



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Abou bekr Belkaid – Tlemcen
Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique et Electronique
Filière : Génie Industriel
Spécialité : Ingénierie de la production
Projet de Fin d'Etudes de Master
Année Universitaire : 2019/2020

Intitulé :
**Evaluation du temps de cycle d'un système automatisé de
stockage.**

Présenté par :
BENHENNI Rachid.

Jury :

Encadrant :
Sihem KOULOUGHLI, maitre de conférences classe A, Université de
Tlemcen.

Président:
Hakim BESSNOUCI, maitre assistant A, Université de Tlemcen.

Examineur :
GUEZZEN Amine Hakim, maitre de conférences B, Université de Tlemcen.

1 Sommaire

Remerciements	7
Introduction générale	8
Chapitre I	10
Introduction aux systèmes automatisés stockage/déstockage	10
1.1 Introduction	11
1.2 Définition d'un AS/RS	11
1.3 Fonctionnement d'AS/RS :	11
1.4 Composant d'un AS/RS :	12
1.5 Composition :	12
1.6 Types d'un AS/RS :	12
1.6.1 AS/RS à charge unitaire :	13
1.6.2 AS/RS multi allées :	14
1.6.3 AS/RS à racks glissants (racks mobiles):	14
1.6.4 AS/RS à mini charge	15
1.6.5 AS/RS à carrousel	16
1.6.6 Les AS/RS à personne embarquée	17
1.6.7 AS/RS à étagères profondes	17
1.6.8 AS/RS à navettes :	18
1.6.9 AS/RS à convoyeur gravitationnel :	18
1.6.10 Les AVS/RS	19
1.7 Avantages et Inconvénients d'un AS/RS :	20
1.7.1 Avantages d'un AS/RS :	20
1.7.2 Inconvénients :	21
1.8 Méthodologies de stockage	22
1.8.1 Stockage dédié.....	22
1.8.2 Stockage aléatoire ouvert	22
1.8.3 Stockage aléatoire par classe	22
1.9 Conception d'un AS/RS.....	23
1.10 Etat de l'art :	23
1.11 Conclusion.....	27
Chapitre II	28
Optimisation de temps de double cycle minimal pour un AS/RS multi allé	28
2 Introduction :	28
2.1 Description du système multi allées :	28

2.2	Fonctionnement de l'AS/RS multi allées :	29
2.3	Recherche et calcul de l'expression analytique continue du temps de cycle pour l'AS/RS multi Allées	30
2.3.1	Expression analytique continue du temps de simple cycle pour l'AS/RS multi allées .	30
2.3.2	Expression analytique continue du temps moyen de déplacement entre deux casiers pour l'AS/RS multi allées :	31
2.3.3	Conclure l'expression analytique continue du temps moyen de double cycle pour l'AS/RS multi allées:.....	35
2.4	Etude de continuité pour l'expression du temps de double cycle.	40
2.4.1	Continuité de la fonction ETB 1 dans sa domaine respectif :	40
2.4.2	Continuité de la fonction EDC dans son domaine respectif :.....	41
2.5	Optimisation du temps moyen de double cycle d'un AS/RS multi allées.....	41
2.5.1	Formulation du problème :	41
2.5.2	Résolution du problème de la détermination des trois dimensions optimales.....	46
2.6	Conclusion :	51
	Chapitre III	52
	Représentation graphique, et interprétation des résultats	52
3	Introduction	53
3.1	Représentation graphique :	53
3.1.1	Réduction la fonction de deux variable $f(x,y)$ à une variable $F\alpha(x)$:.....	53
3.2	Calcul de minimum global :	54
3.3	interprétation globale des minima :	55
3.4	La restriction 10 en fonction de (t_p, t_h, t_v) relative au domaine D10 :	55
3.5	Perspectives :	56
3.6	Conclusion :	56
	Conclusion générale	57
	Références Bibliographie	58
	Résumé.....	61

Liste des figures

<i>Figure 1.6.1:AS/RS à charge unitaire</i>	13
<i>Figure 1.6.2: Vue de dessus d'un AS/RS multi-allées [4]</i>	14
<i>Figure 1.6.3: Schéma en 3D d'un AS/RS à racks glissants [3]</i>	15
<i>Figure 1.6.4: AS/RS à mini charge [3]</i>	16
<i>Figure 1.6.5: AS/RS à carrousel [3]</i>	16
<i>Figure 1.6.6: AS/RS à personne embarquée [3]</i>	17
<i>Figure 1.6.7:AS/RS à étagères profondes [5]</i>	18
<i>Figure 1.6.8:AS/RS à navette [7]</i>	18
<i>Figure 1.6.9: AS/RS à convoyeur gravitationnel [3]</i>	19
<i>Figure 1.6.10: AVS/RS avec en bleu et jaune les ascenseurs [3]</i>	20
<i>Figure 2.1.1: AS/RS multi allées [38]</i>	29
<i>Figure 2.2.1: simple cycle [6]</i>	29
<i>Figure 2.2.2: double cycle [6]</i>	30
<i>Figure 2.5.1:graphe de la fonction EDC 3D</i>	46
<i>Figure 3.1.1: Tracé de $F\alpha(x)$ en faisant varier l'angle α de 5° à 85° avec un pas de 5°</i>	54
<i>Figure 3.3.1: courbes des fonctions $F\alpha(x)$ pour α allant de 25° à 35° avec un pas de 1°</i>	55

Liste des tableaux

Tableau 2.3.1: l'expression de ETB	32
Tableau 2.3.2 Dans le cas ou $tp \leq th$ et en remplace $\min(tp.th)=tp$, $\max(tp.th)=th$	35
Tableau 2.3.3: Dans le cas ou $th \leq tp$ et en remplace $\min(tp.th)=th$, $\max(tp.th)=tp$	35
Tableau 2.3.4: l'expression de EDC	37
Tableau 2.5.1: fonction à deux variables.	43
Tableau 2.5.2: les dérivés premiers pour la 10-eme restriction :	47
Tableau 2.5.3: calcul des dérivées secondes.	49
Tableau 2.5.4: Résultats analytiques de l'optimisation de la fonction EDC.	50
Tableau 3.1.1: exemple pour les deux premières restrictions de la fonction $F\alpha(x)$	53
Tableau 3.2.1: min globale de la fonction EDC.....	55

Remerciements

Je remercie en premier lieu Dieu tout puissant de m'avoir accordé la puissance et la volonté pour achever ce travail.

Je voudrai adresser toute mes gratitudes à mon encadreur Mme KOULOUGHLI Sihem, pour ses précieux conseils, l'orientation, la confiance, la patience.

J'adresse mes sincères remerciements à Mr MIRI Sofiane et Mr RIMOUCHE Ali pour leurs conseils, leur aide et leur accompagnement durant la réalisation ce travail, et ainsi tous les professeurs que j'ai eu l'honneur de faire partie de leur classe.

Aux membres de jury Mr BESSENOUCI Hakim, Mr GUEZZEN Amine Hakim, d'avoir accepté d'examiner ce mémoire et de participer au jury.

Je tiens de remercier mes chères parentes, ma mère, mon père, mon frère et mes sœurs qui m'ont toujours encouragé et qui m'inspire confiance.

Je voudrais aussi remercie mon cousin KEDDAR Mohamed, mon ami AKRICHE Ibrahim et tout mes proches et les personnes qui ont participé de près ou loin à mes recherches et qui m'ont aidé toute au long de ce travail.

Je voudrai exprimer mes reconnaissances envers mes amis et collègues qui m'ont aidé et supporté durant toute l'année.

Introduction générale

Depuis son existence, l'homme n'a cessé d'évoluer à travers son intellect, en essayant d'améliorer son niveau de vie et son confort au quotidien, car le chemin parcouru par l'homme est énorme, depuis la guerre du feu et de la chasse en groupe jusqu'à la révolution industrielle.

La nouvelle ère dans laquelle on se trouve, est celle de la technologie, de l'efficacité, de la précision, et de la pertinence. La tendance maintenant est de tourner la nature à l'avantage de l'homme, en l'étudiant, la comprenant, et la poussant à agir de la manière que l'on désire. Le défi majeur est que les entreprises restent compétitives, or cela dépend en grande partie de leur productivité. Pour atteindre un haut niveau de productivité, les entreprises doivent adapter et optimiser leurs processus de stockage. Un magasin de stockage entièrement automatisé répond à ces exigences et fait gagner du temps et réduit les frais dans différents processus d'exploitation et de production.

Dans notre mémoire on s'intéresse à un élément très important pour les entreprises, cet élément est le stock. Que ce soit un stock de matière première, de produits finis, il représente une importance capitale. Les systèmes de stockage ont été largement utilisés dans les environnements de distribution et de production depuis leur introduction dans les années 1950.

Un système de stockage et de déstockage automatisé (AS/RS) est généralement constitué de rayonnages desservis par des grues qui circulent dans des allées entre les rayonnages. Le système AS/RS est capable de manipuler des palettes sans l'intervention d'un opérateur, ce qui fait qu'il est entièrement automatisé. Tant dans les environnements de production que de distribution, les SA/RS sont utilisés pour le stockage de produits (par exemple, des matières premières ou des produits semi-finis) et pour le déstockage de ces produits en vue de l'exécution d'une commande, avec des temps de réponse rapide pour entretenir les demandes de fabrication. L'utilisation d'AS / RS offre certains avantages par rapport aux systèmes non automatisés. Par exemple, ils permettent de réduire les coûts de main-d'œuvre et l'espace au sol, d'accroître la fiabilité et de réduire les taux d'erreur. Les inconvénients apparents sont les coûts d'investissement élevés.

Dans tous les types d'AS/RS nous avons été intéressé par l'AS/RS multi allée qui fait l'objet de notre recherche, le système de ce type est construit d'un ensemble de racks fixes qui sont disposés par paires de manière parallèle et séparés par des allées, appelée aussi allée de service qui donne un accès aux deux supports. Plus une allée commune, perpendiculaire aux étagères, qui relie toutes les allées de service appelée une allée transversale. et pour le stockage et

déstockage la machine S/R ce charge de cette opération capable de circuler sur deux axes horizontaux qui sert tous les racks.

L'optimisation d'espace et des coûts d'investissement en plus de ça, il ya plusieurs méthode et mesures peuvent être appliquées pour évaluer un AS/RS, parmi au : le taux d'utilisation de la machine S/R, le temps moyen de cycle, la capacité et la densité de stockage, débit du système.

Dans ce travail, le premier objectif est de déterminer le temps de double cycle minimal d'un AS/RS multi allées. Afin d'estimer ce temps, on calcule la somme du temps de simple cycle (ESC) et le déplacement d'un casier de stockage ver un casier de déstockage (ETB).

Dans le premier chapitre, nous discuterons sur les généralités du système automatisés de stockage / déstockage d'un AS / RS, les termes et concepts clés. Nous décrivons les AS / RS, nous étalons sur leurs fonctionnalité et leurs composants ainsi que leurs avantages et inconvénients, puis nous présentons une classification des AS / RS, nous passons a l'éducation des méthodologies de stockage et les mesures pour l'évaluation des performances, et à la fin, nous résumons l'état de l'art avec les travaux de recherche réalisés sur ces types de systèmes.

Dans le deuxième chapitre, nous essayons de déterminer le temps de double cycle minimum d'un multi AS / RS. Pour ce la, nous allant estimer la somme entre l'expression analytique du temps de trajet entre un casier de stockage et un casier de déstockage et l'expression analytique du temps de simple cycle pour un AS / RS multi allées où le processus de stockage et de déstockage est conduit sur deux allée distinctes. Les deux termes analytiques ont été définis par (GHOMRI et al 2008) dans le cas d'une seul allée ,et (bekkara 2018) a calculer ETB dans le cas de deux allée distinctes. Pour optimiser l'expression de double cycle, nous avons fait un changement de variables pour réduire et faciliter les calcule de trois variables a une expression à deux variables ce qui nous permettra a la fin de rechercher des points critiques dans la fonction et de déterminer leur existence en appliquant le théorème du théorème Monge.

Dans le troisième chapitre, a fine de pouvoir représenter graphiquement le minimum de la fonction du temps moyen de double cycle pour l'AS/RS multi allées pour le faire en fait un n'outre changement de variable de la fonction du temps moyen de double cycle à de deux variables à une fonction à un seule variable.

Chapitre I

Introduction aux systèmes automatisés stockage/déstockage

1.1 Introduction

Les systèmes de stockage et de récupération automatisés (AS/RS) sont des systèmes assistés par ordinateur et par robot, ils peuvent récupérer des articles et objet pour les stocker dans des endroits spécifiques. Le système est généralement composé de machines qui peuvent suivre des itinéraires établis pour obtenir des articles.

Les itinéraires du système doivent être minimisés pour avoir un stock économique en termes de temps et de couts, pour ce la les AS/RS Sant recommander par l'industrie de manière a maintenir un avantage concurrentiel parmi eux, surtout en période de mondialisation accélérée.ces systèmes aident a accélérer les taches de production, généralement, c'est système sont utilisés lorsque des charges de grand volume doivent être déplacées rapidement et avec précision.

Dans le premier chapitre, nous discuterons sur les généralités du système automatisés de stockage / déstockage d'un AS / RS, les termes et concepts clés. Nous décrivons les AS / RS, nous étalons sur leurs fonctionnalité et leurs composants ainsi que leurs avantages et inconvénients, puis nous présentons une classification des AS / RS, nous passons a l'éducation des méthodologies de stockage et les mesures pour l'évaluation des performances, et à la fin, nous résumons l'état de l'art avec les travaux de recherche réalisés sur ces types de systèmes.

1.2 Définition d'un AS/RS

Material Handling Institute (1977) définit un système de stockage/déstockage automatisé comme suit [1]: « C'est une combinaison d'équipements et de systèmes de contrôle qui prend en charge, stocke et déstocke des produits avec précision, exactitude et célérité sous un certain degré d'automatisation ».

1.3 Fonctionnement d'AS/RS :

Les systèmes de stockage et de déstockage automatisés éliminent l'aide humaine dans l'exécution d'ensembles d'opérations qui comprend :

- ❖ Stockage et déstockage du produit qui ce fait par la machine S/R.
- ❖ Le transport des articles depuis le casier jusqu'à la station de livraison appeler aussi station d'entrer et de sorti.
- ❖ Les opérations sont contrôlées par un micro-ordinateur et de logiciels adéquats. [2]

1.4 Composant d'un AS/RS :

En site quelque composant et mot clé de l'AS/RS :

Casier : en anglais **Storage bin** : Il s'agit de la zone tridimensionnelle des racks de stockage utilisée pour stocker une seule unité de chargement de produit.

Etagère : en anglais **Rack** : Cette entité structurelle comprend le lieu de stockage, les baies et les rangées.

Baies : en anglais **Bay** : C'est la hauteur du rack de stockage au sol par rapport au plafond.

Rangée : en anglais **Row** : une suite de baies installées côte à côte.

Allée : en anglais **Aisle** : Il s'agit du passage entre deux rangées pour les opérations du machine de stockage / déstockage.

Machine de stockage/déstockage (S/D) : en anglais **Storage/Retrieval (S/R) machine** : Il est utilisé pour déplacer des objets dans et hors du système. Un mécanisme S/R peut permettre un mouvement horizontal et vertical en même temps. Un système de rails avec plancher dirige l'unité et un rail parallèle en haut de la structure de stockage est utilisé pour le maintenir.

Modules de stockage : en anglais **Pallets or container** : Ce sont les conteneurs de chargement unitaires utilisés pour stocker les produits en stock. Les éléments ci-dessus comprennent les palettes, les casseroles et les tiroirs spéciaux, les conteneurs et les paniers en fil d'acier. Typiquement, ces modules sont conçus selon une taille de base standard qui peut être placée à l'intérieur de la structure et déplacée par les machines S / R.

Stations d'entrées et de sorties (D/L) : en anglais **Pick up/drop-off (P/D) station** : Les stations P/D sont les endroits où les stocks entrent et sortent de l'AS / RS. Généralement, ils sont situés à l'extrémité des chemins pour un accès rapide depuis le dispositif de manutention externe. L'emplacement et le nombre de stations P/D en fonction du point d'origine des chargements entrants et de la destination des chargements sortants.

1.5 Composition :

Un système de stockage/déstockage automatisé est composé d'un ensemble d'allées avec des étagères de stockage des deux côtés, généralement il y a une machine de stockage et de déstockage par voies et une partie d'entrée / sortie. La supervision et le contrôle sont effectués à l'aide d'un système de contrôle qui garantit le bon fonctionnement du système. [3]

1.6 Types d'un AS/RS :

Il existe de nombreuses formes d'AS / RS, citées dans différents travaux de la communauté scientifique, et soutenues par l'établissement effectif de ces systèmes dans l'industrie d'aujourd'hui. Cette hétérogénéité des systèmes peut

être différenciée par leurs structures d'architecturaux, et le domaine d'application. Dans ce qui suit, nous mentionnerons les plus connus.

1.6.1 AS/RS à charge unitaire :

Les AS/RS à charge unitaire sont utilisés pour stocker des charges palettisées ou en container standard. Les charges sont en général supérieures à 250 kg par unité. En général, le système est commandé par ordinateur. Il est équipé d'une machine de stockage/déstockage, appelée machine S/R, conçue pour traiter des containers ou palettes à charge unitaire. Chaque machine est placée sur des rails fixés au sol. La machine S/R est composée d'un cadre sur lequel coulisse, verticalement, un plateau, qui sert à transporter les charges. Ce plateau peut se déplacer horizontalement à la perpendiculaire du cadre. De ce fait, il peut charger/décharger les produits dans les casiers, ainsi qu'au niveau de la station de dépôt/livraison. Plusieurs types de mécanismes de support de la charge sont possibles :

- Le système à plateau coulissant : c'est le même principe que le transpalette.
- Le système à ventouse : la charge est accrochée en créant un vide dans des ventouses.
- Le système à aimant : approprié pour les produits en fer et acier.

[2]

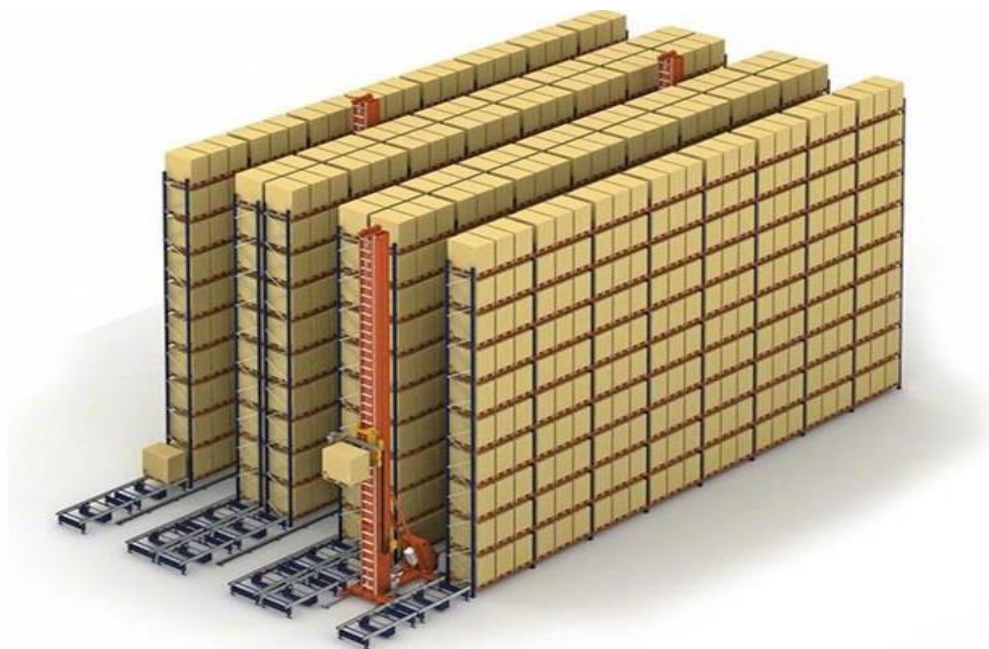


Figure 1.6.1:AS/RS à charge unitaire

1.6.2 AS/RS multi allées :

Ce type d'AS/RS (Figure 1.6.2) est une variation de l'AS/RS à charge unitaire. Il s'agit toujours de la même architecture, basée sur des allées parallèles délimitées de part et d'autre par des rangées de casiers à travers lesquelles circule la machine S/R. On note toutefois l'apparition d'une allée supplémentaire commune, reliant toutes les allées, dite allée transversale, qui permet à cette machine S/R de changer d'allée au besoin. [3]

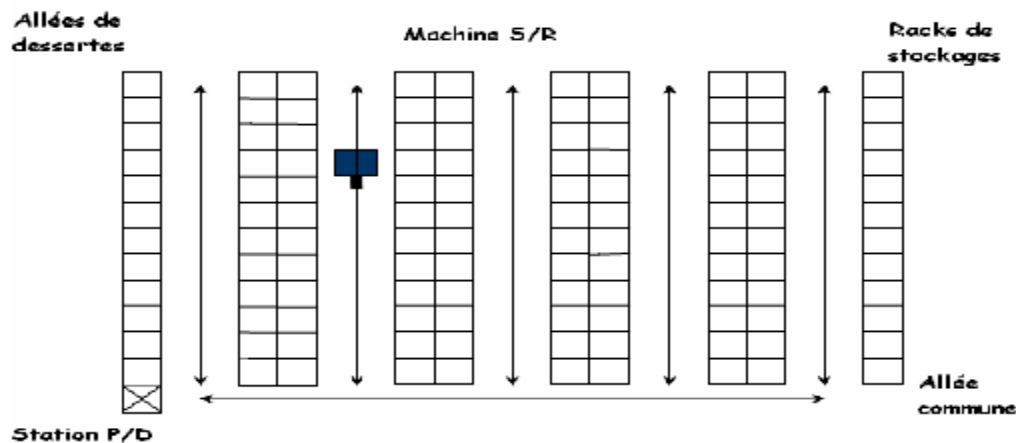


Figure 1.6.2: Vue de dessus d'un AS/RS multi-allées [4]

1.6.3 AS/RS à racks glissants (racks mobiles):

Les AS/RS à racks glissant (Figure 1.6.3) sont similaires aux AS/RS multi allées, sauf qu'ils ne disposent que d'une seule allée de service, cette dernière pouvant se déplacer afin d'offrir un accès à tous les racks du système. Techniquement ce sont les racks qui se déplacent et non pas l'allée de service, puisque ce système –comme son nom l'indique- dispose de racks glissants, qui coulissent de manière à libérer un espace entre deux casiers mitoyens, ce qui permettra à la machine S/R d'accéder au rack désiré. [3]



Figure 1.6.3: Schéma en 3D d'un AS/RS à racks glissants [3]

1.6.4 AS/RS à mini charge

Les AS/RS à mini charge sont utilisés pour stocker de petites charges, tel que les pièces détachées, les outils. Dans chaque casier, il y a un container où sont stockés un ensemble de produits identiques ou différents. En cas de stockage/déstockage, c'est le container en entier qui est déplacé vers un opérateur qui va procéder à la sélection des produits à déstocker ou à stocker (l'opérateur peut être une personne ou un robot). Le système convient très bien aux utilisations où l'espace imparti est faible, et où le volume de stockage/déstockage n'est ni assez élevé pour l'installation d'un AS/RS à charge unitaire, ni assez faible pour l'utilisation d'un stockage manuel. Ce système, nécessitant un investissement relativement faible, et présentant la possibilité de traiter de petites charges, est très utilisé dans l'industrie. [2]



Figure 1.6.4: AS/RS à mini charge [3]

1.6.5 AS/RS à carrousel

Ces systèmes (Figure 1.6.5) représentent une architecture assez spécifique, la différence majeure qu'ils représentent, c'est que les casiers qui constituent les racks sont en mouvement. Dans chaque rack, les différents casiers sont montés en carrousel, ce qui leur permet de se déplacer d'une telle manière à ce que tous les casiers puissent arriver chacun à son tour, à l'extrémité du rack via un déplacement horizontal ou vertical, et où l'opération de stockage/déstockage sera réalisée par l'utilisateur. [3]

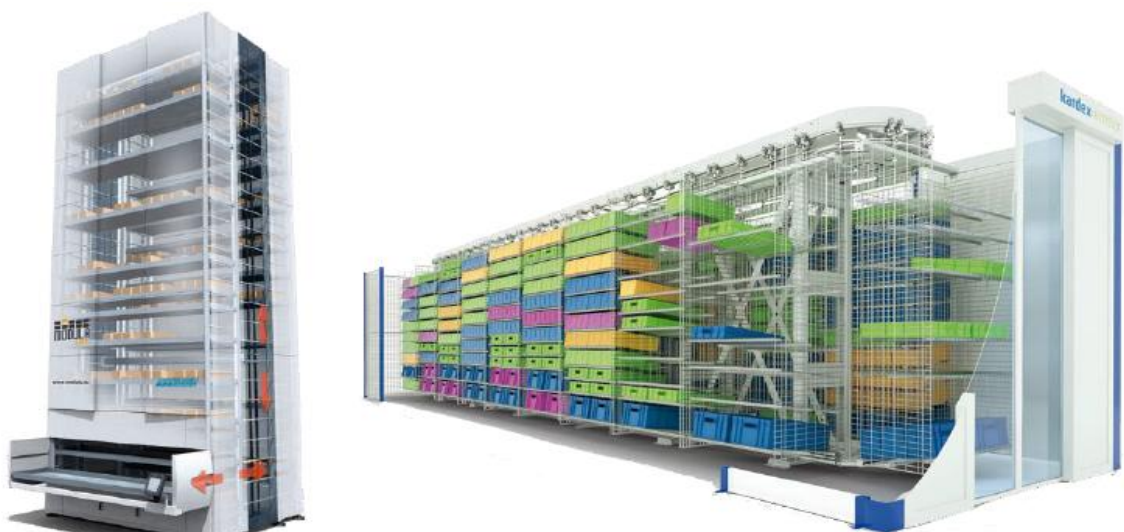


Figure 1.6.5: AS/RS à carrousel [3]

1.6.6 Les AS/RS à personne embarquée

Les AS/RS à personne embarquée (Figure 1.6.6) sont des systèmes qui permettent de stocker plusieurs petits produits dans le même casier, ainsi que de faire plusieurs opérations de stockage ou de déstockage en même temps, ce qui entraîne un gain de temps conséquent. Ces systèmes disposent d'une plate-forme mobile sur laquelle un opérateur peut prendre place et manipuler les différents articles à traiter. Vu que c'est une personne qui procède aux opérations de stockage/déstockage, il peut y en avoir plusieurs en une seule manoeuvre, puisqu'après avoir déstocké les articles correspondants, l'opérateur les charge en une seule fois sur la machine S/R pour livraison. De plus la plate-forme sur laquelle se déplace l'opérateur peut contenir des systèmes de levage automatiques permettant de charger/décharger des produits lourds. [3]



Figure 1.6.6: AS/RS à personne embarquée [3]

1.6.7 AS/RS à étagères profondes

Les AS/RS à étagères profondes est une variation de l'AS/RS à charge unitaire. La différence, est que dans les AS/RS à étagère profonde, plusieurs charges unitaires peuvent être stockées dans le même casier l'une après l'autre. Jusqu'à 10 charges peuvent être ainsi stockées dans le même casier, et donc, possédant la même adresse. Ceci permet une grande densité de stockage et une utilisation de l'espace maximum. Au niveau de chaque casier, les produits peuvent se déplacer horizontalement. Ils sont stockés d'un côté du casier et déstockés de l'autre côté. Ce déplacement est possible grâce à un plateau mobile qui se déplace de la machine S/R à l'entrée du casier. La machine S/R est identique à celle d'un AS/RS à charge unitaire avec en plus des fonctions spécifiques pour lui permettre le contrôle des plateaux mobiles. [2]

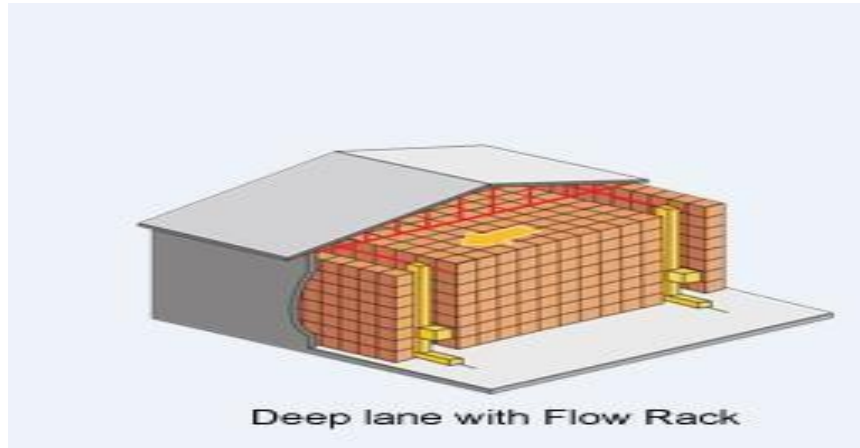


Figure 1.6.7:AS/RS à étagères profondes [5]

1.6.8 AS/RS à navettes :

Les navettes AS/RS peuvent fonctionner sur un niveau, ou peuvent se déplacer sur plusieurs niveaux via des ascenseurs situés à la fin des rangées. Les navettes sont alimentées par batterie et sont assez intelligentes pour savoir quand recharger. Lorsqu'un article est demandé, la navette se rend à l'emplacement du produit et le prend dans le rack. Il faudra ensuite conduire à la fin d'une rangée où un ascenseur sera en attente. L'ascenseur peut soit retirer le produit de la navette, soit transporter la navette elle-même. Une fois que le produit atteint le niveau de base du système de navette, il peut être déplacé vers un convoyeur et livré à la prochaine destination. [6]



Figure 1.6.8:AS/RS à navette [7]

1.6.9 AS/RS à convoyeur gravitationnel :

Ce système est une variation des AS/RS à étagères profondes. Il est conçu pour stocker soit des produits individuels, soit des charges en palettes ou container. Le système consiste en un ensemble de casiers profonds équipés, chacun, d'un convoyeur gravitationnel, aux extrémités desquels se trouvent deux machines S/R. Le stockage se réalise sur un ensemble de convoyeurs gravitationnels accessibles aux deux extrémités. Le chargement se fait sur une face et le déchargement se fait sur l'autre face. Les deux machines S/R sont reliées par un convoyeur gravitationnel de restockage incliné en sens inverse. Ceci permet, lorsqu'on désire déstocker un produit se trouvant au milieu d'un

casier, il suffit de sortir les produits qui le précèdent, de les mettre sur le convoyeur gravitationnel, puis de les restocker par l'autre face grâce à l'autre machine S/R. Dans ce cas et en considérant une seule étagère, une machine S/R sera spécialisée dans le stockage et l'autre dans le déstockage. [2]

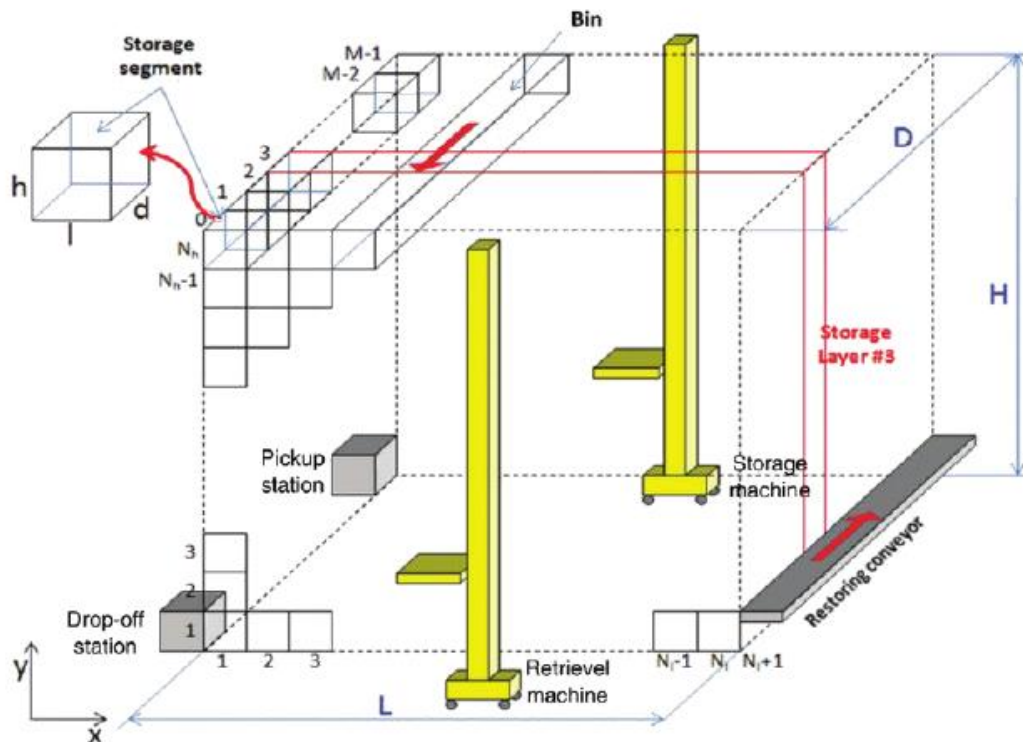


Figure 1.6.9: AS/RS à convoyeur gravitationnel [3]

1.6.10 Les AVS/RS

Ce sont des variations des AS/RS classiques, sauf que pour ces derniers, les appareils de stockage/déstockage ne sont pas des grues ou des transstockeurs mais des véhicules autonomes. L'architecture globale ou l'ossature d'un tel système prend la forme dans la majorité des cas d'un AS/RS multi-allées, dans lequel circulent des véhicules autonomes, et qui grâce à des ascenseurs parviennent à atteindre les étages supérieurs du système de stockage. Comme pour les AS/RS, ce type de système dispose de stations de dépôt/livraison et d'un système de contrôle (Figure 1.6.10). [3]

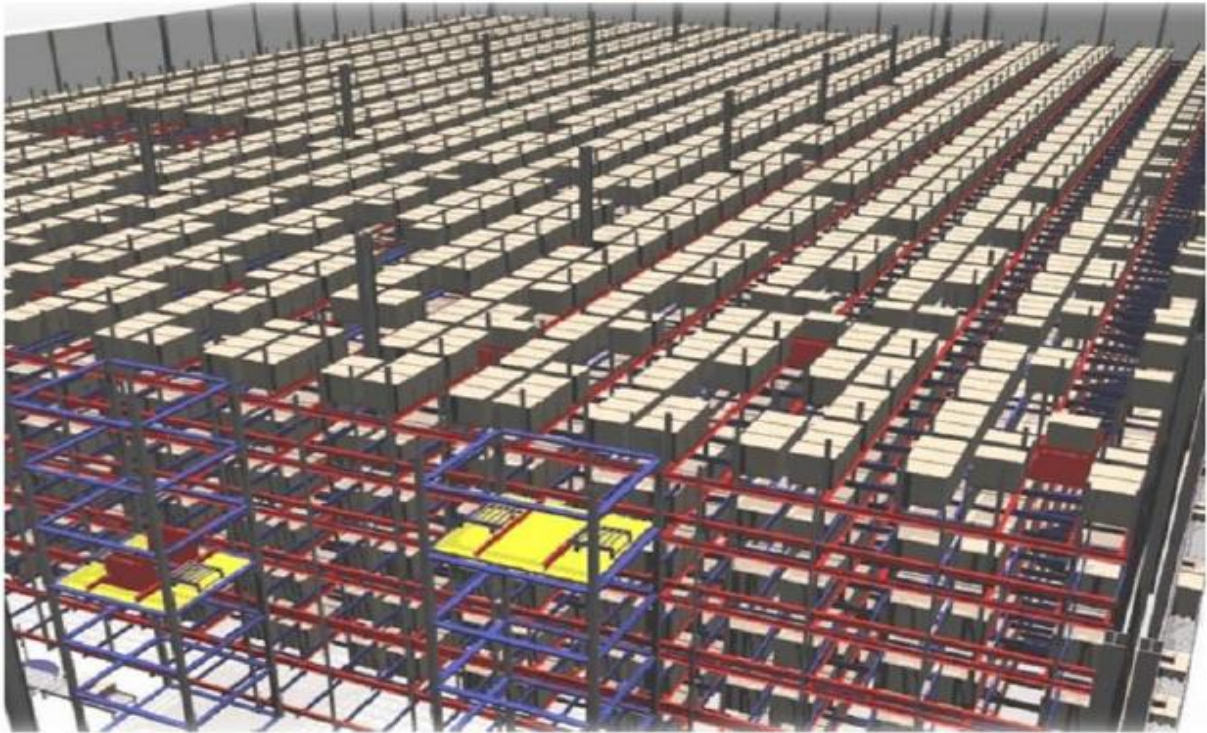


Figure 1.6.10: AVS/RS avec en bleu et jaune les ascenseurs [3]

1.7 Avantages et Inconvénients d'un AS/RS :

1.7.1 Avantages d'un AS/RS :

Les systèmes de stockage et de déstockage automatisés offrent une variété d'avantages :

- **Diminution de l'espace requis** : un AS/RS peut diminuer grandement l'espace nécessaire au stockage. La place ainsi récupérée peut être utilisée pour augmenter la production.
- **Augmentation de la capacité** : pour le même espace, un AS/RS augmente considérablement la capacité de stockage. Une entreprise, dont le système de stockage est saturé, peut, en choisissant un AS/RS, accroître sa capacité de stockage, sans investir dans de nouveaux locaux.
- **Gestion et un contrôle des stocks améliorés** : à n'importe quel instant, le système de contrôle de l'AS/RS peut donner avec précision les quantités types et qualités, des produits, présents en stock, celles délivrées dans l'heure, la journée, la semaine...
- **Ordonnancement de production amélioré** : grâce à une meilleure connaissance et à un contrôle plus précis des en-cours, l'ordonnancement de la production peut être mieux optimisé.
- **Réduction des temps de réponse** : les systèmes AS/RS possèdent des temps de réponse très réduits, pour localiser, stocker ou déstocker des articles, par rapport aux systèmes classiques de stockage.
- **Réduction des stocks** : due à une meilleure gestion et contrôle des stocks,

et à des temps de réponse réduits, il est possible de réduire, la quantité de produits en stock.

- **Réduction des risques de rupture de stocks** : grâce à une meilleure gestion des stocks, qui peut se faire en temps réel. Les ruptures de stocks sont pratiquement inexistantes, ou de très faibles durées lorsqu'elles sont inévitables.
- **Réduction de la main d'œuvre** : l'automatisation de la majorité des opérations dans les AS/RS permet de diminuer l'intervention humaine, que ce soit dans l'administration ou l'exécution.
- **Réduction des détériorations** : l'automatisation permet la diminution des risques de casse des produits.
- **Diminution des coûts de fonctionnement** : étant donné le haut degré d'automatisation, les coûts de fonctionnement sont réduits au maximum (réduction du personnel, de la lumière, du chauffage...).
- **Augmentation du rendement dans la production** : grâce à l'augmentation de la productivité des stations de travail, les AS/RS permettent d'augmenter le rendement du système de production.
- **Augmentation de la sécurité** : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, la sécurité est grandement améliorée.
- **Réduction des vols** : les AS/RS étant des aires autonomes et fermées, sans intervention humaine, le vol de produits par le personnel, ou autres, est très réduit.
- **Grande flexibilité de fonctionnement** : les AS/RS peuvent s'accommoder d'une grande variété d'articles à stocker. De plus ils sont facilement interfaçables avec des systèmes comme les AGVS, les FMS, les systèmes d'inspection...
- **Production juste à temps (JIT)** : les AS/RS permettent d'avoir le bon produit, outils, palette et support au bon endroit au bon moment grâce aux points cités ci-dessus. Ceci permet de contribuer amplement à la réalisation de la production juste à temps. [2]

1.7.2 Inconvénients :

- Les systèmes AS/RS nécessitent des connaissances, des compétences et de l'expérience. Ils nécessitent des investissements importants du capital de l'entreprise, en particulier pour la maintenance et la mise à jour des différents sous-systèmes.
- L'investissement initial est très élevé. Par exemple, pour un AS/RS de

10000 casiers, 5 machines S/R et un convoyeur de 60m, l'investissement initial varie entre 2 et 3 millions de Dollars US. [8]

1.8 Méthodologies de stockage

Les systèmes de stockage peuvent être dédiés ou déverrouillés. Chaque produit dispose de sa propre zone de stockage dans les systèmes dédiés. Dans les systèmes ouverts, le stockage des articles a lieu spontanément. Dans ce cas, un système de contrôle avancé doit stocker les emplacements des différents objets, afin qu'ils puissent être récupérés, ainsi que leur espace libre. [2]

1.8.1 Stockage dédié

L'espace de stockage est divisé en blocs dans le stockage dédié. le produit a sa propre zone de stockage définie à l'avance afin que la zone de stockage soit bien partagée en attribuant chaque bloc à un certain type de produit, ce qui simplifie le contrôle du système et la gestion des stocks. Mais donner suffisamment de place pour les stocks maxima de chaque produit améliore l'espace de stockage requis. Les systèmes utilisant le stockage dédié sont difficiles à modifier; l'ajout de nouveaux éléments qui n'ont pas été conçus à l'origine est très complexe. [2]

1.8.2 Stockage aléatoire ouvert

Contrairement au stockage dédié, en stockage aléatoire, tout produit peut être stocké dans n'importe quelle casier. Un système de contrôle hautement établi stocke les adresses de chaque catégorie de produits. Le principal avantage du stockage aléatoire est qu'il nécessite beaucoup moins d'espace que le stockage dédié. L'espace de stockage total doit être égal au stock maximum de tous les articles. Cela permet une réduction importante de l'espace. Askin & Standridge [9] montre un exemple de stockage aléatoire ou de gain d'espace par rapport au stockage dédié d'environ 40%. [2]

1.8.3 Stockage aléatoire par classe

Le stockage aléatoire permet de réduire l'espace de stockage par rapport au stockage dédié. Le stockage par classe touche particulièrement le temps de cycle. Des réductions du temps de cycle peuvent atteindre 40% [9]. Les produits dans un AS/RS ne restent pas stockés la même durée. Si les produits qui restent stockés peu de temps sont placés près de la station de livraison et les produits qui restent plus longtemps sont placés loin de la station, le rendement du système peut être grandement amélioré. Le stockage par classe : subdivise les casiers en classes par rapport à leurs distances du point de livraison. Les casiers les plus proches forment la première classe, les plus loin forment la dernière classe. Les produits à stocker sont aussi classés suivant le temps qu'ils vont passer dans le système. Ceux qui restent le moins longtemps seront

stockés dans la première classe et ceux qui restent le plus longtemps dans la dernière. [2]

1.9 Conception d'un AS/RS

Un système de stockage/déstockage automatisé se compose essentiellement de :

- Racks de stockage.
- Un ensemble d'allées donnant accès aux racks.
- Machines de stockage/déstockage (Storage/Retrieval machine : S/R).
- Points d'entrées/sorties ou dépôt/livraison (Pickup/Deposit station : P/D).
- Et un système de contrôle supervisant le tout Appuyés. [4]

1.10Etat de l'art :

Les AS/RS tiennent une place très importante dans l'industrie d'aujourd'hui, et ils font place dans tous les domaines et secteurs.

Pour maintenir l'industrie au rythme d'un développement technologique et de la modernisation des activités humaines ceci s'illustre par le développement de nouveaux outils, nouvelles méthodes ou de nouveaux équipements, qui ont tous pour objectif commun d'améliorer les performances l'efficience et l'efficacité tout en facilitant les activités liées a l'industrie, et ils ont fait l'objet de plusieurs études.

Le temps de déplacement prévu de la machine S / R est considéré comme le facteur le plus important lors de l'évaluation des performances d'un système AS / Rs. Depuis 1976, les recherches sur la modélisation du temps de trajet ont été largement étudiées. Pour cette raison, plusieurs chercheurs ont produit de nombreux articles dans ce domaine. Sarker et Babu (1995) [10] et Roodbergen et Vis (2009) [11] avaient présenté une enquête sur l'AS / RS.

La littérature sur la modélisation du temps de trajet pour un AS / RS à charge unitaire montre une variété d'approches. Hausman et al. (1976) [12]ont été les premiers à proposer le modèle du temps de trajet du cycle à commande unique. Les auteurs ont supposé un rack continu carré dans le temps. Ils ont été considérés comme des politiques d'attribution de stockage aléatoire, de rotation complète et de classe. Cette étude a été prolongée par Graves et al. (1977) [13]en modélisant le modèle du temps de parcours du cycle à double commande pour les mêmes hypothèses. L'approche la plus intéressante de cette question a été proposée par Bozer et White (1984) [14]. Ils ont développé les modèles de temps de déplacement simples et doubles attendus de rack rectangulaire sous un stockage aléatoire et pour différentes positions d'entrée /

sortie. En outre, diverses stratégies de point d'arrêt pour la machine de stockage / récupération ont été examinées.

Ces chercheurs ne prennent pas en compte toutes les caractéristiques opérationnelles d'un AS / RS telles que l'accélération et la décélération de la machine S / R et la configuration du rack. Par conséquent, Hwang et Lee (1990) [15] ont présenté des modèles de temps de déplacement qui intégraient les caractéristiques de fonctionnement de la machine S / R, y compris le taux d'accélération et de décélération constant, et la restriction de vitesse maximale. Chang et coll. (1995) [16] ont poursuivi l' étude de Bozer et White (1984) [14] en incluant l'accélération et la décélération au lieu de supposer une vitesse constante. Ce travail a été prolongé par Wen et al. (2001) [17]; ils ont pris en compte les politiques d'attribution de stockage basées sur la classe et le chiffre d'affaires complet. Dans l'article de Chang et Wen (1997) [18], les auteurs ont étudié l'impact de la configuration du rack sur le temps de trajet attendu. Récemment, Bortolini et al. (2015) [19] ont étendu les modèles analytiques déjà proposés par la littérature pour calculer le temps de trajet attendu de (AS / RS) dans un stockage basé sur trois classes.

Sari et al. (2005) [20] ont présenté des modèles mathématiques pour le temps de déplacement prévu pour un flux / rack AS / RS, qui utilisait deux machines (S / R). Le premier modèle est développé en utilisant une approche continue et comparé à un modèle discret pour la précision via la simulation. Les auteurs concluent que les expressions basées sur l'approche continue sont extrêmement pratiques en raison de la différence de temps de calcul. Après cela, Sari (2010) [21] a effectué une étude comparative entre l'AS / RS à charge unitaire et l'AS / RS à crémaillère. L'auteur a considéré deux paramètres de comparaison : l'utilisation de l'espace et le temps de déplacement. Xu et al. (2015) [22] a développé les modèles de temps de parcours à double cycle et quadruple cycle pour les AS / RS simple-simple simple profond et double-profond. Grâce à une comparaison entre les deux systèmes, les auteurs constatent que l'efficacité du système a une amélioration significative en utilisant la machine S / R à double navette. Dans un article récent, Hachemi et Besombes (2013) [23] ont étendu le problème du séquençage de la récupération des flux / rack AS / RS en intégrant la date d'expiration du produit. Ils ont introduit une méthode d'optimisation comme processus de décision, qui effectue une optimisation en temps réel en deux phases et formulée comme un programme entier.

Pour diminuer le temps de parcours du flux-rack AS / RS, de nombreux chercheurs ont proposé différentes méthodes. Sari et al. (2007) [24] ont étudié l'impact des stations P / D et la restauration des emplacements des convoyeurs

sur le temps de récupération prévu et ont classé leurs positions optimales. Meghelli-Gaouar et Sari (2010) [25] ont utilisé une politique de stockage basée sur deux classes pour le flux / rack AS / RS, où chaque élément est affecté au même bac aussi près que possible du point P / D. Ce travail a été prolongé par Bessenouci et al. (2012) [26] en développant deux algorithmes métaheuristiques (recherche tabou et recuit simulé) appliqués au contrôle de la machine S / R. Hachemi et Alla (2008) [27] a présenté une méthode d'optimisation du séquençage de la récupération où l'AS / RS a été représenté par un modèle de filet de Petri coloré. En considérant le double cycle couplé à une politique de point d'arrêt de la grue S / R à mi-chemin inférieur, Xu et al. (2017) [28] a développé un modèle de temps de trajet continu pour DC dans un système de stockage compact 3D; ensuite, il a utilisé les modèles analytiques pour optimiser les dimensions du système.

Récemment, Sari et Bessenouci (2012) [29] ont proposé un nouveau type de flux-rack AS / RS: utiliser une seule machine pour les opérations de stockage et de récupération au lieu de deux machines. Ils ont développé des modèles de temps de parcours analytique de la machine de stockage et de récupération sous attribution de stockage aléatoire. Deux positions de point d'arrêt ont été envisagées. Sinon, De Koster et al. (2008) [30] ont utilisé un mécanisme de levage sur la face opposée de la machine S / R pour un flux-rack AS / RS. Ils ont présenté une expression sous forme fermée du temps de trajet de récupération attendu pour les cycles à commande unique et ont dérivé une expression de temps de trajet approximative pour les cycles à double commande du système. De plus, Chen et al. (2015) [31] a conçu un rack d'écoulement bidirectionnel (BFR) dans lequel les bacs des colonnes adjacentes s'inclinent dans des directions opposées. Ils ont développé un modèle de temps de trajet pour les systèmes BFR. Une extension des travaux de Sari et Bessenouci (2012) [29] a été proposée par Hamzaoui et Sari (2015) [32], qui a déterminé les dimensions optimales de la même conception AS / RS en minimisant les temps de déplacement attendus de la machine S / R en utilisant une technique d'énumération.

Ghomri et al. (2009) [33] ont proposé une expression analytique pour le temps moyen d'un cycle unique d'un AS / RS à plusieurs allées, et dans Kouloughli et al [34], les auteurs ont fixé l'une des trois dimensions de l'AS/RS multi allées et déterminé les deux dimensions optimales restantes, tandis que Lerher et al. (2010) [35] ont présenté des modèles analytiques de temps de trajet de l'AS / RS à plusieurs allées pour le calcul du temps de trajet pour les cycles à commande unique (SC) et à double commande (DC) (ces modèles tiennent compte des caractéristiques de fonctionnement du machine de

stockage et de récupération telle que l'accélération et la décélération et la vitesse maximale. Ouhoud et al. (2016) [36]ont développé des modèles de temps de déplacement pour les déplacements à un cycle de la machine S / R dans un AS / RS à plusieurs allées en tenant compte des classes politique de stockage. Guezzen et al. (2013) [37] a présenté deux modèles analytiques pour estimer le temps de trajet des AS / RS à rack mobile; la précision de ces modèles est validée par simulation.

En résumé, dans la littérature, plusieurs modèles de temps de parcours ont été développés et différents types de AS / RS ont été présentés.

1.11 Conclusion

On concluent ce chapitre par une petite résumée sur les AS/RS ,on a situent une introduction et définition avec leur mot clé de ces systèmes , ensuit en présentant leur fonctionnement et défèrent composant ainsi que les avantages et inconvénients. Nous avons également détaillé les différentes formes et type qui existent, Plus tard, nous avant décrit les conceptions et méthodologies avec leur défèrent paramètre de stockage et utilisées pour évaluer leur performances, en terminant par l'état de l'art en présentant les travaux de recherche menés sur ces types de systèmes.

Dans le chapitre qui suit, nous essayons de déterminer le temps de double cycle minimum d'un AS / RS multi allée. Pour ce la, nous allant estimer la somme entre l'expression analytique ETB et l'expression analytique ESC où le processus de stockage et de déstockage est conduit sur deux allées distinctes, pour ce la en va montrer les différentes étapes et calcul qu'on a suivi.

Chapitre II
Optimisation de temps de double cycle minimal pour
un AS/RS multi allé

2 Introduction :

Le temps de cycle moyen est un paramètre important dans les systèmes automatisés de stockage / déstockage qui permet l'optimisation des différentes dimensions de ces systèmes.

Dans le deuxième chapitre, nous essayons de déterminer le temps de double cycle minimum d'un multi AS / RS. Pour ce la, nous allons estimer la somme entre l'expression analytique du temps de trajet entre un casier de stockage et un casier de déstockage et l'expression analytique du temps de simple cycle pour un AS / RS multi allées où le processus de stockage et de déstockage est conduit sur deux allées distinctes. Les deux termes analytiques ont été définis par (GHOMRI et al 2008) dans le cas d'une seule allée, et (bekkara 2018) à calculer ETB dans le cas de deux allées distinctes. En grand nous nous intéressons à l'optimisation des expressions de temps moyen EDC à double cycle lorsque l'allée de stockage est différent de l'allée de déstockage.

Dans notre recherche et calcul de l'expression du temps de double cycle d'un AS/RS multi allées, on va établir une correspondance entre les domaines de ESC avec les domaines de ETB et regrouper les domaines correspondants

Pour optimiser l'expression de double cycle, nous avons fait un changement de variables pour réduire et faciliter le calcul de trois variables à une expression à deux variables ce qui nous permettra à la fin de rechercher des points critiques dans la fonction et de déterminer leur existence en appliquant le théorème du théorème Monge (Stewart, 2006).

2.1 Description du système multi allées :

L'AS / RS multi-allées est constitué d'un ensemble de racks fixe disposés deux à deux en parallèle et séparés par des chemins. Chacune de ces allées est appelée allée de service donnant accès à deux racks. Une allée commune perpendiculaire aux racks relie toutes les allées de service. La machine S / R, capable de se déplacer sur deux axes horizontaux, peut représenter plus d'une allée à la fois. La machine se déplace ainsi selon trois axes: verticalement le long des colonnes formant le racks, horizontalement le long des allées de service, et transversal le long de l'allée commune dont une extrémité est équipée d'une station de dépôt/livraison. [2] Figure (2.1.1)

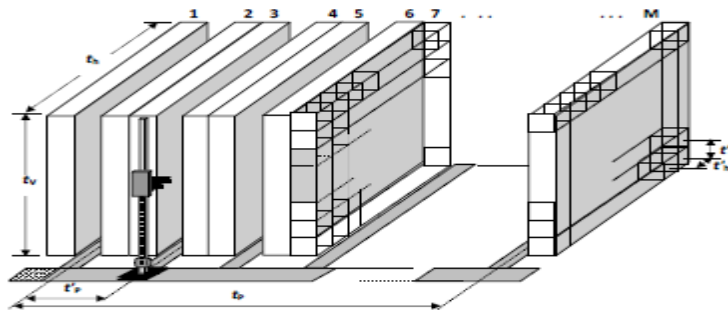


Figure 2.1.1: AS/RS multi allées [38]

2.2 Fonctionnement de l'AS/RS multi allées :

La machine de stockage / déstockage S/R est placée au poste de dépôt / livraison D/L initial dans son état d'origine, elle se déplace simultanément horizontalement et verticalement jusqu'à atteindre un emplacement défini, pour effectuer un processus de stockage.

Pour effectuer une transaction de déstockage, la machine S/R récupère l'objet du casier de déstockage et le transfère à la station d'expédition.

Pour effectuer les opérations de stockage et déstockage dans ce système il y a deux temps de cycle :

- **Simple cycle** : la machine S/R fait une seule opération de stockage, au bien une opération de déstockage. Dans le cas de stockage, elle fait une allées verre l'emplacement de stockage, dépose la charge, et un retour verre la station dépôt / livraison D/L. De même, dans un cycle de déstockage, elle fait une allées verre l'emplacement de déstockage, prend la charge, et un retour verre la station D/L.(Figure 2.2.1)

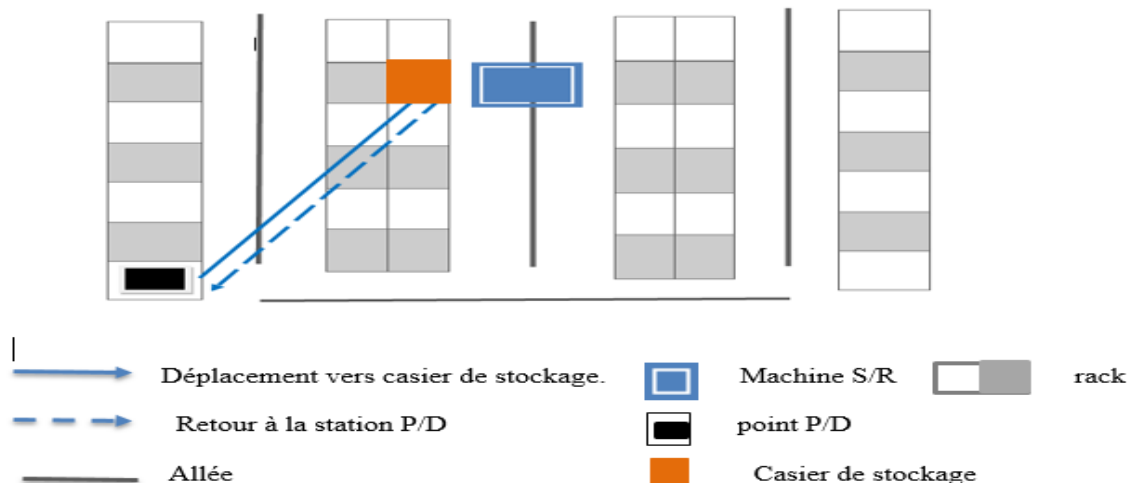


Figure 2.2.1: simple cycle [6]

- **Double cycle** : la machine S/R réalise les deux opérations en même temps dans ce cas, elle prend la charge et se déplace jusqu'à la position de stockage pour déposer la charge. Après cela, la machine se déplace vers l'emplacement de déstockage pour récupérer la charge. Enfin, la machine S/R retourne à la station dépôt / livraison D/L pour déposer la charge. [3] Figure 2.2.2

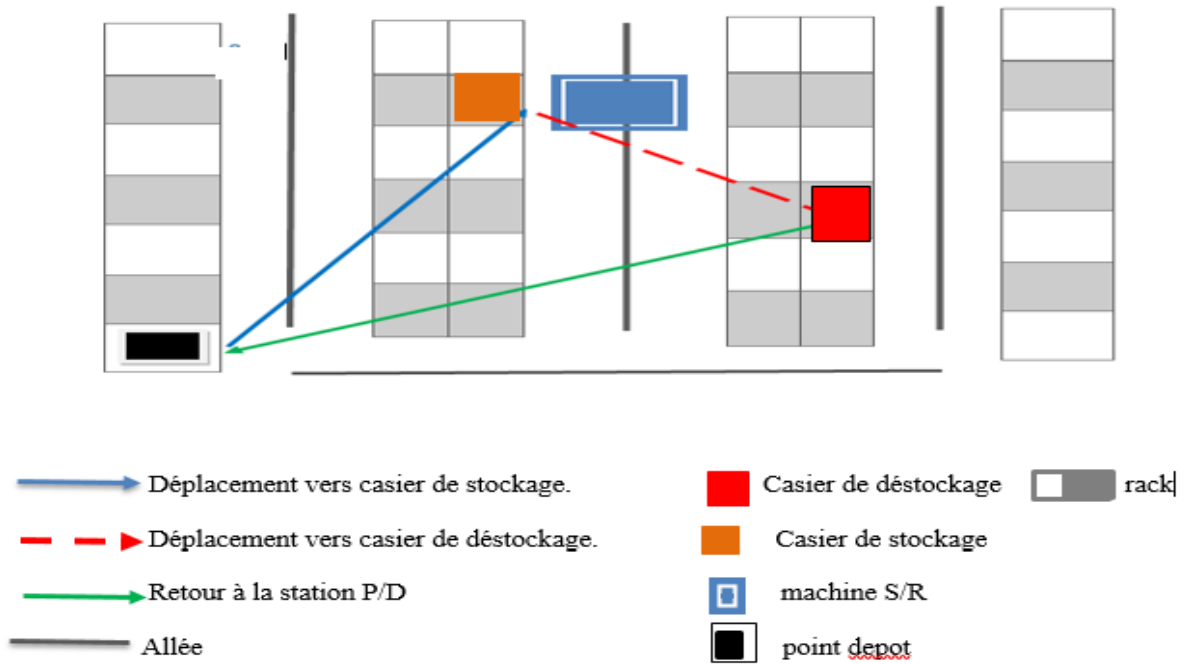


Figure 2.2.2: double cycle [6]

2.3 Recherche et calcul de l'expression analytique continue du temps de cycle pour l'AS/RS multi Allées

Pour conclure l'expression analytique continue du temps de double cycle pour un AS/RS multi allée dans le cas où l'opération de stockage et de déstockage se fait dans différentes allées, on utilise les deux expressions analytiques continues du temps de simple cycle (ESC) et de déplacement d'un casier de stockage vers un casier de déstockage (ETB)

2.3.1 Expression analytique continue du temps de simple cycle pour l'AS/RS multi allées

Notations :

th : temps de déplacement horizontal du premier casier au dernier d'un rack.

tv : temps de déplacement vertical du premier casier au dernier d'un rack.

tp : temps de déplacement de la première à la dernière allée.

L'expression analytique continue qui évalue le temps moyen simple cycle multi allées a été formulée par Ghomri et al [39] :

$$\text{ESC1} := \frac{t_p + t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24 * t_p * t_h}$$

$$\text{si } t_v \leq \min(t_p, t_h)$$

$$\text{ESC2} := \frac{t_p + t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24 * t_p * t_h} - \frac{[t_v - \min(t_p, t_h)]^4}{24 * t_p * t_h * t_v}$$

$$\text{si } \min(t_p, t_h) < t_v \leq \max(t_p, t_h)$$

$$\text{ESC3} := \frac{t_p + t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24 * t_p * t_h} - \frac{[t_v - \min(t_p, t_h)]^4 + [t_v - \max(t_p, t_h)]^4}{24 * t_p * t_h * t_v}$$

$$\text{si } \max(t_p, t_h) < t_v \leq t_p + t_h$$

$$\text{ESC4} := \frac{t_v}{2} + \frac{2(t_p + t_h)^2 - (t_p * t_h)}{12 * t_v}$$

$$\text{si } t_p + t_h < t_v$$

2.3.2 Expression analytique continue du temps moyen de déplacement entre deux casiers pour l'AS/RS multi allées :

L'expression analytique continue qui évalue le temps moyen de déplacement entre deux casiers (ETB) multi allées a été formulé par Ghomri et al [39] dans la meme allée ,et lorsque l'allée de stockage est différente de l'allées de déstockage pour un AS/RS multi allées a été innovait par bekkara [6] cette dernier s'écrit :

Tableau 2.3.1: l'expression de ETB

	Les fonctions	Domaines
E1	$\frac{1}{1260} \frac{420 th^2 tp^3 + 1260 th^3 tp^2 + 7 tv^4 tp - tv^5}{th^2 tp^2}$	tp ≤ th and 0 < tv and tv ≤ tp
E2	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tv^2} (21 tv^5 - 35 tv^4 tp + 35 tp^2 tv^3 - 21 tv^2 tp^3 + 1260 th^3 tv^2 + 7 tv tp^4 + 420 tv^2 th^2 tp - tp^5)$	tp ≤ th and tp < tv and tv ≤ th
E3	$-\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (tp^7 - 84 th^5 tp tv - 7 tv tp^6 - 84 th tp tv^5 + 14 th tv^6 + 14 tp tv^6 + 14 th^6 tp - 14 th^6 tv - 21 tv^5 tp^2 - 42 th^2 tv^5 + 70 th^3 tv^4 + 35 tv^4 tp^3 - 70 th^4 tv^3 - 35 tp^4 tv^3 + 42 tv^2 th^5 + 21 tv^2 tp^5 + 210 th^2 tp tv^4 - 280 th^3 tp tv^3 + 210 tv^2 tp th^4 - 1260 th^3 tv^2 tp^2 - 420 th^2 tv^2 tp^3 - 2 tv^7 + 2 th^7)$	tp ≤ th and th < tv and tv ≤ tp+ th
E4	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tv^2} (21 tv^2 tp^3 - 21 tv^5 - 420 th^2 tv^3 - 35 tp^2 tv^3 - 7 tv tp^4 + 35 tv^4 tp + 210 th tv^4 - 210 th^4 tv - 280 th^3 tp tv - 210 tv th^2 tp^2 - 84 tv th tp^3 + 840 tv^2 th^2 tp - 280 th tp tv^3 + 14 th tp^4 + 42 th^5 + 70 tp th^4 + 70 th^3 tp^2 + 42 th^2 tp^3 + 1680 th^3 tv^2 + 210 th tp^2 tv^2 + tp^5)$	tp ≤ th and tp+th < tv and tv ≤ 2 th
E5	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (7 tp tv^6 + 1680 tv^2 tp th^4 + 42 th^2 tp^5 + 14 th tp^6 - 1344 th^5 tp tv + 1680 th^3 tv^2 tp^2 + 840 th^2 tv^2 tp^3 + 70 th^3 tp^4 + 420 th^2 tp tv^4 - 280 th tp^3 tv^3 + 448 th^6 tp + 21 tv^2 tp^5 + 672 tv^2 th^5 - 280 tv th^3 tp^3 + tp^7 - 210 tv tp^2 th^4 - 1120 th^3 tp tv^3 + 70 tp^3 th^4 - 21 tv^5 tp^2 - 84 th^2 tv^5 - 35 tp^4 tv^3 - 84 th tp tv^5 + 42 tp^2 th^5 + 35 tv^4 tp^3 + 210 tv^4 th tp^2 - 560 th^4 tv^3 - 420 th^2 tp^2 tv^3 - 448 th^6 tv + 128 th^7 + 280 th^3 tv^4 + 210 tv^2 th tp^4 - tv^7 - 7 tv tp^6 + 14 th tv^6 - 84 tv th tp^5 - 210 tv th^2 tp^4)$	tp ≤ th and 2th < tv and tv ≤ tp+2 th
E6	$-\frac{1}{90} \frac{1}{tv^2} (-105 tv th^2 - 30 tv^3 - 15 tv tp^2 - 60 th tp tv + 3 tp^3 + 15 th tp^2 + 35 th^2 tp + 45 th^3)$	tp ≤ th and tp+2th < tv

E7	$\frac{1}{1260} \frac{420 th^2 tp^3 + 1260 th^3 tp^2 + 7 tv^4 tp - tv^5}{th^2 tp^2}$	th ≤ tp and tp < 2th and 0 ≤ tv and tv ≤ th
E8	$-\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-tv^7 + 2 th^7 + 14 th tv^6 + 7 tp tv^6 - 42 th^2 tv^5 + 70 th^3 tv^4 - 70 th^4 tv^3 - 84 th^5 tp tv - 14 th^6 tv + 14 th^6 tp + 42 tv^2 th^5 - 420 th^2 tv^2 tp^3 + 210 tv^2 tp th^4 - 1260 th^3 tv^2 tp^2 - 280 th^3 tp tv^3 - 84 th tp tv^5 + 210 th^2 tp tv^4)$	th ≤ tp and tp < 2th and th < tv and tv ≤ tp
E9	$-\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (tp^7 - 84 th^5 tp tv - 7 tv tp^6 - 84 th tp tv^5 + 14 th tv^6 + 14 tp tv^6 + 14 th^6 tp - 14 th^6 tv - 21 tv^5 tp^2 - 42 th^2 tv^5 + 70 th^3 tv^4 + 35 tv^4 tp^3 - 70 th^4 tv^3 - 35 tp^4 tv^3 + 42 tv^2 th^5 + 21 tv^2 tp^5 + 210 th^2 tp tv^4 - 280 th^3 tp tv^3 + 210 tv^2 tp th^4 - 1260 th^3 tv^2 tp^2 - 420 th^2 tv^2 tp^3 - 2 tv^7 + 2 th^7)$	th ≤ tp and tp < 2th and tp < tv and tv ≤ 2th
E10	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (1470 tv^2 tp th^4 + 1260 th^3 tv^2 tp^2 + 420 th^2 tv^2 tp^3 + 210 th^3 tv^4 - tp^7 + 35 tp^4 tv^3 + 630 tv^2 th^5 - 1260 th^5 tp tv - 840 th^3 tp tv^3 + 210 th^2 tp tv^4 - 490 th^4 tv^3 + 434 th^6 tp - 434 th^6 tv + tv^7 + 126 th^7 - 35 tv^4 tp^3 + 7 tv tp^6 - 7 tp tv^6 - 42 th^2 tv^5 + 21 tv^5 tp^2 - 21 tv^2 tp^5)$	th ≤ tp and tp < 2th and 2th < tv and tv ≤ tp+th
E11	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (7 tp tv^6 + 1680 tv^2 tp th^4 + 42 th^2 tp^5 + 14 th tp^6 - 1344 th^5 tp tv + 1680 th^3 tv^2 tp^2 + 840 th^2 tv^2 tp^3 + 70 th^3 tp^4 + 420 th^2 tp tv^4 - 280 th tp^3 tv^3 + 448 th^6 tp + 21 tv^2 tp^5 + 672 tv^2 th^5 - 280 tv th^3 tp^3 + tp^7 - 210 tv tp^2 th^4 - 1120 th^3 tp tv^3 + 70 tp^3 th^4 - 21 tv^5 tp^2 - 84 th^2 tv^5 - 35 tp^4 tv^3 - 84 th tp tv^5 + 42 tp^2 th^5 + 35 tv^4 tp^3 + 210 tv^4 th tp^2 - 560 th^4 tv^3 - 420 th^2 tp^2 tv^3 - 448 th^6 tv + 128 th^7 + 280 th^3 tv^4 + 210 tv^2 th tp^4 - tv^7 - 7 tv tp^6 + 14 th tv^6 - 84 tv th tp^5 - 210 tv th^2 tp^4)$	th ≤ tp and tp < 2th and tp+th < tv and tv ≤ tp+2th
E12	$-\frac{1}{90} \frac{1}{tv^2} (-105 tv th^2 - 30 tv^3 - 15 tv tp^2 - 60 th tp tv + 3 tp^3 + 15 th tp^2 + 35 th^2 tp + 45 th^3)$	th ≤ tp and tp < 2th and tp+2th < tv

E13	$\frac{1}{1260} \frac{420 th^2 tp^3 + 1260 th^3 tp^2 + 7 tv^4 tp - tv^5}{th^2 tp^2}$	2th < tp and 0 < tv and tv < th
E14	$-\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-tv^7 + 2 th^7 + 14 th tv^6 + 7 tp tv^6 - 42 th^2 tv^5 + 70 th^3 tv^4 - 70 th^4 tv^3 - 84 th^5 tp tv - 14 th^6 tv + 14 th^6 tp + 42 tv^2 th^5 - 420 th^2 tv^2 tp^3 + 210 tv^2 tp th^4 - 1260 th^3 tv^2 tp^2 - 280 th^3 tp tv^3 - 84 th tp tv^5 + 210 th^2 tp tv^4)$	th < tp and th < tv and tv < 2th
E15	$\frac{1}{90} \frac{1}{tp^2 tv^2} (-3 tv^5 + 15 th tv^4 - 35 th^2 tv^3 + 45 th^3 tv^2 + 15 tv^4 tp - 60 th tp tv^3 + 30 tv^2 tp^3 + 105 tv^2 th^2 tp + 90 th tp^2 tv^2 - 90 th^3 tp tv + 9 th^5 - 31 th^4 tv + 31 tp th^4)$	2th < tp and 2th < tv and tv < tp
E16	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (1470 tv^2 tp th^4 + 1260 th^3 tv^2 tp^2 + 420 th^2 tv^2 tp^3 + 210 th^3 tv^4 - tp^7 + 35 tp^4 tv^3 + 630 tv^2 th^5 - 1260 th^5 tp tv - 840 th^3 tp tv^3 + 210 th^2 tp tv^4 - 490 th^4 tv^3 + 434 th^6 tp - 434 th^6 tv + tv^7 + 126 th^7 - 35 tv^4 tp^3 + 7 tv tp^6 - 7 tp tv^6 - 42 th^2 tv^5 + 21 tv^5 tp^2 - 21 tv^2 tp^5)$	2th < tp and tp < tv and tv < tp+th
E17	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (7 tp tv^6 + 1680 tv^2 tp th^4 + 42 th^2 tp^5 + 14 th tp^6 - 1344 th^5 tp tv + 1680 th^3 tv^2 tp^2 + 840 th^2 tv^2 tp^3 + 70 th^3 tp^4 + 420 th^2 tp tv^4 - 280 th tp^3 tv^3 + 448 th^6 tp + 21 tv^2 tp^5 + 672 tv^2 th^5 - 280 tv th^3 tp^3 + tp^7 - 210 tv tp^2 th^4 - 1120 th^3 tp tv^3 + 70 tp^3 th^4 - 21 tv^5 tp^2 - 84 th^2 tv^5 - 35 tp^4 tv^3 - 84 th tp tv^5 + 42 tp^2 th^5 + 35 tv^4 tp^3 + 210 tv^4 th tp^2 - 560 th^4 tv^3 - 420 th^2 tp^2 tv^3 - 448 th^6 tv + 128 th^7 + 280 th^3 tv^4 + 210 tv^2 th tp^4 - tv^7 - 7 tv tp^6 + 14 th tv^6 - 84 tv th tp^5 - 210 tv th^2 tp^4)$	2th < tp and tp+th < tv and tv < tp+2th
E18	$-\frac{1}{90} \frac{1}{tv^2} (-105 tv th^2 - 30 tv^3 - 15 tv tp^2 - 60 th tp tv + 3 tp^3 + 15 th tp^2 + 35 th^2 tp + 45 th^3)$	2th < tp and tp +2th < tv

2.3.3 Conclure l'expression analytique continue du temps moyen de double cycle pour l'AS/RS multi allées:

Pour déterminer le temps moyen de double cycle (EDC) d'un AS/RS multi allées il faut estimer la somme entre le temps de simple cycle (ESC) et le temps moyen de déplacement d'un casier de stockage vers un casier de déstockage (ETB).

A fin de calculer cette somme, il faut établir une correspondance entre les domaines de ESC avec les domaines de ETB et regrouper les domaines correspondants.

On a une fonction avec quatre restrictions et quatre domaines pour ESC, et une autre fonction avec 18 restrictions et 18 domaines pour ETB.

Le tableau suivant récapitule la correspondance et le regroupement des domaines des deux fonctions ESC et ETB :

Tableau 2.3.2 Dans le cas ou $tp \leq th$ et en remplace $\min(tp.th)=tp$, $\max(tp.th)=th$.

Domaine ETB	équivalent	Domaine ESC
$tv \leq tp$		$tv \leq tp$
$tp < tv \leq th$		$tp < tv \leq th$
$th < tv \leq tp+th$		$th < tv \leq tp+th$
$tp+th < tv \leq 2*th$		$tp+th < tv$
$2*th < tv \leq tp+2*th$		$tp+th < tv$
$tp+2*th < tv$		$tp+th < tv$

Tableau 2.3.3: Dans le cas ou $th \leq tp$ et en remplace $\min(tp.th)=th$, $\max(tp.th)=tp$.

$tv \leq th$	$tv \leq th$
$th < tv \leq tp$	$th < tv \leq tp$
$tp < tv \leq 2*th$	$tp < tv \leq tp+th$
$2*th < tv \leq tp+th$	$tp < tv \leq tp+th$
$tp+th < tv \leq tp+2*th$	$tp+th < tv$

$tp+2*th < tv$	$tp+th < tv$
$tv \leq th$	$tv \leq th$
$th < tv < 2*th$	$th < tv \leq tp$
$2*th < tv < tp$	$th < tv \leq tp$
$tp < tv < tp+th$	$tp < tv \leq tp+th$
$tp+th < tv < x+2*th$	$tp+th < tv$
$tp+2*th < tv$	$tp+th < tv$

Enfin en applique la somme de ESC et ETB on trouve comme resulta :

- | | |
|--|--|
| 1-> ESC ₁ +ETB ₁ | 10-> ESC ₃ +ETB ₁₀ |
| 2-> ESC ₂ +ETB ₂ | 11-> ESC ₄ +ETB ₁₁ |
| 3-> ESC ₃ +ETB ₃ | 12-> ESC ₄ +ETB ₁₂ |
| 4-> ESC ₄ +ETB ₄ | 13-> ESC ₁ +ETB ₁₃ |
| 5-> ESC ₄ +ETB ₅ | 14-> ESC ₂ +ETB ₁₄ |
| 6-> ESC ₄ +ETB ₆ | 15-> ESC ₂ +ETB ₁₅ |
| 7-> ESC ₁ +ETB ₇ | 16-> ESC ₃ +ETB ₁₆ |
| 8-> ESC ₂ +ETB ₈ | 17-> ESC ₄ +ETB ₁₇ |
| 9-> ESC ₃ +ETB ₉ | 18-> ESC ₄ +ETB ₁₈ |

Après avoir regroupé les différents domaines de la fonction du simple cycle ESC avec les domaines de la fonction de ETB nous pouvons calculer la somme de ces fonctions pour estimer le temps de double cycle EDC.

Dans le tableau suivant nous donnons les restrictions de la fonction du double cycle EDC en reprenant les notations tp, th et tv :

Tableau 2.3.4: l'expression de EDC

	Fonction	domaine
E1	$\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2} (2100 th^2 tp^3 + 3780 th^3 tp^2 + 14 tv^4 tp - 2 tv^5 + 105 th tp tv^3)$	tp ≤ th and 0 < tv and tv ≤ tp
E2	$\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tv^2} (42 tv^5 - 70 tv^4 tp + 70 tp^2 tv^3 - 42 tv^2 tp^3 + 3780 th^3 tv^2 + 14 tv tp^4 + 2100 th^2 tp tv^2 - 2 tp^5 - 105 tv th tp^3 + 420 tv^2 th tp^2 - 630 th tp tv^3 + 420 tv^4 th)$	tp ≤ th and tp < tv and tv ≤ th
E3	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-140 th^4 tv^3 + 140 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 + 28 tv^6 tp - 420 tv^4 th tp^2 - 63 th^5 tp tv - 2100 th^2 tv^2 tp^3 - 42 tp^2 tv^5 - 14 tp^6 tv + 70 tp^3 tv^4 - 28 th^6 tv + 28 th^6 tp + 28 th tv^6 + 84 tv^2 th^5 + 42 tv^2 tp^5 - 70 tp^4 tv^3 - 63 th tp tv^5 - 3780 th^3 tv^2 tp^2 - 420 tv^2 th tp^4 + 630 th tp^3 tv^3 + 105 tv th tp^5 + 70 th^3 tv^3 tp + 2 tp^7 - 4 tv^7 + 4 th^7)$	tp ≤ th and th < tv and tv ≤ tp+th
E4	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tv^2} (21 tv^2 tp^3 - 21 tv^5 + 210 th^2 tv^3 - 35 tp^2 tv^3 - 7 tv tp^4 + 35 tv^4 tp + 210 tv^4 th + 35 tp th^3 tv - 84 tv th tp^3 + 840 th^2 tp tv^2 - 280 th tp tv^3 + 14 th tp^4 + 42 th^5 + 70 tp th^4 + 70 th^3 tp^2 + 42 th^2 tp^3 + 1680 th^3 tv^2 + 210 tv^2 th tp^2 + tp^5)$	tp ≤ th and tp+th < tv and tv ≤ 2 th
E5	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-560 th^4 tv^3 + 280 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 + 7 tv^6 tp + 210 tv^4 th tp^2 - 1344 th^5 tp tv + 840 th^2 tv^2 tp^3 - 21 tp^2 tv^5 - 7 tp^6 tv + 35 tp^3 tv^4 - 448 th^6 tv + 448 th^6 tp + 14 th tv^6 + 672 tv^2 th^5 + 21 tv^2 tp^5 - 35 tp^4 tv^3 + 42 tp^2 th^5 + 42 th^2 tp^5 + 70 th^3 tp^4 + 14 th tp^6 + 70 tp^3 th^4 - 84 th tp tv^5 + 1680 th^3 tv^2 tp^2 + 210 tv^2 th tp^4 - 280 th tp^3 tv^3 - 84 tv th tp^5 - 1120 th^3 tv^3 tp + 35 tv th^3 tp^3 + 1680 th^4 tv^2 tp + 210 th^2 tp^2 tv^3 + 420 th^2 tv^4 tp + tp^7 - tv^7 + 128 th^7)$	tp ≤ th and 2th < tv and tv ≤ tp+2th
E6	$-\frac{1}{180} \frac{1}{tv^2} (-240 tv th^2 - 150 tv^3 - 60 tv tp^2 - 165 tp th tv + 6 tp^3 + 30 th tp^2 + 70 th^2 tp + 90 th^3)$	tp ≤ th and tp+2th < tv

E7	$\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2} (2100 th^2 tp^3 + 3780 th^3 tp^2 + 14 tv^4 tp - 2 tv^5 + 105 th tp tv^3)$	th ≤ tp and tp < 2th and 0 ≤ tv and tv ≤ th
E8	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-2 tv^7 + 4 th^7 + 28 th tv^6 + 14 tv^6 tp - 84 th^2 tv^5 + 140 th^3 tv^4 - 140 th^4 tv^3 - 63 th^5 tp tv - 28 th^6 tv + 28 th^6 tp + 84 tv^2 th^5 - 2100 th^2 tv^2 tp^3 - 3780 th^3 tv^2 tp^2 + 70 th^3 tv^3 tp - 168 th tp tv^5)$	th ≤ tp and tp < 2th and th < tv and tv ≤ tp
E9	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-140 th^4 tv^3 + 140 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 + 28 tv^6 tp - 420 tv^4 th tp^2 - 63 th^5 tp tv - 2100 th^2 tv^2 tp^3 - 42 tp^2 tv^5 - 14 tp^6 tv + 70 tp^3 tv^4 - 28 th^6 tv + 28 th^6 tp + 28 th tv^6 + 84 tv^2 th^5 + 42 tv^2 tp^5 - 70 tp^4 tv^3 - 63 th tp tv^5 - 3780 th^3 tv^2 tp^2 - 420 tv^2 th tp^4 + 630 th tp^3 tv^3 + 105 tv th tp^5 + 70 th^3 tv^3 tp + 2 tp^7 - 4 tv^7 + 4 th^7)$	th ≤ tp and tp < 2th and tp < tv and tv ≤ 2th
E10	$\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-980 th^4 tv^3 + 420 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 - 14 tv^6 tp + 420 tv^4 th tp^2 - 2625 th^5 tp tv + 2100 th^2 tv^2 tp^3 + 42 tp^2 tv^5 + 14 tp^6 tv - 70 tp^3 tv^4 - 868 th^6 tv + 868 th^6 tp + 1260 tv^2 th^5 - 42 tv^2 tp^5 + 70 tp^4 tv^3 - 105 th tp tv^5 + 3780 th^3 tv^2 tp^2 + 420 tv^2 th tp^4 - 630 th tp^3 tv^3 - 105 tv th tp^5 - 2310 th^3 tv^3 tp + 3360 th^4 tv^2 tp + 840 th^2 tv^4 tp - 2 tp^7 + 2 tv^7 + 252 th^7)$	th ≤ tp and tp < 2th and 2th < tv and tv ≤ tp+th
E11	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-560 th^4 tv^3 + 280 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 + 7 tv^6 tp + 210 tv^4 th tp^2 - 1344 th^5 tp tv + 840 th^2 tv^2 tp^3 - 21 tp^2 tv^5 - 7 tp^6 tv + 35 tp^3 tv^4 - 448 th^6 tv + 448 th^6 tp + 14 th tv^6 + 672 tv^2 th^5 + 21 tv^2 tp^5 - 35 tp^4 tv^3 + 42 tp^2 th^5 + 42 th^2 tp^5 + 70 th^3 tp^4 + 14 th tp^6 + 70 tp^3 th^4 - 84 th tp tv^5 + 1680 th^3 tv^2 tp^2 + 210 tv^2 th tp^4 - 280 th tp^3 tv^3 - 84 tv th tp^5 - 1120 th^3 tv^3 tp + 35 tv th^3 tp^3 + 1680 th^4 tv^2 tp + 210 th^2 tp^2 tv^3 + 420 th^2 tv^4 tp + tp^7 - tv^7 + 128 th^7)$	th ≤ tp and tp < 2th and tp+th < tv and tv ≤ tp+2th
E12	$-\frac{1}{180} \frac{1}{tv^2} (-240 tv th^2 - 150 tv^3 - 60 tv tp^2 - 165 tp th tv + 6 tp^3 + 30 th tp^2 + 70 th^2 tp + 90 th^3)$	th ≤ tp and tp < 2th and tp+2th < tv

E13	$\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2} (2100 th^2 tp^3 + 3780 th^3 tp^2 + 14 tv^4 tp - 2 tv^5 + 105 th tp tv^3)$	2th < tp and 0 < tv and tv < th
E14	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-2 tv^7 + 4 th^7 + 28 th tv^6 + 14 tv^6 tp - 84 th^2 tv^5 + 140 th^3 tv^4 - 140 th^4 tv^3 - 63 th^5 tp tv - 28 th^6 tv + 28 th^6 tp + 84 tv^2 th^5 - 2100 th^2 tv^2 tp^3 - 3780 th^3 tv^2 tp^2 + 70 th^3 tv^3 tp - 168 th tp tv^5)$	th < tp and th < tv and tv < 2th
E15	$\frac{1}{360} \frac{1}{tv^2 tp^2} (-12 tv^5 + 60 tv^4 th - 140 th^2 tv^3 + 180 th^3 tv^2 + 120 tv^4 tp - 330 th tp tv^3 + 300 tv^2 tp^3 + 480 th^2 tp tv^2 + 540 tv^2 th tp^2 - 375 tp th^3 tv + 36 th^5 - 124 th^4 tv + 124 tp th^4)$	2th < tp and 2th < tv and tv < tp
E16	$\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-980 th^4 tv^3 + 420 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 - 14 tv^6 tp + 420 tv^4 th tp^2 - 2625 th^5 tp tv + 2100 th^2 tv^2 tp^3 + 42 tp^2 tv^5 + 14 tp^6 tv - 70 tp^3 tv^4 - 868 th^6 tv + 868 th^6 tp + 1260 tv^2 th^5 - 42 tv^2 tp^5 + 70 tp^4 tv^3 - 105 th tp tv^5 + 3780 th^3 tv^2 tp^2 + 420 tv^2 th tp^4 - 630 th tp^3 tv^3 - 105 tv th tp^5 - 2310 th^3 tv^3 tp + 3360 th^4 tv^2 tp + 840 th^2 tv^4 tp - 2 tp^7 + 2 tv^7 + 252 th^7)$	2th < tp and tp < tv and tv < tp+th
E17	$\frac{1}{1260} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} (-560 th^4 tv^3 + 280 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 + 7 tv^6 tp + 210 tv^4 th tp^2 - 1344 th^5 tp tv + 840 th^2 tv^2 tp^3 - 21 tp^2 tv^5 - 7 tp^6 tv + 35 tp^3 tv^4 - 448 th^6 tv + 448 th^6 tp + 14 th tv^6 + 672 tv^2 th^5 + 21 tv^2 tp^5 - 35 tp^4 tv^3 + 42 tp^2 th^5 + 42 th^2 tp^5 + 70 th^3 tp^4 + 14 th tp^6 + 70 tp^3 th^4 - 84 th tp tv^5 + 1680 th^3 tv^2 tp^2 + 210 tv^2 th tp^4 - 280 th tp^3 tv^3 - 84 tv th tp^5 - 1120 th^3 tv^3 tp + 35 tv th^3 tp^3 + 1680 th^4 tv^2 tp + 210 th^2 tp^2 tv^3 + 420 th^2 tv^4 tp + tp^7 - tv^7 + 128 th^7)$	2th < tp and tp+th < tv and tv < tp+2th
E18	$-\frac{1}{180} \frac{1}{tv^2} (-240 tv th^2 - 150 tv^3 - 60 tv tp^2 - 165 tp th tv + 6 tp^3 + 30 th tp^2 + 70 th^2 tp + 90 th^3)$	2th < tp and tp + 2th < tv

2.4 Etude de continuité pour l'expression du temps de double cycle.

Dans notre cas la fonction se compose d'une somme de deux fonctions ESC et ETB, l'étude de continuité de la fonction du simple cycle a été réalisée par Kouloughli [4] et l'étude de la fonction du temps de déplacement entre les casiers ETB a été réalisée par Bekkara [6].

La fonction du temps de double cycle (EDC) qui nous intéresse dans ce travail est égale à la somme de deux fonctions continues (ESC et ETB) donc la fonction EDC est elle aussi continue car la somme de deux fonctions continues est une fonction continue.

Nous présentons un exemple de vérification de la continuité de l'une des restrictions de la fonction EDC = ESC et ETB

Continuité de la fonction ESC 1 dans son domaine respectif :

$$ESC^1 = \frac{tp + th}{2} + \frac{tv^3}{24 * tp * th}$$

L'expression ESC1 est la somme d'une fonction polynôme et d'une fraction rationnelle :

$\frac{tp+th}{2}$ Fonction polynôme en (tp, th, tv) continue sur \mathbb{R}^3 et donc elle est aussi continue sur $(\mathbb{R}^+)^3$.

$\frac{tv^3}{24*tp*th}$ Fraction rationnelle par rapport à chacune des trois variables tp, th et tv donc elle est continue sur son domaine de définition : $(\mathbb{R}^+)^3$.

Ainsi ESC1 est une fonction continue sur $(\mathbb{R}^+)^3$.

2.4.1 Continuité de la fonction ETB 1 dans sa domaine respectif :

$$ETB_1 = \frac{1}{1260*th^2*tp^2} * (420 * th^2 * tp^3 + 1260 * th^3 * tp^2 + 7 * tv^4 * tp - tv^5)$$

L'expression ETB1 est la somme d'une fonction polynôme et de fractions rationnelles

$(420 * th^2 * tp^3 + 1260 * th^3 * tp^2 + 7 * tv^4 * tp - tv^5)$ Fonction polynôme en (tp, th, tv) continue sur \mathbb{R}^3 et donc elle est aussi continue sur son domaine de définition $(\mathbb{R}^+)^3$.

$-\frac{tv^5}{1260*th^2*tp^2}$ fraction rationnelle par rapport à chacune des trois variables tp, th et tv donc elle est continue sur son domaine de définition $(\mathbb{R}^+)^3$.

Ainsi ETB1 est une fonction continue sur $(\mathbb{R}^+)^3$.

2.4.2 Continuité de la fonction EDC dans son domaine respectif :

Rappel de définition :

Etant donnés trois nombres a, b, c , le trinôme $x \mapsto ax^2 + bx + c$ est continu. La somme, la différence, le produit et le quotient de **deux fonctions continues** sont des **fonctions continues**. Le logarithme, l'exponentielle, le cosinus et le sinus d'une **fonction continue** sont des **fonctions continues**.

Alors On a $EDC_1 = ESC_1 + ETB_1$

Donc EDC_1 est continue sur son domaine de définition $(\mathbb{R}^+)^3$.

2.5 Optimisation du temps moyen de double cycle d'un AS/RS multi allées

2.5.1 Formulation du problème :

L'Optimisation des systèmes automatisés de stockage peut touchée plusieurs critères, les plus importants sont : l'espace de stockage, le taux de requêtes satisfaites et le temps de cycle.

Dans ce travail on s'intéresse à l'optimisation des dimensions temporelles du système ce qui nous mène facilement aux dimensions longueur optimale, largeur optimale et hauteur optimale en connaissant évidemment les vitesses horizontale et verticale de la machine S/R L'optimisation du temps de simple cycle étant déjà réalisées, nous cherchons à optimiser le temps de double cycle.

Contraintes :

- $t_p > 0, t_v > 0, t_h > 0$ sont des variable positive non nulles
- $t_h \cdot t_v \cdot t_p = \text{constante}$. Nombre de casier constante

Démonstration

Notation :

M : nombre de racks dans le système

M/2: nombre d'allées dans le système.

N : nombre de casiers total.

Nl: nombre de casiers par ligne.

Nh: nombre de casiers par colonne.

t h : temps de déplacement horizontal du premier casier au dernier d'un rack.

t v : temps de déplacement vertical du premier casier au dernier d'un rack.

t p : temps de déplacement de la première à la dernière allée.

t'h : temps de déplacement horizontal d'un casier au suivant.

t'v : temps de déplacement vertical d'un casier au suivant

t'_p : temps de déplacement d'une allée à la suivante.

Nous déterminons les dimensions des AS/RS multi allées comme suit :

- Nous supposons que le système a un nombre constant de casiers de stockage

$N =$ constante.

$$N = 2(N_1 \cdot N_h \cdot M)$$

$$t_p = t'_p \cdot M \Rightarrow M = \frac{t_p}{t'_p}$$

$$t_h = t'_h \cdot N_1 \Rightarrow N_1 = \frac{t_h}{t'_h}$$

$$t_v = t'_v \cdot N_h \Rightarrow N_h = \frac{t_v}{t'_v}$$

$$\text{Donc } N = 2 \left(\frac{t_p}{t'_p} \cdot \frac{t_h}{t'_h} \cdot \frac{t_v}{t'_v} \right)$$

Nous obtenons alors: $\frac{N \cdot t'_p \cdot t'_h \cdot t'_v}{2} = t_p \cdot t_v \cdot t_h$

t'_h, t'_v, t'_p sont constants donc : $t_h \cdot t_v \cdot t_p =$ constante [4]

Changement de variable :

Dans le but de faciliter les calculs car l'expression analytique précédente du temps de double cycle pour l'AS/RS multi allées a trois variables, nous introduisons la contrainte $t_p \cdot t_h \cdot t_v =$ constante dans l'expression, en prenant constante = 1

Le changement de variable nous ramène à une restriction à deux variables. (voir tableau 2.5.1)

Tableau 2.5.1:fonction à deux variables.

	Fonction	domaine
E1	$\frac{1}{2520} \frac{2100y^7x^8 + 3780y^8x^7 + 14yx^2 - 2 + 105x^3y^3}{x^7y^7}$	x ≤ y and 0 < 1/xy and 1/xy ≤ x
E2	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^3y^5} (-42 + 70yx^2 - 70x^4y^2 + 42x^6y^3 - 3780y^6x^3 - 14x^8y^4 - 2100x^4y^5 + 2x^{10}y^5 + 105x^7y^5 - 420x^5y^4 + 630x^3y^3 - 420y^2x)$	x ≤ y and x < 1/xy and 1/xy ≤ y
E3	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^7y^7} (-4 + 70x^5y^7 + 28yx^2 + 28y^2x - 140y^8x^4 + 4y^{14}x^7 + 70x^6y^3 + 28y^{13}x^8 - 420x^5y^4 - 63x^3y^3 - 70x^8y^4 + 140y^6x^3 + 2x^{14}y^7 + 630x^7y^5 + 105x^{11}y^7 - 2100y^7x^8 - 3780y^8x^7 + 42x^{10}y^5 - 42x^4y^2 - 63y^{11}x^7 - 84x^2y^4 - 14x^{12}y^6 - 28y^{12}x^6 + 84y^{10}x^5 - 420x^9y^6)$	x ≤ y and y < 1/xy and 1/xy ≤ x+y
E4	$\frac{1}{1260} \frac{1}{x^3y^5} (21x^6y^3 - 21 + 210x^2y^4 - 35x^4y^2 - 7x^8y^4 + 35yx^2 + 210y^2x + 35x^5y^7 - 84x^7y^5 + 840x^4y^5 - 280x^3y^3 + 14x^9y^6 + 42y^{10}x^5 + 70x^6y^9 + 70y^8x^7 + 42y^7x^8 + 1680y^6x^3 + 210x^5y^4 + x^{10}y^5)$	x ≤ y and x+y < 1/xy and 1/xy ≤ 2y
E5	$\frac{1}{1260} \frac{1}{x^7y^7} (-1 - 1120x^5y^7 + 7yx^2 + 14y^2x - 560y^8x^4 + 128y^{14}x^7 + 35x^6y^3 + 448y^{13}x^8 + 210x^5y^4 - 84x^3y^3 - 35x^8y^4 + 280y^6x^3 + x^{14}y^7 - 280x^7y^5 + 420x^4y^5 - 84x^{11}y^7 + 840y^7x^8 + 1680y^8x^7 + 21x^{10}y^5 - 21x^4y^2 - 1344y^{11}x^7 + 1680x^6y^9 - 84x^2y^4 - 7x^{12}y^6 - 448y^{12}x^6 + 672y^{10}x^5 + 210x^9y^6 + 42x^9y^{12} + 42y^9x^{12} + 70y^{10}x^{11} + 70x^{10}y^{11} + 14y^8x^{13} + 35y^9x^9 + 210x^6y^6)$	x ≤ y and 2y < 1/xy and 1/xy ≤ x+2y
E6	$-\frac{1}{180} \frac{1}{yx} (-240x^2y^4 - 150 - 60x^4y^2 - 165x^3y^3 + 6x^6y^3 + 30x^5y^4 + 70x^4y^5 + 90y^6x^3)$	x ≤ y and x+2y < 1/xy
E7	$\frac{1}{2520} \frac{2100y^7x^8 + 3780y^8x^7 + 14yx^2 - 2 + 105x^3y^3}{x^7y^7}$	y ≤ x and x ≤ 2y and 0 < 1/xy and 1/xy ≤ y

E8	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^7 y^7} (-2 + 4y^{14} x^7 + 28y^2 x + 14yx^2 - 84x^2 y^4 + 140y^6 x^3 - 140y^8 x^4 - 63y^{11} x^7 - 28y^{12} x^6 + 28y^{13} x^8 + 84y^{10} x^5 - 2100y^7 x^8 - 3780y^8 x^7 + 70x^5 y^7 - 168x^3 y^3)$	<p>$y \leq x$ and $x \leq 2y$ and $y < 1/xy$ and $1/xy \leq x$</p>
E9	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^7 y^7} (-4 + 70x^5 y^7 + 28yx^2 + 28y^2 x - 140y^8 x^4 + 4y^{14} x^7 + 70x^6 y^3 + 28y^{13} x^8 - 420x^5 y^4 - 63x^3 y^3 - 70x^8 y^4 + 140y^6 x^3 + 2x^{14} y^7 + 630x^7 y^5 + 105x^{11} y^7 - 2100y^7 x^8 - 3780y^8 x^7 + 42x^{10} y^5 - 42x^4 y^2 - 63y^{11} x^7 - 84x^2 y^4 - 14x^{12} y^6 - 28y^{12} x^6 + 84y^{10} x^5 - 420x^9 y^6)$	<p>$y \leq x$ and $x \leq 2y$ and $x < 1/xy$ and $1/xy \leq 2y$</p>
E10	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^7 y^7} (-2 + 2310x^5 y^7 + 14yx^2 + 980y^8 x^4 - 252y^{14} x^7 + 70x^6 y^3 - 868y^{13} x^8 - 420x^5 y^4 + 105x^3 y^3 - 70x^8 y^4 - 420y^6 x^3 + 2x^{14} y^7 + 630x^7 y^5 - 840x^4 y^5 + 105x^{11} y^7 - 2100y^7 x^8 - 3780y^8 x^7 + 42x^{10} y^5 - 42x^4 y^2 + 2625y^{11} x^7 - 3360x^6 y^9 + 84x^2 y^4 - 14x^{12} y^6 + 868y^{12} x^6 - 1260y^{10} x^5 - 420x^9 y^6)$	<p>$y < x$ and $x \leq 2y$ and $2y < 1/xy$ and $1/xy \leq x+y$</p>
E11	$\frac{1}{1260} \frac{1}{x^7 y^7} (-1 - 1120x^5 y^7 + 7yx^2 + 14y^2 x - 560y^8 x^4 + 128y^{14} x^7 + 35x^6 y^3 + 448y^{13} x^8 + 210x^5 y^4 - 84x^3 y^3 - 35x^8 y^4 + 280y^6 x^3 + x^{14} y^7 - 280x^7 y^5 + 420x^4 y^5 - 84x^{11} y^7 + 840y^7 x^8 + 1680y^8 x^7 + 21x^{10} y^5 - 21x^4 y^2 - 1344y^{11} x^7 + 1680x^6 y^9 - 84x^2 y^4 - 7x^{12} y^6 - 448y^{12} x^6 + 672y^{10} x^5 + 210x^9 y^6 + 42x^9 y^{12} + 42y^9 x^{12} + 70y^{10} x^{11} + 70x^{10} y^{11} + 14y^8 x^{13} + 35y^9 x^9 + 210x^6 y^6)$	<p>$y < x$ and $x \leq 2y$ and $x+y < 1/xy$ and $1/xy \leq x+2y$</p>
E12	$-\frac{1}{180} \frac{1}{yx} (-240x^2 y^4 - 150 - 60x^4 y^2 - 165x^3 y^3 + 6x^6 y^3 + 30x^5 y^4 + 70x^4 y^5 + 90y^6 x^3)$	<p>$y < x$ and $x \leq 2y$ and $x+2y < 1/xy$</p>

E13	$\frac{1}{2520} \frac{2100y^7 x^8 + 3780y^8 x^7 + 14yx^2 - 2 + 105x^3 y^3}{x^7 y^7}$	$2y < x$ and $0 < 1/xy$ and $1/xy < y$
E14	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^7 y^7} (-2 + 4y^{14} x^7 + 28y^2 x + 14yx^2 - 84x^2 y^4 + 140y^6 x^3 - 140y^8 x^4 - 63y^{11} x^7 - 28y^{12} x^6 + 28y^{13} x^8 + 84y^{10} x^5 - 2100y^7 x^8 - 3780y^8 x^7 + 70x^5 y^7 - 168x^3 y^3)$	$y < x$ and $y < 1/xy$ and $1/xy < 2y$
E15	$\frac{1}{360} \frac{1}{y^3 x^5} (-12 + 60y^2 x - 140x^2 y^4 + 180y^6 x^3 + 120yx^2 - 330x^3 y^3 + 300x^6 y^3 + 480x^4 y^5 + 540x^5 y^4 - 375x^5 y^7 + 36y^{10} x^5 - 124y^8 x^4 + 124x^6 y^9)$	$2y < x$ and $2y < 1/xy$ and $1/xy < x$
E16	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^7 y^7} (-2 + 2310x^5 y^7 + 14yx^2 + 980y^8 x^4 - 252y^{14} x^7 + 70x^6 y^3 - 868y^{13} x^8 - 420x^5 y^4 + 105x^3 y^3 - 70x^8 y^4 - 420y^6 x^3 + 2x^{14} y^7 + 630x^7 y^5 - 840x^4 y^5 + 105x^{11} y^7 - 2100y^7 x^8 - 3780y^8 x^7 + 42x^{10} y^5 - 42x^4 y^2 + 2625y^{11} x^7 - 3360x^6 y^9 + 84x^2 y^4 - 14x^{12} y^6 + 868y^{12} x^6 - 1260y^{10} x^5 - 420x^9 y^6)$	$2y < x$ and $x < 1/xy$ and $1/xy < x+y$
E17	$\frac{1}{1260} \frac{1}{x^7 y^7} (-1 - 1120x^5 y^7 + 7yx^2 + 14y^2 x - 560y^8 x^4 + 128y^{14} x^7 + 35x^6 y^3 + 448y^{13} x^8 + 210x^5 y^4 - 84x^3 y^3 - 35x^8 y^4 + 280y^6 x^3 + x^{14} y^7 - 280x^7 y^5 + 420x^4 y^5 - 84x^{11} y^7 + 840y^7 x^8 + 1680y^8 x^7 + 21x^{10} y^5 - 21x^4 y^2 - 1344y^{11} x^7 + 1680x^6 y^9 - 84x^2 y^4 - 7x^{12} y^6 - 448y^{12} x^6 + 672y^{10} x^5 + 210x^9 y^6 + 42x^9 y^{12} + 42y^9 x^{12} + 70y^{10} x^{11} + 70x^{10} y^{11} + 14y^8 x^{13} + 35y^9 x^9 + 210x^6 y^6)$	$2y < x$ and $x+y < 1/xy$ and $1/xy < x+2y$
E18	$-\frac{1}{180} \frac{1}{yx} (-240x^2 y^4 - 150 - 60x^4 y^2 - 165x^3 y^3 + 6x^6 y^3 + 30x^5 y^4 + 70x^4 y^5 + 90y^6 x^3)$	$2y < x$ and $x+2y < 1/xy$

Domaine de définition :

Les variables x et y représentent les durées de mouvement, elles sont positives et non nulles donc le domaine d'étude de la nouvelle fonction à deux variables est :

$$D =] 0, +\infty [*] 0, +\infty [.$$

Nous avons testé sous Maple que f est strictement positive. (Voir figure 2.5.1)

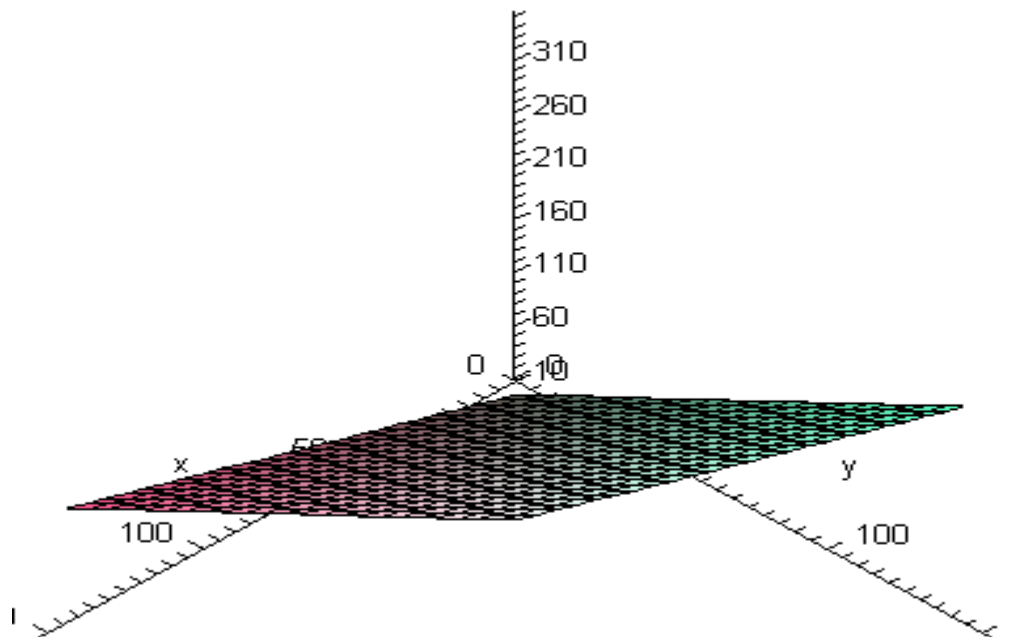


Figure 2.5.1: graphe de la fonction EDC 3D

2.5.2 Résolution du problème de la détermination des trois dimensions optimales

Extrema des fonctions à deux variables

Soit $f(x, y)$ une fonction définie sur $D \in \mathbb{R}^2$

- Définition (Stewart, 2006)

Un point $(x_0, y_0) \in D$ est dit point critique pour la fonction f si:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = 0 \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = 0$$

Soit (x_0, y_0) un point critique

On pose :

$$r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0, y_0) \qquad s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0, y_0) \qquad t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x_0, y_0)$$

-Théorème de Monge (Stewart, 2006)

1- Si $rt-s^2 > 0$ et $r > 0$ alors (x_0, y_0) est un minimum local.

2- Si $rt-s^2 > 0$ et $r < 0$ alors (x_0, y_0) est un maximum local.

3- Si $rt-s^2 < 0$ et $r > 0$ alors (x_0, y_0) est un point col.

4- Si $rt-s^2 = 0$ et $r > 0$ on ne peut rien dire. [4]

Calcule les points critiques de chacun des restrictions d'EDC dans leurs domaines de définis en appliquant le théorème de Monge. Un exemple de calcul peut être vu ci-dessous (voir le tableau 2.5.2 et le tableau 2.5.3). Les résultats de l'optimisation de tout la fonction EDC peuve être résumés dans le tableau 2.5.4.

Calcul des dérivées partielles :

Exemple sur le calcul de dérivée partielle de la 10 ème restriction dans le **domaine 10** :

On pose $EDC=f(x,y)$

• 10-ème restriction :

Tableau 2.5.2: les dérivés premiers pour la 10-eme restriction :

$F_{10}(x,y)$	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^7 y^7} (-2 + 2310x^5 y^7 + 14y x^2 + 980y^8 x^4 - 252y^{14} x^7$ $+ 70x^6 y^3 - 868y^{13} x^8 - 420x^5 y^4 + 105x^3 y^3 - 70x^8 y^4$ $- 420y^6 x^3 + 2x^{14} y^7 + 630x^7 y^5 - 840x^4 y^5 + 105x^{11} y^7$ $- 2100y^7 x^8 - 3780y^8 x^7 + 42x^{10} y^5 - 42x^4 y^2 + 2625y^{11} x^7$ $- 3360x^6 y^9 + 84x^2 y^4 - 14x^{12} y^6 + 868y^{12} x^6 - 1260y^{10} x^5$ $- 420x^9 y^6)$
$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$	$-\frac{1}{180} \frac{1}{y^7 x^8} (1 - 62y^{12} x^6 + 180y^{10} x^5 - 60x^9 y^6 + 9x^{10} y^5$ $+ 9x^4 y^2 + 240x^6 y^9 - 30x^2 y^4 - 5x^{12} y^6 + 30x^{11} y^7$ $- 150y^7 x^8 + 180x^4 y^5 - 5x^8 y^4 + 120y^6 x^3 + x^{14} y^7$ $- 210y^8 x^4 - 5x^6 y^3 - 62y^{13} x^8 + 60x^5 y^4 - 30x^3 y^3$ $- 330x^5 y^7 - 5y x^2)$
$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$	$-\frac{1}{180} \frac{1}{y^8 x^7} (1 + 310y^{12} x^6 - 270y^{10} x^5 + 30x^9 y^6 - 270y^8 x^7$ $- 6x^{10} y^5 + 15x^4 y^2 + 750y^{11} x^7 - 480x^6 y^9 - 18x^2 y^4$ $+ x^{12} y^6 - 90x^7 y^5 + 120x^4 y^5 + 15x^8 y^4 + 30y^6 x^3$ $+ 70y^8 x^4 - 126y^{14} x^7 - 20x^6 y^3 - 372y^{13} x^8 + 90x^5 y^4$ $- 30x^3 y^3 - 6y x^2)$

recherche des points critiques :

pour déterminer les points critiques de $f_{10}(x,y)$ on résous les deux restrictions sous forme d'équations qui suivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{180} \frac{1}{y^7 x^8} (1 - 62y^{12} x^6 + 180y^{10} x^5 - 60x^9 y^6 + 9x^{10} y^5 \\ \quad + 9x^4 y^2 + 240x^6 y^9 - 30x^2 y^4 - 5x^{12} y^6 + 30x^{11} y^7 \\ \quad - 150y^7 x^8 + 180x^4 y^5 - 5x^8 y^4 + 120y^6 x^3 + x^{14} y^7 \\ \quad - 210y^8 x^4 - 5x^6 y^3 - 62y^{13} x^8 + 60x^5 y^4 - 30x^3 y^3 \\ \quad - 330x^5 y^7 - 5y x^2) \\ \\ -\frac{1}{180} \frac{1}{y^8 x^7} (1 + 310y^{12} x^6 - 270y^{10} x^5 + 30x^9 y^6 - 270y^8 x^7 \\ \quad - 6x^{10} y^5 + 15x^4 y^2 + 750y^{11} x^7 - 480x^6 y^9 - 18x^2 y^4 \\ \quad + x^{12} y^6 - 90x^7 y^5 + 120x^4 y^5 + 15x^8 y^4 + 30y^6 x^3 \\ \quad + 70y^8 x^4 - 126y^{14} x^7 - 20x^6 y^3 - 372y^{13} x^8 + 90x^5 y^4 \\ \quad - 30x^3 y^3 - 6y x^2) \end{array} \right. = 0$$

La résolution se fait avec le logiciel Maple, qui nous a donnée deux solutions réelles, et toutes les autres solutions sont complexes :

$$\begin{array}{l} 1\text{ère} \left\{ \begin{array}{l} X = -1,453738721. \\ Y = 0,6603182477. \end{array} \right. \quad 2\text{ème} \left\{ \begin{array}{l} X = 1,094640600. \\ Y = 0,5922830982. \end{array} \right. \end{array}$$

1ère solution : x est négatif donc ce point critique ne convient pas car x et y représentent des durées.

2ème solution : x = 1,094640600 et y = 0,5922830982

donc $(x_0, y_0) = (1,094640600, 0,5922830982)$ est un point critique.

-D'autre part le domaine de définition de $f_{10}(x,y)$ est: $x > y$ and $2*y < 1/x*y \leq x+y$

Donc $2*y = 1.184566196 < 1/x*y = 1.542407430 < x+y = 1.686923698$

D'où ce point est bien dans D10

Détermination de la nature de point critique qu'on a trouvé:

On applique le théorème de Monge pour le point $(x_0, y_0) = (1,094640600, 0,5922830982)$, on commence par la dérivée seconde est en trouve comme resulta : (voire table 2.5.3).

Tableau 2.5.3:calcul des dérivées secondes.

$r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0, y_0)$	$-\frac{1}{90} \frac{1}{x^9 y^7} (-4 + 62y^{12}x^6 - 270y^{10}x^5 - 30x^9y^6 + 9x^{10}y^5 - 18x^4y^2 - 240x^6y^9 + 90x^2y^4 - 10x^{12}y^6 + 45x^{11}y^7 - 360x^4y^5 - 300y^6x^3 + 3x^{14}y^7 + 420y^8x^4 + 5x^6y^3 - 90x^5y^4 + 75x^3y^3 + 495x^5y^7 + 15yx^2)$	2.87370296
$t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x_0, y_0)$	$\frac{1}{90} \frac{1}{y^9 x^7} (-620y^{12}x^6 + 270y^{10}x^5 + 30x^9y^6 - 9x^{10}y^5 + 45x^4y^2 - 1125y^{11}x^7 + 240x^6y^9 - 36x^2y^4 + x^{12}y^6 - 135x^7y^5 + 180x^4y^5 + 30x^8y^4 + 30y^6x^3 + 378y^{14}x^7 - 50x^6y^3 + 930y^{13}x^8 + 180x^5y^4 - 75x^3y^3 - 21yx^2 + 4)$	9.1338626
$s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0, y_0)$	$-\frac{1}{180} \frac{1}{x^8 y^8} (-7 - 310y^{12}x^6 + 540y^{10}x^5 + 60x^9y^6 - 18x^{10}y^5 - 45x^4y^2 + 480x^6y^9 + 90x^2y^4 + 5x^{12}y^6 - 360x^4y^5 + 15x^8y^4 - 120y^6x^3 - 210y^8x^4 + 20x^6y^3 - 372y^{13}x^8 - 180x^5y^4 + 120x^3y^3 + 30yx^2)$	3.9107920

D'après le Théorème de Monge (Stewart, 2006)

On a : $r = 2.87370296 > 0$ et $r \cdot t - s^2 = 10.95371392 > 0$

Donc le point $(1,094640600, 0,5922830982)$ est un minimum local.

Tableau 2.5.4: Résultats analytiques de l'optimisation de la fonction EDC.

Les restrictions	Les Point critique	Domaine	Minimum
E1	{x=1.087728887, y=0.6397671261 } {x=0.2016229900, y= 1.427218264}	∅D1	/
E2	{x=1.080059483, y= 0.6418008561 } {x=2.370377449, y= 0.4543088597}	∅D2	/
E3	/	∅D3	/
E4	{x=1.397193667 , y=0.3176071138 } {x=1.094393349 , y=0.5920919431 }	∅D4	/
E5	{x=0.7361922610, y=0.3698284930} {x=1.094291455 , y= 0.5922409826}	∅D5	/
E6	{x=1.094598074, y=0.5925514697} {x=1.098876992, y=1.044789567 }	∅D6	/
E7	{x=1.087728887, y=0.6397671261 } {x=0.2016229900, y=1.427218264}	∅D7	/
E8	{x=0.9188190294, y=2.042221721 } {x=1.494047512, y= 0.3021695640 } {x=0.4577229210, y=0.5309320958 } {x=1.108232268, y=0.5899432987 } {x=0.8662574410, y=2.042221721 } {x=0.05639506250, y=5.202004535 }	∅D8	/
E9	{x=1.332438322, y=0.3300306429 }	∅D9	/
E10	{x=-1,453738721, y= 0,6603182477}	∅D10	/
	{x=1,094640600, y= 0,5922830982}	∈D10	Min
E11	{x=0.7361922641, y=0.3698284930} {x=1.094296311, y=0.5922409826}	∅D11	/
E12	{x=1.094598074, y=0.5925514697} {x=1.098876992, y=1.044789567 }	∅D12	/
E13	{x=1.087728926, y=0.6397671260} {x=1.087728887, y=0.6397671261 } {x=0.2016229900, y=1.427218264}	∅D13	/
E14	{x=0.9188190294, y=2.042221721 } {x=1.494047512, y=0.3021695640 } {x=0.4577229208, y=0.5309320958 } {x=1.108230398, y=0.5899432987 } {x=0.9528589215, y=2.042221721 } {x=0.05639506245, y=5.202004535 }	∅D14	/
E15	{x=1.108122469, y=0.5900767555 } {x=1.108123529, y=0.5900767555 } {x=0.4179395684, y=0.6495838894 }	∅D15	/
E16	{x=0.6963270938, y=0.5017932141 } {x=1.094640600, y=.5922830982}	∅D16	/
E17	{x=0.7361922610, y=0.3698284930} {x=1.094294456, y=0.5922409826}	∅D17	/
E18	{x=1.094598074, y=0.5925514697} {x=1.098876992, y=1.044789567 }	∅D18	/

Le nous résume que dans tout la fonction EDC seule le point critique $(1,094640600, 0,5922830982)$ se trouve dans son domaine de définition de la 10^{ème} restrictions, tous les autre points critiques dépassent le domaine d'analyse correspondant.et représente donc à la fois le minimum de la restriction 10 et le minimum global de la fonction EDC.

2.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons optimisé le temps moyen de double cycle EDC pour un AS / RS multi allées pour les cas où l'allée de stockage et de déstockage sont différentes. Pour cela nous avons vu comment conclure l'expression analytique continue du double cycle en estimant la somme entre l'expression analytique continue de simple cycle et du déplacement d'un casier de stockage vers un casier de déstockage. Afin que cette dernière soit validée mathématiquement on a fait la correspondance et le regroupement entre les différents domaines, puis l'étude de la continuité de notre expression.

Dans le but de facilité les calcules, on a procédé au changement de variable de trois variables a deux variables, ensuite on a cherché sur le minimum du temps moyen du double cycle d'un AS / RS multi allées. Pour cela nous avons cherché le point critique afin de déterminer leur existence dans leurs domaines en appliquant le théorème de Monge (Stewart, 2006).

Dans le prochain chapitre, afin de pouvoir tracer le graphe de l'expression de temps du double cycle en 2D nous allons faire un changement de variable de deux variables a une seule, pour mieux visualiser le minimum et interpréter les résultats.

Chapitre III

Représentation graphique, et interprétation des résultats

3 Introduction

Dans ce chapitre, on va représenter et interpréter les résultats du minimum global de la fonction de temps de double cycle, pour cela nous allons réduire la fonction en utilisant un changement de variable de deux variables à une seule. Ensuite, on tracera le minimum global qui va permettre de faciliter l'interprétation de nos résultats.

3.1 Représentation graphique :

3.1.1 Réduction la fonction de deux variable $f(x,y)$ à une variable

$F\alpha(x)$:

Changement de variable :

On pose : $y = x \tan(\alpha)$.

Lorsque α varie dans $] 0, \pi/2 [$, y prend toutes les valeurs dans \mathbb{R}^{*+} .

On note : $F\alpha(x) = EDC(x,y)$.

Exemple sur les deux premières restrictions de $F\alpha(x)$ dans le tableau 3.1.1 :

Tableau 3.1.1: exemple pour les deux premières restrictions de la fonction $F\alpha(x)$

$F_1\alpha(x)$	$\frac{1}{2520} \frac{1}{x^{14} \tan(\alpha)^7} (2100x^{15} \tan(\alpha)^7 + 3780x^{15} \tan(\alpha)^8 + 14x^3 \tan(\alpha) - 2 + 105x^6 \tan(\alpha)^3)$	$x \leq x \tan(\alpha) \text{ and } 0 < \frac{1}{x^2 \tan(\alpha)} \text{ and } \frac{1}{x^2 \tan(\alpha)} \leq x$
$F_2\alpha(x)$	$-\frac{1}{2520} \frac{1}{x^8 \tan(\alpha)^5} (-42 + 70x^3 \tan(\alpha) - 70x^6 \tan(\alpha)^2 + 42x^9 \tan(\alpha)^3 - 3780x^9 \tan(\alpha)^6 - 14x^{12} \tan(\alpha)^4 - 2100x^9 \tan(\alpha)^5 + 2x^{15} \tan(\alpha)^5 + 105x^{12} \tan(\alpha)^5 - 420x^9 \tan(\alpha)^4 + 630x^6 \tan(\alpha)^3 - 420x^3 \tan(\alpha)^2)$	$x \leq x \tan(\alpha) \text{ and } x < \frac{1}{x^2 \tan(\alpha)} \text{ and } \frac{1}{x^2 \tan(\alpha)} \leq x \tan(\alpha)$

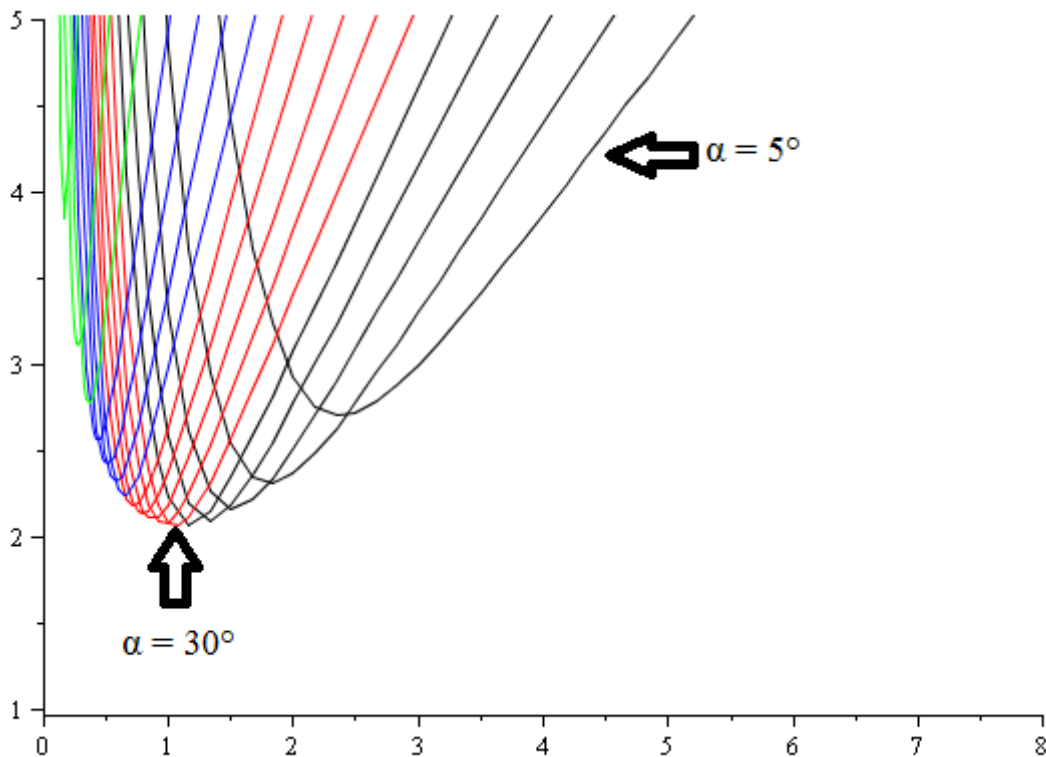


Figure 3.1.1: Tracé de $F\alpha(x)$ en faisant varier l'angle α de 5° à 85° avec un pas de 5°

L'analyse et le tracé des fonctions $F\alpha$ donnent une famille de 17 courbures (voir figure 3.1.1), avec un paramètre α variant de 5° à 85° avec une phase de 5° .

Ce tracé nous permettra de rechercher le minimum global de cette famille de courbes. L'analyse de la figure 3.1.1 nous permet de déductions suivantes :

- Toutes les courbes en un seul minimum.
- Toutes les courbes sont en forme de U tendent vers l'infini pour $x = 0$ et $x = +\infty$.
- Le minimum global de toutes les courbes varie de α [25° , 35°].

3.2 Calcul de minimum global :

Le minimum global de l'expression du temps du double cycle est donné dans le tableau 3.2.1

$$(x_0, y_0) = (1,094640600, 0,5922830982)$$

$$\text{On a : } y = x \tan(\alpha) \rightarrow \tan(\alpha) = y/x$$

$$\rightarrow \tan(\alpha) = y_0/x_0 = (0,5922830982 / 1,094640600) = 0,541075397$$

$$\rightarrow \alpha = \arctan(0,541075397) = 0,495965497 \text{ rad} = 28,41672979^\circ$$

Tableau 3.2.1: min globale de la fonction EDC

α	tp	Th	tv	E10
28,41672979°	1,094640600	0,5922830982	1,542407430	2.058394469

Donc pour $(tp,th,tv)=(1,094640600, 0,5922830982, 1,542407430)$ nous obtenons un temps de EDC égale à $E10=2.058394469$.

3.3 interprétation globale des minima :

D'après la figure nous remarquons que les minima qui sont au voisinage du minimum global sont autour de l'angle α [25° à 35°].

Pour mieux visionner la région où se situe le minimum nous traçons les courbes voisines de la courbe qui correspond au minimum la courbe en noir ($\alpha = 28,41672979^\circ$) c à d les courbes pour $\alpha = 25^\circ$ jusqu'à $\alpha = 35^\circ$ avec un pas de 1° donc 11 courbes pour affiner la représentation (Figure 3.3.1).

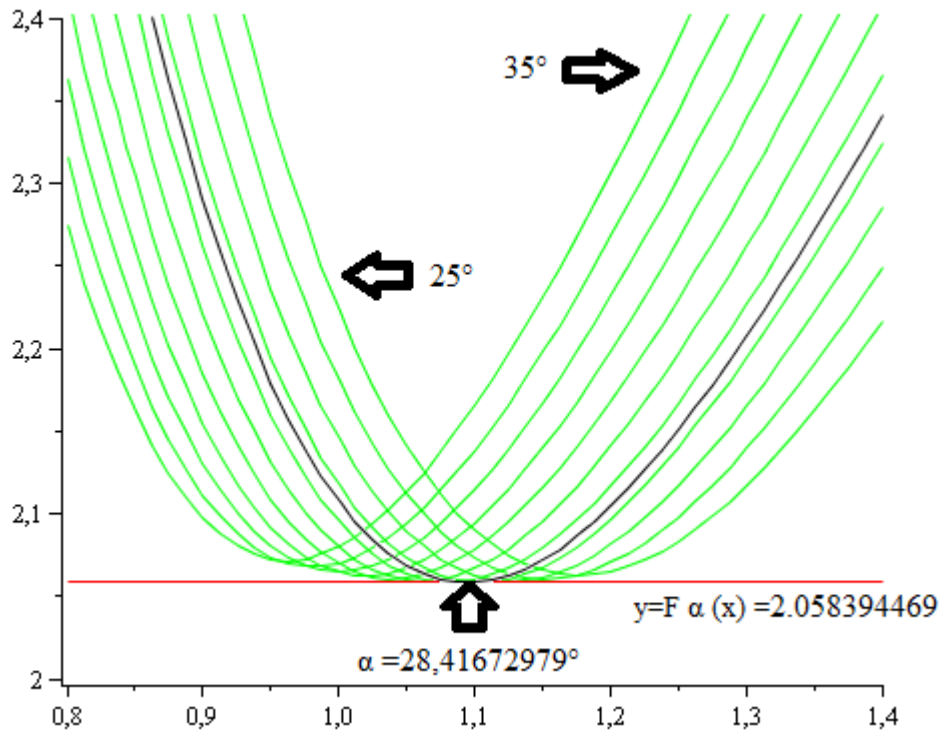


Figure 3.3.1: courbes des fonctions $F \alpha (x)$ pour α allant de 25° à 35° avec un pas de 1°

3.4 La restriction 10 en fonction de (tp, th, tv) relative au domaine D10 :

La valeur de minimum global se trouve dans la fonction 10 qui correspond le domaine D10 :

La fonction E10 :

$$\frac{1}{2520} \frac{1}{th^2 tp^2 tv^2} \left(-2625 th^5 tp tv + 420 tv^4 th tp^2 + 2100 th^2 tv^2 tp^3 \right. \\
- 980 th^4 tv^3 + 420 th^3 tv^4 - 84 th^2 tv^5 - 14 tv^6 tp + 42 tp^2 tv^5 \\
+ 14 tp^6 tv - 70 tp^3 tv^4 - 105 th tp tv^5 - 868 th^6 tv + 868 th^6 tp \\
- 2 tp^7 + 2 tv^7 + 252 th^7 + 1260 tv^2 th^5 + 3780 th^3 tv^2 tp^2 \\
+ 420 tv^2 th tp^4 + 3360 th^4 tv^2 tp - 42 tv^2 tp^5 - 630 th tp^3 tv^3 \\
\left. - 105 tv th tp^5 + 70 tp^4 tv^3 - 2310 th^3 tv^3 tp + 840 th^2 tv^4 tp \right)$$

Le domaine D10 :

$$th < tp \text{ and } tp \leq 2 th \text{ and } 2 th < tv \text{ and } tv \leq tp + th$$

3.5 Perspectives :

On peut citer quelques perspectives

- Déterminer des régions utiles d'utilisation permettant de proposer des solutions au voisinage de la solution optimale.
- Fixer une dimension et optimiser les deux autres dimensions pour le cas où le bâtiment qui abritera l'AS/RS existe déjà.

3.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a représenté et interprété les résultats du minimum global de la fonction de temps de double cycle, nous avons vu comment réduire la fonction en utilisant un changement de variable de deux variables à une seule. Ensuite, on a tracé le minimum global qui nous a permis de faciliter l'interprétation de nos résultats.

Conclusion générale

Afin de mener à bien notre travail, notre intérêt s'est porté sur les systèmes de stockage automatisés appelés AS/RS. Ces systèmes sont une solution technologique très répandue dans l'industrie, et leur valeur ajoutée dans la compétitivité des entreprises qui y font appel est sans équivoque. L'étude détaillée des AS/RS a mis en valeur leur importance dans le domaine de l'industrie et de la production et a confirmé leurs performances dans les différents champs d'application, une bonne gestion de stock garantit un gain du temps et d'argent soit pour l'entreprise elle-même, soit pour la clientèle.

Dans ce mémoire nous avons choisi de travailler sur l'AS/RS multi allées , ce dernier est composé de plusieurs allées parallèles délimités d'une part et d'autre par des rangées de casiers à travers lesquelles circule la machine de stockage et de déstockage.

Nous avons optimisé l'expression du temps de double cycle dans le cas où les opérations de stockage et de déstockage s'effectuent dans des allées différentes, nous nous sommes appuyés sur les techniques d'optimisation en s'aidant du logiciel Maple qui nous a facilité les calculs.

Les résultats de notre travail nous ont permis de déterminer un minimum global pour un système qui n'est pas encore construit.

Références Bibliographie

- [1] Material Handling Institute, «Consideration for planning and installing an automated storage/retrieval system,» Inc AS/RS document, 1977.
- [2] zaki.SARI, *Modélisation, analyse et évaluation des performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel*, Tlemcen, Université de Tlemcen Algérie, 2003.
- [3] HAMZAOUI.Adel Mohammed, *Investigations sur l'AS/RS à convoyeurs gravitationnels bidirectionnels*, Université de Tlemcen Algérie, 2020.
- [4] Kouloughli.sihem, «Optimisation de systèmes automatisés de stockage/déstockage multi-allées et à racks glissants,» Université de Tlemcen Algérie, Thèse de doctorat, 2013.
- [5] [En ligne]. Available: <https://www.indiamart.com/spacemagnum/stopick-as-rs.html>.
- [6] N. e. h. Bekkara, *Optimisation du temps de cycle d'un AS/RS multi allées*, Université de Tlemcen Algérie, 2018.
- [7] [En ligne]. Available: <https://www.conveyco.com/technology/asrs/asrs-shuttles/>.
- [8] Maleki. Reza, «Interleaving models for the analysis of twin shuttle automated storage and retrieval systems,» *International journal of production research*, pp. 4599-4610, 2000.
- [9] R. G. Askin et C. R. Standridge, «Modeling and Analysis of Manufacturing,» (John Wiely & Sons, Ed.), 1993.
- [10] B. R. Sarker et P. S. Babu, «Travel time models in automated storage/retrieval systems: A critical review,» *International Journal of Production Economics*, vol. 40, pp. 173-184, 1995.
- [11] K. J. Roodbergen et I. F. Vis, «A survey of literature on automated storage and retrieval systems,» *European Journal of Operational Research.*, pp. 343-362., 2009.
- [12] W. H. Hausman, L. B. Schéwarz et S. H. Graves, «Optimal storage assignment in automatic warehousing systems.,» *Management Science*, vol. 22, n° %16, pp. 629- 638, 1976.
- [13] S. Graves, W. Hausman et L. Schwarz, «Storage-retrieval interleaving in automatic warehousing systems,» *Management Science.*, pp. 935-945., 1977.
- [14] Y. A. bozer et J. A. white, «Travel time for automated storage/ retrieval systems,» *IIE transactions*, vol. 16, n° %14, pp. 329-338, 1984.
- [15] H. Hwang et S. B. Lee, «Travel-time models considering the operating characteristics of the storage and retrieval machin,» *The International Journal of Production Research.*, pp. 1779-1789., 1990.
- [16] D. T. Chang, U. P. Wen et J. T. Lin, «The impact of acceleration/deceleration on travel-time,» *IIE*

Transactions , vol. 27, n° 11, p. 108–111., 1995.

- [17] U. P. Web, D. Chang et S. P. Chen, «The impact of acceleration/ deceleration on travel-time,» *IIE Transactions* ., vol. 33, p. 599–608., 2001.
- [18] D. T. Chang et U. P. Wen, « The impact on rack configuration on the speed profile of the storage,» *IIE Transactions* ., vol. 29, p. 525–531, 1977.
- [19] M. Brotolini, R. Accorsi, M. Gamberi, R. Manzini et A. Regattieri, «Optimal design of AS/RS storage systems with three-class-based assignment strategy under single and dual command operations,» *the international journal of advanced manufacturing technology*, vol. 79, p. 1747–1759, 2015.
- [20] Z. Sari, C. Saygin et N. Ghouali, «Travel-Time Models for Flow-Rack Automated Storage and Retrieval Systems,» *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 25, pp. 979-987, 2005.
- [21] Z. Sari, Écrivain, *Performance evaluation of flow-rack and unit load automated storage & retrieval*. [Performance]. Proceedings of ISTEC, 2010.
- [22] X. Xu, G. Shen, Y. Yu et W. Huang, «Travel time analysis for the double-deep dualshuttle AS/RS.,» *International Journal of Production Research*, vol. 53, n° 13, pp. 757-773., 2015.
- [23] K. Hachemi et B. Besombes, «Integration of products expiry dates in optimal scheduling of storage/retrieval operations for a flow-rack AS/RS,» *international journal of industrial and systems engineering*, vol. 15, pp. 216-233, 2013.
- [24] Z. Sari, S. Grassman et N. Ghouali, «Impact of pickup/drop off stations and restoring conveyor,» *Prod Plan Control* , vol. 18, n° 12, p. 105–16., 2007.
- [25] N. Meghelli, N. Gaouar et Z. Sari, «Assessment of performance of a class-based storage in a flow-rack As/Rs,» *Journal of Studies on Manufacturing* , pp. 100-107, 2010.
- [26] H. N. Bessenouci, Z. Sari et L. Ghomri, «Metaheuristic based control of a flow rack automated storage retrieval system,» *Journal of Intelligent Manufacturing* , vol. 23, n° 14, pp. 1157-1166, 2012.
- [27] K. Hachemi et H. Alla, «Pilotage dynamique d'un système automatisé de stockage/déstockage à convoyeur gravitationnel,» *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, vol. 42, n° 1(5/2008), pp. 487-508, 2008.
- [28] X. Xu et e. al, «Travel-time model of dual-command cycles in a 3D compact AS/RS with lower mid-point I/O dwell point policy,» *International Journal of Production Research.* , pp. 1620-1641., 2017.
- [29] Z. Sari et N. H. Bessenouci, «Design & Modeling of a Single Machine Flow Rack AS/RS,» 12TH IMHRC PROCEEDINGS, GARDANNE, FRANCE, 2012.

- [30] M. B. De Koster et al., «Optimal storage rack design for a 3-dimensional compact AS/RS,» *International journal of production research.*, vol. 46, n° 16, pp. 1495-1514, 2008.
- [31] Z. Chen, X. Li et J. N. Gupta, «A bi-directional flow-rack automated storage and retrieval system for unit-load warehouses,» *International Journal of Production Research*, pp. 4176-4188, 2015.
- [32] M. A. Hamzaoui et Z. Sari, «Optimal dimensions minimizing expected travel time of a single machine flow rack AS/RS,» *Mechatronics*, pp. 158-168., 2015.
- [33] L. Gomri, Z. Sari, A. Guezzen et T. Sari, «Continuous models for single and dual cycle times of a multi aisle automated storage and retrieval system,» *IFAC Proceedings Volumes.*, vol. 42, n° 14, pp. 1061-1066., 2009.
- [34] S. Kouloughli et Z. Sari, «Optimisation de deux dimensions d'un AS/RS multi allées en fixant la troisième pour minimiser le temps de cycle,» chez *Acte des 7ème conférence internationale de conception et production intégrée CPI'11*, Hammamet, 2011.
- [35] T. Lerher, I. Potrc, M. Sraml et T. Tollazzi, «Travel time models for automated warehouses with aisle transferring storage and retrieval machine,» *European Journal of Operational Research.*, pp. 571-583., 2010.
- [36] A. Ouhoud, A. Guezzen et Z. Sari, «Comparative Study between Continuous Models and discrete models for Single Cycle Time of a Multi-Aisles Automated Storage and Retrieval System with Class Based Storage,» *IFAC-PapersOnLine.* , vol. 49, n° 112, pp. 1341-1346., 2016.
- [37] A. H. Guezzen, Z. Sari, P. Castagna et O. Cardin, «Travel time modeling and simulation of a mobile racks automated storage/retrieval system.,» *International Journal of Engineering and Technology.*, 2013.
- [38] s. kouloughli et z. Sari, *Modélisation des temps de cycle d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel à une seule machine S/R*, Hammamet Tunisie, 2010.
- [39] GHOMRI Latefa. SARI Zaki . GUEZZAN Amine . SARI Tewfik, *Expression analytique du temps de cycle pour les AS/RS multi allées*, 7ème Conférence Internationale de modélisation et simulation MOSIM'08 Paris France., 2008.

Résumé

Ce travail vise l'étude des systèmes automatisés de stockage et de déstockage (AS/RS), et plus précisément l'optimisation des dimensions de l'AS/RS multi allées en minimisant le temps de double cycle. Afin d'entreprendre ce travail, nous allons estimer la somme entre l'expression analytique du temps de trajet entre un casier de stockage et un casier de déstockage et l'expression analytique du temps de simple cycle pour un AS / RS multi allées où le processus de stockage et de déstockage est conduit sur deux allée distinctes. Les deux termes analytiques ont été définis par (GHOMRI et al 2008) dans le cas d'une seul allée ,et (bekkara 2018) a calculer ETB dans le cas de deux allée distinctes. Ces expressions possèdent trois variables réelles (t_p, t_h, t_v). En plus des contraintes de causalité des durées de transports horizontaux et verticaux, on se voit également confronté à une contrainte liée à la taille du système et à la constance de cette taille ce qui nous ramène à un problème d'optimisation en nombres réels d'une fonction à trois variables avec contraintes. Pour réaliser son optimisation, des changements de variables ont permis la relaxation de la contrainte liée à la taille du système ainsi que la réduction de la fonction en une fonction à une seule variable paramétrée. Une analyse fonctionnelle du modèle, a permis la détermination d'un minimum global.

Mots clés:

Casier / Etagère / Baies / Rangée / Allée / EDC / ESC / ETB

Abstract

This work is aimed at studying automated storage and retrieval systems (AS/RS), and more specifically at optimising the dimensions of the multi-aisle AS/RS by minimising the double cycle time. In order to undertake this work, we will estimate the sum between the analytical expression of the travel time between a storage rack and a retrieval rack and the analytical expression of the single cycle time for a multi-aisle AS/RS where the storage and retrieval process is conducted on two separate aisles. Both analytical terms have been defined by (GHOMRI et al 2008) in the case of a single aisle, and (bekkara 2018) to calculate ETB in the case of two separate aisles. These expressions have three real variables (t_p, t_h, t_v). In addition to the causality constraints of the horizontal and vertical transport durations, we are also confronted with a constraint related to the size of the system and to the constancy of this size, which brings us back to a problem of optimisation in real numbers of a function with three variables with constraints. To carry out its optimisation, changes in variables allowed the relaxation of the constraint linked to the size of the system and the reduction of the function into a function with a single parameterised variable. A functional analysis of the model allowed the determination of a global minimum.

keywords:

Storage bin / Rack / Bay / Row / Aisle / EDC / ESC / ETB