

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministre de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Aboubekr Belkaid Tlemcen
Faculté de Technologie

Département de Génie Électrique et Électronique

Laboratoire d'Automatique de Tlemcen



THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

Spécialité : AUTOMATIQUE



Présentée et soutenue le 22 *Octobre* 2015 par
Mokhtari MOHAMMED RIDA

**Observation et Commande de Drones Miniatures à
voilures tournantes**

Thèse dirigée par **Brahim Cherki**

Membres du jury :

Président :

L. BAGHLI

- Maître de conférences à l'Université de Tlemcen, Algérie.

Examineurs :

A. BENALLEGUE

- Professeur à l'Université de Versailles-Saint-Quentin, France.

A. CHOUKCHOU BRAHAM

- Maître de conférences à l'Université de Tlemcen, Algérie.

F. BOUDJEMAA

- Professeur à l'École Nationale Polytechnique, Algérie.

Directeur de thèse :

B. CHERKI

- Professeur à l'Université de Tlemcen, Algérie.

MOKHTARI MOHAMMED RIDA

Département de Génie Électrique et Électronique.
Laboratoire d'Automatique de Tlemcen, Algérie.

Email : *mokhtari_rida_aut@hotmail.fr*; *medrida2402@hotmail.com*

Mots clefs :

Drone à voilure tournante, modélisation des voilures tournantes, estimation des perturbations atmosphériques, commande de drones, guidage, pilotage.

Remerciements

Tout simplement et basant sur la traduction d'une parole du Prophète Mohammed (que la prière d'Allah et son salut soient sur lui) et qui a dit : « Celui qui ne remercie pas pour la petite chose, ne remercie pas pour la grande chose et celui qui ne remercie pas les gens, ne remercie pas Allah ». Alors et avec un immense plaisir, je trouve l'occasion sur cette page afin de rendre hommage et exprimer toute ma reconnaissance à chaque personne ayant participé à la réussite de ma très belle aventure.

Je tiens à remercier très vivement mon Directeur de thèse Monsieur Brahim Cherki, Professeur à l'Université Aboubekr Belkaid, Tlemcen. C'est avec beaucoup de chance que j'ai eu l'honneur et le plaisir de travailler sous sa direction. Mes premiers, mes plus vifs et profonds remerciements sont adressés à lui pour son encadrement et pour sa pédagogie à diriger ma thèse. J'ai beaucoup apprécié par : ses diverses compétences et expériences dans plusieurs domaines assez différents, sa méthode de travail, son enthousiasme et sa qualité de correction de documents scientifiques. Le travail sous sa direction, les réunions et les discussions avec lui m'ont fait apprendre beaucoup de choses sur le monde de la recherche et sur l'art de ce métier. Je trouve également le plaisir de souligner : sa modestie, sa patience, sa bonne humeur, son esprit très ouvert sur l'autre, ses encouragements et son soutien permanent et qui a été toujours à l'écoute et prêt pour donner des conseils surtout pendant les derniers mois de la thèse. Enfin je lui dis que je ne pourrais jamais le remercier comme il me faut pour son volontariat en corrigeant mon manuscrit en premier et pour le relire une autre fois. Il trouve ici et pour toujours tout mon respect et toute ma reconnaissance.

Je tiens ensuite à remercier Monsieur LOTFI BAGHLI, Maître de conférences à l'Université Aboubekr Belkaid Tlemcen, pour avoir accepté d'être le président de mon jury de thèse.

Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur ABDELAZIZ BENALLEGUE, Professeur à l'Université de Versailles, France, qui me fait l'honneur d'accepter d'être membre du jury de cette thèse et de l'examiner.

Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur FARES BOUDJEMAA, Professeur à l'École Nationale Polytechnique, Algérie, d'avoir accepté d'être examinateur de ma thèse et de juger mon travail.

Je remercie vivement Madame AMAL CHOUKCHOU BRAHAM, Maître de conférences à l'Université Aboubekr Belkaid Tlemcen, pour l'intérêt particulier qu'elle a porté à mon travail et l'immense plaisir qu'elle me fait en acceptant de faire partie de ce jury, ses conseils et ses remarques m'ont été très précieux.

J'ai une dernière pensée émue pour ma famille, en particulier mes parents qui me vouent une confiance et un amour inconditionnels et qui m'ont toujours soutenu dans ce que j'entreprenais. Je vous remercie et je vous serai éternellement reconnaissant.

Table des matières

1 Les drones : État de l’art	5
1.1 Introduction	5
1.2 Contexte et historique	6
1.3 Les différentes catégories de drones	7
1.3.1 Drones à voilure Fixe	9
1.3.2 Drones à ailes battantes ou ornithoptères	10
1.3.3 Drones à voilure tournante	10
1.4 Les capteurs pour la navigation et la localisation	19
1.4.1 Les centrales inertielles	20
1.4.2 Accéléromètres	20
1.4.3 Magnétomètres	20
1.4.4 Gyromètres et Gyroscopes	21
1.4.5 Système de géolocalisation	21
1.4.6 Les télémètres	21
1.4.7 Les altimètres barométriques	21
1.4.8 Capteur de vision	22
1.5 Méthodes pour le guidage et le pilotage	22
1.5.1 Commandes par retours d’états linéaires	22
1.5.2 Commandes non-linéaires	24
1.5.3 Commande hiérarchique	25
1.5.4 Commande non-linéaire par modes glissants	25
1.5.5 La commande adaptative	26
1.5.6 Asservissement visuel	27
1.6 Conclusion du chapitre	27
2 Modélisation de Drones à voilures tournantes	29
2.1 Introduction	29
2.2 Dynamique du mini-drone à voilure tournante	30
2.2.1 Paramètres cinématiques et cinétiques	30
2.2.2 Synthèse du modèle dynamique général du drone	31
2.2.3 Bilan des forces et moments appliqués	33
2.2.4 Particularité des véhicules possédant des plans de symétrie	35
2.3 Caractérisation aérodynamique des voilures tournantes	35
2.3.1 La portance d’un profil	35
2.3.2 Modèle de poussée	36
2.3.3 Modèle de traînée	37
2.4 Spécification du modèle à un véhicule donné	37
2.4.1 Le birotor coaxial avec plateau cyclique	37
2.4.2 Le quadrirotor	42
2.5 Conclusion	44

3	Commande en attitude du drone	45
3.1	Introduction	45
3.2	Commande par modes glissants du second ordre	46
3.2.1	Algorithme de super-twisting	46
3.3	Première version modifiée de l'algorithme de super-twisting	47
3.3.1	Définitions et lemmes	47
3.3.2	Position du problème	48
3.3.5	Synthèse de la loi de commande	49
3.4	Application à la commande d'attitude du quadrirotor	52
3.4.1	Modèle d'attitude	52
3.4.2	Résultats de simulation	54
3.4.3	Algorithme linéaire	58
3.5	Deuxième version modifiée de l'algorithme de super-twisting	59
3.5.1	Application à la commande d'attitude du quadrirotor	62
3.5.2	Résultats de simulation	63
3.6	Conclusion	67
4	Commande hiérarchique du quadrirotor	69
4.1	Introduction	69
4.2	Séparation des dynamiques de rotation et de translation	70
4.3	Conception de la commande par rejet de perturbation active	71
4.3.2	Concept de l'observateur à état étendu	72
4.3.3	Application à la commande du quadrirotor	73
4.3.5	Résultats et Simulations	78
4.4	Conception de la commande hiérarchique adaptative par backstepping	82
4.4.1	Principe	82
4.4.3	Application à la commande du quadrirotor	82
4.4.4	Contrôle de la dynamique de translation	83
4.4.5	Contrôle de la dynamique de rotation :	85
4.4.6	Résultats de simulation	87
4.5	Conclusions	91
5	Observation et Commande Robuste du Birotor Coaxial	93
5.1	Introduction	93
5.2	Stratégie de commande	94
5.3	Conception de la commande par modes glissants	95
5.4	Application à la commande du Birotor Coaxial	95
5.4.1	Contrôle d'altitude et de lacet	95
5.4.2	Contrôle de la dynamique longitudinale et latérale	99
5.4.3	Résultats et Simulations	102
5.5	Commande robuste non-linéaire par backstepping	107
5.5.1	Principe	107
5.5.2	Synthèse de la commande	108
5.5.3	Contrôle de lacet	111
5.5.4	Conception de la commande longitudinale et latérale	111

5.5.5	Transformation non-linéaire	115
5.5.6	Stabilité des systèmes interconnectés	118
5.5.7	Résultats et Simulations	119
5.6	Conception d'un observateur à état étendu pour le birotor coaxial	123
5.6.1	Linéarisation exacte et découplage entrées-sorties	123
5.6.2	Application de l'observateur à état étendu sur le birotor coaxial	125
5.6.3	Modèle de l'observateur	128
5.6.5	Résultats et Simulations	132
5.7	Conclusion	136
A	Caractérisation aérodynamique des voilures tournantes	139
A.1	Vitesse induite et théorème des quantités de mouvement	139
A.1.1	Dynamique et théorie de l'élément de pale	141
A.1.2	Efforts aérodynamiques parasites	145
B	Outils mathématiques et concept de stabilité	147
B.1	Notations	147
B.2	Notion de stabilité au sens de Lyapunov	147
C	Liste des publications Réalisées dans le cadre de la thèse	151
	Bibliographie	153

Table des figures

1.1	Maquette de vis aérienne de Léonard de Vinci du musée des sciences et des techniques Léonard de Vinci à Milan.	7
1.2	HALE et MALE : (a) RQ-4 Global Hawk - (b) MQ-1 Predator - (c) Orion.	8
1.3	UCAV et TUAV : (a) Le X-47B - (b) Watchkeeper WK450 -(c) Sperwer.	9
1.4	MiniAV et microAV : (a) Hovereye - (b) Seiko Epson μ FR - (c) Proxflyer.	9
1.5	Quelques exemples de drones à voilure fixe : (a) Carolo P50- (b) eBee -(c) Techpod.	10
1.6	Quelques projets en cours de micro drones à voilure battante	11
1.7	Fonctionnement du rotor avec ses biellettes ainsi que les deux plateaux [Koehl 2012a].	12
1.8	Hélicoptère : Eurocopter EC135 et Hughes MD 520N.	13
1.9	Drone hélicoptère : (a) Camcopter S-100- (b) ORKA - (c) Marvin	13
1.10	(a) le CH-47 Chinook -(b) Ghost.	14
1.11	Hélicoptère : (a) kamov Ka-50.- (b) IT1 80 - (c) Koax X240.	15
1.12	Hélicoptère : Eurocopter (a) EC 120 Colibri - (b) Hughes MD 500.	15
1.13	(a) iSTAR - (b) HoverEye - (c) Honeywell RQ-16.	16
1.14	(a) BIROTAN - (b) birotor de Gary Gress.	16
1.15	(a) Bell-Boeing V22 Ospray	17
1.16	le Boeing V-22 Osprey dans sa conversion de phase de vol.	18
1.17	(a) trirotor - (b) quadrirotor - (c) X6 Draganflyer - (d) Falcon 8 - (e) volocopter VC200.	18
1.18	Les combinés : (a) X^3 d'Eurocopter - (b) Sikorsky X2- (c) X-49A SpeedHawk.	19
1.19	Exemple de centrales inertielles	20
1.20	Capteurs MEMS -(a) accéléromètre - (b) gyromètre - (c) magnétomètre	21
1.21	Boucle de guidage-pilotage	23
1.22	Schéma structurel de la commande hiérarchique	26
2.1	Repères utilisés pour décrire le mouvement du drone.	31
2.2	Illustration de la distribution de pression sur un profil aérodynamique.	36
2.3	Influence de l'angle d'incidence des pales sur la portance	37
2.4	Modèle de drones à voilures tournantes.	38
2.5	Birotor coaxial avec un plateau cyclique [Koehl 2012b]	39
2.6	Repères utilisés pour décrire le mouvement du coaxial rotor.	39
2.7	Principe de fonctionnement d'un coaxial	40
2.8	L'hélicoptère à quatre rotors [Nicol 2011].	43
2.9	Principe de fonctionnement du quadrirotor.	43
3.1	Trajectoire dans le plan de phase (s, \dot{s}) du système commandé par l'algorithme du <i>super-twisting</i>	47
3.2	La région de stabilité.	51
3.3	Position angulaire $\{\phi \ \theta \ \psi\}$ test de stabilisation.	55
3.4	Vitesse angulaire $\{w_\phi \ w_\theta \ w_\psi\}$. Cas : test de stabilisation.	55
3.5	Couple de commande : $\mathbf{\Gamma}_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.	56

3.6	Position angulaires $\{\phi \ \theta \ \psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.	56
3.7	Vitesse angulaire $\{w_\phi \ w_\theta \ w_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.	56
3.8	Trajectoires d'erreur de position angulaire $\{\delta_\phi \ \delta_\theta \ \delta_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.	57
3.9	Couple de commande : $\mathbf{\Gamma}_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.	57
3.10	Position angulaire $\{\phi \ \theta \ \psi\}$ test de stabilisation.	64
3.11	Vitesse angulaire $\{w_\phi \ w_\theta \ w_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.	64
3.12	Couple de commande : $\mathbf{\Gamma}_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.	65
3.13	Position angulaires $\{\phi \ \theta \ \psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.	65
3.14	Vitesse angulaire $\{w_\phi \ w_\theta \ w_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.	65
3.15	Trajectoires d'erreur de position angulaire $\{\delta_\phi \ \delta_\theta \ \delta_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.	66
3.16	Couple de commande : $\mathbf{\Gamma}_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.	66
4.1	Schéma bloc des systèmes en cascade.	71
4.2	La structure de commande du quadrirotor	74
4.3	Évolution du drone le long de la trajectoire	79
4.4	Cas b : Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et sa référence	80
4.5	Trajectoires de roulis et de tangage	81
4.6	Cas b : Vitesses de rotation Ω_i des rotors.	82
4.7	Évolution du drone le long de la trajectoire	88
4.8	Cas b : Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.	89
4.9	Cas b : Trajectoires de roulis et de tangage.	90
4.10	Cas b : Vitesses de rotation Ω_i des rotors	91
5.1	La structure de contrôle du birotor coaxial.	96
5.2	Évolution du drone le long de la trajectoire	104
5.3	Cas b : Les trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.	105
5.4	Trajectoires de roulis et de tangage	105
5.5	Cas b : Vitesses de rotation Ω_1 et Ω_2 des rotors et les angles d'inclinaison δ_{cx} et δ_{cy} du plateau cyclique.	106
5.6	Structure de la commande du drone.	107
5.7	Évolution du drone le long de la trajectoire	120
5.8	Cas b : Les trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.	121
5.9	Cas b : Les trajectoires de roulis et de tangage.	122
5.10	Cas b : Vitesses de rotation Ω_1 et Ω_2 des rotors et les angles d'inclinaison δ_{cx} et δ_{cy} du plateau cyclique.	123
5.11	Évolution du drone le long de la trajectoire	133
5.12	Cas b : Les trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.	134
5.13	Trajectoires de roulis et de tangage	134
5.14	Cas b : Vitesses de rotation Ω_1 et Ω_2 des rotors et les angles d'inclinaison δ_{cx} et δ_{cy} du plateau cyclique.	135
A.1	Profil du flux d'air généré par un unique rotor à l'évolution de la vitesse et de pression du vent dans le tube de flux en vol stationnaire.	139
A.2	Illustration du flux d'air pour un vol en translation	141
A.3	Géométrie d'un élément de pale.	143
A.4	Vortex Ring State	145

B.1 Illustration de la définition intuitive de la stabilité. 148

Introduction générale

Au cours des dix dernières années, les avancées technologiques et les nombreuses applications potentielles ont suscité un intérêt croissant pour la robotique aérienne. Les véhicules aériens sans pilote à voilures tournantes « giravions » sont des engins volants autonomes dont la sustentation et la propulsion sont assurées par la rotation d'une ou plusieurs voilures tournantes « ou rotors ». Ces appareils sont capables de suivre une trajectoire, de naviguer dans l'espace, d'utiliser la navigation visuelle, de décoller, de voler et d'atterrir verticalement, de réaliser des vols quasi-stationnaires ainsi que des vols à basse altitude avec une grande maniabilité. Ils ont accès à un champ vaste d'applications dans les domaines militaires ou civils tels que la surveillance aérienne, le renseignement, la reconnaissance tactique, l'exploration d'un environnement inconnu, le combat ou encore le transport. Plus précisément, un grand intérêt est accordé aux engins de petite taille « mini ou micro-drones » en raison de la miniaturisation des capteurs et des systèmes embarqués (des cartes de commande) et aussi pour leurs avantages majeurs lorsqu'ils sont utilisés dans des environnements encombrés ou de petits espaces (milieu urbain) dans lesquels les giravions plus grands ne sont pas bien adaptés. Plusieurs architectures de giravions sont disponibles selon le nombre et la disposition des rotors. L'hélicoptère conventionnel est l'un des systèmes les plus répandus, composé d'un rotor principal et d'un rotor anti-couple pour répondre aux besoins des opérationnels, mais il existe d'autres concepts alternatifs à l'hélicoptère tels que les coaxiaux (libre ou caréné), les tandems, les convertibles, les combinés ... Etc. Cependant, chaque formulation de giravion nécessite une étude spécifique de la mise en œuvre de certaines exigences et critères. Plusieurs types de critères sont à prendre en compte, tels que la masse de l'engin, les performances et le mode de vol, l'autonomie, la croisière, le rayon d'action, les impacts environnementaux, ... Etc.

La conception de pilotes automatiques pour les mini drones pose de nombreux défis théoriques et techniques. En effet, la charge utile limitée de véhicules miniatures impose des contraintes sévères sur la sélection des capteurs de navigation et l'électronique embarquée. En outre, en raison de leurs dynamiques complexes, des non-linéarités, et de hauts degrés de couplage entre les différents degrés de liberté, ainsi que de la dynamique des actionneurs, la synthèse des lois de commande devient difficile. Du point de vue des systèmes de contrôle, la plupart des modèles de contrôle présentent un compromis entre les performances et le mode de vol et la complexité de la loi de commande. En effet, les contrôleurs linéaires sont conçus pour le vol quasi-stationnaire et ne parviennent pas à fournir de bonnes performances de vol à des conditions non-nominales de fonctionnement dans lequel les angles d'attitude sont grands, comme pour les grandes vitesses et des vols agressifs. D'autre part, les contrôleurs non-linéaires sont souvent difficiles à mettre en œuvre sur de petits microprocesseurs et à régler en ligne. Les travaux de cette thèse portent sur la modélisation des hélicoptères drones à rotors multiples tels que le birotor coaxial contrarotatif et le quadri rotor, en particulier lorsqu'il est soumis à des efforts aérodynamiques perturbateurs. Par la suite, la synthèse de lois de commande non linéaires robustes et adaptatives ayant pour objectif l'amélioration de la sécurité et les performances du vol avec preuve de la stabilité de ces systèmes lorsqu'ils évoluent dans un milieu perturbé. Notre objectif est le développement de nouveaux algorithmes de contrôle pour la commande en position et en attitude des hélicoptères à rotors multiples. Deux approches de contrôle seront présentées. Les premières approches robustes

consistent à rejeter complètement la perturbation sans prendre en compte son niveau de dangerosité sur l'engin ou d'utiliser si possible les efforts produits par la perturbation « techniques de commande robuste ». Les secondes approches montrent qu'il existe un grand potentiel pour les drones à estimer l'évolution de la perturbation atmosphérique dans le déplacement du véhicule. En effet, dans des conditions appropriées avec une connaissance de l'évolution de la perturbation atmosphérique, un drone peut considérablement améliorer ses performances de vol et sa sécurité en cherchant à estimer ces perturbations en utilisant des techniques de commande actives (adaptatives) ou en couplant des techniques de commande simples avec un observateur (estimateur) pour l'estimation de perturbations agissant un véhicule évoluant dans l'espace. D'autre part, la robustesse de ces lois de commandes est fortement liée à celle des algorithmes d'estimation. Du point de vue des systèmes de contrôle, la plupart des lois de commande synthétisées s'appuient sur un modèle hiérarchique où le système global de véhicule est considéré comme une famille de sous-systèmes en cascade. Cette technique offre plusieurs avantages tels que : Les lois de commande obtenues sont plus simples et faciles à implémenter, de plus, ces lois de commande peuvent gérer différents modes de vol tels que le vol stationnaire, vol vers l'avant, le décollage et l'atterrissage, et le suivi de trajectoire.

Pour notre travail, nous avons utilisé deux modèles réduits de drones à voilure tournante. Nous avons commencé ce travail en utilisant un modèle générique qui peut être considéré comme un modèle standard des giravions, c'est-à-dire indépendant de la configuration choisie pour le véhicule. Ensuite, ce modèle sera détaillé suivant la configuration de véhicule choisie. Dans un premier temps, nous présentons la conception d'un hélicoptère miniature du type birotor coaxial contrarotatif, cet appareil possède deux rotors contrarotatifs et un plateau cyclique monté au niveau du rotor inférieur. Ensuite, en utilisant le modèle dynamique d'un hélicoptère à quatre rotors, cet appareil est constitué de quatre rotors à pas fixes placés aux extrémités d'une structure rigide en forme de croix. Ces modèles représentent un défi intéressant vis-à-vis des non-linéarités, les couplages entre les dynamiques, des forces aérodynamiques et de l'état du système qui est sous-actionné. En tant que systèmes dynamiques, ces appareils doivent suivre la trajectoire imposée par son utilisateur « le pilote » définissant la vitesse relative de l'air, l'altitude, l'angle latéral de translation, ainsi que plusieurs paramètres limitant l'évolution du système.

En ce qui concerne la loi de commande de ces appareils « drones à voilures tournantes », elle doit générer la force de poussée et les couples nécessaires à la réalisation de la trajectoire. La force de poussée est générée pour compenser la force de gravité et le contrôle du mouvement vertical, les effets dynamiques de ses systèmes de propulsion produisent les accélérations nécessaires à l'accomplissement de la tâche. Les couples de commandes sont générés pour contrôler l'aéronef selon les trois axes de rotation, le couple de roulis assure le contrôle de l'engin suivant les directions latérales, le couple de tangage assure le contrôle de l'engin suivant les directions longitudinales et le couple de lacet contrôle l'appareil autour de l'axe de lacet afin d'éviter que l'aéronef ne tourne indéfiniment sur lui-même.

❁ Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est décomposé en cinq chapitres, qui sont introduits brièvement dans le paragraphe suivant :

✦ **Chapitre 1** : Ce chapitre est une introduction générale comportant trois parties essentielles : les principales architectures de drones, les capteurs pour la navigation et la localisation, et un état de l'art des méthodes pour le guidage et le pilotage. Dans un premier temps, après un bref historique concernant les drones, nous décrivons une classification des systèmes aériens selon trois grandes familles : ceux à voilures fixes, ceux à ailes battantes « ornithoptères » et les voilures tournantes. Une classification détaillée des véhicules à voilure tournante est présentée, telle que : les hélicoptères (classique, en tandem, en coaxial, engrenant..., etc.), les convertibles, et les voilures carénées et les combinés. Une description des différents éléments qui composent le système de navigation et de localisation d'un drone est donnée. Enfin, un état de l'art sur les différentes techniques de guidage et pilotage utilisées pour le contrôle des engins à voilure tournante.

✦ **Chapitre 2** : Ce chapitre comporte trois parties essentielles : synthèse d'un modèle général de drones à voilure tournante, la caractérisation aérodynamique des voilures tournantes, et une spécification du modèle dynamique de quelques hélicoptères à rotors multiples. Dans un premier temps, nous présentons une modélisation générale pour un corps rigide à 6-DDL basée sur le formalisme de Newton et Euler. Ensuite, nous présentons, les différents phénomènes aérodynamiques générés par l'air sur les voilures en rotation. Finalement, nous allons caractériser le comportement de mini-drones du type birotor coaxial contrarotatif et le quadrirotor, avec pour objectif la construction d'un modèle dynamique complet de chaque véhicule étudié pour appliquer les différentes techniques de commandes utilisées dans les chapitres qui vont suivre.

✦ **Chapitre 3** : Dans ce chapitre, nous développons deux nouveaux algorithmes de commande non-linéaires basés sur la théorie des modes glissants du second ordre, dont l'objectif est de générer des lois de commandes continues pour contrôler en attitude le système aérien en présence des perturbations extérieures. Ces deux algorithmes sont conçus par extension des idées et des théories de Moreno et Osorio [Moreno 2008]. Une analyse de robustesse est effectuée pour montrer l'efficacité de chacune des approches de commandes proposées. Enfin, la mise en application de ces deux commandes sera détaillée dans le cas de la stabilisation et du suivi de la trajectoire de référence d'un véhicule de type quadrirotor.

✦ **Chapitre 4** : Dans ce chapitre, nous présentons en premier temps, le principe de la commande hiérarchique et le concept de séparation du modèle du drone en deux sous-systèmes interconnectés (de rotation et de translation). Cette décomposition en deux dynamiques implique un contrôleur qui a une structure en cascade. Dans un deuxième temps, une commande par régulateur PD est conçue et utilisée en parallèle avec un observateur linéaire à état étendu. L'observateur à état étendu travaille comme un observateur et un estimateur des perturbations externes (rafales de vent et bruits,... Etc.). La régulation utilisée (observateur-estimateur-contrôleur) permet l'utilisation d'un nombre réduit de capteurs. Dans une dernière partie, une commande adaptative par backstepping est proposée pour construire des lois de commande en utilisant le concept de la commande hiérarchique. Le contrôle adaptatif est utilisé pour estimer des perturbations extérieures en ligne et à intégrer l'estimation de ces paramètres à la commande pour les contrer. Enfin, les performances de cette technique de contrôle et d'estimation sont également évaluées dans un contexte de simulation approprié.

♣ **Chapitre 5 :** Le cinquième chapitre expose les travaux liés à la commande et l'observation. Dans un premier temps, nous proposons de synthétiser une loi de commande basée sur la théorie des modes glissants. Le système de drone est décomposé en deux sous-systèmes, le premier sous-système correspond à la dynamique d'altitude contrôlée par la force de poussée et la dynamique de lacet contrôlée par le couple de lacet et le deuxième sous-système correspond aux dynamiques de position latérale, longitudinale et les dynamiques de roulis et de tangage, ce système sous-actionné est contrôlé par les deux couples de roulis et de tangage. La méthode de glissement a été modifiée dans la surface de glissement pour éviter de dériver les états mesurés qui sont nécessaires pour la commande. Une commande par modes glissants basée sur un observateur de perturbation par modes glissants est utilisée pour ce système. Un observateur par modes glissants est utilisé pour estimer le terme de perturbation supposé borné. Dans un deuxième temps, nous proposons une nouvelle méthode de contrôle robuste par l'approche de backstepping. Le concept de cette commande consiste à rejeter la perturbation sans chercher à l'estimer ou la mesurer, visant à garantir la stabilité de la boucle fermée en présence des perturbations externes. Enfin, un observateur à état étendu est proposé pour estimer les états du système et les perturbations extérieures. Cet observateur permet de réduire le nombre de capteurs nécessaires pour la conception de la commande.

Les drones : État de l'art

✿ « J'ai seulement eu en vue d'exposer dans cet Ouvrage ce que je suis parvenu à faire en ce moment et ce qui, peut-être, pourra servir de point de départ pour d'autres recherches de même genre. » M. A. Lyapunov. 

Sommaire

1.1 Introduction	5
1.2 Contexte et historique	6
1.3 Les différentes catégories de drones	7
1.3.1 Drones à voilure Fixe	9
1.3.2 Drones à ailes battantes ou ornithoptères	10
1.3.3 Drones à voilure tournante	10
1.4 Les capteurs pour la navigation et la localisation	19
1.4.1 Les centrales inertielles	20
1.4.2 Accéléromètres	20
1.4.3 Magnétomètres	20
1.4.4 Gyromètres et Gyroscopes	21
1.4.5 Système de géolocalisation	21
1.4.6 Les télémètres	21
1.4.7 Les altimètres barométriques	21
1.4.8 Capteur de vision	22
1.5 Méthodes pour le guidage et le pilotage	22
1.5.1 Commandes par retours d'états linéaires	22
1.5.2 Commandes non-linéaires	24
1.5.3 Commande hiérarchique	25
1.5.4 Commande non-linéaire par modes glissants	25
1.5.5 La commande adaptative	26
1.5.6 Asservissement visuel	27
1.6 Conclusion du chapitre	27

1.1 Introduction

La robotique aérienne est un champ vaste et interdisciplinaire. Un drone est un engin volant sans pilote à bord, commandé à distance et réutilisable. Il peut se définir comme un système mécanique, électronique et informatique contrôlé ou programmé pour effectuer des tâches trop répétitives, dangereuses ou difficiles pour être faites directement par des êtres humains. Ils sont aussi connus sous la dénomination "UAV (Unmanned Aerial Vehicle)" ou "UAS (Unmanned

Aerial system)". Il est important de noter que le terme « Drone » désigne l'ensemble des engins mobiles, terrestre, et naval. Les recherches et les développements liés aux drones autonomes reposent sur la capacité de contrôle de leur vol dans des environnements hostiles et complexes. Cette capacité passe par la maîtrise des phénomènes aérodynamiques de ces engins, des lois de contrôle associées, de l'estimation et l'observation d'état et éventuellement des perturbations, de la cartographie de l'environnement et la prise en compte de leur interaction avec l'environnement. La réalisation d'un drone efficace, de petite taille « mini ou micro drone » et de bas coûts est devenue possible grâce à des innovations technologiques dans les domaines de l'électronique et des systèmes embarqués. Ces systèmes ont la capacité d'embarquer plusieurs types de capteurs simultanément. Ils sont choisis principalement en raison de leurs capacités à effectuer des missions complexes en environnements difficiles et à réduire les risques en minimisant l'intervention humaine. Ils peuvent transporter une variété de charges utiles en fonction de missions qui leur sont dévolues. Mais tous ces robots volants souffrent du même handicap : leur temps d'autonomie est court. En fait, la puissance nécessaire à la propulsion d'un micro hélicoptère est supérieure à 90% de la consommation totale d'énergie, ce qui rend l'optimisation des composants électroniques insignifiante.

L'utilisation de technologies avancées telles que les aéronefs autonomes à décollage et atterrissage vertical (ADAV) augmentera le succès des opérations de recherche et de sauvetage par exemple dans le cas des catastrophes naturelles. Les ADAV miniatures présentent de nombreux avantages pour les applications de surveillance, de renseignement, de recherche et sauvetage en raison de leur maniabilité et leur capacité à effectuer un vol quasi-stationnaire. L'état de l'art que nous présentons dans ce chapitre est inspiré de nombreux travaux, parmi lesquelles [Brisset 2004] [Castillo 2005][Hamel 2005][Pflimlin 2006][Martini 2008a][Koehl 2012a] [Carrillo 2013]... Etc.

Dans ce chapitre, nous présentons : Dans un premier temps, le contexte et l'historique des drones, les principales architectures de drones et pour chaque famille, nous exposons ses avantages techniques et pratiques à travers différents projets et applications existantes. Dans un deuxième temps, nous présenterons les différents éléments qui composent le système de navigation et de localisation permettent au drone de se positionner et de s'orienter dans l'espace. Dans une dernière partie, les différentes architectures de commande et des stratégies de guidage et pilotage qui permettent d'améliorer les performances de vol du drone sont présentées.

1.2 Contexte et historique

Le recours à des aéronefs non pilotés à des fins militaires n'est pas une nouveauté historique. Depuis les cerfs-volants et les ballons chargés d'explosifs, en passant par les « bombes volantes », utilisés dans plusieurs conflits dans l'histoire pour l'observation ou le combat, jusqu'aux aéronefs automatisés, ce sont des siècles d'innovations et d'efforts technologiques qui se sont écoulés. En 1483, le père de l'hélicoptère Léonard de Vinci imagina le concept de machine volante à aile tournante nommée vis aérienne (voir figure 1.1) fondée sur le principe de la vis d'Archimède. En 1754, le Russe Mikhaïl Lomonosov a développé un modèle complexe à deux rotors coaxiaux contrarotatifs entraînés par un mécanisme d'horlogerie, l'aéronef a volé librement et a atteint une bonne altitude, ce concept a contribué au développement de l'hélicoptère moderne. La première utilisation des drones pour le combat remonte à 1849 quand les Autrichiens ont utilisé des ballons chargés d'explosifs pour attaquer la ville italienne de Venise. Les premiers avions sans pilote, destinés à être utilisés comme des avions pour l'entraînement au combat, ont été conçus

pendant et après la première guerre mondiale. En septembre 1916, l'avion-cible Hewitt-Sperry Automatic Airplane a réalisé son premier vol autonome. Le développement secret de nouveaux drones a continué pendant la deuxième guerre mondiale et la guerre froide. Pendant les années 1980, les drones ont été utilisés pour des missions de reconnaissance, de surveillance et d'attaque, principalement par les Israéliens et les Américains, et par les forces alliées lors des deux guerres du Golfe, en Irak et en Afghanistan. Dans la dernière décennie, beaucoup de configurations de drones de différentes tailles ont été développées notamment grâce à la miniaturisation des capteurs et unités de traitement d'un côté, et une demande croissante pour les applications militaires et civiles de l'autre côté.



FIGURE 1.1 – Maquette de vis aérienne de Léonard de Vinci du musée des sciences et des techniques Léonard de Vinci à Milan.

Le développement de drones aériens s'accélère et suscite un intérêt croissant, ils ont été utilisés au début pour des missions militaires de renseignement, de surveillance, d'acquisition de cible et de reconnaissance, connues sous l'abréviation d'ISTAR (Intelligence, Surveillance, Target Acquisition and Reconnaissance). Les drones aériens possèdent aussi de nombreuses applications civiles comme la surveillance jour et nuit et l'observation de sites sensibles,* la gestion des infrastructures (réseau routier, lignes électriques, pipe-lines...), les activités gouvernementales (police, douanes, environnement, ...) grâce aux capteurs infrarouges, la cartographie d'un terrain, expériences scientifiques et l'intervention dans des sites hostiles. Dans un premier temps, ces applications concerneront surtout les petits drones, mais elles devraient petit à petit évoluer vers de plus grandes plateformes. Toutefois, l'utilisation civile pose certaines contraintes, essentiellement à cause des réglementations restreignant ou interdisant leur utilisation au sein de l'espace aérien.

1.3 Les différentes catégories de drones

La classification des systèmes aériens est difficile, car il existe de nombreux types de drones aériens partant du nano drone de quelques grammes jusqu'au drone lourd capable d'effectuer

*. Les drones de l'armée suisse ont par exemple été utilisés pour surveiller les frontières dans le Tessin pendant l'été 2004. Des drones Hermes surveillent la frontière entre le Mexique et USA depuis fin juin 2004

des missions de plus de 24 heures à plusieurs milliers de kilomètres de sa base. Cependant, les véhicules autonomes peuvent être classés en plusieurs catégories selon : l'altitude de croisière, le rayon d'action, l'endurance, la taille (longueur, envergure, etc.) ou encore leur voilure (fixe, tournante ou battante). Le projet européen USICO[†] a identifié les drones selon les applications civiles. Nous présentons d'abord une classification générale des drones en fonction de leur rayon d'action, l'endurance et l'altitude :

- * **Drones HALE (Haute Altitude Longue Endurance)** : Ils sont caractérisés par une envergure proche de celle d'un aéronef classique, ils peuvent voler à une altitude opérationnelle atteignant 20 000 mètres avec un rayon d'action de plusieurs milliers de kilomètres et une autonomie d'une trentaine d'heures. Ces avions possèdent une charge utile importante et sont équipés de caméras (visible et infrarouge) et de radars divers. Un exemple célèbre de Drone HALE est le RQ-4 Global Hawk de Northrop Grumman illustré par la figure 1.2a. Cette machine est utilisée pour des missions de reconnaissance, désignation d'objectifs et d'observation des dommages de combat, il peut voler à 18 300 mètres d'altitude, atteindre la vitesse de 635 kilomètres par heure et dispose d'une autonomie de 36 heures.
- * **Drones MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance)** : Ils ont une autonomie d'une trentaine d'heures et peuvent voler entre 5 000 et 15 000 mètres d'altitude. Un exemple célèbre de Drone MALE est le MQ-1 Predator B construit par General Atomics illustré par la figure 1.2b. Ce drone peut voler à 7 600 mètres d'altitude avec une endurance de 28 heures. Il a largué plusieurs fois des bombes ou missiles en Afghanistan en 2001. Les Américains testent actuellement des drones MALE à très longue endurance telle que l'Orion d'Aurora visible sur la figure 1.2c dont l'autonomie serait portée à 120 heures.



FIGURE 1.2 – HALE et MALE : (a) RQ-4 Global Hawk - (b) MQ-1 Predator - (c) Orion.

- * **Drones de combat UCAV (Unmanned Combat Air Vehicles)** : Ils sont équipés de systèmes d'armes ou de recueils de renseignements. Ils sont destinés à accomplir des missions de reconnaissance, d'attaque, de tir, et d'occupation de l'espace aérien sur de très longues périodes, pouvant embarquer une charge utile létale. La figure 1.3a présente le drone de combat furtif X-47B développé par la société Northrop Grumman, ce drone est capable de maîtriser l'opération de catapultage et d'enchaîner naturellement sur sa mission selon les paramètres préétablis. Il dispose d'un rayon d'action de 2 800 kilomètres, se déplace à plus de 1 000 kilomètres par heure à une hauteur de 12 200 mètres.
- * **Drones tactiques TUAV (Tactical Unmanned Aerial Vehicle)** Ils ont un rayon d'action jusqu'à plus de cent kilomètres, une autonomie d'une dizaine d'heures et peuvent

[†]. Le projet européen USICO (mai 2002, avril 2004) est un consortium d'entreprises et de centres de recherche européens.

voler à une altitude opérationnelle de 200 à 5 000 mètres. Citons en exemple le drone Watchkeeper WK450 de groupe Thales en figure 1.3b ou encore le Sperwer développé par la société Sagem (groupe Safran) en figure 1.3c. Les drones TUAV concernent une très large gamme d'engins :



FIGURE 1.3 – UCAV et TUAV : (a) Le X-47B - (b) Watchkeeper WK450 -(c) Sperwer.

- ❖ **Mini drones MAV (Mini Air Vehicule)** : Ils ont une endurance de quelques heures et des dimensions de l'ordre du mètre, ils peuvent voler jusqu'à un plafond de 300 mètres, fonctionnant à des distances allant jusqu'à environ 30 kilomètres en emportant une charge utile très légère. Ce type d'appareils est en général propulsé électriquement. La figure 1.4a présente le mini drone Hovereye, développé par Bertin Technologies.
- ❖ **Micro/Nano drones** : Ils désignent des appareils d'une taille inférieure à quinze centimètres, de quelques dizaines à quelques centaines de grammes. Ils sont souvent dotés d'hélices entraînées par des moteurs électriques, l'autonomie est d'environ une vingtaine de minutes pour un rayon d'action d'une dizaine de kilomètres et pourraient accomplir des tâches dont des engins plus gros sont incapables. Citons en exemple le micro drone Seiko Epson μ FR en figure 1.4b qui ne pèse que 8,9 grammes. La figure 1.4c montre les différentes tailles de drone coaxial Proxflyer.

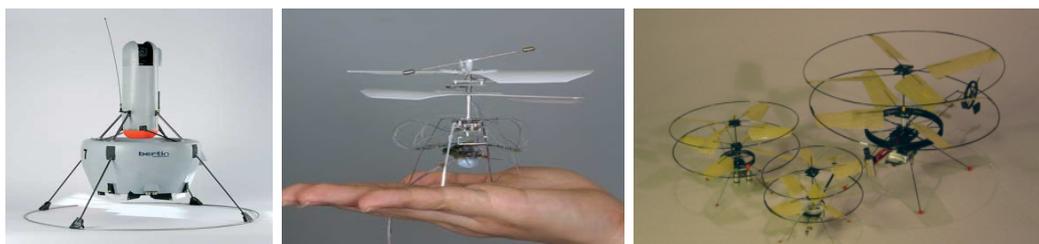


FIGURE 1.4 – MiniAV et microAV : (a) Hovereye - (b) Seiko Epson μ FR - (c) Proxflyer.

Afin de mieux décrire les caractéristiques des drones. Nous avons classé les drones selon trois grandes familles : Ceux à voilures fixes, ceux à ailes battantes (ornithoptères) et les aéronefs à voilures tournantes.

1.3.1 Drones à voilure Fixe

Ces configurations sont constituées d'une paire d'ailes assurant la sustentation, un fuselage, une dérive et un empennage, la propulsion est assurée par une ou plusieurs hélices. Ces configu-

rations offrent le plus d'autonomie, mais nécessitent une plateforme pour être opérées. Parmi les projets actuels, mentionnons Carolo P50 de l'Université technique de Braunschweig/Allemagne illustré par la figure 1.5a, ce minidrone est capable d'atteindre une vitesse de 65 kilomètres par heure à un plafond de plus de 100 mètres. Le drone avion eBee de Parrot illustré par la figure 1.5b se déplace à une vitesse de 57 kilomètres par heure avec une autonomie de 45 minutes et de 96 centimètres d'envergure, ou encore le micro drone Black Widow d'AeroVironment en figure 1.5c qui pèse 42 grammes avec une autonomie de 30 minutes et de 20 centimètres d'envergure.



FIGURE 1.5 – Quelques exemples de drones à voilure fixe : (a) Carolo P50- (b) eBee -(c) Techpod.

L'inconvénient principal de cette configuration est qu'elle n'autorise pas le vol stationnaire, des vols à basse vitesse et à basse altitude et aussi le besoin de piste de décollage ou d'atterrissage.

1.3.2 Drones à ailes battantes ou ornithoptères

Pour ces drones, la sustentation et le pilotage sont assurés grâce à des ailes battantes. Dotés d'une capacité de vol avec des trajectoires similaires à celles des insectes ou du colibri*, et de vol stationnaire à basses vitesses, comme les voilures tournantes, ce qui est intéressant pour des missions en intérieur ou dans des espaces réduits. Ces configurations permettent des manœuvres agiles tout en étant plus discrètes que les voilures tournantes, ce qui représente un autre avantage certain pour les missions de reconnaissance ou de surveillance. Le micro Delfly illustré par la figure 1.6a ne pèse que 3 grammes et à une envergure de 10 centimètres avec une vitesse de déplacement de 18 kilomètres par heure. Parce qu'il avait aussi une caméra embarquée, il a été déclaré par le livre Guinness des records 2009 comme "le plus petit aéronefs équipés de caméra dans le monde". Le Robobee de l'Université de Harvard en figure 1.6b pèse 80 milligrammes et a 3 centimètres d'envergure. Cet engin volant utilise des matériaux particulièrement fins, suffisamment légers pour que ses ailes actionnées par des muscles artificiels battent à une allure de l'ordre de 120 fois par seconde, comme celles d'une mouche.

1.3.3 Drones à voilure tournante

Les engins à voilure tournante sont des appareils volants ayant la capacité de décoller, voler et atterrir verticalement (ADAV, en anglais Vertical Take-off and Landing aircraft ou VTOL) et donc n'ont pas besoin de piste de décollage ou d'atterrissage. Ils utilisent des voilures tournantes ou rotors multiples pour voler en état stationnaire au-dessus d'une zone précise ou encore des vols à basse vitesse et à basse altitude. Ils peuvent réaliser une très grande variété de missions

*. oiseau-mouche, seul oiseau capable de vol stationnaire maîtrisé

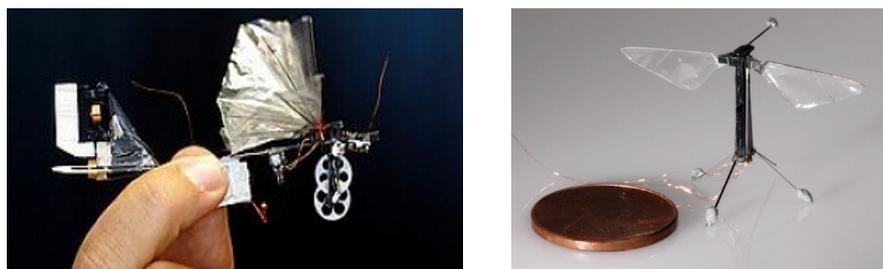


FIGURE 1.6 – Quelques projets en cours de micro drones à voile battante

irréalisables pour des véhicules à voile fixe telle que la surveillance, renseignement, secours et sauvetage. La famille des véhicules à voile tournante, regroupe les hélicoptères, les convertibles, et les voilures carénées. Ces types d'aéronefs s'appellent aussi giravions[†] équivalent de l'anglais « Rotorcraft ».

1.3.3.1 Hélicoptères Classiques

Le mot hélicoptère a été inventé par le Français Gustave Ponton d'Amécourt à partir du Grec *helikos* (spirale, hélice) et *pteron* (aile). La formulation de l'hélicoptère classique est apparue dans les années 1940 sous l'impulsion d'Igor Sikorsky aux Etats-Unis. L'hélicoptère est constitué d'un rotor principal à l'axe vertical. Ce rotor est une pièce mécanique complexe, qui assure la sustentation et la propulsion de l'hélicoptère et d'un système auxiliaire situé à l'arrière permettant de compenser le couple généré par le rotor principal sur le fuselage en générant une force de poussée dans la direction opposée à ce couple. Le rotor principal est constitué d'un certain nombre de pales, d'un mât, d'un moyeu et d'un plateau cyclique, que l'on aperçoit sur la figure 1.7. Les pales du rotor principal balayent le disque rotor « disque balayé » afin de générer une poussée nécessaire pour compenser le poids de l'appareil ainsi le contrôle du mouvement vertical. Ce rotor peut être du type rigide, semi-rigide ou articulé, permettant ou non les variations d'angles de battement et de traînée. Le plateau cyclique est composé de deux demi-plateaux superposés reliés à l'axe de rotation des rotors par une liaison rotule pour produire l'inclinaison des pales et l'inclinaison du plan de rotation. Le demi-plateau inférieur est non tournant. Il est articulé autour de l'axe des rotors par des tiges de commande. Il est donc libre de monter, de descendre ou de s'incliner dans toutes les directions. Le demi-plateau supérieur tournant est attaché au rotor principal et il est équipé de biellettes de pas dont chacune est reliée à une pale pour faire varier son angle d'incidence. Le pas collectif contribue à la commande de l'altitude de l'hélicoptère. La commande de pas collectif permet de modifier l'angle de pas de chacune des pales du rotor principal de manière à créer un différentiel de traction adéquate pour faire varier l'amplitude de la force de sustentation. Les commandes de plateau cyclique du disque rotor permettent la variation de l'attitude de l'engin.

L'inclinaison du plateau cyclique par rapport au mât* du rotor constitue la commande de pas cyclique. Elle engendre une dissymétrie de l'angle de pas entre deux pâles, cela provoque

[†]. Giravions provient du terme grec « gyro » signifiant anneau ou cercle et du mot avion.

*. le mât sur lequel sont fixés un moyeu et des pales reçoit la puissance motrice, généralement transmise par l'intermédiaire d'un réducteur.

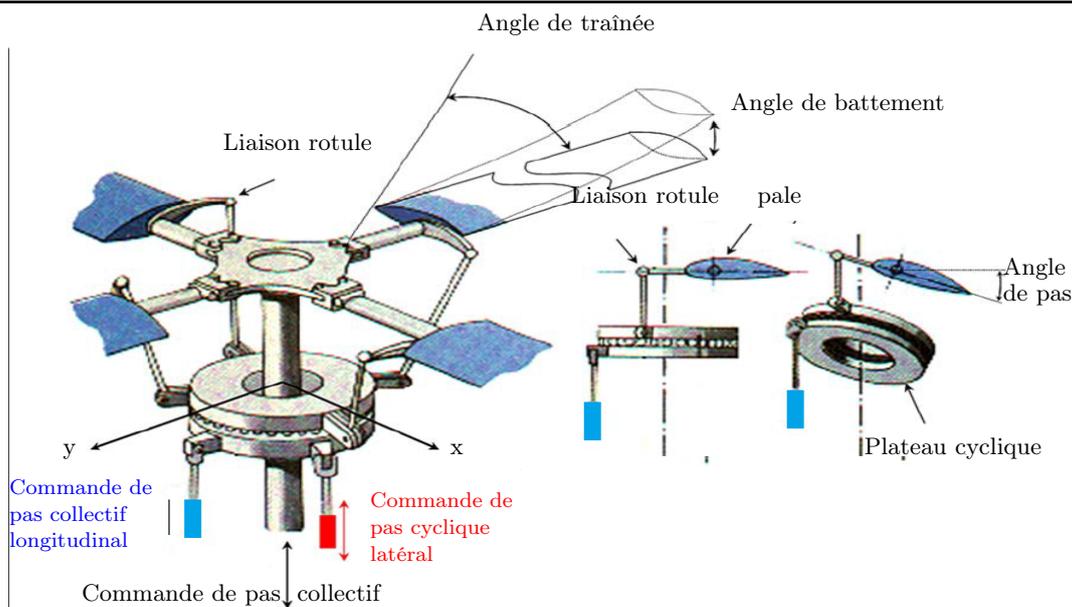


FIGURE 1.7 – Fonctionnement du rotor avec ses bielles ainsi que les deux plateaux [Koehl 2012a].

une dissymétrie de la portance. Une inclinaison du plateau cyclique vers l'avant, le disque rotor bascule le véhicule vers l'avant et donc l'avancement de l'hélicoptère, de la même chose une inclinaison du plateau cyclique vers l'arrière conduira alors aux déplacements de l'hélicoptère vers l'arrière et enfin, une inclinaison du rotor autour de l'axe de roulis permet de réaliser les mouvements latéraux. La compensation du couple créé par la puissance au niveau du mât rotor se fait grâce à un second rotor plus petit placé verticalement à l'extrémité du fuselage et qui est appelé « rotor de queue » ou « rotor anti-couple » qui peut être libre, ou caréné. Son plan de rotation est orthogonal à celui du rotor principal et sert à contrôler les mouvements de la machine autour de l'axe de lacet en produisant une force de poussée latérale afin d'éviter que l'hélicoptère ne tourne indéfiniment sur lui-même. Le rotor de queue augmente la complexité de l'écoulement autour de l'ensemble. Les fenestrons illustrés par 1.8a sont des anneaux entourant le rotor anti-couple pour augmenter la protection et l'efficacité de rotor, ce qui est le cas de l'Eurocopter EC135 construit par Airbus Helicopters visible sur la figure 1.8b. Malheureusement, le rotor de queue génère une grande partie du bruit et des vibrations qui affectent l'hélicoptère en vol. Il existe une autre solution qui n'est pas équipée d'un rotor arrière. L'hélicoptériste McDonnell Douglas a conçu au début des années 1980 le système NOTAR (No Tail Rotor) qui permet de générer une force latérale suffisante grâce à l'effet « Coandă* ». Le rotor de queue est remplacé par un système de soufflage de l'air afin de réduire les nuisances de bruit mécanique. De plus, les hélicoptères NOTAR, comme le MD 520N visible sur la figure 1.8c, sont beaucoup moins bruyants et également beaucoup plus fiables et les risques de panne de rotor arrière, causes de tant d'accidents, étant éliminés. Ajoutons que certains travaux comme [Castillo 2005] et [Cai 2008] montrent bien que la chaîne complète depuis la modélisation jusqu'aux essais en vol autonome est de nos jours bien maîtrisée.

D'autres solutions existent pour remplacer le rotor de queue : un second rotor en tandem,

*. L'effet de Coandă est le résultat de l'attraction d'un fluide en mouvement sur un profil convexe. Le fluide en suit la surface de ce profil avant de s'en détacher avec une trajectoire différente de celle qu'il avait en amont.



FIGURE 1.8 – Hélicoptère : Eurocopter EC135 et Hughes MD 520N.

un second rotor coaxial, ou formules à multiples rotors. De nombreux projets de drones sont directement inspirés de la configuration "classique". Citons en exemple, le drone Camcopter S-100 commercialisé par la société Schiebel visible sur la figure 1.9a, le Héli drone Orka-1200 développé par EADS[†] illustré par la figure 1.9b, ainsi l'hélicoptère Marvin de l'université TUB de Berlin illustré par la figure 1.9c. Le Camcopter S-100 est un drone tactique multi-rôle utilisé pour la reconnaissance, le soutien d'artillerie ou la surveillance maritime. Pour une masse totale de 200 kilogrammes, son autonomie est d'environ 6 heures, et il peut voler à 220 kilomètres par heure à un plafond de 5 500 mètres. Le Orka-1200 est dérivé d'un hélicoptère léger le Cabri construit par Hélicoptères Guimbal de France.



FIGURE 1.9 – Drone hélicoptère : (a) Camcopter S-100- (b) ORKA - (c) Marvin

1.3.3.2 Configuration à rotors en tandem

Les appareils à rotors en tandem possèdent deux rotors alignés de manière longitudinale, sans rotor anti-couple. Les rotors tournent en sens opposé, ce qui permet de compenser le couple de réactions dues à leurs rotations. L'avantage de cette conception, c'est que toute la puissance du moteur est alors utilisée pour la portance. Du point de vue du fonctionnement, les deux rotors participent à la poussée et pour les déplacements latéraux, les deux rotors sont inclinés en même temps du même côté. Le pilotage en lacet est réalisé en inclinant les rotors dans des directions opposées. Les tandems sont utilisés notamment pour des missions de transports de charges lourdes comme le CH-47 Chinook de Boeing illustré par la figure 1.10a. Le drone Ghost développé par IAI[‡] illustré par la figure 1.10b a été inspiré du concept original de CH-47 Chinook.

†. EADS : European Aeronautic Defence and Space company

‡. IAI : Israel Aerospace Industries

Le ghost ne pèse que 4 kilogrammes avec une endurance de 30 minutes. Leur rayon d'action est environ de 4 kilomètres et la capacité de voler à une vitesse de 65 kilomètres par heure. Il est destiné pour des missions de reconnaissance en milieu urbain.



FIGURE 1.10 – (a) le CH-47 Chinook -(b) Ghost.

1.3.3.3 Configuration à rotors coaxiaux contrarotatifs

Une autre stratégie de contrôle du lacet mise au point par le constructeur russe Kamov comme le montre la figure 1.11a. Cette configuration est constituée de deux rotors principaux, de tailles identiques, mais tournants en sens contraires et disposant du même axe de rotation, ceci permet de neutraliser mutuellement le couple global généré par chacun des rotors sur le fuselage. Les deux rotors peuvent être équipés de plateaux cycliques, ou être à pas fixe pour assurer en même temps les fonctions de sustentation et de mise en inclinaison pour le départ en translation. Dans le cas des coaxiaux à pas fixe, des gouvernes peuvent être disposées sous les rotors afin de contrer le flux d'air et de commander le tangage et le roulis de l'engin. La masse de l'appareil est soulevée par la portance générée par les deux rotors et leur différentiel de portance pilote l'angle de lacet. Notons que la portance est inférieure à la somme des poussées individuelles, à cause de la perte d'efficacité de la portance due aux interactions des flux d'air des deux rotors. Les appareils à rotors coaxiaux possèdent des capacités équivalentes à celles des tandems, mais ils sont fortement complexes. De plus, ils peuvent faire preuve d'une bonne manoeuvrabilité et une meilleure stabilité en vol stationnaire et de bonnes performances en vol à basse vitesse grâce à leur symétrie. Pour cette raison, les conceptions Kamov sont avérées très populaires pour une utilisation à bord des navires de la marine russe. De nombreux drones sont directement inspirés de cette configuration. Citons en exemple le drone IT1 80 de la société INFOTRON en figure 1.11b, ou encore le drone Koax X240 conçu par la société de la Suisse UAV et Saab en figure 1.11c.

1.3.3.4 Configuration à rotors engrenant

La configuration double rotor engrenant est une spécificité des hélicoptères Kaman, pour des engins militaire comme Kaman K-max illustré par la figure 1.12a. Le double rotor engrené est un compromis intéressant entre le double rotor coaxiaux et le double rotor en tandem. Ces appareils possèdent deux rotors contrarotatifs côte à côte alignés de manière latérale montés sur un axe en forme de V. La vitesse de rotation des deux rotors est identique, parvenant ainsi à annuler le couple généré par chacun des rotors sur le fuselage. Ainsi, à aucun moment les pales ne risquent de s'entrechoquer. L'efficacité de survol est supérieure à celle du coaxial



FIGURE 1.11 – Hélicoptère : (a) kamov Ka-50.- (b) IT1 80 - (c) Koax X240.

parce qu'il n'y a pas d'interférence entre les rotors. Une commande symétrique de pas collectif ou de pas cyclique pilote la vitesse ascensionnelle et le déplacement en translation horizontal. Une commande antisymétrique de pas cyclique contrôle la position de lacet. Un modèle réduit opérationnel de l'hélicoptère K-MAX est présenté à la figure 1.12b.



FIGURE 1.12 – Hélicoptère : Eurocopter (a) EC 120 Colibri - (b) Hughes MD 500.

1.3.3.5 Configuration à rotors coaxiaux carénés

Les coaxiaux carénés désignent les appareils qui sont équipés dans la catégorie de Tail-Sitter*. Ce type de configuration décolle et atterrit sur sa queue comme illustré par les figures 1.13. Ces derniers sont constitués d'un rotor principal à pas fixe ou une paire de rotors coaxiaux contrarotatifs situés à l'intérieur d'une carène pour produire de la portance. Les engins de ce type disposent d'ailerons (des gouvernes), montées sous l'hélice entre le corps cylindrique et le carénage, contrant le flux d'air généré par le couple des rotors. Les efforts aérodynamiques (la portance et la traînée) exercés sur ces gouvernes, lorsqu'elles sont braquées, permettent de contrôler l'attitude de l'engin. Le pilotage du drone au moyen des gouvernes est également facile et précis. En effet, les carènes sont des anneaux ou tubes entourant un rotor ou une hélice pour protéger les pales de l'environnement extérieur et accroître le rendement propulsif du système de poussée. Cependant, la carène augmente la masse de la structure et diminue d'autant la charge utile. L'ogive constituant la partie supérieure de la cellule contient des instruments d'observation, de détection et de communication. Le drone iSTAR de Allied Aerospace illustré par la figure 1.13a est équipé d'un rotor principal à pas fixe assurant la sustentation. Des volets sont disposés dans

*. Tail Sitter est un type d'avion VTOL qui décolle et atterrit sur sa queue, puis s'incline horizontalement pour le vol vers l'avant.

le flux d'air afin de réaliser la commande en tangage et en roulis. La stabilisation en lacet est assurée par un étage anti-couple. L'HoverEye de Bertin en figure 1.13b est équipé de deux rotors coaxiaux contrarotatifs et quatre gouvernes, situées sous les hélices [Pfimlin 2007] [Naldi 2008]. La figure 1.13c présente le T-Hawk ou Honeywell RQ-16 T-Hawk de la société Honeywell.



FIGURE 1.13 – (a) iSTAR - (b) HoverEye - (c) Honeywell RQ-16.

1.3.3.6 Configuration à rotors en tandem pivotants

Les appareils à double rotor en tandem pivotant possèdent deux rotors contrarotatifs de taille équivalente alignés de manière latérale, montés chacun sur un axe qui pivote suivant deux directions différentes pour contrôler le tangage et le lacet. Chaque rotor est lié à son axe par une articulation mécanique qui autorise la rotation des pales sur ses trois axes. La montée et la descente sont assurées par les deux rotors à la fois. Le différentiel de portance pilote le roulis. Le couple de tangage se résume aux couples gyroscopiques issus du pivotement latéral opposé des deux rotors, le couple de lacet est généré par la précession longitudinale opposée des rotors. Cette configuration ne nécessite pas de plateaux cycliques donc, elle est beaucoup moins compliquée mécaniquement. La figure 1.14a présente le drone BIROTAN (BI-Rotor Orientable en TANdem) développés par Heudiasyc UTC [Kendoul 2006] et la figure 1.14b présente le birotor conçu par Gary Gress [Gress 2007].



FIGURE 1.14 – (a) BIROTAN - (b) birotor de Gary Gress.

1.3.3.7 Les convertibles

Les convertibles sont des machines munies d'un mécanisme de basculement des rotors qui permet à la fois le vol stationnaire, le décollage et l'atterrissage vertical dans des zones restreintes et difficiles comme dans le cas des voilures tournantes. Ce type de drone sont capables de vol d'avancement à des vitesses proches de celles atteintes par les avions à hélices. Ce type d'appareil est parfois appelé hybride. Les rotors sont placés sur des ailes qui sur certains concepts, sont également libres de basculer. Un exemple célèbre de convertible est le Bell-Boeing V22 Ospray de l'armée américaine illustré par la figure 1.15. En mode « avion » les convertibles peuvent aussi atteindre des altitudes de croisière plus élevées, jusqu'à 8 000 mètres pour le V22. Ce dernier possède deux rotors contrarotatifs placés à une voilure fixe, l'inclinaison de chaque rotor est indépendante. Le principe de convertible est de faire basculer l'hélice d'une position verticale



FIGURE 1.15 – (a) Bell-Boeing V22 Ospray

en vol stationnaire à une position horizontale en vol d'avancement. En vol stationnaire ainsi qu'à basse vitesse les "proprotors" (propulseurs pivotants montés en bout d'aile) sont orientés verticalement de façon à diriger la poussée des rotors vers le haut de manière à contrer le poids de l'appareil, le basculement symétrique des rotors contrôle le tangage, le différentiel de portance pilote le roulis et le basculement antisymétrique contrôle le lacet. Au fur et à mesure que l'appareil acquiert de la vitesse, les "proprotors" sont progressivement inclinés vers l'avant jusqu'à atteindre un axe horizontal que l'on aperçoit sur la figure 1.16. Lors du vol d'avancement à grande vitesse, le poids est compensé par la portance des ailes et les rotors génèrent une force opposée à la traînée, le lacet est contrôlé par les dérives situées à l'arrière du véhicule et le roulis par des ailerons présents sur la voilure fixe, comme pour un avion traditionnel.

Le principal problème de ces appareils concerne l'apparition d'un phénomène d'instabilité lors de la phase de transition entre le vol en mode avion et en mode hélicoptère, c'est une phase critique dont les effets aérodynamiques restent largement méconnus, et le pilotage de ces engins est délicat.

1.3.3.8 La configuration à rotors multiples

Il s'agit de nombreuses formulations à voilure tournante équipées de plusieurs rotors sans mécanisme particulier. Parmi les voilures tournantes, citons pour exemple le trirotor [Salazar-Cruz 2009] illustré par la figure 1.17a, il est constitué de deux rotors principaux contrarotatifs placés aux extrémités de l'axe de tangage et un rotor de queue avec orientation réglable. L'hélicoptère à quatre rotors illustré par la figure 1.17b est constitué de quatre rotors positionnés aux extrémités d'une structure en forme de croix. Le sens de rotation des rotors est inversé deux



FIGURE 1.16 – le Boeing V-22 Osprey dans sa conversion de phase de vol.

à deux afin de compenser le couple de réactions, qui contrôle également le lacet. La simplicité mécanique de ce véhicule en fait une configuration très abordable pour la réalisation de plateformes expérimentales à faible coût. La poussée totale étant la somme des poussées de chaque rotor. Pour augmenter la charge utile, on peut augmenter la taille des rotors, mais pas infiniment. Pour cela, le véhicule devient plus dangereux, car les gros rotors (plus d'inertie) provoquent plus de dégâts en cas de collision. Une solution plus simple consiste à augmenter le nombre de rotors, plus on ajoute des rotors, plus la portance est augmentée. Pour les drones à six rotors, on trouve le X6 Draganflyer illustré par la figure 1.17c, ce dernier peut se sustenter pendant 25 minutes et atteindre la vitesse de 30 kilomètre par heure et peut voler à une altitude de 600 mètres. Le Falcon 8 visible en figure 1.17d comporte 8 rotors et peut se sustenter pendant 20 minutes et atteindre la vitesse de 26 kilomètres par heure, mais surtout décoller avec une charge utile de 750 grammes. La société allemande e-vole a construit le modèle volocopter VC200 illustré par la figure 1.17e. Le V200 est un hélicoptère à 18 rotors, conçu pour voler à 100 kilomètres par heure.



FIGURE 1.17 – (a) trirotor - (b) quadrotor - (c) X6 Draganflyer - (d) Falcon 8 - (e) volocopter VC200.

1.3.3.9 Les combinés

Les combinés sont constitués de différents éléments de sustentation et de propulsion pour parvenir à une formulation dont les performances sont orientées vers les grandes vitesses. Citons pour exemple, le combiné X^3 de la formule $H^{3\dagger}$ du constructeur Eurocopter illustré par la figure 1.18a. Cet appareil est constitué d'un rotor et deux hélices latérales placées en bout d'ailes. Le rotor et l'aile se partagent la portance à grande vitesse à parts sensiblement égales et deux hélices à pas variable assurent la propulsion en vol d'avancement et assure également l'anti-couple en vol stationnaire et le contrôle en lacet (par poussée différentielle) ce qui permet la suppression du rotor arrière. On trouve aussi la configuration du type Sikorsky X² illustré par la figure 1.18b. cet appareil est constitué de deux rotors coaxiaux et une hélice propulsive en bout de queue d'appareil. La figure 1.18c montre le combiné X-49A SpeedHawk de Piasecki. Malheureusement, il n'existe pas de concept drone utilisant cette configuration aéromécanique, certainement dû au fait de la complexité mécanique de la boîte de transmission commune.



FIGURE 1.18 – Les combinés : (a) X^3 d'Eurocopter - (b) Sikorsky X2- (c) X-49A SpeedHawk.

1.4 Les capteurs pour la navigation et la localisation

Les capteurs constituent l'une des parties importante pour la stabilité et l'autonomie d'un véhicule, car ils fournissent de manière autonome à un utilisateur (pilote d'avion par exemple) ou un opérateur (système de pilotage autonome) des informations de localisation d'un drone, c'est-à-dire sa position, sa vitesse et son attitude. Les capteurs d'un drone aérien peuvent être divisés en trois catégories :

- Les capteurs proprioceptifs : ils fournissent des informations sur l'état actuel interne du drone, c'est-à-dire sur son état à un instant donné. Ces capteurs mesurent la position, la vitesse ou encore l'accélération de l'engin par rapport à un état de référence.
- Les capteurs extéroceptifs : ils fournissent des informations sur l'environnement dans lequel se déplace le drone.
- Les capteurs exproprioceptifs : combinaison de proprioceptif et extéroceptif.

La conception de capteurs et d'actionneurs plus performants assure la perfection et l'autonomie pour les drones. Ces plateformes constituent aujourd'hui des systèmes qui permettent la transmission de l'information en temps réel. En général, les drones s'intéressent aux grandeurs suivantes :

- ❖ Position (coordonnées géographiques et altitude).

†. H^3 : High Speed Hybrid Helicopter

- ❖ Vitesse linéaire (selon les trois axes orthogonaux).
- ❖ Vitesse angulaire (vitesse de rotation autour des trois axes orthogonaux).
- ❖ Position angulaire ou attitude (roulis, tangage et lacet).

1.4.1 Les centrales inertielles

Une centrale de mesure inertielle ou encore appelée (IMU) « Inertial Measurement Unit » est un système de navigation fournissant l'attitude, le vecteur de vitesse et de position d'un objet (voir figure 1.19). Elle contient principalement trois accéléromètres et trois gyromètres mesurant l'accélération non gravitationnelle et la vitesse instantanée de rotation du véhicule par rapport à un référentiel inertielle. La technologie MEMS** est la technologie actuellement la plus utilisée, les capteurs étant simples, de petites tailles, légers et économiques. Quelques exemples de ces capteurs sont montrés dans la figure 1.20. Cette technologie permet de disposer d'accéléromètres, de gyroscopes et de magnétomètres intégrés dans un circuit électronique d'une dizaine de grammes.



FIGURE 1.19 – Exemple de centrales inertielles

1.4.2 Accéléromètres

Un accéléromètre permet comme son nom l'indique, de mesurer l'accélération non-gravitationnelle (ou spécifique) de l'objet qui le supporte suivant un, deux ou trois axes. Un accéléromètre de trois axes permet de mesurer les trois accélérations linéaires selon trois axes orthogonaux. Leur principe repose sur la déformation ou le déplacement d'un corps pendant une accélération. L'avantage d'un accéléromètre est sa grande facilité à révéler une multitude de données (accélération, vitesse, déplacement, force...). Néanmoins, l'obtention du déplacement élémentaire nécessite une double intégration entraînant des problèmes de précision. Dans ce cas, la fusion avec d'autres capteurs comme les gyromètres permet de recalibrer les mesures. Généralement, lorsque les accélérations subies sont faibles relativement à la gravité, les accéléromètres peuvent fonctionner comme des inclinomètres pour indiquer la direction du mouvement.

1.4.3 Magnétomètres

Un magnétomètre, appelé aussi compas magnétique, est un capteur permettant de mesurer la direction et/ou l'intensité d'un champ magnétique, et en particulier la direction du champ magnétique terrestre appelé aussi induction magnétique. Néanmoins ce capteur présente une sensibilité à perturbations magnétiques extérieures du drone..

** MEMS : Micro Electro-Mechanical Systems

1.4.4 Gyromètres et Gyroscopes

Un gyromètre est un capteur permettant de mesurer une vitesse instantanée de rotation autour d'un axe. Un gyromètre de trois axes permet de mesurer la vitesse de rotation sur les trois axes du repère mobile (vitesses de roulis, de tangage et de lacet). Un gyroscope mesure la position angulaire suivant l'axe où il est monté dans le repère inertiel. La distinction est parfois subtile, car un même gyro peut fonctionner en mode gyroscope ou en mode gyromètre.

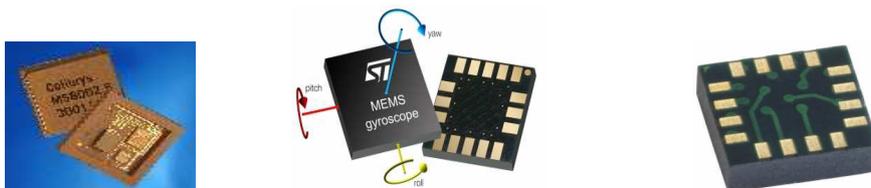


FIGURE 1.20 – Capteurs MEMS - (a) accéléromètre - (b) gyromètre - (c) magnétomètre

1.4.5 Système de géolocalisation

Le Système de Navigation Global par Satellites ou Global Navigation Satellite System (GNSS) englobe tous les types de systèmes de navigation par satellites[‡]. Le GPS signifié « Global Positioning System » est un système de positionnement et de navigation par satellite. Ce système est composé de vingt-quatre satellites répartis sur six orbites (quatre satellites par orbite) tournant autour du globe (2 tours en 24 heures) et situés à une altitude de 20.184 kilomètres. Les erreurs de mesures sont principalement dues aux perturbations atmosphériques qui altèrent la propagation des signaux. Le système DGPS (Differential Global Positioning System) utilise en plus des satellites, des stations de référence qui transmetant au récepteur les corrections des erreurs de mesure, et permettent ainsi un positionnement très précis du mobile.

1.4.6 Les télémètres

Le télémètre est un capteur actif permettant de mesurer la distance entre un objet et l'obstacle le plus proche, en utilisant différents types des signaux (laser, ultrasons, ondes radios). Pour les drones miniatures, leur utilisation est envisageable pour la mesure de la distance au sol dans les phases de décollage et d'atterrissage, et même aussi pour détecter les murs ou obstacles.

1.4.7 Les altimètres barométriques

Un altimètre barométrique est un capteur permettant de déterminer l'altitude entre le niveau de capteur et le niveau de référence. La mesure de ce capteur est très sensible aux changements des conditions atmosphériques (rafales de vent). Pour les drones miniatures. Il préfère généralement utiliser ces capteurs pour des applications intérieures.

[‡]. Trois systèmes de positionnement par satellites existent dans de monde, deux sont déjà opérationnels, ce sont le système américain GPS NAVSTAR (NAVigation System by Timing And Ranging) et le système russe GLONASS (GLOBAL Navigation Stellite System). Le système européen GALILEO est en cours de construction.

1.4.8 Capteur de vision

Le signal GPS peut être faible ou pas disponible à certains endroits. Une autre option pour augmenter la précision de navigation est d'utiliser des systèmes de vision. Le capteur de vision est l'une des sources d'informations exploitables pour le positionnement d'un véhicule dans un environnement. L'utilisation des caméras s'avère extrêmement utile pour réaliser des tâches pour localisation, la navigation et exploration. Il permet d'obtenir des renseignements fiables sur la position et la vitesse du véhicule par rapport aux objets observés et permettra d'accroître considérablement les capacités autonomes du giravion. La stéréovision est une technique de vision fondée sur l'utilisation de plusieurs caméras (généralement deux, trois caméras). L'idée de cette technique est de combiner les différents points de vue, cela permet d'accéder à des informations de profondeur difficilement accessibles lorsqu'une unique vue est utilisée.

1.5 Méthodes pour le guidage et le pilotage

Pour qu'un véhicule soit dit "autonome", il est nécessaire d'exploiter des algorithmes permettant l'élaboration des tâches de navigation, de guidage et de pilotage « $GN\&C^\dagger$ ». La figure 1.21 représente la boucle $GN\&C$ dans laquelle sont définis de manière découplée un algorithme de navigation, guidage et pilotage. La tâche de navigation consiste à estimer les informations relatives à l'état du véhicule (position, vitesse, orientation) permet de déterminer sa localisation par rapport à un référentiel connu. Le système de guidage exploite ces informations afin de suivre une trajectoire de référence et fournit à cet effet des consignes d'accélération et d'angles d'attitude, qui seront ensuite appliquées par la boucle de pilotage. Par la suite, le système de pilotage fournit une traduction des spécifications émanant du guidage en terme d'efforts à réaliser par l'intermédiaire des différents actionneurs équipant le véhicule. Plusieurs travaux de recherche ont été développés pour construire les algorithmes de guidage et de pilotage [Achour 2011][Bertrand 2007]. La commande des engins volants à voilure tournante a motivé de nombreuses études dans les dernières décades. La classe des véhicules à capacité de vol quasi-stationnaire est par nature instable et l'introduction de lois de commande stabilisantes s'est révélée rapidement indispensable pour soulager la charge de travail du pilote. Nous présentons ici un état de l'art sur les diverses stratégies des commandes utilisées dans la littérature sur les modèles des engins volants à voilure tournante.

1.5.1 Commandes par retours d'états linéaires

Les drones à voilures tournantes sont en général des systèmes sous-actionnés, fortement non-linéaires, naturellement instables, contenant des couplages entre les différents axes et qui peuvent être soumis à des perturbations importantes (comme le vent par exemple). Cependant, ces modèles peuvent être linéaires autour du vol quasi-stationnaire, c'est-à-dire, les vitesses de translation et d'orientation sont faibles, ce qui permet de négliger les couplages entre ces différents axes, et par conséquent, nous obtenons un modèle dynamique simplifié et découplé en quatre sous-systèmes mono entrée-mono sortie de la dynamique de l'engin autour du point d'équilibre, qui représente : le sous-système d'altitude, le sous-système de mouvement longitudinal, le sous-système de mouvement latéral et le sous-système de lacet. Ces quatre systèmes sont indépendants

†. $GN\&C$: guidance, navigation, and control

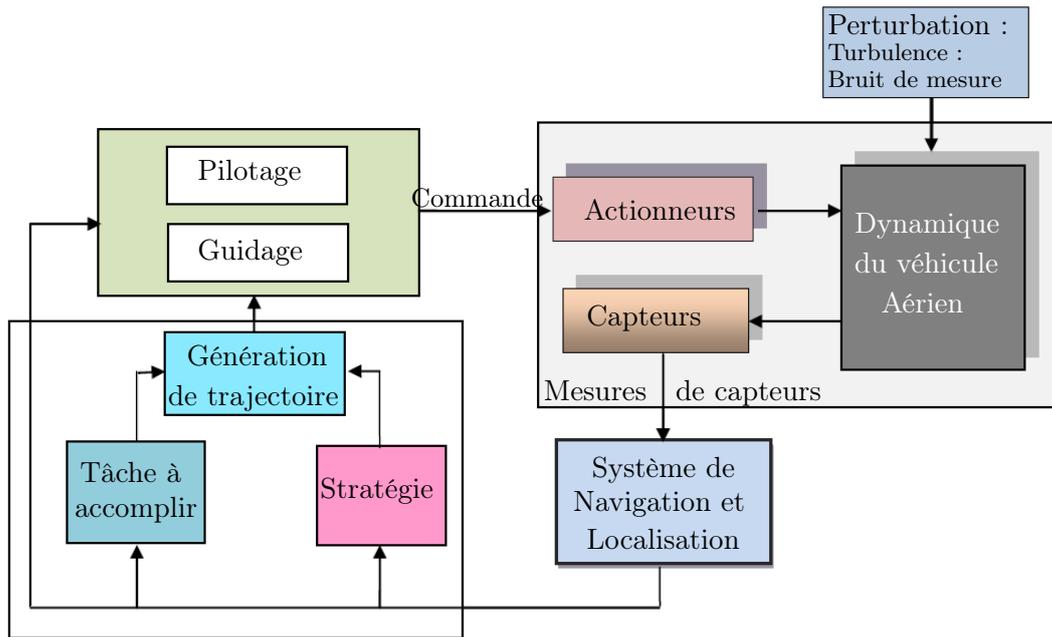


FIGURE 1.21 – Boucle de guidage-pilotage

et commandables, les techniques de commande linéaire peuvent donc être utilisées facilement. Plusieurs techniques de commande linéaire classique et moderne ont été appliquées avec succès pour améliorer la stabilité du vol de plusieurs plateformes de drones VTOL. Parmi eux, la conception d'une loi de commande classique par un correcteur proportionnel : la sortie du correcteur est proportionnelle à l'écart entre la valeur fournie par les capteurs et la consigne. L'ajout des termes dérivé et intégral pour construire un contrôleur PID (Proportionnel Intégral Dérivé) qui permet d'améliorer les performances de cette commande (le temps de réponse et l'erreur statique). Cette approche a été testée avec succès sur un grand nombre de plateformes expérimentales comme l'hélicoptère Yamaha Rmax-50 [Kim 2003], le quadrirotor [Bouabdallah 2004] et l'iSTAR9 [Lipera 2001] illustré par la figure 1.13a. Une autre technique de contrôle linéaire par placement de pôles a été utilisée dans [Drouot 2013] pour la stabilisation d'un hélicoptère coaxial, dont l'objectif est d'améliorer la stabilité et la rapidité du système en boucle fermée par un choix judicieux des valeurs propres de sa matrice d'évolution (Les valeurs propres doivent être choisies avec une partie réelle strictement négative). Dans [Castillo 2004], nous trouvons une commande PD (Proportionnel Dérivé) pour stabiliser l'altitude et le lacet de quadrirotor. Dans [Tayebi 2006], un correcteur PD et un correcteur PD² a été utilisé afin de compenser les termes non-linéaires de la dynamique de rotation et assurer la stabilisation en attitude de quadrirotor. Une autre approche étudiée pour améliorer les performances de commande utilise les méthodes optimales dites méthodes LQR (Linear Quadratic Regulator), elle est également appliquée sur un modèle d'hélicoptère à quatre rotors afin de stabiliser leur attitude. L'idée de cette approche est de placer les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance quadratique soit minimisé [Pieper 1994] [Budiyo 2007]. L'avantage de cette commande est qu'elle possède intrinsèquement de très bonnes propriétés de robustesse. Deux méthodes d'optimisation \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞ sont utilisées afin de minimiser la norme d'une fonction de transfert. On peut aussi citer les travaux de [Takahashi 1993] qui utilise la commande \mathcal{H}_2 pour le modèle linéaire de

l'hélicoptère. Contrairement aux méthodes modernes et classiques (LQR, PD, PID), la méthode \mathcal{H}_∞ permet de prendre en compte à la fois les performances et la robustesse de façon explicite : c'est pourquoi on l'appelle aussi méthode de commande robuste. Cette méthode de commande a été employée sur plusieurs drones à voilures tournantes [Postlethwaite 2005] [Prempaina 2005].

Malgré la robustesse et la performance des contrôleurs linéaires évoquées ci-dessus, elles ne sont valables que sur un ensemble de conditions d'équilibre pré-sélectionné (trajectoires à faible vitesse). Par conséquent, la présence des termes de couplage non-linéaires entraîne une dégradation des performances lorsque l'engin quitte le vol quasi-stationnaire. De plus, la linéarisation devient difficilement réalisable lorsque le véhicule est soumis à des rafales de vent inconnues. Pour pallier certaines des limitations et inconvénients des approches linéaires, une variété de contrôleurs de vol non-linéaires ont été développés et appliqués à plusieurs plateformes des VTOL.

1.5.2 Commandes non-linéaires

Les minidrones peuvent être contrôlés par plusieurs techniques de commandes linéaires et non-linéaires. Cependant, la présence d'une perturbation peut déstabiliser ces véhicules lorsqu'on applique des techniques linéaires. Les techniques de commande non-linéaires permettent d'améliorer les performances et la robustesse par rapport à des techniques linéaires en compensant les effets non-linéaires sur la dynamique. Dans la littérature, deux approches de commandes non-linéaires sont employées. La première consiste à rejeter la perturbation une fois son estimation ou sa mesure disponible (méthodes de commande adaptative). La deuxième consiste à rejeter la perturbation sans chercher à l'estimer ou la mesurer, comme les lois de commande robustes, visant à garantir la stabilité de la boucle fermée par rapport à la présence d'une perturbation ou un défaut sans avoir une information sur son évolution. Parmi celles-ci, on trouve les commandes présentes ci-dessous.

1.5.2.1 Commande par extension dynamique

Les premières techniques de commandes non-linéaires appliquées aux modèles de véhicule à voilures tournantes ont été orientées vers l'extension de la dynamique du contrôleur par la linéarisation entrée-sortie développée par Hauser et Sastry [Hauser 1992]. La linéarisation entrée-sortie signifie donc la création d'une relation différentielle linéaire entre la sortie du système et sa nouvelle entrée à travers un difféomorphisme constitué de la sortie et de ses dérivées par rapport au temps, et par conséquent, la dynamique du système non-linéaire original sera répartie en deux parties : une partie externe par la linéarisation entrée-sortie et une partie interne non-mesurable correspond à la dynamique des zéros. Cette méthode ne peut être utilisée que pour des systèmes à déphasage minimal, c'est-à-dire lorsque la dynamique de zéro est nulle ou stable pour que la commande en boucle fermée soit également stable. Koo et Sastry [Koo 1998] ont proposé une linéarisation entrée-sortie approximative, par ignorance de termes de couplages existants entre les forces et les moments. Il en résulte un système simplifié sans la dynamique des zéros que l'on peut qualifier de système à déphasage minimal. [Benallegue 2008] propose une commande par linéarisation approximative et utilisée en parallèle avec un observateur à modes glissants d'ordre supérieur pour un quadrirotor. L'observateur à modes glissants d'ordre supérieur travaille comme un estimateur de ces perturbations externes.

1.5.2.2 Commande non-linéaire par backstepping

La commande par l'approche de backstepping est une procédure récursive basée sur la théorie de la stabilité de Lypaunov pour concevoir les lois de commande pour stabiliser le système non-linéaire sur l'ensemble du domaine de vol du véhicule et assurer la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite. Cette méthode s'applique à la classe des systèmes dite en "strict feedback". Le processus de backstepping commence en construisant à chaque itération une fonction de stockage qui intègre l'écart entre les sorties régulées du système et les objectifs de commande. La convergence de cet écart vers zéro est garantie lorsque la dérivée de la fonction de stockage est définie ou semi-définie négative. Le processus s'achève lorsque le vecteur de commande du système apparaît. L'avantage de la technique du backstepping est sa flexibilité pour le choix des fonctions stabilisant qui sont choisies simplement sans éliminer tous les termes non-linéaires afin de rendre la fonction de stockage définie ou semi-définie négative. Cependant, en présence d'incertitudes de modèles et des perturbations, la méthode de backstepping ne peut pas garantir la stabilité du système en boucle fermée. De ce fait, les modifications sont généralement nécessaires pour améliorer la méthode de backstepping standard. L'une des modifications populaires est la commande adaptative par la méthode de backstepping. Cette commande permet de rejeter la perturbation une fois son estimation ou sa mesure est disponible. Plusieurs travaux basés sur cette méthode de commande ont été développés et testés avec succès sur un grand nombre de plateformes expérimentales comme l'hélicoptère [Mahony 2004] et les birotors dans [Kendoul 2006] [Pffimlin 2007][Drouot 2014] et le quadrirotor dans [Madani 2007].

1.5.3 Commande hiérarchique

Dans la théorie des systèmes hiérarchiques, un système global peut être considéré comme une famille de sous-système en cascade. Chaque sous-système possède des canaux entrée-sorties pour les échanger avec les unités de haut niveau. Le haut niveau est celui qui permet à l'engin d'évoluer de manière autonome. La partie bas-niveau se charge de faire évoluer l'engin de manière à atteindre les valeurs reçues par la boucle haut niveau. Dans [Pffimlin 2007], Pffimlin applique la commande hiérarchique par backstepping pour un mini-drone à hélice carénée et [Achour 2010] pour l'hélicoptère Benzin Acrobatic de Vario. Dans [Kendoul 2008] Kendoul propose une technique de commande hiérarchique basée sur un contrôleur PID pour le quadrirotor. Cette commande consiste à décomposer le système de l'engin en deux sous-systèmes. Le premier sous système comprend la dynamique de translation, correspondant à la dynamique lente, et le deuxième comprend la dynamique de rotation correspondant à la dynamique rapide. La principale difficulté de cette structure de commande est alors de démontrer la stabilité du système global en boucle fermée et de garantir de bonnes performances ainsi qu'un comportement robuste vis-à-vis des perturbations.

1.5.4 Commande non-linéaire par modes glissants

La commande par modes glissants (SMC) est une des techniques de commandes robustes les plus utilisées pour le contrôle des systèmes non-linéaires en raison de ses caractéristiques attrayantes de convergence en temps fini, de leur robustesse aux incertitudes paramétriques et aux perturbations et de leur relative simplicité d'élaboration. Cette technique de commande a été testée avec succès sur un grand nombre de plateformes comme le quadrirotor [Bouabdallah 2005]

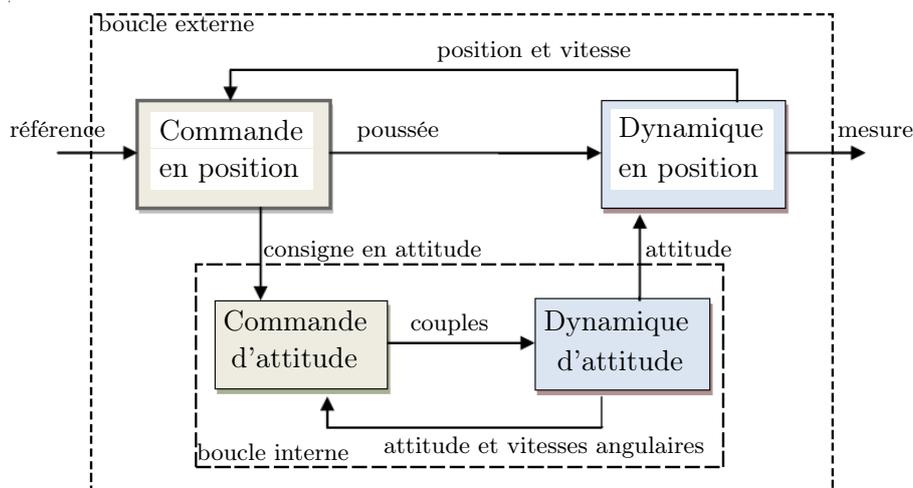


FIGURE 1.22 – Schéma structurel de la commande hiérarchique

[Gonzalez 2013] et le birotor coaxial dans [Mokhtari 2015b][Drouot 2013]. Les commandes par modes glissants sont réalisées de manière à contraindre les trajectoires du système à atteindre et rester dans un voisinage d'une surface dite de commutation ou de glissement après un temps fini. Il y a deux principaux avantages à une telle approche. Tout d'abord, le comportement dynamique résultant peut être déterminé par le choix d'une surface adéquate. Ensuite, la réponse du système en boucle fermée présente de bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations, ce qui fait de cette méthode une candidate sérieuse dans la perspective de l'élaboration de commandes robustes. Cependant, l'inconvénient majeur de SMC c'est le phénomène de broutement ou encore "*chattering*", qui consiste à une grande oscillation autour de la variable de glissement. Une nouvelle technique connue sous le nom « *algorithme de super-twisting* » a été conçue pour préserver les principaux avantages de la SMC et aussi produire des performances plus précises et souhaitées [Levant 1993]. Il génère des lois de commande continues qui entraîne la variable de glissement et sa dérivée à zéro en un temps fini avec une convergence exacte, même en présence de perturbations bornées appariés. Dans [Derafa 2012][Vegan 2012] et [Mokhtari 2015a] une application de la commande par modes glissants du second ordre « *super-twisting* » a été faite pour le système de quadrirotor.

1.5.5 La commande adaptative

La commande adaptative est née du besoin de contrôler des systèmes inconnus et des systèmes variantes dans le temps, elle consiste à rejeter la perturbation une fois son estimation ou sa mesure est disponible. Donc, c'est un moyen d'adaptation en temps réel de la loi de commande pour tenir en compte des incertitudes. Les méthodes de commande adaptatives peuvent être classées en deux approches. La première dite « *directe* » consiste à estimer l'information pour adapter la loi de commande de l'erreur de suivi de trajectoire tandis que les méthodes dites « *indirecte* » utilisent l'entrée et la sortie du système pour estimer les paramètres du modèle de dynamique utilisés lors de la synthèse de loi de commande.

1.5.6 Asservissement visuel

Le principe de l'asservissement visuel consiste à utiliser des informations visuelles extraites des images acquises par une ou plusieurs caméra(s) pour reconstituer les paramètres définissant la position de la caméra par rapport à son environnement. Ces informations visuelles sont alors utilisées dans la commande. La tâche d'asservissement visuel se résume à garder un objet sélectionné par l'utilisateur au centre de l'image quelques soient les mouvements du drone. Les images sont acquises par la caméra embarquée dans le drone. Elles sont transmises au sol, puis traitées par l'algorithme d'estimation du mouvement. Les déplacements mesurés dans l'image permettent de calculer la commande nécessaire au bon déplacement de la tourelle. L'asservissement visuel est une technique de commande entrées-sorties. Dans le cas des véhicules à voilure tournante sous-actionnés, les objectifs de commande ne sont donc pas admissibles. Les couplages entre ces axes ne permettent pas de les commander indépendamment. Plusieurs travaux sont présentés pour résoudre le problème de commande par vision tels que les travaux de Kandoul et Lozano [Kandoul 2007], Hamel et Mahony [Mahony 2004], Bruno [Héissé 2010] et [Plinval 2014].

D'autres techniques de commande telles que la commande par logique floue [Coza 2011], par commande bornée [Salazar-Cruz 2008] ou encore par commande prédictive [Bertrand 2007] [Shin 2011][Kim 2002] ont été utilisées pour le guidage pilotage de drones miniatures à voilure tournante.

1.6 Conclusion du chapitre

Au cours du chapitre 1, nous avons brièvement présenté le contexte historique associé à l'apparition des premiers drones à voilures tournantes. Nous avons également vu les principales architectures de drones et leurs applications. Différentes configurations de véhicules ont été mentionnées telles que : la famille des véhicules à voilure fixe, à ailes battantes et à voilure tournante. Nous avons détaillé sur les véhicules à voilure telle que : hélicoptère classique, les convertibles, et les voilures carénées...etc. Nous avons décrit une diversité des technologies de capteurs constituant un engin. Ensuite, nous avons présenté un état de l'art concernant les stratégies de commandes rencontrées dans la littérature pour ce type d'engins.

Dans le chapitre suivant, nous justifierons sur les différentes architectures aéromécaniques des engins à voilure tournante de type birotor coaxial et quadrirotor pour lesquels nous allons définir des stratégies de commande et de navigation autonome.

Modélisation de Drones à voilures tournantes

Sommaire

2.1	Introduction	29
2.2	Dynamique du mini-drone à voile tournante	30
2.2.1	Paramètres cinématiques et cinétiques	30
2.2.2	Synthèse du modèle dynamique général du drone	31
2.2.3	Bilan des forces et moments appliqués	33
2.2.4	Particularité des véhicules possédant des plans de symétrie	35
2.3	Caractérisation aérodynamique des voilures tournantes	35
2.3.1	La portance d'un profil	35
2.3.2	Modèle de poussée	36
2.3.3	Modèle de traînée	37
2.4	Spécification du modèle à un véhicule donné	37
2.4.1	Le birotor coaxial avec plateau cyclique	37
2.4.2	Le quadrirotor	42
2.5	Conclusion	44

2.1 Introduction

LA modélisation occupe une part importante pour l'analyse de tous les systèmes, car il est indispensable de bien connaître le comportement du système physique et de son environnement. La modélisation des véhicules aériens autonomes est relativement complexe et requiert la connaissance de l'aérodynamique du véhicule étudié, de ses caractéristiques mécaniques ainsi que de la dynamique des actionneurs. Les difficultés sont amplifiées pour les systèmes de petite échelle en raison de la complexité des phénomènes aérodynamiques qui entrent en jeu, de leur plus forte sensibilité aux perturbations, et des limitations sur la charge utile qui génèrent des contraintes de dimensionnement et de poids pour les capteurs embarqués. Les véhicules à voilures tournantes représentent actuellement la solution la plus performante pour combiner le vol quasi-stationnaire avec le vol d'avancement. Dans la littérature, la modélisation et le développement de nouvelle formulation des hélicoptères a été le sujet de plusieurs travaux de recherche tel que : les travaux de martini [Martini 2008a] et Cheviron [Cheviron 2009] sur les hélicoptères classiques, [Pflimlin 2006] pour le minidrone à hélice carénée, ainsi que les travaux de Koehl et Boutayeb [Koehl 2012a] sur les coaxiaux (à pas fixe et variable), et finalement les travaux de Hamel et Mahony [Hamel 2007], Lozano et al [Castillo 2005], Kendoul et al [Kendoul 2007] sur

les multi-rotors. La première étape de la modélisation consiste à caractériser le comportement d'un engin évoluant dans un fluide quelconque, cette modélisation nécessite également un travail spécifique à chaque configuration de véhicule étudié. La deuxième étape consiste à déterminer les relations entre les variables pertinentes d'entrée et de sortie en se basant sur les concepts fondamentaux de la physique.

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle dynamique générique d'un véhicule à voile tournante en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Un véhicule à voile tournante peut être considéré comme un corps rigide à six degrés de liberté pour lequel on ajoute les forces aérodynamiques générées par ses actionneurs. Ensuite, on utilisera la formulation de Newton-Euler pour décrire sa dynamique. Par la suite, nous présenterons la caractérisation aérodynamique des voilures tournantes. Finalement, nous présenterons les modèles aérodynamiques des architectures de type le birotor coaxial [Koehl 2012a] et le quadrirotor [Kendoul 2010].

2.2 Dynamique du mini-drone à voile tournante

La dynamique de vol des Véhicules Aériens Autonomes (VAA) à voilures tournantes est non linéaire et complexe. Ainsi, il est quasiment impossible de construire un modèle mathématique complet de ce système, capturant tous les effets aérodynamiques. Il devient alors nécessaire de caractériser ces non linéarités pour chaque configuration de vol, afin de fournir à ces VAA des capacités de vol et de navigation autonome. Le modèle présenté dans cette section est commun à la majorité des véhicules aériens à voile tournante. Un modèle mécanique d'un véhicule aérien décrit la cinématique et la dynamique de translation et de rotation de cet objet dans un référentiel donné. Ce système peut être considéré comme un corps rigide évoluant dans un fluide qui comporte un mécanisme destiné à générer les forces et les moments requis. Le mouvement d'un corps rigide est principalement décrit par deux repères [Boiffier 1998] :

- * Le repère inertiel $\{\mathcal{J}\}$: lié à la Terre, ayant un point de référence O et défini par la base $\{x_e, y_e, z_e\}$, où $\{x_e\}$ pointe vers le Nord, $\{y_e\}$ pointe vers l'Est et $\{z_e\}$ pointe vers le haut. Ce repère est supposé galiléen. Le système d'axe $\{x_e, y_e, z_e\}$ est illustré par la figure 2.1.
- * Le repère de navigation (engin ou mobile) $\{\mathcal{B}\}$: lié au centre de gravité G de la structure du drone et défini par la base $\{x_b, y_b, z_b\}$ ou par convention $\{x_b\}$ est l'axe longitudinal pointant vers l'avant de véhicule, $\{y_b\}$ définit l'axe latéral et orienté vers la droite de véhicule et $\{z_b\}$ définit l'axe vertical du véhicule et pointe vers le haut. Le système d'axe $\{x_b, y_b, z_b\}$ est illustré par la figure 2.1.

2.2.1 Paramètres cinématiques et cinétiques

Les paramètres cinématiques, comprennent quatre vecteurs de trois éléments décrivant l'état du système. Les deux premiers vecteurs définissent la position et la vitesse du centre de gravité (CG) de l'engin et les deux autres décrivent l'orientation et la vitesse angulaire de l'engin. Les paramètres sont donc définis comme suit :

- $\xi = [x \ y \ z]^T$ est le vecteur position de CG par rapport à \mathcal{J} exprimé dans le repère inertiel.
- $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ est le vecteur des angles d'Euler représentant la position angulaire du repère mobile \mathcal{B} par rapport à \mathcal{J} et exprimé dans le repère inertiel.
- $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ est la vitesse linéaire du CG par rapport à \mathcal{J} et exprimé dans le repère inertiel.

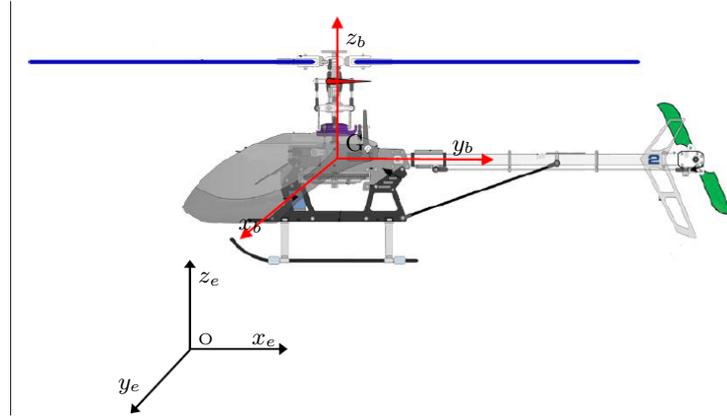


FIGURE 2.1 – Repères utilisés pour décrire le mouvement du drone.

- $\Omega = [p \ q \ r]^T$ est la vitesse de rotation entre \mathcal{J} et \mathcal{B} et exprimé dans le repère engin.

Les paramètres cinétiques caractérisant un drone sont : La masse, le centre de masse et sa matrice d'inertie permettant de faire le lien entre les forces et la variation des paramètres cinématiques. Ces paramètres restent toujours constants dans notre cas. Plus précisément :

- La masse du véhicule, notée m .
- le centre de gravité (CG) de l'engin noté G qui est le point d'application des résultantes de forces et de moments.
- La matrice inertielle exprimée au point G dans le repère engin quantifie la résistance du véhicule à sa mise en rotation et a pour expression :

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

où les éléments diagonaux de J sont les moments d'inertie et les autres éléments sont les produits d'inertie, qui quantifient une asymétrie géométrique ou massique de l'engin. Dans le cas des véhicules possédant des plans (x_b, z_b) et (y_b, z_b) de symétrie. La matrice d'inertie (2.1) prend alors la forme diagonal, c'est à dire $J = \text{diag}[J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}]$. De plus, si le plan normal à (x_b, y_b) est un plan de symétrie, les deux éléments J_{xx} est J_{yy} de la matrice (2.1) sont égaux.

2.2.2 Synthèse du modèle dynamique général du drone

La modélisation d'un véhicule aérien consiste donc à déterminer les équations différentielles qui concernent les sorties du système (trois translations et trois rotations spatiales) de ses entrées (forces et couples). Les équations du mouvement du corps rigide soumis aux différentes forces $F_{res} \in \mathbb{R}^3$ et divers moments $\Gamma_{res} \in \mathbb{R}^3$ appliqués au centre de gravité G et exprimé dans le repère mobile peuvent être obtenues en utilisant le formalisme de Newton-Euler formulées sous les équations suivantes :

$$\begin{aligned} F_{res} &= \frac{d}{dt}\{m\mathcal{V}\} = m\dot{\mathcal{V}} + m\text{sk}(\Omega)\mathcal{V} \\ \Gamma_{res} &= \frac{d}{dt}\{J\Omega\} = J\dot{\Omega} + \text{sk}(\Omega)J\Omega \end{aligned} \quad (2.2)$$

où $\mathcal{V} = [u \ v \ w]^T$ représente le vecteur de la vitesse linéaire du CG par rapport à \mathcal{J} et exprimée dans le repère \mathcal{B} . Dans cette équation, $\text{sk}(\Omega) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est le tenseur antisymétrique associé à la vitesse angulaire $\Omega \in \mathbb{R}^3$

$$\text{sk}(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Une matrice de rotation permet d'identifier l'orientation de tout système de coordonnées dans les trois dimensions de l'espace. Elle est appelée aussi matrice de passage ou encore matrice d'attitude, notée \mathcal{R}_η . Par conséquent, la matrice de passage \mathcal{R}_η du repère engin \mathcal{B} au repère inertiel \mathcal{J} est paramétrisée par les angles d'Euler décrivant les trois rotations d'angles ϕ (roulis), θ (tangage) et ψ (lacet) suivantes :

$$\mathcal{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \mathcal{R}_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \mathcal{R}_{z,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le produit de ces trois matrices permet d'exprimer le passage du repère \mathcal{B} au repère \mathcal{J} , c'est-à-dire :*

$$\mathcal{R}_\eta = \mathcal{R}_{z,\psi} \cdot \mathcal{R}_{y,\theta} \cdot \mathcal{R}_{x,\phi} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Remarque. 1 La matrice \mathcal{R}_η appartient au sous-espace des matrices orthogonales, appelé groupe orthogonal spécial, dénoté par $SO(3)$ et défini par :

$$SO(3) = \{ \mathcal{R}_\eta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} / \mathcal{R}_\eta^T \mathcal{R}_\eta = I_{3 \times 3} \text{ et } \det(\mathcal{R}_\eta) = 1 \} \quad (2.5)$$

La transposée de \mathcal{R}_η représente la matrice de passage entre le repère \mathcal{J} et le repère engin \mathcal{B} . Pour un vecteur $u \in \mathbb{R}^3$ donné, le changement de coordonnées d'un référentiel à un autre est donnée par les relations :

$$[u]_{\mathcal{J}} = \mathcal{R}_\eta [u]_{\mathcal{B}} \quad [u]_{\mathcal{B}} = \mathcal{R}_\eta^T [u]_{\mathcal{J}} \quad (2.6)$$

Dans le cas où le repère engin \mathcal{B} tourne par rapport au repère inertiel \mathcal{J} avec une vitesse angulaire Ω , la matrice de rotation varie au cours du temps, cela se traduit par la relation cinématique d'attitude :

$$\dot{\mathcal{R}}_\eta = \mathcal{R}_\eta \text{sk}(\Omega) \quad (2.7)$$

La dynamique de translation est définie par l'évolution de la position et de la vitesse du véhicule. Dans le repère inertiel \mathcal{J} , la vitesse du centre de gravité G du drone est donné par la relation cinématique de position suivante :

$$v = \left. \frac{d \vec{OG}}{dt} \right|_{\mathcal{J}} \Rightarrow \dot{\xi} = v \quad (2.8)$$

La projection de la dynamique de translation dans le repère inertiel, nous permet d'avoir

$$m \dot{v} = \mathcal{R}_\eta [F_{res}]_{\mathcal{B}} \quad (2.9)$$

. Les abréviations c_ et s_* sont respectivement, $\cos(\star)$ et $\sin(\star)$.

2.2.3 Bilan des forces et moments appliqués

Les équations des forces et des moments sont requis pour compléter la modélisation dynamique des systèmes aéromécaniques. De plus, la modélisation de ces forces et ces moments (c'est-à-dire, F_{res} et Γ_{res}) reste un problème majeur, en raison de la complexité de la dynamique des fluides et des interactions entre le véhicule étudié (corps rigide muni d'actionneurs en mouvement) et le fluide environnant. Les principales forces agissant sur un gravion sont :

- ❖ Le poids du drone \mathbf{P} , exprimé dans \mathcal{J} par :

$$\mathbf{P} = mgz_e \quad (2.10)$$

- ❖ La force de poussée \mathbf{T} générée par la propulsion du véhicule.
- ❖ La force de traînée aérodynamique du véhicule F_a causée par le frottement de l'air sur le fuselage.
- ❖ La résultante des forces de perturbation aérodynamiques extérieures (rafale de vent), exprimées dans \mathcal{J} par F_{ext} .

Les moments et couples appliqués au drone sont les suivants :

- ❖ $\mathbf{\Gamma}_p$: le couple de commande généré par les actionneurs du drone.
- ❖ $\mathbf{\Gamma}_a$: le couple généré par les phénomènes aérodynamiques et gyroscopiques produits par la rotation des rotors.
- ❖ $\mathbf{\Gamma}_{ext}$: regroupe tous les moments engendrés par la résultante des forces extérieures de perturbation aérodynamique.

On notera $\mathbf{\Gamma}$ le couple défini par :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma}_p + \mathbf{\Gamma}_a \quad (2.11)$$

On notera F , la force définie par :

$$F = \mathbf{T} + F_a \quad (2.12)$$

Les équations du mouvement d'un corps rigide s'écrivent donc de manière générale :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{\mathcal{R}}_\eta \\ J\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \mathcal{R}_\eta F - mgz_e + F_{ext} \\ \mathcal{R}_\eta \text{sk}(\Omega) \\ -\text{sk}(\Omega)J\Omega + \mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma}_{ext} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

La cinématique de rotation exprime la relation entre la variation des angles d'Euler $\eta = (\phi \ \theta \ \psi)^T$ et les composantes du vecteur vitesse de rotation instantanée Ω , elle est donnée sous la forme* :

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & -\sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix}}_{\mathcal{W}_\eta} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \mathcal{W}_\eta \Omega \quad (2.14)$$

La matrice \mathcal{W}_η peut être inversée pour donner Ψ_η sous la forme :

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \Psi_\eta \dot{\eta} \quad (2.15)$$

*. $\sec \star = \frac{1}{\cos(\star)}$.

Il est important de noter que la matrice \mathcal{W}_η est singulière pour les valeurs extrêmes $\theta = \pm\pi/2$, ce qui est physiquement réaliste puisque l'engin ne doit pas se retourner selon ses angles de roulis ou de tangage.

Remarque. 2 *Le quaternion est une autre solution pour représenter l'orientation et la rotation d'objets en trois dimensions. Il peut également être utilisé à la place des angles d'Euler pour gérer le changement de coordonnées. Une unité quaternionienne est une alternative pour contrer les singularités retrouvées dans les angles d'Euler.*

Le quaternion est un nombre hypercomplexe de dimension 4. Il est composé d'un scalaire et d'un vecteur unité imaginaire. Dans ce cas, la matrice de rotation (2.4) s'exprimerait en fonction des composantes du quaternion et (2.14) relierait leurs dérivées temporelles aux vitesses angulaires [Stevens 2003][Stengel 2004]. La structure globale du modèle dynamique resterait toutefois similaire, avec une variable d'état supplémentaire.

En différenciant l'expression (2.14) et rappelant la deuxième expression (2.13), nous écrivons la relation suivante [Kendoul 2006] :

$$\ddot{\eta} = \dot{\mathcal{W}}_\eta \Psi_\eta \dot{\eta} - \mathcal{W}_\eta J^{-1} \text{sk}(\Psi_\eta \dot{\eta}) J \Psi_\eta \dot{\eta} + \mathcal{W}_\eta J^{-1} \Gamma + \mathcal{W}_\eta J^{-1} \Gamma_{ext} \quad (2.16)$$

La multiplication par $M(\eta) = \Psi_\eta^T J \Psi_\eta$ de l'équation (2.16), nous permet d'avoir

$$M(\eta) \ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta}) = \Psi_\eta^T \Gamma + \Psi_\eta^T \Gamma_{ext} \quad (2.17)$$

La matrice auxiliaire $M(\eta) = \Psi_\eta^T J \Psi_\eta$ est définie positive, à condition que $(\theta \neq k\pi/2)$. La matrice des couples de coriolis et centrifuges $C(\eta, \dot{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est donnée par la relation suivante[†] :

$$C(\eta, \dot{\eta}) = -M(\eta) \dot{\Psi}_\eta^{-1} \Psi_\eta - \Psi_\eta^T \text{sk}(J \Psi_\eta \dot{\eta}) \Psi_\eta \quad (2.18)$$

Par conséquent, le système générique (2.13) peut être réécrit sous la forme

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{\eta} \\ M(\eta)\dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \mathcal{R}_\eta F - mgz_e + F_{ext} \\ w \\ \Psi_\eta^T \Gamma - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \Psi_\eta^T \Gamma_{ext} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Le modèle générique (2.19) peut être considéré comme un modèle standard des voilures tournantes. La plupart des véhicules aériens à voilure tournante sont des systèmes mécaniques sous-actionnés avec six degrés de liberté (6DDL) (trois coordonnées en position et trois angles d'attitude) et de quatre entrées de commande, qui comprennent généralement la poussée totale et trois composantes de commande Γ . Par conséquent, on ne peut stabiliser que quatre sorties indépendantes choisies parmi les six degrés de liberté du système. En pratique, (x, y, z, ψ) sont des sorties choisies qui correspondent à une utilisation automatique du drone, et notre objectif est de stabiliser le véhicule autour d'un point défini par une position $\xi_d = [x_d \ y_d \ z_d]^T$ et un lacet ψ_d donnés. La force de poussée est utilisée pour compenser la force de gravité et de contrôler le mouvement vertical. Les mouvements horizontaux sont contrôlés par la direction du vecteur de force dans la direction appropriée (commande de poussée vectorielle). Les moments de commande sont ainsi utilisés pour commander l'orientation du corps de l'aéronef qui commande le mouvement horizontal du giravion.

[†]. $\dot{\Psi}_\eta = -\Psi_\eta \dot{\Psi}_\eta^{-1} \Psi_\eta$

2.2.4 Particularité des véhicules possédant des plans de symétrie

On considère les véhicules pour lesquels les plans (x_b, z_b) et (y_b, z_b) sont des plans de symétrie. Ce cas de figure est, par exemple, rencontré pour les véhicules de type birotor coaxial et quadrirotor. Le tenseur d'inertie du véhicule prend alors la forme suivante :

$$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

On a alors

$$M(\eta) = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & -J_{xx}s\theta \\ 0 & J_{yy}c_\phi^2 + J_{zz}s_\phi^2 & (J_{yy} - J_{zz})c_\theta c_\phi s_\phi \\ -J_{xx}s\theta & (J_{yy} - J_{zz})c_\theta c_\phi s_\phi & J_{xx}s_\theta^2 + c_\theta^2(J_{yy}s_\phi^2 + J_{zz}c_\phi^2) \end{bmatrix}$$

et

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} c_{11} &= 0 \\ c_{12} &= (J_{yy} - J_{zz})(\dot{\theta}c_\phi s_\theta + \dot{\psi}s_\phi^2 c_\theta) + (J_{zz} - J_{yy})\dot{\psi}c_\phi^2 c_\theta - J_{xx}\dot{\psi}c_\theta \\ c_{13} &= (J_{zz} - J_{yy})\dot{\psi}c_\phi s_\phi c_\theta^2 \\ c_{21} &= (J_{zz} - J_{yy})(\dot{\theta}c_\phi s_\phi + \dot{\psi}s_\phi^2 c_\theta) + (J_{zz} - J_{yy})\dot{\psi}c_\phi^2 c_\theta + J_{xx}\dot{\psi}c_\theta \\ c_{22} &= (J_{zz} - J_{yy})\dot{\phi}c_\phi s_\phi \\ c_{23} &= -J_{xx}\dot{\psi}s_\theta c_\theta + J_{yy}\dot{\psi}s_\phi^2 c_\theta s_\theta + J_{xx}\dot{\psi}c_\phi^2 s_\theta c_\theta \\ c_{31} &= (J_{yy} - J_{zz})\dot{\psi}c_\theta^2 s_\phi c_\phi - J_{xx}\dot{\theta}c_\theta \\ c_{32} &= (J_{zz} - J_{yy})(\dot{\theta}c_\phi s_\phi s_\theta + \dot{\phi}s_\phi^2 c_\theta) + (J_{yy} - J_{zz})\dot{\phi}c_\phi^2 c_\theta \\ &\quad + J_{xx}\dot{\psi}s_\theta c_\theta - J_{yy}\dot{\psi}s_\phi^2 s_\theta c_\theta - J_{zz}\dot{\psi}c_\phi^2 s_\theta c_\theta \\ c_{33} &= (J_{yy} - J_{zz})\dot{\phi}c_\phi s_\phi c_\theta^2 - J_{yy}\dot{\theta}c_\theta s_\theta - J_{zz}\dot{\theta}c_\phi^2 c_\theta s_\theta - J_{xx}\dot{\theta}c_\theta s_\theta \end{aligned}$$

2.3 Caractérisation aérodynamique des voilures tournantes

L'étude du comportement des véhicules aériens à voilures tournantes en vol montre l'apparition des phénomènes aérodynamiques complexes et dangereux, largement étudiés dans [Gessow 1967][Seddon 1990][Leishman 2006]. Cette section introduit quelques notions des effets aérodynamiques et de la mécanique des fluides pour les voilures tournantes. Notre objectif est de donner les efforts aérodynamiques générés par l'air sur un profil de pales en rotation.

2.3.1 La portance d'un profil

Les véhicules à voilures tournantes utilisent des rotors pour assurer le vol stationnaire au dessus d'un objectif. Chaque rotor est formé d'un certain nombre de pales. La pale est l'élément le plus influent sur la dynamique des voilures tournantes. Un fluide circulant autour d'un profil de

pale de forme quelconque avec une vitesse de vent incidente V_a provoque une zone de surpression à l'intrados du profil qu'il contourne et une zone de dépression à l'extrados du profil comme le montre la figure 2.2a. La différence de pression entre l'amont et l'aval du profil induit une force aérodynamique résultante F_{res} sur le profil. Cette force est modélisée par :

$$F_{res} = \frac{1}{2} \rho_a S C V_a^2 \quad (2.22)$$

ρ_a est la densité de l'air et S est la surface du profil. C est le coefficient aérodynamique de forme, il dépend de la géométrie du profil. Pour un coefficient $C = C_0$ d'une plaque plan, ce coefficient est $0.5C_0$ pour un profil sphère et $0.15C_0$ pour un profil biconvexe souvent symétrique par rapport à la corde. La force aérodynamique F_{res} appliquée sur un profil de pale est répartie

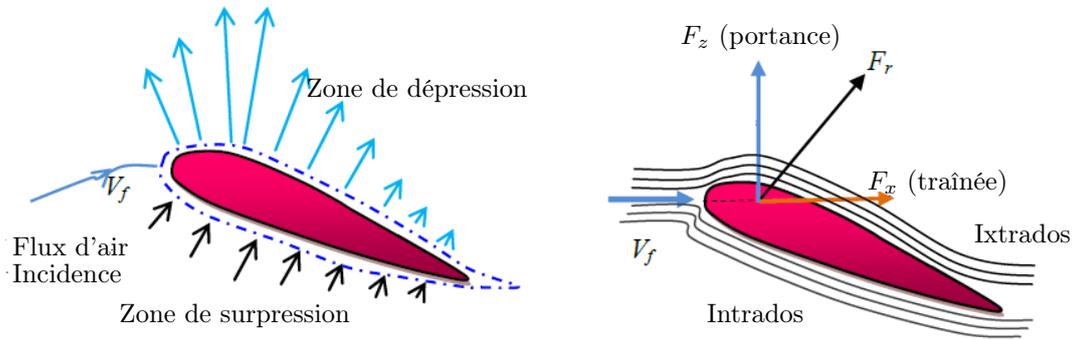


FIGURE 2.2 – Illustration de la distribution de pression sur un profil aérodynamique.

en une force verticale, F_z , nommée force de portance perpendiculaire aux filets d'air du vent relatif avec un coefficient aérodynamique C_z et une force horizontale F_x , nommée force de traînée parallèle aux filets d'air du vent relatif avec un coefficient aérodynamique C_x . C'est la force opposée au déplacement de l'objet et qui résulte de sa résistance à l'air. La traînée produite est généralement considérée comme une force parasite qu'il est souhaitable de minimiser en modifiant par exemple la forme du profil. La traînée reste toutefois négligeable aux faibles vitesses de vent incident. La figure 2.2b montre les répartitions des forces aérodynamiques sur un profil d'une pale. L'intensité de la force de portance dépend de l'angle d'incidence de l'air sur le profil et de la vitesse de l'air. L'angle d'incidence est l'angle formé entre la corde et la direction des filets d'air (vent relatif). Lorsque la pale est parfaitement horizontale (incidence nulle), la différence de pression entre l'amont et l'aval du profil est nulle. L'augmentation de l'angle d'incidence de profil entraîne une augmentation de la pression dans son ensemble et par conséquent la portance qui se crée augmente aussi. Lorsque l'incidence de profil atteint une certaine valeur, nommé l'incidence de décrochage, le champ de dépression sur l'extrados diminue brutalement et le contournement devient alors turbulent. Ces différentes configurations sont illustrées par les figures 2.3.

2.3.2 Modèle de poussée

La poussée est la principale force générée par les voilures tournantes, elle est le facteur le plus important pour déterminer les capacités et la direction du vol d'un véhicule. Le modèle de poussée des voilures tournantes peut s'exprimer comme une fonction de la vitesse de rotation de

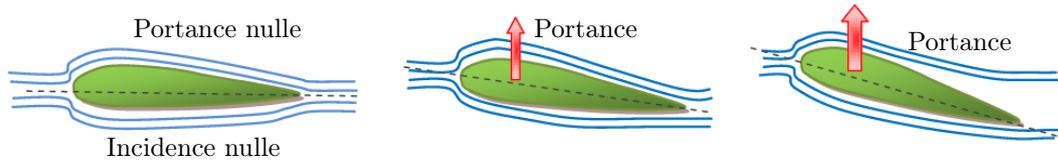


FIGURE 2.3 – Influence de l'angle d'incidence des pales sur la portance

ses pales. La poussée \mathbf{T} générée par un rotor tournant aurait alors pour expression :

$$\mathbf{T} = \kappa_{1t}\Omega^2 \quad (2.23)$$

Le coefficient aérodynamique κ_{1t} dépend essentiellement de la géométrie des pales et à l'environnement dans lequel évolue le véhicule. L'expression théorique de (2.23) est issue de la théorie de l'élément de pale (Voir annexe A).

2.3.3 Modèle de traînée

La rotation des pales dans l'air génère non seulement de la portance mais aussi de la traînée. Elle est la force de résistance qui s'oppose aux mouvements du véhicule dans un fluide et résulte de l'écoulement d'air autour de l'engin. La force de traînée crée un couple de traînée Q qui est donnée par

$$Q = \kappa_{1d}\Omega^2 \quad (2.24)$$

La détermination théorique du coefficient de proportionnalité κ_{1d} est complexe et dépend de nombreux paramètres. L'expression théorique de (2.24) est issue de la théorie de l'élément de pale (Voir annexe A).

2.4 Spécification du modèle à un véhicule donné

Dans cette partie, nous allons chercher à caractériser le comportement de mini-drones de type birotor coaxial contrarotatif et le quadrirotor, dans l'objectif de construire le modèle dynamique complet de chaque véhicule étudié pour appliquer les différents techniques de commande et de pilotage.

2.4.1 Le birotor coaxial avec plateau cyclique

Le drone miniature présenté dans cette section a été développée par des partenaires ISL^{*}, CRAN[†], et HEUDIASYC[‡] Systems. Les modèles plus détaillés de quelques configurations du birotor coaxial peuvent être trouvés dans [Koehl 2012a] [Drouot 2013].

Le birotor coaxial avec plateau cyclique est constitué de deux rotors contrarotatifs assurant la sustentation et la propulsion de l'appareil et un plateau cyclique monté au niveau du rotor inférieur pour assurer le pilotage de l'engin. Les deux rotors contrarotatifs partagent le même axe de rotation, ce qui permet de compenser mutuellement le couple de réaction produit par

*. ISL : l'Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis.

†. CRAN : Centre de Recherche en Automatique de Nancy (université de Lorraine)

‡. HEUDIASYC : l'HEUristique et le DIAgnostic des SYstèmes Complexes de Compiègne

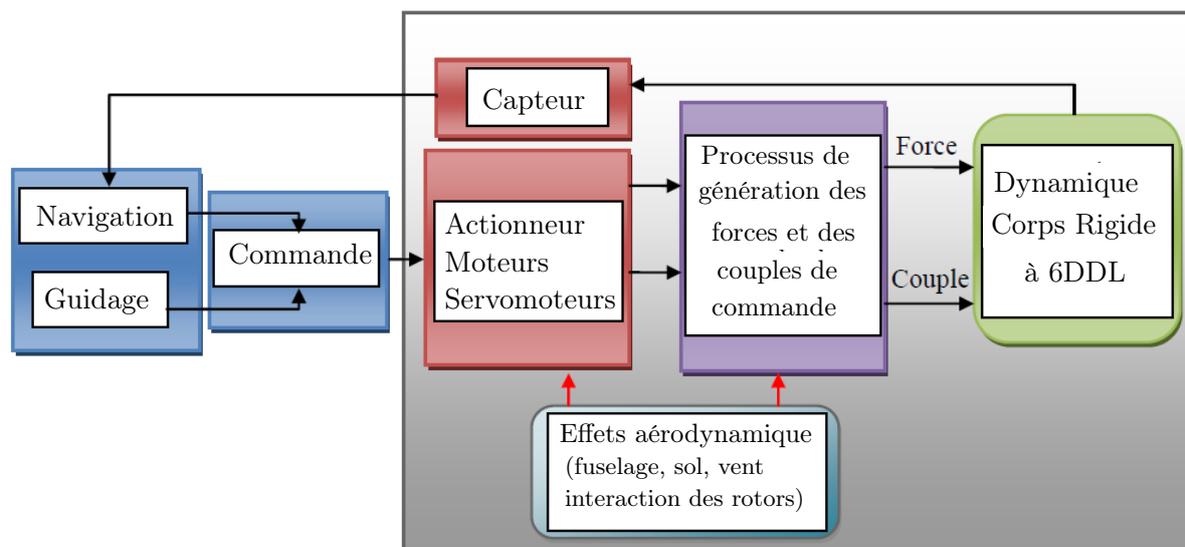


FIGURE 2.4 – Modèle de drones à voilures tournantes.

chacun des rotors, et par conséquent le pilotage du lacet. Ce système est également une solution anti-couple compacte, ce qui permet de faire l'économie du système auxiliaire présent sur un hélicoptère conventionnelle et par conséquent de réduire la longueur du fuselage. La masse de l'engin est soulevée par la poussée totale produite par les deux rotors. Cette poussée totale est égale à la somme des poussées individuelles produites par chacun des rotors. Cependant, en pratique, la poussée mesurée reste inférieure à la somme des poussées individuelles à cause d'une perte d'efficacité aérodynamique due aux interactions des flux d'air des deux rotors. Ce système fait également preuve d'une bonne manoeuvrabilité, d'une bonne stabilité en vol quasi-stationnaire et de bonnes performances en vol de croisière. Le plateau cyclique répercute l'angle généré par un servomoteur en une inclinaison entre le plan du plateau et l'axe de rotation du rotor. Il en résulte la variation du pas de la pale au cours de sa rotation. Le plateau cyclique est composé de deux demi-plateaux superposés reliés à l'axe de rotation des rotors par une liaison rotule pour produire l'inclinaison du plan de rotation. Le demi-plateau inférieur est non tournant. Les consignes des servomoteurs sont transmises au plateau cyclique via les tiges de commandes fixées aux niveaux des rotules du plateau inférieur. Le demi-plateau supérieur tourne à la même vitesse que le rotor, auquel il est lié via des biellettes de pas fixées aux charnières du semi-plateau supérieur. Les commandes du plateau cyclique permettent la variation de l'incidence des pales et par conséquent les déplacements latéraux. Plusieurs projets ont été réalisés utilisant l'architecture de deux rotor coaxiaux comme par exemple le drone « HoverEye » de [J.M. Pflimlin 2010] illustré par la figure 1.13b, le micro-drone « Delfly » de [Hall 2009] illustré par la figure 1.4c ou le « GLMAV » de [Koehl 2012b] illustré par la figure 2.5.

Le birotor coaxial comprend un mécanisme pour engendrer les différentes forces et moments aérodynamiques qui sont nécessaires pour contrôler son mouvement.

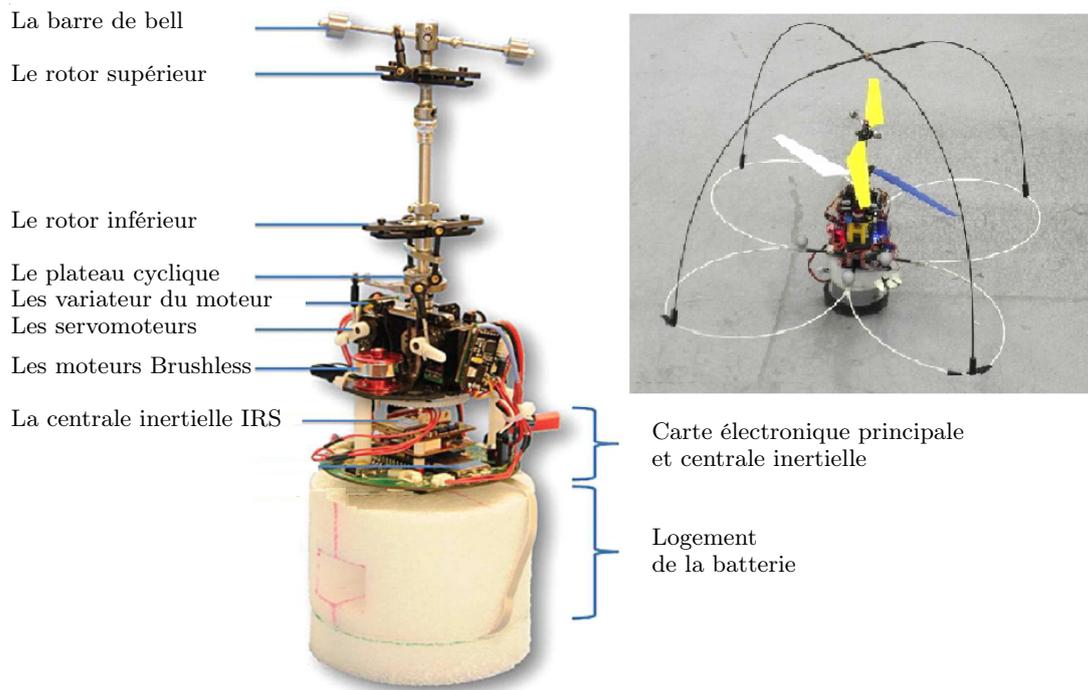


FIGURE 2.5 – Birotor coaxial avec un plateau cyclique [Koehl 2012b]

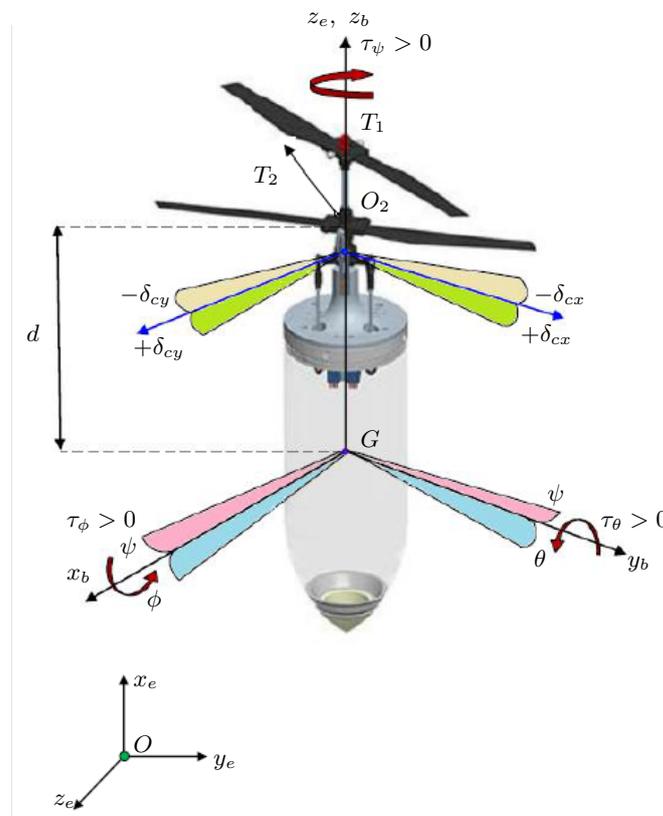


FIGURE 2.6 – Repères utilisés pour décrire le mouvement du coaxial rotor.

2.4.1.1 Forces générées par le birotor coaxial

La poussée est la principale force produite par le birotor coaxial, permettant au drone de se déplacer dans l'espace à trois dimensions. Le rotor supérieur immobile, produit uniquement une force de poussée verticale \mathbf{T}_1 , qui est directement proportionnelle au carré de la vitesse de rotation de ses pales Ω_1 et le coefficient aérodynamique de poussée κ_α , telle que :

$$\mathbf{T}_1 = [0 \ 0 \ \kappa_\alpha \Omega_1^2]^T \quad (2.25)$$

avec κ_α est positif. Le rotor inférieur génère une force de poussée verticale et deux forces latérales dues aux variations des angles $(\delta_{cx}, \delta_{cy})$ du plateau cyclique. L'expression de la force générée par le rotor inférieur \mathbf{T}_2 dépend des deux angles δ_{cx} et δ_{cy} du plateau cyclique qui forment les entrées du système. Cette force est donnée par :

$$\mathbf{T}_2 = \kappa_\beta \Omega_2^2 \begin{bmatrix} -\sin \delta_{cy} \cos \delta_{cx} \\ -\sin \delta_{cx} \\ \cos \delta_{cx} \cos \delta_{cy} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

La poussée totale $\mathcal{T} = [0 \ 0 \ \mathbf{T}_z]^T$ est définie par la somme des poussées individuelles de chacun des rotors $[\mathbf{T}_1]_{z_b}$ et $[\mathbf{T}_2]_{z_b}$ décrites par les équations (2.25) et (2.26). L'expression de la poussée totale peut s'écrire :

$$\mathbf{T}_z = [\kappa_\alpha \Omega_1^2 + \kappa_\beta \cos \delta_{cx} \cos \delta_{cy} \Omega_2^2] \quad (2.27)$$

Finalement, la force totale \mathbf{T} engendrée par les deux rotors peut s'écrire :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_x \\ \mathbf{T}_y \\ \mathbf{T}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\kappa_\beta \sin \delta_{cy} \cos \delta_{cx} \Omega_2^2 \\ -\kappa_\beta \sin \delta_{cx} \Omega_2^2 \\ \kappa_\alpha \Omega_1^2 + \kappa_\beta \cos \delta_{cx} \cos \delta_{cy} \Omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

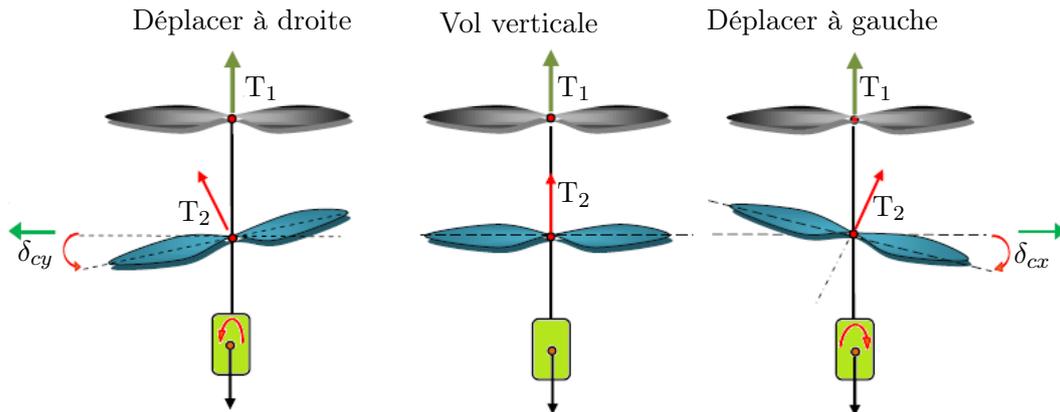


FIGURE 2.7 – Principe de fonctionnement d'un coaxial

Il existe d'autres forces extérieures causées par le frottement de l'air sur le fuselage (la traînée totale) difficile à déterminer (vitesse de vent total est due au vent extérieur de type rafale de vent, en général imprévisible) et des forces de perturbations aérodynamiques. On note F_{ext} la résultante de forces de perturbation aérodynamique dans le repère inertiel.

2.4.1.2 Moments agissants sur le birotor coaxial

Le moment $\mathbf{\Gamma}_p$ généré par la force totale \mathbf{T} appliquée au birotor autour de son centre de gravité G est par conséquent la somme des moments issus de la force du rotor supérieur \mathbf{T}_1 , de celle du rotor inférieur \mathbf{T}_2 , et du poids P

$$\mathbf{\Gamma}_p = \vec{GO}_1 \wedge \mathbf{T}_1 + \vec{GO}_2 \wedge \mathbf{T}_2 + \vec{GG} \wedge P \quad (2.29)$$

où O_1 est le centre de rotation du rotor supérieur, O_2 celui du rotor inférieur. Il est important de noter que les points G , O_1 et O_2 sont alignés. Les vecteurs \vec{GO}_1 et \mathbf{T}_1 étant colinéaires et le vecteur \vec{GG} étant nul, les forces \mathbf{T}_1 et P n'engendrent aucun moment.

Finalement, la somme des moments des forces \mathbf{T} est donnée par :

$$\mathbf{\Gamma}_p = \begin{bmatrix} -d\kappa_\beta \sin \delta_{cx} \Omega_2^2 \\ d\kappa_\beta \cos \delta_{cx} \sin \delta_{cy} \Omega_2^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Toutefois, un moment autour de l'axe z_b dû à chacun des rotors est directement proportionnel au carré de leur vitesse avec les coefficients aérodynamiques $\gamma_1 > 0$ et $\gamma_2 > 0$, tel que

$$\tau_\psi = [0, 0, \gamma_1 \Omega_1^2 - \gamma_2 \Omega_2^2]^T \quad (2.31)$$

Finalement, le moment total $\mathbf{\Gamma}_p$ est donné par :

$$\mathbf{\Gamma}_p = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d\kappa_\beta \sin \delta_{cx} \Omega_2^2 \\ d\kappa_\beta \cos \delta_{cx} \sin \delta_{cy} \Omega_2^2 \\ \gamma_1 \Omega_1^2 - \gamma_2 \Omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

D'après (2.28) et (2.32), l'expression de la force totale \mathbf{T} peut s'écrire :

$$\mathbf{T} = (0, 0, \mathbf{T}_z)^T + \Sigma \mathbf{\Gamma}_p \quad \text{avec} \quad \Sigma = \frac{1}{d} sk(z_e) \quad (2.33)$$

Par ailleurs, il existe un autre moment parasite Γ_{ext} causé par l'inclinaison du rotor inférieur (couple gyroscopique, couple de réaction inverse, couple de traînée) ainsi les moments générés par les différentes forces de perturbation aérodynamiques extérieures.

2.4.1.3 Modèle du coaxial rotor pour la synthèse de la commande

En regroupant les expressions des forces et des couples (2.28)-(2.33) dans le modèle du corps rigide (2.19), on obtient la représentation d'état du birotor coaxial suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{\eta} \\ M(\eta)\dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e - mgz_e + \Sigma \mathcal{R}_\eta \mathbf{\Gamma}_p + F_{ext} \\ w \\ -C(\eta, w)w + \Psi_\eta^T \mathbf{\Gamma}_p + \Psi_\eta^T \Gamma_{ext} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

dont l'état peut être représenté par le vecteur

$$\mathbf{x} = [\xi^T \quad v^T \quad \eta^T \quad w^T]^T \quad (2.35)$$

Ce système est à déphasage non minimal[‡], car le terme de couplage $\Sigma \mathcal{R}_\eta \Gamma_p$ entre la dynamique de translation et la dynamique de rotation est responsable d'un phénomène d'instabilité de la dynamique de zéros. Certaines techniques de commandes sont très sensibles à cette caractéristique et rend difficile la synthèse d'une loi de commande. D'après [Drouot 2013], ce terme de couplage $\Sigma \mathcal{R}_\eta \Gamma_p$ induit une dynamique des zéros marginalement stable. Il est préférable d'ignorer ce terme pour faciliter la synthèse de lois de commande ($\Sigma = 0$). Pour cela, les forces longitudinale \mathbf{T}_x et latérale \mathbf{T}_y seront considérées comme négligeables comparées à la poussée verticale \mathbf{T}_z . De plus, les angles d'inclinaison du plateau cyclique δ_{cx} et δ_{cy} sont imposés pour être petits. Par conséquent, nous pouvons considérer que ($\cos \delta_{ci} \approx 1$) et ($\sin \delta_{ci} \approx \delta_{ci}$), avec $i = \{x, y\}$. Par conséquent, les expressions (2.32) et (2.28) seront simplifiées sous la forme :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \kappa_\alpha \Omega_1^2 + \kappa_\beta \Omega_2^2 \end{bmatrix}; \quad \text{et} \quad \Gamma_p = \begin{bmatrix} -d\kappa_\beta \delta_{cx} \Omega_2^2 \\ d\kappa_\beta \delta_{cy} \Omega_2^2 \\ \gamma_1 \Omega_1^2 - \gamma_2 \Omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Il est important de noter que le changement de variables dans (2.36) définit un difféomorphisme. En d'autres termes, les entrées de commande d'origine $[\Omega_1 \ \Omega_2 \ \delta_{cx} \ \delta_{cy}]^T$ peuvent être récupérées à partir de $[\mathbf{T}_z \ \tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$ en appliquant la transformation inverse, elles sont données par :

$$\Omega_2^2 = \frac{\gamma_1 \mathbf{T}_z - \kappa_\alpha \tau_\psi}{\gamma_1 \kappa_\beta + \gamma_2 \kappa_\alpha}, \quad \Omega_1^2 = \frac{\gamma_2 \mathbf{T}_z - \kappa_\beta \tau_\psi}{\kappa_\alpha \gamma_2 + \kappa_\beta \gamma_1}, \quad \delta_{cx} = \frac{-\tau_\phi}{d\kappa_\beta \Omega_2^2}, \quad \delta_{cy} = \frac{\tau_\theta}{d\kappa_\beta \Omega_2^2} \quad (2.37)$$

Finalement, le modèle utilisé pour la synthèse des lois de commandes devient :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{\eta} \\ M(\eta)\dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e - mgz_e + F_{ext} \\ w \\ -C(\eta, w)w + \Psi_\eta^T \Gamma_p + \Psi_\eta^T \Gamma_{ext} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

2.4.2 Le quadrirotor

Le drone miniature à voilure tournante de quatre rotors illustré par la figure 2.8 a été l'objet de plusieurs projets de recherches (Hamel et al [Hua 2013], Lozano et al [Carrillo 2013] benellague et al [Benallegue 2008] et bouabdallah et al [Bouabdallah 2004]).

Le quadrirotor est constitué de quatre rotors à pas fixe placés aux extrémités d'une structure rigide en forme de croix, comme celle illustrée par la figure 2.8. Cet appareil est mécaniquement simple et possède certains avantages par rapport aux autres configurations, en raison de sa symétrie puisqu'il vole grâce à des pales de dimensions équivalentes, de localiser les capteurs inertiels au centre de masse de véhicule. De plus, les pales peuvent être protégées par une carène, ce qui rend leur utilisation plus sûre que celle des hélicoptères standards, qui sont dangereux à utiliser dans des espaces réduits à cause des pales tournantes non protégées. La somme des poussées générées par les quatre rotors permet la sustentation du véhicule. Les deux rotors situés sur l'axe latérale de l'engin ont un sens de rotation opposé à celui des deux autres rotors situés sur l'axe longitudinale afin de pouvoir réguler la somme des couples résistants et ainsi réguler la vitesse de rotation du lacet. Le principe de fonctionnement est schématisé en figure 2.9. La

[‡]. Les systèmes qui possèdent une dynamique des zéros instable sont appelés systèmes à phase strictement non minimale, tandis que ceux avec une dynamique des zéros stable sont dits à phase minimale.

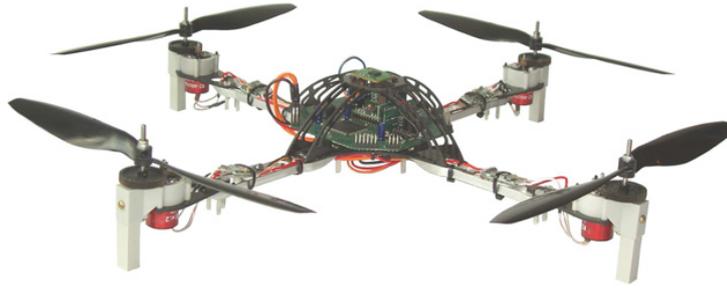


FIGURE 2.8 – L'hélicoptère à quatre rotors [Nicol 2011].

différence de poussées entre les rotors arrière et avant produit un couple de roulis qui permet de piloter le déplacement vers l'avant et vers l'arrière. Le déplacement latéral est assuré par la différence de poussée entre les rotors situés sur la gauche et ceux situés sur la droite. Enfin, le contrôle du lacet de l'appareil, est dû à la somme des couples de traînée produits par les quatre rotors qui définit le sens de rotation.

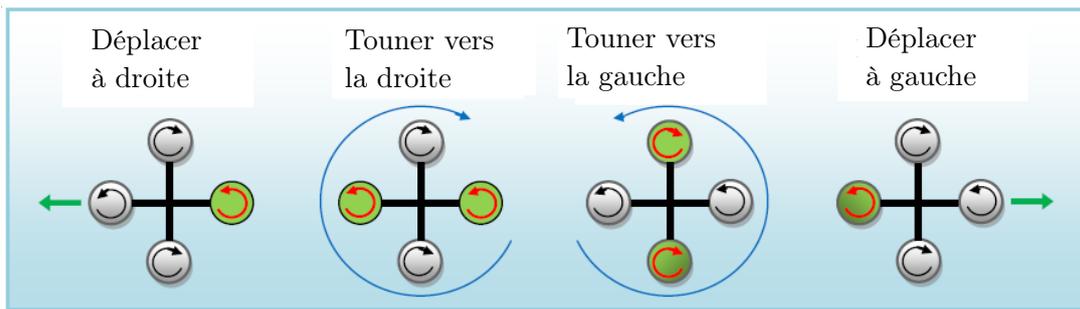


FIGURE 2.9 – Principe de fonctionnement du quadrirotor.

2.4.2.1 Forces générées par le quadrirotor

La poussée est la principale force générée par le quadrirotor, chaque rotor contribue à une poussée verticale \mathbf{T}_i avec $i = \{1, 2, 3, 4\}$. La poussée totale $\mathcal{T} = (0 \ 0 \ \mathbf{T}_z)^T$ présente la somme des poussées de chaque rotor :

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{T}_i = \sum_{i=1}^4 \kappa_t \Omega_i^2 \quad (2.39)$$

où κ_t est le coefficient aérodynamique de poussée.

Il existe d'autres forces extérieures causées par le frottement de l'air sur le fuselage (la traînée totale) difficile à déterminer et des forces de perturbations aérodynamiques. On note F_{ext} la résultante de forces de perturbation aérodynamiques dans le repère inertiel.

2.4.2.2 Moments agissants sur le quadrirotor

Le moment généré par le quadrirotor est donnée par :

$$\mathbf{\Gamma}_p = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\kappa_t(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ d\kappa_t(\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \\ \kappa_d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Il existe un autre moment parasite Γ_{ext} causé par la rotation de l'engin (couple gyroscopique, couple de réaction inverse) ainsi les moments générés par les différents de forces de perturbation aérodynamiques extérieures.

2.4.2.3 Modèle du quadrirotor pour la synthèse de la commande

En regroupant les expressions de forces et de couples (2.39)- (2.40) dans le modèle de corps rigide (2.19), on obtient la représentation d'état du quadrirotor suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{\eta} \\ M(\eta)\dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e - mgz_e + F_{ext} \\ w \\ -C(\eta, w)w + \Psi_\eta^T \mathbf{\Gamma}_p + \Psi_\eta^T \Gamma_{ext} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

dont l'état peut être représenté par le vecteur

$$\mathbf{x} = [\xi^T \ v^T \ \eta^T \ w^T] \quad (2.42)$$

2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le concept de drone miniature à voilures tournantes ainsi que les deux architectures étudiées qui font partie de cette classe de drone. Pour chacune de ces architectures, nous avons développé un modèle aérodynamique à priori valide pour le vol quasi-stationnaire. Cependant, nous avons toujours justifié certaines approximations de modélisation, et souligné l'importance de certains phénomènes aérodynamiques dans d'autres configurations de vol. L'avant-dernière section traitait de certaines caractéristiques aérodynamiques particulières aux engins à voilures tournantes. Dans les chapitres qui suivent, ces modèles seront utilisés pour le guidage et le pilotage.

Commande en attitude du drone

Sommaire

3.1 Introduction	45
3.2 Commande par modes glissants du second ordre	46
3.2.1 Algorithme de super-twisting	46
3.3 Première version modifiée de l'algorithme de super-twisting	47
3.3.1 Définitions et lemmes	47
3.3.2 Position du problème	48
3.3.5 Synthèse de la loi de commande	49
3.4 Application à la commande d'attitude du quadrirotor	52
3.4.1 Modèle d'attitude	52
3.4.2 Résultats de simulation	54
3.4.3 Algorithme linéaire	58
3.5 Deuxième version modifiée de l'algorithme de super-twisting	59
3.5.1 Application à la commande d'attitude du quadrirotor	62
3.5.2 Résultats de simulation	63
3.6 Conclusion	67

3.1 Introduction

La dynamique d'un mini-drone est en général complexe, fortement non-linéaire et possède des couplages parasites dans sa structure. Plusieurs algorithmes de contrôle basé sur le modèle linéarité peuvent être appliqués pour construire les lois de commande. Cependant, ces approches souffrent de dégradation des performances lorsque l'aéronef s'éloigne de ces points d'équilibres. De plus, la présence de perturbation peut déstabiliser ces véhicules. Pour cela, on peut employer des techniques de commande non-linéaires robustes ou adaptatives. La première consiste à rejeter ou atténuer la perturbation sans chercher à l'estimer ou à mesurer, afin de garantir la stabilité de la boucle fermée en présence de perturbations extérieures. La deuxième consiste à estimer ou reconstruire cette perturbation à partir des commandes adaptatives ou en appliquant des observateurs pour la reconstitution des perturbations externes. Les modèles des véhicules à voilure tournante comportent une dynamique de translation et une dynamique de rotation. La commande en position permet la détermination de la force de poussée afin de stabiliser l'appareil ou le suivi d'une trajectoire désirée. Cette force est caractérisée par sa norme et une direction de son vecteur. Cette direction permet aussi la connaissance de l'orientation désirée du véhicule qui est nécessaire pour la commande en attitude. La commande en attitude est une caractéristique importante, car elle permet au véhicule de conserver une orientation souhaitée et, par conséquent, empêche le véhicule de basculer et de s'écraser lorsque l'opérateur effectue les opérations

désirées.

Ce chapitre est consacré à la synthèse de lois de commande par modes glissants d'ordre deux pour la stabilisation et le suivi de trajectoires de système d'attitude d'un véhicule aérien à rotors multiple soumis à des perturbations externes. Dans un premier temps, une technique de commande de type *super-twisting lisse (smooth)* est proposée pour construire des lois de commande continues et robustes pour assurer la convergence des trajectoires du système vers les trajectoires de consigne en temps-fini en présence des termes de perturbation externes. Cette technique de commande est développée par extension des travaux de A. Moreno [Moreno 2008] [Dávila 2009] [Gonzalez 2011], ainsi que, les travaux suivants : [Yu Sh 2005][Zhao 2009][Shtessel 2012]. Ensuite, une deuxième version de l'algorithme de *super-twisting lisse (smooth)* est conçue en combinant la première version de la commande avec un terme de correction linéaire. Dans une dernière partie, une application de ces deux techniques de commande est faite sur le système d'attitude du véhicule aérien pour vérifier les résultats théoriques.

3.2 Commande par modes glissants du second ordre

3.2.1 Algorithme de super-twisting

L'algorithme du *super-twisting* « AST » fait partie des commandes par modes glissants, plus précisément les modes glissants du second ordre. Cet algorithme a été proposé par [Levant 1993] dans le cas où le système est de degré relatif égal à 1 par rapport à la variable de glissement, nommée s . Cet algorithme est conçu pour générer une fonction de contrôle continu qui entraîne la variable de glissement et sa dérivée vers l'origine en temps fini, en présence de perturbations extérieures supposées bornées. Elle est conçue pour préserver les principaux avantages des modes glissants d'ordre un (robustesse, convergence en temps fini, ...Etc.) et offre en plus l'avantage d'éliminer le phénomène de réticence ou encore *chattering*, phénomène inhérent à la commande par modes glissants d'ordre un. De plus, cet algorithme ne nécessite aucune information sur la valeur de \dot{s} (d'où un grand intérêt en pratique) tout en conservant de bonnes propriétés de robustesse. La loi de commande de l'algorithme du *super-twisting* s'écrit [Levant 2007] :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (3.1)$$

avec

$$u_1(t) = -k_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) \quad \text{et} \quad \dot{u}_2(t) = -k_2 \text{sign}(s)$$

La trajectoire correspondante dans le plan de phase est donnée sur la Figure 3.1. Dans ce qui suit, nous présenterons deux nouvelles versions de l'algorithme de modes glissants du second ordre, les preuves de convergence de ces algorithmes seront présentées. Ensuite, nous illustrerons le fonctionnement de ces versions d'algorithmes de modes glissants par quelques résultats de simulation.

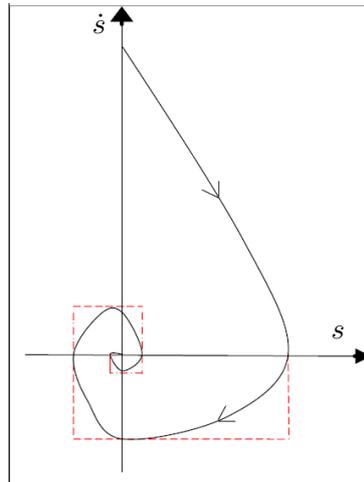


FIGURE 3.1 – Trajectoire dans le plan de phase (s, \dot{s}) du système commandé par l'algorithme du *super-twisting*.

3.3 Première version modifiée de l'algorithme de super-twisting

L'algorithme de *super-twisting* (3.1) contient une commande discontinue sous l'intégrale, donc le phénomène de chattering n'est pas éliminé mais atténué. L'objectif de cette partie, est de proposer une version modifiée de l'algorithme du *super-twisting* « $ASTM_1$ » permettant d'avoir une bonne précision tout en atténuant le phénomène du *chattering*. Cet algorithme fait partie des stratégies de commande par modes glissants du second ordre et ne requiert aucune information sur la dérivée première de la variable de glissement par rapport au temps. Il génère une fonction de contrôle continu plus lisse par rapport à l'AST. Cependant, il ne concerne que la classe des systèmes présentant un degré relatif égal à 1 par rapport à la variable de glissement.

3.3.1 Définitions et lemmes

Les définitions et lemmes introduits dans [S.P. 1998] [S.P. 2000] [Yu Sh 2005][Jin Erdong and 2008] seront utilisés pour analyser la stabilité des algorithmes présentés dans les parties suivantes :

Définition. 1 (Bhat et Bernstein [S.P. 1998] [S.P. 2000]) : Considérons le système non linéaire décrit par :

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (3.2)$$

où $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ est une fonction continue. Supposons que $f(0) = 0$. L'origine du système (3.2) est un point d'équilibre stable en temps fini, s'il existe une fonction $T : \mathcal{V} \setminus \{0\} \rightarrow [0, +\infty)$ appelée temps d'établissement du système (3.2) telle qu'on ait les propriétés suivantes :

- stabilité au sens de Lyapunov : pour tout voisinage ouvert $\mathcal{O} \subseteq \mathbb{R}^n$ de l'origine, il existe un voisinage ouvert $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n$ de l'origine, tel que pour tout $x_0 \in \mathcal{U} \setminus \{0\}$ et pour toute solution $\varphi(t, x_0)$ de (3.2) telle que $\varphi(0, x_0) = x_0$, $\varphi(t, x_0) \in \mathcal{O}$ pour toute $t \in [0, T(x_0))$.
- convergence en temps fini : pour tout $x_0 \in \mathcal{V} \setminus \{0\}$, et pour toute solution $\varphi(t, x_0)$ de (3.2) telle que $\varphi(0, x_0) = x_0$, $\varphi(t, x_0)$ est définie sur $[0, T(x_0))$ et $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} \varphi(t, x_0) = 0$.

L'origine du système (3.2) est un point d'équilibre globalement stable en temps fini s'il est stable en temps fini avec $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$.

Lemme. 3.3.1 (Bhat et Bernstein [S.P. 1998] [S.P. 2000]) Soit le système décrit par (3.2), supposons qu'il existe une fonction continue définie positive $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, un nombre réel $\gamma > 0$ et $0 < \alpha < 1$ et un ouvert $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n$ au voisinage de l'origine de sorte que les inégalités suivantes soient satisfaites :

$$\dot{V}(x) + \gamma V^\alpha(x) \leq 0, \quad x \in \mathcal{V} \setminus \{0\}. \quad (3.3)$$

Alors, l'origine du système (3.2) est un équilibre stable en temps fini. Si $\mathcal{V} = \mathbb{R}^n$, alors l'origine est un équilibre globalement stable en temps fini. De plus, le temps d'établissement est donné par :

$$t_R \leq \frac{1}{\gamma(1-\alpha)} V^{1-\alpha} \quad (3.4)$$

Lemme. 3.3.2 (Yu et al [Yu Sh 2005]) Pour tous réel $\gamma > 0$ et $\gamma_1 > 0$, $0 < \alpha < 1$ une condition de la stabilité en temps fini peut être donnée sous la forme :

$$\dot{V}(x) + \gamma V^\alpha(x) + \gamma_1 V(x) \leq 0, \quad (3.5)$$

Le temps d'établissement est donné par :

$$t_r \leq \frac{1}{\gamma(1-\alpha)} \ln \frac{\gamma V^{1-\alpha}(x(0)) + \gamma_1}{\gamma_1} \quad (3.6)$$

Lemme. 3.3.3 ([Yu Sh 2005][Zhao 2008]) Soit $a_1 > 0, a_2 > 0$ et $0 < \alpha < 1$, l'inégalité suivante est satisfaite

$$(a_1 + a_2)^\alpha \leq a_1^\alpha + a_2^\alpha \quad (3.7)$$

Lemme. 3.3.4 ([Yu Sh 2005][Zhao 2008]) Supposant $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ des réels positifs $0 < p < 2$, alors l'inégalité suivante est satisfaite

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)^p \leq (a_1^p + a_2^p + \dots + a_n^p)^2 \quad (3.8)$$

3.3.2 Position du problème

Soit le système non linéaire incertain

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (3.9)$$

avec $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ représente l'état du système et $u \in \mathbb{R}$ sa commande. $f(x, t)$ et $g(x, t)$ sont des champs de vecteurs suffisamment différentiables. $s = s(x, t)$ est la variable de glissement du système (3.9). L'objectif de commande est de contraindre les trajectoires du système (3.9) à évoluer sur la surface

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathcal{X} | s = 0\} \quad (3.10)$$

en temps fini, malgré les incertitudes du modèle et perturbations externes. Pour synthétiser les lois de commande, il est nécessaire d'introduire les hypothèses suivantes :

Hypothèse 3.3.3 *Le degré relatif du système (3.9) par rapport à la variable de glissement « s » est égale à 1, et les dynamiques de zéros associées sont stables. La dérivée de « s » par rapport au temps s'écrit alors :*

$$\dot{s} = \psi(x, t) + \varphi(x, t)u \quad (3.11)$$

Hypothèse 3.3.4 *La fonction $\psi(x, t)$ est incertaine et s'écrit sous la forme d'une somme d'un terme connu $\psi_{nom}(x, t)$ compensé par la commande équivalente et d'un terme incertain $\Delta\psi(x, t)$*

$$\psi(x, t) = \psi_{nom}(x, t) + \Delta\psi(x, t) \quad (3.12)$$

Le terme incertain $\Delta\psi(x, t)$ regroupe l'ensemble des incertitudes paramétriques et des perturbations externes. Il vérifie l'inégalité suivante :

$$|\Delta\dot{\psi}(x, t)| \leq h_{\max} \quad (3.13)$$

avec « h_{\max} » un réel positif supposé connu.

L'objectif de la commande consiste à générer une loi de commande continue pour assurer la convergence de la variable de glissement s et sa dérivée \dot{s} vers une région très petite au voisinage de l'origine en temps fini, malgré la présence des incertitudes et des perturbations dans les fonctions incertaines (3.11).

3.3.5 Synthèse de la loi de commande

Considérons la loi de commande suivante :

$$u = \varphi(x, t)^{-1} [-\psi_{nom}(x, t) + \omega] \quad (3.14)$$

ω représente le terme de la version ASTM₁, l'expression de ω est donnée par :

$$\begin{aligned} \omega &= -k_1 |s|^{\sigma_1} \text{sign}(s) + \mu \\ \dot{\mu} &= -k_2 |s|^{\sigma_2} \text{sign}(s) \end{aligned} \quad (3.15)$$

avec ($1 < 2\sigma_1 < 2$) et ($\sigma_2 = 2\sigma_1 - 1$). k_1 et k_2 sont des gains positifs assurant la convergence en temps fini des trajectoires sous des conditions suffisantes données dans le théorème 3.3.1.

A partir de (3.14) et (3.15), le système bouclé (3.11) peut être réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -k_1 |s|^{\sigma_1} \text{sign}(s) + \bar{\mu} \\ \dot{\bar{\mu}} &= -k_2 |s|^{\sigma_2} \text{sign}(s) + d(x, t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

avec $\bar{\mu} = \mu + \Delta\psi(x, t)$ et $d(x, t) = \Delta\dot{\psi}(x, t)$.

La synthèse de la commande consiste donc à définir une loi de commande basée sur la version modifiée de l'algorithme *super-twisting* (3.15) sous les hypothèses 3.3.3 et 3.3.4 pour assurer la convergence de s , \dot{s} vers une région très petite autour de l'origine en temps fini en présence des perturbations. La stratégie adoptée dans la suite pour la synthèse de la commande est décrite via le théorème suivant.

Théorème. 3.3.1 Soit le système (3.9) sous la loi de commande (3.14) et supposons que $|d(x, t)| \leq h_{\max}$, avec $h_{\max} > 0$, et pour les gains $k_1 > 0$ et $k_2 > 0$ choisis, telle que :

$$\lambda_{\min}(Q) > h_{\max}\|\varsigma\|, \quad k_2 > \frac{h_{\max}^2\|\kappa\|^2}{\sigma_1 k_1^2} \quad (3.17)$$

où

$$Q = k_1 \begin{bmatrix} k_2 + \sigma_1 k_1^2 & -\sigma_1 k_1 \\ -\sigma_1 k_1 & \sigma_1 \end{bmatrix}; \quad \kappa = \begin{bmatrix} -k_1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Alors, la loi de commande (3.14) assure la convergence de la variable de glissement s et $\bar{\mu}$ vers la région

$$\|\varsigma\| \leq \Delta_1 \quad (3.18)$$

où

$$\Delta_1 = \left[\frac{h_{\max}\|\kappa\|}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$$

en temps fini. Le temps détablissement t_F est donné par :

$$t_F \leq \frac{1}{\gamma_1(1-\alpha)} V(z(0))^{1-\alpha} \quad (3.19)$$

Preuve. 3.3.1 En utilisant la notation suivante :

$$z = [z_1 \ z_2]^T = [s \ \bar{\mu}]^T \quad (3.20)$$

On peut remarquer que

– Si z_1 et z_2 convergent vers zéro en temps fini, alors il en est de même pour s et \dot{s} .

Dans cette étape, on va analyser la stabilité du système (3.9). En choisissant la fonction de Lyapunov candidate

$$V(z) = \frac{k_2}{\sigma_1} |z_1|^{2\sigma_1} + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} [k_1 |z_1|^{\sigma_1} \text{sign}(z_1) - z_2]^2 \quad (3.21)$$

L'équation (3.21) peut alors s'écrire sous la forme quadratique suivante

$$V(z) = \varsigma^T P \varsigma \quad (3.22)$$

Le vecteur ς et la matrice symétrique $P \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ sont données par :

$$\varsigma = \begin{bmatrix} |z_1|^{\sigma_1} \text{sign}(z_1) \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{2k_2}{\sigma_1} + k_1^2 & -k_1 \\ -k_1 & 2 \end{bmatrix}$$

La matrice P est une matrice évidemment définie positive. La fonction de Lyapunov $V(z)$ est une fonction continue et différentiable partout sauf au point $z_1 = 0$. En conséquence, le théorème de Lyapunov sera appliqué juste pour les points où $V(z)$ est dérivable, on parle dans ce cas de fonction de Lyapunov "non lisses" [Dávila 2009]. Donc, $V(z)$ est une fonction continue mais non différentiable au point $z_1 = 0$ définie positive si $k_2 > 0$, donc

$$\lambda_{\min}(P)\|\varsigma\|^2 \leq V(z) \leq \lambda_{\max}(P)\|\varsigma\|^2 \quad (3.23)$$

où $\|\varsigma\|$ la norme euclidienne de ς donnée par :

$$\|\varsigma\|^2 = |z_1|^{2\sigma_1} + z_2^2 \quad (3.24)$$

$\lambda_{\min}(P)$ et $\lambda_{\max}(P)$ sont respectivement les valeurs propres minimale et maximale de la matrice P .

La dérivée de la fonction candidate de Lyapunov (3.22) est alors donnée par :

$$\dot{V}(z) = -|z_1|^{\sigma_1-1} \varsigma^T Q \varsigma + d \kappa^T \varsigma \leq -|z_1|^{\sigma_1-1} \lambda_{\min}(Q) \|\varsigma\|^2 + h_{\max} \|\kappa\| \|\varsigma\| \quad (3.25)$$

A partir de (3.23) et (3.24), nous pouvons écrire :

$$|z_1|^{\sigma_1-1} \geq \|\varsigma\|^{\frac{\sigma_1-1}{\sigma_1}} \quad (3.26)$$

A partir de (3.25) et (3.26), on obtient :

$$\dot{V}(z) \leq - \left[\lambda_{\min}(Q) - \frac{h_{\max} \|\kappa\|}{\|\varsigma\|^{\frac{2\sigma_1-1}{\sigma_1}}} \right] \|\varsigma\|^{\frac{3\sigma_1-1}{\sigma_1}} \quad (3.27)$$

Pour conclure sur la négativité de $\dot{V}(z)$, il faut que :

$$\lambda_{\min}(Q) = h_1 + \frac{h_{\max} \|\kappa\|}{\|\varsigma\|^{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}}} \quad (3.28)$$

avec $h_1 > 0$, on conclure que $\dot{V}(z)$ est définie positive pour

$$\|\varsigma\| > \left[\frac{h_{\max} \|\kappa\|}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \quad (3.29)$$

La stabilité en temps fini est toujours garanti lorsque la condition (3.28) est vérifiée, et par conséquent les trajectoires du système (3.9) convergent vers la région (3.18) en temps fini. La figure (3.2) montre le domaine de stabilité de l'algorithme.

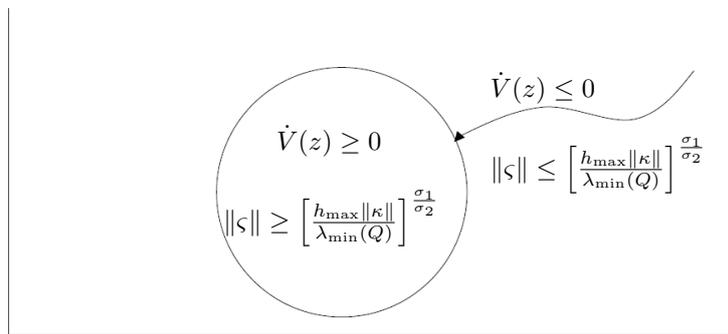


FIGURE 3.2 – La région de stabilité.

En conséquence, la région Δ_1 peut être garantie suffisamment petite lorsque $\frac{h_{\max} \|\kappa\|}{\lambda_{\min}(Q)} < 1$, on sait que pour ($0.5 < \sigma_1 < 1$), alors le terme exponentiel de (3.29) permettra de réduire

considérablement la taille de la région Δ_1 (c-à-d, $\Delta_1 \ll 1$). Par conséquent, nous pouvons choisir k_1 et k_2 , telle que :

$$\lambda_{\min}(Q) > h_{\max}\|\kappa\| \quad (3.30)$$

Vérifions maintenant le choix des gains k_1 et k_2 . En effet :

$$\det(\lambda I - Q) = \lambda^2 - k_1 [k_2 + (k_1 + 1)\sigma_1] \lambda + k_1^2 k_2 \sigma_1 \quad (3.31)$$

D'après (3.30), la valeur propre minimale de Q est :

$$\lambda_{\min}(Q) = \frac{k_1 [k_2 + (k_1^2 + 1)\sigma_1]}{2} - \frac{\sqrt{k_1^2 [k_2 + (k_1^2 + 1)\sigma_1]^2 - 4k_1^2 k_2 \sigma_1}}{2} \quad (3.32)$$

La matrice Q sera définie positive avec une valeur propre minimale $\lambda_{\min}(Q) > h_{\max}\|\kappa\|$. D'où

$$k_2 > \frac{h_{\max}^2 \|\kappa\|^2}{\sigma_1 k_1^2}, \quad k_1 > 0.$$

A partir de (3.23), nous pouvons écrire

$$\|\varsigma\|^2 \leq \frac{V(z)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (3.33)$$

Par conséquent, on obtient :

$$\dot{V}(z) \leq -\gamma_1 V(z)^\alpha \quad (3.34)$$

où $\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_1}$, alors $\alpha \in (0, 1)$, et la constante positive $\gamma_1 = \left[h_1 \frac{\lambda_{\max}(P)^{\frac{-\sigma_2}{2\sigma_1}}}{\sqrt{\lambda_{\max}(P)}} \right] > 0$.

En résumé, quand la condition (3.17) est établie, la loi de commande (3.15) assure la convergence de la variable de glissement s et sa dérivée \dot{s} vers la région $\|\varsigma\| \leq \Delta_1$ en temps fini. Lorsque $\Delta_1 = 0$, on aura un régime glissant idéal, et $s, \dot{s} \rightarrow 0$ en temps fini t_r qu'on peut estimer par $t_r \leq \frac{1}{\gamma_1(1-\alpha)} V(z(0))^{1-\alpha}$. Pour $\Delta_1 > 0$, $s, \dot{s} \rightarrow \Delta_1$ en temps fini t_F .

Remarque. 3 On sait que $\|\varsigma\|$ est suffisamment faible après un temps t_F (Δ_1 est très petite), alors à partir de l'équation (3.15) et la convergence en temps fini de z_2 , on peut conclure que le terme de perturbation $\Delta\psi(x, t)$ peut être estimé en temps fini t_F , c'est-à-dire :

$$\Delta\psi(x, t) \approx k_2 \int_0^{t \geq t_F} |s|^{\sigma_2} \text{sign}(s(\tau)) d\tau \quad (3.35)$$

3.4 Application à la commande d'attitude du quadrirotor

3.4.1 Modèle d'attitude

Le système d'attitude (2.41) peut être réécrit sous la forme :

$$\Sigma_R : \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ [M(\eta)]^{-1} [\Psi_\eta^T \Gamma_p - C(\eta, w)w] + [J\Psi_\eta]^{-1} \Gamma_{ext} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

On considère la transformation non linéaire suivante :

$$\Gamma_p = J\Psi_\eta \tilde{\tau}_\eta + \Phi_\eta^T C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} \quad (3.37)$$

L'objectif de cette partie est de construire des lois de commande en utilisant l'algorithme proposé dans 3.3. L'objectif est d'assurer la convergence des trajectoires $\{\phi(t), \theta(t), \psi(t)\}$ vers les trajectoires de consigne $\{\phi_d(t), \theta_d(t), \psi_d(t)\}$.

On définit $\mathcal{M}_{ext} = [J\Psi_\eta]^{-1} \Gamma_{ext}$. D'après (3.37), la dynamique d'attitude (3.36) devient :

$$\begin{cases} \dot{\eta} = w \\ \dot{w} = \tilde{\tau}_\eta + \mathcal{M}_{ext} \end{cases} \quad (3.38)$$

Le degré relatif du système (3.38) par rapport à la variable de glissement est égal à 1.

Introduisons les définitions des écarts en position et en vitesse angulaire suivantes :

$$\begin{aligned} \delta_\eta &= \eta - \eta_d \\ \delta_w &= w - \dot{\eta}_d \end{aligned} \quad (3.39)$$

On définit la variable de glissement $s \in \mathbb{R}^3$ comme étant une combinaison linéaire des variables δ_η et δ_w :

$$s = \delta_w + \Lambda \delta_\eta \quad (3.40)$$

$\Lambda = \text{diag}(c_\phi, c_\theta, c_\psi) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est une matrice diagonale définie positive. On a trois surfaces de glissement ($s_i = 0$) avec, $i = \{\phi, \theta, \psi\}$. Basée sur ce type de variable de glissement, une fois que les trajectoires (3.39) atteignent la surface de glissement, conduirait à une convergence exponentielle des écarts.

La dérivée de s par rapport au temps s'écrit alors

$$\dot{s} = \dot{\delta}_w + \Lambda \dot{\delta}_\eta = \Psi_{nom}(x, t) + \Delta\psi(x, t) + \varphi(x, t) \tilde{\tau}_\eta \quad (3.41)$$

avec

$$\varphi(x, t) = 1, \quad \Psi_{nom}(x, t) = -\ddot{\eta}_d + \Lambda \dot{\delta}_\eta, \quad \text{et} \quad \Delta\psi(x, t) = \mathcal{M}_{ext} \quad (3.42)$$

D'après (3.14) et (3.41), la loi de commande est donnée de la manière suivante :

$$\tilde{\tau}_\eta = \varphi^{-1}(x, t) [-\Psi_{nom}(x, t) + w] \quad (3.43)$$

où w est le terme de l'algorithme modifié de *super-twisting* (3.15).

Sous la loi de commande proposée (3.43), la dynamique en boucle fermée (3.41) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -k_1 |s|^{\sigma_1} \text{sign}(s) + \bar{\mu} \\ \dot{\bar{\mu}} &= -k_2 |s|^{\sigma_2} \text{sign}(s) + d(\eta, w) \end{aligned} \quad (3.44)$$

avec $\bar{\mu} = \mu + \mathcal{M}_{ext}$. D'après le théorème 3.3.1, on peut conclure que les trajectoires de système $(s, \bar{\mu})$ convergent vers une région très petite autour de zéro donnée par (3.18). Une fois les états du système atteignent cette région, nous avons $s_i \leq \varrho_{1i}$, où $|\varrho_{1i}| \leq \Delta_1$, puis à partir de (3.38), nous obtenons

$$\delta_{wi} + c_i \delta_{\eta i} = \varrho_{2i} \quad (3.45)$$

et $\dot{\delta}_{\eta i} = \delta_{wi} = \varrho_{1i} - c_i \delta_{\eta i}$ alors, asymptotiquement $\delta_{\eta i} \rightarrow \frac{\varrho_{1i}}{c_i} \leq \frac{\Delta_1}{c_i}$ et $\delta_{wi} \rightarrow \varrho_{1i} + \varrho_{1i} = 2\varrho_{1i} \leq 2\delta_{\eta i}$. Les trajectoires d'erreurs $\delta_{\eta i}$ et δ_{wi} vont converger respectivement vers les régions

$$|\delta_{\eta i}| \leq \frac{\Delta_1}{c_i}, \quad \text{et} \quad |\delta_{wi}| \leq 2\Delta_1 \quad (3.46)$$

3.4.2 Résultats de simulation

Nous présentons ici les résultats de simulations menés sur le modèle du quadrirotor (2.41) afin d'évaluer l'efficacité de la commande proposée. Les paramètres de la table 3.1 sont représentatifs de ce type de véhicule. Les performances et la robustesse de la commande obtenues par la première

Nom	Valeur	Unité
g	9.81	m/s ²
m	0.468	kg
d	0.225	m
J_x	4.856×10^{-3}	kg.m ²
J_y	4.856×10^{-3}	kg.m ²
J_z	8.801×10^{-4}	kg.m ²
J_r	3.357×10^{-5}	kg.m ²
κ_t	2.98×10^{-6}	N/rad ² s ²
κ_d	1.14×10^{-7}	N/rad ² s ²

TABLE 3.1 – Paramètres physiques du quadrirotor.

version de l'algorithme de *super-twisting* sont évaluées en simulation sur le modèle dynamique du quadrirotor. L'évaluation est réalisée pour voir la capacité de la commande à garantir une bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de l'attitude.

Les gains de contrôle pour la commande (3.44) sont donnés par :

$$k_1 = \text{diag}(1.5, 1.5, 1.5), \quad k_2 = \text{diag}(1.1, 1.1, 1.1) \quad \sigma_1 = 0.6 \quad \text{et} \quad \Lambda = \text{diag}(2, 2, 2).$$

Les termes de perturbation donnés par : $\Delta J = 0.5J$, $\mathcal{M}_{ext} = [\sin(0.5t), \sin(0.5t), \sin(0.5t)]^T$. Le véhicule est initialement à la position angulaire $\eta(0) = [0.6, -0.5, 0.5]^T$ rad et a pour vitesse angulaire $w(0) = [0.4, -0.4, 0.4]^T$ rad/sec. Les résultats de simulation sont présentés dans les figures (3.3-3.9). Plusieurs essais en vol ont été conçus pour démontrer les performances et la robustesse de la commande présentée dans (3.43).

3.4.2.1 Test de stabilisation

Les figures 3.3 et 3.4 montrent l'évolution des trajectoires de position angulaire et la vitesse angulaire du véhicule au cours du temps. Le vecteur de commande est représenté sur la figure 3.5. On remarque que l'évolution des variables réelles et de référence coïncident après quelques secondes. Les objectifs sont alors atteints. Les résultats de simulation montrent l'efficacité des lois de commande proposées afin d'améliorer les performances du vol en présence de la variation des paramètres du système et des perturbations externes. On remarque aussi que les signaux de commande sont lisses et physiquement réalisables sans le phénomène de chattering.

3.4.2.2 Suivi de trajectoire de consigne

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 3.6 pour la position angulaire, et par la figure 3.7 pour la vitesse angulaire.

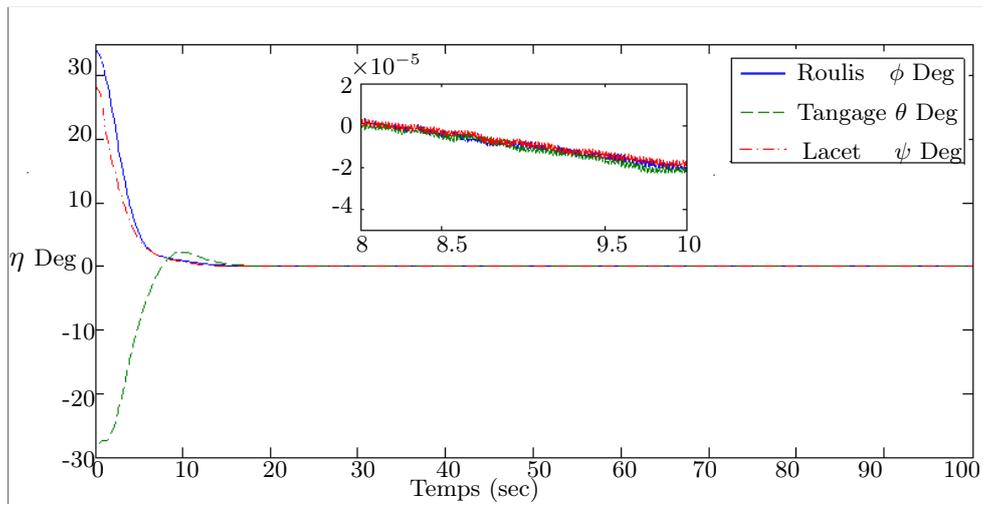


FIGURE 3.3 – Position angulaire $\{\phi \theta \psi\}$ test de stabilisation.

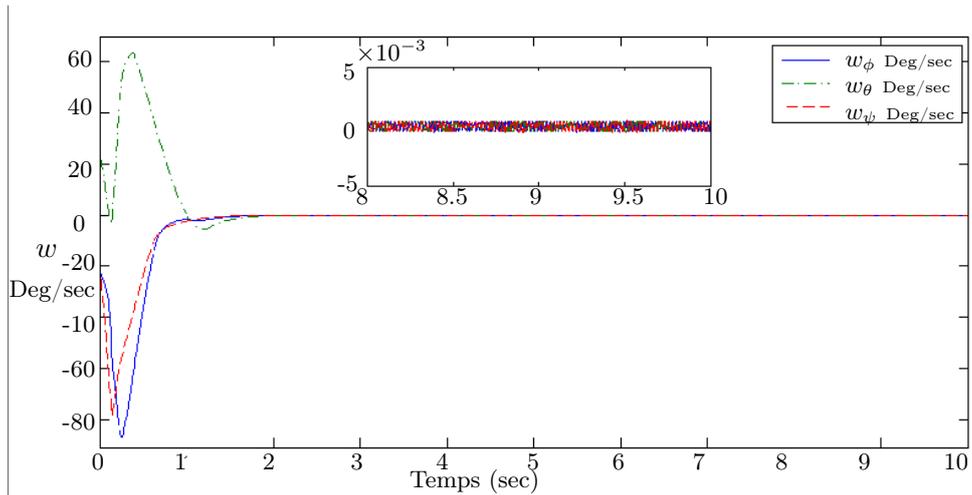
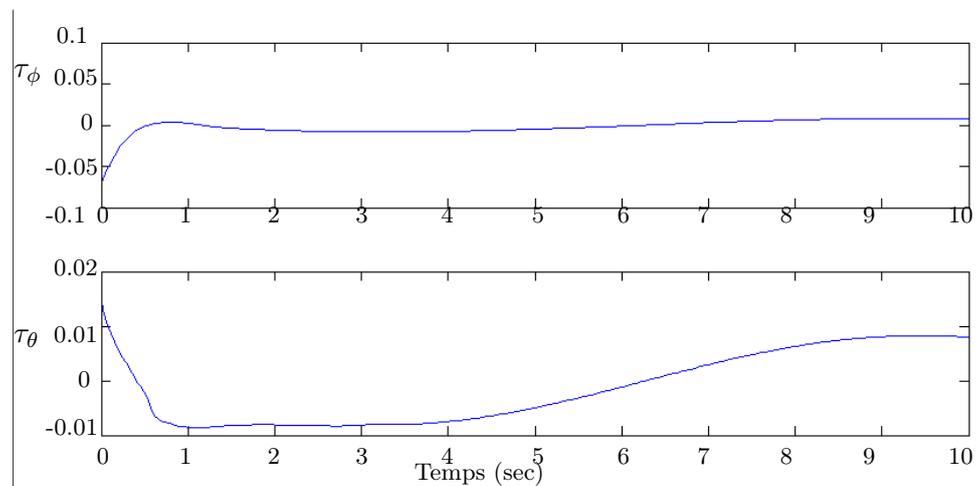


FIGURE 3.4 – Vitesse angulaire $\{w_\phi w_\theta w_\psi\}$. Cas : test de stabilisation.



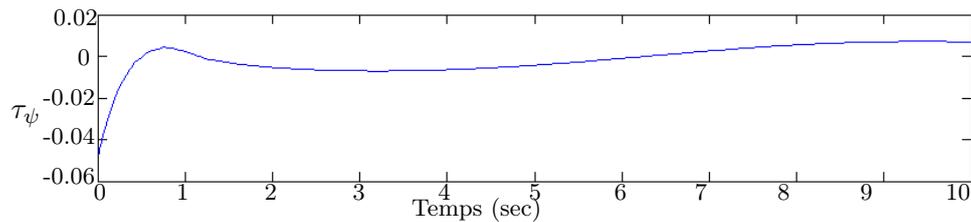


FIGURE 3.5 – Couple de commande : $\Gamma_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.

L'évolution des entrées de commande est représentée sur la figure 3.9.

Sur la base de ces résultats, on voit que les trajectoires du système convergent vers les trajectoires de références après quelques secondes. Les signaux de commande illustrés par la figure 3.9 sont continus et d'amplitude raisonnable. En conclusion, l'approche par l'ASTM₁ est une méthode

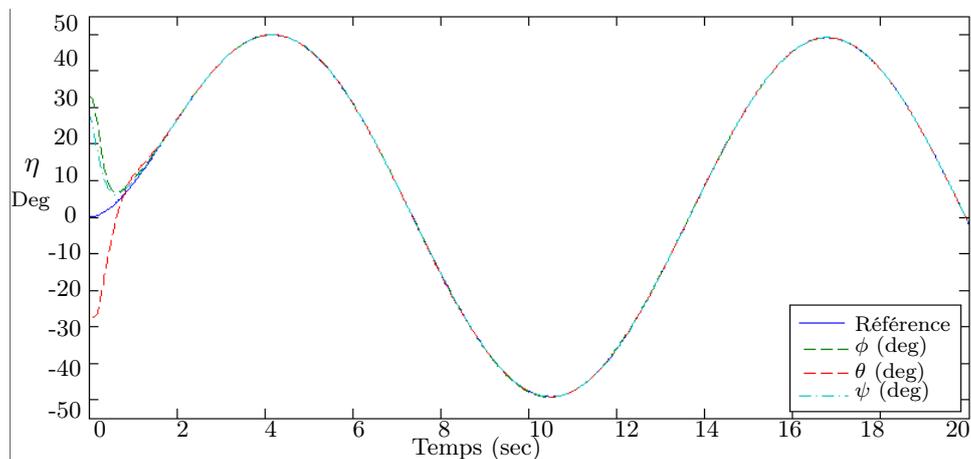


FIGURE 3.6 – Position angulaires $\{\phi \ \theta \ \psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.

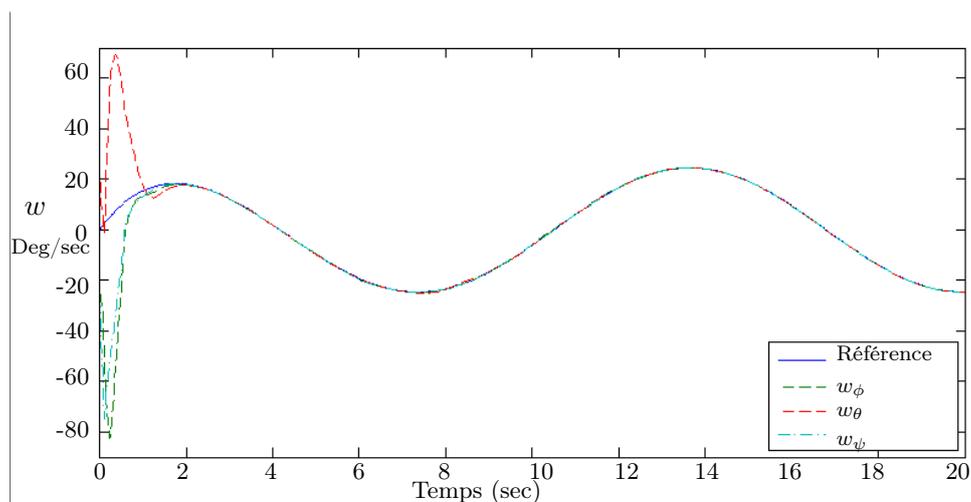


FIGURE 3.7 – Vitesse angulaire $\{w_\phi \ w_\theta \ w_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.

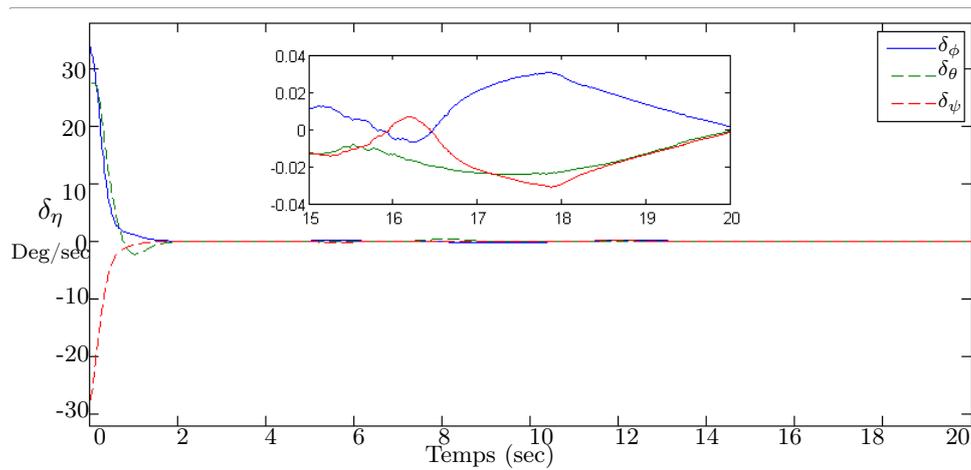


FIGURE 3.8 – Trajectoires d'erreur de position angulaire $\{\delta_\phi, \delta_\theta, \delta_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.

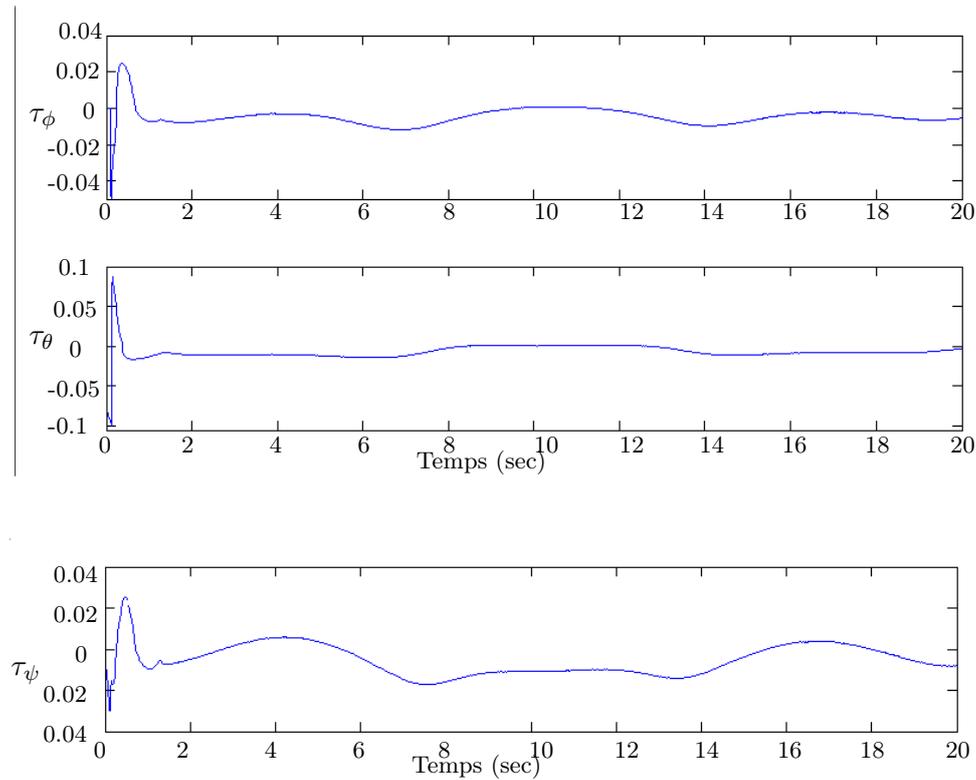


FIGURE 3.9 – Couple de commande : $\Gamma_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.

de commande très efficace qui permet d'assurer facilement la stabilité d'un système non-linéaire en boucle fermée.

3.4.3 Algorithme linéaire

La version modifiée de l'algorithme de *super-twisting* étudié précédemment dans la section 3.3 est une version non linéaire de l'algorithme linéaire de base suivant [Moreno 2008] :

$$\begin{aligned}\omega &= -k_3 s + \mu \\ \dot{\mu} &= -k_4 s + d(x, t)\end{aligned}\tag{3.47}$$

À partir de (3.14) et (3.47), le système bouclé (3.11) peut être réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned}\dot{s} &= -k_3 s + \bar{\mu} \\ \dot{\bar{\mu}} &= -k_4 s + d(x, t)\end{aligned}\tag{3.48}$$

On considère l'hypothèse suivante :

Hypothèse 3.4.4 *Le terme de perturbation $d(x, t)$ est globalement borné comme suit :*

$$|d(x, t)| \leq h_{\max} |z_1|\tag{3.49}$$

Soit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned}V_0(z) &= k_4 z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} (k_3 z_1 - z_2)^2 = z^T P_0 z \\ P_0 &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2k_4 + k_3^2 & -k_3 \\ -k_3 & 2 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3.50}$$

Il est facile de voir que $V_0(z)$ est définie positive et radialement non bornée si k_4 est strictement positive. c'est-à-dire :

$$\lambda_{\min}(P_0) \|z\|^2 \leq V_0(z) \leq \lambda_{\max}(P_0) \|z\|^2\tag{3.51}$$

La dérivée de la fonction candidate de Lyapunov $V_0(z)$ peut s'écrire :

$$\dot{V}_0(z) = -z^T Q_0 z + d \kappa_0^T z\tag{3.52}$$

avec

$$Q_0 = k_3 \begin{bmatrix} k_3^2 + k_4 & -k_3 \\ -k_3 & 1 \end{bmatrix}; \kappa_0 = \begin{bmatrix} -k_3 \\ 2 \end{bmatrix}\tag{3.53}$$

En tenant compte de l'hypothèse 3.4.4, la dérivée de la fonction candidate de Lyapunov (3.50) peut s'écrire :

$$\dot{V}_0(z) \leq -z^T (Q_0 - h_{\max} \|\kappa_0\|) z \leq -(\lambda_{\min}(Q_0) - h_{\max} \|\kappa_0\|) \|z\|^2\tag{3.54}$$

À partir de (3.51), nous pouvons écrire

$$\|z\|^2 \leq \frac{V_0(z)}{\lambda_{\max}(P_0)}\tag{3.55}$$

En utilisant l'inégalité (3.55), l'équation (3.54) devient :

$$\dot{V}_0(z) \leq -[\lambda_{\min}(Q_0) - h_{\max} \|\kappa_0\|] \frac{V_0(z)}{\lambda_{\max}(P_0)}\tag{3.56}$$

Pour assurer sur la négativité de $\dot{V}_0(z)$, il faut que :

$$\lambda_{\min}(Q_0) = a_0 + h_{\max}\|\kappa_0\| \quad (3.57)$$

avec $a_0 > 0$. Compte tenu de (3.56) et sous la condition (3.57) on a :

$$\dot{V}_0(z) \leq -\gamma_0 V_0(z) \quad (3.58)$$

avec $\gamma_0 = \frac{a_0}{\lambda_{\max}(P_0)} > 0$. On conclut que les états $z(0)$ convergent exponentiellement vers zéro.

Dans l'analyse précédente des deux algorithmes, linéaire (3.47) et non-linéaire (3.15), deux résultats différents peuvent être observés. Tout d'abord, les deux algorithmes ont des propriétés de convergences différentes : le système linéaire converge de façon exponentielle, alors que les trajectoires de l'algorithme modifié de *super-twisting* convergent en temps fini. D'un autre côté, les termes de correction linéaires sont plus forts que ceux de l'algorithme super twisting modifié lorsque les trajectoires sont loin de l'origine. Ces propriétés provoquent une autre différence entre les deux algorithmes : le genre de perturbations que chacun est capable de tolérer. La principale différence, c'est que le terme linéaire peut faire face à des perturbations qui sont plus forts très loin de l'origine et plus faible près de l'origine que celles qui sont subies par l'algorithme modifié de *super-twisting*. Pour augmenter les performances de chacun de ces algorithmes de contrôle, nous combinons les deux termes linéaire (3.47) et non-linéaire (3.15) pour obtenir une nouvelle version de commande par mode glissant.

3.5 Deuxième version modifiée de l'algorithme de super-twisting

Dans ce qui suit, nous allons proposer une autre version de l'algorithme de *super-twisting*, qui combine les termes de correction linéaires (3.47) et les termes de correction non-linéaires (3.15), de sorte qu'il donne de meilleures propriétés. Considérons la loi de commande de la deuxième version de l'algorithme de super-twisting « ASTM₂ », décrit par :

$$\begin{aligned} \omega &= -k_1|s|^{\sigma_1}\text{sign}(s) - k_3s + \mu \\ \dot{\mu} &= -k_2|s|^{\sigma_2}\text{sign}(s) - k_4s \end{aligned} \quad (3.59)$$

À partir de (3.59), le système bouclé (3.11) peut être réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -k_1|s|^{\sigma_1}\text{sign}(s) - k_3s + \bar{\mu} \\ \dot{\mu} &= -k_2|s|^{\sigma_2}\text{sign}(s) - k_4s + d(x, t) \end{aligned} \quad (3.60)$$

La synthèse de la commande consiste donc à définir une loi de commande basée sur la deuxième version modifiée du *super-twisting* (3.59) sous les hypothèses 3.3.3 et 3.3.4 pour assurer la convergence de s, \dot{s} à une région très petite autour de l'origine en temps fini en présence des perturbations externes. La stratégie adoptée dans la suite pour la synthèse de la commande décrite via le théorème suivant.

Théorème. 3.5.1 Soit le système (3.9) sous la loi de commande (3.59) et supposons que $|d(x, t)| \leq h_{\max}$, avec $h_{\max} > 0$ et pour les gains $k_j > 0$, avec $j = \{1, 2, 3, 4\}$ sont choisis, tel que :

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(Q_1) &> h_{\max} \|\kappa_1\| \\ \sigma_1 k_2 k_4 &> [k_2 + \sigma_1 k_1^2 (\sigma_1 + 1)^2] k_3^2 \end{aligned} \quad (3.61)$$

avec

$$\kappa_1^T = [-k_1 \quad -k_3 \quad 2] \quad (3.62)$$

$$Q_1 = k_1 \begin{bmatrix} \sigma_1 k_1^2 + k_2 & 0 & -\sigma_1 k_1 \\ 0 & (\sigma_1 + 2)k_3^2 + k_4 & -(\sigma_1 + 1)k_3 \\ -\sigma_1 k_1 & -(\sigma_1 + 1)k_3 & \sigma_1 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = k_3 \begin{bmatrix} (2\sigma_1 + 1)k_1^2 + k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 + k_3^2 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & 1 \end{bmatrix}$$

Alors, la loi de commande (3.59) assure la convergence des variables de système (3.9) vers le domaine

$$\|\varsigma_1\| \leq \Delta_2 \quad (3.63)$$

où

$$\Delta_2 = \min \left\{ \left[\frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\lambda_{\min}(Q_1)} \right]^{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}, \frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\lambda_{\min}(Q_2)} \right\}$$

en temps fini T_F .

Preuve. 3.5.1 Soit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V_1(z) = \frac{k_2}{\sigma_1} |z_1|^{2\sigma_1} + k_4 z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} [k_1 \text{sig}^{\sigma_1}(z_1) + k_3 z_1 - z_2]^2 \quad (3.64)$$

Cette fonction peut être réécrite sous la forme quadratique suivant :

$$V_1(z) = \varsigma_1^T P_1 \varsigma_1 \quad (3.65)$$

Le vecteur ς_1 et la matrice symétrique $P_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ sont données par :

$$\varsigma_1 = \begin{bmatrix} |z_1|^{\sigma_1} \text{sign}(z_1) \\ z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad P_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{2k_2}{\sigma_1} + k_1^2 & k_1 k_3 & -k_1 \\ k_1 k_3 & 2k_4 + k_3^2 & -k_3 \\ -k_1 & -k_3 & 2 \end{bmatrix}$$

par conséquent

$$\lambda_{\min}(P_1) \|\varsigma_1\|^2 \leq V_1(z) \leq \lambda_{\max}(P_1) \|\varsigma_1\|^2 \quad (3.66)$$

où la norme euclidienne de ς_1 est donnée par :

$$\|\varsigma_1\|^2 = |z_1|^{2\sigma_1} + z_1^2 + z_2^2 \quad (3.67)$$

La dérivée temporelle de $V_1(z)$ le long des trajectoires du système est donnée par :

$$\dot{V}_1(z) \leq -|z_1|^{\sigma_1-1} \zeta_1^T Q_1 \zeta_1 - \zeta_1^T Q_2 \zeta_1 + d \kappa_1^T \zeta_1 \quad (3.68)$$

Par conséquent, on a :

$$\dot{V}_1(z) \leq -|z_1|^{\sigma_1-1} \lambda_{\min}(Q_1) \|\zeta_1\|^2 - \lambda_{\min}(Q_2) \|\zeta_1\|^2 + h_{\max} \|\kappa_1\| \|\zeta_1\| \quad (3.69)$$

À cause de (3.66) et (3.67), nous avons :

$$|z_1|^{\sigma_1-1} \geq \|\zeta_1\|^{\frac{\sigma_1-1}{\sigma_1}} \quad (3.70)$$

Alors, l'expression (3.69) peut être réécrite sous les deux formes suivantes :

$$\dot{V}_1(z) \leq - \left[\lambda_{\min}(Q_1) - \frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\|\zeta_1\|^{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}}} \right] \|\zeta_1\|^{\frac{3\sigma_1-1}{\sigma_1}} - \lambda_{\min}(Q_2) \|\zeta_1\|^2 \quad (3.71)$$

$$\dot{V}_1(z) \leq -\lambda_{\min}(Q_1) \|\zeta_1\|^{\frac{3\sigma_1-1}{\sigma_1}} - \left[\lambda_{\min}(Q_2) - \frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\|\zeta_1\|} \right] \|\zeta_1\|^2$$

Pour assurer la négativité de $V_1(z)$, il faut que :

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(Q_1) &= \bar{h}_1 + \frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\|\zeta_1\|^{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}}} \\ \lambda_{\min}(Q_2) &= \bar{h}_2 + \frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\|\zeta_1\|} \end{aligned} \quad (3.72)$$

où $\bar{h}_1 > 0$ et $\bar{h}_2 > 0$, on obtient :

$$\begin{aligned} \|\zeta_1\| &> \left[\frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\lambda_{\min}(Q_1)} \right]^{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \\ \|\zeta_1\| &> \left[\frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\lambda_{\min}(Q_2)} \right] \end{aligned}$$

En substituant (3.72) dans (3.71), la stabilité en temps fini est garantie, et les trajectoires du système convergent en un temps-fini vers le domaine (3.63). Par conséquent, la région Δ_2 peut être garantie suffisamment petite si $\frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\lambda_{\min}(Q_1)} < 1$ et $\frac{h_{\max} \|\kappa_1\|}{\lambda_{\min}(Q_2)} < 1$, on peut donc sélectionner $k_j > 0$, telle que :

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(Q_1) &> h_{\max} \|\kappa_1\| \\ \lambda_{\min}(Q_2) &> h_{\max} \|\kappa_1\| \end{aligned} \quad (3.73)$$

De plus, la matrice Q_1 est définie positive, lorsque :

$$\sigma_1 k_2 k_4 > [k_2 + \sigma_1 k_1^2 (\sigma_1 + 1)^2] k_3^2 \quad (3.74)$$

À partir de (3.72) et (3.66), les équations (3.71) peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(z) &\leq -\gamma_2 V_1(z)^\alpha - \gamma_3 V_1(z) \\ \dot{V}_1(z) &\leq -\gamma_4 V_1(z)^\alpha - \gamma_5 V_1(z) \end{aligned} \quad (3.75)$$

où $\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_1}$, alors $\alpha \in (0, 1)$ et si la condition (3.61) est satisfaite, on obtient :

$$\begin{aligned} \Upsilon_2 &= \bar{h}_1 \frac{\lambda_{\max}(P_1)^{\frac{-\sigma_2}{2\sigma_1}}}{\sqrt{\lambda_{\max}(P_1)}} > 0, \Upsilon_3 = \frac{\lambda_{\min}(Q_2)}{\lambda_{\max}(P_1)} > 0, \Upsilon_4 = \frac{\lambda_{\min}(Q_1)\lambda_{\max}(P_1)^{\frac{-\sigma_2}{2\sigma_1}}}{\sqrt{\lambda_{\max}(P_1)}} > 0 \\ \text{et } \Upsilon_5 &= \bar{h}_2 \frac{1}{\lambda_{\max}(P_1)} > 0. \end{aligned}$$

Évidemment, nous pouvons choisir k_j , de sorte que les conditions (3.61) et (3.72) soient satisfaites, alors les trajectoires du système (3.9) atteignent le domaine (3.63) autour de l'origine en temps fini. À partir de (3.69), on peut conclure que lorsque le système est loin de l'origine $-|z_1|^{\sigma_1-1}\lambda_{\min}(Q_1)\|\varsigma_1\|^2$ est petite et $-\lambda_{\min}(Q_2)\|\varsigma_1\|^2$ est grand, par conséquent, l'effet de $-\lambda_{\min}(Q_2)\|\varsigma_1\|^2$ est fort, et les états du système sont faibles (autour de l'origine), de plus $-|z_1|^{\sigma_1-1}\lambda_{\min}(Q_1)\|\varsigma_1\|^2$ est grand et $-\lambda_{\min}(Q_2)\|\varsigma_1\|^2$ est petite, alors l'effet de $-|z_1|^{\sigma_1-1}\lambda_{\min}(Q_1)\|\varsigma_1\|^2$ est fort. Par conséquent, la convergence est forte pendant tout le temps. Cela signifie que la commande proposée a la capacité de robustesse forte et de rejet de perturbations, même si les états du système sont loin de l'origine. En résumé, si la condition (3.61) est vérifiée, alors la loi de commande (3.14) et (3.58) assure la convergence de la variable de glissement s et sa dérivée \dot{s} vers un domaine Δ_2 autour de l'origine en temps fini. Si $\Delta_2 = 0$ on aura un régime glissant idéal, et $s, \dot{s} \rightarrow 0$ en temps fini T_r qu'on peut estimer par :

$$T_r \leq \max\{T_{r_1}, T_{r_2}\} \quad (3.76)$$

où

$$T_{r_1} = \frac{1}{\Upsilon_3(1-\alpha)} \ln \frac{\Upsilon_3 V(z(0))^{1-\alpha} + \Upsilon_2}{\Upsilon_2}, \quad T_{r_2} = \frac{1}{\Upsilon_5(1-\alpha)} \ln \frac{\Upsilon_5 V(z(0))^{1-\alpha} + \Upsilon_4}{\Upsilon_4} \quad (3.77)$$

où $V_1(z(0))$ est la valeur initiale de $V_1(z)$.

Remarque. 4 On sait que $\|\varsigma_1\|$ est suffisamment petit après un temps de stabilisation T_F , (le domaine Δ_2 est très petit), ensuite, selon l'équation (3.59) et la convergence en un temps-fini de z_2 , il peut être conclu que les perturbations $\Delta\psi(x, t)$ sont estimés en temps fini comme suit :

$$\Delta\psi(x, t) \approx k_2 \int_0^{t \geq T_F} |s|^{\sigma_2} \text{sign}(s(\tau)) d\tau + k_4 \int_0^{t \geq T_F} s(\tau) d\tau \quad (3.78)$$

3.5.1 Application à la commande d'attitude du quadrirotor

D'après (3.59) et (3.41), la loi de commande est donnée par :

$$\tilde{\tau}_\eta = \varphi^{-1}(x, t) [-\phi_{nom}(x, t) + \omega] \quad (3.79)$$

ω est le terme de l'algorithme modifié de *super-twisting* (3.59).

Sous la loi de commande proposée (3.79), la dynamique en boucle fermée (3.41) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -k_1 |s|^{\sigma_1} \text{sign}(s) - k_3 s + \bar{\mu} \\ \dot{\bar{\mu}} &= -k_2 |s|^{\sigma_2} \text{sign}(s) - k_3 s + d(\eta, w) \end{aligned} \quad (3.80)$$

D'après le théorème 3.4.4, on peut conclure que les trajectoires du système $(S, \bar{\mu})$ convergent vers une région très petite autour de zéro donnée par (3.63). Une fois les états du système atteignent cette région, nous avons $s_i \leq \varrho_{2i}$, où $|\varrho_{2i}| \leq \Delta_2$, puis à partir de (3.40), nous obtenons

$$\delta_{wi} + c_i \delta_{\eta i} = \varrho_{2i} \quad (3.81)$$

et $\dot{\delta}_{\eta i} = \delta_{wi} = \varrho_{2i} - c_i \delta_{\eta i}$ alors, asymptotiquement $\delta_{\eta i} \rightarrow \frac{\varrho_{2i}}{c_i} \leq \frac{\Delta_2}{c_i}$ et $\delta_{wi} \rightarrow \varrho_{2i} + \varrho_{2i} = 2\varrho_{2i} \leq 2\delta_{wi}$. Les trajectoires d'erreurs $\delta_{\eta i}$ et δ_{wi} vont converger respectivement vers les régions

$$|\delta_{\eta i}| \leq \frac{\Delta_2}{c_i}, \quad \text{et} \quad |\delta_{wi}| \leq 2\Delta_2 \quad (3.82)$$

3.5.2 Résultats de simulation

Les performances et la robustesse de la commande obtenue par la première version modifiée de l'algorithme de *super-twisting* sont évaluées en simulation sur le modèle dynamique du quadrotor. L'évaluation est réalisée pour voir la capacité de la commande à garantir une bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de l'attitude.

Les paramètres de contrôle de la commande (3.79) sont donnés par :

$$k_3 = k_4 = \text{diag}(2, 2, 2), \quad \sigma_1 = 0.6 \quad \text{et} \quad \Lambda = \text{diag}(2, 2, 2) \quad (3.83)$$

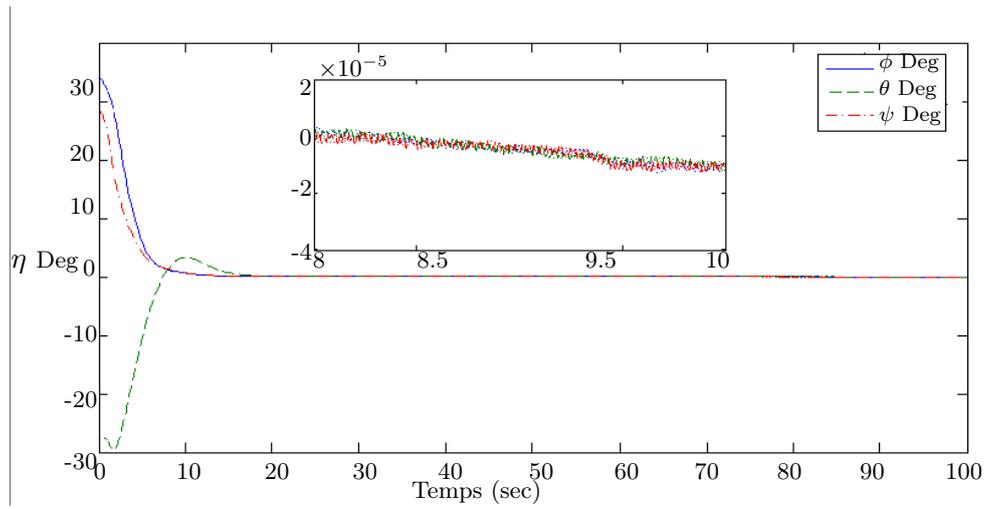
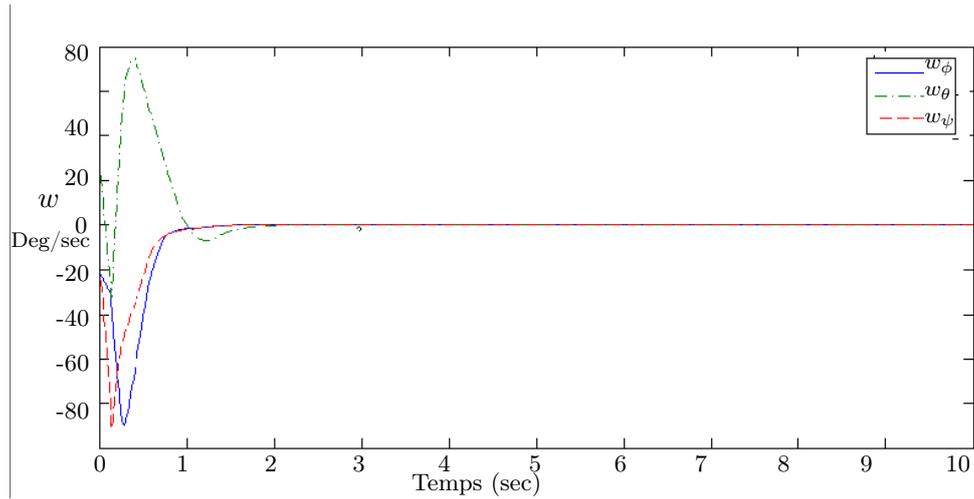
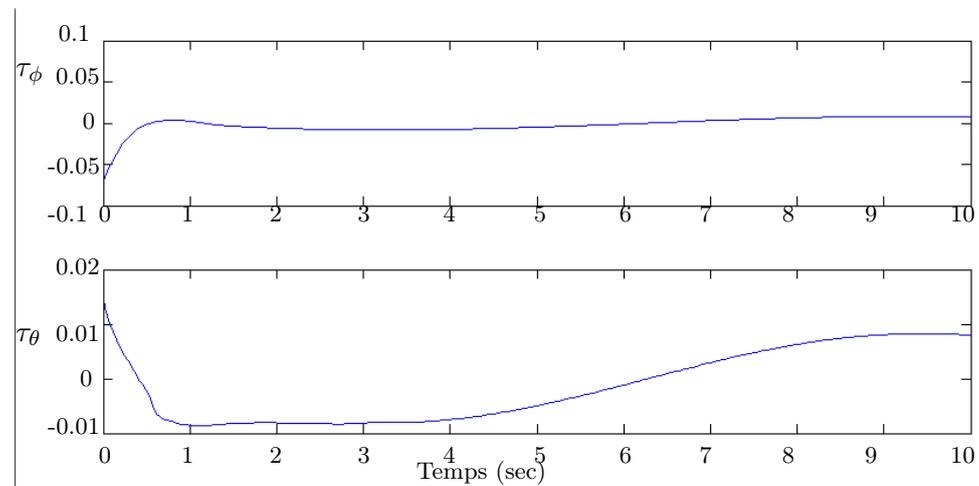
3.5.2.1 Test de stabilisation

On a représenté sur les figures 3.10 et 3.11 l'évolution de l'attitude et la vitesse angulaire du véhicule au cours du temps. Les résultats de simulation suivants montrent l'efficacité de la commande modifiée par AST (3.79) en présence de l'incertitude du modèle et perturbations externes. L'évolution du vecteur de commande est quant à lui représenté sur la figure 3.12. Il est clair que les signaux de commande sont lisses et physiquement réalisables sans le phénomène de chattering.

3.5.2.2 Suivi de trajectoire de consigne

La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la figure 3.13 pour la position angulaire, et par la figure 3.14 pour la vitesse angulaire. Sur la base de ces résultats, on voit que les sorties du système η convergent vers les trajectoires de consigne η_d de manière très rapide. L'évolution des entrées de commande sont représentées par la figure 3.16. Les signaux de commande sont continus et donc plus facilement implémentables sur des systèmes expérimentaux.

En conclusion, l'approche par l'ASTM₂ est une méthode de commande très efficace qui permet d'assurer facilement la stabilité d'un système non-linéaire en boucle fermée.

FIGURE 3.10 – Position angulaire $\{\phi \theta \psi\}$ test de stabilisation.FIGURE 3.11 – Vitesse angulaire $\{w_\phi w_\theta w_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.

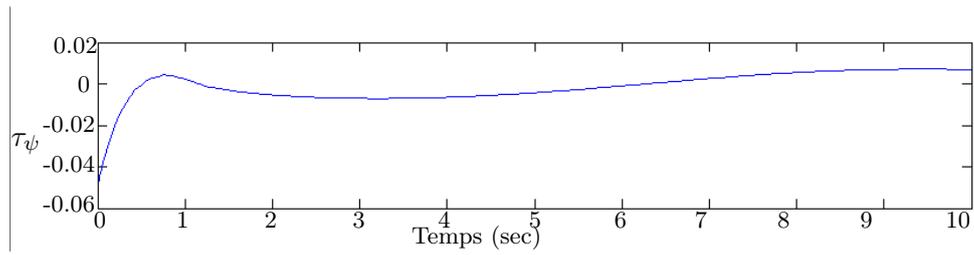


FIGURE 3.12 – Couple de commande : $\Gamma_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.

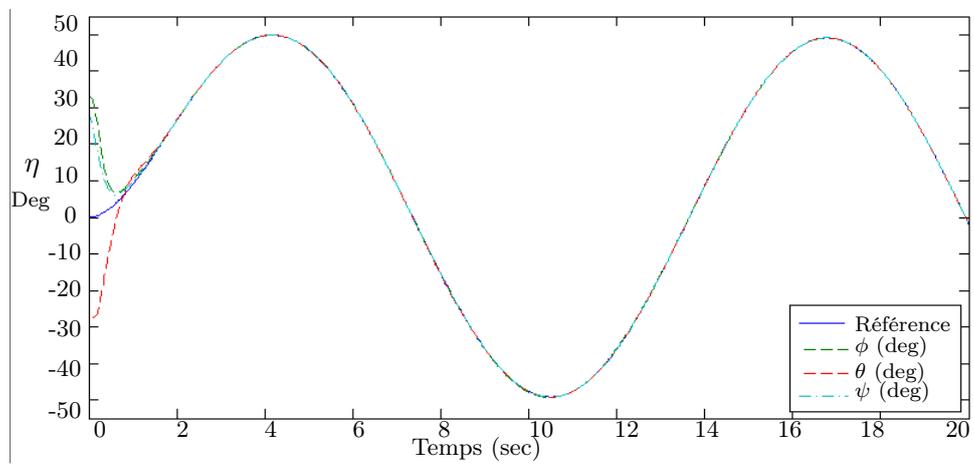


FIGURE 3.13 – Position angulaires $\{\phi \theta \psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.

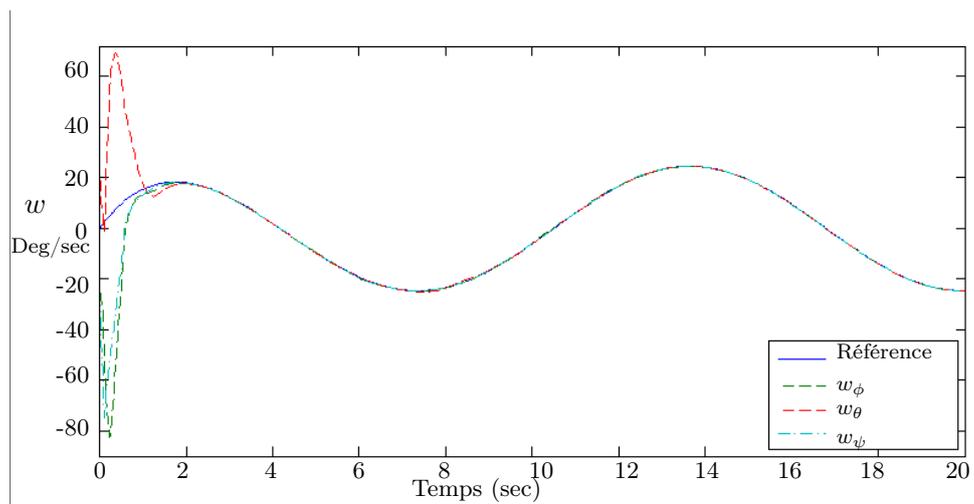


FIGURE 3.14 – Vitesse angulaire $\{w_\phi w_\theta w_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.

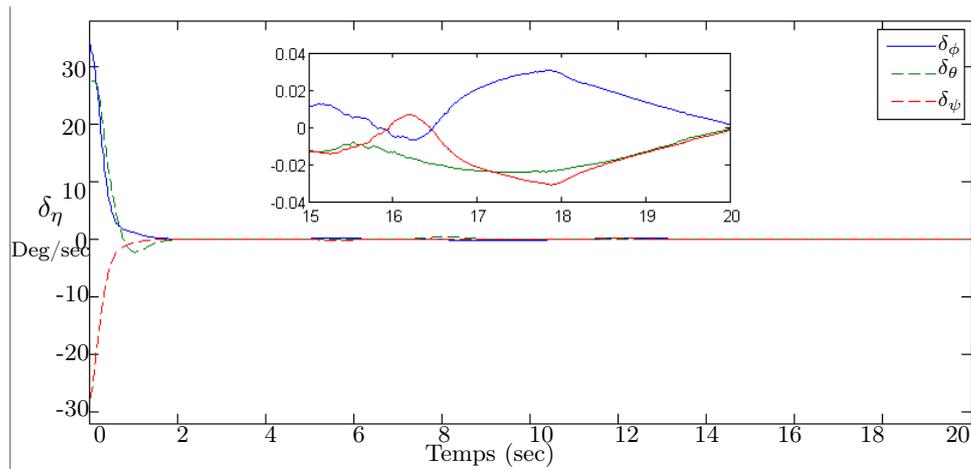


FIGURE 3.15 – Trajectoires d’erreur de position angulaire $\{\delta_\phi \delta_\theta \delta_\psi\}$. Cas : suivi de trajectoire.

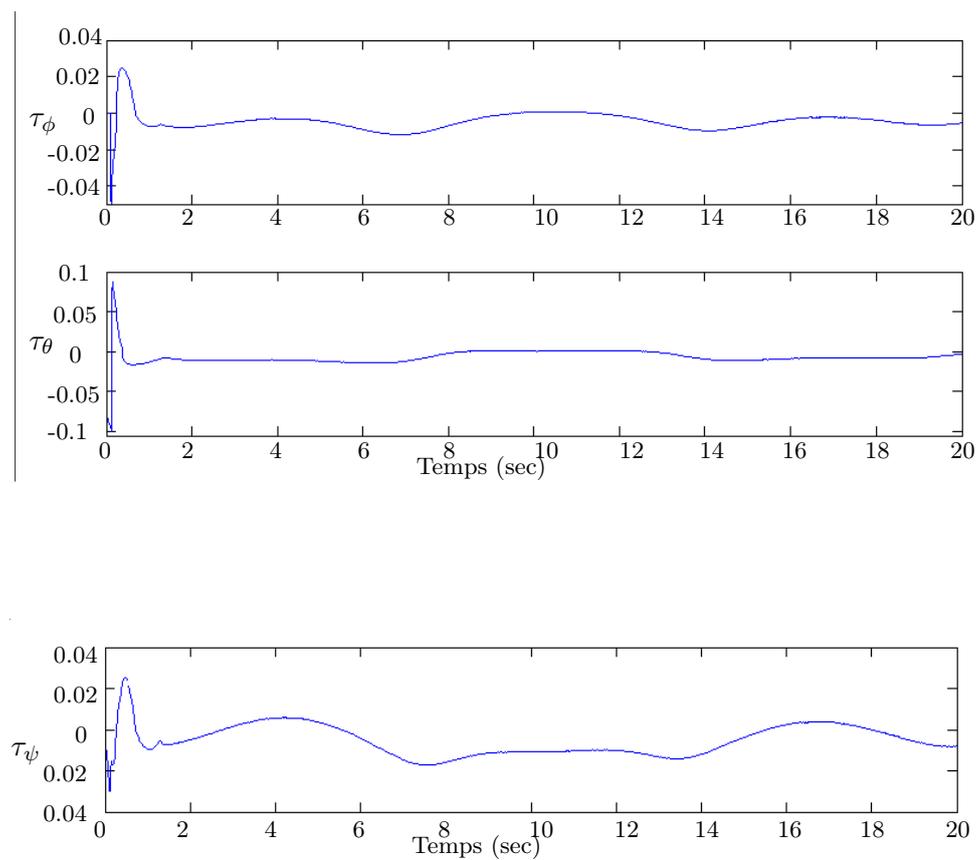


FIGURE 3.16 – Couple de commande : $\mathbf{\Gamma}_p = (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$. Cas : test de stabilisation.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé deux nouvelles techniques de commande basées sur la théorie des modes glissants d'ordre deux pour générer des lois de commande pour la stabilisation et le suivi de trajectoire d'un véhicule à voilure tournante. La caractérisation aérodynamique du véhicule étant incomplète, nous avons été amenés à considérer les efforts aérodynamiques comme des perturbations, qui agissent sur notre système. Nous avons alors proposé une première commande modifiée de l'algorithme de *super-twisting* appliqué au système d'attitude d'un véhicule à voilure tournante, cette commande non-linéaire semble être le meilleur compromis entre la robustesse entre les efforts aérodynamiques et les propriétés de convergence en temps fini. Ensuite, nous avons développé une deuxième méthode de contrôle par mode glissant d'ordre deux afin d'augmenter la robustesse. Un exemple de simulation a été présenté sur un hélicoptère miniature de type quadrirotor afin d'illustrer les diverses performances de ces techniques de commande.

Commande hiérarchique du quadrirotor

Sommaire

4.1 Introduction	69
4.2 Séparation des dynamiques de rotation et de translation	70
4.3 Conception de la commande par rejet de perturbation active	71
4.3.2 Concept de l'observateur à état étendu	72
4.3.3 Application à la commande du quadrirotor	73
4.3.5 Résultats et Simulations	78
4.4 Conception de la commande hiérarchique adaptative par backstepping	82
4.4.1 Principe	82
4.4.3 Application à la commande du quadrirotor	82
4.4.4 Contrôle de la dynamique de translation	83
4.4.5 Contrôle de la dynamique de rotation :	85
4.4.6 Résultats de simulation	87
4.5 Conclusions	91

4.1 Introduction

L'élaboration des lois de commande non-linéaires susceptibles de réaliser les performances désirées a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Dans le cas d'une modélisation fine de la dynamique du véhicule aérien, la représentation des forces aérodynamiques fait intervenir des termes (coefficient aérodynamique, masse volumique de l'air, surface apparente) qu'il est difficile de connaître de manière précise. De même, la connaissance des constantes physiques du véhicule (masse, inerties) est soumise à des incertitudes. L'objectif de ce chapitre est la synthèse de lois de commande permettant le maintien à poste du véhicule en présence de perturbations externes. Devant la complexité des efforts aérodynamiques et l'impossibilité de mesurer directement la vitesse du vent, nous allons nous affranchir d'une modélisation fine de ces efforts au sein de la loi de commande et les considérer comme des termes perturbateurs. Ainsi, ces efforts aérodynamiques seront supposés inconnus. Nous allons développer deux techniques de commandes hiérarchiques pour garantir la stabilité du système sur l'ensemble du domaine de vol du véhicule.

Dans un premier temps, nous proposons une technique de commande robuste basée sur la commande par rejet de perturbation active pour améliorer la stabilité du vol des mini drones dans un environnement perturbé. Une structure de commande hiérarchique est utilisée pour séparer la commande en deux boucles de guidage et pilotage. Une commande par régulateur proportionnel et dérivé est utilisée en parallèle avec un observateur linéaire à état étendu pour contrôler les systèmes de translation et de rotation. L'observateur à état étendu travaille comme un observateur

et un estimateur des perturbations externes (rafales de vent et bruits). La régulation utilisée (observateur-estimateur-contrôleur) reprend les qualités d'implémentation de la commande linéaire, et s'étend à l'ensemble du domaine de vol du véhicule. Dans une seconde étape, nous proposerons une technique de commande hiérarchique adaptative basée sur l'approche de backstepping pour le contrôle en position du véhicule aérien et pour estimer la résultante des efforts aérodynamiques provoqués par les perturbations externes (rafale de vent..., etc.). Cette méthode permet de garantir la stabilité du système sur l'ensemble du domaine de vol du véhicule par la méthode directe de Lyapunov. Les gains de ce contrôleur s'adaptent automatiquement aux paramètres inconnus.

4.2 Séparation des dynamiques de rotation et de translation

Dans la théorie des systèmes hiérarchiques, un système global peut être considéré comme une famille de sous-système en cascade. Chaque sous-système possède des canaux entrée-sorties pour les échanger avec les unités de haut niveau. Le haut niveau est celui qui permet à l'engin d'évoluer de manière autonome. La partie bas-niveau se charge de faire évoluer l'engin de manière à atteindre les valeurs reçues de la boucle haut niveau. Dans le modèle dynamique de l'engin (2.19), on peut extraire une représentation sous la forme de deux sous-systèmes interconnectés. Le premier sous-système comprend la dynamique de translation, correspondant à la dynamique lente, et le deuxième comprend la dynamique de rotation correspondant à la dynamique rapide. Cette décomposition en deux dynamiques implique un contrôleur qui ait une structure en cascade et chaque loi de commande est développée séparément (voir Figure 4.1). Dans la dynamique de translation dans (2.19), le terme $\mathbf{T}_z \mathcal{R}_{\eta} z_e$ sera considéré comme entrée de commande. Nous assignerons la valeur désirée $\mu_\xi \equiv [\mathbf{T}_z \mathcal{R}_{z_e}]^d = \mathbf{T}_z^d \mathcal{R}_{\eta}^d z_e$. La valeur \mathbf{T}_z^d sera supposée atteinte instantanément par \mathbf{T}_z . La convergence de $\mathbf{T}_z \mathcal{R}_{\eta} z_e$ vers une valeur désirée $[\mathbf{T}_z \mathcal{R}_{\eta} z_e]^d$ permet de stabiliser la dynamique de translation. La hiérarchisation de la commande en deux boucles de guidage et pilotage et l'utilisation de *grands gains* pour la boucle de pilotage (boucle de bas niveau) permettent de justifier l'élaboration de lois de commande pour la dynamique de translation. Dans ce cas, le modèle (2.19) peut être réécrit sous la forme de deux sous-systèmes interconnectés (Σ_T) et (Σ_R) , avec

$$\begin{aligned} \Sigma_T : \begin{cases} \dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= \mathbf{T}_z \mathcal{R}_{\eta}^d z_e + \mathbf{T}_z h(\eta_d, \delta_\eta) - mgz_e + F_{ext} \end{cases} \\ \Sigma_R : \begin{cases} \dot{\eta} &= w \\ \dot{w} &= [M(\eta)]^{-1} [\Psi_\eta^T \Gamma_p - C(\eta, w)w + \Psi_\eta^T \Gamma_{ext}] \end{cases} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Le terme de $\mathbf{T}_z h(\eta_d, \delta_\eta)$ représente le terme d'interconnexion entre les dynamiques de translation et de rotation [Kendoul 2010]. L'expression du terme d'interconnexion $h = [h_x \ h_y \ h_z]^T$ est donnée

par :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_x = [h_2(\cdot) \cos \phi_d - h_1(\cdot) \sin \theta_d - h_1(\cdot)h_2(\cdot)] [\cos \psi_d - h_3(\cdot)] - h_3(\cdot) \cos \phi_d \sin \theta_d \\ \quad + \bar{h}_3(\cdot) \sin \phi_d + \bar{h}_1(\cdot) [\bar{h}_3(\cdot) + \sin(\psi_d)] \\ h_y = [h_2(\cdot) \cos \phi_d - h_1(\cdot) \sin \theta_d - h_1(\cdot)h_2(\cdot)] [\sin \psi_d + \bar{h}_3(\cdot)] + \bar{h}_3(\cdot) \cos \phi_d \sin \theta_d \\ \quad + h_3(\cdot) \sin \phi_d + \bar{h}_1(\cdot) [h_3(\cdot) - \cos(\psi_d)] \\ h_z = h_2 h_3 + \cos \phi_d h_2 + \cos \theta_d h_3. \\ \text{et} \\ h_1 = \sin(\delta_\phi/2) \sin(\phi_d + \delta_\phi/2), \quad \bar{h}_1 = \sin(\delta_\phi/2) \cos(\phi_d + \delta_\phi/2) \\ h_2 = \sin(\delta_\theta/2) \cos(\theta_d + \delta_\theta/2), \quad \bar{h}_2 = \sin(\delta_\theta/2) \sin(\theta_d + \delta_\theta/2) \\ h_3 = \sin(\delta_\psi/2) \sin(\psi_d + \delta_\psi/2), \quad \bar{h}_3 = \sin(\delta_\psi/2) \cos(\psi_d + \delta_\psi/2) \end{array} \right. \quad (4.2)$$

avec $\delta_\phi = \phi - \phi_d$, $\delta_\theta = \theta - \theta_d$ et $\delta_\psi = \psi - \psi_d$. Le système de rotation Σ_R est un système mécanique complètement actionné pour $\theta \neq k\pi/2$, alors il est exactement linéarisable en boucle fermée. En effet, en appliquant la transformation non-linéaire suivante :

$$\Gamma_p = J\Psi_\eta \tilde{\tau}_\eta + \mathcal{W}_\eta^T C(\eta, w) \quad (4.3)$$

$\tilde{\tau}_\eta \in \mathbb{R}^3$ est la nouvelle entrée de commande.

On peut alors réécrire le modèle (4.1) sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi} = v \\ m\dot{v} = \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta^d z_e + \mathbf{T}_z h(\eta_d, \delta_\eta) - mgz_e + F_{ext} \\ \dot{\eta} = w \\ \dot{w} = \tilde{\tau}_\eta + \mathcal{M}_{ext} \end{array} \right. \quad (4.4)$$

avec $\mathcal{M}_{ext} = [J\Psi_\eta^T]^{-1} \Gamma_{ext}$.

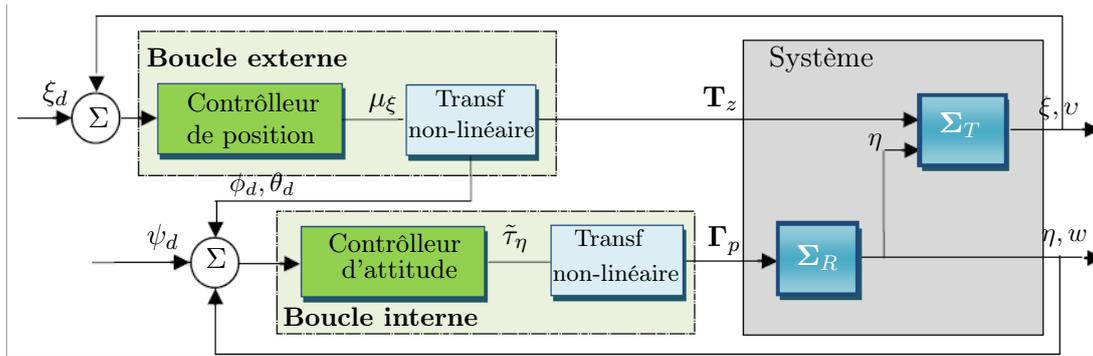


FIGURE 4.1 – Schéma bloc des systèmes en cascade.

4.3 Conception de la commande par rejet de perturbation active

Dans cette section, une technique de commande par rejet de perturbation active est développée pour améliorer la stabilité du vol des mini drones dans un environnement perturbé. Une structure de commande hiérarchique est utilisée en raison de la propriété de cascade entre le sous-système de translation et celui de rotation (voir section 4.2). Deux lois de commandes par

régulateur PD (Proportionnel - Dérivée) seront synthétisées et couplées avec un observateur linéaire à état étendu pour la reconstitution des perturbations extérieures pour la commande en position, et en attitude du système. La commande par régulateur PD est utilisée pour assurer la stabilité de la dynamique en boucle fermée, tandis qu'un observateur linéaire à état étendu est proposé pour estimer les termes de perturbations externes F_{ext} et \mathcal{M}_{ext} .

Pour synthétiser les lois de commandes, il est nécessaire d'introduire l'hypothèse suivante :

Hypothèse 4.3.1 *On suppose que la convergence de la dynamique de rotation est beaucoup plus rapide que celle de la dynamique de translation . ce qui permet d'éliminer le terme d'interconnexion entre les deux dynamiques. Le choix de gains de chaque commande, à savoir de faibles gains pour le contrôle en translation et de grands gains pour le contrôle en rotation permet de satisfaire cette hypothèse.*

4.3.2 Concept de l'observateur à état étendu

Considérons le système non-linéaire du second ordre décrit par l'équation suivante :

$$\ddot{y} = f(y, \dot{y}, w) + b_0 u \quad (4.5)$$

où $f(\cdot)$ représente la dynamique du modèle et la perturbation supposée bornée, w est une entrée de perturbation inconnue, u est l'entrée de commande, et y est la sortie mesurée. On suppose que la valeur du paramètre b_0 est connue. Le système perturbé (4.5) peut être augmenté de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{\varsigma}_1 &= \varsigma_2 \\ \dot{\varsigma}_2 &= \varsigma_3 + b_0 u \\ \dot{\varsigma}_3 &= p \\ y &= \varsigma_1 \end{cases} \quad (4.6)$$

où $f(y, \dot{y}, w)$ est traité comme un état augmenté ς_3 , c'est-à-dire $\varsigma_3 = f(y, \dot{y}, w)$. Ici $p = \dot{f}(\cdot)$ est supposée être une fonction inconnue. Cependant, il est maintenant possible d'estimer $f(\cdot)$ en utilisant un estimateur d'état. Considérons un observateur non-linéaire à état étendu (ONLEE) pour le système (4.6), avec [Kori 2014]

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\varsigma}}_1 &= \hat{\varsigma}_2 + \varepsilon \mathcal{G}_1 \left[\frac{\varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1}{\varepsilon^2} \right] \\ \dot{\hat{\varsigma}}_2 &= \hat{\varsigma}_3 + \mathcal{G}_2 \left[\frac{\varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1}{\varepsilon^2} \right] + b_0 u \\ \dot{\hat{\varsigma}}_3 &= \frac{1}{\varepsilon} \mathcal{G}_3 \left[\frac{\varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1}{\varepsilon^2} \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

$\tilde{\varsigma}_1 = y - \hat{\varsigma}_1 = \varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1$ représente l'erreur de l'observateur, et $\hat{\varsigma}_3$ est une estimation des incertitudes et des perturbations externes. Le terme ε est un paramètre de réglage de l'observateur. L'idée principale de l'observateur (4.7) est que pour des fonctions \mathcal{G}_i choisies de manière appropriée, les états de l'observateur $\hat{\varsigma}_i$ convergent vers les états du système ς_i , $i = \{1, 2, 3\}$. Lorsque \mathcal{G}_i est choisie de façon linéaire, c'est-à-dire $\mathcal{G}_i = \alpha_i$. pour tout $\alpha_i \in \mathbb{R}$, l'observateur (4.7) sera réduit à un observateur linéaire à état étendu.

4.3.3 Application à la commande du quadrirotor

La théorie de la commande par régulation PD est maintenant appliquée à chacun des sous systèmes de translation et de rotation définis par (4.4). Premièrement, on définit :

$$\mu_\xi = \frac{1}{m} \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta^d z_e - g z_e \quad (4.8)$$

avec $\mu_\xi = [\mu_x \ \mu_y \ \mu_z]^T$.

A partir de (4.8) et d'après l'hypothèse 4.3.1, on peut extraire l'expression de la poussée et les deux angles désirés de roulis et de tangage (ϕ_d, θ_d), avec :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_z &= \frac{m}{\cos \phi_d \cos \theta_d} [\mu_z + g] \\ \phi_d &= \sin^{-1} \left[\frac{m}{\mathbf{T}_z} (\mu_x \sin \psi_d - \mu_y \cos \psi_d) \right] \\ \theta_d &= \sin^{-1} \left[\frac{m}{\mathbf{T}_z \cos \phi_d} (\mu_x \cos \psi_d + \mu_y \sin \psi_d) \right] \end{cases} \quad (4.9)$$

A partir de la structure en cascade du système (4.4), nous constatons que la poussée \mathbf{T}_z et \mathcal{R}_η^d sont responsables du mouvement de translation, et le vecteur de position angulaire peut également être considéré comme la sortie du sous-système de rotation avec la condition que (ϕ_d et θ_d) sont les trajectoires désirées de roulis et de tangage (les couples (x, θ) et (y, ϕ) ne peuvent pas être considérés comme des sorties indépendantes). On définit les vecteurs d'erreur suivants : $\delta_2 = [\delta_\eta \ \delta_w]^T \in \mathbb{R}^6$ avec $\delta_\eta = [\delta_\phi \ \delta_\theta \ \delta_\psi]^T = \eta - \eta_d$, et $\delta_w = w - \dot{\eta}_d$. La trajectoire désirée de rotation η_d contient les angles d'Euler désirés qui sont ϕ_d et θ_d données par (4.9) et ψ_d est une trajectoire de référence choisie par l'utilisateur ou par un système de navigation de haut-niveau. En définissant les erreurs de poursuite $\delta_1 = [\delta_\xi \ \delta_v]^T = [\xi - \xi_d \ v - \dot{\xi}_d]^T \in \mathbb{R}^6$, les deux sous-systèmes (4.4) peuvent être écrits sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\delta}_1 &= A_1 \delta_1 + B_1 [\mu_\xi - \ddot{\xi}_d + \Delta(h, F_{ext})] \\ \dot{\delta}_2 &= A_2 \delta_2 + B_2 [\tilde{\tau}_\eta - \ddot{\eta}_d + \mathcal{M}_{ext}] \end{cases} \quad (4.10)$$

avec $\Delta(h, F_{ext}) = \frac{1}{m} [\mathbf{T}_z h(\eta_d, \delta_\eta) + F_{ext}]$ représente le terme d'interconnexion et le terme de perturbation externe. Les matrices $A_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$, $A_2 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, et $B_2 \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ sont définies comme suit :

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

où I est une matrice d'identité de dimension 3×3 . Le terme d'interconnexion $h(\eta_d, \delta_\eta)$ dans (4.1) dépendant du terme d'erreur δ_η .

4.3.3.1 Stabilisation de la dynamique de translation

Soit ξ_d la trajectoire de référence à atteindre par la position de translation ξ . Le sous système de translation dans (4.4) est représenté sous forme linéaire de trois double intégrateurs (sans terme $\Delta(h, F_{ext})$). De manière générale, la commande μ_ξ faisant intervenir une combinaison linéaire de l'état δ_1 s'écrit :

$$\mu_\xi = \ddot{\xi}_d - K_{p\xi} \delta_\xi - K_{d\xi} \delta_v + u_{cp} \quad (4.12)$$

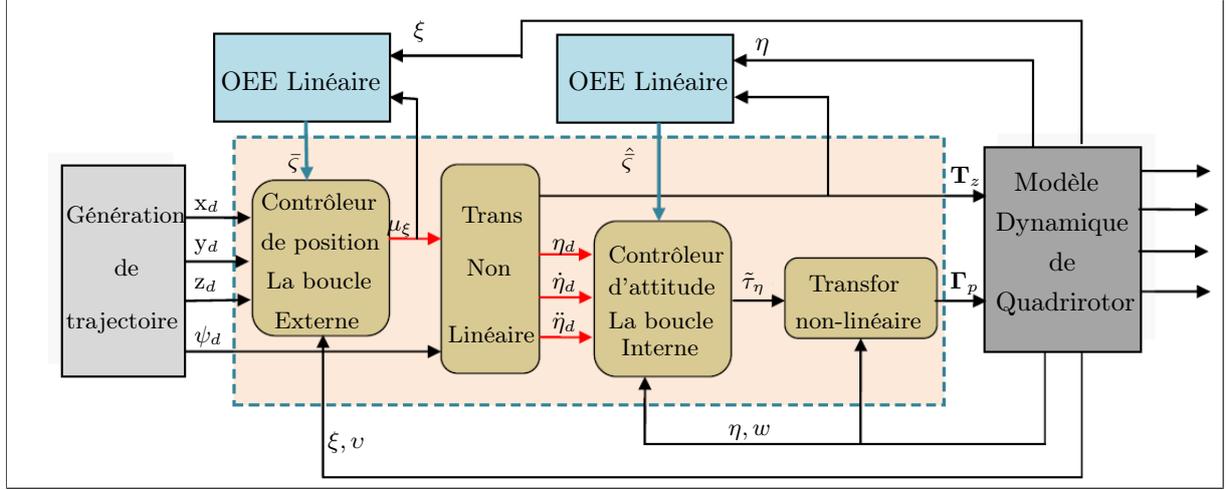


FIGURE 4.2 – La structure de commande du quadrirotor

$K_{p_\xi} = \text{diag}[k_{p_x} \ k_{p_y} \ k_{p_z}]$ et $K_{d_\xi} = \text{diag}[k_{d_x} \ k_{d_y} \ k_{d_z}]$.
 $u_{cp} \in \mathbb{R}^3$ est le terme de compensation de terme inconnue.
 On définit :

$$K_1 = \begin{bmatrix} k_{p_x} & 0 & 0 & k_{d_x} & 0 & 0 \\ 0 & k_{p_y} & 0 & 0 & k_{d_x} & 0 \\ 0 & 0 & k_{p_y} & 0 & 0 & k_{d_x} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Les paramètres du contrôleur PD, k_{p_i} et k_{d_i} , avec $i = \{x, y, z\}$ sont sélectionnés de sorte que la matrice $A_{1_H} = A_1 - B_1 K_1$ soit stable.

Remarque. 5 Dans les applications pratiques, les paramètres du contrôleur de position k_{p_i} et k_{d_i} , avec $i = \{x, y, z\}$ peuvent être déterminés par la méthode de placement de pôle.

En substituant (4.12) dans (4.10), on obtient :

$$\dot{\delta}_1 = A_{1_H} \delta_1 + B_1 (u_{cp} + \Delta(h, F_{ext})) \quad (4.14)$$

Le terme $\Delta(h, F_{ext})$ sera compensé en utilisant un observateur linéaire à état étendu afin de montrer la robustesse de notre stratégie de contrôle. Dès que A_{1_H} est de Hurwitz, le sous-système Σ_T (sans terme de perturbation $\Delta(h, F_{ext})$) est globalement asymptotiquement stable.

4.3.3.2 Observateur linéaire à état étendu

Dans cette section, un observateur linéaire à état étendu (OLEE) [Guo 2011] [Kori 2014] est conçu pour estimer les termes de perturbations inconnus dans la dynamique de translation (4.4). On définit $s_1 = \xi$, $s_2 = v$ et $s_3 = \Delta(h, F_{ext})$. Pour concevoir cet observateur, le système perturbé

(4.4) est augmenté de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{\varsigma}_1 = \varsigma_2 \\ \dot{\varsigma}_2 = \varsigma_3 + \mu_\xi \\ \dot{\varsigma}_3 = p(\varsigma) \\ y = \varsigma_1 \end{cases} \quad (4.15)$$

$p(\varsigma)$ est une fonction inconnue, mais supposée bornée.

On définit $\varsigma = [\varsigma_1 \ \varsigma_2 \ \varsigma_3]^T$, le système augmenté (4.15) peut aussi s'écrire comme suit :

$$\dot{\varsigma} = A_0\varsigma + B_0\mu_\xi + E_0p(\varsigma) \quad (4.16)$$

Les matrices $A_0 \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$, $B_0 \in \mathbb{R}^{9 \times 3}$ et $E_0 \in \mathbb{R}^{9 \times 3}$ sont définis comme suit :

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}$$

et $C = [I \ 0 \ 0] \in \mathbb{R}^{3 \times 9}$. Nous proposons un observateur linéaire à état étendu (OLEE) (la fonction \mathcal{G}_i dans (4.7) est choisie linéaire) pour les variables d'états ς_j avec $j = \{1, 2, 3\}$ de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varsigma}}_1 = \hat{\varsigma}_2 + \frac{\alpha_1}{\varepsilon} I (\varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_2 = \mu_\xi + \hat{\varsigma}_3 + \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2} I (\varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_3 = \quad \quad \quad + \frac{\alpha_3}{\varepsilon^3} I (\varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1) \end{cases} \quad (4.17)$$

avec α_j et ε sont des paramètres de réglage de l'observateur.

On définit $\hat{\varsigma} = [\hat{\varsigma}_1 \ \hat{\varsigma}_2 \ \hat{\varsigma}_3]^T$. L'observateur (OLEE) (4.17) peut aussi s'écrire comme suit :

$$\dot{\hat{\varsigma}} = A_0\hat{\varsigma} + B_0\mu_\xi + LC(\varsigma - \hat{\varsigma}) \quad (4.18)$$

avec $L = [\frac{\alpha_1}{\varepsilon} I \ \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2} I \ \frac{\alpha_3}{\varepsilon^3} I]^T \in \mathbb{R}^{9 \times 3}$ est le vecteur gain de l'observateur. Dans ce travail, l'observateur linéaire à état étendu est utilisé à la place de l'observateur non-linéaire. L'utilisation de OLEE offre certains avantages, d'une part, les gains d'observateur peuvent être choisis systématiquement par la méthode de placement de pôles, tandis que les différents paramètres apparaissant dans ONLEE sont généralement choisis par essais erreurs, d'autre part, la stabilité de la boucle fermée pour OLEE peut être établie à façon directe, enfin, l'OLEE est facile à mettre en œuvre dans les applications pratiques.

L'ensemble observateur estimateur-loi de commande constitue la loi de commande μ_ξ suivante :

$$\begin{aligned} \mu_\xi &= \ddot{\xi}_d - K_{p\xi}(\hat{\varsigma}_1 - \xi_d) - K_{d\xi}(\hat{\varsigma}_2 - \dot{\xi}_d) + u_{cp} \\ u_{cp} &= -\hat{\varsigma}_3 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Dans, la loi de commande (4.19) le dernier terme $\hat{\varsigma}_3$ est ajouté pour compenser le terme de la perturbation agissant sur le modèle.

4.3.3.3 La stabilité en boucle fermée

Dans cette section, les résultats sur la stabilité en boucle fermée sont présentés. Premièrement, l'erreur d'observation peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned}\tilde{\varsigma}_1 &= \varsigma_1 - \hat{\varsigma}_1 \\ \tilde{\varsigma}_2 &= \varsigma_2 - \hat{\varsigma}_2 \\ \tilde{\varsigma}_3 &= \varsigma_3 - \hat{\varsigma}_3\end{aligned}\quad (4.20)$$

À partir de (4.15) (4.17) et (4.20), la dynamique de l'erreur de l'observateur s'écrit :

$$\dot{\tilde{\varsigma}} = (A_0 - LC)\tilde{\varsigma} + E_0 p(\varsigma) \quad (4.21)$$

avec

$$LC = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\varepsilon} I & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2} I & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_3}{\varepsilon^3} I & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Considérons maintenant, l'expression (4.10) suivante :

$$\dot{\delta}_1 = A_1 \delta_1 + B_1 \left[\mu_\xi - \ddot{\xi}_d + \Delta(h, F_{ext}) \right] \quad (4.22)$$

La loi de commande (4.19) peut être réécrite sous la forme :

$$\mu_\xi = \ddot{\xi}_d - K_1 \delta_1 + [K_1 \quad 0_{3 \times 3}] \tilde{\varsigma} - \hat{\varsigma}_3 \quad (4.23)$$

En substituant (4.23) dans (4.22), on obtient :

$$\dot{\delta}_1 = A_{1_H} \delta_1 + [B_1 K_1 \quad B_1] \tilde{\varsigma} \quad (4.24)$$

En combinant (4.21) et (4.24), on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_1 \\ \dot{\tilde{\varsigma}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1_H} & B_1 K_1 & B_1 \\ 0 & A_0 - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \tilde{\varsigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_0 \end{bmatrix} p(\varsigma) \quad (4.25)$$

Pour analyser la stabilité, l'hypothèse suivante est introduite :

Hypothèse 4.3.4 La variation du terme de perturbation $\dot{\Delta}(h, F_{ext}) = p(\varsigma)$ est supposée bornée.

4.3.4.1 La dynamique d'erreur de l'observateur

Théorème. 4.3.1 Considérons la dynamique de l'erreur d'observation (4.21) sous l'hypothèse 4.3.4, si le vecteur de gains de l'observateur L est choisi telle que $(A_0 - LC)$ soit stable, alors $\tilde{\varsigma}$ converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{r_1} = \{\tilde{\varsigma} \in \mathbb{R}^9, \mid \|\tilde{\varsigma}\| \leq 2\lambda_{\max}(P_0)h_{\max}\}$, avec $(A_0 - LC)^T P_0 + P_0(A_0 - LC) = -I_{9 \times 9}$, $2\lambda_{\max}(P_0)$ est la valeur propre maximale de P_0 et h_{\max} est la valeur absolue maximale de $p(\varsigma)$.

Preuve. 4.3.1 On définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V_0 = \tilde{\varsigma}^T P_0 \tilde{\varsigma} \quad (4.26)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov V_0 est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{V}_0 &= \varsigma^T [(A_0 - LC)^T P_0 + P_0 (A_0 - LC)] \tilde{\varsigma} + 2\tilde{\varsigma}^T P_0 E_0 p(\varsigma) \\ &\leq -\|\tilde{\varsigma}\|^2 + 2\|\tilde{\varsigma}\| \|P_0\| h_{\max} \\ &\leq -\|\tilde{\varsigma}\| (\|\tilde{\varsigma}\| - 2\lambda_{\max}(P_0)h_{\max})\end{aligned}\quad (4.27)$$

Alors, $\tilde{\varsigma}$ converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{r_1} = \{\tilde{\varsigma} \in \mathbb{R}^9 \mid \|\tilde{\varsigma}\| \leq 2\lambda_{\max}(P_0)h_{\max}\}$.

4.3.4.2 Etude de stabilité en boucle fermée

Considérons maintenant la dynamique en boucle fermée données par (4.25). On définit $\delta_{bf} = [\delta_1 \tilde{\varsigma}]^T$, Le système bouclé (4.25) peut s'écrire :

$$\dot{\delta}_{bf} = A_{bf}\delta_{bf} + B_{bf}p(\varsigma) \quad (4.28)$$

avec

$$A_{bf} = \begin{bmatrix} A_{1H} & B_1 K_1 & B_1 \\ 0 & A_0 - LC & \end{bmatrix}, \quad B_{bf} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_0 \end{bmatrix}$$

Théorème. 4.3.2 *Considérons la dynamique en boucle fermée (4.28) sous l'hypothèse 4.3.4 si le vecteur K_1 et le vecteur de gains de l'observateur L sont choisis telle que A_{bf} soit de Hurwitz, alors δ_{bf} converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{r_2} = \{\delta_{bf} \in \mathbb{R}^{15}, \|\delta_{bf}\| \leq 2\lambda_{\max}(P_{bf})p_{\max}\}$, avec $A_{bf}^T P_{bf} + P_{bf} A_{bf} = -I$, $\lambda_{\max}(P_{bf})$ est la valeur propre maximale de P_{bf} et h_{\max} est la valeur absolue maximale de $p(\varsigma)$.*

Preuve. 4.3.2 *On définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :*

$$V_{bf} = \delta_{bf}^T P_0 \delta_{bf} \quad (4.29)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov V_{bf} est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{bf} &= \delta_{bf}^T \left[A_{bf}^T P_{bf} + P_{bf} A_{bf} \right] \delta_{bf} + 2\delta_{bf}^T P_{bf} B_{bf} p(\varsigma) \\ &\leq -\|\delta_{bf}\|^2 + 2\|\delta_{bf}\| \|P_{bf}\| h_{\max} \\ &\leq -\|\delta_{bf}\| (\|\delta_{bf}\| - 2\lambda_{\max}(P_{bf})h_{\max}) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Alors, δ_{bf} converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{r_2} = \{\delta_{bf} \in \mathbb{R}^{15}, \|\delta_{bf}\| \leq 2\lambda_{\max}(P_{bf})h_{\max}\}$

4.3.4.3 Stabilisation de la dynamique de rotation

Soit $\eta_d = (\phi_d, \theta_d, \psi_d)^T$ la trajectoire de référence à atteindre par la position angulaire $\eta = (\phi, \theta, \psi)^T$. ψ_d représente la trajectoire de référence de lacet, les deux trajectoires désirées $(\phi_d, \theta_d)^T$ sont obtenues par l'expression (4.9). Le sous système de rotation est représenté sous forme de trois double intégrateurs (sans terme de perturbation). La commande $\tilde{\tau}_\eta$ faisant intervenir une combinaison linéaire de l'état δ_2 s'écrit :

$$\tilde{\tau}_\eta = \ddot{\eta}_d - K_{p_\eta}(\eta - \eta_d) - K_{d_\eta}(\dot{\eta} - \dot{\eta}_d) + \tau_{cp} \quad (4.31)$$

avec τ_{cp} est le terme de compensation de perturbations externes.

On définit

$$K_2 = \begin{bmatrix} k_{p_\phi} & 0 & 0 & k_{d_\phi} & 0 & 0 \\ 0 & k_{p_\theta} & 0 & 0 & k_{d_\theta} & 0 \\ 0 & 0 & k_{p_\psi} & 0 & 0 & k_{d_\psi} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Les paramètres du régulateur PD, k_{p_η} et k_{d_η} sont choisis de telle sorte que $A_{2_H} = A_2 - B_2 K_2$ soit stable.

En substituant (4.31) dans (4.10), on obtient :

$$\dot{\delta}_2 = A_{2_H} \delta_2 + B_2(\tau_{cp} + \mathcal{M}_{ext}) \quad (4.33)$$

Le terme de perturbation \mathcal{M}_{ext} sera compensé en utilisant un observateur linéaire à état étendu. Dès que A_{2_H} est stable, le sous-système Σ_R (sans terme de perturbation) est globalement asymptotiquement stable.

Il est à noter que l'ensemble des gains proportionnel, intégral et dérivé présents dans les signaux de commande sont positifs ou nuls. De plus, pour que la stabilisation de la dynamique de roulis et de tangage fonctionne correctement, il est nécessaire que la dynamique de rotation soit régulée à sa référence plus rapidement que la dynamique de translation. Dans ce but, les paramètres de commande doivent être choisis tels qu'il existe une séparation de l'échelle de temps entre les dynamiques de translation et de rotation.

4.3.4.4 Observateur linéaire à état étendu

Dans cette section, un observateur linéaire à état étendu (OLEE) est conçu pour estimer les termes de perturbation inconnus dans le système (4.4). En définit $\bar{\varsigma}_1 = \eta$ et $\bar{\varsigma}_2 = w$ et $\bar{\varsigma}_3 = \mathcal{M}_{ext}$. Pour concevoir cet observateur, le système perturbé (4.4) est augmenté de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{\bar{\varsigma}}_1 &= \bar{\varsigma}_2 \\ \dot{\bar{\varsigma}}_2 &= \bar{\varsigma}_3 + \tilde{\tau}_\eta \\ \dot{\bar{\varsigma}}_3 &= p(\bar{\varsigma}) \\ \bar{y} &= \bar{\varsigma}_1 \end{cases} \quad (4.34)$$

avec $\bar{\varsigma}_3$ est ajouté comme un état supplémentaire. Nous proposons un observateur linéaire à état étendu (OLEE) pour les variables d'états $\bar{\varsigma}_j$ avec $j = \{1, 2, 3\}$ de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varsigma}}_1 &= \hat{\varsigma}_2 + \frac{\alpha_1}{\varepsilon} I (\bar{\varsigma}_1 - \hat{\varsigma}_1) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_2 &= \tilde{\tau}_\eta + \hat{\varsigma}_3 + \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2} I (\bar{\varsigma}_1 - \hat{\varsigma}_1) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_3 &= \quad + \frac{\alpha_3}{\varepsilon^3} I (\bar{\varsigma}_1 - \hat{\varsigma}_1) \end{cases} \quad (4.35)$$

avec α_j et ε sont des paramètres de réglage de l'observateur.

L'ensemble observateur estimateur-loi de commande constitue la loi de comande $\tilde{\tau}_\eta$ suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_\eta &= \ddot{\eta}_d - K_{p_\eta}(\hat{\varsigma}_1 - \eta_d) - K_{d_\eta}(\hat{\varsigma}_2 - \dot{\eta}_d) + \tau_{cp} \\ \tau_{cp} &= -\hat{\varsigma}_3 \end{aligned} \quad (4.36)$$

La commande (4.36) prend en considération les termes qui dépendent de l'observateur $\hat{\varsigma}_j$, le dernier terme $\hat{\varsigma}_3$ est ajouté pour éliminer l'effet de la perturbations agissant sur le modèle.

4.3.5 Résultats et Simulations

L'évaluation de la commande proposée est réalisée pour voir la capacité de la commande à garantir une bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de trajectoire. Les valeurs initiales

sont définies comme suit : $\xi(0) = [0, 0, 0.5]^T m$ et $\eta(0) = [0, 0, 0.3]^T rad$, les vitesses linéaire et angulaire sont sélectionnées à 0.

Plusieurs tests de vol ont été faits pour démontrer les performances de la commande proposée. Premièrement, une application qui ne prend pas en compte les perturbations externes. Dans le deuxième cas, une application avec les termes des perturbations externes qui sont donnés par : $\Delta J = 0.5J \text{ kg.m}^2$, $\frac{1}{m}F_{ext} = [\sin(0.1t) \quad \sin(0.1t) \quad \sin(0.1t)]^T \text{ N}$ se produisant à 10, 30, 40 seconde, respectivement. $\mathcal{M}_{ext} = [0.3 \sin(0.1t) \quad 0.3 \sin(0.1t) \quad 0.5 \sin(0.1t)]^T \text{ N.m}$ se produisant à 10 seconde.

Cas b : Test de vol sans perturbations externes

Cette partie montre l'évolution de quadricoptère dans l'espace sans prendre en considération les perturbations externes. La figure 4.3 montre l'évolution de la position du véhicule et de l'orientation au cours de son vol. On peut voir que le drone est capable de suivre les trajectoires de référence.

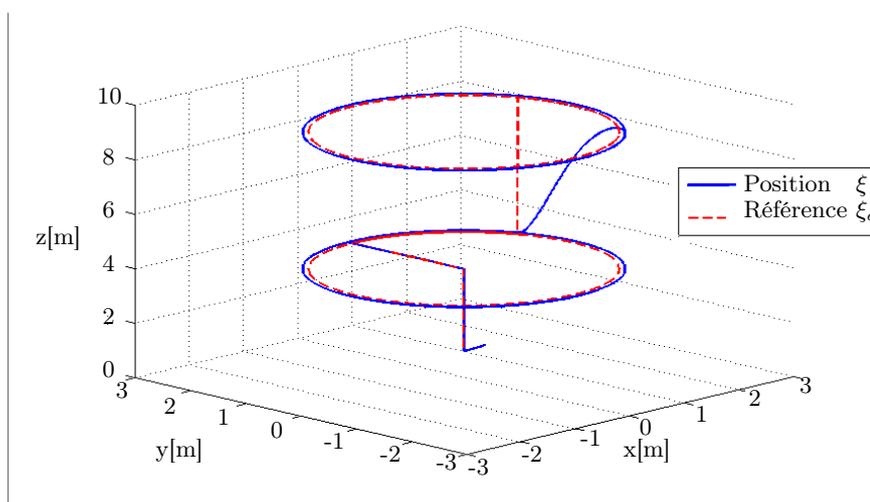


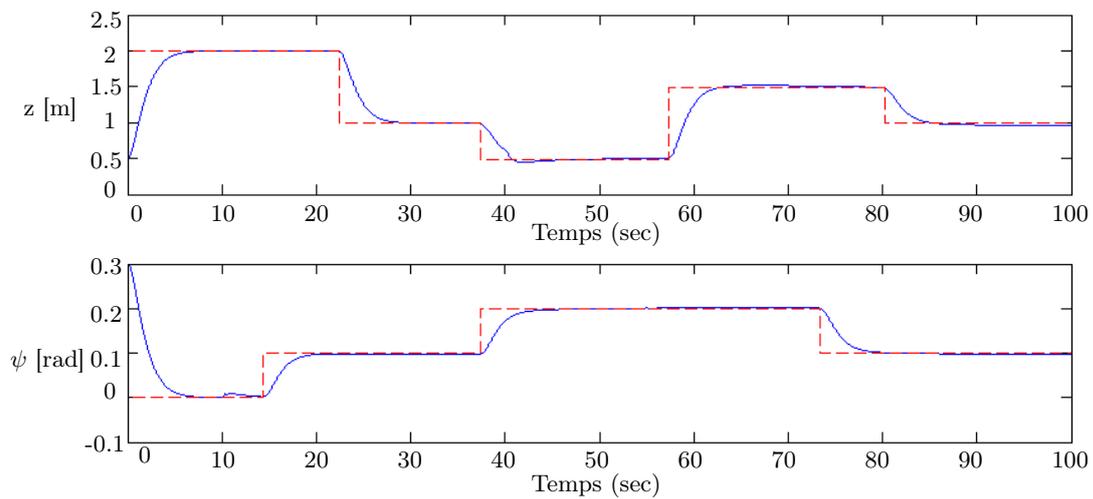
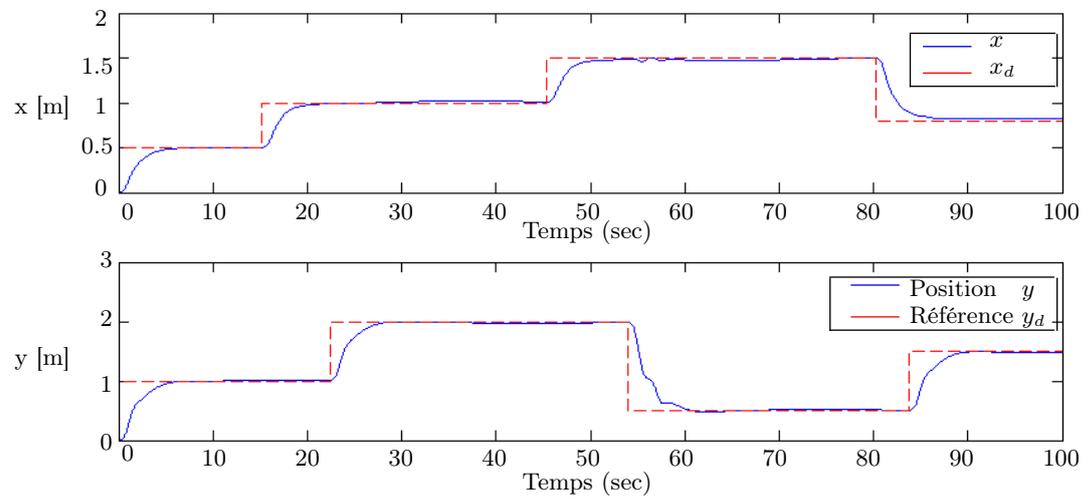
FIGURE 4.3 – Évolution du drone le long de la trajectoire

Cas b : Test de vol en présence des perturbations externes

Dans ce cas, les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du quadricoptère.

La figure 4.4 montre les trajectoires de position du quadricoptère pendant son vol, lorsque la force et le moment de perturbations aérodynamiques sont introduits, la mission assignée est atteinte avec succès et les trajectoires de référence sont atteintes avec une grande précision. L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentés sur la figure 4.5. Ces deux trajectoires générées par le contrôleur latéral et longitudinal varient pour aider le véhicule à suivre la trajectoire de position ξ_d , cela montre l'efficacité de la stratégie de commande proposée (Voire Figure 4.2). Il est important de remarquer que les angles de roulis et de tangage ne sont jamais nuls, même lorsque le véhicule a rejoint la position de référence. Ce phénomène est dû à la présence des efforts aérodynamiques externes qui viennent perturber le drone.

Les entrées de commande du système sont représentées sur la figure 4.6. Ils représentent les vitesses de rotation des rotors. Il apparaît clairement que les signaux obtenus sont acceptables et physiquement réalisables. En conclusion, la commande proposée est efficace et permet d'assurer

FIGURE 4.4 – Cas b : Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et sa référence

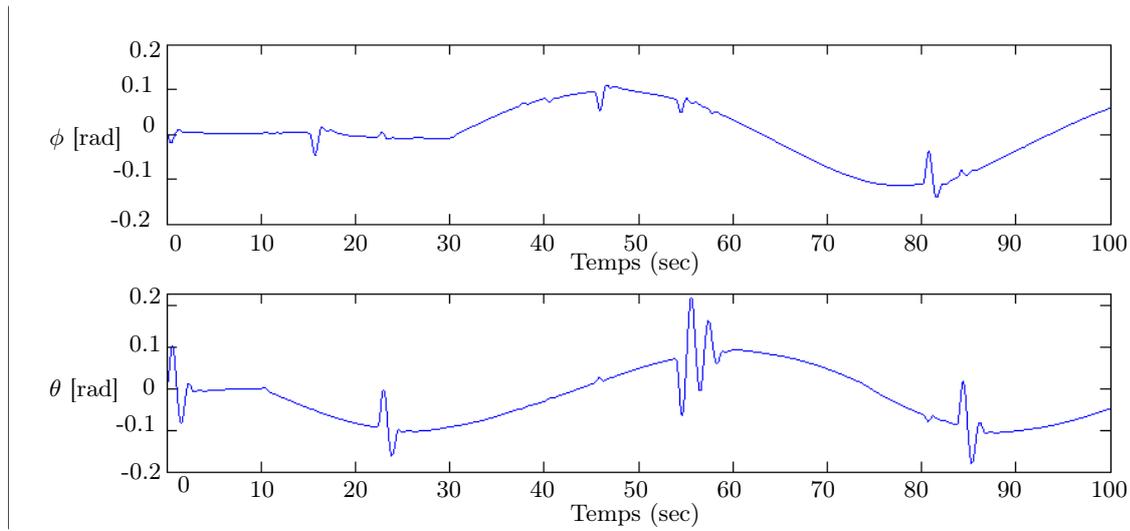
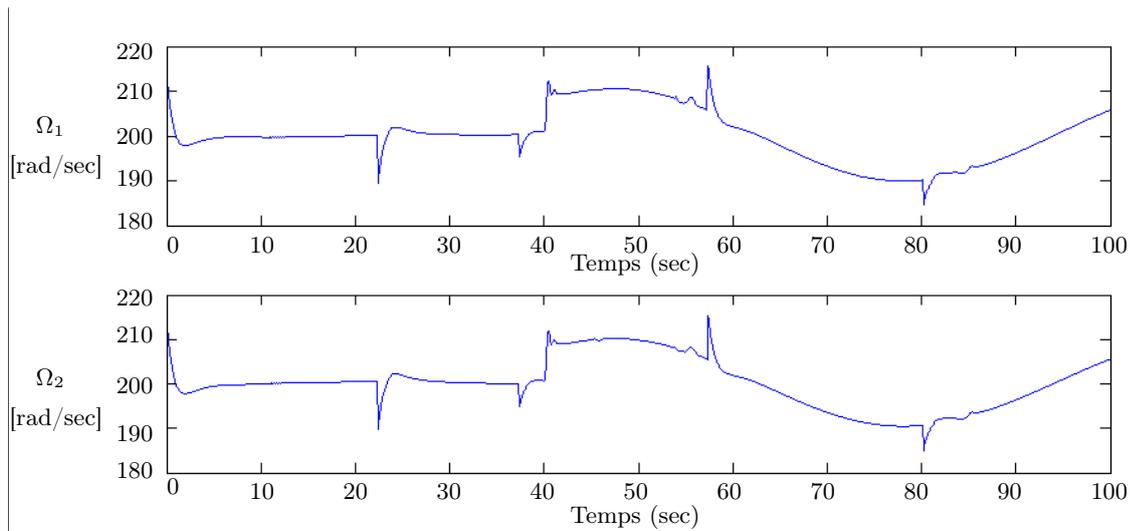
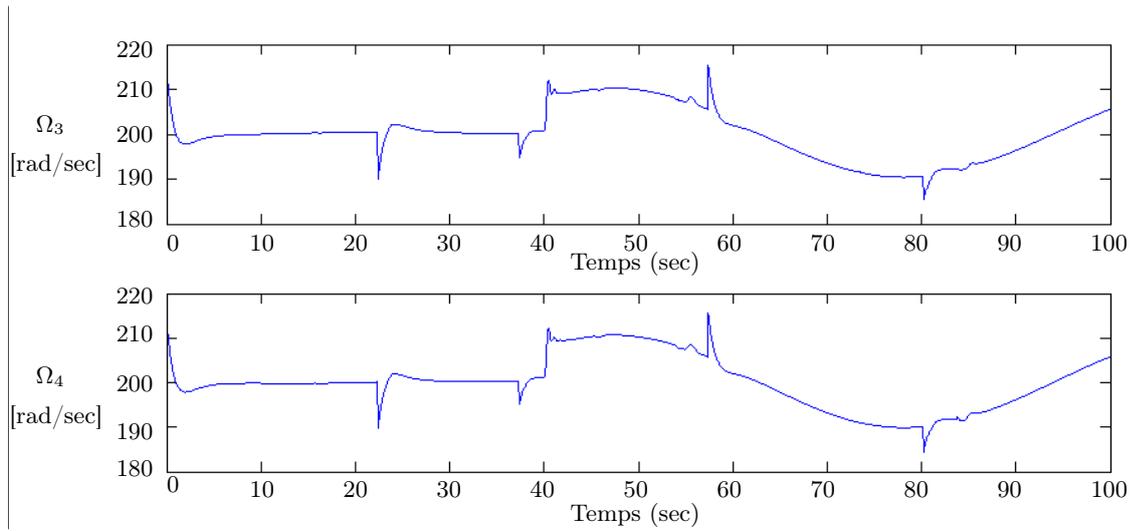


FIGURE 4.5 – Trajectoires de roulis et de tangage

la stabilité du système en boucle fermée.



FIGURE 4.6 – Cas b : Vitesses de rotation Ω_i des rotors.

4.4 Conception de la commande hiérarchique adaptative par backstepping

4.4.1 Principe

Le contrôle adaptatif est un concept naturel. Quand un système évolue au milieu d'éléments perturbateurs difficiles à modéliser, le contrôle adaptatif permet d'estimer ces paramètres inconnus en ligne et intégrer l'estimation de ces paramètres à la commande pour les contrer. La commande par l'approche de backstepping permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée [Krstić 1995]. Cependant, bien que les étapes de définition des contrôles virtuels soient intuitives, il faut bien reconnaître que la loi de commande obtenue au final est complexe et difficile à implémenter. Afin de simplifier ces lois de commande en utilisant le concept de la commande hiérarchique présenté dans la section 4.2. L'architecture de ce concept est schématisé dans la figure 4.1.

Nous faisons alors l'hypothèse suivante pour la synthèse de la commande :

Hypothèse 4.4.2

Les paramètres inconnus ont une dynamique lente devant la dynamique du système : $\dot{F}_{ext} \approx 0$ et $\dot{\mathcal{M}}_{ext} \approx 0$.

4.4.3 Application à la commande du quadrirotor

Premièrement, On définit les deux termes d'erreurs d'estimation de la force et moment extérieurs \tilde{F}_{ext} et $\tilde{\mathcal{M}}_{ext}$

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{ext} &= F_{ext} - \hat{F}_{ext} \\ \tilde{\mathcal{M}}_{ext} &= \mathcal{M}_{ext} - \hat{\mathcal{M}}_{ext}\end{aligned}\tag{4.37}$$

On peut alors réécrire le modèle (4.4) sous la forme :

$$\begin{aligned} \Sigma_T : \begin{cases} \dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta^d z_e + \mathbf{T}_z h(\eta_d, \delta_\eta) - mgz_e + \hat{F}_{ext} + \tilde{F}_{ext} \end{cases} \\ \Sigma_R : \begin{cases} \dot{\eta} &= w \\ \dot{w} &= \tilde{\tau}_\eta + \hat{\mathcal{M}}_{ext} + \tilde{\mathcal{M}}_{ext} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.4.4 Contrôle de la dynamique de translation

En prenant la dynamique de translation Σ_T dans (4.38). Nous considérons le cas d'un suivi de trajectoire.

Proposition. 4.4.1 Définissons les écarts suivants :

$$\begin{aligned} \delta_\xi &= \xi - \xi_d && \text{erreur de position} \\ \delta_v &= v - \rho_1 && \text{erreur de vitesse} \\ \tilde{F}_{ext} &= F_{ext} - \hat{F}_{ext} && \text{erreur d'estimation} \end{aligned} \quad (4.39)$$

alors le système (Σ_T) régi par l'équation (4.38) rebouclé avec le contrôle de translation :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_z &= \frac{m}{\cos \phi_d \cos \theta_d} [\mu_z + g] \\ \mu_\xi &= -\delta_\xi + \dot{\rho}_1 - \mathcal{K}_2 \delta_v - \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} \end{cases} \quad (4.40)$$

avec

$$\begin{cases} \phi_d &= \sin^{-1} \left[\frac{m}{\mathbf{T}_z} (\mu_x \sin \psi_d - \mu_y \cos \psi_d) \right] \\ \theta_d &= \sin^{-1} \left[\frac{m}{\mathbf{T}_z \cos \phi_d} (\mu_x \cos \psi_d + \mu_y \sin \psi_d) \right] \end{cases} \quad (4.41)$$

et le filtre d'estimation suivant sur F_{ext} :

$$\dot{\hat{F}}_{ext} = \Gamma_\xi \delta_v \quad (4.42)$$

est exponentiellement stable. Plus précisément

$$\begin{aligned} \xi &\rightarrow \xi_d \\ \hat{F}_{ext} &\rightarrow F_{ext} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Preuve. 4.4.1 La démonstration est une application directe du backstepping.

Etape 1 Soit ξ_d une position de consigne pour ξ . L'écart $\delta_\xi = \xi - \xi_d$ est défini comme l'erreur entre la position actuelle et la position désirée. La loi de contrôle doit assurer la convergence de δ_ξ vers zéro. Par conséquent, on définit la première fonction candidate de Lyapunov \mathcal{L}_1 , associée à δ_ξ :

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2} \delta_\xi^T \delta_\xi \quad (4.44)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{\mathcal{L}}_1 = \delta_\xi^T \dot{\delta}_\xi = \delta_\xi^T (v - \dot{\xi}_d) = \delta_\xi^T (\rho_1 - \dot{\xi}_d) + \delta_\xi^T (v - \rho_1) \quad (4.45)$$

$\dot{\xi}_d$ désigne la consigne pour la vitesse v . Soit $\mathcal{K}_1 = \text{diag}[k_{1,x} \ k_{1,y} \ k_{1,z}] \in \mathbb{R}_{*+}^3$, avec $k_{1,i} > 0$, la stabilisation de δ_ξ peut être assurée, en introduisant la commande stabilisante ρ_1 :

$$\rho_1 = \dot{\xi}_d - \mathcal{K}_1 \delta_\xi \quad (4.46)$$

En substituant (4.46) dans (4.45), nous obtenons

$$\dot{\mathcal{L}}_1 = -\mathcal{K}_1 \|\delta_\xi\|^2 + \delta_\xi^T [v - \rho_1] \quad (4.47)$$

Etape 2 Dans (4.47) apparaît alors l'expression $\delta_v = v - \rho_1$, qu'on peut définir comme l'écart entre la vitesse réelle et une commande en vitesse virtuelle. La convergence de δ_v entraînerait naturellement la convergence de δ_ξ , puisque la vitesse tendrait vers la vitesse virtuelle.

Remarque. 6 Le terme de perturbation inconnue F_{ext} apparaît via la dynamique de translation $\dot{\delta}_v$. Soit \hat{F}_{ext} l'estimation de ce terme inconnu. La convergence de l'écart $\tilde{F}_{ext} = F_{ext} - \hat{F}_{ext}$ vers zéro doit être assurée pour assurer la convergence de δ_v vers zéro aussi.

On considère maintenant la fonction candidate de Lyapunov augmentée \mathcal{L}_2 :

$$\mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_1 + \frac{1}{2} \delta_v^T \delta_v + \frac{1}{2m} \tilde{F}_{ext}^T \Gamma_\xi^{-1} \tilde{F}_{ext} \quad (4.48)$$

Γ_ξ est une matrice de gain positive qui permet de régler la dynamique de l'adaptation de F_{ext} . L'expression de $\dot{\delta}_v$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_v &= \dot{v} - \dot{\rho}_1 \\ &= \frac{1}{m} \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta^d z_e + \frac{\mathbf{T}_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) - g z_e + \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} + \frac{1}{m} \tilde{F}_{ext} - \ddot{\xi}_d + \mathcal{K}_1 \dot{\delta}_\xi \end{aligned} \quad (4.49)$$

On définit :

$$\mu_\xi = \mu(\mathbf{T}_z, \phi_d, \theta_d) = \frac{1}{m} \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta^d z_e - g z_e \quad (4.50)$$

avec $\mu_\xi = [\mu_x \ \mu_y \ \mu_z]^T$ la commande stabilisante de δ_v . En reportant (4.49) dans l'expression de $\dot{\mathcal{L}}_2$ et en regroupant les termes* $\delta_\xi^T \delta_v$ et \tilde{F}_{ext} , on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 = -\mathcal{K}_1 \|\delta_\xi\|^2 + \delta_v^T \left[\delta_\xi + \mu_\xi + \frac{\mathbf{T}_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) - \dot{\rho}_1 + \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} \right] + \frac{1}{m} \tilde{F}_{ext}^T \left[\delta_v - \Gamma_\xi^{-1} \dot{\tilde{F}}_{ext} \right] \quad (4.51)$$

Soit $\mathcal{K}_2 = \text{diag}[k_{2,x} \ k_{2,y} \ k_{2,z}] \in \mathbb{R}_{*+}^3$, avec $k_{2,i} > 0$. La stabilisation de δ_v peut être assurée en introduisant la commande stabilisante

$$\mu_\xi = -\delta_\xi + \dot{\rho}_1 - \mathcal{K}_2 \delta_v - \frac{1}{m} \hat{F}_{ext} \quad (4.52)$$

et le filtre d'estimation suivant sur F_{ext} :

$$\dot{\tilde{F}}_{ext} = \Gamma_\xi \delta_v \quad (4.53)$$

En substituant (4.52) et (4.53) dans (4.51), on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 = -\mathcal{K}_1 \|\delta_\xi\|^2 + \delta_v^T \left[\frac{\mathbf{T}_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) \right] - \mathcal{K}_2 \|\delta_v\|^2 \quad (4.54)$$

*. Les termes de la fonction de Lyapunov sont scalaires, ce qui permet d'écrire $\delta_v^T \tilde{F}_{ext} = \tilde{F}_{ext}^T \delta_v$.

D'après (4.50), nous pouvons extraire la transformation non-linéaire suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_z &= \frac{m}{\cos \phi_d \cos \theta_d} [\mu_z + g] \\ \phi_d &= \sin^{-1} \left[\frac{m}{\mathbf{T}_z} (\mu_x \sin \psi_d - \mu_y \cos \psi_d) \right] \\ \theta_d &= \sin^{-1} \left[\frac{m}{\mathbf{T}_z \cos \phi_d} (\mu_x \cos \psi_d + \mu_y \sin \psi_d) \right] \end{cases} \quad (4.55)$$

Les deux trajectoires de roulis et de tangage dans (4.55) seront utilisées pour le contrôle de système d'attitude. On définit maintenant la nouvelle trajectoire d'erreur :

$$\delta_\eta = \eta - \eta_d \quad (4.56)$$

La convergence de δ_η vers zéro conduit à la convergence de $h(\eta_d, \delta_\eta)$ vers zéro (voir expression (4.2)).

4.4.5 Contrôle de la dynamique de rotation :

Le contrôleur en attitude permet d'orienter le véhicule vers la direction désirée.

Proposition. 4.4.2 En prenant la dynamique de rotation Σ_R dans (4.38). Définissons les écarts suivants :

$$\begin{aligned} \delta_\eta &= \eta - \eta_d && \text{erreur de position} \\ \delta_w &= w - \rho_3 && \text{erreur en vitesse} \\ \tilde{\mathcal{M}}_{ext} &= \mathcal{M}_{ext} - \hat{\mathcal{M}}_{ext} && \text{erreur d'estimation} \end{aligned} \quad (4.57)$$

alors le système (Σ_R) régi par l'équation (4.38) rebouclé avec le contrôle de rotation :

$$\tilde{\tau}_\eta = -\delta_\eta + \dot{\rho}_3 - \mathcal{K}_4 \delta_w - \hat{\mathcal{M}}_{ext} \quad (4.58)$$

et le filtre d'estimation suivant sur \mathcal{M}_{ext} :

$$\dot{\hat{\mathcal{M}}}_{ext} = \Gamma_\eta \delta_w \quad (4.59)$$

est exponentiellement stable. Plus précisément

$$\begin{aligned} \eta &\rightarrow \eta_d \\ \hat{\mathcal{M}}_{ext} &\rightarrow \mathcal{M}_{ext} \end{aligned} \quad (4.60)$$

Preuve. 4.4.2 La démonstration est une application directe du backstepping.

Etape 3 Soit η_d une position angulaire de consigne pour η . La loi de contrôle doit assurer la convergence de δ_η vers zéro. Par conséquent, on définit la première fonction candidate de Lyapunov \mathcal{L}_3 , associée à δ_η :

$$\mathcal{L}_3 = \frac{1}{2} \delta_\eta^T \delta_\eta \quad (4.61)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{\mathcal{L}}_3 = \delta_\eta^T \dot{\delta}_\eta = \delta_\eta^T (w - \dot{\eta}_d) = \delta_\eta^T (\rho_3 - \dot{\eta}_d) + \delta_\eta^T (w - \rho_3) \quad (4.62)$$

$\dot{\eta}_d$ désigne la consigne pour la vitesse angulaire w . Soit $\mathcal{K}_3 = \text{diag}[k_{3,\phi} \ k_{3,\theta} \ k_{3,\psi}]$ est une matrice définie positive, avec $k_{3,j} > 0$, la stabilisation de δ_η peut être assurée, en introduisant la commande stabilisante ρ_3 :

$$\rho_3 = \dot{\eta}_d - \mathcal{K}_3 \delta_\eta \quad (4.63)$$

En substituant (4.63) dans (4.62), nous obtenons

$$\dot{\mathcal{L}}_3 = -\mathcal{K}_3 \|\delta_\eta\|^2 + \delta_\eta^T [w - \rho_3] \quad (4.64)$$

Etape 4 Dans (4.64) il apparaît alors l'expression $\delta_w = w - \rho_3$, qu'on peut définir comme l'écart entre la vitesse réelle et une commande en vitesse virtuelle. La convergence de δ_w entraînerait naturellement la convergence de δ_η , puisque la vitesse tendrait vers la vitesse virtuelle.

Remarque. 7 Le terme de perturbation inconnu \mathcal{M}_{ext} apparaît via la dynamique de rotation $\dot{\delta}_w$. Soit $\hat{\mathcal{M}}_{ext}$ l'estimation de ce terme inconnu. La convergence de l'écart $\tilde{\mathcal{M}}_{ext} = \mathcal{M}_{ext} - \hat{\mathcal{M}}_{ext}$ vers zéro doit être assurée pour assurer la convergence de δ_w vers zéro aussi.

On considère maintenant la fonction candidate de Lyapunov augmentée \mathcal{L}_4 :

$$\mathcal{L}_4 = \mathcal{L}_3 + \frac{1}{2} \delta_w^T \delta_w + \frac{1}{2} \tilde{\mathcal{M}}_{ext}^T \Gamma_\eta^{-1} \tilde{\mathcal{M}}_{ext} \quad (4.65)$$

Γ_η est une matrice de gain positive qui permet de régler la dynamique de l'adaptation de \mathcal{M}_{ext} . L'expression de $\dot{\delta}_w$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_w &= \dot{w} - \dot{\rho}_3 \\ &= \tilde{\tau}_\eta + \hat{\mathcal{M}}_{ext} + \tilde{\mathcal{M}}_{ext} - \ddot{\eta}_d + \mathcal{K}_3 \dot{\delta}_\eta \end{aligned} \quad (4.66)$$

En reportant (4.66) dans l'expression de $\dot{\mathcal{L}}_4$ et en regroupant les termes $\delta_\eta^T \delta_w$ et $\tilde{\mathcal{M}}_{ext}$, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_4 &= -\mathcal{K}_3 \|\delta_\eta\|^2 + \delta_\eta^T \delta_w + \delta_w^T \left[\tilde{\tau}_\eta - \dot{\rho}_3 + \hat{\mathcal{M}}_{ext} \right] \\ &\quad + \tilde{\mathcal{M}}_{ext}^T \left[\delta_w - \Gamma_\eta^{-1} \hat{\mathcal{M}}_{ext} \right] \end{aligned} \quad (4.67)$$

Soit $\mathcal{K}_4 = \text{diag}[k_{4,\phi} \ k_{4,\theta} \ k_{4,\psi}]$, avec $k_{4,j} > 0$. La stabilisation de δ_w peut être assurée en introduisant la commande suivante :

$$\tilde{\tau}_\eta = -\delta_\eta + \dot{\rho}_3 - \mathcal{K}_4 \delta_w - \hat{\mathcal{M}}_{ext} \quad (4.68)$$

et le filtre d'estimation suivant sur \mathcal{M}_{ext} :

$$\dot{\hat{\mathcal{M}}}_{ext} = \Gamma_\eta \delta_w \quad (4.69)$$

En substituant (4.68) et (4.69) dans (4.67), on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_4 = -\mathcal{K}_3 \|\delta_\eta\|^2 - \mathcal{K}_4 \|\delta_w\|^2 \leq 0 \quad (4.70)$$

4.4.5.1 Stabilité des systèmes interconnectés

Nous allons maintenant démontrer la stabilité asymptotique du système (4.38) rebouclé sur le contrôle en position en cascade avec le contrôle d'attitude. En appliquant les lois de commande (4.55) et (4.68) au système (4.38) avec le choix des filtres adaptatifs donnés par les equations (4.53) et (4.69), la dynamique de translation en boucle fermée peut être écrite sous la forme

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_\xi &= \delta_v - \mathcal{K}_1 \delta_\xi \\ \dot{\delta}_v &= -\delta_\xi - \mathcal{K}_2 \delta_v + \frac{\mathbf{T}_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) + \frac{1}{m} \tilde{F}_{ext}\end{aligned}\quad (4.71)$$

avec la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{2} \delta_\xi^T \delta_\xi + \frac{1}{2} \delta_v^T \delta_v + \frac{1}{2m} \tilde{F}_{ext} \Gamma_\xi^{-1} \tilde{F}_{ext}\quad (4.72)$$

et sa dérivée

$$\dot{\mathcal{L}}_2 = -\mathcal{K}_1 \|\delta_\xi\|^2 - \mathcal{K}_2 \|\delta_v\|^2 + \delta_v^T \left[\frac{\mathbf{T}_z}{m} h(\eta_d, \delta_\eta) \right]\quad (4.73)$$

La dynamique de rotation en boucle fermée peut être s'écrite :

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_\eta &= \delta_w - \mathcal{K}_3 \delta_\eta \\ \dot{\delta}_w &= -\delta_\eta - \mathcal{K}_4 \delta_w + \tilde{\mathcal{M}}_{ext}\end{aligned}\quad (4.74)$$

avec la fonction condidate de Lyapunov suivante :

$$\mathcal{L}_4 = \frac{1}{2} \delta_\eta^T \delta_\eta + \frac{1}{2} \delta_w^T \delta_w + \frac{1}{2} \tilde{\mathcal{M}}_{ext} \Gamma_\eta^{-1} \tilde{\mathcal{M}}_{ext}\quad (4.75)$$

et sa dérivée

$$\dot{\mathcal{L}}_4 = -\mathcal{K}_3 \|\delta_\eta\|^2 - \mathcal{K}_4 \|\delta_w\|^2\quad (4.76)$$

Lorsque δ_η tend vers zéro, le terme $\mathcal{R}_\eta^d z_e$ tend vers $\mathcal{R}_\eta z_e$, et par conséquent $h(\eta_d, \delta_\eta)$ tend vers zéro (voir expression (4.2)).

De (4.74), (4.75) et (4.76), il est clair que le sous-système décrivant la dynamique de rotation est asymptotiquement stable. Par conséquent $h(\eta_d, \delta_\eta)$ tend vers zéro. Donc $\dot{\mathcal{L}}_2$ devient

$$\dot{\mathcal{L}}_2 = -\mathcal{K}_1 \|\delta_\xi\|^2 - \mathcal{K}_2 \|\delta_v\|^2\quad (4.77)$$

De (4.71), (4.72) et (4.77), le sous-système de translation est asymptotiquement stable.

4.4.6 Résultats de simulation

Afin d'évaluer l'efficacité de la commande hiérarchique par la méthode de backstepping, quelques résultats de simulations sont présentés pour le contrôle en position du véhicule aérien. Une application de l'approche proposée est évaluée sur le modèle dynamique complet du quadrirotor.

Les valeurs initiales sont définies comme suit : $\xi(0) = [0, 0, 0.5]^T m$ et $\eta(0) = [0, 0, 0.3]^T$ rad, les vitesses linéaire et angulaire sont sélectionnées à 0.

Plusieurs tests de vol ont été faits pour démontrer les performances de la commande proposée. Premièrement, une application qui ne prend pas en compte les perturbations externes. Dans le deuxième cas, une application avec les termes des perturbations externes qui sont donnés

par : $\Delta J = 0.5J \text{ kg.m}^2$, $\frac{1}{m}F_{ext} = [0.5 + 0.2 \sin(0.1t) \quad 0.5 + 0.2 \sin(0.1t) \quad 1 + 0.2 \sin(0.1t)]^T \text{ N}$.
 $\mathcal{M}_{ext} = [0.1 \sin(0.05t) \quad 0.1 \sin(0.05t) \quad 0.1 \sin(0.05t)]^T$.

Cas a : Test de vol sans perturbations externes

Dans ce cas, on ne prend pas en compte les termes de perturbations externes.

La figure 4.7 montre l'évolution de la position et l'orientation du véhicule pendant le vol. On peut voir que, le contrôleur proposé est capable de suivre les trajectoires de référence.

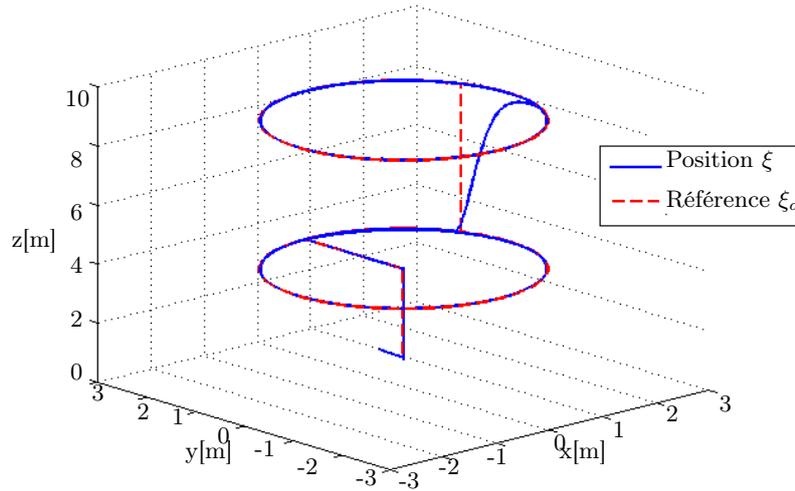


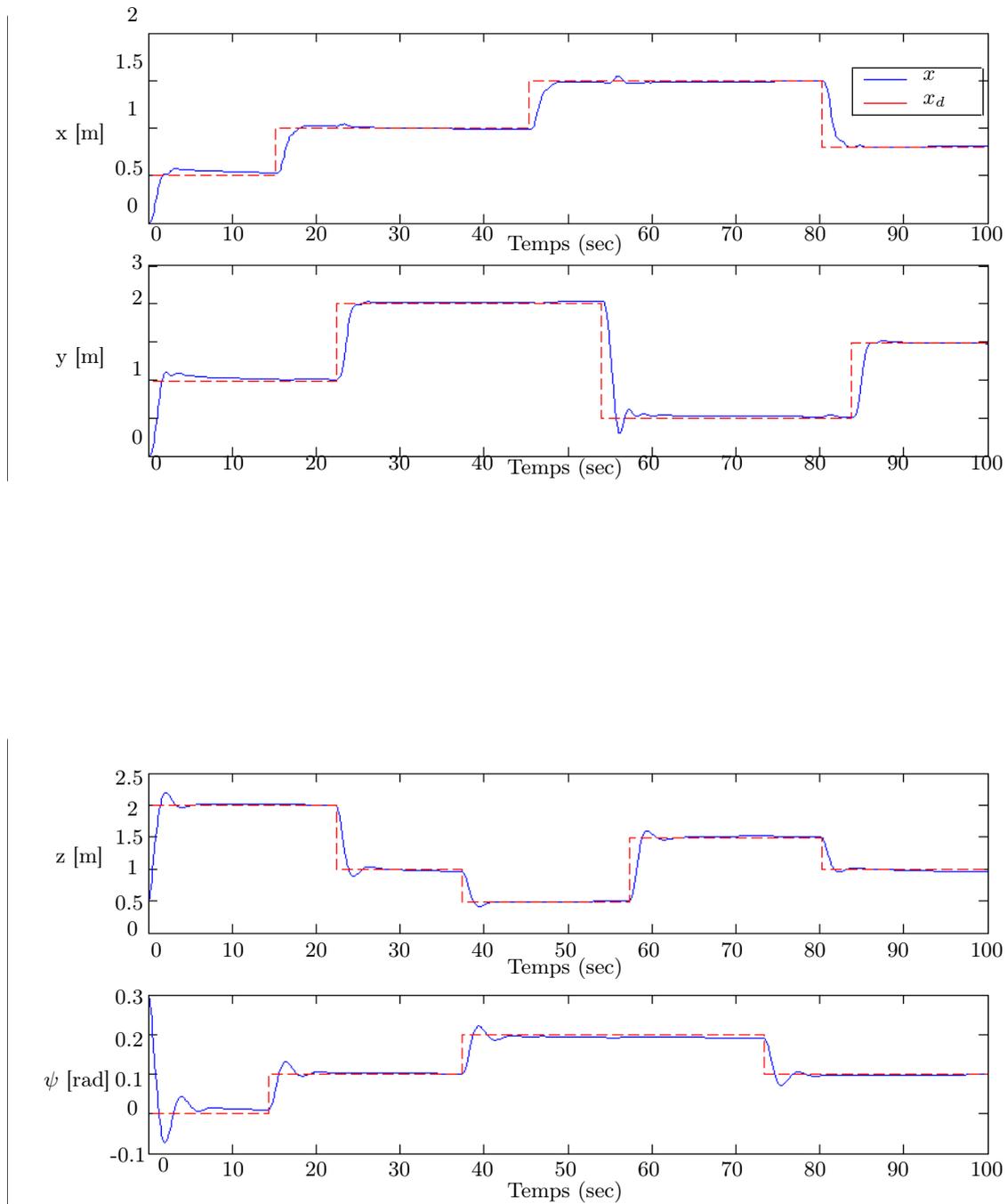
FIGURE 4.7 – Évolution du drone le long de la trajectoire

Cas b : Test de vol en présence des perturbations externes

Dans ce cas, les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du quadrirotor.

On a représenté sur la figure 4.8 l'évolution de la position de translation et de lacet au cours du temps. Lorsque les termes de perturbations aérodynamiques sont introduits, le quadrirotor est capable de faire suivre les trajectoires de référence. L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentés sur la figure 4.9. Ces deux trajectoires générées par le contrôleur latéral et longitudinal varient pour aider le véhicule à suivre la trajectoire de position ξ_d , cela montre l'efficacité de la stratégie de commande proposée (voire Figure 4.1). Il est important de remarquer que les angles de roulis et de tangage ne sont jamais nuls, même lorsque le véhicule a rejoint la position de référence. Ce phénomène est dû à la présence des efforts aérodynamiques externes qui viennent perturber le drone. Les entrées de commande du système sont représentées sur la figure 4.10. Ils représentent les vitesses de rotation des rotors. Il apparaît clairement que les signaux obtenus sont acceptables et physiquement réalisables. En conclusion, l'approche par la commande robuste par backstepping est très efficace et permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

Les entrées de commande du système sont représentées par la figure 4.6 pour les vitesses de rotation des rotors. En effet, il apparaît clairement que les signaux obtenus sont acceptables et physiquement réalisables. En conclusion, la commande proposée est efficace et permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

FIGURE 4.8 – Cas b : Trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.

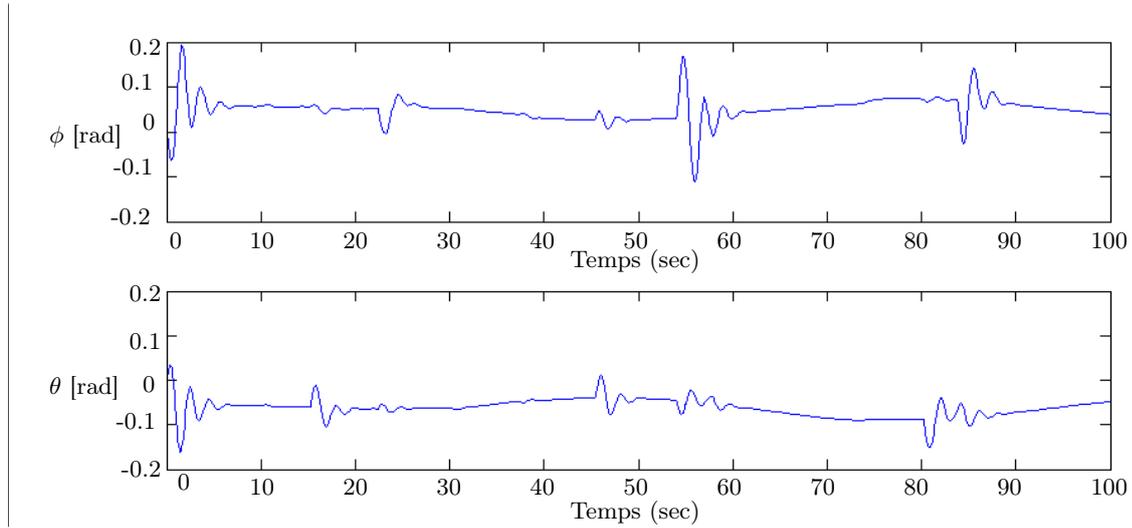
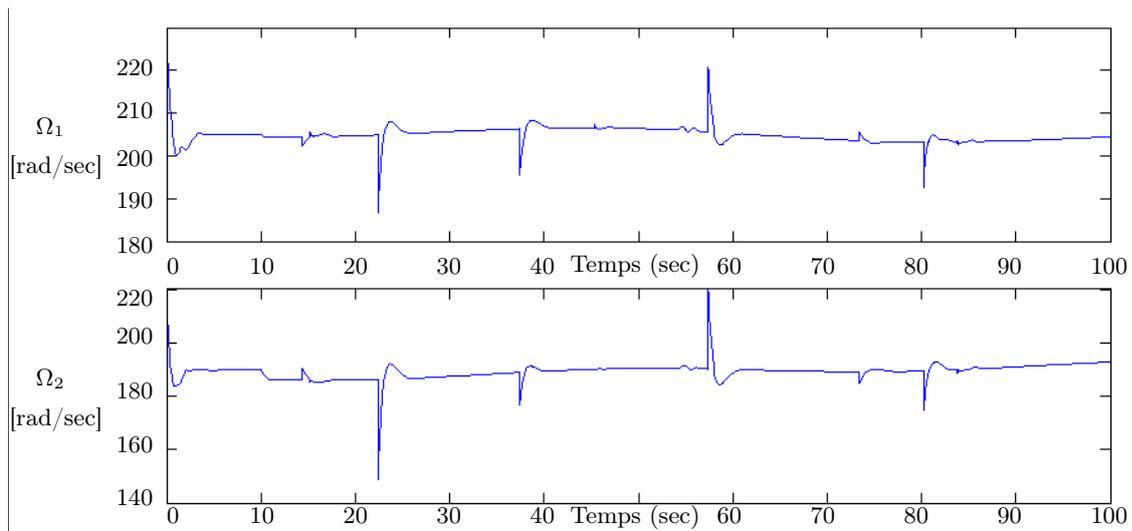
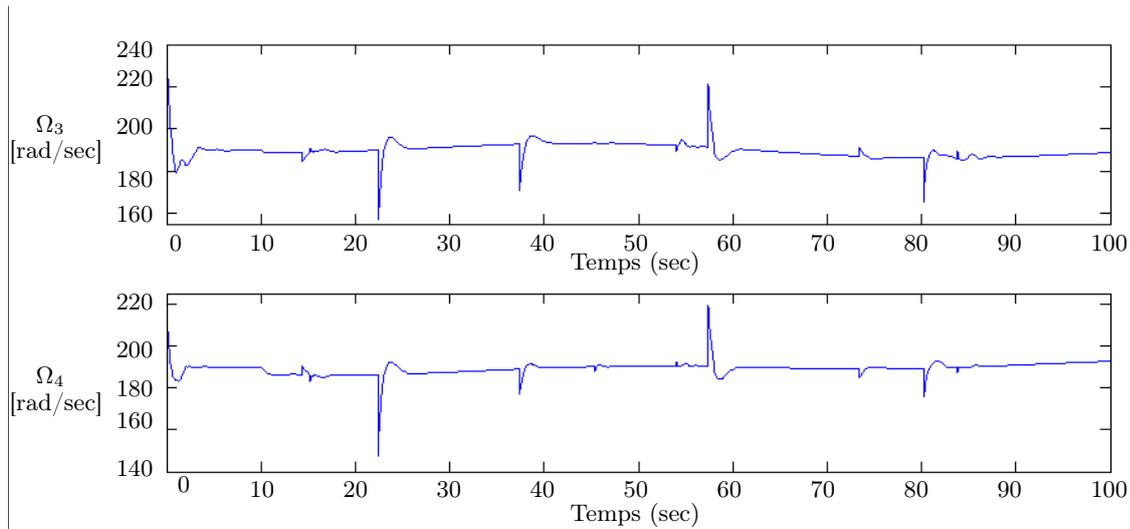


FIGURE 4.9 – Cas b : Trajectoires de roulis et de tangage.



FIGURE 4.10 – Cas b : Vitesses de rotation Ω_i des rotors

4.5 Conclusions

Dans cette section, nous avons développé une stratégie de commande basée sur la commande hiérarchisée pour améliorer la stabilité en vol du véhicule aérien à voilure tournante en présence des efforts aérodynamiques. La caractérisation aérodynamique des véhicules étant encore incomplète, nous avons été amenés à considérer les efforts aérodynamiques comme des perturbations externes qui agissent sur notre système. Nous avons alors proposé deux techniques de commande basées sur la commande hiérarchisée. Les deux approches de commande, à savoir la commande par rejet de perturbation active et la commande adaptative par backstepping montrent que les outils employés permettent l'estimation des perturbations externes. Les deux techniques de commande basées sur la commande hiérarchisée sont efficaces permettant au quadrirotor de se stabiliser et de suivre une trajectoire de consigne en présence de perturbations externes. Les deux commandes permettent de démontrer facilement la stabilité du système en boucle fermée, et permettant de compenser les termes de perturbations agissant sur le modèle du quadrirotor. La commande adaptative par l'approche de backstepping consiste à estimer les termes de perturbations inconnus mais constants ou lentement variables devant la dynamique du système. Par contre, la commande par rejet de perturbation active est une approche plus simple et plus efficace par rapport à la commande adaptative par backstepping, parce qu'elle combine le régulateur PD avec un observateur linéaire à état étendu pour construire des lois de commande simple et efficace. L'observateur linéaire à état étendu permet de compenser les perturbations extérieures inconnues, mais supposées bornées.

Observation et Commande Robuste du Birotor Coaxial

Sommaire

5.1	Introduction	93
5.2	Stratégie de commande	94
5.3	Conception de la commande par modes glissants	95
5.4	Application à la commande du Birotor Coaxial	95
5.4.1	Contrôle d'altitude et de lacet	95
5.4.2	Contrôle de la dynamique longitudinale et latérale	99
5.4.3	Résultats et Simulations	102
5.5	Commande robuste non-linéaire par backstepping	107
5.5.1	Principe	107
5.5.2	Synthèse de la commande	108
5.5.3	Contrôle de lacet	111
5.5.4	Conception de la commande longitudinale et latérale	111
5.5.5	Transformation non-linéaire	115
5.5.6	Stabilité des systèmes interconnectés	118
5.5.7	Résultats et Simulations	119
5.6	Conception d'un observateur à état étendu pour le birotor coaxial	123
5.6.1	Linéarisation exacte et découplage entrées-sorties	123
5.6.2	Application de l'observateur à état étendu sur le birotor coaxial	125
5.6.3	Modèle de l'observateur	128
5.6.5	Résultats et Simulations	132
5.7	Conclusion	136

5.1 Introduction

Dans la continuité du chapitre précédent, l'objectif de ce chapitre est de présenter un éventail de techniques de commandes non-linéaires robustes permettant à un véhicule aérien (birotor coaxial) de se stabiliser et de suivre une trajectoire donnée. Toutes les techniques de commande proposées ici seront élaborées sur la base du modèle non-linéaire approchée du drone birotor coaxial. Dans un premier temps, nous proposons une commande par modes glissants d'ordre un, une modification de cette commande est faite dans la commande stabilisante basée sur les théories de Bhat et Bernstein [S.P. 1998] et de Yu Sh [Yu Sh 2005]. Nous proposons aussi une technique de commande par modes glissants entraînée par un observateur de perturbation par

modes glissants pour stabiliser le système sous-actionné de longitude et latitude du véhicule étudié, dans cette méthode une modification de la *variable de glissement* est développée pour éviter de dériver les états du système. L'observateur de perturbation par modes glissant travaille comme un estimateur des perturbations externes (rafales de vent et bruits). Dans une seconde étape, nous proposerons une nouvelle technique de commande robuste par l'approche de backstepping pour contrôler en position le véhicule aérien tout en compensant la résultante des efforts aérodynamiques provoqués par les perturbations externes. Dans une dernière étape, nous proposons un observateur à état étendu utilisé en parallèle avec une commande par linéarisation approximative appliquée sur le modèle approché d'un birotor coaxial. L'observateur à état étendu travaille comme un observateur et un estimateur des perturbations externes (rafales de vent et bruits) et les états du birotor coaxial. La régulation utilisée (observateur-estimateur-contrôleur) permet l'utilisation d'un nombre réduit de capteurs.

5.2 Stratégie de commande

Un des objectifs principaux de cette thèse du point de vue de la commande consiste à définir une architecture capable de faire suivre au véhicule une trajectoire de référence $\xi_d = [x_d \ y_d \ z_d]^T$ et ψ_d et d'assurer l'orientation du véhicule en présence d'efforts aérodynamiques externes. À partir du modèle de (2.41) et la transformation non-linéaire dans (4.3), on peut extraire une représentation sous forme de deux de sous-systèmes. Le premier sous-système correspond la dynamique d'altitude contrôlée par la force de poussée et la dynamique de lacet contrôlée par le couple de lacet. Le deuxième sous-système correspond aux dynamiques de positions latérale, longitudinale et les dynamiques de roulis et de tangage, ce système sous-actionné est contrôlé par les deux couples de roulis et de tangage. La figure 5.1 montre la stratégie de contrôle du système de drone. Par conséquent, les modèles (2.38) ou (2.41) peuvent être réécrits sous la forme des deux sous-systèmes interconnectés (Σ_1) , (Σ_2) suivants :

$$\begin{aligned} \Sigma_1 : \begin{bmatrix} m\dot{v}_z \\ \dot{w}_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_z \cos \phi \cos \theta - mg + F_{z_{ext}} \\ \tilde{\tau}_\psi + \mathcal{M}_{\psi_{ext}} \end{bmatrix} \\ \Sigma_2 : \begin{bmatrix} m\dot{v}_x \\ m\dot{v}_y \\ \dot{w}_\phi \\ \dot{w}_\theta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_z (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) + F_{x_{ext}} \\ \mathbf{T}_z (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) + F_{y_{ext}} \\ \tilde{\tau}_\phi + \mathcal{M}_{\phi_{ext}} \\ \tilde{\tau}_\theta + \mathcal{M}_{\theta_{ext}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.1)$$

On définit

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad v_X = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad v_Y = \begin{bmatrix} w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix}$$

Le système Σ_2 dans (5.1) peut s'écrire :

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{X} &= v_X \\ \dot{v}_X &= \frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y) + F_{X_{ext}} \\ \dot{Y} &= v_Y \\ \dot{v}_Y &= \tilde{\tau}_Y + \mathcal{M}_{Y_{ext}} \end{cases} \quad (5.2)$$

avec

$$\mathcal{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \sin \psi & -\cos \psi \\ \cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix}, \quad T_0(Y) = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \phi \end{bmatrix}, \quad \tilde{\tau}_Y = \begin{bmatrix} \tilde{\tau}_\phi \\ \tilde{\tau}_\theta \end{bmatrix}$$

$$F_{X_{ext}} = \begin{bmatrix} F_{x_{ext}} \\ F_{y_{ext}} \end{bmatrix}, \quad \text{et} \quad \mathcal{M}_{Y_{ext}} = \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{\theta_{ext}} \\ \mathcal{M}_{\phi_{ext}} \end{bmatrix}$$

Pour synthétiser les lois des commandes, il est nécessaire d'introduire les hypothèses suivantes :

Hypothèse 5.2.1 Les termes de perturbations $F_{z_{ext}}$ et $\mathcal{M}_{\psi_{ext}}$ sont supposés être bornés, tels que

$$|F_{z_{ext}}| \leq mL_z \quad \text{et} \quad |\mathcal{M}_{\psi_{ext}}| \leq L_\psi, \quad (5.3)$$

avec L_z et L_ψ des constantes strictement positives supposées connues.

Hypothèse 5.2.2 La norme L -infini de $F_{X_{ext}}$ et $\mathcal{M}_{Y_{ext}}$ sont supposées être bornées, telle que

$$\|F_{X_{ext}}\|_\infty \leq mL_X \quad \text{et} \quad \|\mathcal{M}_{Y_{ext}}\|_\infty \leq L_Y \quad (5.4)$$

avec $L_Y = [L_x \ L_y]^T \in \mathbb{R}_{+*}^2$ et $L_X = [L_\theta \ L_\phi]^T \in \mathbb{R}_{+*}^2$.

5.3 Conception de la commande par modes glissants

La commande par modes glissants est une forme de commande à structure variable qui a été appliquée avec succès à de nombreux systèmes, notamment en robotique. La synthèse d'une loi de commande par modes glissants, en particulier d'ordre un, se fait en deux étapes. La première étape consiste à définir un ensemble appelé *surface de glissement* en fonction des objectifs de commande. Cette surface est définie sous forme d'une relation mathématique entre les variables d'état du système. Dans la deuxième étape, une loi de commande discontinue est synthétisée de manière à contraindre les trajectoires d'état du système à atteindre la surface de glissement, puis à y rester malgré les incertitudes, la variation des paramètres et les perturbations externes. De plus amples détails peuvent être trouvés dans les ouvrages [Spurgeon 1998], [Utkin 1992] et [Shtessel 2014].

5.4 Application à la commande du Birotor Coaxial

5.4.1 Contrôle d'altitude et de lacet

Dans cette section, nous allons concevoir une loi de commande en poussée (respectivement de lacet) qui permet le suivi de trajectoire désirée dans la direction verticale (respectivement de lacet) tout en compensant les termes de perturbations. Les dynamiques d'altitude et de lacet peuvent s'écrire :

$$\Sigma_1 : \begin{bmatrix} m\dot{z} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_z \cos \phi \cos \theta - mg + F_{z_{ext}} \\ \tilde{\tau}_\psi + \mathcal{M}_{\psi_{ext}} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Soit l'objectif de commande de contraindre la sortie y du système (5.5) à suivre une trajectoire de référence y_d . Le degré relatif du système (5.5) par rapport à la sortie est égal à un. On définit

$$\delta_z = z - z_d, \quad \text{et} \quad \delta_\psi = \psi - \psi_d \quad (5.6)$$

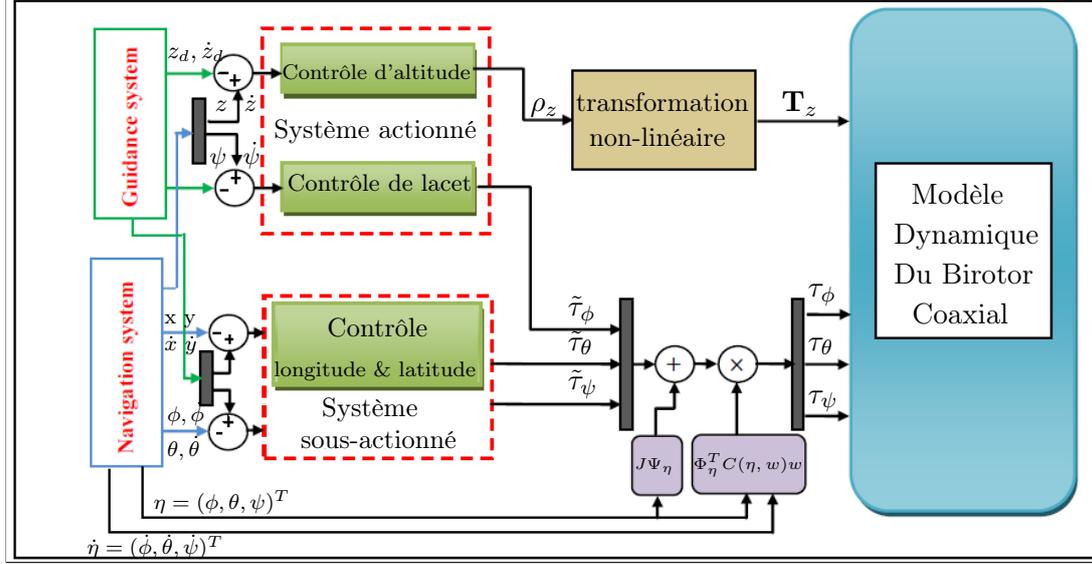


FIGURE 5.1 – La structure de contrôle du birotor coaxial.

On considère alors la variable de glissement suivante :

$$\begin{aligned} s_z &= \dot{\delta}_z + c_z \delta_z \\ s_\psi &= \dot{\delta}_\psi + c_\psi \delta_\psi \end{aligned} \quad (5.7)$$

Les coefficients c_i , $i = \{z, \psi\}$ sont choisis strictement positifs. Lorsque la variable de glissement « s_i » (5.7) est forcée à zéro, l'erreur de poursuite δ_i converge asymptotiquement vers zéro. De plus, s_i satisfait la condition sur le degré relatif puisque la commande apparaît dans l'expression de sa première dérivée par rapport au temps

$$\begin{aligned} \dot{s}_z &= \frac{1}{m} [\mathbf{T}_z \cos \phi \cos \theta - mg + F_{z_{ext}}] - \ddot{z}_d + c_z \dot{\delta}_z \\ \dot{s}_\psi &= \tilde{\tau}_\psi + \mathcal{M}_{\psi_{ext}} - \ddot{\psi}_d + c_\psi \dot{\delta}_\psi \end{aligned} \quad (5.8)$$

Une fois la surface de glissement choisie, la deuxième étape consiste à définir une commande pour stabiliser le système (5.8) vers l'origine, en un temps fini. Pour atteindre cet objectif, on définit la loi de commande stabilisante suivante :

$$u_i = -\mathcal{K}_i |s_i|^r \text{sign}(s_i) \quad (5.9)$$

\mathcal{K}_i est une constante strictement positive. Le paramètre $0 < r < 1$ permet d'ajuster la vitesse de variation du gain, en effet

- Quand $r = 0$, on a le régime *idéal* ou *discontinu*, alors les trajectoires du système convergent en temps fini vers la surface de glissement $s_i = 0$. Durant le régime glissant, les discontinuités introduites par la commande peuvent entraîner un phénomène de broustement, appelé *chattering*. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement.

- Quand $r = 1$, nous avons le régime continue, alors les trajectoires de système convergent exponentiellement vers la surface de glissement $s_i = 0$ (sans perturbations externes). Durant le régime glissant, le système est très sensible aux variations des paramètres et aux perturbations externes. Par contre, l'avantage de ce choix c'est qu'il ne produit pas de *chattering*.

On a donc l'intérêt à ce que r ne soit ni trop proche de $r = 0$, ni trop proche de $r = 1$.

De (5.8) et (5.9), nous prenons les lois de commande suivantes :

$$\begin{aligned}\rho_z &= \left[\frac{1}{m} \mathbf{T}_z \cos \phi \cos \theta - g \right] = \ddot{z}_d - c_z \dot{\delta}_z - \mathcal{K}_z |s_z|^r \text{sign}(s_z) \\ \tilde{\tau}_\psi &= \ddot{\psi}_d - c_\psi \dot{\delta}_\psi - \mathcal{K}_\psi |s_\psi|^r \text{sign}(s_\psi)\end{aligned}\tag{5.10}$$

La loi de commande (ρ_z ou $\tilde{\tau}_\psi$) se compose donc de deux termes :

- un terme nominal appelée commande *équivalente* dont le rôle est de compenser les termes non-linéaires et de stabiliser le système quand les incertitudes et les perturbations sont nulles (ou totalement compensées, ce qui est le cas si $s_i = 0$).
- un terme *stabilisant* « $\mathcal{K}_i |s_i|^r \text{sign}(s_i)$ » dont le rôle est de compenser les perturbations externes, de manière à contraindre le système à évoluer sur $s_i = 0$.

Sous les lois des commandes proposées (5.10), le système bouclé (5.8) peut s'écrire* :

$$\begin{aligned}\dot{s}_z &= -\mathcal{K}_z \text{sig}(s_z)^r + \frac{1}{m} F_{z_{ext}} \\ \dot{s}_\psi &= -\mathcal{K}_\psi \text{sig}(s_\psi)^r + \mathcal{M}_{\psi_{ext}}\end{aligned}\tag{5.11}$$

Proposition. 5.4.1 *Soit le système (5.5) sous les lois de commande (5.10) et supposons que l'hypothèse 5.2.1 est satisfaite, et pour tous les gains \mathcal{K}_i , $i = \{z, \psi\}$ choisis, telle que :*

$$\mathcal{K}_i > L_i\tag{5.12}$$

Alors, la loi de commande (5.10) assure la convergence de la variable de glissement s_i vers la région

$$|s_i| \leq \Delta_i, \text{ avec } \Delta_i = [L_i / \mathcal{K}_i]^{\frac{1}{r}}\tag{5.13}$$

en temps fini. Le temps détablissement t_F est donné par :

$$t_F \leq \frac{1}{\bar{\gamma}_i (1 - \alpha)} V(s_i(0))^{1-\alpha}\tag{5.14}$$

avec $\bar{\gamma}_i = 2^\alpha \nu_i > 0$ et $\alpha = \frac{r+1}{2} \in (0, 1)$.

Preuve. 5.4.1 En considère la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V(s_i) = \frac{1}{2} s_i^2\tag{5.15}$$

*. $\text{sig}(\star)^r = |\star|^r \text{sign}(\star)$

La dérivée de $V(s_i)$ par rapport au temps s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{V}(s_i) &= -s_i^T \dot{s}_i \leq -s_i^T [\mathcal{K}_i |s_i|^r \text{sign}(s_i) - L_i] \\ &= -\left[\mathcal{K}_i - \frac{L_i}{|s_i|^r}\right] |s_i|^{r+1}\end{aligned}\quad (5.16)$$

Pour conclure sur la négativité de $\dot{V}(s_i)$, il faut que :

$$\mathcal{K}_i = \nu_i + \frac{L_i}{|s_i|^r}\quad (5.17)$$

avec ν_i un réel strictement positif, on obtient :

$$|s_i| > [L_i/\mathcal{K}_i]^{\frac{1}{r}}\quad (5.18)$$

En substituant (5.17) dans (5.16), on obtient :

$$\dot{V}(s_i) \leq -\nu_i [s_i^2]^{\frac{r+1}{2}} = \bar{\gamma}_i V(s_i)^\alpha\quad (5.19)$$

Selon le lemme 3.3.1, la stabilité en temps fini est garantie, et les trajectoires du système convergent en un temps fini vers une petite région :

$$|s_i| \leq \Delta_i \quad \text{avec} \quad \Delta_i = [L_i/\mathcal{K}_i]^{\frac{1}{r}}.\quad (5.20)$$

autour de $s_i = 0$. Par conséquent, la région Δ_i peut être garantie suffisamment petite si $[L_i/\mathcal{K}_i] < 1$, on peut donc sélectionner $\mathcal{K}_i > 0$, telle que $\mathcal{K}_i \gg L_i$.

Lorsque $\Delta_i = 0$, on aura un régime glissant idéal, i.e, $s_i \rightarrow \text{zéro}$ en un temps fini t_R qu'on peut estimer par $t_R \leq \frac{1}{\bar{\gamma}_i(1-\alpha)} V(s_i(0))^{1-\alpha}$. Pour $\Delta_i > 0$, $s_i \rightarrow \Delta_i$ en temps fini t_F .

La loi de commande ρ_z (5.10) est une fonction de la poussée \mathbf{T}_z . Par conséquent, cette commande doit être inversée pour calculer la commande de poussée qui sera utilisé pour le système de véhicule :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_z &= \frac{mr_1}{\cos(\text{sat}_{\pi-\iota/2}\phi) \cos(\text{sat}_{\pi-\iota/2}\theta)} \\ r_1 &= \rho_z + g \end{cases}\quad (5.21)$$

Remarque. 8 L'expression de la commande stabilisante continue et discontinue de (5.9) peut être exprimée, respectivement par :

$$\begin{aligned}u_i &= -\mathcal{K}_i \text{sign}(s_i), \quad \text{sign}(s_i) = \begin{cases} \frac{s_i}{|s_i|} & |s_i| \geq 0 \\ 0 & |s_i| = 0 \end{cases} \\ u_i &= -\mathcal{K}_i \text{sat}\left(\frac{s_i}{\varepsilon}\right) \quad \text{sat}\left(\frac{s_i}{\varepsilon}\right) = \begin{cases} \frac{s_i}{|s_i|} & |s_i| \geq \varepsilon \\ \frac{1}{\varepsilon} s_i & |s_i| < \varepsilon \end{cases}\end{aligned}\quad (5.22)$$

avec ε la couche limite (niveau de saturation) de la fonction de saturation. En choisissant la condition du gain (5.12), la surface de glissement s_i peut être assurée à l'aide de la commande stabilisante discontinue dans (5.22). Cependant, l'effet de chattering apparaîtra dans la pratique en raison de la discontinuité de la fonction « sign » dans la commande. Afin d'éviter l'effet de chattering, on peut utiliser la deuxième expression dans (5.22), mais cela réduira la robustesse de la commande contre les perturbations externes.

La commande stabilisante (5.9) peut s'exprimer comme suite :

$$u_i = -\mathcal{K}_i \text{sat}\left(\frac{\text{sig}(s_i)^r}{\varepsilon^r}\right), \quad \text{sat}\left(\frac{\text{sig}(s_i)^r}{\varepsilon^r}\right) = \begin{cases} \frac{\text{sig}(s_i)^r}{|\text{sig}(s_i)^r|} & |s_i| > \varepsilon \\ \frac{\text{sig}(s_i)^r}{\varepsilon^r} & |s_i| \leq \varepsilon \end{cases}\quad (5.23)$$

5.4.2 Contrôle de la dynamique longitudinale et latérale

Le deuxième sous système (Σ_2) dans (5.2) est un système sous-actionné liés aux dynamiques longitudinale et latérale du véhicule $[x \ y]^T$ et les dynamiques de roulis et de tangage $[\theta \ \phi]^T$. L'objectif de la conception de commande pour ce système est de forcer la convergence des trajectoires du système $[x \ \theta]^T$ et $[y \ \phi]^T$ vers les trajectoires de référence $[x_d \ \theta_d]^T$ et $[y_d \ \phi_d]^T$, respectivement. Premièrement, on suppose que le terme de perturbation $F_{X_{ext}}$ est suffisamment petit ($F_{X_{ext}} \approx 0$).

Par conséquent, le système Σ_2 (5.2) devient :

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{X} &= v_X \\ \dot{v}_X &= \frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y) \\ \dot{Y} &= v_Y \\ \dot{v}_Y &= \tilde{\tau}_Y + \mathcal{M}_{Y_{ext}} \end{cases} \quad (5.24)$$

L'objectif de commande est de contraindre la sortie $y_X = [x \ y]^T$ du système (5.24) à suivre une trajectoire de référence $y_{X_d} = [x_d \ y_d]^T$. Afin de déterminer les lois de commande $\tilde{\tau}_Y$ du système Σ_2 dans (5.24), on considère les écarts suivants :

$$\delta_\theta = \theta - \theta_d, \quad \delta_\phi = \phi - \phi_d, \quad \delta_x = x - x_d, \quad \delta_y = y - y_d$$

avec $[x_d, y_d, \phi_d, \theta_d]$ les positions de référence pour $[x, y, \phi, \theta]$.

Les variables de glissement sont définies comme une combinaison linéaire des écarts de position linéaire et angulaire δ_θ, δ_x (respectivement δ_ϕ, δ_y) et des vitesses linéaire et angulaire $\dot{\delta}_\theta$ et $\dot{\delta}_x$ (respectivement $\dot{\delta}_\phi$ et $\dot{\delta}_y$), telle que :

$$\begin{aligned} s_\theta &= \dot{\delta}_\theta + c_\theta \delta_\theta + s_x \\ s_\phi &= \dot{\delta}_\phi + c_\phi \delta_\phi + s_y \end{aligned} \quad (5.25)$$

avec

$$\begin{aligned} s_x &= c_x \delta_x + c_{v_x} \dot{\delta}_x \\ s_y &= c_y \delta_y + c_{v_y} \dot{\delta}_y \end{aligned} \quad (5.26)$$

Les coefficients de la surface de glissement « c_j » seront déterminés dans l'analyse de stabilité. En différentiant (5.25) par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{s}_\theta &= \tilde{\tau}_\theta - \Psi_\theta \\ \dot{s}_\phi &= \tilde{\tau}_\phi - \Psi_\phi \end{aligned} \quad (5.27)$$

avec

$$\begin{aligned} \Psi_\theta &= \ddot{\theta}_d - \mathcal{M}_{\theta_{ext}} - c_\theta \dot{\delta}_\theta - \dot{s}_x \\ \Psi_\phi &= \ddot{\phi}_d - \mathcal{M}_{\phi_{ext}} - c_\phi \dot{\delta}_\phi - \dot{s}_y \end{aligned}$$

Le terme Ψ_j avec $j = \{\theta, \phi\}$ est constitué d'un terme connue Ψ_j^0 et d'un terme inconnu $\Delta\Psi_j$:

$$\Psi_j = \Psi_j^0 - \Delta\Psi_j \quad (5.28)$$

où

$$\begin{aligned} \Psi_\theta^0 &= \ddot{\theta}_d - c_\theta \dot{\delta}_\theta - \dot{s}_x \\ \Psi_\phi^0 &= \ddot{\phi}_d - c_\phi \dot{\delta}_\phi - \dot{s}_y \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\Delta\Psi_\theta &= \mathcal{M}_{\theta_{ext}} \\ \Delta\Psi_\phi &= \mathcal{M}_{\phi_{ext}}\end{aligned}$$

Donc l'expression (5.27) peut être réécrite sous la forme :

$$\dot{s}_j = \tilde{\tau}_j - \Psi_j^0 + \Delta\Psi_j \quad (5.29)$$

5.4.2.1 Commande par modes glissants basée sur un observateur de perturbation

Dans la première étape de la méthodologie de conception de la commande par modes glissants (SMC) entraînée par un observateur de perturbation par modes glissants (SMDO)*[Shtessel 2014][Liu 2012]. L'observateur de perturbation par modes glissants est utilisé pour estimer le terme de perturbation $\Delta\Psi_j$ supposé borné. Premièrement, on définit la variable de glissement auxiliaire comme suit :

$$\sigma_j = s_j + z_j \quad (5.30)$$

L'observateur de perturbation par modes glissants (SMDO) pour estimer le terme de perturbation $\Delta\Psi_j$ est construit comme suit :

$$\dot{z}_j = \Psi_j^0 - \tilde{\tau}_j - \mu_j \quad (5.31)$$

μ_j est le terme d'injection du SMDO. La dynamique de la variable de glissement auxiliaire est donnée par :

$$\dot{\sigma}_j = \Delta\Psi_j - \mu_j \quad (5.32)$$

Sous l'hypothèse (5.2.2), le terme d'injection de l'observateur (commande auxiliaire) qui conduit σ_j et sa dérivée vers zéro est donné par :

$$\mu_j = (L_j + \nu_j)\text{sign}(\sigma_j), \quad \nu_j > 0 \quad (5.33)$$

Au cours de la phase de glissement $\sigma_j = 0$, le terme de perturbation $\Delta\Psi_j$ est exactement estimée par la commande auxiliaire équivalente $\mu_{j,eq}$, c'est-à-dire :

$$\Delta\Psi_j = \mu_{j,eq} \quad (5.34)$$

où $\mu_{j,eq}$ est le terme d'injection équivalent auxiliaire. La commande auxiliaire μ_j dans (5.33) doit être filtré pour obtenir une estimation du terme d'injection auxiliaire $\mu_{j,eq}$. La commande auxiliaire filtrée est donnée par :

$$\hat{\mu}_{j,eq}(p) = \frac{1}{\beta p + 1} \mu_j(p) \quad (5.35)$$

p est la variable de Laplace et β la constante de temps du filtre. Par conséquent, le terme de perturbation $\Delta\Psi_j$ est estimé par la commande auxiliaire filtré :

$$\Delta\Psi_j \approx \hat{\mu}_{j,eq} \quad (5.36)$$

De (5.29)-(5.36), la loi de commande continue par mode glissant entraînée par l'observateur de perturbation de modes glissants (SMDO) est donnée par :

$$\tilde{\tau}_j = \Psi_j^0 - \hat{\mu}_{j,eq} - \mathcal{K}_j s_j \quad (5.37)$$

*. Sliding Mode Disturbance Observer.

Sous les lois des commandes proposées (5.37), la dynamique en boucle fermée peut s'écrire :

$$\dot{s}_j = -\mathcal{K}_j s_j \quad (5.38)$$

Alors, la loi de commande (5.37) assure la convergence de la variable de glissement s_j et sa dérivée \dot{s}_j vers zéro.

5.4.2.2 Détermination des coefficients de glissement

Au cours de la phase de glissement de la trajectoire $s_j = 0$, la dynamique du système en boucle fermée est représentée par la combinaison de deux équations linéaires (5.25). Soit $s_j = 0$ et $\dot{s}_j = 0$, nous pouvons écrire [Xu 2008][Nersesov 2010] :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_\theta + c_\theta \delta_\theta + c_x \delta_x + c_{v_x} \dot{\delta}_x &= 0 \\ \dot{\delta}_\phi + c_\phi \delta_\phi + c_y \delta_y + c_{v_y} \dot{\delta}_y &= 0 \end{aligned} \quad (5.39)$$

De (5.39) on peut extraire :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_x &= -\frac{1}{c_{v_x}} \left[\dot{\delta}_\theta + c_\theta \delta_\theta + c_x \delta_x \right] \\ \dot{\delta}_y &= -\frac{1}{c_{v_y}} \left[\dot{\delta}_\phi + c_\phi \delta_\phi + c_y \delta_y \right] \end{aligned} \quad (5.40)$$

Donc

$$\begin{aligned} \ddot{\delta}_\theta &= \left[\frac{c_x}{c_{v_x}} - c_\theta \right] \dot{\delta}_\theta + \frac{c_x c_\theta}{c_{v_x}} \delta_\theta + \frac{c_x^2}{c_{v_x}} \delta_x - c_{v_x} \ddot{\delta}_x \\ \ddot{\delta}_\phi &= \left[\frac{c_y}{c_{v_y}} - c_\phi \right] \dot{\delta}_\phi + \frac{c_y c_\phi}{c_{v_y}} \delta_\phi + \frac{c_y^2}{c_{v_y}} \delta_y - c_{v_y} \ddot{\delta}_y \end{aligned} \quad (5.41)$$

En vol stationnaire, $\ddot{x}_d = 0$, et $\ddot{y}_d = 0$, les trajectoires désirées ϕ_d et θ_d sont fixés à zéro et les angles η sont supposés petits, i.e ($\sin \eta \approx \eta$ et $\cos \eta \approx 1$). D'après (5.21), on obtient $r_1 \approx g$. Soit $y_1 = \delta_\theta$, $y_2 = \dot{\delta}_\theta$ et $y_3 = \delta_x$, la première dynamique autour de l'équilibre peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= \left[\frac{c_\theta c_x}{c_{v_x}} - c_{v_x} g \right] y_1 + \left[\frac{c_x}{c_{v_x}} - c_\theta \right] y_2 + \frac{c_x^2}{c_{v_x}} y_3 + d_1 \\ \dot{y}_3 &= -\frac{c_\theta}{c_{v_x}} y_1 - \frac{1}{c_{v_x}} y_2 - \frac{c_x}{c_{v_x}} y_3 \end{aligned} \quad (5.42)$$

Soit $\bar{y}_1 = \delta_\phi$, $\bar{y}_2 = \dot{\delta}_\phi$ et $\bar{y}_3 = \delta_y$, la deuxième dynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{y}}_1 &= \bar{y}_2 \\ \dot{\bar{y}}_2 &= \left[\frac{c_\phi c_y}{c_{v_y}} + c_{v_y} g \right] \bar{y}_1 + \left[\frac{c_y}{c_{v_y}} - c_\phi \right] \bar{y}_2 + \frac{c_y^2}{c_{v_y}} \bar{y}_3 + d_2 \\ \dot{\bar{y}}_3 &= -\frac{c_\phi}{c_{v_y}} \bar{y}_1 - \frac{1}{c_{v_y}} \bar{y}_2 - \frac{c_y}{c_{v_y}} \bar{y}_3 \end{aligned} \quad (5.43)$$

avec $d_1 = -c_{v_x} g \phi \psi$ et $d_2 = -c_{v_y} g \theta \psi$. Soit $Y_\phi = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T$ et $Y_\theta = [\bar{y}_1 \ \bar{y}_2 \ \bar{y}_3]^T$, les deux systèmes (5.42) et (5.43) peuvent être réécrits sous la forme $\dot{Y}_j = A_j Y_j + d_j$, avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ a & b & c \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & \bar{A}_{23} \\ \bar{a} & \bar{b} & \bar{c} \end{bmatrix}$$

avec

$$A_{21} = \begin{bmatrix} \frac{c_\theta c_x}{c_{v_x}} - c_{v_x} g \\ c_{v_x} \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} c_x - c_\theta \\ c_{v_x} \end{bmatrix}, A_{23} = \frac{c_x^2}{c_{v_x}}, a = -\frac{c_\theta}{c_{v_x}}, b = -\frac{1}{c_{v_x}}, c = -\frac{c_x}{c_{v_x}}.$$

$$\bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} \frac{c_\phi c_y}{c_{v_y}} + c_{v_y} g \\ c_{v_y} \end{bmatrix}, \bar{A}_{22} = \begin{bmatrix} c_y - c_\phi \\ c_{v_y} \end{bmatrix}, \bar{A}_{23} = \frac{c_y^2}{c_{v_y}}, \bar{a} = -\frac{c_\phi}{c_{v_y}}, \bar{b} = -\frac{1}{c_{v_y}}, \bar{c} = -\frac{c_y}{c_{v_y}}$$

$\lambda(A_i)$ désigne les valeurs propres de la matrice A_i , quand $\text{Re}(\lambda(A_i)) < 0$ i.e., la matrice A_i est stable, le système est stable autour des points d'équilibre. Par la suite, il est seulement nécessaire de déterminer la valeur des paramètres c_j de telle sorte que la stabilité soit assurée. Par conséquent, nous avons l'équation caractéristique de A_1 (la même chose pour A_2) :

$$\lambda^3 - (A_{22} + c) \lambda^2 + (cA_{22} - A_{21} - bA_{23}) \lambda + cA_{21} - aA_{23} = 0 \quad (5.44)$$

Soit $h_1, h_2, h_3, e, f, l \in \mathbb{R}_+^*$, vérifiant :

$$e = \sum_i h_i, \quad f = \sum_{i < j} h_i h_j, \quad l = \prod_i h_i \quad (5.45)$$

En utilisant (5.45), et en procédant l'équation caractéristique suivante :

$$\begin{aligned} \lambda^3 + e\lambda^2 + f\lambda + l &= 0 \\ \Leftrightarrow (\lambda + h_1)(\lambda + h_2)(\lambda + h_3) &= 0 \end{aligned} \quad (5.46)$$

En utilisant (5.46) et en procédant par identification avec (5.44), nous obtenons :

$$c_\theta = e, \quad c_{v_x} = \frac{f}{g}, \quad c_x = \frac{l}{g} \quad (5.47)$$

En appliquant la même procédure pour la deuxième expression de (5.39), nous obtenons :

$$c_\phi = e, \quad c_{v_y} = -\frac{f}{g}, \quad c_y = -\frac{l}{g}. \quad (5.48)$$

e, f, l seront convenablement choisis.

5.4.3 Résultats et Simulations

Nous présentons ici les résultats de simulations menés sur le modèle dynamique complet du birotor coaxial (2.38) afin d'évaluer l'efficacité de la commande proposée. Les paramètres de la table 5.1 sont représentatifs de ce type de véhicule.

L'évaluation est réalisée pour voir la capacité de la commande à garantir une bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de trajectoire. Les valeurs initiales sont définies comme suit : $\xi(0) = [0, 0.2, 1]^T$ m et $\eta(0) = [0, 0, 0.3]^T$ rad, les vitesses linéaires et angulaires sont sélectionnées à 0. Les paramètres de contrôleur sont donnés par :

$$c_z = c_\psi = 2 \quad \mathcal{K}_j = 2, \quad j = \{z, \psi, \theta, \psi\}, \quad r = 0.6, \quad \varepsilon^r = 0.6$$

Les paramètres de glissement c_i dans (5.47) et (5.48) sont choisis pour sont choisis pour une équation caractéristique égale à $(\lambda + 2)^3$.

Nom	Valeur	Unité
g	9.81	m/s ²
m	0.290	kg
d	0.0676	m
J_x	1.383×10^{-3}	kg.m ²
J_y	1.383×10^{-3}	kg.m ²
J_z	2.72×10^{-4}	kg.m ²
κ_α	3.6835×10^{-5}	N/rad ² s ²
κ_β	3.7760×10^{-5}	N/rad ² s ²
γ_1	1.4765×10^{-6}	N.m/rad ² .s ²
γ_2	1.3266×10^{-6}	N.m/rad ² .s ²

TABLE 5.1 – Paramètres physiques du birotor coaxial

Plusieurs tests de vol ont été faits pour démontrer les performances de la commande proposée. Premièrement, une application qui ne prend pas en compte les perturbations externes. Dans le deuxième cas, une application avec les termes des perturbations externes qui sont donnés par :

$$\Delta J = 0.5 J \text{kg.m}^2, \quad F_{z_{ext}} = \sin(0.1t) \text{ N}, \quad M_{ext} = [0.4 \sin(0.1t), 0.4 \sin(0.1t), 0.4 \sin(0.1t)]^T \text{ N.m} \quad (5.49)$$

Cas a : Test de vol sans perturbations externes

Dans ce cas, on ne prend pas en compte les termes de perturbations externes, c'est-à-dire $F_{ext} = M_{ext} = \Delta J = 0$. La figure 5.2 montre l'évolution du véhicule pendant le vol. Sur la base de ces résultats, on peut voir que, la commande proposée est capable de forcer les trajectoires du système à converger vers les trajectoires de référence.

Cas b : Test de vol en présence des perturbations externes

Dans ce cas, les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du birotor coaxial. On a représenté sur la figure 5.3 l'évolution de la position de translation et de lacet au cours du temps. Lorsque les termes de perturbations aérodynamiques sont introduits, le drone est capable de suivre les trajectoires de référence. L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage est représentée sur la figure 5.4. Ces deux trajectoires générées par le contrôleur latéral et longitudinal varient pour aider le véhicule à suivre la trajectoire de position ξ_d , cela montre l'efficacité de la stratégie de commande proposée (Voire Figure 5.1). Il est important de remarquer que les angles de roulis et de tangage ne sont pas nuls, même lorsque le véhicule a rejoint la position de référence. Ce phénomène est dû à la présence des efforts aérodynamiques externes qui viennent perturber le drone.

Les entrées de commande du système sont représentées sur la figure 5.5. Ils représentent les vitesses de rotation des rotors et les angles d'inclinaison du plateau cyclique. Il apparaît clairement que les signaux obtenus sont acceptables et physiquement réalisables. En conclusion, la commande proposée est très efficace et permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

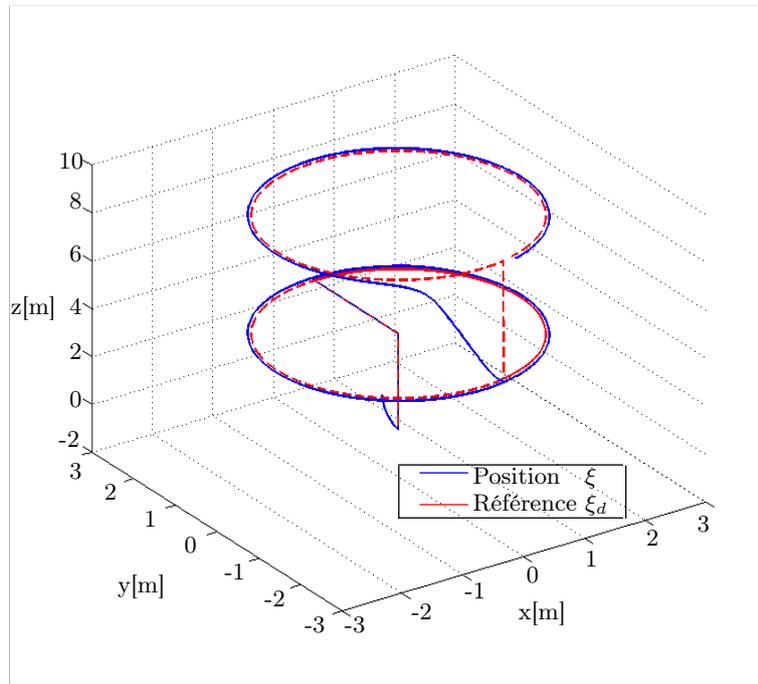
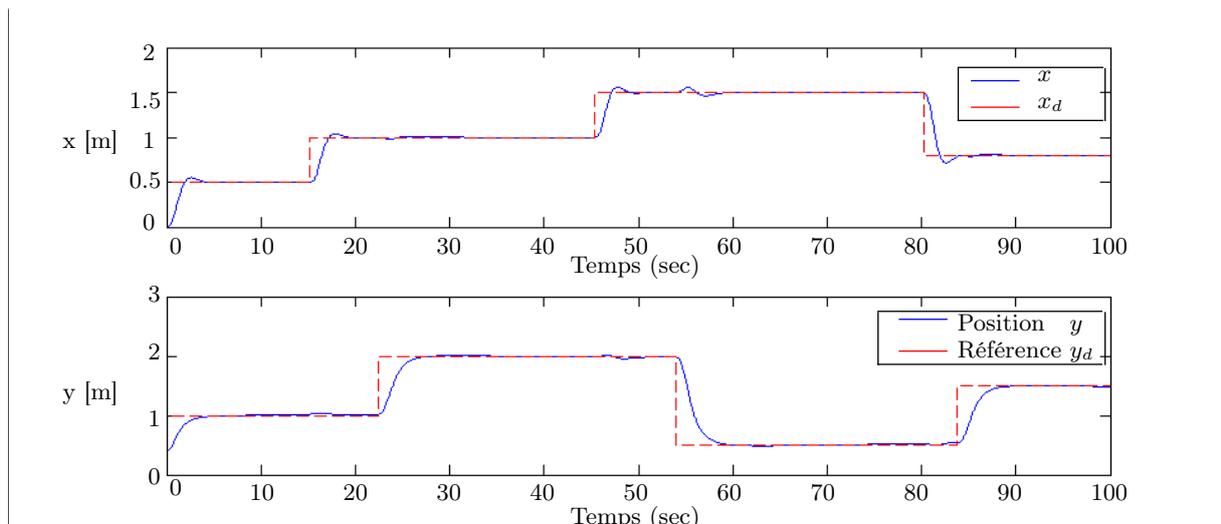


FIGURE 5.2 – Évolution du drone le long de la trajectoire



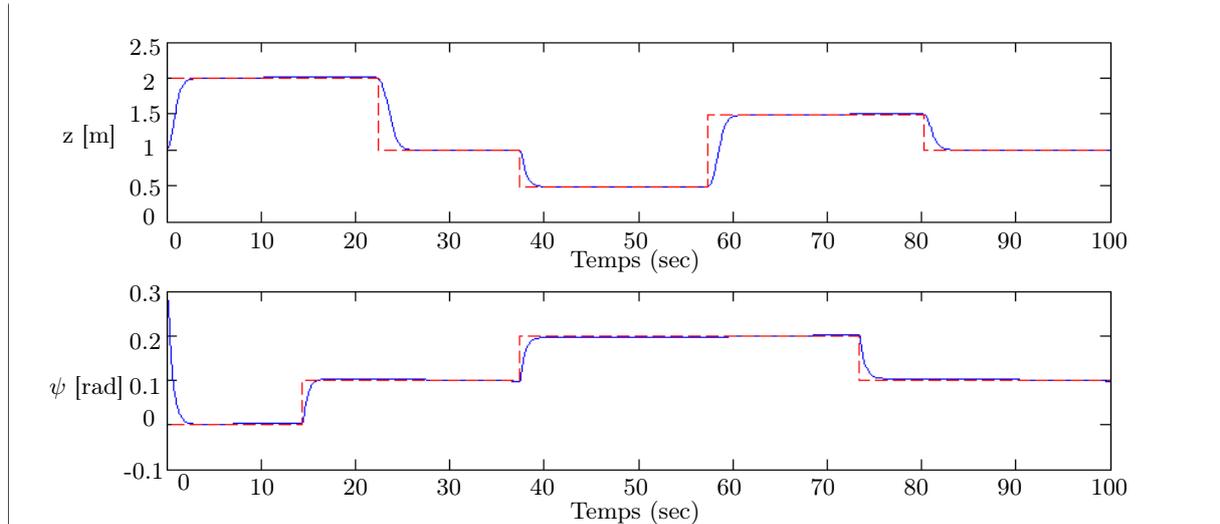
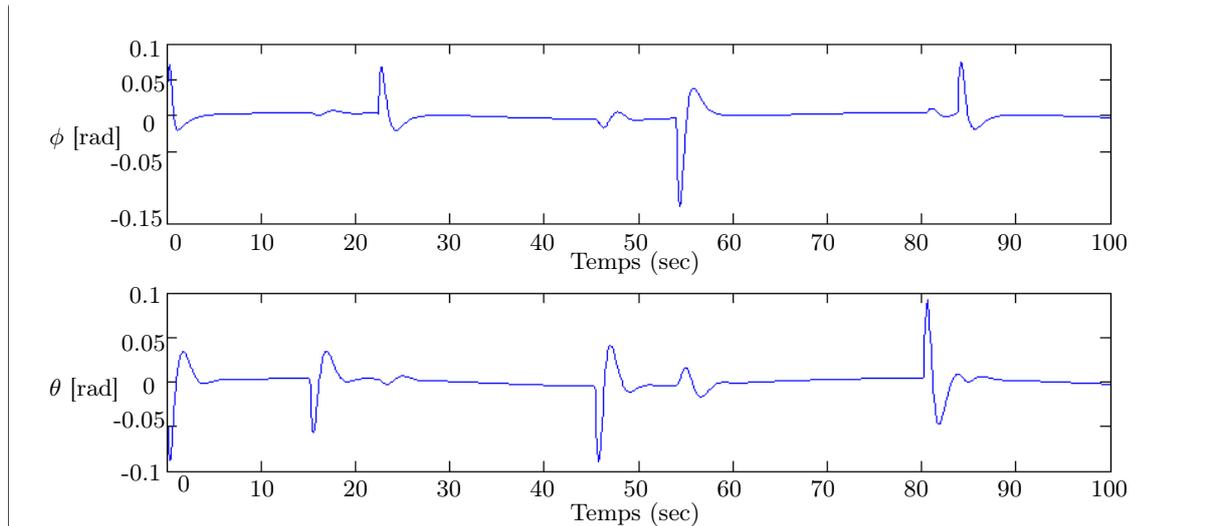
FIGURE 5.3 – Cas b : Les trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.

FIGURE 5.4 – Trajectoires de roulis et de tangage

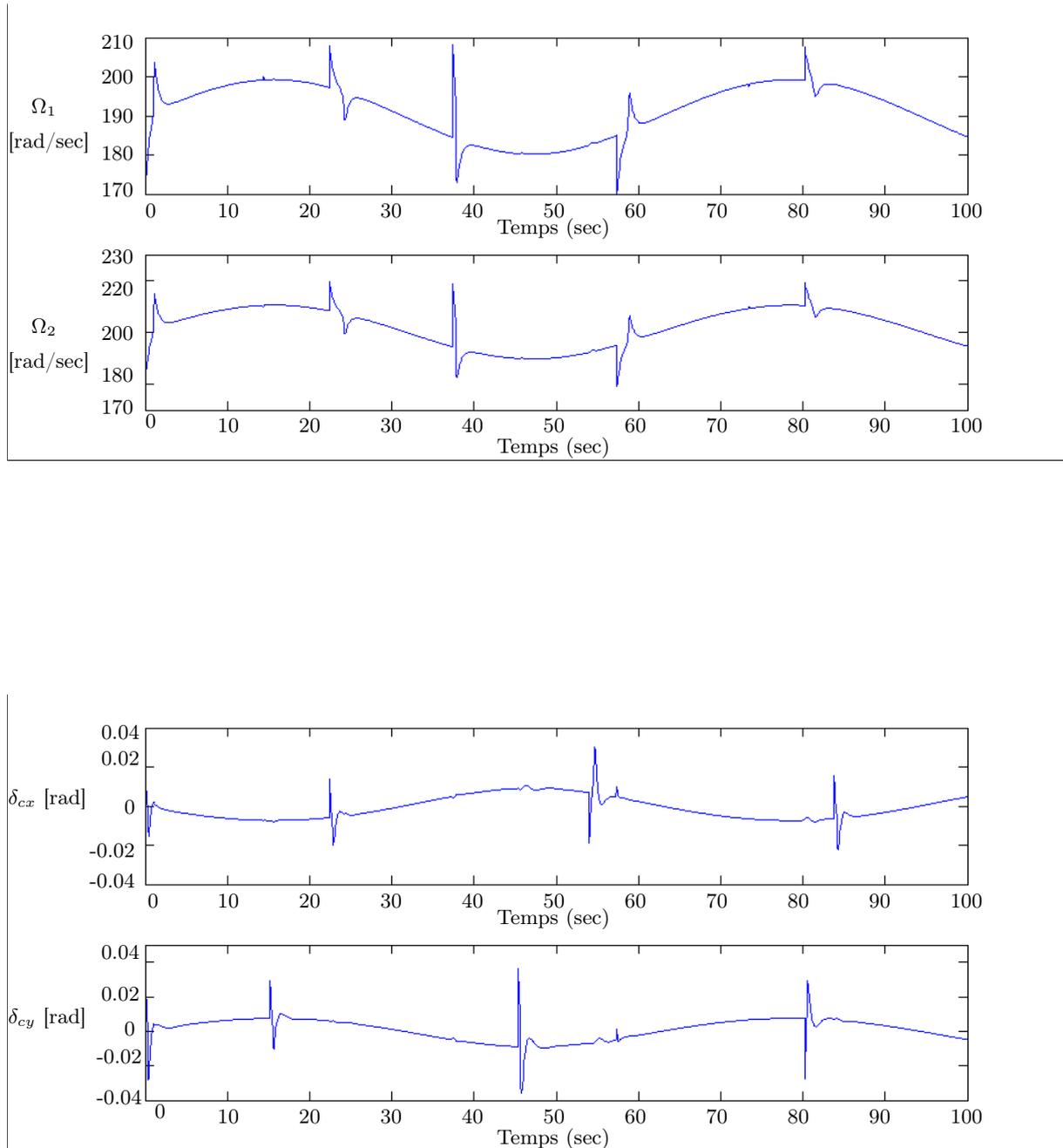


FIGURE 5.5 – Cas b : Vitesses de rotation Ω_1 et Ω_2 des rotors et les angles d'inclinaison δ_{cx} et δ_{cy} du plateau cyclique.

En conclusion, la commande par modes glissants entraînée par un observateur de perturbation par modes glissants (SMDO) est une approche de commande non-linéaire robuste, simple et efficace permettant au birotor coaxial de se stabiliser et de suivre une trajectoire donnée dans un environnement perturbé. L'observateur de perturbation par modes glissants travaille comme un estimateur des perturbations externes. Cependant, cette stratégie de commande ne permet pas de compenser et de rejeter les termes de perturbations « $F_{X_{ext}}$ » agissant sur le drone. Une stratégie de commande robuste est alors nécessaire pour rejeter ou compenser ce terme de perturbation externe. On s'intéressera donc maintenant à une méthode de commande robuste non-linéaire basée sur l'approche de backstepping pour compenser les perturbations inconnues.

5.5 Commande robuste non-linéaire par backstepping

5.5.1 Principe

Quand un système aérien évolue au milieu d'éléments perturbateurs difficiles à modéliser, le contrôle robuste permet de rejeter ces paramètres inconnus sans chercher à les estimer ou à mesurer. Dans ce cas, la méthode de backstepping ne peut pas garantir la stabilité du système en boucle fermée. De ce fait, les modifications sont généralement nécessaires pour améliorer les performances de cette méthode de contrôle. Dans cette section, nous proposons une nouvelle version de commande robuste en utilisant l'approche de backstepping. Cette technique de commande permet de rejeter les termes de perturbations et assurer la convergence des trajectoires du système vers les trajectoires de consigne en temps fini.

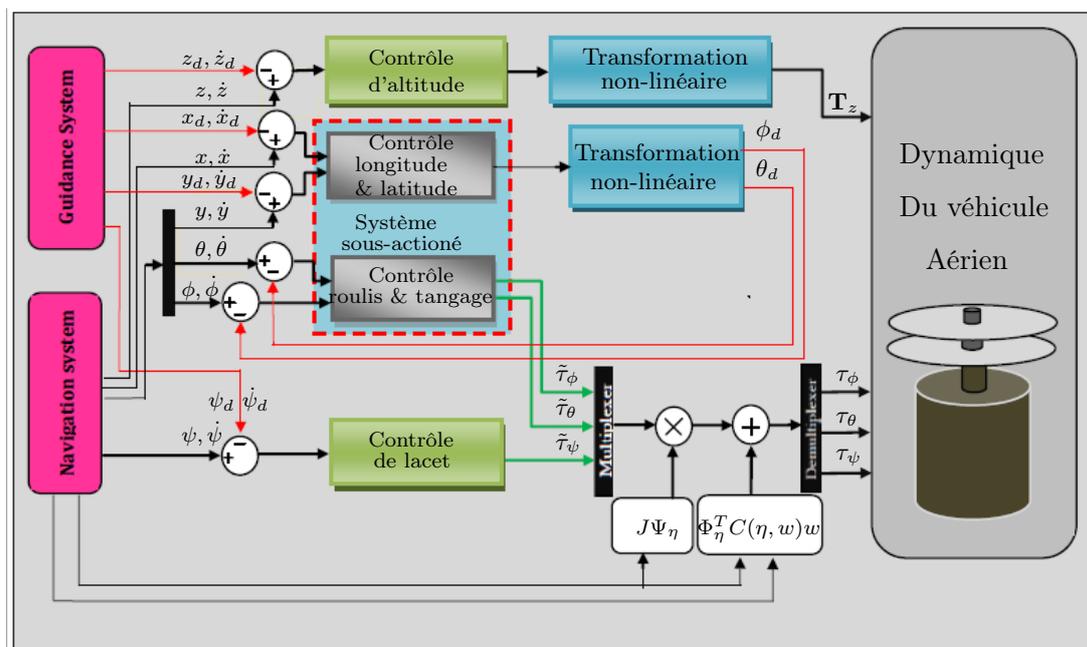


FIGURE 5.6 – Structure de la commande du drone.

5.5.2 Synthèse de la commande

L'objectif de contrôle est de stabiliser les trajectoires du système autour des trajectoires de référence ξ_d et ψ_d et contrer l'action des efforts de perturbations aérodynamiques.

5.5.2.1 Contrôle d'altitude non-linéaire

Dans cette section, nous allons concevoir un contrôle en poussée qui permet le suivi de la trajectoire désirée dans la direction verticale tout en contrant les perturbations dues au vent. La dynamique d'altitude peut s'écrire par :

$$\Sigma_{1,z} : \begin{bmatrix} \dot{z} \\ m\dot{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_z \\ \mathbf{T}_z \cos \phi \cos \theta - mg + F_{zext} \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

Proposition. 5.5.1 *Considérons la dynamique d'altitude (5.50). Définissons les écarts suivants :*

$$\begin{aligned} \delta_z &= z - z_d, & \text{écart en position} \\ \delta_{v_z} &= v_z - \rho_1, & \text{écart en vitesse} \end{aligned} \quad (5.51)$$

alors le système $(\Sigma_{1,z})$ régit par l'équation (5.50) rebouclé avec le contrôle en poussée :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_z &= \frac{m(\rho_z + g)}{\cos(\text{sat}_{\pi-l/2}(\phi)) \cos(\text{sat}_{\pi-l/2}(\theta))} \\ \rho_z &= -\delta_z + \dot{\rho}_1 - k_{2z} \text{sig}(\delta_{v_z})^r \end{cases} \quad (5.52)$$

est stable en temps fini. Plus précisément $z \xrightarrow[t_F]{} z_d$.

Preuve. 5.5.1 *La démonstration est une application directe du backstepping.*

Etape. 1 Soit z_d une position de consigne pour l'altitude z . L'écart $\delta_z = z - z_d$ est défini comme un écart entre la position actuelle et la position désirée. La loi de commande doit assurer la convergence de δ_z vers zéro. Par conséquent, on définit une première fonction candidate de Lyapunov \mathcal{L}_1 , associée à δ_z :

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2} \delta_z^T \delta_z \quad (5.53)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{\mathcal{L}}_1 = \delta_z^T \dot{\delta}_z = \delta_z^T (v_z - \dot{z}_d) = \delta_z^T (\rho_1 - \dot{z}_d) + \delta_z^T (v_z - \rho_1) \quad (5.54)$$

\dot{z}_d désigne la consigne pour la vitesse v_z . Soit $k_{1z} > 0$, la stabilisation de δ_z peut être assurée, en introduisant la commande stabilisante :

$$\rho_1 = \dot{z}_d - k_{1z} \text{sig}(\delta_z)^r \quad (5.55)$$

En substituant (5.55) dans (5.54), nous obtenons :

$$\dot{\mathcal{L}}_1 = -\delta_z^T k_{1z} \text{sig}(\delta_z)^r + \delta_z^T [v_z - \rho_1] \quad (5.56)$$

Nous nous concentrons uniquement sur le premier terme de (5.56), le deuxième sera éliminé dans l'étape suivante. D'où, on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_1 = -k_{1z}|\delta_z|^{r+1} = -\gamma_1 \left[\frac{1}{2}\delta_z^2 \right]^\alpha \quad (5.57)$$

avec $\alpha = \frac{1+r}{2}$, $r \in (1/2, 1)$ et $\gamma_1 = 2^\alpha k_{1z}$, l'expression (5.57) peut s'écrire :

$$\dot{\mathcal{L}}_1 = -\gamma_1 \mathcal{L}_1^\alpha \quad (5.58)$$

Selon le critère de stabilité en temps fini (3.3), la trajectoire δ_z converge vers zéro en temps fini avec un temps de convergence :

$$t_1^{r+1} \leq \frac{1}{\gamma_1(1-\alpha)} \mathcal{L}_1(\delta_z(0))^{1-\alpha} \quad (5.59)$$

Etape. 2 Le processus de backstepping continue en considérant le terme $\delta_{v_z} = v_z - \rho_1$ apparaissant dans (5.56) comme un écart entre la vitesse réelle et une commande en vitesse virtuelle. La convergence de δ_{v_z} entraînerait naturellement la convergence de δ_z , puisque la vitesse tendrait vers la vitesse virtuelle.

On considère maintenant la fonction de Lyapunov candidate augmentée \mathcal{L}_2 :

$$\mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_1 + \frac{1}{2} \delta_{v_z}^T \delta_{v_z} \quad (5.60)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 = k_{1z} [\delta_z^2]^\alpha + \delta_{v_z}^T \left[\delta_z + \frac{\mathbf{T}_z}{m} \cos \phi \cos \theta - g - \dot{\rho}_1 + \frac{1}{m} F_{zext} \right] \quad (5.61)$$

Soit $k_{2z} > 0$. La stabilisation de δ_{v_z} peut être assurée en introduisant la commande stabilisante :

$$\rho_z \equiv \left[\frac{\mathbf{T}_z}{m} \cos \phi_d \cos \theta_d - g \right] = -\delta_z + \dot{\rho}_1 - k_{2z} \text{sig}(\delta_{v_z})^r \quad (5.62)$$

Il est évident de noter que la dérivée de ρ_1 sera infinie dans l'expression (5.62) quand $\delta_z = 0$ et $\dot{\delta}_z \neq 0$ grâce à $[r - 1 < 0]$, la commande virtuelle ρ_z ne peut pas être défini. Afin d'éviter le problème de la singularité, la définition suivante de $\dot{\rho}_1$ est présentée :

$$\dot{\rho}_1 = \ddot{z}_d - k_{1z} \beta(\delta_z) \quad (5.63)$$

avec $\beta(\delta_z) \in \mathbb{R}$ définie par :

$$\beta(\delta_z) = \begin{cases} r|\delta_z|^{r-1}\dot{\delta}_z & \text{si } |\delta_z| \geq \mu_1 \text{ et } \dot{\delta}_z \neq 0 \\ r|\mu_1|^{r-1}\dot{\delta}_z & \text{si } |\delta_z| \leq \mu_1 \text{ et } \dot{\delta}_z \neq 0 \\ 0 & \dot{\delta}_z = 0 \end{cases}$$

μ_1 est une constante petite et positive.

Remarque. 9 Avec le terme spécifique $\dot{\rho}_1$ dans (5.63), la singularité est évitée dans la loi de commande ρ_z dans (5.62). Une petite constante positive μ_1 est utilisée pour faire face au problème de la singularité et assurer la bornitude de la commande virtuelle ρ_z .

En substituant (5.62) dans (5.61), on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 \leq -\gamma_1 \left[\frac{1}{2} \delta_z^2 \right]^\alpha - \delta_{v_z}^T \left[k_{2z} \text{sig}(\delta_{v_z})^r - \frac{F_{zext}}{m} \right] \quad (5.64)$$

En prenant l'hypothèse 5.2.1, l'expression (5.64) devient :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 \leq -\gamma_1 \left[\frac{1}{2} \delta_z^2 \right]^\alpha - \left[k_{2z} - \frac{L_z}{|\delta_{v_z}|^r} \right] |\delta_{v_z}|^{1+r} \quad (5.65)$$

Soit

$$\nu_1 = k_{2z} - \frac{L_z}{|\delta_{v_z}|^r} \quad (5.66)$$

Pour que ν_1 soit positif, il faut que :

$$|\delta_{v_z}| > [L_z/k_{2z}]^{\frac{1}{r}} \quad (5.67)$$

Soit $\gamma_2 = 2^\alpha \nu_1$, en substituant (5.66) dans (5.65), on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 \leq -\gamma_1 \left[\frac{1}{2} \delta_z^2 \right]^\alpha - \gamma_2 \left[\frac{1}{2} \delta_{v_z}^2 \right]^\alpha \quad (5.68)$$

On définit $\tilde{\gamma}_1 = \min\{\gamma_1, \gamma_2\}$, l'expression (5.68) satisfait l'inégalité suivante :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 \leq -\tilde{\gamma}_1 \left(\left[\frac{1}{2} \delta_z^2 \right]^\alpha + \left[\frac{1}{2} \delta_{v_z}^2 \right]^\alpha \right) \quad (5.69)$$

Pour obtenir les formes exigées par le lemme 3.3.3, l'expression (5.69) devient :

$$\dot{\mathcal{L}}_2 \leq -\tilde{\gamma}_1 \mathcal{L}_2^\alpha \quad (5.70)$$

Selon le lemme 3.3.1, les trajectoires d'états du sous-système $\Sigma_{1,z}$ convergent vers les trajectoires de consignes en temps fini. Par conséquent, l'écart δ_{v_z} converge en temps fini vers la région :

$$|\delta_{v_z}| \leq \Delta_z, \quad \text{avec } \Delta_z = [L_z/k_{2z}]^{\frac{1}{r}} \quad (5.71)$$

La région Δ_z peut être garantie suffisamment petite, lorsque $[L_z/k_{2z} < 1]$, tandis que, le terme exponentiel dans (5.71) va considérablement réduire la taille de la région Δ_z (c-à-dire, $\delta_z \ll 1$). Par conséquent, nous pouvons choisir k_{2z} tels que :

$$k_{2z} > L_z \quad (5.72)$$

La loi de commande donnée pour le sous-système $\Sigma_{1,z}$ est une fonction de la poussée \mathbf{T}_z . Par conséquent, cette commande doit être inversée pour calculer la commande de poussée qui sera utilisée pour le système de drone :

$$\mathbf{T}_z = \frac{m(\rho_z + g)}{\cos(\text{sat}_{\pi-l/2}(\phi)) \cos(\text{sat}_{\pi-l/2}(\theta))} \quad (5.73)$$

$\text{sat}_a(\star) = \text{sign}(\star) \min(|\star|, a)$ est une fonction de saturation où a est une constante positive (niveau de saturation).

5.5.3 Contrôle de lacet

Dans cette section, nous allons concevoir un contrôle de lacet. Le sous-système de lacet $\Sigma_{1,\psi}$ peut s'écrire :

$$\Sigma_{1,\psi} : \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{w}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_\psi \\ \tilde{\tau}_\psi + \mathcal{M}_{\psi_{ext}} \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

Proposition. 5.5.2 *Considérons le sous-système de lacet $(\Sigma_{1,\psi})$ dans (5.74). Considérons les écarts suivants :*

$$\begin{aligned} \delta_\psi &= \psi - \psi_d && \text{écart en position angulaire} \\ \delta_{w_\psi} &= w_\psi - \rho_7 && \text{écart en vitesse angulaire} \end{aligned} \quad (5.75)$$

alors, le système $(\Sigma_{1,\psi})$ régi par l'équation (5.74) rebouclé avec le contrôle de lacet :

$$\begin{cases} \tilde{\tau}_\psi = -\delta_\psi + \dot{\rho}_7 - k_{2_\psi} \text{sig}(\delta_{w_\psi})^r \\ \rho_7 = \dot{\psi}_d - k_{1_\psi} \text{sig}(\delta_\psi)^r \end{cases} \quad (5.76)$$

est stable en temps fini. Plus précisément $\psi \xrightarrow[t_F]{} \psi_d$.

Preuve. 5.5.2 *La démonstration est similaire à celle présentée dans l'étape 5.5.1.*

Remarque. 10 *Afin de simplifier les lois de commande (5.52) et (5.76). Les commandes virtuelles (5.55) et (5.76) peuvent s'écrire :*

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \dot{z}_d - k_{1_z} \delta_z \\ \rho_7 &= \dot{\psi}_d - k_{1_\psi} \delta_\psi \end{aligned} \quad (5.77)$$

5.5.4 Conception de la commande longitudinale et latérale

On considère le sous-système longitudinal et latérale suivant :

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{X} &= v_X \\ \dot{v}_X &= \frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y) + \frac{1}{m} F_{X_{ext}} \\ \dot{Y} &= v_Y \\ \dot{v}_Y &= \tilde{\tau}_Y + \mathcal{M}_{Y_{ext}} \end{cases} \quad (5.78)$$

Proposition. 5.5.3 *Considérons la dynamique de longitude et latitude (Σ_2) dans (5.78). Définissons les écarts suivants :*

$$\begin{aligned} \delta_3 &= X - X_d && \text{écart en position} \\ \varepsilon_5 &= Y - Y_d && \text{écart en position angulaire} \\ \delta_4 &= v_X - \rho_3 && \text{écart en vitesse} \\ \varepsilon_6 &= v_Y - \rho_5 && \text{écart en vitesse angulaire} \end{aligned} \quad (5.79)$$

alors le système (Σ_2) régi par l'équation (5.78) rebouclé avec le contrôle :

$$\tilde{\tau}_Y = -\varepsilon_5 + \dot{\rho}_5 - K_9 \varepsilon_6 - K_{10} \text{sig}(\varepsilon_6)^r \quad (5.80)$$

est stable en temps fini. c'est-à-dire $(X \rightarrow X_d, v_X \rightarrow \rho_3, Y \rightarrow Y_d, \text{ et } v_Y \rightarrow \rho_5)$.

Preuve. 5.5.3 La démonstration est une application directe du backstepping.

Etape. 1 L'écart $\delta_3 = X - X_d$ est défini comme l'erreur entre la position actuelle et la position désirée, on considère la fonction de Lyapunov \mathcal{L}_3 , associée à δ_3 :

$$\mathcal{L}_3 = \frac{1}{2} \delta_3^T \delta_3. \quad (5.81)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov \mathcal{L}_3 s'écrit :

$$\dot{\mathcal{L}}_3 = \delta_3^T \dot{\delta}_3 = \delta_3^T (\rho_3 - \dot{X}_d) + \delta_3^T (v_X - \rho_3) \quad (5.82)$$

Soit $K_3 = \text{diag}[k_{3,1}, k_{3,2}]^T \in \mathbb{R}_{+*}^{2 \times 2}$ et $K_4 = \text{diag}[k_{4,1}, k_{4,2}]^T \in \mathbb{R}_+^{2 \times 2}$ sont des matrices de gains positifs. La stabilisation de δ_3 peut être assurée par l'introduction de la commande stabilisante :

$$\rho_3 = \dot{X}_d - K_3 \delta_3 - K_4 \text{sig}(\delta_3)^r \quad (5.83)$$

En remplaçant (5.83) dans (5.82), on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_3 = -\delta_3^T K_3 \delta_3 - \delta_3^T K_4 \text{sig}(\delta_3)^r + \delta_3^T (v_X - \rho_3) \quad (5.84)$$

Nous nous concentrons uniquement sur les deux premiers termes de (5.84), le troisième terme sera éliminé dans l'étape suivante. Par conséquent, on peut écrire :

$$\dot{\mathcal{L}}_3 = -\sum_{i=1}^2 k_{3,i} |\delta_{3,i}|^2 - \sum_{i=1}^2 k_{4,i} |\delta_{3,i}|^{1+r} \quad (5.85)$$

On définit $\tilde{K}_3 = \min\{k_{3,1}, k_{3,2}\}$ et $\tilde{K}_4 = \min\{k_{4,1}, k_{4,2}\}$, l'expression (5.85) donne :

$$\dot{\mathcal{L}}_3 \leq -\tilde{K}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^2 - \tilde{K}_4 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^{1+r} \quad (5.86)$$

peut s'écrire aussi :

$$\dot{\mathcal{L}}_3 \leq -2\tilde{K}_3 \left[\sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} |\delta_{3,i}|^2 \right] - 2^\alpha \tilde{K}_4 \left[\sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} |\delta_{3,i}|^2 \right]^\alpha \quad (5.87)$$

On définit $\gamma_3 = 2\tilde{K}_3$ et $\gamma_4 = 2^\alpha \tilde{K}_4$, l'expression (5.87) devient :

$$\dot{\mathcal{L}}_3 \leq -\gamma_3 \mathcal{L}_3 - \gamma_4 \mathcal{L}_3^\alpha \quad (5.88)$$

Selon le critère de stabilité en temps fini 3.3.2, l'écart δ_3 converge en temps fini vers zéro avec un temps d'établissement :

$$t_3^* \leq \frac{1}{\gamma_3(1-\alpha)} \ln \frac{\gamma_3 \mathcal{L}_3(\delta_3(0))^{1-\alpha} + \gamma_4}{\gamma_4} \quad (5.89)$$

Etape. 2 Dans (5.84), l'expression $\delta_4 = v_X - \rho_3$ apparaît, qu'on peut définir comme l'écart entre la vitesse réelle et une commande en vitesse virtuelle. La convergence de δ_4 entraînerait naturellement la convergence de δ_3 , puisque la vitesse tendrait vers la vitesse virtuelle. On considère maintenant la fonction candidate de Lyapunov augmentée \mathcal{L}_4 :

$$\mathcal{L}_4 = \mathcal{L}_3 + \frac{1}{2}\delta_4^T \delta_4 \quad (5.90)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov \mathcal{L}_4 s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_4 = & -\delta_3^T K_3 \delta_3 - \delta_3^T K_4 \text{sig}(\delta_3) + \delta_3^T \dot{\delta}_4 + \delta_4^T \left[\frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y_d) - \dot{\rho}_3 + \frac{1}{m} F_{X_{ext}} \right] \\ & + \delta_4^T \left[\frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y) - \frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y_d) \right] \end{aligned} \quad (5.91)$$

Soit $K_5 = \text{diag}[k_{5,1}, k_{5,2}] \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ et $K_6 = \text{diag}[k_{6,1}, k_{6,2}] \in \mathbb{R}_+^{2 \times 2}$. La stabilisation de δ_4 peut être assurée en introduisant la commande stabilisante suivante :

$$\frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y_d) \equiv \rho_4 = -\delta_3 + \dot{\rho}_3 - K_5 \delta_4 - K_6 \text{sig}(\delta_4)^r \quad (5.92)$$

Il est évident de noter que la dérivée de ρ_3 sera infinie dans l'expression (5.92) lorsque $\delta_3 = 0$ et $\dot{\delta}_3 \neq 0$ grâce à ($r - 1 < 0$), la commande virtuelle ρ_4 ne peut pas être définie. Afin d'éviter le problème de la singularité, la définition suivante de $\dot{\rho}_3$ est donnée par :

$$\dot{\rho}_3 = \ddot{X}_d - k_3 \beta(\delta_3) - K_4 \beta(\delta_3) \quad (5.93)$$

La fonction $\beta(\delta_3) \in \mathbb{R}^2$ est définie par

$$\beta(\delta_{3,i}) = \begin{cases} r |\delta_{3,i}|^{r-1} \dot{\delta}_{3,i} & \text{si } |\delta_{3,i}| \geq \mu_{3,i} \text{ et } \dot{\delta}_{3,i} \neq 0 \\ r |\mu_{3,i}|^{r-1} \dot{\delta}_{3,i} & \text{si } |\delta_{3,i}| \leq \mu_{3,i} \text{ et } \dot{\delta}_{3,i} \neq 0 \\ 0 & \dot{\delta}_{3,i} = 0 \end{cases} \quad (5.94)$$

où $\mu_3 = [\mu_{3,1}, \mu_{3,2}]^T$, avec $\mu_{3,i}$ est une constante petite et positive, avec $i = \{1, 2\}$.

En substituant (5.92) dans (5.91), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_4 = & -\delta_3^T K_3 \delta_3 - \delta_3^T K_4 \text{sig}(\delta_3) - \delta_4^T [K_5 \delta_4 + K_6 \text{sig}(\delta_4)^r - \frac{1}{m} F_{X_{ext}}] \\ & + \delta_4^T \left[\frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y) - \frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y_d) \right] \end{aligned} \quad (5.95)$$

On définit $K_5 = \text{diag}[k_{5,1}, k_{5,2}] \in \mathbb{R}_{+*}^{2 \times 2}$ et $K_6 = \text{diag}[k_{6,1}, k_{6,2}] \in \mathbb{R}_{+*}^{2 \times 2}$, le quatrième terme de l'expression (5.95) sera éliminé dans l'étape suivante. Soit $\tilde{K}_5 = \min\{k_{5,1}, k_{5,2}\}$ et $\tilde{K}_6 = \{k_{6,1}, k_{6,2}\}$. En prenant l'hypothèse (5.2.2), l'expression (5.95) peut être majorée sous les deux formes suivantes :

$$\dot{\mathcal{L}}_4 \leq -\tilde{K}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^2 - \tilde{K}_4 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_5 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^2 - \left[\sum_{i=1}^2 k_{6,i} |\delta_{4,i}|^{1+r} - \sum_{i=1}^2 L_i \delta_{4,i} \right] \quad (5.96)$$

$$\dot{\mathcal{L}}_4 \leq -\tilde{K}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^2 - \tilde{K}_4 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_6 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^{1+r} - \left[\sum_{i=1}^2 k_{5,i} |\delta_{4,i}|^2 - \sum_{i=1}^2 L_i \delta_{4,i} \right]$$

L'expression (5.96) peut aussi être majorée sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{K}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^2 - \tilde{K}_4 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_5 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^2 - \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^{1+r} \left[k_{6,i} - \frac{L_i}{|\delta_{4,i}|^r} \right] \\ \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{K}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^2 - \tilde{K}_4 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_6 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^{1+r} - \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^2 \left[k_{5,i} - \frac{L_i}{|\delta_{4,i}|} \right]\end{aligned}\quad (5.97)$$

Soient

$$\begin{aligned}\nu_{2,i} &= k_{6,i} - \frac{L_i}{|\delta_{4,i}|^r} \\ \nu_{3,i} &= k_{5,i} - \frac{L_i}{|\delta_{4,i}|}\end{aligned}\quad (5.98)$$

Pour que $\nu_{2,i}$ et $\nu_{3,i}$ soient positifs, il faut que :

$$|\delta_{4,i}| > \left[\frac{L_i}{k_{6,i}} \right]^{\frac{1}{r}}; \quad |\delta_{4,i}| > \left[\frac{L_i}{k_{5,i}} \right]\quad (5.99)$$

Soit $\tilde{\nu}_2 = \min\{\nu_{2,1}, \nu_{2,2}\}$ et $\tilde{\nu}_3 = \min\{\nu_{3,1}, \nu_{3,2}\}$. En substituant (5.98) dans (5.97), on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{K}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^2 - \tilde{K}_4 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_5 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^2 - \tilde{\nu}_2 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^{1+r} \\ \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{K}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^2 - \tilde{K}_4 \sum_{i=1}^2 |\delta_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_6 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^{1+r} - \tilde{\nu}_3 \sum_{i=1}^2 |\delta_{4,i}|^2\end{aligned}\quad (5.100)$$

On définit $\gamma_5 = 2\tilde{K}_5$, $\gamma_6 = 2^\alpha \tilde{\nu}_2$, $\bar{\gamma}_5 = 2\tilde{\nu}_3$ et $\bar{\gamma}_6 = 2^\alpha \tilde{K}_6$. Pour obtenir les formes exigées par le lemme 3.3.4, l'expression (5.100) devient :

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\gamma_3 \left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 \right] - \gamma_4 \left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 \right]^\alpha - \gamma_5 \left[\frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right] - \gamma_6 \left[\frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right]^\alpha \\ \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\gamma_3 \left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 \right] - \gamma_4 \left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 \right]^\alpha - \bar{\gamma}_5 \left[\frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right] - \bar{\gamma}_6 \left[\frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right]^\alpha\end{aligned}\quad (5.101)$$

On définit maintenant $\tilde{\gamma}_3 = \min\{\gamma_3, \gamma_5\}$, $\tilde{\gamma}_4 = \min\{\gamma_4, \gamma_6\}$, $\tilde{\gamma}_5 = \min\{\gamma_3, \bar{\gamma}_5\}$ et $\tilde{\gamma}_6 = \min\{\gamma_4, \bar{\gamma}_6\}$, l'expression (5.101) satisfait l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_3 \left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 + \frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right] - \tilde{\gamma}_4 \left(\left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 \right]^\alpha + \left[\frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right]^\alpha \right) \\ \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_5 \left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 + \frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right] - \tilde{\gamma}_6 \left(\left[\frac{1}{2} \|\delta_3\|^2 \right]^\alpha + \left[\frac{1}{2} \|\delta_4\|^2 \right]^\alpha \right)\end{aligned}\quad (5.102)$$

Pour obtenir les formes exigées par le lemme 3.3.3, les expressions (5.102) peuvent s'écrire

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_3 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_4 \mathcal{L}_4^\alpha \\ \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_5 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_6 \mathcal{L}_4^\alpha\end{aligned}\quad (5.103)$$

D'après le critère de stabilité (3.5), la stabilité en temps fini est garantie. Par conséquent, les écarts $\delta_{4,i}$ convergent en temps fini vers les régions

$$|\delta_{4,i}| \leq \Delta_{X_i} = \min\{\Delta_{1,i}, \Delta_{2,i}\}\quad (5.104)$$

avec

$$\Delta_{1,i} = \left[\frac{L_i}{k_{6,i}} \right]^{\frac{1}{r}} ; \quad \Delta_{2,i} = \left[\frac{L_i}{k_{5,i}} \right] \quad (5.105)$$

les régions Δ_{X_i} peuvent être garanties suffisamment petite, quand $[L_i/k_{6,i} < 1]$ et $[L_i/k_{5,i} < 1]$. Par conséquent, nous pouvons choisir $k_{5,i}$ et $k_{6,i}$ tel que :

$$k_{5,i} > L_i \quad \text{et} \quad k_{6,i} > L_i. \quad (5.106)$$

Remarque. 11 *Lorsqu'on sélectionne les gains $K_3 = 0_{2 \times 2}$ et $K_5 = 0_{2 \times 2}$, les expressions (5.103) deviennent :*

$$\dot{\mathcal{L}}_4 \leq -\tilde{\gamma}_4 \mathcal{L}_4^\alpha \quad (5.107)$$

D'après le critère de stabilité (3.9), la stabilité en temps fini est garantie. Par conséquent, les écarts $\delta_{4,i}$ convergent en temps fini vers les régions $\Delta_{1,i}$ dans (5.105).

Etape. 3 Le processus de backstepping continue en considérant le quatrième terme de (5.91) comme une nouvelle variable d'erreur :

$$\delta_5 = \frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y) - \frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y_d) \quad (5.108)$$

En combinant (5.108) avec (5.103), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_3 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_4 \mathcal{L}_4^\alpha + \delta_4^T \delta_5 \\ \mathcal{L}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_5 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_6 \mathcal{L}_4^\alpha + \delta_4^T \delta_5 \end{aligned} \quad (5.109)$$

Le processus de la méthode de backstepping nécessiterait la définition d'une troisième fonction de Lyapunov en augmentant \mathcal{L}_4 avec une fonction positive de δ_5 , mais cela conduit à des lois de commande plus complexes. Pour cette raison, on fait la transformation non-linéaire qui suit.

5.5.5 Transformation non-linéaire

La commande virtuelle $\frac{\mathbf{T}_z}{m} \mathcal{R}(\psi) T_0(Y_d)$ est une fonction des trajectoires de consigne de roulis et de tangage $Y_d = [\phi_d, \theta_d]^T$. Donc, à partir de (5.92), cette loi de commande peut être inversée pour calculer les commandes de roulis et de tangage.

$$Y_d = \tan^{-1} \left[\frac{m}{\mathbf{T}_z} \mathcal{R}^T(\psi) \rho_4 \right] \quad (5.110)$$

Maintenant, une nouvelle variable d'erreur est définie par :

$$\varepsilon_5 = Y - Y_d \quad (5.111)$$

la procédure de la méthode de backstepping est appliquée pour obtenir une loi de commande qui force ε_5 à converger vers zéro. En raison du changement de l'écart auxiliaire, nous ne pouvons pas éliminer le terme $\delta_4^T \delta_5$ dans (5.109). Cependant, à partir de (5.108) et (5.111), nous sommes assurés que lorsque $\varepsilon_5 \rightarrow 0$, alors $\delta_5 \rightarrow 0$.

La nouvelle fonction candidate de Lyapunov \mathcal{L}_5 est donnée par :

$$\mathcal{L}_5 = \frac{1}{2} \varepsilon_5^T \varepsilon_5 \quad (5.112)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov \mathcal{L}_5 s'écrit :

$$\dot{\mathcal{L}}_5 = \varepsilon_5^T [\rho_5 - \dot{Y}_d] + \varepsilon_5^T [v_Y - \rho_5] \quad (5.113)$$

Soit $K_7 = \text{diag}[k_{7,1}, k_{7,2}] \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. et $K_8 = \text{diag}[k_{8,1}, k_{8,2}] \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. La stabilisation de δ_5 peut être assurée en introduisant la commande stabilisante :

$$\rho_5 = \dot{Y}_d - K_7 \varepsilon_5 - K_8 \text{sig}(\varepsilon_5)^r \quad (5.114)$$

En substituant (5.114) dans (5.113), on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_5 = -\varepsilon_5^T K_7 \varepsilon_5 - \varepsilon_5^T K_8 \text{sig}(\varepsilon_5)^r + \varepsilon_5^T [v_Y - \rho_5] \quad (5.115)$$

Nous nous concentrons uniquement sur les deux premiers termes de (5.115), le troisième sera éliminé dans l'étape suivante. D'où, on a

$$\dot{\mathcal{L}}_5 \leq -\tilde{K}_7 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^2 - \tilde{K}_8 \left[\sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^2 \right]^\alpha \quad (5.116)$$

Avec $\tilde{K}_7 = \min\{k_{7,1}, k_{7,2}\}$ et $\tilde{K}_8 = \min\{k_{8,1}, k_{8,2}\}$. On définit $\gamma_7 = 2\tilde{K}_7$, $\gamma_8 = 2^\alpha \tilde{K}_8$. Pour obtenir les formes exigées par le lemme 3.3.3, l'expression (5.116) devient

$$\dot{\mathcal{L}}_5 \leq -\gamma_7 \mathcal{L}_5 - \gamma_8 \mathcal{L}_5^\alpha \quad (5.117)$$

Selon le critère de stabilité en temps fini (3.5), l'écart δ_3 converge en temps fini vers zéro avec un temps de stabilisation :

$$t_5^* \leq \frac{1}{\gamma_7(1-\alpha)} \ln \frac{\gamma_7 \mathcal{L}_5(\delta_5(0))^{1-\alpha} + \gamma_8}{\gamma_8} \quad (5.118)$$

Etape. 4 Le processus de backstepping continue en considérant le troisième terme de (5.115) comme une nouvelle variable d'erreur :

$$\varepsilon_6 = v_Y - \rho_5 \quad (5.119)$$

On considère maintenant la fonction candidate de Lyapunov augmentée \mathcal{L}_6 :

$$\mathcal{L}_6 = \mathcal{L}_5 + \frac{1}{2} \varepsilon_6^T \varepsilon_6 \quad (5.120)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov devient

$$\dot{\mathcal{L}}_6 \leq -\varepsilon_5^T K_7 \varepsilon_5 - \varepsilon_5^T K_8 \text{sig}(\varepsilon_5)^r + \varepsilon_5^T \varepsilon_6 + \varepsilon_6^T [\tilde{\tau}_Y + \mathcal{M}_{Y_{ext}} - \dot{\rho}_5] \quad (5.121)$$

Soit $K_9 = \text{diag}[k_{9,1}, k_{9,2}] \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. et $K_{10} = \text{diag}[k_{10,1}, k_{10,2}] \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. La stabilisation de sous-système Σ_3 peut être assurée en introduisant la commande $\tilde{\tau}_Y$:

$$\tilde{\tau}_Y = -\varepsilon_5 + \dot{\rho}_5 - K_9 \varepsilon_6 - K_{10} \text{sig}(\varepsilon_6)^r \quad (5.122)$$

Il est évident que la dérivée de ρ_5 sera infinie dans l'expression (5.122) lorsque $\varepsilon_5 = 0$ et $\dot{\varepsilon}_3 \neq 0$ grâce à ($r - 1 < 0$), la commande $\tilde{\tau}_Y$ ne peut pas être définie et la singularité sera atteinte. Afin d'éviter le problème de la singularité, la définition suivante de $\dot{\rho}_5$ est exprimée par :

$$\dot{\rho}_5 = \ddot{Y}_d - K_7 \dot{\varepsilon}_5 - K_8 \beta(\varepsilon_5) \quad (5.123)$$

Avec $\beta(\varepsilon_5) \in \mathbb{R}^2$ définie par :

$$\beta(\varepsilon_{5,i}) = \begin{cases} r|\varepsilon_{5,i}|^{r-1}\dot{\varepsilon}_{5,i} & \text{si } |\varepsilon_{5,i}| \geq \mu_{5,i} \text{ et } \dot{\varepsilon}_{5,i} \neq 0 \\ r|\mu_{5,i}|^{r-1}\dot{\varepsilon}_{5,i} & \text{si } |\varepsilon_{5,i}| \leq \mu_{5,i} \text{ et } \dot{\varepsilon}_{5,i} \neq 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_{5,i} = 0 \end{cases} \quad (5.124)$$

où $\mu_5 = [\mu_{5,1}, \mu_{5,2}]^T$, avec $\mu_{5,i}$ une constante petite et positive, $i = \{1, 2\}$.

En substituant (5.122) dans (5.121), on obtient :

$$\dot{\mathcal{L}}_6 \leq -\varepsilon_5^T K_7 \varepsilon_5 - \varepsilon_5^T K_8 \text{sig}(\varepsilon_5)^r - \varepsilon_6^T [K_9 \varepsilon_6 + K_{10} \text{sig}(\varepsilon_6)^r - \mathcal{M}_{Y_{ext}}] \quad (5.125)$$

Soit $\tilde{K}_9 = \min\{k_{9,1}, k_{9,2}\}$ et $\tilde{K}_{10} = \min\{k_{10,1}, k_{10,2}\}$. L'expression (5.125) peut s'écrire sous les deux formes suivantes :

$$\dot{\mathcal{L}}_6 \leq -\tilde{K}_7 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^2 - \tilde{K}_8 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^{1+r} - \tilde{K}_9 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^2 - \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^{1+r} \left[k_{10,i} - \frac{L_{3,i}}{|\varepsilon_{6,i}|^r} \right] \quad (5.126)$$

$$\dot{\mathcal{L}}_6 \leq -\tilde{K}_7 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^2 - \tilde{K}_8 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_{10} \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^{1+r} - \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^2 \left[k_{9,i} - \frac{L_{3,i}}{|\varepsilon_{6,i}|} \right]$$

Soient

$$\begin{aligned} \nu_{4,i} &= k_{10,i} - \frac{L_{3,i}}{|\varepsilon_{6,i}|^r} \\ \nu_{5,i} &= k_{9,i} - \frac{L_{3,i}}{|\varepsilon_{6,i}|} \end{aligned} \quad (5.127)$$

Pour que $\nu_{4,i}$ et $\nu_{5,i}$ soient positifs, il faut que :

$$|\varepsilon_{6,i}| > \left[\frac{L_{3,i}}{k_{10,i}} \right]^{\frac{1}{r}}; \quad |\varepsilon_{6,i}| > \left[\frac{L_{3,i}}{k_{9,i}} \right] \quad (5.128)$$

Soit $\tilde{\nu}_4 = \min\{\nu_{4,1}, \nu_{4,2}\}$ et $\tilde{\nu}_5 = \min\{\nu_{5,1}, \nu_{5,2}\}$. En substituant (5.127) dans (5.126), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{K}_7 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^2 - \tilde{K}_8 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^{1+r} - \tilde{K}_9 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^2 - \tilde{\nu}_4 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^{1+r} \\ \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{K}_7 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{5,i}|^2 - \tilde{K}_8 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{3,i}|^{1+r} - \tilde{K}_{10} \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^{1+r} - \tilde{\nu}_5 \sum_{i=1}^2 |\varepsilon_{6,i}|^2 \end{aligned} \quad (5.129)$$

On définit $\gamma_9 = 2\tilde{K}_9$, $\gamma_{10} = 2^\alpha \tilde{\nu}_4$, $\bar{\gamma}_9 = 2\tilde{\nu}_5$ et $\bar{\gamma}_{10} = 2^\alpha \tilde{K}_{10}$. Pour obtenir les formes exigées par le lemme 4, l'expression (5.129) devient :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\gamma_7 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 \right] - \gamma_8 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 \right]^\alpha - \gamma_9 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right] - \gamma_{10} \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right]^\alpha \\ \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\gamma_7 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 \right] - \gamma_8 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 \right]^\alpha - \bar{\gamma}_9 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right] - \bar{\gamma}_{10} \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right]^\alpha \end{aligned} \quad (5.130)$$

On définit maintenant $\tilde{\gamma}_7 = \min\{\gamma_7, \gamma_9\}$, $\tilde{\gamma}_8 = \min\{\gamma_8, \gamma_{10}\}$, $\tilde{\gamma}_9 = \min\{\gamma_7, \bar{\gamma}_9\}$ et $\tilde{\gamma}_{10} = \min\{\gamma_8, \bar{\gamma}_{10}\}$, l'expression (5.130) satisfait l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{\gamma}_7 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 + \frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right] - \tilde{\gamma}_8 \left(\left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 \right]^\alpha + \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right]^\alpha \right) \\ \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{\gamma}_9 \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 + \frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right] - \tilde{\gamma}_{10} \left(\left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_5\|^2 \right]^\alpha + \left[\frac{1}{2} \|\varepsilon_6\|^2 \right]^\alpha \right) \end{aligned} \quad (5.131)$$

Donc

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{\gamma}_7 \mathcal{L}_6 - \tilde{\gamma}_8 \mathcal{L}_6^\alpha \\ \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{\gamma}_9 \mathcal{L}_6 - \tilde{\gamma}_{10} \mathcal{L}_6^\alpha\end{aligned}\quad (5.132)$$

D'après le lemme 3.3.2, la stabilité en temps fini est garantie, et les trajectoires d'état du sous-système supérieur convergent vers une trajectoire de consigne en temps fini. Par conséquent, les écarts ε_6 convergent en temps fini vers les régions

$$|\varepsilon_{6,i}| \leq \Delta_{Y_i} = \min\{\Delta_{3,i}, \Delta_{4,i}\} \quad (5.133)$$

Où

$$\Delta_{3,i} = \left[\frac{L_{3,i}}{k_{10,i}} \right]^{\frac{1}{r}} ; \quad \Delta_{4,i} = \left[\frac{L_{3,i}}{k_{9,i}} \right] \quad (5.134)$$

Les régions Δ_{Y_i} peuvent être garanties suffisamment petites quand $\left[\frac{L_{3,i}}{k_{10,i}} < 1 \right]$ et $\left[\frac{L_{3,i}}{k_{9,i}} < 1 \right]$. Par conséquent, nous pouvons choisir $k_{9,i}$ et $k_{10,i}$ tels que

$$k_{9,i} > L_{3,i} \quad \text{et} \quad k_{10,i} > L_{3,i}. \quad (5.135)$$

5.5.6 Stabilité des systèmes interconnectés

Nous allons maintenant démontrer la stabilité du système (5.78). Le système contrôlé a une structure de deux sous-systèmes interconnectés décrivant la dynamique de longitude et latitude en cascade avec un sous-système inférieur décrivant la dynamique de roulis et de tangage. La dynamique de longitude et de latitude en boucle fermée peut être écrite sous la forme.

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_3 &= \delta_4 - K_3 \delta_3 - K_4 \text{sig}(\delta_3)^r \\ \dot{\delta}_4 &= -\delta_3 - K_5 \delta_4 - K_6 \text{sig}(\delta_4)^r + F_{X_{ext}}\end{aligned}\quad (5.136)$$

avec la fonction de Lyapunov suivante :

$$\mathcal{L}_4 = \frac{1}{2} \delta_3^T \delta_3 + \frac{1}{2} \delta_4^T \delta_4 \quad (5.137)$$

et sa dérivée vérifiant

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_3 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_4 \mathcal{L}_4^\alpha + \delta_4^T \delta_5 \\ \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_5 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_6 \mathcal{L}_4^\alpha + \delta_4^T \delta_5\end{aligned}\quad (5.138)$$

La dynamique de roulis et de tangage en boucle fermée est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_5 &= \varepsilon_6 - K_7 \varepsilon_5 - K_8 \text{sig}(\varepsilon_5)^r \\ \dot{\varepsilon}_6 &= -\varepsilon_5 - K_9 \varepsilon_6 - K_{10} \text{sig}(\varepsilon_6)^r + \mathcal{M}_{Y_{ext}}\end{aligned}\quad (5.139)$$

avec la fonction de Lyapunov suivante :

$$\mathcal{L}_4 = \frac{1}{2} \delta_3^T \delta_3 + \frac{1}{2} \delta_4^T \delta_4 \quad (5.140)$$

et sa dérivée vérifiant

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{\gamma}_7 \mathcal{L}_6 - \tilde{\gamma}_8 \mathcal{L}_6^\alpha \\ \dot{\mathcal{L}}_6 &\leq -\tilde{\gamma}_9 \mathcal{L}_6 - \tilde{\gamma}_{10} \mathcal{L}_6^\alpha\end{aligned}\quad (5.141)$$

Le terme δ_5 dans (5.108) est dépendant de l'écart ε_5 . Lorsque ε_5 tend vers zéro, le terme $T_0(Y)$ tend vers $T_0(Y_d)$ et par conséquent δ_5 tend vers zéro. De (5.139), (5.140) et (5.141), il est clair que le sous-système décrivant la longitude et la latitude est stable. La trajectoire ε_5 converge vers zéro en temps fini. Par conséquent δ_5 tend aussi vers zéro. Donc, l'expression (5.138) devient

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_3 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_4 \mathcal{L}_4^\alpha \\ \dot{\mathcal{L}}_4 &\leq -\tilde{\gamma}_5 \mathcal{L}_4 - \tilde{\gamma}_6 \mathcal{L}_4^\alpha\end{aligned}\quad (5.142)$$

De (5.136), (5.137) et (5.142), il est clair que le sous-système décrivant la dynamique de roulis et de tangage est stable.

Remarque. 12 Afin de simplifier la loi de commande (5.122). Les commandes virtuelles (5.83) et (5.114) peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}\rho_3 &= \dot{X}_d - K_3 \delta_3 \\ \rho_5 &= \dot{Y}_d - K_7 \varepsilon_7\end{aligned}\quad (5.143)$$

5.5.7 Résultats et Simulations

Les performances de la commande robuste par backstepping sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du birotor coaxial. L'évaluation est réalisée pour voir la capacité de la commande à garantir une bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de trajectoire. Les valeurs initiales sont définies comme suit : $\xi(0) = [0, 0, 0]^T m$ et $\eta(0) = [0, 0, 0.3]^T rad$, les vitesses linéaires et angulaires sont sélectionnées à 0.

Plusieurs tests de vol ont été faits pour démontrer les performances de la commande proposée. Premièrement, une application qui ne prend pas en compte les perturbations externes. Dans le deuxième cas, une application avec les termes des perturbations externes qui sont données par : $\Delta J = 0.5 J \text{ kg.m}^2$, $\frac{1}{m} F_{ext} = [0.5 \sin(0.1t) \ 0.5 \sin(0.1t) \ \sin(0.1t)]^T \text{ N}$ se produisant à 10, 30, 40 seconde, respectivement. $\mathcal{M}_{ext} = [0.2 \sin(0.1t), 0.2 \sin(0.1t), 0.4 \sin(0.1t)]^T \text{ N.m.}$ se produisant à 0 seconde. Les deux remarques 10 et 12 ont été prises en compte. Les paramètres de contrôleur sont donnés par :

- pour le contrôle d'altitude et de lacet :

$$k_{1z} = k_{1\psi} = 1 \quad k_{2z} = k_{2\psi} = 2.5 \quad r = 0.7 \quad \varepsilon = 0.6$$

- pour le contrôle de longitude et latitude

$$k_{3,i} = 0.6 \quad k_{5,i} = k_{9,i} = k_{7,i} = 1.5 \quad k_{6,i} = k_{10,i} = 2.5$$

Cas a : Test de vol sans perturbations externes

Dans ce cas, on ne prend pas en compte les termes de perturbations externes, c'est-à-dire $F_{ext} = \mathcal{M}_{ext} = \Delta J = 0$.

La figure 5.7 montre l'évolution du véhicule pendant le vol. Sur la base de ces résultats, on peut voir que, la commande proposée est capable de forcer les trajectoires du système à converger vers les trajectoires de référence.

Cas b : Test de vol en présence des perturbations externes

Dans ce cas, les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique de

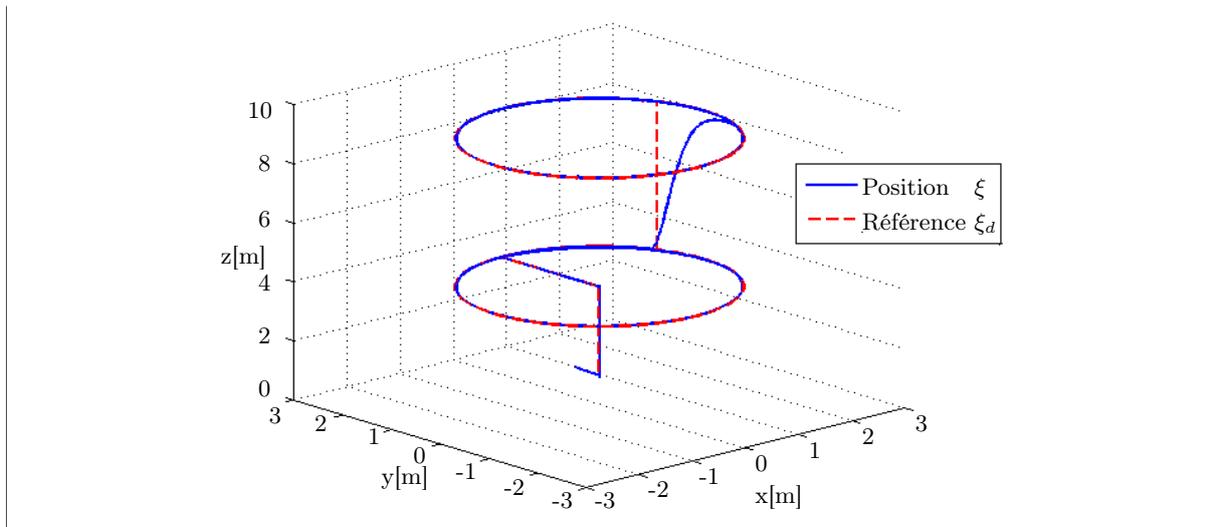
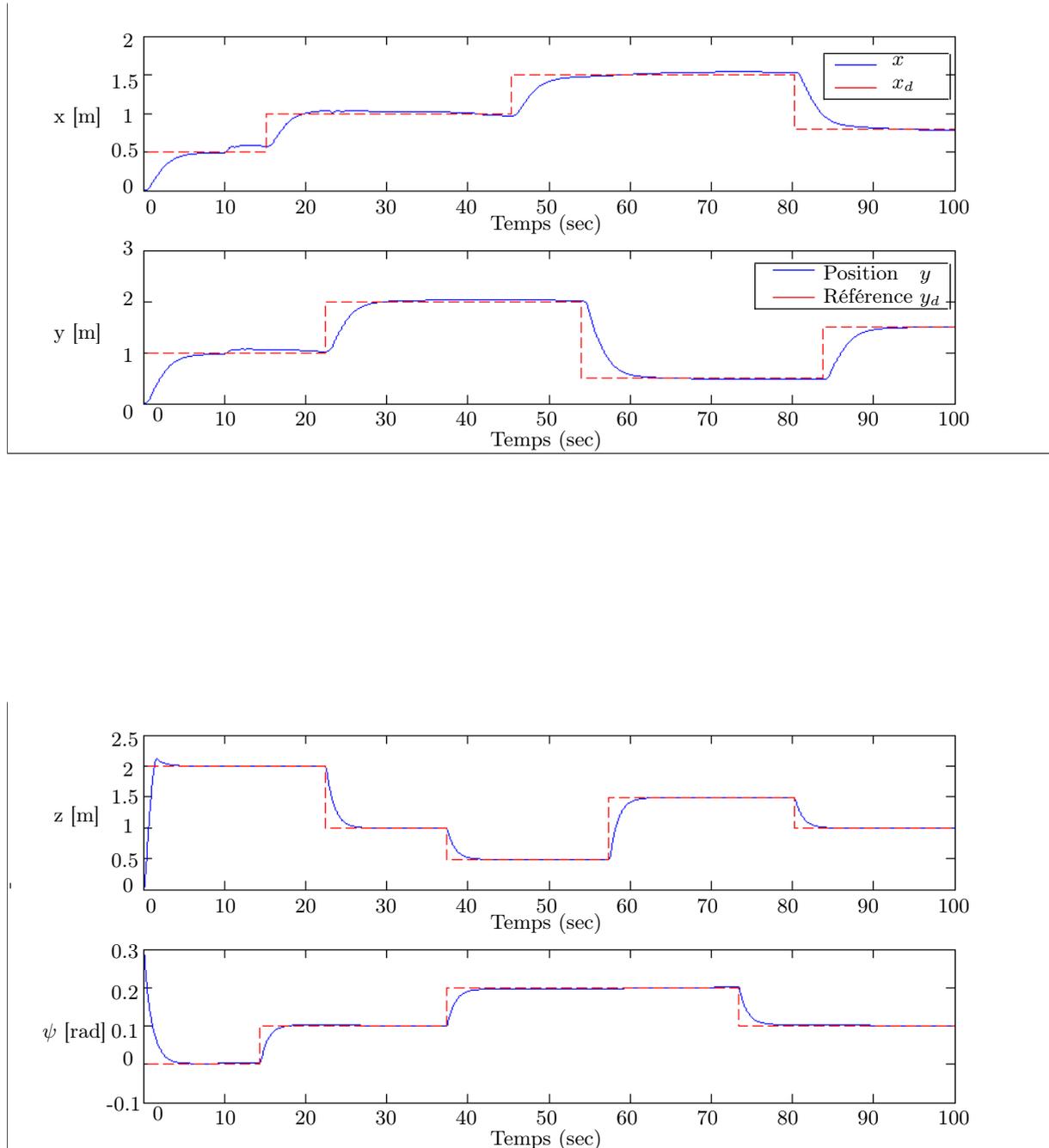


FIGURE 5.7 – Évolution du drone le long de la trajectoire

birotor coaxial. On a représenté sur la figure 5.8 l'évolution de la position de translation et de lacet au cours du temps. Lorsque les termes de perturbations aérodynamiques sont introduits, le birotor coaxial est capable de suivre les trajectoires de référence. L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentés sur la figure 5.9. Ces deux trajectoires générées par le contrôleur latéral et longitudinal varient pour aider le véhicule à suivre la trajectoire de position ξ_d , cela montre l'efficacité de la stratégie de commande proposée (voire Figure 5.6). Il est important de remarquer que les angles de roulis et de tangage ne sont pas nuls, même lorsque le véhicule a rejoint la position de référence. Ce phénomène est dû à la présence des efforts aérodynamiques externes qui viennent perturber le drone. Les entrées de commande du système sont représentées sur la figure 5.10. Ils représentent les vitesses de rotation des rotors et les angles d'inclinaison du plateau cyclique. Il apparaît clairement que les signaux obtenus sont acceptables et physiquement réalisables. En conclusion, l'approche par la commande robuste par backstepping est très efficace et permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

La commande robuste par backstepping permet la stabilisation et le suivi de trajectoire du birotor coaxial en présence de perturbations externes. Elle permet d'utiliser un terme de commande non-linéaire afin de rejeter ou atténuer la perturbation sans chercher à l'estimer ou à mesurer afin de garantir la stabilité de la boucle fermée et assurer la convergence des trajectoires du système vers les trajectoires de consigne en temps fini. On peut facilement démontrer la stabilité du système en boucle fermée, dans la mesure où le processus conduit naturellement à extraire une fonction de Lyapunov pour le système dont la dérivée est définie négative. Cependant, bien que les étapes de définition de contrôles virtuels soient intuitives, il faut bien reconnaître que la loi de commande obtenue au final est complexe. En pratique, le réglage des gains est délicat, et laissé à l'appréciation de l'ingénieur automatique.

FIGURE 5.8 – Cas b : Les trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.

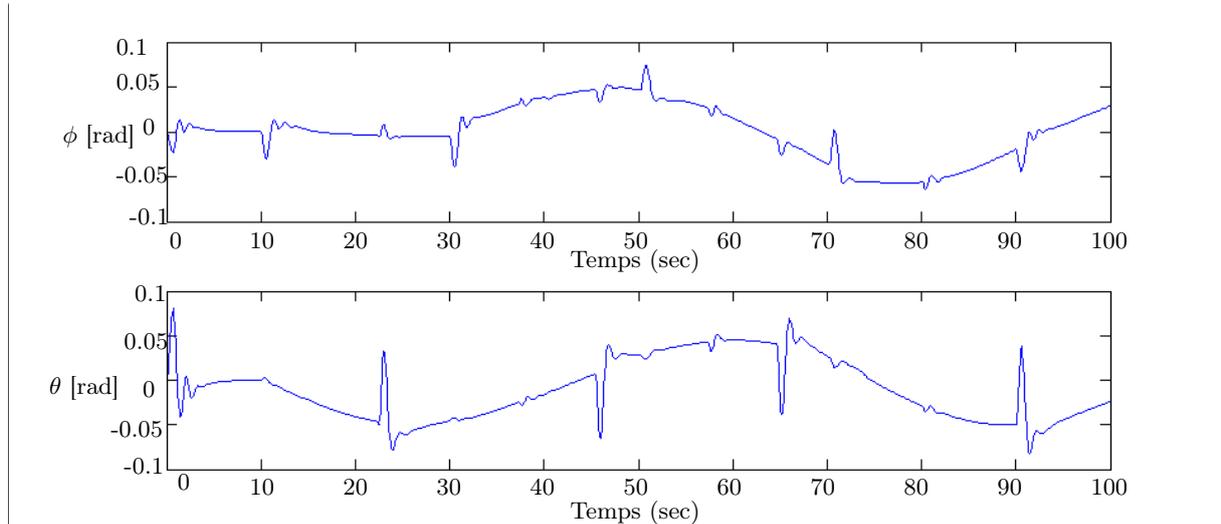
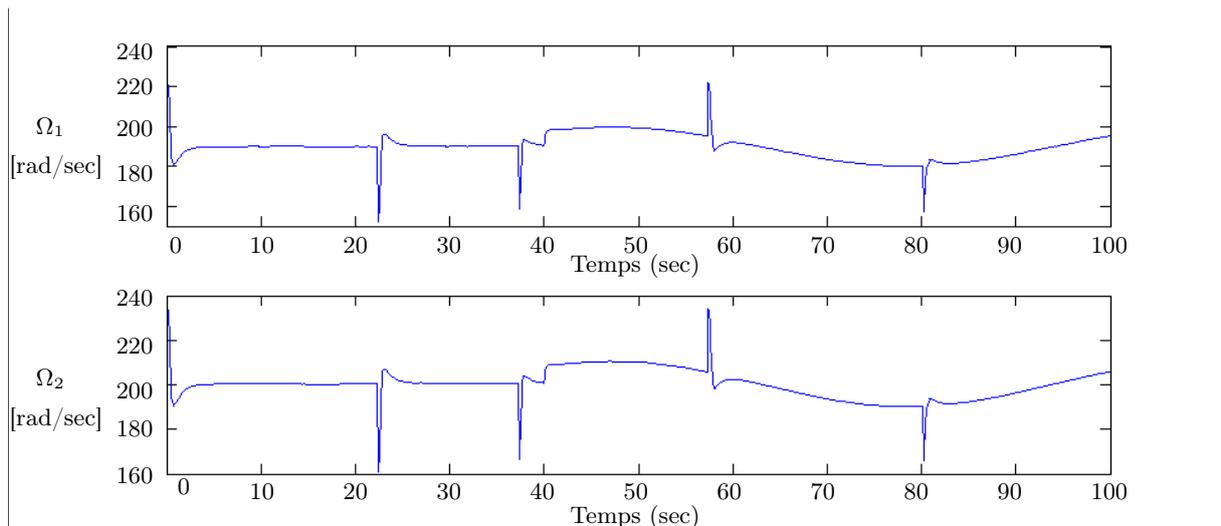


FIGURE 5.9 – Cas b : Les trajectoires de roulis et de tangage.



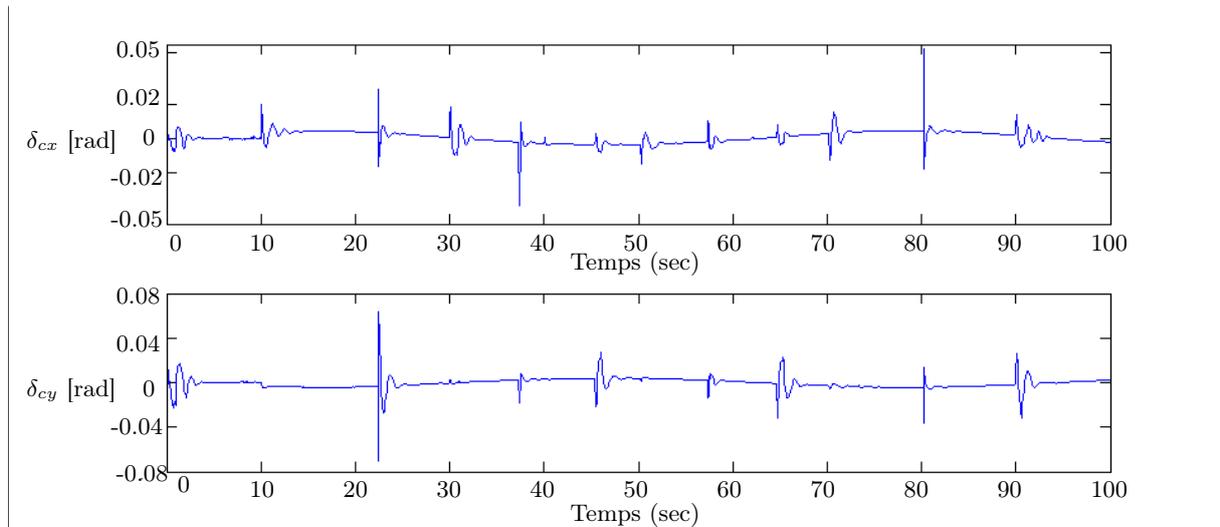


FIGURE 5.10 – Cas b : Vitesses de rotation Ω_1 et Ω_2 des rotors et les angles d'inclinaison δ_{cx} et δ_{cy} du plateau cyclique.

5.6 Conception d'un observateur à état étendu pour le birotor coaxial

Dans cette étude, un observateur à état étendu est utilisé en parallèle avec une commande par linéarisation approximative [Martini 2008b] appliquée sur le modèle approché d'un birotor coaxial. L'observateur à état étendu [Guo 2011] [Kori 2014] travaille comme un observateur et un estimateur des perturbations externes et les états du birotor coaxial. La régulation utilisée (observateur-contrôleur) permet l'utilisation d'un nombre réduit de capteurs.

5.6.1 Linéarisation exacte et découplage entrées-sorties

5.6.1.1 principe

La linéarisation exacte et le découplage entrées-sorties peuvent être vu comme une méthode pour transformer un modèle non-linéaire du système en un modèle linéaire ayant une forme plus simple. La linéarisation entrée-sortie signifie donc la création d'une relation différentielle linéaire entre la sortie du système et sa nouvelle entrée à travers un difféomorphisme constitué de la sortie et de ses dérivées par rapport au temps, et par conséquent, la dynamique du système non-linéaire original sera transformée en un système linéaire, découplé et commandable. Soit le système non-linéaire MIMO, où la dynamique des zéros n'existe pas, écrit sous sa forme générale :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) + G(x, t)u \\ y &= h(x, t) \end{aligned} \quad (5.144)$$

où $f(x, t) \in \mathbb{R}^n$, $h(x, t) = [h_1, h_2, \dots, h_m]^T \in \mathbb{R}^m$, $G(x, t) = [g_1, g_2, \dots, g_m] \in \mathbb{R}^{n \times m}$, et $g_i \in \mathbb{R}^n$, $\forall i = 1, 2, \dots, m$. Les états du système, les sorties et les entrées sont donnés par : $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$ et $u \in \mathbb{R}^m$.

Soit r_i le degré relatif du système par rapport à la sortie y_i . $\bar{r} = [r_1, r_2, \dots, r_m]^T$ le vecteur de

degré relatif, avec $r_t = \sum r_i$ le degré relatif total, telle que $r_t = n$.

L'objectif de cette théorie est de réaliser une loi de commande qui permet le suivi du signal sortie du système :

$$\delta_i^{(r_i)} = L_f^{(r_i)} h_i(x, t) - y_{id}^{(r_i)} \rightarrow 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m. \quad (5.145)$$

La linéarisation entrée-sortie va transformer le système non-linéaire en un système linéaire dé-couplé sous la forme :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ y_2^{(r_2)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x, t) \\ L_f^{r_2} h_2(x, t) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x, t) \end{bmatrix} + E(x, t)u \quad (5.146)$$

avec

$$E(x, t) = \begin{bmatrix} L_{g_1}(L_f^{r_1-1} h_1) & L_{g_2}(L_f^{r_1-1} h_1) & \cdots & L_{g_m}(L_f^{r_1-1} h_1) \\ L_{g_1}(L_f^{r_2-1} h_2) & L_{g_2}(L_f^{r_2-1} h_2) & \cdots & L_{g_m}(L_f^{r_2-1} h_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{g_1}(L_f^{r_m-1} h_m) & L_{g_2}(L_f^{r_m-1} h_m) & \cdots & L_{g_m}(L_f^{r_m-1} h_m) \end{bmatrix} \quad (5.147)$$

$L_f^{r_i} h_i(x, t)$ et $L_{g_j}(L_f^{r_j-1} h_j) \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, m$ sont les dérivés de Lie, $E(x, t)$ la matrice de découplage. Si $E(x, t)$ est inversible en tout point de x , alors la commande par retour d'état donnée par :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = E(x, t)^{-1} \begin{bmatrix} -L_f^{r_1} h_1(x, t) \\ -L_f^{r_2} h_2(x, t) \\ \vdots \\ -L_f^{r_m} h_m(x, t) \end{bmatrix} + E(x, t)^{-1} \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_m \end{bmatrix} \quad (5.148)$$

permet de compenser totalement les non linéarités de (5.144) en boucle fermée et d'établir une relation linéaire entre l'entrée ϑ_i la sortie y_i . Le système dé-couplé est donné par :

$$\begin{bmatrix} \delta_1^{(r_1)} \\ \delta_2^{(r_2)} \\ \vdots \\ \delta_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_1 & - & y_{1d}^{(r_1)} \\ \vartheta_2 & - & y_{2d}^{(r_2)} \\ \vdots & & \vdots \\ \vartheta_m & - & y_{md}^{(r_m)} \end{bmatrix} \quad (5.149)$$

Le système linéarisé (5.149) est alors une chaîne de r_i intégrateurs, où la commande $\vartheta = [\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_m]^T$ devra être choisie de telle sorte que la stabilité du système soit garantie. Dans ce qui suit, la commande ϑ sera choisie par :

$$\vartheta_i = y_{id}^{(r_i)} + c_{i,r_i-1} \left(y_i^{(r_i-1)} - y_{id}^{(r_i-1)} \right) + \cdots + c_{i,1} (\dot{y}_i - \dot{y}_{id}) + c_{i,0} (y_i - y_{id}) \quad (5.150)$$

avec $c_i^{(r_i)}$ choisis de telle sorte que le polynôme :

$$\lambda^{(r_i)} + c_{i,r_i-1} \lambda^{(r_i-1)} + \cdots + c_{i,1} \lambda + c_{i,0} = 0 \quad (5.151)$$

soit de Hurwitz. Évidemment, pour un degré relatif $r_t < n$, le système n'est plus linéarisable complètement par feedback, par conséquent, il n'est possible de linéariser le système de la forme (5.144) que partiellement, mais à l'inconvénient de rendre certaines dynamiques inobservables. Le système bouclé, dans les nouvelles coordonnées, est constitué d'un système sous forme canonique et d'un système non linéaire. Cette méthode ne peut être utilisée que pour des systèmes à déphasage minimal, c'est-à-dire lorsque la dynamique de zéro est nulle ou stable pour que la commande en boucle fermée sera également stable. En effet, l'application directe d'une telle commande à un système à phase strictement non minimale peut entraîner des effets néfastes, comme des oscillations sur la réponse des états internes ou tout simplement l'instabilité de la boucle fermée. Bien que les méthodes de linéarisation soient utiles pour simplifier l'étude et la commande des systèmes non linéaires, il reste néanmoins, qu'elles présentent certaines limitations concernant par exemple le manque de robustesse en présence des erreurs de modélisation et des perturbations externes.

5.6.2 Application de l'observateur à état étendu sur le birotor coaxial

5.6.2.1 Commande par linéarisation approximative sur le modèle approché

L'objectif de cette section est de concevoir un pilote automatique $(\mathbf{T}_z, \mathbf{\Gamma}_p)$ de birotor drone pour que les trajectoires de système suivent les trajectoires de consigne $\xi_d = [x_d \ y_d \ z_d]^T$ et ψ_d , c'est-à-dire tel que les écarts de suivi $\delta_\xi = \xi - \xi_d$ et $\delta_\psi = \psi - \psi_d$ convergent vers zéro. Le modèle approché du birotor coaxial (2.38) peut s'écrire aussi sous la forme

$$\begin{cases} \dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e - mgz_e + F_{ext} \\ \dot{\eta} &= \mathcal{W}_\eta \Omega \\ \dot{\Omega} &= -sk(\Omega)J\Omega + \mathbf{\Gamma}_p + \mathbf{\Gamma}_{ext} \end{cases} \quad (5.152)$$

Ce système possède 12 états $\mathbf{x} = [\xi^T \ v^T \ \eta^T \ \Omega^T]$ dont seulement 8 sont pilotés, à savoir les trois positions, les trois vitesses de translation, l'orientation autour du lacet et la vitesse angulaire autour du lacet. Le calcul des degrés relatifs est $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 2$, le degré relatif total a pour valeur $[r_t = \sum_{i=1}^4 r_i = 8 < 12]$. Par conséquent, la dynamique des zéros pour le birotor coaxial existe et est de dimension 4. De manière à garantir la stabilité du système, il est indispensable de vérifier la stabilité la dynamique interne en étudiant la dynamique de zéros. Le terme de couplage $(\Sigma \mathcal{R}_\eta z_e)$ induit une dynamique des zéros marginalement stable [Drouot 2013]. Donc, c'est un système à déphasage faiblement non-minimal. Dans ce cas, on propose la linéarisation approximative de système en négligeant les termes de perturbations F_{ext} et \mathcal{M}_{ext} , nous obtenons le modèle approché non-perturbé suivant :

$$\begin{cases} \dot{\xi}_a &= v_a \\ m\dot{v}_a &= \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e - mgz_e \\ \dot{\eta} &= \mathcal{W}_\eta \Omega \\ J\dot{\Omega} &= -sk(\Omega)J\Omega + \mathbf{\Gamma}_p \end{cases} \quad (5.153)$$

Pour diminuer la dimension de la dynamique de zéros du modèle approché (5.153), une procédure d'extension dynamique est utilisée par l'ajout de deux intégrateurs à l'entrée de commande \mathbf{T}_z .

$$\dot{T}_z = \bar{T}_z, \quad \ddot{T}_z = \tilde{T}_z \quad (5.154)$$

L'entrée du système \mathbf{T}_z et leur dérivée \bar{T}_z sont maintenant considérées comme des états internes du contrôleur. Par conséquent, le vecteur d'état du système (5.152) sera augmenté par :

$$\mathbf{x} = [\xi^T \quad \eta^T \quad v^T \quad \Omega^T \quad \bar{T}_z \quad \tilde{T}_z] \quad (5.155)$$

Maintenant, il est possible de définir une transformation qui conduit à des équations algébriquement moins compliquées qui sont appropriées pour la linéarisation approximative :

$$\begin{cases} \varsigma_3 & := \frac{1}{m} \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e - g z_e \\ \varsigma_4 & := \frac{1}{m} \bar{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e + \frac{1}{m} \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta sk(\Omega) z_e \\ \Gamma_p & := J\tilde{\Gamma} + sk(\Omega) J\Omega \end{cases} \quad (5.156)$$

Avec ce choix, le nouveau vecteur de commande devient $\omega_e = [\tilde{T}_z, \tilde{\Gamma}]^T$ dont toutes les composantes le système avec le même ordre dynamique de quatre. Cette approche offre un compromis entre les différents objectifs de contrôle du problème du suivi de trajectoire.

Nous différencions les sorties du système non-perturbé $\xi_a = (x_a, y_a, z_a)$ et ψ dans (5.153) jusqu'à ce qu'au moins une entrée apparaisse dans chaque équation de sortie. En différenciant ξ_a par rapport au temps, à l'aide de (5.156) nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{\xi}_a & = v_a \\ \ddot{\xi}_a & = \dot{v}_a = \varsigma_3 \\ \xi_a^{(3)} & = \ddot{v}_a = \dot{\varsigma}_3 = \varsigma_4 \\ \xi_a^{(4)} & = v_a^{(3)} = \dot{\varsigma}_3 = \dot{\varsigma}_4 \\ & = \frac{1}{m} \left[\tilde{T}_z \mathcal{R}_\eta z_e + 2\bar{T}_z \mathcal{R}_\eta sk(\Omega) z_e + \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta sk(\Omega) sk(\Omega) z_e - \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta sk(z_e) \tilde{\Gamma} \right] \end{cases} \quad (5.157)$$

En différenciant η dans (5.153) par rapport au temps, à l'aide de (5.156) nous obtenons :

$$\ddot{\eta} = \dot{W}_\eta \Omega + W_\eta \dot{\Omega} = \dot{W}_\eta \Omega + W_\eta \tilde{\Gamma} \quad (5.158)$$

De (5.158), l'expression de $\ddot{\psi}$ peut être déduite

$$\ddot{\psi} = z_e^T \dot{W}_\eta \Omega + z_e^T W_\eta \tilde{\Gamma} \quad (5.159)$$

Dans ce cas, les entrées de commande apparaissent explicitement dans (5.157) et (5.159). Par conséquent, le vecteur de degré relatif de l'hélicoptère coaxial est $\bar{r} = [4 \ 4 \ 4 \ 2]$.

Selon (5.157) et (5.159), nous pouvons construire le système étendu sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \xi_a^{(4)} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_\xi(\mathbf{x}) \\ b_\psi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_\xi(\mathbf{x}) \\ E_\psi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{T}_z \\ \tilde{\Gamma} \end{bmatrix} \\ &:= b_e(\mathbf{x}) + E_e(\mathbf{x}) \omega_e \end{aligned} \quad (5.160)$$

où

$$b_e(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} (2\bar{T}_z \mathcal{R}_\eta sk(\Omega) z_e + \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta sk(\Omega) sk(\Omega) z_e) \\ z_e^T \dot{W}_\eta \Omega \end{bmatrix}$$

et

$$E_e(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \mathcal{R}_\eta z_e & -\frac{1}{m} \mathbf{T}_z \mathcal{R}_\eta sk(z_e) \\ 0 & z_e^T W_\eta \end{bmatrix}$$

Le vecteur de degré relatif $\bar{r} = [r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4]^T$, avec $r_1 = r_2 = r_3 = 4$ et $r_4 = 2$.

On définit maintenant $\varsigma_1 = [x \ y \ z]^T$, $\bar{\varsigma}_1 = \psi$, nous pouvons réécrire le système (5.152) sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\varsigma}_1 = \varsigma_2 \\ \dot{\varsigma}_2 = \varsigma_3 + h_1(\mathbf{x}) \\ \dot{\varsigma}_3 = \varsigma_4 \\ \dot{\varsigma}_4 = b_\xi(\mathbf{x}) + E_\xi(\mathbf{x})\omega_e \\ \\ \dot{\bar{\varsigma}}_1 = \bar{\varsigma}_2 \\ \dot{\bar{\varsigma}}_2 = b_\psi(\mathbf{x}) + E_\psi(\mathbf{x})\omega_e + p_\psi(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (5.161)$$

avec

$$h_1(\mathbf{x}) = \ddot{\xi} - \ddot{\xi}_a = \frac{1}{m} [F_{ext}], \quad \mathcal{M}_{ext} = J^{-1} \Gamma_{\psi_{ext}} \quad (5.162)$$

Le degré relatif totale $r_t = \sum_{j=1}^4 r_i = 14 = \dim(\mathbf{x})$ est égal à l'ordre du système étendu $r_t = 12 + 2$. Alors, le système (5.161) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \xi^{(4)} \\ \psi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_\xi(\mathbf{x}) \\ b_\psi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + E_e(\mathbf{x})\omega_e + \begin{bmatrix} p_\xi(\mathbf{x}) \\ p_\psi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (5.163)$$

où $p_\xi(\mathbf{x}) = [p_x(\mathbf{x}) \ p_y(\mathbf{x}) \ p_z(\mathbf{x})]^T$ est la seconde dérivée dans le temps de $h_1(\mathbf{x})$ supposée bornée et $p_\psi(\mathbf{x})$ supposée bornée.

Afin de séparer la conception de la commande en quatre modèles SISO de commande, une nouvelle variable de commande est introduite sous forme :

$$\vartheta = b_e(\mathbf{x}) + E_e(\mathbf{x})\omega_e \Leftrightarrow \omega_e = E_e^{-1}(\mathbf{x})[\vartheta - b_e(\mathbf{x})], \quad \vartheta = [\vartheta_\xi \ \vartheta_\psi]^T \quad (5.164)$$

où $\vartheta_\xi = [\vartheta_x \ \vartheta_y \ \vartheta_z]^T$. La matrice de découplage $E_e(\mathbf{x})$ est de rang complet et inversible si $\mathbf{T}_z \neq 0$. En substituant (5.164) dans (5.163), nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \xi^{(4)} \\ \psi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_\xi \\ \vartheta_\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_\xi(\mathbf{x}) \\ p_\psi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (5.165)$$

Nous pouvons alors utiliser, pour le système approché, la commande suivante qui le linéarise pour les nouvelles entrées de commande [Benallegue 2008] :

$$\begin{aligned} \vartheta_x &= x_d^{(4)} - c_{3,x}(\ddot{x} - \ddot{x}_d) - c_{2,x}(\dot{x} - \dot{x}_d) - c_{1,x}(x - x_d) - c_{0,x}(x - x_d) \\ \vartheta_y &= y_d^{(4)} - c_{3,y}(\ddot{y} - \ddot{y}_d) - c_{2,y}(\dot{y} - \dot{y}_d) - c_{1,y}(y - y_d) - c_{0,y}(y - y_d) \\ \vartheta_z &= z_d^{(4)} - c_{3,z}(\ddot{z} - \ddot{z}_d) - c_{2,z}(\dot{z} - \dot{z}_d) - c_{1,z}(z - z_d) - c_{0,z}(z - z_d) \\ \vartheta_\psi &= \psi_d^{(2)} - c_{1,\psi}(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) - c_{0,\psi}(\psi - \psi_d) \end{aligned} \quad (5.166)$$

$c_{i,x}$, $c_{i,y}$, $c_{i,z}$ et $c_{i,\psi}$, avec $i = \{0, 1, 2, 3\}$ et $\bar{i} = \{1, 2\}$ sont choisis de sorte que les polynômes suivants :

$$\lambda_j^4 + c_{3,j}\lambda_j^3 + c_{2,j}\lambda_j^2 + c_{1,j}\lambda_j + c_{0,j} = 0, \quad j = \{x, y, z\} \quad (5.167)$$

$$\lambda^2 + \lambda_{1,\psi}c_{1,\psi} + c_{0,\psi} = 0$$

soient de Hurwitz.

5.6.3 Modèle de l'observateur

Dans cette section, un observateur non linéaire à état étendu (ONEE) est conçu pour estimer les vitesses linéaires $v = (v_x, v_y, v_z)$ et les perturbations externes dans le système (5.152). Pour concevoir cet observateur, le système perturbé (5.163) est augmenté de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varsigma}_1 = \varsigma_2 \\ \dot{\varsigma}_2 = \varsigma_3 \\ \dot{\varsigma}_3 = \varsigma_4 \\ \dot{\varsigma}_4 = \vartheta_\xi + \varsigma_5 \\ \dot{\varsigma}_5 = \Delta_\xi(\mathbf{x}) \\ \\ \dot{\bar{\varsigma}}_1 = \bar{\varsigma}_2 \\ \dot{\bar{\varsigma}}_2 = \vartheta_\psi + \bar{\varsigma}_3 \\ \dot{\bar{\varsigma}}_3 = \Delta_\psi(\mathbf{x}) \\ \\ Y = [y_p \quad y_\psi] = [\varsigma_1 \quad \bar{\varsigma}_1] \end{array} \right. \quad (5.168)$$

avec $\varsigma_5 = p_\xi(\mathbf{x})$ est ajouté comme un état supplémentaire. $\Delta_\xi(\mathbf{x}) = \dot{p}_\xi(\mathbf{x})$ est le terme de perturbation. $\bar{\varsigma}_3 = p_\psi(\mathbf{x})$ est ajouté comme un état supplémentaire pour la dynamique de lacet et $\Delta_\psi(\mathbf{x}) = \dot{p}_\psi(\mathbf{x})$ est le terme perturbation. La raison d'augmenter l'ordre du système est de mettre $p_\xi(\mathbf{x})$ et $p_\psi(\mathbf{x})$ comme des états tel qu'un observateur d'état peut être utilisé pour les estimer.

Nous proposons un observateur non linéaire à état étendu (NLESO) pour les variables d'états $(\varsigma_i, \bar{\varsigma}_j)$ avec $i = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ et $j = \{1, 2\}$ de la forme suivante :

Pour x :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{\varsigma}}_{1x} = \hat{\varsigma}_{2x} + \varepsilon^3 \mathcal{G}_{1x} \left(\frac{\varsigma_{1x} - \hat{\varsigma}_{1x}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{2x} = \hat{\varsigma}_{3x} + \varepsilon^2 \mathcal{G}_{2x} \left(\frac{\varsigma_{1x} - \hat{\varsigma}_{1x}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{3x} = \hat{\varsigma}_{4x} + \varepsilon \mathcal{G}_{3x} \left(\frac{\varsigma_{1x} - \hat{\varsigma}_{1x}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{4x} = \hat{\varsigma}_{5x} + \mathcal{G}_{4x} \left(\frac{\varsigma_{1x} - \hat{\varsigma}_{1x}}{\varepsilon^4} \right) + \vartheta_x \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{5x} = \frac{1}{\varepsilon} \mathcal{G}_{5x} \left(\frac{\varsigma_{1x} - \hat{\varsigma}_{1x}}{\varepsilon^4} \right) \end{array} \right. \quad (5.169)$$

Pour y :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{\varsigma}}_{1y} = \hat{\varsigma}_{2y} + \varepsilon^3 \mathcal{G}_{1y} \left(\frac{\varsigma_{1y} - \hat{\varsigma}_{1y}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{2y} = \hat{\varsigma}_{3y} + \varepsilon^2 \mathcal{G}_{2y} \left(\frac{\varsigma_{1y} - \hat{\varsigma}_{1y}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{3y} = \hat{\varsigma}_{4y} + \varepsilon \mathcal{G}_{3y} \left(\frac{\varsigma_{1y} - \hat{\varsigma}_{1y}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{4y} = \hat{\varsigma}_{5y} + \mathcal{G}_{4y} \left(\frac{\varsigma_{1y} - \hat{\varsigma}_{1y}}{\varepsilon^4} \right) + \vartheta_y \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{5y} = \frac{1}{\varepsilon} \mathcal{G}_{5y} \left(\frac{\varsigma_{1y} - \hat{\varsigma}_{1y}}{\varepsilon^4} \right) \end{array} \right. \quad (5.170)$$

Pour z :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varsigma}}_{1z} = \hat{\varsigma}_{2z} + \varepsilon^3 \mathcal{G}_{1z} \left(\frac{\varsigma_{1z} - \hat{\varsigma}_{1z}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{2z} = \hat{\varsigma}_{3z} + \varepsilon^2 \mathcal{G}_{2z} \left(\frac{\varsigma_{1z} - \hat{\varsigma}_{1z}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{3z} = \hat{\varsigma}_{4z} + \varepsilon \mathcal{G}_{3z} \left(\frac{\varsigma_{1z} - \hat{\varsigma}_{1z}}{\varepsilon^4} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{4z} = \hat{\varsigma}_{5z} + \mathcal{G}_{4z} \left(\frac{\varsigma_{1z} - \hat{\varsigma}_{1z}}{\varepsilon^4} \right) + \vartheta_z \\ \dot{\hat{\varsigma}}_{5z} = \frac{1}{\varepsilon} \mathcal{G}_{5z} \left(\frac{\varsigma_{1z} - \hat{\varsigma}_{1z}}{\varepsilon^4} \right) \end{cases} \quad (5.171)$$

pour ψ

$$\begin{cases} \dot{\hat{\varsigma}}_1 = \hat{\varsigma}_2 + \bar{\varepsilon} \mathcal{G}_{1\psi} \left(\frac{\bar{\varsigma}_1 - \hat{\varsigma}_1}{\bar{\varepsilon}^2} \right) \\ \dot{\hat{\varsigma}}_2 = \hat{\varsigma}_3 + \mathcal{G}_{2\psi} \left(\frac{\bar{\varsigma}_1 - \hat{\varsigma}_1}{\bar{\varepsilon}^2} \right) + \vartheta_\psi \\ \dot{\hat{\varsigma}}_3 = \frac{1}{\bar{\varepsilon}} \mathcal{G}_{3\psi} \left(\frac{\bar{\varsigma}_1 - \hat{\varsigma}_1}{\bar{\varepsilon}^2} \right) \end{cases} \quad (5.172)$$

$(\varepsilon, \bar{\varepsilon})$ sont les paramètres de réglage de l'observateur. L'idée principale de l'observateur (5.169)-(5.172) est que pour des fonctions $\mathcal{G}_{i,j}$ choisies de manière appropriée, les états de l'observateur $\hat{\varsigma}_{i,j}$ peuvent être considérés comme des approximations des états $\varsigma_i, \bar{\varsigma}_j$ correspondant. Lorsque \mathcal{G}_{ij} est choisie de façon linéaire, c'est-à-dire $\mathcal{G}_{ij} = \alpha_{ij}$ pour tout $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}$, l'observateur (5.169)-(5.172) est réduite à un observateur linéaire à état étendu.

L'ensemble observateur estimateur-loi de commande constitue la loi de commande ϑ suivante :

$$\begin{aligned} \vartheta_x &= x_d^{(4)} - c_{3,x} (\hat{\varsigma}_{4x} - \ddot{x}_d) - c_{2,x} (\hat{\varsigma}_{3x} - \ddot{x}_d) - c_{1,x} (\hat{\varsigma}_{2x} - \dot{x}_d) - c_{0,x} (\hat{\varsigma}_{1x} - x_d) - \hat{\varsigma}_{5x} \\ \vartheta_y &= y_d^{(4)} - c_{3,y} (\hat{\varsigma}_{4y} - \ddot{y}_d) - c_{2,y} (\hat{\varsigma}_{3y} - \ddot{y}_d) - c_{1,y} (\hat{\varsigma}_{2y} - \dot{y}_d) - c_{0,y} (\hat{\varsigma}_{1y} - y_d) - \hat{\varsigma}_{5y} \\ \vartheta_z &= z_d^{(4)} - c_{3,z} (\hat{\varsigma}_{4z} - \ddot{z}_d) - c_{2,z} (\hat{\varsigma}_{3z} - \ddot{z}_d) - c_{1,z} (\hat{\varsigma}_{2z} - \dot{z}_d) - c_{0,z} (\hat{\varsigma}_{1z} - z_d) - \hat{\varsigma}_{5z} \\ \vartheta_\psi &= \ddot{\psi}_d - c_{1,\psi} (\hat{\varsigma}_2 - \dot{\psi}_d) - c_{0,\psi} (\hat{\varsigma}_1 - \psi_d) - \hat{\varsigma}_3 \end{aligned} \quad (5.173)$$

La commande (5.173) prend en considération les termes qui dépendent de l'observateur $\hat{\varsigma}_1$ et $\hat{\varsigma}_1$, les derniers termes $\hat{\varsigma}_5$ et $\hat{\varsigma}_3$ sont ajoutés pour éliminer l'effet de la perturbation agissant sur le modèle.

5.6.3.1 Étude de la stabilité

Dans cette section, les résultats sur la stabilité en boule fermée est présentée. Pour simplifier l'étude, une application se fait pour une entrée et une sortie et le résultat obtenu est applicable sur les autres sorties.

En définissant maintenant l'erreur de la trajectoire pour la sortie $y_x = \varsigma_{1x}$

$$\begin{bmatrix} \delta_{1x} \\ \delta_{2x} \\ \delta_{3x} \\ \delta_{4x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varsigma_{1x} - x_d \\ \varsigma_{2x} - \dot{x}_d \\ \varsigma_{3x} - \ddot{x}_d \\ \varsigma_{4x} - x_d^{(3)} \end{bmatrix} \quad (5.174)$$

soit $\delta_x = [\delta_{1x} \ \delta_{2x} \ \delta_{3x} \ \delta_{4x}]^T$. De (5.165), la dynamique d'erreur de la trajectoire (5.174) est donnée par :

$$\dot{\delta}_x = A_{1x}\delta_x + B_{1x} \left[\vartheta_x - x_d^{(4)} + p_x(\mathbf{x}) \right] \quad (5.175)$$

avec

$$A_{1x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{1x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.176)$$

On définit $\varsigma_x = [\varsigma_{1x} \ \varsigma_{2x} \ \varsigma_{3x} \ \varsigma_{4x} \ \varsigma_{5x}]^T$, le système augmenté (5.168) pour la sortie ς_{1x} peut aussi s'écrire comme suit :

$$\dot{\varsigma}_x = A_{0x}\varsigma_x + B_{0x}\vartheta_x + E_{0x}\Delta_x(\mathbf{x}) \quad (5.177)$$

Les matrices $A_{0x} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, $B_{0x} \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ et $E_{0x} \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ sont définies comme suite

$$A_{0x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{0x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; E_{0x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.178)$$

et $C_x = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \in \mathbb{R}^{1 \times 5}$. Pour simplifier les études, nous proposons le cas linéaire de l'observateur à état étendu (c'est-à-dire $\mathcal{G}_i = \alpha_i$).

L'erreur de l'observateur pour (5.177) et (5.169) peut s'écrire comme suit :

$$\tilde{\varsigma}_{ix}(t) = \varsigma_i(t) - \hat{\varsigma}_i(t) \quad (5.179)$$

On définit

$$\varrho_{ix}(t) = \frac{\tilde{\varsigma}_{ix}(\varepsilon t)}{\varepsilon^{n+1-i}} \quad (5.180)$$

avec $n = 4$ et $i = 1, 2, \dots, n + 1$.

Par conséquent, la dynamique de l'erreur de l'observateur peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\varrho}_{1x} &= \varrho_{2x} & - & \alpha_1 \varrho_{1x} \\ \dot{\varrho}_{2x} &= \varrho_{3x} & - & \alpha_2 \varrho_{1x} \\ \dot{\varrho}_{3x} &= \varrho_{4x} & - & \alpha_3 \varrho_{1x} \\ \dot{\varrho}_{4x} &= \varrho_{5x} & - & \alpha_4 \varrho_{1x} \\ \dot{\varrho}_{5x} &= \varepsilon \Delta_x(\mathbf{x}) & - & \alpha_5 \varrho_{1x} \end{aligned} \quad (5.181)$$

On définit maintenant $\varrho_x = [\varrho_{1x} \ \varrho_{2x} \ \varrho_{3x} \ \varrho_{4x} \ \varrho_{5x}]^T$. L'expression (5.181) peut aussi s'écrire comme suit :

$$\dot{\varrho}_x = (A_{0x} - L_x C_x) \varrho_x + E_{0x} \varepsilon \Delta_x(\mathbf{x}) \quad (5.182)$$

avec $L_x = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5]^T$.

En utilisant (5.179), la loi de commande ϑ_x dans (5.173) peut être réécrit sous la forme :

$$\vartheta_x = x_d^{(4)} - K_{1x} \delta_x + [K_{1x} \ 0] \tilde{\varsigma} - \hat{\varsigma}_5 \quad (5.183)$$

avec

$$K_{1x} = [c_{0,x} \ c_{1,x} \ c_{2,x} \ c_{3,x}] \quad (5.184)$$

En substituant (5.183) dans (5.175), on obtient :

$$\dot{\delta}_x = (A_{1x} - B_{1x}K_{1x}) \delta_x + B_{1x}[K_{1x} \ 1]\varepsilon^{5-i} \varrho_x \quad (5.185)$$

En combinant (5.182) et (5.185) on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_x \\ \dot{\varrho}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_{1x} - B_{1x}K_{1x}) & B_{1x}[K_{1x} \ 1]\varepsilon^{5-i} \\ 0 & (A_{0x} - L_x C_x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_x \\ \varrho_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_{0x} \end{bmatrix} \varepsilon \Delta_x(\mathbf{x}) \quad (5.186)$$

Pour l'analyse de la stabilité, l'hypothèse suivante est introduite :

Hypothèse 5.6.4 *Le terme de perturbation $\Delta_x(\mathbf{x})$ est supposé borné.*

5.6.4.1 La dynamique d'erreur de l'observateur

Théorème. 5.6.1 *Considérons la dynamique de l'erreur de l'observateur dans (5.182) sous l'hypothèse 5.6.4 si le vecteur de gains de l'observateur L_x est choisi tel que $(A_{0x} - L_x C_x)$ soit stable, alors ϱ_x converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{rx} = \{\varrho_x \in \mathbb{R}^5 \mid \|\varrho_x\| \leq 2\lambda_{\max}(P_0)h_{\max}\}$ avec $(A_{0x} - L_x C_x)^T P_0 + P_0(A_{0x} - L_x C_x) = -I_{5 \times 5}$, $2\lambda_{\max}(P_0)$ est la valeur propre maximale de P_0 et h_{\max} est la valeur absolue maximale de $\Delta_x(\mathbf{x})$.*

Preuve. 5.6.1 *On définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :*

$$V_x = \varrho_x^T P_0 \varrho_x \quad (5.187)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov V_x est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= \varrho_x^T [(A_x - L_x C_x)^T P_0 + P_0 (A_x - L_x C_x)] \varrho_x + 2\varepsilon \varrho_x^T P_0 E_{0x} \Delta_x(\mathbf{x}) \\ &\leq -\|\varrho_x\|^2 + 2\varepsilon \|\varrho_x\| \|P_0\| h_{\max} \\ &\leq -\|\varrho_x\| (\|\varrho_x\| - 2\varepsilon \lambda_{\max}(P_0) h_{\max}) \end{aligned} \quad (5.188)$$

Alors, ϱ_x converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{rx} = \{\varrho_x \in \mathbb{R}^5 \mid \|\varrho_x\| \leq 2\varepsilon \lambda_{\max}(P_0) h_{\max}\}$. On peut remarquer que lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$ alors $\varrho_x \rightarrow 0$, plus précisément :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varrho_x = 0 \quad (5.189)$$

D'après (5.180), la convergence de ϱ_x vers zéro conduit aussi la convergence de $\tilde{\zeta}_x$ vers zéro.

5.6.4.2 Étude de stabilité en boucle fermée

Considérons maintenant la dynamique en boucle fermée données par (5.186), on définit $\delta_{bf} = [\delta_x \ \varrho_x]^T$, Le système bouclée (5.186) peut s'écrire par

$$\dot{\delta}_{bf} = A_{bf} \delta_{bf} + B_{bf} \varepsilon \Delta(\mathbf{x}) \quad (5.190)$$

avec

$$A_{bf} = \begin{bmatrix} (A_{1x} - B_{1x}K_{1x}) & B_{1x}[K_{1x} \ 1]\varepsilon^{5-i} \\ 0 & (A_{0x} - L_x C_x) \end{bmatrix}, \quad B_{bf} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{0x} \end{bmatrix} \quad (5.191)$$

Théorème. 5.6.2 *Considérons la dynamique en boucle fermée (5.186) sous l'hypothèse 5.6.4, si le vecteur K_{1x} et le vecteur de gains de l'observateur L_x sont choisis tels que A_{bf} soit stable, alors δ_{bf} converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{bx} = \{\delta_{bf} \in \mathbb{R}^9 \mid \|\delta_{bf}\| \leq 2\varepsilon\lambda_{\max}(P_1)h_{\max}\}$ avec $A_{bf}^T P_1 + P_1 A_{bf} = -I_{9 \times 9}$, $\lambda_{\max}(P_1)$ est la valeur propre maximale de P_1 et h_{\max} est la valeur absolue maximale de $\Delta_x(\mathbf{x})$.*

Preuve. 5.6.2 *On définit la fonction candidate de Lyapunov suivante :*

$$V_{bf} = \delta_{bf}^T P_0 \delta_{bf} \quad (5.192)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov V_{bf} est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{bf} &= \delta_{bf}^T \left[A_{bf}^T P_1 + P_1 A_{bf} \right] \delta_{bf} + 2\varepsilon \delta_{bf}^T P_1 E_{bf} \Delta_x(\mathbf{x}) \\ &\leq -\|\delta_{bf}\|^2 + 2\varepsilon \|\delta_{bf}\| \|P_1\| h_{\max} \\ &\leq -\|\delta_{bf}\| (\|\delta_{bf}\| - 2\varepsilon \lambda_{\max}(P_1) h_{\max}) \end{aligned} \quad (5.193)$$

Alors, δ_{bf} converge exponentiellement vers la boule bornée $B_{bx} = \{\delta_{bf} \in \mathbb{R}^9 \mid \|\delta_{bf}\| \leq 2\varepsilon\lambda_{\max}(P_1)h_{\max}\}$. On peut remarquer que lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$ alors $\delta_{bf} \rightarrow 0$, plus précisément

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \delta_{bf} = 0 \quad (5.194)$$

5.6.5 Résultats et Simulations

Les performances de la commande approximative par linéarisation entrée-sortie couplée avec un observateur à état étendu sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du birotor coaxial (2.38). L'évaluation est réalisée pour voir la capacité de l'approche proposée à garantir une bonne exécution d'une manœuvre de poursuite de trajectoire. Les valeurs initiales du système sont définies comme suit : $\xi(0) = [0, 0, 1]^T$ m et $\eta(0) = [0, 0, 0.3]^T$ rad. les vitesses linéaires et angulaires sont sélectionnées à 0. Les paramètres $c_{i,x}$, $c_{i,y}$, $c_{i,z}$ et $c_{i,\psi}$, $i = \{1, 2, 3, 4\}$ sont choisis de telle sorte que les valeurs propres du système en boucle fermée sont situés à -2 .

Plusieurs tests de vol ont été faits pour démontrer les performances de l'approche proposée. Premièrement, une application qui ne prend pas en compte les perturbations externes. Dans le deuxième cas, une application avec les termes des perturbations externes qui sont données par : $\frac{1}{m} F_{ext} = [\sin(0.1t) \sin(0.1t) \sin(0.1t)]^T$ N se produisant à 5, 30, 40 seconde, respectivement. $\mathcal{M}_{ext} = [0.01 \sin(0.1t), 0.01 \sin(0.1t), 0.2 \sin(0.1t)]^T$ N.m.

Cas a : Test de vol sans perturbations externes

Dans ce cas, on ne prend pas en compte les termes de perturbations externes, c'est-à-dire $F_{ext} = \mathcal{M}_{ext} = 0$.

La figure 5.11 montre l'évolution du véhicule pendant le vol. Sur la base de ces résultats, on peut voir que, la commande proposée est capable de forcer les trajectoires du système à converger vers les trajectoires de référence.

Cas b : Test de vol en présence des perturbations externes

Dans ce cas, les perturbations externes sont prises en compte dans le modèle dynamique du birotor coaxial. On a représenté sur la figure 5.12 l'évolution de la position de translation et de

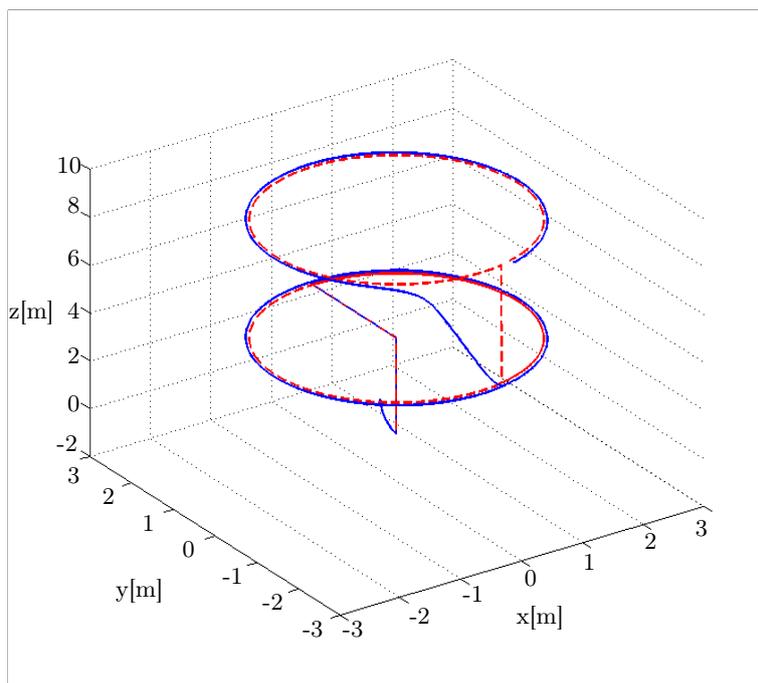
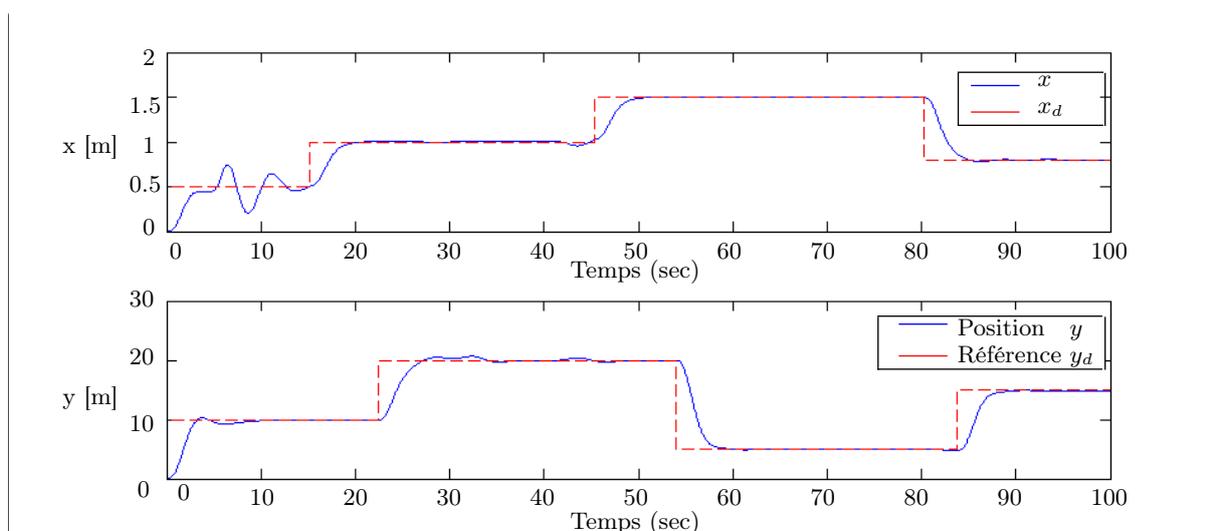
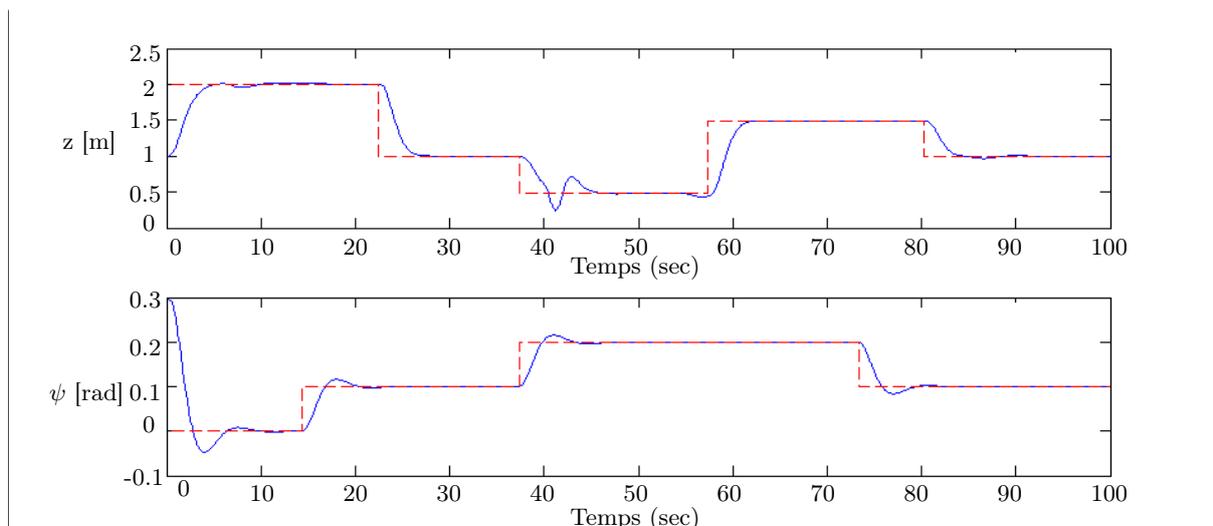


FIGURE 5.11 – Évolution du drone le long de la trajectoire

lacet au cours du temps. Lorsque les termes de perturbations aérodynamiques sont introduits, le drone est capable de suivre les trajectoires de référence. L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentés sur la figure 5.13. Ces deux trajectoires générées par le contrôleur latéral et longitudinal varient pour aider le véhicule à suivre la trajectoire de position ξ_d , cela montre l'efficacité de la stratégie de commande proposée (voire Figure 5.1). Il est important de remarquer que les angles de roulis et de tangage ne sont pas nuls, même lorsque le véhicule a rejoint la position de référence. Ce phénomène est dû à la présence des efforts aérodynamiques externes qui viennent perturber le drone.



Les entrées de commande du système sont représentées sur la figure 5.14, Ils représentent

FIGURE 5.12 – Cas b : Les trajectoires de position ξ et de lacet ψ et leur référence.

les vitesses de rotation des rotors et les angles d'inclinaison du plateau cyclique. Il apparaît clairement que les signaux obtenus sont acceptables et physiquement réalisables. En conclusion, la commande proposée est très efficace et permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée.

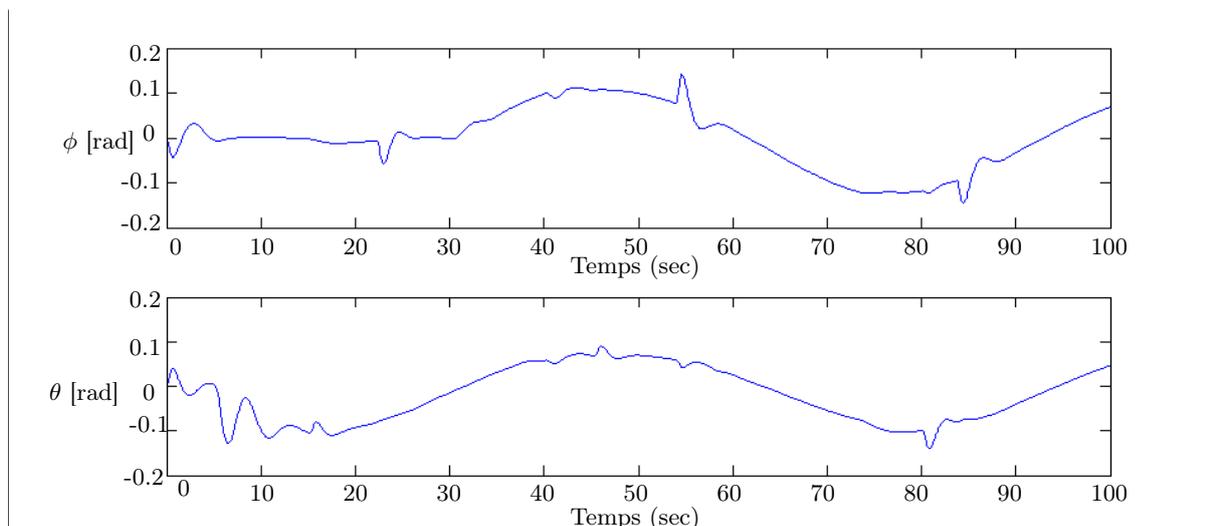


FIGURE 5.13 – Trajectoires de roulis et de tangage

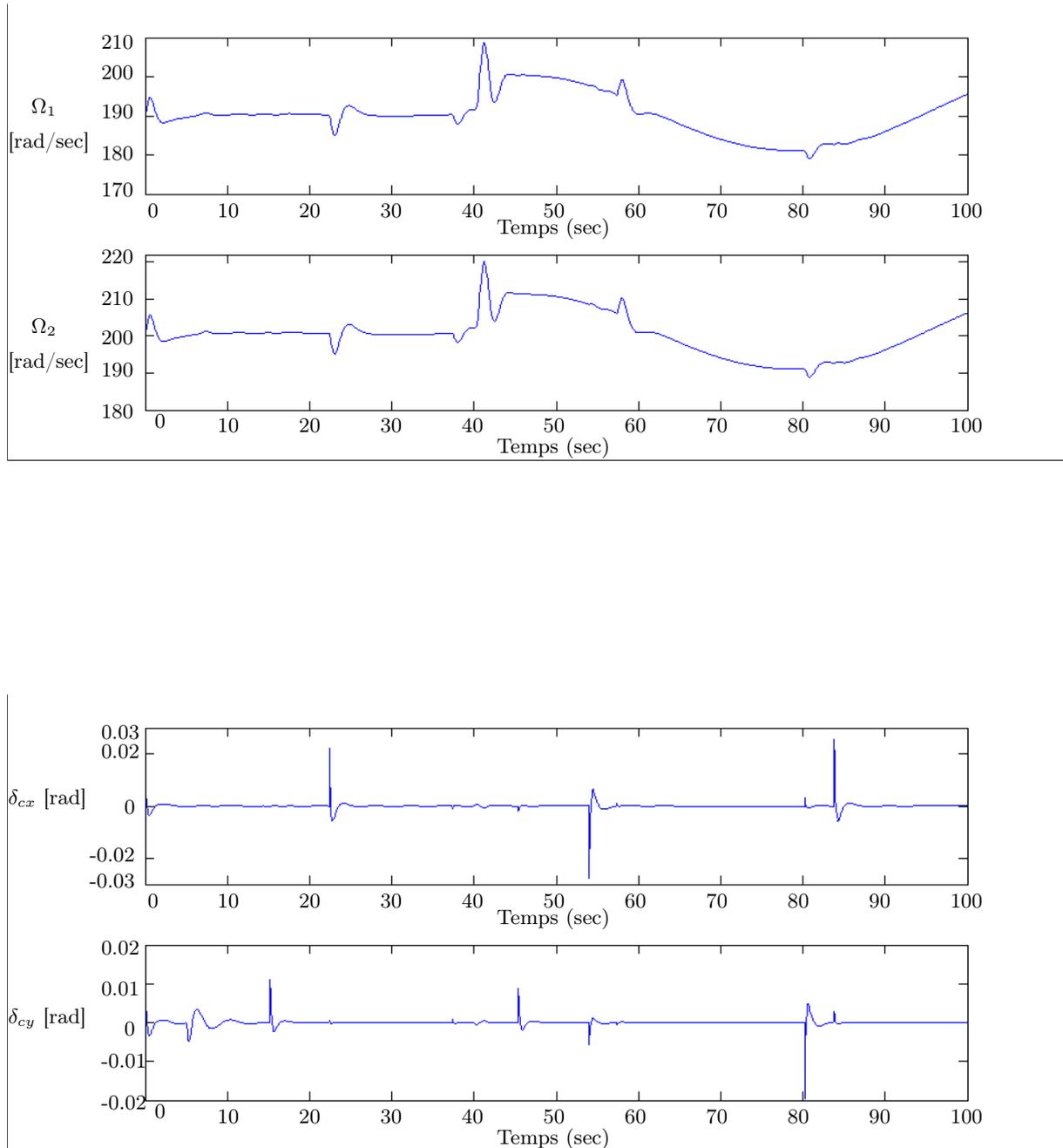


FIGURE 5.14 – Cas b : Vitesses de rotation Ω_1 et Ω_2 des rotors et les angles d'inclinaison δ_{cx} et δ_{cy} du plateau cyclique.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons synthétisé trois types de commande robustes pour améliorer la stabilisation et le suivi de trajectoire du drone à voilure tournante soumis à des perturbations externes. La caractérisation aérodynamique de ces efforts étant difficile, ils ont été considérés comme des perturbations inconnues, agissant sur le véhicule. Toutes ces approches, à savoir la commande par modes glissants, par backstepping et par linéarisation approximative entrée-sortie, se fondent sur un modèle non-linéaire de la dynamique du drone. Les trois approches de commandes montrent que les outils employés permettent l'estimation des perturbations externes.

Conclusion générale

L'objectif principal du travail de recherche présenté dans ce mémoire était d'améliorer les performances du vol des mini drones à voilures tournantes soumis à des perturbations externes (rafale de vent, variation de l'inertie...Etc.). Cette problématique était extrêmement enrichissante et formatrice puisque les connaissances nécessaires à sa résolution dépassent largement le cadre de l'automatique.

En quelques mots, les travaux de recherche entrepris dans cette thèse s'articulent principalement autour de la modélisation, de la commande non-linéaire robuste et adaptative, de l'estimation et l'observation d'état et éventuellement des perturbations. Les travaux sur l'observation des perturbations externes et l'état du véhicule ont également été esquissés afin de pallier à l'imprécision de la mesure et l'estimation de ces perturbations externes. Bien que les résultats issus de la thèse soient globalement satisfaisants, certains problèmes restent toutefois ouverts. Je présente dans ce qui suit un bilan quant aux résultats et aux perspectives de travail.

- ① La modélisation aérodynamique d'un drone à voilure tournante constituait une tâche très importante. Il s'agit d'une étape indispensable à la bonne compréhension des lois physiques qui régissent de tels systèmes et indispensables à leur conception aéromécanique, les caractéristiques aérodynamique des voilures tournantes. Ainsi, il est quasiment impossible de construire un modèle mathématique complet d'un véhicule aérien, capturant tous les effets aérodynamiques. Il devient alors nécessaire de caractériser ces non-linéarités pour chaque configuration de vol, afin de fournir à VAA des capacités de vol et de navigation autonome. Deux architectures aéromécaniques étaient présentées. Nous nous intéressons principalement à la modélisation du birotor coaxial et du quadrirotor dans le cas du vol quasi stationnaire. C'est-à-dire pour de faibles vitesses et de faibles accélérations. Il sera alors intéressant, par exemple, de poursuivre les investigations à des configurations de vol plus agressives, qui dans ce cas pourrait modifier les interactions aérodynamiques des rotors.
- ② Nous avons développé deux nouvelles techniques de commande basées sur la théorie des modes glissants d'ordre deux pour générer des lois de commande pour la stabilisation et le suivi de trajectoire d'un véhicule à voilure tournante. Nous avons alors proposé une première commande modifiée de l'algorithme de super-twisting appliqué au système d'attitude d'un véhicule à voilure tournante, cette commande non-linéaire semble être le meilleur compromis entre la robustesse entre les efforts aérodynamiques et les propriétés de convergence en temps fini. Ensuite, nous avons développé une deuxième méthode de contrôle par mode glissant d'ordre deux afin d'augmenter la robustesse. Un exemple de simulation a été présenté sur un hélicoptère miniature de type quadrirotor.
- ③ Les algorithmes proposés dans ce mémoire offrent des performances de stabilisation et de suivi de trajectoires satisfaisantes. Plus particulièrement, la commande hiérarchique semble procurer le meilleur compromis entre performances et complexité de l'expression du signal de commande. Deux approches de commande hiérarchique sont proposées. La première commande concerne la commande par régulateur PID couplée avec un observateur linéaire à état étendu, la stabilité de l'ensemble de la structure est garantie par l'utilisation de fonctions de Lyapunov. Cette approche de commande est plus simple et efficace pour le

contrôle des voilures tournantes. L'observateur linéaire à état étendu a permis de compenser les termes de perturbation extérieurs supposés bornés. Une deuxième approche étant réalisée par la commande adaptative par l'approche de backstepping.

- ④ La robustesse du drone vis-à-vis de perturbations liées aux effets aérodynamiques était un élément critique du cahier des charges des voilures tournantes. Toutefois, dans ce manuscrit de thèse et pour une meilleure efficacité, il a été proposé de les estimer afin de les prendre en compte dans la synthèse de l'algorithme de commande. Trois approches ont alors été avancées, deux concernent l'estimation des perturbations lors de la synthèse de la commande alors que l'autre utilise une loi de commande pour rejeter les termes de perturbations. L'emploi d'observateurs et d'estimateurs a permis l'amélioration de la robustesse de l'observation de l'état et perturbations extérieurs sur l'état et de bruits de mesures. Ces valeurs sont supposées inconnues mais bornées. Ces approches ont tout d'abord été utilisées pour l'estimation de perturbations externes (atmosphériques). Elles ont ensuite été utilisées pour l'estimation de l'état propre du véhicule et des perturbations.

Caractérisation aérodynamique des voilures tournantes

A.1 Vitesse induite et théorème des quantités de mouvement

Pour arriver à une prévision correcte des performances des voilures tournantes, on doit nécessairement connaître les différents phénomènes aérodynamiques qui influencent l'écoulement de l'air à travers un disque rotor. Le modèle de base provient du théorème de quantité de mouvement [Comolet 1990]. Ce théorème permet de connaître bien les efforts qui s'appliquent sur un fluide à l'intérieur d'une surface fermée, connaissant uniquement la surface considérée ainsi que la vitesse du fluide sur cette surface, ceci quelle que soit la nature du fluide (réel ou parfait). Plus précisément :

$$\oint \rho_a V(V \cdot n) dS \equiv F \quad (\text{A.1})$$

La théorie de Froude considère que la voilure tournante est constituée d'un nombre infini de pales, elle peut être schématisée par un disque uniforme et infiniment mince créant entre ses deux faces une différence de pression. La pression à l'infini amont et aval correspond à la pression atmosphérique et l'air est considéré comme un fluide parfait non visqueux. L'air subit une

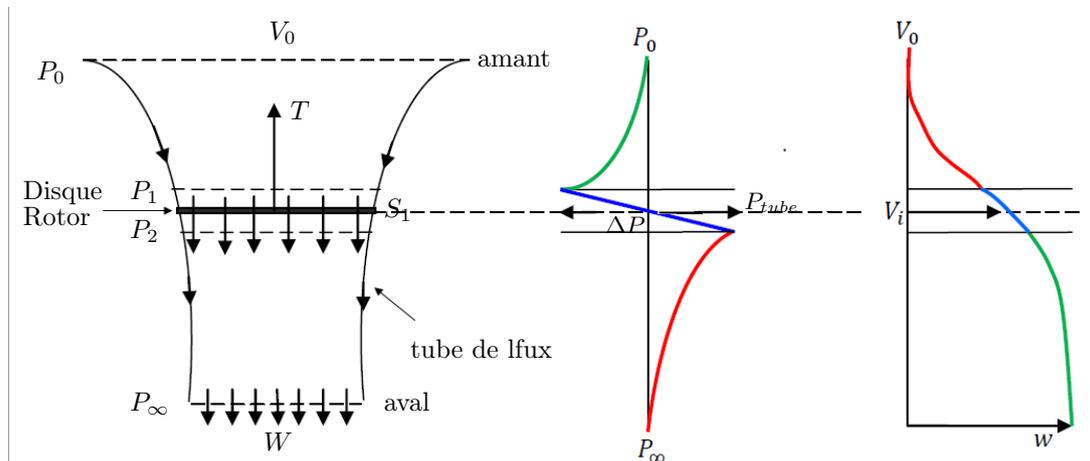


FIGURE A.1 – Profil du flux d'air généré par un unique rotor à l'évolution de la vitesse et de pression du vent dans le tube de flux en vol stationnaire.

accélération au passage du disque rotor et la vitesse V_0 à l'infini amont et V_1 à la traversée du disque rotor, puis W à l'infini aval. La zone du disque de rotor désignée par la section S_1 . P_1 et P_2 sont des pressions justes au-dessus et en dessous du disque rotor, respectivement comme illustré sur la figure A.1. L'augmentation de la vitesse de l'air, de sa valeur initiale à sa valeur

dans le disque rotor, porte le nom de vitesse induite moyenne, nommée V_I . L'application du théorème des quantités de mouvement au tube, nous permet d'avoir :

$$T = Q(W - V_0) \quad (\text{A.2})$$

où Q le débit d'air du rotor donné par :

$$Q = \rho_a A_1 |V_1| \quad (\text{A.3})$$

La puissance dépensée par le rotor s'exprime en fonction de la force dépensée multipliée par la vitesse de l'air soufflé par le disque.

$$P = TV_1 \quad (\text{A.4})$$

On peut introduire une relation de V_1 en fonction de V_0 en définissant la vitesse induite moyenne suivante :

$$V_1 = V_0 + V_I \quad (\text{A.5})$$

Ce qui donne

$$P = T(V_0 + V_I) \quad (\text{A.6})$$

En appliquant le principe de la conservation de l'énergie totale, la puissance P peut être exprimée sous la forme :

$$P = \frac{1}{2}Q(W^2 - V_0^2) = \frac{1}{2}Q(W - V_0)(W + V_0) = T \frac{(W + V_0)}{2} \quad (\text{A.7})$$

En comparant les relations (A.6) et (A.7) on obtient :

$$V_I = \frac{W - V_0}{2} \quad (\text{A.8})$$

D'où $W = V_0 + 2V_I$. C'est le résultat principal de la théorie de Froude. Cette expression donne une relation simple entre la vitesse induite V_I au niveau du disque rotor (aussi appelé vitesse de Froude) et la vitesse en aval infini W .

En utilisant (A.5) et (A.8), l'expression (A.2) peut être réécrite comme suit :

$$T = 2\rho_a A_1 \|V_0 + V_I\| \cdot V_I \quad (\text{A.9})$$

L'expression de la force de la poussée (A.9) est fondamentale pour la modélisation aérodynamique des rotors. En effet, elle est utilisée dans les différents modes de vol afin d'évaluer la puissance nécessaire à fournir au rotor.

En considérant $V_0 = (V_h, V_z)$; $V_i = (0, V_I)$; $V_0 + V_I = (V_h, V_z + V_I)$, on peut donc définir la force \mathbf{T} créée pour le vol d'un rotor est donné par :

$$\mathbf{T} = 2\rho_a A_1 \sqrt{V_h^2 + (V_z + V_I)^2} \cdot V_I \quad (\text{A.10})$$

Cette expression peut être utilisée dans les différents modes de vol afin d'évaluer la puissance nécessaire à fournir au rotor.

En vol stationnaire

$$V_h = V_z = 0$$

$$v_h \equiv V_I = \sqrt{\frac{T}{2\rho_a A_1}} \quad \text{où bien} \quad W = \sqrt{\frac{2T}{\rho_a A_1}} \quad (\text{A.11})$$

Mouvement en translation

$$V_h = V_t \cos \varphi, \quad V_z = V_t \sin \varphi$$

$$\mathbf{T} = 2\rho_a A_1 \sqrt{(V_t \cos \varphi)^2 + (V_t \sin \varphi + V_I)^2} \cdot V_I \quad (\text{A.12})$$

et

$$\varphi = \arctan \left(\frac{V_0 \sin \alpha + V_I}{V_0 \cos \alpha} \right) \quad (\text{A.13})$$

À partir de (A.11) et (A.12), la vitesse induite en vol d'avancement est décrite par :

$$V_I = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V_0 \cos \varphi)^2 + (V_0 \sin \varphi + V_I)^2}} \quad (\text{A.14})$$

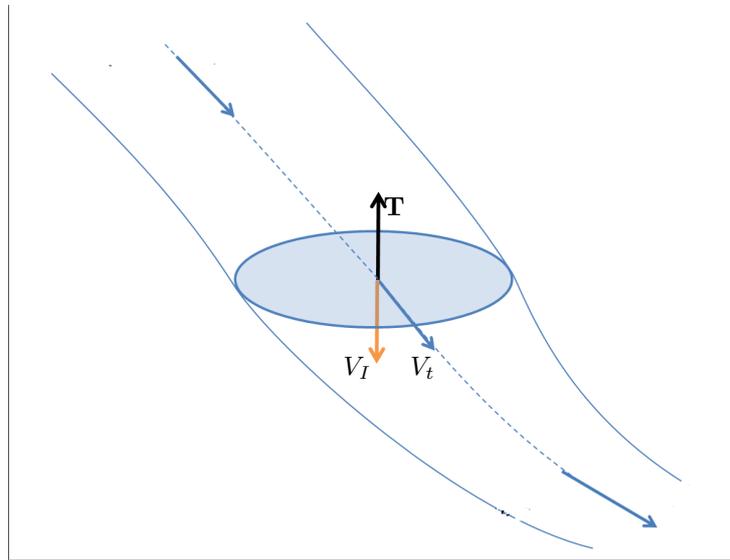


FIGURE A.2 – Illustration du flux d'air pour un vol en translation

A.1.1 Dynamique et théorie de l'élément de pale

Le théorème des quantités de mouvement traite macroscopiquement l'écoulement du flux d'air à travers un disque rotor. En revanche, la théorie de l'élément de pale traite les expressions de portance et de traînée sur une tranche élémentaire de l'élément de pale, puis de l'intégrer le long de la pale [Nonami 2010]. La figure 2.2 montre les répartitions des forces aérodynamiques sur un profil de pale lorsque la force élémentaire résultante est dF_{res} présente dans (2.22). Celle-ci est répartie selon une force élémentaire de portance dL perpendiculaire à la vitesse de l'air, et une force élémentaire de traînée dD parallèle à la vitesse de l'air. Comme le montre la figure A.3. Les forces verticales et horizontales sur le plan du disque rotor sont alors données par :

$$\begin{aligned} dF_v &= dL \cos \varphi - dD \sin \varphi \\ dF_h &= dL \sin \varphi + dD \cos \varphi \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Ici dF_v , dF_h , dL et dD sont des forces agissant sur une section de l'élément de pale dr (voir Figure A.3).

La force horizontale dF_h crée un couple de traînée Q qui est donné par :

$$dQ = dF_h r \quad (\text{A.16})$$

La vitesse de rotation d'une pale est Ω et le rayon du disque rotor est R . La composante tangentielle U_T de la vitesse d'un élément de pale est définie par :

$$U_T = \Omega r \quad (\text{A.17})$$

La composante normale U_P de la vitesse d'un élément d'une pale est la vitesse perpendiculaire à la vitesse U_T donnée par :

$$U_P = V_I + V_0 \quad (\text{A.18})$$

où V_I est la vitesse induite voir A.1. φ représente l'angle induit entre la direction de flux d'air et le plan de rotation, nommée « inflow angle », supposé faible, avec :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{U_P}{U_T}\right) \approx \frac{V_I + V_0}{\Omega r} \quad (\text{A.19})$$

La résultante de la vitesse de l'élément de pale $V_a(r)$ peut alors s'écrire :

$$V_a(r) = \sqrt{(V_I + V_0)^2 + (\Omega r)^2} \quad (\text{A.20})$$

Etant donné que l'angle du flux d'air φ est faible, la traînée élémentaire dD est relativement plus petite que dL . Alors, la vitesse $V_a(r)$ et les forces verticales et horizontales (A.15) d'un anneau élémentaire, d'un rotor composé de n pales, peuvent être redéfinies comme étant :

$$\begin{aligned} V_a(r) &\approx \Omega r \\ dF_v &\approx ndL \\ dF_h &\approx n(\varphi dL + dD) = dD_i + dD_p \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

A.1.1.1 Modèle de poussée

D'après (2.22), l'expression de portance est donnée par :

$$dL = \frac{1}{2} \rho_a C_l c (V_a(r))^2 . dr \quad (\text{A.22})$$

où « c » est la corde moyenne de pale, dr est l'incrément de la distance radiale et C_l est le coefficient de sustentation défini par :

$$C_l = a_p \alpha_l = a_p (\theta_I(r) - \varphi) \quad (\text{A.23})$$

α_l est l'angle d'attaque local, θ_I est l'angle de pas et a_p est la pente aérodynamique de portance. L'angle de pas ou de tangage θ_I varie linéairement par rapport à la position radiale r selon la relation :

$$\theta_I(r) = \theta_0 - \frac{r}{R} \theta_{wt}. \quad (\text{A.24})$$

où θ_0 est l'angle de pas au voisinage de l'axe de l'actionneur et θ_{wt} est le coefficient de torsion. En substituant (A.23) (A.24) dans (A.22) et en utilisant (A.19) - (A.21), on obtient :

$$dF_v = ndL = \frac{1}{2}\rho_a n a_p \Omega^2 \left(\theta_0 r^2 - \frac{r^3}{R} \theta_{wt} - \frac{U_P}{\Omega} r \right) c \cdot dr \quad (\text{A.25})$$

Cependant, la vitesse induite change en tout élément de pale, elle est exprimée en fonction de r . Par conséquent, pour simplifier cette tâche, on suppose qu'elle est constante, en intégrant (A.25) par :

$$T = \int_0^R dF_v = \rho_a n c a_p \Omega^2 R^3 \left(\frac{1}{6} \theta_0 - \frac{1}{8} \theta_{tw} - \frac{1}{4} \mu \right) \quad (\text{A.26})$$

Le paramètre μ défini comme le rapport entre la vitesse d'avancement et la vitesse au bout de pale (ΩR), avec

$$\mu = \frac{U_P}{\Omega R} \quad (\text{A.27})$$

Nous pouvons exprimer la poussée totale en fonction de la vitesse angulaire Ω du rotor :

$$T = \kappa_{1t} \Omega^2 + \kappa_{2t} \Omega \quad (\text{A.28})$$

où les constantes κ_{it} sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} \kappa_{1t} &= n \rho_a c a_p R^3 \left(\frac{1}{6} \theta_0 - \frac{1}{8} \theta_{tw} \right) \\ \kappa_{2t} &= -n \rho_a c a_p R^3 \frac{1}{4} \mu \end{aligned}$$

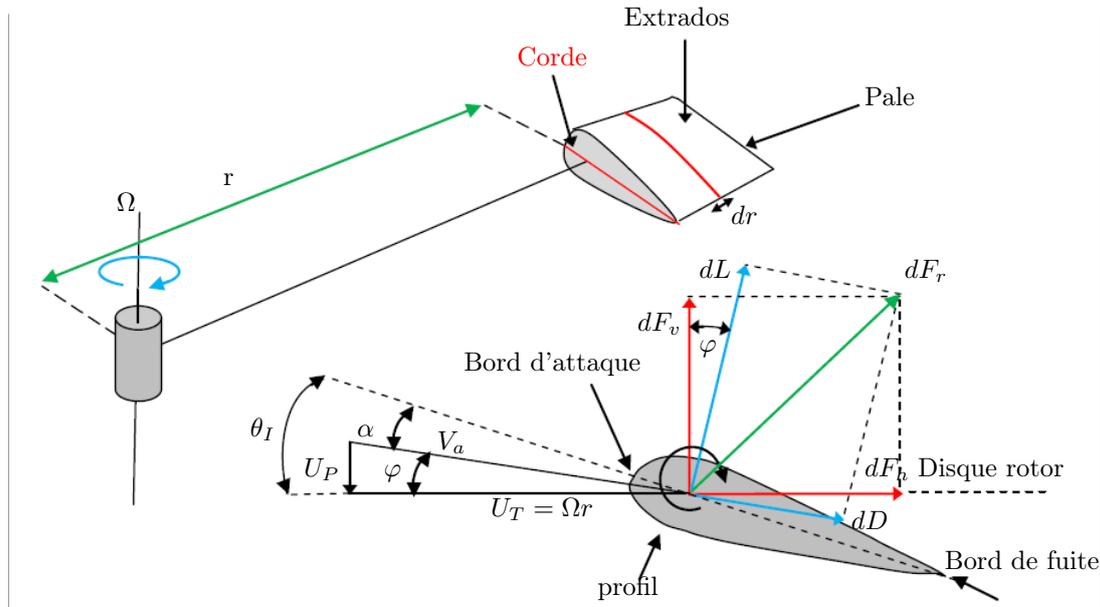


FIGURE A.3 – Géométrie d'un élément de pale.

A.1.1.2 Modèle de traînée

La traînée est la force qui s'oppose aux mouvements d'un corps dans un fluide. Elle est générée par les différentes interactions et les nombreux contacts existant entre un corps solide et un fluide. En aérodynamique, il est d'usage de décomposer la traînée en trois catégories, à savoir la traînée induite, la traînée de forme et la traînée parasite.

En calculant le premier terme de (A.15) :

$$ndL\varphi = \frac{1}{2}\rho_a nca_p \Omega^2 \left(\theta_0 r^2 - \frac{r^3}{R} \theta_{wt} - \frac{V_I + V_0}{\Omega} r \right) \frac{V_I + V_0}{\Omega r} .dr \quad (\text{A.29})$$

Alors, la traînée induite peut s'écrire :

$$\begin{aligned} Q_i &= \int_0^R r dD_i \\ &= \rho_a nca_p \Omega^2 \mu R^4 \left(\frac{1}{6} \theta_0 - \frac{1}{8} \theta_{tw} - \frac{1}{4} \mu \right) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

En calculant, maintenant le deuxième terme de (A.15) :

$$ndD = \frac{1}{2} \rho_a C_d nc (\Omega r)^2 .dr \quad (\text{A.31})$$

Ici, C_d est le coefficient de traînée de forme, qui est non constant pour chaque l'élément de pale, il peut être supposé constant en introduisant δ . Alors la traînée de profil devient :

$$Q_p = \int_0^R r ndD = \frac{1}{8} \rho_a nc R^4 \delta \Omega^2 \quad (\text{A.32})$$

Le phénomène de traînée de forme est causé par la présence d'une zone de surpression et d'une zone de dépression. La zone de surpression est située à l'avant de l'objet, freinant de ce fait son déplacement, tandis que la zone de dépression se trouve à l'arrière de l'objet, l'incitant donc à reculer.

La traînée totale peut s'écrire :

$$Q = Q_p + Q_i = \rho_a nca_p \Omega^2 R^4 \left[\frac{\delta}{8a_p} + \mu \left(\frac{1}{6} \theta_0 - \frac{1}{8} \theta_{tw} - \frac{1}{4} \mu \right) \right] \quad (\text{A.33})$$

Cela peut être écrit sous la forme suivante :

$$Q = \kappa_{1d} \Omega^2 + \kappa_{2d} \Omega + \kappa_{3d} \quad (\text{A.34})$$

avec

$$\begin{aligned} \kappa_{1d} &= \rho_a nca_p R^4 \frac{\delta}{8a_p} \\ \kappa_{2d} &= \rho_a nca_p R^4 \frac{(V_I + V_0)}{R} \left(\frac{1}{6} \theta_0 - \frac{1}{8} \theta_{tw} \right) \\ \kappa_{3d} &= -\rho_a nca_p R^4 \frac{1}{4} \left(\frac{V_I + V_0}{R} \right)^2 \end{aligned}$$

Pour les actionneurs de drone de petite taille, la vitesse moyenne de rotation peut atteindre une vitesse (250 rad/sec). Donc en analysant les expressions précédentes, on observe que ces expressions peuvent être approximées par :

$$\begin{cases} T &= \kappa_{1t} \Omega^2 \\ Q &= \kappa_{1d} \Omega^2 \end{cases} \quad (\text{A.35})$$

Outils mathématiques et concept de stabilité

B.1 Notations

Certaines notations utilisées tout au long de cette thèse sont listées ci-dessous.

- Pour une fonction f définie par $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$, nous dirons que f est de classe \mathcal{C}^r si $f^k(x)$, $k = \{0, 1, \dots, r\}$ est définie et continue pour tout $x \in \mathbf{X}$. f est continue si $f \in \mathcal{C}^0$, f est continûment différentiable si $f \in \mathcal{C}^1$, et f est dite lisse si $f \in \mathcal{C}^\infty$.
- La norme- p d'un vecteur $\|x\|_p := (\sum_{i=1}^n |s_i|^p)^{1/p}$ la norme 2 ou norme euclidienne est par contre la plus utilisée dans ce manuscrit, notée par $\|x\| := \|x\|_2 = (x^T x)^{1/2}$. Ceci se réduit à la valeur absolue pour des scalaires x .
- Pour une matrice $P = P^T > 0$, nous notons $\lambda_{\min}(P)$ et $\lambda_{\max}(P)$ respectivement les valeurs minimale et maximale des valeurs propres de la matrice P .

Définition. 2 Une fonction $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ définie pour tout (t, x) est *lipschitzienne* en x , si pour deux vecteurs x_1 et x_2 et pour tout t , nous avons

$$\|f(t, x_1) - f(t, x_2)\| \leq \gamma \|x_1 - x_2\|$$

si cette condition est vraie pour tout $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ alors la fonction est dite *globalement lipschitzienne*. Elle est dite localement lipschitzienne quand la condition est satisfaite dans une région de \mathbb{R}^n .

Définition. 3 Une fonction continue $f : [0, a) \rightarrow [0, \infty)$ est dite de classe \mathcal{K} si elle est strictement croissante et si $f(0) = 0$.

Définition. 4 Une fonction continue $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ est dite de classe \mathcal{L} si elle est décroissante et si elle tend vers zéro lorsque son argument tend vers l'infini.

Définition. 5 Une fonction continue $f : [0, a) \times [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ est dite fonction de classe \mathcal{KL} ($f \in \mathcal{KL}$) si $f(\cdot, t) \in \mathcal{K}$ pour tout $t \in \mathbb{R}^+$ et $f(s, \cdot) \in \mathcal{L}$ pour tout $s \in \mathbb{R}^+$.

B.2 Notion de stabilité au sens de Lyapunov

Le concept de stabilité est très intuitif dans le contexte des systèmes mécaniques. La théorie de Lyapunov est considérée comme un des piliers de l'automatique et de la stabilité des équations différentielles ordinaires en général. Considérons, par exemple, une bille sur une surface non-plane (voir Figure B.1). Une position d'équilibre sera dite stable si, après toute perturbation

suffisamment petite sur la position de la bille, celle-ci reste à jamais arbitrairement proche de cette position d'équilibre. Les définitions qui suivent proviennent de [Khalil 1996][Sastry 1999] et [Vidyasagar 2002].

Un système non linéaire peut être représenté par le système différentiel suivant :

$$\dot{x} = f(x, t), \quad t \geq 0. \quad (\text{B.1})$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état et $f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ est une fonction continue. Nous supposons que l'origine $x = 0$, est un point d'équilibre pour le système (B.1). Pour étudier la stabilité du point d'équilibre $x = 0$ nous introduisons les définitions suivantes [Vidyasagar 2002] :

Définition. 6 Un système est stable au sens de Lyapunov, si $\forall R > 0, \exists r > 0$ tel que $\|x_0\| < r \Rightarrow \|x(t)\| < R$.

Cette définition signifie que, quelle que soit la boule d'exigence de taille R , il est toujours possible de choisir une certaine sous-boule de taille r telle que, pour toutes les conditions initiales comprises dans cette sous-boule, les trajectoires résultantes seront, en tout temps, comprises dans la boule d'exigence de taille R .

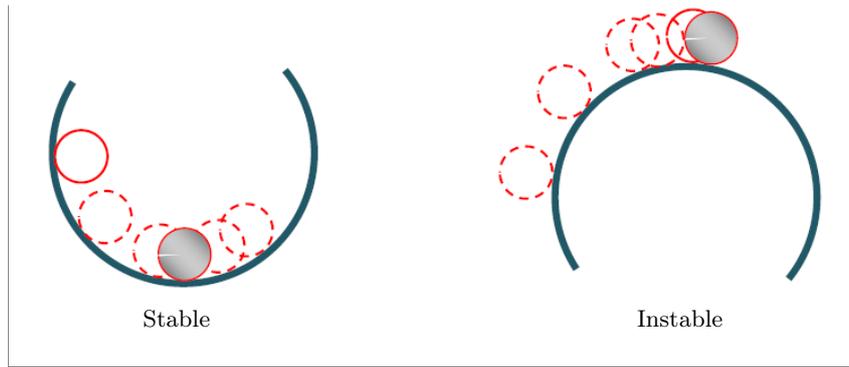


FIGURE B.1 – Illustration de la définition intuitive de la stabilité.

Définition. 7 Un système est instable au sens de Lyapunov lorsque il n'est pas stable au sens de la définition (6).

Définition. 8 Le point d'équilibre $x = 0$ de (B.1) est dit *localement stable* s'il existe une constante positive $r > 0$ tel que pour tout $(t_0, x_0(t_0)) \in \mathbb{R}^+ \times B_r$ il existe une fonction $\alpha \in \mathcal{K}$ telle que :

$$\|x(t)\| \leq \alpha(\|x(t_0)\|), \quad \forall t_0 \geq 0, \forall x(t_0) \in B_r \quad (\text{B.2})$$

Si l'inégalité est vérifiée pour tout $(t_0, x_0(t_0)) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n$ alors l'origine est *globalement stable*.

Définition. 9 Le point d'équilibre $x=0$ de (B.1) est dit

- (*Localement*) *asymptotiquement stable* s'il existe une constante $r > 0$ telle que pour toute paire $(t_0, x_0(t_0)) \in \mathbb{R}^+ \times B_r$, il existe une fonction $\beta \in \mathcal{KL}$ telle que :

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x(t_0)\|, t - t_0), \quad \forall t \geq t_0 \geq 0, \forall x(t_0) \in B_r \quad (\text{B.3})$$

- *Semi-globalement asymptotiquement stable* Si pour toute constante $r > 0$ et pour toute paire $(t_0, x_0(t_0)) \in \mathbb{R}^+ \times B_r$ il existe une fonction $\beta \in \mathcal{KL}$ telle que (B.3) est vérifiée.
- *Globalement asymptotiquement stable (GAS)* s'il existe une fonction $\beta \in \mathcal{KL}$ telle que pour toute paire $(t_0, x_0(t_0)) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n$ l'inégalité (B.3) est vérifié.

Définition. 10 Le point d'équilibre $x=0$ de (B.1) est dit (*localement*) *exponentiellement stable* s'il est (localement) asymptotiquement stable et (B.3) vérifie :

$$\beta(r, s) = kre^{-\gamma s}, \quad k > 0, r > 0, \gamma > 0. \quad (\text{B.4})$$

Dans le même contexte, nous pouvons définir pour le point d'équilibre $x=0$ de (B.1) la notion de *semi globalement exponentiellement stable* et *globalement exponentiellement stable (GES)*.

Définition. 11 Le point d'équilibre $x=0$ de (B.1) est dit uniformément stable s'il existe une constante positive $r > 0$ et une fonction $\alpha \in \mathcal{K}$ indépendantes de t_0 , telle que $\forall t \geq t_0 \geq 0, \forall x(t_0) \in B_r$

$$\|x(t)\| \leq \alpha(\|x(t_0)\|) \quad (\text{B.5})$$

Si l'inégalité (B.5) est vérifiée pour tout $(t_0, x(t_0)) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n$, alors l'origine est *globalement uniformément stable*.

Théorème. B.2.1 Soit $x=0$ un point d'équilibre de (B.1) et soit le domaine $D \subset \mathbb{R}^n$ contenant $x=0$. Soit la fonction $V : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ de class \mathcal{C}^1 telle que :

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \quad \text{et} \quad V(x) > 0 \quad \text{dans} \quad D \\ \dot{V}(x) &\leq 0 \quad \text{dans} \quad D \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

alors $x = 0$ est stable. De plus, si :

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{dans} \quad D - \{0\} \quad (\text{B.7})$$

alors $x=0$ est asymptotiquement stable.

Notons que pour avoir une stabilité asymptotique du point d'équilibre $x=0$, il est nécessaire de prouver que $\dot{V}(x) < 0$ dans $D - \{0\}$. Cela dit, il existe d'autres théorèmes qui permettent de montrer la stabilité asymptotique quand $\dot{V}(x) \leq 0$. Pour les systèmes autonomes, il est possible de prouver la stabilité asymptotique quand $\dot{V}(x) \leq 0$ en considérant le théorème de LaSalle, alors que pour les systèmes non autonomes le Lemme de Barbalat est employé pour prouver la stabilité asymptotique.

Théorème. B.2.2 (Théorème de LaSalle), [Khalil 1996] *Le point d'équilibre $\bar{x} = 0$ de (B.1) est asymptotiquement stable s'il existe une fonction $V(x) : D \rightarrow \mathbb{R}$ continûment différentiable ayant les propriétés suivantes :*

- D est un ouvert de \mathbb{R}^n et $\bar{x} \in D$.
- $V(x) > V(\bar{x}) \quad \forall x \neq \bar{x}$ dans D ($V(x)$ est minimum en \bar{x})
- $\dot{V}(x) < 0, \quad \forall x \in D$
- $S \subset D$ tel que $\dot{x} = 0$ ne contient pas de trajectoires du système autre que $x(t) = \bar{x}$.

Lemme. B.2.1 (*Lemme de Barbalat*), [Khalil 1996] Soit $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction uniformément continue sur $[0, \infty)$. Supposons que $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \phi(\tau) d\tau$ existe et est finie. Alors

$$\phi \rightarrow 0 \quad \text{quand} \quad t \rightarrow \infty \quad (\text{B.8})$$

Liste des publications Réalisées dans le cadre de la thèse

- **Conférences internationales avec actes**

- * Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Robust Control for Attitude Tracking Problem for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle*. Proceedings of the 3rd International Conference on Systems and Control ICSC'13, 29-31 October 2013.
- * Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Robust Altitude Controller for a Quadrotor Rotorcraft using Adaptive Sliding Mode Control Technique*. International Conference of Modeling and Simulation ICMS'14.
- * Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Nonlinear Control for Quadrotor System with the Aerodynamic Perturbations Compensation*. Proceedings of 1st International Conference on Aeronautics Sciences ICAS (2013).
- * Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Nonlinear Observer Design and Finite Time Algorithm for Attitude Tracking of Quadrotor System*. International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control (ICEEAC 2013).
- * Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Finite Time Controller Design for Trajectory Tracking of Quadrotor Systems*. The 5th international Conference on Electronics Engineering, ICEE 2013.
- * Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *PID/Super twisting Control for Path Tracking of a MiniRotorcraft Unmanned Aerial Vehicle*. International Conference on Electro-Energy (ICEE'2014) le 09-11 November 2014.
- * Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Sliding mode Control for a Small Coaxial rotorcraft UAV*. 3rd International Conference On Control, Eegineering & Information Technology CEIT (2015).

- **Reuves internationales**

- Mohammed Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *A New Robust Control for a Minirotorcraft Unmanned Aerial Vehicles*. ISA Transactions, 2015 ; 56, 86-101.

Bibliographie

- [Achour 2010] W. Achour et Siguerdidjane H. Piet-Lahanier H. *Wind field bounded error identification and robust guidance law design for a small scaled helicopter*. IFAC Symposium ACA'10, NARA, JAPAN,, 2010. (Cité en page 25.)
- [Achour 2011] W Achour. *Estimation à erreurs borées et guidage pilotage des aéronefs autonomes en milieu perturbé*. Thèse de Doctorat de l'Ecole doctorale STITS, France, 2011. (Cité en page 22.)
- [Benallegue 2008] A. Benallegue et L. Fridman A.mokhtari. *High-order sliding mode observer for a quadrotor uav*. Int.J. Robust nonlinear control, 18(4) :427-440, 2008. (Cité en pages 24, 42 et 127.)
- [Bertrand 2007] Sylvain Bertrand. *Commande de Drone Miniature à voilure tournante*. Thèse de Doctorat de DE L'Université de nice sofia antipolis, 2007. (Cité en pages 22 et 27.)
- [Boiffier 1998] J. Boiffier. *Jhon Wiley & Sons*. The Dynamics Of Flight, 1998. (Cité en page 30.)
- [Bouabdallah 2004] S Bouabdallah et Siegwart R Murrieri P. *PID vs. LQ control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor*. In Proc IEEE international conference on intelligent Robots and systems, Japan, 2004. (Cité en pages 23 et 42.)
- [Bouabdallah 2005] S. Bouabdallah et R. Siegwart. *Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor*. IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA'05, pp. 2259-2264, 2005. (Cité en page 25.)
- [Brisset 2004] Pascal Brisset. *Drones civils Perspectives et réalités*. Ecole Nationale de l'Aviation Civile, 2004. (Cité en page 6.)
- [Budiyono 2007] A. Budiyono et S. S. Wibowo. *Optimal Tracking Controller Design for a Small Scale Helicopter*. Journal of Bionic Engineering, vol. 4, no. 4, p. 271-280, 2007. (Cité en page 23.)
- [Cai 2008] G. Cai et T. H Lee L. Feng B.M Chen. *Systematic design methodology and construction of UAV helicopters*. Mechatronics, 18(10) :545-558, 2008. (Cité en page 12.)
- [Carrillo 2013] L. R. G. Carrillo et C. Pégard A. E. Dzul R. Lozano. *Quad Rotorcraft Control : Vision-Based Hovering and Navigation*. Springer-Verlag London, 2013. (Cité en pages 6 et 42.)
- [Castillo 2004] P. Castillo, A. Dzul et R. Lozano. *Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors*. Proceedings of the IROS, International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, 3, 2693-2698, 2004. (Cité en page 23.)
- [Castillo 2005] P. Castillo et A. E. Dzul R. Lozano. *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Springer-Verlag London Limited, 2005. (Cité en pages 6, 12 et 29.)
- [Cheviron 2009] T. Cheviron, F. Plestan et A. Chriette. *A robust guidance and control scheme of an autonomous scale helicopter in presence of wind gusts*. International Journal of Control, 82 :12, 2206-2220, 2009. (Cité en page 29.)
- [Comolet 1990] R. Comolet. *Mécanique expérimentale des fluides, Tome 1 : Statique et dynamique des fluides non visqueux*. Masson, 5ème édition, 1990. (Cité en page 139.)

- [Coza 2011] C. Coza et A. R. Serrano C. Nicol C. J. B. Macnab. *Adaptive Fuzzy Control for a Quadrotor Helicopter Robust to Wind Buffeting*. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, vol. 22, no. 5, p. 267-283, 2011. (Cité en page 27.)
- [Dávila 2009] A. Dávila et L. Fridman Jaime A. Moreno. *Optimal Lyapunov function selection for reaching time estimation of Super Twisting Algorithm*. Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China, December 16-18, 2009. (Cité en pages 46 et 50.)
- [Derafa 2012] L. Derafa et L. Fridman A. Benallegue. *Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV*. Journal of the Franklin Institute. vol. 349, no. 2, 2012. (Cité en page 26.)
- [Drouot 2013] Adrien Drouot. *Stratégies de Commande pour la Navigation Autonome d'un Drone Projectile Miniature*. Thèse de Doctorat de l'Université de Lorraine, France, 2013. (Cité en pages 23, 26, 37, 42 et 125.)
- [Drouot 2014] A. Drouot et M. Boutayeb E. Richard. *Hierarchical backstepping-based control of a Gun Launched MAV in crosswinds : Theory and experiment*. Control Engineering Practice 25 (2014) 16-25, 2014. (Cité en page 25.)
- [Gessow 1967] A Gessow et G Myers. *Aerodynamics of the helicopter*. Frederick Ungar Publishing Co, New York, 1967. (Cité en page 35.)
- [Gonzalez 2011] Tenoch Gonzalez et Leonid Fridman Jaime A. Moreno. *Variable Gain Super-Twisting Sliding Mode Control*. IEEE Transactions on Automatic Control,, 2011. (Cité en page 46.)
- [Gonzalez 2013] I. Gonzalez et J. Escareno Salazar R. Lozano. *Real-Time Altitude Robust controller for a Quad-rotor aircraft using Sliding-mode control technique*. 2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) May 28-31, Grand Hyatt Atlanta, Atlanta, GA, 2013. (Cité en page 26.)
- [Gress 2007] Gary R. Gress. *Lift Fans as Gyroscopes for Controlling Compact VTOL Air Vehicles : Overview and Development Status of Oblique Active Tilting*. American Helicopter Society 63rd Annual Forum, Virginia Beach VA, May 1-3, 2007. (Cité en page 16.)
- [Guo 2011] Bao Zhu Guo et Zhi liang Zhao. *On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty*. Systems & Control Letters 60 420-430, 2011. (Cité en pages 74 et 123.)
- [Hall 2009] Alexander P. K. Hall et Doug Auld KC Wong. *Coaxial Rotor Interaction Modelling Using Blade Element Momentum Theory*. 7th Australian Pacific Vertiflite Conference on Helicopter Technology, 2009. (Cité en page 38.)
- [Hamel 2005] T. Hamel et P. Soueres. *Modélisation, estimation et contrôle des drones à voilures tournantes*. un aperçu des projets de recherche français. In 5^{ème} Journées Nationales de la Recherche en Robotique, 2005. (Cité en page 6.)
- [Hamel 2007] Tarek Hamel et Robert Mahony. *Image based visual servo control for a class of aerial robotic systems*. Automatica 43, 1975-1983, 2007. (Cité en page 29.)
- [Hauser 1992] J. Hauser et G. Meyer S. Sastry. *Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems : Applications to v/stol aircraft*. Automatica, vol. 28, no. 4, pp. 651670, 1992. (Cité en page 24.)

- [Héïssé 2010] Bruno Héïssé. *Asservissement et Navigation Autonome d'un drone en environnement incertain par flot optique*. Thèse de Doctorat de De L'Ecole Doctorale STIC, 2010. (Cité en page 27.)
- [Hua 2013] Minh-Duc Hua et Claude Samson Tarek Hamel Pascal Morin. *Introduction to Feedback Control of Underactuated VTOL Vehicles*. IEEE CONTROL SYSTEMS MAGAZINE, february, 2013. (Cité en page 42.)
- [Jin Erdong and 2008] Sun Zhaowei Jin Erdong and. *Robust controllers design with finite time convergence for rigid spacecraft attitude tracking control*. Aerospace Science and Technology 12 324-330, 2008. (Cité en page 47.)
- [J.M. Pfimlin 2010] P. Souères T. Hamel D. Trouchet J.M. Pfimlin P. Binetti. *Modeling and attitude control analysis of a ducted-fan micro aerial vehicle*. Control Engineering Practice, 18, 209-218, 2010. (Cité en page 38.)
- [Kendoul 2006] F. Kendoul, I. Fantoni et R. Lozano. *Modeling and Control of a Small Autonomous Aircraft Having Two Tilting Rotors*. IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS, VOL. 22, NO. 6, DECEMBER, 2006. (Cité en pages 16, 25 et 34.)
- [Kendoul 2007] Farid Kendoul. *Modélisation et commande de véhicules aériens autonomes, et développement d'un pilote automatique basé sur la vision*. Thèse de Doctorat de DE L'université de Technologie Compiègne, 2007. (Cité en pages 27 et 29.)
- [Kendoul 2008] F. Kendoul et R. Lozano I. Fantoni. *Asymptotic Stability of Hierarchical Inner-Outer Loop-Based Flight Controllers*. Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea, 2008. (Cité en page 25.)
- [Kendoul 2010] Farid Kendoul et Kenzo Nonami Zhenyu Yu. *Guidance and Nonlinear Control System for Autonomous Flight of Minirotorcraft Unmanned Aerial Vehicles*. Journal of Field Robotics, vol. DOI : 10.1002/rob.20327, no. 27(3), pages 311-334, 2010. (Cité en pages 30 et 70.)
- [Khalil 1996] H. Khalil. *Nonlinear Systems*. 2nd ed. Prentice-Hall. New Jersey, USA, 1996. (Cité en pages 148 et 149.)
- [Kim 2002] H. J. Kim et D. H. Shim et S. S. Sastry. *Nonlinear Model Predictive Tracking Control for Rotorcraft-Based Unmanned Aerial Vehicles*. Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, Alaska, USA, vol. 5, p. 3576-3581, 2002. (Cité en page 27.)
- [Kim 2003] H J Kim et D Shim. *A Flight Control System for Aerial Robots : Algorithms and Experiments*. Control Engineering Practice, 11, pp 1389-1400, 2003. (Cité en page 23.)
- [Koehl 2012a] Arnaud Koehl. *Modélisation, Observation et Commande d'un Drone Miniature à Birotor Coaxial*. Thèse de Doctorat de l'Université de Lorraine, France, 2012. (Cité en pages vii, 6, 12, 29, 30 et 37.)
- [Koehl 2012b] Arnaud Koehl et Bastien Martinez Hugues Rafaralahy Mohamed Boutayeb. *Aerodynamic Modelling and Experimental Identification of a Coaxial-Rotor UAV*. J Intell Robot Syst 68 :53-68, 2012. (Cité en pages vii, 38 et 39.)
- [Koo 1998] T. John Koo et S Sastry. *Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization*. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control CDC'98, 1998. (Cité en page 24.)

- [Kori 2014] Deepak Kumar Kori et S. E. Talole Jaywant P. Kolhe. *Extended state observer based robust control of wing rock motion*. Aerospace Science and Technology 33 107-117,, 2014. (Cité en pages 72, 74 et 123.)
- [Kristić 1995] M. Kristić et P. Kokotović. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, Inc. New York, USA., 1995. (Cité en page 82.)
- [Leishman 2006] J Gordon Leishman. *Principles of Helicopter Aerodynamics*. University of Maryland, Cambridge University press, 2006. (Cité en page 35.)
- [Levant 1993] A. Levant. *Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control*. Int. J. Control, 58 :1247-1263, 1993. (Cité en pages 26 et 46.)
- [Levant 2007] A. Levant. *Principles of 2 sliding mode design*. Automatica, 43(4) :576-586, 2007. (Cité en page 46.)
- [Lipera 2001] L. Lipera et M. Mansur M. Rotkowitz P. Patangui J. Colbourne M. Tischler. *The micro craft iSTAR micro-air vehicle : Control system design and testing*. Proc. of the 57th Annual Forum of the American Helicopter Society, Washington DC, USA, pp. 1-11, 2001. (Cité en page 23.)
- [Liu 2012] Lei-Po Liu et Xiao-Na Song Zhu-Mu Fu. *Sliding Mode Control with Disturbance Observer for a Class of Nonlinear Systems*. International Journal of Automation and Computing,, 2012. (Cité en page 100.)
- [Madani 2007] Tarek Madani et Abdelaziz Benallegue. *Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles*. In Proc. of American control conference, ACC'07, NY, USA (pp. 5887-5892), 2007. (Cité en page 25.)
- [Mahony 2004] Robert Mahony et Tarek Hamel. *Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter*. International Journal of nonlinear Control, 14 :1035-1059, 2004. (Cité en pages 25 et 27.)
- [Martini 2008a] A. Martini. *Modélisation et Commande de vol d'un hélicoptère drone soumis à une rafale de vent*. Thèse de Doctorat de DE L'université de Metz, Ecole Doctorale Energie, Mécanique, Matériaux, 2008. (Cité en pages 6 et 29.)
- [Martini 2008b] Adnan Martini et Gabriel Abba François Léonard. *Robust and Active Trajectory Tracking for an Autonomous Helicopter under Wind Gust*. Robotics, Automation and Control, 2008. (Cité en page 123.)
- [Mokhtari 2015a] Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Robust Control for Attitude Tracking Problem for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle*. Proceedings of the 3rd International Conference on Systems and Control ICSC'13, 2015. (Cité en page 26.)
- [Mokhtari 2015b] Rida Mokhtari et Brahim Cherki. *Sliding mode Control for a Small Coaxial rotorcraft UAV*. 3rd International Conference On Control, Eengineering & Information Technology CEIT, 2015. (Cité en page 26.)
- [Moreno 2008] Jaime A. Moreno et Marisol Osorio. *A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers*. Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control Cancun, Mexico, Dec. 9-11, 2008. (Cité en pages 3, 46 et 58.)
- [Naldi 2008] R. Naldi et A. Sala L. Marconi. *Modelling and Control of a Miniature Ducted-Fan in Fast Forward Flight*. Proceedings of the American Control Conference, Seattle, Washington, USA, 2008. (Cité en page 16.)

- [Nersesov 2010] S. G. Nersesov et P. Ghorbanian H. Ashrafiuon. *On the Stability of Sliding Mode Control for a Class of Underactuated Nonlinear Systems*. 2010 American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA June 30-July 02, 2010. (Cité en page 101.)
- [Nicol 2011] C. Nicol et A. Ramirez-Serrano C.J.B. Macnab. *Robust adaptive control of a quadrotor helicopter*. *Mechatronics*, 21 927-938, 2011. (Cité en pages vii et 43.)
- [Nonami 2010] K. Nonami et Wang. W Nakazawa. D Kendoul. F Suzuki. S. *Autonomous Flying Robots : Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles*. Tokyo, Heidelberg : Springe, 2010. (Cité en page 141.)
- [Pflimlin 2006] J. M. Pflimlin. *Commande d'un minidrone à hélice carénée : De la stabilisation dans le vent à la navigation autonome*. Thèse de Doctorat de l'École Doctorale Systèmes de Toulouse, 2006. (Cité en pages 6 et 29.)
- [Pflimlin 2007] J. M. Pflimlin et T. Hamel P. Soueres. *Position control of a ducted fan VTOL UAV in crosswind*. *International Journal of Control*, vol. 80, 666-683, 2007. (Cité en pages 16 et 25.)
- [Pieper 1994] J. K. Pieper et S. Baillie et K. R. Goheen. *Linear-Quadratic Optimal Model-Following Control of a Helicopter in Hover*. *Proceedings of the American Control Conference*, Baltimore, Maryland, USA, vol. 3, p.3470-3474, 1994. (Cité en page 23.)
- [Plinval 2014] H. D. Plinval. *Commande référencée vision pour drones à décollages et atterrissages verticaux*. Thèse de Doctorat de L'université de Toulouse, 2014. (Cité en page 27.)
- [Postlethwaite 2005] I. Postlethwaite et M.C. Turner K. Ellis A.W. Gubbels E. Prempain E. Turkoglu. *Design and flight of various H_∞ controllers for the bell 205 helicopter*. *Control Engineering practice*, 13 :383-398, 2005. (Cité en page 24.)
- [Prempaina 2005] E. Prempaina et I. Postlethwaite. *Static H_∞ loop shaping control of a fly-by-wire helicopter*. *Automatica*, 41 :1517 - 1528, 2005. (Cité en page 24.)
- [Salazar-Cruz 2008] Sergio Salazar-Cruz et I Fantoni F Kendoul R Lozano. *Real-Time Stabilization of a Small tri-rotor Aircraft*. *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, vol. 44, 2008. (Cité en page 27.)
- [Salazar-Cruz 2009] Sergio Salazar-Cruz et Juan Escareño Rogelio Lozano. *Stabilization and nonlinear control for a novel trirotor mini-aircraft*. *Control Engineering Practice* 886-894, vol. 44, 2009. (Cité en page 17.)
- [Sastry 1999] S. Sastry. *Nonlinear Systems : Analysis, Stability and Control*. Springer-Verlag. New York, USA., 1999. (Cité en page 148.)
- [Seddon 1990] J. Seddon. *Basic Helicopter Aerodynamics*. Exford London Edinburgh Boston Melbourne, 1990. (Cité en page 35.)
- [Shin 2011] H. S. Shin et H. J. Kim M. J. Thak. *Nonlinear Model Predictive Control for Multiple UAVs Formation using Passive Sensing*. *International Journal of Aeronautical and Space Science*, vol. 12, no. 1, p. 16-23, 2011. (Cité en page 27.)
- [Shtessel 2012] Yuri Shtessel et Franck Plestan Mohammed Taleb. *A novel adaptive-gain super-twisting sliding mode controller : Methodology and application*. *Automatica* 48 (2012) 759-769, 2012. (Cité en page 46.)

- [Shtessel 2014] Yuri Shtessel et Arie Levant Christopher Edwards Leonid Fridman. *Sliding Mode Control and Observation*. Springer-New York Heidelberg Dordrecht London, 2014. (Cité en pages 95 et 100.)
- [S.P. 1998] Bhat S.P. et Bernstein D.S. *Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators*. IEEE Trans. Autom. Control, 43, pp. 678-682, 1998. (Cité en pages 47, 48 et 93.)
- [S.P 2000] Bhat S.P et Bernstein D.S. *Finite-time stability of continuous autonomous systems*. SIAM J. Control Optim., 38, (3), pp. 751-766., 2000. (Cité en pages 47 et 48.)
- [Spurgeon 1998] C. Edwards & S.K. Spurgeon. *Sliding Mode Control : Theory and Applications*. Taylor and Francis Systems and Control Book Series. Taylor & Francis Group,, 1998. (Cité en page 95.)
- [Stengel 2004] R.F. Stengel. *Flight Dynamics*. Princeton University Press, Princeton, 2004. (Cité en page 34.)
- [Stevens 2003] B. L. Stevens et F. L. Lewis. *Aircraft Control and Simulation*. Wiley, New York, 2003. (Cité en page 34.)
- [Takahashi 1993] M.D. Takahashi. *Synthesis and evaluation of an H_2 control law for a hovering helicopter*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 16(3) :579-584, 1993. (Cité en page 23.)
- [Tayebi 2006] A Tayebi et S McGilvray. *Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 14 :3, pp 562-571,, 2006. (Cité en page 23.)
- [Utkin 1992] V. Utkin. *Sliding Mode in Control Optimization*. Springer-Verlag, Berlin, 1992. (Cité en page 95.)
- [Vegan 2012] L. L. Vegan et A. G. Loukianov B. Castillo. *Robust block second order sliding mode control for a quadrotor*. Journal of the Franklin Institute 349 719-739, 2012. (Cité en page 26.)
- [Vidyasagar 2002] M. Vidyasagar. *Nonlinear systems analysis*. SIAM, October. 2002. (Cité en page 148.)
- [Xu 2008] R. Xu et U. Ozguner. *Sliding mode control of a class of underactuated systems*. Automatica 44 233-241, 2008. (Cité en page 101.)
- [Yu Sh 2005] Yu Xh Yu Sh et Man ZH Shirin zاده B. *Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode*. Automatica, pp. 11 : 1957-64., 2005. (Cité en pages 46, 47, 48 et 93.)
- [Zhao 2008] D. Zhao et F. Gao S. Li Q. Zhu. *Robust finite-time control approach for robotic manipulators*. Published in IET Control Theory and Applications doi : 10.1049/iet-cta, 2008. (Cité en page 48.)
- [Zhao 2009] Dongya Zhao et Feng Gao Shaoyuan Li. *Finite time position synchronised control for parallel manipulators using fast terminal sliding mode*. International Journal of Systems Science, Vol. 40, No. 8, 829-843, 2009. (Cité en page 46.)

Résumé

A l'heure actuelle, les projets d'utilisation des drones miniatures à voilure tournante de petites tailles pour des missions de surveillance et d'observation dans des environnements hostiles et perturbés est en pleine expansion. Ces véhicules aériens représentent actuellement la solution la plus performante pour combiner le vol quasi-stationnaire avec le vol d'avancement. L'étude présentée dans cette thèse est concernée de deux concepts de drones de type birotor coaxial et le quadrirotor. Les deux modèles perturbés présentent un grand défi à cause du fort couplage entre les entrées de commande et les états du système, de plus ces modèles sont sous-actionnés. La difficulté dans le pilotage de ce type de véhicules est d'assurer de bonnes performances de suivi de trajectoires tout en garantissant une résistance aux perturbations aérodynamiques. Après une étape de modélisation, nous proposons deux nouvelles techniques de commandes basées sur les théories de mode glissant pour contrôler le système d'attitude de drones à voilures tournantes. Ensuite, nous mettons en évidence une structure chaînée propice à une architecture de contrôle en cascade, combinant un contrôle en position de haut niveau et un contrôle en attitude de bas niveau. Nous proposons deux techniques de commandes non-linéaires permettant la navigation autonome du drone. Des résultats de simulation montrent l'efficacité de la commande par rejet de perturbation active et la commande par backstepping adaptative qui stabilisent le système en suivant une trajectoire et qui rejette parfaitement les perturbations extérieures. Une étude en simulation de la robustesse est faite pour ces deux commandes. Ensuite, plusieurs approches de commandes permettant l'estimation et la compensation de perturbations extérieures et la prise en compte dans la commande des efforts parasites liés aux phénomènes aérodynamiques sont également détaillées. L'efficacité des méthodes proposées est vérifiée par des simulations menées sur deux mini-drones de types birotor coaxial et quadrirotor.

Mots clés : birotor coaxial drone, quadrirotor, modélisation, commande non-linéaire, rejet de perturbation.

Abstract

At present, projects for using small sizes miniature rotary-wing UAVs for surveillance and observation missions in hostile and unstable environments is expanding. These aerial vehicles are currently the most effective solution to combine hovering flight with forward flight. The study presented in this thesis is concerned with two concepts of drones known as coaxial rotors drones and quadrotor MAV. Both models have disrupted a major challenge because of the strong coupling between the control inputs and system states, these models are more underactuated. The difficulty in controlling this type of vehicles is to ensure good trajectory tracking performance while ensuring resistance to aerodynamic disturbances. After a modeling step, we propose two new orders for techniques based on theories sliding mode to control the attitude of rotary-wing UAV system. Consequently, we highlight a linked structure conducive to cascade control architecture, combining a high-level control position and attitude control low. We offer two methods of non-linear controls for autonomous navigation of the drone. Simulation results show the effectiveness of the order by active disturbance rejection control and adaptive backstepping by stabilizing the system following a trajectory perfectly and rejected external interference. A simulation study of the robustness is made for these two commands. Then, several approaches commands for estimation and compensation of external disturbances and consideration in the

control of pests efforts related to aerodynamic phenomena are also detailed. The effectiveness of the proposed methods is verified by simulations conducted on two types of mini-drones : coaxial rotors and quadrotor MAV.

Keywords : coaxial rotor, quadrotor, modelisation, Non-linear controller, disturbance rejection.

