentation explicite permet de modéliser des contours fermés ou ouverts. Il est plus difficile de traiter les contours ouverts dans le cas d'une représentation implicite (ensemble de niveaux).
- Enfin, la complexité des schémas numériques des méthodes basées sur le concept d'ensemble de niveaux est plus grande que les méthodes explicites.

D'autres auteurs ont proposé de modifier l'énergie du contour actif ou la longueur de courbe par rapport à l'intensité des gradients dans une image (descripteur de contraste), alors la nouvelle énergie est de la forme :

$$E(\partial\Omega) = E_{contour}(\partial\Omega) + \lambda E_{image}(\partial\Omega, \Omega) \quad (1.12)$$

$$E_{image}(\partial\Omega) = - \int_{\partial\Omega} |\nabla I(\mathbf{x})|^2 da(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega} k_c(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x})$$

Où λ est une constante de pondération et $k_c(\mathbf{x}, \partial\Omega) = -|\nabla I(\mathbf{x})|^2$.

Le calcul des équations d'Euler-Lagrange donne l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)\kappa\bar{N} + \langle \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega), \bar{N} \rangle \bar{N} + 2\lambda Hess(I(\mathbf{x})) \cdot \nabla I(\mathbf{x}) \quad (1.13)$$

avec $\nabla I(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right)^t$ gradient de l'image au point $\partial\Omega(s)$, et $Hess(I(\mathbf{x}))$ est le Hessian de

l'image I au point (x, y) :

$$Hess(I(\mathbf{x})) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

Une évolution selon l'équation (1.13) est montrée sur la figure 1.4. L'image représente un objet homogène de couleur clair sur un fond noir. La courbe initiale se déforme pour venir délimiter l'objet recherché.

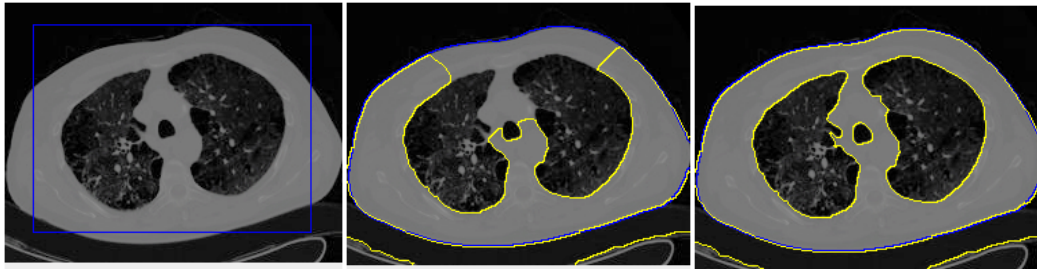


Figure 1.4 : Segmentation d'un objet. Le contour initial est un carré placé autour de l'objet.

Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas.

Bien que les CAG sont abondamment utilisés pour la segmentation d'images, les contours actifs basés contours possèdent de nombreux problèmes limitant leurs domaines d'applications à des images relativement simples. Le principal inconvénient est le caractère purement local de l'information utilisée pour mouvoir le contour actif. Cela a pour effet de devoir initialiser le contour actif très proche de l'objet que l'on désire segmenter. Le descripteur couramment choisi pour ce genre de contours actifs est le module du gradient de l'image. Ainsi, si tout ou partie du contour actif se retrouve dans des zones de luminance

1 homogène, dépourvues de gradient élevé, le contour ne sera gouverné par aucune force
 2 externe. Enfin, l'autre problème du caractère local de l'information de frontière est la
 3 sensibilité au bruit de l'image. Le descripteur contour étant calculé localement, les voisinages
 4 considérés sont petits devant la taille de l'image et sont ainsi largement influencés par le bruit.
 5 Filtrer l'image est toujours une solution pour réduire ce problème, cependant, le filtrage a
 6 pour effet de délocaliser les bords de l'objet d'intérêt, rendant la segmentation imprécise.
 7 Pour palier le problème de la sensibilité à l'initialisation des contours actifs basés sur
 8 l'information de frontière, Cohen *et al.* [17] propose d'ajouter une force artificielle de
 9 gonflage ou rétraction visant à mener le contour actif sur les bords de l'objet à segmenter.
 10 Ceci est équivalent à ajouter une constante ν dans l'équation d'évolution des contours
 11 géométriques ou géodésiques.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)(\kappa + \nu)\bar{N} + \langle \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega), \bar{N} \rangle \bar{N} \quad (1.15)$$

13 Où ν est une constante.

14 En fonction du signe de ν , le contour actif s'étend ou se rétracte selon sa normale [18]. Le
 15 choix du signe se révèle ainsi critique car il nécessite la connaissance a priori de la
 16 localisation de l'objet à extraire par rapport à l'état initial du contour C_0 . Le cas où le contour
 17 actif est partiellement à l'intérieur et l'extérieur de l'objet à segmenter est aussi
 18 problématique.

19 Afin de rendre l'information de gradient de l'image non locale, Xu *et al.* [87] proposent un
 20 nouveau descripteur « champ vecteur ». Soit (\mathbf{u}, \mathbf{v}) les composantes du champ vecteur, le
 21 descripteur a l'expression suivante :

$$k_{GVF}(\mathbf{x}) = \mu_{GVF}(\mathbf{u}_x^2 + \mathbf{u}_y^2 + \mathbf{v}_x^2 + \mathbf{v}_y^2) + |\nabla f_{GVF}|^2 |(\mathbf{u}, \mathbf{v}) - \nabla f_{GVF}|^2 \quad (1.16)$$

23 Où f_{GVF} est le module normalisé du gradient d'une image I .

24 Le premier terme de l'équation (1.16) est relatif à l'allure du champ (\mathbf{u}, \mathbf{v}) . Pour les faibles
 25 valeurs du gradient de l'image, ce terme est prédominant et régularise (\mathbf{u}, \mathbf{v}) . A contrario,
 26 pour les fortes valeurs du gradient de l'image, le second terme d'attache aux données impose
 27 à (\mathbf{u}, \mathbf{v}) à ressembler au gradient de l'image ∇I . Toujours dans [87], les auteurs proposent de

1 déduire le flux de vecteur gradient (Gradient Vector Flow : GVF) (\mathbf{u}, \mathbf{v}) à partir d'une
 2 descente de gradient minimisant E_{GVF} :

$$3 \quad \begin{cases} \mathbf{u}_t = \mu_{GVF} \Delta \mathbf{u} - (\mathbf{u} - I_x) |\nabla I|^2 \\ \mathbf{v}_t = \mu_{GVF} \Delta \mathbf{v} - (\mathbf{v} - I_y) |\nabla I|^2 \end{cases} \quad (1.17)$$

4 Où μ_{GVF} est une constante positive.

5 La diffusion de l'information de gradient se fait par la minimisation de la fonctionnelle :

$$6 \quad E_{GVF}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} k_{GVF}(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} \quad (1.18)$$

7 Le GVF ainsi obtenu peut être intégré dans la formulation du modèle des contours actifs
 8 représenté implicitement.

9 Paragios *et al.* [64] ont proposé de combiner le descripteur GVF [87] et les contours actifs
 10 géométriques afin de permettre une évolution bi-directionnelle, sans information a priori et
 11 peu dépendante de l'emplacement des courbes des contours initiaux (les conditions initiales).

12 Un GVF est un champ de vecteurs qui permet de capturer les frontières des objets d'un côté
 13 ou de l'autre et de gérer les régions concaves. Ce champ de vecteurs $\vec{u}(\mathbf{x}) = (\mathbf{u}(\mathbf{x}), \mathbf{v}(\mathbf{x}))$ est
 14 intégré aux contours actifs au niveau de l'équation d'évolution :

$$15 \quad \frac{\partial C}{\partial t} = k_b(\mathbf{x}) \left(\kappa + \lambda \left\{ (1 - |Hess(\mathbf{x})|) \vec{u}(\mathbf{x}) \vec{N} + Hess(\mathbf{x}) \right\} \right) \vec{N} \quad (1.19)$$

16 En l'absence de frontières, la courbe C se propage donc selon un terme de courbure κ pour
 17 la régularité et le produit scalaire entre le champ de vecteurs $\vec{u}(\mathbf{x})$ et le vecteur normal \vec{N} . Le

18 Hessien $Hess(\mathbf{x}) = sign(u(\mathbf{x}) \vec{N}) e^{-\delta |u(\mathbf{x}) \vec{N}|}$ est ajouté afin de permettre une propagation lorsque
 19 le champ de vecteur est orthogonal au vecteur normal et peut être vue comme une force de
 20 ballon adaptative. Ce modèle permet de propager la courbe C vers l'intérieure ou l'extérieure
 21 et permet donc d'être moins sensible à l'emplacement des courbes initiales. Cependant, le
 22 descripteur GVF a quelques inconvénients, en particulier le coût élevé, la sensibilité au bruit,
 23 la sensibilité aux paramètres et les relations entre les paramètres et l'image.

24 Siddiqi *et al.* [79] ont ajouté un nouveau descripteur issu de la pondération du descripteur
 25 contour par une fonction d'aire. Ils proposent un descripteur de la
 26 forme $k_{air}(\mathbf{x}, \Omega) = \frac{1}{2} div[\mathbf{x}^T k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)]$. L'énergie du contour actif est alors de la forme :

$$\begin{aligned}
 E(\partial\Omega) &= \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) + \lambda \int_{\Omega} k_{air}(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} \\
 1 \quad E(C) &= \int_0^{Long(C)} g(|\nabla I|) - \frac{\lambda}{2} \int_0^{Long(C)} g(|\nabla I|) \langle C, \vec{N} \rangle \quad (1.20) \\
 &= \underbrace{\int_0^1 g(|\nabla I|) |C'(s)| ds}_{E_{contour}(C)} - \lambda \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^1 \left\langle C, \begin{bmatrix} y_s \\ x_s \end{bmatrix} \right\rangle ds}_{E_{air}(C)}
 \end{aligned}$$

2 Où λ est un paramètre de pondération entre les deux descripteurs. Le
 3 descripteur $k_{air}(\mathbf{x}, \Omega)$ renforce la force d'attraction attirant les courbes des contours actifs vers
 4 les frontières de l'objet à segmenter. Par la méthode descente de gradient, on obtient
 5 l'équation d'évolution :

$$6 \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \{k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)\kappa - \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) + \lambda k_{air}(\mathbf{x}, \Omega)\} \vec{N} \quad (1.21)$$

7 Gil *et al.* [41] ont proposé un descripteur des distances ($D(\mathbf{x})$) en utilisant le flux de
 8 courbure moyenne modifié pour attirer les courbes des contours actifs vers les frontières de
 9 forme concave. L'idée principale est de faire évoluer les frontières de l'objet selon le flux de
 10 courbure jusqu'à ce qu'elles ne soient plus concaves. La propagation intérieure ou extérieure
 11 est respectivement définie par un flot monotone non négatif ou non positif tel que
 12 $f_t = \max(\kappa, 0)\vec{N}$. Le descripteur des distances $D(\mathbf{x})$ est alors obtenu après rétropropagation
 13 de la frontière correspondante au vecteur de courbure, $-\nabla D(\mathbf{x})$. Le Flux de Vecteur
 14 Courbure (Courbure Vector flow) est alors :

$$15 \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \lambda k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)\kappa \vec{N} - (1 - \lambda) \langle \nabla D(\mathbf{x}), \vec{N} \rangle \vec{N} \quad (1.22)$$

16 Notons que le descripteur a été appliqué avec succès pour la segmentation d'un objet simple.

17 Le Guyader *et al.* [54] ont introduit des contraintes géométriques dans le modèle des contours
 18 actifs à l'aide de la fonction distance d définie par:

$$19 \quad \begin{cases} \forall \mathbf{x} \in \Omega_I, d(\mathbf{x}) = d(\mathbf{x}, S_{data}) = \inf_{\mathbf{y} \in S} |\mathbf{y} - \mathbf{x}| \\ d(\mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x} \in S_{data} \end{cases} \quad (1.23)$$

1 Où S_{data} est l'ensemble des points de contrôles. Ces auteurs ont proposé de modifier le
 2 descripteur contour $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) = g(|\nabla I(C)|)$ en le pondérant par la contrainte de distance
 3 $d(\mathbf{x}, S_{data})$, l'énergie du nouveau modèle est de la forme :

$$\begin{aligned}
 4 \quad E(C) &= \int_0^1 d(\mathbf{x}, S) g(|\nabla I(C)|) |C(s)| ds \\
 &= \int_{\partial\Omega} d(\mathbf{x}, S) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x})
 \end{aligned}
 \tag{1.24}$$

5 Le nouveau descripteur $k_{dist}(\mathbf{x}, \partial\Omega) = d(\mathbf{x}, S) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ cherche à localiser la courbe $\partial\Omega$ sur
 6 les points de gradient maximal ($k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \rightarrow 0$) tout en approchant au mieux la distance
 7 ($d(\mathbf{x}, S) \rightarrow 0$). Cette distance est calculée entre les points de contrôle et les points de la
 8 courbe du contour actif. La descente de gradient à l'énergie donne :

$$9 \quad \frac{\partial C}{\partial t} = -k_{dist}(\mathbf{x}, \partial\Omega) \kappa \vec{N} + \langle \nabla k_{dist}(\mathbf{x}, \partial\Omega), \vec{N} \rangle \vec{N}
 \tag{1.25}$$

10 D'autres améliorations ont été apportées sur le descripteur contour. Bloch *et al.* [91] ont
 11 modifié le descripteur en intégrant une contrainte locale. Cette contrainte locale est définie par
 12 un descripteur intégrant des relations spatiales. Ils proposent de définir les relations spatiales
 13 en calculant les distances entre les frontières des objets et la courbe du contour actif par :

$$14 \quad k_{fuzzy}(\mathbf{x}, \partial\Omega) = \left(1 - \frac{\mu(\Omega)}{|\mu(\Omega)|} \right) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)
 \tag{1.26}$$

15 Où $\mu(\Omega)$ est la fonction d'appartenance qui définit les relations spatiales. L'intérêt de ce
 16 descripteur est d'attirer le contour actif vers les frontières des objets. La segmentation
 17 résultante est fortement dépendante de la fonction d'appartenance. Cette dernière définie
 18 explicitement le voisinage près et le voisinage loin de l'objet recherché.

19 Magnin *et al.* [92] ont proposé un descripteur de forme géométrique pour segmenter les
 20 images échographique. Ils ont ajouté au descripteur contour un nouveau descripteur de forme
 21 géométrique pour contraindre l'évolution du contour actif vers des structures bien spécifique.

22 D'autres améliorations ont été apportées sur le modèle des contours actifs notamment en
 23 intégrant des connaissances a priori sur la forme géométrique de l'objet à segmenter ou/et sur
 24 l'intensité des niveaux de gris contenue dans l'image [67].

1 Sundaramoorthi *et al.* dans [93], présentent un nouveau paradigme pour la résolution du
 2 problème du contour actif en exprimant le flot de gradient dans le cadre d'une métrique de
 3 Sobolev. Les auteurs proposent le contour actif de Sobolev rapide pour la poursuite d'un seul
 4 objet en mouvement. Cependant la préservation de la topologie de l'objet à segmenter est très
 5 difficile. Aisni, la segmentation d'un ensemble d'objets fait intervenir un ensemble de
 6 modèles de contours actifs de Sobolev.

7 L'ensemble des modèles cités précédemment utilisent pour les descripteurs contours une
 8 information locale qui ne permet pas de s'affranchir des minimums locaux. **Ceci est dû à la**
 9 **non convexité du problème de segmentation.**

10 **1.2 Approches Régions et ses dérivés**

11
 12 L'un des défauts des contours actifs géodésiques concerne la minimisation de l'énergie et en
 13 particulier la sensibilité aux minimums locaux. Cohen *et al.* [16] suggèrent d'utiliser une
 14 approche de chemin minimal pour trouver un minimum global de l'énergie entre deux points.
 15 L'énergie est définie de manière intrinsèque par :

$$16 \quad E_{\text{potentiel}}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} \tilde{k}_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) \quad (1.27)$$

$$17 \quad \tilde{k}_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) = k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) + k_p$$

18 Où le potentiel $\tilde{k}_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ s'écrit comme la somme d'un potentiel classique $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ qui
 19 dépend de l'image et d'une constante $k_p > 0$. Une surface d'action minimale U_0 est calculée à
 20 partir d'un point de départ $p_0 = \partial\Omega(0)$ tel que :

$$21 \quad U_0(p) = \min_{\partial\Omega(\text{Long})=p} \left(\int_{\partial\Omega} \tilde{k}_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) \right) \quad (1.28)$$

22 Où *Long* est la longueur du contour. Les auteurs présentent trois méthodes pour calculer cette
 23 surface d'action minimale :

- 24 1. Celle mettant en œuvre une technique de marche rapide « Fast Marching » introduite
 25 par Sethian [75].
- 26 2. La solution par chemin minimal entre deux points p_0 et p_1 .
- 27 3. Enfin, une méthode utilisant les points de selle "Saddle point" de U_0 .

28 Alors que la plupart des énergies s'écrivent comme l'intégrale d'une fonction sur un contour,
 29 Cohen *et al.* [16] introduisent une énergie faisant intervenir des intégrales sur des régions

1 dans le cadre de la reconstruction de surface. Les auteurs définissent une énergie qui dépend
 2 de la surface à reconstruire u et de la frontière séparant les deux régions :

$$3 \quad E(\partial\Omega) = E_{contour}(\partial\Omega) + E_{image}(u, \Omega) + E_{potentiel}(\partial\Omega) \quad (1.29)$$

$$4 \quad E_{image}(u, \Omega) = \int_{\partial\Omega} (u - u_0)^2 da(\mathbf{x}) + \int_{\Omega} (u_0 - I)^2 d\mathbf{x} + \int_{\Omega_I \setminus \Omega} (u - I)^2 d\mathbf{x} + \lambda^2 \int_{\Omega_I \setminus \Omega} |\nabla u|^2 d\mathbf{x}$$

$$5 \quad E_{potentiel}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_{potentiel}(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x})$$

6

7 Où I est l'image considérée, u_0 est la moyenne des niveaux de gris à l'intérieure de la courbe
 8 du contour C et $k_{potentiel}$ est un descripteur d'attraction défini par :

$$9 \quad k_{potentiel}(\mathbf{x}, \partial\Omega) = \frac{|\nabla I(\partial\Omega) \cdot \nabla(|\nabla I(\partial\Omega)|)|^2}{|\nabla I(\partial\Omega)|} \quad (1.30)$$

10 L'énergie est minimisée successivement par rapport à la courbe $\partial\Omega$ et par rapport à la surface
 11 u . L'utilisation des intégrales sur les régions permet d'être moins sensible à l'initialisation et
 12 de mieux prendre en compte les données lorsque l'information sur la frontière est insuffisante.
 13 Dans [8], Chan *et al.* introduisent une énergie définie comme l'intégrale sur la région
 14 intérieure ou extérieure au contour. Leur modèle favorise l'homogénéité des niveaux de gris
 15 des pixels à l'intérieur et à l'extérieur du contour. En plus d'une énergie géométrique
 16 composée d'un terme de longueur et d'un terme d'aire, ils définissent leur énergie image
 17 comme :

$$18 \quad \begin{aligned} E_{image}(C) &= \lambda_1 \int_{\Omega} k_{in}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \lambda_2 \int_{\Omega} k_{out}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ k_{in}(\mathbf{x}) &= |I - c_{in}|^2 \\ k_{out}(\mathbf{x}) &= |I - c_{out}|^2 \end{aligned} \quad (1.31)$$

19 Où I est l'image considérée et $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$ sont des paramètres fixés. Les constantes c_{in}
 20 (moyenne à l'intérieure) et c_{out} (moyenne à l'extérieure) sont calculées à chaque étape de
 21 l'évolution, pour la courbe C fixée. Ils étendent également leur modèle à des images
 22 vectorielles (couleur, hyperspectrales, . . .) [9]. L'intérêt de ces modèles est qu'ils permettent
 23 de détecter des objets dont le contour n'est par forcément bien défini par un fort gradient.

24 Paragios *et al.* [65] introduisent la notion de régions actives géodésiques pour segmenter les
 25 images. L'énergie proposée est non seulement composée de descripteur "contour" prenant en

1 compte les propriétés des frontières, mais aussi de descripteur “régions”, qui maximisent la
 2 probabilité de la segmentation a posteriori. L'énergie à minimiser s'écrit :

$$\begin{aligned}
 3 \quad E(\Omega, \Omega_{in}, \Omega_{out}) = & \lambda \left\{ \int_{\Omega_{in}} k_{bsi}(x, \Omega_{in}) d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} k_{bso}(x, \Omega_{out}) d\mathbf{x} \right\} \\
 & + (1 - \lambda) \int_{\partial\Omega} k_{bs}(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x})
 \end{aligned} \quad (1.32)$$

4 Où $\lambda \in [0, 1]$ est un paramètre de réglage.

5 La minimisation de la fonctionnelle d'énergie (1.32) par le calcul de la méthode de la
 6 descente du gradient produit l'équation d'évolution suivante :

$$7 \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \left[\underbrace{\lambda \{k_{bsi}(\mathbf{x}, \Omega_{in}) - k_{bso}(\mathbf{x}, \Omega_{out})\}}_{\text{Force basée-région}} + \underbrace{(1 - \lambda) \{k_{bs}(\mathbf{x}) \kappa - \nabla k_{bs}(\mathbf{x}) \vec{N}\}}_{\text{Force basée-contour}} \right] \vec{N} \quad (1.33)$$

8 $k_{bsi}(\mathbf{x}, \Omega_{in})$: descripteur region probabiliste pour qu'un pixel soit situé à l'intérieur de
 9 l'objet.

10 $k_{bso}(\mathbf{x}, \Omega_{out})$: descripteur region probabiliste pour qu'un pixel n'appartient pas à l'objet.

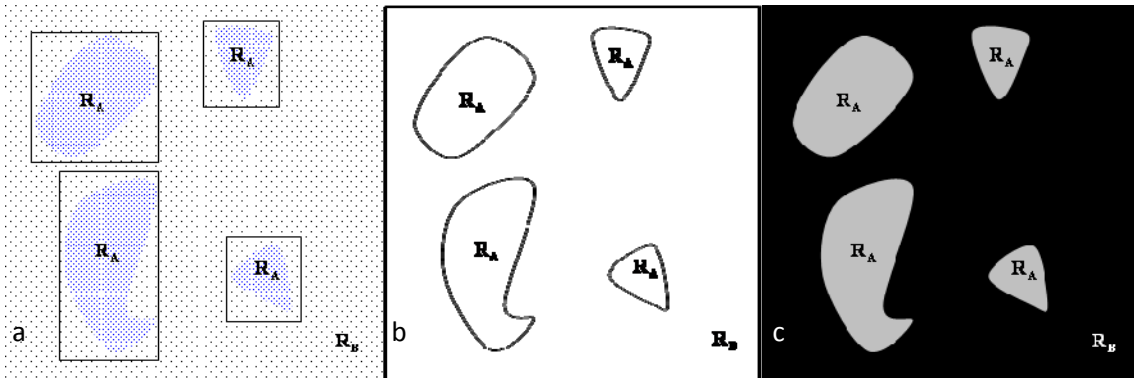
11 k_{bs} : descripteur contour probabiliste.

12 Dans le cadre d'ensemble de niveaux le contour actif évolue suivant l'équation donnée par :

$$\begin{aligned}
 13 \quad \phi_t(\mathbf{x}) = & \lambda \{k_{bsi}(\mathbf{x}, \Omega_{in}) - k_{bso}(\mathbf{x}, \Omega_{out})\} |\nabla \phi(\mathbf{x})| \\
 & + (1 - \lambda) \left\{ k_{bs}(\mathbf{x}) \kappa - \nabla k_{bs}(\mathbf{x}) \cdot \frac{\nabla \phi(\mathbf{x})}{|\nabla \phi(\mathbf{x})|} \right\} |\nabla \phi(\mathbf{x})|
 \end{aligned} \quad (1.34)$$

14 Ces descripteurs probabilistes permettent donc de prendre en compte les propriétés des
 15 régions ils ont été appliqués avec succès à la segmentation supervisée d'images texturées (cf
 16 figure 1.4) et à la détection et le suivi d'objets animés [64, 66].

17



18

1 **Figure 1.4** : Segmentation d'objets. a) Les contours initiaux sont placés autour des objets c) les objets texturés
 2 segmentés.

3

4 Jehan-Besson *et al.* [44], introduisent un cadre très général pour les contours actifs basés
 5 contours et régions. Dans le cas de N régions $\Omega_i, i = 1, \dots, N$ à segmenter, ils considèrent que
 6 l'énergie du contour actif est un critère énergétique de la forme :

$$7 \quad E\left(\partial\Omega, \cup_i^N \Omega_i\right) = E_{\text{contour}}(\partial\Omega) + E_{\text{région}}\left(\cup_i^N \Omega_i\right) \quad (1.35)$$

$$8 \quad E_{\text{contour}}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\partial\Omega(s)) ds = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x})$$

$$9 \quad E_{\text{région}}\left(\cup_i^N \Omega_i\right) = \sum_{i=1}^N E_{\text{région}}(\Omega_i) = \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} k_i(\mathbf{x}, \Omega_i) d\mathbf{x}$$

10 Où Ω_i le domaine de l'image est constitué des régions Ω_i qui représentent les objets à
 11 détecter, et $C = \partial\Omega$ est une courbe qui définit les frontières entre les différentes régions.

12 $k_i(\mathbf{x}, \Omega_i)$, $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)$, sont respectivement les descripteurs régions et contour. Jehan-Besson

13 *et al.* proposent une formulation pour la dérivation de ce critère énergétique et calculent ainsi

14 l'équation d'évolution pour le contour. Le descripteur d'une région $k_i(\mathbf{x}, \Omega_i)$ est souvent une

15 quantité statistique telle que la moyenne, la variance, la texture ou l'histogramme de cette

16 même région. La fonctionnelle d'énergie construite à partir de tels descripteurs $k_i(\mathbf{x}, \Omega_i)$ est

17 alors une intégrale sur les régions $\Omega_i(t)$ délimitée par la courbe C . Optionnellement, il est

18 possible d'ajouter une composante basée frontière au descripteur $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ soit pour introduire

19 un terme de régularisation, soit pour insérer un terme d'attache aux descripteurs régions.

20 Les travaux de Rousson *et al.* [104, 103] prolongent ceux de Paragios *et al.* [67] en les

21 étendant aux images en couleurs et à la segmentation de zones texturées ne répondant plus

22 aux critères Gaussiens. Parallèlement, les travaux de Mumford *et al.* [58] ont permis d'ouvrir

23 une autre branche, plus géométrique, dans le domaine de la segmentation basée sur les

24 régions.

25 **Dans le cadre de notre travail de thèse, nous nous restreignons à la segmentation**
 26 **monophasée d'une image scalaire.**

1 1.2.1 Le modèle de Mumford -Shah (et ses dérivés)

2 En 1985, Mumford *et al.* proposent [58] une méthode de segmentation, applicable à n'importe
 3 quel type d'image. Dans le cadre du traitement des images, l'idée est la suivante : pour une
 4 image I donnée, on cherche une image idéale u homogène par morceaux qui est une
 5 approximation de I . L'image u est une collection de régions homogènes dont les intersections
 6 forment un ensemble B composé de frontières régulières. Les auteurs ont formalisé cette idée
 7 sous la forme de la fonctionnelle suivante :

$$8 \quad E(\partial\Omega) = E_{MS}(\partial\Omega) = \mu \int_{\Omega} k_{région}(\mathbf{x}, \Omega) + \int_{\Omega} |\nabla u|^2 + \nu \int_{\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) \quad (1.36)$$

9 Où : $\mu, \nu \in \mathbb{R}^+$, $k_{région}(\mathbf{x}, \Omega) = (u(\mathbf{x}) - I)^2$ et $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) = k_b(\mathbf{x}) = 1$ est le descripteur contour.

10 Le premier terme de cette fonctionnelle impose à u de ressembler à l'image I . Le second
 11 terme force le descripteur à être homogène à l'intérieure de chaque région (les discontinuités
 12 inter-régions sont préservées). Enfin, le dernier terme impose aux frontières partitionnant
 13 l'image u d'avoir une longueur $\int_{\partial\Omega} da(\mathbf{x})$ minimale. La minimisation de cette fonctionnelle

14 revient donc à trouver l'ensemble des frontières de Ω segmentant l'image I en parties
 15 homogènes. **La fonctionnelle de Mumford-Shah permet simultanément de segmenter et**
 16 **de débruiter une image.**

17 Plus récemment, Chan *et al.* ont appliqué cette technique de segmentation au cas limite de
 18 deux régions, c'est la limite de partition minimale [8]. Les auteurs réduisent u à la moyenne
 19 de I à l'intérieure et à l'extérieure de la région Ω . Cette simplification « cartoon limit » [40]
 20 restreint u à être constante et non homogène par morceaux. L'expression de la fonctionnelle
 21 d'énergie E_{CV} sous forme d'ensemble de niveaux revient alors à:

$$22 \quad E(\partial\Omega, \Omega) = E_{CV}(\partial\Omega, \Omega) = E_{contour}(\partial\Omega) + E_{région}(\Omega) \quad (1.37)$$

$$23 \quad E_{contour}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) da(\mathbf{x})$$

$$24 \quad E_{région}(\Omega) = \int_{\Omega_{in}} \underbrace{(I - c_{in})^2}_{k_{in}(\mathbf{x}, \Omega_{in})} d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} \underbrace{(I - c_{out})^2}_{k_{out}(\mathbf{x}, \Omega_{out})} d\mathbf{x}$$

25

26 Les quantités c_{in} et c_{out} étant par définition la moyenne des pixels de l'image I à l'intérieur et
 27 l'extérieur du contour actif à un instant t :

$$c_{in} = \frac{\int_{\Omega_{in}} I(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{in}} d\mathbf{x}} \quad (1.38)$$

$$c_{out} = \frac{\int_{\Omega_{out}} I(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{out}} d\mathbf{x}} \quad (1.39)$$

La minimisation de la fonctionnelle de l'équation (1.37) par la méthode de gradient de forme produit l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \{k_{in}(\mathbf{x}, \Omega_{in}) - k_{out}(\mathbf{x}, \Omega_{out}) + k_b(\mathbf{x})\kappa\} \vec{N} \quad (1.40)$$

Cette approche permet une segmentation moins sensible à l'emplacement de la courbe d'initialisation du contour actif comparé aux approches basées frontières. C'est aussi une méthode facile à implanter et relativement peu coûteuse en temps de calcul. Cependant, ce modèle restreint la segmentation aux objets constants par morceaux (cf figure 1.5).



Figure 1.5 : Exemple d'une image définie par morceaux ; ici 3 morceaux.

Il est néanmoins possible de s'éloigner de cette hypothèse si l'objet d'intérêt se démarque sensiblement du fond de l'image.

Chan *et al.* ont par la suite introduit dans [8] une simplification moins drastique de l'image u en l'autorisant à être homogène par morceaux. Les valeurs de u dépendent désormais de la position des pixels \mathbf{x} et de l'appartenance à l'intérieure ou l'extérieure de la région délimitée par le contour actif :

$$I(\mathbf{x}) = \begin{cases} c_{in} & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_{in} \\ c_{out} & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_{out} \end{cases} \quad (1.41)$$

2

 3 Où Ω_{in} est la région intérieure du contour et Ω_{out} la région extérieure.

 4 La fonctionnelle d'énergie de Mumford-Shah E_{MS} devient alors :

$$E(\partial\Omega) = E_{MS}(\partial\Omega) = E_{contour}(\partial\Omega) + E_{région}(\Omega) \quad (1.42)$$

6

$$E_{contour}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) da(\mathbf{x})$$

7

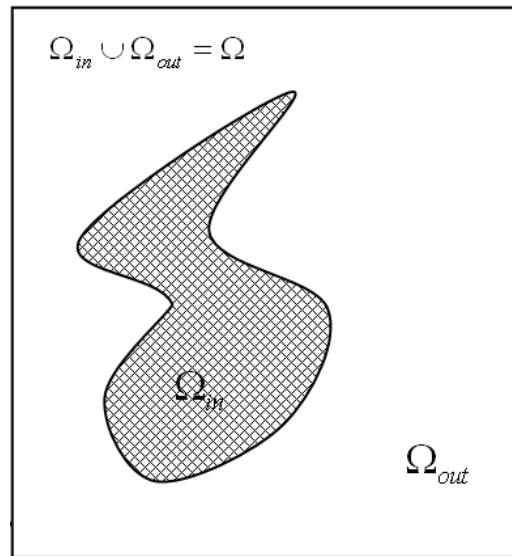
$$E_{région}(\Omega) = \int_{\Omega_{in}} \underbrace{|I - c_{in}|^2}_{k_{in}(\mathbf{x}, \Omega_{in})} d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} \underbrace{|I - c_{out}|^2}_{k_{out}(\mathbf{x}, \Omega_{out})} d\mathbf{x} + \mu \int_{\Omega_{in}} \underbrace{|\nabla c_{in}|}_{k_{rin}(\mathbf{x}, \Omega_{in})} d\mathbf{x} + \mu \int_{\Omega_{out}} \underbrace{|\nabla c_{out}|}_{k_{rou}(\mathbf{x}, \Omega_{out})} d\mathbf{x}$$

8

 9 Où $k_{rin}(\mathbf{x}, \Omega_{in})$ et $k_{rou}(\mathbf{x}, \Omega_{out})$ sont les descripteurs de régularisation.

 10 En dérivant l'équation (1.42) respectivement par rapport à c_{in} , c_{out} et Ω , les auteurs déduisent

 11 les équations d'évolution de l'image idéale I et du contour actif implicitement représenté

 12 par ϕ .


13

14

Figure 1.6 : Partition d'une image en régions.

15

 16 Dans une approche différente, Tsai *et al.* estiment c_{in} et c_{out} grâce à la théorie stochastique de
 17 l'optimisation [117].

 18 Teboul *et al.* [137] renforcent la segmentation par le couplage entre le descripteur régions et
 19 le filtrage variationnel. Les régions à segmenter sont filtrées localement pour renforcer

1 l'homogénéité locale du descripteur. Le descripteur est calculé itérativement et introduit une
2 information locale dans l'expression du descripteur global.

3 **1.2.2 Approche bayésienne (et ses dérivés)**

4 Nous rappelons la formulation du Maximum A Posteriori (MAP) exprimée dans [45] et ses
5 liens avec des travaux antérieurs aussi basés sur une approche Bayésienne. Soit $p(P(\Omega)|I)$ la
6 probabilité d'obtenir une partition $P(\Omega)$ de l'image pour une image I donnée. Ω est le
7 domaine de l'image composé de plusieurs régions adjacentes. Dans le cas simple, nous
8 considérons que Ω est composé de deux régions notées respectivement $\Omega_{in}, \Omega_{out}$ $\Omega = \Omega_{in} \cup \Omega_{out}$
9 et $\Omega_{in} \cap \Omega_{out} = \emptyset$. Une segmentation optimale de l'image est réalisée lorsque cette probabilité
10 est maximisée. Selon la formule de Bayes, cette probabilité s'exprime sous la forme :

$$11 \quad p(P(\Omega)|I) = \frac{p(I|P(\Omega))}{p(I)} \quad (1.43)$$

12 avec $p(I)$: probabilité d'observer une réalisation de l'image I . $p(P(\Omega)|I)$ est la probabilité
13 d'obtenir une partition $P(\Omega)$ de l'image parmi toutes les partitions possibles. $p(I|P(\Omega))$ est
14 la probabilité d'obtenir une image I pour une partition $P(\Omega)$ connue a priori. Pour le problème
15 de segmentation à partir d'une seule image, la probabilité d'observation d'une réalisation I de
16 l'image est constante. Ainsi, l'équation (1.41) revient à :

$$17 \quad p(P(\Omega)|I) \propto p(I|P(\Omega))p(P(\Omega)) \quad (1.44)$$

18

19 Dans [105, 103], Rousson intègre dans $p(P(\Omega))$ une connaissance a priori sur la forme des
20 partitions optimales à obtenir. Ce terme permet de régulariser le contour actif s'il dépend de la
21 longueur $L(C)$ de ce dernier :

$$22 \quad p(P(\Omega)|I) \propto e^{-E_{contour}(C)} \quad (1.45)$$

23 Maximiser la probabilité (1.45) revient bien à trouver une partition de longueur minimale.

24 Dans [66, 68], N. Paragios considère $p(P(\Omega))$ constante. Il ajoute à la fonctionnelle basée
25 région dérivée du MAP le terme basé frontière des contours géodésiques qui comporte un

1 terme diffuseur et régularisateur. Le calcul de $p(P(\Omega)|I)$ requiert quelques hypothèses pour
 2 être mené à bien :

- 3 • Les régions de la partition optimale ne sont pas corrélées :

$$4 \quad \underbrace{\log\left(\frac{1}{p(I|P(\Omega))}\right)}_{k_{prob}(\mathbf{x},\Omega)} = \log\left(\frac{1}{p(I|P(\Omega_{in}, \Omega_{out}))}\right) = \underbrace{\log\left(\frac{1}{p(I|P(\Omega_{in}))}\right)}_{k_{prob}(\mathbf{x},\Omega_{in})} + \underbrace{\log\left(\frac{1}{p(I|P(\Omega_{out}))}\right)}_{k_{prob}(\mathbf{x},\Omega_{out})} \quad (1.46)$$

5
 6 Cette hypothèse est raisonnable puisque le but de la segmentation est de séparer des régions
 7 de l'image dont les propriétés sont différentes.

- 8 • En revanche, l'hypothèse suivante est plus forte et restrictive : les pixels d'une même
 9 région sont indépendants et ont la même probabilité d'être observés. Cette hypothèse
 10 est mise en défaut dans des zones texturées, ou à motifs périodiques, où il existe une
 11 interaction locale entre les pixels. Alors la probabilité d'obtenir I pour une partition a
 12 priori $P(\Omega)$ devient :

$$13 \quad p(I|P(\Omega)) = \prod_{x \in \Omega_{in}} p(I(x)|P(\Omega_{in})) \prod_{x \in \Omega_{out}} p(I(x)|P(\Omega_{out})) \quad (1.47)$$

14
 15 La maximisation peut être reformulée sous la forme de la minimisation de l'énergie suivante :

$$16 \quad E_{shape}(\Omega) = \int_{\Omega} k_{prob}(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} \quad (1.48)$$

$$17 \quad k_{prob}(\mathbf{x}, \Omega) = \log\left(\frac{1}{p(P(\Omega)|I)}\right)$$

18 En remplaçant les expressions de l'équations (1.43) dans (1.45). L'énergie du CAG donnée
 19 par l'équation (1.48) est mise sous la forme :

$$20 \quad E_{shape}(\Omega) = - \int_{\Omega_{in}} k_{prob}(\mathbf{x}, \Omega_{in}) d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} k_{prob}(\mathbf{x}, \Omega_{out}) d\mathbf{x} + E_{contour}(\Omega) \quad (1.49)$$

$$21 \quad E_{shape}(\Omega) = - \int_{\Omega_{in}} k_{prob}(\mathbf{x}, \Omega_{in}) d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} k_{prob}(\mathbf{x}, \Omega_{out}) d\mathbf{x} + \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \Omega) da(\mathbf{x})$$

22
 23 Dans [66, 68], les auteurs supposent que les descripteurs probabilistes suivent des lois
 24 normales dont les seuls paramètres sont la moyenne c et la variance σ^2 calculées sur Ω :

$$p(I(\mathbf{x})|c, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(I(\mathbf{x})-c)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.50)$$

Dans [66, 68], les paramètres des distributions Gaussiennes sont connus à l'avance par un processus supervisé. Ces paramètres sont calculés dynamiquement au cours des itérations du contour actif, l'expression de la fonctionnelle d'énergie ne provient pas du MAP mais de la description de longueur minimale (Minimum Description Length : MDL).

Avec l'hypothèse d'une distribution Gaussienne, et en représentant le contour actif dans le cadre d'ensemble des niveaux, la fonctionnelle d'énergie devient :

$$E(\Omega) = E_{contour}(\partial\Omega) + E_{Bayes}(\Omega) \quad (1.51)$$

$$E_{contour}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) da(\mathbf{x})$$

$$\begin{aligned} E_{Bayes}(\Omega) &= \int_{\Omega_{in}} \log\left(\frac{1}{p(I(\mathbf{x})|c_{in}, \sigma_{in})}\right) d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} \log\left(\frac{1}{p(I(\mathbf{x})|c_{out}, \sigma_{out})}\right) d\mathbf{x} \\ &= \int_{\Omega_{in}} \frac{(I(x) - c_{in})^2}{2\sigma_{in}} d\mathbf{x} + \int_{\Omega_{out}} \frac{(I(x) - c_{out})^2}{2\sigma_{out}} d\mathbf{x} - \int_{\Omega_{in}} \log(\sqrt{2\pi\sigma_{in}^2}) d\mathbf{x} - \int_{\Omega_{out}} \log(\sqrt{2\pi\sigma_{out}^2}) d\mathbf{x} \end{aligned}$$

Où les variances à l'intérieur et l'extérieur du contour sont par définition :

$$\sigma_{in}^2 = \frac{\int_{\Omega_{in}} (I(\mathbf{x}) - c_{in})^2 d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{in}} d\mathbf{x}}$$

$$\sigma_{out}^2 = \frac{\int_{\Omega_{out}} (I(\mathbf{x}) - c_{out})^2 d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{out}} d\mathbf{x}}$$

L'équation d'évolution du contour actif dérivée de la fonctionnelle d'énergie (1.51) par descente de gradient est alors :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \left\{ k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \kappa + \underbrace{\frac{(I(x) - c_{in})^2}{2\sigma_{in}} - \frac{1}{2} \log(\sigma_{in}^2)}_{k_{in}(\mathbf{x}, \Omega_{in})} - \underbrace{\frac{(I(x) - c_{out})^2}{2\sigma_{out}} - \frac{1}{2} \log(\sigma_{out}^2)}_{k_{out}(\mathbf{x}, \Omega_{out})} \right\} \bar{N} \quad (1.52)$$

1 Les paramètres des distributions Gaussiennes sont évalués à chaque itération par la technique
 2 de maximum de vraisemblance qui revient à la simple estimation de la moyenne et de la
 3 variance.

4 Dans [90], Zhu *et al.* aboutissent à une fonctionnelle similaire à celle de l'équation (1.52) sans
 5 le terme de régularisation. Leur démarche basée sur le MDL occulte cependant les hypothèses
 6 clairement énoncées dans l'approche Bayésienne pour aboutir à ce résultat. On remarque que

7 pour $\sigma_{out}^2 = \sigma_{in}^2 = \frac{1}{2}$, on retrouve le modèle de Mumford-Shah exprimé en équation (1.42) par

8 Chan *et al.*

9 D'autres améliorations ont été apportées sur ce modèle, en particulier Freedman *et al.*[95] et
 10 Jumno *et al.* [96]. ils ont modifié le descripteur bayésien et proposent d'utiliser la divergence
 11 de Kullback-Leibler pour discriminer les probabilités d'un objet et du fond de l'objet. Ils
 12 écrivent l'énergie de leur modèle sous la forme :

$$\begin{aligned}
 E(\Omega_m, \Omega_{out}) = & \nu \int_{\partial\Omega} \underbrace{da(\mathbf{x})}_{k_b(\mathbf{x})} + \underbrace{\int_{\Omega_m} p(P(\Omega_m|I)) \log \left(\frac{p(P(\Omega_m|I))}{p(P(\Omega_{out}|I))} \right) d\mathbf{x}}_{k_{in}(\mathbf{x}, \Omega_m)} \\
 & - \underbrace{\int_{\Omega_{out}} p(P(\Omega_{out}|I)) \log \left(\frac{p(P(\Omega_m|I))}{p(P(\Omega_{out}|I))} \right) d\mathbf{x}}_{k_{out}(\mathbf{x}, \Omega_m)}
 \end{aligned} \tag{1.53}$$

14 Dans [22], Les distributions sont estimées par un **processus non supervisé**, à chaque
 15 itération les distributions sont calculées par un noyau de Parzen.

16 D'autres auteurs ont proposé un autre descripteur à partir de la distance de Bhattacharyya, en
 17 particulier Michalovich *et al.* [97]. ils ont remplacé avantageusement le descripteur proposé
 18 par Freedman *et al.* [43] et proposent de formuler l'énergie de leur modèle sous la forme :

$$E(\Omega_m, \Omega_{out}) = \nu \int_{\partial\Omega} \underbrace{da(\mathbf{x})}_{k_b(\mathbf{x})} + \underbrace{\log \left(\int_{\Omega} \sqrt{p(P(\Omega_m|I)) p(P(\Omega_{out}|I))} d\mathbf{x} \right)}_{E_{région}(\Omega_m, \Omega_{out})} \tag{1.54}$$

20 Une comparaison des deux descripteurs pour la segmentation non supervisée des images
 21 simples et complexes est détaillée dans [97]. **Dans le chapitre 4, nous reviendrons sur cet**
 22 **aspect pour unifier les deux descripteurs et pour donner un descripteur généralisé.**

2. Modélisation de la forme et de l'énergie a priori

Les modèles classiques, présentés en début de ce chapitre, utilisent essentiellement des critères photométriques (contraste, texture). Ainsi, si l'objet à segmenter est altéré par du bruit, des occlusions ou un faible contraste au niveau de ses bords, le résultat est largement influencé par ces artefacts qui dégradent la qualité de l'extraction. Ceci est particulièrement critique pour le cas de certaines images (exemples des images médicales) **qui ont un faible rapport signal sur bruit et présentent des objets dont certaines parties sont occultées**. De ce fait, c'est la communauté en vision par ordinateur qui a été la première et la plus active à résoudre ce problème par l'insertion de connaissances de forme a priori dans le processus de segmentation. La connaissance a priori relative à un objet à segmenter dans une image est multiple. Elle concerne à la fois la radiométrie de l'objet (couleur, luminance), ses propriétés de texture ou sa forme. Dans cette section, nous nous intéressons uniquement à la connaissance a priori de forme. Cette information se limite principalement aux deux termes linéaires invariants par rotation et translation ; la longueur du contour et son aire intérieure. De façon générale, la contrainte de forme est introduite par une métrique permettant de comparer le contour actif en évolution avec la forme a priori. Dans le cadre des **approches variationnelles**, cette métrique est utilisée pour la formulation d'une énergie de contrainte de forme E_{shape} qui est alors ajoutée à celle relative à l'attache aux données:

$$E = E_{contour}(\partial\Omega) + E_{image}(\Omega) + \lambda E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) \quad (1.55)$$

$$E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) = \sum_{n \geq 1} d_i(\mathbf{x}, \Omega_{ref})^2$$

Où E est la fonctionnelle d'énergie globale, E_{image} est l'énergie d'attache aux données et $\lambda \in \mathbb{R}^+$. Nous proposons de décrire les distances exprimées dans E_{shape} en fonction de Ω_{ref} et la façon dont est représenté le contour actif (représentation explicite ou implicite).

La plupart des approches proposées jusqu'à présent se concentrent sur l'extraction d'objets aux formes particulièrement remarquables, comme des structures anatomiques précises dans des images médicales par exemple. Ces méthodes imposent alors au contour final d'être très proche d'une forme de référence donnée "Reference Shape". Cela pose inévitablement de nombreuses questions comme la définition d'une forme de référence, les variations autorisées autour de cette forme, l'invariance aux rotations et aux translations, . . . Beaucoup de

1 méthodes ont cependant été proposées et dans ce qui suit, nous décrivons quelques techniques
2 rentrant dans le cadre orienté contours et orienté régions.

3 **2.1 Modélisation de l'a priori de forme dans le modèle des contours actifs orienté** 4 **contour**

5 Leventon *et al.* [52] représentent les formes par des distances signées au contour et calculent
6 une fonction représentant la forme moyenne à partir d'un ensemble de formes d'entraînement.
7 Ils supposent une distribution gaussienne sur les composantes principales de variation autour
8 de la forme moyenne, et estiment la forme finale notée par ϕ_{ref} à partir de la forme moyenne,
9 de la forme courante et de l'image. Un terme de force, dans la direction de cette forme finale
10 estimée ϕ_{ref} , est rajouté dans l'équation d'évolution qui s'écrit alors :

$$11 \quad \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \lambda_1 \{k_b(\mathbf{x})(\kappa + \nu)\} |\nabla \phi(\mathbf{x}, t)| - \nabla k_b(\mathbf{x}) \cdot \nabla \phi(\mathbf{x}, t) + \lambda_2 \{\phi_{ref} - \phi(\mathbf{x}, t)\} \quad (1.56)$$

12 Où ϕ est une fonction de dimension supérieure représentant la distance signée au contour C à
13 l'instant t (nous reviendrons sur ce point dans le **chapitre 3** avec la méthodologie d'ensemble
14 de niveaux). La première partie de l'équation (1.56) est classique et nous retrouvons les
15 composantes usuelles : le descripteur contour $k_b(\mathbf{x})$, ν est une force « ballon » constante
16 et κ est la courbure au point considéré. La forme finale est estimée à l'aide de la moyenne et
17 de la variance de la forme de référence, ainsi que de la position de la courbe du contour en
18 évolution et de l'image. Les paramètres λ_1 et λ_2 sont utilisés pour équilibrer l'influence du
19 modèle « gradient-courbure » et du modèle sur la forme.

20 **2.2 Modélisation de l'a priori de forme dans le modèle des contours actifs orienté** 21 **régions**

22 Les connaissances a priori de forme peuvent être représentées par le descripteur de forme.
23 L'énergie du contour actif peut s'écrire :

$$24 \quad E(\partial\Omega) = E_{contour}(\partial\Omega) + \lambda E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) \quad (1.57)$$

25 Où E_{shape} est le terme d'énergie regroupant les connaissances a priori de forme géométrique.

26 Dans ce qui suit nous donnons un aperçu général sur les descripteurs de forme introduits pour
27 contraindre l'évolution du contour actif. En fonction de leurs définitions, les descripteurs de

1 forme se divisent en deux grandes classes, les approches non statistiques et les approches
2 statistiques.

3 **2.2.1 Approches non statistiques**

4 **2.2.1.1 Représentation explicite**

5 Foulonneau *et al.* [33] proposent d'utiliser les moments géométriques afin de caractériser la
6 forme du contour actif et celle de la forme de référence. Les auteurs proposent des
7 descripteurs de forme, $\lambda_{p,q}(\Omega_{ref})$, $p + q \leq N$ jusqu'à l'ordre N , invariants aux translations et
8 aux facteurs d'échelle, à l'aide de moments de Legendre normalisés. Ils introduisent un terme
9 d'a priori dans le cadre des régions actives géodésiques [65], fonction de la distance
10 quadratique entre les moments du contour à un instant donné et les moments du contour de
11 référence :

$$12 \quad E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) = \int_{C_{ref}} \sum_{p+q \leq N} \left(\lambda_{p,q}(\Omega) - \lambda_{p,q}(\Omega_{ref}) \right)^2 d\mathbf{x} \quad (1.58)$$

13 Où $\lambda_{p,q}(\Omega)$ est le moment de Legendre normalisé d'ordre (p, q) calculé à l'intérieur de Ω .

14 Une distance portant sur ces moments est ensuite créée pour mesurer l'écart du contour actif à
15 la forme a priori. Afin d'assurer une représentation plus compacte et moins redondante, les
16 moments géométriques sont projetés sur une base orthogonale de polynômes de Legendre.
17 Les paramètres de cette représentation explicite ont l'avantage d'être intrinsèquement
18 invariant par translation et transformation par facteur d'échelle. Le détail de leur extension à
19 l'invariance par rotation, et plus généralement par transformation affine est disponible dans
20 [40]. Comme toute représentation fondée sur l'utilisation d'une base (de Legendre ou
21 Fourier), la troncature de l'ordre de cette dernière est une décision délicate. En effet, pour
22 représenter des formes comportant des singularités (coins), il faut utiliser un ordre élevé pour
23 assurer une approximation de qualité. Ceci est un problème qui augmente la complexité
24 calculatoire et restreint le pouvoir de représentation de ces méthodes explicites.

25 Récemment Nain *et al.* [59], ont proposé une méthode de segmentation pour les vaisseaux
26 faisant intervenir une information a priori sur la forme. Le modèle n'est pas contraint à une
27 forme prédéfinie comme pour les modèles décrits précédemment, mais il est pénalisé lorsqu'il
28 dévie fortement d'une structure tubulaire. L'énergie sur le contour C s'écrit de la manière
29 suivante :

$$E(C) = \int_{\Omega} \underbrace{I(\mathbf{x})}_{k_{r\acute{e}gion}(x,\Omega)} d\mathbf{x} - \nu \int_{\partial\Omega} \underbrace{da(\mathbf{x})}_{k_b(\mathbf{x})} + \underbrace{\int_{\Omega} \gamma^p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}_{E_{shape}} \quad (1.59)$$

Où I est l'image à segmenter, Ω la région intérieure au contour C et γ^p est la mesure du pourcentage de points qui sont à la fois compris dans une boule $B(\mathbf{x}, r)$ de rayon r centrée sur \mathbf{x} et à l'intérieur du contour :

$$\gamma(\mathbf{x}) = \int_{B(\mathbf{x}, r)} \chi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1.60)$$

Avec :

$$\chi(\Omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega \\ 0 & \text{si } \mathbf{x} \notin \Omega \end{cases} \quad (1.61)$$

Si l'on considère une image constante, l'évolution montre qu'un cercle se déforme en une structure tubulaire dont le rayon est directement lié à celui de la boule utilisée pour le calcul de γ . Pour des images représentant des vaisseaux, le modèle permet d'éviter des « fuites » notamment dans les zones où le gradient est mal défini. Le terme d'a priori améliore les résultats mais l'initialisation se fait sous la forme d'un petit cercle à l'intérieur du vaisseau à extraire. De plus, les “fuites” peuvent donner naissance à des contours supplémentaires qui doivent être supprimés par un utilisateur. La méthode reste cependant très intéressante puisque l'information a priori n'est pas contrainte à une forme moyenne mais relève plutôt de la description d'une famille de formes.

2.2.1.2 Représentation implicite

Y. Chen *et al.* [11] sont les premiers à introduire un terme de contrainte de forme pour le contour actif géodésique dans le cadre d'ensemble des niveaux. Les auteurs proposent un terme énergétique de contrainte de forme invariant par similitude plane directe T_{sim} . Dans le cadre d'une approche variationnelle, l'énergie dépend du gradient de l'image et de la forme moyenne de l'objet recherché modulo un facteur d'échelle μ , une rotation R et une translation T :

$$E = E_{contour}(\partial\Omega) + \lambda E_{shape}(\Omega, T_{sim}, \Omega_{ref}) \\ = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) + \lambda \int_{\partial\Omega} k_{dist}(\mathbf{x}, T_{sim}, \partial\Omega_{ref}) da(\mathbf{x}) \quad (1.62)$$

$$k_{dist}(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref}) = \frac{1}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})$$

1 Où λ est un paramètre positif et $d^2(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})$ la distance du point \mathbf{x} à la courbe de
 2 référence $C_{ref} = \partial\Omega_{ref}$. La distance est calculée, en pratique, avec la méthode de marche
 3 rapide (Fast Marching Method : FMM) de Sethian [76]. Le terme d'a priori évalue la
 4 similarité entre la forme du contour à un instant donné et la forme de référence. La
 5 fonctionnelle est minimisée par rapport au contour et aux paramètres de transformation
 6 (facteur d'échelle, angle de rotation, vecteur de translation). Cependant, il convient de
 7 remarquer que cette formulation peut aussi être représentée implicitement dans le cadre
 8 d'ensemble des niveaux, la fonctionnelle d'énergie est alors de la forme suivante :

$$9 \quad E_{Shape}(\phi) = \frac{1}{2} \int_0^1 d^2(\mathbf{x}, T_{sim}\phi_{ref}) d\mathbf{x} \quad (1.63)$$

10 Où $d(T_{sim}\phi_{ref}) = d(\mathbf{x}, \phi_{ref})$ est la distance entre le pixel \mathbf{x} et la forme de référence notée ϕ_{ref} . Ce
 11 terme est pondéré par un poids constant λ et ajouté au terme d'énergie d'attache aux données
 12 des contours géodésiques $E_{contour}$.

13 Les résultats de cette approche montrent une amélioration notable de la segmentation
 14 d'images vasculaires. Cependant, elle reste très sensible à l'initialisation à cause du terme
 15 basé frontière de l'attache aux données. L'invariance par similitude nécessite l'optimisation
 16 des paramètres de T_{sim} au cours de l'évolution du contour actif. L'auteur estime leurs valeurs
 17 par descente de gradient. Le réglage du poids λ est très délicat ; un poids trop faible risque de
 18 donner une mauvaise segmentation de l'objet alors qu'un poids trop élevé empêchera le
 19 contour actif d'être fidèle à l'information dérivée de l'image.

20 Bresson *et al.* [125] ont proposé pour la première fois d'intégrer les informations statistiques
 21 dans le modèle de Chen *et al.* [11]. Ils ont calculé le descripteur de forme à partir d'une
 22 projection des données d'apprentissage dans un espace réduit. La réduction de cet espace est
 23 réalisée à l'aide de l'Analyse en Composantes Principales (ACP).

24 Gastaud *et al.* [36], définissent un terme énergétique d'a priori sur la forme, fonction de la
 25 mesure de dissimilarité entre le contour à un instant donné et un contour de référence donné
 26 soit par un atlas, soit par un opérateur, ou déduit d'une segmentation initiale :

$$27 \quad E(\Omega, \Omega_{ref}) = \int_{\partial\Omega} \mathcal{G}(d(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})) \quad (1.64)$$

1 Où $d(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})$ est une fonction de distance entre le contour courant et une forme de
 2 référence $\partial\Omega_{ref}$, choisie comme $d(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref}) = \min_{\partial\Omega} (|\partial\Omega - \partial\Omega_{ref}|)$; et \mathcal{G} est une fonction
 3 différentiable, paire et croissante sur \mathbb{R}^+ .

4 Dans [22], Cremers propose le terme d'énergie de contrainte suivant :

$$5 \quad E(\phi, T_{sim}) = E_{contour}(\phi) + E_{Shape}(\phi) \quad (1.65)$$

6 avec

$$7 \quad E_{Shape}(\phi, T_{sim}) = \int_0^1 (\phi(\mathbf{x}) - \phi_{ref}(\mathbf{x}))^2 dx$$

8 Ce terme quadratique est la différence entre l'ensemble de niveaux $\phi(\mathbf{x})$ représentant le
 9 contour actif et celui codant la forme de référence $\phi_{ref}(\mathbf{x})$. Cette formulation a la qualité de
 10 préserver la caractéristique intrinsèque de topologie flexible conférée par les ensembles de
 11 niveaux. En revanche, cette énergie dépend de la taille du domaine d'intégration et n'est
 12 invariante par aucune transformation. Cremers remarque qu'une telle distance ne permet
 13 d'extraire que l'objet connu a priori dans l'image, opérant tel un filtrage dans l'espace des
 14 formes du contour actif. Il propose alors une nouvelle énergie capable d'appliquer localement
 15 la contrainte de forme dans l'image :

$$16 \quad E(\phi, \phi_{ref}) = \underbrace{\int_{\Omega} (\phi(\mathbf{x}) - \phi_{ref}(\mathbf{x}))^2 (Lab(\mathbf{x}) + 1)^2 d\mathbf{x}}_{E_{shape}(\phi, \phi_{ref}, Lab)} + \lambda \underbrace{\int_{\Omega} (Lab(\mathbf{x}) + 1)^2 d\mathbf{x}}_{E_{contrainte}(Lab)} + \nu \underbrace{\int_{\Omega} \nabla H(Lab(\mathbf{x})) d\mathbf{x}}_{E_{regularisante}(Lab)} \quad (1.66)$$

17 La fonction Lab dite de "label dynamic" prend uniquement les valeurs +1 ou -1. La
 18 fonction Lab renforce la contrainte de forme lorsqu'elle tend vers 1, et l'annule en
 19 convergeant vers -1. Ce dernier comportement est favorisé lorsque le contour actif est éloigné
 20 de la forme a priori, statique dans le cas présent. Le dernier terme de l'équation (1.66) assure
 21 la régularité de la fonction Lab . Cette énergie permet à la fois de segmenter un objet bruité
 22 grâce à l'a priori ainsi que les objets environnants de même radiométrie sans connaître à
 23 l'avance l'endroit où appliquer la contrainte.

24 Dans [22] les auteurs proposent l'énergie de contrainte suivante :

$$25 \quad E(\phi, \phi_{ref}) = \int_{\Omega} (\phi(\mathbf{x}) - \phi_{ref}(T_{sim}\mathbf{x}))^2 H(\phi(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \quad (1.67)$$

1 Cette formulation a l'avantage de ne plus dépendre de l'espace d'intégration Ω puisque
 2 l'intégrale porte désormais sur l'intérieur du contour actif. Elle est aussi invariante par
 3 similitude plane directe comme dans l'équation (1.65). Mais comme le remarque Cremers
 4 dans [22], cette distance quadratique n'est pas symétrique et est incapable de prendre en
 5 compte des objets à plusieurs composantes. Ce dernier propose alors une pseudo-distance
 6 vérifiant les propriétés de positivité et de symétrie sans pour autant satisfaire l'inégalité
 7 triangulaire :

$$8 \quad E(\phi, \phi_{ref}) = \int_{\Omega} (\phi(\mathbf{x}) - \phi_{ref}(T_{sim} \mathbf{x}))^2 \frac{h(\phi(\mathbf{x})) + h(\phi_{ref}(T_{sim} \mathbf{x}))}{2} d\mathbf{x} \quad (1.68)$$

9 Où : $h(\phi(\mathbf{x})) = \frac{H(\phi(\mathbf{x}))}{\int_{\Omega} H(\phi(\mathbf{x})) d\mathbf{x}}$, avec $H(\cdot)$ la fonction de Heaviside qui est remplacée par une

10 approximation régulière notée $H_{\varepsilon}(\phi)$, donnée par la relation suivante :

$$11 \quad H_{\varepsilon}(\phi) = \begin{cases} 1 & \phi > \varepsilon \\ \frac{1}{2} + \frac{\phi}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \cos\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) & -\varepsilon < \phi < \varepsilon \\ 0 & \phi < -\varepsilon \end{cases} \quad (1.69)$$

12 Cette énergie permet ainsi de segmenter avec succès un objet partiellement occulté et bruité.

13 Dans [21], une autre énergie de contrainte symétrique et indépendante du domaine
 14 d'intégration est formulée :

$$15 \quad E(\phi, \phi_{ref}) = \int_{\Omega} (H(\phi(\mathbf{x})) - H(\phi_{ref}(T_{sim} \mathbf{x})))^2 d\mathbf{x} \quad (1.70)$$

16 Ce terme compare les aires intérieures au contour actif et à la forme de référence au sens de la
 17 norme L^2 .

18 Dans le **chapitre 3**, nous exploitons les modèles implicites donnés par Cremers *et al.* [22],
 19 Le Guyader [54] et Chen *et al.* [11] pour formuler un nouveau descripteur contour et régions
 20 pour la segmentation et la détection des objets.

1 2.2.2 Approche statistique

2 L'objet à segmenter dans l'image peut présenter une certaine variabilité par rapport à la forme
 3 de référence. Ceci est par exemple le cas des images médicales où la forme d'un organe varie
 4 d'un patient à l'autre, selon le protocole d'acquisition des séquences vidéos (échographie
 5 cardiaque). Puisque ces variations par rapport à la référence ne sont pas modélisables par une
 6 transformation linéaire de type affine, de nombreux auteurs ont focalisé leurs efforts sur
 7 l'apprentissage de formes diverses afin de conférer plus de souplesse à la contrainte de forme.
 8 Ainsi, le contour actif est autorisé à se déformer dans un sous-espace des formes défini par
 9 l'apprentissage. Puisque les formes apprises sont redondantes, elles sont souvent projetées
 10 dans un sous-espace orthogonal grâce à l'ACP afin de déterminer les modes principaux de
 11 variabilités (i.e. de déformations), donnés par :

$$12 \quad \phi_{ref} = \bar{\phi} + \sum_i^N \lambda_i \psi_i \quad (1.71)$$

13 Où $\bar{\phi}$ est la forme moyenne et $\{\lambda_i\}_{i=1,\dots,N}$ sont les modes propres. $\{\psi_i\}_{i=1,\dots,N}$ décrivant la
 14 variabilité de la forme.

15 Un souci inhérent au traitement de formes d'apprentissage est leur alignement. En effet, il
 16 convient de les placer dans un même système de référence afin de pouvoir les comparer sans
 17 biais. L'approche communément adoptée est d'estimer la meilleure similitude plane directe
 18 permettant un alignement optimal (méthode Procrustes). Lorsque certaines formes sont trop
 19 différentes, elles sont classées en groupe de sous-familles [99].

20 2.2.2.1 Représentation explicite

21 Les travaux pionniers sur l'insertion de contrainte statistique de forme sont attribués à Staib *et*
 22 *al.* [100]. Les auteurs proposent de représenter explicitement le contour actif sur une base de
 23 Fourier. Les données d'apprentissage leur permet d'évaluer une densité de probabilité sur les
 24 paramètres de la représentation (qui sont les coefficients de chacun des éléments de la base).
 25 En supposant que la densité de probabilité de forme a priori est gaussienne, ils formulent leur
 26 critère de segmentation par Maximum A Posteriori (MAP). La segmentation optimale est
 27 ainsi obtenue lorsque le contour actif satisfait à l'attache aux données avec un maximum de
 28 vraisemblance avec les formes de référence de l'apprentissage.

1 Une approche similaire est reprise par Cootes *et al.* dans [20]. La différence provient du
2 mode de représentation par snakes. Ces derniers prélèvent des “points de contrôle” à des
3 endroits choisis sur les formes d'apprentissage. Ce processus est manuel ou assisté et
4 représente deux contraintes fortes :

- 5 i. Le choix des points de contrôle peut avoir une influence sur la segmentation finale.
- 6 ii. C'est une étape lente qui restreint le flux de données à traiter.

7 Ce problème est résolu dans [21, 22]. Après avoir aligné les formes d'apprentissage, ces
8 dernières sont projetées dans une sous base orthogonale par ACP. Il n'existe pas à proprement
9 parler, à notre connaissance, de critère énergétique permettant de comparer le contour actif
10 avec la référence. A chaque itération, la variation spatiale de chacun des noeuds attirés par les
11 zones de haut gradient est projetée dans l'espace des formes, ce qui contraint le déplacement,
12 et in fine la forme du contour actif. Ces travaux sont traduits dans un cadre Bayésien et
13 généralisés à l'invariance par transformation affine.

14 Dans [22], Cremers introduit les Diffusions Snakes basées sur une représentation par B-
15 splines. L'avantage de la base de B-splines est une meilleure compacité de la représentation
16 des formes d'apprentissage ainsi qu'un caractère local. De plus, le pouvoir de généralisation
17 est étendu aux formes singulières comportant des coins. Une analyse statistique par ACP
18 permet de déterminer les variations principales des points de contrôle. La contrainte de forme
19 est formulée comme une distance de Mahalanobis entre le contour actif et la forme moyenne
20 de référence. Ce terme a l'avantage d'être intrinsèquement invariant par similitude plane
21 directe.

22 **2.2.2.2 Représentation implicite**

23 Leventon *et al.* proposent dans [52] de représenter les formes d'apprentissage sous forme
24 d'ensembles de niveaux. A l'instar des méthodes présentées, l'ACP est utilisée pour
25 déterminer les modes principaux de déformation. La contrainte de forme est aussi dérivée
26 d'une approche de type MAP. Cependant, elle apparaît dans l'équation d'évolution comme
27 un terme correcteur égal à la différence entre l'ensemble de niveaux du contour actif et celui
28 de la forme la plus probable (combinaison linéaire des modes principaux de l'apprentissage).
29 Cette façon peu naturelle d'introduire la contrainte de forme est formalisée plus généralement
30 dans la fonctionnelle de l'énergie par l'approche variationnelle [54, 22]. Dans ces travaux, les

1 formes d'apprentissage sont aussi représentées par leurs ensembles de niveaux. Celles ci sont
 2 premièrement alignées par l'estimation d'une similitude plane directe optimale selon
 3 l'équation (1.63). La forme moyenne (ϕ_M) est représentée comme la moyenne des ensembles
 4 de niveaux, la variance est calculée pour chaque pixel à partir des formes de l'apprentissage.
 5 Le critère énergétique de contrainte s'inscrivant dans une démarche MAP est alors :

$$6 \quad E_{shape}(\phi, \phi_{ref}) = \int_{\Omega} \left(\frac{(\rho\phi(\mathbf{x}) - \phi_M(\mathbf{x}))^2}{\rho\sigma_M(T_{sim}\mathbf{x})} + \log(\sigma_M(T_{sim}\mathbf{x})) \right) \delta_{\varepsilon}(\phi(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \quad (1.72)$$

7 Avec ρ le facteur d'échelle, T_{sim} le facteur de translation et $\delta_{\varepsilon}(\phi) = \partial H_{\varepsilon}(\phi) / \partial \phi$.

8 Le premier terme de cette énergie représente la contrainte de forme qui est normalisée par la
 9 variance moyenne mesurant la confiance du modèle. Ainsi les zones fortement répétées parmi
 10 les échantillons d'apprentissage verront une contrainte de forme particulièrement renforcée.
 11 Récemment, Paragios *et al.* [94], proposent une fonctionnelle qui prend en compte les
 12 propriétés locales et globales de l'objet recherché. Un modèle de forme a priori est construit à
 13 partir d'exemples de formes alignées. Les formes alignées sont construites en cherchant une
 14 transformation globale A et un facteur d'échelle ρ qui minimisent l'énergie suivante :

$$15 \quad E(\phi_i, \phi_{ref}, A) = \int_{\Omega} (\rho\phi_{ref}(\mathbf{x}) - \phi_i(A(\mathbf{x})))^2 d\mathbf{x} \quad (1.73)$$

16 Où ϕ_i est la distance signée à la forme d'entraînement i et $\phi_{ref}(\mathbf{x})$ est la distance signée à la
 17 forme de référence. Le modèle comprend une image de la forme $\phi_M(\mathbf{x}, t)$ et la variabilité des
 18 déformations possibles σ_M qui sont trouvées en résolvant :

$$19 \quad \begin{cases} \frac{\partial \phi_M(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \alpha_M \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i(\mathbf{x}) - \phi_M(\mathbf{x}, t)}{2\sigma_M^2} \\ \frac{\partial \sigma_M}{\partial t} = \alpha_M \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sigma_M} + \frac{(\phi_i - \phi_M)^2}{\sigma_M^3} \right) + (1 - \alpha_M) \nabla \sigma_M^2 \end{cases} \quad (1.74)$$

20 Où α_M est une constante positive.

21 Puis, pour garder le critère de distance signée, en résolvant :

$$22 \quad \frac{\partial \phi_M(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = (1 - \text{signe}(\phi_M(\mathbf{x}, 0))) (1 - |\nabla \phi_M(\mathbf{x}, t)|) \quad (1.75)$$

1 Où ϕ_M^0 est la représentation initiale. Pour l'initialisation, la fonction ϕ_M^0 est donnée par la
 2 forme de référence ϕ_{ref} et σ_M^0 est pris égal à 1 partout. Une représentation par une
 3 fonction ϕ dans le cadre d'ensemble de niveaux [63] est alors recherchée conjointement avec
 4 une transformation linéaire globale entre cette représentation et le modèle de forme construit,
 5 de façon à maximiser la probabilité a posteriori de ϕ étant donné le modèle de forme (ϕ_M, σ_M) .

6 **2.3 Représentation implicite et invariance de la contrainte de forme par** 7 **transformation géométrique**

8 Comme nous venons de le constater, l'invariance de la contrainte de forme par rapport à
 9 certaines transformations géométriques est cruciale. En effet, sans cette invariance, le pouvoir
 10 de segmentation serait réduit à un objet de l'image correspondant exactement à la référence.
 11 L'invariance par transformation affine est un problème récurrent en vision par ordinateur.
 12 Certaines représentations permettent une invariance naturelle à une sous-classe des
 13 transformations affines, comme par exemple les similitudes planes [22]. D'autres ont besoin
 14 de l'ajout de paramètres extrinsèques permettant de réaliser l'invariance [22, 99]. Dans le cas
 15 d'un critère énergétique de contrainte de forme représenté par un ensemble de niveaux, il est
 16 possible de calculer analytiquement l'ensemble de niveaux ϕ_2 d'un contour représenté par ϕ_1 et
 17 transformé par une similitude plane directe T_{sim} :

$$18 \quad \phi_2(\mathbf{x}) = \rho \phi_1(T_{sim}^{-1} \mathbf{x}) \quad (1.76)$$

19 Où ρ est le facteur d'échelle de ϕ_1 . L'équation (1.76) peut être explicitée sous la forme :

$$20 \quad \phi_2(\mathbf{x}) = \rho \phi_1 \left(\frac{(x - \mu_x) \cos(\theta) + (x - \mu_y) \sin(\theta)}{\rho}, \frac{-(x - \mu_x) \sin(\theta) + (x - \mu_y) \cos(\theta)}{\rho} \right)$$

21 Où θ est l'angle de rotation entre ϕ_1 et ϕ_2 , et μ la translation. L'extension de la relation
 22 analytique entre ensembles de niveaux à une transformation avec un facteur d'échelle
 23 anisotrope ou une transformation affine est plus délicate et reste une question ouverte.

24 Dans [21], Cremers propose une formulation de contrainte intrinsèque sans l'estimation
 25 parallèle des paramètres de pose. Cependant, elle reste limitée à l'invariance par translation et
 26 agrandissement/réduction par facteur d'échelle.

1 Les travaux réalisés par Riklin-Raviv *et al.* [99] permettent de modéliser une projection de
 2 type perspective en intersectant la fonction de distance signée par un plan incliné (et non le
 3 plan horizontal de niveau 0).

4 Quelque soit les modèles évoqués précédemment, ils ont en commun la non-convexité du
 5 critère énergétique. **Il est nécessaire de prévoir un cadre plus général qui permet de**
 6 **transformer le problème de segmentation non convexe en un problème convexe. C'est le**
 7 **cas du cadre de variation totale.**

8 **3. Cadre de variation totale à norme pour les contours actifs** 9 **géométriques**

10 Etant donnée une image I , on cherche à segmenter cette image dans le cadre variationnel
 11 totale. Ceci revient à s'intéresser à la minimisation d'une fonctionnelle de la forme
 12 suivante :

$$13 \quad \inf_{\phi} L_{reg}(\phi) + \lambda E_{image}(I, \Omega) \quad (1.77)$$

14 Où $L_{reg}(\phi)$ est un terme de régularisation.

15 Une régularisation classique dite de Tychonov, qui consiste à prendre $L_{reg}(\phi) = \int_{\Omega} |D\phi|^2$ ne
 16 s'avère pas un bon choix en traitement d'images. En effet, une telle régularisation est trop
 17 forte ; en particulier, les bords de l'image sont érodés.

18 Pour contourner cet inconvénient, les auteurs [101] ont proposé d'utiliser une régularisation
 19 basée sur la variation totale, i.e. de prendre $L_{reg}(\phi) = E(\phi) = \int_{\Omega} |D\phi|$. L'intérêt d'un tel choix

20 pour la fonction de régularisation provient du fait que la variation totale en dimension deux
 21 autorise les discontinuités sur des courbes, et donc en particulier la présence des bords dans
 22 l'image segmentée. Ainsi, même si numériquement l'approche s'avère plus délicate, la
 23 régularisation par la variation totale s'est imposée comme une bonne approche en traitement
 24 d'images.

25 Chan *et al.* [8,9] ont relié le problème variationnel de segmentation au problème de débruitage
 26 afin de trouver un minimiseur global.

27 Chan, Esedoglu et Nikolova [102] ont prouvé l'existence d'un minimiseur global au
 28 problème de segmentation par contour actif.

1 Bresson *et al.* [101], ont proposé de déterminer le minimiseur global pour le modèle
 2 variationnel de segmentation et donnent une solution dans le cas des contours actif
 3 géodésique dans un nouveau cadre appelé ‘‘variation totale à norme’’.

4 Dans [102], les auteurs décomposent une image I en une composante ϕ appartenant à $BV(\phi)$
 5 (Variation Bornée, Bounded Variation) et une composante dans $L_{reg}(\phi)$. Dans une telle
 6 approche, l'énergie minimisée est la suivante :

$$7 \quad L_{reg}(\phi) = E(\phi) = \left(\int_{\Omega} |D\phi| + \lambda E_{image}(I, \Omega) \right) \quad (1.78)$$

8 La solution numérique est calculée à partir de l'équation d'Euler Lagrange associée à (1.77),
 9 après avoir remplacée dans (1.78) le terme $\int_{\Omega} |D\phi|$ par $\int_{\Omega} |\nabla\phi|$. L'étude mathématique de

10 $\int_{\Omega} |\nabla\phi|$ a été faite dans [103]. L'intérêt de l'espace à variation bornée en traitement d'image

11 vient du fait qu'il autorise les discontinuités le long des courbes. En particulier, il autorise la
 12 présence de bords. Cet espace est bien adapté aux images géométriques (même si on sait que
 13 BV ne convient pas pour modéliser certaines images naturelles [104]). Le succès de BV en
 14 traitement d'image est étroitement lié à celui du modèle de Rudin-Osher-Fatemi [105]. **Nous**
 15 **reviendrons dans le chapitre 4 sur les principales propriétés du cadre de variation totale**
 16 **et sur la solution que nous proposons pour résoudre le problème de segmentation par**
 17 **contours actifs géométriques.**

18 **4. Conclusion**

19 Dans ce chapitre, nous avons essayé de passer en revue les contours actifs géométriques en
 20 proposant une classification des différents modèles existants et en homogénéisant l'écriture
 21 mathématique afin de faire apparaître les différents descripteurs. Au cours des deux dernières
 22 décennies plusieurs modèles des contours actifs géométriques ont été proposés dans la
 23 littérature. Diverses écritures issues de différentes origines, géométrie différentielle, analogie
 24 avec optique et formulation mathématique ont été proposées. Une des difficultés rencontrées
 25 est l'unification des écritures dans le cadre variationnel. Récemment, un nouveau cadre à
 26 partir d'une formulation des descripteurs a été proposé pour unifier le cadre d'étude. Le
 27 concept de descripteur a apporté une description plus formelle aux contours actifs. Partant de
 28 ce nouveau concept le contour actif peut contenir à la fois des informations locales (Chapitre

1 2) et ou des informations globales (Chapitre 4) et ou des connaissances a priori (Chapitre 3).
2 Malheureusement, la résolution du problème de segmentation utilisant différents descripteurs
3 est entachée par le problème des minimums locaux. Pour s'affranchir de ce problème, il nous
4 a paru, nécessaire de rechercher un nouveau cadre pour la résolution du problème de
5 segmentation (Chapitre 4). Nous avons exploité les travaux de Bresson et al [101] afin de
6 rechercher un minimiseur globale unique absolue (pour une plage de variation donnée des
7 paramètres de réglage). Ceci a été rendu possible grace à l'utilisation d'une fonction
8 indicatrice ou fonction caractéristique. Dans le nouveau cadre que nous proposons le
9 descripteur contour, régions, probabiliste, et/ou texture sont simplement des fonctions
10 d'ensemble.

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

Chapitre 2 : Couplage du contour actif géométrique et le filtrage par diffusion anisotrope

Résumé : *Dans ce chapitre nous proposons un nouveau modèle de Contour Actif Géométrique (CAG) pour la segmentation des images. Ce modèle est basé sur la construction itérative d'un nouveau descripteur contour qui est obtenue après homogénéisation des niveaux de gris de l'image initiale. Pour obtenir cette homogénéisation des niveaux de gris, nous proposons un couplage adaptatif de l'Equation aux Dérivées Partielles (EDP) du processus de diffusion anisotrope non linéaire avec celle du contour actif géométrique. La conséquence immédiate d'une part, est le filtrage du bruit, le lissage des discontinuités et enfin le renforcement des frontières des objets à segmenter, ce qui permet de fixer un critère d'inhomogénéité et de distance plus robuste pour contrôler adaptativement la vitesse d'évolution du contour actif géométrique. De plus, le contour actif est guidé par une information gradient de contraste de l'image et non pas uniquement par l'information gradient. Les performances du modèle proposé en termes de robustesse et de précision, sont évaluées sur des images IRM réelles.*

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons d'équiper le descripteur contour (carte de potentiel) de la même propriété d'homogénéité que le descripteur régions. Cette propriété permet aux modèles des CAG d'éviter certains minimums locaux lors de l'évolution du flot de gradient d'énergie. Ces minimums locaux; indésirables pour le problème de segmentation, correspondent dans une image à l'hétérogénéité du contraste. Le filtrage par diffusion anisotrope non linéaire présente une solution pour l'homogénéisation des régions (homogénéisation du contraste des pixels) et peut apporter une réponse au problème d'homogénéité (étude par rapport aux pixels voisins) des régions. Nous détaillons cette solution dans les prochaines sections.

Pour résumer, nous pouvons donc constater que les modèles des contours actifs géométriques dans le cadre des ensembles de niveaux : (i) que le flot d'énergie des CAG est indépendant de la paramétrisation curviligne de la courbe (ii) possèdent une forte flexibilité pour la gestion des changements de topologies, (iii) ont une bonne stabilité des schémas numériques, (iv) fournissent un cadre variationnel pour la résolution du problème de segmentation.

Concernant le quatrième point, on peut affirmer que la résolution du problème de segmentation par les CAG est fortement dépendent de la conception ou de la construction du descripteur contour. Les modèles existants utilisent l'information des contours (information gradient) issue du descripteur contour comme un critère d'arrêt pour contrôler l'évolution des courbes des ensembles de niveaux vers les frontières des objets à segmenter. Ce descripteur fournit également une force d'attraction vers les frontières réelles de l'objet correspondant à l'ensemble de niveaux zéro. Malheureusement le descripteur ne permet jamais d'arrêter entièrement l'évolution des courbes des ensembles de niveaux sur les vrais contours (frontières) des objets rendant inévitable le problème des fuites des contours. C'est le problème rédhibitoire des contours actifs géométriques.

Bien que des améliorations (des modèles plus complexes) aient été proposées dans [8,95,97], pour les modèles CAG, nous avons souhaité montrer qu'il était encore possible d'améliorer le modèle de base, pour obtenir de meilleurs résultats, sans intégrer d'information a priori pour des résultats de segmentation comparables à ces modèles récents. L'objectif que nous nous sommes fixé dans ce travail est de contribuer à la résolution du problème des minimums locaux afin de permettre un emplacement arbitraire du contour initial et d'obtenir une solution

1 la plus précise possible quelles que soient les conditions vis-à-vis du bruit.

2 Pour segmenter un objet par un CAG, nous sommes confrontés à deux cas : (i) une solution
3 précise mais non-unique lorsqu'il s'agit d'un minimum local, (ii) une solution robuste mais
4 pas forcément précise lorsqu'il s'agit d'un minimum global.

5 Une segmentation parfaite par CAG est une solution à la fois précise et robuste. Pour
6 atteindre cet objectif, il nous faut donc résoudre le problème d'emplacement du contour initial
7 et celui des fuites des contours. Le problème des fuites des contours résulte à la fois du faible
8 contraste existant entre les frontières réelles de l'objet et les régions connexes et du
9 descripteur contour. Ce dernier, est calculé à partir du gradient de l'image. Le calcul
10 numérique d'un gradient n'est jamais parfait sur les frontières d'un objet.

11 La solution originale que nous proposons est basée sur **le couplage entre le descripteur**
12 **contour et le filtre à diffusion anisotrope non linéaire**. Le couplage du modèle de contour
13 actif géométrique avec le filtre de diffusion anisotrope progressive rétrograde (forward-
14 backward) proposé par Gilboa *el al.* [106], permet d'adapter le potentiel de contraste à
15 l'environnement du contour durant son évolution. Ceci est réalisé par l'homogénéisation des
16 régions des objets à segmenter tout en préservant leurs frontières.

17 L'homogénéisation du descripteur contour va apporter dans la recherche du CAG dans le
18 cadre des ensembles de niveaux :

19 - Une vitesse d'évolution du front plus régulière. Initialement la vitesse varie entre les
20 valeurs comprises dans l'intervalle $[-1, 1]$. Grâce au couplage proposé, nous pouvons
21 imposer une contrainte sur les valeurs que peut prendre la vitesse. Ces valeurs sont $\{-1, 0,$
22 $1\}$, ce qui nous permet d'avoir un processus plus rapide [47].

23 - Une segmentation unique et visqueuse [55].

24 - Une solution unique trouvée même dans le cas des images faiblement contrastées.
25 Initialement pour ce type d'image il arrivait fréquemment que nous obtenions différents
26 résultats de segmentation pour un même objet [107].

27 Les performances et la fiabilité de notre solution sont évaluées d'une part en comparant les
28 résultats de segmentations trouvées à ceux d'une segmentation de référence. Cette référence
29 pour nous est une segmentation manuelle réalisée par l'expert (le médecin). D'autre part, nous

1 évaluons nos résultats de manière quantitatif à l'aide du critère F-measure et du critère de
 2 Dice [107,108].

3 Le reste de ce chapitre est organisé comme suit, dans la section deux, nous donnons une
 4 description de la méthodologie pour la segmentation par CAG et le filtrage par diffusion
 5 anisotrope. Nous détaillons aussi la solution proposée pour l'homogénéisation du descripteur
 6 contour qui est réalisée grâce à un couplage entre les EDP du CAG et la diffusion anisotrope
 7 non-linéaire. Un schéma d'algorithme est présenté pour le modèle proposé. Dans la section
 8 trois, nous exposons les résultats obtenus sur des IRM réelles. Nous évaluons également les
 9 performances et la fiabilité de notre solution en termes de précision globale et locale.

10 **2. Méthodologie**

11 **2.1 Contours Actifs Géométriques**

12 Les modèles des contours actifs géométriques proposés par Caselles *et al.* [7] ont résolu le
 13 problème de paramétrisation dont souffrés les premiers modèles. Pour une courbe du contour
 14 $\partial\Omega(s)$, s est une abscisse curviligne, l'énergie devient une longueur de la courbe dans un
 15 espace Riemannien et pour une métrique non-euclidienne dépendante de l'image I . Nous
 16 rappelons que l'énergie du contour actif est définie par la métrique suivante :

$$17 \quad E_{\text{contour}}(\partial\Omega) = \int_0^1 k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

18 Où le descripteur contour k_b est une fonction positive monotone strictement décroissante qui
 19 tend vers 0 à l'infini. La minimisation du critère donnée par l'équation (2.1) permet
 20 d'exprimer l'évolution du contour actif. En utilisant la methode de gradient de forme, on
 21 obtient l'équation d'évolution de la courbe. On utilise la défintion suivante :

22 **Définition 2.1**

23 Soit $C(s, t) : [a, b] \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^2$ une famille de courbes fermées paramétrées par s , et où t est le
 24 paramètre d'évolution de la courbe. L'équation d'évolution générale régissant les contours actifs est
 25 la suivante :

$$26 \quad \frac{\partial C(s, t)}{\partial t} = \mathbf{V}(s, t) \quad (2.2)$$

27 avec $C(s, t = 0) = C_0(s)$ et $\mathbf{V}(s, t)$ le vecteur vitesse au point s à l'instant t .

1 *Le vecteur de vitesse est calculé en utilisant le lemme 2.1 :*

2 **Lemme 2.1**

3 *Soit l'énergie du CAG basée contour :*

$$4 \quad E_{contour}(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) = \int_C k_b(s) ds \quad (2.3)$$

5 *Où $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ est un descripteur du contour $\partial\Omega$, paramétré par l'abscisse curviligne s .*

6 *La dérivée eulérienne du critère dans la direction \mathbf{V} , telle que présentée par [98,101], vaut :*

$$7 \quad \langle dE_{contour}(C), \mathbf{V} \rangle = - \int_{\partial\Omega} \langle k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega), \mathbf{V} \rangle \vec{N} ds \quad (2.4)$$

8 *Où \vec{N} est la normale unitaire intérieure au contour. La dérivée directionnelle $\langle dE, V \rangle$ peut s'écrire*
 9 *comme le produit scalaire du gradient de k_b et de la normale \vec{N} .*

10 *Implicitelement le contour actif peut être formulé par :*

$$11 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial\phi}{\partial t} = k_b(\mathbf{x}) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} \right) |\nabla\phi| + \nu k_b(\mathbf{x}) |\nabla\phi| \\ \quad + \delta \langle \nabla k_b(\mathbf{x}), \nabla\phi \rangle \\ \quad \phi(C(s, t=0), t=0) = \pm d \\ \quad 0 < \delta \leq 1, \quad 0 < \nu \leq 1 \end{array} \right. \quad (2.5)$$

12 *-Le premier terme de l'équation (2.5) traduit la vitesse avec laquelle se déplace le contour*
 13 *actif vers la zone où se situent les frontières de l'objet.*

14 *-Le deuxième terme de pression force l'évolution de la courbe vers l'intérieur ou l'extérieur*
 15 *du contour et permet de détecter un objet non convexe à partir d'un contour initial convexe.*
 16 *Aussi, ce terme permet d'éviter certains minimums locaux.*

17 *-Le troisième terme attire la courbe du contour actif vers les minimums locaux du potentiel*
 18 *fournit par k_b .*

19 *Le descripteur contour k_b est donné par :*

$$20 \quad k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) = \frac{1}{1 + |\nabla G_\sigma * I(\mathbf{x})|^2} \quad (2.6)$$

21 *Où G_σ est un noyau gaussien de moyenne nul et de variance σ^2 .*

1 Le terme $|\nabla G_{\sigma_g} * I|$ tend vers l'infini dans les régions voisines des frontières et tend vers zéro
2 lorsqu'on se situe de part et d'autre d'une frontière. Le terme $k_b(\mathbf{x})$ fournit aussi un critère
3 d'arrêt pour permettre de stopper l'évolution de la courbe sur les contours de l'objet.

4 Lorsque la courbe du CAG se situe exactement sur la frontière de l'objet, le deuxième terme
5 de l'équation (2.5) freine l'évolution de la courbe. Le troisième terme de l'équation (2.5)
6 homogénéise les gradients de l'image. Ces différents termes dépendent tous du descripteur
7 contour (2.6) et la qualité du descripteur détermine les performances (en termes de précision)
8 de la segmentation. Cependant, pour des images faiblement contrastées, l'information de
9 gradient est très peu significative. En outre, les gradients élevés n'indiquent pas
10 nécessairement la présence de contours réels.

11 **L'idée que nous proposons est :**

12 **1) D'une part, d'intégrer un processus de diffusion anisotrope non linéaire qui**
13 **permet d'adapter le potentiel du contraste de l'image à l'environnement d'évolution**
14 **de la courbe du contour actif géométrique. Pour cela, On calcule une carte**
15 **d'inhomogénéité du contraste dans l'image, puis une distance Euclidienne entre**
16 **chaque point de la courbe du contour actif et les maximums de la carte des**
17 **inhomogénéités. La conséquence est de lisser les régions faiblement, fortement**
18 **contrastées et homogènes. Pour les régions inhomogènes, le processus de diffusion**
19 **anisotrope non linéaire va renforcer les frontières.**

20 **2) D'autre part, nous proposons de calculer itérativement le descripteur contour (le**
21 **nouveau descripteur que nous définissons par la suite) et non plus une seule fois**
22 **comme dans toutes les méthodes existantes. Par cette solution, nous souhaitons**
23 **adapter itérativement le descripteur contour à la courbe du contour actif.**

24 **3) Enfin, dans le modèle que nous présentons, le contour actif est guidé par**
25 **l'information de contraste de l'image et non pas uniquement par l'information**
26 **gradient [123].**

27 *Même si le coût de calcul de la solution proposée augmente, cela permet néanmoins*
28 *d'atteindre une solution qui est plus précise et robuste que le modèle de base.*

29

30 2.2 Diffusion anisotrope

1 Perona *et al.* [110] formulent la diffusion anisotrope comme un processus qui favorise le
 2 lissage intra-région et limite le débruitage inter-région. Considérons une image définie dans le
 3 domaine continu, la diffusion anisotrope est formulée par l'équation aux dérivées partielles
 4 suivante :

$$5 \quad \frac{\partial I(p,t)}{\partial t} = \text{div} \left(\text{diff} \left(|\nabla I(p,t)| \right) \nabla I(p,t) \right) \quad (2.7)$$

6 Où p est un pixel, $\text{diff} \left(|\nabla I(p,t)| \right)$ est une fonction de diffusion monotone, décroissante
 7 dépendante de l'intensité du gradient. Cette fonction est choisie pour satisfaire les conditions
 8 suivantes :

9 $\text{diff} \left(|\nabla I(p,t)| \right) \rightarrow 0$ cela correspond à un lissage inter-région.

10 $\text{diff} \left(|\nabla I(p,t)| \right) \rightarrow 1$ cela correspond à un lissage intra-région.

11 La fonction $\text{diff} \left(|\nabla I(p,t)| \right)$ ralentit la diffusion aux frontières des régions.

12 Dans l'équation (2.7) si :

13 - $\text{diff}(\cdot)$ est grande alors la diffusion est petite (descripteur bien localisé) et donc la localisation
 14 des contours est obtenue avec précision.

15 - $\text{diff}(\cdot)$ est petite alors la diffusion est grande (descripteur floue) et donc la localisation des
 16 contours est moins précise (phénomène de délocalisation des contours).

17 On en déduit que :

18 **Le choix de $\text{diff}(\cdot)$ affecte considérablement la localisation des frontières des objets.**

19 Perona *et al.* [110], ont proposé deux fonctions possibles pour la diffusion. Dans les deux cas,
 20 leurs fonctions de diffusion sont convexes et sont vues comme une rétropropagation signée.
 21 L'inconvénient de ces fonctions est l'amplification du bruit et l'instabilité de l'algorithme
 22 associée à la diffusion.

23 D'autres inconvénients et limitations de ce modèle ont été mentionnés par Catté *et al.* dans
 24 [112]. En effet, les auteurs ont prouvé que dans certains cas, le filtrage par diffusion non
 25 linéaire est un problème mal-posé. Catté *et al.* proposent un nouveau modèle dont le seul
 26 changement est de remplacer le gradient de l'image $|\nabla I|$ par son estimation $|\nabla G_{\sigma_g} * I|$. Grâce à

1 cette simple modification, ils démontrent l'existence et l'unicité de la solution au problème de
2 filtrage par diffusion anisotrope non linéaire.

3 Whitaker *et al.* [128] ont souligné l'effet de marches d'escalier (staircasing) qui peut se
4 produire sur les frontières adoucies quand la diffusivité (la fonction de conduction) n'est pas
5 soigneusement adaptée à la gamme des valeurs du gradient. Ces derniers ont étudié la
6 stabilité du modèle continu de la diffusion anisotrope non linéaire et ont proposé une nouvelle
7 discrétisation spatiale de ce dernier.

8 Black *et al.* [111] ont proposé une autre formulation du filtrage par diffusion anisotrope non
9 linéaire dans un cadre statistique. Les auteurs étudient la relation entre la diffusion anisotrope
10 et les statistiques robustes. La diffusion anisotrope peut être perçue comme un problème
11 d'estimation d'une image constante par morceaux à partir d'une image bruitée. La résolution
12 du problème d'estimation dans le cadre statistique leurs a permis d'aboutir à une famille de
13 fonction de diffusion de type Tukey :

$$14 \quad c(|\nabla I|) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{|\nabla I|}{\sigma} \right)^2 \right]^2 & 0 \leq |\nabla I| \leq \sigma \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.8)$$

15 Où σ est proportionnel au terme d'interception de l'amplitude du gradient de l'intensité, au-
16 delà de cette valeur les points ne sont pas diffusés.

17 Black *et al.* [111] ont effectué une étude comparative entre la nouvelle EDP de filtrage par
18 diffusion anisotrope non linéaire et celle de Perona *et al.* [110]. Les auteurs concluent que le
19 modèle classique de la diffusion anisotrope est rendu plus robuste grâce à l'utilisation d'une
20 fonction de diffusion issue de la fonction de Tukey. Cette dernière fonction permet de
21 conserver une image lisse par morceaux et préserve les contours présents dans l'image. Black
22 *et al.* [111] ont proposé un outil qui fournit les contours contenus dans l'image grâce à
23 l'approximation des régions homogènes. Ils ont donné aussi une solution pour le calcul
24 automatique du paramètre d'échelle de la fonction diffusion. Cependant, cette formulation
25 sous forme d'un problème d'estimateur lisseur conduit à une accumulation des erreurs
26 d'estimations dans la fonction de diffusion. Ceci se traduit par un éclatement des gradients (les
27 intensités maximums) et une instabilité du processus de la diffusion anisotrope. Ce
28 phénomène persiste toujours pour les gradients d'intensité élevés. D'autre part, la diffusion

1 isotrope est quasiment absente sur les frontières des régions homogènes, ce qui permet de
 2 préserver les contours, malheureusement le bruit est amplifié.

3 Monteil *et al.* ont proposé [115] une nouvelle fonction de diffusion adaptive pour améliorer le
 4 filtrage.

5 Récemment, Gilboa *et al* [106] ont proposé comme réponse, au problème de Black *et al*,
 6 [111] une amélioration de la fonction de diffusion :

$$7 \quad c(|\nabla I|) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{|\nabla I|}{\zeta_f}\right)^l & 0 \leq \nabla I \leq \zeta_f \\ -\frac{\zeta_f}{2\zeta_b} \left[1 - \left(\frac{|\nabla I| - \zeta_b}{\omega}\right)^{2m}\right] & \zeta_b - \omega \leq \nabla I \leq \zeta_b + \omega \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.9)$$

8 Où $l, m, \zeta_f, \zeta_b, \omega$ sont les paramètres de conductivité.

9 Le paramètre ζ_f est proportionnel au terme d'interception de l'amplitude du gradient de
 10 l'intensité, au-delà de cette valeur les points ne sont pas diffusés progressivement.
 11 ζ_b et ω permettent d'intercepter les amplitudes des gradients supérieures lors d'une diffusion
 12 rétrograde. Cette nouvelle fonction combine la diffusion progressive et rétrograde. Un lissage
 13 intra-région est réalisé lors d'une diffusion progressive. Ceci correspond aux régions à faible
 14 variation du contraste ou aux régions homogènes. Les amplitudes des gradients d'intensités
 15 situées dans l'intervalle $[\zeta_b - \omega, \zeta_b + \omega]$ correspondent aux grandes variations du contraste
 16 dans une région de l'image. Une diffusion rétrograde renforce les contours et limite le lissage
 17 inter-région. Gilboa propose une version lissée de (2.9) définie par :

$$18 \quad \text{diff}(|\nabla I|) = c(|\nabla I|) * G_{\sigma_g}(|\nabla I|) \quad (2.10)$$

19 G_{σ} est un noyau Gaussien de variance σ_g^2 .

20 Les paramètres de la nouvelle fonction de diffusion sont calculés à partir de l'information a
 21 priori issue de la valeur maximale de l'amplitude du gradient tels que :

$$22 \quad [\zeta_f, \zeta_b, \omega] = [2, 4, 1] * \max(|\nabla G_{\sigma} * I|) \quad (2.11)$$

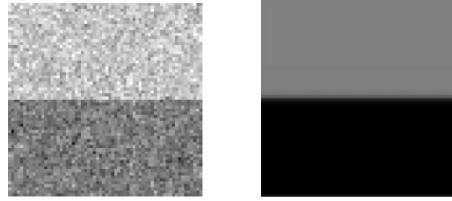
23 Le calcul des valeurs ζ_f, ζ_b, ω peut être obtenu de manière locale en ciblant les régions
 24 d'intérêts :

$$1 \quad [\zeta_f(x, y), \zeta_b(x, y), \omega(x, y)] = [2, 4, 1] * \text{Max}(|\nabla G_\sigma * I|_{x,y}) \quad (2.12)$$

2 La diffusion réalisée dans le cas de (2.12) est locale. Les équations (2.10) , (2.11) et (2.12)
 3 permettent d'avoir:

- 4 - Un lissage,
- 5 - Un rehaussement de contraste,
- 6 - Evite les valeurs trop élevées et les oscillations des gradients,
- 7 - Une meilleure stabilité du schéma numérique du processus de diffusion,
- 8 - Préserve les parties des objets faiblement contrastées.

9 Un compromis entre la diffusion rétrograde et progressive est réalisé par le rapport $\frac{\zeta_f}{2\zeta_b}$. En
 10 général, la diffusion progressive est toujours favorisée par rapport à la diffusion rétrograde
 11 afin de lisser, préserver et de renforcer les vraies frontières des régions homogènes tout en
 12 atténuant le bruit (cf figure 2.1).



(Avant filtrage) (Après filtrage)

Figure 2.1 : Exemple de filtrage par diffusion anisotrope

avec $\sigma_g = 1.1, m = 4, \zeta_f = 4.1, \zeta_b = 1.1, \omega = 1, l = 2, \Delta t = 0.01$.

17 Nous proposons de remplacer l'EDP du filtre à diffusion anisotrope non linéaire par une
 18 combinaison entre une diffusion géométrique et un lissage de contraste dans un modèle de
 19 filtrage non linéaire. Nous utilisons la fonction de diffusion donnée par (2.10) dans le
 20 modèle :

$$21 \quad \frac{\partial I(p, t)}{\partial t} = \text{div}(\text{diff}(|\nabla I|(p, t)) \nabla I(p, t)) + \text{diff}(|\nabla I|(p, t)) |\nabla I| \text{div} \left(\frac{\nabla I(p, t)}{|\nabla I(p, t)|} \right) \quad (2.13)$$

22 Une version discrète de l'EDP (2.13) est utilisée dans la résolution du problème de filtrage par
 23 diffusion anisotrope. *Elle est maintenant réinjectée à chaque itération pour calculer le*

1 **descripteur contour**. Nous pouvons exprimer cette fonction de filtrage par les relations
 2 suivantes :

$$3 \quad \begin{cases} I^{t+\Delta t} = A_t(I) \\ I^0 = I \end{cases} \quad (2.14)$$

4 Avec $A_t(I)$ est la fonction de filtrage par diffusion anisotrope non-linéaire de la forme :

$$5 \quad A_t(I) = I^t + \Delta t \operatorname{div} \left(\operatorname{diff}(|\nabla I^t|) \nabla I^t \right) + \Delta t \operatorname{diff}(|\nabla I^t|) |\nabla I^t| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I^t}{|\nabla I^t|} \right) \quad (2.15)$$

6 Le nouveau descripteur de notre modèle est donné par l'équation suivante :

$$7 \quad \varpi_t(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + |\nabla A_t(I)|^2} \quad (2.16)$$

8 Où $\varpi_t(|\nabla I|)$ est le nouveau descripteur calculé à l'instant t .

9 La Figure 2.2 illustre le calcul itératif du descripteur contour pour une image I introduite dans
 10 le processus de diffusion, pour une fonction de diffusion $\operatorname{diff}(|\nabla I|)$ et un nombre N donné
 11 d'itérations. Le nouveau descripteur contour étant ainsi définie, nous réécrivons l'équation de
 12 notre nouveau modèle de contour actif géométrique par :

$$13 \quad \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \varpi_t(|\nabla I|) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi| + \nu \varpi_t(|\nabla I|) |\nabla \phi| \\ \quad + \delta \langle \nabla \varpi_t(|\nabla I|), \nabla \phi \rangle \\ \quad \phi(C(s, t=0), t=0) = \pm d \\ \quad 0 < \delta \leq 1, \quad 0 < \nu < 1 \end{cases} \quad (2.17)$$

14 Le nouveau descripteur est une fonction Lipschizienne ($\varpi_t > 0$ Lipschizienne,
 15 $\sqrt{\varpi_t} > 0$ Lipschizienne). Pour une condition initiale ϕ_0 , la solution obtenue pour (2.17) est une
 16 solution de viscosité, unique au problème de segmentation. Le descripteur contour calculé
 17 par filtrage de diffusion anisotrope non linéaire respecte les conditions définies dans [129].

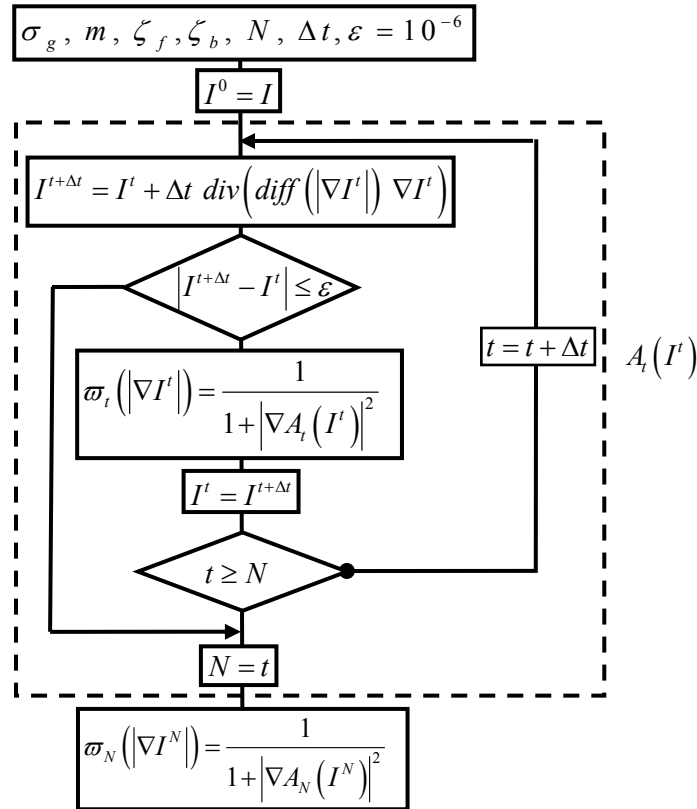
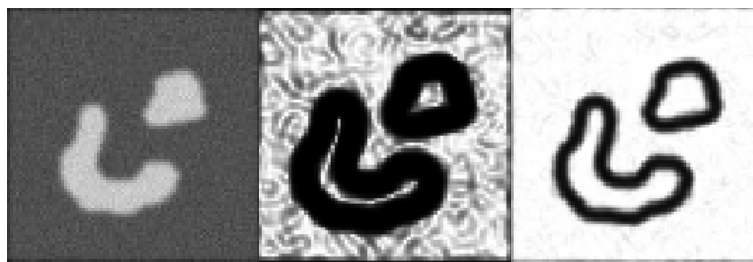


Figure 2.2 : Algorithme pour le calcul itératif du descripteur contour.

Malheureusement, l'utilisation de ce nouveau modèle ne permet pas encore d'obtenir une segmentation correcte notamment lorsque l'on a des objets avec des frontières faiblement contrastées ou lorsque l'on a faire à des objets peu texturés (cf figure 2.3-b). Dans ce cas, seul les parties contrastées des frontières de l'objet sont segmentées.



a) Image initiale b) Descripteur contour classique $k_b(x)$, c) Notre descripteur contour $w_t(|\nabla I^t|)$

Figure 2.3 : Exemple de calcul du descripteur contour.

En effet, pour le descripteur contour proposé, si nous considérons l'itération t , le filtrage par diffusion anisotrope va lisser les frontières fortement contrastées, et rehausser celles qui sont

1 moins contrastées. A l'itération $t+1$, on va rehausser les contours fortement contrastés, et
 2 lisser ceux qui sont moins contrastés, ce qui a pour conséquence d'annuler le processus réalisé
 3 à l'itération précédente. Les régions homogènes sont lissées par la
 4 composante $div\left(diff\left(|\nabla I|\right) \nabla I\right)$, et les contours sont rehaussés par la
 5 composante $difff\left(|\nabla I|\right) |\nabla I| div\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right)$. Cependant la présence des deux composantes peut
 6 rehausser le contraste des pixels issus du bruit. De nouveaux faux contours peuvent
 7 apparaître sur l'image filtrée. Afin d'éviter ce problème, nous proposons de faire un filtrage
 8 adaptif en faisant intervenir l'une des deux composantes de notre filtre à la fois (cf figure. 2.3-
 9 c).

10 Nous proposons **de coupler le processus de diffusion anisotrope au contour actif à**
 11 **travers la fonction prédicat** (2.19). Cette fonction de prédicat est insérée dans l'équation de
 12 la diffusion anisotrope de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(p,t)}{\partial t} = & \psi(\phi) div\left(diff\left(|\nabla I(p,t)|\right) \nabla I(p,t)\right) \\ & + (1-\psi(\phi)) difff\left(|\nabla I(p,t)|\right) |\nabla I(p,t)| div\left(\frac{\nabla I(p,t)}{|\nabla I(p,t)|}\right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

14 La nouvelle fonction combine diffusion anisotrope progressive-rétrograde (forward-
 15 backward) (conditionnée par le contraste) et la diffusion géométrique (contraste-invariante).
 16 Le compromis étant dicté par la fonction prédicat $\psi(\cdot)$ définie par :

$$\psi(\phi) = dist(p, \phi) = \begin{cases} 1 & \text{pour un pixel } p \text{ de contraste proche de } \phi \\ 0 & \text{pour un pixel } p \text{ de contraste loin de } \phi \end{cases} \quad (2.19)$$

18 Pour cela, on va exploiter l'information locale sur l'inhomogénéité des régions. Nous avons
 19 utilisé la fonction d'inhomogénéité proposée par Chen [118] dans le calcul de la fonction
 20 prédicat (2.19).

21 2.3 Inhomogénéité locale

22 Chen [118] a proposé dans son article une mesure contextuelle d'inhomogénéité basée sur
 23 la théorie d'affinité introduite par Saha *et al.* [119]. L'idée fondamentale est de combiner la
 24 mesure contextuelle de discontinuité et la mesure locale de discontinuité à l'aide d'un filtre de

1 lissage de filtrage adaptatif qui permet de préserver les contours des objets et d'atténuer le
 2 bruit.

$$3 \quad \hat{Hom}(x, y) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{Hom(x, y) - Hom_{\min}}{Hom_{\max} - Hom_{\min}}\right) \quad (2.20)$$

4 Où Hom_{\max} et Hom_{\min} sont respectivement les valeurs des inhomogénéités maximales et
 5 minimales, à travers l'image, calculées à partir de l'équation suivante :

$$6 \quad Hom(x, y) = \frac{\sum_{i,j} \psi(N_{xy,ij}(x, y), N_{xy,ij}(i, j))}{|B_{x,y}(1)|} \quad (2.21)$$

7
 8 La fonction $Hom(x, y)$ représente l'inhomogénéité locale autour d'un pixel. Cette mesure
 9 varie entre $0 < Hom < 1$.

10 $\psi\{N_{xy,ij}(x, y), N_{xy,ij}(i, j)\}$ indique le degré de non uniformité dans le voisinage du pixel (x, y)
 11 défini autour des pixels voisins $N_{xy,ij}(x, y)$ et $N_{xy,ij}(i, j)$.

12 $|B_{xy}(1)|$ est le cardinal du pixel.

13 Nous avons intégré cette mesure d'inhomogénéité pour guider l'évolution de la courbe du
 14 contour actif géométrique. En effet, nous avons considéré la carte des inhomogénéités
 15 seuillées, et nous avons calculé la distance Euclidienne entre la courbe d'ensemble de niveau
 16 zéro et le niveau un ('1') indiquant le maximum d'inhomogénéité. Cette distance est
 17 calculée selon la direction normale donnée par $N = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$ d'un point de la courbe du CAG (cf
 18 figure 2.4).

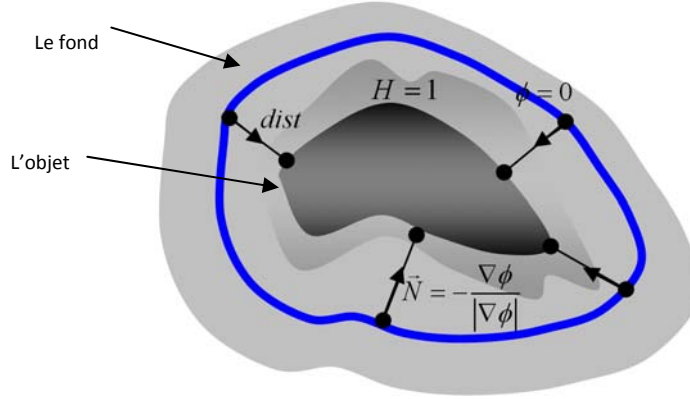


Figure 2.4 : Calcul de la distance entre la courbe du CAG et les frontières de l'objet.

Pour arrêter l'évolution de la courbe du contour actif géométrique, nous avons fixé une distance de référence dist_{ref} égale à 5% de la distance $\text{dist}(p, \phi)$. La fonction ψ est donnée par :

$$\psi = \left| \text{dist}(p, \phi) - \text{dist}_{\text{ref}} \right| = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad (2.22)$$

Symboliquement ψ est égale à 1 si le contour actif est proche des frontières, sinon elle est égale à 0. Cette nouvelle fonction adapte le contraste des frontières des objets pour guider l'évolution de la courbe vers les vraies frontières à atteindre. Chaque point de la courbe du CAG est attiré par la frontière la plus proche de son voisinage fixée par dist_{ref} . Cette dernière valeur donne une information de voisinage à considérer pour appliquer une diffusion géométrique ou un lissage. Contrairement aux travaux [120], où le voisinage est uniforme, **nous avons proposé d'adapter le voisinage en fonction de la distance de référence**. Cette fonction jouera un rôle clé dans la localisation des vraies frontières d'un objet.

2.4 Adaptation de la vitesse d'évolution aux frontières de l'objet

Considérons les termes de vitesse, notés F_1 et F_2 :

$$F_1 = k_b(\mathbf{x}) \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu k_b(\mathbf{x}) + \frac{\varepsilon}{|\nabla \phi|} \langle \nabla k_b(\mathbf{x}), \nabla \phi \rangle \quad (2.23)$$

$$F_2 = \varpi_t (|\nabla I|) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \nu \varpi_t (|\nabla I|) + \frac{\varepsilon}{|\nabla \phi|} \langle \nabla \varpi_t (|\nabla I|), \nabla \phi \rangle \quad (2.24)$$

Trois situations principalement peuvent se produire pour les deux vitesses, à savoir:

$$1) \begin{cases} F_1 = 0 \\ F_2 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} F_1 > 0 \\ F_2 > 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} F_1 < 0 \\ F_2 < 0 \end{cases}$$

Dans la situation 1) :

- F_1 correspond au cas où la courbe est stationnaire, car les deux termes de cette vitesse ne peuvent pas se compenser totalement et donc on ne peut atteindre la position du contour réel ($F_1 \neq 0$). On voit sur la figure 2.5 que les faux contours vont freiner l'évolution du CAG.

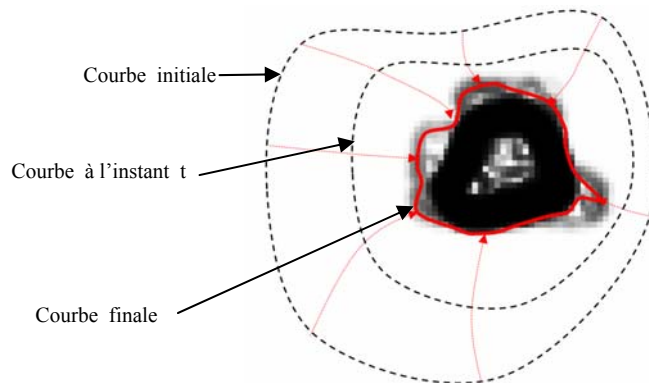


Figure 2.5 : Vitesse d'évolution dans le cas du CAG

- Pour F_2 , grâce à la définition du descripteur contour que nous avons proposé, on peut avoir $F_2 = 0$ et donc on peut atteindre la position du contour réel (cf figure 2.6).

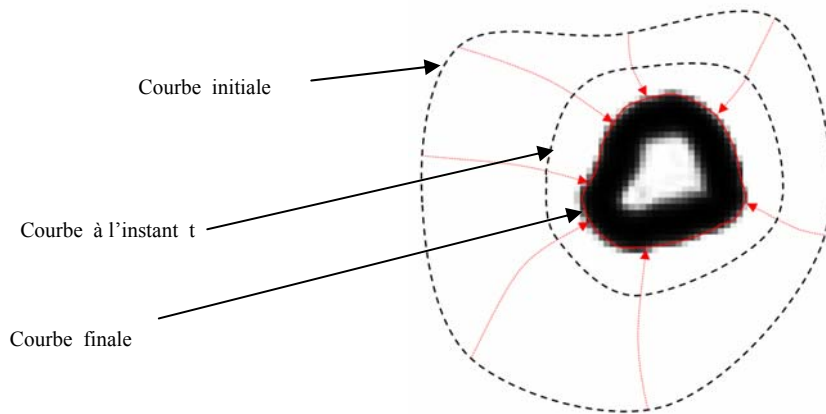


Figure 2.6 : Vitesse d'évolution dans le cas de notre modèle.

Dans la situation 2) :

- $F_1 > 0$, on a un rétrécissement du contour actif avec une vitesse de déplacement très élevée. Lorsque, dans l'image il y a des contours peu contrastés, alors du fait de sa vitesse de déplacement ($F_1 \gg F_2 > 0$), le contour actif passe au delà de la position des frontières recherchées (cf figure 2.7).

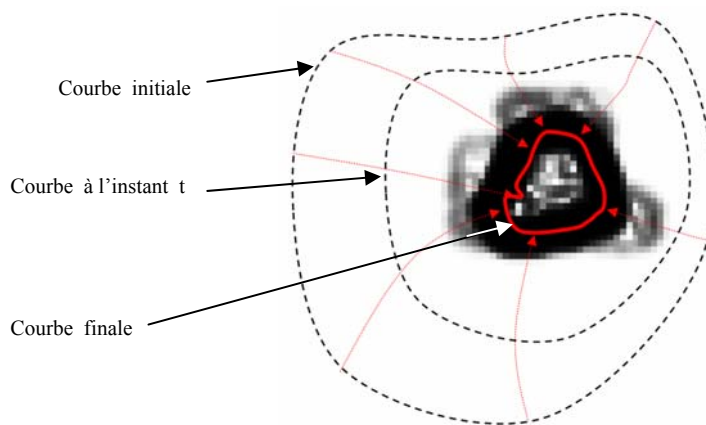
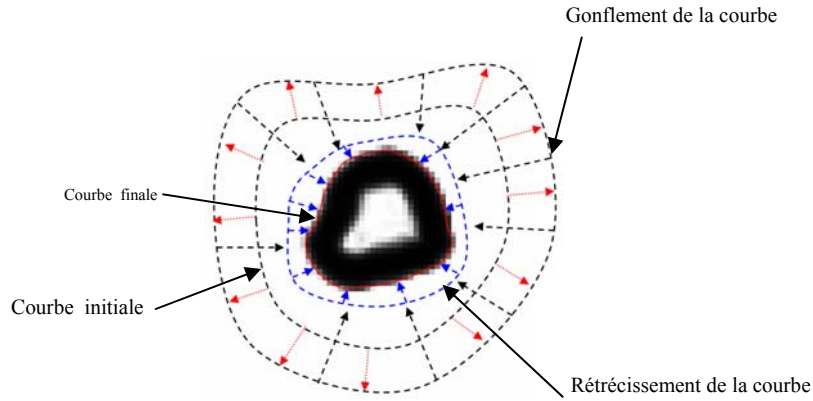


Figure 2.7 : Vitesse d'évolution dans le cas du CAG.

- Pour F_2 , grâce à la définition du descripteur contour que nous avons proposé, et à la définition de la vitesse F_2 . Nous avons donc un gonflement du contour avec une vitesse lente ($F_1 \gg F_2 > 0$). Le contour actif peut donc atteindre sa position d'équilibre

1 qui correspond à la position des frontières recherchées. Grâce à la fonction prédicat le
 2 signe du vecteur normal est inversé et la courbe revient vers les vraies frontières
 3 recherchées (cf figure 2.8).

4



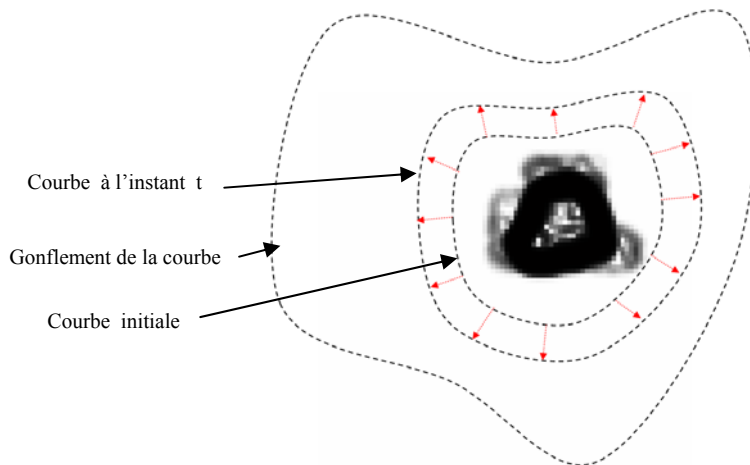
5

6 **Figure 2.8** : Vitesse d'évolution dans le cas de notre modèle.

7 Dans la dernière situation :

- 8 • $F_1 < 0$, on a un gonflement du contour avec une vitesse de déplacement très élevée (en
 9 valeur absolue). Si dans l'image il y a des contours peu contrastés, alors du fait de sa
 10 vitesse de déplacement ($|F_1| > 0, |F_2| > 0$), le contour actif ne peut plus revenir vers les
 11 frontières recherchées (cf figure 2.9).

12

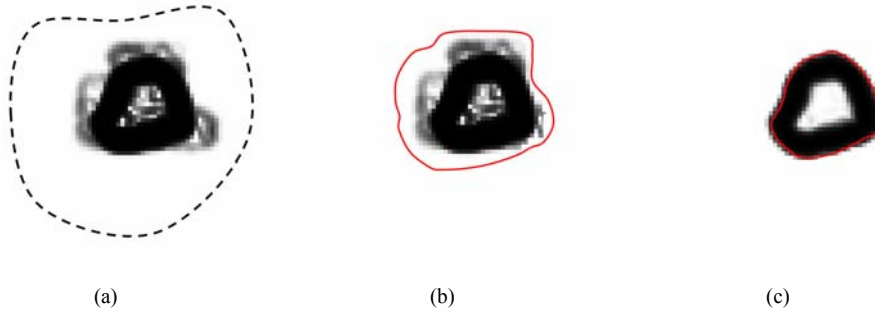


13

14 **Figure 2.9** : Evolution de courbe de CAG (Gonflement)

- 15 • Pour F_2 , grâce à la définition du descripteur que nous avons proposé et à la définition

1 de la vitesse F_2 . Nous avons donc un rétrécissement du contour avec une vitesse lente
 2 ($|F_1| \gg |F_2| > 0$), à l'intérieur du descripteur qui a rehaussé les contours peu nets. Le
 3 contour actif peu donc atteindre sa position d'équilibre ($|F_2| \rightarrow 0$) qui correspond à la
 4 position des frontières recherchées. Sur la figure 2.10 nous donnons un exemple
 5 d'évolution de la courbe CAG de notre modèle en fonction du descripteur proposé et
 6 du calcul de distance.



7 (a) Contour initial et descripteur contour initial b) Contour en évolution et descripteur en évolution
 8 c) Contour final et descripteur final.

9 **Figure 2.10** : Exemple de calcul de distance entre une courbe du contour actif par rapport aux frontières d'un
 10 objet.
 11

12 **2.5 Implantation Numérique**

13 Reprenons nos équations concernant notre nouveau modèle dans le cas continu. Ces équations
 14 deviennent alors dans le cas discret :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \phi^{t+\Delta t_{contour}} - \phi^t = \Delta t_{contour} F_2 |\nabla \phi^t| \\
 \phi(0) = \phi^0 \\
 I^{t+\Delta t_{diffusion}} - I^t = \psi(\phi) \Delta t_{diffusion} \operatorname{div}(\operatorname{diff}(|\nabla I^t|) \nabla I^t) + \\
 (1 - \psi(\phi)) \Delta t_{diffusion} \operatorname{diff}(|\nabla I^t|) \nabla I^t \operatorname{div}\left(\frac{\nabla I^t}{|\nabla I^t|}\right) \\
 I(0) = I^0 \\
 \psi(\phi^0) = \frac{1}{2}
 \end{array} \right. \quad (2.25)$$

1 Pour l'équation (2.25), le pas Δt est fixé à chaque itération par la condition Courant,
 2 Friedrichs, Lewy (CFL) [75,76] :

$$\Delta t_{contour} \leq \frac{\Delta x}{\max_{x \in R^2} (F_2)} \quad (2.26)$$

4 Le pas $\Delta t_{diffusion}$ est fixé pour l'EDP (2.25) discrète par la condition CFL [75,76] :

$$\Delta t_{diffusion} \leq \frac{|\Delta \mathbf{x}|^2}{2} \quad (2.27)$$

6 Un compromis est assuré entre les deux EDP relative à la segmentation et au filtrage par
 7 diffusion anisotrope non linéaire et par le choix du pas minimale :

$$\Delta t \leq \min(\Delta t_{contour}, \Delta t_{diffusion}) \quad (2.28)$$

$$\Delta t \leq \min(\Delta t_{contour}, \Delta t_{diffusion}) \quad (2.26)$$

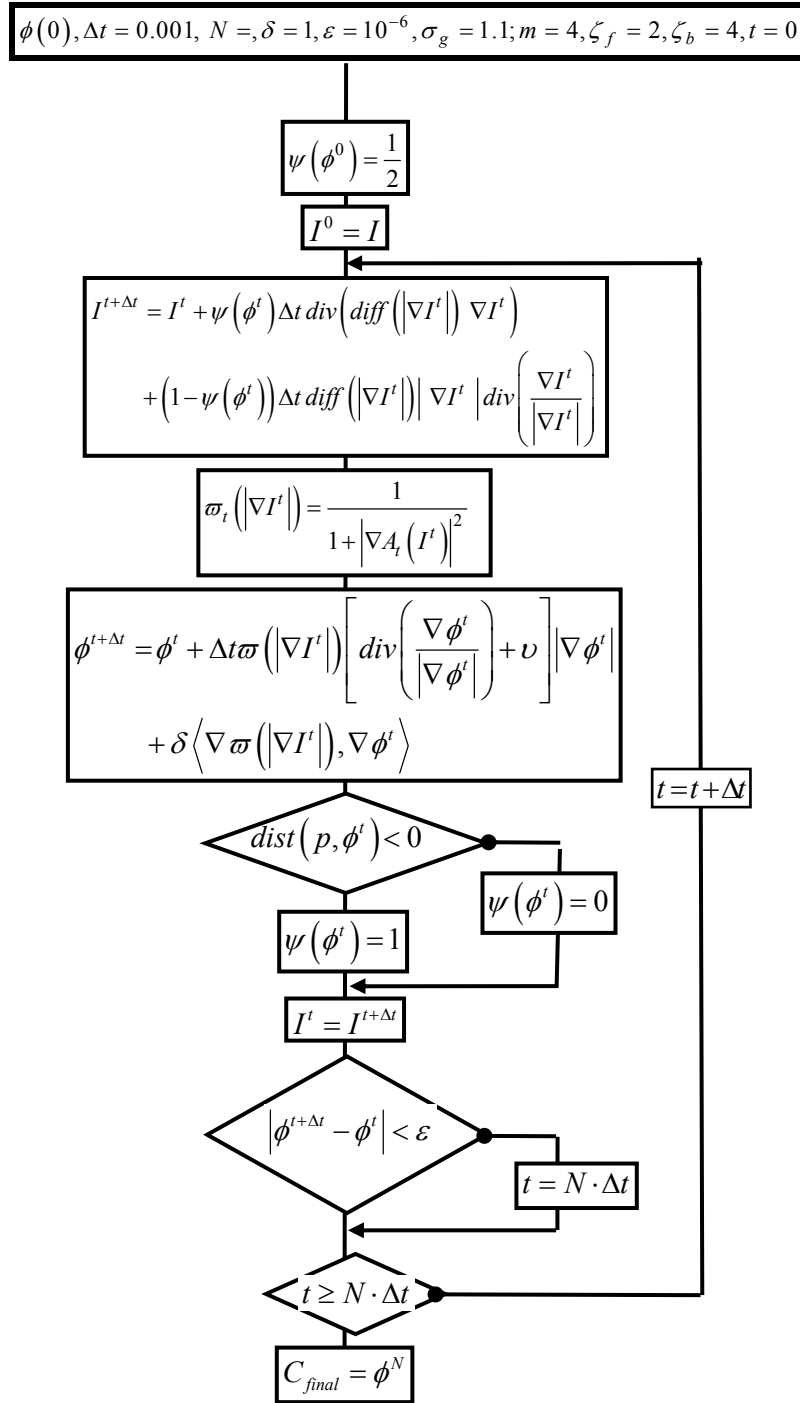
11 Pour assurer une meilleure stabilité de notre modèle de segmentation, nous avons considéré
 12 que la condition CFL est satisfaite pour les EDP (2.25) .

13 L'organigramme de la figure 2.11 reprend les différentes étapes de calculs de la solution que
 14 nous proposons. Ce schéma numérique explicite peut être aussi remplacé par un schéma
 15 numérique implicite (Additive Operator Splitting, annexe A) ou encore par un schéma
 16 numérique implicite explicite (IMPLICIT EXPLICIT scheme, annexe A). Les étapes de calculs
 17 restent inchangées.

18 L'algorithme proposé est initialisé pour les valeurs de $\phi(0), \sigma_g$ entre 1.1 à 3.
 19 $m = 4, \zeta_f = 4.1, \zeta_b = 1.1, l = 2, \Delta t = 0.01, \delta = 0.01, \nu = 0.01, N = 5000, \varepsilon = 10^{-6}$. Nous avons
 20 considéré qu'au départ la fonction prédicat est fixée à la valeur $\frac{1}{2}$ pour qu'à la fois, le
 21 processus de diffusion lisse et rehausse le contraste des frontières des objets à segmenter.

22

1



2

3

Figure 2.11 : Algorithme pour le calcul itératif de l'évolution du contour actif couplé

4

à la diffusion anisotrope, C_{final} est le contour final segmenté.

5

6

Avant de passer aux tests de validation de notre méthode, nous allons présenter les données

7

utilisées et la démarche d'évaluation que nous avons choisie.

1 **3. Les résultats**

2 **3.1 Les données**

3 Les données de cette étude sont constituées d'images IRM réelles. Ces données
4 correspondent à une séquence d'examen médicale d'un patient âgé de 67 ans de sexe
5 masculin atteint d'une tumeur dans le parenchyme gauche du cerveau. L'examen clinique a
6 été établi au CHRU de LILLE. La séquence des images est acquise sur un scanner IRM
7 Philips de 1.5T. L'acquisition est composée de la modalité S FLAIR SENSE et pour une
8 séquence IR (TR=11000, TE=140, TI=2800, FA=90°). Le volume d'images issu de cette
9 acquisition est de taille 256x256x36 voxels. L'épaisseur des coupes est de 5mm, la distance
10 intercoupe est de 6mm. Les images sont codées sur 12bits/pixel.

11 Nous avons effectué la segmentation en cherchant dans la séquence d'images la pathologie ou
12 la lésion présente.

13 Dans la littérature, les critères d'évaluation d'une segmentation sont nombreuses [121, 122,
14 123]. Elles sont liées à l'approche de segmentation utilisée (contour/région), avec ou sans
15 segmentation de référence. Nous avons utilisé une méthode d'évaluation objective basée sur
16 le critère F- mesure et le coefficient Dice proposé dans [130] (cf annexe B).

17 **3.2 La méthodologie**

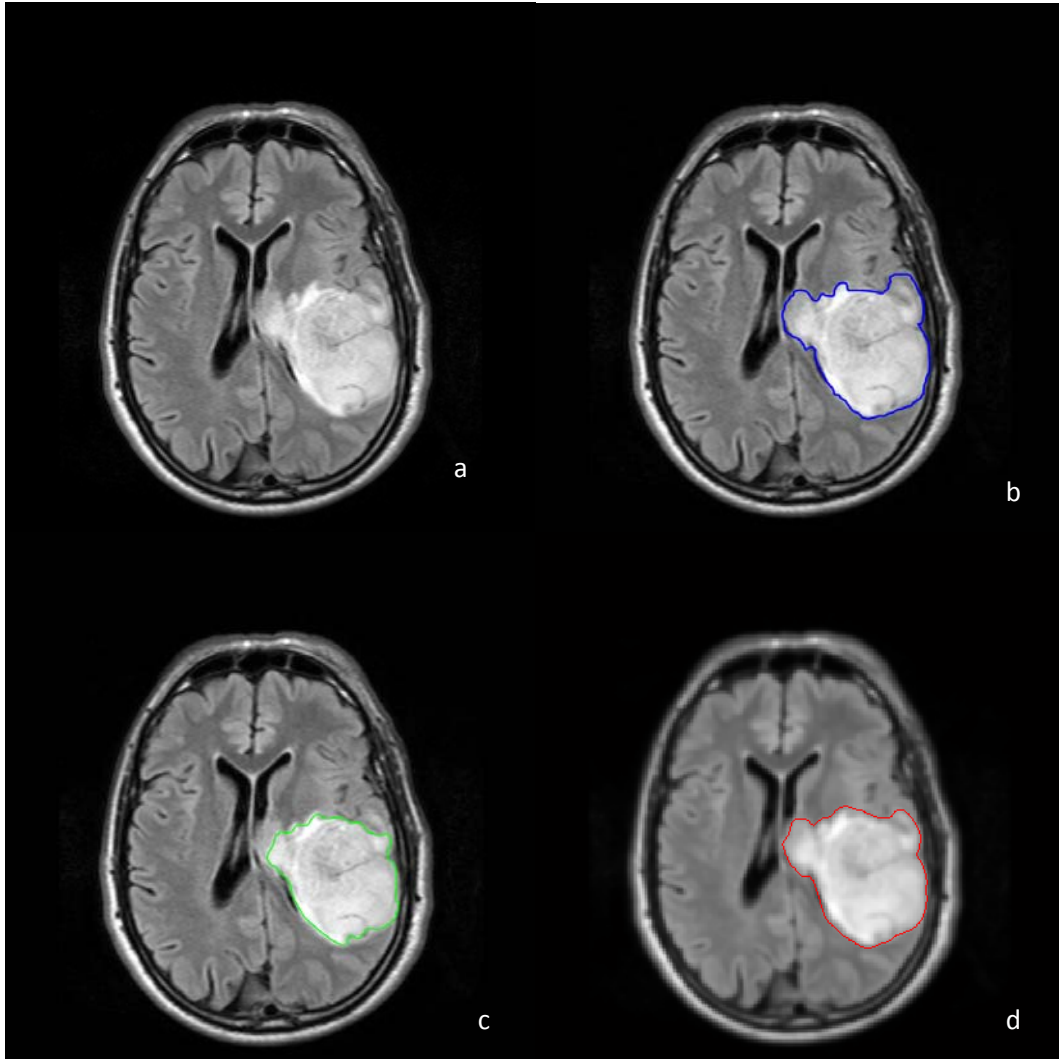
18 Au départ les données Dicom de notre séquence nous permettent de fixer $\sigma_g^2 = 1.1$.
19 Considérons par exemple la coupe 14 (cf figure 2.12-a). Cette image est segmentée par :

20 -En bleu le médecin expert (cf figure 2.12-b).

21 -En vert le CAG classique (cf figure 2.12-c).

22 -En rouge la méthode proposée (cf figure 2.12-d).

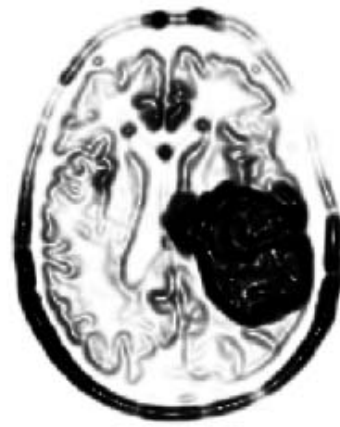
23 Pour la coupe 14, nous avons initialisé les algorithmes à l'aide d'une courbe fermée placée
24 arbitrairement sur l'image.



a) Image initiale b) Segmentation de référence c) Image segmentée par CAG d) Image segmentée par notre modèle

Figure 2.12 : Image de la coupe 14

Le résultat de notre descripteur contour est représenté sur la figure 2.13-a, on constate la topologie complexe des frontières des différents organes et tissus présente dans l'image mais aussi la présence de parties faiblement contrastées ce qui entraîne pour la tumeur des frontières floues et ou peu visibles. Sur les figures (2.13-b, 2.13-c, 2.13-d) ces mêmes frontières sont très nettement plus visibles grâce à l'application de notre couplage itératif. La figure 2.13-a est aussi le descripteur du CAG classique.



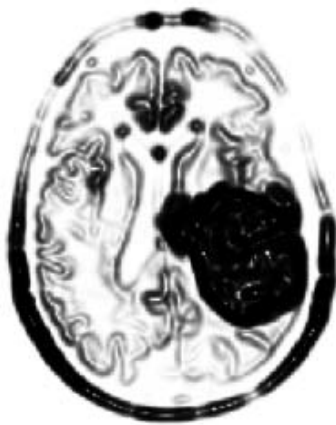
1

a

b

2 a) Descripteur contour pour $\sigma_g^2 = 1.1$, et pour l'itération 0

b) Descripteur contour à l'itération 100



3

c

d

4 c) Descripteur contour à l'itération 500

d) Descripteur contour à l'itération finale

5 **Figure 2.13** : Notre descripteur Descripteur contour pour la coupe 14

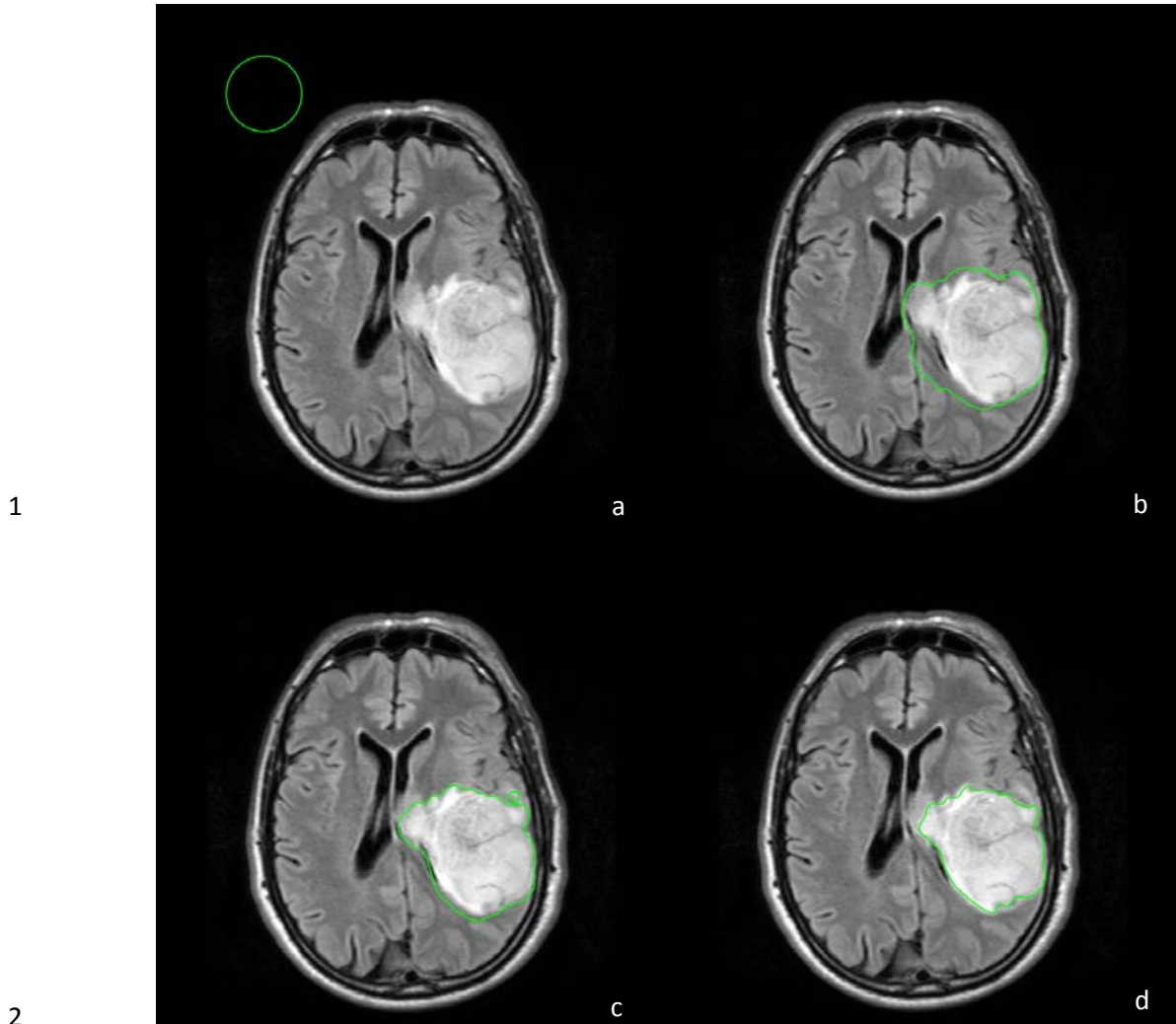
6

7 Sur la figure 2.14, on montre l'évolution du processus de segmentation pour le CAG.

8

9

10



a) Contour initial b) Contour à l'itération=100 c) Contour à l'itération 500 d) Contour final à 2800

Figure 2.14 : Evolution du CAG

Sur la figure 2.15, on montre l'évolution du processus de segmentation mais dans le cas de notre modèle uniquement.

Dans la table 2.1 on donne une évaluation quantitative des résultats de segmentation à partir du critère F-measure, entre le CAG classique et notre modèle.

Image	M	S	$Erreur = \frac{ M - S }{ M }$	P	R	F	Dice
Notre méthode (AOS)	0,08001	0,079815	1,8%	0,95	0,81	0,82	0,89
Notre méthode(sans AOS)	0,08068	0,081905	1,5%	0,98	0,84	0,88	0,91
CAG classique	0,08068	0,073766	9,1%	0,70	0,82	0,76	0,75

Table 2.1 : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation par notre méthode et le contour actif géométrique classique.

1
2
3
4
5
6

Nous constatons que les performances de la méthode proposée dépassent les performances du CAG classique. La qualité du descripteur contour est déterminante pour une segmentation robuste et précise.

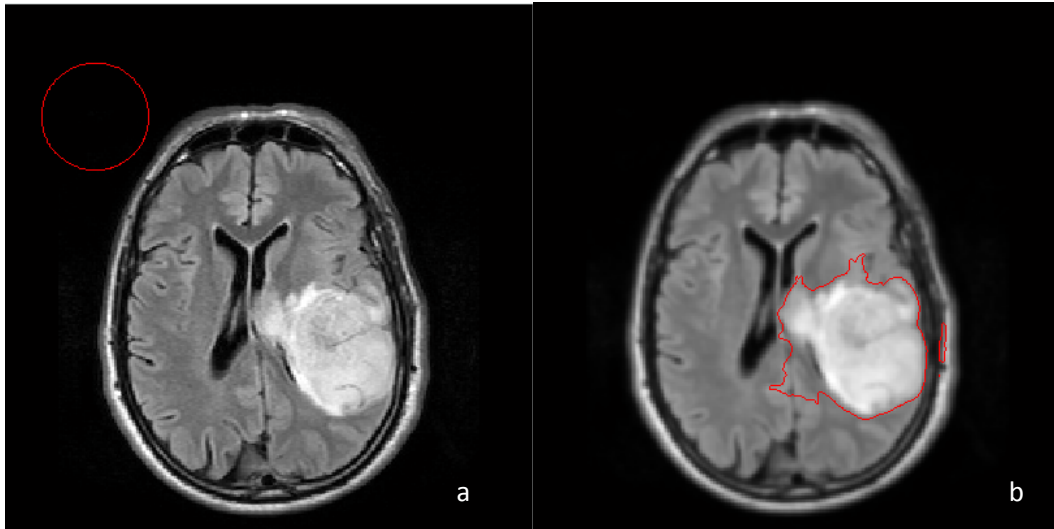
Image	Coût de calcul
notre méthode (AOS)	320s
notre méthode (sans AOS)	626s
CAG classique	120s

Table 2.2 : Coût des calculs des modèles de segmentation pour une image de taille 256x256, calculs effectués sur Matlab 7.4 version Windows (PC P 4 (2, Mhz, 512Mocet RAM)

7
8
9

Dans la table 2.2 on présente la comparaison du coût des calculs entre le CAG classique et notre modèle. Malgré la valeur élevée du coût des calculs de notre méthode, la précision du point de vue qualitative et quantitative de notre solution reste bien meilleure que la solution fournie par le CAG classique (cf table 2.1 et figure 2.15). On peut toujours diminuer ce coût en utilisant une machine dédiée ou en utilisant un code plus performant.

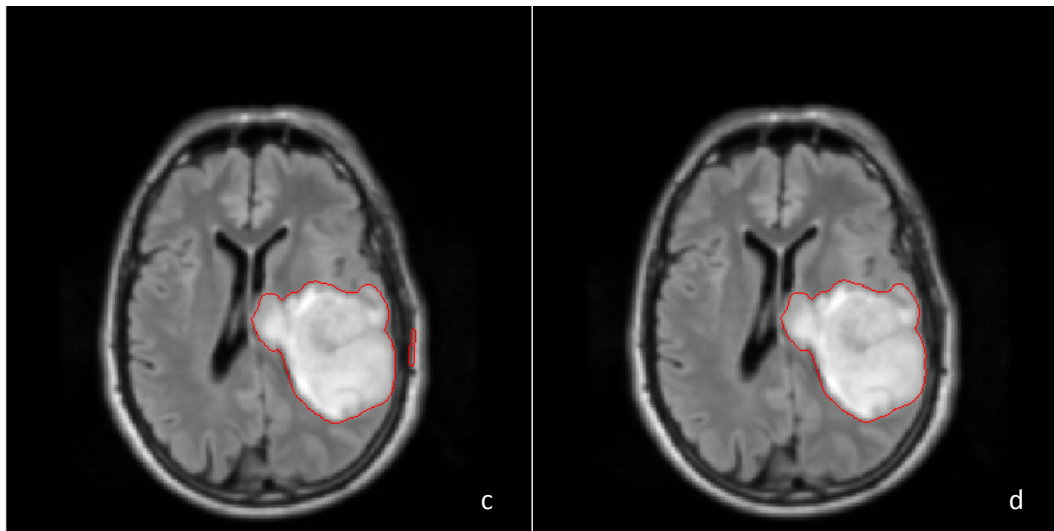
10
11
12
13
14
15
16



1

2 a) Contour initial

b) Contour à l'itération=100



3

4 c) Contour à l'itération 500

d) Contour final à 2000

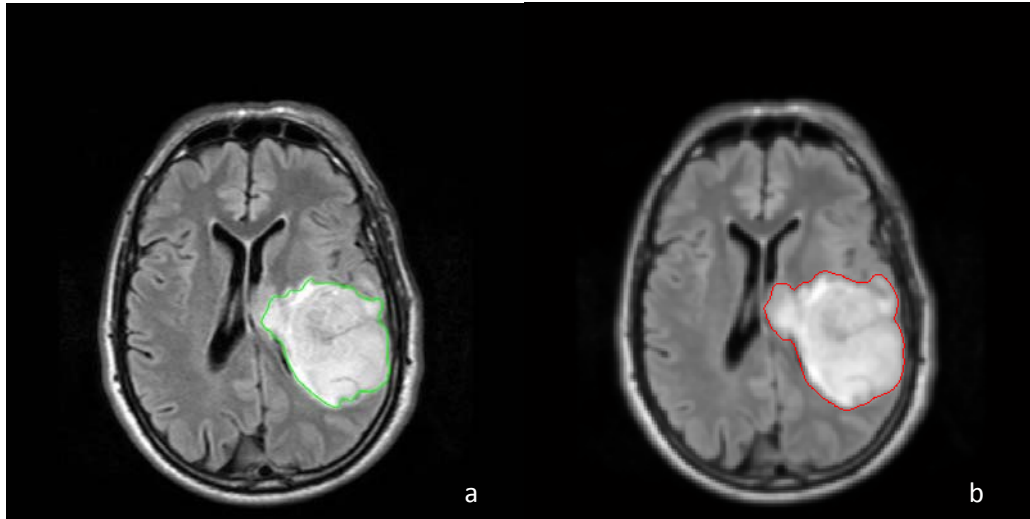
5 **Figure 2.15** : Evolution de la courbe de notre méthode

6

7 On donne aussi sur la figure 2.16 la comparaison entre la segmentation de référence et
8 respectivement, un zoom des segmentations obtenues, par le CAG classique et la méthode
9 proposée (cf figure 2.16-c).

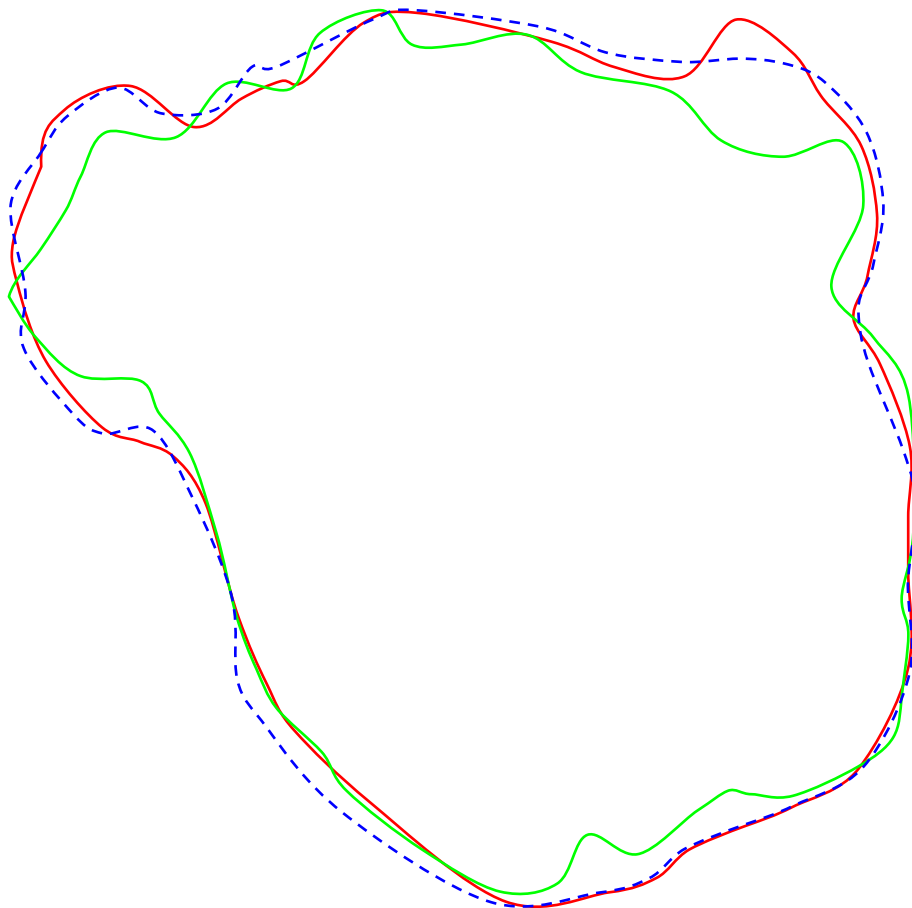
10

11



a) Contour actif classique

b) Notre méthode

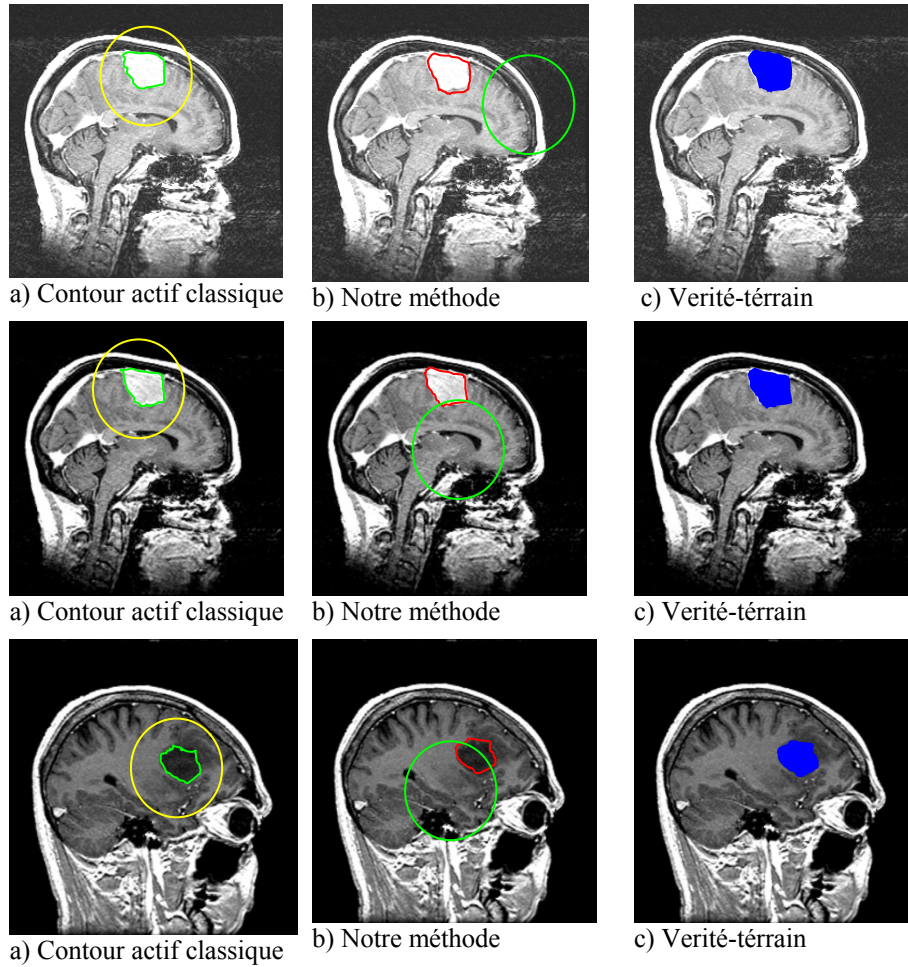


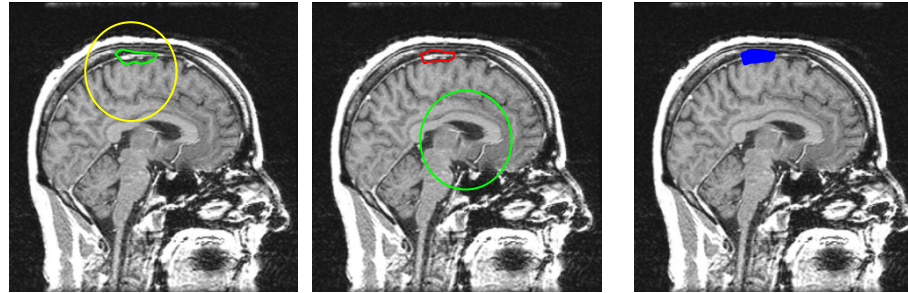
c) Comparaison de la segmentation par CAG (courbe continue-vert), de notre modèle proposé (courbe en pointillés rouge), avec celle de référence (courbe en pointillés bleu).

Figure 2.16 : Segmentation finale par contour actif géométrique.

Nous avons aussi appliqué notre modèle de segmentation sur un ensemble d'images issues de la base de données [37]. Une segmentation de référence de la tumeur pour les 10 cas étudiés,

1 nous a donné la possibilité de comparer nos résultats de segmentation avec la segmentation de
 2 référence établie par les cliniciens (cf figure 2.17-c en bleu). Sur la figure 2.17, nous avons
 3 choisi de présenter pour chaque cas étudié, une image de coupe avec les résultats en rouge, le
 4 contour initiale en jaune pour le CAG et en vert pour notre méthode. Enfin dans la table 2.3,
 5 on donne les résultats de segmentation pour les 10 cas étudiés.
 6





a) Contour actif classique

b) Notre méthode

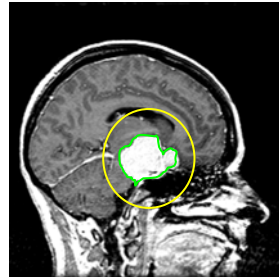
c) Verité-térrain



a) Contour actif classique

b) Notre méthode

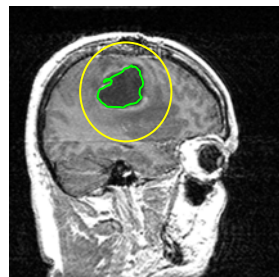
c) Verité-térrain



a) Contour actif classique

b) Notre méthode

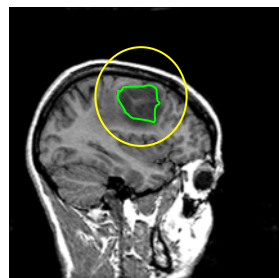
c) Verité-térrain



a) Contour actif classique

b) Notre méthode

c) Verité-térrain



a) Contour actif classique

b) Notre méthode

c) Verité-térrain

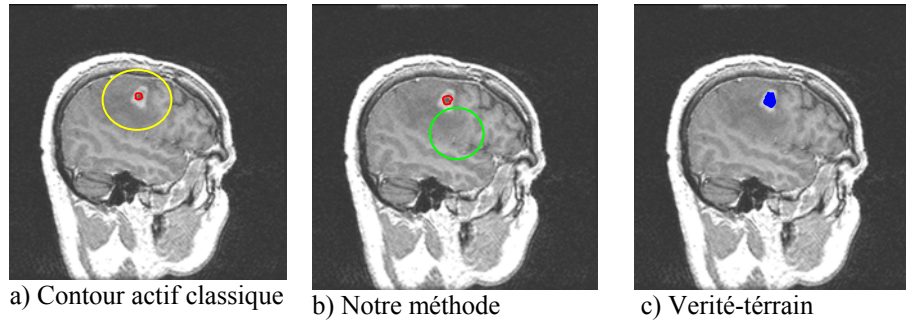


Figure 2.17 : Comparaison entre le CAG et notre méthode sur la base des données de Havard [156].

1
2

3 Nous concluons aussi que pour cet ensemble d'images que notre modèle présente une
4 amélioration par rapport au modèle classique.

5 **4. Conclusion**

6 Les Contours actifs géométrique sont actuellement fortement utilisés pour la segmentation des
7 images médicales. L'ajustement des paramètres du contour actif géométrique pose un certain
8 nombre de problèmes. Le descripteur contour est l'un des problèmes majeurs dans l'évolution
9 des courbes des contours actifs géométriques. Ceci se traduit par le problème de fuite des
10 courbes des contours vers des régions autres que celles à segmenter.

11 Nous avons présenté *un nouveau modèle de contour actif géométrique* pour la segmentation
12 des images. Même s'il existe des modèles plus récents [8, 95, 97], nous avons voulu montrer
13 que l'on pouvait sur le modèle de base encore améliorer les résultats de segmentation.

14 Ce modèle est basé sur *la construction itérative d'un nouveau descripteur contour qui est*
15 *obtenue après homogénéisation des niveaux de gris de l'image initiale.* Ceci pour répondre
16 aux problèmes inhérent des fuites des contours dans le cas des CAG et géodésiques. Pour
17 obtenir cette homogénéisation des niveaux de gris, nous avons proposé *de coupler*
18 *adaptativement l'équation aux dérivées partielles (EDP) du processus de diffusion anisotrope*
19 *avec celle du contour actif géométrique.* La conséquence immédiate est le filtrage du bruit, le
20 lissage des discontinuités et enfin le renforcement des frontières du contour initial, ce qui
21 permet de fixer un critère plus robuste pour le contrôle adaptatif de la vitesse d'évolution des
22 courbe des ensembles de niveaux. Le couplage ainsi proposé, assure que les courbes des
23 ensembles de niveaux atteignent plus rapidement les vrais contours des objets. Nous avons
24 montré, à travers les différents résultats obtenus que notre modèle fournit une estimation
25 simple et plus robuste du contour réel de l'objet.

1

Image	Modèle	Erreur	F-mesure	Dice
Image a (coupe 41)	Notre méthode (avec AOS)	1,70%	0,75	0,86
	Notre méthode (sans AOS)	1,50%	0,88	0,90
	CAG classique	10%	0,76	0,81
Image b (coupe 55)	Notre méthode (avec AOS)	4,30%	0,78	0,82
	Notre méthode (sans AOS)	3,50%	0,87	0,86
	CAG classique	9%	0,75	0,78
Image c (coupe 51)	Notre méthode (avec AOS)	5,60%	0,86	0,81
	Notre méthode (sans AOS)	4,20%	0,89	0,88
	CAG classique	12%	0,72	0,69
Image d (coupe 50)	Notre méthode (avec AOS)	7,30%	0,81	0,8
	Notre méthode (sans AOS)	4,60%	0,83	0,8
	CAG classique	10%	0,71	0,68
Image f (coupe 55)	Notre méthode (avec AOS)	6,50%	0,78	0,75
	Notre méthode (sans AOS)	5,50%	0,83	0,80
	CAG classique	9%	0,7	0,69
Image g (coupe 56)	Notre méthode (avec AOS)	7,20%	0,74	0,71
	Notre méthode (sans AOS)	3,40%	0,85	0,82
	CAG classique	8%	0,75	0,74

2

3 **Table 2.31** : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation par notre méthode et le contour actif
 4 géométrique classique appliquée à l'ensemble des images[37].

5

6

7

8

9

Chapitre 3 : Intégration des connaissances a priori de forme dans le modèle des contours actifs géométriques

Résumé : *Récemment, l'intégration des connaissances statistiques de forme dans la formulation du contour actif basée contour ou région s'est avérée efficace et améliore la qualité des résultats de segmentation. Nous proposons dans ce chapitre une nouvelle méthode de segmentation combinant les descripteurs classiques (contour ou régions) avec un nouveau descripteur probabiliste de forme pour une segmentation plus robuste des objets bruités ou partiellement occultés. Le descripteur probabiliste de forme est incorporé dans le modèle du contour actif géométrique en terme d'énergie. Ce modèle de descripteur probabiliste de forme est basé sur un apprentissage statistique à partir de formes géométriques. L'apprentissage des formes à notre modèle est faite à partir de l'étude statistique de la distribution des vecteurs de formes. Les formes considérées pour l'apprentissage sont projetées dans un espace de formes réduites puis approximées par un modèle de densité de probabilité pour explorer leurs variabilités. La probabilité obtenue est analysée à l'aide de la méthode par composantes principales à noyau (Kernel Principal Component Analysis : KPCA) afin de prendre en compte les fortes et faibles déformations locales. On obtient finalement un descripteur probabiliste que l'on associe au descripteur contour ou régions pour segmenter les structures a priori connues. Nous avons appliqué le modèle proposé à des images synthétiques et réelles, les résultats obtenus sont évalués quantitativement et qualitativement.*

1. Introduction

1 Dans de nombreux domaines d'applications des contours actifs géométriques, on dispose
2 d'une information a priori sur la forme de l'objet à segmenter. Cette information peut se
3 traduire par un certain nombre de segmentations de l'objet d'intérêt, constituant un ensemble
4 d'apprentissages. En imagerie médicale, l'objet d'intérêt concerne des structures anatomiques
5 semblables d'un sujet à l'autre, et l'on souhaite définir une forme représentative de ces
6 structures. Les approches les plus utilisées sont statistiques [131, 132]. Récemment,
7 l'utilisation des descripteurs contour et ou régions dans la formulation des contours actifs ont
8 montré leur efficacité pour la segmentation d'images. **Cependant, en présence de bruit ou**
9 **et d'occlusions, les descripteurs contour et ou régions qui utilisent les informations**
10 **photométriques (gradient ou texture) sur les objets recherchés, peuvent donner des**
11 **résultats de segmentations insatisfaisantes.** Afin de remédier à ce problème, le descripteur
12 contour et ou régions est contraint par un descripteur de forme. Ce dernier calcule la distance
13 entre la courbe associée à la forme de référence et la courbe du contour actif.

14 Dans la plupart des cas, l'objet à segmenter dans une image peut présenter une certaine
15 variabilité par rapport à la forme de référence. Puisque ces variations, par rapport à la forme
16 de référence, ne sont pas modélisables par une transformation linéaire de type affine de
17 nombreux auteurs ont focalisé leurs efforts sur l'apprentissage de formes diverses afin de
18 conférer plus de souplesse à la contrainte de forme. Ainsi, le contour actif est autorisé à se
19 déformer dans un sous-espace des formes défini par l'apprentissage. Puisque les formes
20 apprises sont redondantes, elles sont souvent projetées dans un sous-espace orthogonal grâce
21 à l'Analyse en Composantes Principales (ACP) afin de déterminer les modes principaux de
22 variabilités. Un problème inhérent au traitement de formes d'apprentissage est leur
23 alignement. Ce problème peut être résolu par une initialisation du contour proche de la forme
24 recherchée. Ceci nécessite une connaissance a priori de la forme du contour à segmenter.
25 Cependant, il n'est pas toujours simple d'initialiser les objets occultés.

26 Pour résoudre ce problème, **nous proposons de concevoir un nouveau descripteur**
27 **probabiliste de forme.** Ce nouveau descripteur contraint le contour actif à segmenter les
28 objets de forme a priori connue. Les connaissances a priori sont intégrées dans le descripteur
29 probabiliste en terme de distances pour tenir compte des déformations locales et globales.
30 Notre contribution se résume alors par :

- 1 **i) L'intégration des connaissances a priori en calculant une distance à base d'une**
2 **fonction noyau afin de prendre en compte les déformations locales.**
3 **ii) Un nouveau descripteur est calculé à partir de la relaxation de la distance entre le**
4 **contour de référence et le contour de l'objet à segmenter. Le terme de relaxation est**
5 **intégré dans le descripteur de forme. Ceci permet au contour actif de se libérer du**
6 **problème d'initialisation en présence de l'a priori de forme.**
7 **iii) Enfin, l'intégration de la variabilité des paramètres de pose dans le modèle de**
8 **segmentation.**

9 **2. Construction du descripteur de forme**

10 Soit $I : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$ une image donnée. On considère le modèle suivant pour notre étude :

$$11 \quad E(C) = E_{contour}(\Omega) + \alpha E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) \quad (3.1)$$

12 On souhaite introduire un nouveau descripteur probabiliste de forme dans :

$$13 \quad E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) = \int_{\partial\Omega} k_f(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) da(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

14 Où $k_f(\mathbf{x})$ est le descripteur de forme probabiliste que nous proposons. Nous formalisons ce
15 descripteur à l'aide de la relation suivante :

$$16 \quad k_f(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) = k_b(\mathbf{x}) f(d_f^2(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})) \quad (3.3)$$

17 Où $f(\cdot)$ est une fonctionnelle lipchitzienne.

$$18 \quad d_f(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref}) = \begin{cases} \min(\mathbf{x} - \mathbf{y}) & \forall \mathbf{x} \in C, \mathbf{x} \notin \Omega_{ref} \\ -\min(\mathbf{x} - \mathbf{y}) & \forall \mathbf{x} \in C, \mathbf{x} \in \Omega_{ref} \\ 0 & \forall \mathbf{x} \in C, \mathbf{x} \in \partial\Omega_{ref} \end{cases} \quad (3.4)$$

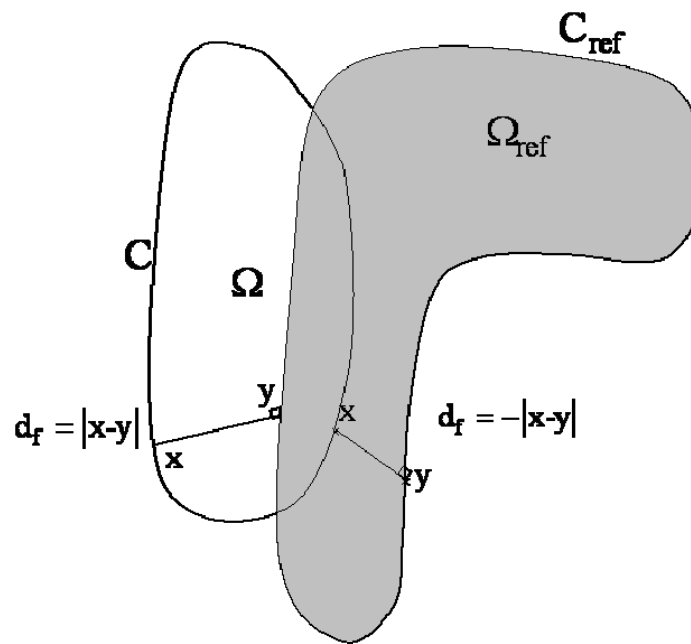


Figure 3.1 : Fonction distance signée à un contour de référence $\partial\Omega_{ref}$.

L'information a priori se présente sous la forme d'un contour de référence noté $\partial\Omega_{ref}$. Le contour de référence $\partial\Omega_{ref}$ peut être extrait d'un atlas ou défini interactivement par un utilisateur, ou se déduire de la segmentation de l'image précédente pour des applications de segmentation d'images de vidéos.

Nous souhaitons contraindre le contour actif $\partial\Omega$ en minimisant la distance qui le sépare du contour de référence $\partial\Omega_{ref}$ (cf figure 3.1). Pour cela, nous définissons l'énergie de notre nouveau modèle dont nous déduisons l'équation d'évolution du contour.

Les hypothèses contraignant le choix de la fonction de pondération d_f sont :

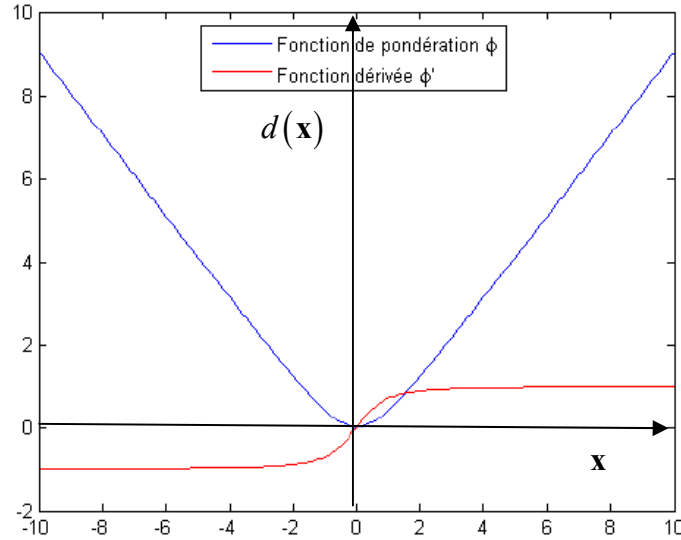
- d_f dérivable, car l'équation d'évolution du contour actif se déduit de la dérivée de l'énergie.
- Paire, afin de pondérer à l'identique les points à l'intérieur et ceux à l'extérieur du contour $\partial\Omega$.
- Décroissante sur \mathbb{R}^+ pour pénaliser plus fortement les points éloignés du contour $\partial\Omega$.
- Nulle et de dérivée nulle en zéro, c'est-à-dire pour tout point appartenant au contour de référence $\partial\Omega_{ref}$.

1 • De dérivée bornée, condition suffisante pour assurer la stabilité du schéma numérique.

2 La fonction d_f (cf figure 3.2) choisie est donnée par :

$$3 \quad f = e^{-\frac{\lambda}{2}d_f^2}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^{*+} \quad (3.5)$$

4



5

6 **Figure 3.2** Fonction de pondération de la distance.

7 L'énergie du contour actif s'écrit :

$$8 \quad E(C) = \int_C k_b(p) dp + \alpha \int_C k_b(p) f(d_f(p, C_{ref})) dp \quad (3.6)$$

$$9 \quad E(C) = \int_0^1 k_b(s) |C'(s)| ds + \alpha \int_0^1 k_b(s) f(d_f(s, C_{ref})) |C'(s)| ds \quad (3.7)$$

10

$$11 \quad \begin{aligned} E(C) &= \int_C k_b(x, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) + \alpha \int_C k_b(x, \partial\Omega) f(d_f(x, \partial\Omega_{ref})) da(\mathbf{x}) \\ &= \int_{\partial\Omega} k_b(x, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) + \alpha \int_{\partial\Omega} k_f(x, \partial\Omega, \partial\Omega_{ref}) da(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

12 On obtient l'équation d'Euler-Lagrange par la méthode de descente de gradient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C}{\partial t} = \left[\left\{ k_b(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) + \alpha k_f(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) \right\} \kappa + \left\{ \vec{N} \nabla k_b(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) + \alpha \vec{N}_{ref} \cdot \vec{N} \nabla k_f(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) \right\} \right] \vec{N} \\ C(s, t = 0) = C_0(s) \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Où \vec{N}_{ref} est le vecteur normal du contour de référence, donné par :

$$\vec{N}_{ref} = \frac{\partial C_{ref}}{|\partial C_{ref}|} \quad (3.10)$$

Comme $\nabla k_f \approx 0$, le contour s'élargit ou se rétrécit suivant s'il est respectivement à l'intérieur ($d_f < 0$) ou à l'extérieur ($d_f > 0$) du contour de référence.

Le problème, à résoudre, consiste à rechercher la forme de référence $\partial\Omega_{ref}$, et la fonctionnelle $f(\cdot)$ qui vérifie la définition 3.1.

Définition 3.1 :

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \exists M \in \mathbb{R}^+, |d_f(\mathbf{x})| \leq M$$

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, d_f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}, \exists M \in \mathbb{R}^+, |f| < M$$

11

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la plupart des travaux concernant la segmentation avec a priori, ont pour principaux inconvénients :

- i) Initialisation près de l'objet à segmenter.
- ii) Non prise en compte des fortes et faibles déformations locales.
- iii) Augmentation des durées de calculs.

Voici dans l'organigramme donné dans la figure 3.3, le schéma descriptif de la solution que nous proposons :

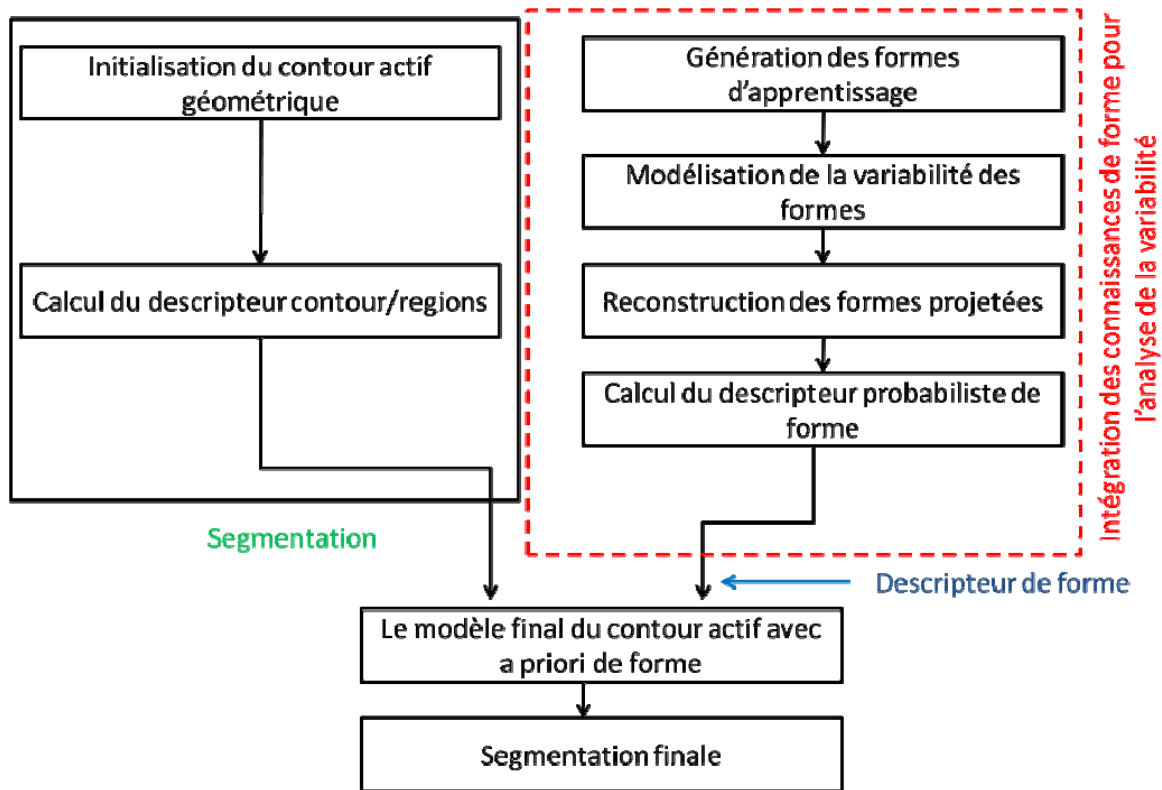


Figure 3.3 : Les différentes étapes du processus de segmentation en présence de l'a priori de forme.

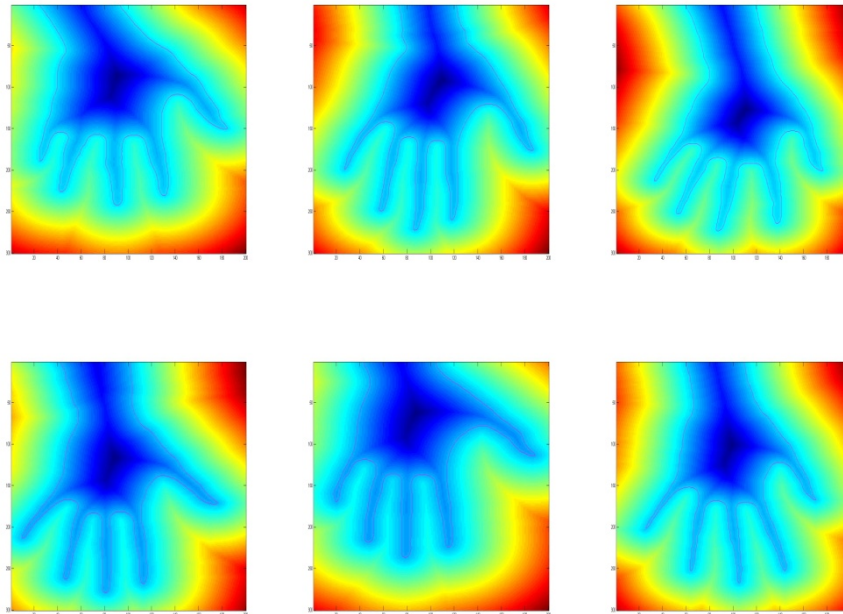
3. Intégration des connaissances de forme pour l'analyse de la variabilité

On commence par générer les formes d'apprentissage puis on modélise la variabilité de ces formes. On fait la projection de ces données dans un espace caractéristique pour réduire la dimension des vecteurs de données. On peut alors reconstruire les vecteurs de données à partir des données projetées. Il nous faut ensuite calculer le descripteur probabiliste de forme. Ce descripteur est alors intégré dans le modèle final. Nous allons reprendre les détails de ces étapes en insistant sur nos contributions.

3.1 Génération des formes d'apprentissage

On considère la représentation implicite de l'ensemble des données d'apprentissage $\omega = \{\Omega_{ref}^1, \dots, \Omega_{ref}^i, \dots, \Omega_{ref}^{N-1}, \Omega_{ref}^N\}$. A chaque région $\Omega_{ref}^i \in \omega \subset \mathbb{R}^{p \times q}$ est associée une Fonction de Distance Signée (FDS) notée $\phi_i \in \mathbb{R}^{p \times q}$ incluse dans l'ensemble $\hat{\omega} = \{\phi_1, \dots, \phi_i, \dots, \phi_{N-1}, \phi_N\}$ de dimension plus élevée. Les FDS sont représentées comme des surfaces ou chacun de ses points est codé par rapport à sa position avec l'intérieur

1 (distance négative) ou avec l'extérieur (distance positive) du contour (iso-courbe 0) (cf figure
 2 3.4). Pour convertir ces cartes de distances en vecteurs de forme, elles sont réarrangées dans
 3 des vecteurs colonnes. Chaque FDS $\phi_i \in \mathbb{R}^{p \times q}$ est remplacée par un vecteur $\hat{\phi}_i \in \mathbb{R}^{k \times 1}$ et
 4 forme une matrice de dimension $k \times N$, où $k = p \times q$ est la dimension du vecteur de forme
 5 et N est le nombre de formes utilisées pour l'apprentissage.



6

7

8 **Figure 3.4** : Exemple d'un ensemble de données d'apprentissage, les formes sont représentées par des cartes de
 9 distances signées (image 300x200), le contour en rouge correspondant à l'iso-courbe 0.

10 3.2 Modélisation de la variabilité des formes

11 On souhaite extraire des formes ϕ_i à partir d'un ensemble de données ω . On dispose dans la
 12 suite de N ensembles de données dans un espace de N dimensions. Ces formes (distances
 13 signées) sont supposées être au préalable alignées, par exemple à l'aide de l'analyse de
 14 Procruste [133]. Les méthodes d'extraction de formes consistent à déterminer un sous-espace
 15 de dimension l de l'espace des formes d'origine de dimension k ($l \leq k$).

16 Deux familles de méthodes peuvent être utilisées : les méthodes linéaires et les méthodes non
 17 linéaires.

18 3.2.1 Méthode linéaires

19 3.2.1.1 L'Analyse en Composantes Principales

1 L'ACP [133] est une méthode projective non supervisée dont le critère à maximiser est la
 2 variance originale dans les données projetées. On fait l'hypothèse que les données de départ
 3 se trouvent dans un hyperplan et que l'on peut les exprimer au moyen des vecteurs qui
 4 définissent cet hyperplan. Si l'hypothèse se révèle vraie, on trouve la dimensionnalité
 5 intrinsèque des données. L'ACP détermine un ensemble réduit d'axes orthogonaux sur
 6 lesquels on peut projeter les données de départ tout en gardant le maximum de variance de
 7 l'ensemble. Les axes où la variance des données est réduite peuvent être éliminés pour obtenir
 8 une réduction de la dimensionnalité avec une perte minimale d'information. La
 9 transformation est, par définition, linéaire (matrice de passage orthogonale). Néanmoins, pour
 10 des vecteurs représentant des phénomènes complexes, nous obtenons généralement des
 11 relations non-linéaires entre les différentes dimensions. Dans [155], les auteurs ont montré
 12 que plusieurs méthodes linéaires d'apprentissage statistique pouvaient être généralisées pour
 13 avoir des comportements non-linéaires en utilisant des fonctions noyaux, qui substituent les
 14 produits scalaires euclidiens dans l'espace de départ en vue d'obtenir une généralisation non-
 15 linéaire de l'ACP.

16 **3.2.1.2 L'analyse en composantes principales probabiliste**

17 Nous allons considérer la modélisation de la distribution de N vecteurs
 18 $\omega = \{ \Omega_{ref}^1, \dots, \Omega_{ref}^i, \dots, \Omega_{ref}^{N-1}, \Omega_{ref}^N \}$. Le modèle le plus utilisé pour l'estimation d'une densité
 19 de probabilité est la distribution normale ou gaussienne. Une manière d'obtenir les valeurs de
 20 ces paramètres est avec la fonction de vraisemblance L_V , qui considère le log de la probabilité
 21 des données observées selon le modèle construit avec ces paramètres. On a :

$$22 \quad L_V(\mu, \Sigma) = \sum_{i=1}^N \log \left(p \left(\Omega_{ref}^i \mid \mu, \Sigma \right) \right) \quad (3.11)$$

23 Il est usuel de travailler sur la distribution du vecteur $\mathbf{Y} = [\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_i, \dots, \hat{\phi}_{N-1}, \hat{\phi}_N]$. La
 24 maximisation de cette fonction de vraisemblance $L_V(\mu, \Sigma)$ est une procédure analytique qui
 25 obtient des valeurs pour ces paramètres, les plus adaptées aux données observées [154]. Une
 26 autre solution pour réduire le nombre de termes du modèle normal et de faire ressortir
 27 certaines corrélations ; c'est le Modèle des Variables Latentes (MVL) [154]. Ce modèle est
 28 utilisé pour réduire la dimensionnalité d'un ensemble tout en calculant une estimation de sa
 29 densité de probabilité. Le but du MVL est d'exprimer la distribution des vecteurs de formes
 30 centrés $\hat{\phi}_i \in \mathbb{R}^k$ en fonction de variables latentes. On suppose une distribution conjointe qui est

1 en fait le produit d'une distribution marginale des variables latentes et de la distribution
 2 conditionnelle de la forme observée par rapport à la forme latente. La vraisemblance des
 3 données observées sur le modèle LVM le plus simple est :

$$L_V = \sum_{i=1}^N \log(p(\phi_i))$$

$$= -\frac{Nk}{2} \log(2\pi) - \frac{N}{2} \log(|C_{latente}|) - \frac{N}{2} \text{Trace}(C_{latente} \Sigma^{-1})$$
(3.12)

5 Avec la matrice de covariance $C_{latente} \in \mathbb{R}^{k \times k}$. La vraisemblance est maximisée si [154] :

$$W = U_q (\Lambda_q - \beta \mathbf{I})^{\frac{1}{2}} R$$
(3.13)

7 Où $U_q \in \mathbb{R}^{k \times q}$ est la matrice des q ($q \leq k$) principaux vecteurs propres de $C_{latente}$.

8 Λ_q est la matrice diagonale avec les valeurs propres correspondantes et $R \in \mathbb{R}^{q \times q}$, la matrice
 9 orthogonale de rotation arbitraire. β est la variance perdue dans les directions écartées.

10 L'équation (3.13) est la solution de l'ACP probabiliste proposée par [153] que **nous utilisons**
 11 **pour la première fois pour la projection des données dans le descripteur probabiliste de**
 12 **forme appliqué dans le cadre des contours actifs géométriques.**

13 14 3.2.2 Méthodes non linéaires

15 L'ACP linéaire ne garantit pas une détection complète de toutes les structures existantes dans
 16 un ensemble de données. En considérant des outils non-linéaires il est possible d'extraire plus
 17 d'informations. Les méthodes de type ACP à noyau s'avèrent efficaces pour extraire ce type
 18 de caractéristiques [153, 154].

19 L'Analyse en composantes principales à noyau

20 L'idée de base de l'ACP à noyau en analyse de données est tout d'abord de transférer les
 21 données d'entrée dans un nouvel espace de formes F à l'aide d'une fonction non linéaire Φ ,
 22 puis d'appliquer une ACP linéaire dans le nouvel espace.

23 Étant donné les vecteurs de départ $\omega = \{\Omega_{ref}^1, \dots, \Omega_{ref}^i, \dots, \Omega_{ref}^{N-1}, \Omega_{ref}^N\}$, l'ACP à noyau calcule

24 les composantes principales des vecteurs de
 25 caractéristiques $\omega = \{\Phi(\Omega_{ref}^1), \dots, \Phi(\Omega_{ref}^i), \dots, \Phi(\Omega_{ref}^{N-1}), \Phi(\Omega_{ref}^N)\}$, $\Phi(\Omega_{ref}^i) \in F$. Cependant,

26 F est souvent un espace de très grande dimension que l'on notera l . Pour ne pas expliciter Φ
 27 et la matrice de covariance, la forme réduite ne peut être construite dans l'espace de
 28 caractéristiques. On doit reformuler le problème et le présenter avec un noyau de Mercer

1 $K(x, y)$ [133]. La transformation non-linéaire $\Phi(x)$ implicite dans la fonction noyau permet
 2 à l'ACP à noyau de trouver un sous-espace qui, plus qu'une réduction de dimensionnalité, est
 3 le résultat d'un processus d'extraction d'information.

4 Un noyau de Mercer est une fonction $\mathbf{K}(X, Y)$ qui pour tout ensemble de données $\{X^i\}$
 5 permet de construire une matrice positive dont les termes sont $[K_{ij}] = \mathbf{K}(X^i X^j)$. Utiliser la
 6 fonction \mathbf{K} permet de remplacer un produit scalaire dans l'espace d'origine. Ce produit
 7 scalaire correspond à une projection des données, par la fonction Φ dans l'espace des
 8 caractéristiques F . Ceci peut se traduire par l'équation suivante :

$$9 \quad \mathbf{K}(X, Y) = \Phi(X)\Phi(Y) \quad (3.14)$$

10 Les noyaux efficaces incluent les noyaux gaussiens [133] :

$$11 \quad \mathbf{K}(X, Y) = e^{-XY} \quad (3.15)$$

12 ainsi que les noyaux polynômiaux [133]:

$$13 \quad \mathbf{K}(X, Y) = (XY)^d + c \quad (3.16)$$

14 Pour pouvoir appliquer une ACP dans l'espace des caractéristiques on est amené à calculer les
 15 formes propres $\lambda_i > 0$ et les vecteurs de forme propres associés $\phi_i \in F \setminus \{0\}$ de la matrice de
 16 covariance des formes centrées \bar{C} où $\bar{C} = \langle \Phi(X), \Phi'(X) \rangle$. Ces vecteurs doivent satisfaire la
 17 contrainte suivante :

$$18 \quad \lambda \Phi = \bar{C} \quad (3.17)$$

19 Avec λ la concaténation des vecteurs λ_i et Φ une matrice dont chaque colonne correspond à
 20 un vecteur propre ϕ_i .

21 En substituant \bar{C} dans l'équation des vecteurs propres, toutes les solutions ϕ_i doivent se
 22 trouver dans l'espace image (espace défini par la fonction Φ) qui a été défini lors de
 23 l'apprentissage. On se retrouve alors avec le système équivalent :

$$24 \quad \lambda(\Phi(X^i), \Xi) = \Phi(X^i) \bar{C} \Xi, \quad i \in \{1, \dots, N\} \quad (3.18)$$

25 Il existe alors des coefficients $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ tels que :

$$26 \quad \Xi = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Phi(X^i) \quad (3.19)$$

1 Lorsque l'on s'intéresse à l'extraction des formes, il faut évaluer N fonctions noyau à la place
 2 d'un produit scalaire dans F , ce qui est très coûteux quand F est de dimension élevée. Dans
 3 le cas des noyaux gaussiens F est de dimension infinie (cf figure 3.5).

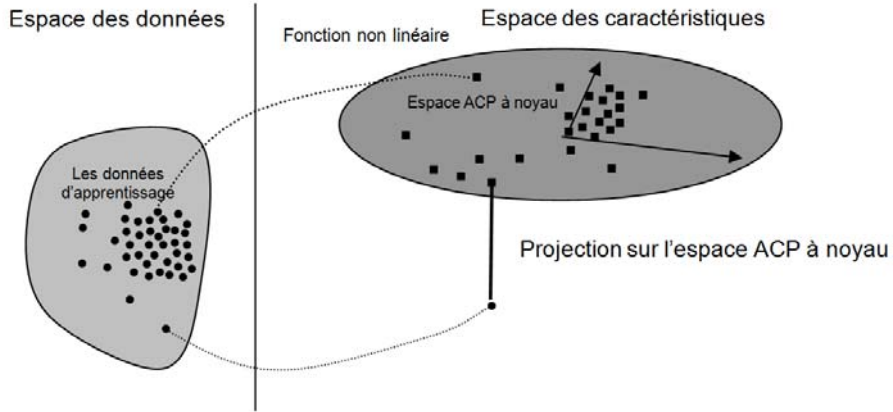


Figure 3.5 : Projections des formes sur l'espace réduit.

7
 8 **Dans le cadre des contours actifs géométriques, nous proposons pour la première fois**
 9 **d'utiliser l'ACP à noyau pour calculer la distance entre le contour en évolution et les**
 10 **formes projetées dans l'espace à noyau.** Pour cela nous procédons de la manière suivante :

11 i) **Calcul de la matrice noyau \mathbf{K} .**

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \langle \Phi(\phi_i) - \bar{\Phi}, \Phi(\phi_j) - \bar{\Phi} \rangle \\ &= [K_{ij}], \text{ pour } i, j \in [1, N] \end{aligned} \quad (3.20)$$

14 Pour les données centrées la matrice \mathbf{K} est remplacée par :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}} &= \langle \Phi(\phi_i) - \bar{\Phi}, \Phi(\phi_j) - \bar{\Phi} \rangle \\ &= [K_{ij}], \text{ pour } i, j \in [1, N] \end{aligned} \quad (3.21)$$

16 Où $\tilde{\mathbf{K}}$ est une matrice symétrique qui peut être décomposée sous la forme :

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^T \quad (3.22)$$

18 Avec :

$$\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_N) \quad (3.23)$$

1 Où \mathbf{S} est la matrice diagonale, $\sigma_i, 1 \leq i \leq N$ sont les valeurs propres de $\tilde{\mathbf{K}}$. $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_N]$ est
 2 une matrice orthogonale et $\mathbf{u}_i [u_{i1}, \dots, u_{iN}]^T$ sont les vecteurs propres associés aux valeurs
 3 propres $\sigma_i, 1 \leq i \leq N$. La matrice noyau des données centrées $\tilde{\mathbf{K}}$ peut être mise en relation avec
 4 la matrice noyau des données non centrées par la relation suivante [133] :

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{H}\mathbf{K}\mathbf{H} \quad (3.24)$$

6 Où $\mathbf{H} = \mathbf{I} - \frac{1}{N}\mathbf{1}\mathbf{1}^T$ et $\mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T$ $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$.

7 ii) Formulation des équations de projections à partir de la matrice \mathbf{K}

$$d_f^2 = \left[\mathbf{K} + \frac{1}{N^2}\mathbf{1}\mathbf{M}\mathbf{1} \right] + \frac{2}{N}\mathbf{K} \quad (3.25)$$

9 Où \mathbf{M} est une matrice de rotation.

10 Nous pouvons maintenant reconstruire les formes projetées.

11 3.3 Reconstruction de formes projetées

12 La recherche de l'image d'un vecteur X par Φ à partir de sa projection β_k sur les l premières
 13 composantes principales dans F nécessite la définition d'un opérateur de projection P_l :

$$\begin{aligned} P_l \Phi(X) &= \sum_{i=1}^l \beta_i \phi_i \\ &= \sum_{i=1}^l \frac{u_{ki}}{\sqrt{\gamma_k}} \phi_i \end{aligned} \quad (3.26)$$

15 Si l est assez grand pour permettre au modèle de contenir toutes les directions définies par les
 16 vecteurs propres dont les valeurs propres associées sont non nulles, on a
 17 alors $P_l \Phi(X_i) = \Phi(X_i)$.

18 Dans le cas contraire l'ACP à noyau satisfait les deux conditions suivantes :

19 (i) L'erreur carrée de reconstruction $\|P_l \Phi(X_i) - \Phi(X_i)\|^2$ est minimale.

20 (ii) La variance retenue est maximale pour toutes les projections selon les
 21 directions orthogonales dans F .

22 La plupart des applications ne nécessitent pas le retour dans l'espace d'origine. Il est
 23 cependant intéressant de voir quelles sont les possibilités de reconstruction des données dans

1 leur espace d'origine à partir de la projection dans l'espace des caractéristiques F . On cherche
2 donc un Z tel que :

$$3 \quad \Phi(Z) = P_l \Phi(X) \quad (3.27)$$

4 L'idée est de choisir un noyau pour lequel Z sera une bonne approximation de X dans l'espace
5 d'origine. Cependant :

- 6 (i) Un tel Z n'existe pas toujours.
7 (ii) Si un tel Z existe il n'est pas forcément unique.

8 Lorsque $P_l \Phi(X)$ n'a pas d'image réciproque, Φ peut être approximée en minimisant le
9 critère :

$$10 \quad d_f^l(\phi) = \|\Phi(\phi) - P_l \Phi(\phi)\|^2 \quad (3.28)$$

11 En isolant puis en remplaçant les termes indépendants de Z par Θ on obtient :

$$12 \quad d_f^l(\phi) = \|\Phi(\phi)\|^2 - 2\langle \Phi(\phi), P_l \Phi(\phi) \rangle + \Theta \quad (3.29)$$

13 En utilisant les équations (3.27), (3.28) pour simplifier (3.29), on arrive à obtenir une
14 équation dont le formalisme est celui d'un produit scalaire. En conséquence, en introduisant
15 un noyau, \mathbf{K} peut être formulée sans expliciter Φ :

$$16 \quad d_f^l(\phi) = \mathbf{K}(\phi, \phi) - 2 \sum_{i=k}^n \beta_k \sum_{i=1}^l \mathbf{K}(\phi, X_i) + \Theta \quad (3.30)$$

17 A l'issue de cette étape, nous disposons d'une distance (forme réduite) que nous cherchons à
18 intégrer dans notre modèle final.

19 **4. Intégration des a priori de forme dans le descripteur de** 20 **forme**

21 A l'issue de l'étape précédente, nous disposons d'une distance que nous pouvons intégrer
22 dans le descripteur de forme que **nous proposons d'associer au descripteur contour et**
23 **régions de notre modèle de base par le biais de la fonction de pondération** suivante :

$$24 \quad f(d_f^2(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})) = e^{-\frac{\lambda}{2} d_f^2(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})} \quad (3.31)$$

25 Cette fonction de pondération satisfait les conditions suivantes :

- 26 • f dérivable, $\forall \mathbf{x} \in \Omega, \lambda \in \mathbb{R}^{*+}, f(x, \Omega) \in C^1$ alors $f'(x, \Omega)$ existe et est une fonction
27 continue de \mathbf{x} .

1 • f paire, $\forall \mathbf{x} \in \Omega, \lambda \in \mathbb{R}^{*+}, \exists \Omega_{ref} \in \mathbb{R}^2, f(d_f^2(x, \partial\Omega_{ref})) = f(d_f^2(\partial\Omega_{ref}, x))$ afin de
 2 pondérer à l'identique les points à l'intérieur et ceux à l'extérieur du contour C .

3 • Décroissante sur \mathbb{R}^+ pour pénaliser plus fortement les points éloignés du contour C .
 4 $\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Omega, \mathbf{x} > \mathbf{y} f(x, \Omega) > f(y, \Omega)$

5 • Nulle et de dérivée nulle en zéro :

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega_{ref}, f(d_f^2(x, \Omega_{ref})) = 0$$

$$f'(d_f^2(x, \Omega_{ref})) = 0$$

7 • De dérivée bornée, condition suffisante pour assurer la stabilité du schéma numérique.

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega, \Omega \subset \mathbb{R}^2, \exists M \in \mathbb{R}^{*+}, |f'(d(\mathbf{x}, \Omega_{ref}))| \leq M$$

9 **5. Le modèle final du contour actif avec a priori**

10 On reprend l'équation du modèle de base (équation(3.1), (3.3)) dans lequel on intègre le
 11 descripteur probabiliste de forme que nous avons proposé en (3.31). On a alors l'équation du
 12 modèle :

$$13 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C}{\partial t} = \left[\left\{ k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) + \alpha k_b(\mathbf{x}) f(d(\mathbf{x}, \Omega_{ref})) \right\} \kappa + \bar{N} \nabla k_b(\mathbf{x}) \right. \\ \left. + \alpha \bar{N}_{ref} \cdot \bar{N} \left(k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \nabla f(d(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})) + k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \nabla f(d_f^2(\mathbf{x}, \partial\Omega_{ref})) \right) \right] \bar{N} \end{array} \right. (3.32)$$

$$C(s, t = 0) = C_0(s)$$

14 Le descripteur de forme probabiliste que nous avons introduit dans ce chapitre peut être
 15 calculé en utilisant les vecteurs de formes d'apprentissage. Ceci est donné sous forme d'une
 16 combinaison linéaire, nous rappelons que l'énergie associée au descripteur que nous avons
 17 introduit était de la forme $E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) = \int_{\partial\Omega} k_f(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) da(\mathbf{x})$, alors le descripteur associé est

18 :

$$19 k_f(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) = k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \quad (3.33)$$

20 Nous proposons dans le cas d'un descripteur contour le modèle de segmentation suivant :

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} = \right. \\ \left. \left[\begin{array}{l} \left\{ k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) + \alpha k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \right\} \mathbf{K} \\ + \left\{ \vec{N} \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) + \alpha \vec{N}_{ref} \cdot \vec{N} \left\{ \begin{array}{l} \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \\ - \lambda d(\Omega, \Omega_{ref}) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \end{array} \right\} \right\} \right] \vec{N} \end{array} \right\} \quad (3.34) \\ \\ C(s, t = 0) = C_0(s) \end{array} \right.$$

2 Nous remarquons pour $\alpha = -1$, notre modèle se simplifié comme suit :

3

$$\left. \begin{array}{l} 4 \\ \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} = \right. \\ \left. \left[\begin{array}{l} \left\{ k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) - k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \right\} \mathbf{K} \\ + \left\{ \vec{N} \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) - \vec{N}_{ref} \cdot \vec{N} \left\{ \begin{array}{l} \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \\ - \lambda d(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \end{array} \right\} \right\} \right] \vec{N} \end{array} \right\} \quad (3.35) \\ \\ C(s, t = 0) = C_0(s) \end{array} \right.$$

5 • Lorsque le contour est proche de la forme du contour à segmenter nous avons

6 $d(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) \rightarrow 0$, et la quantité $1 - e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \rightarrow \frac{\lambda}{2} d^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})$. Alors, le modèle que

7 nous proposons cherche à aligner le contour à la forme du contour de référence $\partial\Omega_{ref}$.

8 • Lorsque le contour actif est loin de la forme géométrique du contour de
9 référence $\partial\Omega_{ref}$, la distance entre les deux contours devient très importante et nous

10 avons $d(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) \rightarrow \infty$, c'est-à-dire $f(d(\mathbf{x}, \Omega_{ref})) \rightarrow 0$. Le modèle se comporte comme

11 un modèle de segmentation classique.

12 La relation d'alignement (de recalage rigide) entre le contour actif et le contour de référence
13 peut se formaliser par :

$$\begin{array}{l} 14 \\ \mathbf{g}_{\mathbf{x}_r} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{g}_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T) = \mu R_{\theta} \mathbf{x} + T \end{array} \quad (3.36)$$

15 Où μ est le facteur de mise à l'échelle du contour de référence, ces variations sont considérées
16 linéaires.

1 $R_\theta = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ est la matrice de rotation et $T = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix}$ est le vecteur de translation.

2 La nouvelle courbe d'évolution correspond à la minimisation de l'énergie suivante :

$$3 \quad \min_{\Omega, \mu, \theta, T} (E(\Omega, \mu, R, T)) = \min \left(\int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) f(d^2(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})) da(\mathbf{x}) \right) \quad (3.37)$$

4 L'équation Euler-Lagrange correspondante est :

$$5 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C}{\partial t} = \left[\begin{array}{l} \left\{ k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \left\{ 1 - f(d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \Omega_{ref})) \right\} \right\} \kappa + \vec{N} \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \\ -\vec{N}_{ref} \cdot \vec{N} \left(\begin{array}{l} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \nabla f(d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \Omega_{ref})) \\ + f(d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \Omega_{ref})) \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \end{array} \right) \end{array} \right] \vec{N} \\ C(s, t=0) = C_0(s) \end{array} \right. \quad (3.38)$$

6 Et les paramètres de l'alignement sont définis par les équations suivantes :

$$7 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mu}{\partial t} = \int_{\partial\Omega} \lambda R \mathbf{x} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) \nabla d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} da(\mathbf{x}) \\ \mu(0) = \mu_0 \end{array} \right. \quad (3.39)$$

8

$$9 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \mu \lambda \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) \nabla d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} \frac{\partial R}{\partial \theta} \mathbf{x} da(\mathbf{x}) \\ \theta(0) = \theta_0 \end{array} \right. \quad (3.40)$$

10

$$11 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} = \mu \lambda \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) \nabla d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} da(\mathbf{x}) \\ T(0) = T_0 \end{array} \right. \quad (3.41)$$

12

- Si $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \rightarrow 0$ et $d^2_{\partial\Omega \rightarrow \partial\Omega_{ref}}(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \Omega_{ref}) \rightarrow 0$, alors le contour cherche à se

13

positionner sur les parties des frontières de l'objet respectant la condition imposée par

14

le descripteur de forme. Le contour se positionne parfaitement sur les frontières de

15

l'objet et l'objet segmenté correspond parfaitement à l'a priori de forme.

16

- Si $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \neq 0$ et $d^2_{\partial\Omega \rightarrow \partial\Omega_{ref}}(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \Omega_{ref}) \rightarrow 0$, la similarité entre le contour actif et

17

le contour de référence n'est pas parfaite. Ceci peut se produire lorsque le contour

1 initial est placé autour de l'objet à détecter (ou à segmenter) et la courbe en évolution
 2 passe à travers les frontières faiblement contrastées ou absentes.

3 • Si $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \rightarrow 0$ et $d^2_{\partial\Omega \rightarrow \partial\Omega_{ref}}(g_x(\mu, \theta, T), \Omega_{ref}) \neq 0$ la similarité entre le contour actif et
 4 le contour de référence n'est pas parfaite, bien que le descripteur contour
 5 ($k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \rightarrow 0$) fournisse de l'information exploitable.

6 • Si $k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \neq 0$ et $d^2_{\partial\Omega \rightarrow \partial\Omega_{ref}}(g_x(\mu, \theta, T), \Omega_{ref}) \neq 0$, le descripteur de forme n'intervient
 7 plus, seule le descripteur contour est utilisé.

8 A partir des quatre situations précédentes, nous pouvons représenter implicitement l'énergie
 9 de notre modèle par :

$$10 \quad \min_{\phi, \mu, \theta, T} (E(\phi, \phi_{ref}, \mu, R, T)) = \min \left(\begin{array}{l} \underbrace{\int_{\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) |\nabla \phi| d\mathbf{x}}_{\text{Energie du contour actif géodésique}} \\ - \underbrace{\int_{\Omega} \exp\left(-\frac{\lambda}{2} d^2(g_x(\mu, \theta, T), \phi_{ref})\right) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) |\nabla \phi| d\mathbf{x}}_{\text{Energie d'alignement de la forme}} \end{array} \right) \quad (3.42)$$

11 L'équation d'Euler-Lagrange correspondante à l'évolution du contour est donnée par :

$$12 \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \kappa |\nabla \phi| - k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} \kappa |\nabla \phi| \quad (3.43)$$

$$+ \left\langle \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega), \nabla \phi \right\rangle - \left\langle \nabla \left(k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} \right), \nabla \phi \right\rangle$$

13 Les paramètres d'alignement sont exprimés en fonction de la distance entre le contour de
 14 référence et la courbe du contour en évolution :

$$15 \quad \frac{\partial \mu}{\partial t} = \lambda \int_{\Omega} \delta(\phi) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)) \nabla d(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} R\mathbf{x} |\nabla \phi| d\mathbf{x} \quad (3.44)$$

$$\mu(0) = \mu_0$$

$$16$$

$$17 \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \mu \int_{\Omega} \delta(\phi) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) \nabla d(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} \left(\frac{\partial R}{\partial \theta} \mathbf{x} \right) |\nabla \phi| d\mathbf{x}$$

$$18 \quad \theta(0) = \theta_0 \quad (3.45)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \int_{\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) \nabla d(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} |\nabla \phi| d\mathbf{x} \\ T(0) = T_0 \end{cases} \quad (3.46)$$

2 Afin que le contour actif puisse évoluer rapidement, nous proposons la normalisation donnée
3 par la définition suivante :

4 **Définition 3.2:**

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega, \Omega_{ref} \in \mathbb{R}^2 \forall \lambda \in \mathbb{R}^{+*}, \exists M \in \mathbb{R}^{+*}, 0 \leq d \leq 1, M \leq \left| e^{-\frac{\lambda}{2} d^2} \right| \leq 1$$

6 Pour cela, il suffit d'utiliser la relation suivante :

$$\begin{aligned} d^2(\phi(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T)), \phi_{ref}) = \\ \frac{1}{2} \int_{\Omega} (H(\phi(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T))) - H(\phi_{ref}(\mathbf{x})))^2 (h(\phi(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T))) + h(\phi_{ref})) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.47)$$

8 Où $H(\cdot)$ est la fonction de Heaviside, et $h(\phi) = \frac{H(\cdot)}{\int H(\cdot)}$.

9 Nous pouvons remplacer maintenant la forme de référence ϕ_{ref} (ou encore Ω_{ref}) par une
10 combinaison linéaire de formes d'apprentissage, la distance s'écrit :

$$d_f^2(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T), \Omega_{ref}) = \left\| \Phi(g_{\mathbf{x}}(\mu, \theta, T)) - P^l \Phi(\{\Omega_{ref}^1, \dots, \Omega_{ref}^N\}) \right\|^2 \quad (3.48)$$

12 Cette distance peut être encore mise sous la forme :

$$\begin{aligned} d^2(\Phi(\Omega_i), \Phi(\Omega_j)) &= \left\| \Phi(\Omega_i) - \Phi(\Omega_j) \right\|^2 \\ &= \mathbf{K}(\Omega_i, \Omega_i) + \mathbf{K}(\Omega_j, \Omega_j) - 2\mathbf{K}(\Omega_i, \Omega_j) \end{aligned} \quad (3.49)$$

14 Dans ce cas, notre descripteur devient :

$$\begin{aligned} k_f(\mathbf{x}, \Omega_{ref}) &= k_b(\mathbf{x}) e^{-\frac{\lambda}{2} \{\mathbf{K}(\Omega, \Omega) + \mathbf{K}(\Omega_j, \Omega_j) - 2\mathbf{K}(\Omega, \Omega_j)\}} \\ &= k_b(\mathbf{x}) e^{-\frac{\lambda}{2} \mathbf{K}(\Omega, \Omega_i)} e^{-\frac{\lambda}{2} \mathbf{K}(\Omega_j, \Omega_j)} e^{-\lambda \mathbf{K}(\Omega, \Omega_j)} \end{aligned} \quad (3.50)$$

16 Le descripteur de forme proposé peut aussi comme nous l'avons annoncé précédemment être
17 intégré aux descripteurs régions. Pour cela, reprenons l'équation de départ :

$$E(C) = E_{contour}(\Omega) + E_{regions}(\Omega) + \alpha E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) \quad (3.51)$$

1 Avec $E_{contour}(\Omega) = \int_{\partial\Omega} da(\mathbf{x})$, $E_{regions}(\Omega) = \int_{\Omega} k_{in}(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} - \int_{\Omega} k_{out}(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x}$

2 et $E_{shape}(\Omega, \Omega_{ref}) = \int_{\partial\Omega} e^{-\frac{\lambda}{2}d_f^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} da(\mathbf{x})$.

3 L'équation (3.51) devient pour $\alpha = -1$:

4
$$E(C) = \int_{\partial\Omega} \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{2}d_f^2(\mathbf{x}, \Omega_{ref})} \right) da(\mathbf{x}) + \int_{\Omega} k_{in}(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} - \int_{\Omega} k_{out}(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} \quad (3.52)$$

5 On obtient l'équation d'Euler-Lagrange par la méthode de descente de gradient :

6
$$\left\{ \frac{\partial C}{\partial t} = \left[\left\{ 1 - e^{-\frac{\lambda}{2}d^2(\Omega, \Omega_{ref})} \right\} \kappa + \lambda \left\{ \vec{N}_{ref} \cdot \vec{N} d(\Omega, \Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2}d^2(\Omega, \Omega_{ref})} \right\} + \{ k_{in}(\mathbf{x}, \Omega) - k_{out}(\mathbf{x}, \Omega) \} \right] \vec{N} \right. \quad (3.53)$$

$$\left. C(s, t=0) = C_0(s) \right.$$

7 La nouvelle courbe d'évolution correspond à la minimisation de l'énergie suivante :

8
$$\min_{\Omega, \mu, \theta, T} (E(\Omega, \mu, R, T)) = \min \left(\int_{\partial\Omega} \left\{ 1 - e^{-\frac{\lambda}{2}d^2(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} \right\} da(\mathbf{x}) + \int_{\Omega} \{ k_{in}(\mathbf{x}) - k_{out}(\mathbf{x}) \} d\mathbf{x} \right) \quad (3.54)$$

9 Les paramètres d'alignement sont obtenus de la même manière que dans le cadre du modèle
10 contour développé précédemment.

11 6. Implantation numérique

12 Les équations (3.43), (3.44), (3.45), (3.46) du modèle que nous avons proposé dans le cas
13 continu sont données dans le cas discret par :

14
$$\left\{ \begin{aligned} \phi^{t+\Delta t_{contour}} - \phi^t &= \Delta t_{contour} \left\{ k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) \kappa - k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2}d^2(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} \kappa \right\} |\nabla \phi^t| \\ &+ \langle \nabla k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega), \nabla \phi^t \rangle - \left\langle \nabla \left(k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) e^{-\frac{\lambda}{2}d^2(g_x(\mu, \theta, T), \partial\Omega_{ref})} \right), \nabla \phi^t \right\rangle \quad (3.55) \\ \phi(0) &= \phi^0 \end{aligned} \right.$$

15
$$\left\{ \begin{aligned} \mu^{t+\Delta t_{align}} &= \mu^t \\ + \Delta t_{align} \lambda \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \delta(\phi^t) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)) \nabla d(g_x(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2}d^2(g_x(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref})} R_{\theta^t} \mathbf{x} |\nabla \phi^t| \\ R_{\theta^t} &= \begin{pmatrix} \cos(\theta^t) & -\sin(\theta^t) \\ \sin(\theta^t) & \cos(\theta^t) \end{pmatrix} \\ \mu(0) &= \mu_0 \end{aligned} \right. \quad (3.56)$$

$$\begin{cases}
 \theta^{t+\Delta t_{align}} = \theta^t + \\
 \Delta t_{align} \lambda \mu^t \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} \delta(\phi) k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(g_{\mathbf{x}}(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref}) \nabla d(g_{\mathbf{x}}(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_{\mathbf{x}}(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref})} R'_{\theta^t} \mathbf{x} |\nabla \phi^t| \\
 R'_{\theta^t} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta^t) & \cos(\theta^t) \\ -\cos(\theta^t) & -\sin(\theta^t) \end{pmatrix} \\
 \theta(0) = \theta^0
 \end{cases}
 \quad (3.57)$$

$$\begin{cases}
 T^{t+\Delta t_{align}} = T^t \\
 +\Delta t_{align} \lambda \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) d(g_{\mathbf{x}}(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref}) \nabla d(g_{\mathbf{x}}(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref}) e^{-\frac{\lambda}{2} d^2(g_{\mathbf{x}}(\mu^t, \theta^t, T^t), \partial\Omega_{ref})} |\nabla \phi^t| \\
 T(0) = T^0
 \end{cases}
 \quad (3.58)$$

Afin d'assurer la stabilité du schéma numérique, la discrétisation du terme hyperbolique doit satisfaire la condition de Courant-Friedrich-Lewy (CFL) [65] :

$$\bar{N}_{ref} \bar{N} \nabla k_f(d_f) \bar{N} \frac{\Delta t}{\Delta \mathbf{x}} \leq 1 \quad (3.59)$$

Une condition suffisante pour assurer la stabilité consiste à choisir k_f de sorte que sa dérivée soit bornée. Si $|\nabla k_f(d_f)| \leq 1$ ceci est suffisant pour satisfaire la condition CFL. Alors Δt ($d_f^2 \rightarrow 0$) est tel que :

$$\Delta t_{align} \leq \frac{\Delta \mathbf{x}}{\max \left(k_b \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{2} d_f^2} \right) \right)} \quad (3.60)$$

Lorsque $d_f^2 \rightarrow \infty$, la condition citée en (3.60) se substitue à la condition CFL d'un CAG classique.

$$\Delta t_{contour} \leq \frac{\Delta \mathbf{x}}{\max(k_b)} \quad (3.61)$$

Cependant lorsque notre modèle segmente et aligne le contour à la forme de référence, les deux conditions déjà énoncées doivent satisfaire :

$$\Delta t_{contour} \leq \Delta t_{align} \quad (3.62)$$

On a alors :

$$\Delta t = \min(\Delta t_{contour}, \Delta t_{align}) \quad (3.63)$$

- 1 La stabilité du schéma numérique est donc bien assurée.
- 2 L'organigramme de la figure 3.6 reprend les différentes étapes de calcul de la solution que
- 3 nous proposons. Ce schéma numérique explicite peut être aussi remplacé par un schéma
- 4 numérique implicite (Additive Operator Splitting, annexe A) ou encore par un schéma
- 5 numérique implicite explicite (IMPLICIT EXPLICIT scheme, annexe A). Les étapes de calculs
- 6 restent inchangées (cf figure 3.6).

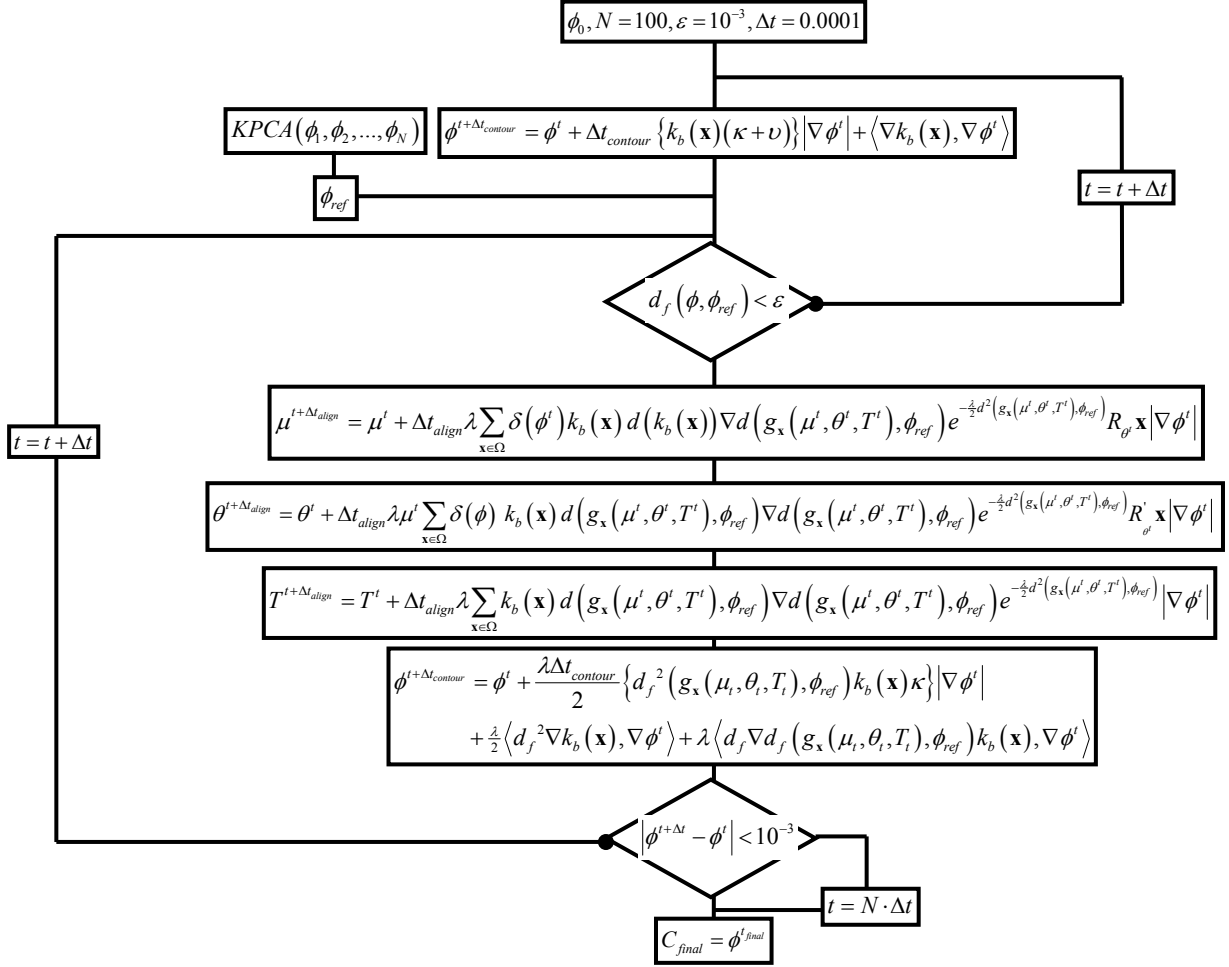


Figure 3.6 : Algorithme de segmentation avec a priori de forme.

Avant de passer aux tests de validation de notre méthode, nous allons présenter les données utilisées et la démarche d'évaluation que nous avons choisie.

7. Les résultats

Les données utilisées pour valider notre modèle sont des images de synthèses et des images réelles.

1 **7.1 Les données de synthèse :**

2 On a utilisé des images de taille 256x256 codées sur 8bits représentant des objets sans
3 occlusion non bruité (cf figures 3.7 à 3.9) et bruité (cf figures 3.10 à 3.12), puis avec
4 occlusion non bruité (cf figures 3.13 et 3.14) et bruité (cf figures 3.15 à 3.17). On distingue le
5 bruit dans le fond et le bruit dans l'objet. Dans les deux cas le bruit est gaussien est centré, de
6 variance $\sigma^2 = \{0.01, 0.1, 0.2\}$.

7 Pour chacune des images (cf figures 3.7 à 3.17), l'apprentissage est réalisé à partir de 50
8 formes de bases. Sur les figures, nous avons le résultat de :

9 a) Notre méthode en rouge.

10 b) La méthode de Leventon [43] en jaune.

11 c) La Méthode de Cremers [21] en bleu.

12 d) La Méthode de Rousson [25] en magenta.

13 e) La méthode Bresson [101] en vert.

14 f) le faisceau du KPCA [133] ;

15 h) la superposition du résultat de Bresson et de notre méthode. Lorsque les contours sont
16 confondus ils sont mis en pointillés. En hachurée l'expertise.

17 Le contour initial est en pointillé pour toutes les méthodes.

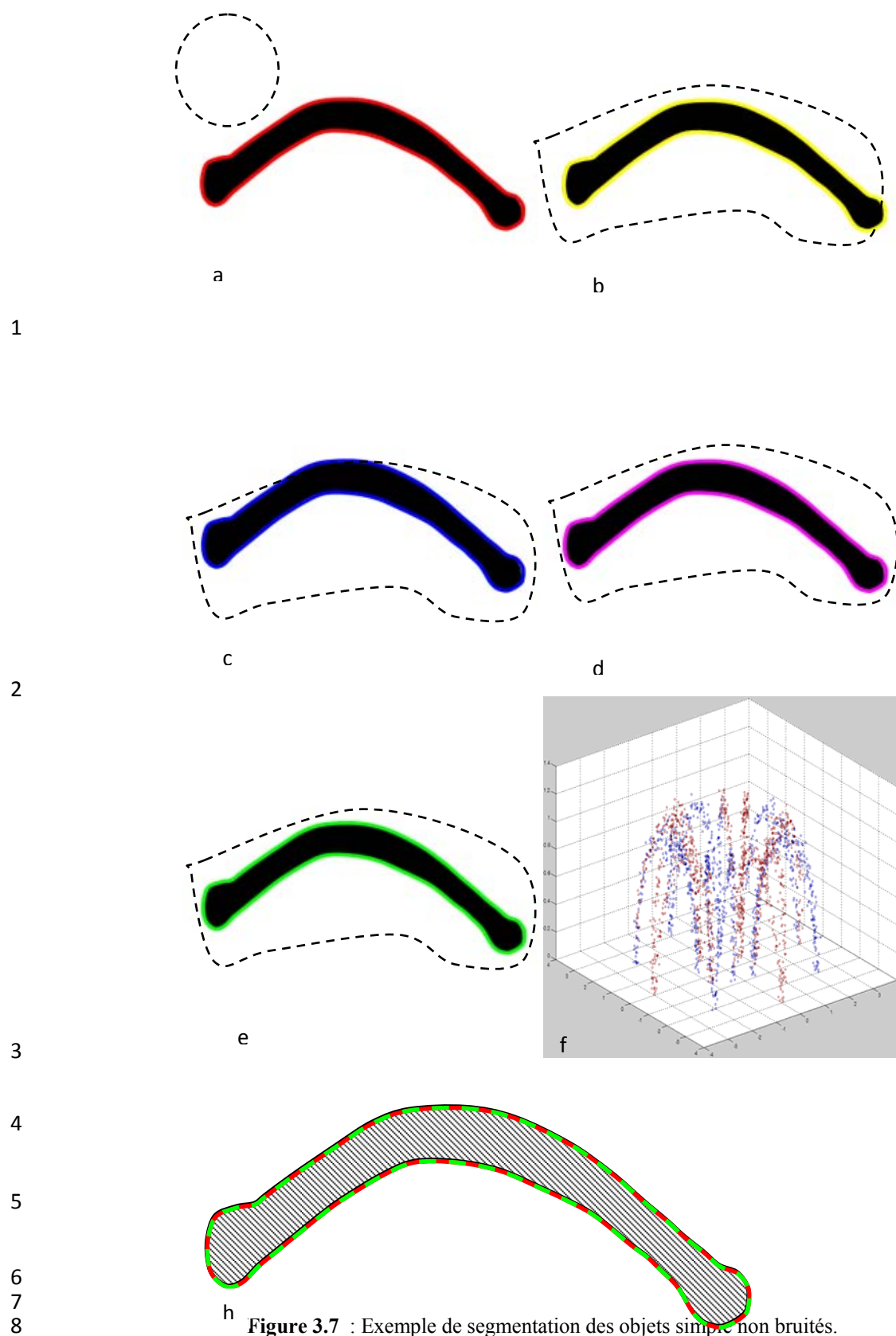


Figure 3.7 : Exemple de segmentation des objets simple non bruités.

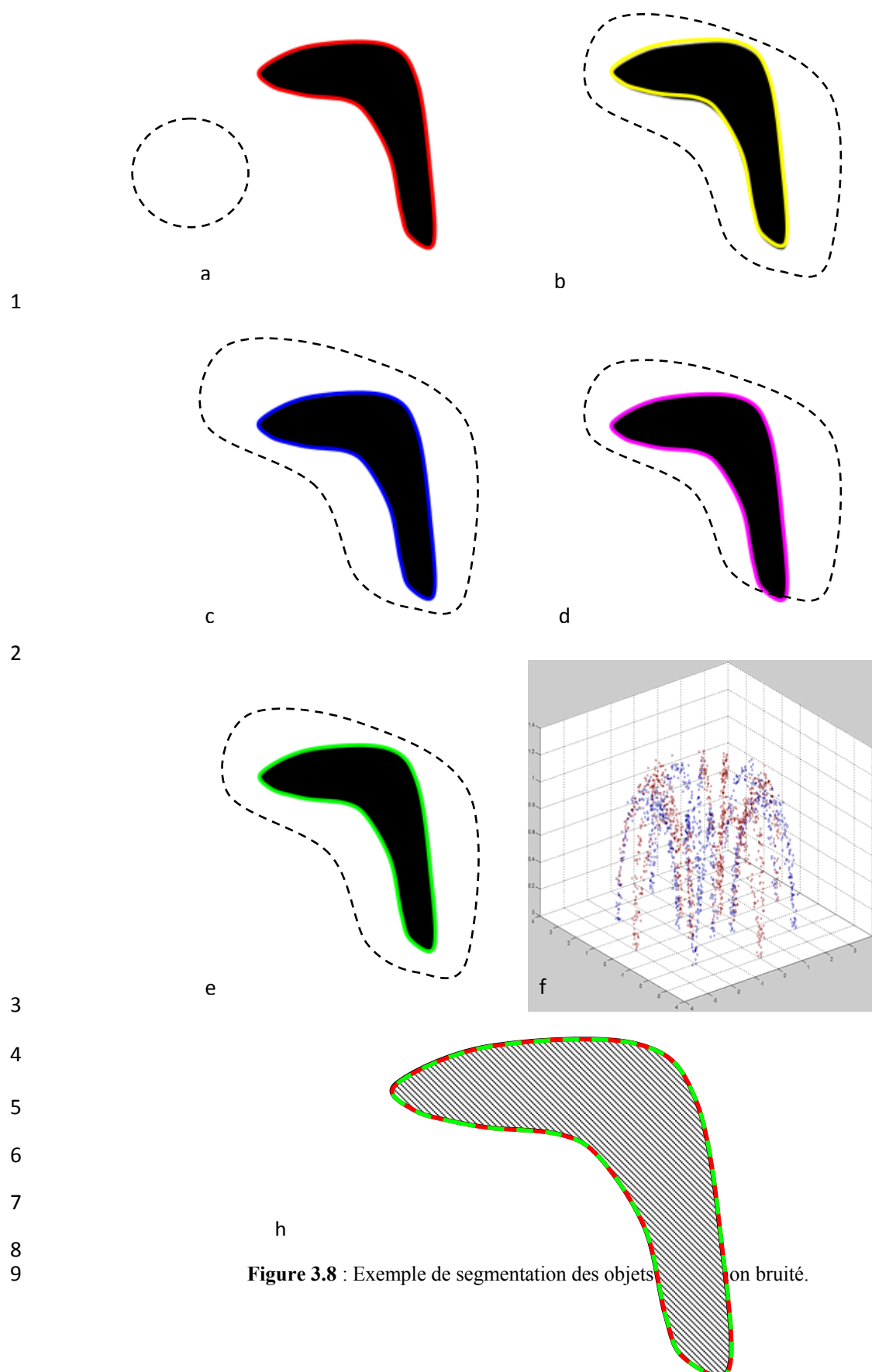


Figure 3.8 : Exemple de segmentation des objets non bruité.

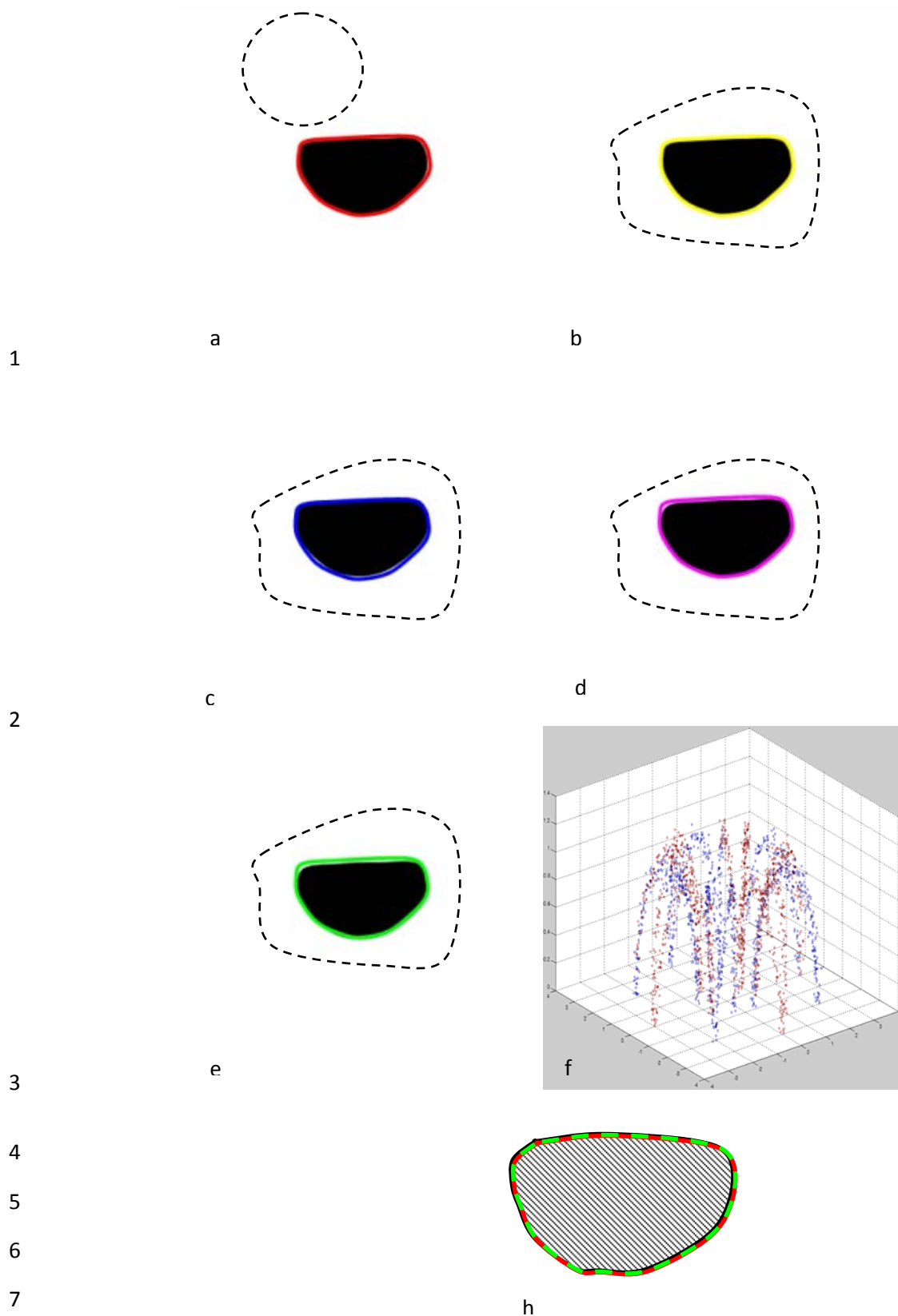


Figure 3.9 : Exemple de segmentation des objets simple non bruités. $\mu = 1, \theta = 0^0, T = [10, 10]^T$).

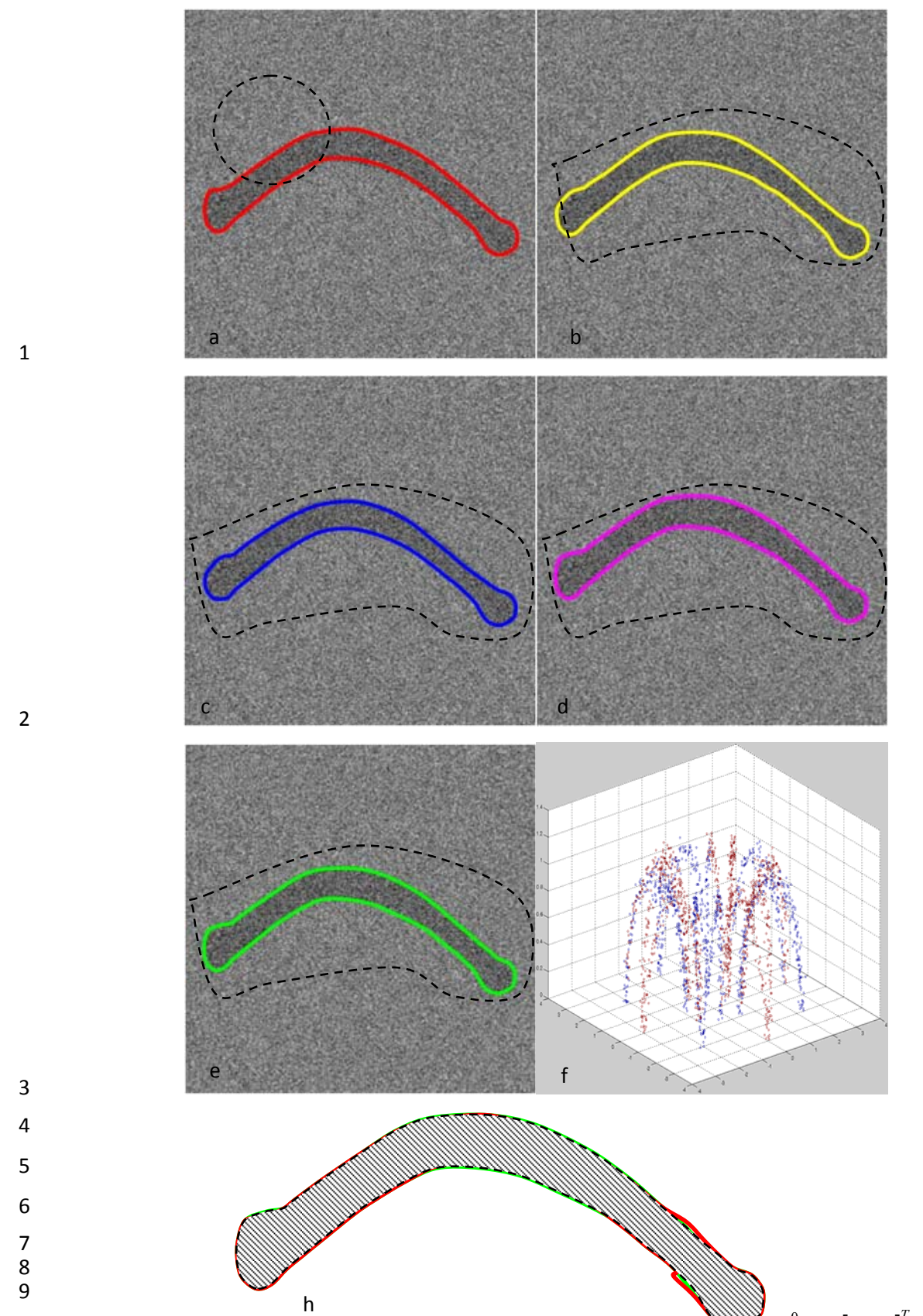
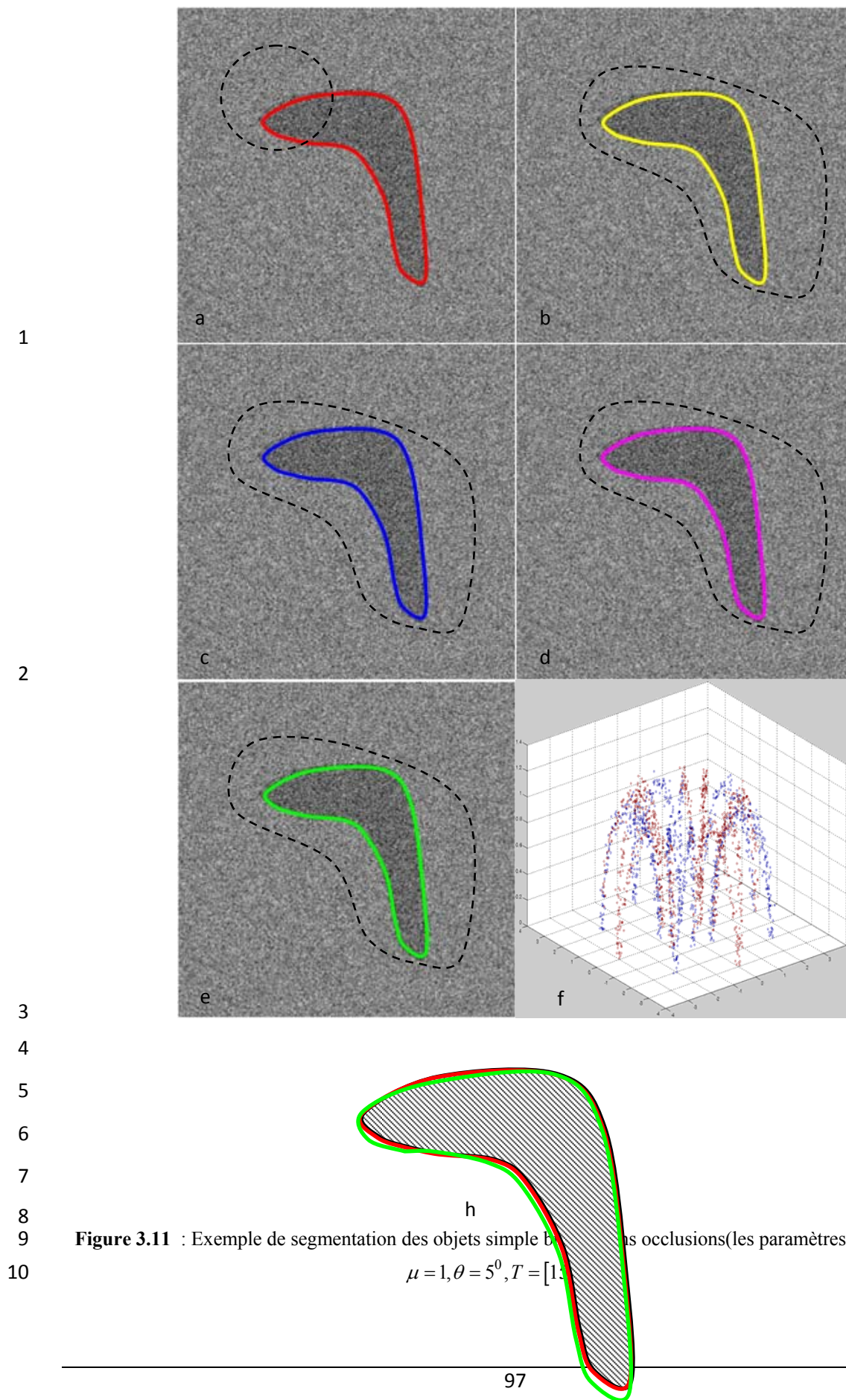


Figure 3.10 : Exemple de segmentation des objets simple bruités. $\mu = 1, \theta = 0^0, T = [10, 10]^T$).



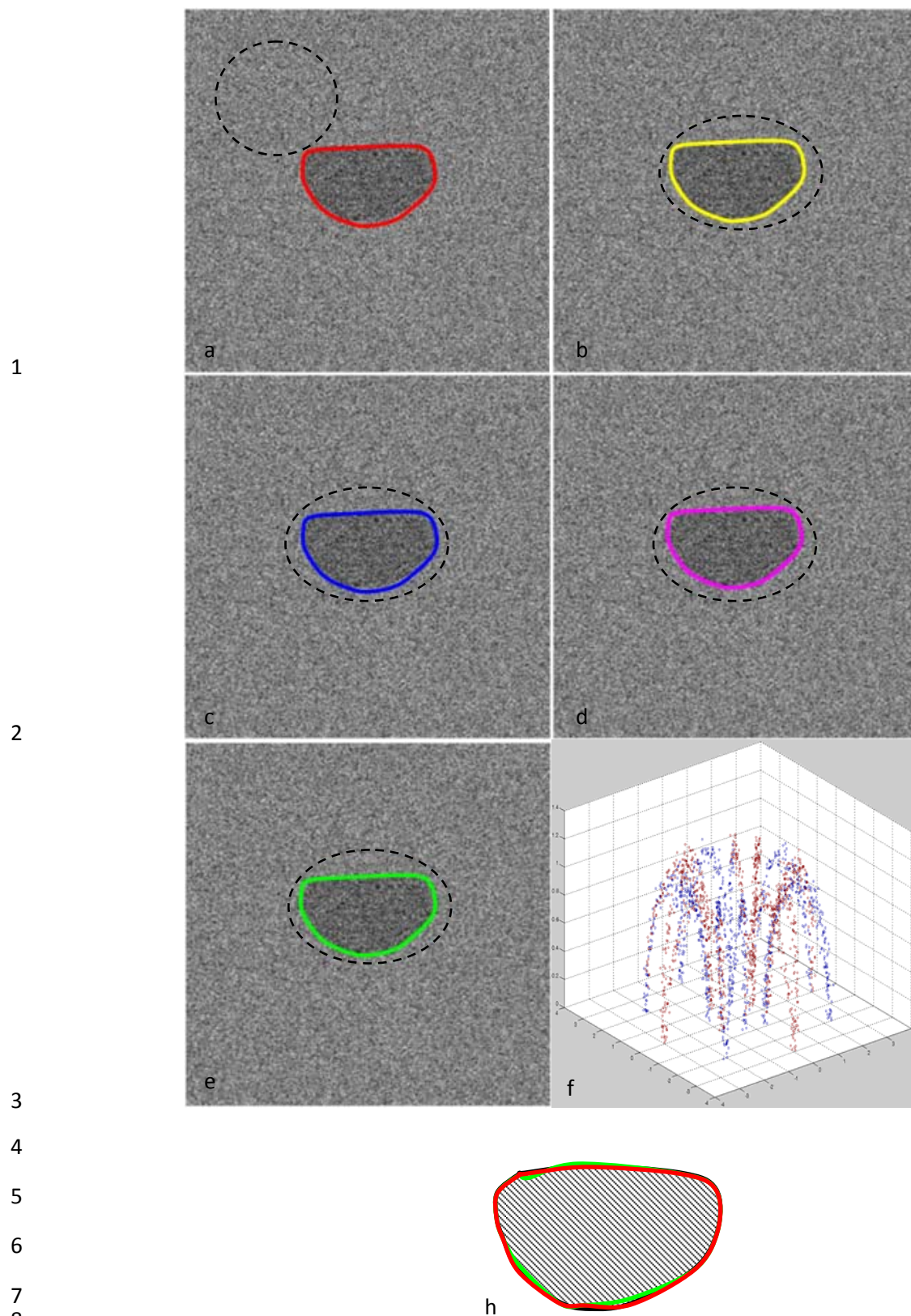


Figure 3.12 : Exemple de segmentation des objets simple bruités sans occlusions (les paramètres d'alignement $\mu = 1, \theta = 5^0, T = [15, 15]^T$).

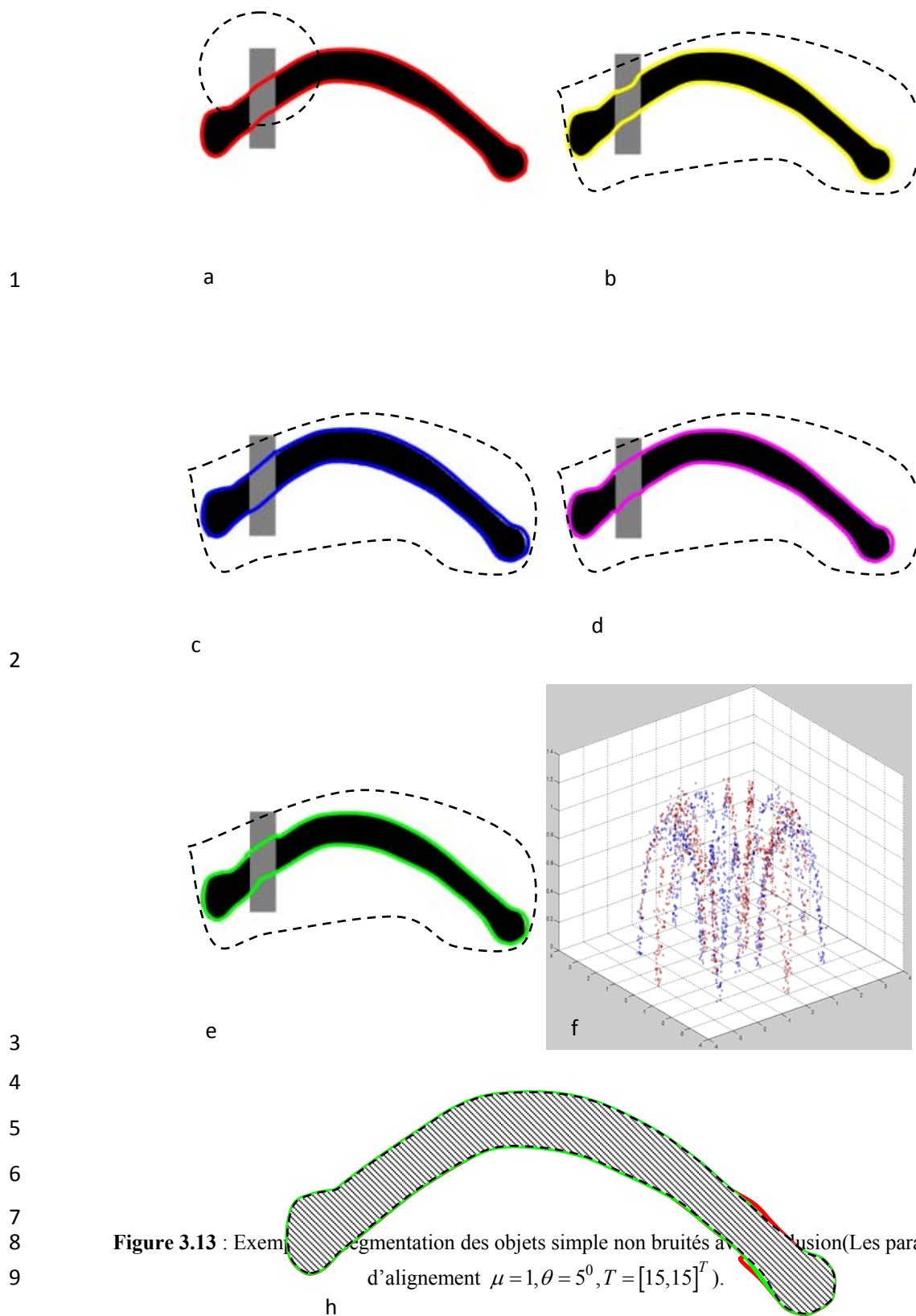
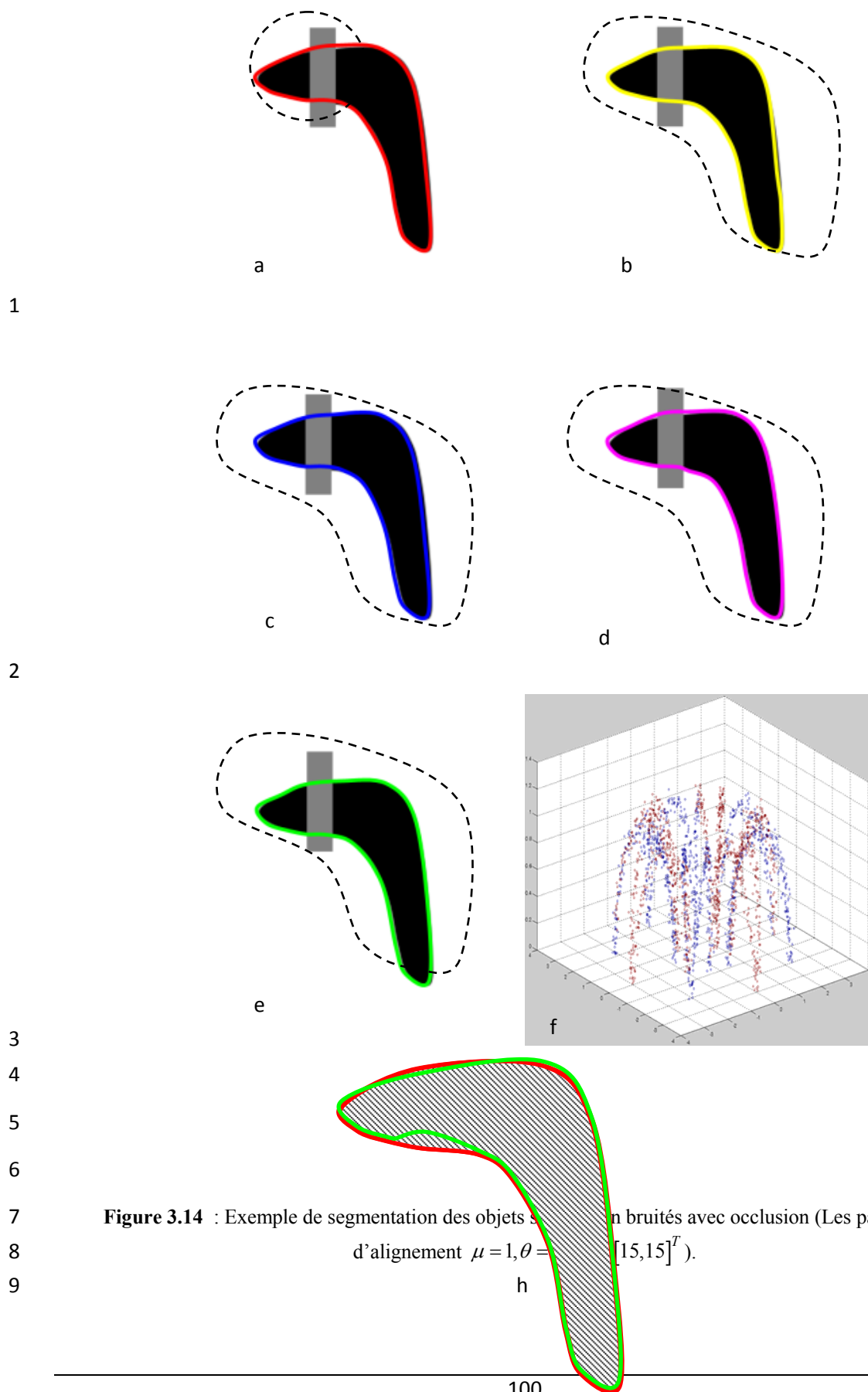
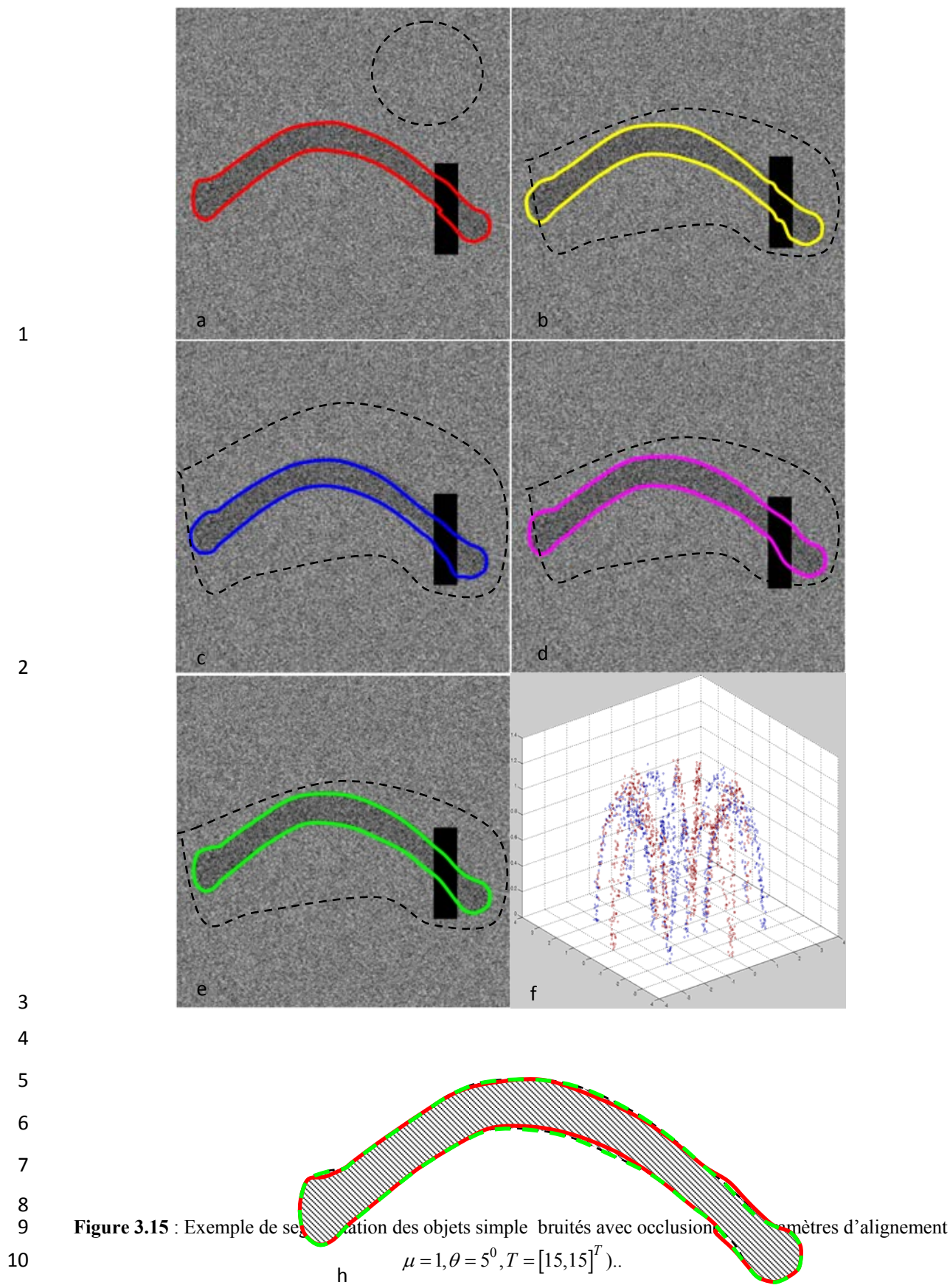
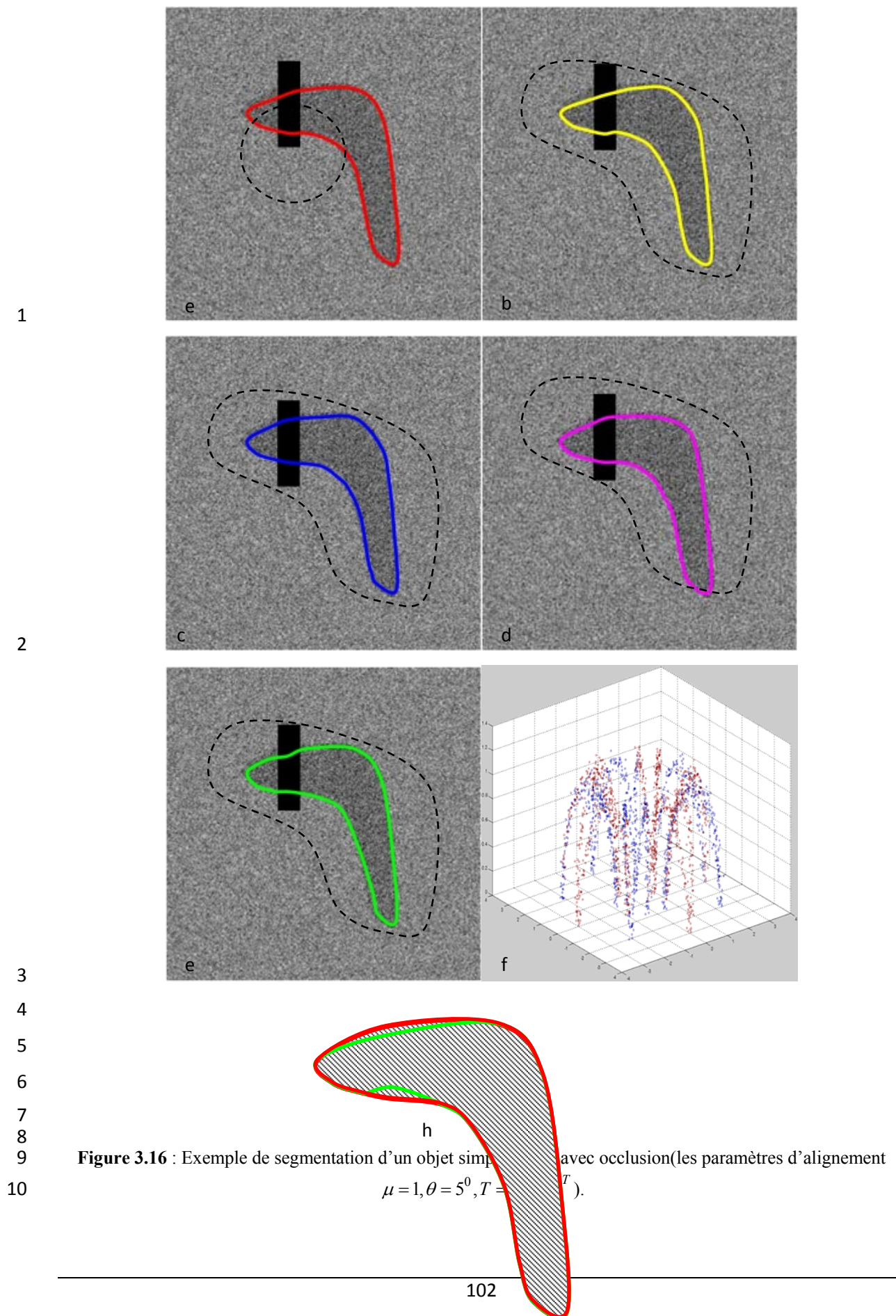


Figure 3.13 : Exemple de segmentation des objets simple non bruités avec fusion (Les paramètres d'alignement $\mu = 1, \theta = 5^0, T = [15, 15]^T$).







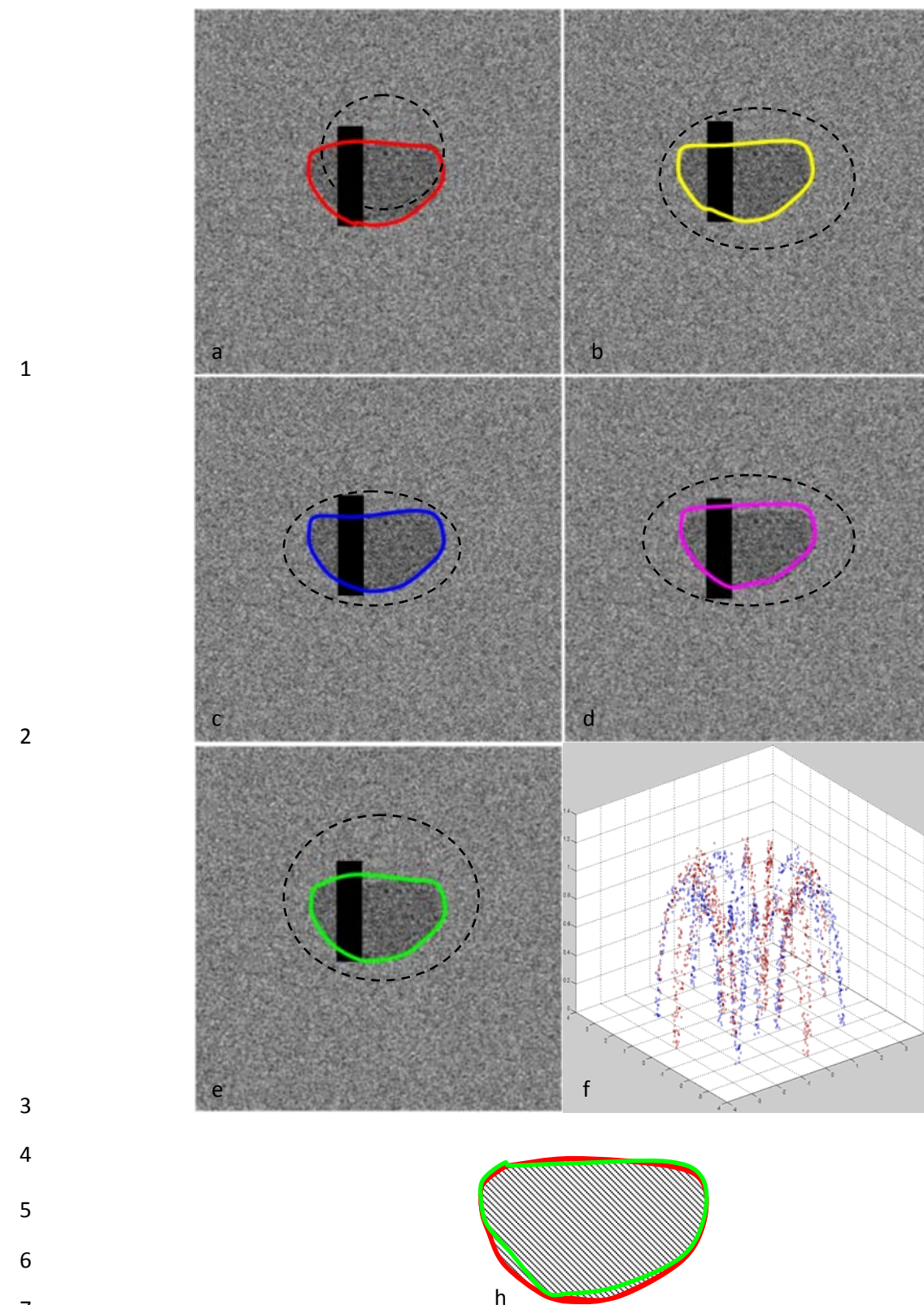


Figure 3.17 : Exemple de segmentation d'un objet simple bruité avec occlusion (les paramètres d'alignement $\mu = 1, \theta = 5^0, T = [15, 15]^T$).

1 On constate que sur l'ensemble des figures avec ou sans bruit, avec ou sans occlusion,
2 notre méthode donne les meilleurs résultats au regard de l'expertise, ceci quelque soit le
3 contour initialisé.

4 **7.2 Les données réelles**

5 • Les images IRM réelles correspondent à deux séquences d'examen d'un patient âgé de 35
6 ans de sexe masculin et d'une patiente âgée de 32 ans atteinte d'une sclérose en plaque, les
7 examens cliniques ont été établit au CHR de Saint Philibert. Les séquences des images sont
8 acquises sur un scanner IRM Philips de 1.5T. L'acquisition est composée de la modalité S
9 FLAIR SENSE et pour une séquence IR (TR=11100, TE=160, TI=2700, FA=90°). Le
10 volume d'images issu de cette acquisition est de taille 256x256x36 voxels. Les coupes des
11 images sont de 3mm d'épaisseur et espacées de 5mm. Les images sont codées sur
12 12bits/pixel.

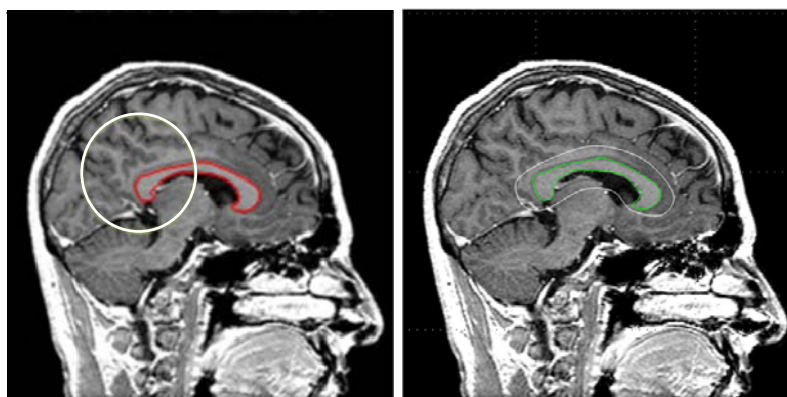
13 Nous avons recherché la segmentation du corps calleux pour analyser la sclérose en plaque
14 chez les deux patients.

15 Pour chacun de ces deux patients, nous avons utilisé une base d'apprentissage constituée de
16 1350 formes obtenue par un expert (medecin). Les résultats de la segmentation fournie par la
17 méthode que nous proposons sont comparés avec les résultats générés par Bresson *et al* ,**[101]**
18 (cf figures 3.18 à 3.19).

19 Sur ces figures, nous avons :

- 20 - En rouge les résultats de notre méthode
- 21 - En vert la méthodes de Bresson.
- 22 - En blanc le contour initiale.
- 23 - En couleur le faisceau KPCA.

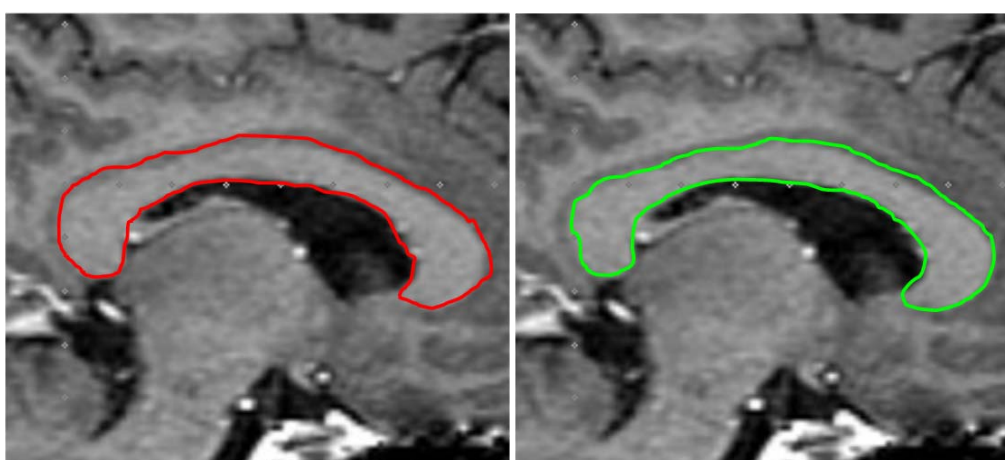
24 Sur les figures 3.18 (c et d) et 3.19 (c et d), on réalise un zoom de la superposition des
25 résultats de segmentation obtenus par notre méthode et celle de Bresson.



1
2

a)

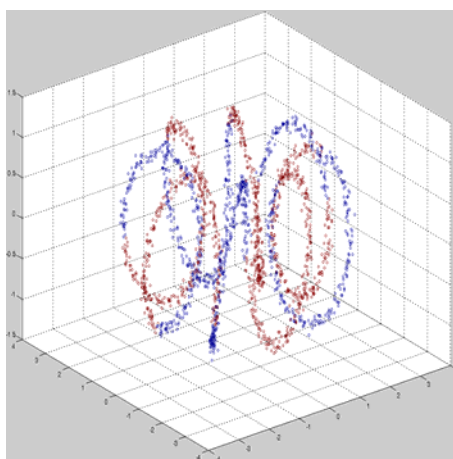
b)



3
4
5

c) Zoom de a)

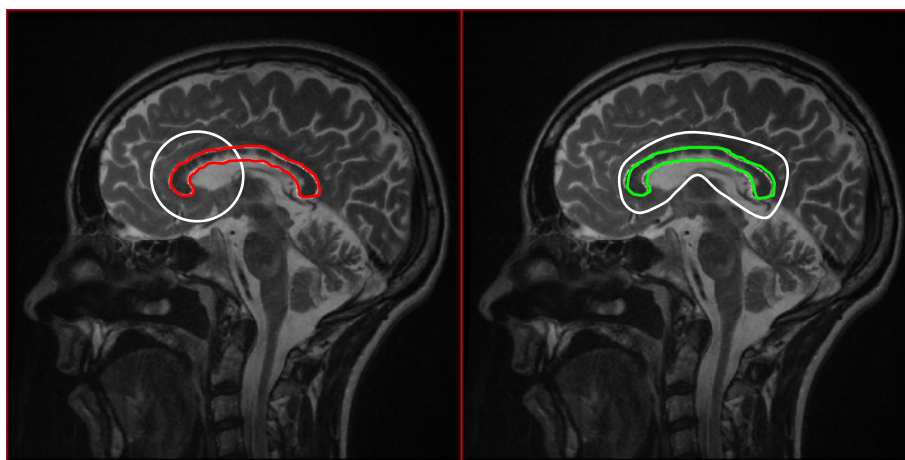
d) Zoom de b)



6
7
8
9

Figure 3.18 : Exemple de segmentation du corpus calleux.

1

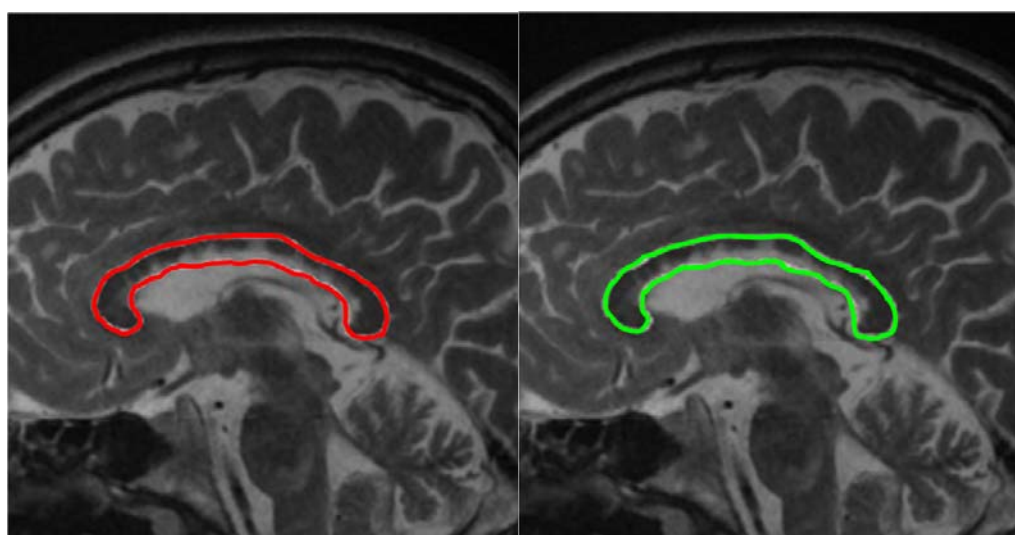


2

3

a)

b)

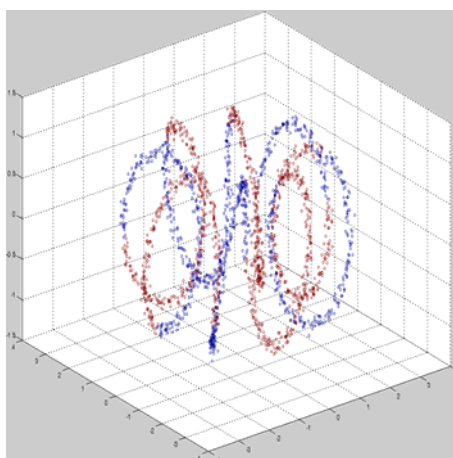


4

5

c)

d)



6

7

8

Figure 3.19 : Exemple de segmentation du corpus calleux.

1 Nous avons réalisé une comparaison des durées de calculs pour les méthodes de segmentation
2 par Bresson , Leventon, Cremers et Rousson (cf table 3.1).

Méthode	Temps de calcul
Notre méthode	320s
Méthode de Bresson	626s
Méthode de Leventon	19000s
Méthode de Cremers	520s
Méthode de Rousson	420s


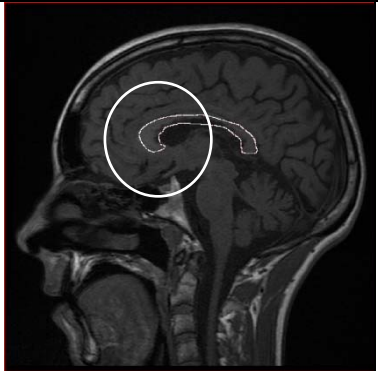



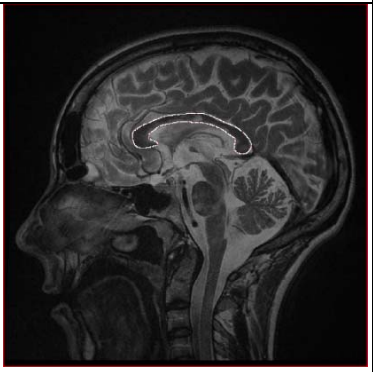



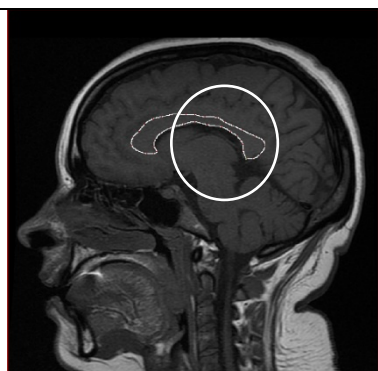
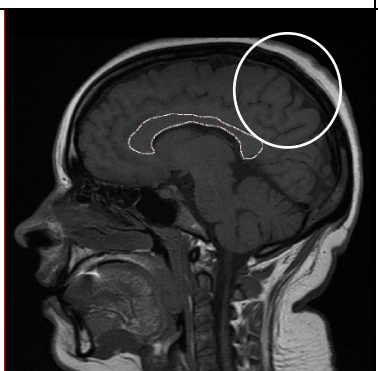
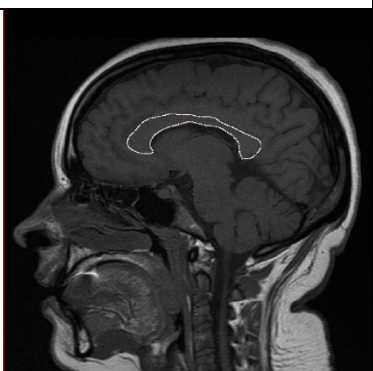
3 **Table 3.1** : Coût des calculs des modèles de segmentation pour une image de taille 256x256, calculs
4 effectués sur Matlab 7.4 version Windows (PC P 4 (2, Mhz, 512Mocet RAM)

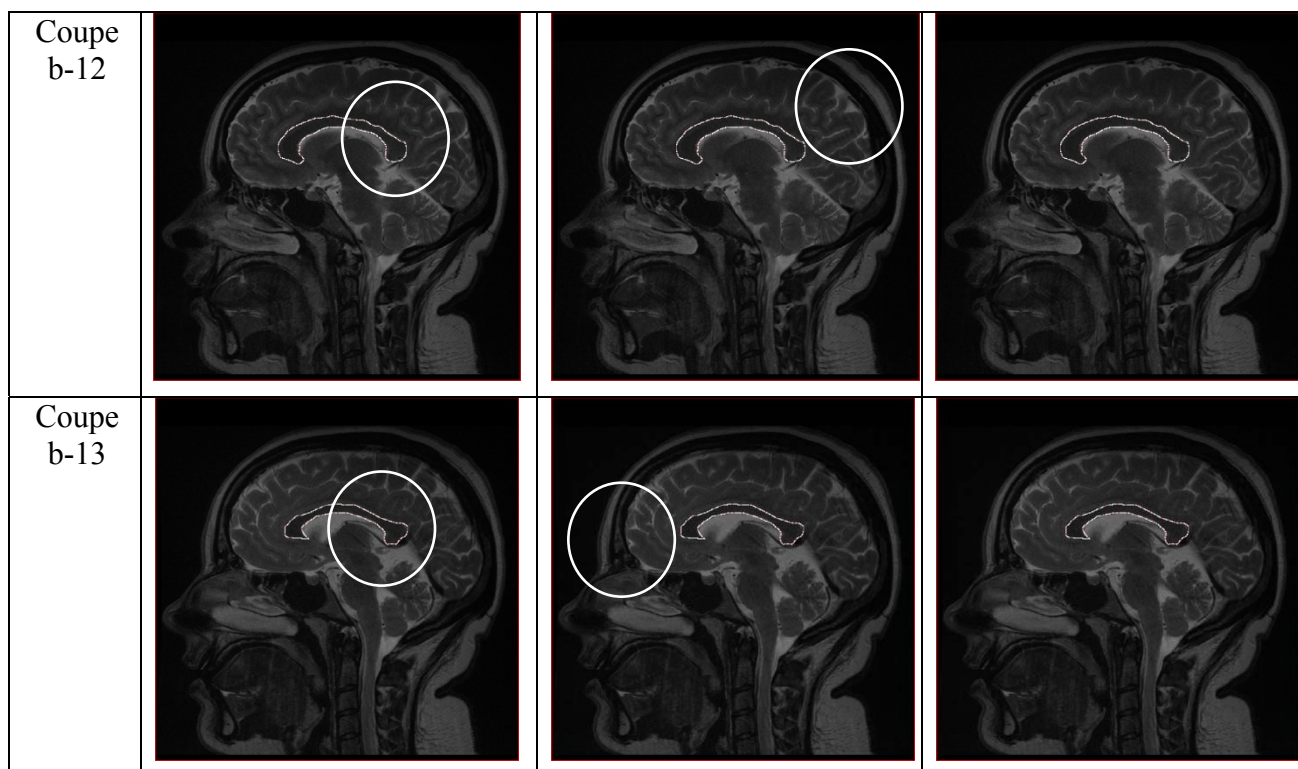
5
6 Nous constatons que les performances de la méthode proposée dépassent les performances
7 des autres modèles (cf table 3.1). La qualité du nouveau descripteur de forme est
8 déterminante pour l'extraction ou la segmentation d'une forme précise.

9 Nous avons aussi appliqué notre modèle de segmentation sur un ensemble d'images issues de
10 la base de données [155]. La base d'apprentissage est constituée de 27500 formes. Une
11 segmentation de référence de la tumeur pour les 10 cas étudiés, nous a donné la possibilité de
12 comparer nos résultats de segmentation avec la segmentation de référence établie par les
13 cliniciens de la base. Sur la figure 3.19, nous avons choisi de comparer pour chaque cas
14 étudié, notre méthode avec celle de Bresson. L'initialisation est en blanc pour notre méthode
15 et celle de Bresson. Nous avons aussi représenté un zoom des résultats trouvés des images de
16 la figure 3.19 pour lequel on a la segmentation de référence en pointillés, en rouge notre
17 segmentation et en vert celle de Bresson. Enfin dans la table 3.2, on donne les résultats
18 quantitatifs des segmentations pour les 10 cas étudiés.

19
20
21
22
23
24
25
26

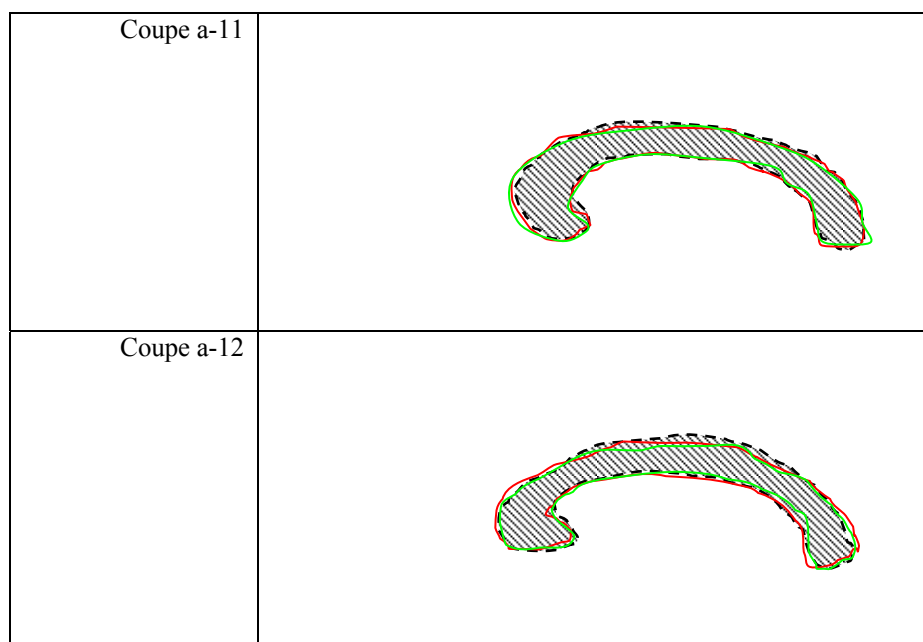
1
2

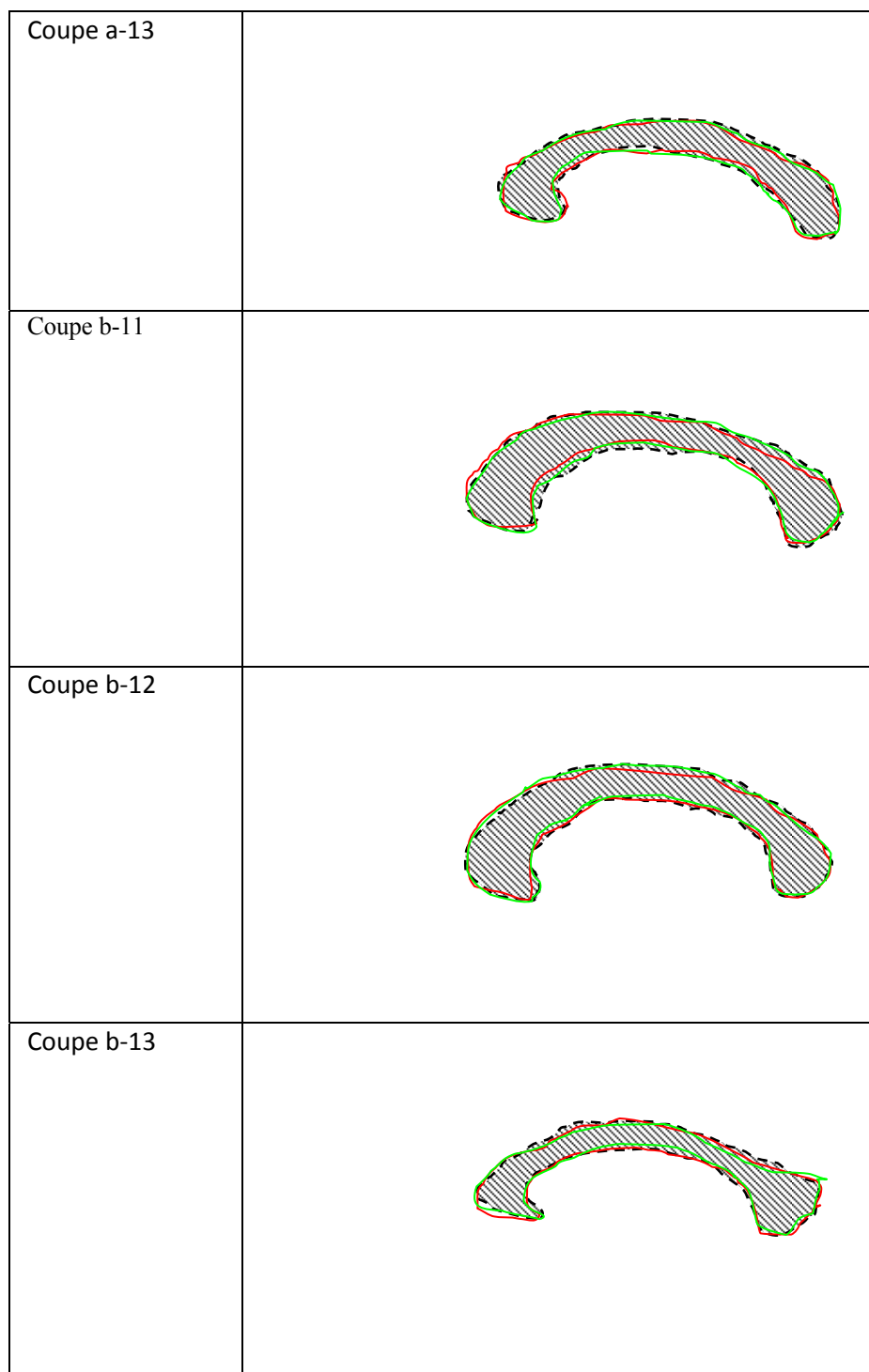
Image	a) Méthode de Bresson	b) Notre méthode	c) Verité-terrain
Coupe a-11			
Coupe a-12			
Coupe a-13			
Coupe b-11			



1 **Figure 3.20** : Les résultats de segmentation du corpus calleux par la méthode de Bresson et par notre méthode.

2
3





1
2
3
4
5
6
7

Figure 3.21 : Les contours du corpus callosum par notre méthode et la méthode de Bresson. En hachuré et en pointillé le contour de référence.

Image	Modèle	Erreur	F-mesure	Dice
Image a (coupe 11)	Modèle de Leventon	16,2	0.65	0.67
	Modèle de Chen	12%	0.69	0.71
	Modèle de Cremers	10%	0.71	0.73
	Modèle de Rousseau	9%	0.73	0.75
	Notre modèle	7%	0.75	0.75
	Modèle de Bresson	9%	0.75	0.75
Image a (coupe 12)	Modèle de Leventon	15,3	0.63	0.65
	Modèle de Chen	11%	0.71	0.72
	Modèle de Cremers	9,6%	0.72	0.74
	Modèle de Rousseau	8,3%	0.75	0.75
	Notre modèle	8,3%	0.76	0.77
	Modèle de Bresson	8,5%	0.75	0.75
Image a (coupe 13)	Modèle de Leventon	14,9	0.69	0.70
	Modèle de Chen	10,3%	0.69	0.73
	Modèle de Cremers	9,3%	0.71	0.74
	Modèle de Rousseau	8,5%	0.73	0.76
	Notre modèle	7,6%	0.77	0.78
	Modèle de Bresson	7,9%	0.77	0.77
Image b (coupe 11)	Modèle de Leventon	16,2	0.65	0.67
	Modèle de Chen	12%	0.69	0.71
	Modèle de Cremers	10%	0.71	0.73
	Modèle de Rousseau	9%	0.73	0.75
	Notre modèle	7%	0.75	0.75
	Modèle de Bresson	6,9%	0.74	0.75
Image b (coupe 12)	Modèle de Leventon	13,2	0.69	0.697
	Modèle de Chen	11%	0.69	0.69
	Modèle de Cremers	10%	0.71	0.73

	Modèle de Rousseau	8,6%	0.73	0.75
	Notre modèle	7,9%	0.76	0.77
	Modèle de Bresson	6,5%	0.74	0.76
Image b (coupe 13)	Modèle de Leventon	15,5	0.66	0.68
	Modèle de Chen	11%	0.67	0.69
	Modèle de Cremers	10,5%	0.71	0.73
	Modèle de Rousseau	9,8%	0.73	0.75
	Notre modèle	9,7%	0.73	0.73
	Modèle de Bresson	9,7%	0.72	0.73

Table 3.2 : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation.

Nous constatons aussi pour cet ensemble d'images que notre modèle présente une amélioration par rapport aux autres modèles de segmentation avec a priori.

8 . Conclusion

Dans cette approche variationnelle, le problème de segmentation est formulé comme la minimisation de l'énergie du contour actif. La dérivation des termes d'énergie permet de déduire l'équation d'évolution du contour actif. Trois descripteurs peuvent constituer l'énergie du contour actif : descripteur contour, descripteur régions et le descripteur de l'a priori de forme.

La contribution de ce chapitre réside dans l'élaboration et l'étude d'un nouveau descripteur de forme. Ce nouveau descripteur définit un a priori géométrique avec et sans contrainte paramétrique : l'objectif est de minimiser la distance euclidienne entre le contour actif et le contour de référence. Le contour de référence est donné sous forme d'une projection des formes d'apprentissage où toutes les déformations locales sont prises en compte.

Nous avons utilisé pour la première fois, à notre connaissance, l'ACP à noyau dans l'apprentissage de forme pour la segmentation par contour actif géométrique.

Chapitre 4 : Contour actif binaire rapide

Résumé : *Récemment, une nouvelle voie c'est ouverte pour la résolution du problème des minimums locaux dans le cadre de la segmentation variationnelle par CAG. L'approche consiste à relier la fonctionnelle de Mumford shah à la segmentation par CAG pour chercher un minimiseur global. Ce minimiseur permet de traduire le problème de segmentation non convexe (présence de minimums locaux) en un problème convexe (recherche d'un minimum global). Notre contribution va consister d'abord à formuler le CAG dans un cadre variationnel totale et prouver alors que le nouveau minimiseur trouvé est global et unique, pour un intervalle donné des paramètres de réglage. Nous montrons ensuite comment nous introduisons les différents descripteurs (contour, régions, probabiliste et de forme) dans le cadre des variations totales. Nous avons aussi unifié les descripteurs probabilistes de Kulback Leibler, Bhattachryya et Hellinger dans un unique descripteur probabiliste (descripteur de Rényi généralisé). Pour une résolution rapide de l'EDP associée à notre modèle, nous avons remplacé la fonction d'ensemble de niveaux par une nouvelle fonction indicatrice (fonction caractéristique). Pour cette nouvelle fonction indicatrice, nous avons reformulé l'équation variationnelle du CAG. Nous avons appliqué notre nouveau modèle pour (i) Une segmentation supervisée et non supervisée des images simples, naturelles, texturées (ii) Une segmentation des images médicales. Les résultats obtenus sont évalués quantitativement et qualitativement.*

1. Introduction

Récemment, l'utilisation des différents descripteurs dans la formulation des contours actifs a montré leur efficacité pour la segmentation d'images. Prenons le cas du descripteur

contour $\left(k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) = \frac{1}{1 + |G_\sigma * I(\mathbf{x})|^2} \right)$, il est associé à un minimiseur local. Si on considère

une initialisation positionnée autour de l'objet à extraire (figure 4.1-b), lorsque les bords (frontières) sont faibles ($k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ non régulier), le minimiseur cherche à placer la courbe du contour actif sur les bords réguliers. On obtient une solution possible pour un réglage donné des paramètres (ν, σ) , voir équation (1.15)). Si on considère maintenant une initialisation du contour actif quelconque avec le même jeu de paramètres que précédemment (cf figure 4.1-a ou figure 4.1-c), le minimiseur ne va pas forcément trouver le même minimum local que précédemment. Il va s'arrêter sur les premiers bords réguliers trouvés. Les résultats finaux sont aussi modifiés lorsque l'on est en présence d'objet bruité.

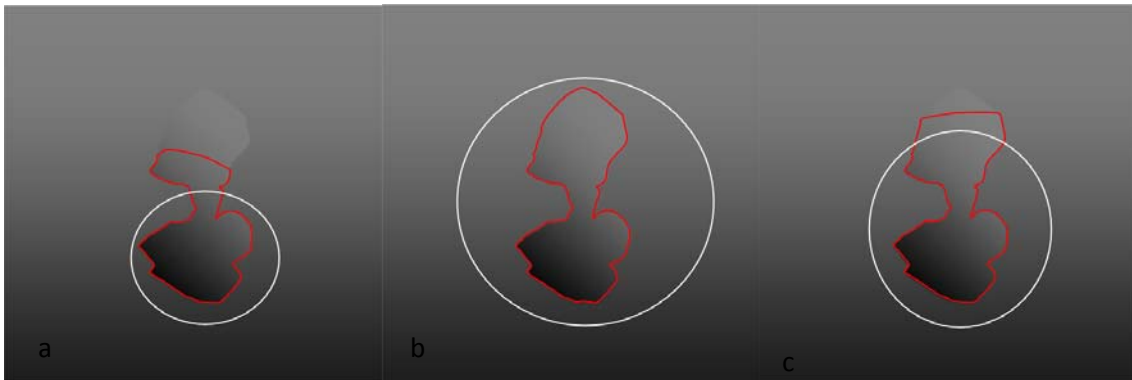


Figure 4.1 : Segmentation d'un objet en utilisant le descripteur contour k_b . Le contour est initialisé par une courbe fermée (en blanc), les résultats de segmentation sont en rouge.

Plusieurs chercheurs ont essayé de guider le minimiseur dans sa recherche du bon minimum local. Xu *et al* [87] ont ajouté au descripteur contour le descripteur GVF pour aider le minimiseur local. Ils supposent que le minimum local est situé sur les bords de l'objet.

Siddiqi *et al.* [79], ont complété le descripteur contour par un descripteur d'air de régions, et Chan *et al* [8,9] ont quant à eux ajouter un descripteur de forme. Quelques soient les termes ajoutés au descripteur contour, l'énergie associée reste toujours non convexe. Une conséquence directe est que le modèle variationnel est entaché par le problème des

1 minimums locaux. Pour palier à cela, **l'idée naturelle est de chercher un modèle**
2 **variationnel qui permet de trouver un minimiseur global.**

3 Guy *et al.* [138, 139] ont étudié le minimiseur de la fonctionnelle de Mumford-Shah dans un
4 cadre très générale. Ils ont montré que en trois dimensions le minimiseur associé à la
5 fonctionnelle de Mumford-shah est un minimiseur global et unique.

6 Chan *et al.* [8] ont relié le problème de segmentation variationnelle au problème de débruitage
7 de Rudin *et al.* [105] afin de calculer ce minimiseur global. Chan *et al.* [140] ont prouvé
8 l'existence d'un minimiseur global au problème de segmentation par contour actif. Bresson *et*
9 *al.* [101], ont proposé de déterminer le minimiseur global pour le modèle variationnel de
10 segmentation et donnent une solution dans le cas des contours actifs géodésiques.
11 Récemment, Alter *et al.* [141] ont étudié le problème des variations totales, Ils ont prouvé
12 l'unicité de la solution fournie pour les problèmes convexes dans le cadre générale.

13 Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à étudier le problème de segmentation dans le
14 cadre des variations totales **afin de résoudre le problème du minimiseur global unique** et
15 d'intégrer les différents descripteurs dans ce contexte. Dans ce nouveau cadre, le contour
16 actif géométrique est représenté implicitement dans le cadre des variations totales par une
17 fonction indicatrice (fonction caractéristique). Notre contribution peut se résumer alors :

- 18 **i. Reformuler la fonctionnelle de Mumford-Shah dans le cadre des variations**
19 **totales.**
- 20 **ii. Mettre en relation le descripteur contour avec le minimiseur global de**
21 **Mumford-Shah.**
- 22 **iii. Intégrer les descripteurs régions, probabilistes, de formes et de texture dans**
23 **la formulation du contour actif dans le cadre des variations totales.**
- 24 **iv. Exprimer le modèle des contours actifs dans le cadre des variations totales à**
25 **l'aide d'une fonction indicatrice. Pour cette fonction, le modèle des contours**
26 **actifs est considéré comme un modèle de contour actif binaire rapide.**

27 Dans la suite de ce chapitre, on propose de reprendre le problème de segmentation à l'aide de
28 la fonctionnelle de Mumford-shah. Au départ, on énonce le problème de segmentation, puis
29 on introduit les outils mathématiques nécessaires pour montrer que le minimiseur est global
30 unique. Ensuite, on reformule le problème dans le cadre des variations totales et on donne
31 l'expression de l'énergie du contour actif géométrique à l'aide d'une fonction indicatrice. On

1 montre enfin que d'autres descripteurs peuvent être intégrés dans ce nouveau cadre, les
2 premiers résultats obtenus avec ces descripteurs sont présentés.

3 **2. Position du problème de segmentation à l'aide de la** 4 **fonctionnelle de Mumford-Shah**

5 Les contours actifs géométriques ont un défaut majeur c'est d'être dépendants de la
6 paramétrisation de la courbe (l'abscisse curviligne). Une alternative est d'introduire les
7 contours actifs géométriques basés sur les propriétés géométriques intrinsèques de la courbe
8 [152]. Une autre possibilité est de formuler le problème sans paramétrer la courbe mais en
9 gardant le même principe de minimisation d'énergie ; C'est le modèle de Mumford-Shah. Pour
10 une image $I \in L^1(\Omega)$ où $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ est le domaine de l'image, si I est à valeur dans $[0,1]$ alors les
11 points \mathbf{x} tels que $I(\mathbf{x})$ vaut 1 sont noirs et les points \mathbf{x} tels que $I(\mathbf{x})$ vaut 0 sont blancs.
12 Entre les deux, toute la gamme des niveaux de gris est possible. Le problème de segmentation
13 consiste à trouver un ensemble B qui représente les bords (les frontières des objets) de l'image
14 définie par I . Cela consiste à chercher l'ensemble des points où l'image $I(\mathbf{x})$ possède un
15 saut. La difficulté consiste à déterminer l'ensemble des points où le saut est significatif.
16 Mumford et al. [58] ont alors eu l'idée d'introduire dans un cadre très générale la fonctionnelle
17 suivante :

$$18 \quad E_{MS}(u, B) = \mu \int_{\Omega} (u - I)^2 + \int_{\Omega \setminus \Omega_0} |\nabla u|^2 + \nu H^{n-1}(B) \quad (4.1)$$

19 Où H^{n-1} est la mesure de Hausdorff de dimension $n-1$. μ, ν sont respectivement des
20 paramètres d'échelles et de contraste. u est une fonction définie par morceaux.

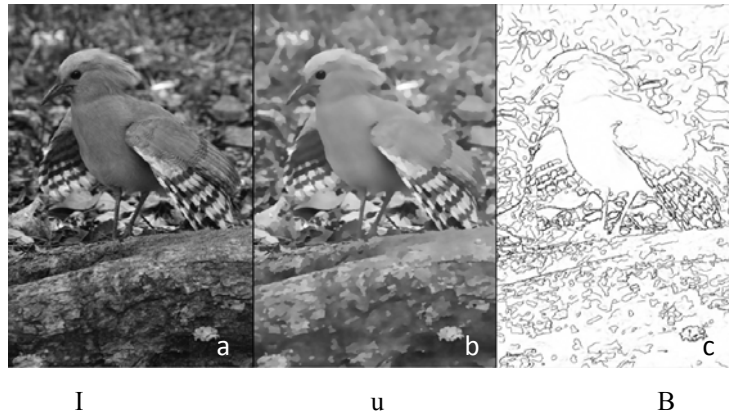
21 La fonctionnelle de Mumford shah originale fait intervenir la mesure de Hausdorff et non pas
22 la longueur de la courbe ou encore le descripteur contour $k_b(\mathbf{x})$. Dans le cadre de la
23 segmentation d'image, la fonctionnelle de Mumford Shah peut être exprimée en fonction du
24 descripteur contour et est défini par la mesure de Hausdorff de dimension 1, notée H^1 ,
25 formée par un ensemble de frontières régulières B :

$$26 \quad E_{MS}(u, B) = \mu \int_{\Omega} (u - I)^2 + \int_{\Omega \setminus \Omega_0} |\nabla u|^2 + \nu H^1(B) \quad (4.2)$$

1 Pour obtenir une segmentation de l'image I on minimise la fonctionnelle E_{MS} sur l'ensemble
 2 des couples admissibles $\{(u, B)\}$.

$$3 \quad (u, B) = \arg \min \{E_{MS}(u, B)\} \quad (4.3)$$

4 On obtient alors un couple (u, B) solution. La fonction u (cf figure 4.2 -b) représente une
 5 version régulière de l'image de départ (cf figure 4.2 -a).



6
 7
 8 **Figure 4.2** Une image segmentée en minimisant la fonctionnelle de Mumford-Shah
 9

10 La régularité de u provient du fait que l'on tend à minimiser l'intégrale de Dirichlet (l'intégrale
 11 du gradient au carrée) et u ressemble à I car on minimise également la distance à I en
 12 norme L^2 . L'ensemble B représente alors les bords de l'image, c'est l'ensemble des singularités
 13 (sauts significatifs) de u (cf figure 4.2 -c). Un choix simple est naturellement de représenter
 14 ces singularités par l'ensemble des contours :

$$15 \quad C = \{(u, B) : u \in C^1(\Omega), B \text{ compact} \subset \Omega\} \quad (4.4)$$

16 Puisque l'ensemble B est compact on peut alors utiliser la métrique de Hausdorff pour
 17 réécrire l'équation (4.2).

$$18 \quad \begin{cases} E_{MS}(u, B) = \mu \int_{\Omega} |u - I|^2 + \int_{\Omega \setminus \Omega_0} |\nabla u|^2 + \nu H^1(B) \\ u \in C^1(\Omega), B \text{ compact} \subset \Omega \end{cases} \quad (4.5)$$

19 L'existence de minimiseurs pour la fonctionnelle de Mumford *et al.* n'est pas un problème
 20 simple car elle traduit un problème non convexe mettant en jeu le couple (u, B) de nature très
 21 différente.

1 **On va maintenant introduire les outils mathématiques pour prouver l'existence des**
 2 **minimiseurs de Mumford-Shah.**

3 **2.1 Existence des minimiseurs de la fonctionnelle de Mumford-Shah**

4 **2.1.1 Conjecture de Mumford-Shah**

5 Il existe au moins un minimiseur (u, B) de l'équation (4.2) où :

- 6 1. $u \in C^1(\Omega)$.
- 7 2. L'ensemble B est constitué d'une union finie d'arcs réguliers vérifiant des conditions
 8 particulières telles que :

9 • Au plus trois arcs peuvent se rencontrer en un seul point appelé point de
 10 jonction triple tel que les angles entre chacun d'entre eux soient égal à

$$11 \frac{2\pi}{3}.$$

12 • Au plus un arc peut rencontrer perpendiculairement un point de la
 13 courbe.

14 Jusqu'à présent il a été démontré que [142]:

- 15 1. La fonctionnelle de l'équation (4.1) admet des minimiseurs de $u \in C^1(\Omega)$. L'ensemble
 16 B est $(H^1, 1)$ rectifiable,
- 17 2. Il existe des suites minimisantes (u_i, B_i) qui converge vers la solution (u, B) au sens de
 18 Hausdorff.
- 19 3. L'ensemble B est entièrement inclus dans une courbe régulière.

20 Une remarque importante s'impose concernant la dimension de l'espace sur lequel sont
 21 définies les images, dans ce travail, **on se limiter à la dimension $n = 2$** .

22 Nous donnons à la section suivante la démarche, les définitions et les théorèmes associés pour
 23 trouver ce minimiseur global. Commençons par définir la mesure de Hausdorff nécessaire à la
 24 définition de la fonctionnelle de Mumford-Shah dans le cadre de la segmentation d'image.

25 **2.1.2 Mesure de Hausdorff**

26 Dans la définition des minimiseurs de Mumford-Shah, le terme H^1 concerne la mesure de
 27 Hausdorff de l'ensemble singulier B . La mesure de Hausdorff est une notion élémentaire et

1 pourtant assez puissante de ce que peut être "l'aire" d'une surface ou "la longueur" d'une
 2 courbe. La mesure de Hausdorff est définie par :

3 **Définition 4.1:**

4 Soit l un entier positif, $\delta \in [0, +\infty]$ et A une variété de \mathbb{R}^2 . La mesure de Hausdorff l -dimensionnelle
 5 de A est donnée par :

$$6 \quad H_\delta^l(A) = \frac{\pi^{\frac{l}{2}}}{\Gamma\left(\frac{l}{2} + 1\right)} \left\{ \sum_{i \in I} \inf \left\{ \left[\text{diam}(A_i) \right]^l ; \text{diam}(A_i) \leq \delta, A \subset \bigcup_{i \in I} A_i \right\} \right\} \quad (4.6)$$

7 L'inf est pris sur tous les recouvrements dénombrable $\{A_i\}$ tels que $\text{diam}(A_i) < \delta$ et avec la
 8 convention $\text{diam}(\emptyset) = 0$. On définit alors la mesure de Hausdorff par :

$$9 \quad H^l(A) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_\delta^l(A) \quad (4.7)$$

10 Si A est une variété de classe C^1 , alors la mesure de Hausdorff $H^l(A)$ est la surface de l -
 11 dimensionnelle de la variété A .

12 La dimension de Hausdorff d'un ensemble est alors :

$$13 \quad \dim(A) = \inf \{ i \geq 0, H^i(A) = 0 \} \quad (4.8)$$

14 Une propriété intéressante sur la mesure de Hausdorff est par exemple le fait que si
 15 $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ est lipschitzienne de constante M , alors

$$16 \quad H^i(f(A)) \leq M^i H^i(A) \quad (4.9)$$

17 On utilise également le théorème de la coaire qui est une sorte de généralisation du théorème
 18 de Fubini [156]. Sous sa forme simple il dit que si $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ est un ouvert $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ est
 19 lipschitzienne, alors :

$$20 \quad |\nabla f| d\mathbf{x} = \int_{\mathbb{R}} H^1|_{f^{-1}(t)} dt \quad (4.10)$$

21
 22
 23
 24

1 **Théorème 4.1 de Radon-Nikodym [141] :**

2 *Soit les deux mesures positives α et λ sur une σ -algèbre M et pour tout $X \in M$, $\alpha(X) = 0$,*
 3 *alors λ est absolument continue par rapport à α (avec $\alpha \ll \beta$). Il existe un*
 4 *ensemble $A \in M / \beta(X) = \beta(A \cap X)$ ($\beta(X) = 0 / X \cap A = \emptyset$), alors β est portée par A .*

5 **Définition 4.2 :**

6 *Si β et α sont portées par deux ensembles disjoints, alors les deux mesures sont mutuellement*
 7 *singulières et on écrit $\alpha \perp \beta$.*

8 **Proposition 4.1:**

9 *Soit ρ une autre mesure sur M , alors :*

- 10 1. *si $\alpha \ll \beta$ et $\rho \ll \alpha \Rightarrow \beta + \rho \ll \alpha$,*
 11 2. *si $\beta \ll \alpha$ et $\rho \perp \alpha \Rightarrow \beta \perp \rho$,*
 12 3. *si $\beta \ll \alpha$ et $\beta \perp \alpha \Rightarrow \beta = 0$*

13 Enfin nous rappelons qu'une mesure μ est dite σ -finie si A est la réunion dénombrable
 14 d'ensembles A_n tels que $\alpha(A_n) < \infty, \forall n$. Si on pose alors :

15
$$\omega_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^n} \frac{1}{1 + \alpha(A_n)} & \text{si } x \in A_n \\ 0 & \text{si } x \notin A_n \end{cases}$$

16 La fonction $\omega_\alpha = \sum_n \omega_n(x) \in L^1(\alpha) / 0 < \omega_\alpha < 1 \Rightarrow \omega_\alpha d\alpha < \infty$.

17 Nous pouvons donc énoncer un théorème fondamental de la théorie de la mesure offrant une
 18 décomposition que nous utiliserons pour prouver **l'existence d'un minimiseur global** au
 19 problème de Mumford-Shah pour la segmentation.

22 **Théorème 4.2 :**

23 *Supposons α positive, σ -finie et β positive sur M défini sur A . Alors il existe un couple*
 24 *unique de mesures β_a et β_b telles que :*

- 25 1. *β se décompose sous la forme $\beta = \beta_a + \beta_b$ avec $\beta_a \ll \alpha$ et $\beta_b \perp \mu$,*
 26 2. *β_a, β_b sont positives, finies si β l'est,*

1 3. Il existe un unique élément tel que $\forall X \in M, \exists h \in L^1(\mu), \beta_a(\mathbf{X}) = \int_{\mathbf{X}} h d\mu$. La
 2 décomposition s'appelle décomposition de Lebesgue et la fonction h est
 3 connue sous le nom de dérivée de Radon-Nikodym. L'existence de la fonction
 4 h vient naturellement du théorème de représentation de Riez [143].

5
 6 Après avoir introduit la mesure de Hausdroff, il est nécessaire de définir l'espace dans lequel
 7 nous allons définir la fonction u .

8 **2.1.3 Espaces des variations bornées et sous ensemble des variations**
 9 **bornées**

10 **2.1.3.1 L'espace de variation bornée (Bounded Variation : BV)**

11
 12 On considère l'espace des fonctions à variations bornées noté $BV(\Omega)$ par :

13
$$BV(\Omega) = \left\{ u \in L^1(\Omega), \int_{\Omega} |Du| < \infty \right\} \tag{4.11}$$

14 Il faut bien sur comprendre Du comme la dérivée au sens des distributions associées à la
 15 forme linéaire $BV(\Omega) = \int_{\Omega} u \operatorname{div}(\phi) dx$. Cette forme peut être identifiée à une mesure de Radon.

16 C'est ainsi que pour un ensemble $A \subset \mathbb{R}^2$ de fonction caractéristique $u = \chi_A$, si :

17
$$\int_{\Omega} |Du| = \sup \left\{ \int_A \operatorname{div} \xi dx; \phi \in C_0^1(\Omega), \|\xi\|_{L^\infty(\Omega)} \leq 1 \right\} \tag{4.12}$$

18 est finie alors $u \in BV(\Omega)$ et A est dit de périmètre fini. On note alors :

19
$$\int_{\Omega} |Du| = \operatorname{Per}_{\Omega}(A) \tag{4.13}$$

20 **Si ∂A est suffisamment régulier on peut démontrer que dans ce cas cette définition**
 21 **correspond à la notion de périmètre.**

22 **Proposition 4.2 :**

23 *Soit Ω un ouvert borné lipchitzien. Alors l'espace BV vérifie :*

24 1. La continuité inférieure.

25 *Soit $(u_i)_i \in BV(\Omega)$ une suite telle que $\lim_{i \rightarrow \infty} u_i = u$. Alors on a :*

$$\int_{\Omega} |Du| \leq \lim \left(\inf \left(\int_{\Omega} |Du_i| \right) \right) \quad (4.14)$$

2

3

2. La trace.

4

L'opérateur de trace est défini par : $trace = \begin{cases} u \rightarrow u_{\partial\Omega} \\ BV(\Omega) \rightarrow L^1(\partial\Omega, H^1) \end{cases}$ et

5

est continue pour la topologie forte de $BV(\Omega)$.

6

3. La topologie faible* sur $BV(\Omega)$.

7

L'espace $BV(\Omega)$ est normé par $\|u\|_{BV(\Omega)} = \|u\|_{L^1(\Omega)} + \int_{\Omega} |Du|$. Si la topologie

8

associée ne possède pas de bonnes propriétés de compacité, alors on lui

9

associe une topologie affaiblie définie par :

10

$$u_i * \xrightarrow{BV-w*} u \Leftrightarrow u_i * \xrightarrow{L^1(\Omega)} u \text{ et } Du_i * \xrightarrow{M} Du$$

11

Ceci signifie que :

12

$$\int_{\Omega} \phi Du_i \rightarrow \int_{\Omega} \phi Du, \forall \phi \in C_0(\Omega)$$

13

4. La compacité.

14

L'espace s'injecte continûment dans $L^2(\Omega)$. $BV(\Omega)$ est relativement

15

compacte dans $L^2(\Omega)$ et $L^1(\Omega)$ et pour une topologie faible*, on peut

16

extraire u dans l'espace $BV(\Omega)$.

17

5. La décomposition.

18

Du peut être décomposée en la somme d'une mesure régulière et d'une

19

mesure singulière donnée par :

20

$$Du = \nabla u d\mathbf{x} + D_s u \quad (4.15)$$

21

Où $\nabla u(\mathbf{x}) \in L^1(\Omega)$ est la dérivée de Radon Nikodym par rapport à la

22

mesure de Lebesgue et $D_s u \perp d\mathbf{x}$ (définition 4.2).

23

Ambrosio [144] a en effet démontré que la partie singulière $D_s u$ pouvait être décomposée en

24

une composante de sauts et une composante de "Cantor". Afin de définir ces deux notions,

25

nous introduisons pour tout \mathbf{x} , la boule $B(\mathbf{x}, r)$ de centre \mathbf{x} et de rayon r . Nous définissons

26

d'abord la limite supérieure approchée et la limite inférieure approchée par :

$$1 \quad u^+(\mathbf{x}) = \inf \left\{ t \in \mathbb{R}; \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\mathbf{x}(\{u > t\}) \cap B(\mathbf{x}, r)}{r^n} = 0 \right\}$$

$$2 \quad u^-(\mathbf{x}) = \inf \left\{ t \in \mathbb{R}; \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\mathbf{x}(\{u < t\}) \cap B(\mathbf{x}, r)}{r^n} = 0 \right\}$$

3 Si $\mathbf{x} \in \Omega, u \in L^1(\Omega)$ alors on a l'égalité de Lebesgue qui est vérifiée :

$$4 \quad \begin{aligned} u(\mathbf{x}) &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{|B(\mathbf{x}, r)|} \int_{|B(\mathbf{x}, r)|} u(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\ u(\mathbf{x}) &= u^+(\mathbf{x}) = u^-(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

5 Pour les autres points, on définit un ensemble de points de saut S_u comme le complémentaire
6 de la mesure de Hausdorff H^1 des points de Lebesgue donnés par :

$$7 \quad S_u = \{ \mathbf{x} \in \Omega, u^-(\mathbf{x}) \leq u^+(\mathbf{x}) \} \quad (4.17)$$

8 Il est montré que l'ensemble est rectifiable et on peut définir une normale \mathbf{n}_u en chaque point.
9 Enfin on définit l'ensemble des points de Cantor comme l'ensemble complémentaire pour la
10 mesure de Du . Autrement dit le résultat fondamental de Ambrosio est la décomposition
11 suivante :

$$12 \quad Du = \nabla u d\mathbf{x} + (u^+ - u^-) \mathbf{n}_u H^1 S_u + C_u \quad (4.18)$$

13 Où $A_u = (u^+ - u^-) \mathbf{n}_u H^1 S_u$ est la mesure du saut. C_u est le périmètre des contours.

14 Nous pouvons alors décrire la variation totale comme :

$$15 \quad |Du|(\Omega) = \int_{\Omega} |Du| = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x})| d\mathbf{x} + \int_{S_u} |u^+ - u^-| dH^1 + \int_{\Omega \setminus S_u} C_u \quad (4.19)$$

16

17 Où la fonction u est équivalente à $u = \frac{(u^+ + u^-)}{2}$ dans l'espace BV .

18 Cette équation (4.19) est reprise dans la formulation de notre problème de segmentation.
19 Cependant l'espace BV n'assure pas la convergence vers la solution recherchée u . Nous allons
20 chercher la solution dans un sous ensemble de BV .

2.1.3.2 Le sous ensemble d'espace de variation bornée (Sub bounded variation)

L'espace sous ensemble de variation bornée est défini à partir de l'espace BV comme le sous ensemble de $BV(\Omega)$ tel que l'ensemble de Cantor est vide. Le résultat fondamental de l'espace SBV est un théorème de compacité dû à Ambrosio [144].

Théorème 4.3 :

Soit $(u_i) \in SBV(\Omega)$ telle que :

1. La suite est bornée, donc relativement compacte pour la topologie faible.
2. Les gradients approchés ∇u_i sont équi-intégrable, donc relativement compact pour la topologie $L^1(\Omega)$.
3. Il existe une fonction :

$$f : [0, \infty[\rightarrow [0, \infty[\text{ tel que : } \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t)}{t} = \infty$$

et

$$\forall i, \int_{S_{u_i}} f(|u_i^+ - u_i^-|) dH^{n-1} \leq C \leq \infty$$

Alors on peut extraire une sous suite convergente vers u dans $SBV(\Omega)$. De plus la composante de Lebesgue (équation (4.16)) et celle du saut (équation (4.17)) convergent séparément.

Nous pouvons maintenant définir le minimiseur global de Mumford-Shah.

2.2 Minimiseur global de la fonctionnelle de Mumford-Shah

Une approche directe consiste à trouver une suite minimisante $E_{MS}^i, i \geq 0$. Pour ce faire on choisit d'affaiblir l'espace Γ en :

$$\Gamma^* = \{(u, B) : u \in W^{1,2}(\Omega), B \text{ compact } \subset \Omega\}$$

Où $W^{1,2}(\Omega)$ espace de Sobolev.

Trouver un minimiseur sur l'ensemble C^* reste cependant équivalent à le faire sur C . En effet, supposons connu un minimiseur (u, B) dans C , alors en regardant la variation par rapport à u pour un accroissement $\varphi \in C_0^1(\Omega \setminus B)$:

$$\begin{aligned}
 \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \Delta E_{MS}^i(u, B)(v, B) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{E_{MS}^i(u+v, B) - E_{MS}^i(u, B)}{\varepsilon} \\
 &= \int_{\Omega} \langle \nabla u, \nabla v \rangle dx - \lambda \int_{\Omega} (u - I)v dx
 \end{aligned}
 \tag{4.20}$$

Ce qui implique que u doit vérifier le problème elliptique donné par :

$$\begin{cases} \Delta u + u = I \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \end{cases}
 \tag{4.21}$$

Il suffit de choisir une suite minimisante (u_i, B_i) .

On vient de trouver un minimiseur global. **On souhaite maintenant montrer que ce minimiseur est unique, pour cela on va se baser sur la formulation faible de Mumford-Shah.**

2.2.1 Formulation faible du problème de Mumford-Shah

De Giorgi [145] a proposé une nouvelle fonctionnelle en introduisant une formulation faible du problème d'optimisation de la fonctionnelle de Mumford-Shah. Pour $u \in SBV(\Omega)$ on cherche à minimiser la fonctionnelle :

$$E_{MS}(u) = \mu \int_{\Omega} |u - I|^2 + \int_{\Omega} |\nabla u|^2 + \nu H^1(S_u)
 \tag{4.22}$$

Où S_u est l'ensemble des points de discontinuités de u .

L'intérêt est que pour cette fonctionnelle, le résultat de compacité d'Ambrosio permet de conclure là où nous étions bloqués dans l'expression de S_u (équation (4.17)). Nous allons donc énoncer le théorème qui nous permet de vérifier que la solution est faible.

Théorème 4.4:

Soit $(u_i)_i$ une suite de $SBV(\Omega)$ telle que : $E_{MS}^n(u_i) \leq M < +\infty$ pour tout n , alors on peut extraire une sous suite $(u_{\varphi(i)})$ et $u \in SBV(\Omega)$ telle que : $(u_{\varphi(i)}) \rightarrow u$, $\nabla u_{\varphi(i)} \rightarrow \nabla u$ Faiblement dans $L^1(\Omega)$:

$$\int_{\Omega} |\nabla u|^2 \leq \liminf_{k \rightarrow +\infty} \int_{\Omega} |\nabla u_{\varphi(i)}|^2
 \tag{4.23}$$

$$H^1(S_u) \leq \liminf_{k \rightarrow +\infty} H^1(I_{\varphi(i)})
 \tag{4.24}$$

1 Nous disposons alors de tous les outils nécessaires pour conclure à l'existence d'un
 2 minimiseur global pour E_{MS} .

3 Il reste ensuite à démontrer que ce minimiseur u peut conduire à un minimiseur global et
 4 unique (u, B) . L'idée principale consiste à considérer l'ensemble S_u d'être ni trop "large" ni
 5 trop "creux". Ainsi on peut obtenir un résultat du type $\mathbf{H}^1((\bar{S}_u/S_u)\mathbf{I}) = \mathbf{0}$. **Ce qui permet**
 6 **d'affirmer que la solution ainsi obtenue (u, S_u) est unique.** Nous allons généraliser
 7 maintenant la notion de minimiseur global **unique dans le cadre de la segmentation**
 8 **d'images.**

9 **2.3 Unicité du Minimiseur global de la fonctionnelle de Mumford-Shah**

10 Soit $(u, B) \in \Gamma$ et B_r une boule incluse dans Ω . Un compétiteur pour le couple (u, B) dans la
 11 boule B_r est un couple $(u_v, B_v) \in \Gamma$ tel que :

12
$$\left. \begin{array}{l} u = u_v \\ B = B_v \end{array} \right\} \text{dans } \Omega \setminus \bar{B}_r \quad (4.25)$$

13 On ajoute également la condition topologique suivante :

14 Si \mathbf{x} et \mathbf{y} sont deux points de $\Omega \setminus \bar{B}_r \cup B$ qui sont séparés par B , alors ils sont aussi
 15 séparés par B_v . L'expression être séparée par B signifie que \mathbf{x} et \mathbf{y} sont dans des
 16 composantes connexes différentes de $\Omega \setminus B$.

17 Soit Ω le domaine de l'image et h une fonction positive, croissante sur \mathbb{R}^+ et telle que
 18 $h(0) = 0$. Un minimiseur de Mumford-Shah avec une fonction jauge h et un couple
 19 $(u, B) \in \Gamma$ tel que pour toute boule B_r et pour tout compétiteur (u_v, B_v) , on a:

20
$$\int_{B_r \setminus B} |\nabla u|^2 d\mathbf{x} + \mathcal{H}^1(B \cap B_r) \leq \int_{B_r \setminus B} |\nabla v|^2 d\mathbf{x} + \mathcal{H}^1(B \cap B_r) + r^1 h(r) \quad (4.26)$$

21 Avec r le rayon de la boule B_r et où H^1 désigne la mesure de Hausdorff de dimension 2 .

22 **Nous proposons la définition 4.5 dans le cas de la dimension $n=2$:**

23
 24

25 **Définition 4.5 :**

26

1 Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ et h une fonction positive, croissante sur \mathbb{R}^+ et telle que $h(0) = 0$. Un minimiseur
 2 de Mumford-Shah est un couple $(u, B) \in \Gamma$ tel que pour toute boule B_0 et pour tout compétiteur
 3 (u_v, B_v) pour (u, B) dans B_0 , on a :

$$4 \quad \int_{B_0 \setminus B} |\nabla u|^2 d\mathbf{x} + \mathcal{H}^1(B \cap B_0) \leq \int_{B_0 \setminus B} |\nabla v|^2 d\mathbf{x} + \mathcal{H}^1(L \cap B_0) \quad (4.27)$$

5 avec B_0 la boule de rayon 0 et H^1 désigne la mesure de Hausdorff de dimension 2.

6 **Le minimiseur de Mumford-Shah est un minimiseur global unique avec $\Omega = \mathbb{R}^2$.**

7 On vient de trouver un minimiseur global unique, on va maintenant formuler le contour actif
 8 en le reliant à la fonctionnelle de Mumford shah dans le cadre des variations totales.

9 **3. Contour actif dans le cadre des variations totales**

10 Soit le modèle variationnel de Chan *et al.* [8] donné par :

$$11 \quad E(\partial\Omega, c_{in}, c_{out}) = |\partial\Omega| + \lambda \int_{\Omega_{in}} (I(\mathbf{x}) - c_{in})^2 + \lambda \int_{\Omega_{out}} (I(\mathbf{x}) - c_{out})^2 \quad (4.28)$$

12 Où $|\partial\Omega|$ est la longueur de la courbe et λ un paramètre de pondération positif. L'énergie du
 13 contour actif de Chan *et al.* est un cas particulier de la fonctionnelle de Mumford-Shah [58].
 14 Ce modèle détermine l'approximation par morceaux lisse optimale d'une image I donnée. Ce
 15 qui équivaut à partager une image en des régions homogènes distinctes. Le modèle de Chan
 16 *et al.* détecte les frontières des objets en cherchant les régions homogènes et ne détecte pas
 17 les gradients des contours comme dans le cas des contours actifs géodésique. Dans [58], des
 18 résultats de segmentation sont présentés pour des images où le contour actif géodésique ne
 19 s'applique pas. La formulation variationnelle de l'énergie non convexe ne garantie pas la
 20 convergence du modèle vers un minimum global que nous cherchons. Un cas typique où la
 21 courbe se positionne sur les frontières externes d'un objet avec un trou à l'intérieur. Diverses
 22 techniques ont été utilisées pour améliorer la recherche du minimum global. Une technique
 23 simple consiste à modifier la fonction de Dirac dans l'équation d'Euler-Lagrange de telle sorte
 24 qu'elle soit partout différente de zéro. Ceci va permettre aux courbes du contour actif d'être
 25 lancées partout dans l'image, augmentant la possibilité de capturer le minimum global. Une
 26 autre idée est d'optimiser l'étape d'initialisation à l'aide d'un grand nombre de petites courbes

1 étroites uniformément distribuées dans l'image. Malheureusement, **les échecs de ces**
 2 **tentatives sont liés à la nature du minimiseur qui est local.**

3 Chan *et al.* [140] ont unifié le modèle de débruitage et le modèle de segmentation de Vese *et*
 4 *al.* [8]. Bresson *et al.* [101], ont repris les travaux précédents et ont proposé de déterminer un
 5 minimiseur global au contour actif géodésique et à la segmentation basée sur la fonctionnelle
 6 de Mumford-Shah. Le nouveau modèle obtenu étant indépendant de l'emplacement de la
 7 courbe du contour initial. Ce modèle variationnel, correspond à l'approximation par morceaux
 8 constante biphasée du modèle de Mumford Shah, est donné par :

$$9 \quad \min_{c_{in}, c_{out}} \{E(\Omega, c_{in}, c_{out})\} = \min_{c_{in}, c_{out}} \{Per(\Omega) + \lambda E_{région}(c_{in}, c_{out}, \Omega)\} \quad (4.29)$$

10 Pour une image donnée $I(\mathbf{x})$ et le sous-ensemble fermé Ω du domaine d'image Ω_I , $Per(\Omega)$ est
 11 le périmètre de l'ensemble Ω défini par :

$$12 \quad Per(\Omega) = \int_{\Omega} |\nabla H(\phi(\mathbf{x}, t))| d\mathbf{x} \quad (4.30)$$

13 $E_{région}(\Omega, c_{in}, c_{out}) = \int_{\Omega} (c_{in} - I(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x} + \int_{\Omega_I \setminus \Omega} (c_{out} - I(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x}$ représente l'énergie donnée par
 14 l'image et λ est un paramètre de calibrage entre le périmètre et l'énergie issue de l'image.

15 Dans [8], les auteurs ont choisi une approximation monotone lisse strictement non-compact
 16 de la fonction de Heaviside ($\delta_{\varepsilon}(\phi) = 1$). Ceci permet aux courbes des contours actifs d'être
 17 lancées partout dans l'image. En conséquence, le flot de gradient est identique à :

$$18 \quad \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{\nabla \phi(\mathbf{x}, t)}{|\nabla \phi(\mathbf{x}, t)|} \right) - \lambda r(\mathbf{x}, c_{in}, c_{out}) \quad (4.31)$$

19 Où $r(\mathbf{x}, c_{in}, c_{out}) = (c_{in} - I(\mathbf{x}))^2 - (c_{out} - I(\mathbf{x}))^2$. L'équation (4.31) est déduite par descente de
 20 gradient à partir de l'équation d'énergie suivante :

$$21 \quad E(\phi, c_1, c_2, \lambda) = \int_{\Omega} |\nabla \phi(\mathbf{x}, t)| d\mathbf{x} + \lambda \int_{\Omega} r(\mathbf{x}, c_{in}, c_{out}) \phi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad (4.32)$$

22 Généralement, l'énergie du contour actif de Chan *et al.* formulée par (4.29) est homogène et
 23 n'admet pas un minimiseur [9]. L'équation donnée par la descente de gradient n'atteint pas un
 24 état stationnaire et le problème de segmentation n'a pas de solution.

1 Si l'évolution des courbes des contours actifs (4.31) dure longtemps (nombre d'itérations très
 2 élevé), la fonction d'ensemble de niveaux ϕ varie de $0^+ \rightarrow +\infty$ partout où elle est positive,
 3 et varie $0^- \rightarrow -\infty$ partout où elle est négative. Ce problème est lié à la représentation de non
 4 unicité dans le cadre d'ensemble de niveaux. Pour remédier à ce problème, on réduit
 5 l'ensemble des variations de la fonction ϕ à l'ensemble convexe de
 6 l'élément $\Psi_\phi = \{ \mathbf{x} \in \Omega_I, \phi \in]0, 1[\}$, alors, nous cherchons un minimiseur global et une solution
 7 à ce problème dans cet ensemble Ψ_ϕ .

8 **L'idée fondamentale consiste à rendre convexe la fonctionnelle d'énergie associée au**
 9 **modèle de Vese et Chen en tirant profit des propriétés géométriques des modèles**
 10 **variationnels définies par l'ensemble Ψ_ϕ .**

11 La fonction d'ensemble de niveaux ϕ est remplacée dans (4.32) par une nouvelle variable
 12 $u(\mathbf{x}, t)$ et nous recherchons le minimum de la fonctionnelle d'énergie $E(u)$ au lieu de $E(\phi)$.
 13 Le modèle de Chan *et al.* peut être reformulé par :

$$14 \quad E(u, c_1, c_2, \lambda) = \int_{\Omega} |\nabla u(\mathbf{x}, t)| d\mathbf{x} + \lambda \int_{\Omega} r(\mathbf{x}, c_{in}, c_{out}) u(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} \quad (4.33)$$

15 La fonctionnelle d'énergie à deux termes, un premier de régularisation et un deuxième issu de
 16 l'image. Pour ce dernier terme, on considère que l'image $I \in L^2(\Omega_I)$, où Ω_I est le domaine de
 17 l'image. Si on considère Ψ_ϕ un ensemble de ce domaine, le problème de segmentation d'image
 18 consiste à trouver un ensemble $\Omega \in \Psi_\phi$ qui permet de trouver un minimum à la fonctionnelle
 19 d'énergie suivante :

$$20 \quad E(\Omega) = \underbrace{\int ds}_{\mathcal{L}(\Omega)} + \lambda E_{région}(\Omega) \quad (4.34)$$

21 Où ds est un élément de la courbe, $\partial\Omega$ représente les bords de Ω et $\mathcal{L}(\Omega)$ est la longueur de la
 22 courbe. Le terme λ est un paramètre positif de calibrage entre le terme $\mathcal{L}(\Omega)$ et le terme
 23 d'énergie $E_{région}(\Omega)$.

1 Nous cherchons un domaine $\{\Omega \in \Psi_\phi\}$ qui permet de trouver le minimum de la fonctionnelle
 2 (4.34). Cependant, il est difficile d'optimiser la fonctionnelle en fonction d'une variable
 3 région Ω . Cette difficulté est due au fait que l'ensemble régulier Ψ_ϕ n'a pas la structure d'un
 4 espace vectoriel. La variation du domaine est ainsi faite par une famille de transformations
 5 d'homéomorphie T . L'énergie du contour actif est différentiable par rapport à la variable
 6 région Ω .

7 Ainsi, une approche possible pour montrer l'existence des minimiseurs pour le contour actif
 8 de Chan *et al.* dans le cadre des variations totales (4.33) en terme de la transformation T est
 9 de chercher un minimiseur T_* . Cependant, nous choisissons l'approche que nous avons
 10 présenté déjà pour prouver l'existence d'un minimiseur. Cette approche consiste à réécrire la
 11 fonctionnelle d'énergie en fonction d'une nouvelle variable **que nous proposons** notée χ de
 12 l'ensemble des courbes C , définie par :

$$13 \quad \chi_\Omega(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in \Omega \subset \Omega_I \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.35)$$

14 Maintenant, on peut exprimer l'énergie des contours actifs sous la forme :

$$15 \quad E(\Omega) = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \chi_\Omega da(\mathbf{x})}_{\ell(\Omega)} + \lambda E_{\text{région}}(\chi_\Omega) \quad (4.36)$$

$$16 \quad \begin{aligned} E(\Omega) &= Per(\Omega) + \lambda \int_{\Omega} r(\mathbf{x}, c_{in}, c_{out}) \chi_\Omega d\mathbf{x} \\ &= Per(\Omega) + \lambda \int_{\Omega} k_{\text{région}}(x, \partial\Omega, \Omega) d\mathbf{x} \end{aligned}$$

17 En considérant que $r(\mathbf{x}, c_{in}, c_{out}) \in C^1(\Omega)$ et $\lambda \in \mathbb{R}^+$, si χ^* est un minimiseur de $E(\Omega)$, alors la
 18 norme de la variation totale pour la fonction χ_Ω est définie par :

$$19 \quad TV(\chi_\Omega) = \int_{\Omega} |\nabla \chi_\Omega(\mathbf{x})| d\mathbf{x} = \sup_{\eta \in \Phi} \left(\int_{\Omega} \chi_\Omega(\mathbf{x}) \operatorname{div}(\eta(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \right) \quad (4.37)$$

20 Où $\Phi = \left\{ \eta \in C_0^1(\Omega, \mathbb{R}^2), |\eta| \leq 1, \forall \mathbf{x} \in \Omega_I \right\}$.

1 La fonction $\chi_\Omega \in L^1(\Omega)$ est dite une fonction à variation bornée (BV) dans Ω , si sa dérivée
 2 distributionnelle satisfait $TV(\chi_\Omega) < \infty$.

3 Nous proposons maintenant de redéfinir, à l'aide de la définition 4.6, le contour actif dans le
 4 cadre des variations totales à l'aide de la fonction caractéristique et nous généralisons
 5 l'écriture de notre modèle quelque soit le descripteur contour et ou régions.

6 **Définition 4.6 :**

7 Soit le descripteur $k_b(\mathbf{x}) \in [0,1]$ (fonction Lipschitienne) et $\chi(\mathbf{x})$ la fonction caractéristique du
 8 domaine borné $\Omega \subset \Omega_I$, si $u_\lambda(\mathbf{x})$ est un minimiseur de l'énergie du CAG, alors pour
 9 tout $\mu \in [0,1]$, nous avons la fonction caractéristique :

10
$$\chi_{\Omega(\mu)} = \{\mathbf{x} : u_\lambda(\mathbf{x}) > \mu\}(\mathbf{x}) \quad (4.38)$$

11 Où $C = \partial\Omega$ est le contour de la région Ω , $\chi \in L^1(\Omega)$ est un minimiseur global unique
 12 de $E(\Omega)$.

13 A partir de cette définition, nous aboutissons à la nouvelle écriture de l'énergie du contour
 14 actif dans le cadre des variations totales et à l'aide de la fonction χ .

15 **Lemme 4.1 :**

16
 17 La variation totale à norme de χ est donnée par :

18
$$TV(\chi) = \int_{\partial\Omega} k_b(\mathbf{x}) |\nabla \chi| da(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} k_b(\mathbf{x}) |\nabla \chi| d\mathbf{x} = \sup_{\xi \in \Phi_{k_b}} \left\{ \int_{\Omega} \chi(\mathbf{x}) \operatorname{div}(\xi(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \right\} \quad (4.39)$$

19 Où $\Phi_{k_b} = \{\phi \in C^1(\Omega, \mathbb{R}) \mid |\xi(\mathbf{x})| \leq k_b, \forall \mathbf{x} \in \Omega_I \subset \mathbb{R}^2\}$ et $k_b(\mathbf{x})$ un descripteur contour.

20 L'équation de la variation totale à norme peut se mettre sous la forme suivante :

21
$$E(\chi_\Omega, \lambda) = \int_{\Omega} k_b(\mathbf{x}) |\nabla \chi_\Omega(\mathbf{x})| d\mathbf{x} + \lambda \int_{\Omega} |\chi_\Omega(\mathbf{x}) - f| d\mathbf{x} \quad (4.40)$$

1 Où est la moyenne dans la région Ω . Si χ est une fonction caractéristique (indicatrice) de
 2 l'ensemble Ω ou $C = \partial\Omega$, alors $Per_{k_b}(\xi_\mu) = \int_{\xi_\mu} k_b(s) ds$ est le périmètre pondéré par le
 3 descripteur k_b . La minimisation de l'énergie est équivalente à chercher un minimiseur
 4 global unique (4.40).

5 L'espace $BV(\Omega)$ est un espace de Banach [13], doté de la norme :

$$6 \quad \|\chi_\Omega\|_{BV(\Omega)} = \|\chi_\Omega\|_{L^1(\Omega)} + TV(\chi_\Omega) \quad (4.41)$$

7 Nous présentons deux concepts importants qui sont utilisés dans l'équation (4.41) :

8 -1) $TV(\chi_\Omega)$ admet un minimiseur global unique.

9 -2) Le périmètre de la région Ω est fini si et seulement si la fonction
 10 caractéristique χ_Ω appartient à $BV(\Omega_I)$.

11 Alors on a :

$$12 \quad Per(\Omega) = TV(\chi_\Omega) = \int_{\Omega} |\nabla \chi_\Omega| dx < \infty \quad (4.42)$$

13 Si $\{\chi_{\Omega_k}\}_{k \geq 1}$ est une suite définie dans l'espace $BV(\Omega)$, alors, il existe une sous-

14 suite $\{\chi_{\Omega_{n_j}}\}$ de $\{\chi_{\Omega_n}\}$ et une fonction $\chi_{\Omega_*} \in BV(\Omega_I)$, telles

15 que $\chi_{\Omega_{n_j}} \rightarrow \chi_{\Omega_*}$ dans $L^p(\Omega_I)$ pour $1 \leq p \leq 2$ et $TV(\chi_{\Omega_{n_j}}) \leq \liminf_{n_j \rightarrow \infty} TV(\chi_{\Omega_{n_j}})$.

16 Le théorème 4.4 prouvant l'existence du minimiseur global au problème de segmentation est
 17 utilisé pour montrer que χ est un minimiseur global unique. **Alors le contour actif peut être**
 18 **formulé**, dans le cadre des fonctions à variations bornées (BV), **par** :

$$\min_{\chi_{\Omega} \in BV(\Omega_I)} = \{ \mathcal{L}(\chi_{\Omega}) + \lambda E_{\text{r\u00e9gion}}(\chi_{\Omega}) \}, \lambda > 0 \quad (4.43)$$

2 Cette \u00e9quation poss\u00e8de un solution dans l'espace $BV(\Omega_I)$.

3 On souhaite maintenant montrer que le minimiseur global de (4.43) est unique. Un calcul
4 direct des variations [58] consiste \u00e0 consid\u00e9rer pour la suite $\{\chi_{\Omega_k}\}_{k \geq 1}$ la limite de

$$5 \lim_{k \rightarrow \infty} E(\chi_{\Omega_k}) = \inf_{\chi_{\Omega_k} \in BV(\Omega)} (E(\chi_{\Omega})) \text{ avec } \chi_{\Omega_k} \in \Omega_k.$$

6 Si $\chi_{\Omega_k} \in \{0,1\}$. $\forall k \geq 1, \exists M > 0, \|\nabla \chi_{\Omega_k}\|_{L^1(\Omega_k)} < M$ et $\chi_{\Omega_k} \in BV(\Omega)$ alors $\chi_{\Omega_{k_j}} \rightarrow \chi_{\Omega^*} \in L^1(\Omega)$ et la
7 sous suite $\chi_{\Omega_{k_j}}$, converge vers χ_{Ω^*} .

8 Il est facile de montrer que $E_{\text{r\u00e9gion}}(\chi_{\Omega_{k_j}}) \rightarrow E_{\text{r\u00e9gion}}(\chi_{\Omega^*})$. Ainsi, nous d\u00e9duisons que

$$9 E(\chi_{\Omega^*}) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} (\inf E(\chi_{\Omega_n})) \Rightarrow E(\chi_{\Omega^*}) = \min_{\chi_{\Omega} \in BV(\Omega)} (E(\chi_{\Omega})), \text{ cela signifie que } \chi_{\Omega^*} \text{ est un}$$

10 minimiseur global du mod\u00e8le variationnel.

11 Parmi les fonctions caract\u00e9ristiques de l'ensemble U , χ_{Ω^*} donne un p\u00e9rim\u00e8tre fini. Ceci
12 implique qu'il existe au moins un ensemble Ω^* , donn\u00e9 par : $\{\mathbf{x} \in \Omega \mid \chi_{\Omega^*} = 1\}$ qui permet d'avoir
13 un minimum global et unique :

$$14 E(\chi_{\Omega}) = \mathcal{L}(\chi_{\Omega}) + \lambda E_{\text{r\u00e9gion}}(\chi_{\Omega}) \quad (4.44)$$

15 Le terme $\mathcal{L}(\chi_{\Omega})$ de r\u00e9gularisation peut \u00eatre exprim\u00e9 dans le cadre des variations totales par :

$$16 \mathcal{L}(\chi_{\Omega}) = TV(\chi_{\Omega}) = \int_{\Omega} |\nabla \chi_{\Omega}| d\mathbf{x} \quad (4.45)$$

17 Cette \u00e9quation pr\u00e9sente un nouveau cadre de la norme de variation totale o\u00f9 l'\u00e9nergie du
18 contour actif est donn\u00e9e par :

$$19 E(\chi_{\Omega}) = TV(\chi_{\Omega}) + \lambda E_{\text{r\u00e9gion}}(\chi_{\Omega}) \quad (4.46)$$

20 Cette formulation explique comment les mod\u00e8les variationnels peuvent \u00eatre transform\u00e9s en
21 mod\u00e8les convexes variationnels dans un cas g\u00e9n\u00e9ral donn\u00e9 par :

$$22 \min_{\chi_{\Omega}} (E(\chi_{\Omega})) = \min_{\chi_{\Omega}} (\mathcal{L}(\chi_{\Omega}) + \lambda E_{\text{r\u00e9gion}}(\chi_{\Omega})), \lambda > 0 \quad (4.47)$$

1 Où $E_{r\acute{e}gion}(\cdot)$ est une fonctionnelle d'énergie des donn閑es issues de l'image. $E_{r\acute{e}gion}(\cdot)$ doit ętre
 2 de topologie continue.

3 On associe ą une fonction caractéristique donn閑e χ_Ω un ensemble ψ_Ω dęfini par
 4 $\psi_\Omega = \{\mathbf{x} \mid \chi = 1, \mathbf{x} \in \Omega\}$. Le contour actif est repręsentę implicitement dans ce nouveau cadre.

5 Dans une ręgion du domaine de l'image Ω_t , le sous ensemble χ_Ω repręsente la ręgion d'intęręt
 6 alors que $\chi_{\Omega_t \setminus \Omega}$ correspond au fond du domaine Ω_t . Par la męthode de descente de gradient,
 7 nous obtenons le modęle d'ęvolution suivant :

$$8 \quad \begin{cases} \frac{\partial \chi_\Omega}{\partial t} = \kappa - \lambda \left[(c_{in} - I(\mathbf{x}))^2 - (c_{out} - I(\mathbf{x}))^2 \right] \\ \chi_\Omega(t=0) = \min \left\{ \max(-dt(\mathbf{x}, \partial\Omega), 0), 1 \right\} \\ \text{ou } \chi_\Omega(t=0) = 1 - \max \left\{ \min(dt(\mathbf{x}, \partial\Omega), 1), 0 \right\} \\ \frac{\partial \chi_\Omega}{\partial \vec{n}} = 0 \end{cases} \quad (4.48)$$

9 Oų t est un paramętre artificiel de temps et $\kappa = \text{div} \left(\frac{\nabla \chi_\Omega}{|\nabla \chi_\Omega|} \right)$ est la courbure de la ręgion
 10 dęformable dęcrite par la fonction caractéristique χ_Ω . Les conditions aux limites sont de
 11 Dirichlet, $(\frac{\partial \chi_\Omega}{\partial \vec{n}} = 0)$, oų \vec{n} est la normale intęrieure).

12 c_{in} et c_{out} sont dęfinis respectivement par :

$$13 \quad c_{in} = \frac{\int_{\Omega_t} I(\mathbf{x}) \chi_\Omega d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_t} \chi_\Omega} \quad (4.49)$$

$$14 \quad c_{out} = \frac{\int_{\Omega} I(\mathbf{x}) \chi_{\Omega_t \setminus \Omega} d\mathbf{x}}{\int_{\Omega} \chi_{\Omega_t \setminus \Omega} d\mathbf{x}} = \frac{\int_{\Omega} I(\mathbf{x}) (1 - \chi_\Omega) d\mathbf{x}}{\int_{\Omega} (1 - \chi_\Omega) d\mathbf{x}} \quad (4.50)$$

15 Pour $E_{r\acute{e}gion}(\chi_\Omega)$ dęfinie dans $BV(\Omega)$, nous pouvons alors gęnraliser le modęle variationnel
 16 (4.48) par :

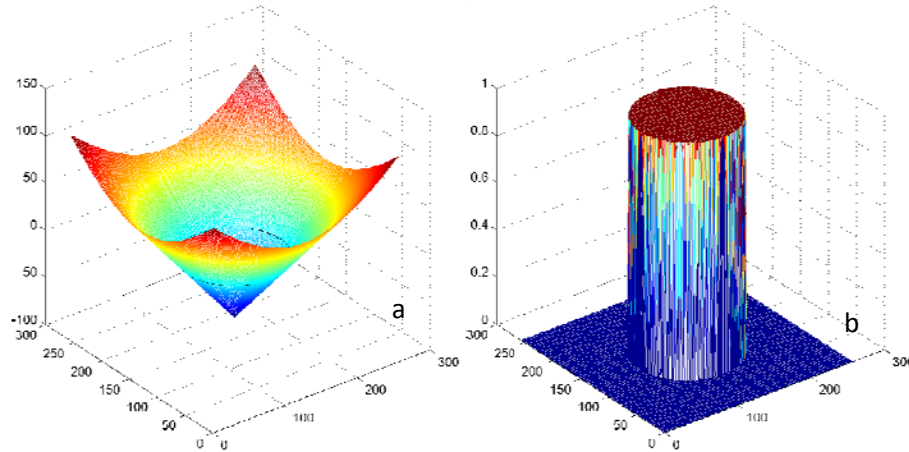
$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial \chi_\Omega}{\partial t} = \kappa - \lambda V_{\text{région}} \\
 & \langle V_{\text{région}}, N \rangle = \int_{\Omega} E'_{\text{région}} - \int_{\partial\Omega} \langle E_{\text{région}}, \mathbf{N} \rangle ds, E_{\text{région}} \in BV(\Omega) \\
 & \chi_\Omega(t=0) = \min \{ \max(-\text{dist}(\mathbf{x}, C), 0), 1 \} \\
 & \text{ou } \chi_\Omega(t=0) = 1 - \max \{ \min(\text{dist}(\mathbf{x}, C), 1), 0 \} \\
 & \frac{\partial \chi_\Omega}{\partial \vec{n}} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

2 La segmentation à l'aide de notre nouveau modèle va consister en une initialisation par la
 3 fonction $\chi_\Omega(t=0)$ puis par l'évolution de la fonction χ_Ω entre 0 et 1. Lorsque $t \rightarrow \infty$, la
 4 fonction caractéristique $\{\chi_\Omega(t)\}_{t \rightarrow \infty}$ doit coïncider avec les frontières de l'objet recherchées.

5 Après avoir reformulé notre modèle à partir du modèle de Chan et al. nous allons maintenant
 6 illustrer notre modèle d'initialisation en le comparant avec le modèle classique. Pour montrer
 7 l'efficacité de notre modèle nous représentons à travers un certain nombre d'exemples réels,
 8 l'évolution de l'énergie et les résultats de segmentation pour différentes initialisations.

9 **3.1 Exemples de segmentations par la fonction caractéristique**

10 A partir d'une initialisation à l'aide d'un cercle centré de rayon R, on visualise la fonction
 11 d'ensemble de niveaux (cf figure 4.1 – a) et la fonction caractéristique (cf figure 4.1-b). Sur
 12 la figure 4.1-a la fonction d'ensemble de niveaux varie de $-\infty$ à $+\infty$ ce qui va engendrer pour
 13 la segmentation une durée de calculs élevée. Alors que sur la figure 4.1-b notre modèle varie
 14 de 0 à 1, ce qui permet de limiter les coûts de calculs mais aussi il faut insister sur le fait que
 15 **le problème de segmentation maintenant dans notre cas est bien posé et qu'il admet une**
 16 **solution unique**. Nous allons le constater sur quelques exemples que nous présentons.

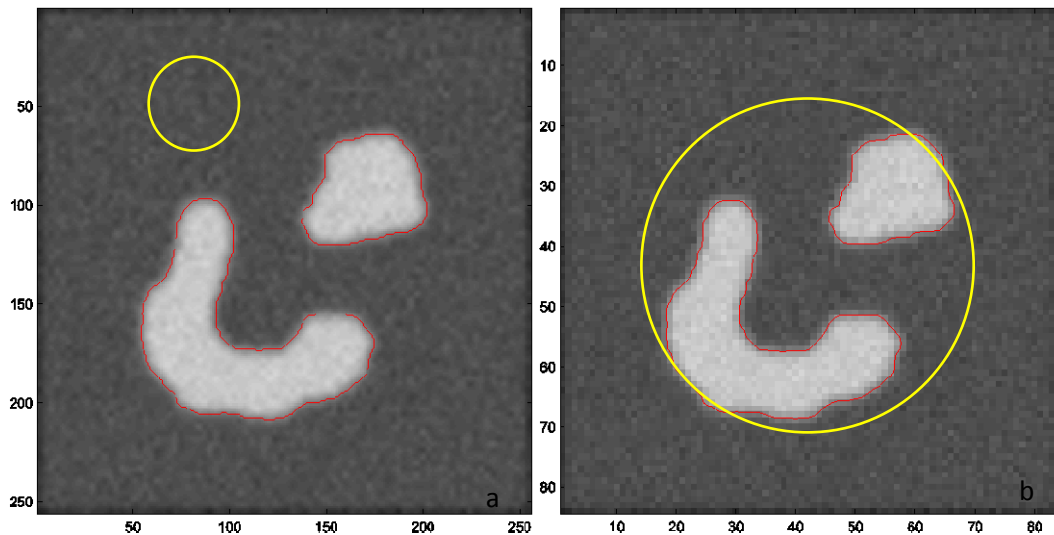


1

2 **Figure 4.1** : Initialisation par la fonction d'ensemble de niveaux (b) Initialisation par la fonction χ

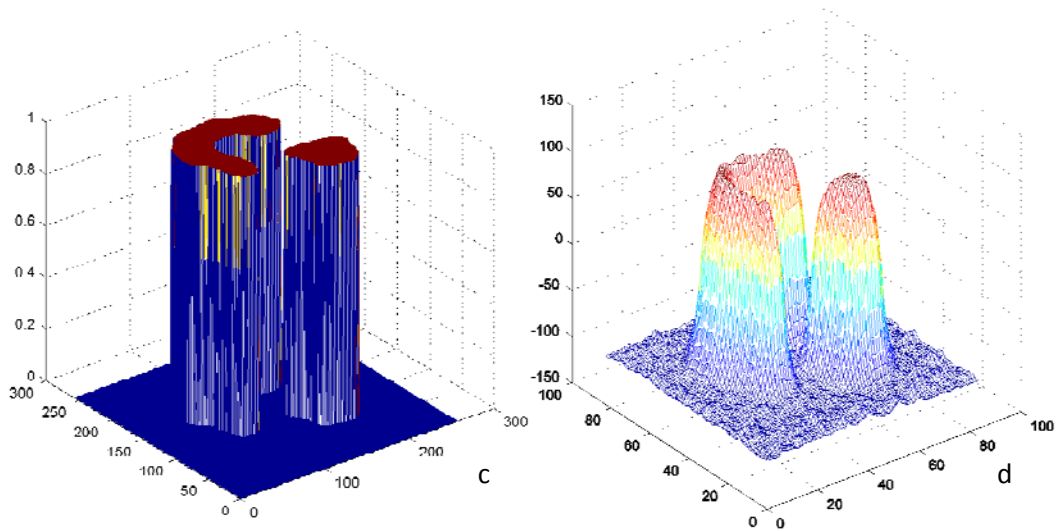
3 Dans la figure 4.2, nous donnons une comparaison de la segmentation entre notre méthode
 4 dans le cadre de la fonction caractéristique (cf figure 4.2-a) et la segmentation dans le cadre
 5 d'ensemble de niveaux (cf figure 4.2 b). Nous représentons dans les deux cas la courbe
 6 d'évolution d'énergie. Pour notre méthode l'énergie **atteint son état stationnaire en**
 7 **quelques itérations** (figure 4.2 -e) alors que dans le cadre d'ensemble de niveaux l'énergie
 8 atteint presque son niveau stationnaire pour un nombre élevé d'itérations (figure 4.2- f).

9

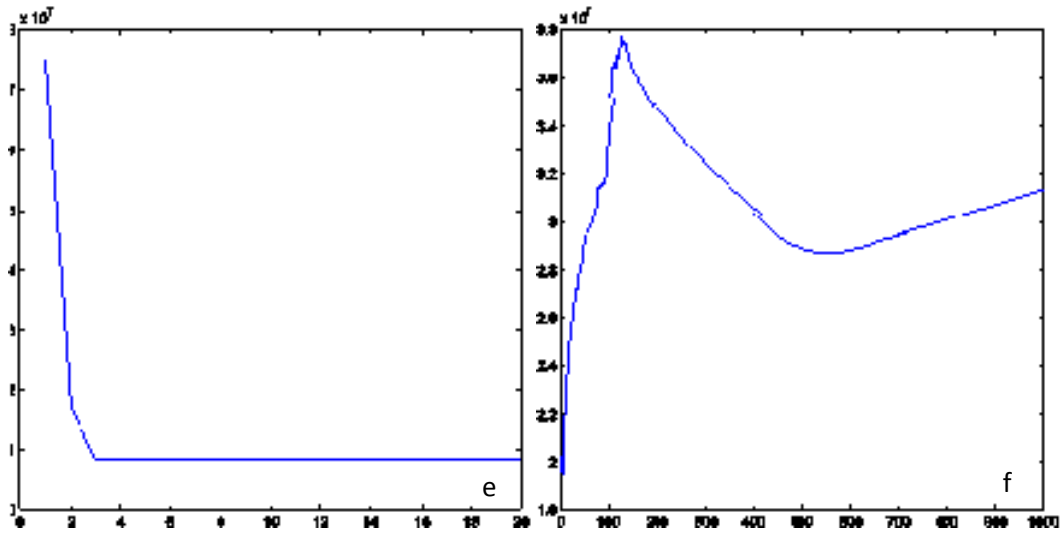


10

11 a) Segmentation finale dans le cadre de la fonction χ b) Segmentation finale dans le cadre de la fonction ϕ



1



2

3 e) Evolution de l'énergie donnée du contour actif dans le cadre de la fonction χ f) Evolution de
 4 l'énergie donnée du contour actif dans le cadre d'ensemble de niveaux.

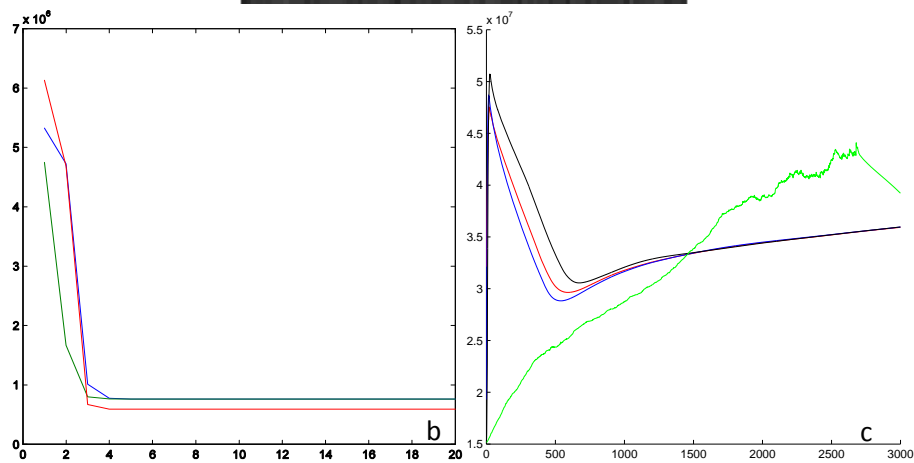
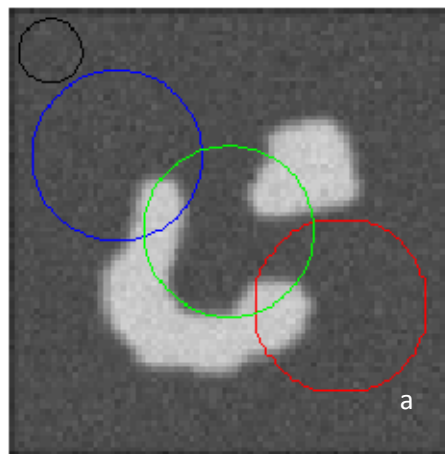
5 **Figure 4.2** : Comparaison de la segmentation finale dans le cadre de la fonction χ et de la fonction d'ensemble
 6 de niveaux ϕ

7

8 Nous allons maintenant modifier l'emplacement de l'initialisation et comparer notre modèle
 9 en termes d'efficacité, de rapidité et d'unicité de la solution finale. Sur la figure 4.3-a on
 10 considère 4 situations possibles :

- 11 - Un cercle au centre de couleur vert.

- 1 - Un cercle en haut à gauche de couleur bleu qui touche une partie de
- 2 l'objet.
- 3 - Un cercle en bas à droite de couleur rouge qui touche une partie de
- 4 l'objet.
- 5 - Un cercle en haut à gauche et complètement à l'extérieur de l'objet à
- 6 segmenter, de couleur noire.



7
8
9 a) Initialisation de notre modèle b) Evolution de l'énergie du contour actif dans le cadre de la
10 fonction χ . c) Evolution de l'énergie du contour actif dans le cadre d'ensemble de niveaux.

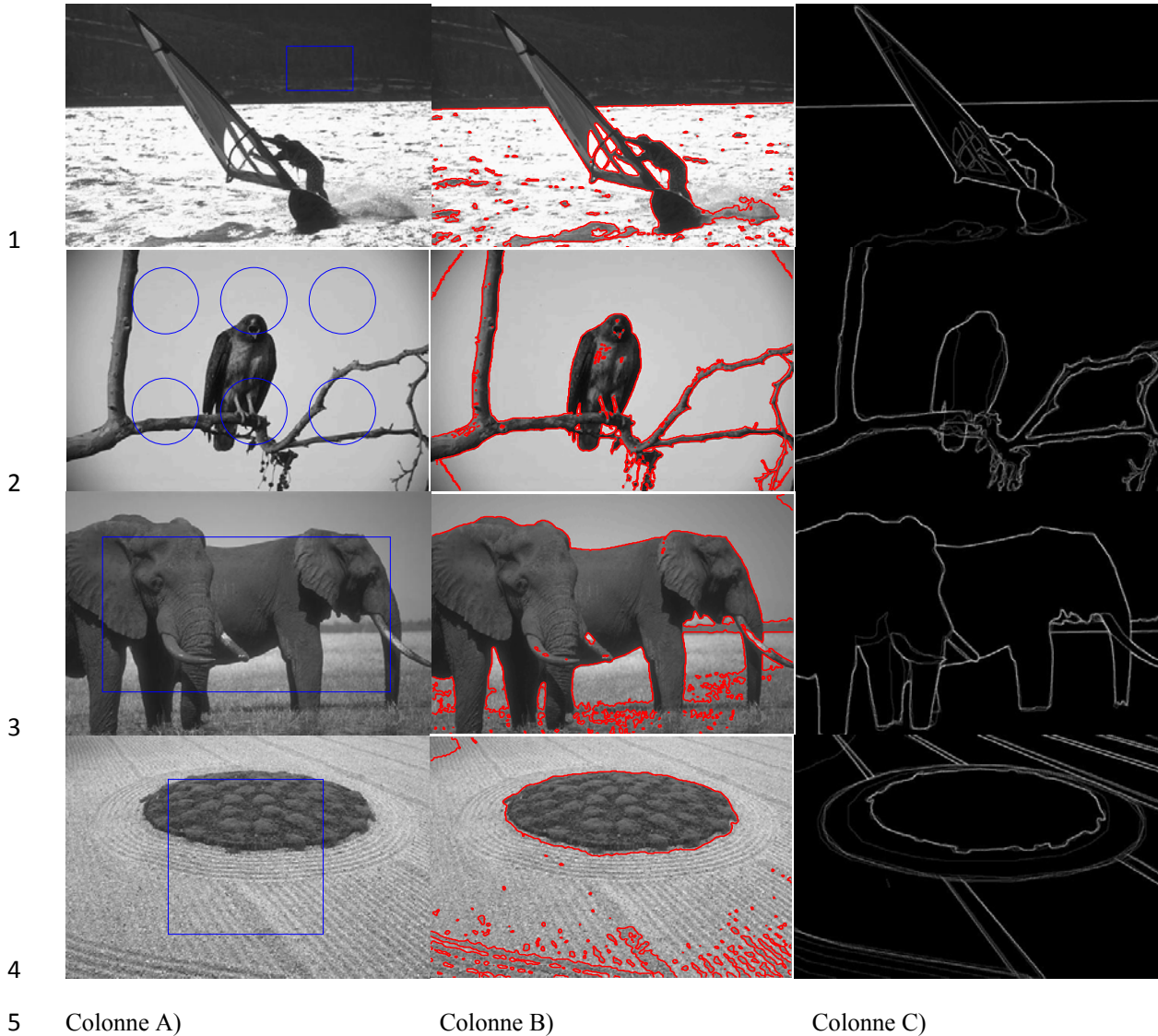
11 **Figure. 4.3** : Comparaison des segmentations obtenues dans le cadre d'ensemble de niveaux de la fonction χ .

1 Sur la figure 4.3-b, nous avons représenté l'évolution du contour actif dans le cadre de la
2 fonction caractéristique χ . Pour chaque contour initialisé, l'énergie converge en peu
3 d'itérations vers une unique solution recherchée et atteint son état stationnaire après 3
4 itérations. Nous pouvons conclure que l'emplacement spatial de la courbe initiale du CAG n'a
5 pas d'influence sur les résultats de segmentations pour un paramètre de calibrage donné λ . Le
6 paramètre de calibrage est choisi dans l'intervalle $[0,1]$. Cependant, dans le cadre d'ensemble
7 de niveaux (cf figure 4.3-c), le CAG converge vers la solution recherchée après plus de 3000
8 itérations. Remarquons que l'état stationnaire n'est pas toujours atteint et la segmentation
9 trouvée pour chaque contour initialisé arbitrairement n'est pas unique.

10 Pour montrer l'efficacité de notre méthode, nous proposons de segmenter quelques images
11 issues de la base de données Berkeley [157]. Pour cela, nous avons considéré :

- 12 - Une initialisation arbitraire, (cf figure 4.4 colonne A, 1^{er} ligne et 4^{ème} ligne)
- 13 - Une initialisation multiple (cf figure 4.4, colonne A, 2^{ème} ligne).
- 14 - Une initialisation par une forme rectangulaire (cf figure 4.4, colonne A, 3^{ème} ligne)

15 La colonne A représente l'image initiale, la colonne B l'image segmentée par notre méthode
16 et la colonne C la vérité terrain.



5 Colonne A)

Colonne B)

Colonne C)

6 **Figure 4.4** : Résultats finaux de segmentation pour le contour actif dans le cadre de la fonction χ initialisée pour
 7 différentes formes et emplacements.

8 Pour les initialisations arbitraires (1^{er}, 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} ligne cf figure. 4.4), les résultats de
 9 segmentation restent insensibles à l'initialisation.

10 Nous terminons par une étude quantitative à l'aide du critère F-mesure (cf table 4.1).

11

12

13

Image	Precision	Rappel	F-mesure	Nombre d'itérations
Image 1	0.76	0.74	0.75	4
Image 2	0.71	0.70	0.70	3
Image 3	0.73	0.72	0.72	4
Image 4	0.71	0.70	0.71	3

Table 4.1 : Evaluation quantitative des résultats de segmentations.

1
2

3 Nous nous sommes enfin intéressés au choix du facteur de calibrage λ (cf table 4.2) qui
4 contrôle la qualité des résultats de la segmentation (pour les mêmes images que la figure 4.4).

5 Pour les valeurs :

6 -De $\lambda < 1/2$ **notre modèle converge entre 3 et 5 itérations.**

7 -De $1/2 \leq \lambda < 1$ **notre modèle converge toujours entre 10 et 15 itérations.**

	$0 < \lambda < 1/2$				$1/2 \leq \lambda < 1$			
	Precision	Rappel	F-mesure	Nombre d'itérations	Precision	Rappel	F-mesure	Nombre d'itérations
Image 1	0.75	0.72	0.74	4	0.76	0.74	0.75	15
Image 2	0.70	0.71	0.71	3	0.71	0.70	0.70	10
Image 3	0.71	0.70	0.71	5	0.73	0.72	0.72	12
Image 4	0.70	0.69	0.70	3	0.71	0.70	0.71	13

Table 4.2 : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation.

8
9

10 La segmentation résultante (cf table 4.2) est peu sensible à la variation du facteur de
11 calibrage.

1 Le modèle que nous venons de proposer n'utilise que les descripteurs régions, **nous allons**
 2 **maintenant donner un modèle général qui intègre les descripteurs contours, régions et**
 3 **les descripteurs de formes dans le cadre de la fonction caractéristique.**

4 **3.2 Intégration des descripteurs régions dans le cadre de la fonction caractéristique.**

5 Nous considérons ici le descripteur régions dans sa forme générale. La formulation explicite
 6 du contour actif en utilisant le descripteur régions est donnée par :

$$7 \quad E(\Omega) = E_{\text{contour}}(\partial\Omega) + \lambda E_{\text{région}}(\partial\Omega, \Omega), \lambda > 0 \quad (4.52)$$

$$8 \quad E(\Omega) = \int_{\Omega} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) + \lambda \int_{\Omega} k_{\text{région}}(\partial\Omega, \Omega) d\mathbf{x}, \lambda > 0 \quad (4.53)$$

9

10 Nous déduisons l'équation d'évolution du contour actif en utilisant la méthode de gradient de
 11 forme. L'équation d'évolution est :

$$12 \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \left\{ \kappa + \lambda \underbrace{k_{\text{région-ind}}(\partial\Omega, \Omega)}_{\text{région-indépendant}} + \lambda \underbrace{k_{\text{région-dep}}(\partial\Omega, \Omega)}_{\text{région-dépendant}} \right\} \vec{N} \quad (4.54)$$

13

14 Où κ est la courbure, $k_{\text{région-dep}}(\mathbf{x}, \partial\Omega, \Omega)$ est un terme de dépendance de région et
 15 $k_{\text{région-ind}}(\mathbf{x}, \partial\Omega, \Omega)$ est un terme indépendant de la région.

16 Dans le cadre de la fonction caractéristique, le modèle variationnel peut être reformulé
 17 implicitement par :

$$18 \quad E(\chi_{\Omega}) = TV(\chi_{\Omega}) + \lambda \int_{\Omega} k_{\text{région}}(\mathbf{x}, \chi_{\Omega}, \nabla\chi_{\Omega}) \quad (4.55)$$

19 L'équation d'évolution dans ce cas est donnée par :

$$20 \quad \frac{\partial \chi_{\Omega}}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{\nabla \chi_{\Omega}}{|\nabla \chi_{\Omega}|} \right) - \lambda \left(k_{\text{région-ind}}(\mathbf{x}, \chi_{\Omega}, \nabla\chi_{\Omega}) + k_{\text{région-dep}}(\mathbf{x}, \chi_{\Omega}, \nabla\chi_{\Omega}) \right) \quad (4.56)$$

21 Où $k_{\text{région-dep}}(\mathbf{x}, \chi_{\Omega}, \nabla\chi_{\Omega}) = k'_{\text{région-ind}}(\mathbf{x}, \chi_{\Omega}, \nabla\chi_{\Omega})$, et le descripteur $k_{\text{région-ind}}(\mathbf{x}, \chi_{\Omega}, \nabla\chi_{\Omega})$ est la
 22 somme des termes régions.

1 Pour s'assurer que notre modèle préserve les propriétés de la fonction caractéristique à chaque
 2 itération, nous ajoutons un nouveau terme de régularisation noté $E_{regu}(\chi_\Omega)$ défini par :

$$3 \quad E_{regu}(\chi_\Omega) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\chi_\Omega^2 - 1)^2 \quad (4.57)$$

4 Notre nouveau modèle peut être exprimé en termes d'énergie :

$$5 \quad E(\chi_{\Omega_c}) = E_{CAG}(\chi_{\Omega_c}) + \eta_{regu} E_{regu}(\chi_\Omega) \quad (4.58)$$

6 Le modèle d'évolution après dérivation par la méthode de gradient de forme peut se mettre
 7 sous la forme suivante :

$$8 \quad \frac{\partial \chi_\Omega}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \chi_\Omega}{|\nabla \chi_\Omega|} \right) - \lambda (k_{région-ind}(\mathbf{x}, \chi_\Omega, \nabla \chi_\Omega) + k_{région-dep}(\mathbf{x}, \chi_\Omega, \nabla \chi_\Omega)) - 4\eta_{regu} (\chi_\Omega^2 - 1) \chi_\Omega \quad (4.59)$$

9 Nous allons maintenant montrer comment est formalisée l'information probabiliste dans le
 10 descripteur régions.

11

12 **3.2.1 Formulation de l'information probabiliste dans le descripteur régions**

13 **3.2.1.1 Modélisation non paramétrique de distributions**

14 Pour exploiter de manière efficace les différentes informations issues d'une région, nous
 15 passons à une modélisation statistique. Dans une région, la densité de probabilité (pdf) est
 16 estimée en utilisant le noyau de Parzen. Ce dernier est donné par :

$$17 \quad p(\mathbf{x}) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \operatorname{Ker} \left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{h} \right) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \operatorname{Ker}_h(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (4.60)$$

18 Où h est un paramètre d'échelle qui détermine le niveau de lissage de l'estimation. La pdf
 19 réelle une fois estimée pour une suite de variable aléatoire $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ est notée p . Le noyau
 20 de Parzen est formulé à l'aide du noyau Gaussien centré de variance unitaire :

$$21 \quad \operatorname{Ker}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (4.61)$$

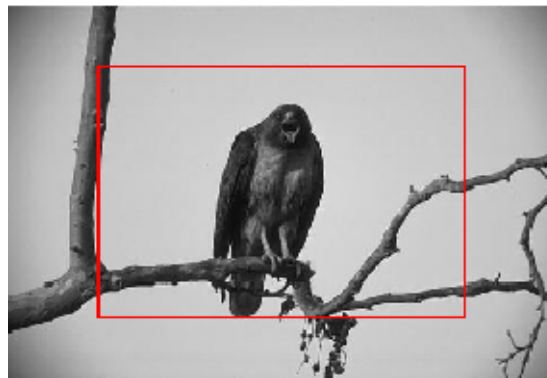
22 Le noyau Ker doit avoir les propriétés suivantes :

23 – Ker est symétrique, $\operatorname{Ker}(-x) = \operatorname{Ker}(x)$.

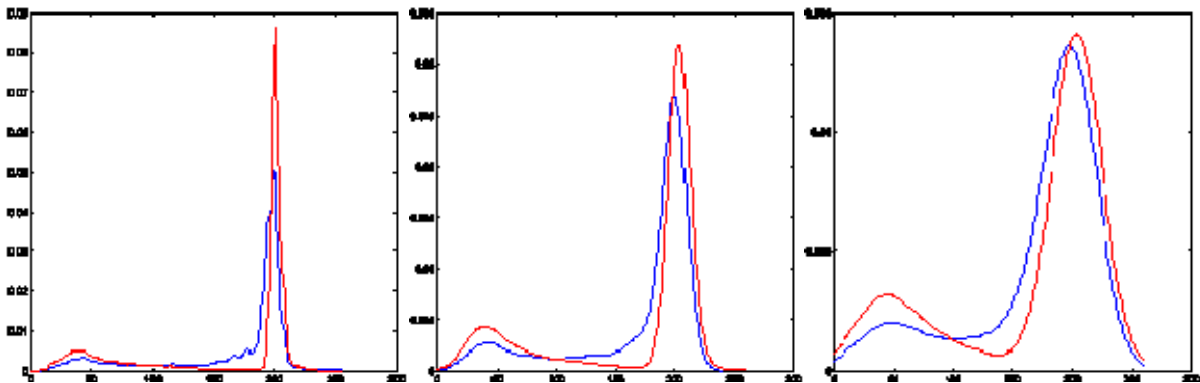
$$1 \quad - \int_{\mathbb{R}} Ker(x) dx = 1$$

$$2 \quad - \int_{\mathbb{R}} x^j Ker(x) dx = 0 \text{ pour } j = 1, \dots, k-1$$

3 Le choix du paramètre h est crucial dans l'estimation de p en raison de son influence sur le
 4 lissage. Nous présentons sur la figure 4.5 les différentes estimations d'un histogramme de
 5 coefficients obtenues suivant la valeur de h . On remarque que le lissage est de plus en plus
 6 important suivant l'augmentation de la valeur de h .



7



8

9 **Figure. 4.5** : Les différentes estimations d'un histogramme de coefficients obtenues suivant la valeur de $h=1$,
 10 $h=8$, $h=20$.

11 Dans la littérature [158], les auteurs utilisent différentes distances, pour dissocier l'objet du
 12 fond. Cependant, il n'existe pas de cadre général qui unifie la segmentation supervisée ou
 13 non supervisée. Nous proposons une solution possible pour unifier ce cadre en assemblant les
 14 différentes distances utilisées dans la littérature dans le cadre de la segmentation par CAG.

1 3.2.1.2 Distance de Rényi généralisée

2 Pour intégrer l'information probabiliste dans la formulation du descripteur régions, nous
 3 considérons la fonction $d(\Omega) : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ qui permet de comparer deux pdfs. Cette
 4 fonction est faible si les deux pdfs sont similaires, importante sinon. Cela nous permet
 5 d'introduire la fonctionnelle suivante qui représente la distance de Rényi entre la pdf estimée
 6 courante notée $\hat{q}_1(\alpha, \Omega)$ et une autre pdf notée $\hat{q}_2(\alpha)$ indépendante du domaine :

$$7 \quad d(\Omega) = \int_{\Omega} \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) d\alpha \quad (4.62)$$

8 La fonction \mathcal{G} peut être choisie de différentes manières.

9 – Si \mathcal{G} est la norme L^2 on a :

$$10 \quad \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) = (\hat{q}_1(\alpha, \Omega) - \hat{q}_2(\alpha))^2 \quad (4.63)$$

11 – Si \mathcal{G} est la distance de Hellinger, on a :

$$12 \quad \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) = \left(\sqrt{\hat{q}_1(\alpha, \Omega)} - \sqrt{\hat{q}_2(\alpha)} \right)^2 \quad (4.64)$$

13 – Si \mathcal{G} est la distance de Rényi symétrique, on a :

$$14 \quad \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) = \frac{1}{2} \left\{ (\hat{q}_1(\alpha, \Omega))^m (\hat{q}_2(\alpha))^{1-m} + (\hat{q}_1(\alpha, \Omega))^{1-m} (\hat{q}_2(\alpha))^m \right\} \quad (4.65)$$

15 – Pour $m=1/2$, \mathcal{G} est la distance de Battachryya symétrique, on a :

$$16 \quad \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) = \sqrt{\hat{q}_1(\alpha, \Omega) \hat{q}_2(\alpha)} \quad (4.66)$$

17 – Pour $m=0$ ou $m=1$, \mathcal{G} est la distance de Kullback-Leibler symétrique.

18 – Si \mathcal{G} est la fonction de Fisher χ_{Fisher}^2 (cependant non symétrique), on a :

$$19 \quad \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) = \frac{(\hat{q}_1(\alpha, \Omega) - \hat{q}_2(\alpha))^2}{\hat{q}_2(\alpha)} \quad (4.67)$$

20 On cherche alors le domaine Ω qui optimise $d(\Omega)$. Ce critère sera minimisé dans le cas de la
 21 segmentation supervisée avec $\hat{q}_2(\alpha) = q_{ref}$. Ce cas utilise principalement les fonctions (4.63)

1 ou (4.64). Dans le cas non supervisé, le critère sera maximisé et sera alors estimé sur le
2 domaine complémentaire de $d(\Omega)$. Ce cas se servira des fonctions (4.65) et de ses dérivées.

3 Si on se place du point de vue de l'image :

4 - On cherche le domaine optimal pour la fonctionnelle \hat{q}_2 , cela revient à segmenter la
5 région de l'image qui possède la distribution de coefficients **la plus proche de la**
6 **seconde distribution dans le cas supervisé.**

7 - On cherche le domaine optimal pour la fonctionnelle \hat{q}_2 , cela revient à segmenter la
8 région de l'image qui possède la distribution de coefficients **la plus éloignée de la**
9 **seconde distribution dans le cas non supervisé.**

10 Une fois que nous avons cette fonctionnelle, il faut rechercher la vitesse d'évolution du
11 contour et donc trouver sa dérivée Eulérienne. En utilisant les outils de dérivation du
12 domaine, on calcule la dérivée Eulérienne de $d(\Omega)$ qui nous conduit au Théorème suivant.

13 **Théorème 4.5:**

14 *La dérivée Eulérienne dans la direction de \mathbf{V} de la fonctionnelle d définie par*
15 *l'équation $d(\Omega) = \int_{\Omega} \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) d\alpha$ est :*

$$16 \quad \langle d'(\Omega), \mathbf{V} \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} \partial_1 \mathcal{G}(\hat{q}_1(\alpha, \Omega), \hat{q}_2(\alpha)) * G_h(\alpha(\mathbf{x}) - C(\Omega)) \langle \mathbf{V}, \vec{N} \rangle da(\mathbf{x}) \quad (4.68)$$

17 *avec * le produit de convolution, $\partial_1 \mathcal{G}(\cdot, \cdot)$ la dérivée partielle de $\mathcal{G}(r, \cdot)$ suivant la*
18 *première variable r , $\partial\Omega$ est la frontière de Ω , \vec{N} la normale unitaire à $\partial\Omega$*
19 *et Ker est le noyau gaussien de l'équation (4.61).*

20 Il faut à présent s'interroger sur la pdf $\hat{q}_2(\alpha)$. Cette dernière peut représenter la distribution
21 des coefficients à l'extérieure de la région d'intérêt, ou une distribution connue et donnée
22 comme référence. Ces deux possibilités sont deux cas possibles pour la segmentation
23 d'images ; le cas supervisé et le cas non supervisé.

24

25

1 3.2.1.2.1 Cas supervisé

2 Cette approche est utilisée lorsque l'on sait qu'une texture est présente dans une image et que
 3 l'on cherche à l'extraire automatiquement. Pour plus de robustesse, on peut utiliser
 4 conjointement une référence sur les régions internes et externes. Dans cette optique, on
 5 minimise l'écart entre la pdf des coefficients de la texture de référence et la pdf des
 6 coefficients de la région considérée.

7 Dans le cadre de ce travail, nous considérons la segmentation d'une image en deux régions.
 8 Le critère à minimiser devient donc $d(\Omega_i) + d(\Omega_{ref})$. Cependant, le théorème 4.5 fait

9 apparaître un terme en $\frac{1}{|\Omega|}$ qui interdit, lors du calcul de la vitesse d'évolution, la possibilité

10 de regrouper les termes internes et externes. **C'est pourquoi, nous proposons de minimiser**
 11 **de préférence** $d(\Omega_i)|\Omega_i| + d(\Omega_{ref})|\Omega_{ref}|$ **afin d'obtenir un résultat plus compact donné**
 12 **par :**

13 Corollaire 4.1 :

14 *La vitesse d'évolution du contour actif pour la minimisation de la distance*
 15 *$d(\Omega_i)|\Omega_i| + d(\Omega_{ref})|\Omega_{ref}|$ est donnée par :*

16

$$17 \quad \frac{\partial \chi}{\partial t} = \left(\begin{array}{l} d(\Omega_i) - d(\Omega_{ref}) + C_\gamma(\Omega_{ref}) - C_\gamma(\Omega_i) \\ + V_{\gamma,i} * ker(\alpha_\gamma(\mathbf{x})) - V_{\gamma,ref} * ker(\alpha_\gamma(\mathbf{x})) \end{array} \right) \vec{N} \quad (4.69)$$

18 avec

$$19 \quad C_i = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \hat{q}_i^m(\alpha) \left(1 - \frac{\hat{q}_{ref}^{m-1}(\alpha)}{\hat{q}_i^m(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_i^m(\alpha)}{\hat{q}_{ref}^{m-1}(\alpha)} \right) \right) d\alpha$$

$$20 \quad C_{ref} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \hat{q}_{ref}^{m-1}(\alpha) \left(1 - \frac{\hat{q}_i^m(\alpha)}{\hat{q}_{ref}^{m-1}(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_{ref}^{m-1}(\alpha)}{\hat{q}_i^m(\alpha)} \right) \right) d\alpha =$$

$$21 \quad V_i(\alpha) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(1 - \frac{\hat{q}_{ref}^{m-1}(\alpha)}{\hat{q}_i^m(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_i^m(\alpha)}{\hat{q}_{ref}^{m-1}(\alpha)} \right) \right) d\alpha$$

$$V_{ref}(\alpha) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(1 - \frac{\hat{q}_i(\alpha)}{\hat{q}_{ref}(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_{ref}(\alpha)}{\hat{q}_i(\alpha)} \right) \right) d\alpha$$

2 $\hat{q}_i(\cdot)$: est la pdf estimée dans l'image.

3 $\hat{q}_{ref,i}(\cdot)$: est la pdf donnée par l'utilisateur.

4 Pour $m \rightarrow \infty$, on obtient la distance de Hellinger.

5

6 3.2.1.2.2 Cas non supervisé

7 Il faut pouvoir maximiser l'écart entre les pdfs des coefficients des différentes régions de
 8 l'image. Nous nous restreignons au cas de la segmentation d'une image en deux régions ce
 9 qui nous conduit à maximiser la distance $d(\Omega_{in}, \Omega_{out})$. Pour cela, nous proposons :

10

11 Corollaire 4.2 :

12 *La vitesse d'évolution du contour actif pour la maximisation de la distance*
 13 *$d(\Omega_{in})|\Omega_{in}| + d(\Omega_{out})|\Omega_{out}|$ est donnée :*

14

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \left(\begin{array}{l} d(\Omega_{in}) - d(\Omega_{out}) + C_{\gamma}(\Omega_{out}) - C_{\gamma}(\Omega_{in}) \\ + V_{\gamma,in} * ker(\alpha_{\gamma}(\mathbf{x})) - V_{\gamma,out} * ker(\alpha_{\gamma}(\mathbf{x})) \end{array} \right) \vec{N} \quad (4.74)$$

16 avec

$$C_{in} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \hat{q}_{in}^m(\alpha) \left(1 - \frac{\hat{q}_{out}^{m-1}(\alpha)}{\hat{q}_{in}^m(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_{in}^m(\alpha)}{\hat{q}_{out}^{m-1}(\alpha)} \right) \right) d\alpha$$

$$C_{out} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \hat{q}_{out}^{m-1}(\alpha) \left(1 - \frac{\hat{q}_{in}^m(\alpha)}{\hat{q}_{out}^{m-1}(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_{out}^{m-1}(\alpha)}{\hat{q}_{in}^m(\alpha)} \right) \right) d\alpha$$

$$V_{in}(\alpha) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(1 - \frac{\hat{q}_{out}^{m-1}(\alpha)}{\hat{q}_{in}^m(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_{in}^m(\alpha)}{\hat{q}_{out}^{m-1}(\alpha)} \right) \right) d\alpha$$

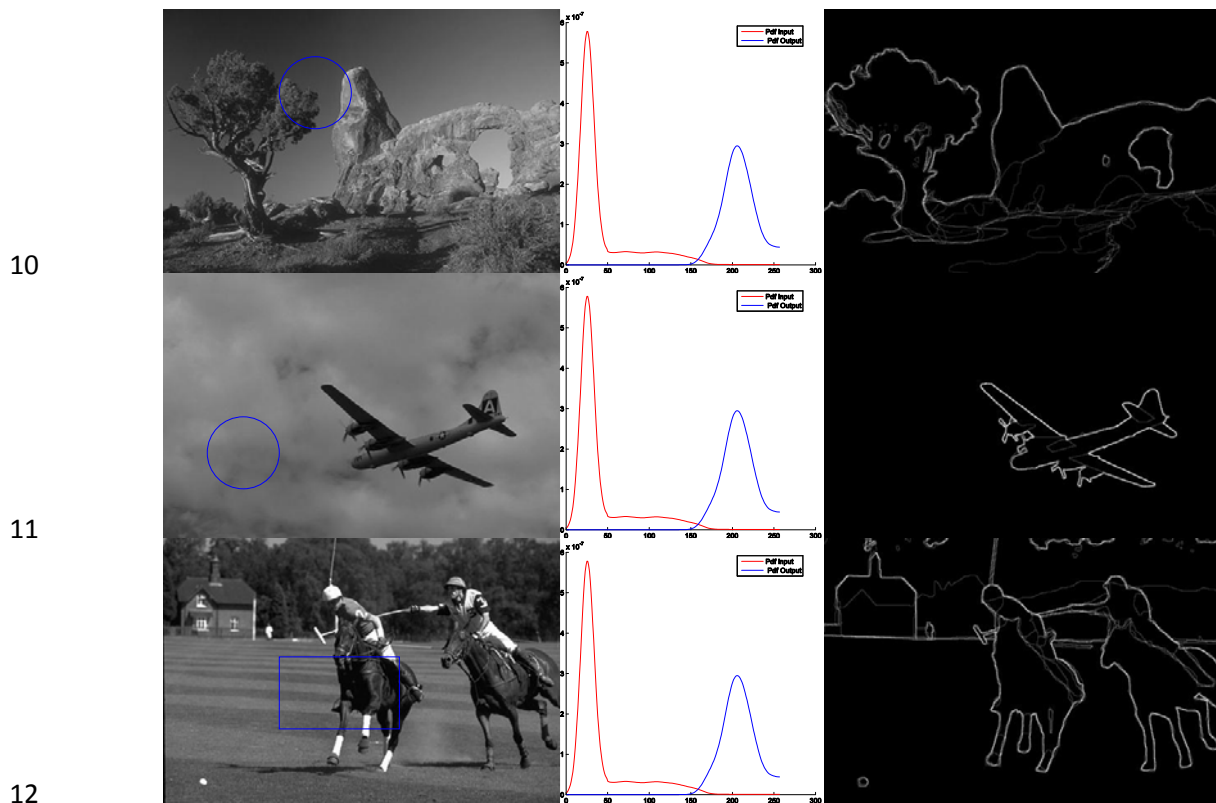
1
$$V_{out}(\alpha) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(1 - \frac{\hat{q}_{in}(\alpha)}{\hat{q}_{out}(\alpha)} + \log \left(\frac{\hat{q}_{out}(\alpha)}{\hat{q}_{in}(\alpha)} \right) \right) d\alpha$$

2 $\hat{q}_{in}(\cdot)$, $\hat{q}_{out}(\cdot)$: sont les pdfs estimées dans l'image.

3 Pour $m = \frac{1}{2}$, on obtient la distance de Bhattachryya. Pour $m=0,1$, on obtient la distance de

4 Kullback-Leibler.

5 L'obtention de l'équation d'évolution du contour actif repose sur l'utilisation du théorème 4.5
 6 pour les régions internes et externes. En effet, ce théorème établit la dérivation pour une
 7 fonction permettant de comparer une pdf dépendant de la région et une pdf qui en est
 8 indépendante. Dans notre cas, il faut dériver $d(\Omega_{in}, \Omega_{out})$ par rapport à Ω_{in} puis par rapport à
 9 Ω_{out} ce qui vérifie le résultat obtenu.



13 Colonne A)

Colonne B)

Colonne C)

14 **Figure. 4.6** : Résultats finaux de segmentation pour le contour actif dans le cadre de la fonction χ initialisée pour
 15 différentes formes et emplacements. Le modèle de segmentation maximise la distance de Rényi ($m=1/2$).

16

1 Dans l'exemple suivant, nous avons appliqué le CAG pour une segmentation non-supervisée.
2 Dans ce cas, nous avons maximisé la distance de Rényi généralisée. Nous avons initialisé le
3 modèle indifféramment pour chaque image et nous avons représenté les pdfs entre le fond et
4 l'objet. La colonne A représente l'image initialisée avec un contour de couleur bleu et la
5 segmentation finale en couleur rouge. La colonne B représente le maximum de la distance
6 entre la densité de probabilité de l'objet et celle du fond, la colonne C la vérité terrain.

7 Pour étudier l'influence de l'initialisation sur la segmentation non supervisée par CAG dans le
8 cadre de la fonction χ , nous avons effectué et représenté :

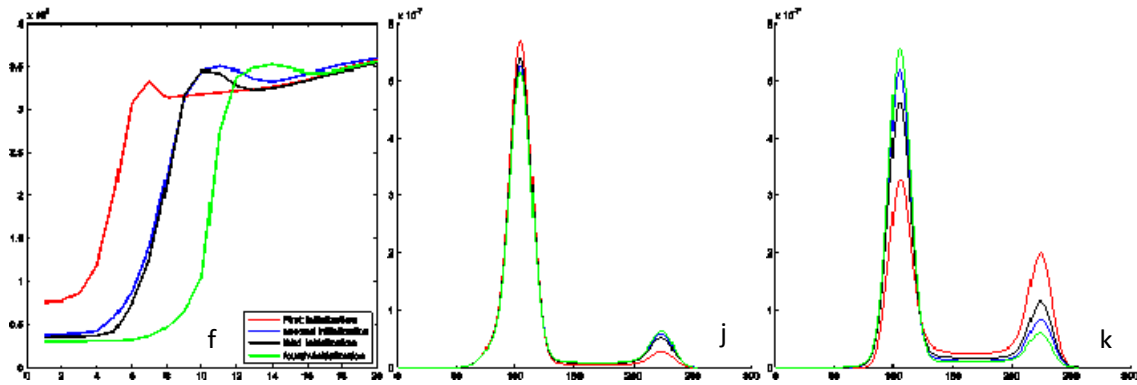
- 9 - Les différentes initialisations arbitraires (cf figure 4.7 a).
- 10 - Le résultat des segmentations donné par notre méthode (cf figure 4.7 b, c, d)
- 11 - Le calcul de l'évolution de l'énergie du CAG (cf figure 4.7 f).
- 12 - La vérité terrain (cf figure 4.7 e).
- 13 - La densité à l'intérieur du contour (cf figure 4.7 j) et la densité à l'extérieur du
- 14 contour (cf figure 4.7 k)



15



1



2

3 **Figure 4.7 :** Influence de l'emplacement des contours initiaux sur la qualité de segmentation non supervisé par
 4 CAG dans le cadre de la fonction χ .

5 **Un résultat important pour la segmentation non supervisée par contour actif est que la**
 6 **distance maximisée est unique et ceci quelque soit l'initialisation.**

7

8 **3.3.3 Les descripteurs de texture**

9 Nous allons présenter le descripteur de texture et la manière dont il a été intégré dans la
 10 formulation des contours actifs. La démarche que nous proposons consiste à introduire le
 11 descripteur de texture dans les contours actifs de manière indépendante de la caractérisation
 12 de la texture présente dans l'image. Ainsi notre formalisme peut utiliser le concept région
 13 pour définir le descripteur de texture. Pour ce faire, les pdfs non paramétriques sont intégrés

1 dans la fonctionnelle par le biais des distances (divergences). Dans ce travail, nous
 2 considérons le cas supervisé (la texture de référence est connue) et le cas non supervisé (où il
 3 s'agit de discriminer différentes textures dans une image). Nous utilisons donc une
 4 modélisation non paramétrique de manière à rester le plus général possible afin de permettre
 5 la segmentation des images de textures diverses. **Nous avons utilisé un nouveau concept,**
 6 **pour la segmentation par la texture, basé sur le descripteur de forme définie dans le**
 7 **cadre de la géométrie différentielle.** Pour cela nous avons utilisé la définition de l'opérateur
 8 de forme donnée par :

9 **Définition 4.9:**

10 *Soit Σ une surface régulière, et \vec{N}_Σ la normale à Σ qui est définie au voisinage d'un*
 11 *point \mathbf{x} de Σ . Pour un vecteur tangent v_p , l'opérateur de forme est :*

12
$$S(v_x) = -D_{v_x} \vec{N}_x \quad (4.79)$$

13 *Où $D_{v_p} \vec{N}_p$ est la dérivée de la normale à la surface dans la direction v_x .*

14
15

16 **Définition 4.10:**

17 *Les Valeurs propres de l'opérateur de forme S d'une surface régulière Σ en p sont définies*
 18 *par les courbures principales de Σ au voisinage de \mathbf{x} . Les vecteurs propres unitaire sont les*
 19 *vecteurs principaux et vise vers sa.*

20

21 **Lemme 4.4.**

22 *Les courbures principales k_{\max} et k_{\min} , associées à une surface (variété 2D) sont les racines*
 23 *de l'équation suivante:*

24
$$c_{\mu,\nu}(x,y)g^{\mu,\nu}(x,y) - Tr(S)b_{\mu,\nu}(x,y)g^{\mu,\nu}(x,y) + det(S) = 0 \quad (4.80)$$

25

26 *Ou $\mu, \nu = (x, y)$ est une base, $g_{\mu\nu}$ est la première forme fondamentale définie par:*

27
$$g_{\mu\nu} = \left\langle \left\langle \frac{\partial X}{\partial \mu}, \frac{\partial X}{\partial \nu} \right\rangle \right\rangle \quad (4.81)$$

28 *$b_{\mu\nu}$ est la deuxième forme fondamentale définie par :*

29
$$b_{\mu\nu} = \left\langle \left\langle \frac{\partial X}{\partial \mu \partial \nu}, N_\Sigma \right\rangle \right\rangle \quad (4.82)$$

30 *et $c_{\mu\nu}$ est la troisième forme fondamentale définie par :*

$$c_{\mu\nu} = \left\langle \left\langle \frac{\partial N_{\Sigma}}{\partial \mu \partial \nu}, \frac{\partial N_{\Sigma}}{\partial \mu \partial \nu} \right\rangle \right\rangle \quad (4.82)$$

2 $g^{\mu\nu}$ est la métrique inverse de $g_{\mu\nu}$. g , b sont respectivement les déterminants de $g_{\mu\nu}$ et $b_{\mu\nu}$.

3 La première courbure principale κ_{\max} correspond au changement maximal de la normale par
4 rapport à la surface et κ_{\min} correspond au changement minimum donné par:

$$\kappa_{\max} = -\frac{1}{2} \text{Trace}(b_{\mu,\nu}(x,y)g^{\mu,\nu}(x,y)) + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \text{Trace}(b_{\mu,\nu}(x,y)g^{\mu,\nu}(x,y))\right)^2 - \frac{b}{g}} \quad (4.83)$$

$$\kappa_{\min} = -\frac{1}{2} \text{Trace}(b_{\mu,\nu}(x,y)g^{\mu,\nu}(x,y)) - \sqrt{\left(\frac{1}{2} \text{Trace}(b_{\mu,\nu}(x,y)g^{\mu,\nu}(x,y))\right)^2 - \frac{b}{g}} \quad (4.84)$$

$$7 \text{ Où } b = \frac{1}{Z}(\hat{I}_{xx}\hat{I}_{yy} - \hat{I}_{xy}^2), g = 1 + \hat{I}_x^2 + \hat{I}_y^2, Z = \sqrt{1 + \hat{I}_x^2 + \hat{I}_y^2}$$

$$8 \text{ et } b_{\mu,\nu}(x,y)g^{\mu,\nu}(x,y) = \frac{1}{gZ} \begin{pmatrix} \hat{I}_{xx}(1 + \hat{I}_y^2) + \hat{I}_{xy}\hat{I}_x\hat{I}_y & \hat{I}_{xy}(1 + \hat{I}_x^2) + \hat{I}_{xx}\hat{I}_x\hat{I}_y \\ \hat{I}_{xy}(1 + \hat{I}_y^2) + \hat{I}_{yy}\hat{I}_x\hat{I}_y & \hat{I}_{yy}(1 + \hat{I}_x^2) + \hat{I}_{xy}\hat{I}_x\hat{I}_y \end{pmatrix}.$$

9 L'information utilisée pour calculer le descripteur est fournie par les deux courbures
10 principales κ_{\max} et κ_{\min} . Puisque $\kappa_{\max} \perp \kappa_{\min}$, nous proposons d'écrire le descripteur de texture
11 sous la forme :

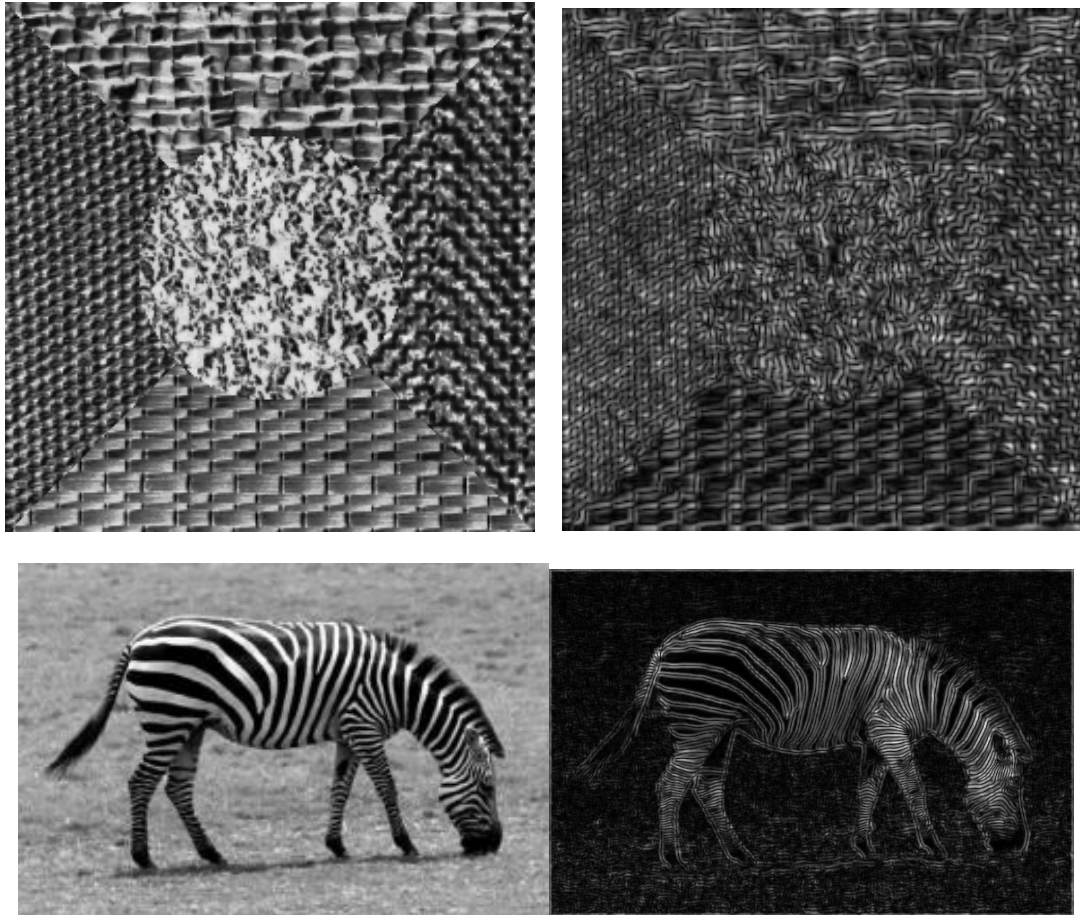
$$12 \kappa_T^2 = \kappa_{\max}^2 + \kappa_{\min}^2 \quad (4.85)$$

13 Où encore :

$$14 \kappa_T = \arctan\left(\frac{\kappa_{\max}}{\kappa_{\min}}\right) \quad (4.86)$$

15 Où $\kappa_T : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$ définit le descripteur de texture utilisé pour segmenter des régions avec
16 différents modèles de texture, Ω correspond au domaine image.

17 On donne sur figure 4.8 un exemple de descripteur de texture (colonne b) calculé dans le cas
18 d'une image de synthèse et d'une image naturelle (colonne a).



a) Images b) Descripteur de texture

Figure 4.8 : Exemple de calcul de descripteur de texture

Nous avons nos descripteurs de texture, nous pouvons maintenant calculer la distance de Rényi.

3.3.4 La distance de Rényi

La distance de Rényi est maximisée entre les pdfs des régions à l'intérieures et à l'extérieures de la courbe en évolution du CAG. Dans cette approche, nous considérons le descripteur de texture κ_T comme une variable aléatoire de la pdf. Deux régions texturées peuvent être comparées afin de décider si elles appartiennent au même objet en calculant une divergence statistique donnée par celle de Rényi [150, 151], cette distance est donnée par :

$$E_{\text{Re}} = -\log(\text{Re}) \quad (4.87)$$

1 Où Re est le coefficient de Rényi défini par [152] :

$$2 \quad Re(p_{in}, p_{out}) = \int_{\mathbb{R}^+} p_{in}(\kappa_T, \chi_{\Omega_m})^m p_{out}(\kappa_T, \chi_{\Omega_{out}})^{1-m} d\kappa_T \quad (4.88)$$

3 Les pdfs p_{in} et p_{out} liées à une observation κ_T pour une région donnée Ω à un instant donné
4 t , sont définies à l'aide du noyau de Parzen :

$$5 \quad \left\{ \begin{array}{l} p_{in}(\kappa_T, \chi_{\Omega_m}) = \frac{1}{\int_{\Omega} \chi_{\Omega_m} d\mathbf{x}} \int_{\Omega} Ker(\kappa_T - \kappa_T(x)) d\mathbf{x} \\ p_{out}(\kappa_T, \chi_{\Omega_{out}}) = \frac{1}{\int_{\Omega} \chi_{\Omega_{out}} d\mathbf{x}} \int_{\Omega \setminus \Omega_c} Ker(\kappa_T - \kappa_T(x)) d\mathbf{x} \end{array} \right. \quad (4.89)$$

7 Ainsi, en utilisant la dérivée eulérienne de E_{Re} dans la direction de ξ , on a :

$$8 \quad \left\langle \frac{\partial E_{Re}(\Omega(t))}{\partial t}, \xi \right\rangle = - \int_{\partial\Omega} V_{Re} \langle \xi(s), N(s) \rangle ds \quad (4.90)$$

9
10 Où V_{Re} est la vélocité de Rényi donnée par :

$$11 \quad V_{Re} = p_{in}^m(\kappa_T, \chi_{\Omega}) p_{out}^{1-m}(\kappa_T, \chi_{\Omega_c \setminus \Omega}) \left(\frac{m}{\int_{\Omega} \chi_{\Omega} d\mathbf{x}} - \frac{1-m}{\int_{\Omega} \chi_{\Omega_c \setminus \Omega} d\mathbf{x}} \right) \\ + \int_{\mathbb{R}^+} \frac{1-m}{\int_{\Omega} \chi_{\Omega_c \setminus \Omega} d\mathbf{x}} \frac{p_{in}^m(\kappa_T, \chi_{\Omega_c})}{p_{out}^m(\kappa_T, \chi_{\Omega_c \setminus \Omega})} \left(\frac{K_{\sigma_{ker}}(\kappa_T - \kappa(s))}{-p_{out}^m(\kappa_T, \chi_{\Omega_c \setminus \Omega})} \right) d\kappa_T \\ - \int_{\mathbb{R}^+} \frac{m}{\int_{\Omega} \chi_{\Omega} d\mathbf{x}} \frac{p_{out}^{1-m}(\kappa_T, \chi_{\Omega \setminus \Omega_c})}{p_{in}^{1-m}(\kappa_T, \chi_{\Omega_c})} \left(\frac{K_{\sigma_{ker}}(\kappa_T - \kappa(s))}{-p_{in}^m(\kappa_T, \chi_{\Omega})} \right) d\kappa_T \quad (4.91)$$

12 Où $\langle \varepsilon, \vec{N} \rangle$ est le produit scalaire Euclidien.

13 Le modèle final est donné par :

$$15 \quad \frac{\partial \chi_{\Omega}}{\partial t} = \kappa - \lambda V_{Re} \quad (4.91)$$

16
17 Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus sur des images texturées synthétiques
18 et naturelles et des images médicales.

4. Les résultats

Nous commençons tout d'abord par des images de synthèse ensuite naturelles avant de terminer par des images médicales. Toutes ces expérimentations ont été faites de manière supervisée et non supervisée.

4.1 Les données de synthèse

Pour cela, nous avons généré un très grand nombre d'images, plusieurs centaines, combinant de manière aléatoire une quinzaine de textures différentes suivant des formes plus ou moins complexes. Dans le cas de la segmentation supervisée, les deux textures présentes dans l'image à segmenter étaient apprises depuis une image similaire à celle étudiée.

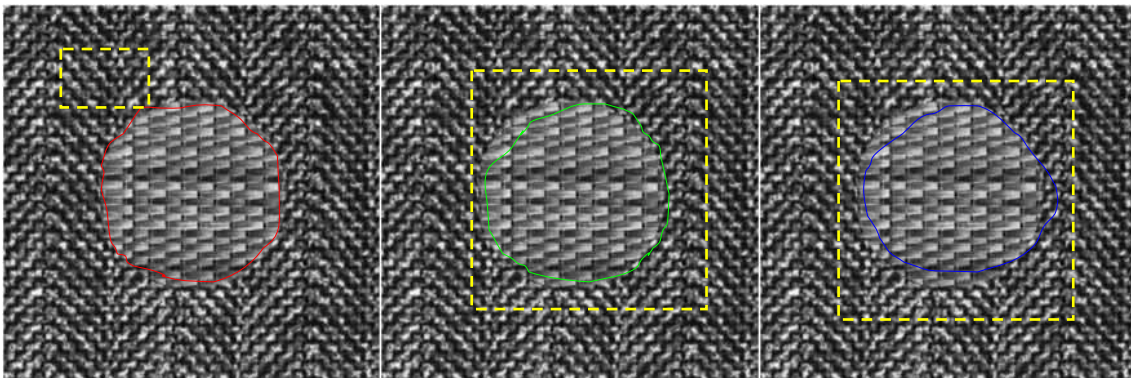
Les images sont de taille 256x256 codées sur 8bits représentant des objets texturés simples et complexes (cf figures 4.9 à 4.10). Sur ces figures, nous avons le résultat de :

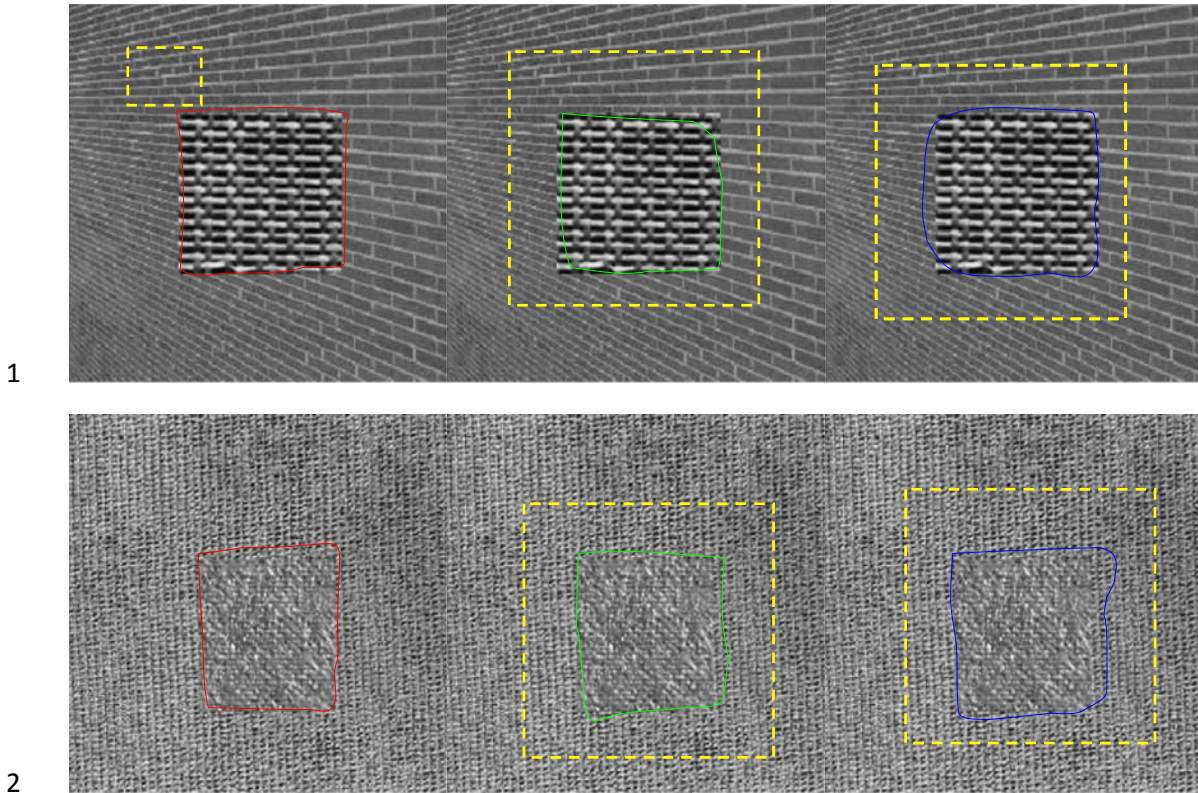
- a) Notre méthode en rouge.
- b) La méthode de Sagiv en vert [153].
- c) La Méthode des Savelonas en bleu [154].

Dans tous les cas, le contour initial est en pointillé pour toutes les méthodes.

Cas supervisé

Nous constatons que visuellement nos résultats sont très bon par rapport aux autres méthodes, voire pour certains particulièrement satisfaisants. Mais, afin de valider quantitativement ces derniers, nous avons évalué les résultats de segmentation à l'aide du F-mesure que nous avons complété par le calcul du nombre d'itérations.





3 **Figure 4.9** : Segmentation supervisée d’images de synthèses composées de textures
4 totalement synthétiques et/ou de Brodatz.
5

6

Image	Notre méthode		Méthode de Sagiv		Méthode Savelonas	
	F-mesure	Nombre d’itérations	F-mesure	Nombre d’itérations	F-mesure	Nombre d’itérations
Image 1	0.85	14	0.77	1600	0.79	1200
Image 2	0.84	15	0.74	1800	0.81	900
Image 3	0.81	13	0.74	2200	0.78	1300

7

8 **Table 4.3** : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation.

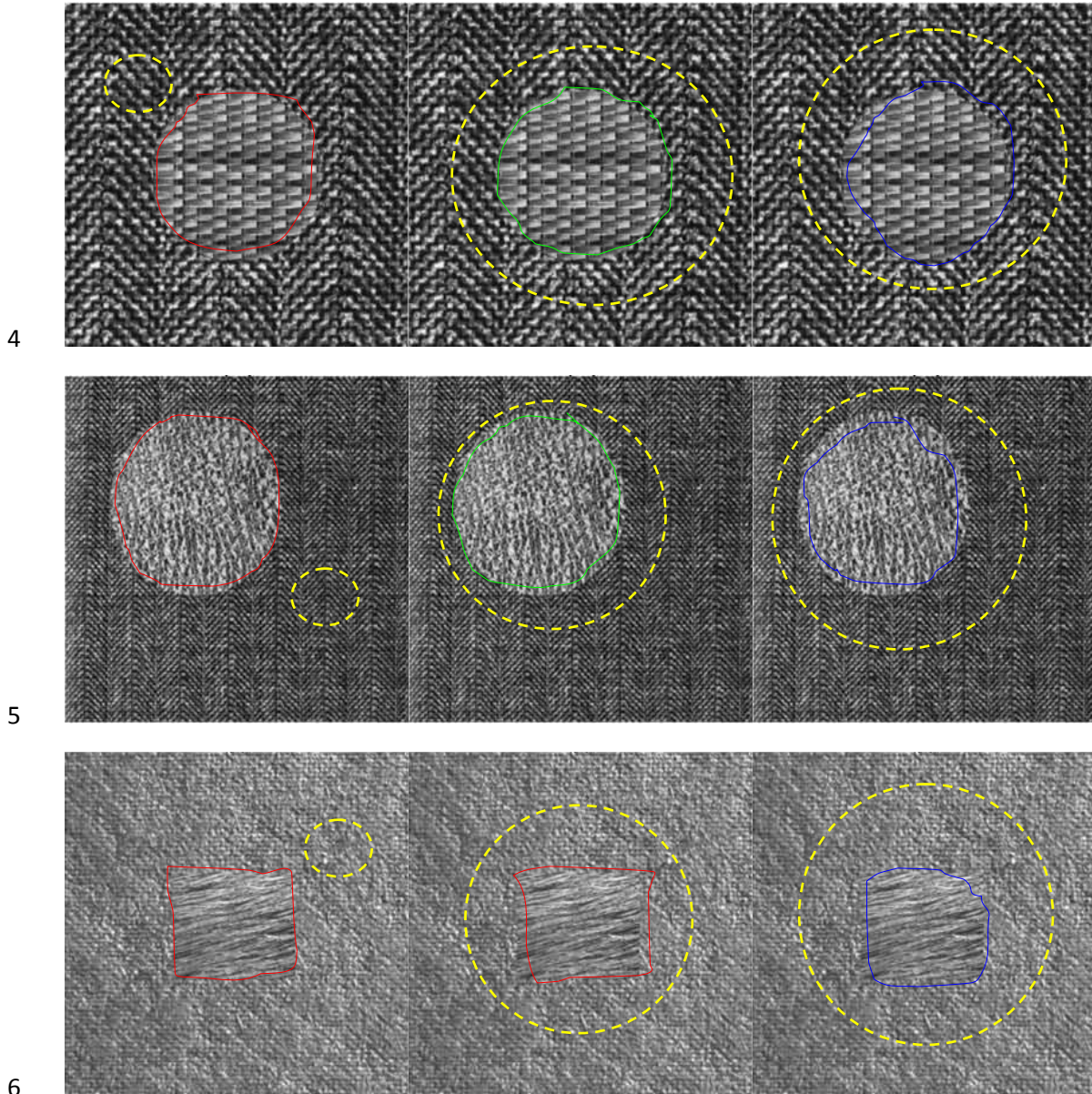
9 On constate que sur l’ensemble des images, notre méthode donne les meilleurs résultats au
10 regard de l’expertise, ceci quelque soit le contour initialisé. La table 4.3 confirme les résultats
11 qualitatifs. Le nombre d’itérations par notre approche reste inférieur à 15 itérations ce qui
12 n’est pas le cas pour les autres approches.

13

14

1 **Cas non supervisé**

2 Nous cherchons à segmenter des images texturées sans avoir de texture de référence (cf figure
 3 4.10).



7 **Figure 4.10** : Segmentation non supervisée d'images de synthèses composées de textures totalement
 8 synthétiques et/ou de Brodatz.

9

10 On constate que sur l'ensemble des images, notre méthode donne les meilleurs résultats au
 11 regard de l'expertise, ceci quelque soit le contour initialisé. La table 4.4 confirme les résultats

1 qualitatifs. Le nombre d'itérations reste faible pour notre méthode comparé aux autres
 2 méthodes.

3

Image	Notre méthode		Méthode de Sagiv		Méthode Savelonas	
	F-mesure	Nombre d'itérations	F-mesure	Nombre d'itérations	F-mesure	Nombre d'itérations
Image 1	0.80	17	0.72	1600	0.74	1600
Image 2	0.77	20	0.73	1800	0.75	1100
Image 3	0.76	19	0.71	2200	0.73	1300

4 **Table 4.4** : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation.

5

6 **4.2 Les données réelles naturelles**

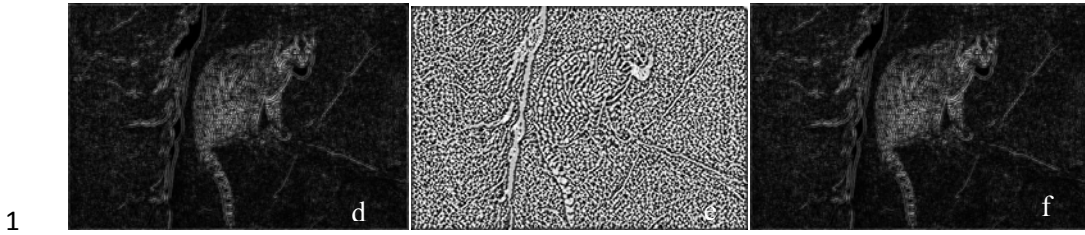
7 Les images utilisées sont issues de la base de données de Berkeley [155]. Sur les figures 4.11 à 4.13,
 8 nous avons :

- 9 - Le contour initialisé en pointillés jaune et le résultat de la segmentation par notre méthode en
 10 couleur rouge (cf figures a).
- 11 - Le contour initialisé en pointillés jaune et le résultat de la segmentation par Sagiv en vert (cf
 12 figures b).
- 13 - Le contour initialisé en pointillés jaune et le résultat de la segmentation par Savelonas en bleu
 14 (cf figures c).
- 15 - Notre descripteur de texture (cf figures d).
- 16 - Le descripteur de Sagiv (cf figures e) et le descripteur de Savelonas (cf figures f).

17

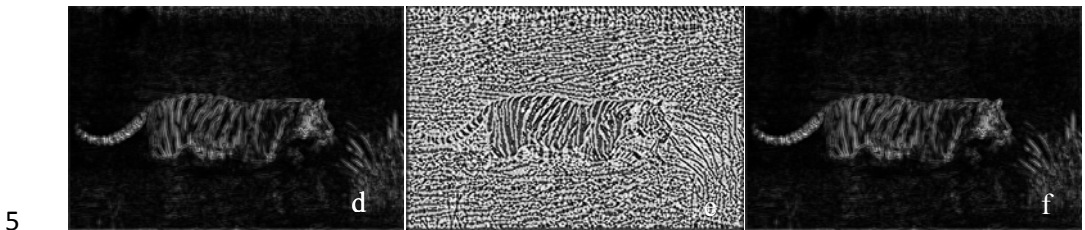


18

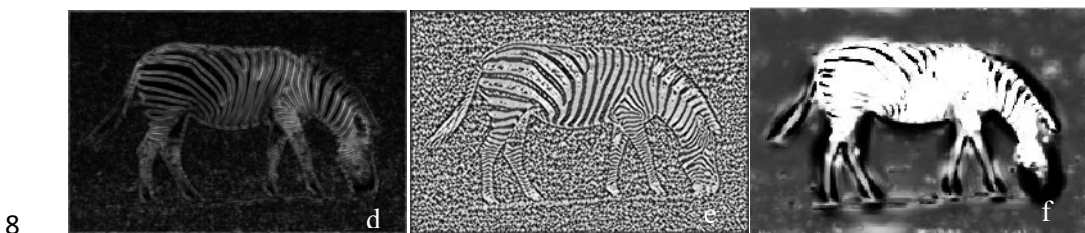
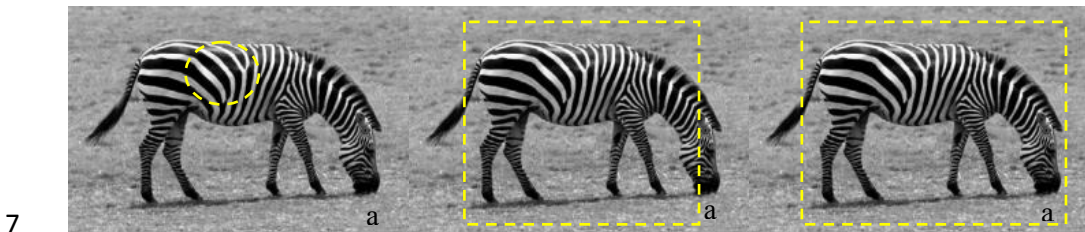


2 **Figure 4.11** : Segmentation non supervisée d'images naturelles et comparaison des différents descripteurs

3



6 **Figure 4.12** : Segmentation non supervisée d'images naturelles et comparaison des différents descripteurs.



9 **Figure 4.13** : Segmentation non supervisée d'images naturelles et comparaison des différents descripteurs.

10 On constate que sur ces images, notre méthode donne les meilleurs résultats visuels. La table
 11 4.5 confirme les résultats qualitatifs. Le nombre d'itérations reste toujours très faible pour
 12 notre méthode comapré aux autres méthodes.

13

1

Image	Notre méthode		Méthode de Sagiv		Méthode Savelonas	
	F-mesure	Nombre d'itérations	F-mesure	Nombre d'itérations	F-mesure	Nombre d'itérations
Image 1	0.69	25	0.58	3000	0.60	1600
Image 2	0.70	30	0.56	3125	0.63	1100
Image 3	0.68	27	0.55	3200	0.61	1300

2

3

Table 4.5 : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation.

4

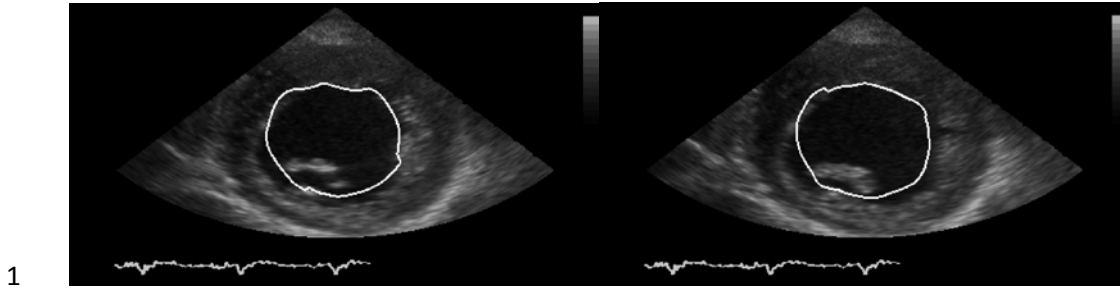
5

4.3 Les données réelles médicales

6 Les images échographiques correspondent à deux séquences d'examen de l'activité cardiaque
7 d'un patient âgé de 57 ans de sexe masculin, ces examens ont été établis au CHR de Lyon. Le
8 volume d'images issu de cette acquisition est de taille 256x256 pour une durée de 120
9 secondes. Les images sont codées sur 12bits/pixel. Nous avons recherché la segmentation de
10 l'aorte pour analyser l'activité cardiaque. Pour chacun de ces deux patients, nous avons
11 utilisé une base d'apprentissage constituée de 1200 formes obtenue par un expert (médecin).
12 Nous avons combiné le descripteur de texture avec l'a priori de forme (descripteur de forme)
13 pour segmenter les images. Les résultats de la segmentation fournis par la méthode que nous
14 proposons sont comparés avec les résultats générés par Sagiv *et al* [153] et Savelonas *et al*
15 [156] (cf figures 4.15 à 4.17).

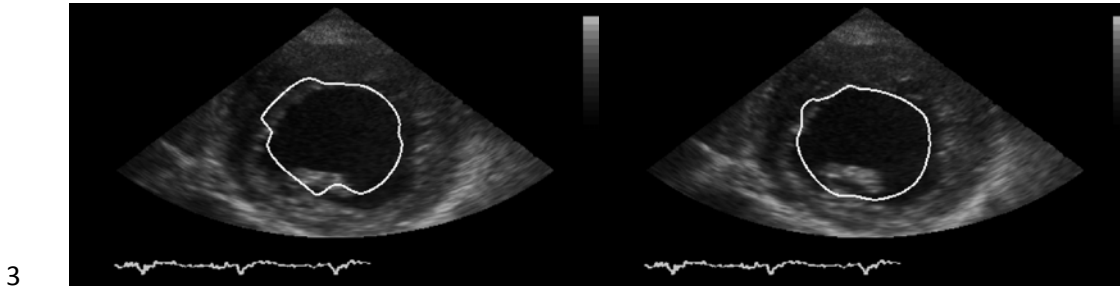
16 Sur ces figures (cf figures 4.14 à 4.18), nous avons :

- 17 - En blanc les résultats de notre méthode.
- 18 - En vert la méthode de Sagiv.
- 19 - En bleu la méthode de Savelonas.
- 20 - L'initialisation pour l'ensemble des trois méthodes est arbitraire.



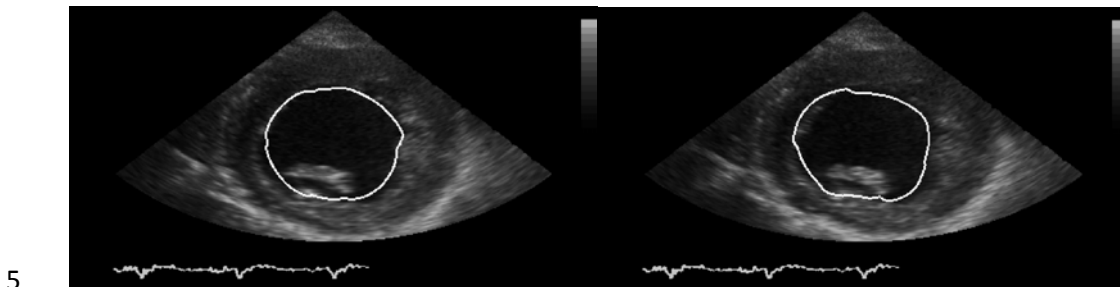
1
2 t=0

t=10



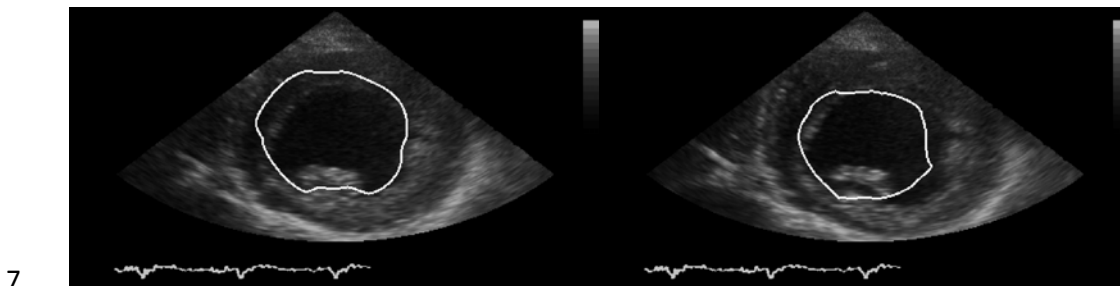
3
4 t=20

t=30



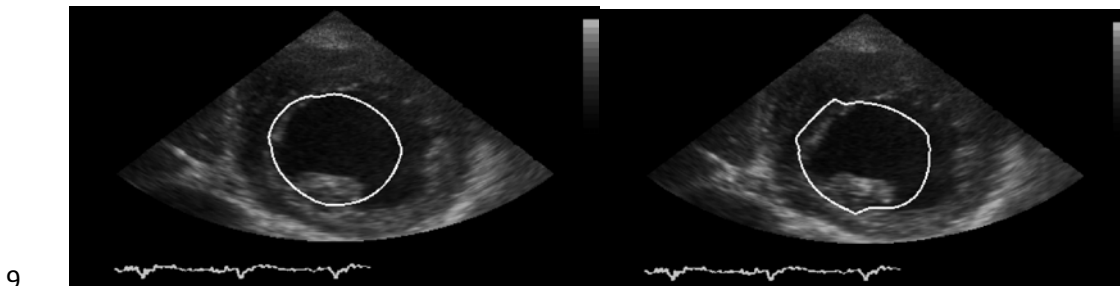
5
6 t=40

t=50



7
8 t=60

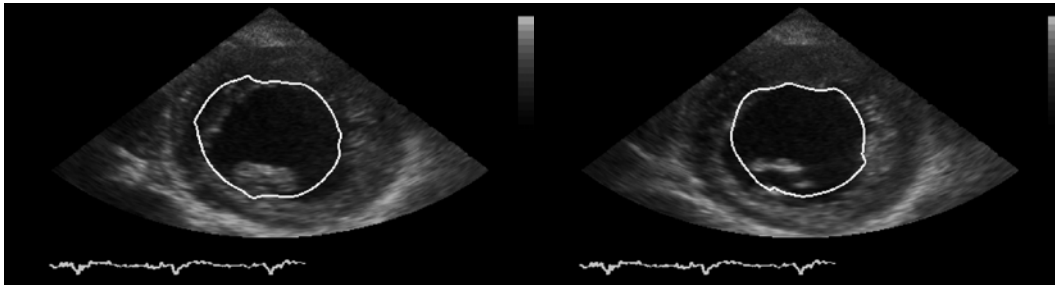
t=70



9

1 t=80

t=90

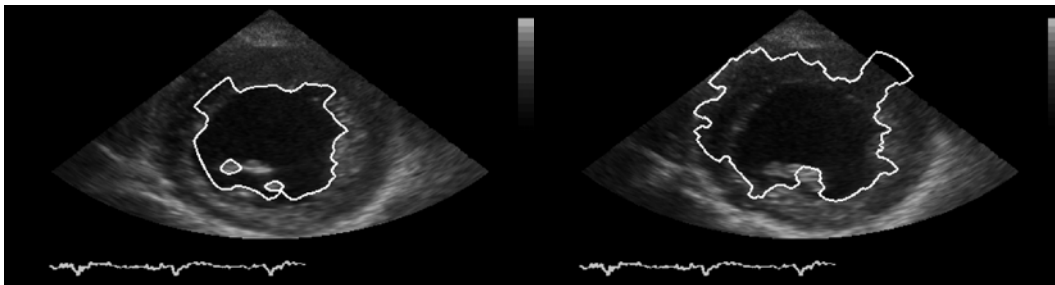


2

3 t=100

t=110

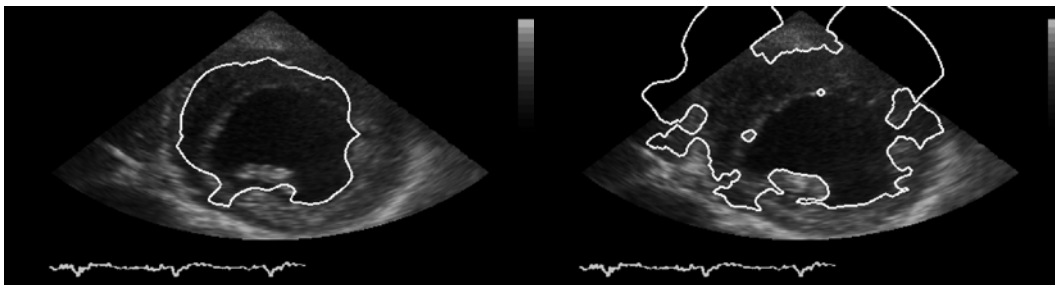
4 **Figure 4.14** : Segmentation d'une séquence d'images en vue pariétale pour un sujet pathologique. Chaque
 5 image correspond au cœur à un instant donné dans la séquence échocardiographique. Les temps sont donnés en
 6 secondes.
 7



8

9 t=0

t=60

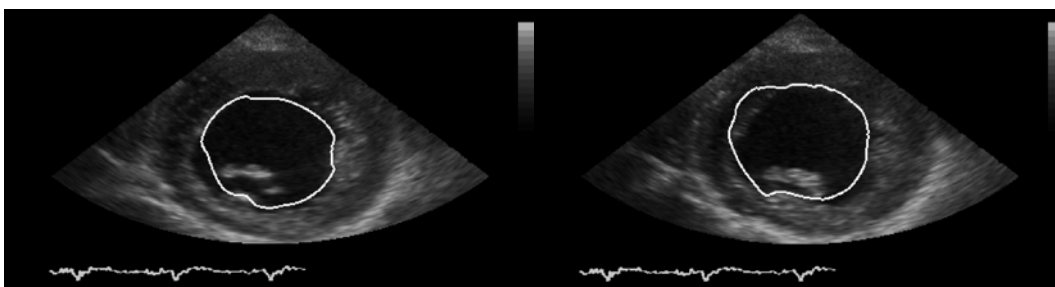


10

11 t=85

t=105

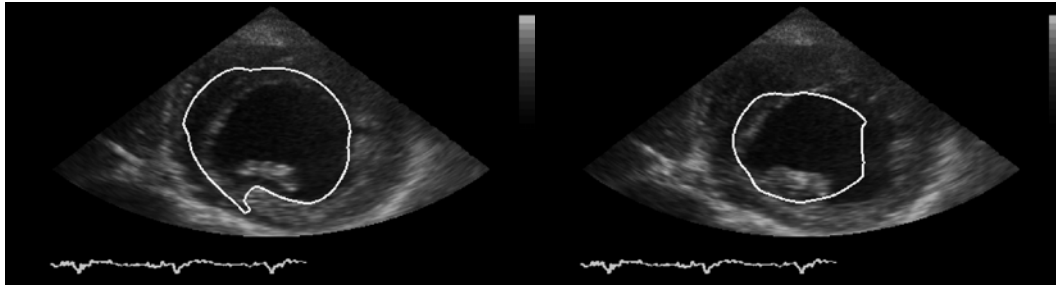
12 **Figure 4.15** : Segmentation d'une image en vue pariétale en utilisant la méthode de Sagiv.
 13



14

15 t=0

t=60



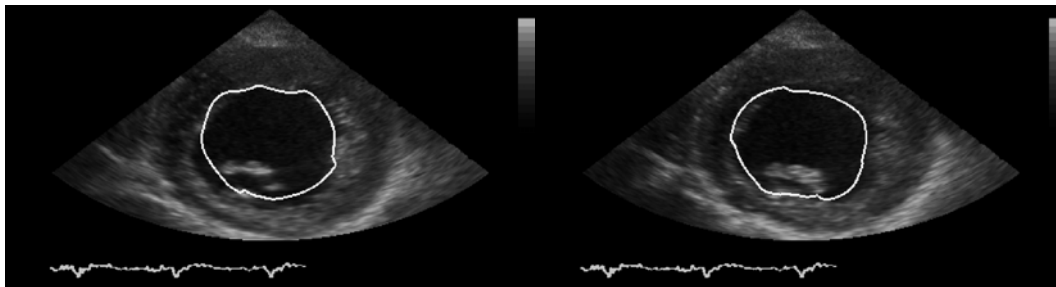
1

2 t=85

t=105

3 **Figure 4.16** : Segmentation d'une image en vue pariétale en utilisant la méthode de Savelonas.

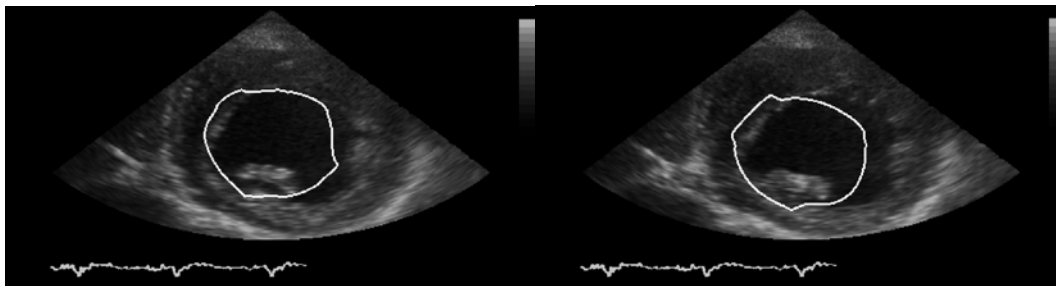
4



5

6 t=0

t=60



7

8 t=85

t=105

9 **Figure 4.17** : Segmentation d'une image en vue pariétale en utilisant le descripteur de texture et l'a priori de
10 forme pour notre méthode pour les mêmes instants que Sagiv et Savelonas.

11

12 Nous avons réalisé une comparaison des durées de calculs pour les trois méthodes (cf table
13 4.6).


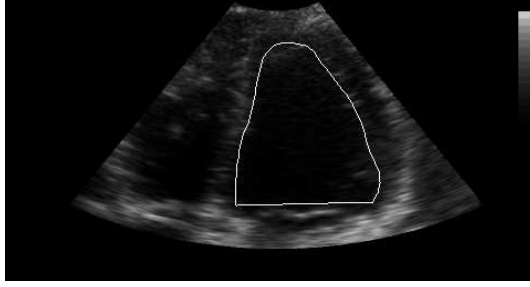

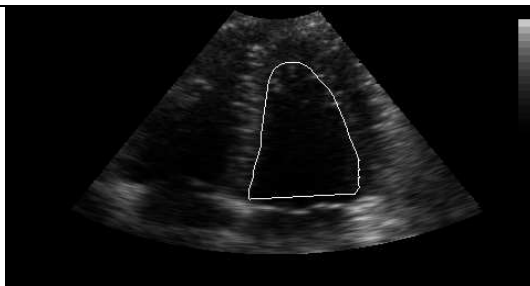
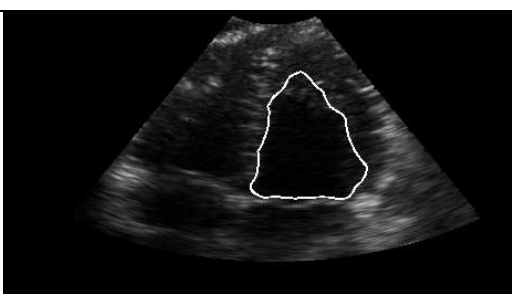
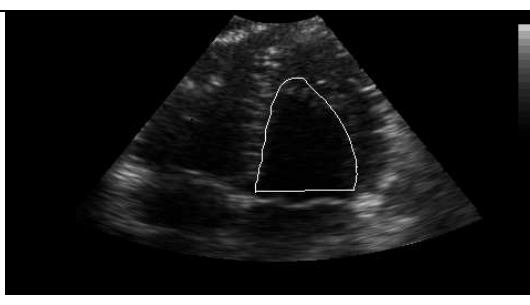
Méthode	Coût de calcul
Notre méthode	260s
Méthode de Sagiv	547s
Méthode Savelonas	390s

14 **Table 4.6** : Coût des calculs des modèles de segmentation pour une image de taille 256x256, calculs
15 effectués sur Matlab 7.4 version Windows (PC P 4 (2, Mhz, 512Mocet RAM)

1 Nous constatons que les performances de notre méthode dépassent les performances des
 2 autres modèles (cf table 4.6). La **qualité du nouveau descripteur de texture et l' a priori**
 3 **de forme** est déterminante pour l'extraction ou la segmentation d'une forme précise dans le
 4 cas de notre méthode.

5 Nous terminons en comparant notre méthode avec la vérité terrain disponible dans la base de
 6 données utilisée (cf figure 4.18). Nous complétons cette comparaison en ajoutant la table 4.7
 7 qui indique les performances quantitatives pour notre méthode, la méthode de Sagiv et celle
 8 de Savelonas.

9
 10

Image	a) Notre méthode	b) vérité-terrain
Image 1		
Image 2		
Image 3		

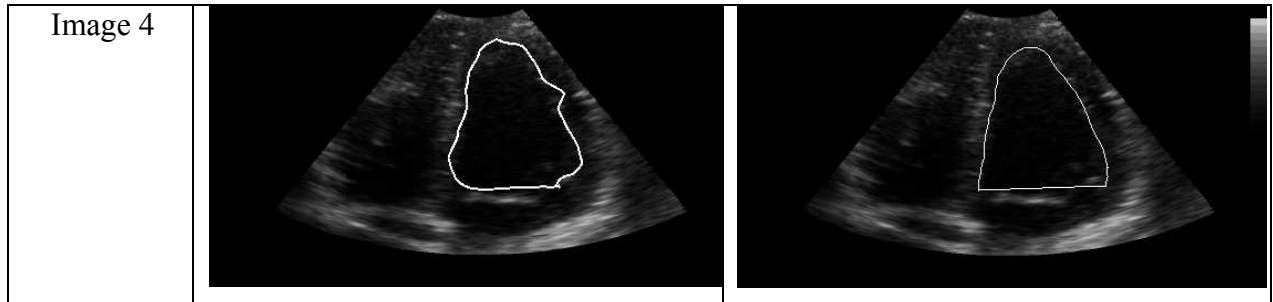


Figure 4.18 : Segmentation d'une image en vue apicale et comparaison avec la segmentation experte

a) Segmentation par notre méthode, b) Segmentation experte.

Image	Modèle	Erreur	F-mesure	Dice	Nombre d'itérations
Image 1	Modèle de Sagiv	45,7%	0.52	0.49	2200
	Modèle Savelonas	48%	0.49	0.43	1350
	Notre modèle	9%	0.73	0.75	60
Image 2	Modèle de Sagiv	47,3	0.50	0.49	2400
	Modèle Savelonas	46%	0.49	0.48	1420
	Notre modèle	8,3%	0.70	0.70	120
Image 3	Modèle de Sagiv	49,9	0.49	0.47	2310
	Modèle Savelonas	48,3%	0.46	0.45	1430
	Notre modèle	8,5%	0.73	0.76	140
Image 4	Modèle de Sagiv	46,2	0.45	0.44	2410
	Modèle Savelonas	46%	0.43	0.47	1510
	Notre modèle	9%	0.73	0.75	160

Table 4.7 : Evaluation quantitative des résultats de la segmentation.

Nous constatons aussi pour cet ensemble d'images que notre modèle présente une amélioration par rapport aux autres modèles de segmentation de texture.

1 **5. Conclusion**

2 Dans ce chapitre, nous avons proposé un nouveau cadre pour la segmentation des images par
3 contours actifs. Dans ce nouveau cadre le contour actif est représenté implicitement par une
4 fonction indicatrice dans le cadre des variations totales, ce qui nous permet d'obtenir un
5 minimiseur global unique pour le problème de segmentation. Ce minimiseur est unique pour
6 un paramètre de calibrage considéré dans intervalle bien défini. Nous avons aussi proposé
7 d'unifier le cadre de la segmentation à l'aide des descripteurs statistiques.

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

5. Conclusion générale et perspectives

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés aux problèmes de la segmentation d'images à l'aide des contours actifs géométriques. La segmentation par CAG est entachée par les problèmes suivants :

- le choix de l'emplacement de la courbe initiale du CAG.
- Les fuites des contours.
- Le problème des minimums locaux.
- Le modèle non global (non convexité)
- L'hétérogénéité des modèles des connaissances (contraste, texture, a priori de forme,...) à intégrer dans le modèle de segmentation.
- Et le coût des calculs induit par la représentation implicite.

Pour apporter une réponse à ces problèmes, nous avons :

Dans le chapitre deux, modifié le descripteur contour en utilisant le filtrage par diffusion anisotrope non linéaire et nous avons proposé de remplacer le descripteur contour classique par un nouveau descripteur dynamique. Ce nouveau descripteur contour a permis de combiner à la fois l'information locale et globale. Ce descripteur a aidé le CAG à segmenter les images mêmes lorsque les contours des objets sont faiblement contrastés. Ce modèle a été appliqué à la segmentation de tumeur cérébrale. Nos résultats comparés au CAG classique donnent, néanmoins des coûts de calculs élevés, mais la précision est bien meilleure.

1 Dans le chapitre trois, nous avons intégré un descripteur de forme au modèle des
2 CAG basés contour et ou régions afin d'éviter le problème d'initialisation et pour
3 diminuer les coûts de calculs. Pour cela, nous avons proposé un nouveau descripteur qui
4 donne la possibilité à la fois de segmenter et de détecter la forme recherchée. Notre
5 démarche permet une modélisation générale des informations statistiques et
6 géométriques présentes dans l'image.

7 Enfin, dans le chapitre quatre, nous avons proposé un nouveau modèle de
8 contour actif géométrique dans le cadre des variations totales. Dans ce nouveau cadre le
9 contour actif est défini implicitement à l'aide d'une fonction indicatrice. Le nouveau
10 modèle formulé implicitement dans ce nouveau cadre a permis au contour actif de se
11 libérer du problème de l'emplacement initial du contour actif et ainsi obtenir une
12 solution globale unique pour un intervalle de paramètres de calibrage donnés. Ensuite,
13 nous avons proposé un descripteur de texture. Ce descripteur permet d'obtenir de
14 l'information texture qui va être intégrée au descripteur statistique. Il existe plusieurs
15 descripteurs statistiques et nous avons proposé de regrouper, dans le cadre de la
16 segmentation des images, tous ces descripteurs en un seul. Ce dernier est ensuite utilisé
17 dans notre modèle de segmentation supervisée ou non.

18 Tous les résultats présentés dans cette thèse ont été validés sur des données de synthèses et
19 des données réelles. Nous avons aussi comparé nos résultats avec les méthodes existantes en
20 se basant sur les critères utilisés dans la littérature.

21 Les perspectives de ce travail concernent :

- 22 - L'extension au modèle multiphasé
- 23 - La formulation des descripteurs dans le cadre de la métrique infinitésimale

1 - L'interférence entre les différents descripteurs qui conduit parfois à des résultats de
2 segmentations incorrectes.

3 - La modification de notre modèle dans le cas des applications vidéo.

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

Annexe A

Schéma numérique AOS

Le problème de la segmentation par contour actif conduit à la résolution d'EDP avec conditions de Neumann homogènes aux bords. L'équation d'évolution du contour actif est donnée à chaque instant t par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \{k_b(x, \partial\Omega) + \nu\} \kappa |\nabla \phi| - \langle \nabla k_b(x, \partial\Omega), \nabla \phi \rangle, \text{ sur } \Omega \times [0, +\infty[\\ \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} = 0, \text{ sur } \partial\Omega \\ \phi(\mathbf{x}, 0) = \phi_0 \end{cases} \quad (5.1)$$

On rappelle le schéma classique de discrétisation spatiale du terme de la forme $\text{div}(k_b(x, \partial\Omega) \nabla \phi)$. Ainsi, nous avons :

$$\begin{aligned} \text{div}(k_b(x, \partial\Omega) \nabla \phi) &\simeq \partial_x \left(k_{bij} \frac{\phi_{i+\frac{1}{2},j} - \phi_{i-\frac{1}{2},j}}{h} \right) + \partial_y \left(k_{bij} \frac{\phi_{i,j+\frac{1}{2}} - \phi_{i,j-\frac{1}{2}}}{h} \right) \\ &\simeq k_{b_{i+\frac{1}{2},j}} \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{h^2} - k_{b_{i-\frac{1}{2},j}} \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{h^2} + k_{b_{i,j+\frac{1}{2}}} \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{h^2} - k_{b_{i,j-\frac{1}{2}}} \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}}{h^2} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Les termes $k_{b_{i\pm\frac{1}{2},j}}$ et $k_{b_{i,j\pm\frac{1}{2}}}$ sont déterminés à l'aide d'une interpolation linéaire. Pour simplifier les notations, nous utilisons une représentation vectorielle de notre fonction ϕ par concaténation des lignes. Désormais $\phi \in \mathbb{R}^{N \times M}$ avec N le nombre de lignes et M le nombre de colonnes. Le centre de gravité d'un pixel quelconque i est associé à un noeud du maillage de coordonnées \mathbf{x}_i . Ainsi, ϕ_i^n correspond à une approximation de $\phi(\mathbf{x}_i, n)$.

La discrétisation de l'équation d'évolution satisfaite par ϕ à l'aide d'un schéma semi-implicite s'exprime sous la forme :

$$1 \quad \phi^{n+1} = \phi^n + \tau |\nabla \phi| \sum_{j \in \Lambda(i)} \frac{\left(\frac{k_b}{|\nabla \phi|}\right)_i^n + \left(\frac{k_b}{|\nabla \phi|}\right)_j^n}{2} \frac{\phi_j^{n+1} - \phi_i^{n+1}}{h^2} \quad (5.3)$$

2 Où $\Lambda(i)$ désigne l'ensemble des voisins de i . Weickert *et al.* [129] proposent de remplacer la

3 moyenne arithmétique $\frac{\left(\frac{k_b}{|\nabla \phi|}\right)_i^n + \left(\frac{k_b}{|\nabla \phi|}\right)_j^n}{2}$ par son expression harmonique. On obtient :

$$4 \quad \phi^{n+1} = \phi^n + \tau |\nabla \phi| \sum_{j \in \Lambda(i)} \frac{2}{\left(\frac{k_b}{|\nabla \phi|}\right)_i^n + \left(\frac{k_b}{|\nabla \phi|}\right)_j^n} \frac{\phi_j^{n+1} - \phi_i^{n+1}}{h^2} \quad (5.4)$$

5 Si $|\nabla \phi|_i^n = 0$ ou $(k_b)_i$, on pose: $\phi_i^{n+1} = \phi_i^n$. On introduit l'écriture matricielle suivante :

$$6 \quad \phi^{n+1} = \phi^n + \tau \sum_{l \in \{x,y\}} A_l(\phi^n) \phi^{n+1} \quad (5.5)$$

7 $A_x(\phi^n)$ est la matrice constituée des éléments $(a_{ij}(\phi^n))_{ij}$ définis par :

$$8 \quad a_{ij}(\phi^n) = \begin{cases} |\nabla \phi|_i^n \frac{2}{\left(\frac{\nabla \phi}{k_b}\right)_i^n + \left(\frac{\nabla \phi}{k_b}\right)_j^n}, j \in \Lambda_x(i) \\ -|\nabla \phi|_i^n \sum_{m \in \Lambda_x(i)} \frac{2}{\left(\frac{|\nabla \phi|}{k_b}\right)_i^n + \left(\frac{|\nabla \phi|}{k_b}\right)_m^n}, j = i \\ 0 \quad \text{sin on} \end{cases} \quad (5.6)$$

9 Avec $\Lambda_x(i)$ l'ensemble des voisins de i dans la direction x . Les composantes de la matrice

10 $A_y(\phi^n)$ sont déterminées de manière analogue.

11 ϕ^{n+1} n'est donc pas déterminée directement.

1 Weickert *et al.* [129] considèrent le schéma AOS suivant :

$$2 \quad \phi^{n+1} = \frac{1}{2} \sum_{l \in \{x, y\}} \{I_d - 2\tau A_l(\phi^n)\} \phi^n \quad (5.7)$$

3 L'application d'un développement de Taylor montre que ces deux schémas diffèrent d'une
4 quantité en $O(\tau^2)$. Le schéma AOS conduit à :

$$5 \quad 2\phi^{n+1} = \left(I_d - 2\tau A_x(\phi^n)\right)^{-1} \phi^n + \left(I_d - 2\tau A_y(\phi^n)\right)^{-1} \phi^n \quad (5.8)$$

6 Posons pour $l \in \{x, y\}$, $B_l(\phi^n) = I_d - 2\tau A_l(\phi^n)$ B est une matrice à diagonale strictement
7 dominante et peut s'exprimer sous forme d'une matrice tridiagonale (modification de l'ordre
8 de numérotation des noeuds de la grille discrète) pour les deux directions. Les deux sous
9 systèmes ainsi introduits peuvent être résolus efficacement par l'algorithme de Thomas [129]
10 que nous détaillons dans ce qui suit. L'équation (5.8) est donc résolue de la manière suivante:

11 1. On résout le premier sous-système. $\left(I_d - 2\tau A_x(\phi^n)\right)v^{n+1} = \phi^n$

12 2. On résout le second sous-système. $\left(I_d - 2\tau A_y(\phi^n)\right)w^{n+1} = \phi^n$

13 3. ϕ^{n+1} est obtenue à partir de la moyenne arithmétique de v^{n+1} et w^{n+1} .

14 On constate une symétrie dans le traitement de la direction x et de la direction y . Les schémas
15 AOS séparent les axes d'étude x et y et possèdent la propriété d'additivité. Ils sont de plus,
16 inconditionnellement stables. Le schéma AOS appliqué induit la résolution de deux systèmes
17 linéaires dont les matrices sont tridiagonales, à diagonale strictement dominante.

18

19 **1. Stabilité du schéma numérique**

1 La matrice $B_l(\phi^n) = I_d - 2\tau A_l(\phi^n)$ est une matrice à diagonale strictement dominante telle
 2 que pour 1 fixé, $b_{i,i} > 0$ pour tout i et $b_{i,j} > 0$ pour $i \neq j$. La somme des éléments de chaque ligne
 3 de $B_l(\phi^n)$ est égale à 1. Posons, $w = (1, \dots, 1)^t \in \mathbb{R}^d$, on a :

$$4 \quad B_l(\phi^n)w = w \Rightarrow w = B_l(\phi^n)^{-1}w = Q_l(\phi^n)w \quad (5.9)$$

5 Cela montre que la somme des éléments de chaque ligne de $Q(\phi^n)$ est égale à 1. On en conclut
 6 finalement que :

$$7 \quad Q(\phi^n) = \frac{1}{2} \sum_l B_l^{-1}(\phi^n) = \frac{1}{2} \sum_l Q_l(\phi^n) \quad (5.10)$$

8 Q possède la même caractéristique, à savoir que la somme des éléments de chaque ligne est
 9 égale à 1. $Q(\phi^n)$ est constituée d'éléments positifs et tels que la somme des éléments de
 10 chaque ligne est égale à 1.

11 La résolution de $\phi^{n+1} = Q(\phi^n)\phi^n$ montre que chaque composante de ϕ^{n+1} est calculée à partir
 12 d'une combinaison convexe de composantes de ϕ^n .

13 La stabilité du système est donc assurée, quelque soit le choix du pas temporel. Pour un pas
 14 spatial de 1, Weickert *et al.* [129] préconisent de prendre un pas temporel qui n'excède pas 5
 15 et cela, pour préserver l'efficacité de l'algorithme en particulier lorsque l'image présente des
 16 artefacts.

17 **2. Algorithme de Thomas**

18 Comme le soulignent Weickert *et al.* [129], l'algorithme de Thomas est le plus adapté à la
 19 résolution de ce type de problème. Le principe est succinctement développé dans ce qui suit.
 20 Considérons le système linéaire suivant :

1 $\mathbf{B}u = d_u$, avec $\mathbf{B} \in M_N(\mathbb{R})$ définie par :

$$2 \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & & & \\ \gamma_1 & \alpha_2 & \beta_2 & & & & \\ & \gamma_2 & \alpha_3 & \beta_3 & & & \\ & & & \dots & \dots & \dots & \\ & & & & \dots & \dots & \beta_{N-2} \\ & & & & & \gamma_{N-2} & \alpha_{N-1} & \beta_{N-1} \\ & & & & & & \gamma_{N-1} & \alpha_N \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

3
 4 On procède dans une première étape à la décomposition **LR** de **B** Cette décomposition permet
 5 d'exprimer **B** sous la forme d'un produit d'une matrice bi-diagonale inférieure **L** et d'une
 6 matrice bi-diagonale supérieure **R** définie par :

$$7 \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ l_1 & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & l_{N-1} & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{R} = \begin{pmatrix} m_1 & r_1 & & & \\ & m_2 & r_2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_{N-1} & r_{N-1} \\ & & & & & m_N \end{pmatrix}$$

8 on a alors :

$$9 \quad \begin{cases} \forall k \in \{1, \dots, N-1\}, r_k = \beta_k \\ m_1 = \alpha_1 \end{cases}$$

$$10 \quad \mathbf{LR}u = d_u \quad (5.12)$$

11 La second étape du raisonnement consiste à résoudre le système:

$$12 \quad \mathbf{L}y = d_u \quad (5.13)$$

13 On obtient :

$$1 \quad \begin{cases} y_1 = d_{u1} \\ \forall k \in \{2, \dots, N\}, y_k = d_k - y_{k-1} l_{k-1} \end{cases}$$

2 La troisième étape du raisonnement consiste à résoudre le système $\mathbf{R}u = y$ et on obtient :

$$3 \quad \begin{cases} u_N = \frac{y_N}{m_N} \\ \forall k \in \{1, \dots, N-1\}, u_{N-k} = \frac{y_{N-k} - \beta_{N-k} u_{N-k+1}}{m_{N-k}} \end{cases}$$

4 On peut dresser un bilan total du coût de calculs qui est linéaire:

- 5 1. La décomposition \mathbf{LR} nécessite $2(N-1)$ divisions/multiplications et $N-1$ soustractions.
- 6 2. La résolution du système $\mathbf{L}y = d$ nécessite $N-1$ multiplications et $N-1$ soustractions.
- 7 3. La résolution du système $\mathbf{R}u = y$ nécessite $N-1$ multiplications, $N-1$ soustractions
- 8 et N divisions.

9 Ainsi le coût total de la résolution du système est de $3N-3$ soustractions et $5N-4$ divisions
 10 multiplications. Les lois de conservation hyperboliques permettent d'obtenir l'expression du
 11 gradient.

12

13

14

15

16

17

18

Annexe B

Schéma dynamique

L'ensemble des domaines de \mathbb{R}^2 n'a pas une structure d'espace vectoriel, il n'est donc pas possible de dériver la fonctionnelle par rapport au domaine Ω ou par rapport au contour $\partial\Omega$.

Les techniques de dérivation de domaines consistent à reporter les variations de domaines sur des fonctions appartenant à un espace vectoriel. Une famille de transformations T_t , $0 \leq t < t_{final}$, est alors introduite pour faire évoluer la région Ω ou le contour $\partial\Omega$ en fonction de t :

$$T_t(\mathbf{x}) = \begin{cases} \Omega(\mathbf{x}) \rightarrow \Omega(\mathbf{x}, t) & T_0(\Omega) = \Omega \\ \partial\Omega(\mathbf{x}) \rightarrow \partial\Omega(\mathbf{x}, t) & T_0(\partial\Omega) = \partial\Omega \end{cases} \quad (2.1)$$

Pour tout $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$, $T_t(\mathbf{x}) \in C^1([0, t_{final}])$, le champs des vecteurs vitesse \mathbf{V} correspondant à T_t est définie par :

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}) = \frac{\partial T_t(\mathbf{x})}{\partial t} \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad \forall 0 \leq t < t_{final} \quad (2.2)$$

Cette vitesse est considérée comme la direction de déformation. Nous obtenons ainsi une suite de fonctionnelles, basées contour et basées régions. Pour le contour on a :

$$E(\partial\Omega(t)) = \int_{\partial\Omega(t)} k_b(\mathbf{x}, \partial\Omega(t)) da(\mathbf{x}) \quad (2.3)$$

Pour les régions on a :

$$E(\Omega(t)) = \int_{\Omega(t)} k_{region}(\mathbf{x}, \Omega(t)) d\mathbf{x} \quad (2.4)$$

- 1 Le schéma dynamique est donc ici directement introduit dans les fonctionnelles à minimiser.
 2 Le contour actif évolue en fonction du paramètre d'évolution t dans la fonctionnelle à
 3 minimiser.

4 **Théorème de dérivation**

- 5 Nous pouvons écrire un développement limité au premier ordre de la transformation T_t , ce qui
 6 donne :

$$\begin{aligned}
 T_t(\Omega) &= T_0(\Omega) + t \frac{\partial T_0(\Omega)}{\partial t} \\
 &= \Omega + t \frac{\partial T_0}{\partial t}(\Omega)
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

- 8 Donc :

$$\begin{cases}
 \mathbf{V}(t, \Omega(t)) = \frac{\partial}{\partial t}(\Omega(t)) = \frac{\partial T_t}{\partial t}(\Omega) \\
 \mathbf{V}(0, \Omega(0)) = \frac{\partial T_0}{\partial t}(\Omega) = \mathbf{V}
 \end{cases}
 \tag{2.6}$$

- 10 Notons que la dérivée de domaine de $k(x, \Omega, \mathbf{V})$ dans la direction \mathbf{V} , notée $k'(x, \Omega, \mathbf{V})$ est
 11 donnée par :

$$\begin{cases}
 \mathbf{V}(t, \Omega(t)) = \frac{\partial}{\partial t}(\Omega(t)) = \frac{\partial T_t}{\partial t}(\Omega) \\
 \mathbf{V}(0, \Omega(0)) = \frac{\partial T_0}{\partial t}(\Omega) = \mathbf{V}
 \end{cases}
 \tag{2.7}$$

$$k'(x, \Omega, \mathbf{V}) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{k(x, \Omega(t)) - k(x, \Omega)}{t}$$

- 14 Le théorème suivant permet de calculer la dérivée Eulérienne d'une fonctionnelle en fonction
 15 d'autres dérivées.

- 16
 17
 18
 19

1 **Théorème 2.1.**

2 La dérivée Eulérienne de la fonctionnelle $E(\Omega) = \int_{\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x}$ dans la direction du champ de
 3 vecteurs \mathbf{V} est donnée par :

$$4 \quad k'(x, \Omega, \mathbf{V}) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{k(x, \Omega(t)) - k(x, \Omega)}{t}$$

5 Où $k'(x, \Omega, \mathbf{V})$ est la dérivée de domaine de $k(x, \Omega)$ dans la direction \mathbf{V} , \vec{N} est la normale
 6 unitaire intérieure à $\partial\Omega$ et s son abscisse curviligne.

7 Ce théorème va nous permettre de calculer les dérivées Eulériennes de termes basés régions,
 8 en convertissant des intégrales de régions en intégrales de contour, ce qui permet d'obtenir
 9 facilement l'équation d'évolution du contour actif.

10

11 **Dérivation de termes basés contour et basés régions**

12 Nous allons étudier la dérivation d'un terme basé contour puis d'un terme basé régions dans le
 13 cas où le descripteur est indépendant de la région et dans le cas où il en dépend. Dans la suite,
 14 nous allons définir des critères contours et régions dont la dérivée dite de forme peut s'écrire
 15 comme :

$$16 \quad dE(\Omega, \mathbf{V}) = \lambda \int_{\partial\Omega} \mathbf{V} \vec{N} ds = \lambda \langle \vec{N}, V \rangle_{L^2} \quad (2.8)$$

17 Le domaine Ω apparaît comme le gradient au sens L^2 de l'énergie. Dans une approche de
 18 descente de gradient, il convient de choisir la plus grande pente, ce qui revient à prendre
 19 comme déformation du contour:

$$20 \quad \mathbf{V} = -\lambda \vec{N} \quad (2.9)$$

21 De cette façon nous obtenons l'équation d'évolution du contour actif qui permet de faire
 22 avancer le contour vers la région Ω correspondant au minimum de la fonctionnelle E :

23

$$\frac{\partial C(s, t)}{\partial t} = -\lambda \vec{N} \quad (2.10)$$

Dérivation d'un terme basé contour

Considérons un terme basé contour que l'on écrit sous la forme :

$$E(C) = \int_{\partial\Omega} k(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x}) \quad (2.11)$$

Considérons le cas particulier où $k(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}, \partial\Omega)$. La dérivée eulérienne de la fonctionnelle

$E(\partial\Omega) = \int_{\partial\Omega} k(\mathbf{x}, \partial\Omega) da(\mathbf{x})$ dans la direction \mathbf{V} est donnée par :

$$dE(\partial\Omega, \mathbf{V}) = \int_{\partial\Omega} (\nabla k(\mathbf{x}, \partial\Omega) N - k(\mathbf{x}) \kappa)(\mathbf{V} N) da(\mathbf{x}) \quad (2.12)$$

avec \vec{N} la normale intérieure au contour, κ la courbure moyenne de $\partial\Omega$ et s son abscisse curviligne. A partir de cette dérivée Eulérienne, nous pouvons calculer la vitesse d'évolution du contour actif qui fera évoluer la courbe vers un minimum de E . Comme expliqué à l'équation (2.12), nous choisissons une vitesse de façon à ce que la dérivée du critère soit négative. Nous obtenons la vitesse suivante :

$$\mathbf{V} = (k(\partial\Omega(t)) \kappa - \nabla k(\partial\Omega(t)) \vec{N}) \vec{N} \quad (2.13)$$

Ce qui donne pour l'équation d'évolution du contour actif :

$$\begin{cases} \frac{\partial(\partial\Omega(t))}{\partial t} = \{k(\mathbf{x}, \partial\Omega) \kappa - \nabla k(\mathbf{x}, \partial\Omega) \vec{N}\} \vec{N} \\ \partial\Omega(t=0) = \partial\Omega_0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Dérivation d'un terme basé régions dont le descripteur dépend de la région

Un terme basé régions à double dépendance est l'intégrale sur une région d'un descripteur dépendant lui-même de la région. Il s'écrit :

$$1 \quad E(\Omega) = \int_{\Omega} k(\mathbf{x}, \Omega) d\mathbf{x} \quad (2.15)$$

2 Avec $k(\mathbf{x}, \Omega)$ le descripteur dépendant de la région.

3 Nous calculons la dérivée Eulérienne du critère (2.15) dans le cas d'un descripteur fonction de
4 la moyenne de l'intensité de la région, pour illustrer la méthode de dérivation. Le descripteur
5 $k(\mathbf{x}, \Omega)$ est de la forme :

$$6 \quad k(\mathbf{x}, \Omega) = \varphi(I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega)) \quad (2.16)$$

7 avec $\varphi(r)$ une fonction positive de classe $C^1(\mathbb{R})$, paire et croissante sur \mathbb{R}^+ . La moyenne
8 μ est définie par :

$$9 \quad \mu(\Omega) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} I(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

10 La fonctionnelle à minimiser s'écrit alors :

$$11 \quad E(\Omega) = \int_{\Omega} \varphi(I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega)) d\mathbf{x} \quad (2.17)$$

12 Un telle fonctionnelle cherche à segmenter une région qui est homogène puisque l'on cherche
13 à minimiser la distance à la moyenne de la région. Pour calculer la dérivée du critère (2.17),
14 nous allons utiliser le théorème 2.1. Il sera nécessaire d'appliquer plusieurs fois ce théorème
15 de façon récursive afin d'obtenir uniquement des intégrales de contour. Nous appliquons une
16 première fois ce théorème à la fonctionnelle (2.17) et nous obtenons la formule suivante :

$$17 \quad dE(\Omega, \mathbf{V}) = \int_{\Omega} \varphi'(I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega), \mathbf{V}) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega} \varphi'(I(p) - \mu(\Omega)) (\mathbf{V}\vec{N}) da(\mathbf{x}) \quad (2.18)$$

18 La dérivée de domaine peut se décomposer en :

$$19 \quad \varphi'(I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega), \mathbf{V}) = -\mu(\Omega, \mathbf{V}) \varphi'(I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega)) \quad (2.19)$$

20 avec $\varphi'(r)$ la dérivée de φ par rapport à r . Il nous faut donc calculer la dérivée Eulérienne de
21 $\mu(\Omega)$ dans la direction \mathbf{V} . Nous pouvons écrire la fonction μ de la façon suivante :

$$1 \quad \mu(\Omega) = \frac{1}{|\Omega|} \int I(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = f(G_1(\Omega), G_2(\Omega)) \quad (2.20)$$

2 Avec :

$$3 \quad G_1(\Omega) = \int_{\Omega} I(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.21)$$

$$4 \quad G_2(\Omega) = \int_{\Omega} d\mathbf{x} = |\Omega| \quad (2.22)$$

5

$$6 \quad f(G_1(\Omega), G_2(\Omega)) = \frac{G_1(\Omega)}{G_2(\Omega)} \quad (2.23)$$

7 Calculons la dérivée Eulérienne de la fonction f sans la direction \mathbf{V} :

$$8 \quad df(\Omega, \mathbf{V}) = dG_1(\Omega, V) \frac{\partial f}{\partial G_1}(G_1, G_2) + dG_2(\Omega, V) \frac{\partial f}{\partial G_2}(G_1, G_2) \quad (2.24)$$

9 Les dérivées partielles de f par rapport à G_1 et G_2 sont :

$$10 \quad \frac{\partial f}{\partial G_1} = \frac{1}{G_2} = \frac{1}{|\Omega|} \quad (2.25)$$

$$11 \quad \frac{\partial f}{\partial G_2} = -\frac{G_1}{G_2^2} = -\frac{\int_{\Omega} I(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{|\Omega|^2} = -\frac{\mu(\Omega)}{|\Omega|} \quad (2.26)$$

12

13 Nous devons maintenant calculer les dérivées eulériennes de G_1 et G_2 dans la direction \mathbf{V} .

14 Nous appliquons à nouveau le théorème 2.1. La dérivée Eulérienne de G_1 dans la direction

15 \mathbf{V} vaut :

$$16 \quad dE(\Omega, V) = \int_{\Omega} I'(x, \Omega, \mathbf{V}) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega} I(\mathbf{x}, p)(\mathbf{V}N) dp \quad (2.27)$$

17 $I(\mathbf{x})$ est constante par rapport à t donc $I'(x, \Omega, \mathbf{V})$. Donc la dérivée Eulérienne de G_1 est :

$$1 \quad dG_1(\Omega, V) = - \int_{\partial\Omega} I(x, p)(\mathbf{V}N) dp \quad (2.28)$$

2 De même, nous calculons la dérivée Eulérienne de G_2 dans la direction \mathbf{V} :

$$3 \quad dG_2(\Omega, V) = \int_{\Omega} I'(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{V}) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega} (\mathbf{V}N) dp \quad (2.29)$$

4 avec $\mathbf{1}(\mathbf{x})$ la fonction constante $\mathbf{1}$ donc sa dérivée est nulle. La dérivée de G_2 se réduit donc
5 à :

$$6 \quad dG_2(\Omega, V) = - \int_{\partial\Omega} (\mathbf{V}N) dp \quad (2.30)$$

7 Ensuite en regroupant et , nous avons la dérivée eulérienne de $\mu(\Omega)$ dans la direction \mathbf{V} :

$$8 \quad d_{\mu}(\Omega, V) = - \frac{1}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} I(s)(\mathbf{V}N) dp + \frac{\mu(\Omega)}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} (\mathbf{V}N) dp \quad (2.31)$$

$$9 \quad = - \int_{\partial\Omega} \frac{I(p) - \mu(\Omega)}{|\Omega|} (\mathbf{V}N) dp$$

10 Finalement en injectant la dérivée de domaine de φ et la dérivée Eulérienne de μ dans
11 l'équation (2.31), nous obtenons :

$$12 \quad dE(\Omega, V) = \int_{\Omega} \left(\int_{\partial\Omega} \frac{I(p) - \mu(\Omega)}{|\Omega|} (\mathbf{V}N) dp \right) \varphi'(I(\mathbf{x}) - \mu(\Omega)) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega} \varphi(I(p) - \mu(\Omega)) (\mathbf{V}N) dp \quad (2.32)$$

13

14

15

16

17

18

19

Annexe C

Le critère F-mesure et le coefficient Dice

Le critère F-mesure est donné par :

$$F(P, R) = \frac{2PR}{P + R} \quad (3.1)$$

Où P est un descripteur mesurant la précision d'une segmentation effectuée :

$$P = \frac{\#(S \cap M)}{\#S} \quad (3.2)$$

Et R est un descripteur de rappel mesurant la cohérence vis-à-vis d'une segmentation de référence :

$$R = \frac{\#(S \cap M)}{\#M} \quad (3.3)$$

$\#(S)$ et $\#(M)$ sont les nombres de pixels des contours respectivement de la surface S segmentée et de la surface M de référence.

$\#(S \cap M)$ indique le nombre de pixels appartenant aux contours segmentés et aux contours de référence (segmentation réalisée par l'expert). Le F-mesure est une moyenne harmonique de la précision et du rappel. Le F-mesure donne une évaluation qualitative de la qualité des contours par rapport à une référence.

Le coefficient Dice est calculé par :

$$Dice(S, M) = \frac{2\#(S \cap M)}{\#S + \#M} \quad (3.4)$$

Le coefficient de Dice permet d'avoir une information sur le recouvrement entre les airs segmentés et les airs des objets de référence.

Bibliographie

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31

- [1] D. Adalsteinsson et J. A. Sethian. The fast construction of extension velocities in level set methods. *Journal of Computational Physics*, 148 :2–22, 1999.
- [2] G. Aubert et P. Kornprobst. *Mathematical Problems in Image Processing*. Springer-Verlag, 2002.
- [3] G. Aubert, J.-F. Aujol, et L. Blanc-Féraud. Detecting codimension-two objects in an image with Ginzburg-Landau models. *International Journal of Computer Vision*. To appear.
- [4] G. Aubert, M. Barlaud, O. Faugeras, et S. Jehan-Besson. Image segmentation using active contours : calculus of variations or shape gradients ? *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 63(6) :2128–2154, 2003.
- [5] J. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6) :679–698, Novembre 1986.
- [6] V. Caselles, F. Catte, T. Coll, et F. Dibos. A geometric model for active contours. *Numerische Mathematik*, 66 :1–31, 1993.
- [7] V. Caselles, R. Kimmel, et G. Sapiro. Geodesic active contours. *International Journal of Computer Vision*, 22(1) :61–79, 1997.
- [8] T. F. Chan et L.A. Vese. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10-2 :266–277, 2001.
- [9] T. F. Chan, B. Y. SandBerg, et L. A. Vese. Active contours without edges for vector-valued images. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 11 :130–141, 2000.
- [10] Y. C. Chang, T. Y. Hou, B. Merriman, et S. Osher. A level set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows. *Journal of Computational Physics*, 124 :449–464, 1996.
- [11] Y. Chen, S. Thiruvenkadam, H.D. Tagare, F. Huang, D. Wilson, et E.A. Geiser. On the incorporation of shape priors into geometric active contours. In *Proceedings of the IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision*, pages 145–152, Vancouver, BC, Canada, 2001.
- [12] D. Chopp. Computing minimal surfaces via level set curvature flow. *Journal of Computational Physics*, 106(1) :77–91, 1993.

-
- 1 [13] I. Cohen et L.D. Cohen. A hybrid hyperquadric model for 2-D and 3-D data fitting.
2 Computer Vision and Image Understanding, 63(3) :527–541, May 1996.
- 3 [14] L. D. Cohen. Mathematical Models in Computer Vision : The Handbook, chapitre
4 Minimal Paths and Fast Marching Methods for Image Analysis. Springer, 2005.
- 5 [15] L. D. Cohen et I. Cohen. Finite-element methods for active contour models and
6 balloons for 2-D and 3-D images. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine
7 Intelligence, 15(11) :1131–1147, 1993.
- 8 [16] L. D. Cohen et R. Kimmel. Global minimum for active contour models : A minimal
9 path approach. International Journal of Computer Vision, 1 :57–78, August 1997a.
- 10 [17] L.D. Cohen. On active contours and balloons. CVGIP : Image Understanding, 53
11 :211–218, 1991.
- 12 [18] L.D. Cohen et T. Deschamps. Grouping connected components using minimal path
13 techniques. application to reconstruction of vessels in 2D and 3D images. In Proceedings of
14 the IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, volume 2,
15 pages 102–109, Hawaii, December 2001.
- 16 [19] L.D. Cohen et R. Kimmel. Global minimum for active contour models : A minimal
17 path approach. International Journal of Computer Vision, 24(1) :57–78, August 1997b. L.D.
18 Cohen, E. Bardinet, et N. Ayache. Surface reconstruction using active contour models. In
19 SPIE 93 Conference on Geometric Methods in Computer Vision, San Diego, CA, July
20 1993.
- 21 [20] T.F. Cootes et C.J. Taylor. Active shape models - smart snakes. In British Machine
22 Vision Conference, pages 266–275, 1992. I. Couloigner et T. Ranchin. Mapping of urban
23 areas : a multiresolution modeling approach for semi-automatic extraction of streets.
24 Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 66(7) :867–874, Juillet 2000.
- 25 [21] D. Cremers et S. Soatto. A pseudo-distance for shape priors in level set segmentation.
26 In Proceedings of the 2nd IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set
27 Methods, pages 169–176, Nice, France, 2003.
- 28 [22] D. Cremers, C. Schnorr, et J. Weickert. Diffusion-snakes : combining statistical shape
29 knowledge and image information in a variational framework. In Proceedings of the IEEE
30 Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision, pages
31 137–144, Vancouver, BC, Canada, 2001.
- 32 [23] A. P. Dempster. A generalization of bayesian inference. Journal of the Royal Statistical
33 Society, Series B, 30 :205–247, 1968.
-

-
- 1 [24] R. Deriche. Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge
2 detector. *International Journal of Computer Vision*, pages 167–187, 1987.
- 3 [25] T. Deschamps et L. D. Cohen. Fast extraction of minimal paths in 3D images and
4 applications to virtual endoscopy. *Medical Image Analysis*, 5 :281–299, 2001.
- 5 [26] I. Destival. Recherche automatique des réseaux linéaires sur les images SPOT. *Bulletin*
6 *de la S.F.P.T*, 105 :5–16, 1987.
- 7 [27] D. Eberly, R. Gardner, B. Morse, S. Pizer, et C. Scharlach. Ridges for image
8 analysis. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 4(4) :353–373, Décembre 1994.
- 9 [28] A. Foulonneau, P. Charbonnier, et F. Heitz. Geometric shape priors for region-based
10 active contours. *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*, 3:
11 413–416, 2003.
- 12 [29] A. Frangi, W. Niessen, K.L. Vincken, et M.A. Viergever. Multiscale vessel
13 enhancement filtering. In *Proceedings of Medical Image Computing and Computer Assisted*
14 *Intervention*, pages 130–137, Boston, USA, October 1998.
- 15 [30] P. Fua et Y. G. Leclerc. Model driven edge detection. *Machine Vision and*
16 *Applications*, 3 : 45–56, 1990.
- 17 [31] M. Gastaud, M. Barlaud, et G. Aubert. Combining shape prior and statistical features
18 for active contour segmentation. *IEEE TCSVT special session on Audio and Video*
19 *Analysis for Interactive Multimedia Services*, 14(5) :726–734, May 2004.
- 20 [32] V. Ginzburg et L. Landau. On the theory of superconductivity. *Zh. Eksper. Teo. Fiz.*,
21 1950.
- 22 [33] R. E. Goldstein. Nonlinear dynamics of pattern formation in physics and biology. In
23 *Pattern Formation in the Physical and Biological Sciences*. Addison Wesley Longman,
24 1997.
- 25 [34] R. E. Goldstein, D. J. Muraki, et D. M. Petrich. Interface proliferation and the growth
26 of labyrinths in a reaction-diffusion system. *Physical Review E*, 53 :3933–3957, 1996.
- 27 [35] H. Grossauer et O. Scherzer. Using the complex Ginzburg-Landau equation for digital
28 inpainting in 2D and 3D. In *Proceedings of Scale-Space*, pages 225–236. LNCS 2695,
29 Springer-Verlag, 2003.
- 30 [36] X. Han, C. Xu, et J. L. Prince. A topology preserving level set method for geometric
31 deformable models. In *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*,
32 volume 25, pages 755–768, 2003.
-

-
- 1 [37] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, et G. Aubert. DREAM2S : Deformable regions driven
2 by an Eulerian accurate minimization method for image and video segmentation.
3 International Journal of Computer Vision, 53 :45–70, 2003.
- 4 [38] M. Kass, A. Witkin, et D. Terzopoulos. Snakes : Active contour models. International
5 Journal of Computer Vision, 1(4) :321–331, 1988.
- 6 [39] S. Kichenassamy, A. Kumar, P. Olver, A. Tannenbaum, et A. Yezzi. Gradient flows
7 and geometric active contour models. In Proceedings of the IEEE International Conference
8 on Computer Vision, pages 810–815, Boston, MA, USA, 1995.
- 9 [40] R. Kimmel et A. M. Bruckstein. On regularized Laplacian zero crossings and other
10 optimal edge integrators. International Journal of Computer Vision, 53(3) :225–243, 2003.
- 11 [41] Ron Kimmel. Geometric Level Set Methods in Imaging Vision and Graphics, chapitre
12 Fast Edge Integration, pages 59–75. Osher et Paragios (éditeurs), 2003.
- 13 [42] T. M. Koller, G. Gerig, G. Székely, et D. Dettwiler. Mutlisacle detection of curvilinear
14 structures in 2-D and 3-D image data. In Proceedings of the IEEE International Conference
15 on Computer Vision, pages 864–869, Cambridge, Massachusetts, Juin 1995.
- 16 [43] M.E. Leventon, W.E.L. Grimson, et O. Faugeras. Statistical shape influence in geodesic
17 active contours. In Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision
18 and Pattern Recognition, volume 1, pages 316–322, Hilton Head Island, South Carolina,
19 USA, 2000.
- 20 [44] T. Lindeberg. Edge detection and ridge detection with automatic scale selection.
21 International Journal of Computer Vision, 30(2) :117–154, 1998.
- 22 [45] L.M. Lorigo, O. Faugeras, W.E.L. Grimson, R. Keriven, R. Kikinis, A. Nabavi, et C.-
23 F. Westin. Codimension-two geodesic active contours for the segmentation of tubular
24 structures. In IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, volume 1,
25 pages 444–451, 2000.
- 26 [46] R. Malladi, J. A. Sethian, et B. C. Vemuri. Shape modeling with front propagation : A
27 level set approach. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 17 :158–175,
28 1995.
- 29 [47] D. Marr. Vision : a computational investigation into the human representation and
30 processing of visual information. W. H. Freeman and Company, 1982.
- 31 [48] J.-M. Morel et S. Solimini. Variational methods in image segmentation with seven
32 image processing experiments. Birkhäuser, 1995.

-
- 1 [49] D. Mumford et J. Shah. Optimal approximation by piecewise smooth functions and
2 associated variational problems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 42 :
3 577–684, 1989.
- 4 [50] D. Nain, A. Yezzi, et G. Turk. Vessel segmentation using a shape driven flow. In
5 MICCAI, volume 1, pages 51–59, Saint Malo, France, 2004.
- 6 [51] W. M. Neuenschwander, P. Fua, L. Iverson, G. Székely, et O. Kubler. Ziplock snakes.
7 *International Journal of Computer Vision*, 25(3) :191–201, 1997.
- 8 [52] R. Nevatia et K.R. Babu. Linear feature extraction and description. *Computer Graphics*
9 *and Image Processing*, 13 :257–269, 1980.
- 10 [53] S. Osher et N. Paragios, éditeurs. *Geometric Level Set Methods in Imaging Vision and*
11 *Graphics*. Springer, 2003.
- 12 [54] S. Osher et J. A. Sethian. Fronts propagating with curvature dependent speed :
13 Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*,
14 79(1) :12–49, 1988.
- 15 [55] N. Paragios et R. Deriche. Geodesic active contours and level sets for the detection and
16 tracking of moving objects. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*,
17 22(3) :266–230, 2000.
- 18 [56] N. Paragios et R. Deriche. Geodesic active regions: A new framework to deal with
19 frame partition problems in computer vision. *Journal of Visual Communication and Image*
20 *Representation*, 13 :249–268, 2002.
- 21 [57] N. Paragios et R. Deriche. Geodesic active regions and level set methods for
22 supervised texture segmentation. *International Journal of Computer Vision*, 46 :223–247,
23 2002.
- 24 [58] N. Paragios et M. Rousson. Shape priors for level set representations. In *Proceedings*
25 *of the European Conference on Computer Vision*, pages 78–92, Copenhagen, Denmark,
26 2002.
- 27 [59] N. Paragios, O. Mellina-Gottardo, et V. Ramesh. Gradient vector flow fast geometric
28 active contours. In *IEEE Tran on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, volume 26,
29 pages 402–407, 2003.
- 30 [60] T. Pavlidis. *Algorithms for Graphics and Image Processing*, chapitre 7. Springer
31 Verlag, Computer Science Press, Inc., 1982.
- 32 [61] D. Peng, B. Merriman, S. Osher, H. Zhao, et M. Kang. A PDE-based fast local level
33 set method. *Journal of Computational Physics*, 155 :410–438, 1999.
-

-
- 1 [62] P. Pérez, A. Blake, et M. Gangnet. Jetstream : probabilistic contour extraction with
2 particles. In Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, volume
3 2, pages 524–531, Vancouver, Canada, 2001.
- 4 [63] C. B. Price, P. Wambacq, et A. Oosterlinck. Image enhancement and analysis with
5 reaction diffusion paradigm. IEE Proceedings I, 137(3) :136–145, June 1990.
- 6 [64] G. Sapiro. Geometric partial differential equations and image analysis. Cambridge
7 University Press, 2001.
- 8 [65] J. A. Sethian. Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving Interfaces in
9 Geometry Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Science. Cambridge University
10 Press, 1999.
- 11 [66] J. A. Sethian. Fast marching methods. SIAM Review, 41-2 :199–235, 1996.
- 12 [67] J. A. Sethian et J. Strain. Crystal growth and dendritic solidification. Journal of
13 Computational Physics, 98 :231–253, 1992.
- 14 [68] K. Siddiqi, B.B. Kimia, et Chi-Wang Shu. Geometric shock-capturing ENO schemes
15 for subpixel interpolation, computation and curve evolution. Graphical Models and Image
16 Processing, 59 :278–301, 1997.
- 17 [69] C. Steger. An unbiased detector of curvilinear structures. IEEE Trans on Pattern
18 Analysis and Machine Intelligence, 20(2) :113–125, Février 1998.
- 19 [70] R. Stoica, X. Descombes, et J. Zerubia. A Gibbs point process for road extraction from
20 remotely sensed images. International Journal of Computer Vision, 57(2) :121–136, 2004.
- 21 [71] M. Sussman et E. Fatemi. An efficient, interface-preserving level set redistancing
22 algorithm and its application to interfacial incompressible fluid flow. SIAM Journal on
23 Scientific Computing, 20(4) :1165–1191, 1997.
- 24 [72] M. Sussman, P. Smereka, et S. Osher. A level set approach for computing solutions to
25 incompressible two-phase flow. Journal of Computational Physics, 114 :146–159, 1994.
- 26 [73] A. Vasilevskiy et K. Siddiqi. Flux maximizing geometric flows. IEEE Trans on Pattern
27 Analysis and Machine Intelligence, 24(12) :1565–1578, 2003.
- 28 [74] L. R. Williams et D. W. Jacobs. Stochastic completion fields : a neural model of
29 illusory contour shape and salience. In Proceedings of the IEEE International Conference on
30 Computer Vision, pages 408–415, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge,
31 Massachusetts, USA, June 1995.
- 32 [75] A. Witkin et M. Kass. Reaction-diffusion textures. Computer Graphics, 25(4) :299–
33 308, July 1991.

-
- 1 [76] C. Xu et J. Prince. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Transactions on*
2 *Image Processing*, 7(3) :359–369, march 1998.
- 3 [77] A.L. Yuille, P.W. Hallinan, et D.S. Cohen. Feature extraction from faces using
4 deformable templates. *International Journal of Computer Vision*, 8(2) :99–111, 1992.
- 5 [78] H. K. Zhao, T.F. Chan, B. Merriman, et S. Osher. A variational level set approach to
6 multiphase motion. *Journal of Computational Physics*, 127 :179–195, 1996.
- 7 [79] G. Sundaramoorthi, A. Yezzi, A.C Mennucci, "Coarse-to-Fine Segmentation and
8 Tracking Using Sobolev Active Contours," *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine*
9 *Intelligence*, Vol. 30, no 5, pp. 851-864, May 2008.
- 10 [80] J. Melonakos, E. Pichon, S. Angenent, A. Tannenbaum, "Finsler Active Contours,"
11 *IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 30, no 3, pp.412-423, March
12 2008.
- 13 [81] S. Lankton, A. Tannenbaum, "Localizing Region-Based Active Contours," *IEEE Trans*
14 *on Image Processing*, Vol. 17, no. 11, pp. 2029-2039, Nov. 2008 .
- 15 [82] S. Yongmin, S. Hong, X. Ge, "SAR Image Segmentation Based on Level Set With
16 Stationary Global Minimum", *Geoscience and Remote Sensing Letters*, IEEE, Vol 5, no 4,
17 pp. 644-648, Oct. 2008.
- 18 [83] X. Xianghua, M. Mirmehdi, "MAC: Magnetostatic Active Contour Model," *IEEE*
19 *Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 30, no. 4, pp. 632 - 646, April
20 2008.
- 21 [84] Niethammer, M.; Vela, P.A.; Tannenbaum, A.; "Geometric Observers for Dynamically
22 Evolving Curves," *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 30, no.
23 6, pp.1093-1108, June 2008.
- 24 [85] Chunming Li; Chiu-Yen Kao; Gore, J.C.; Zhaohua Ding; "Minimization of Region-
25 Scalable Fitting Energy for Image Segmentation", *IEEE Trans on Image Processing*, Vol.
26 17, no. 10, pp. 1940-1949, Oct. 2008.
- 27 [86] C. Le Guyader, L.A Vese, "Self-Repelling Snakes for Topology-Preserving
28 Segmentation Models", *IEEE Trans on Image Processing*, Vol. 17, no.5, pp.767-779, May
29 2008.
- 30 [87] P. Thevenaz, M. Unser, "Snakuscules", *IEEE Trans on Image Processing*, Vol. 17, no. 4,
31 pp. 585-593, April 2008.

-
- 1 [88] Xiaolei Huang; Metaxas, D.N., “Metamorphs: Deformable Shape and Appearance
2 Models”, IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 30, no. 8, pp.
3 1444 –1459, Aug. 2008.
- 4 [89] E.N.K.Kollorz, D.A. Hahn, R.Linke, T.W. Goecke, J. Hornegger, T.
5 Kuwert,“Quantification of Thyroid Volume Using 3-D Ultrasound Imaging”, IEEE Trans
6 on Medical Imaging, Vol. 27, no. 4, pp. 457-466, April 2008.
- 7 [90] I. Ben Ayed, A. Mitiche, “A Region Merging Prior for Variational Level Set Image
8 Segmentation”, IEEE Trans on Image Processing, Vol. 17, no. 12, pp. 2301 - 2311 ,Dec.
9 2008.
- 10 [91] C.Darolti, A.Mertins, C. Bodensteiner, U.G. Hofmann,“Local Region Descriptors for
11 Active Contours Evolution”, IEEE Trans on Image Processing, Vol. 17, no. 12, pp. 2275-
12 2288, Dec. 2008.
- 13 [92] S.Dambreville, Y. Rathi, A. Tannenbaum, A.“A Framework for Image Segmentation
14 Using Shape Models and Kernel Space Shape Priors”, IEEE Trans on Pattern Analysis and
15 Machine Intelligence, Vol. 30, no. 8, pp. 1385-1399, Aug. 2008.
- 16 [93] K.W. Sum, P.Y.S. Cheung, “Vessel Extraction Under Non-Uniform Illumination: A
17 Level Set Approach”, IEEE Trans on Biomedical Engineering, Vol. 55, no. 1, pp. 358-360,
18 Jan. 2008.
- 19 [94] J. Daugman, “New Methods in Iris Recognition”, IEEE Trans on Systems, Man, and
20 Cybernetics, Part B, Vol. 37, no. 5, pp. 1167-1175, Oct. 2007.
- 21 [95] A. Gelas, O. Bernard, D. Friboulet, R. Prost; “Compactly Supported Radial Basis
22 Functions Based Collocation Method for Level-Set Evolution in Image Segmentation”,
23 IEEE Trans on Image Processing, Vol. 16, no. 7, pp. 1873-1887, July 2007.
- 24 [96] U. Ozertem, D. Erdogmus, “Nonparametric Snakes”, , IEEE Trans on Image
25 Processing, Vol. 16, no. 9, pp. 2361-2368, Sept. 2007.
- 26 [97] Y. Rathi, N. Vaswani, A. Tannenbaum, “A Generic Framework for Tracking Using
27 Particle Filter With Dynamic Shape Prior”, IEEE Trans on Image Processing, Vol. 16, no.5,
28 pp. 1370-1382, May 2007.
- 29 [98] Y. Ping, K.W. Bowyer,“Biometric Recognition Using 3D Ear Shape”, , IEEE Trans on
30 Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 29, no. 8, pp. 1297-1308 , Aug. 2007.
- 31 [99] O. Michailovich, Y. Rathi, A. Tannenbaum, “Image Segmentation Using Active
32 Contours Driven by the Bhattacharyya Gradient Flow”, IEEE Trans on Image Processing,
33 Vol. 16, no. 11, pp. 2787-2801, Nov. 2007.
-

-
- 1 [100] L. Bing, S.T. Acton, "Active Contour External Force Using Vector Field Convolution
2 for Image Segmentation", IEEE Trans on Image Processing, Volume 16, Issue 8, pp. 2096-
3 2106, Aug. 2007.
- 4 [101] J. Xu, O. Chutatape, P. Chew, "Automated Optic Disk Boundary Detection by
5 Modified Active Contour Model", IEEE Trans on Biomedical Engineering, Vol. 54, no. 3,
6 pp. 473-482, March 2007.
- 7 [102] M.W.K. Law, A.C.S. Chung, "Weighted Local Variance-Based Edge Detection and Its
8 Application to Vascular Segmentation in Magnetic Resonance Angiography", IEEE Trans
9 on Medical Imaging, Vol. 26, no. 9, pp. 1224-1241, Sept. 2007.
- 10 [103] I. Bogdanova, X. Bresson, J.P. Thiran, P. Vandergheynst, "Scale Space Analysis and
11 Active Contours for Omnidirectional Images", IEEE Trans on Image Processing, Vol.16,
12 no 7, pp. 1888-1901 , July 2007.
- 13 [104] Rathi, Y.; Vaswani, N.; Tannenbaum, A.; Yezzi, "A.; "Tracking Deforming Objects
14 Using Particle Filtering for Geometric Active Contours", , IEEE Trans on Pattern Analysis
15 and Machine Intelligence, Vol. 29, no.8, pp. 1470 - 1475 ,Aug. 2007.
- 16 [105] G. Sundaramoorthi, A. Yezzi, "Global Regularizing Flows With Topology
17 Preservation for Active Contours and Polygons", IEEE Trans on Image Processing, Vol.
18 16, no.3, pp. 803-812, March 2007.
- 19 [106] G. Papandreou, P. Maragos, "Multigrid Geometric Active Contour Models", IEEE
20 Trans on Image Processing, Vol. 16, no. 1, pp. 229-240 ,Jan. 2007.
- 21 [107] D.E. Maroulis, M.A.Savelonas, D.K. Iakovidis, S.A. Karkanis, N.
22 Dimitropoulos, "Variable Background Active Contour Model for Computer-Aided
23 Delineation of Nodules in Thyroid Ultrasound Images", IEEE Trans on Information
24 Technology in Biomedicine, Vol. 11, no. 5, pp. 537-543, Sept. 2007.
- 25 [108] M. Lianantonakis, Y.R. Petillot, "Sidescan Sonar Segmentation Using Texture
26 Descriptors and Active Contours" ,IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 32, no. 3,
27 pp. 744-752, July 2007.
- 28 [109] L. Hua, A. Yezzi, "A Local or Global Minima: Flexible Dual-Front Active Contours",
29 IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 29, no.1, pp. 1-14, Jan.
30 2007.
- 31 [110] Appleton, B.; Talbot, H.; "Globally minimal surfaces by continuous maximal flows",
32 IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 28, no. 1, pp. 106-118, Jan.
33 2006.
-

- 1 [111] Niethammer, M.; Tannenbaum, A.; Angenent, S, “Dynamic active contours for visual
2 tracking”, , IEEE Trans on Automatic Control, Vol. 51, no. 4, pp. 562-579, April 2006.
- 3 [112] Delyon, G.; Refregier, P.,”SAR image segmentation by stochastic complexity
4 minimization with a nonparametric noise model”, IEEE Trans on Geoscience and Remote
5 Sensing, Vol. 44, no. 7, pp. 1954-1961, July 2006.
- 6 [113] Qiang Chen; Ze Ming Zhou; Min Tang; Heng, P.A.; De-Shen Xia, Shape Statistics
7 Variational Approach for the Outer Contour Segmentation of Left Ventricle MR Images,
8 IEEE Trans on Information Technology in Biomedicine, Vol. 10, no. 3, pp. 588-597, July
9 2006.
- 10 [114] G.; Galland, F.; Refregier, P.; “Minimal Stochastic Complexity Image Partitioning
11 With Unknown Noise Model Delyon”, IEEE Trans on Image Processing, Vol. 15, no. 10,
12 pp. 3207-3212,Oct. 2006.
- 13 [115] S. Chen, N.A. Sochen, Y.Y.Zeevi, “Integrated active contours for texture
14 segmentation”, , IEEE Trans on Image Processing, Vol. 15, no.6, pp. 1633-1646, June
15 2006.
- 16 [116] T. Brox, J. Weickert, “Level Set Segmentation With Multiple Regions”, IEEE Trans
17 on Image Processing, Vol. 15, no. 10, pp. 3213-3218, Oct. 2006.
- 18 [117] Sakalli, M.; Lam, K.-M.; Hong Yan; “A faster converging snake algorithm to locate
19 object boundaries”, IEEE Trans on Image Processing, Vol. 15, no. 5, pp. 1182 – 1191,
20 May 2006.
- 21 [118] Jierong Cheng; Say Wei Foo;, “Dynamic directional gradient vector flow for
22 snakes”,IEEE Trans on Image Processing, Vol. 15, no. 6, pp. 1563-1571,June 2006.
- 23 [119] Holtzman-Gazit, M.; Kimmel, R.; Peled, N.; Goldsher, D.; “Segmentation of thin
24 structures in volumetric medical images”, IEEE Trans on Image Processing, Vol. 15, no.
25 2, pp. 354-363, Feb. 2006.
- 26 [120] Hautvast, G.; Lobregt, S.; Breeuwer, M.; Gerritsen, F.; “Automatic Contour
27 Propagation in Cine Cardiac Magnetic Resonance Images”, IEEE Trans on Medical
28 Imaging, Vol. 25, no. 11, pp. 1472-1482, Nov. 2006.
- 29 [121] Foulonneau, A.; Charbonnier, P.; Heitz, F.; “Affine-invariant geometric shape priors
30 for region-based active contours”, IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine
31 Intelligence, Vol. 28, no. 8, pp. 1352-1357, Aug. 2006.

- 1 [122] Suk-Ho Lee; Jin Keun Seo; “Level set-based bimodal segmentation with stationary
2 global minimum”, , IEEE Trans on Image Processing, Vol. 15, no. 9, pp. 2843-2852, Sept.
3 2006.
- 4 [123] Ben Ayed, I.; Mitiche, A.; Belhadj, Z.; “Polarimetric image segmentation via
5 maximum-likelihood approximation and efficient multiphase level-sets”, IEEE Trans on
6 Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 28, no. 9, pp. 1493-1500,Sept. 2006.
- 7 [124] Sumengen, B.; Manjunath, B.S, “Graph partitioning active contours (GPAC) for image
8 segmentation.; IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 28, no. 4,
9 pp. 509 - 521, April 2006.
- 10 [125] Ayed, I.B.; Mitiche, A.; Belhadj, Z.;”Multiregion level-set partitioning of synthetic
11 aperture radar images”, IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence , Vol. 27,
12 no. 5, pp. 793 – 800,May 2005.
- 13 [126] Bo Pang; Zhang, D.; Kuanquan Wang;”The bi-elliptical deformable contour and its
14 application to automated tongue segmentation in Chinese medicine”, , IEEE Trans on
15 Medical Imaging, Vol. 24, no. 8, pp. 946-56,Aug. 2005.
- 16 [127] Pluempitiwiriwawej, C.; Moura, J.M.F.; Yi-Jen Lin Wu; Chien Ho; "STACS: new
17 active contour scheme for cardiac MR image segmentation”, IEEE Trans on Medical
18 Imaging, Vol. 24, no. 5, pp. 593-603,May 2005.
- 19 [128] Zimmer, C.; Olivo-Marin, J.-C.; “Coupled parametric active contours”, Pattern
20 Analysis and Machine Intelligence, IEEE Trans, Vol. 27, no 11, pp. 1838 - 1842,Nov.
21 2005.
- 22 [129] Precioso, F.; Barlaud, M.; Blu, T.; Unser, M.; “Robust real-time segmentation of
23 images and videos using a smooth-spline snake-based algorithm”, IEEE Trans on Image
24 Processing, Vol. 4, no. 7,pp. 910-924 , July 2005.
- 25 [130] Song Gao; Bui, T.D.”Image segmentation and selective smoothing by using Mumford-
26 Shah model” , IEEE Trans on Image Processing, Vol. 14, no. 10, pp. 1537 - 1549, Oct.
27 2005.
- 28 [131] Goobic, A.P.; Jinshan Tang; Acton, S.T.; “Image stabilization and registration for
29 tracking cells in the microvasculature”, IEEE Trans on Biomedical Engineering, Vol. 52,
30 no. 2, pp. 287-299, Feb. 2005.
- 31 [132] Gang Dong; Ray, N.; Acton, S.T.; Intravital leukocyte detection using the gradient
32 inverse coefficient of variation, IEEE Trans on Medical Imaging, Vol. 24, no. 7, pp. 910 -
33 924,July 2005.

- 1 [133] Tao Zhang; Freedman, D.; “Improving performance of distribution tracking through
2 background mismatch”, IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 27,
3 no. 2, pp. 282-287, Feb. 2005.
- 4 [134] Singh, S.; Bovis, K.;”An evaluation of contrast enhancement techniques for
5 mammographic breast masses”, IEEE Trans on Information Technology in Biomedicine,
6 Vol. 9, no. 1, pp. 109 - 119, March 2005.
- 7 [135] Gentile, C.; Camps, O.; Sznaiar, M.; “Segmentation for robust tracking in the presence
8 of severe occlusion”, IEEE Trans on Image Processing, Vol.13, no.2, pp. 166 - 178, Feb.
9 2004.
- 10 [136] Eveno, N.; Caplier, A.; Coulon, P.-Y.; “Accurate and quasi-automatic lip tracking”,
11 IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology, Vol. 14, no. 5, pp. 706-
12 715, May 2004.
- 13 [137] Xianghua Xie; Mirmehdi, M.; “RAGS: region-aided geometric snake”, , IEEE Trans
14 on Image Processing, Vol. 13, no. 5, pp. 640 - 652, May 2004.
- 15 [138] Paragios, N.; Mellina-Gottardo, O.; Ramesh, V.; “Gradient vector flow fast geometric
16 active contours” IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 26, no 3,
17 pp. 402-407, March 2004.
- 18 [139] Freedman, D.; Tao Zhang; Active contours for tracking distributions, , IEEE Trans on
19 Image Processing, Vol. 13, no. 4, pp. 518 - 526, April 2004.
- 20 [140] Valdes-Cristerna, R.; Medina-Banuelos, V.; Yanez-Suarez, O.; “Coupling of radial-
21 basis network and active contour model for multispectral brain MRI segmentation”, IEEE
22 Trans on Biomedical Engineering, Vol. 51, no. 3, pp. 459 - 470, March 2004.
- 23 [141] Gastaud, M.; Barlaud, M.; Aubert, G.; “Combining shape prior and statistical features
24 for active contour segmentation”, IEEE Trans on Circuits and Systems for Video
25 Technology, Vol. 14, no. 5, pp. 726-734, May 2004.
- 26 [142] Mansouri, A.-R.; Mukherjee, D.P.; Acton, S.T.; “Constraining active contour evolution
27 via Lie Groups of transformation”, , IEEE Trans on Image Processing, Vol. 13, no. 6, pp.
28 853 - 863, June 2004.
- 29 [143] Martin, P.; Refregier, P.; Goudail, F.; Guerault, F.; Influence of the noise model on
30 level set active contour segmentation, IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine
31 Intelligence, Vol. 26, no 6, pp. 799 - 803 , June 2004 .
- 32 [144]

33

Résumé : Le développement des méthodes mathématiques dans le domaine de la vision par ordinateur couvre d'ailleurs un large éventail de champs d'investigations ; les problèmes inverses, la reconstruction d'images, la compression d'images, l'atténuation du bruit et la segmentation d'images. Dans le cadre de cette thèse, nous avons développé une méthode de **Segmentation globale par contour actif géométrique et a priori de forme**. Pour cela, nous proposons un nouveau cadre variationnel pour la résolution du problème de segmentation qui permet de transformer le problème non convexe (le minimiseur est local) en un problème convexe (le minimiseur est global). A partir du cadre d'ensemble de niveaux nous avons défini un nouveau cadre de fonction caractéristique (characteristic function). Nous avons montré que le minimiseur global dans ce cadre est unique. Nous avons aussi introduit une nouvelle définition du cadre de fonction caractéristique. Cette nouvelle définition permet d'inclure tous les autres modèles des contours actifs. Enfin, nous avons unifié les descripteurs probabilistes (Kullback Leibler, Bhattachryya et Hellinger) dans un unique descripteur probabiliste. Dans ce travail, nous avons à chaque fois testé et validé nos modèles sur des données de synthèse et réelles, que nous avons comparé avec les méthodes récentes présentes dans la littérature. Cette comparaison objective est faite à partir des critères classiques existants

Mots clés : segmentation, contours actif, ensemble de niveaux, fonction indicatrice, variation totale.

Abstract: The development of the mathematical methods in Computer vision covers a large range of fields of investigations; the inverse problems, the image reconstruction, the compression of images, attenuation of the noise and the image segmentation. Within the framework of this thesis, we developed a **Globally Segmentation based Active Contours segmentation method with shape prior**. We propose a new variational framework for to solve the segmentation problem witch allow transforming the non convex problem to convex problem. From the overall level-set framework, we defined a new framework based on characteristic function. We also introduced a new definition of the characteristic framework of function. This framework, is not that an extension of the overall framework of levels where the most important properties are preserved. This new definition makes it possible to include all the other models of active contours. Finally, we have unified probabilistic descriptor (Kullback Leibler, Bhattachryya and Hellinger) as unique descriptor. We have test our models on synthetic and real data and we have compared with recent methods. The objective comparisons have been made using classical criterion.

Index terms : segmentation, active contours, level set, indicatrice function, totale variation.

الملخص

في هذه الرسالة ، درسنا مشكلة تقسيم الصور التي كفاف أحدث هندسية. درسنا وطورنا طريقة تجزئة سريع لكفاف سريع أحدث هندسية مع وبدون معرفة مسبقة. لهذا نقترح إطارا جديدا التغييري من أجل حل مشكلة تجزئة ونحن نسعى إلى حل مشكلة الحدود الدنيا المحلية. وبعبارة أخرى ، فإن هذا الإطار يسمح لتحويل المشكلة (nonconvex للشراع المحلي) إلى مشكلة محدب (للشراع عالمية). من الإطار العام لمستويات حددنا إطارا جديدا على أساس سمة أو وظيفة المؤشر (أو وظيفة ومؤشر (caractéristique) لقد أظهرنا أن شراع العالمية ضمن الدالة مؤشر هي فريدة من نوعها لمجموعة من الاختلاف من معايرة المعلمة. قدمنا أيضا تعريفا جديدا للإطار وظيفية مميزة. هذا الإطار هو امتداد للإطار العام للمستويات حيث يتم الحفاظ على أهم الخصائص. يمكن أن يحدث هذا التعريف الجديد يشمل جميع نماذج أخرى أحدث كفاف. وتتكون المشكلة تجزئة أبسط وأسرع وقابلة للارتفاع الأبعاد. وأخيرا ، فإننا موحد اصفات احتمالي (Kullback) بيلر ، هيلفينغير و (Bhattachryya) في واصف واحتمالي واحد. في هذا العمل ، لدينا كل الوقت اختبارها والتحقق من صحة البيانات على نماذجنا الاصطناعية والحقيقية ، وقرنا مع الأساليب الحديثة المستخدمة في الأدب. وتتألف هذه المقارنة الموضوعية من المعايير التقليدية الحالية.