



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



**UNIVERSITE ABOU-BEKR BELKAID - TLEMCCEN**

# MEMOIRE

Présenté à :

FACULTE DES SCIENCES – DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Pour l'obtention du diplôme de :

**MASTER EN PHYSIQUE**

Spécialité : Physique Computationnelle

Par :

**M<sup>r</sup> BOUKRI Mohammed**

Sur le thème

---

## **Modélisation de la propagation des Soltions dans un milieu Non linéaire dispersif - Application aux fibres optiques**

---

Soutenue publiquement le 27/06/2019 devant le jury composé de :

Mme Latifa BOUFATAH née BETTADJ	MCA à l'Université de Tlemcen	Présidente
Mr Abdelhak CHIKHAOUI	MCA à l'Université de Tlemcen	Encadreur
Mme Souhila BOUKLI HACENE née BENYELLES	MCB à l'Université de Tlemcen	Examineur

*Laboratoire Automatique Tlemcen(LAT)  
Tlemcen - Algérie*

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## *Remerciements*

*En tout premier lieu, je remercie le bon Dieu, tout puissant, de m'avoir donné la force pour survivre, ainsi que l'audace pour dépasser toutes les difficultés.*

*Le travail présenté de ce mémoire a été réalisé au laboratoire d'Automatique de l'Université ABOU BAKR BELKAID de TLEMCEM (LAT), au sein de l'équipe Approximation et Simulation des Systèmes Non linéaires.*

*Je voudrais tout d'abord adresser toute ma gratitude à L'encadreur de ce mémoire **Mr CHIKHAOUI ABDEL HAK**, Maître de Conférences « A » à l'Université Abou Bekr BekĪd-Tlemcen, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.*

*Je désire aussi remercier **M<sup>me</sup> BOUFATAH Latifa**, Maître de Conférences « A » à l'Université Abou Bekr BekĪd-Tlemcen d'avoir accepté d'être présidente du jury de ce travail.*

*Nos vifs remerciements vont également à **M<sup>me</sup> BENYELLES Souhila**, Maître de Conférences « B » à l'Université Abou Bekr BekĪd-Tlemcen pour l'intérêt qu'elle a porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leur propositions.*

*Nous tenons à remercier toutes personnes qui ont participé de près ou de loin à l'exécution de ce modeste travail.*

*Ainsi que les membres de laboratoire LAT particulièrement **Mlle FOUZIA BELARIBI**.*

*Enfin, nous tenons à remercier tous les membres qui ont bien voulu contribuer à mon encouragement durant la période de réalisation de ce mémoire, principalement mes parents et nous adressons nos plus sincères remerciements à tous nos proches et amis.*

*Merci*

## DEDICACES

*Louange à Allah et à la paix et les bénédictions soient sur le sceau des prophètes et des messagers*

*Je dédie ce mémoire ...*



*Mon père **YOUCEF**, Ce travail est le fruit de tes sacrifices que tu as consentis pour mon éducation et ma formation.*

*Ma mère **KHIERA**, qui a œuvré pour ma réussite, Dont le mérite, les sacrifices et les qualités humaines m'ont permis de vivre ce jour.*

*Mes frères et mes sœurs qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.*

*Tous Les membres de ma famille*

*Tous les amis et les proches sans exception*

*Mes chers collègues de l'université **ABOU BAKR BALKAID**, **TLEMCEM** et surtout (**Lasri Mohammed Najib** et **Bouchikhi Ismail** et **Saidi Mohammed** Sans oublier **Miloudi Amine**) et*

*Tous les gens qui m'aiment et tous ceux qui me sont chers*

*Qui m'a aidé de loin et à la proximité*

*Enfin tous ceux et toutes celles qui m'ont accompagné et soutenu durant toutes les années de mon cursus de formation*



# Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Glossaire

Introduction générale

## Chapitre I : Rappels et Généralité

I. Introduction .....	5
I.1 L'origine du l'optique non linéaire .....	5
I-2.Les propriétés électromagnétiques du milieu .....	5
I.2.1. Qu'est-ce qu'une onde ?.....	5
I-2-2. Onde électromagnétique:.....	5
I.3. Equation de propagation non linéaire :.....	6
I.3-1. Les équations de Maxwell .....	6
I.3-2.La polarisation de champ électrique.....	7
I.3.2 .Equation de propagation d'une onde électromagnétique :.....	7
I.4. La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques :.....	8
I. 4.1 -Vitesse de phase et vitesse de groupe :.....	8
I.5. Indice de réfraction :.....	8
<b>I.6. Dispersion d'un milieu physique .....</b>	<b>9</b>
I.6 .1 Les paramètres de dispersion :.....	9
I.6.1.1. Dispersion du premier ordre :.....	9
I.6.1.2. Dispersion du second ordre :.....	10
I.6.1.3 Compromis : dispersion-non linéarité :.....	12
I.7. Propagation d'une onde dans un milieu dispersif :.....	13
I.7.1 Dispersion chromatique :.....	13
<b>I.7.1.1 Dispersion due au matériau.....</b>	<b>13</b>
<b>I.7.1.2 Dispersion due au guidage.....</b>	<b>13</b>

I.8. La Non-linéarité et les solitons .....	13
I.8.1 Susceptibilité optique non linéaire :.....	14
I.8.2 Effet Kerr :.....	16
I.8.2.1 L'effet Kerr optique .....	16
I.8.3 Diffusion Raman stimulée .....	17
I.9 Les solitons	
I.9.1 Définition .....	17
I.9.2 Les classe des solitons :.....	17
I.9.2.1 Solitons brillants de l'enveloppe temporelle.....	17
I.9.2.2 Solitons de l'enveloppe temporelle sombre.....	17
I.9.2.3 Solitons spatiaux.....	17
I.9.2.4 Soliton optique.....	18
I.9.3 Formation des solitons optiques .....	18
I.9.3.1 Les effets solitoniques :.....	18
I.9.3.2- Equation non linéaire normalisée de Schrödinger pour les Solitons temporels .....	20
I.10. Conclusion.....	21
<b>Références de la chapitre I.....</b>	<b>20</b>
<b>Chapitre II : Méthodes et outils numériques</b>	
II. Introduction .....	26
II.1. La fibre optique et le guidage de la lumière .....	26
II.1.1. Principe physique Guidage de la lumière .....	26
II.1.2. Type des fibres optique :.....	27
II.1.2.1. Fibre multimode :.....	27
II.1.2.2. Fibre monomode :.....	28
II.1.3. Bilan sur les différentes fibres optiques.....	28
II.2- Dérivation de l'équation de Schrödinger non linéaire .....	29
II.3. Les méthodes résolution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire.....	33
II.3.1- Méthode de Fourier à pas fractionné.....	34

II. 3.2- Méthode de différence finie :.....	34
II.3.3-La méthode de diffusion inverse (The Inverse Scattering Method) .....	35
II. 3. 4 . Méthode de Fourier à pas fractionné.....	37
II.3.4.1 Pourquoi utiliser la méthode de la transformée Fourier à pas fractionnés ? (the Split-Step Fourier Method) :.....	37
II.3.4.2 Présentation de la Méthode :.....	37
II.5.Conclusion.....	41
Références de Chapitre II.....	42
<b>Chapitre III : Résultats de Simulation et interprétations</b>	
III .1. Introduction.....	44
III.2.Simulation numériques de la propagation d'une impulsion dans une fibre optique monomode.....	44
III.2.1 Propagation d'une impulsion sous forme Soliton Fondamental.....	44
III-2.1.1 Simulation numérique de la propagation d'une impulsion en milieu linéaire.....	45
III-2-2.Simulation numérique de la propagation d'une impulsion en milieu non linéaire.....	47
III.2.2.1- Propagation d'une impulsion sous forme soliton fondamental .....	47
III.2.2.1 Propagation d'une impulsion sous Forme Soliton Chirpé .....	49
III. Conclusion .....	53
Références de chapitre III :.....	54
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>57</b>

## Glossaire

$C$  : Célérité de la lumière dans le vide.

$D$  : Paramètre de dispersion.

$n$  : Indice de réfraction dans un milieu quelconque.

$n_{NL}$  : Indice de réfraction non linéaire.  $v\phi$  Vitesse de phase.

$v_g$  : Vitesse de groupe.

$z$  : Distance de propagation.

$t$  : Le temps.

$\alpha$  : Coefficient d'atténuation linéique.

$\beta, k$  : Constante de propagation (vecteur d'onde).

$B_i$  : Dérivée d'ordre  $i$  de la constante de propagation  $\beta$  par rapport à  $\omega$ .

$\gamma$  : Coefficient de non linéarité.

$\lambda$  : Longueur d'onde dans un milieu.

$\tau$  : Le temps retardé.

$\omega$  : Pulsation de l'onde.

$\hat{D}$  : Opérateur de linéarité de la méthode de SSF.

$\hat{N}$  : Opérateur de non linéarité dans la méthode de SSF.

$GVD$  : Group- Velocity Dispersion (Dispersion de vitesse de groupe).

$NLSE$  : Nonlinear Schrödinger Equation (Equation de Schrödinger non linéaire).

$SMF$  : Single Mode Fiber (Fibre monomode).

$SPM$  : Self- phase modulation (L'auto modulation de phase).

$SSF$  : Split- Step Fourier (Fourier itérative).



## Liste des figures

<b>Figure(I.1)</b> : Onde électromagnétique.....	6
<b>Figure (I.2)</b> : Enveloppe d'un paquet d'ondes.....	12
<b>Figure( I.3)</b> : Propagation du paquet d'ondes .....	13
<b>Figure.( I.4)</b> : Illustration de l'impulsion modulée par propagation (a) et de son spectre (b) .	16
<b>Figure (I.5)</b> : Soliton fondamental $N=1$ .....	19
<b>Figure(I.6)</b> : Evolution temporelle de deux solitons ( $N=2$ , $N=3$ ) en fonction de la Longueur de propagation .....	20
<b>Figure (II.1)</b> : réflexion/réfraction.....	27
<b>Figure (II.2)</b> :fibre à saut d'indice.....	27
<b>Figure (II.3)</b> :fibre à gradient d'indice.....	28
<b>Figure( II.4)</b> : Fibre monomode.....	28
<b>Figure (II.5)</b> : Schéma synoptique de la méthode de diffusion inverse.....	36
<b>Figure. (II.2)</b> :Illustration de la méthode de Fourier à pas séparés.....	38
<b>Figure (III.1)</b> : l'impulsion d'entrée.....	45
<b>Figure (III.2)</b> : Propagation d'une impulsion dans un milieu de dispersion nulle.....	46
<b>Figure (III.3)</b> : Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif (dispersion normal et anormal).....	46
<b>Figure (III.5)</b> : Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif non-linéaire $z=1$ à $\Phi_{max} = \pi$ ..	48
<b>Figure III.6</b> : Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif non-linéaire à $z=2$ $\Phi_{max} = 3\pi/2$ .....	48
<b>Figure (III.)</b> : représente une impulsion lumineuse est chirpé.....	50
<b>Figure (III.7)</b> : (a) Impulsion Soliton avec paramètre de chirping $C=2$ . (b) Impulsion Soliton avec paramètre de chirping $C=3$ (c) avec un paramètre de chirping $C=-2$ . (d) avec $C=-3$ .....	51
<b>Figure (III-8)</b> processus de compensation entre l'auto-modulation de phase (effet Kerr) et la dispersion chromatique GVD.....	53

## Liste des tableaux

<b>Tableau (I.1):</b> Indice de réfraction de quelques substances.....	8
<b>Tableau (II.1) :</b> Bilan sur les différentes fibres optiques .....	29
<b>Tableau (III.1) :</b> Valeur des paramètres utilisés pour la simulation.....	50
<b>Tableau (III.2):</b> Valeur PBR pour un paramètre de non linéarité constant.....	52
<b>Tableau (III. 3):</b> Valeur PBR avec $\beta_2$ constante.....	52

# **Introduction Générale**

## Introduction générale

Vu que, la majorité des phénomènes réels sont non linéaire, un tel traitement linéaire demeure insuffisant pour décrire les différents phénomènes physiques.

La non-linéarité est liée aux seuils de l'excitation par un champ électrique, à la multi stabilité, à l'hystérésis, aux phénomènes qui sont modifiés qualitativement au fur et à mesure que les excitations se produisent, par exemple la propagation d'une onde se déplaçant dans un milieu est déterminée par les propriétés du milieu. La non-linéarité entraîne la distorsion de la forme des ondes de grande amplitude, par exemple, en turbulence. Cependant, il existe une autre source de distorsion : la dispersion d'une onde. L'influence de ces effets fut une limite à la transmission du photophone d'Alexandre Bell. Confronté au même problème, Tyndall John démontre que la lumière peut être guidée, cette expérience est utilisée actuellement dans les fibres optiques basée sur le « principe de la réflexion totale ». L'invention du laser en 1958 [Mah et al89] relance la transmission de l'information dans les guides d'onde.

La propagation d'onde dans milieu réels par exemple une onde lamineuse dans une fibre optique est déformée par des effets dispersif et non linéaire. La solution miracle prometteuse à ces inconvénients est le concept "Soliton", découvert pour la première fois par l'Écossais John Scott Russell en 1885.

Il y a plus de 100 ans, les équations mathématiques décrivant les ondes solitique ont été résolues, parmi ces équations il ya les équations de schrodinger non linéaire NLSE, difficile à résoudre analytiquement, dans ce cas la résolution nécessite une démarche numérique.

L'organisation de ce mémoire est comme suit :

Après quelques rappels sur le non linéarité, nous présentons dans le premier chapitre les équations de Maxwell pour trouver une équation de propagation. Puis le processus de propagation d'une impulsion dans le milieu dispersif, et non linéaire sera étudié et à la fin du chapitre nous avons présenté un petit rappel sur les solitons optiques, et comment ils se forment. Ainsi que la dérivation du système d'équations de Schrödinger non linéaires NLSE.

Dans le deuxième chapitre, après un petit rappel sur les fibres optiques, nous consacrons cette partie sur les méthodes de résolution numérique de l'équation de Schrodinger non linéaire NLSE. Pour laquelle on a utilisé la méthode numérique dite à « pas

fractionné de Fourier » (Split-Step Fourier en anglais), basée sur l'algorithme de la transformée de Fourier rapide. Donc, la fibre optique va être découpée en tranches minces,

Le troisième chapitre est consacré aux simulations de la propagation du soliton dans une fibre optique (monomode). Nous compléterons notre travail par une interprétation des résultats. Puis une conclusion.

### **Problématique**

Durant les dernières décennies, la théorie des solitons est devenue un domaine de recherche très actif due à son importance dans de nombreuses branches de la physique telles que l'optique non linéaire. D'une manière générale, le concept de soliton est toujours lié aux équations aux dérivées partielles non linéaires, dont la résolution analytique est difficile, pour cette raison il faut faire appel à des méthodes numériques. Pour cela, nous sommes amenés à faire une étude et une modélisation de la propagation dans un milieu non linéaire dispersif. Cette modélisation, nous conduit à une équation différentielle partielle non linéaire connue à l'optique sous le nom Schrödinger non linéaire, qui nécessite une résolution numérique. Pour la simulation on utilise une méthode qui est exclusivement utilisée pour résoudre ce genre de problèmes. Une application sera faite pour l'étude de la propagation dans une fibre optique monomode simple. A cet effet Deux cas sont envisagés : utilisation d'une impulsion d'entrée sous forme soliton fondamental puis sous forme impulsion chipée

# Chapitre I

## *Rappels et Généralités*

## I. Introduction

On nomme les effets non linéaires ceux qui ne se produisent pas de façon directement proportionnelle à l'action. C'est le cas de la plupart des effets du monde réel, et la raison de la difficulté à reproduire fidèlement des informations par des techniques analogiques.

Ce chapitre est consacré aux rappels de quelques notions en relation avec l'optique non linéaire à savoir la notion de: effet Kerr, dispersion, soliton et l'équation gouvernant sa propagation dans un milieu non linéaire en insistant sur l'importance du compromis dispersion-non linéarité du milieu.

### I.1 L'origine de l'optique non linéaire

L'optique non linéaire est la discipline de la physique dans laquelle la densité de polarisation électrique du milieu est étudiée comme une fonction non linéaire du champ électromagnétique de la lumière. Étant un vaste champ d'activités de la recherche sur la propagation des ondes électromagnétiques, l'interaction non-linéaire entre la lumière et les milieux de matière à un large spectre de phénomènes, tels que la conversion de fréquence optique, les solitons optiques, la conjugaison de phase et la diffusion Raman. De plus, un bon nombre des outils d'analyse utilisés dans les études non linéaires de l'optique est de caractère général, comme les techniques de perturbation et les considérations de symétrie et peut tout aussi bien s'appliquer à d'autres disciplines en dynamique non linéaire. [1]

### I-2. Les propriétés électromagnétiques du milieu

#### I.2.1. Qu'est-ce qu'une onde ?

Une onde est la propagation d'une perturbation produisant sur son passage une variation des propriétés physique du milieu, il est important de remarquer que l'onde se traduit par un transport d'énergie et non de la matière. [2]

#### I-2-2. Onde électromagnétique:

Comme son nom l'indique une onde électromagnétique est une onde à la fois électrique et magnétique. Elle est décomposée d'un champ électrique et un champ magnétique. Il s'effectue sans transport de la matière et ces champs sont appelés des perturbations. Ces deux perturbation oscillent en même temps mais dans deux plan perpendiculaires (Figure I.1).

Une onde électromagnétique et un milieu interagissent par l'intermédiaire de trois paramètres [3]: La conductivité  $\sigma$ , et La permittivité électrique  $\epsilon$  et la perméabilité magnétique  $\mu$ . Ces paramètres apparaissent clairement dans les équations de Maxwell

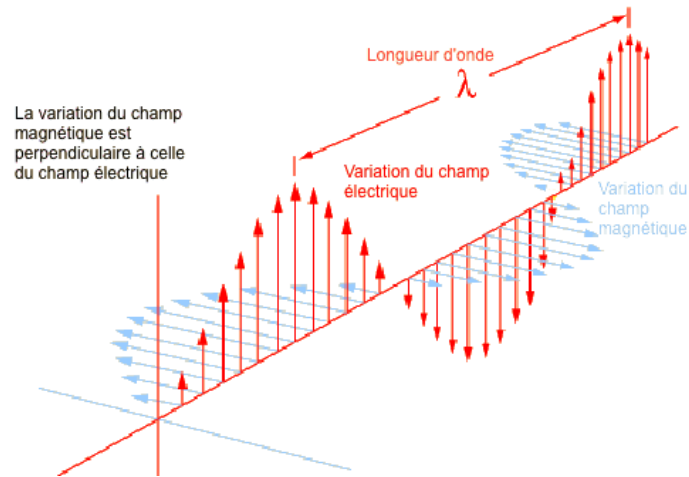


Figure I.1. Onde électromagnétique

### I.3. Equation de propagation non linéaire :

#### I.3-1. Les équations de Maxwell :

Si le matériau est isolant (non conducteur), linéaire, homogène, isotrope et non magnétique. Donc, la constante diélectrique ( $\epsilon$ ) est indépendante de l'orientation ou de l'emplacement, ainsi,  $\epsilon$  est traité comme une grandeur scalaire. Dans de telles conditions Maxwell regroupa toutes les idées sur les ondes électromagnétiques (leur description et leurs interactions) dans ces quatre équations. [3].

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \text{Maxwell-Gauss} \quad (\text{I.1})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Maxwell-Flux} \quad (\text{I.2})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell-Faraday} \quad (\text{I.3})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell-Ampère} \quad (\text{I.4})$$

- $\vec{E}$  est le champ électrique, (Volt/m).
- $\vec{D}$  le déplacement (ou induction) électrique, (Coulomb/m<sup>2</sup>).
- $\vec{B}$  le champ (ou induction) magnétique, (Webber/m<sup>2</sup>).
- $\vec{H}$  l'excitation (ou champ) magnétique. (Ampère/m).

Dans un milieu diélectrique, la réponse du milieu à l'excitation  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  est donnée par :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{I.5})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (\text{I.6})$$



Où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide et  $\vec{P}$  est la polarisation électrique,  $\vec{M}$  est la polarisation Magnétique.

### I.3-2. La polarisation de champ électrique

La polarisation créée par une onde lumineuse traversant un matériau s'écrit sous la forme :

$$\vec{p} = \vec{p}^1 + \vec{p}^{(1)} + \vec{p}^{(2)} + \vec{p}^{(3)} + \dots \vec{p}^{(i)}$$

Où  $\vec{p}^{(i)}$  est la polarisation d'ordre  $i$  en puissances du champ électrique. Plus précisément, on peut montrer que pour  $i$  ondes de fréquences  $\omega_1, \dots, \omega_i$  on note les amplitudes  $\vec{E}(\omega_i)$ , la polarisation s'écrit sous la forme:

$$\vec{p}^{(i)}(\omega_1 + \dots + \omega_i) = \varepsilon_0 \chi^{(i)}(\omega_1 + \dots + \omega_i) \vec{E}(\omega_1) + \dots + \vec{E}(\omega_i)$$

Où  $\varepsilon_0$  est la permittivité électrique du vide, et  $\chi^{(i)}(\omega_1, \dots, \omega_i)$  est le tenseur de susceptibilité électrique d'ordre  $i$  qui dépend du matériau utilisé. Cette dernière expression montre que l'onde crée une fréquence différente des ondes initialement présentes.

Une interprétation des non linéarités apparaissant dans la polarisation provient de l'aspect microscopique de la matière. Chaque atome d'un matériau diélectrique est entouré d'un nuage électronique susceptible de se déformer sous l'action de  $\vec{E}$ , ce qui crée un dipôle électrique. Ce dipôle, pour une petite déformation, est proportionnel  $\vec{E}$ , mais si la déformation est trop importante, ce n'est plus le cas. La somme de tous les dipôles est alors la polarisation introduite plus haut, d'où sa non linéarité. On peut utiliser un raisonnement analogue dans le cas des métaux et des plasmas: les électrons libres subissent, de la part du champ exciteur, une force de Lorentz dépendant de la vitesse des électrons, et donc de la polarisation. Ainsi, ces milieux peuvent également présenter des effets non linéaires.[18]

### I.3.3 .Equation de propagation d'une onde électromagnétique :

Afin d'étudier les effets des non linéarités d'un milieu sur la propagation d'une onde électromagnétique, nous développons d'abord une simple équation d'onde appropriée pour une large classe de matériaux importants (les diélectriques). Pour ce faire, on commence par faire le rotationnel de l'équation (I.3), on obtient [5]

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \quad (I.7)$$

Sachant que

$$\mathcal{C} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (\text{I.8})$$

Donc, nous avons :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (\text{I.9})$$

Dans les matériaux non conducteurs le produit

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{I.10})$$

Donc l'équation(I.7) devient :

$$-\nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (\text{I.11})$$

$$-\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \varepsilon_0 \left( \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \right) \quad (\text{I.12})$$

La polarisation  $\vec{P}$  est constituée d'une  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Polarisation linéaire } \vec{P}_L \\ \text{Polarisation non linéaire } \vec{P}_{NL} \end{array} \right. \xrightarrow{(2 \text{ et } 3)}$

L'équation (I.11) s'écrit alors

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \left( \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(2)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(3)}}{\partial t^2} \right) \quad (\text{I.13})$$

Avec :

$$\left( \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(2)}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(3)}}{\partial t^2} \right) \Leftrightarrow \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{I.14})$$

#### I.4. La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques :

Une onde est une perturbation qui se déplace dans un milieu. Il est possible de lui associer deux vitesses d'onde, soit la *vitesse de phase* et la *vitesse de groupe* qui parfois, ne sont pas égales .

##### I. 4.1 -Vitesse de phase et vitesse de groupe :

**La vitesse de phase :** soit une onde  $U = U_0 \cos(\omega t - kz + \phi_0)$ ,  $U$  est la quantité qui se propage, alors la vitesse de phase représente la vitesse de déplacement du plan d'onde, donc la vitesse de propagation de la phase donnée par:

$$\phi = \omega t - kz$$

$$\text{Soit : } v_\phi = \left( \frac{dz}{dt} \right)_{\phi=cte} \quad \text{Où} \quad v_\phi = \frac{\omega}{k}$$

Où:  $\omega$  est la pulsation de l'onde et  $k$  est le nombre d'onde,  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

**La vitesse de groupe :** La vitesse de groupe est généralement présentée comme la vitesse à laquelle l'énergie ou l'information est transportée par une onde.

$$vg = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (\text{I.15})$$

### I.5. Indice de réfraction :

Indice de réfraction souvent noté  $n$ , il est défini, comme le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide sur la vitesse de la lumière dans ce milieu [3]

$$n = \frac{c}{v}$$

Donc est une grandeur sans dimension qui caractérise le milieu, il dépend de la longueur d'onde de mesure mais aussi dépend de l'environnement (pression et température).

Dans un milieu matériel, la vitesse de la lumière ne peut pas excéder celle dans le vide, donc un indice de réfraction est toujours supérieur ou égal à 1. [4]

Milieu	Indice	Milieu	Indice
Air	1.00	Benzène	1.501
Eau	1.33	Verre	1.50
Rubis	1.78	Polystyrène	1.20
Diamant	2.46	Alcool pur	1.32
Saphir	1.77	Glycérine	1.47
Quartz	1.55	Acétone	1.36

**Tableau1:** Indice de réfraction de quelques substances.

L'indice de réfraction joue un rôle important dans l'extinction :

- déviation de la direction du front d'onde (effet lentille)
- dissipation (absorption)

### I.6. Dispersion d'un milieu physique :

La vitesse de propagation d'une onde dans un milieu peut dépendre de sa longueur d'onde, d'où un phénomène de propagation différentielle menant à la relation de dispersion. L'optique est un cas particulier de ce phénomène pour lequel la vitesse dans un milieu transparent est en général différente de celle dans le vide.

En règle générale, une impulsion a plusieurs composantes contient des fréquences différentes dont la vitesse n'est pas la même, ce qui a pour conséquence la déformation de l'impulsion.

La propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif est fonction de l'ordre de dispersion, de cette dernière qui est liée à la constante de propagation  $\beta(\omega)$ , Il s'agit d'un développement de Taylor déterminé à la fréquence centrale du signal  $\omega_0$ . [1]

### I.6.1 Les paramètres de dispersion :

Mathématiquement, la dispersion apparaît dans le développement en série de Taylor de la constante de propagation autour de la pulsation  $\omega_0$  centrale de l'impulsion [4,13].

$$k(\omega) = \beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \beta_2 + \frac{1}{6} (\omega - \omega_0)^3 \beta_3 + \frac{1}{24} (\omega - \omega_0)^4 \beta_4 \quad (\text{I.16})$$

Avec  $\beta_0 = \frac{n(\omega_0)}{\omega_0 c}$  est la constante de propagation où  $n(\omega_0 c)$  est l'indice de réfraction à  $\omega_0$ .

$\beta_1$  est l'inverse de la vitesse de groupe de l'onde.

#### I.6.1.1. Dispersion du premier ordre :

Dans la théorie de la dispersion du premier ordre par la constante de propagation  $\beta(\omega)$  est égale à :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) \quad (\text{I.17})$$

Avec :

$$\beta(\omega_0) = \frac{\omega_0}{v_\varphi(\omega_0)}$$

Et

$$\beta_1 = \left[ \frac{d\beta}{d\omega} \right]_{\omega_0} = \frac{1}{v_g(\omega_0)} \quad (\text{I.18})$$

Considérons une excitation sous la forme :

$$u(z, t) = A(z, t) e^{-j(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)}$$

ou  $A(z, t)$  est l'amplitude complexe qui peut être déterminée à partir de la transformée de Fourier :

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t') dt' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{[-j(t - t') - j\beta_1 z](\omega - \omega_0)\} d\omega \quad (\text{I.19})$$

Avec  $A_0(t')$  est l'amplitude complexe à  $z = 0$  vérifiant la relation :

$$u = (z = 0, t) = u_0(t) = A_0 e^{-j\omega_0 t} \quad (\text{I.20})$$

On peut montrer d'après l'équation (I.19) que l'amplitude complexe  $A(z, t)$  suit l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.21})$$

La solution de cette dernière équation est :

$$A(z, t) = A\left(t - \frac{z}{v_g}\right) \quad (\text{I.22})$$

De ce fait, l'amplitude complexe ou le paquet d'onde  $A(z, t)$  se déplace dans l'espace du milieu de dispersion du premier ordre avec une vitesse constante égale  $v_g$  autour du point  $\beta(\omega)$  comme un tout unique sans changement de forme. [1]

### I.6.1.2. Dispersion du deuxième ordre :

La forme inchangée du paquet d'onde dans la théorie de dispersion du premier ordre n'est pas vraiment exacte, mais elle est approchée. Considérons maintenant la dispersion comme étant une conséquence réelle. Dans ce cas, il faut introduire le deuxième terme dans la constante de propagation. [14], [15]

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2(\omega - \omega_0)^2}{2} \quad (\text{I.23})$$

Avec  $\beta_2$  étant la vitesse de dispersion égale à :

$$\beta_2 = \left[ \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right]_{\omega_0} = \frac{d}{d\omega} \left[ \frac{1}{v_g(\omega_0)} \right]_{\omega_0} \quad (\text{I.24})$$

Supposons que le milieu linéaire considéré est soumis à l'excitation du champ électrique :

$$E(z, t) = E(z, t) e^{-j(\omega_0 t - \beta(\omega_0) z)} \quad (\text{I.25})$$

Après quelques calculs, on trouve que l'amplitude complexe  $E(z, t)$  vérifie l'équation différentielle suivante :

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial T^2} = 0 \quad (\text{I.26})$$

Il est à noter que l'équation (I.26) qui décrit la propagation d'une impulsion dans un milieu caractérisé par une dispersion de deuxième ordre, ressemble à l'équation différentielle qui régit la propagation de la chaleur. Donc, la présence du terme de dispersion du

deuxième ordre  $\frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial T^2}$  dans l'équation (I.26) agit comme un type de terme complexe généralisé de diffusion pour l'enveloppe de l'impulsion  $E(z, t)$  dans le domaine temporel.

Notons que la dispersion de la vitesse de groupe est responsable de l'apparition de plusieurs effets négatifs comme l'effet d'élargissement qui réduit la performance de la transmission par fibres optiques.

Si  $\beta_2$  est nulle, le développement de  $\beta(\omega)$  doit être poussé au delà du deuxième ordre et il faut faire intervenir un terme  $\beta_3 = \left[ \frac{d^3 \beta}{d\omega^3} \right]_{\omega_0}$  d'où la dispersion du milieu est de troisième ordre. [1]

En ce qui concerne l'influence de l'effet de dispersion, on peut dire qu'une impulsion se propageant dans un milieu physique est ainsi déformée par effet de dispersion car ses différentes composantes spectrales ne subissent pas le même déphasage. Ceci conduit à un agrandissement qui conduit à une récupération des impulsions successives conduisant à une erreur de détection à la réception.

Par conséquent, la dispersion chromatique naturelle est considérée comme un problème majeur qui limite les performances des systèmes de communications optiques. [1]

### I.6.1.3 Compromis : dispersion-non linéarité :

Pour vaincre le problème de la dispersion, qui est non seulement un fait expérimental mais aussi une conséquence de principes physiques généraux, les théoriciens ont proposé une solution susceptible de résoudre le problème : ce nouveau concept est les "solitons". Ce sont des excitations non linéaires localisées dans l'espace-temps, et qui se propagent dans les systèmes physiques tout en conservant presque indéfiniment leur forme originale avec une compensation rigoureuse entre deux caractéristiques antagonistes et inévitables : **non-linéarité et dispersion**.

### I.7. Propagation d'une onde dans un milieu dispersif :

Un signal physique, d'énergie finie, se décompose comme une somme de signaux harmoniques [2], on parle alors de «paquet d'ondes». Ainsi on va pouvoir écrire:

$$A(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(\omega) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk \quad (\text{I.27})$$

La figure ci-dessous représente, à  $t = 0$ , un «paquet» des ondes harmoniques de pulsations voisines en fonction de  $x$ .

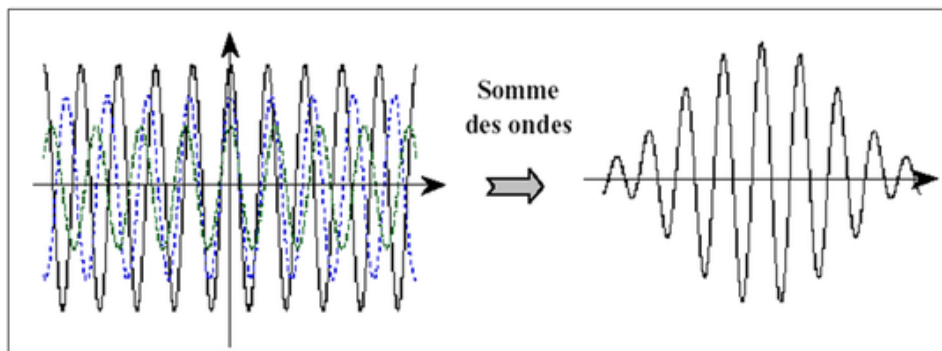


Figure I.2. Enveloppe d'un paquet d'ondes.

Pour propager une onde dans un milieu dispersif, on commence par la décomposer en une somme d'ondes harmoniques au temps  $t = 0$ , puis on propage chaque composante harmonique avec sa propre vitesse de phase, enfin on reconstruit l'onde en sommant ses composantes harmoniques au temps ( $t$ ) souhaité.

On note en général, une déformation du «paquet d'ondes» car les composantes harmoniques ne se somment pas de la même manière au cours du temps: cela se manifeste souvent par un étalement spatial du «paquet d'ondes». [4]

La figure ci dessous illustre la propagation d'un paquet d'ondes:

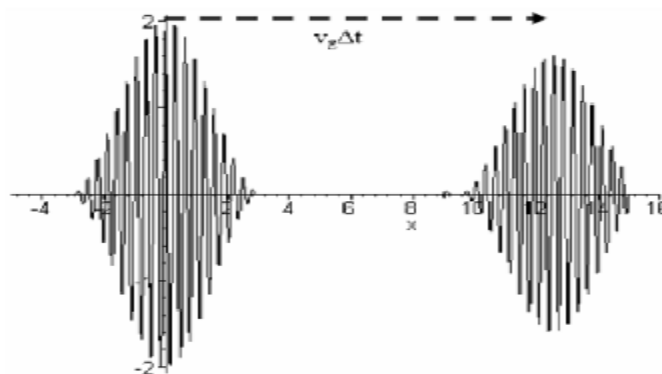


Figure I.3: Propagation du paquet d'ondes.

En effet, lorsqu'une onde se propage dans un milieu dispersif, les diverses composantes fréquentielles de l'onde se propagent à des vitesses différentes, créant un étalement temporel de l'onde à l'arrivée. On parle alors de dispersion de vitesse de groupe «**Group Velocity dispersion**»(GVD) ou dispersion chromatique. [5]

### I.7.1 Dispersion chromatique :

La dispersion chromatique est exprimée en  $ps/(nm \cdot km)$  elle caractérise l'étalement du signal lié à sa largeur spectrale (deux longueurs d'ondes différentes ne se propagent pas exactement à la même vitesse). Cette dispersion dépend de la longueur d'onde considérée et résulte de la somme de deux effets: la dispersion propre au matériau, et la dispersion du guide.

**I.7.1.1 Dispersion due au matériau :** Le phénomène de dispersion résulte d'une sensibilité du milieu à la fréquence de l'onde au niveau microscopique.

**I.7.1.2 Dispersion due au guidage :** Ce cas de dispersion résulte de la nature ondulatoire de l'onde et du désir de confiner l'onde dans un volume restreint de façon à imposer à l'onde une direction de propagation.

### I.8. La Non-linéarité et les solitons

Lorsqu'un milieu matériel est mis en présence d'un champ électrique  $\vec{E}$ , il est susceptible de modifier ce champ en créant une polarisation  $\vec{P}$ . Cette réponse du matériau à l'excitation peut dépendre du champ  $\vec{E}$  de différentes façons. L'optique non linéaire regroupe l'ensemble des phénomènes optiques présentant une réponse non linéaire par rapport à ce champ électrique, c'est-à-dire une réponse non proportionnelle à  $E$ .

En présence d'une onde électromagnétique du domaine de l'optique (longueur d'onde de l'ordre de 1000 nm), autrement dit de la lumière, beaucoup de matériaux sont transparents, et certains d'entre eux sont non linéaires, c'est pourquoi l'optique non linéaire est possible. Les principales différences avec l'optique linéaire sont les possibilités de modifier la fréquence de l'onde ou de faire interagir entre elles deux ondes par l'intermédiaire du matériau. Ces propriétés très particulières ne peuvent apparaître qu'avec des ondes lumineuses de *forte intensité*. C'est pourquoi des expériences d'optique non linéaire n'ont pu être réalisées qu'à partir des années 1960 grâce à l'apparition de la technologie des lasers.

#### I.8.1 Susceptibilité optique non linéaire :

Les réponses optiques, y compris non linéaires sont décrites comme [6].

$$\begin{aligned}
 p(t) &= \epsilon \{ \chi^{(1)} E(t) + \chi^{(2)} E^{(2)}(t) + \chi^{(3)} E^{(3)}(t) + \dots \} \\
 &\equiv P^{(1)}(t) + P^{(2)}(t) + P^{(3)}(t) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{I.28}$$



Où nous avons exprimé la polarisation  $p(t)$  en une série de puissances dans l'intensité de champ  $E(t)$ . Les quantités  $\chi^{(1)}$ ,  $\chi^{(2)}$ ,  $\chi^{(3)}$  sont appelées susceptibilités ;  $\chi^{(1)}$  est une susceptibilité linéaire et  $\chi^{(2)}$ ,  $\chi^{(3)}$  sont appelées susceptibilités non linéaires de deuxième et de troisième ordre.

Pour un système typique à l'état solide,  $\chi(1)$  est de l'ordre de l'unité tandis que  $\chi(2)$  est de l'ordre de  $1/E_{at}$  et  $\chi(3)$  de l'ordre de  $1/E_{at}^2$ .

Où  $E_{at} = e/(4\pi\epsilon_0 a_0^2)$  est la caractéristique atomique de champ électrique.

Et  $a_0 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / me^2$  est le rayon de Bohr de l'atome d'hydrogène. Explicitement [6].

$$\chi^{(2)} \simeq 1.94 \times 10^{-12} m/v$$

$$\chi^{(3)} \simeq 3.78 \times 10^{-24} m^2/v^2$$

L'expression formelle de la polarisation du troisième ordre est la suivante :

$$P_i(\omega_0; \omega_n; \omega_m) = \epsilon_0 D \sum_{JKL} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_0 + \omega_n + \omega_m, \omega_0, \omega_n, \omega_m) \times E_j(\omega_0) E_k(\omega_n) E_l(\omega_m) \quad (I.29)$$

Où  $i, j, k, l$  se réfèrent aux composantes cartésiennes des champs et le facteur de dégénérescence  $D$  représente le nombre de permutations distinctes des fréquences  $\omega_0, \omega_n, \omega_m$ .  $\chi^{(j)}$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) : Est la susceptibilité du  $j$ -ième ordre. La susceptibilité linéaire  $\chi(1)$  contribue à l'indice de réfraction linéaire  $\bar{n}_0$  (parties réelle et imaginaire ; la partie imaginaire étant responsable de l'atténuation). La susceptibilité du second ordre  $\chi(2)$  est responsable de la deuxième génération harmonique. Pour  $SiO_2$  l'effet non linéaire du second ordre est négligeable puisque  $SiO_2$  possède une symétrie d'inversion. C'est pourquoi les fibres optiques ne présentent pas les effets non linéaires de second ordre.

La susceptibilité du troisième ordre  $\chi^{(3)}$  est responsable des effets non linéaires d'ordre inférieur dans les fibres optiques. Généralement, elle se manifeste par une modification de l'indice de réfraction avec la puissance optique ou par un phénomène de diffusion. Il est lié à l'effet Kerr optique, au mélange à quatre ondes, à la troisième génération harmonique, à la diffusion Raman stimulée, etc. [8].

En supposant une polarisation linéaire de la lumière qui se propage et en négligeant le caractère tenseur de  $\chi_{ijkl}^{(3)}$ , on trouve la relation suivante pour la polarisation non linéaire :

$$P^{NL}(\omega) = 3\epsilon_0 \chi^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega) |E(\omega)|^2 E(\omega) \quad (I.30)$$

La polarisation totale, qui se compose de parties linéaires et non linéaires, s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \epsilon_0 \chi^{(1)} E(\omega) + 3\epsilon_0 \chi^{(3)} |E(\omega)|^2 E(\omega) \quad (I.31) \\ &= \epsilon_0 \chi_{eff} E(\omega) \end{aligned}$$

La susceptibilité effective dépend du champ comme suit

$$\chi_{eff} = \chi^{(1)} + 3\chi^{(3)}|E(\omega)|^2 \quad (\text{I.32})$$

Et elle est liée à l'indice de réfraction comme :

$$\bar{n} = 1 + \chi^{(3)} \equiv \bar{n}_0 + \bar{n}_2 I$$

Ici, j'indique  $I$  l'intensité moyenne dans le temps du champ optique. Nous commençons par la discussion des principales caractéristiques des effets non linéaires

### I.8.2 Effet Kerr :

Il a été découvert par J. Kerr en 1875. Il a découvert qu'un liquide transparent devient doublement réfractaire (biréfringent) lorsqu'il est placé dans un champ électrique fort.

#### I.8.2.1 L'effet Kerr optique :

L'effet Kerr optique correspond à une biréfringence induite par un champ électrique variant à des fréquences optiques, proportionnelle au carré de ce champ. Il a été observé pour la première fois, pour des molécules présentant des directions de plus grande polarisabilité, par les physiciens français Guy Mayer et François Gires en 1963. Une intensité lumineuse suffisante fut obtenue grâce à un laser déclenché. [7]

En général, l'effet Kerr décrit les situations où l'indice de réfraction dépend du champ électrique comme suit :

$$\bar{n}(\omega, |E|^2) = \bar{n}_0(\omega) + \bar{n}_2(\omega)|E|^2 \quad (\text{I.33})$$

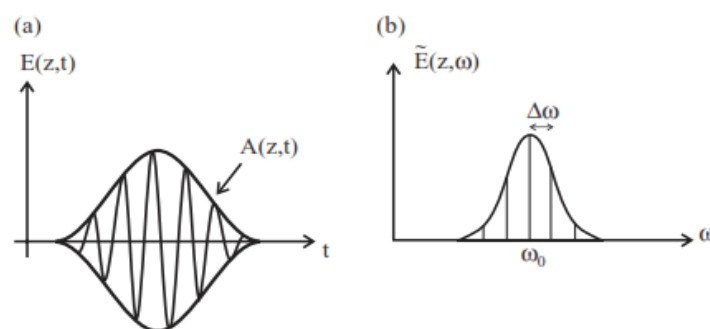


Figure. I.4. Illustration de l'impulsion modulée par propagation (a) et de son spectre (b)

Ici,  $\bar{n}_2$  est connu sous le nom de coefficient de *Kerr* et il est lié à la susceptibilité.

Pour une onde polarisée linéairement dans la direction  $x$  pour la silice, sa valeur est d'environ  $1,3 \times 10^{-22} \text{ m}^2/\text{V}^2$ . L'effet Kerr provient du mouvement non harmonique des

électrons liés dans les molécules. Par conséquent, il s'agit d'un effet rapide, le temps de réponse étant de l'ordre de  $10^{-15}$ s.

### **I.8.3 Diffusion Raman stimulée :**

Les phénomènes de diffusion sont responsables des effets Raman et Brillouin. Lors de ces diffusions, l'énergie du champ optique est transférée aux phonons locaux : en Raman des phonons optiques diffusants sont générés alors qu'en Brillouin les phonons acoustiques sont diffusés. [7]

En raison de la non-linéarité et de la dispersion, Les solitons sont existents, alors *c'est quoi un soliton?*

## **I.9 Les solitons :**

### **I.9.1 Définition :**

Une onde solitaire est une onde qui se propage en ignorant les lois classiques de la dispersion de l'énergie. En règle générale, cette onde est suffisamment intense pour exciter un effet non linéaire qui va compenser l'effet normal de dispersion de l'énergie.

L'énergie, par le phénomène non linéaire, crée un puits de potentiel dans son milieu de propagation. Ce puits piège l'énergie et l'empêche de se disperser.

Bien après l'observation en 1850 par Scott-Russel de ce phénomène spectaculaire par une vague dans un canal, on s'est rendu compte que ces paquets d'énergie pouvaient subir des forces qui leur donnent des propriétés matérielles. D'où le nom de solitons. [9]

### **I.9.2 Les classes des solitons :**

Il y a plusieurs façons de classer les solitons [10]. Il existe des solitons topologiques et non topologiques. Indépendamment de la nature topologique des solitons. Tous les solitons peuvent être divisés en deux groupes en tenant compte de leur profil : permanent et dépendant du temps. La troisième façon de classer les solitons est en accord avec les équations non linéaires qui décrivent leur évolution.

Ici, nous discutons quelque classification des solitons. [11]

#### **I.9.2.1 Solitons brillants de l'enveloppe temporelle (*Bright temporal envelope solitons*) :**

Des impulsions lumineuses d'une certaine forme et d'une certaine énergie pouvant se propager sans changement sur de grandes distances.

#### **I.9.2.2 Solitons de l'enveloppe temporelle sombre (*Dark temporal envelope solitons*):**

Impulsions de "ténèbres" dans une onde continue, où les impulsions ont une certaine forme et possèdent propriétés de propagation similaires aux solitons brillants.

**I.9.2.3 Solitons spatiaux** (*Spatial solitons*) : Faisceaux ou impulsions à onde continue, avec une étendue transversale du faisceau passant par l'indice de réfraction.

Les changements dus à l'optique Kerr peuvent compenser la direction du faisceau. Optiquement, Le changement d'indice de réfraction induit, fonctionne comme un guide d'onde efficace pour la lumière. [11,12]

#### **I.9.2.4 Soliton optique**

Le soliton naît d'un équilibre entre deux effets qui se compensent. Dans le cas d'un soliton optique, ces effets sont essentiellement l'automodulation de phase et la dispersion anormale. Imaginons une impulsion électromagnétique se propageant. L'automodulation de phase décale vers les plus basses fréquences (donc les plus grandes longueurs d'onde) le front de l'impulsion, et inversement décale vers les courtes longueurs d'onde la traîne de l'impulsion. La dispersion anormale décale vers le front de l'impulsion les hautes fréquences, les basses fréquences se retrouvant à la traîne (le rouge se propage ici moins vite que le bleu, contrairement au cas d'une dispersion normale). Donc, entre l'automodulation de phase qui agissant sur le spectre de l'impulsion tend à rendre le front plus rouge et la traîne plus bleue, et la dispersion anormale qui agissant sur le profil temporel de l'impulsion tend à rendre le front plus bleu et la traîne plus rouge, l'impulsion trouve une forme qui équilibre les deux effets. La théorie montre qu'il s'agit d'une forme en sécante hyperbolique. [10]

C'est la classe de solitons sur laquelle nous allons nous concentrer dans ce travail.

### **I.9.3 Formation des solitons optiques**

Une impulsion lumineuse est un paquet d'ondes électromagnétiques de spectre fini. Chacune de ses composantes spectrales se propage avec une vitesse de groupe différente, et par conséquent, l'énergie de l'impulsion s'étend avec le temps le long de sa propagation.

Lorsque la dispersion chromatique est négative ( $D < 0$ ), on parle du régime de dispersion normal. Dans ce cas, les grandes longueurs d'onde (fréquences rouges) se propagent plus rapidement que les courtes longueurs d'onde (fréquences bleues). Au contraire, en régime de dispersion dit anormal, la dispersion chromatique est positive ( $D > 0$ ). Les grandes longueurs d'onde se propagent plus lentement que les longueurs d'onde plus courtes. Dans les deux cas, l'impulsion subit un élargissement temporel de son enveloppe.

Le zéro de la dispersion chromatique est autour de 1312 nm. Pour les longueurs d'onde inférieures à cette valeur, la dispersion est positive (régime normal). Elle est négative (régime anormal) pour les longueurs d'onde plus grandes [10,13].

En l'absence des effets non linéaires, la déformation de l'impulsion optique est causée essentiellement par la dispersion chromatique et elle peut être éliminée par la technique de la compensation de la dispersion

En réalité, La réponse du milieu optique n'est pas linéaire, car, l'indice de réfraction dépend de l'intensité du champ électrique (effet Kerr). Cette dépendance induit une variation de phase non linéaire. C'est ce qu'on appelle l'effet d'auto-modulation de phase. Cet effet non linéaire introduit un *glissement de fréquence* (**Frequency chirp**)

Dans le régime de dispersion anormale, la direction du glissement de fréquence produit par l'effet d'auto-modulation de phase, est l'opposée à celui produit par la dispersion. Ceci indique que le glissement de fréquence induit par l'auto-modulation de phase peut compenser celui induit par la dispersion chromatique. Ce processus mène à la formation des solitons optiques qui conserve la forme pendant la propagation.

### I.9.3.1 Les effets solitoniques :

Le soliton est une onde lumineuse initialement symétrique se propageant sans déformation de sa forme dans un milieu dispersif et non linéaire. En optique, le soliton est utilisé pour décrire une impulsion (soliton temporel) ou un faisceau (soliton spatial). Mathématiquement, le soliton peut être représenté par l'équation suivante [16,17]:

$$A(z = 0, \tau) = N \cdot \text{sech}(\tau) \quad (\text{I.34})$$

$N$  est l'ordre du soliton qui est défini par [1,2]:

$$N = \sqrt{\frac{L_D}{L_{NL}}} = \sqrt{\frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}} \quad (\text{I.35})$$

Où  $P_0$ ,  $L_D$ ,  $L_{NL}$  sont respectivement la puissance crête de l'impulsion, la longueur de dispersion et la longueur non linéaire. Pour déterminer l'ordre du soliton, on prend toujours la valeur entière la plus proche.

Dans le cas où  $L_{NL} = L_D$ , c.-à-d., l'effet linéaire de la dispersion de vitesse de groupe est compensé par l'effet non linéaire, on aura un soliton fondamental (ou d'ordre un). Alors, pour  $N = 1$ , le soliton fondamental conserve sa forme au cours de la propagation. voir Figure 1.5

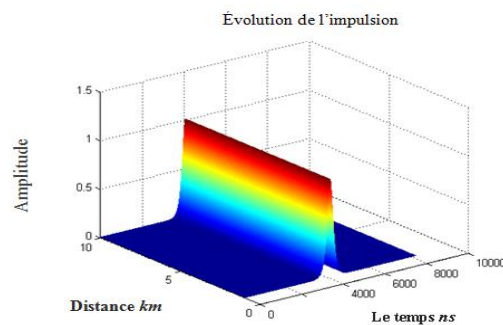


Figure I.5. Soliton fondamental N=1

En conséquence, la puissance crête nécessaire pour l'existence d'un soliton fondamental est :

$$P_0 = \sqrt{\frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2}} \quad (\text{I.36})$$

Les solitons d'ordre supérieur correspondent à  $N \geq 2$ . Ils peuvent être décrits comme plusieurs solitons fondamentaux se propageant de manière couplée et à la même vitesse de groupe.

Lors de sa propagation à l'intérieur d'une fibre optique, les solitons fondamentaux composant le soliton d'ordre supérieur entraînent des interactions périodiques. La figure I.6 montre l'évolution temporelle des soliton d'ordre deux et d'ordre trois en fonction de la longueur de propagation. L'évolution de ces solitons peuvent présenter plusieurs pics où l'impulsion peut retrouver sa forme initiale de façon périodique.

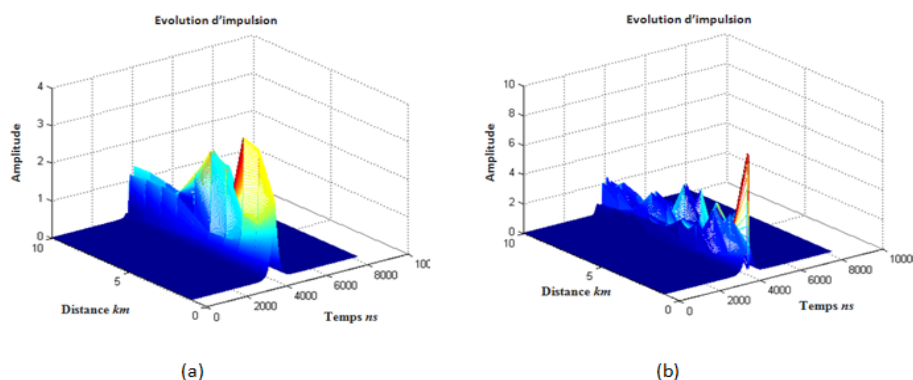


Figure I.6 Evolution temporelle de deux solitons (N=2, N=3) en fonction de la longueur de propagation

## I.10. Équations avec Soliton comme solutions

Dans cette partie, nous présentons quelques équations qui admettent le soliton comme solutions. L'équation de Korteweg et de Vries, l'équation de Schrödinger non linéaire et l'équation de sine-Gordon.

### I.10.1- Equation non linéaire normalisée de schrodinger pour les solitons temporels :

Le point de départ de l'analyse des solitons temporels est l'équation d'onde dépendant du temps pour les enveloppes spatiales des champs électromagnétiques en milieu Kerr optique, ici pour des raisons de simplicité. Pour la lumière polarisée linéairement dans les milieux isotropes, l'équation de propagation est donnée par [1]:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial z} + i \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\beta}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_\omega(z, t) = -\frac{\omega n_2}{c} |A_\omega(z, t)|^2 A_\omega(z, t) \quad (\text{I.37})$$

Où, comme précédemment,  $v_g = (dk/d\omega)$  est la vitesse de groupe linéaire, et où nous avons introduit la notation

$$\beta = \frac{d^2k}{d\omega^2} \Big|_{\omega\sigma}$$

Pour l'indice de réfraction dépendant de l'intensité  $n = n_0 + n_2|E\omega|^2$ . Puisque nous considérons ici la propagation d'ondes dans des milieux isotropes, avec une lumière polarisée linéairement (pour laquelle il n'y a pas de diaphonie d'état de polarisation)

L'équation d'onde est convenablement prise sous la forme scalaire:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial z} + i \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\beta}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_\omega(z, t) = -\frac{\omega n_2}{c} |A_\omega(z, t)|^2 A_\omega(z, t) \quad (\text{I.37})$$

L'équation (I.37) se compose de trois termes qui interagissent. Les deux premiers termes contiennent des dérivées du premier ordre de l'enveloppe, ces termes peuvent être considérés comme la partie homogène d'une équation d'onde pour l'enveloppe, donnant des solutions d'onde progressive qui dépendent des deux autres termes, qui agissent plutôt comme des termes sources.

Le troisième terme contient une dérivée d'ordre 2 de l'enveloppe, ce terme est aussi linéairement dépendant de la dispersion  $\beta$  du milieu, c'est-à-dire de la variation de la vitesse de groupe du milieu par rapport à la fréquence angulaire  $\omega$  de la lumière. Ce terme est généralement responsable pour étaler une courte impulsion lorsqu'elle traverse un milieu dispersif.

Enfin, le quatrième terme est un terme source non linéaire, selon le signe de  $n_2$ , concentrera des composantes de fréquence plus élevée soit au bord d'attaque soit au bord de fuite de l'impulsion dès qu'il sera affiché.

### **I.11. Conclusion**

Nous avons vu dans ce chapitre, les bases nécessaires à la compréhension de l'optique non linéaire. Les nombreux domaines dans lesquels les phénomènes non linéaires trouvent leur place font naître une demande de nouvelles propriétés, de nouveaux procédés. Partant des équations de Maxwell, dont dérivation de l'ENLS qui modélise la propagation d'un soliton dans les fibres optiques fait l'objet d'une section du chapitre suivant.

Il est clair que la philosophie de ce chapitre est de donner brièvement les notions de bases à la compréhension de la suite de notre mémoire. Les intéressants par cette partie s'apercevront rapidement qu'il ne s'agit pas d'une description complète de la propagation des solitons optique dans les milieux non linéaires et dispersifs. L'optique non linéaire est plus vaste que de l'expliquer dans quelques pages.



## REFERENCES CHAPITRE I

- [1] **Azzouzi Faïçal**, Etude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire, thèse de Doctorat. Université Badji Mokhtar -
- [2] **H.Benosman** (2006), Interaction d'une onde électromagnétique avec une vapeur atomique. Thèse de Magister, Tlemcen.
- [3] **Hasnaa El Ouazzani**, Propriétés optiques non linéaires du deuxième et troisième ordre de nouveaux systèmes organiques conjugués de type push-pull. Physique Classique, Université d'Angers, 2012.
- [4] **B. Bouchenak**, (2007) Étude de la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif de vecteur d'onde, mémoire de Magister, Université de Tlemcen.
- [5] **H.Apithy, Y.Bouslimani et H.Haman**, (2004), Communications à fibres optiques: Limitations causées par la dispersion et les effets non linéaires. IEEE Canadian Review-Summer.
- [6] **R. W. Boyd**. Nonlinear Optics. Third Edition. Academic Press, Amsterdam, 2008.
- [7] **Marek S. Wartak**, Computational Photonics an Introduction, Cambridge University Press, 2013 .
- [8] **R. W. Hellwarth**, Third-order optical susceptibilities of liquids and solids. Prog. Quant. Electr., 5:1–68, 1977.
- [9] **J.S.Russell**, Report on waves, in Rep. 14th Meet. British Assoc. Adv. Sci, 1844, P. 311.
- [10] **Yousef Yousefi and Khikmat Kh. Muminov** Physical-Technical Institute named after S.U.Umarov Academy of Sciences of Republic of Tajikistan Aini Ave 299/1, Dushanbe, Tajikistan il n y a pas l'année
- [11] **D. W. Jordan and P. Smith**, Nonlinear Ordinary Differential Equations, June 2007.
- [12] **Jonsson, Fredrik**. Lecture notes on nonlinear optics. 2003.
- [14] **Katsunari Okamoto**, "Fundamentals of optical waveguides". New York: Academic Press (2000), p.180.
- [15] **Govind P. Agrawal**, "Nonlinear Fiber Optics", Academic Press. Optics and photonics, New York, 3edition (2001).
- [16] **Govind P. Agrawal**, Fiber-Optic Communications Systems, Third Edition, 2002.
- [17] **Govind P. Agrawal**, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, fourth edition, US, 2007.

[18] **BOUMAZA, Nawel.** Solitons en Optique Non Linéaire: Etude des Propriétés Physiques et Application dans le Domaine des Télécommunications. Thèse de doctorat. 2012

MLA

# **Chapitre II**

## **Méthodes et outils numériques**

## II. Introduction

En général, il n'existe pas de solutions analytiques à l'équation d'onde de Maxwell complète pour un système optique non linéaire. Même les solutions numériques à l'équation des ondes sont extrêmement difficiles à mettre en œuvre en raison de la dimensionnalité du problème. La forme vectorielle de l'équation d'onde est une équation aux dérivées partielles de second ordre à quatre dimensions (trois spatiales et une temporelle). Ainsi, les approximations basées sur les conditions de propagation et des résultats expérimentaux sont nécessaires pour résoudre une forme scalaire approximative de l'équation d'onde, c'est-à-dire l'équation de Schrödinger non linéaire. Toutefois, les approximations énumérées dans le chapitre précédent limitent la généralité et la validité des solutions. Par exemple, la condition de non-linéarité extrême, comme dans le cas de la génération de supercontinuum, est un où l'approximation de l'enveloppe, qui varie lentement, peut être violée.

Le but de ce chapitre est de fournir une introduction à une méthode très puissante de résolution numérique de la ENLS, connue sous le nom de méthode de Fourier à deux étapes (SSFM) Le chapitre commence par un rappel sur les fibre optique suivi d'un rappel des méthodes numérique de résolution de l'ENLS liste des avantages de la SSFM par rapport aux méthodes à différences finies. Ensuite .

### II.1. La fibre optique et le guidage de la lumière :

#### II.1.1. Principe physique Guidage de la lumière

Le principe physique majeur qui a inspiré la technologie des fibres optiques est ce que l'on appelle « la réflexion totale interne ». Ceci découle de la loi de la réfraction voulant qu'une onde traversant une frontière entre deux milieux de densité différente soit déviée. Pourtant, si jamais l'onde tente de passer d'un milieu de densité relativement haute à un milieu moins dense, il existe un angle minimum entre la direction de l'onde et la normale de la frontière pour lequel l'onde ne sera pas déviée, mais réfléchi. Il est donc possible pour une onde lumineuse de se propager indéfiniment dans un cylindre de verre [1].

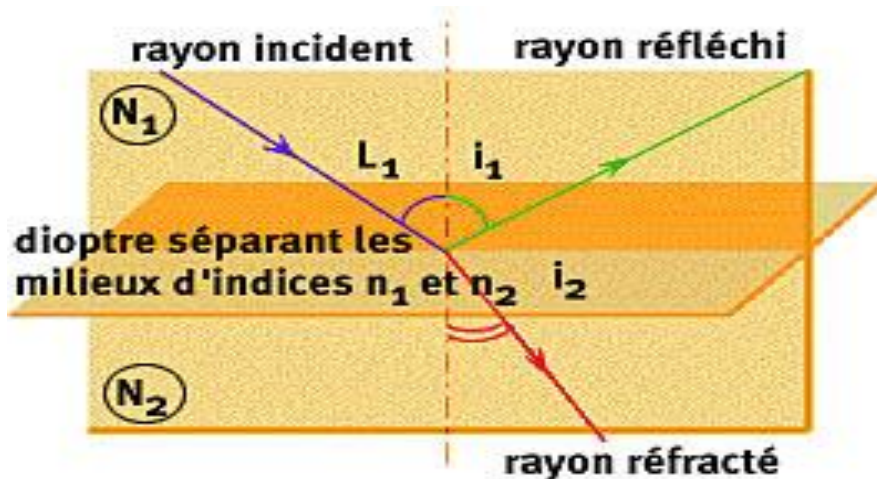


Figure II.1 réflexion/réfraction.

## II.1.2. Type des fibres optique :

### II.1.2.1. Fibre multimode :

Seuls certains angles conduisent à des modes. Il est évident que la vitesse d'un mode dépend de l'angle. Le terme « multimode » signifie que plusieurs modes peuvent être guidés. Un nombre typique pour une fibre à saut d'indice est de 1000 modes (un mode correspond à un faisceau).

#### ❖ A saut d'indice :



Figure II.2 fibre à saut d'indice

C'est le type de fibre le plus simple. En effet, elle disperse le signal. Dans cette fibre, le cœur est homogène et d'indice  $n_1$ . Il est entouré d'une gaine optique d'indice  $n_2$  inférieur à  $n_1$ . Quant à la gaine optique, elle joue un rôle actif dans la propagation et ne doit pas être confondue avec le revêtement de protection déposés sur la fibre. Le rayon est guidé par la réflexion totale au niveau de l'interface cœur-gaine, sinon il est réfracté dans la gaine. [1]

## ❖ A gradient d'indice :

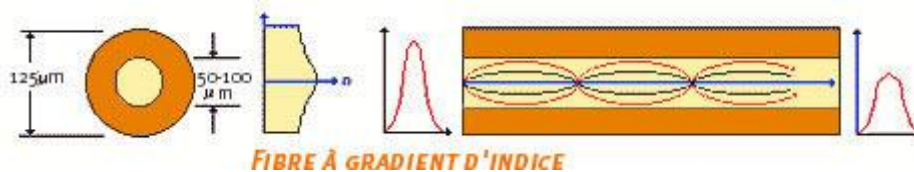


Figure II.3 fibre à gradient d'indice.

Leur cœur, contrairement aux fibres à saut d'indice, n'est pas homogène. Leur cœur est en fait constitué de plusieurs couches de verres dont l'indice de réfraction est différent à chaque couche et l'indice de réfraction diminue de l'axe jusqu'à la gaine. Le guidage est cette fois dû à l'effet du gradient d'indice. Les rayons suivent une trajectoire d'allure sinusoïdale. La gaine n'intervient pas directement, mais élimine les rayons trop inclinés. L'avantage avec ce type de fibre est de minimiser la dispersion du temps de propagation entre les rayons.[1]

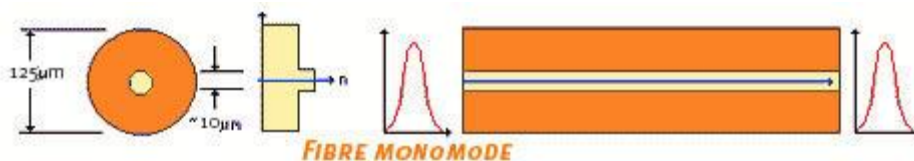
**II.1.2.2. Fibre monomode :**

Figure II.4 Fibre monomode

Le but recherché dans cette fibre est que le chemin que doit parcourir le faisceau soit le plus direct possible. Pour cela on réduit fortement le diamètre du cœur qui est dans la plupart des cas inférieur à 10 μm. La dispersion modale est quasi nulle. Comme on ne casse pas le faisceau lumineux la bande passante est donc augmentée, environ 100 GHz\*km ou de 1000 Mb/s. La fibre monomode classique est à saut d'indice. Son diamètre permet la propagation d'un seul mode, le fondamental ; comme un seul mode se propage il n'y a pas de différence de vitesse contrairement aux fibres multimodes. Du fait de ces précieux avantages, elle a pris une ampleur considérable dans les transmissions sur de grandes distances. [1]

**II.1.3. Bilan sur les différentes fibres optiques**

Le tableau suivant donne un bref récapitulatif des avantages et des inconvénients de chaque structure : [1]

Structures	Avantages	Inconvénients
<b>Multimode à saut d'indice</b>	- Faible prix - Facilité de mise en œuvre	Perte et distorsion importante du signal
<b>Multimode à gradient d'indice</b>	- Bande passante raisonnable - Bonne qualité de transmission	Difficile à mettre en œuvre
<b>Monomode</b>	- Très grande bande passante - Aucune distorsion	Prix très élevé

Comme nous l'avons mentionné au début de ce chapitre, une application importante des solitons est la transmission de l'information dans les systèmes à fibres optiques. Les impulsions de solitons sont stables lorsqu'ils se propagent sur de longues distances. Les pertes de fibres sont un facteur limitant important, il devient donc nécessaire de compenser périodiquement les pertes de fibres.

## II.2-Dérivation de l'équation de Schrödinger non linéaire

Les solitons dans les fibres optiques sont décrits par l'équation dite l'équation non linéaire de Schrödinger (NSE), à laquelle on va la dériver. Dans la dérivation, nous utilisons le concept de spectre de Fourier pour la propagation des impulsions, voir le Figure I.4.

Un milieu dans lequel les solitons se propagent il y a la non-linéarité de Kerr. Dans un tel milieu, l'indice de réfraction dépend de l'intensité du champ électrique  $I(t)$  qui est donnée par l'équation (II.9), cette dernière peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\bar{n}(t) = \bar{n}_0 + \bar{n}_2 I(t) \quad (\text{II.9})$$

Avec [4] :

$$I(t) = 2\bar{n}_0 \varepsilon_0 c |A(z, t)|^2 \quad (\text{II.10})$$

Ici  $A(z, t)$  est l'enveloppe à variation lente reliée à l'impulsion optique décrite par l'impulsion optique  $E(z, t)$  comme:

$$E(z, t) = A(z, t) e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} \quad (\text{II.11})$$

La transformée de Fourier du champ optique est [5,6]

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \tilde{E}(z, \omega) e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (\text{II.12})$$

Où  $\tilde{E}(z, \omega)$  est le spectre de Fourier de l'impulsion,  $\beta$  la constante de propagation et  $\omega_0$  la fréquence à laquelle le spectre d'impulsion est centré (également appelée fréquence porteuse), (Voir Figure. I.4).

Pour les impulsions quasi-monochromatiques avec  $\Delta\omega \equiv \omega - \omega_0 \ll \omega_0$ , il est utile d'étendre la constante de propagation  $\beta(\omega)$  dans une série de Taylor :

$$\beta(\omega) = \beta_0 - \beta_1 \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2 \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \Delta\beta_{NL} \quad (\text{II.13})$$

Où nous avons négligé les dérivés d'ordre supérieur. Ici  $\Delta\beta_{NL} = \bar{n}_2 k_0 I$  est la contribution non linéaire à la constante de propagation.

Remplacer l'extension (II.13) par l'équivalent (II.12):

$$\begin{aligned} E(z, t) &= e^{-i\beta_0 z} \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega) \exp(i\omega t - i\beta_1 z \Delta\omega^2 - i \cdot z \cdot \Delta\beta_{NL}) \\ &= e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega) \\ &\quad \times \exp(it \Delta\omega - i\beta_1 z \Delta\omega - \frac{1}{2} i\beta_1 z \Delta\omega^2 - i \cdot z \cdot \Delta\beta_{NL}) \\ &\equiv e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} A(z, t) \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

Où nous avons introduit :

$$\begin{aligned} A(z, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega) \\ &\quad \times \exp(it \Delta\omega - i\beta_1 z \Delta\omega - \frac{1}{2} i\beta_1 z \Delta\omega^2 - i \cdot z \cdot \Delta\beta_{NL}) \\ A(z, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega) e^{ig(z,t)} \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

L'étape suivante consiste à obtenir une équation différentielle décrivant l'évolution de l'amplitude  $A(z, t)$  de l'équation (II.15) qui est sous forme intégrale. Pour ce faire, il faut prendre des dérivées partielles de l'équation (II.15). On obtient

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial t} = \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega) i\Delta\omega e^{ig(z,t)} \quad (\text{II.16})$$

$$\frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega) i\Delta\omega^2 e^{ig(z,t)} \quad (\text{II.17})$$

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial t} = \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega) (-i\beta_1 \Delta\omega - \frac{1}{2} i\beta_2 \Delta\omega^2 - i \cdot \Delta\beta_{NL}) e^{ig(z,t)} \quad (\text{II.18})$$

Lors de l'évaluation des dérivés temporels, nous avons supposé dans ce qui précède que  $I(t)$  ne dépend pas du temps. L'ajout de la combinaison d'instruments dérivés ci-dessus produit

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} - i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega)$$



$$\times \left[ \left( -i\beta_1 \Delta\omega - \frac{1}{2} i\beta_2 \Delta\omega^2 - i \cdot \Delta\beta_{NL} \right) + -i\beta_1 \Delta\omega - i \frac{1}{2} \beta_2 (i\Delta\omega)^2 \right] e^{ig(z,t)} \quad (\text{II.19})$$

Le terme entre parenthèses est. [...] =  $-i\Delta\beta_{NL} = -i\bar{n}_2 k_0 I$  L'équation (II.19) donne donc

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} - i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega_0 + \Delta\omega) (-i\bar{n}_2 k_0 I) e^{ig(z,t)} \\ &= -i\bar{n}_2 k_0 I \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega) \tilde{E}(z, \omega) e^{ig(z,t)} \\ &\equiv -i\bar{n}_2 k_0 I \equiv A(z,t) \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Lors de l'utilisation (II.15). L'équation finale décrivant les solitons est donc [5], [7].

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} - i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} = i\gamma |A(z,t)|^2 A(z,t) - \frac{\alpha}{2} A(z,t) \quad (\text{II.21})$$

Où nous avons défini le coefficient non linéaire  $\gamma$  (après [3]) comme suit :

$$\gamma = \frac{2\pi\bar{n}_2}{\lambda A_{eff}} \quad (\text{II.22})$$

Ici,  $A_{eff}$  est la zone centrale efficace.

Notre intérêt réside ici dans l'évolution de l'impulsion pendant la propagation et non dans le moment de l'arrivée de l'impulsion. On peut donc simplifier l'équation ci-dessus en la transformant en un système de coordonnées qui se déplace avec le groupe  $vg$ . Dans ce cadre mobile, le nouveau temps  $T$  et la nouvelle coordonnée  $Z$  sont les suivants [5]

$$\begin{aligned} Z &= z \\ T &= t - \beta_1 z \end{aligned}$$

Pour obtenir l'équation transformée, nous devons évaluer les dérivés par rapport à de nouvelles variables comme suit :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial T} \quad (\text{II.23})$$

Depuis  $\frac{\partial T}{\partial t} = 1$  et  $\frac{\partial Z}{\partial t} = 0$ . De ce qui précède on trouve :  $\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 A}{\partial T^2}$

En utilisant les résultats ci-dessus, on a :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial A}{\partial |Z|} \frac{\partial Z}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial A}{\partial |Z|} \quad (\text{II.24})$$

Le dernier résultat est utilisé dans l'équation (II.21) pour remplacer  $\frac{\partial A}{\partial t}$ . L'équation transformée est

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - i \gamma |A|^2 A + \frac{1}{2} \alpha A = 0 \quad (\text{II.25})$$

Où, dans l'étape finale, nous avons remplacé  $Z$  par  $z$ . Il s'agit d'une équation de Schrödinger non linéaire (NSE).

Pour approfondir l'analyse des NSE, nous introduirons deux longueurs caractéristiques décrivant la dispersion ( $L_D$ ) et non-linéarité ( $L_{NL}$ ). Celles-ci sont définies comme suit :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} = \frac{T_0^2 2\pi c}{|D|\lambda^2} \quad (\text{II.26})$$

Et

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (\text{II.27})$$

Où  $P_0$  est la puissance de crête de l'enveloppe  $A(z, T)$  qui varie lentement,  $T_0$  est une valeur caractéristique temporelle de l'impulsion initiale qui est souvent définie comme étant la moitié de la largeur maximale de l'impulsion (l'impulsion de 3 dB). Ces deux longueurs caractérisent la distance à laquelle une impulsion doit se propager pour montrer l'effet respectif. Physiquement,  $L_D$  est la longueur de propagation à laquelle une impulsion gaussienne s'élargit d'un facteur de  $\sqrt{(2)}$  en raison de la dispersion des vitesses de groupe (GVD).

La GVD domine la propagation d'impulsions dans les fibres dont la longueur  $L$  est  $L \ll L_{NL}$  et  $L \geq L_D$ . Dans une telle situation, la non-linéarité de la NLSE peut être ignorée et l'équation peut être résolue de manière analytique. Les effets non linéaires dominent dans les fibres où  $L \ll L_D$  et  $L \geq L_{NL}$ . Dans cette limite, le terme de dispersion peut être ignoré.

$$U = \frac{1}{\sqrt{P_0}} \text{ et } \tau = \frac{T}{T_0} \quad (\text{II.28})$$

Le paramètre de largeur  $T_0$  est lié à l'intensité maximale de l'impulsion d'entrée en largeur totale à demi-maximale (FWHM). Plus précisément

$$T_s = 2T_0 \ln(1 + \sqrt{(2)}) \approx 1.763 T_0$$

Après une simple algèbre, Eq. (II.25) prend la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial z} - i \frac{\text{sign}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + i \frac{1}{L_{NL}} |U|^2 U + \frac{1}{2} \alpha U = 0 \quad (\text{II.30})$$

Une autre forme normalisée de l'équation de Schrödinger existe dans la littérature. Nous l'obtenons dans le cas sans perte, c'est-à-dire avec  $\alpha = 0$ . Pour le calculer, normaliser la coordonnée  $z$  comme suit :

$$\xi = \frac{z}{L_D} \quad (\text{II.31})$$

Après quelques étapes algébriques, on obtient :

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} - i \frac{\text{sign}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + i N^2 |U|^2 U = 0 \quad (\text{II.32})$$

Où  $N$  est connu sous le nom d'ordre de soliton et est défini comme suit :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (\text{II.33})$$

La dernière forme populaire de la NLSE est trouvée en introduisant  $u$  comme :

$$u = NU = \left( \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \right)^{1/2} A \quad (\text{II.34})$$

((II.30) prend alors la forme suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} - i \frac{\text{sign}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} - i |u|^2 u = 0 \quad (\text{II.35})$$

### II.3. Les méthodes résolution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire

Les impulsions optiques dans les milieux ayant des propriétés de non-linéarité de saturation sont modélisées par le Schrödinger non linéaire (NLS) Equation [Kato, 1989] avec la non-linéarité suivante [Zemlyanaya et Alexeeva, 2011].

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{|\psi|^2 \psi}{1+S|\psi|^2} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Il s'agit d'une équation différentielle partielle (EDP), car elle décrit une relation de  $\psi$  en ce qui concerne le changement dans le temps et dans l'espace. La solution de cette équation est un soi-disant soliton de la forme.

$$\psi(x, t) = \frac{2\sqrt{2}e^{\sqrt{2}x}}{1 + (\frac{3}{2} - 2S)e^{2\sqrt{2}x}} e^{it+iv} \quad (\text{II.2})$$

### II.3.1- Méthode de Fourier à pas fractionné

Il est supposé dans la méthode citée que les deux effets de dispersion et de non linéarité agissent séparément. Le principe de la méthode consiste à tenir compte des deux effets sur le même pas de calcul  $dz$  ( $z$  : direction de propagation) mais d'une façon alternée en appliquant l'opérateur non linéaire au milieu du pas de discrétisation. Le calcul est itératif et se fait sur toute la longueur de la fibre en prenant pour chaque nouveau pas de calcul comme répartition initiale du champ celle obtenue à la fin du pas précédent. Cette méthode est basée sur la transformée de Fourier. [2]

### II. 3.2- Méthode de différence finie :

La méthode de la différence finie fonctionne en rapprochant les dérivées de l'expression avec des différences finies. Dans notre PDE, nous avons  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  et  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$  qui doivent être approximés par des différences finies. La façon dont  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  est approximé détermine quel type de système de différence finie est utilisé, ce qui a diverses implications en ce qui concerne l'exactitude, stabilité et mise en œuvre.

1. La différence prospective est un schéma explicite qui signifie que la solution à chaque point au plus tard au niveau temporel peut être exprimée par les solutions des niveaux temporels précédents. Bien que cela simplifie la mise en œuvre, le régime souffre de problèmes de stabilité.
2. La différence inverse est un schéma implicite qui signifie qu'un système d'équations doit être résolu afin de calculer la solution au niveau de temps suivant ce qui rend l'implémentation non triviale. Cependant, cette méthode a la propriété supérieure qu'elle ne souffre pas de problèmes de stabilité.
3. La méthode de la différence centrale présente l'avantage par rapport à la différence avant et à la différence arrière en ce qui concerne l'exactitude puisque l'erreur est de  $O(\tau^2)$

par rapport à  $O(\tau)$  des autres méthodes. Cela signifie que l'erreur totale du PDE 1 est de  $O(\tau^2 + h^2)$  où  $\tau$  est le pas de temps et  $h$  l'espace. Cette méthode présente le même inconvénient que la méthode de la différence prospective : Questions de stabilité. [3]

### II.3.3-La méthode de diffusion inverse (The Inverse Scattering Method)

La méthode de diffusion inverse a été la première méthode pour résoudre la NLSE dans le cas spécifique de la propagation de solitons par Zakharov et Shabat [13]. La méthode utilise le champ initial  $E(z = 0, t)$  pour obtenir les données de diffusion initiales, puis la propagation sur le long de  $z$  est trouvée en résolvant le problème de diffusion linéaire. Le champ final  $E(L, t)$  est reconstruit à partir des données de diffusion évoluées. Typiquement, cette méthode est utilisée pour la propagation de solitons [3].

Toutefois, pour la propagation de la soliton, la méthode de diffusion inverse réduit numériquement à un problème de valeur propre et un système de équations linéaires. La complexité de cette méthode peut forcer la SSFM à être désirée. Cependant, la méthode de diffusion inverse ne souffre pas d'erreurs de séparation de l'élément les effets de la dispersion et de la non-linéarité des fibres.

La forme de la NLSE pour les solitons à résoudre par la méthode de diffusion inverse est la suivante :

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} = \text{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{L_D}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (\text{II.3})$$

Quand

$$U = \frac{A(z,t)}{\sqrt{P_0}}, \xi = \frac{z}{L_D}, \text{ et } \tau = \frac{1}{T_0} \quad (\text{II.4})$$

L'équation ci-dessus peut être écrite pour éliminer le numéro de soliton  $L_D/L_{NL}$  en définissant  $u(\xi, \tau) = \left( \frac{L_D}{L_{NL}} \right) U(\xi, \tau)$ . L'équation Eq (II.3) est intégrable et peut être exprimée sous forme de deux équations linéaires comme suit :

$$L(\xi)u(\xi, \tau) = \zeta u(\xi, \tau) \quad (\text{II.5})$$

Et

$$\frac{\partial u(\xi, \tau)}{\partial \xi} = M(\xi)u(\xi, \tau) \quad (\text{II.6})$$

Où  $L(\xi)$  et  $M(\xi)$  sont des opérateurs différentiels dans  $\tau$ . L'équation (II.5) est un problème de valeur propre avec eigenvalue  $\zeta$  et Eq. (II.6) détermine l'évolution  $\xi$  de la fonction  $u(\xi, \tau)$ . Le terme  $L(\xi)$  correspond à l'opérateur de dispersion  $\hat{D}$  puisque  $L(\xi)$  évolue de telle sorte que

le spectre reste constant.  $L(\xi)$  et  $M(\xi)$  sont connus comme une paire Lax du système intégrable donné par [13].

$$L(\xi) = \begin{bmatrix} i \frac{\partial}{\partial \tau} & u(\xi, \tau) \\ -u^*(\xi, \tau) & -i \frac{\partial}{\partial \tau} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Et

$$M(\xi) = \begin{bmatrix} i \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + |u(\xi, \tau)|^2 & u(\xi, \tau) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \\ -u^*(\xi, \tau) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} & -i \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \frac{i}{2} |u(\xi, \tau)|^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Le champ  $u(\xi = 0, \tau)$  fournit l'information initiale de diffusion  $\Sigma(\xi = 0)$  à partir de la solution de valeur propre d'Eq (II.5). L'évolution des données de diffusion  $\Sigma(\xi)$  est déterminée à partir de l'Eq. (II.6). Enfin, un problème inverse est résolu pour trouver la solution de propagation  $u(\xi, \tau)$  à partir des données de diffusion. En général, il s'agit de résoudre un ensemble d'équations intégrales linéaires, qui se réduisent à un ensemble d'équations algébriques pour la propagation de la soliton. La méthode de diffusion inverse est résumée dans la figure ci-dessous : [3]

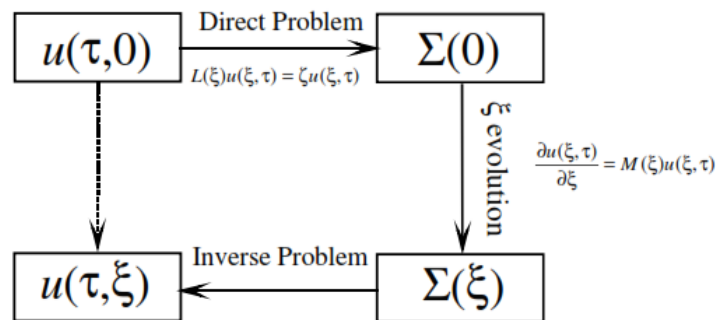


Figure II.5 Schéma synoptique de la méthode de diffusion inverse.

Dans la méthode de diffusion inverse, le potentiel de diffusion  $\Sigma$  sert de conduit pour résoudre la propagation directe du champ de  $u(t, 0)$  à  $u(t, \xi)$ . Tout d'abord, la condition initiale  $u(t, 0)$  est utilisée avec Eq (II.5) pour déterminer le potentiel de diffusion  $\Sigma(0)$ . Ensuite, Eq. (II.6) est utilisé pour déterminer la propagation du potentiel de diffusion. Enfin, la solution  $u(t, \xi)$  est trouvée en résolvant le problème inverse impliquant le potentiel de diffusion  $\Sigma(\xi)$ .

### II. 3. 5 . Méthode de Fourier à pas fractionné

#### II.3.5.1 Pourquoi utiliser la méthode de la transformée Fourier à pas fractionnés ? (the Split-Step Fourier Method) :

La SSFM est la technique choisie pour résoudre la NLSE en raison de sa facilité de mise en œuvre et de sa rapidité par rapport à d'autres méthodes, notamment les méthodes par différence finie temps-domaine. La méthode des différences finies résout explicitement l'équation d'onde de Maxwell dans le domaine temporel sous l'hypothèse de l'approximation paraxiale. La SSFM appartient à la catégorie des méthodes pseudospectrales, qui sont généralement plus rapides d'un ordre de grandeur par rapport aux méthodes par différence finie. La principale différence entre les techniques dans le domaine temporel et la SSFM est que la SSFM traite tous les composants électromagnétiques sans éliminer la fréquence porteuse. Comme indiqué dans le chapitre précédent, la fréquence porteuse est supprimée de la dérivation de la NLSE. Ainsi, les méthodes des différences finies peuvent tenir compte des ondes de propagation vers l'avant et vers l'arrière, alors que la NLSE dérivée pour la SSFM ne le peut pas. Comme la fréquence porteuse n'est pas diminuée sous forme de champ électrique, les méthodes par différence finie permettent de décrire avec précision la propagation d'impulsions presque un cycle. Tandis que la SSFM peut être plus précise que la méthode SSFM, ce n'est qu'au prix d'un temps de calcul plus long.

Dans la pratique, la méthode choisie pour résoudre la NLSE dépend du problème à résoudre. Pour la propagation d'impulsions pour des applications de télécommunication (~100 ps impulsions à travers 80 km de fibre avec dispersion et SPM) la SSFM fonctionne extrêmement bien et produit des résultats qui sont en excellent accord avec les expériences.

#### II.3.5.2 Présentation de la Méthode :

Nous discuterons de la solution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) qui décrit la propagation des solitons optiques en utilisant la méthode dite de Fourier à pas fractionné (SSFM).

Le milieu de propagation (par exemple, la fibre optique cylindrique) est divisé en petits segments de longueur  $h$  chacun. En outre, chaque segment individuel de longueur  $h$  est subdivisé en deux de longueurs égales. L'opérateur linéaire opère sur chaque sous-segment du domaine fréquentiel, tandis que l'opérateur non linéaire n'opère que localement au point central voir figure II.2.

Fonctionnement de l'opérateur linéaire  $\widehat{L}$ , Eq. (II.37) sur le premier sous-segment se fait comme suit :

$$e^{\frac{h\widehat{L}}{2}} A(z, t) = F^{-1} \left\{ e^{\frac{h\widehat{L}}{2}} F\{A(z, t)\} \right\} \quad (\text{II.44})$$

C'est-à-dire qu'il faut transformer l'amplitude originale de Fourier du domaine temporel en domaine fréquentiel, appliquer l'opérateur linéaire  $\widehat{L}$ , puis appliquer la transformée de Fourier inverse pour ramener l'amplitude au domaine temporel.

Le fonctionnement de l'opérateur non linéaire défini par l'équation (II.38) est le suivant :

$$A_{i+1/2,L}(z, t) = A_{i+1/2,R}(z, t) e^{hN} \quad (\text{II.45})$$

Où  $A_{i+1/2,L}$  est la valeur de l'amplitude de champ à un point infinitésimal à gauche de  $i + 1/2$ . Enfin, le fonctionnement de l'opérateur linéaire sur le second sous-segment de la longueur  $h/2$  se fait exactement de la manière suivante de la même manière que sur le premier segment.

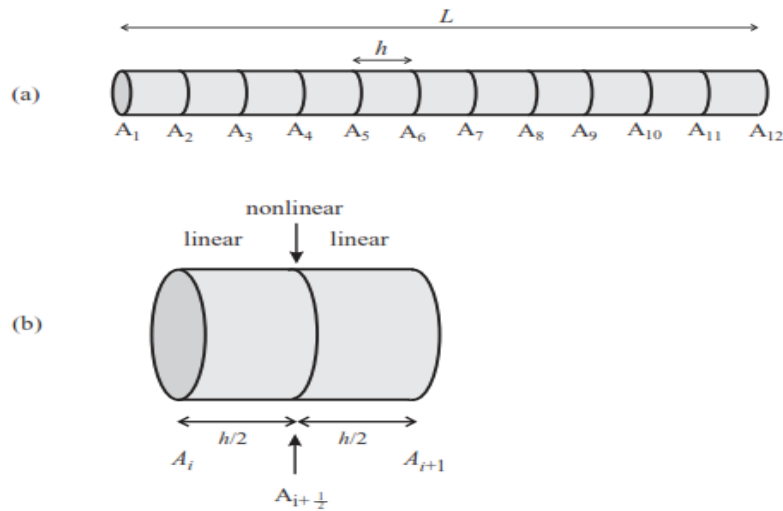


Figure. II.2 Illustration de la méthode de Fourier à pas séparés. (a) Division de la fibre optique en régions  $N$  (ici  $N = 11$ ) de longueurs égales. (b) Illustration du fonctionnement des opérations linéaires et non linéaires sur des segments arbitraires.

La SSFM est une technique numérique utilisée pour résoudre des équations aux dérivées partielles non linéaires comme la ENLS. La méthode repose sur le calcul de la solution par petits pas et sur la prise en compte séparée des pas linéaires et non linéaires. Le pas linéaire (dispersion) peut se faire dans le domaine de la fréquence ou du temps, tandis que



le pas non linéaire se fait dans le domaine du temps, cette méthode largement utilisée pour étudier la propagation non linéaire des impulsions dans les fibres optiques.[8]

Une équation de Schrödinger non linéaire, Eq (II.25) contient des termes dispersifs et non linéaires. Pour introduire SSFTM, écrivons l'équation NLSE sous la forme suivante :

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = (\hat{L} + \hat{N})A(z,T) \quad (\text{II.36})$$

Avec

$$\hat{L}A = -\frac{\alpha}{2} - \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \quad (\text{II.37})$$

Contient les pertes et la dispersion dans le moyen linéaire et le terme non linéaire.

$$\hat{N}A = i\gamma|A|^2A \quad (\text{II.38})$$

Les effets non linéaires dans le milieu sont pris en compte. La base de la SSFM est de diviser une propagation de  $z$  à  $z + h$  ( $h$  est un petit pas) en deux opérations (en supposant qu'elles agissent indépendamment) : au cours du premier pas, les effets non linéaires sont inclus et au cours du deuxième pas, on tient compte des effets linéaires.

La solution formelle de l'équation (II.36) sur un petit pas  $h$  est donc

$$A(z + h, t) = e^{h(\hat{L} + \hat{N})}A(z, t) \quad (\text{II.39})$$

Dans l'approximation du premier ordre, la formule ci-dessus peut s'écrire comme suit

$$A(z + h, t) = e^{h\hat{L}}e^{h\hat{N}}A(z, t) + O(h^2) \quad (\text{II.40})$$

La base de cette approximation est établie par le lemme de Baker-Hausdorff [12], à savoir étant donné  $e^{\hat{A}}e^{\hat{B}} = e^{\hat{A} + \hat{B}}e^{\frac{1}{2}[\hat{A}, \hat{B}]}$  que les opérateurs  $A$  et  $B$  font la navette avec  $[A, B]$ .

La base de la méthode est suggérée par l'équation (II.40). Il nous dit que  $A(z + h, t)$  peut être déterminé en appliquant les deux opérateurs indépendamment. La propagation de  $z$  à  $z + h$  est divisée en deux opérations : d'abord le pas non linéaire et ensuite

le pas linéaire en supposant qu'ils agissent indépendamment. Si  $h$  est suffisamment petit, Eq. (II.40) donne de bons résultats.

La valeur du pas  $h$  peut être déterminée en supposant que le déphasage maximal  $\varphi_{max} = \gamma |A_p|^2 h$ , où  $A_p$  est la valeur de crête de  $A(z, t)$  due à l'opérateur non linéaire est inférieur à la valeur prédéfinie. *Iannone et al* [2] ont rapporté que  $\varphi_{max} \leq 0,05$  rad.

Pour une mise en œuvre pratique de la SSFM, nous avons besoin d'établir des expressions pratiques pour les termes dispersifs et non linéaires. Dans ce qui suit, nous analyserons donc l'effet de les deux termes négligent indépendamment les pertes.

Analysons l'effet du seul terme dispersif. Pour cela, nous désactivons temporairement le terme non linéaire. Après la transformée de Fourier, l'équation linéaire" devient

$$\frac{\partial \tilde{A}(z, \omega)}{\partial z} = -\frac{i}{2} \omega^2 \beta_2 \tilde{A}(z, \omega) \quad (\text{II.41})$$

Qui a la solution

$$\tilde{A}(z, \omega) = \tilde{A}(0, \omega) e^{-\omega^2 \beta_2 z / 2} \quad (\text{II.42})$$

L'action du terme non linéaire seul est décrite par l'équation suivante

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = i\gamma |A(z, t)|^2 A(z, t) \quad (\text{II.43})$$

La solution " naturelle " se situe dans le domaine temporel. Il produit

$$A(z, t) = A(0, t) e^{i\gamma |A|^2 A} \quad (\text{II.44})$$

En résumé, la méthode sur chaque segment de longueur  $h$  consiste en trois étapes :

$$\begin{aligned} \text{step 1} & \begin{cases} \tilde{A}_{i-}(z, \omega) = F\{\tilde{A}_{i-}(z, t)\} \\ \tilde{A}_{i-}(z, \omega) = \tilde{A}_i(z, \omega) \cdot \exp(-i \frac{1}{2} \omega^2 \beta_2 h) \\ A_{i-}(z, t) = F^{-1}\{\tilde{A}_{i-}(z, \omega)\} \end{cases} \\ \text{step 2} & \quad \tilde{A}_{i+}(z, t) = \tilde{A}_{i-}(z, t) \cdot \exp(i\gamma |A|^2 Ah) \\ \text{step 3} & \begin{cases} \tilde{A}_{i+1}(z, \omega) = F\{\tilde{A}_{i+1}(z, t)\} \\ \tilde{A}_{i+1}(z, \omega) = \tilde{A}_{i+1}(z, \omega) \cdot \exp(-i \frac{1}{2} \omega^2 \beta_2 h) \\ A_{i+1}(z, t) = F^{-1}\{\tilde{A}_{i+1}(z, \omega)\} \end{cases} \end{aligned}$$

Où  $F$  indique la transformée de Fourier (TF) et  $F^{-1}$  la Transformée de Fourier inverse.

### II.5.Conclusion

Dans ce chapitre, nous a permis de ressortir les généralités sur les fibres optiques, par la suite nous avons élaboré l'ENLS qui modélise la propagation d'un soliton dans les fibres optiques. ENLS est une équation aux dérivées partielles qui peut être résolue par la méthode numérique de « Méthode de Fourier à pas fractionné ». Son principe est basé sur la transformée de Fourier. Laquelle consiste à découper le milieu en tranches fines permettant de dissocier les effets dispersifs des effets non linéaires.

La dispersion agit dans le domaine fréquentiel, et la non linéarité agit dans le domaine temporel. La solution de cette équation est donnée sous forme de sécante hyperbolique.

Dans le chapitre suivant nous allons appliquer cette méthode pour la simulation de la propagation d'une impulsion ultracourte dans une fibre optique. Une présentation des résultats de simulation et une interprétation seront présentées dont l'objectif est de montrer l'intérêt de la coexistence des deux effets dispersion et effets non linéaires.

**Références de Chapitre II**

- [1] <http://physique.unice.fr/sem6/2006-2007/PagesWeb/Telecom/vulgarisation.html>
- [2] **Weideman and Herbst, J.A.C. Weideman and B.M. Herbst**, 1986. Split-step methods for the solution of the nonlinear schrodinger equation.
- [3] **M. Delfour, M. Fortin, and G. Payr**, 1981. Finite-difference solutions of a non-linear Schrödinger " equation. In Journal of computational physics, pages 277– 288,
- [4] R. W. Boyd. Nonlinear Optics. Third Edition. Academic Press, Amsterdam, 2008.
- [5] **G. P. Agrawal**. Fiber-Optic Communication Systems. Second Edition. Wiley, New York, 1997.
- [6] **A. Yariv and P. Yeh**. Photonics. Optical Electronics in Modern Communications. Sixth Edition. Oxford University Press, New York, Oxford, 2007.
- [7] **G. P. Agrawal**, Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, Boston, 1989.
- [8] **G. P. Agrawal**, Nonlinear Fiber Optics, Fourth Edition. Elsevier Science & Technology Books, Boston, 2006.

# **Chapitre III**

## **Résultats de Simulation et interprétations**

### III .1. Introduction

Pour comprendre le phénomène qui se produit lors de la propagation des solitons, nous allons disséquer l'évolution de l'impulsion à travers la fibre. Son évolution tiendra compte des effets de dispersions, des effets non linéaires, puis associer ces deux effets afin de voir leurs conséquences sur l'impulsion. La modélisation se fait par la méthode de Fourier à pas fractionnée (Step Split Fourier) pour résoudre l'équation de propagation de Schrödinger dans le cas d'une impulsion Soliton fondamentale puis une impulsion Chirpé.

Cette étude utilise la fibre de verre de silice comme référence de recherche et le milieu de propagation car ce type de fibre est largement utilisé dans plusieurs systèmes de communication optique.

### III.2.Simulation numériques de la propagation d'une impulsion dans une fibre optique monomode

#### III.2.1 Propagation d'une impulsion sous forme Soliton Fondamental

On suppose une impulsion donnée par :  $A(z = 0, \tau) N \operatorname{sech}(\tau)$  représentée par la Figure (III.1). Sa propagation dans une fibre optique est modélisée par l'ENLS (III.1). Pour comprendre le phénomène qui se produit lors de cette propagation, nous allons disséquer l'évolution de l'impulsion à travers la fibre. Son évolution tiendra compte des effets de dispersion, des effets non linéaires, puis associer ces deux effets afin de voir leurs conséquences sur l'impulsion (onde ultracourte).

$$\frac{\partial A(t,z)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A(t,z) + \frac{i}{2}\beta_2(z)\frac{\partial^2 A(t,z)}{\partial t^2} - i\gamma|A(t,z)|^2A(t,z) \quad (\text{III.1})$$

Avec  $D = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{2}$  et  $NL = i\gamma|A|^2$ , Où  $D$  est l'opérateur de dispersion et  $NL$  est l'opérateur de non linéarité. L'équation (III.1) prend la forme suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (D + NL)A$$

La figure (III.1) représente le profil de l'impulsion d'entrée.

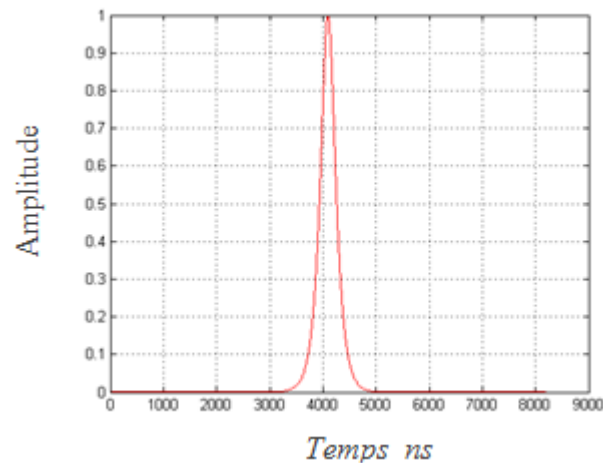


Figure III.1 : l'impulsion d'entrée.

### III-2.1.1 Simulation numérique de la propagation d'une impulsion en milieu linéaire

Lorsque la distance de propagation satisfait aux paramètres suivants :  $\begin{cases} z \sim L_D \\ z \ll L_{NL} \end{cases}$  dans ce cas la partie non linéaire est nulle et par conséquent les effets dispersifs jouent un rôle prépondérant. Ceci s'applique toutefois si les paramètres de la fibre et d'impulsion remplissent les conditions suivantes :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (\text{III.2})$$

L'équation (III.1) devient :

$$\frac{\partial A_L}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\alpha A}{2} \quad (\text{III.3})$$

Le terme  $\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$  est remplacé par la transformation de Fourier de l'enveloppe A dans l'équation (III.3), ce qui donne :

$$\frac{\partial A_L}{\partial z} = \left( i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 - \frac{\alpha A}{2} \right) \tilde{A}(\omega) \quad (\text{III.4})$$

Où :

$$\frac{\partial A_L}{\tilde{A}(\omega)} = \left( i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 - \frac{\alpha A}{2} \right) \partial z \quad (\text{III.5})$$

Intégrons membre à membre, le terme de gauche de  $A_0$  à  $A_1$  et celui de droite de 0 à  $h$ .

$$\int_{A_0}^{A_1} \frac{\partial A_L}{\tilde{A}(\omega)} = \int_0^h \left( i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 - \frac{\alpha A}{2} \right) \partial z \quad (\text{III.6})$$

L'équation (III.6) donne :

$$\ln \left| \frac{\tilde{A}_1}{\tilde{A}_0} \right| = \left( i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 h - \frac{\alpha}{2} h \right) \quad (\text{III.7})$$

L'équation (III.7) a pour solution :

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}_0 e^{(i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 h - \frac{\alpha}{2} h)}$$

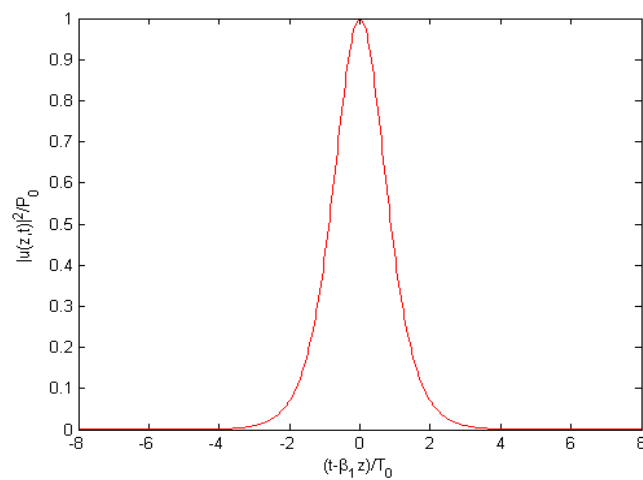


Figure III.2 : Propagation d'une impulsion dans un milieu de dispersion nulle.

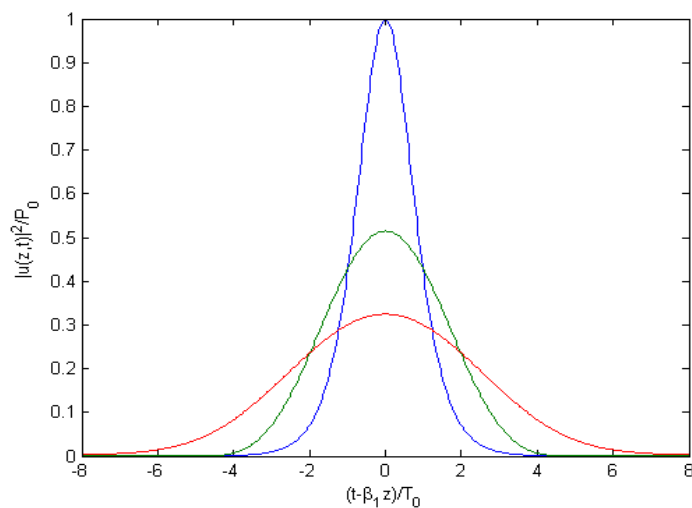


Figure III.3 : Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif (dispersion normal et anormal).



La figure III.3 montre l'évolution d'une impulsion solitonique qui se propage à travers une fibre optique en silice selon un régime de dispersion anormal et normal. La figure III.2 montre l'évolution du spectre de sortie dans un régime de dispersion nulle.

Les deux figures précédentes indiquent que dans les deux régimes de dispersion (anormale et normale), les différentes composantes de fréquence de l'impulsion se propagent à différentes vitesses. Ces vitesses différentes créent un étalement temporel de l'onde à la sortie de la fibre. C'est ce qu'on appelle la dispersion de la vitesse de groupe (Figure III.3) ou "*Group Velocity Dispersion*" (GVD).

Au contraire, avec une dispersion nulle (le milieu est non dispersif), l'impulsion conserve sa forme initiale puisque toutes les ondes se propagent à la même vitesse (figure III.2).

### III-2-2.Simulation numérique de la propagation d'une impulsion en milieu non linéaire

#### III.2.2.1- Propagation d'une impulsion sous forme soliton fondamental :

Dans ce cas où la partie non linéaire ( $NL = i\gamma|A|^2$ ) dans l'équation (III.1) est dominante (partie linéaire nulle  $D$ ) c-à-dire la propagation satisfait la condition suivante :  $\begin{cases} z \sim L_{NL} \\ z \ll L_D \end{cases}$  l'objectif est de montrer l'influence des effets non linéaire en particulier l'effet Kerr qui induit le phénomène d'auto modulation de phase (SPM, Self Phase Modulation).

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \gg 1 \quad (III.8)$$

L'équation (III.1) devient :

$$\frac{\partial A_{NL}}{\partial z} = -i\gamma|A|^2 A \quad (III.9)$$

L'équation (III.9) devient :

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A_{NL}}{\partial z} = -i\gamma|A|^2 \quad (III.10)$$

Intégrons le terme de gauche de  $A_0$  à  $A_1$  et le terme de droite de 0 à  $h$  :

$$\int_{A_0}^{A_1} \frac{\partial A_{NL}}{A} = \int_0^h i\gamma|A|^2 \partial z \quad (III.11)$$

L'équation (III.11) devient :

$$\ln \left| \frac{A_1}{A_0} \right| = i\gamma |A|^2 h \quad (\text{III.12})$$

L'équation (III.9) a pour solution :

$$A_1 = A_0 e^{i\gamma |A|^2 h} \quad (\text{III.13})$$

En utilisant la Méthode SSFM, avec le choix des paramètres suivant , plus une variation de la distance de propagation et l'impulsion représentée par la figure (III.1) comme impulsion d'entrée :

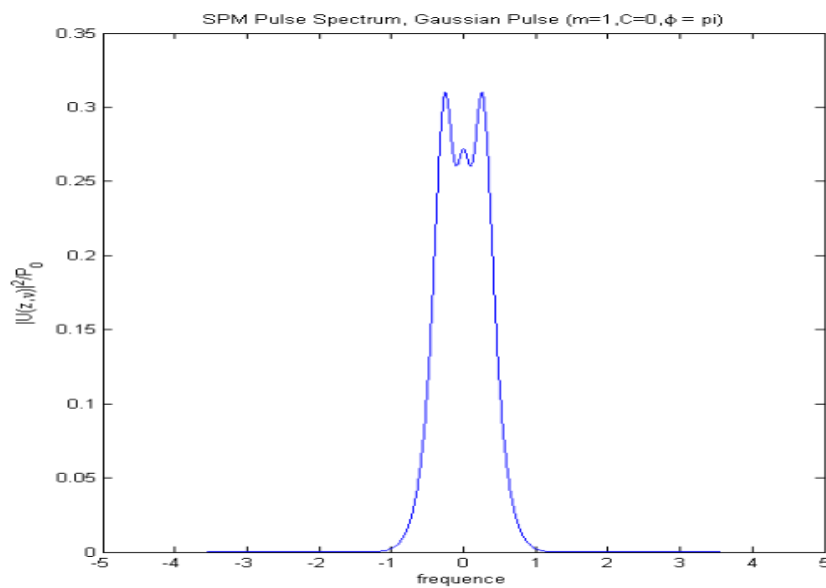


Figure III.5 : Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif non-linéaire  $z=1$  à  $\Phi_{max} = \pi$

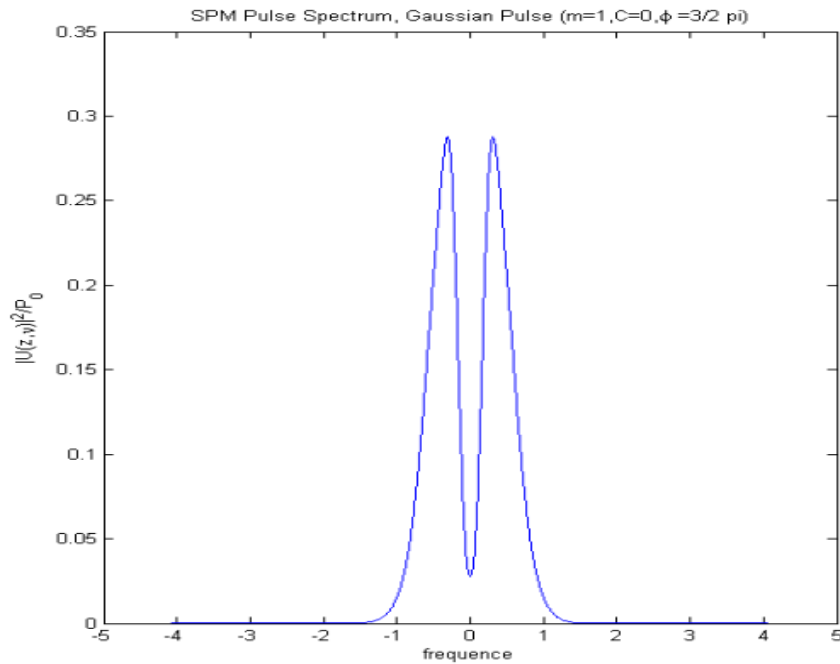


Figure III.6 : Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif non-linéaire à  $z=2$   $\Phi_{max} = 3\pi/2$

Quand une impulsion est propagée dans un milieu non linéaire, l'effet Kerr induit le phénomène d'auto modulation de phase (SPM, Self Phase Modulation) à cause de la propagation d'un faisceau intense dans la fibre optique, le coefficient non linéaire  $\gamma$  est positif produisant une augmentation graduelle de l'indice de réfraction. Ce passage de l'onde modifie l'indice de réfraction qui à son tour modifie la phase de l'impulsion. Mais cela produit un élargissement spectral de l'impulsion, contrairement à la dispersion, un élargissement du spectre des impulsions. Le déphasage et cet élargissement varient en fonction de la distance de propagation comme le montrent les deux Figures (III.5) et (III.6).

### III.2.2.1 Propagation d'une impulsion sous Forme Soliton Chirpé :

La dispersion et les effets non linéaires qui se produisent pendant le processus de propagation de la lumière dans une fibre optique est un des facteurs qui limitent la performance de la capacité de transmission, la vitesse à laquelle les données peuvent être transportées est limitée par un élargissement des impulsions due à la dispersion chromatique (GVD). En plus il y a l'influence des effets des paramètres tels que l'atténuation ( $\alpha$ ), dispersion ( $\beta_2$ ), et la non linéarité ( $\gamma$ ).

Nous allons prendre en compte tous ces paramètres, en intéressant toujours à la propagation dans la fibre optique. Notre travail de simulation est basé sur la méthode SSFM pour la

résolution de l'ENLS (III.1). Mais cette fois ci en utilisant une impulsion chirpée comme impulsion d'entrée, alors que signifie le mot *chirpée* ?.

**Définition :** On dit qu'une impulsion lumineuse est "chirpée" (de l'anglais chirped) quand elle subit une dispersion de sa vitesse de groupe (GVD), comme il peut être induit par l'effet non linéaire d'ordre élevé à savoir l'auto modulation de phase (SPM), ceci entraîne une variation de fréquence avec le temps.

Le terme vient de l'anglais chirp, "gazouillis", par allusion au chant de certains oiseaux qui font varier la fréquence de leur chant. La figure ci-dessous représente le champ électrique en fonction du temps d'une impulsion optique "chirpée". On remarque que la fréquence de l'oscillation augmente avec le temps.

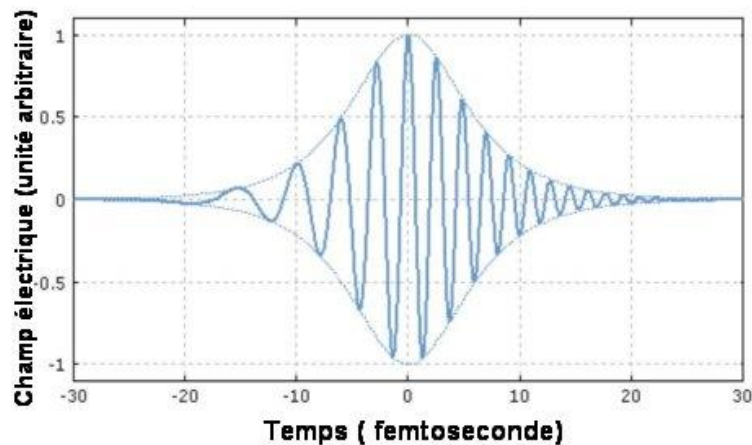


Figure (III.) : représente une impulsion lumineuse est chirpée

Figure prise à partir : Crédit R. Paschotta. Encyclopedia of Laser Physics and Technology (<https://www.rp-photonics.com/chirp.html>)

Pour mieux étudier l'influence de la valeur du paramètre du chirpé sur l'effet de l'élargissement de l'impulsion, on se propose d'utiliser une nouvelle approche fondée sur le calcul d'un indicateur appelé rapport d'élargissement de l'impulsion PBR et sa valeur moyenne donnés par les expressions suivante [1]:

$$PBR = \frac{FWHM \text{ of propagation}}{FWHM \text{ of first pulse}} \quad (III.15)$$

$$\overline{PBR} = \sum_{i=1}^n \frac{PBR_i}{n} \quad (III.13)$$

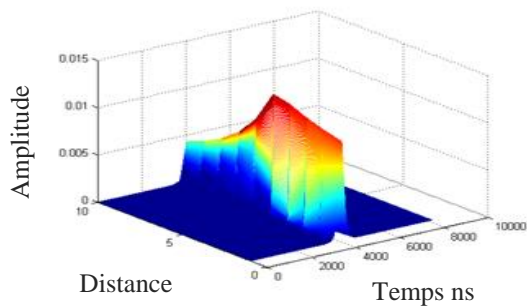
Le tableau (III.1) suivant rassemble les valeurs utilisées pour la simulation.

**Table (III.1) : Valeur des paramètres utilisés pour la simulation.**

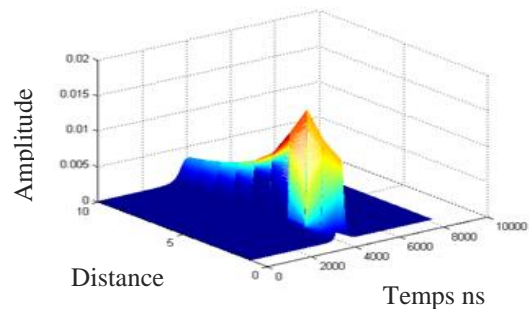
Variables	Valeur [unité]
-----------	----------------

$P_0$ (la puissance d'entrée)	0.0000064 W
$\tau_0$ (largeur de l'impulsion initiale)	125 e-12
Ld (la longueur de dispersion correspondant à l'ordre du Soliton)	$(N^2)/(g*P_0)$
$\gamma$ (Non linéarité de la Fibre)	(0.003 ; 0.03 ; 0.3) in W/m
Alpha (Pertes de la Fibre en dB/km)	3 ; 2 ; 1 ; 0
N (ordre du Soliton)	3 ; 2 ; 1 ; 0.5
C (paramètre de chirpé)	-3 ; -2 ; 0 ; 2 ; 3
$\beta_2$ (dispersion de 2 <sup>ième</sup> ordre)	$(T_0)^2/Ld$ (s <sup>2</sup> /m)
h1 (Step size)	1000

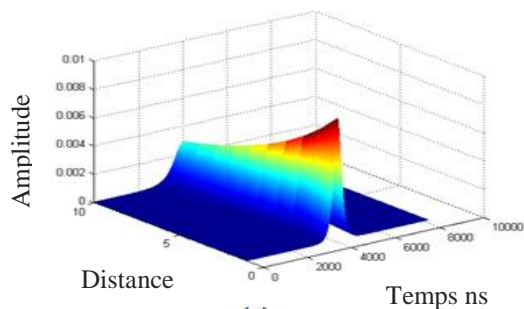
Les paramètres en tableau (III.1) sont les paramètres de vitesse GVD (Group Velocity Dispersion) ( $\beta_2$ ), et le paramètre de non linéarité  $\gamma$ . L'autre approche pour révéler l'effet dû aux paramètres est un chirpé (lorsque les constantes C sont positifs ou négatives) de -3 à 3. De plus, la méthode de Fourier à pas Fractionnés (SSFM) a été appliquée au système (III-1).



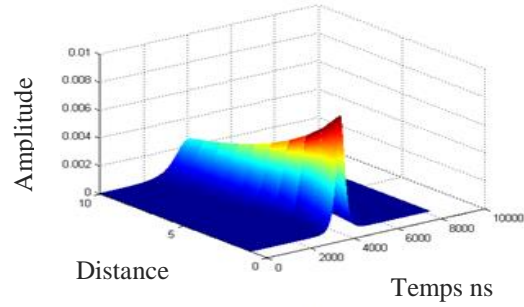
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure III.7 : (a) Impulsion Soliton avec paramètre de chirping  $C=2$ . (b) Impulsion Soliton avec paramètre de chirping  $C=3$  (c) avec un paramètre de chirping  $C=-2$ . (d) avec  $C=-3$ .

D'après les résultats de simulation obtenus en ce qui concerne la dispersion du deuxième ordre et les effets non linéaires, on a constaté à partir du tableau III.2 que les meilleures moyennes PBR ont été obtenues lorsque la valeur du paramètre de la chirpé est négative  $C = -2$  et que la valeur du paramètre de la non linéaire  $\gamma$  reste constante à  $0,003\text{W/m}$ .

Lorsque la valeur moyenne  $\overline{PBR}$  pour  $C=-2$  est la valeur moyenne la plus basse de l'ensemble des résultats de la simulation.

On peut donc dire que l'utilisation des impulsions d'entrée avec une valeur de chirpé négatif ( $C$ ) avec une valeur du non linéarité constante est la meilleure solution pour réduire les effets d'élargissement des impulsions (réduire dispersion par GVD) et les oscillations non linéaires.

Tableau III.2 : Valeur PBR pour un paramètre de non linéarité constant

Paramètre de chirp négative (C=-2) $\gamma = 0.003$		Paramètre de chirp négative (C=-3) $\gamma = 0.003$		Paramètre de chirp positive (C=2) $\gamma = 0.003$		Paramètre de chirp positive (C=3) $\gamma = 0.003$	
$\beta_2$	PBR	$\beta_2$	PBR	$\beta_2$	PBR	$\beta_2$	PBR
-10	1.4081	-10	2.2820	-10	3.3205	-10	3.5737
-15	1.4260	-15	2.3581	-15	2.8494	-15	2.1856
-20	1.4224	-20	2.4136	-20	2.4689	-20	2.7107
-25	1.4092	-25	2.3235	-25	2.4589	-25	4.1683

Pour la simulation suivante, lorsque le système de simulation a des modifications où les constantes de non linéarité sont devenues des variables inconstantes et le  $\beta_2$  était une constante, les résultats de simulation sont listés dans le tableau suivant :

TABLEAU III. 3: Valeur PBR avec  $\beta_2$  constante :

Paramètre de chirp négative (C=-2) $\beta_2 = 15$	Paramètre de chirp négative (C=-3) $\beta_2 = 20$	Paramètre de chirp positive (C=2) $\beta_2 = -15$	Paramètre de chirp positive (C=3) $\beta_2 = -20$
------------------------------------------------------	------------------------------------------------------	------------------------------------------------------	------------------------------------------------------

$\gamma$	PBR	$\gamma$	PBR	$\gamma$	PBR	$\gamma$	PBR
0.3	1.4051	0.3	2.2915	0.3	3.2110	0.3	4.1661
0.03	1.4125	0.03	2.2911	0.03	3.2171	0.03	4.1254
0.003	1.4260	0.003	2.4136	0.003	2.8494	0.003	2.7107
0.002	1.4451	0.002	2.1458	0.002	2.0481	0.002	

D'après les résultats de la simulation qui sont illustrés à la figure (III.7) à (c), le tableau (III.2) et le tableau (III.3). On peut voir qu'avec une certaine variation du paramètre du Chirpé ( $C$ ),  $\beta_2$ , et  $\gamma$ . Cependant, c'est l'inverse qui se produit lorsque le processus du chirpé a été appliqué pour la valeur  $C=2$  (où  $C>0$ ), la fréquence instantanée augmente linéairement de son front avant au front arrière. L'inverse se produit lorsque  $C=-2$  (où  $C<0$ ) qui montre que la fréquence instantanée diminue linéairement du front arrière au front avant.

On constate que l'élargissement de l'impulsion dépend du signe du paramètre GVD ( $\beta_2$ ) et du paramètre Chirp ( $C$ ).

Le tableau (III.2) montre que la meilleure valeur du paramètre du Chirpé  $C=-2$ . Cela prouve que sa valeur positive et sa valeur négative peut affecter l'état de l'impulsion lors de sa propagation dans la fibre. L'avantage d'utiliser une valeur du paramètre de chirpé négatif permet d'abaisser l'effet d'élargissement de l'impulsion et les oscillations non linéaires. Ceci peut être expliqué par le fait que le "retard" d'une longueur d'onde supérieure peut inhiber l'effet de la GVD, c'est à dire lorsque la valeur de la GVD diminue en raison de l'existence d'un retard, les effets d'élargissement de l'impulsion sont réduits au minimum.

### III. Conclusion

A partir des résultats de la simulation, on peut conclure que l'ordre de variation du paramètre de dispersion prend effet là où la méthode de chirpé a été effectuée dans l'impulsion d'entrée du processus de propagation. En outre, il a été constaté que le chirpé négatif a la meilleure valeur parmi tous les résultats en termes de rapport PBR. A cette fin, les paramètres de dispersion, la non-linéarité et la valeur de puissance d'entrée doivent être déterminés en raison de la forme, de la quantité, de la vitesse et de l'amplitude de l'impulsion d'entrée qui sont respectivement affectées par ces facteurs.

On peut conclure qu'en générale dans le régime de dispersion anormale, la direction du glissement (chirping) de fréquence produit par l'effet d'auto-modulation de phase (SPM) et due à l'effet de non linéarité, est l'opposée à celui produit par la dispersion (GVD).

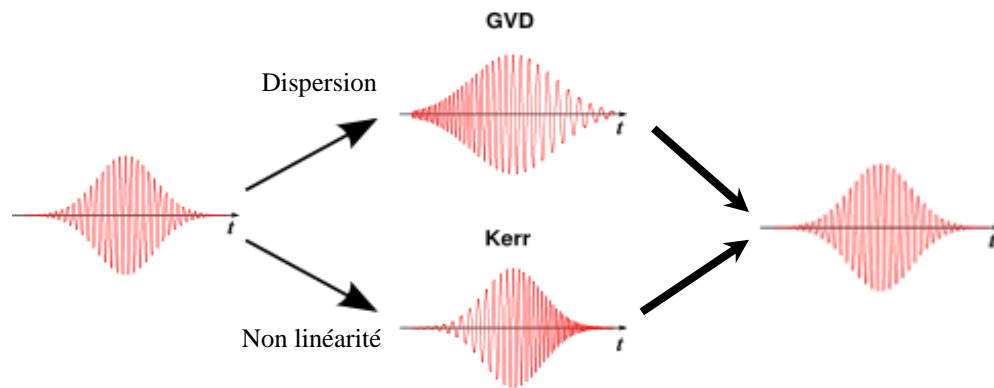


Figure III-8 processus de compensation entre l'auto-modulation de phase (effet Kerr) et la dispersion chromatique GVD

Ceci indique que le glissement de fréquence induit par l'auto-modulation de phase peut compenser celui induit par la dispersion chromatique (Voir Figure III-8). Ce processus mène à la formation des solitons optiques qui conserve la forme pendant la propagation, le mécanisme de compression dû fondamentalement aux solitons d'ordre élevé.



**[1] Référence :**

**ASVIAL, Muhamad et PARAMITHA, A. A. S.** Split Step Fourier Method Application: Reducing Pulse Broadening Effect for a Single Mode Optical Fiber. *International Journal of Simulation--Systems, Science & Technology*, 2015, vol. 16, no 6.

# **conclusion Générale**

### Conclusion général

Le monde de la télécommunication ne cesse d'être révolutionné grâce à l'avènement d'un bijou à la taille d'un cheveu (la fibre optique) qui sert au transport de l'information par la lumière d'un bout à l'autre. Au cours de ce transfert, il existe des effets conduisant à sa distorsion, notamment, la dispersion chromatique et l'effet Kerr. Sous certaines conditions, ces effets se compensent entre eux et le signal se propage sans distorsion : c'est l'impulsion solitaire que l'on nomme soliton solution de l'équation ENLS et connue depuis longtemps, qui résiste aux perturbations et qu'il peuvent en principe se propager sans s'étaler sur des distances importantes .

Dans le but de comprendre les principaux effets qui entravent la propagation d'une impulsion (signal), nous nous sommes intéressé dans ce mémoire de résoudre numériquement l'équation non-linéaire de Schrödinger par la méthode de "Fourier à pas fractionné". Méthode introduite en raison de sa simplicité d'utilisation, facile à développer et possède de bonnes performances en temps de calcul; également permet d'accéder naturellement à l'évolution spectrale du champ et elle est rapide jusqu'à deux ordres de grandeurs comparée aux méthodes des différences finies.

Après résolution de l'ENLS par la méthode SSFM, nous avons étudié les effets qui limite la puissance du signal lors de sa propagation dans la fibre optique. Ce qui nous a permis de conclure que :

- Quand les effets de dispersion dominant, l'impulsion subit un élargissement de son spectre menant à une perte d'information. Ces effets pourront être résolus en envoyant le signal à la longueur d'onde de dispersion nulle.
- Quand les effets non-linéaires dominant, SPM introduisent un déphasage qui limite la puissance maximale du signal à transmettre sur la fibre. Ainsi que La SPM accroît le taux d'élargissement pour un régime de dispersion normale ( $\beta_2 > 0$ ) et réduit ce taux pour un régime de dispersion anormale ( $\beta_2 < 0$ ).
- Lorsque les intensités des impulsions sont suffisamment grandes pour faire intervenir des effets non linéaires, ces derniers peuvent être utilisés pour compenser la dispersion.
- Suite au couplage des deux effets dans la fibre, deux cas de régime sont pris en compte : régime de dispersion normal, régime de dispersion anormal ce dernier

est très important du fait que l'auto modulation de phase peut compenser la dispersion anormale car elle induit un terme de phase de signe contraire à celui introduit par la dispersion de la fibre.

- Les résultats de nos simulations utilisant la méthode de "Fourier à pas fractionné" pour l'étude de la propagation d'une impulsion sous forme "Soliton Chirpé" permet de conclure que le chirpé négatif a la meilleure valeur parmi tous les résultats en termes de la moyenne du rapport PBR. A cette fin, les paramètres de dispersion, la non-linéarité et la valeur de puissance d'entrée doivent être déterminés en raison de la forme, de la quantité, de la vitesse et de l'amplitude de l'impulsion d'entrée qui sont respectivement affectées par ces facteurs.

Enfin, le travail entrepris dans le cadre de ce mémoire a ouvert une direction de recherche qui mérite à notre avis, d'être approfondie, en particulier:

- Résolution de l'équation de Schrödinger non linéaire en tenant compte des autres effets non linéaire, dispersion du troisième ordre, l'effet de Brillouin ou Raman.
- Etude de la propagation des solitons dans des structures périodiques à savoir, les fibres optiques à cristaux photoniques

## Résumé :

Dans ce travail nous avons présenté une étude de quelques phénomènes non linéaires qui se déroulent aux fibres optiques pendant la propagation d'une impulsion ultracourte "onde Electromagnétique". Les notions d'équations de Maxwell, équation de propagation d'une onde électromagnétique et la notion de soliton nous a permis de dériver un modèle connu à l'optique sous le nom de Schrödinger Non Linéaire (ENLS) qui tiendra compte des effets de dispersion et de non linéarité. La résolution analytique d'une telle équation est difficile parfois impossible, c'est pour cette raison qu'on fait appelle à une méthode numérique considérée comme un outil le mieux adapté pour résoudre ce type de problèmes, appelé "méthode de Fourier à pas fractionné". Une simulation numérique nous à permis de décrire l'évolution d'une impulsion dans une fibre optique toute en faisant apparaître l'intérêt de la coexistence des deux phénomène "dispersion et la non linéarité du milieu".

**Mots Clés:** ENLS-La méthode SSFM- Soliton- PBR(rapport d'élargissement de l'impulsion)- fibre optique- effets non linéaire-impulsion chirpée

## Abstract :

In this work we have presented a study of some non-linear phenomena that occur at optical fibres during the propagation of an ultra-short pulse "Electromagnetic wave" . The notions of Maxwell's equations, the propagation equation of an electromagnetic wave and the notion of soliton allowed us to derive a model known in optics as the Non-Linear Schrödinger (ENLS) which will take into consideration the dispersion and non-linearity effects. The analytical solution of such equation is difficult and sometimes impossible, which is why a numerical method is used, considered to be the most appropriate tool to solve this type of problem, called the "Split Step Fourier Method" SSFM. A numerical simulation allowed us to describe the evolution of a pulse in an optical fiber while revealing the advantage of the coexistence of the two phenomena "dispersion and non-linearity of the medium".

**Keywords:** NLSE-SSFM Method-Soliton-PBR(pulse Broadening Ratio)-Optical fiber- Nonlinear effects-Chirped Pulse.

ملخص

في هذا العمل قدمنا دراسة بعض الظواهر غير الخطية التي تحدث في الألياف البصرية خلال انتشار موجة قصيرة معادلات ماكسويل و مفاهيم معادلة انتشار الموجات الكهرومغناطيسية ومفهوم سولتون مكنتنا من استخلاص نموذج معروف للبصريات باسم معادلة شرودنجر اللاخطية (ENLS) الذي يأخذ في الاعتبار آثار التشتت وخاصية اللاخطية. يعتبر حل مثل هذه المعادلة صعبا و أحيانا مستحيلا مما يضطرنا الى استعمال طريقة عددية تدعى "طريقة فورييه ذات الخطوة المقسمة" كأداة أكثر ملائمة من أجل حل هذا النوع من المعادلات.

اعتمادا على طريقة المحاكاة تمكنا من وصف وإتباع انتشار الموجات القصيرة في الألياف البصرية من خلال الأخذ بعين الاعتبار تواجد كلتا الظاهرتين المتمثلتين في التشتت و لاخطية الوسط.

**الكلمات المفتاحية :** طريقة فورييه ذات الخطوة المقسمة- سولتون-نسبة تشتت موجة قصيرة- ليف بصري- ظواهر لاخطية - موجة ذات تضمين ترددي.