



République Algérienne Démocratique et Populaire



Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Université AbouBakr Belkaid – Tlemcen
Faculté de Technologie

Thèse

Pour l'obtention du diplôme de Doctorat

En : GENIE MECANIQUE

OPTION : ENERGETIQUE

Thème

EFFETS DE LA RUGOSITÉ VARIABLE SUR UN ÉCOULEMENT DE FLUIDE
AUTOUR D'OBSTACLES

Présenté et soutenue publiquement par :
M^r YOUSFI Sidi Mohammed

Soutenu publiquement le 06 Février 2022

Devant le jury composé de :

<i>Mr. SARI HASSOUN Zakaria</i>	<i>MCA</i>	<i>UABB Tlemcen</i>	<i>Président</i>
<i>Mr. ALIANE Khaled</i>	<i>Professeur</i>	<i>UABB Tlemcen</i>	<i>Directeur de thèse</i>
<i>Mr. BOUKLI HACENE Fouad</i>	<i>Professeur</i>	<i>ESSA Tlemcen</i>	<i>Examineur</i>
<i>Mr. AMRAOUI Mohammed Amine</i>	<i>MCA</i>	<i>Univ. SBA</i>	<i>Examineur</i>

ANNEE UNIVERSITAIRE : 2021-2022

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A la mémoire de ma mère

A ma belle-mère

A mon très cher père

A mon beau-père

A Ma chère EPOUSE

A mon fils

et mes filles

A mes sœurs et neveux

A ma belle famille

A tous mes amis

A tous mes enseignants

Merci.

REMERCIEMENTS

*Je souhaite tout d'abord remercier mon directeur de thèse, Monsieur **ALIANE Khaled**, Professeur à l'Université de Tlemcen pour toute l'aide qu'il m'a apportée. Ses connaissances et ses idées de recherche m'ont permis d'avancer, et ses compétences ont permis à mes efforts enfin d'aboutir.*

*Je suis très reconnaissant, à l'honneur que m'a fait Monsieur **SARI HASSOUN Zakaria**, Maître de Conférences à l'Université de Tlemcen en acceptant de présider le Jury.*

*Je suis également très reconnaissant, à l'honneur que m'a fait monsieur **BOUKLI HACENE Fouad**, Professeur à l'Ecole Supérieure en Sciences Appliquées de Tlemcen d'avoir accepté d'examiner mon travail.*

*Je remercie également Monsieur **AMRAOUI Mohammed Amine**, Maître de Conférences à l'Université de Sidi Bel Abbés, d'avoir accepté de faire partie du Jury et d'examiner mon travail.*

Je remercie, enfin, toute personne m'ayant aidé de près ou de loin pour l'achèvement de ce travail.

Sommaire

SOMMAIRE

Nomenclature	I
Liste des figures	IV
Liste des tableaux	
INTRODUCTION GENERALE	1
<u>CHAPITRE 1</u> : ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE	
INTRODUCTION	5
I.1 Modélisation et représentations de la rugosité	5
I.1.1 Etats de surface	5
I.1.2 Caractéristiques de la rugosité	5
I.1.3 Représentations des asperities	6
I.1.3.1 Rugosités sinus	7
I.1.3.2 Représentation triangulaire	7
I.1.3.3 Représentation fractale de la rugosité	8
I.1.3.4 Autres formes de rugosités	9
I.1.3.5 Simulation de la rugosité par les méthodes numériques	12
I.2 Rugosité et perte de charge linéaire	14
I.2.1 Perte de charge linéaire pour un régime laminaire	14
I.2.2 Perte de charge linéaire dans le cas d'un régime turbulent	15
I.2.2.1 Régime pleinement lisse et régime pleinement rugueux	15
I.2.2.2 Régime hydrauliquement lisse	16
I.2.2.2.1 Formule de Von Karman	16

I.2.2.2.2 Formule de BLASIUS	16
I.2.2.3 Régime hydrauliquement rugueux	17

CHAPITRE 2 : MODÉLISATION DE LA TURBULENCE

INTRODUCTION	24
II.1. Quelques exemples des écoulements turbulents	24
II.2. Définition de la turbulence	24
II.3. Mécanisme de la cascade d'énergie	25
II.4. Équations de conservation pour un écoulement laminaire	26
II.4.1. Équation de conservation de la masse	26
II.4.2. Équations de conservation de quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes)	26
II.4.3. Équation de conservation d'énergie	27
II.5. Équations de la turbulence	28
II.5.1. Théorie de Reynolds	28
II.5.2. Équations moyennées (Équations de Reynolds)	29
▪ Equation de continuité	29
▪ Equations de mouvement	30
▪ Equation d'énergie	30
II.5.3. Hypothèse de Boussinesq: viscosité turbulente	31
II.5.5. Concept de couches limites	34
II.5.4. Énergie cinétique moyenne du mouvement d'agitation	32
II.6. Modèles de turbulence	37
II.6.1. Modèle à zéro équation (modèle de longueur de mélange)	37
II.6.2. Modèle à une équation	38

II.6.2.1. Modèle de Prandtl	38
II.6.2.2. Modèle de Bradshaw, Ferriss et Atwell (1967)	39
II.6.2.3. Modèle de Nee et Kovaszny (1969)	39
II.6.3. Modèle à deux équations	39
II.6.3.1. Modèle k- ϵ	40
II.6.3.2. Modèle k- ϵ RNG	41
II.6.3.3. Modèle k- ω	41
II.6.3.4. Modèle SST k- ω	42
CONCLUSION	44

CHAPITRE 3 : *PRESENTATION DU CODE ANSYS CFX, RESULTATS ET DISCUSSIONS*

III.1. Introduction	46
III.2. Méthodes numériques de discrétisation	46
III.2.1. Méthode des différences finies	46
III.3.2 Méthode des éléments finis	46
III.2.3. Méthode des volumes finis	47
III.3. Méthode des volumes finis pour la résolution numérique	48
III.3.1. Présentation de la méthode des volumes finis	48
III.3.2. Maillage dans la méthode des volumes finis	49
III.3.3. Discrétisation des équations gouvernantes	49
III.3.3.1. Couplage pression vitesse	53
III.3.3.2. Terme transitoire	53
III.3.3.3. Fonctions de forme	54

III.3.3.4. Terme de diffusion	55
III.3.3.5. Terme du gradient de pression	56
III.3.3.6. Terme d'advection	56
III.3.4. Couplage du système d'équation	57
III.3.5. Critère de convergence	58
III.3.6. Solution utilisée dans le code ANSYS CFX	58
III.3.7. Solution générale	59
III.4. Présentation du code de calcul	61
III.4.1. 'ICEM' ou (Design modeler + CFX-Mesh)	61
III.4.2. 'CFX-pre'	62
III.4.3. CFX-solve	64
III.4.4. CFX-post	64
III.5. Résultats et interprétations	65
III.5.1. Description du modèle et domaine de calcul	65
III.5.2. Conditions aux limites	67
III.5.3. Structure de l'écoulement	69
III.5.4. Dépouillement des resultants	70
III.5.4.1. Trace-lignes	74
III.5.4.2. Stream-rubans	75
III.5.4.3. Iso-surface moyenne du critère Q	76
CONCLUSION GÉNÉRALE	78

NOMENCLATURE

Lettres latines :

C_p	Coefficient de pression	
g	Accélération de pesanteur	[m/s ²]
h	Hauteur du canal	[m]
H	Hauteur de l'obstacle	[m]
k	Energie cinétique de turbulence	[m ² /s ²]
L	Largeur du canal	[m]
l	Longueur caractéristique	[m]
\dot{m}	Débit massique	[kg/s]
P	Pression	[Pa]
P_{atm}	Pression atmosphérique	[Pa]
Re	Nombre de Reynolds	
Re_h	Nombre de Reynolds basé sur la hauteur du canal	
S_θ	Terme source	[w/m ²]
t	Temps	[s]
T_u	Intensité de turbulence,	
U_b	Vitesse moyenne à l'entrée du domaine	[m/s]
U	Vitesse d'écoulement	[m/s]
\bar{U}	Vitesse moyenne	[m/s]
u'	Vitesse fluctuante	[m/s]
U^+	Vitesse adimensionnelle	
u,v,w	composante de vitesse suivant x,y,z	[m/s]
W	Largeur de l'obstacle	[m]
x,y,z	Coordonnées spatiales	[m]
X_F	Longueur de séparation	[m]
X_R	Longueur de réattachement	[m]
y^+	Distance adimensionnel	

Lettres grecques :

ω	Fréquence turbulente	[1/s]
ρ	Masse volumique du fluide	[kg/m ³]
ϕ	Grandeur physique	
κ	Constante Von Karman	

μ	Viscosité dynamique	[Pa.s]
ε	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	[m ² /s ²]
τ_p	Contrainte visqueuse	[kg/m ² .s ²]
δ	Épaisseur de la couche limite	[m]
ν	Viscosité cinématique	[m ² /s]
ν_t	Viscosité cinématique turbulente	[m ² /s]
Γ	Terme de diffusion	
ϕ	Flux de la quantité à transporté	

Liste des abréviations :

CFD	Mécanique des fluides numérique
LES	Modèle de Simulation des grandes échelles
RANS	Équation de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds.
SST	Modèle transport des contraintes de cisaillement.
URANS	Équation de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds en mode instationnaire

Liste des figures

LISTE DES FIGURES

Figures	Désignation	Page
<i>Figure I-1</i>	<i>Modélisation d'une rugosité de surface</i>	5
<i>Figure I-2</i>	<i>Défaut géométrique : (a) ondulations, (b) rugosités et (c) profil total.</i>	6
<i>Figure I-3</i>	<i>Représentation d'une rugosité sinusoïdales</i>	7
<i>Figure I-4</i>	<i>a : Aspérité en forme de dents de scie b : Contact rugueux</i>	7
<i>Figure I-5</i>	<i>Représentation des aspérités triangulaires</i>	8
<i>Figure I-6</i>	<i>Comparaison entre une rugosité modélisé par un polynôme, des séries de Fourier et des fractals</i>	9
<i>Figure I-7</i>	<i>Représentations particulières de rugosités :</i> <i>a) : Profiles de surfaces longitudinales</i> <i>b) : Aspérités d'une surface tournée</i>	9
<i>Figure I-8</i>	<i>Rugosités rectangulaire</i>	10
<i>Figure I-9</i>	<i>Modèle de rugosité tridimensionnelle</i>	10
<i>Figure I-10</i>	<i>Modèle de rugosité pyramidale tridimensionnelle</i>	11
<i>Figure I-11</i>	<i>Modèle de rugosité hémisphériques et densité de distribution des hauteurs des aspérités</i>	12
<i>Figure I-12</i>	<i>Modélisation de rugosité sinusoïdale par éléments finis</i>	12
<i>Figure I-13</i>	<i>Rugosités de formes variées</i>	13
<i>Figure I-14</i>	<i>Rugosités hémisphériques</i>	13
<i>Figure I-15</i>	<i>Modélisation explicite de la rugosité</i>	13

Figure I- 16	<i>Profil de vitesse dans une conduite</i>	14
Figure I-17	<i>Expression du coefficient de perte de charge linéaire pour un régime laminaire</i>	15
Figure I- 18	<i>Régime hydrauliquement lisse</i>	15
Figure I-19	<i>Régime hydrauliquement rugueux</i>	16
Figure I-20	<i>Profil des vitesses</i>	18
Figure I-21	<i>Courbe de NIKURASDE</i>	19
Figure II-1	<i>Mécanisme de cascade d'énergie turbulente</i>	25
Figure II-2	<i>Présentation de la grandeur moyen et de la grandeur fluctuante</i>	28
Figure II-3	<i>Développement de la couche limite d'une plaque plane contournée par un fluide</i>	34
Figure II-4	<i>Domaines et profils de vitesses dans la couche limite</i>	35
Figure III-1	<i>Volume de contrôle</i>	49
Figure III-2	<i>Maillage et volume de contrôle</i>	50
Figure III-3	<i>Intégration dans un volume de contrôle</i>	52
Figure III-4	<i>Positions de nœuds</i>	54
Figure III-5	<i>Organigramme de calcul du code ANSYS CFX</i>	60
Figure III-6	<i>Présentation des modules du code CFX</i>	61
Figure III-7	<i>Géométrie et le maillage généré par le module ' ICEM CFD'</i>	62
Figure III-8	<i>Dimensions de la géométrie et Conditions aux limites.</i>	63
Figure III -9	<i>convergence de la solution donnée par le Solver</i>	64
Figure III -10	<i>Exemple de résultat</i>	65
Figure III -11	<i>Vue tridimensionnel du domaine de calcul et de la géométrie</i>	66
Figure III -12	<i>Géométrie du domaine de calcul dans le plan et conditions aux</i>	67

limites

Figure III -13	<i>Configuration du maillage</i>	68
Figure III -14	<i>Test de la sensibilité du maillage</i>	69
Figure III -15	<i>Structure de l'écoulement autour d'un cube sans présence de rugosité</i>	70
Figure III - 16	<i>Lignes de courant dans le plan de symétrie plane pour $Re = 8.10^4$</i> <i>(a): Exp Hussein and Martinuzzi (1995), (b): SST k-ω</i>	71
Figure III - 17	<i>Composantes des vecteurs vitesses $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ et $\langle w \rangle$ sur le plan de symétrie ($z=0$) pour $Re = 8. 10^4$</i>	72
Figure III - 18	<i>Lignes de courant au fond du canal pour $Re=8.10^4$</i>	73
Figure III - 19	<i>Trace-lines sur la surface du cube et les surfaces des quatre barrettes</i>	74
Figure III - 20	<i>Stream-ribbons: a) Vue de face, b) Vue latérale, c) Vue arrière</i>	75
Figure III - 21	<i>Iso-surface moyenne du critère Q</i>	76

Liste des tableaux

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU	DÉSIGNATION	Page
Tableau I.1	<i>Valeurs de λ pour quelques nombres de Reynolds</i>	17
Tableau I.2	<i>Valeur de ε pour quelques matériaux de tuyaux</i>	20
Tableau I.3	<i>Valeurs des coefficients de la formule (I.22)</i>	21
Tableau III.1	<i>Comparaison des avantages et des inconvénients des différentes méthodes numériques</i>	48
Tableau III.2	Différents tailles de maillages testés	68

Résumé

Résumé

Le présent travail vise à étudier les zones de recirculation et de mélange naissant dans un écoulement de canal alimenté par des obstacles. L'objectif principal est de développer une nouvelle technique pour contrôler ces zones de recirculation en fixant une rugosité variable. Afin de faire varier cette rugosité, 4 barrettes de hauteurs $0,25H$, $0,5H$, $0,75H$ et H ont été placées en aval de l'obstacle ; H est la hauteur de l'obstacle. Pour cela, une approche numérique tridimensionnelle a été réalisée à l'aide du code de calcul ANSYS CFX. De plus, les équations gouvernantes ont été résolues en utilisant la méthode des volumes finis. Le modèle de turbulence de transport de contrainte de cisaillement (SST) $K-\omega$ a été utilisé pour modéliser les contraintes turbulentes. Au final, nous avons présenté les résultats de simulation moyennée dans le temps des contours des lignes de courant (lignes de courant moyennées dans le temps 3D, lignes de trace), trois composantes des vitesses : $\langle u \rangle$ (contour vitesse u), $\langle v \rangle$ (vitesse v contour) et $\langle w \rangle$ (vitesse w contour), lignes de trace, rubans de flux et iso-surface moyenne du critère Q .

MOTS CLES:écoulement turbulent ; $K\omega$ -SST ; canal rectangulaire, obstacle ; perforé ; creux ; ANSYS -CFX.

Abstract

The present work aims to investigate the recirculation and incipient mixing zones in a channel flow supplied with obstacles. The main objective is to develop a new technique to control these recirculation zones by setting a variable roughness. For the purpose of varying that roughness, 4 small bars of heights $0.25H$, $0.5H$, $0.75H$ and H were placed downstream of the obstacle; H is the height of the obstacle. For this, a three-dimensional numerical approach was carried out using the ANSYS CFX computer code. In addition, the governing equations were solved using the finite volume method. The $K-\omega$ shear-stress transport (SST) turbulence model was utilized to model the turbulent stresses. In the end, we presented the time-averaged simulation results of the contours of the current lines (3D time-averaged streamlines, trace-lines), three components of the velocities: $\langle u \rangle$ (velocity u contour), $\langle v \rangle$ (velocity v contour) and $\langle w \rangle$ (velocity w contour), trace-lines, stream ribbons and mean Q -criterion iso-surface.

KEY WORDS: *Turbulent flow; Variable roughness; Obstacle; Finite volume; ANSYS-CFX*

الملخص

يهدف العمل الحالي إلى التحقيق في مناطق الخلط وإعادة التدوير في تدفق قناة مزود بالعوائق. الهدف الرئيسي هو تطوير تقنية جديدة للتحكم في مناطق إعادة التدوير هذه من خلال ضبط خشونة متغيرة. لغرض تغيير تلك الخشونة ، تم وضع 4 قضبان صغيرة هو ارتفاع العائق. لهذا الغرض ، تم تنفيذ نهج رقمي ثلاثي الأبعاد H أسفل العائق ؛ H و 0.75H ، 0.5H ، H بارترافعات 0.25 بالإضافة إلى ذلك ، تم حل المعادلات الحاكمة باستخدام طريقة الحجم المحدد. تم ANSYS CFX باستخدام كود الكمبيوتر لنمذجة الضغوط المضطربة. في النهاية ، قدمنا نتائج المحاكاة بمتوسط K-(SST) استخدام نموذج اضطراب نقل إجهاد القص <u>: الوقت لخطوط الخطوط الحالية (خطوط انسيابية بمتوسط الوقت ثلاثي الأبعاد ، خطوط تتبع) ، ثلاثة مكونات للسرعات Q- ، خطوط التتبع ، شرائط التدفق ومتوسط (speed w contour) <w> و (speed v contour) <v> ، (سرعة كفاف) السطح-iso معيار.

الكلمات المفتاحية

ANSYSCFX؛ الجريان المضطرب؛ خشونة متغيرة عتبة؛ حجم محدود

Introduction générale

On traite dans ce travail, l'effet de la rugosité variable sur un écoulement de fluide autour d'obstacles.

Plusieurs applications potentielles de ce sujet sont d'actualités. Citons comme exemple: le pré-mélange de la combustion pour assuré une homogénéité parfaite, les capteurs solaires plans à air ou à eau, et en particulier l'étude de la couche limite atmosphérique.

Le sujet a comme objectif d'examiner l'effet combiné de la rugosité variable et du rétrécissement causé par l'existence de l'obstacle. Plusieurs phénomènes aérodynamiques vont être examinés tels que: l'influence de la rugosité variable sur la couche limite, la provocation de la turbulence par l'existence de l'obstacle, etc....

Ce travail est constitué de trois chapitres. Le premier chapitre a pour objectif de présenter une analyse bibliographique concernant la modélisation de la rugosité et les différents types de représentations cette rugosité. Les Paramètres de caractérisation des rugosités et les différents formes de rugosités sont aussi présentés. La relation rugosité-perte de charge linéaire dans le régime laminaire et le régime turbulent est encore illustré dans un deuxième temps.

Le deuxième chapitre donne une présentation des écoulements turbulents. Une description détaillée sur les différents modèles de turbulence, les équations fondamentales de la dynamique des fluides, ainsi que les trois approches numériques adoptées pour modéliser la turbulence est ensuite donnée. Les diverses méthodes utilisées en mécanique des fluides pour une résolution numérique des équations différentielles, notamment la méthode des volumes finis sera présentée d'une façon très détaillée. Le dernier chapitre présente dans un premier lieu une description du code de calcul utilisé (ANSYS CFX) qui est destiné pour la simulation numérique de notre problème étudié. Le but est de contrôler les zones de recirculation en fixant une rugosité variable. Afin de faire varier cette rugosité, 4 barrettes de hauteurs $0,25H$, $0,5H$, $0,75H$ et H ont été placées en aval de l'obstacle ; H est la hauteur de l'obstacle. Une discussion détaillée des résultats obtenus est donnée par la suite.

Chapitre I

Analyse bibliographique

Introduction

Ce chapitre a comme objectif de présenter une analyse bibliographique concernant la modélisation de la rugosité et les différents types de représentations cette rugosité. Les Paramètres de caractérisation des rugosités et les différents formes de rugosités sont aussi présenté. La relation rugosité-perte de charge linéaire dans le régime laminaire et le régime turbulent est encore illustré dans un deuxième temps.

1.1 Modélisation et représentations de la rugosité

1.1.1 Etats de surface

Toute surface quelque soit sa nature présente une certaine rugosité de surface comme la montre la figure I.1. La géométrie réelle comporte deux défauts: un défaut mésoscopiques appelés ondulations et un défaut microscopique appelé rugosité [1], [2].

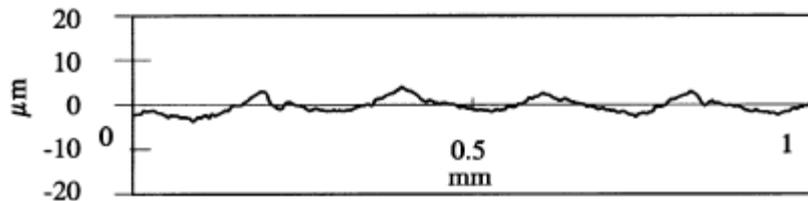


Fig. I.1 : Modélisation d'une rugosité de surface]

1.1.2 Caractéristiques de la rugosité

Il existent trois types pour caractériser la rugosité: paramètres d'amplitude, paramètres d'espacement et les paramètres hybrides [3],[4].

U autre paramètre pertinent est largement utilisé, c'est la rugosité moyenne R_a . Elle caractérise l'écart moyen du profil des rugosités par rapport à la ligne moyenne de référence, elle est donnée par:

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |y(x)| dx \quad \text{ou} \quad R_q = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^n |y_i| \quad (I.1)$$

où L est la longueur d'évaluation et $y(x)$ est l'ordonnée d'un point du profil d'abscisse x .

La rugosité quadratique moyenne ou rugosité R_q , qui définit la déviation standard de la distribution des hauteurs des profils :

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L y(x)^2 dx} \quad \text{ou} \quad R_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (1.2)$$

Ces deux paramètres ne dépendent pas uniquement de la géométrie, mais dépendent aussi de la précision des instruments de mesure de la rugosité [5], [6]. Ces deux rugosités (rugosité moyenne et rugosité quadratique) dépendent de la longueur de relevés de mesure [6],[7].

Qualitativement, si deux sommets consécutifs de surface est strictement inférieure à 500 μm on parle d'une de rugosité. Au-delà, de 500 à 2500 μm , on parle d'ondulation (figure I.2),[8].

D'une façon générale, la rugosité quadratique moyenne est utilisée dans la définition de la rugosité composite en fonction de son épaisseur réduite A pour des surfaces non corrélées entre elles [9]. En effet $A = h_m / \Sigma$. h_m représente l'épaisseur moyenne de l'interface et $\Sigma = \sqrt{R_{1q}^2 + R_{2q}^2}$ où R_{iq} représente la rugosité quadratique moyenne de la surface i [10], [11], et [12].

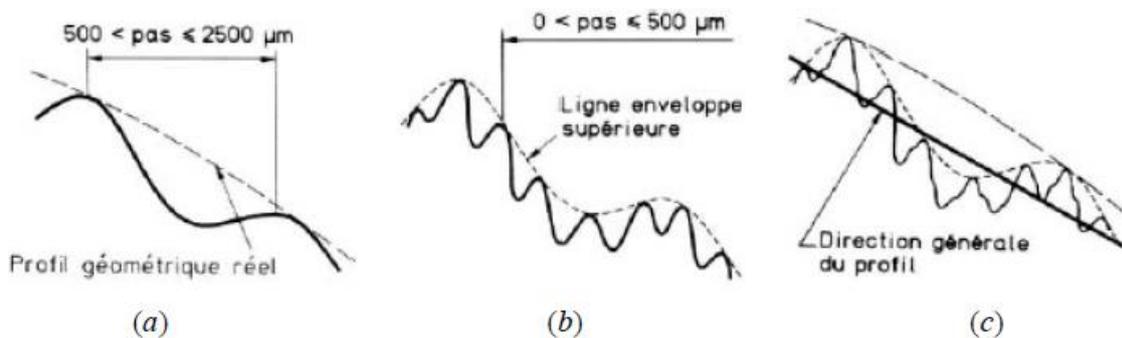


Figure I.2 : Défaut géométrique : (a) ondulations, (b) rugosités et (c) profil total.

1.1.3 Représentations des aspérités

Les rugosités sont souvent représenté sous forme de rangées d'aspérités rigides hémisphériques. Cette représentation est très utilisée dans la tribologie selon [13]. Parfois, la rugosité est représenté par des aspérités triangulaires [14], [15].

1.1.3.1 Rugosités sinus

Ce type de rugosité est purement mathématique (figure I.3) car il est plus facile de formuler une équation pour une surface sinus qu'une surface en dents de scie [16], [17], [18], [19]. Chang [20] donne Une idée sur la modélisation du contact lubrifié. Il explique pourquoi la modélisation considère généralement une surface lisse glissante et l'autre rugueuse fixe rassemblant la rugosité des deux surfaces de l'interface. Cela simplifié les calculs, [20].

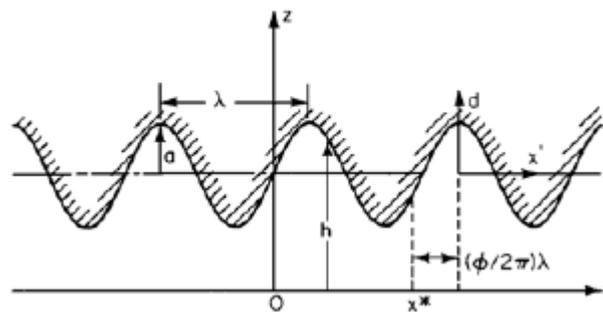


Fig. I.3 : Représentation d'une rugosité sinusoïdale.

1.1.3.2 Représentation triangulaire

La représentation triangulaire est très complexe car chaque pente d'aspérité représente une équation inversement à la représentation sinus. Ce type de représentation est peu utilisé pour représenté la rugosité de surface. La représentation triangulaire est utilisé par exemple par [14], [21] et [22] qui modélisent l'écoulement entre une paroi lisse glissante et une paroi rugueuse en dents de scie en utilisant les équations de Navier-Stokes.

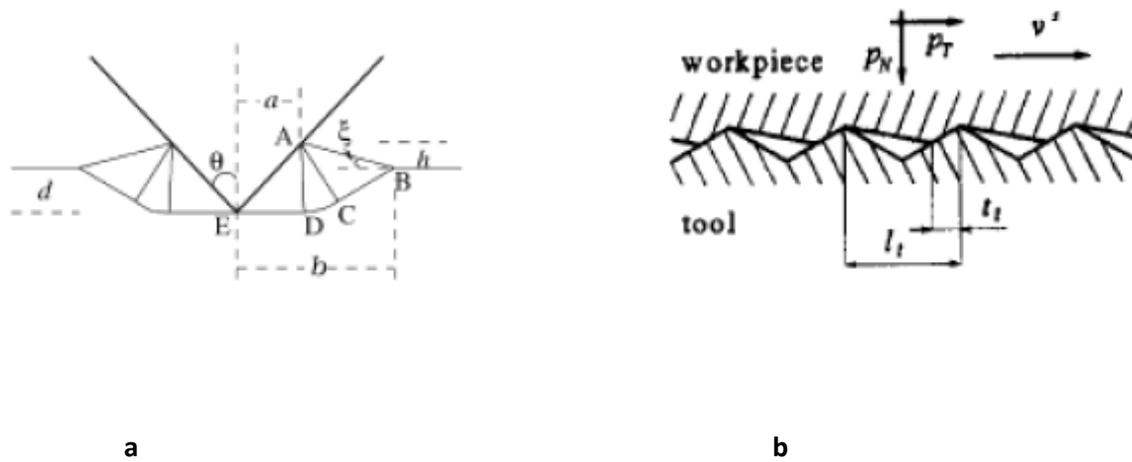


Figure 1.4 : a : Aspérité en forme de dents de scie b : Contact rugueux.

La représentation triangulaire est très utilisée pour l'étude du régime mixte voire frontière. Les rugosités triangulaires ont été utilisées par [23] pour l'étude de l'aire réelle de contact dans le cas de l'écoulement plastique des aspérités [23]. De même, [24] introduit la notion d'aspérités triangulaires à pente constante ou à volume constant (figure 1.5).



Figure 1.5 : Représentation des aspérités triangulaires.

1.1.3.3 Représentation fractale de la rugosité

Les surfaces de nature fractale ont été étudiées par [5]. Cette technique permet la caractérisation des rugosités avec des paramètres indépendants de l'échelle de mesure. Ceci permet la détermination des caractéristiques de la surface pour toutes les longueurs de relevés de mesure [7]. Cette théorie a été appliquée pour des rugosités isotropiques par [5]. La fonction de la rugosité est donnée par :

$$Z(x) = G \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2\lambda\gamma^n x)}{\gamma^{(2-D)n}} \quad \text{avec } 1 < D < 2 \text{ et } \gamma > 1 \quad (\text{I.3})$$

La variable γ représente les modes de fréquence discrets, M , est la basse fréquence de coupure du profil, D est la dimension fractale du profil et G le coefficient d'échelle. D'après Wu [6], la fonction de la rugosité fractale n'est pas applicable pour le cas bidimensionnel, [25] donne une comparaison entre la rugosité fractale et une rugosité modélisé par un polynôme de degré m et rugosité basée sur les séries de Fourier (figure I.6). Dans son étude utilisant une simulation éléments finis, il révèle que si l'utilisation d'un polynôme lisse un peu trop les aspérités et que les séries de Fourier peuvent donner des profils aussi complexes que ceux reproduits des fractals. Néanmoins selon lui, une description bidimensionnelle de surface à l'aide des séries de Fourier est facile à mettre en œuvre.

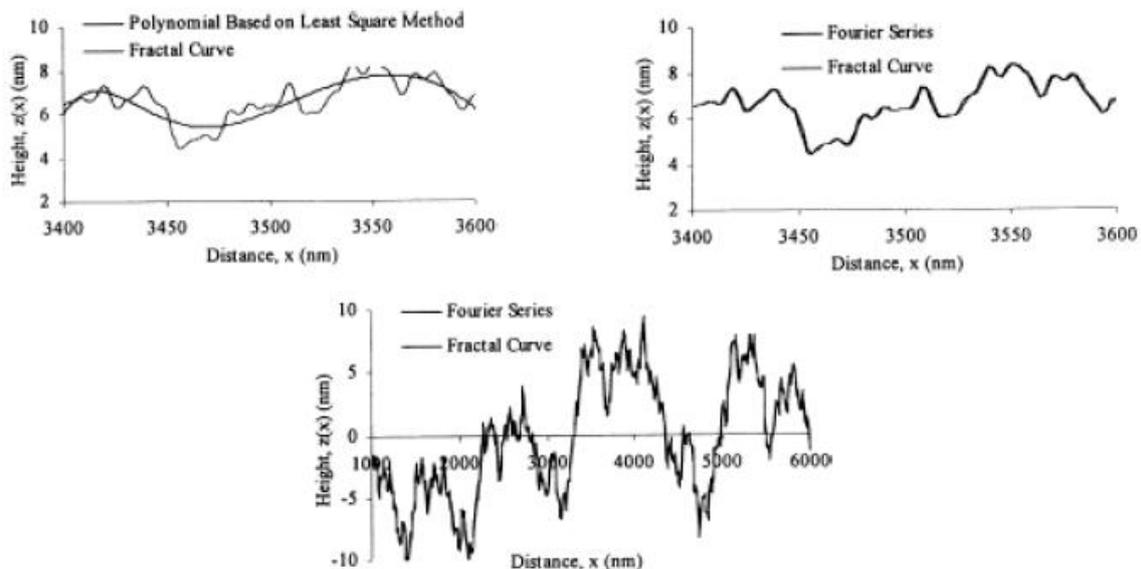


Figure I.6 : Comparaison entre une rugosité modélisé par un polynôme, des séries de Fourier et des fractals.

1.1.3.4 Autres formes de rugosités

D'autres formes de rugosités particuliers existent. On cite comme exemple, le profil pseudo gaussien développé par [26],[27],[9] (figure 1.7.a). On trouve aussi des rugosités de surface tournée à l'aide d'aspérités dont les vallées sont hémicirculaires dans le plan axisymétrique (figure 1.7.b), [28],[29]. De même, [30], [31] modélisent les rugosités par des rectangles (figure 1.8).

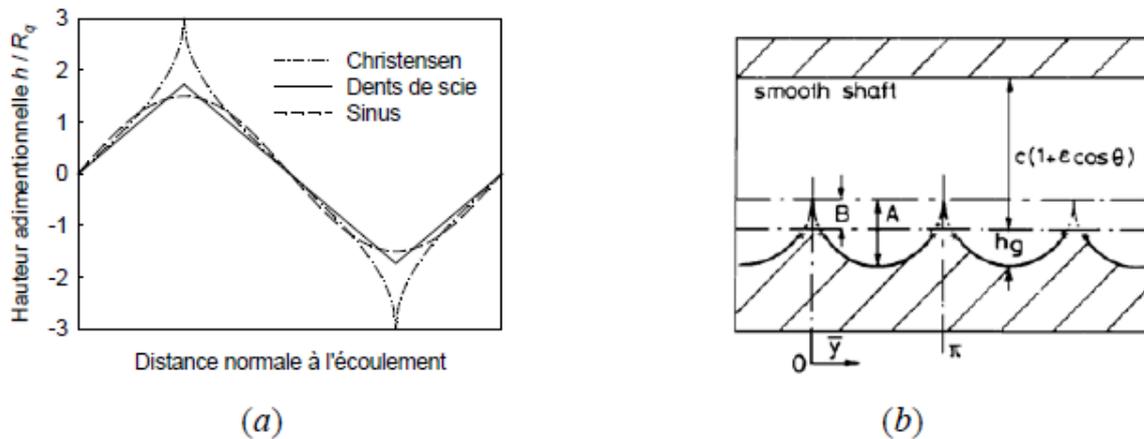


Figure 1.7 : Représentations particulières de rugosités :

- b) : Profils de surfaces longitudinales
- c) : Aspérités d'une surface tournée.

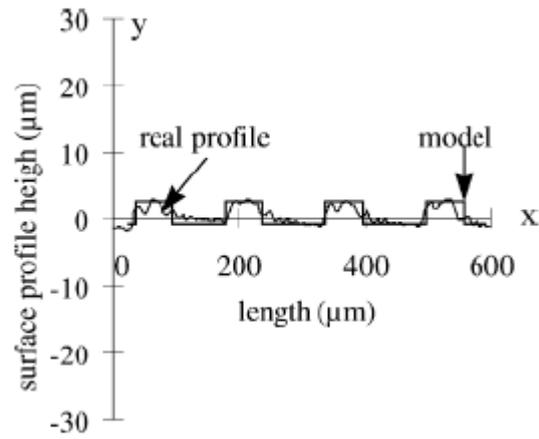


Figure I.8 : Rugosités rectangulaire.

Des formes de rugosités plus complexes ont été développées. On trouve aussi des travaux qui utilisent un modèle de rugosité tridimensionnelle [32], (figure I.9). Dans une autre étude, [33] propose un modèle de rugosité pyramidale tridimensionnelle (voir figure I.10).

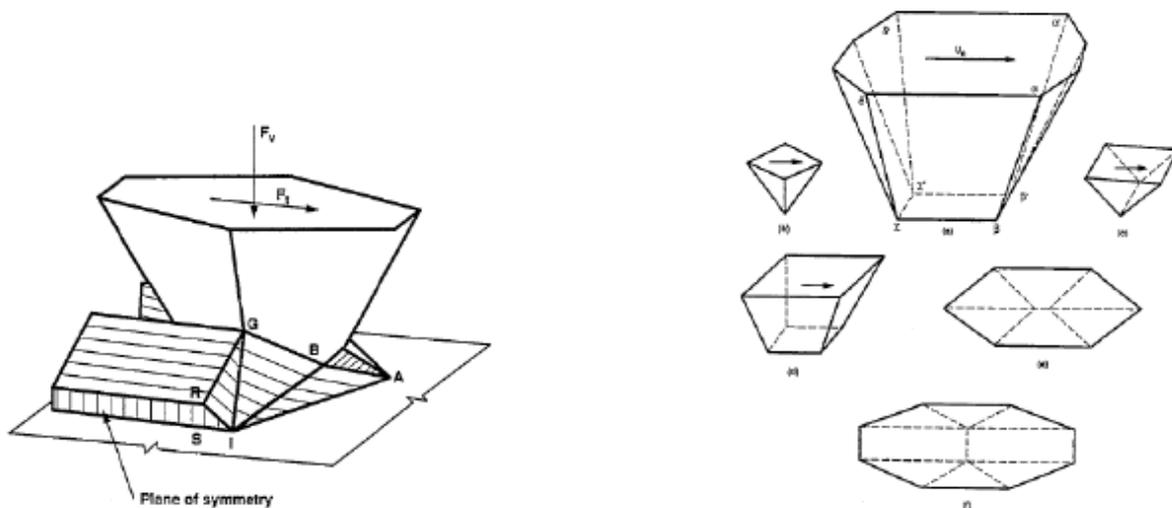


Figure I.9 : Modèle de rugosité tridimensionnelle.

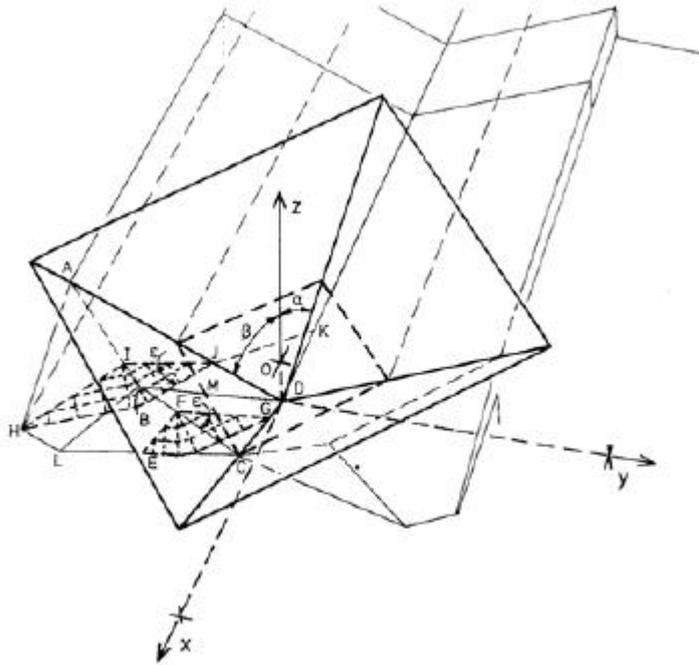


Figure I.10 : Modèle de rugosité pyramidale tridimensionnelle.

Un autre auteur, [34] propose un modèle de rugosité très pertinent, (figure I.11). Dans cette représentation, les rugosités sont représentées par des hémisphères de même rayon et qui suivent une distribution gaussienne des hauteurs des aspérités. Ce modèle de rugosité est très utilisé pour déterminer la conductance thermique de contact, [35], [36]. Une synthèse globale sur ce type de modèle est donné par [37].

D'autres représentations statistiques existent. La modélisation stochastique a été très développée après les travaux de [38]. Ces auteurs ont introduit la notion de facteur d'écoulement sur la lubrification des surfaces rugueuses. Un aperçu général sur ce type de modélisation est donné par [39].

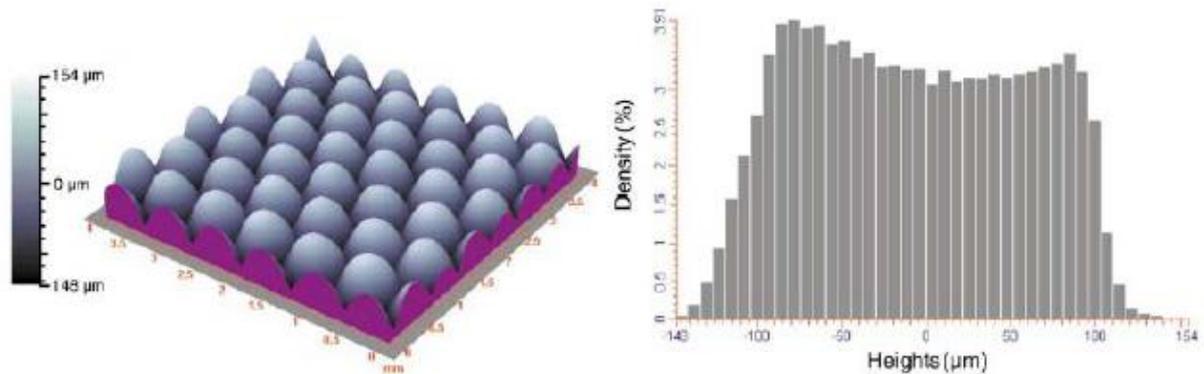


Figure I.11 : Modèle de rugosité hémisphérique et densité de distribution des hauteurs des aspérités

1.1.3.5 Simulation de la rugosité par les méthodes numériques

Plusieurs travaux qui s'appuient sur les simulations numériques ont modélisés la forme des rugosités. On peut citer les travaux de [40] qui décrivent la rugosité sinusoïdale mais cette fois-ci en utilisant un maillage de type éléments finis (figure I.12). On trouve aussi les travaux de [41] qui modélisent les rugosités de forme quasi triangulaires. D'autres auteurs, [42] utilisent des rugosités de formes variées (figure I.13). Des investigations sur les rugosités triangulaires ont été données par [43]. Les formes de rugosités tridimensionnelles et hémisphériques ont été données par [44], (figure I.14).

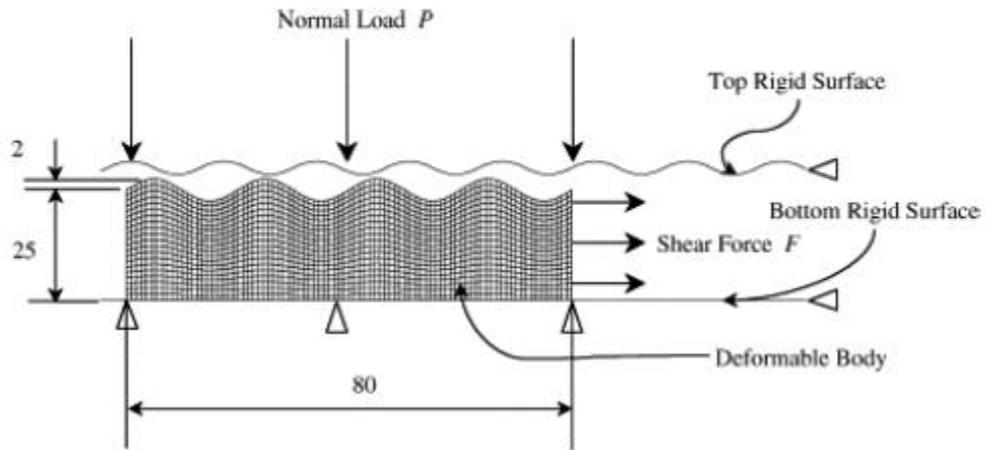


Figure I.12 :Modélisation de rugosité sinusoïdale par éléments finis.

On retrouve aussi d'autres études avec une modélisation explicite de la rugosité, [45], [46] (figure I.15).

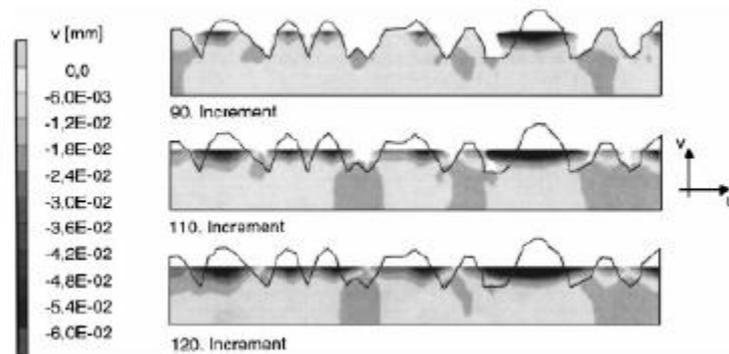


Figure I.13 : Rugosités de formes variées.

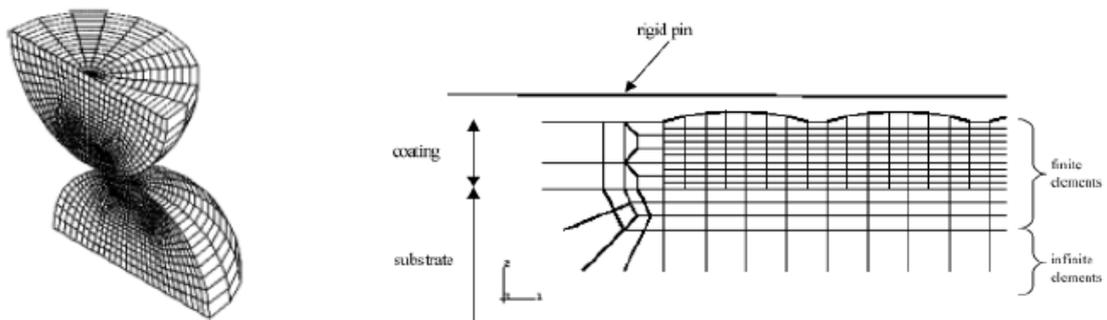


Figure I.14 : Rugosités hémisphériques

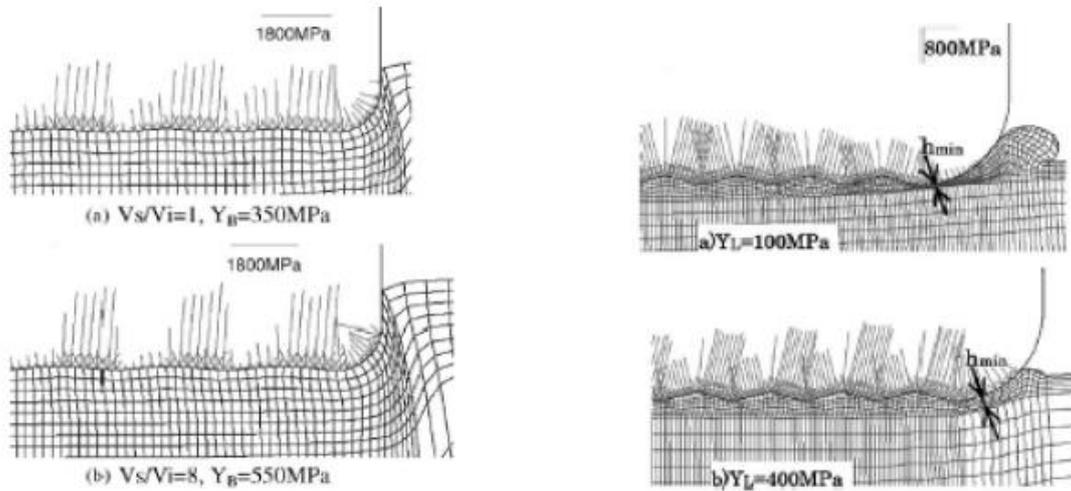


Figure I.15 : Modélisation explicite de la rugosité

I.2 Rugosité et perte de charge linéaire

I.2.1 Perte de charge linéaire pour un régime laminaire

Dans le régime laminaire les lignes de courant sont rectilignes; il n'existe pas de la turbulence car les forces de viscosité sont prépondérante dans l'écoulement.

La loi des vitesses est parabolique (figure I.16) cela veut dire que la couche limite laminaire enveloppe toute de conduite. La vitesse est maximale au centre et nulle au niveau des parois de la conduites

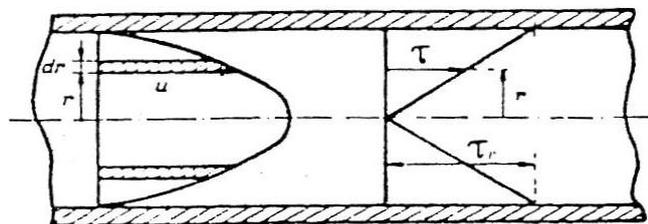


Figure I.16 : Profil de vitesse dans une conduite

La contrainte de paroi τ_p est donnée par la relation suivante :

$$\tau_p = \frac{R}{2} \frac{dP}{dx} \quad (1.4)$$

Une forte relation existe entre un certain coefficient appelé coefficient de frottement C_f entre les couches fluides et les parois de la conduite. Ce coefficient est exprimé comme suit:

$$C_f = \frac{\tau_p}{(\rho U^2)/2} \quad (1.5)$$

Si on tient compte des formules (1.2.1) et (1.2.2), l'expression de coefficient de frottement sera donc :

$$C_f = \frac{16}{(\rho U D)/\mu} \quad (1.6)$$

Ou bien
$$C_f = \frac{16}{Re} \quad (1.7)$$

La relation entre le coefficient de perte de charge linéaire λ et le coefficient de frottement C_f est exprimé par :

$$\lambda = 4C_f \quad (1.8)$$

Comme cas particulier important, le coefficient de perte de charge linéaire pour un régime laminaire pour une conduite cylindrique est exprimé par :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (1.9)$$

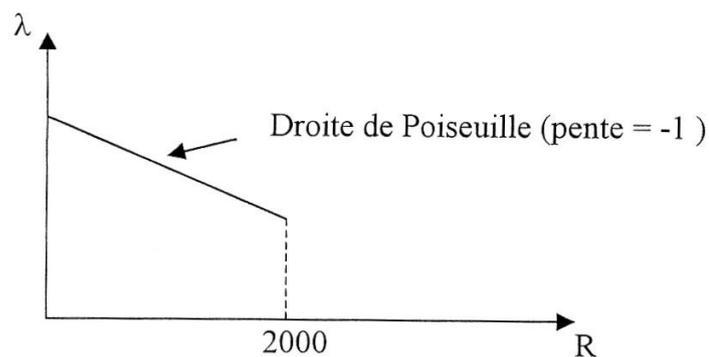


Figure I.17 : Expression du coefficient de perte de charge linéaire pour un régime laminaire

1.2.2 Perte de charge linéaire dans le cas d'un régime turbulent

Si les lignes de courant commencent à onduler (fig. I.4.2 (b)), l'écoulement devient presque turbulent, il est dit transitoire. Cela est dû principalement à l'augmentation de la vitesse de l'écoulement. Cela conduit à une augmentation brusque de la différence de pression.

Si on accroît encore la vitesse d'écoulement, on constate la naissance des tourbillons et les lignes de courant cèdent leur place à un désordre total des particules fluides. L'écoulement sera dans ce cas turbulent.

I.2.2.1 Régime pleinement lisse et régime pleinement rugueux

Une paroi n'est jamais lisse, elle présente toujours des aspérités. Dans plusieurs expériences on constate que le coefficient de frottement est indépendant de la nature de la paroi. Mais toute fois, Pour une paroi est toujours rugueuse quelque soit son état de surface. Le coefficient de frottement dépend uniquement du seul paramètre qui est le nombre de REYNOLDS si ce dernier est inférieur à un nombre R_1 qui est caractéristique de la nature de la paroi où les aspérités ont une forme géométrique bien spécifique. Si le nombre de Reynolds est supérieur à une valeur $R_2 > R_1$, (cette valeur dépend aussi de la paroi), le coefficient de frottement ne dépend pas du nombre de Reynolds.

Si la paroi a des aspérités géométriquement semblables, on peut définir une grandeur caractéristique de ces aspérités appelé hauteur moyenne des aspérités ϵ .

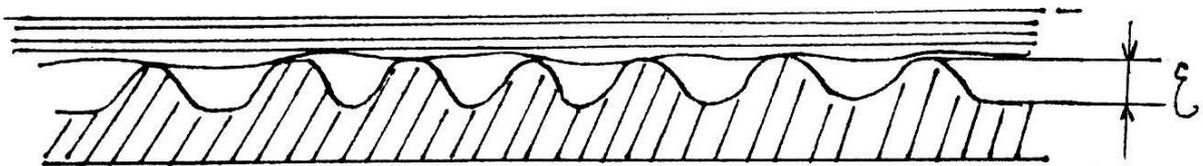


Figure I.18: Régime hydrauliquement lisse

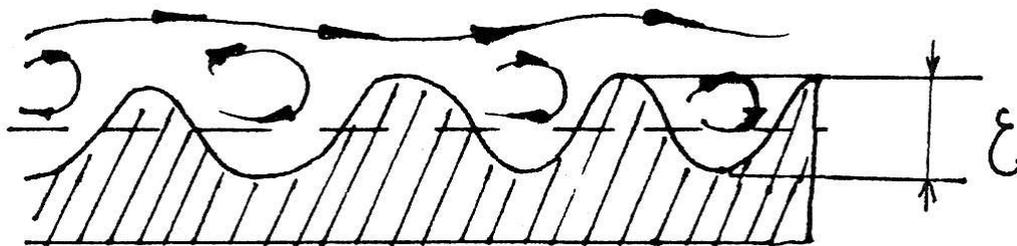


Figure I.19: Régime hydrauliquement rugueux

I.2.2.2 Régime hydrauliquement lisse

Plusieurs corrélations existent pour exprimer la perte de charge linéaire pour le cas d'un régime hydrauliquement lisse.

Pour ce régime d'écoulement, le coefficient des pertes de charges est entièrement déterminé par le nombre Reynolds, inversement au régime d'écoulement rugueux où le coefficient de perte de charge linéaire dépend aussi de la rugosité de la paroi. Citons quelques formules fondamentales:

I.2.2.2.1 Formule de Von Karman :

Von Karman propose la formule suivante [47] :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (\text{I.10})$$

Cette formule s'applique pour un nombre de Reynolds inférieur à 10^5 ($\text{Re} < 10^5$). Cette formule peut être présentée par un abaque et cela en posant les changements de variable suivants :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = x \quad (\text{I.11})$$

De ce fait, la formule (I.2.7) devient :

$$x = 2 \log \frac{\text{Re}}{x} - 0.8 \quad (\text{I.12})$$

$$\text{ou bien} \quad \frac{x}{2} = (\log \text{Re} - 0.4) - \log x \quad (\text{I.13})$$

La variable x est déterminée par une méthode graphique.

I.2.2.2.2 Formule de BLASIUS

La formule de Blasius, [48] pour le calcul de coefficient de perte de charge linéaire est donnée par:

$$\lambda = 0.316 \text{Re}^{-1/4} \quad (\text{I.14})$$

ou bien encore :

$$\lambda = (100 \text{Re})^{-1/4} \quad (\text{I.15})$$

La formule de Blasius n'est applicable que pour le cas d'un régime turbulent lisse et pour un nombre de Reynolds inférieure à 20000.

Toute fois, on peut donné une seule expression englobant toutes les formules relatives aux pertes de charge par frottement dans le cas des écoulements turbulents lisses:

$$h_{pt} = \rho \frac{Q^2 L}{d^5} \quad (I.16)$$

Le tableau ci-dessous exprime les valeurs du coefficient de perte de charge linéaire λ pour des nombres de Reynolds compris entre 1500 et 20000.

Tableau (I.1) : Valeurs de λ pour quelques nombres de Reynolds. [49]

Re	Blasius		Von Karman - Colebrook		ρ Conseillé
	Λ	ρ	λ	ρ	
1500	0,0426	0,273	0,0426	0,273	0,275
2100	0,0467	0,298	0,0480	0,307	0,310
3000	0,0427	0,273	0,0435	0,278	0,280
5000	0,0376	0,240	0,0380	0,243	0,250
10000	0,0316	0,202	0,0310	0,198	0,200
20000	0,0265	0,170	0,0260	0,166	0,170

I.2.2.3 Régime hydrauliquement rugueux

D'une façon générale, les parois des conduites sont rugueuses. De ce fait, la valeur moyenne des aspérités ε est le paramètre caractéristique de la rugosité, (figure I.19). Pour le cas d'interaction entre l'effet de la turbulence avec l'effet de la couche limite laminaire qui recouvrent les aspérités, le régime est considéré comme hydrauliquement lisse.

Si l'effet de la turbulence augmente (le nombre de Reynolds croit), la couche limite devient turbulente. La couche limite n'as pas d'effet important sur la nature de l'écoulement. Le régime est donc hydrauliquement

rugueux. Les vitesses dans ce cas sont identiques et la distribution de ces vitesses ne sera plus parabolique (figure I.20).

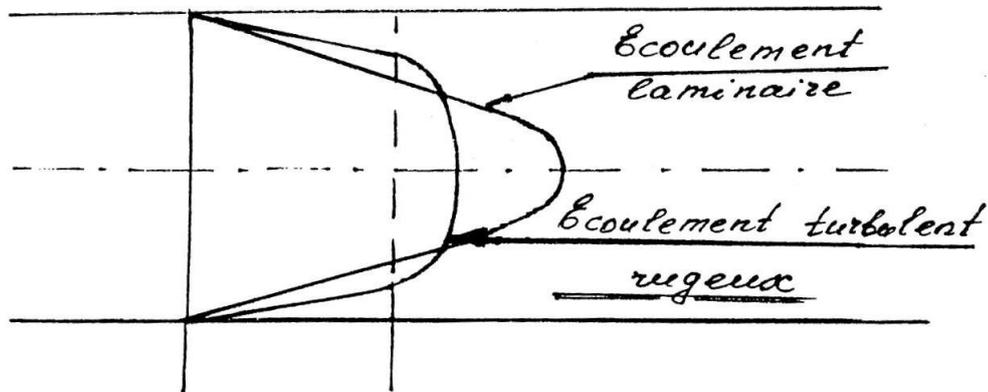


Figure I.20 : Profil des vitesses

I. NIKURASDE a étudié la variation du coefficient de perte de charge linéaire sur des conduites artificiellement rugueuses. La rugosité est générée par des grains de sable collés sur les parois de l'obstacle.

I. NIKURASDE utilise des coordonnées logarithmiques, le coefficient de perte de charge est exprimé en fonction du nombre de Reynolds pour une variation de valeur de rugosité relative ε/D (ε diamètre des grains de sable et D représente le diamètre de la conduite), (figure I.21).

Le diagramme de I. NIKURASDE nous permet de constater les choses suivantes :

- Si l'écoulement est laminaire, la rugosité n'influe pas sur les pertes de charges linéaires et la valeur du nombre de Reynolds ne dépend pas de la rugosité relative.
- La rugosité n'influe pas le nombre de Reynolds critique Re_{cr} .
- Si le nombre de Reynolds est supérieur au nombre de Reynolds critique Re_{cr} , (pour des valeurs de Reynolds et de rugosité relative faibles), la rugosité n'influe pas sur les pertes de charges linéaires. Si le nombre Reynolds augmente encore plus, les pertes de charges linéaires seront influencées par la rugosité.
- Si le nombre de Reynolds est très supérieur au nombre de Reynolds critique Re_{cr} , le régime d'écoulement est considéré comme régime turbulent rugueux et le coefficient devient constant pour une rugosité relative donnée.

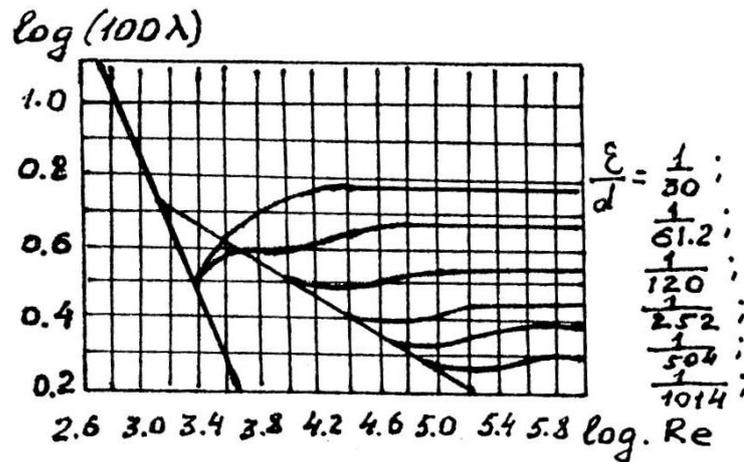


Figure I.21 : Courbe de NIKURASDE

On distingue cinq zones relatives à trois régimes d'écoulement dans une courbe de NIKURASDE et pour une valeur moyenne de la rugosité (figure I.21) :

- ♦ Première zone : L'écoulement est laminaire. Pour ce cas de régime les lignes de courant conservent leurs individualités ; les agitations moléculaires sont affaiblies par la viscosité ; le coefficient de perte de charge λ aura comme expression :

$$\lambda = f(\text{Re}) = \frac{64}{\text{Re}} \tag{I.17}$$

Cette équation correspond à une droite de pente négative, dite droite de POISEUILLE. Ce diagramme est représenté dans une échelle logarithmique.

- ♦ Deuxième zone : L'écoulement est transitoire, il passe du régime laminaire en régime turbulent.

- ♦ Troisième zone : le régime est turbulent lisse. Il s'établit pour une plage du nombre de Reynolds où la limite supérieure dépend de la rugosité des parois. Le nombre de Reynolds doit satisfaire le critère : $\text{Re} < 40D/\epsilon$.

Dans cette zone, la loi de BLASIUS est vérifiée.

$$\lambda = \frac{0.3164}{\text{Re}^{0.25}} \tag{I.18}$$

- ♦ Quatrième zone : appelé région de résistance avant quadratique. Le coefficient de perte de charge en cette zone est exprimé par:

$$\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{\epsilon}{D}\right) \tag{I.19}$$

Les limites approximatives de la zone sont comme suit :

$$40 \frac{D}{\varepsilon} < \text{Re} < 500 \frac{D}{\varepsilon} \quad (\text{I.20})$$

La formule d'AETCHOUL est utilisé dans cette zone, [50].

$$\lambda = 0.1 \cdot \left(1.46 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{100}{\text{Re}} \right)^{1/4} \quad (\text{I.21})$$

♦ Cinquième zone : le régime est turbulent rugueux ou bien de résistance quadratique : la perte de charge linéaire h_1 dépend uniquement du carré de la vitesse:

$$h_1 = \lambda \frac{1}{D} \frac{u^2}{2g} \quad (\text{I.22})$$

Le coefficient de charge linéaire pour ce cas dépend uniquement de la rugosité relative:

$$\lambda = f(\varepsilon/D)$$

A partir des expériences de I. NIKURASDE et L. PTANDT et KARMAN on peut trouvé une loi unique pour n'importe quel type de rugosité relatif à cette zone [51]

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2 \log \frac{D}{2\varepsilon} = 1.74 \quad (\text{I.23})$$

Le nombre de Reynolds doit satisfaire : $\text{Re} > 500 D/\varepsilon$.

Pour des parois rugueuses, la loi qui exprime la variation du coefficient de perte de charge linéaire λ avec le nombre de Reynolds est un peu différente.

La formule de WHITE-COLLEBROOK est très utilisée pour les calculs pratiques pour déterminer coefficient de perte de charge linéaire λ réels :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3.71 \cdot D} + \frac{2.51}{\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \quad (\text{I.24})$$

Les valeurs correspondantes à la rugosité ε pour différents natures de parois sont données par le tableau suivant [49]

Tableau (I.2) : Valeur de ε pour quelques matériaux de tuyaux. [49]

Matière du tuyau	ε [mm]
Tuyaux en acier, sans joint, à exécution soignée	0,02 ÷ 0,7
Tuyaux en acier, exploités	0,20 ÷ 0,5
Tuyaux en acier, exploités longtemps, rouillés	Jusqu'à 1
Tuyaux en fer, galvanisés	0,15 ÷ 0,18
Tuyau en fonte	0,25
Tuyaux en fonte, exploités	1,4

La formule universelle suivante est la formule la plus adaptée pour les calculs pratiques [49] :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A \cdot \text{Log} \frac{\text{Re}^m}{B + \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^n \cdot \text{Re}^m} \quad (\text{I.25})$$

Les coefficients A, B, m et n sont indiqués sur le tableau suivant :

Tableau (I.3) : Valeurs des coefficients de la formule (I.22) [50]

Auteur de la formule	A	B	m	N
A. ALTECHOUL	1,8	7	1	1
I. ISAVEN	1,8	6,8	1	1,11
N. FRENL	2,0	5,62	0,9	1
G. ADAMV	2,0	5,62	0,9	1
H. VALDN	2,0	6,1	0,915	1
G. FILNENKO	1,8	8	1	1

Il est à noter que si on utilise la formule d'ALTECHOUL dans les calculs, au lieu de prendre le coefficient ε , il faut faire le changement suivant : $\varepsilon_1 = 0.1 \varepsilon$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.8 \cdot \text{Log} \frac{\text{Re}}{7 + \frac{\varepsilon}{10 \cdot D} \text{Re}} \quad (\text{I.26})$$

Il existe d'autres formules simples et pratiques mais elles ne sont utilisées que pour des calculs moins précis et qui nécessite l'utilisation de la formule de Colebrook comme un estimé.

Brooks propose la formule suivante [50] :

$$\lambda = 0,00714 + 0,6104 \cdot \text{Re}^{-0.35} \quad (\text{I.27})$$

Et pour un nombre de Reynolds $\text{Re} < 4.7 \cdot 10^5$ Herman propose la formule suivante [50]

$$\lambda = 0,0054 + 0,395 \cdot \text{Re}^{-0.3} \quad (\text{I.28})$$

Pour un nombre de Reynolds : $10^5 < \text{Re} < 2 \cdot 10^6$

En guise de conclusion, on peut dire que la loi générale de WHITE-COLLEBROOK pour le calcul des pertes de charges est la plus utilisée pour les calculs pratiques du fait quelle est universelle. Cette formule est utilisée à la fois pour les pertes de charge en régimes turbulent lisse et en régime turbulent rugueux ainsi que dans la zone de transition. On peut trouvé aussi cette loi sous forme d'un abaque vu que sa forme mathématique compliquée.

L'inconvénient majeur de cet abaque c'est qu'il se trouve des cas qu'on utilise des valeurs intermédiaires entre celles existant déjà dans l'abaque ; cela répercute sur la précision du coefficient de perte de charge linéaire trouvée. La résolution mathématique de l'équation de Colebrook contourne ce problème.

chapitre II

Modélisation de la turbulence

INTRODUCTION

Ce chapitre a pour but de présenter les équations qui gouvernent l'écoulement autour d'obstacle en présence d'une rugosité variable. La turbulence générée par l'obstacle et par la rugosité variable est exprimés par des modèles de turbulences, dans le but de choisir le modèle adéquat. Les équations gouvernantes l'écoulement étudié sont: les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

II.1. Quelques exemples des écoulements turbulents

Les écoulements turbulents concernent un grand nombre des écoulements de fluides. On peut citer comme exemple : l'écoulement autour d'une aile d'un avion, d'une aube de turbomachine, les écoulements atmosphériques, tel que la dispersion de la fumée sortant d'une cheminée d'usine, les gaz d'échappement d'une voiture, l'écoulement du vent dans une « rue canyon » etc... La modélisation de la turbulence est très complexe et nécessite une puissance de calculs très développée pour pouvoir se rapproché de la réalité de l'écoulement turbulent.

II.2. Définition de la turbulence

La turbulence est un mode d'écoulement d'un fluide dans lequel, en plus du mouvement moyen, il apparait un mouvement d'agitation aléatoire. La turbulence génère un transfert de matière s'effectuant dans des directions différentes de la direction moyenne d'écoulement.

L'état désordonné créé par l'apparition de la turbulence au sein de l'écoulement est une conséquence de l'augmentation de la vitesse du fluide.

Osborne Reynolds, a introduit un nombre, qui porte son nom (nombre de Reynolds) pour différentier les trois régimes d'écoulements laminaire, transitoire et turbulent. Ce nombre adimensionnel représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de frottement qui s'exerce sur le fluide, il est donné par:

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (II.1)$$

Avec U : vitesse de l'écoulement

L : longueur caractéristique de l'écoulement moyen

ν : viscosité cinématique

La turbulence, se développe aux nombres de Reynolds relativement élevés (Re

>2300), pour le cas d'écoulement internes et $Re > 5 \cdot 10^5$ pour les écoulements externes. Ce nombre adimensionnel est une propriété de l'écoulement et non pas du fluide. La turbulence contribue à l'augmentation du taux de transport à l'intérieur du fluide. En effet, en plus des termes de diffusion (diffusion de quantité de mouvement, diffusion de chaleur...etc.) apparaît un nouveau taux appelé taux ou terme turbulent.

II.3. Mécanisme de la cascade d'énergie

L'écoulement turbulent est un lieu de fluide où apparaissent des tourbillons de différentes tailles. Les grands tourbillons ont une basses fréquences et les petits tourbillons ont de hautes fréquences. Ces fréquences sont appelées un spectre. L'écoulement est turbulent si le nombre de Reynolds est important et la largeur du spectre est importante. Les tourbillons naissants au sein de l'écoulement sont liés par un mécanisme de transfert de l'énergie appelé cascade d'énergie où les tourbillons à grande énergie cinétique dissipe une partie de son énergie vers les tourbillons les plus petits, ces derniers absorbent et dissipent celle-ci vers d'autres tourbillons plus petits. (voir Figure II.1).

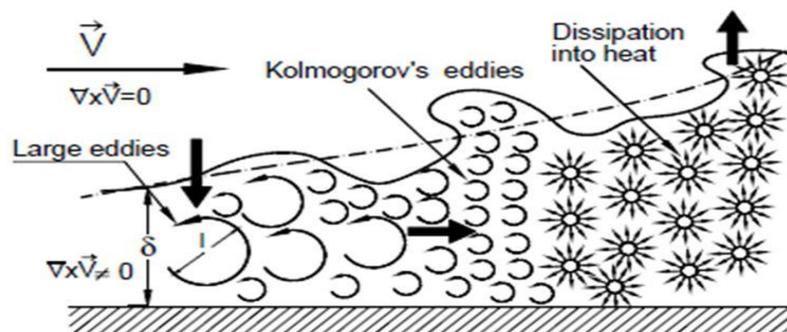


Figure II.1. Mécanisme de cascade d'énergie turbulente.

Les grands tourbillons soutirent leurs énergie de l'écoulement moyen, cela provoque la distorsion de ces tourbillons causés par les fortes gradients de vitesse moyenne dans l'écoulement. La turbulence est conservé car une grande partie de l'énergie cinétique est contenue dans les tourbillons de plus grande taille. L'excès d'énergie contenue dans ces gros tourbillons vas contribué à les scindés en tourbillons de plus en plus petits. L'énergie cinétique est donc transféré des tourbillons de grande taille vers ceux de petite taille jusqu'à ce que les forces visqueuses deviennent importante et dissipent cette énergie et la transforme en énergie thermique interne.

II.4. Équations de conservation pour un écoulement laminaire

Les équations de conservation pour un écoulement laminaire sont les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Elles s'écrivent (pour un écoulement laminaire, incompressible et non stationnaire) comme suit:

II.4.1. Équation de conservation de la masse

L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Ou} \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{II.3})$$

II.4.2. Équations de conservation de quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes)

L'équation de conservation de quantité de mouvement sans forces de volume est :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}P} + \nu \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{II.4})$$

La projection de cette équation suivant les différents axes donne :

Suivant x :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.4a})$$

Suivant y :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.4b})$$

Suivant z :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.4c})$$

Ou bien sous forme indicielle :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II.5})$$

II.4.3. Équation de conservation d'énergie

L'équation de conservation d'énergie d'un écoulement incompressible est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\rho C_p} \left[\lambda_t \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \Phi \right] \quad (\text{II.6})$$

T [K] : est la température

Soit sous forme indicelle :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p} \left(\lambda_t \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \Phi \right) \quad (\text{II.7})$$

Φ est la dissipation visqueuse (par frottement) à l'intérieur de fluide, donnée par :

$$\Phi = \sigma_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.8})$$

Où σ_{ij} est le tenseur des contraintes visqueuses du fluide, ayant par expression :

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (\text{II.9})$$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker : $\delta_{ij}=1$ si $i=j$

$\delta_{ij}=0$ si $i \neq j$

λ_t [W/m K]: Diffusivité thermique du fluide.

C_p [J/Kg. K] : Capacité spécifique de chaleur.

ρ [Kg/m³] : Masse volumique du fluide.

Pour un écoulement compressible (gaz parfait), les trois équations de conservations forment un système ouvert. L'équation d'état permet (qui relie la pression P , la masse volumique, et la température T : $P = \rho r T$) de fermé le système d'équations et aboutir à la

solution.

II.5. Équations de la turbulence

II.5.1. Théorie de Reynolds

Chaque grandeur turbulente est composée d'une valeur moyenne \bar{f} et une valeur fluctuante f' de telle sorte que :

$$f(t) = \bar{f} + f'(t) \quad (\text{II.10})$$

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} f(t) dt \quad (\text{II.11})$$

Δt est un intervalle de temps suffisamment grand pour donner une valeur moyenne correcte de \bar{f}

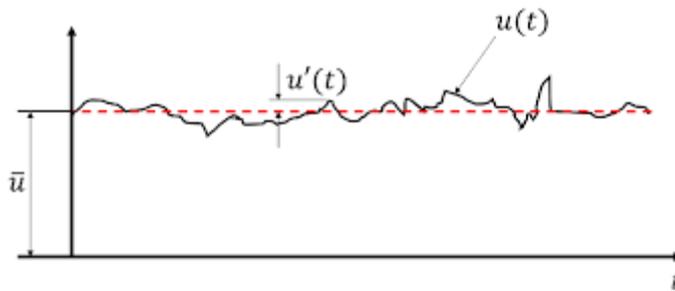


Figure II.2. Présentation de la grandeur moyenne et de la grandeur fluctuante.

Les propriétés suivantes sont applicables pour deux variables aléatoires $f = f(x, t)$ et $g = g(x, t)$ et une constante α :

$$\begin{aligned} \overline{f + g} &= \bar{f} + \bar{g} \\ \overline{f'} &= \bar{g'} = 0 \\ \overline{\alpha f} &= \alpha \bar{f} \\ \overline{fg} &= \bar{f} \bar{g} \\ \overline{\frac{\partial f}{\partial x_i}} &= \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} \\ \overline{\frac{\partial f}{\partial t}} &= \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Le produit de deux variables f et g est donné par:

$$\overline{f \cdot g} = \overline{f} \cdot \overline{g} + \overline{f' \cdot g'} \quad (\text{II.13})$$

La décomposition de la grandeur turbulente en grandeur moyenne et grandeur fluctuante nous permet de transformer l'équations de Navier Stokes aux équations de Navier Stokes moyennées appelées RANS (Reynolds averaged Navier Stokes Equations).

II.5.2. Équations moyennée (Équations de Reynolds)

Les grandeurs physique d'un écoulement turbulent (vitesse, pression et température), sont traitées comme des fonctions aléatoires de l'espace et dans le temps :

$$U_i(x,t) = \overline{U}_i(x) + u'_i(x,t) \quad (\text{II.15})$$

$$P(x,t) = \overline{P}(x) + P'(x,t) \quad (\text{II.16})$$

$$T(x,t) = \overline{T}(x) + T'(x,t) \quad (\text{II.17})$$

On appliquant la décomposition de Reynolds en grandeur moyenne et grandeur fluctuante pour la vitesse $U_i = \overline{U}_i + u'_i$, la pression $P = \overline{P} + P'$ et la température. $T = \overline{T} + T'$. cela nous permet de décomposer l'écoulement en écoulement moyen et de l'écoulement fluctuant.

Équation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{U_i + u'_i}) = 0 \quad (\text{II.18})$$

Par application de la décomposition ci-dessus à l'équation précédente, on aura :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.19})$$

Soit encore par soustraction, $\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0$ (II.20)

Équations de mouvement :

Pour les équations de Navier-Stokes, nous aurons :

$$\frac{\partial (\overline{U_i + u'_i})}{\partial t} + (\overline{U_j + u'_j}) \frac{\partial (\overline{U_i + u'_i})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\overline{P + P'})}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (\overline{U_i + u'_i})}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II.21})$$

En simplifiant l'équation (III -21), on obtient :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (\text{II.22})$$

Ou bien :

$$\rho \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (\text{II.23})$$

Équation d'énergie :

$$\frac{\partial (\overline{T + T'})}{\partial t} + (\overline{\bar{U}_j + u'_j}) \frac{\partial (\overline{T + T'})}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p} \left(\frac{\lambda_t \partial^2 (\overline{T + T'})}{\partial x_j \partial x_j} + \Phi \right) \quad (\text{II.24})$$

On simplifie l'équation (II.24), qui devient :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\rho C_p} \Phi \quad (\text{II.25})$$

Pr_t et μ_t sont respectivement le nombre de Prandtl turbulent et la viscosité turbulente.

Les équations (II.19) et (II.22) sont les équations de Reynolds et le terme $\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$ s'appelle le tenseur des contraintes de Reynolds.

Pour prendre en considération le terme de la turbulence dans l'étude du mouvement moyen, il faut rajouter aux vitesses moyennes, les contraintes τ_{ij} liées à l'agitation turbulente. Cette contrainte est appelée contraintes de Reynolds. Les équations de mouvement moyen ne sont plus fermées et pour caractériser le tenseur des contraintes turbulentes $\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$, il faudrait connaître à chaque point et à chaque instant les propriétés du mouvement d'agitation. Une approche statistiques est adopté, où $u'_i(\vec{x}, t)$ est présente une fonction aléatoire de la position et du temps.

II.5.3. Hypothèse de Boussinesq: Viscosité turbulente

On appliquant l'opérateur moyen aux équations gouvernantes, il apparaît des termes de corrélation entre les fluctuations de vitesse. Cela est reflété par le tenseur de Reynolds $\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$ qui donne le lien entre la grandeur moyenne et la grandeur fluctuante.

La fermeture de l'ensemble des équations impose la modélisation du terme τ_{ij} . L'introduction du terme de viscosité turbulente ν_t proposé par Boussinesq permet la conservation du tenseur de cisaillement pour modéliser la turbulence.

Les modèles qui sont basés sur le concept de la viscosité turbulente s'expriment sous la forme suivante :

$$\overline{u'_i u'_j} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{II.26})$$

Ou bien :

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{II.27})$$

Où : ν_t la viscosité turbulente

δ_{ij} le symbole de Kronecker : $\delta_{ij}=1$ si $i=j$

$\delta_{ij}=0$ si $i \neq j$

$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ Tenseur gradient de vitesse

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \text{ et } S'_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.28})$$

Les équations moyennées deviennent finalement :

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U}_j \overline{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^\circ}{\partial x_i} + \nu_e \left(\frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) \\ \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\rho C_p} \Phi \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

Pour un écoulement permanent $\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} = \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} = 0$

Avec :

ν_e la viscosité cinématique effective $\nu_e = \nu + \nu_t$

$P^\circ = \bar{P} + \frac{1}{3} \rho k$ la pression modifiée

Il faut souligné que la pression trouvé par cette résolution n'est pas la vraie pression moyenne mais la pression modifiée P° . On doit donc soustraire par la suite l'énergie cinétique turbulente moyenne à la pression obtenue par le calcul pour retrouver la pression moyenne.

Il faut noté aussi que le fait que ν_t , contrairement à la viscosité laminaire, ne présente pas une caractéristique du fluide mais c'est une propriété intrinsèque de l'écoulement, ce qui impose un calcul spécifique pour chaque type d'écoulement où la viscosité turbulente doit être modélisée.

II.5.4. Énergie cinétique moyenne du mouvement d'agitation

L'équation de Reynolds s'écrit :

$$\rho \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu \bar{S}_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (\text{II.30})$$

La soustraction de l'équation de Reynolds (II.30) de l'équation de Navier-Stocks (II.5), nous permet d'obtenir l'équation de la partie fluctuante de vitesse :

$$\frac{D u'_i}{D t} = -u'_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{P'}{\rho} \delta_{ij} + 2\nu S'_{ij} - u'_i u'_j + \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (\text{II.31})$$

En multipliant l'équation (II.31) par U_i et en moyennant, on obtient l'équation de bilan moyen de l'énergie cinétique du mouvement d'agitation $e_c = \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i}$:

$$\begin{aligned} \frac{D e_c}{D t} = \frac{\partial e_c}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial e_c}{\partial x_j} = & -\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{P' u'_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{e_c u'_j}) + \frac{\partial (2\mu \overline{S'_{ij} u'_i})}{\partial x_j} \\ & - 2\mu \overline{S'_{ij} S'_{ij}} - \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

Ou bien pour $k=e_c/\rho$:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_j} + \frac{1}{\rho} \overline{u'_j P'} \right) + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} - \overline{u'_i u'_j S'_{ij}} - \varepsilon \quad (\text{II.33})$$

Le terme ε est la dissipation par unité de masse et définie par la corrélation suivante :

$$\varepsilon = \nu \frac{\overline{\partial u'_i \partial u'_i}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{II.34})$$

Les résultats récents de la simulation numérique directe (DNS) [52] nous indique que le terme de diffusion de pression et de transport turbulent est assez petit, on peut supposé donc que:

$$\frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i u'_j} + \overline{P' u'_j} = - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (\text{II.35})$$

Où $\mu_t = \rho \nu_t$

Et σ_k est un coefficient de fermeture du modèle de turbulence

Les équations (II.33) et (II.35), nous permet d'écrire l'équation de l'énergie cinétique de turbulence qui est utilisée pratiquement dans tous les modèles de turbulence :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \mu_t / \sigma_k \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.36})$$

II.5.5. Concept de couches limites

La viscosité du fluide engendre des forces de viscosité, ces forces sont importantes au fur et a mesure que les gradients des vitesses sont très importants. Ces gradients de vitesse sont étroitement liés aux vitesses très faibles et se trouvent dans une région du fluide proche de la paroi contourné par ce fluide. Les contraintes de frottement sont donc importantes dans cette région appelée 'couche limite'.

La Figure II.3 montre le développement de la couche limite d'une plaque contournée par un fluide [53].

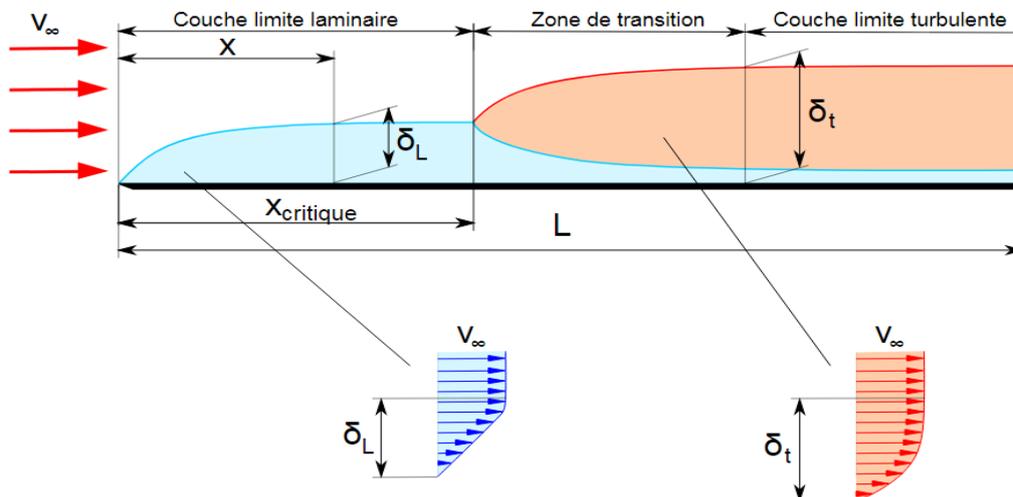


Figure II.3. Développement de la couche limite d'une plaque plane contournée par un fluide.

Les zones du profil de vitesse de la couche limite et de la sous couches limite visqueuse et la région logarithmique sont représenté par la Figure II.4 [54].

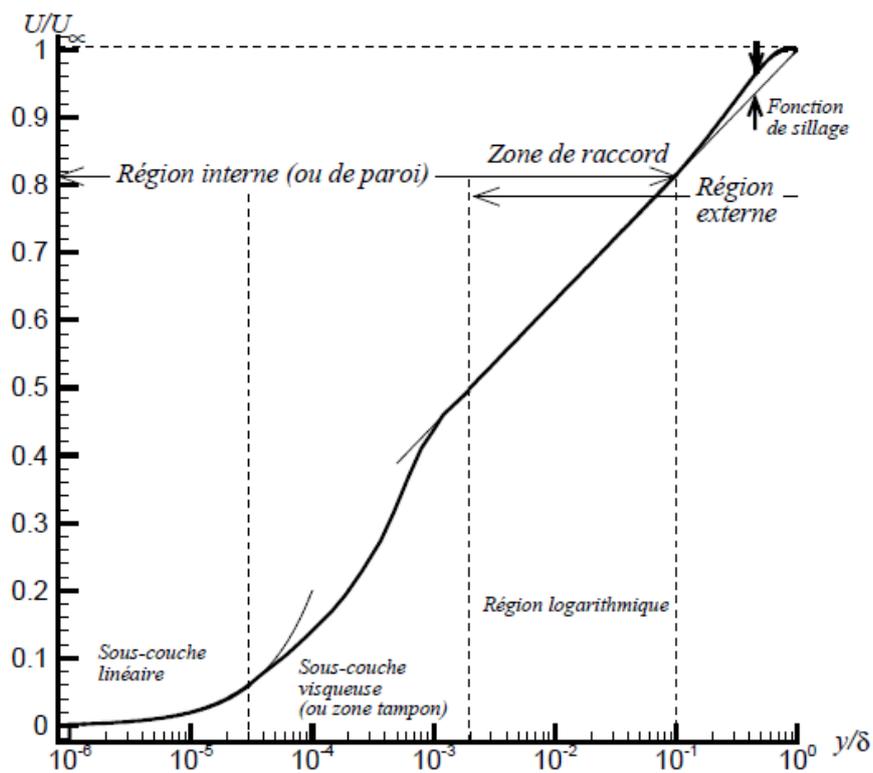


Figure II.4. Domaines et profils de vitesses dans la couche limite [55].

La couche limite est divisée au moins en deux régions :

- région interne.
- région externe.

A. Région interne (ou de paroi)

La zone proche de la paroi est décomposée en trois parties selon l'influence de la viscosité moléculaire.

A.1. La sous-couche linéaire

Il existe une autre zone très proche de la paroi en cette zone, où les contraintes turbulente sont négligeables et les effets de viscosité moléculaire sont prépondérants. Les conditions d'adhérence à la paroi imposent que $U(y=0) = 0 = u$, et le frottement total sera exprimé par :

$$\tau_p \approx \mu \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (\text{II.37})$$

Etant donné que le frottement total est constant, la vitesse moyenne sera écrite par :

$$U(y) = y \frac{\tau_p}{\mu} \quad (\text{II.38})$$

Le profil correspond à un profil linéaire. Il est exprimé en fonction de la distance à la paroi. Par analyse dimensionnelle, on peut exprimer la vitesse de frottement en fonction du frottement pariétal

τ_p :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (\text{II.39})$$

Cela nous permet de définir la vitesse adimensionnelle :

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau} \quad (\text{II.40})$$

et une distance adimensionnelle $y^+ = y \frac{u_\tau}{\nu}$ (II.41)

La loi linéaire s'écrit donc : $U^+ = y^+$ (II.42)

Cette loi linéaire est valable pour $y^+ \leq 5$

A.2. La zone tampon

Les effets visqueux diminuent devant le frottement turbulent en cette zone, mais on ne peut pas les négliger.

A.3. La zone logarithmique

En dehors de la zone tampon, le frottement pariétal disparaît devant la contrainte.

Donc :

$$\tau_p \approx -\rho \overline{u'_j u'_j} \quad (\text{II.43})$$

En utilisant la vitesse de frottement définie précédemment, on obtient pour la contrainte

de Reynolds ;

$$-\overline{u'_i u'_j} = u_\tau^2 \quad (\text{II.44})$$

La vitesse de frottement représente une échelle caractéristique des fluctuations de vitesse.

Comme la viscosité moléculaire n'intervient plus dans cette zone, il faut construire par analyse dimensionnelle, une expression pour $\frac{\partial U}{\partial y}$ avec les échelles déjà définies :

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{u_\tau}{ky} \quad (\text{II.45})$$

En intégrant, on obtient :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log(y^+) + C \quad (\text{II.46})$$

Où $\kappa = 0.41$ est la constante Von Karman, et $C \approx 5$ pour une paroi lisse. La région de validité de cette loi s'étend entre $40 \leq y^+ \leq 300$

B. Région externe

Cette région se diffère pour chaque écoulement. La vitesse dans la couche limite externe est de la forme :

$$\frac{U - U_\infty}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \left(\log\left(\frac{y}{\delta}\right) + D \right) \quad (\text{II.47})$$

Cette région se situe entre $0.15 \leq \frac{y}{\delta} \leq 1$

II.6. Modèles de turbulence

L'inconnue supplémentaire qui est la viscosité turbulente nous empêche de résoudre les équations déjà obtenues. Pour fermer les équations de Reynolds, on introduit des modèles de turbulence.

Une multitude de modèles de turbulence existent, on se contente par les modèles les plus usuels :

II.6.1. Modèle à zéro équation (modèle de longueur de mélange)

Dan ce modèle la viscosité turbulente, ν_t est obtenu par une expression algébrique exprimé par une vitesse caractéristique et une longueur caractéristique appelée 'longueur de mélange' :

$$\nu_t = \kappa u_\tau l_m \quad (\text{II.48})$$

Avec u_τ la vitesse de frottement :

$$u_\tau^2 = \nu \left. \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{II.49})$$

Et l_m la longueur de mélange donnée par la loi de Van Driest :

$$l_m = \kappa y \left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \right) \quad (\text{II.50})$$

Avec $\kappa = 0,41$ la constante de Von Karman, $A^+ = 26$ une constante.

Ce modèle est très utile car il permet de produire des résultats approximatifs très rapidement.

II.6.2. Modèle à une équation

II.6.2.1. Modèle de Prandtl

Prandtl a proposé la notion de dissipation ε en introduisant un coefficient de fermeture C_D , pour assurer la fermeture de l'équation de l'énergie cinétique. La dissipation devient alors : [56]

$$\varepsilon = \frac{C_D k^{3/2}}{l} \quad (\text{II.51})$$

l étant l'échelle de longueur de turbulence, cette échelle n'est pas universelle, elle doit être décrite pour chaque type d'écoulement en question. Elle est proportionnelle à l'épaisseur de l'écoulement, mais la constante de proportionnalité varie d'un écoulement à un autre.

On écrit alors une équation supplémentaire pour obtenir k , l'équation (II.36) devient :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - C_D \rho \frac{k^{3/2}}{l} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (\text{II.52})$$

$$\text{Ou : } \mu_t = \rho k^{1/2} l \quad (\text{II.53})$$

II.6.2.2. Modèle de Bradshaw, Ferriss et Atwell (1967) [57]

Dans le modèle de Bradshaw et al [57], la contrainte de cisaillement turbulent $\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j}$ est considérée comme équation de transport supplémentaire. Elle a l'avantage que sur une large section d'une couche limite, le rapport $\left| \overline{u'_i u'_j} \right| / k$ est sensiblement constant et égal à 0,3. Cela nous permet de se passer du schéma gradient avec viscosité de turbulence, et d'obtenir comme équation de fermeture de τ : [58]

$$\overline{U} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau}{a\rho} \right) + \overline{V} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{a\rho} \right) = \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\tau_{\max}}{\rho} \right)^{1/2} G \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\tau}{l} \right)^{3/2} \quad (\text{II.54})$$

Avec $a=0,3$.

L'échelle de longueur l , et le nombre adimensionnel G , sont déterminés expérimentalement. Ils dépendent de la distance transversale y/δ , où δ est l'épaisseur de couche limite. Ce modèle est mieux adapté pour les écoulements de types couches limites.

II.6.2.3. Modèle de Nee et Kovaszny (1969) [59]

Dans ce type de modèle, la viscosité turbulente est introduite comme équation de transport. Elle est déterminée empiriquement et elle prend la forme générale de bilan avec les termes d'advection, diffusion, production ou dissipation. Elle s'écrit, pour le cas de grand nombre de Reynolds, sous la forme :

$$\overline{U} \frac{\partial v_t}{\partial x} + \overline{V} \frac{\partial v_t}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial v_t}{\partial y} \right) + A v_t \left| \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right| - B \frac{v_t^2}{l^2} \quad (\text{II.55})$$

A et B étant deux constantes, et l représente l'échelle de longueur.

On peut dire que les modèles à une équation sont déterminés empiriquement, cela présente un inconvénient majeur pour ces types de modèles.

II.6.3. Modèle à deux équations

L'échelle de longueur est l'inconnue primordiale pour les modèles à une équation. s'avère souvent nécessaire d'utiliser une seconde équation pour déterminer l ou ε . Il y a de nombreuses possibilités, en voici quelques exemples :

- Kolmogorov 1942 [60]

$$\nu_t \approx k / \omega, l \approx k^{1/2} / \omega \text{ et } \varepsilon \approx \omega k + \text{équation pour } \omega$$

-Chou 1945 [61]

$$\nu_t \approx k^2 / \varepsilon \text{ et } l \approx k^{3/2} / \varepsilon + \text{équation pour } \varepsilon$$

- Rotta 1951 [62]

$$\nu_t \approx k^{1/2} / l \text{ et } \varepsilon \approx k^{3/2} / l + \text{équation pour } l \text{ ou une équation pour } kl$$

II.6.3.1. Modèle k-ε

Le modèle k-ε nécessite deux équations pour exprimer l'équation de la viscosité turbulente.. Ce modèle est très utilisé dans pour la simulation des écoulement turbulent. Une équation de ce modèle concerne l'équation de l'énergie cinétique k et l'autre, la dissipation turbulente ε .

Le modèle k-ε standard est exprimé par:

La viscosité turbulente :

$$\mu_t = \rho C_\mu k^{1/2} / \varepsilon \quad (\text{II.56})$$

L'équation de l'énergie cinétique turbulente:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.57})$$

Le taux de dissipation :

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.58})$$

Les coefficients de fermeture [63] :

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Le modèle k-ε a est très utilisé pour les écoulements cisailés, mais il s'adapte mal aux écoulements complexes (anisotropie forte, zones de recirculations, etc...).

II.6.3.2. Modèle k-ε RNG

Le modèle $k-\varepsilon$ RNG développé par le groupe de renormalisation Yakhot & Smith, 1992 [64] contribue à l'amélioration du modèle $k-\varepsilon$ surtout dans le cas où les taux de déformation sont très élevés. Les équations pour ce modèle sont données par :

La viscosité turbulente :

$$\nu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon \quad (\text{II.59})$$

L'énergie cinétique de turbulence :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.60})$$

Le taux de dissipation :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{2\nu_t \varepsilon S_{ij} S_{ij}}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - R + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{(\nu + \nu_t)}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.61})$$

Le terme R est donné par :

$$R = \frac{C_\mu \gamma^3 (1 - \gamma/\gamma_0)}{1 + \beta \gamma^3} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{II.62})$$

Où :

$$\gamma = \sqrt{2} S_{ij} k / \varepsilon \quad (\text{II.63})$$

Les valeurs des constantes [65] :

$$C_\mu = 0.085, C_{\varepsilon 1} = 1.42, C_{\varepsilon 2} = 1.68, \sigma_k = 0.72, \sigma_\varepsilon = 0.72, \gamma_0 = 4.38, \beta = 0.012$$

II.6.3.3. Modèle $k-\omega$

Le modèle $k-\omega$ présente aussi un modèle à deux équations. Il est très utilisé pour les écoulements près de la paroi. Ce modèle introduit l'énergie cinétique turbulente k et la fréquence de turbulence ω .

Le modèle $k-\omega$ standard se présente comme suit :

La viscosité turbulente :

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (\text{II.64})$$

La dissipation :

$$\varepsilon = C_\mu \omega k \quad (\text{II.65})$$

L'équation de l'énergie cinétique turbulente sera donc :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho C_\mu \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.66})$$

Le taux de dissipation spécifique ou fréquence turbulente :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = 2\alpha S_{ij} S_{ij} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.67})$$

Les valeurs des coefficients sont donnés par :

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 2, \sigma_\omega = 2, \alpha = 5/9 \approx 0.56, \beta = 3/40 = 0.075 \quad [66]$$

Ce modèle est très utilisé pour le cas des écoulements cisailés et libres. Il est aussi utilisé pour les faibles nombres de Reynolds, des différentes jets (plan, radial, ...etc.). De ce qui précède, il s'adapte mieux pour les écoulements internes.

II.6.3.4. Modèle SST $k-\omega$

Le modèle SST transport des contraintes de cisaillement turbulentes (Shear Stress Transport), est inspiré directement du modèle Standard $k-\omega$, [67]. Il à la robustesse et la précision de la formulation du modèle $k-\omega$ dans la région proche de la paroi avec le modèle $k-\varepsilon$ ainsi que tous les genres des écoulements libres loin de la paroi. La viscosité turbulente est modifiée pour ce modèle, pour prendre en considération l'effet du transport des contraintes de cisaillement turbulentes.

La formulation du modèle SST $k-\omega$ s'exprime par :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \rho C_\mu \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{II.68})$$

Le taux de dissipation spécifique :

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = 2\alpha\rho S_{ij}S_{ij} - \beta\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu_t + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1-F_1)\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{II.69})$$

La fonction de mélange F_1 est définie par :

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega L}, \frac{500\nu}{L^2 \omega} \right) \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} L^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (\text{II.70})$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (\text{II.71})$$

La viscosité turbulente est donnée par :

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, \sqrt{2} S_{ij} F_2)} \quad (\text{II.72})$$

La deuxième fonction de mélange est définie comme suit :

$$F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{C_\mu \omega L}, \frac{500\nu}{L\omega^2} \right) \right]^2 \right] \quad (\text{II.73})$$

Pour éviter l'accumulation de la turbulence des régions de stagnation, on utilise une production limitée :

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, 10 \cdot C_\mu \rho k \omega) \quad (\text{II.74})$$

$$P_k = \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.75})$$

Les constantes de modèle sont calculées en utilisant la fonction de mélange F_1 :

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (\text{II.76})$$

Les valeurs des constantes de modèles sont donnés par :

$$C_\mu = 0.09, \alpha_1 = 5/9, \alpha_2 = 0.44, \beta_2 = 0.0828, \sigma_{k1} = 0.85, \sigma_{k2} = 1.0, \sigma_{\omega 1} = 0.5, \sigma_{\omega 2} = 0.856$$

Le modèle SST $k-\omega$ est largement utilisé dans de nombreuses applications industrielles citons comme exemple, les fluides subissant des changements brusques, les écoulements de fluides autour des formes courbées ou dans les cas du décollement de la couche limite.

CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre, la formulation mathématique des équations régissant les écoulements des fluides ainsi que les différents modèles de turbulence. On a pu conclure que le modèle SST $k-\omega$ est le modèle le mieux adapté pour notre problème étudié. En effet, ce modèle combine la robustesse du modèle $k-\varepsilon$ pour les écoulements loin de la paroi de l'obstacle et de la rugosité, et la précision du modèle $k-\omega$ dans la région proche de la paroi. En plus il est plus adapté pour les écoulement dont il existe le décollement de la couche limite et pour le cas où le fluide subit des changements brusques pour les écoulement où existe des surfaces courbées.

Chapitre III

Présentation du code ANSYS CFX,

Résultats et discussions

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, on présente les méthodes numériques utilisées pour discrétiser les équations gouvernantes de l'écoulement autour d'obstacle en présence d'une rugosité variable. La méthode utilisée dans ce travail est la méthode des volumes finis. Le code ANSYS-CFX est utilisé dans notre travail et ce code utilise cette méthode pour la discrétisation et la résolution des équations qui régissent le problème étudié.

III.2. Méthodes numériques de discrétisation

Les équations qui gouvernent les problèmes de l'écoulement autour d'obstacle en présence d'une rugosité variable se sont des équations différentielles partielles. Trois méthodes classiques sont utilisées pour la discrétisation et la résolution:

- Méthode des différences finies.
- Méthode des éléments finis.
- Méthode des volumes finis.

Elles permettent de transformer les équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques (discrétisation) en suite la résolution numérique de ce système.

III.2.1. Méthode des différences finies

La méthode des différences finies est une technique courante de recherche de solutions approchées d'équations aux dérivées partielles qui consiste à résoudre un système de relations (schéma numérique) liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points suffisamment proches les uns des autres.

Cette méthode apparaît comme étant la plus simple à mettre en œuvre car elle procède en deux étapes : d'une part la discrétisation par différences finies des opérateurs de dérivation, d'autre part la convergence du schéma numérique ainsi obtenu lorsque la distance entre les points diminue.

III.2.2. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation variationnelle ou formulation faible, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation

aux dérivées partielles (ou EDP) sur un domaine compact avec conditions aux bords et/ou dans l'intérieur du compact. On parle couramment de conditions de type Dirichlet (valeurs aux bords) ou Neumann (gradients aux bords) ou de Robin (relation gradient/valeurs sur le bord). Il s'agit donc avant tout de la résolution approchée d'un problème, où, grâce à la formulation variationnelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée.

III.2.3. Méthode des volumes finis

Les méthodes de volumes finis de type éléments finis sont aussi très bien adaptées aux géométries complexes : le maillage étant composé d'éléments géométriques peut avoir des formes différentes (quadrangles, triangles, tétraèdres, hexaèdres, ...). Sur les éléments, les inconnues sont approximées avec des fonctions polynomiales.

L'équation discrète pour une inconnue est obtenue en intégrant les équations de transport sur des parties d'éléments associés à l'inconnue considérée. Tout comme pour les méthodes d'éléments finis, ces méthodes de volumes finis sont compatibles avec l'adaptation de maillages.

En ce qui concerne les méthodes de volumes finis classiques, le domaine peut être discrétisé avec des éléments convexes divers (quadrangles, tétraèdres...). Les inconnues sont approximées avec des fonctions constantes par volume de contrôle et une position de référence est associée à chacun des volumes. Les équations discrètes sont obtenues en intégrant les équations de transport sur les volumes de contrôle, les flux entre les volumes étant approximés avec des formules aux différences. Dans la pratique, pour les problèmes de convection-diffusion, les maillages sont essentiellement structurés. Pour toutes les méthodes de volumes finis (incluant les volumes finis de type éléments finis), les flux sont localement conservés lorsque les équations de transport sont écrites sous forme conservative et il est possible de tenir compte des propriétés physiques discontinues. Les schémas de cette famille ne sont toutefois pas compatibles avec l'adaptation de maillages : la qualité de la solution peut être dégradée par l'étirement des éléments.

On peut récapituler les avantages et les inconvénients des différentes méthodes numériques selon le Tableau III-1.

Tableau III-1. Comparaison des avantages et des inconvénients des différentes méthodes

numériques [68].

Méthode	Avantages	Inconvénients
Différences finies	Mathématiquement simple Facilité d'avoir des schémas élevés en termes d'espace et de temps.	La conservation de la masse n'est pas assurée
Éléments finis	Équations indépendantes pour chaque élément.	Complicquée en termes de formulation mathématique. Temps de résolution long.
Volumes finis	Simple en application pour les fluides. Assure la conservation de la masse.	Exactitude dépendante du maillage. Difficulté de construire des schémas numériques d'ordre élevé.

III.3. Méthode des volumes finis pour la résolution numérique

III.3.1. Présentation de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis consiste à discrétiser le domaine en cellules appelées volume de contrôle puis d'intégrer l'équation d'évolution sur chacun de ces volumes.

Chaque équation aux dérivées partielles est intégrée au sein d'un volume de contrôle ou maille de calcul, afin d'obtenir une équation discrète qui relie la valeur de la variable au centre, aux variables voisines. La maille de calcul est un volume dont la longueur caractéristique est le pas de discrétisation spatiale. Une fois la formulation mathématique du problème réalisée, ce pas de discrétisation est fixé de manière à assurer la précision des calculs et tient compte, en particulier, des conditions de stabilité numérique imposées par la valeur des gradients [68].

III.3.2. Maillage dans la méthode des volumes finis

Le domaine de calcul est subdivisé en un ensemble de volumes de contrôle. Ces volumes enveloppent tout le domaine de calcul, de telle façon que la somme de leurs volumes soit égale exactement au volume du domaine de calcul.

Un point est positionné au centre de chaque volume qui est appelé centre du volume de contrôle et sera noté P. Les nœuds des volumes voisins seront notés suivant leurs positions N, S, W, E, T, B (North, South, West, East, Top, Bottom) Figure III-1 :

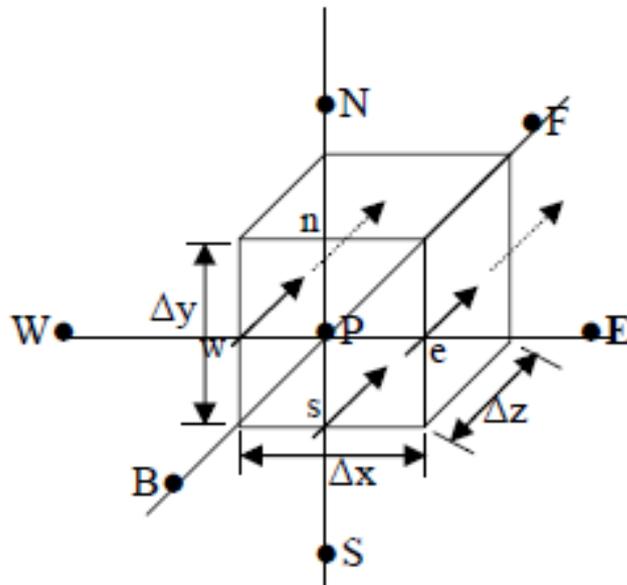


Figure III-1. Volume de contrôle

III.3.3. Discrétisation des équations gouvernantes

La base de la méthode des volumes finis est la conversion des équations différentielles qui gouvernent le phénomène physique en question, en équation algébrique reliant la valeur de ϕ au point P aux valeurs de la variable aux points voisins. Ceci est réalisé par l'intégration de ces équations différentielles sur le volume de contrôle centré au point P et l'approximation des différents termes dans l'intégration par des expressions fonctions de la variable ϕ . Pour l'intégration

de ces équations différentielles sur le volume de contrôle considéré, il convient d'introduire la notion de flux généralisé (convection et diffusion).

La figure ci-dessous (Figure III-2) montre une maille typique avec la profondeur d'unité (de sorte qu'elle soit bidimensionnelle), chaque surface du volume fini est représentée par l'endroit ombragé.

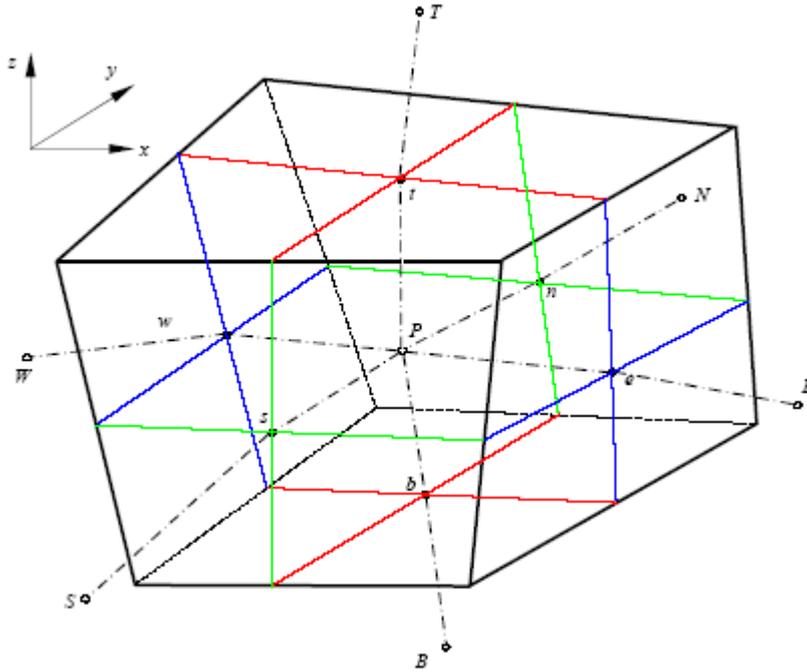


Figure III-2. Maillage et volume de contrôle.

Chaque nœud est entouré par un ensemble de surfaces qui comportent le volume fini.

Les variables de solution et propriétés des fluides sont stockées aux nœuds d'élément.

Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement est exprimée en coordonnées cartésiennes comme suit:

Équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (\text{III-1})$$

Équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j U_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (\text{III-2})$$

Toutes les équations régissant le transfert diffusif d'une variable ϕ peuvent être mises sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{eff} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (\text{III.3})$$

(1)

(2)

(3)

(4)

Où :

Γ : est le terme de diffusion

S : est le terme source

Sachant que

- (1) terme instationnaire.
- (2) : terme convectif.
- (3) : terme diffusif.
- (4) : terme source.

La discrétisation passe par intégrer ces équations sur un volume de contrôle, et ensuite transformé les intégrales de volume en intégrales de surface.

Les équations (III.1), (III.2), (III.3) deviennent :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dv + \int_S \rho U_j dn_j = 0 \tag{III-4}$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho U_j U_i dn_j = - \int_S P dn_j + \int_S \mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{u_i} dv \tag{III-5}$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dv + \int_S \rho U_j \phi dn_j = - \int_S \Gamma_{eff} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_V S_\phi dv \tag{III-6}$$

Pour résoudre ces équations numériquement, il faut utilisé des fonctions discrètes. Considérons maintenant un élément d'isolement de maille tel que celui montré ci-dessous.

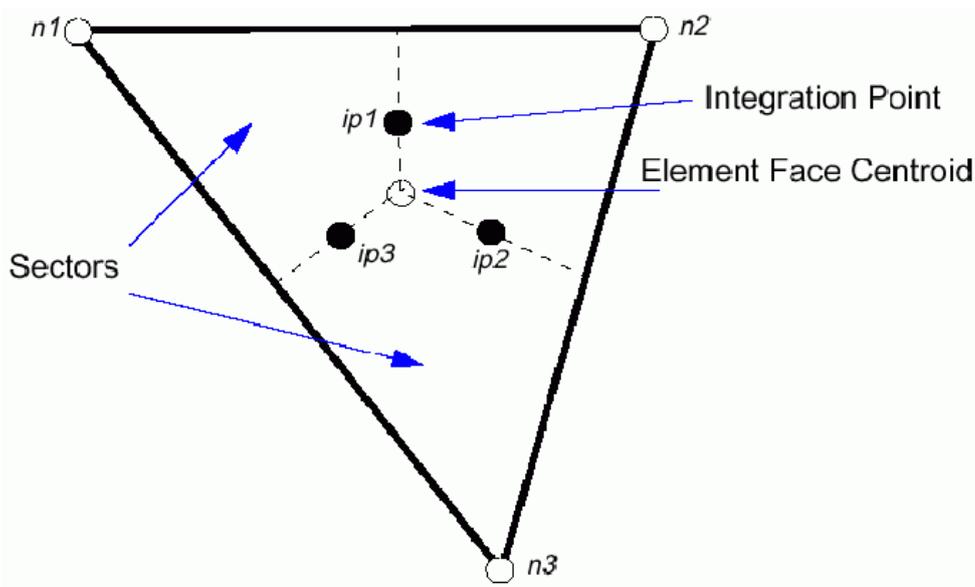


Figure III-3. Intégration dans un volume de contrôle [69].

On représente les flux extérieurs aux points d'intégration pour transformé les équations continues en équations discrètes. Les points d'intégration ip_1 , ip_2 et ip_3 sont situés au centre de chaque segment extérieur dans un élément tridimensionnel qui entoure le volume fini en question.

La discrétisation des équations (III-4), (III-5) et (III-6), nous permet d'écrire :

$$V \left(\frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} (\rho U_j \Delta n_j)_{ip} = 0 \quad (III-7)$$

$$V \left(\frac{\rho U_i - \rho^0 U_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (U_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_j) + \sum_{ip} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \bar{S}_{U_i} V \quad (III-8)$$

$$V \left(\frac{\rho \phi - \rho^0 \phi^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \phi_{ip} = \sum_{ip} \left(\Gamma_{eff} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \bar{S}_{\phi} V \quad (III-9)$$

V , ip , Δn_j , et Δt sont respectivement :

V : est le volume d'intégration de la grandeur ϕ .

ip : indice du point d'intégration.

Δn_j : La surface d'intégration de la grandeur ϕ .

Δt : Intervalle de temps.

L'indice supérieur 0 se rapporte au niveau du temps précédent

Le débit massique discret qui traverse la surface Δ_{nj} du volume de contrôle s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{m}_{ip} = (\rho U_j \Delta_{nj})_{ip}^0 \quad (\text{III-10})$$

III.3.3.1. Couplage pression vitesse

Le couplage pression-vitesse est la liaison qui existe entre le champ de pression et le champ de vitesse. La manière dont il faut résoudre le couplage vitesse-pression a fait l'objet de nombreuses études. Il existe plusieurs algorithmes de couplage (SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC, PISO ...), qui ne diffèrent que par la technique utilisée pour le traitement de ce couplage.

III.3.3.2. Terme transitoire

Le terme transitoire est coupé en deux termes comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV = V \left(\rho^0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \quad (\text{III-11})$$

Avec le premier ordre du schéma d'Euler, les dérivées de temps sont rapprochées comme suit

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} \quad (\text{III-12})$$

En remplaçant (III-12) dans (III-11), on trouve :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV = V \left(\frac{\rho \phi - \rho^0 \phi^0}{\Delta t} \right) \quad (\text{III-13})$$

III.3.3.3. Fonctions de forme

Les solutions trouvées sont stockées dans les nœuds de la maille. D'autre part, les termes des équations (III-7), (III-8) et (III-9) stipulent la détermination des variables sur les points d'intégration. Ceci nous conduit à avoir une méthode de calcul pour chaque élément.

La variation de la variable ϕ varie dans un élément est donnée par :

$$\phi = \sum_{i=1}^{noeud} N_i \phi_i \quad (III-14)$$

où N_i est la fonction de forme pour le nœud i et ϕ_i est la valeur de ϕ dans le nœud i . Les propriétés principales des fonctions de forme sont les suivantes :

$$\sum_{i=1}^{noeud} N_i = 1 \quad (III-15)$$

$$\text{Pour le nœud } j : N_j = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (III-16)$$

Les fonctions de forme utilisées dans ANSYS CFX sont linéaires en termes de coordonnées comme il est montré dans la figure III-4. considérons l'élément hexaèdre suivant :

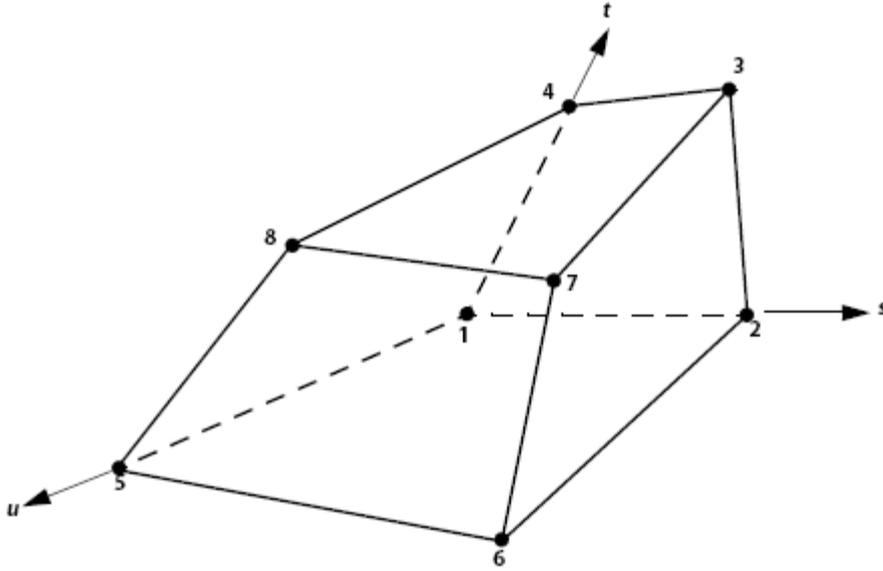


Figure III-4. Positions de nœuds.

Les fonctions de forme dans l'espace pour chaque nœud sont :

$$N_1(s, t, u) = (1 - s) (1 - t) (1 - u)$$

$$N_2(s, t, u) = s (1 - t) (1 - u)$$

$$N_3(s, t, u) = s t (1 - u)$$

$$N_4(s, t, u) = (1 - s) t (1 - u) \quad (\text{III-17})$$

$$N_5(s, t, u) = (1 - s) (1 - t) u$$

$$N_6(s, t, u) = s (1 - t) u$$

$$N_7(s, t, u) = s t u$$

$$N_8(s, t, u) = (1 - s) t u$$

Les fonctions de forme sont utilisées pour le calcul d'autres quantités géométriques, telles que les coordonnées du point d'intégration (ip), les surfaces et les différents vecteurs, etc. Cela est obtenu car l'équation (III-16) peut être écrite sous la forme suivante:

$$y = \sum_{i=1}^{noeud} N_i x_i \quad (\text{III-18})$$

III.3.3.4. Terme de diffusion

Les dérivées partielles de terme de diffusion sur la surface de contrôle et pour chaque direction peuvent être obtenues grâce aux fonctions de forme. Si on prend par exemple, pour la dérivée dans la direction x du point d'intégration (ip), nous avons :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{ip} = \sum_n \left. \frac{\partial N_n}{\partial x} \right|_{ip} \phi_n \tag{III-19}$$

Les dérivées cartésiennes des fonctions de forme peuvent être exprimées en termes de leurs dérivées locales par l'intermédiaire de la matrice de transformation de Jacobien

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \boxed{\times} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial v} \end{pmatrix} \tag{III-20}$$

III.3.3.5. Terme du gradient de pression

L'intégration du gradient de pression dans les équations de la quantité de mouvement est obtenu grâce à l'expression suivante :

$$(P \Delta n_{ip})_{ip} \tag{III-21}$$

La fonction de forme suivante est utilisée pour calculé la valeur de P_{ip} :

$$P_{ip} = \sum_n N_n(s_{ip}, t_{ip}, u_{ip}) P_n \tag{III-22}$$

III.3.3.6. Terme d'advection

Pour discrétisé le terme de convection, la variable ϕ_{ip} doit être liée à chaque valeur de ϕ et pour chaque nœud. Le schéma de convection suivant est utilisé par ANSYS CFX :

$$\phi_{ip} = \phi_{up} + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r} \tag{III-23}$$

Où :

ϕ_{up} : est la valeur du nœud précédent.

\vec{r} : est le vecteur de position du nœud précédent jusqu'à (ip)

$\nabla \phi$: est le gradient moyen du ϕ

Les choix de β provoquent différents arrangements :

- $\beta = 0 \rightarrow$ utilisation du schéma avant (Upwind Differencing Scheme).
- $0 \leq \beta \leq 1 \rightarrow$ utilisation du schéma de correction de convection (Specify Blend).
- Dans le cas d'utilisation du schéma centré CDS, la formule ϕ_{ip} est donné comme suit :

$$\phi_{ip} = \sum_n N_n(s_{ip}, t_{ip}, u_{ip}) \phi_n \quad (\text{III-24})$$

Ce schéma est utilisé seulement dans la simulation des grandes structures de la turbulence.

Schéma de haute résolution

Dans cette méthode, la valeur de β dans l'équation (III-23) n'est pas considérée fixe mais elle est adaptée par le modèle en fonction de la position dans le domaine dans les régions de faibles gradients. Le modèle impose une valeur de β proche de 1, de manière à obtenir un modèle de deuxième ordre plus précis. En revanche, dans les régions de forts gradients (surface libre, discontinuités dans la section), le facteur de β est choisi proche de zéro pour conserver une bonne robustesse du modèle et empêcher ainsi les problèmes de discontinuité. Ce schéma est donc à la fois précis, là où c'est possible, et robuste, là où la situation est complexe.

III.3.4. Couplage du système d'équation

En appliquant la méthode des volumes finis à tous les éléments du domaine on obtient des équations linéaires qui sont des équations discrètes de conservation. Le système des équations est alors sous la forme suivante :

$$\sum_{nb_i} a_i^{nb} \phi_i^{nb} = b_i \quad (\text{III-25})$$

Où

ϕ : est la solution à atteindre.

a : coefficient de l'équation à résoudre.

b : terme de droite.

Dans cette équation, l'indice « i » identifie le numéro du nœud en question et n_b (neighbours) et qui signifie le nœud voisin. Cette équation inclut aussi le coefficient central multipliant la solution à l'emplacement $i^{\text{ème}}$. Le nœud peut avoir n'importe quel nombre de ces voisins, à manière que la méthode soit également applicable aux deux mailles structurées et non structurées. L'ensemble de ces équations appliquées pour tous les volumes de contrôle, forment un système d'équations linéaire.

Pour un scalaire (par exemple, pression ou température), chaque a_i^{nb} , ϕ_i^{nb} et b_i est un nombre singulier. Une matrice (4 x 4) est obtenue pour le couplage en 3D de l'équation de conservation de masse avec celle de quantité de mouvement (équations III-26 à III-28):

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_i^{nb} \quad (\text{III-26})$$

$$\phi_i = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i^{nb} \quad (\text{III-27})$$

$$b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i \quad (\text{III-28})$$

III.3.5. Critère de convergence

Un schéma itératif est utilisé pour obtenir une solution plus précise. En commence par le choix

d'un ensemble de points initiales considérés comme une première solution préliminaire. Pour chaque itération, le résidu est calculé pour chaque variable et dès que le résidu passe au-delà de la valeur fixée, les calculs s'arrêtent (on considère que la convergence est atteinte).

III.3.6. Solution utilisée dans le code ANSYS CFX

Les algorithmes classiques reposent sur le fait que la solution stipule que les équations de quantité de mouvement sont d'abord résolues en estimant une valeur de pression initiale. La correction de la pression souhaitée nécessite une autre équation.

Les équations gouvernantes de l'état "i" sont résolues en utilisant les composantes de vitesses u , v et w résultant des itérations "i-1". Ce algorithme est appelé Algorithme SIMPLER. L'algorithme SIMPLER demande un nombre itératif très élevé pour atteindre la convergence.

Dans ANSYS CFX, la résolution des équations qui gouvernent le problème étudié (les trois composantes de la vitesse u , v , w , et la pression p) les considèrent comme une équation unique. Dans la solution recherchée, on emploie une discrétisation implicite des équations gouvernantes et pour chaque pas de temps. Le pas de temps se comporte comme un paramètre d'accélération pour les écoulements stationnaires dans le but d'obtenir une solution stationnaire.

III.3.7. Solution générale

L'organigramme montré dans la figure (III-5) ci-dessous illustre le procédé général de solution dans le code de calcul ANSYS CFX.

La solution de chaque ensemble d'équations montrées dans l'organigramme se compose de deux fonctionnements intensifs numériques. Pour chaque pas de temps :

1. Les équations non linéaires sont linéarisés (itération de coefficient) et se sont réunies dans la matrice de solution.
2. Les équations linéaires sont résolues (itération de solution d'équation) en utilisant une méthode algébrique.

III.4. Présentation du code de calcul

Le logiciel CFX est logiciel de simulation numérique des écoulements de fluides et de transmission de la chaleur ainsi que d'autres phénomènes physique.

Le logiciel CFX nous permet d'effectuée une simulation numérique complète, on commençant par la construction de la géométrie, génération du maillage, conditions aux limites, calculs et visualisation des résultats,.

CFX, est divisé en cinq modules : ICEM (Design modeler + CFX-Mesh), CFX-pre, CFX-solve et CFX-post comme il est indiqué dans la figure III-6 .

La figure III.4 présente la structure générale du code ANSYS-CFX

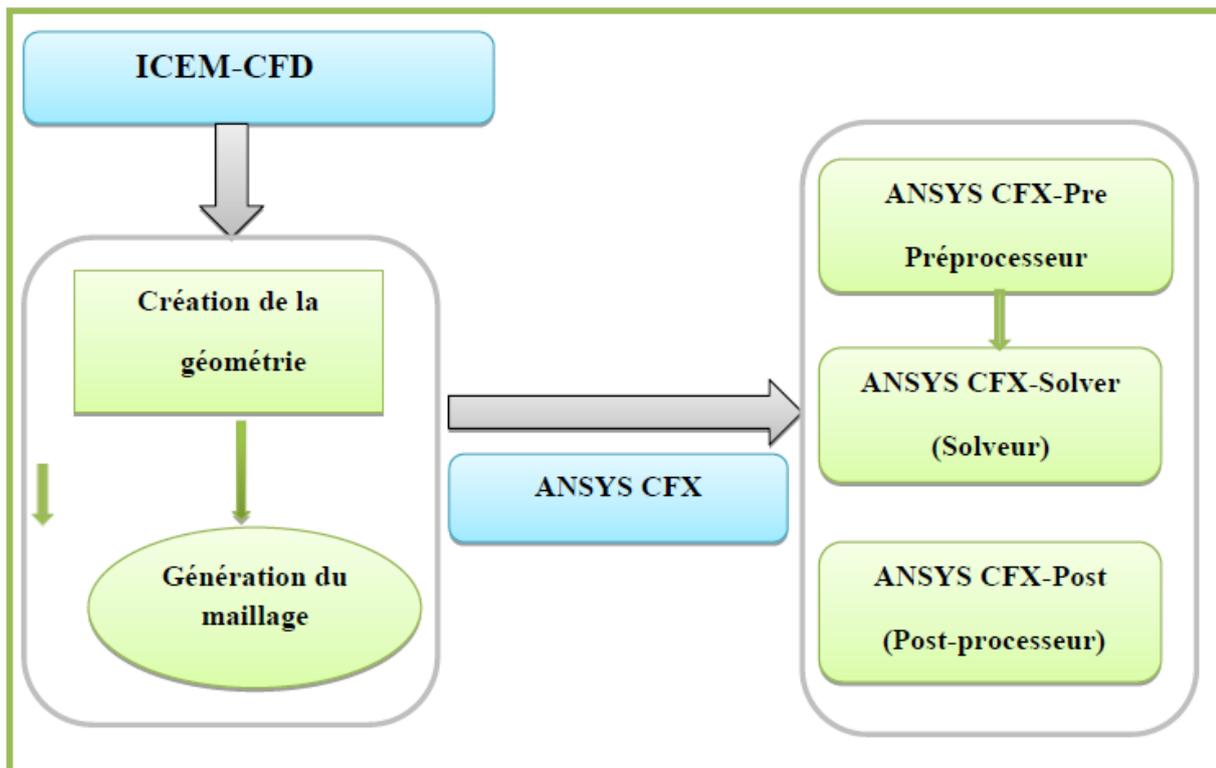


Figure III-6. Présentation des modules du code CFX

III.4.1. 'ICEM' ou (Design modeler + CFX-Mesh)

L'élaboration de la géométrie de l'écoulement étudié est réalisée par le module **ICEM CFD**. Ce module s'avère très efficace quand la géométrie est complexe. Il a le même rôle qu'un logiciel de Conception Assisté par Ordinateur (CAO) : la construction de la géométrie commence par la génération de points, de courbes, de surfaces et de volumes. A partir de cette géométrie, on génère le maillage correspondant. Les paramètres de mailles sur la géométrie sont fixés sur les courbes, les surfaces et dans les volumes qui délimitent cette géométrie. Des mailles hexaédriques, tétraédriques, et prismatiques peuvent être générées pour assurer un bon maillage. Une fois le maillage est créé, le module ICEM CFD génère un fichier portant l'extension **'CFX'**, utilisé par la suite par le module 'CFX-pre'.

D'autres modules sont également disponibles pour générer la géométrie et le maillage (Design modeler et le module CFX-Mesh).

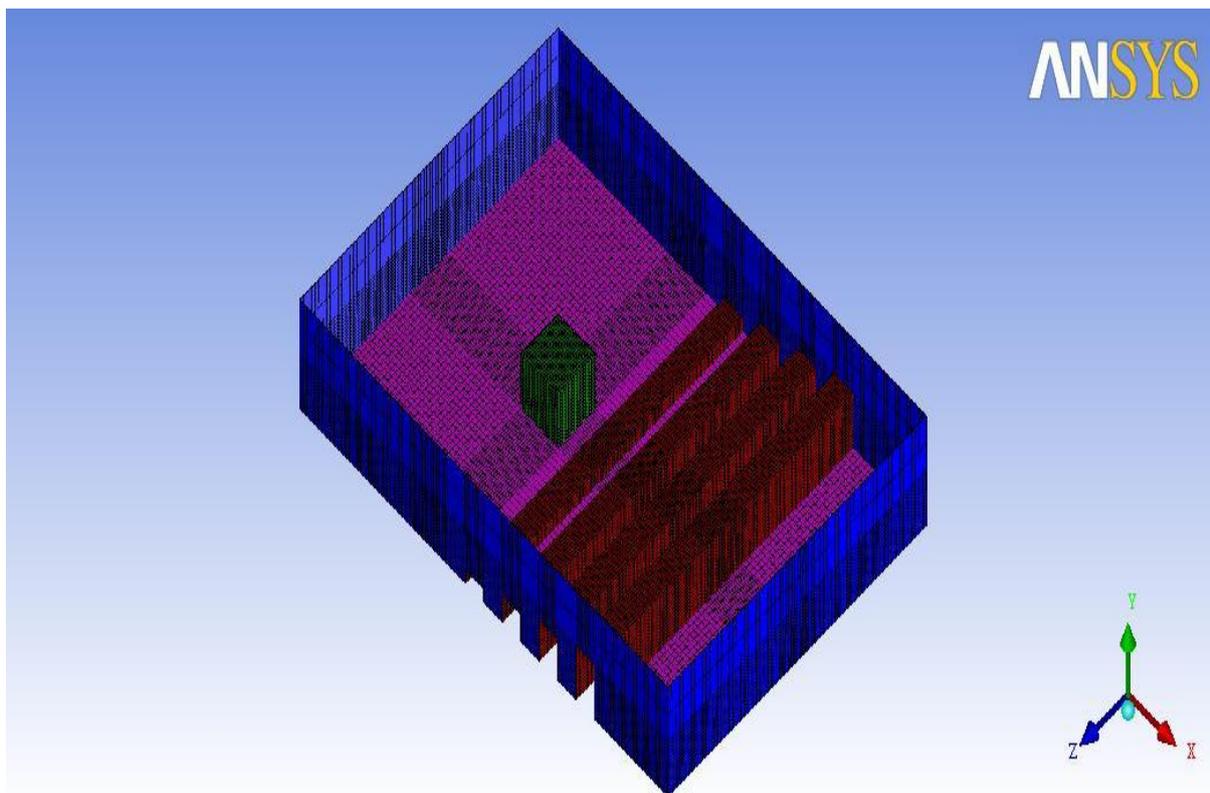


Figure III-7. Géométrie et le maillage généré par le module 'ICEM CFD'

III.4.2. 'CFX-pre'

Les conditions aux limites et les conditions initiales de la géométrie étudié sont réalisés par le module 'CFX-pre'. Les équations à résoudre, le type de résolution (soit le régime permanent ou transitoire), les paramètres du solveur (pas de temps, nature des fluides , nombre d'itération, critère de convergence) sont aussi définies par ce module .

Il existent cinq types de conditions aux limites: inlet (entrée), outlet (sortie), opening (ouvert), wall (paroi) et symet (symétrie).

Condition de type **inlet**: utilisée pour un écoulement à l'entrée et à l'intérieur du domaine.

Conditions de type **outlet**: utilisée pour un écoulement à la sortie et à l'extérieur du domaine.

Condition **opening**: utilisée dans le cas où on ne connais pas la nature de l'écoulement à l'entrée ou à la sortie du domaine.

Condition de type **wall**: si la nature de la paroi est imperméable à l'écoulement.

Condition de type **symet**: s' il existe une symétrie au niveau de l'écoulement (géométrie), on applique cette condition au plan de symétrie.

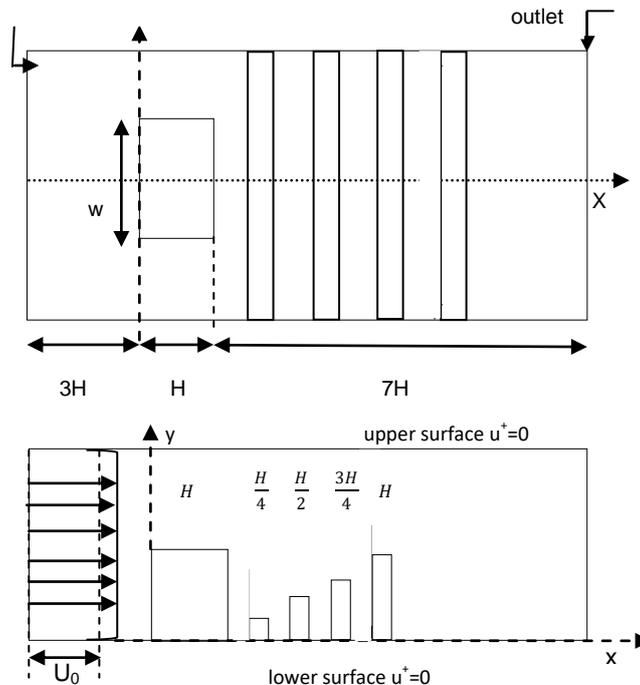


Figure III-8. Dimensions de la géométrie et Conditions aux limites.

III.4.3. CFX-solve

Les calculs de l'écoulement étudié sont aboutit grâce au module 'CFX-solve'. Il consiste à l'intégration des équations gouvernantes dans chaque volume de contrôle. Le problème de la turbulence est pris en charge par des modèles additionnels prés programmés dans le 'CFX-solve'.

En régime permanent, le calcul s'arrête lorsque le nombre maximal d'itération exigé est atteint et que la solution satisfait le critère de convergence. En régime transitoire, le calcul s'arrête lorsque la durée de résolution du phénomène étudié est atteinte.

Deux types de fichiers sont produits à la fin de calcul par 'CFX-solve' :

- Le fichier « .out » sous forme de texte. Ce fichier nous donne un résumé sur le déroulement du calcul. En plus, Il contient des informations du fichier « .def », ainsi que le bilan masse du système.
- Le fichier « .res » qui englobe tous les résultats cherchés. Ce fichier est utilisé par la suite par 'CFX-post'.

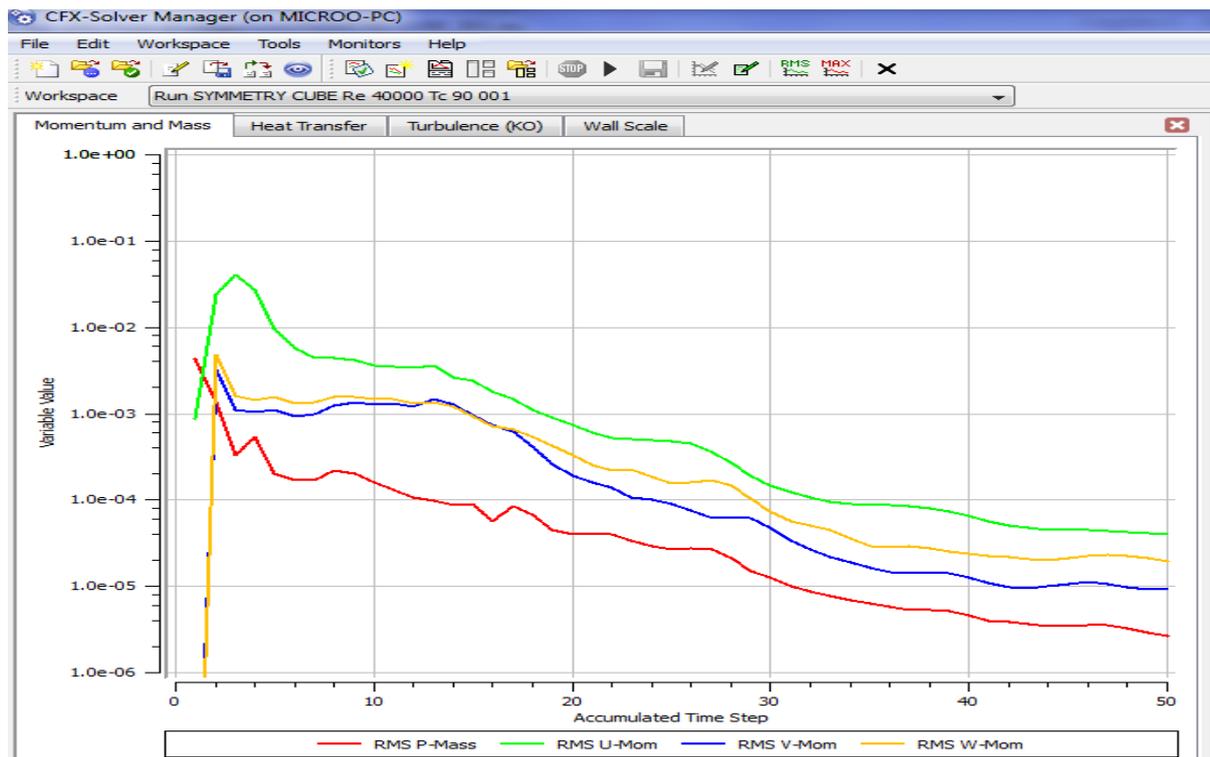


Figure III-9. convergence de la solution donnée par le Solver

III.4.4. CFX-post

Le traitement et la visualisation des résultats est réalisé par le module '**CFX-post**'. Il permet la visualisation des contours, des iso-valeurs, des lignes de courant, des champs de vitesses, de température, etc... '**CFX-post**' nous donne la possibilité d'exporter les résultats sous format

numérique, (valeur des différentes variables sur chaque noeud, sous forme photographique et même sous forme d'animation).

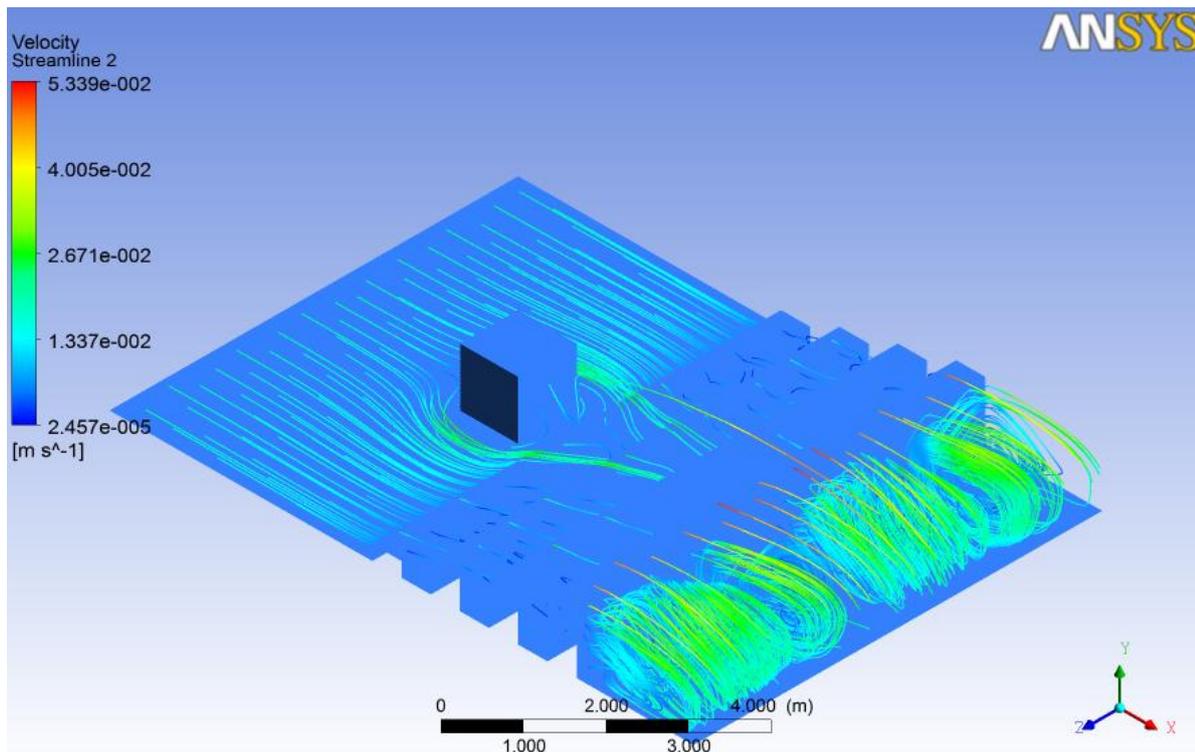


Figure III-10. Exemple de résultat.

III.5. Résultats et interprétations

III.5.1. Description du modèle et domaine de calcul

Le modèle géométrique utilisé dans ce travail est représenté par un obstacle de forme cubique de hauteur (H), comme le montre la figure III-11. Une rugosité variable a été ajoutée en aval de l'obstacle afin de perturber la couche limite à cette position et d'améliorer le transfert dynamique et les échanges thermiques. L'obstacle et la rugosité variable ont été placés dans un canal horizontal de longueur (11H),

hauteur ($2H$) et largeur $L = 7H$. La rugosité variable était constituée de quatre petites barrettes. Notez que la longueur de chaque barrette est égale à la largeur du canal ($7H$). Ces barrettes ont toutes la même largeur ($0,5H$). Leurs hauteurs sont successivement égales à ($0,25H$), ($0,5H$), ($0,75H$) et (H). La distance entre deux barrettes successives est égale à ($0,5H$), comme le montre la figure 12.

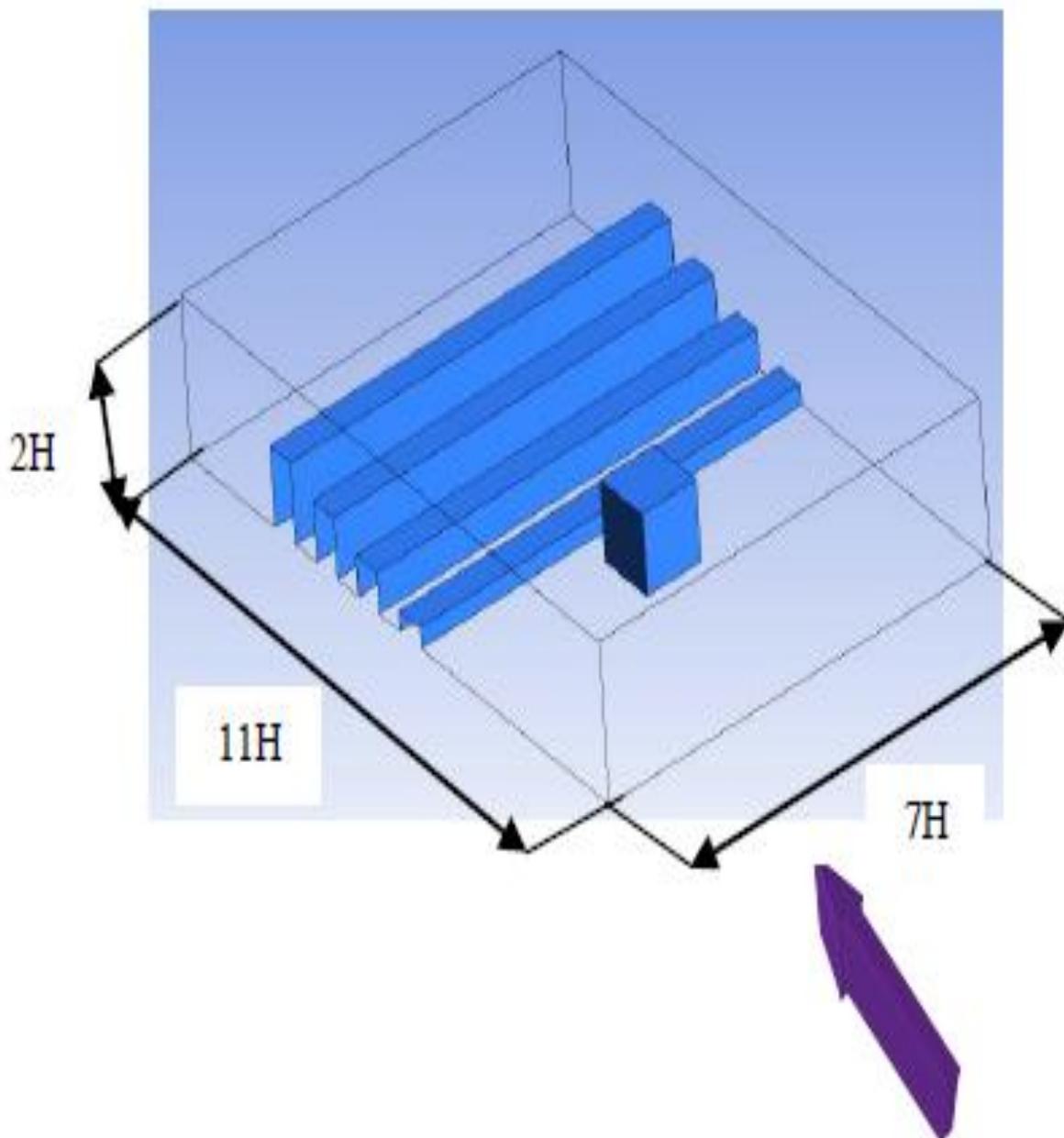


Figure III-11.: Vue tridimensionnel du domaine de calcul et de la géométrie.

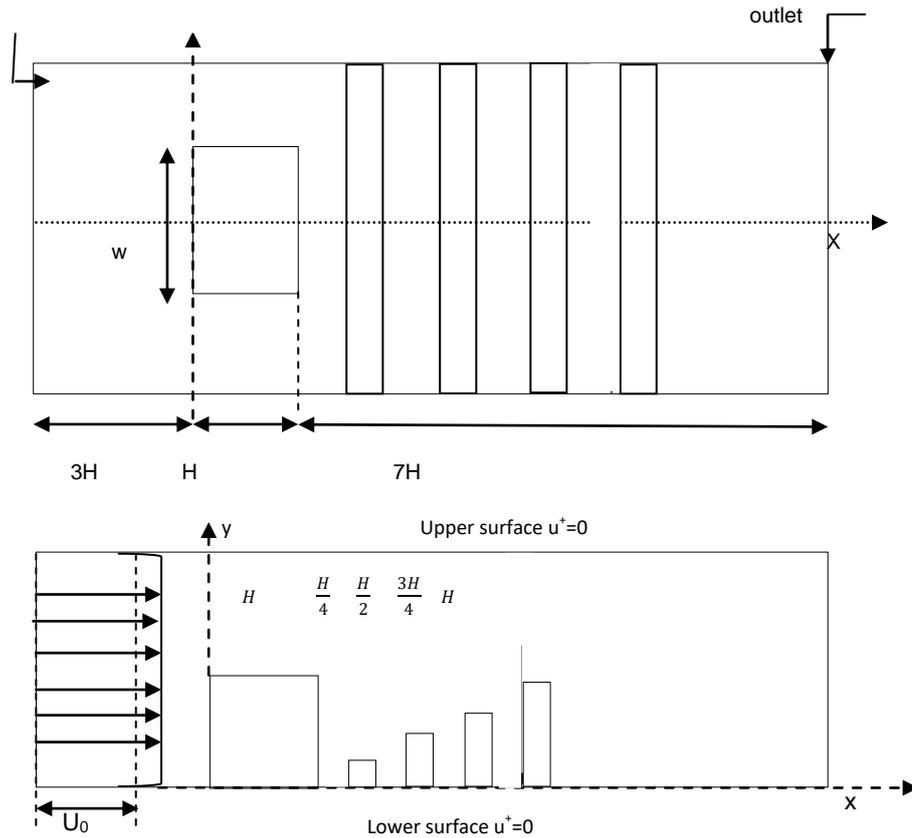


Figure III-12. Géométrie du domaine de calcul dans le plan et conditions aux limites

III.5.2. Conditions aux limites

Comme l'écoulement est turbulent, le modèle de turbulence SST $k-\omega$ a été choisi pour analyser le problème étudié. Dans ce cas, tous les parois ont été considérés comme adiabatiques, avec des conditions de non-glissement. Selon le modèle sélectionné précédemment, les équations doivent être résolues en utilisant les paramètres suivants : La vitesse d'écoulement entrant U_0 correspond au nombre de Reynolds $8 \cdot 10^4$ ($Re = U_0 \cdot h/D$) et à la hauteur du canal (h). La hauteur de l'obstacle étant $H = 25$ mm, et la hauteur du canal étant $h = 2H$. La vitesse est nulle ($u = 0$ m/s) près des parois inférieure et supérieure du canal et au-dessus de

l'obstacle. De plus, la hauteur de la rugosité est variable. Une pression constante a été imposée à la sortie du canal telle que $P_{out} = 0$. Afin d'obtenir des résultats très précis, il est nécessaire de générer un maillage bien raffiné dans les zones importantes à quantifier. Pour cela, il a été jugé intéressant d'opter pour un maillage hexaédrique structuré. Le maillage du domaine a été réalisé à l'aide d'ANSYS CFX. Pour cela, on utilise un maillage fin dans les régions où les géométries des domaines subissent de petits changements. La figure III-13 montre la grille de maillage utilisée.

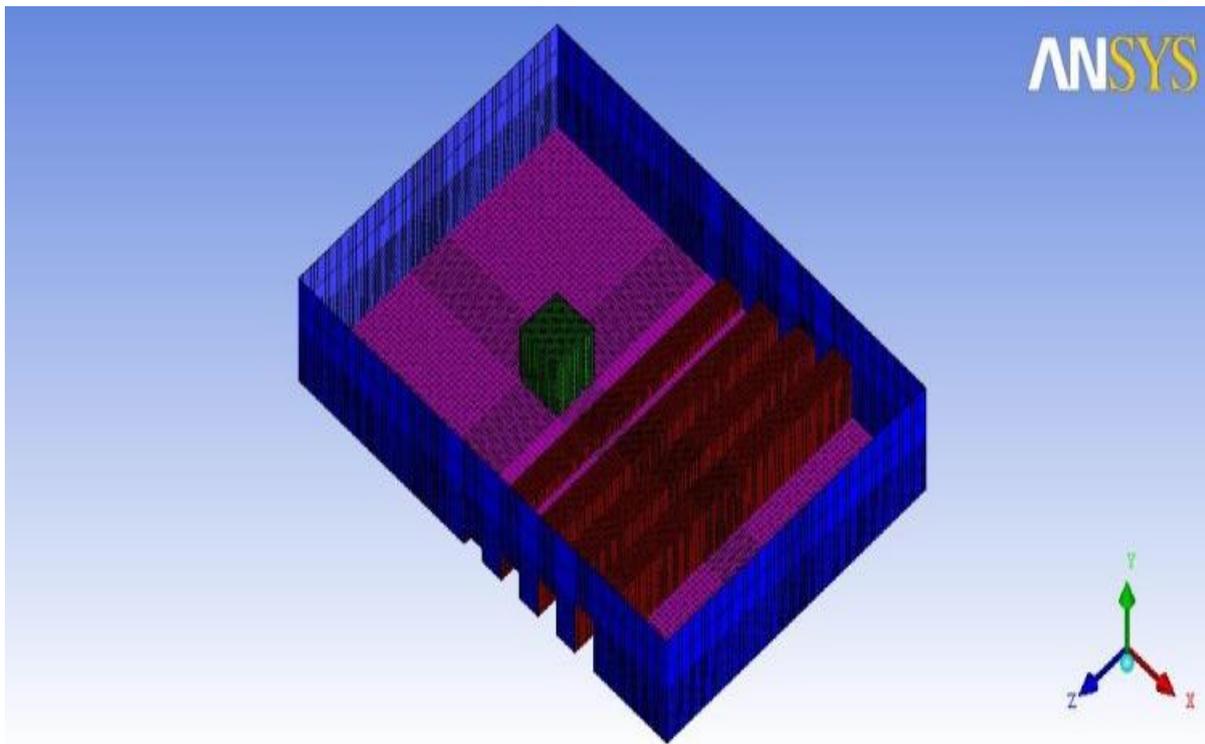


Figure III-13: Configuration du maillage.

L'indépendance du réseau a été étudiée à l'aide d'une série de tests de simulation dans le domaine de calcul correspondant à la vitesse considérée.

Tableau III-2. Différents tailles de maillages testés

	L/H	h/H	Taille du maillage
Configuration 1	7	2	685020
Configuration 2	7	2	865274
Configuration 3	7	2	987100

Pour cela, plusieurs tailles de mailles ont été testées (Figure III-14) afin d'atteindre des résultats indépendants du nombre de mailles. Par conséquent, trois maillages avec des éléments hexaédriques et des tailles 685020, 865274 et 987100 ont été utilisés respectivement. Les valeurs rapportées dans le tableau III-2 correspondent à la position où $x/H = 0,5$. Les résultats de cette étude ont montré qu'il existe des différences relativement faibles entre les trois grilles. Finalement, le maillage comprenant 865274 éléments a été choisi comme la meilleure solution en termes de précision et de temps de calcul.

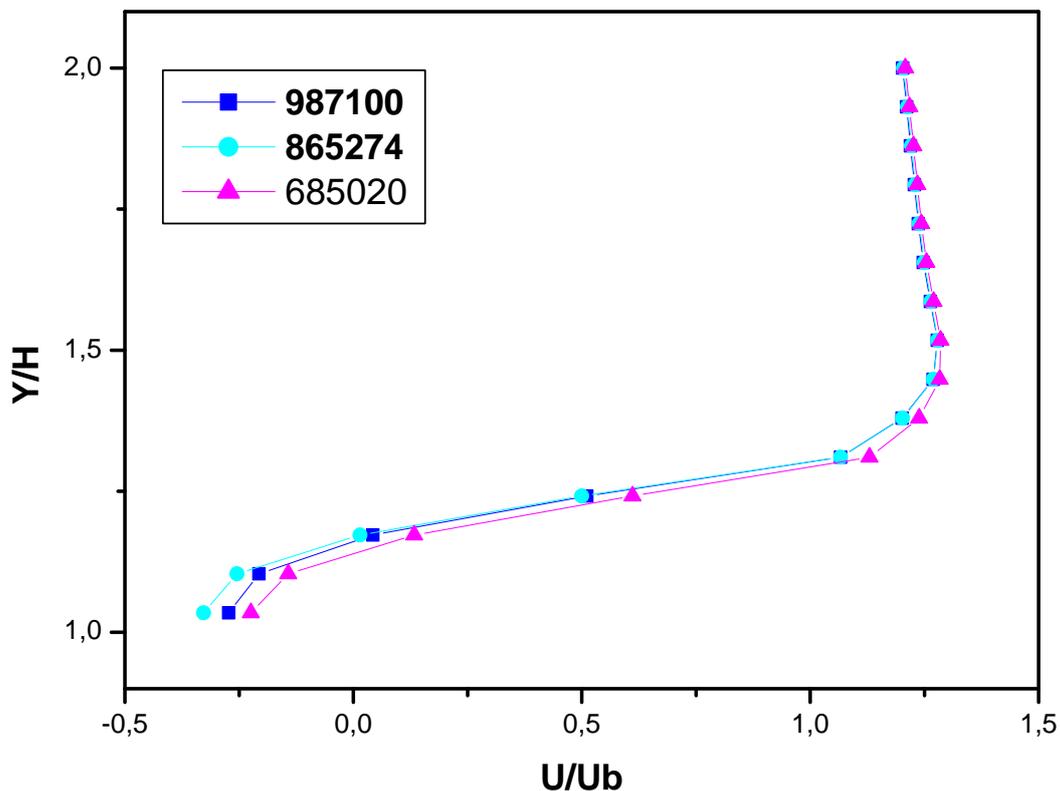


Figure III-14: Test de la sensibilité du maillage

III.5.3. Structure de l'écoulement

L'écoulement au-dessus de l'obstacle cubique (sans rugosité) engendre des phénomènes complexes tels que les tourbillons en fer à cheval et des zones de recirculation sur le dessus et l'arrière du cube, comme illustré par la figure III-15. Il est à noter que la présence de l'obstacle provoque la séparation de l'écoulement près de la face amont de l'obstacle. L'écoulement forme ainsi une zone de recirculation à proximité de cet endroit, ce qui fait augmenter l'intensité de la turbulence. En plus de la séparation du flux de fluide dans les trois zones (X1, X2 et X3), la vitesse du fluide augmente également dans cette région car la section transversale du passage de fluide se rétrécit à cet endroit. La longueur de la zone de recirculation sur la face supérieure du cube est représentée par X2 sur la figure III-15. La séparation du fluide a lieu sur les bords amont et aval du cube. Une grande zone de séparation se développe en aval (X2) et en amont (X1) du cube. L'effet de la séparation (X1) sur l'écoulement s'ajoute à celui du vortex en fer à cheval. La longueur de cette région est représentée par X1.

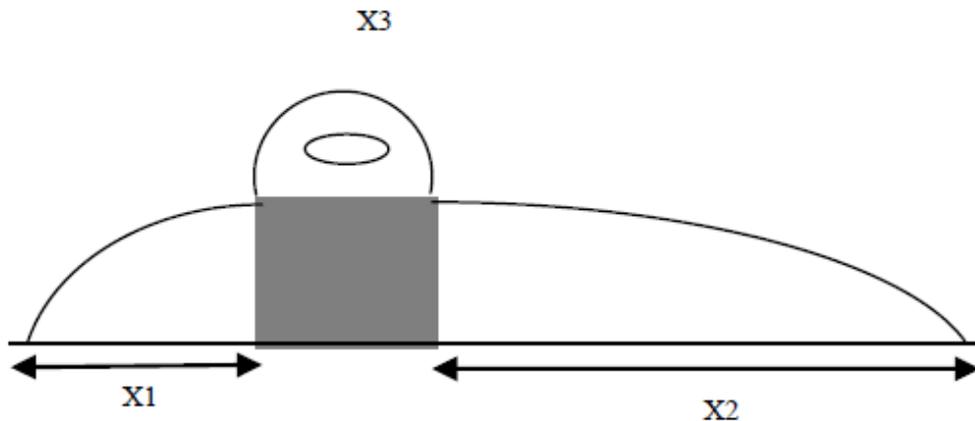


Figure III-15: Structure de l'écoulement autour d'un cube sans présence de rugosité

III.5.4. Dépouillement des résultats

Le modèle d'écoulement expérimental réalisé par Hussein et Martinuzzi (1995) [71] a été considéré dans le but de valider les caractéristiques de l'écoulement autour du cube (sans rugosité). L'obstacle est placé dans un canal de hauteur $h = 2H$; la hauteur du cube étant $H = 25 \text{ mm}$. La structure de l'écoulement autour de l'obstacle a été validée pour un nombre de Reynolds $Re = 8,0 \times 10^4$ (Fig. III-16-a). En amont de l'obstacle, une partie du fluide est restée bloquée, formant une petite zone de recirculation (point (a) dans le cas de Hussein et Martinuzzi (1995) et point (a') dans notre cas Fig. III-6-b). En aval de l'obstacle, un grand vortex

est apparu, comme le montrent clairement les deux figures (point (b) dans le cas de Martinuzzi et Hussein et point (b') dans notre cas). La séparation s'est produite au-dessus de l'obstacle; cela a été causé par le point d'arrêt en amont de l'obstacle (point de séparation) (point (c) dans le cas de Martinuzzi et Hussein et point (c') dans notre cas). Une simple comparaison entre les deux simulations a permis de conclure que les résultats obtenus sont satisfaisants et encourageants.

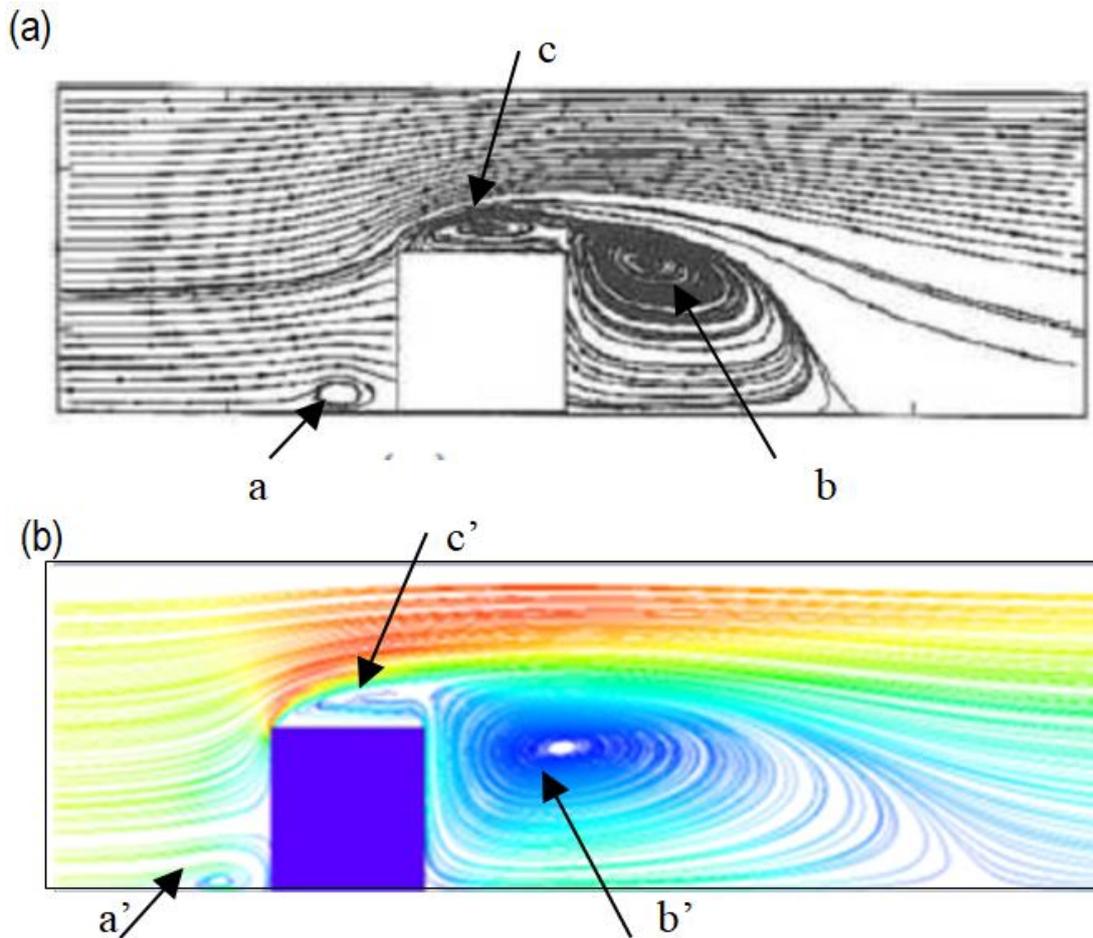


Figure III.16: Lignes de courant dans le plan de symétrie plane pour $Re = 8.10^4$

(a): Exp Hussein and Martinuzzi (1995), (b): SST $k-\omega$.

Le but de cette étude est de montrer l'influence de la rugosité de surface sur la structure de l'écoulement. Il convient de signaler que le modèle de turbulence SST $K-\omega$ a été utilisé pour étudier les caractéristiques de l'écoulement autour du cube à surface rugueuse pour un nombre de Reynolds $Re = 8.10^4$. Les résultats normalisés en moyenne dans le temps de la vitesse longitudinale $\langle u \rangle$ et des composantes de vitesse transversale $\langle v \rangle$ et $\langle w \rangle$ sur le plan de symétrie ($z = 0$) autour de l'obstacle sont tous présentés sur la figure III-17.

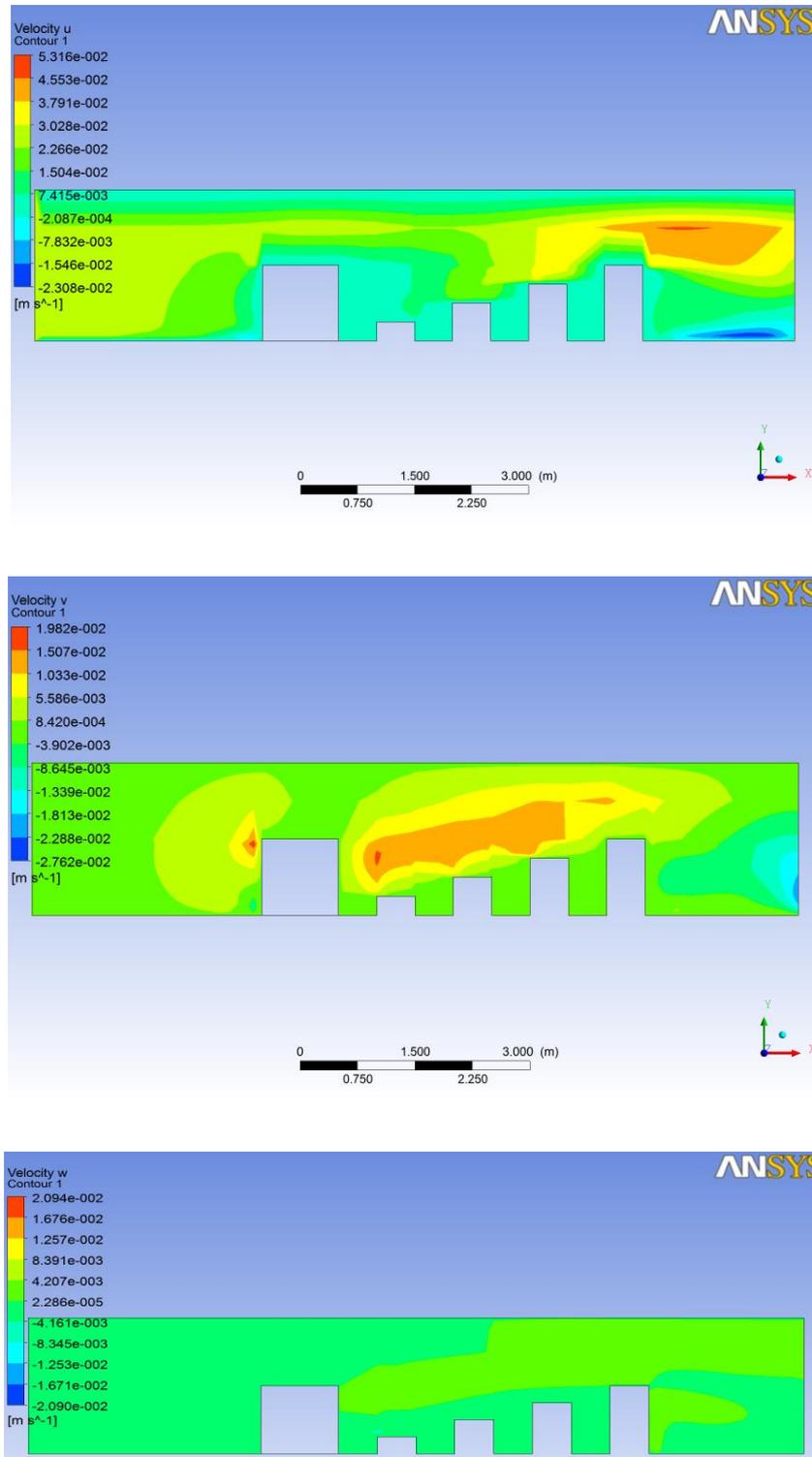


Figure III-17: Composantes des vecteurs vitesses $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ et $\langle w \rangle$ sur le plan de symétrie ($z=0$) pour $Re = 8.10^4$

La vitesse longitudinale est clairement représentée sur la figure III-17. Cette figure permet d'observer que la vitesse est faible autour du cube et le long des barres de rugosité. Cette vitesse augmente et atteint sa valeur maximale en aval de la quatrième et dernière barrette dans la région proche de la paroi supérieure. Elle est minimale à la sortie du canal dans la zone inférieure du canal. La composante de vitesse transversale $\langle v \rangle$ toujours pour $Re = 8.10^4$ est explicitement représentée sur la figure III-17. Les valeurs maximales de la vitesse transversale ont été atteintes en amont du cube où une partie du fluide est restée bloquée en raison de la présence de l'obstacle, ce qui fait augmenter la vitesse. De même, il a été observé que la vitesse augmente également au-dessus des trois premières barrettes qui constituent la rugosité. Les valeurs minimales sont plus prédominantes en aval de la dernière barrette et à la sortie du canal. Cette même figure III-17 indique également que la composante de vitesse $\langle w \rangle$ est très négligeable, c'est-à-dire presque égale à zéro à l'intérieur de la majeure partie du canal, sauf en aval de l'obstacle où la vitesse est assez faible.

La figure III-18 donne une analyse précise de l'écoulement en présence de l'obstacle et des rugosités en même temps. Cette figure illustre clairement les phénomènes de séparation et de réattachement de l'écoulement au sommet, sur les côtés et derrière l'obstacle et les rugosités, ainsi que les lignes de courant moyennes dans le temps près du fond du canal pour le nombre de Reynolds $Re = 8.10^4$.

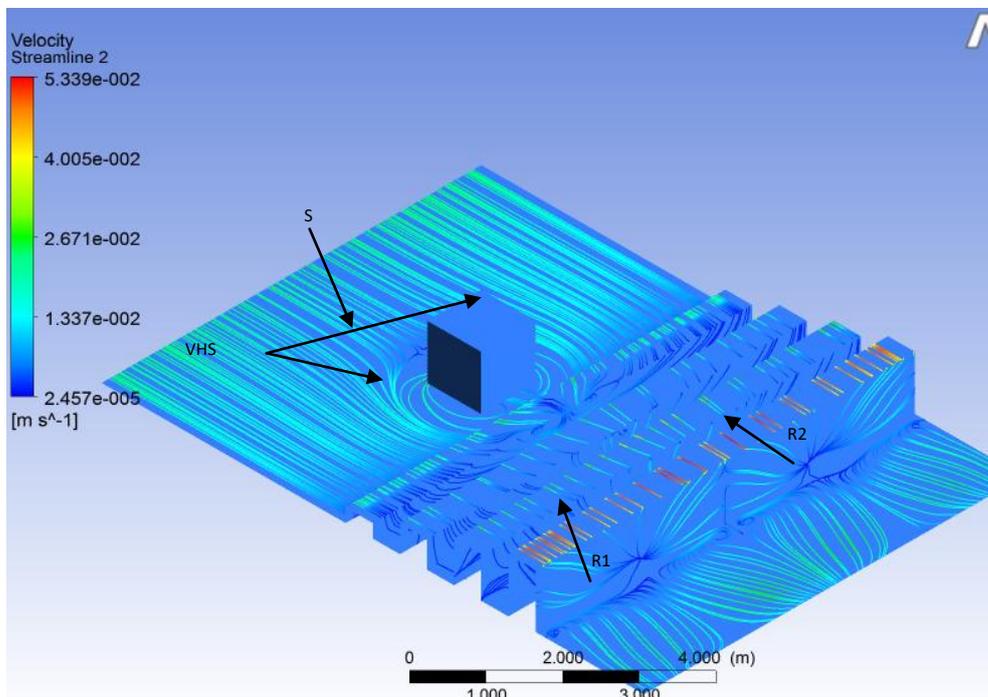


Figure III-18. Lignes de courant au fond du canal pour $Re=8.10^4$

Il convient d'indiquer que l'effet de blocage dû à l'obstacle a créé un gradient de pression défavorable qui était responsable de la séparation de l'écoulement, puis s'est éloigné du cube, formant un vortex en fer à cheval qui est apparu en amont et a contourné l'obstacle ; il est représenté par le point (VHS) (Figure III-18). En revanche, deux points de rattachement (R1, R2) ont été observés sur la dernière barre de rugosité, ainsi qu'un point de séparation (S) en amont du cube.

III.5.4.1. Trace-lignes

La figure III-19 montre des trace-lignes sur la surface du cube ainsi que sur les surfaces des quatre barrettes représentant la rugosité sur la paroi inférieure du canal. Ces trace-lignes suggéraient qu'il y avait un écoulement régulier sur les faces supérieures du cube et les barrettes de rugosité. Une séparation des flux a été observée au milieu de la face avant de l'obstacle, formant ainsi un nœud et une zone de recirculation sur les faces latérales de ce cube. De même, une zone de circulation d'écoulement a été observée sur les faces avant des quatre barrettes de rugosité.

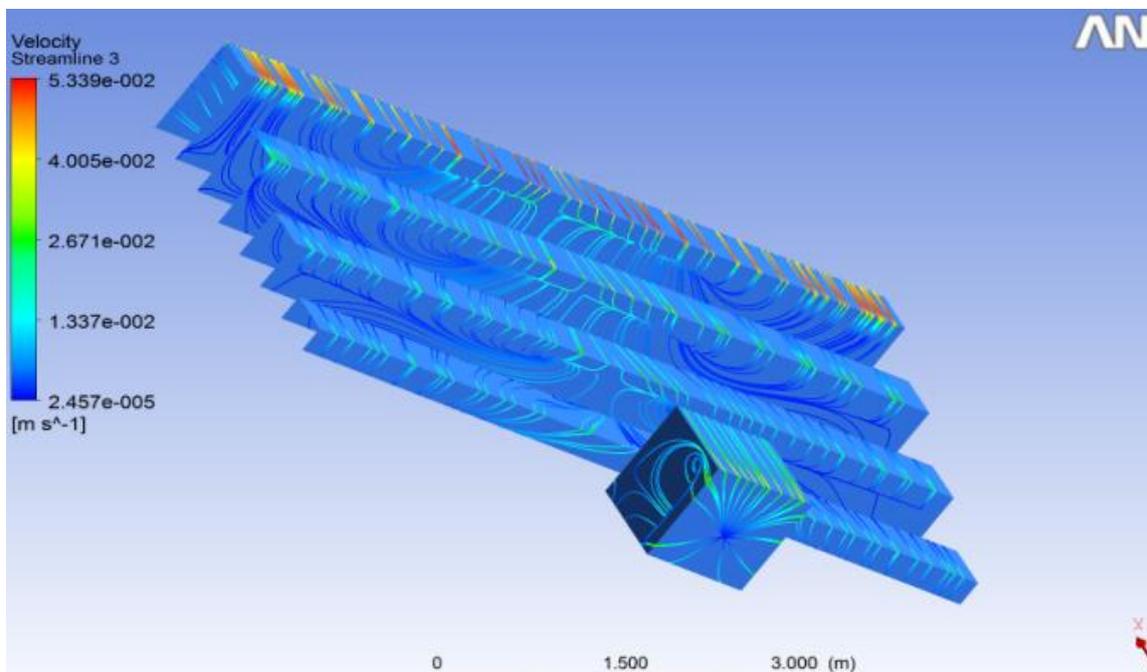


Figure III-19. Trace-lignes sur la surface du cube et les surfaces des quatre barrettes

III.5.4.2. Stream-rubans

La figure III-20 montre les Stream-rubans d'écoulement ainsi qu'un grand vortex et une zone de recirculation en aval de la dernière barrette de rugosité. Une séparation des flux a également été observée en amont du cube du fait de la présence de l'obstacle. On peut donc conclure que la zone de séparation autour d'un corps tridimensionnel ne peut pas être fermée.

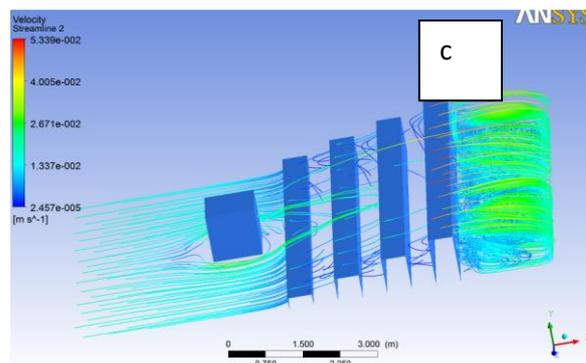
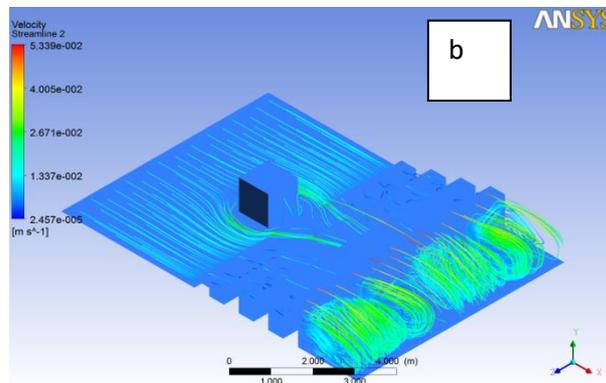
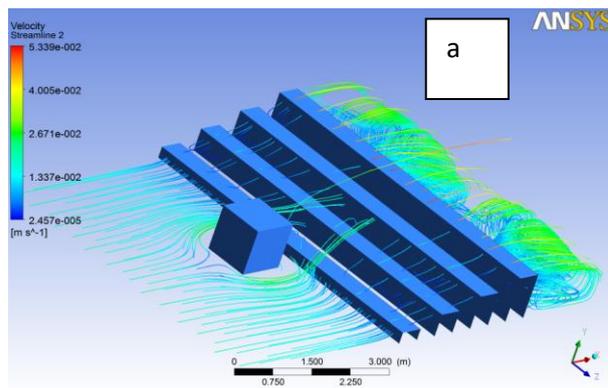


Figure III-20. Stream-ribbons: a) Vue de face, b) Vue latérale, c) Vue arrière

III.5.4.3. Iso-surface moyenne du critère Q

Le critère Q est une nouvelle façon de visualiser les écoulements turbulents. Ce critère est un invariant scalaire défini par l'expression : $Q = -\frac{1}{2} U_{i,j} U_{j,i} - (\frac{1}{2} S^2 - \frac{1}{2} \Omega^2)$ ([72] Hunt et al. , [73]). De plus, le critère Q peut être dimensionné à l'aide de l'expression :

$\bar{Q} = Q / (U_b/H)^2$. La figure III-21 représente clairement la structure tridimensionnelle de l'écoulement, en particulier la présence d'un tourbillon en fer à cheval en amont du cube, noté VHS, en plus des tourbillons marginaux notés VM et du tourbillon de sillage noté VS. On peut également observer que le fluide s'est réfléchi immédiatement après la dernière barrette de rugosité.

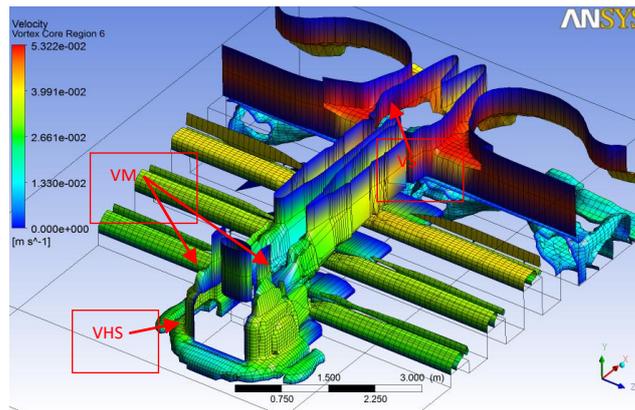


Figure III-21. Iso-surface moyenne du critère Q.

Conclusion générale

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail présente une tentative d'analyse d'un écoulement turbulent tridimensionnel autour d'un obstacle de rugosité variable situé en aval de cet obstacle. Pour cela, une approche tridimensionnelle interactive a été appliquée à l'aide du code de calcul ANSYS CFX. De plus, les équations gouvernantes ont été résolues en utilisant la méthode des volumes finis. De plus, le modèle de turbulence K- de transport de contrainte de cisaillement (SST) a été utilisé pour étudier les caractéristiques de l'écoulement autour du cube avec des surfaces rugueuses, pour le nombre de Reynolds $Re = 8.10^4$. Ce travail a cherché à étudier les zones de recirculation ainsi que le brassage naissant dans un écoulement, en présence d'un obstacle cubique.

L'objectif principal était de développer une nouvelle technique de contrôle de ces zones de recirculation en ajoutant une rugosité variable, représentée par quatre barres de hauteurs différentes, soit $0,25H$, $0,5H$, $0,75H$ et H , placées en aval de l'obstacle sur la paroi de fond du canal. La vitesse trouvée était assez faible autour du cube et des barrettes de rugosité. De plus, il s'est avéré que cette vitesse augmentait et atteignait sa valeur maximale en aval de la quatrième et dernière barre dans la région proche de la paroi supérieure. Sa valeur minimale a été trouvée à la sortie du canal, et dans la zone inférieure du canal. Les valeurs maximales de la vitesse transversale ont été atteintes en amont du cube où une partie du fluide est restée bloquée en raison de la présence de l'obstacle. L'effet de blocage de l'obstacle crée un gradient de pression défavorable qui sépare l'écoulement et s'éloigne du cube. Cela a permis la formation d'un vortex en fer à cheval en amont de l'obstacle puis a contourné l'obstacle ; il est représenté par le point (VHS). En revanche, deux points de rattachement (R1, R2) ont été détectés sur la dernière barre de rugosité et un point de séparation (S) a été observé en amont du cube. De plus, une séparation de flux a été constatée au milieu de la face avant de l'obstacle, ce qui a contribué à la formation d'un nœud et d'une zone de recirculation sur les faces latérales du cube. De plus, une zone de circulation a été observée sur les faces avant des quatre barreaux de rugosité. Une séparation des flux a été constatée en amont du cube en raison de la présence de l'obstacle. Par conséquent, on peut conclure que la région de séparation autour d'un corps tridimensionnel ne peut pas être fermée.

Références
bibliographiques

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1- Bernardos P.G. and Vosniakos G.-C., Predicting surface roughness in machining: a review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, Vol. 43, pp. 833-844.
- 2- Vidal-Sallé E., Baillet L. and Boyer J.-C., Friction law for hydrostatic mixed lubrication regime. *Journal of Materials Processing Technology*, 2001, Vol. 118, pp. 102-109.
- 3- Gadelmawla E.S., Koura M.M., Maksoud T.M.A., Elewa I.M. and Soliman H.H., Roughness parameters. *Journal of Materials Processing Technology*, 2002, Vol. 123, pp. 133-145.
- 4- Nowicki B., Multiparameter representation of surface roughness. *Wear*, 1985, Vol. 102, pp. 161-176.
- 5- Majumdar A. and Bhusman B., Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces. *ASME Journal of Tribology*, 1990, Vol. 112, pp. 205-216.
- 6- Wu J.-J., Characterization of fractal surfaces. *Wear*, 2000, Vol. 239, pp. 36-47.
- 7- [GANTI1995] Ganti S. and Bhushan B., Generalized fractal analysis and its applications to engineering surfaces. *Wear*, 1995, Vol. 180, pp. 17-34.
- 8- Boulanger J., Tolérances et écarts dimensionnels, géométriques et d'états de surface. *Techniques de l'Ingénieur*, 1991, B 7 010, 25 p.
- 9- Wilson W.R.D. and Marsault N., Partial Hydrodynamic Lubrication With Large Fractional Contact Areas. *ASME Journal of Tribology*, 1998, Vol. 120, pp. 16-20.
- 10- Montmitonnet P., Modélisation du contact lubrifié - exemple de la mise en forme des métaux. *Mécanique et Industries*, 2000, Vol. 1, pp. 621-637.
- 11- Montmitonnet P., Plasto-hydrodynamic lubrication (PHD) – application of lubrication theory to metal forming processes, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 2001, tome 2, Série IV, pp. 729-737.
- 12- Kamamoto S., Sakuragi M. and Yamamoto T., Surface roughness effects in EHL line contacts. *Proceedings of the International Tribology Conference II (Yokohama)*, 1995, pp. 1017-1022.
- 13- Dowson D. and Higginson G.R., *Elasto-hydrodynamic lubrication*. 2nd Ed. Oxford : Pergamon Press, 1977, 235 p.
- 14- Davies M.G., The Generation of Pressure between Rough, Fluid Lubricated, Moving, Deformable Surfaces. *Lubrication Engineering*, 1963, pp. 246-252.
- 15- *History of Tribology*, 2nd ed. UK: Professional Engineering Publishing, 1998, 768 p.
- 16- Burton R.A., Effects of Two-Dimensional, Sinusoidal Roughness on the Load Support Characteristics of a Lubricant Film. *ASME Journal of Basic Engineering*. 1963, pp. 258-264.

- 17- Wilson W.R.D., Workpiece Surface Roughening in a Hydrodynamically Lubricated Metal Forming Process. ASME Journal of Lubrication Technology, 1977, pp. 10-14.
- 18- Wilson W.R.D. and Lak S., The Transport and Breakdown of Solid Lubricants in a Simple Forging Operation. ASME Journal of Lubrication Technology, 1977, pp. 230-264.
- 19- Tonder K., Time-varying roughness distributions: a neglected load-carrying mechanism. Proceedings of the International Tribology Conference II, Yokohama, 1995, pp. 999-1004.
- 20- Chang L., Deterministic modeling and numerical simulation of lubrication between rough surfaces – a review of recent developments. Wear, 1995, Vol. 184, pp. 155-160.
- 21- Wilson W.R.D. and Delmolino W.P., The influence of surface roughness on the lubrication breakdown in upsetting between overhanging dies. Wear, 1974, Vol. 29, pp. 1-10.
- 22- Mateescu G., Ribbens C.J., Watson L.T., Wang C-Y. Effect of a sawtooth boundary on Couette flow. Computers and Fluids, 1999, Vol. 28, pp. 801-813.
- 23- Stupkiewicz S. and Mróz Z., Phenomenological model of real contact area evolution with account for bulk plastic deformation in metal forming. International Journal of Plasticity, 2003, Vol. 19, pp. 323-344.
- 24- Mróz Z. and Stupkiewicz S., Constitutive model of adhesive and ploughing friction in metalforming processes. International Journal of Mechanical Science, 1998, Vol. 40, n° 2-3, pp. 281-303.
- 25- Tao Q., Lee H.P. and Lim S.P., Contact mechanics of surfaces with various models of roughness descriptions. Wear, 2001, Vol. 249, pp. 539-545.
- 26- Christensen H., Stochastic models for hydrodynamic lubrication of rough surfaces. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1970, Vol. 184, Part 1, n° 55, pp. 1013-1026.
- 27- Sutcliffe M.P.F., Flattening of Random Rough Surfaces in Metal-Forming Processes. ASME Journal of Tribology, 1999, Vol. 121, pp. 433-440.
- 28- Shelly P. and Ettles C., Effect of Transverse and Longitudinal Surface Waviness on the Operation of Journal Bearing. Journal of Mechanical Engineering Science, 1972, Vol. 14, n° 3, pp. 168-172.
- 29- Ike H., Surface deformation vs. bulk plastic deformation—a key for microscopic control of surfaces in metal forming. Journal of Engineering Materials and Technology, 2003, Vol. 138, pp. 250-255.
- 30- Chantrenne P. and Raynaud M., Study of a macroscopic sliding contact thermal model from microscopic models. International Journal of Thermal Sciences, 2001, Vol. 40, pp. 603-621.
- 31- Elrod H.G., A review of theories for the fluid dynamic effects of roughness on laminar lubricating films. Proceedings of the 4th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 1977, pp. 1126.

- 32- Azarkhin A. and Devenpeck M.L., Enhanced model of a plowing asperity. *Wear*, 1997, Vol. 206, pp. 147-155.
- 33- Torrance A.A., A three-dimensional cutting criterion for abrasion. *Wear*, 1988, Vol. 123, pp. 87-96.
- 34- Greenwood J.A. and Williamson J.P.B., Contact of Nominally Flat Surfaces. *Proc Roy Soc Lond*, 1966, A295, pp. 300-319.
- 35- Zahouani H. and Sidoroff F., Rough surfaces and elasto-plastic contacts. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 2001, Tome 2, Série IV, pp. 709-715.
- 36- Sridhar M.R. and Yovanovich M.M., Contact conductance correlations based on Greenwood and Williamson surface model. *ASME National Heat Transfer Conference*, Houston Texas, 1996, pp. 3-13.
- 37- McCool J.I., Comparison of models for the contact of rough surfaces. *Wear*, 1986, Vol. 107, pp. 37-60.
- 38- Patir N. and Cheng H.S., An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, 1978, Vol. 100, pp. 12-17.
- 39- Cheng H.S., The lubrication of rough surfaces. *Proceedings of the 11th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 1984, pp. 11-20.
- 40- Zhang S., Hodgson P.D., M.J. Cardew-Hall and Kalyanasundaram S., A finite element simulation of micro-mechanical behaviour in metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, Vol. 134, pp. 81-91.
- 41- Mahrenholtz O., Bontcheva N., Iankov R. and Datcheva M., Investigation of the influence of surface roughness on metal forming processes. *Mechanics Research Communications*, 2000, Vol. 27, n° 4, pp. 393-402.
- 42- Doege E., Kaminsky C. and Bagaviev A., A new concept for the description of surface friction phenomena. *Journal of Materials Processing Technology*, 1999, Vol. 94, pp. 189-192
- 43- Ike H. and Minouchki A., Effect of lateral tension and compression on plane strain flattening processes of surface asperities lying over a plastically deformable bulk. *Wear*, 1990, Vol. 140, pp. 17-38.
- 44- Faulkner A. and Arnell R.D., The development of a finite element model to simulate the sliding interaction between two, three-dimensional, elastoplastic, hemispherical asperities. *Wear*, 2000, Vol. 242, pp. 114-122.
- 45- Wang Z., Nakamura T., Dohda K. and Obika T., FEM analysis of contact mechanism in pressforming of lubricant pre-coated steel sheet. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, Vol. 140, pp. 514-519.

- 46- Saiki H. and Marumo Y., Influence of the roughness geometry of tool surface and the flow stress of coated solid lubricants on tribo-conditions in cold forging. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, Vol. 140, pp. 25-29.
- 47- Brice Saint-Michel, L'écoulement de von Kármán comme paradigme de la physique statistique hors de l'équilibre. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013.
- 48- T. Blench, Les formules d'écoulement de l'hydraulique pratique. *La houille blanche*, <https://doi.org/10.1051/lhb/1952040>.
- 49- Tafat bouzid Anis, Synthèse des formules du calcul des pertes de charges et analyse de l'incertitude sur le choix de la rugosité, Thèse de Master, Ecole Nationale Supérieure D'Hydraulique -Arbaoui Abdellah, 2015.
- 50- Antal Thoma, *Machines*, Office des Publications Universitaires ,1990.
- 51- YUCEFI Sarra, *Mécanique des fluides I, Cours et applications*», Université des sciences et de la technologie Mohamed Boudiaf Oran, 2017.
- 52- N. N. Mansour, J. Kim and P. Moin, Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow, *Journal of Fluid Mechanics* , Volume 194 , September 1988 , pp. 15 - 44.
- 53- Charlotte Bayeux. Méthode intégrale pour la couche limite tridimensionnelle - Applications au givrage. Thèse de Doctorat, Institut supérieur de l'aéronautique et de l'espace (ISAE); Université de toulouse, 2017.
- 54- P.-Y. Lagrée, *Transferts turbulents, Introduction à la couche limite turbulente*, cours présenté à l'école nationale supérieure de techniques avancées ENSTA 2018.
- 55- Hossein Bonakdari, Frédérique Larrarte, Claude Joannis. Profil de vitesses dans les couches limites turbulentes. *Journées de l'hydrodynamique*, Apr 2007, France. pp 215-227.
- 56- Victor Amrom, *Lois de paroi pour les écoulements turbulents présentant des gradients de pression adverses*, mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de maîtrise ès sciences appliquées, école polytechnique de montréal, 2018.
- 57- Bradshaw, P., Ferriss, D., & Atwell, N. (1967). Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 28(3), 593-616. doi:10.1017/S0022112067002319.
- 58- Xu, Jing-lei et al, Study of the Shock Wave–Turbulent Boundary Layer Interaction Using a 3D von Kármán Length Scale. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation* 18 (2016): 57 - 66.
- 59- Michael Al'es, Sergey Makarov, Alexandr Karpov, A. Glezer, S. Roshchupkin. (2020) Numerical simulation of conjugated heat exchange in the turbulent motion of fluid in an oil well. *MATEC Web of Conferences* 329, 03013.
- 60- Spalding, D. B. (1991). Kolmogorov's Two-Equation Model of Turbulence. *Proceedings: Mathematical and Physical Sciences*, 434(1890), 211–216. <http://www.jstor.org/stable/51994>.

- 61- Satbir Singh, Donghyun You, A dynamic global-coefficient mixed subgrid-scale model for large-eddy simulation of turbulent flows, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 42, 2013, pp. 94-104.
- 62- K. S. Choi and J. L. Lumley, “The return to isotropy of homogeneous turbulence,” *J. Fluid Mech.* 436, 57 (2001).
- 63- U. Goldberg, O. Perroomian, P. Batten and S. Chakravarthy, THE k - ϵ - R_t Turbulence closure, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* Vol. 3, No. 2, 2009, pp. 175–183.
- 64- Charbel Habchi, Mohammad Oneissi, Serge Russeil, Daniel Bougeard, Thierry Lemenand, Comparison of eddy viscosity turbulence models and stereoscopic PIV measurements for a flow past rectangular-winglet pair vortex generator, *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*, Volume 169, 2021, 108637,ISSN 0255-2701.
- 65- M. Hatami, D.D. Ganji, M. Gorji-Bandpy, Experimental and numerical analysis of the optimized finned-tube heat exchanger for OM314 diesel exhaust exergy recovery, *Energy Conversion and Management*, Volume 97, 2015, Pages 26-41,ISSN 0196-8904.
- 66- M. A. Abd Halim, N. A. R. Nik Mohd* , M. N. Mohd Nasir and M. N. Dahalan, The Evaluation of k - ϵ and k - ω Turbulence Models in Modelling Flows and Performance of S-shaped Diffuser, *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*, Volume 15, Issue 2 pp. 5161-5177 June 2018, ISSN: 2229-8649.
- 67- Wang, Z.; Huang, X.; Cheng, H.; Ji, B. Some notes on numerical simulation of the turbulent cavitating flow with a dynamic cubic nonlinear sub-grid scale model in OpenFOAM. *J. Hydrodyn.* 2020, 32, 790–794.
- 68- Rostane Brahim, Etude et contrôle de l'écoulement turbulent autour d'obstacles, Thèse de Doctorat, 2016, Université de Tlemcen.
- 69- Cindy Guichard. Schémas volumes finis sur maillages généraux en milieux hétérogènes anisotropes pour les écoulements polyphasiques en milieux poreux. Thèse de Doctorat, Université Paris-Est, 2011.
- 70- Benzekhroufa Aissa, Caractéristiques et modèles de dispersions des sources ponctuelles de la pollution industrielle: Application aux émissions d'origine automobiles, Thèse de Magister (2009), Université Hassiba Benbouali - Chlef.
- 71- H. J. Hussein and R. J. Martinuzzi, Energy balance for turbulent flow around a surface mounted cube placed in a channel, *Physics of Fluids* 8, 764 (1996).
- 72- J.c.R.Hunt, A. A. Wray and P.Moin (1988): Eddies, stream, and convergence zones in Turbulent flows. Centre for Turbulence Research Report CTRS88, 193.
- 73- E. Croner, Etude de l'écoulement autour des ensembles roulants d'un véhicule en vue de l'optimisation aérodynamique du pneumatique. Thèse de Doctorat (2014), Université de Toulouse.