

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة أبي بكر بلقايد - تلمسان

Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –

Faculté de TECHNOLOGIE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de MASTER**

En : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Par : MENGOUCHI Mohammed

Sujet

MODELISATION DES TRAJECTOIRES DE L'OUTIL DE COUPE SOUS LE SYSTEME CAO

Soutenu publiquement, le 23 / 06 / 2018 , devant le jury composé de :

M.CHORFI Sidi Mohamed	MCA	UABB Tlemcen	Président
M.RAHOU Mohamed	MCA	ESSA Tlemcen	Encadreur
M.SEBAA Fethi	MCA	UABB Tlemcen	Co- encadreur
M.KARA ALI Djamel	MCB	UABB Tlemcen	Examineur 1
Mme.CHEIKH Nassima	MAA	UABB Tlemcen	Examineur 2

Année universitaire 2018-2019

REMERCIEMENTS

أحمد الله تعالى على أنه وفقني على انجاز هذا العمل المتواضع
راجيا أن يكون عند حسن ظن الجميع

Au début de ce mémoire, je tiens à remercier monsieur *Sebaa Fethi* & monsieur *Rahou mohamed* de m'avoir encadré durant tout ce travail.

Leur disponibilité, leur soutien et leur aide permanente m'ont beaucoup servi dans la réalisation de cet outil.

Je tiens à exprimer tout ma reconnaissance à Monsieur *Chorfi Sidi Mohammed* qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury de ce projet.

Mes sincères remerciements vont également à monsieur *Kara Ali D* & Madame *Cheikh N* D'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail aux êtres les plus chers au monde.

Ma mère et mon père en témoignage de l'amour, du respect

Et de la gratitude que je leur porte.

À mon frère et mes sœurs

À ma Grand-mère et ma Tante Khalida

À Mes amis et tous ceux qui m'ont aidé de loin et de près, et plus

particulièrement Mohammed Hammou, Ali Hiane, Ali djebbar,

Hadj Mekki, Abdelilah Salhi, Ouidjdane, Rania, Nawel, Abdeladim, Sofiane

Zineb et Fadila

À toute la promotion de génie mécanique 2019

Et surtout Lakhdar Zeddoune

MENGOUCHI MOHAMMED

RESUME

La trajectoire de l'outil de coupe a une influence importante sur la qualité de la pièce, et plus particulièrement sur le coût de production.

L'objectif de ce travail consiste à développer un modèle mathématique pour les trajectoires de l'outil de coupe en vue de l'optimisation des tolérances de fabrication. Afin d'atteindre ce but, deux parties ont été développées.

La première partie présente des généralités sur des trajectoires de l'outil de coupe ainsi que des techniques et des méthodes de la modélisation géométrique en CAO.

La seconde partie est consacrée à la modélisation des trajectoires de l'outil de coupe et au développement d'une interface d'aide au calcul automatique des défauts de la trajectoire d'usinage sous logiciel CATIA Version 5 R20 .

Mots clés : Modélisation, Optimisation, Trajectoire, CAO

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS

DEDICACES

RESUME

TABLE DES MATIERES	I
LISTE DES FIGURES	IV
LISTE DES TABLEAUX	VII
INTRODUCTION GENERALE	1

CHAPITRE 1 MODELISATION GEOMETRIQUE EN CAO

1.1 INTRODUCTION	2
1.2 REPRESENTATION PARAMETRIQUE DES SURFACES GAUCHES	4
1.3 REPRESENTATION PARAMETRIQUE UTILISANTS LES NURBS	9
1.3.1 EQUATIONS PARAMETRIQUES ET EQUATIONS IMPLICITES	9
1.3.2 PROPRIETES RECHERCHEES POUR LES FONCTIONS D'INTERPOLATION ('BLENDING FUNCTIONS')	10
1.3.3 FONCTIONS DE BASE B-SPLINES	11
1.3.3.1 DEFINITION D'UNE B-SPLINE	11
1.3.3.2 DERIVEES DES B-SPLINES	12
1.3.4 CLASSES DES FONCTIONS POLYNOMIALES RATIONNELLES	13
1.3.5 DEFINITION D'UNE SURFACE NURBS	14
1.4 LES MODELES GRAPHIQUES	15
1.4.1 LES MODELES GRAPHIQUES 2D	15
1.4.2 PRIMITIVES GRAPHIQUES ASSOCIATIVES ET DESSIN PARAMETRE	16
1.4.3 LES MODELES GRAPHIQUES 3D	17
1.5 LES MODELES SURFACIQUES	17
1.6 CONCLUSION	19

CHAPITRE 2 TRAJECTOIRES DE L'OUTIL

2.1 INTRODUCTION	20
2.2 ANALYSE DE L'INTERPOLATION DE LA TRAJECTOIRE	21
2.2.1 PRINCIPE	21
2.2.2 TRANSFORMATION DE COORDONNEES	22
2.3 PLANIFICATION DES TRAJECTOIRES D'OUTIL	24
2.3.1 TOLERANCES SUR LA SUREPAISSEUR DE FINITION	24
2.3.2 TRAJECTOIRES DE CONTOURNAGE	25
2.3.3 TRAJECTOIRES D'EVIDEMENT	25

2.4	GEOMETRIE DU TRAJET ISOCRETE.....	26
2.5	GENERATION DE TRAJECTOIRES	28
2.5.1	SURFACE D'USINAGE EN GENERATION DE TRAJECTOIRES.....	29
2.5.2	GENERATION DE TRAJECTOIRES: MODELE CAO VERS MODELE FAO.....	30
2.5.2.1	GESTION DES ECARTS GEOMETRIQUES	30
2.5.2.2	COMPLEXITE GEOMETRIQUE DES SURFACES	31
2.5.3	GENERATION DU TRAJET DE TREPLAGE.....	32
2.6	ETUDE COMPARATIVE DES DIFFERENTES METHODES	33
2.6.1	DISCRETISATION DE LA METHODE DE LA SU.....	33
2.6.2	TRAITEMENT DES DISCONTINUITES EN COURBURE	35
2.7	DETECTION DES INTERFERENCES LORS DE LA GENERATION DES TRAJETS OUTIL	39
2.7.1	GENERATION DES TRAJETS PAR LA METHODE CARTESIENNE.....	39
2.7.2	GENERATION DE TRAJECTOIRE PAR LA METHODE POLYEDRIQUE.....	44
2.7.3	GENERATION DES TRAJECTOIRES PAR LA METHODE APT	45
2.7.3.1	APERÇU	45
2.7.3.2	EXEMPLE DE PROGRAMME.....	46
2.7.4	GENERATION DES TRAJECTOIRES PAR LA METHODE OFFSET	48
2.8	CALCUL DES TRAJECTOIRES D'USINAGE.....	49
2.8.1	CALCUL DE LA POSITION DU CENTRE DE L'OUTIL	51
2.8.2	GESTION DES INTERFERENCES ET RECHERCHE DES DISCONTINUITES.....	51
2.8.3	CONSTRUCTION D'UNE PASSE D'USINAGE	52
2.8.4	CONSTRUCTION DU TRAJET D'USINAGE.....	52
2.9	CORRECTION DE TRAJECTOIRESD'OUTIL	53
2.9.1	INTRODUCTION	53
2.9.2	TRAJECTOIRES DE L'OUTIL DANS UNE AVANCE D'USINAGE	54
2.9.3	CORRECTION DE TRAJECTOIRES D'OUTIL INACTIVE.....	55
2.9.4	CORRECTION DE TRAJECTOIRES D'OUTIL ACTIVE	55
2.9.5	SYSTEME DE COMPENSATION MISE EN ŒUVRE	56
2.9.5.1	PRINCIPE GENERAL.....	57
2.9.5.2	GENERATION DE TRAJECTOIRES D'OUTIL COMPENSEE	57
2.10	CONCLUSION	59

CHAPITRE 3 MODELISATION DE TRAJECTOIRES

3.1	INTRODUCTION.....	60
3.2	ETUDE COMPARATIVE.....	60
3.2.1	TRAJECTOIRE AXIALE	60
3.2.2	TRAJECTOIRE PAR INTERPOLATION.....	64
3.2.3	INTERPRETATION DES RESULTATS	65
3.3	IMPACT DU CHANGEMENT DE DISTANCE SUR IT	65
3.3.1	DISTANCE DE 20 MM	66

3.3.2	DISTANCE DE 30 MM	66
3.3.3	DISTANCE DE 50 MM	67
3.3.4	DISTANCE DE 80 MM	68
3.3.5	DISTANCE DE 100 MM	68
3.3.6	INTERPRETATION DES RESULTATS	69

CHAPITRE 4 PRESENTATION DE L'OUTIL DEVELOPPE

4.1	INTRODUCTION.....	70
4.2	ORGANIGRAMME DE L'OUTIL DEVELOPPE	70
4.3	PRESENTATION DE L'OUTIL DEVELOPPE	71
4.4	CHOIX DE TRAJECTOIRES	71
4.5	TRAJECTOIRE AXIALE.....	72
4.6	TRAJECTOIRE PAR INTERPOLATION	74
4.7	CONCLUSION	77
	CONCLUSION GENERALE	78
	REFERENCES	

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 1

FIGURE 1.1 Segment de courbe et morceau ('patch') de surface de Ferguson	6
FIGURE 1.2 Morceau ('patch') de surface de Coons	6
FIGURE 1.3 Schéma d'une spline et de ces poids ou points d'attache.....	8
FIGURE 1.4 Développement des méthodes de descriptions mathématique des courbes et surfaces	9
FIGURE 1.5 : Fonction de base B-splines cubique (a) et leur dérivées premières (b)	13

CHAPITRE 2

Figure 2.1: Chaîne numérique	21
Figure 2.2: Schéma de principe de fonctionnement de l'interpolateur.....	22
Figure 2.3: Génération des erreurs cinématiques	23
Figure 2.4: Rééchantillonnage de la trajectoire	23
Figure 2.5 : Planification combinée des trajectoires d'outils	24
Figure 2.6 : Tolérance de Surépaisseur de Finition	25
Figure 2.7 : Polygonisation des contours	26
Figure 2.8 : génération des sillons	26
Figure 2.9 : Profil générateur de l'outil	28
Figure 2.10 : Génération de trajectoire	28
Figure 2.11: Paramètres de la génération de trajectoire	29
Figure 2.12 : Désynchronisation des passes	30
Figure 2.13: Interférence outil pièce.....	31
Figure 2.14 : Enchaînement de carreaux	32
Figure 2.15 : Différents modes de balayage	32
Figure 2.16 : Différents paramètres pour une position de plongée	33
Figure 2.17 : Construction des points avec la surface d'usinage	34
Figure 2.18 : Surface de test proposée.....	35
Figure 2.19 : Erreur maximum possible	37
Figure 2.20 : méthode de la surface d'usinage	37
Figure 2.21 : méthode de Sarma & Dutta.....	38

Figure 2.22 : méthode de Suresh & Yang	38
Figure 2.23 : Création des positions outil avec la méthode cartésienne.....	38
Figure 2.24 : Collisions outil-surface	40
Figure 2.25 : Relations entre deux points de contact.....	41
Figure 2.26: Interférences concaves	41
Figure 2.27 : Interférence convexe	42
Figure 2.28 : solutions existantes pour joindre les trajets sur deux surfaces offset.....	43
Figure 2.29 : surface parallèle coupée (à sens unique-vers le haut).....	43
Figure 2.30 : Trajectoire de l'outil iso paramétrique	44
Figure 2.31 : Zone parallèle de coupe BC [sens unique-vers le haut].....	45
Figure 2.32 : génération de trajectoire type APT	46
Figure 2.33 : Chemins d'outil pour le programme	47
Figure 2.34 : Génération de trajectoire par la méthode offset	49
Figure 2.35 : Construction d'une trajectoire d'usinage dans le cas de l'usinage de formes gauches	50
Figure 2.36 : Exemples de discontinuités	52
Figure 2.37 : Perturbation de la trajectoire	53
Figure 2.38 : Exemple de trajectoires d'outil entre deux blocs	54
Figure 2.39: Exemple d'erreur radiale dans l'interpolation circulaire	54
Figure 2.40 : Apparition de défauts de justesse lors de l'usinage sans correction de trajectoires d'outil.....	55
Figure 2.41 : Usinage sans défaut avec correction de trajectoires de rayon d'outil	56
Figure 2.42 : Principe général du système proposé	57
Figure 2.43 : Méthode de correction locale	58
CHAPITRE 3	
Figure 3.1 : Décalage de l'axe X en suite l'axe Z	60
Figure 3.2 : déplacement de l'axe X en fonction du numéro d'essais.....	61
Figure 3.3 : Décalages de l'axe Z en fonction du numéro d'essais.....	62
Figure 3.4 : Trajectoire Axiale	63
Figure 3.5 : Trajectoire par interpolation	64
Figure 3.6 : Trajectoire par interpolation	64
Figure 3.7 : Changement de distance.....	65
Figure 3.8: Déplacement de 20mm.....	66

Figure 3.9 : Déplacement de 30mm	67
Figure 3.10 : Déplacement de 50mm	67
Figure 3.11: Déplacement de 80mm	68
Figure 3.12: Déplacement de 100mm	69

CHAPITRE 4

Figure 4.1 : Organigramme de l'outil développé	70
Figure 4.2 : Interface de l'outil développé	71
Figure 4.3 : Choix de trajectoires	71
Figure 4.4 : Exemple d'une séquence vidéo [trajectoire par axiale]	72
Figure 4.5 : Partie calcul [trajectoire par axiale]	73
Figure 4.6 : Afficher les résultats [trajectoire par axiale]	74
Figure 4.7 : Exemple d'une séquence vidéo [trajectoire par interpolation]	75
Figure 4.8 : Partie calcul [trajectoire par interpolation]	76
Figure 4.9 : Afficher les résultats [trajectoire par interpolation]	77

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1: Résultats statistiques.....	62
Tableau 3.2 : Résultats statistiques de la résultante.....	63
Tableau 3.3: Résultats statistiques.....	65
Tableau 3.4 : Résultats statistique	69

INTRODUCTION

Le processus de réalisation des pièces de forme complexe par usinage est un processus essentiel dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile, des moules et des matrices. La réalisation des pièces de formes complexes passe par la génération de trajectoires d'usinage, basée sur un modèle CAO, une stratégie d'usinage et une machine outil à commande numérique donnée. Ce processus a largement été modifié ces dernières années par l'utilisation de nouvelles techniques comme la maquette numérique, c'est-à-dire la modélisation complète du produit et de son procédé dans un système de CFAO, par l'utilisation de nouveaux formats d'interpolation au niveau du directeur de commande numérique et par l'Usinage à Grande Vitesse (UGV).

Chaque étape du processus s'appuie sur sa propre modélisation de la géométrie de la surface, et les modèles de représentation des formes génèrent des approximations dues aux différents traitements associés à la CAO, à la FAO et à la commande dynamique de la trajectoire. Le calcul de la trajectoire de l'outil en FAO s'appuie sur le modèle CAO, une géométrie d'outil, une stratégie d'usinage (une direction d'usinage et des paramètres de discrétisation) et un format de description de la trajectoire.

L'objectif de ce travail consiste à développer une interface, sous logiciel CATIA, d'aide à la modélisation des trajectoires d'outil de coupe. Afin d'atteindre ce but, quatre chapitres ont été développés.

Le premier chapitre est consacré à la modélisation géométrique en conception assistée par ordinateur.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons des généralités sur la génération des trajectoires d'usinage.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation des trajectoires de l'outil de coupe pour de deux types, trajectoire par axiale et trajectoire par interpolation.

Le quatrième chapitre présente l'interface développée .ce module a été développé sous CATIA V5 R20 .

CHAPITRE 1

MODELISATION GEOMETRIQUE EN CAO

1.1 INTRODUCTION

Vers les années 1960, que sont apparus les premières fonctionnalités et les premiers logiciels permettant de modéliser des pièces. Ils étaient conçus pour des applications particulières parmi lesquelles on trouvait l'usinage. A l'époque, quatre grands domaines ont influencé la modélisation géométrique Ce sont :

-l'apparition des première machines outils à commande numérique (CN) dans les années 1950 Le besoin de développer des langages permettant de définir la géométrie de la pièce et de définir les trajectoires d'outils est apparu immédiatement et a donné naissance au langage de programmation APT:

-les machines outils à CN furent d'abord utilisées dans les industries de l'armement, de l'aviation et de l'automobile, qui avaient de gros besoins de représentation de surfaces gauches. Les techniques de modélisation surfacique ont alors été développées par P. Bézier, S A Coons, W.J. Gordon, D.R. Ferguson, P. Decasteljau, etc. En Europe des sociétés comme Renault et Citroën ont été les pionnières dans ces développements ;

-à cette même époque. Les systèmes de visualisation graphique ont fait leur apparition. Les premiers algorithmes d'éliminations de parties cachées de formes définies par un ensemble de faces planes ont été publiés [ROB 63]. Du côté applicatif, la disponibilité d'outils graphiques a engendré le développement des premier systèmes de dessin 2D ;

-La méthode des éléments finis (FEM) a également conduit à des développement dans les domaines de la modélisation géométrique.

Les premiers systèmes de CAO étaient simplement des tables à dessiner électroniques, ils ne fournissaient que des fonctionnalités de dessin 2D. Lorsque l'on a voulu passer du 2D au 3D, on s'est aperçu que ce passage était beaucoup plus complexe que l'ajout d'une troisième dimension au dessin. En 2D interprétation de la géométrie est relativement simple et il est facile de vérifier « de visu » la cohérence de la géométrie. En 3 dimensions c'est beaucoup plus difficile, entre autre parce que les système de visualisation sont seulement 2D.

On a alors cherché à développer des systèmes de modélisation 3D exploitables. Les techniques, déjà utilisées pour les lignes et les surfaces cachées, ont contribué au développement des systèmes de modélisation solide vers les années 1970. Un des objectifs essentiel de ce type de modélisation est de ne pas permettre la création de solides incohérents.

Les recherches se sont orientées selon deux grandes directions :

-la représentation par frontière (BREP) basée sur des modèles constitués de facettes planes, ou d'éléments de surface définis par des quadriques ou des surfaces toroïdales [BAU 75] ;

-la modélisation par arbre de construction (CSG) consistant à caractériser la géométrie par un ensemble fini d'opérations booléennes appliquées à des semi espaces définis par des inégalités [REQ 77] ;

On pensait alors que dès que ces techniques seraient bien au point, elles remplaceraient rapidement les systèmes de dessin utilisés en conception. Malheureusement, ça n'a pas été tout à fait le cas. Aujourd'hui encore, de nombreuses applications sont basées sur le dessin 2D.

En revanche, modélisation solide BREP et modélisation surfacique ont quasiment fusionné. Un autre développement significatif a été l'introduction des Non Uniform Rational B-Spline (NURBS), technique qui permet d'harmoniser la représentation de toutes les courbes et surfaces utilisées en CAO (droites, coniques, courbes gauches).

A partir des années 1975, la nécessité d'intégrer CAO et FAO a fait émerger le concept d'entité d'usinage. C'est essentiellement le désir de faire de manière automatique de la génération de gamme d'usinage qui est à l'origine de ce concept. Quelques chercheurs ont travaillé sur la reconnaissance automatique d'entités [GRA 77]. D'autres ont introduit la conception par entités. Le concept d'entité a alors dépassé le cadre de l'usinage pour s'étendre à tous les domaines de la conception.

Suivant le type de modélisation géométrique utilisé, les traitements que l'on va pouvoir leur appliquer sont différents. Certains modèles sont inutilisables ou très mal adaptés à certaines applications, d'autres modèles nécessitent une forte intervention de l'opérateur qui doit interpréter la géométrie et fournir des informations complémentaires à l'application

afin qu'elle s'exécute correctement, enfin quelques modèles sont conçus pour que des applications puissent s'exécuter de manière automatique avec une interaction humaine faible ou même nulle. Dans les paragraphes suivants, nous allons nous pencher de manière plus précise sur les quatre grands types de modélisation géométrique, à savoir :

-les modèles graphiques, surtout orientés vers la réalisation de dessins et de plans. Ils nécessitent une forte interprétation humaine ;

-les modèles surfaciques tournés vers la définition et la fabrication de formes sculptées. Nous présenterons la modélisation de courbes, puis de surfaces gauches ;

-les différents modèles solides dont l'objectif est de mémoriser complètement la géométrie tridimensionnelle d'un objet physique dans le but de fournir des fonctionnalités et des traitements automatiques de haut niveau que ne possèdent pas les modèles précédents ;

-la modélisation par entité qui aujourd'hui n'est encore qu'une extension de la modélisation solide.

Il existe d'autres modèles plutôt orientés vers la retouche d'images ou d'autres applications équivalente. Nous ne les abordons pas car ils ne présentent que peu d'intérêt pour la CAO-FAO. [1]

1.2 REPRESENTATION PARAMETRIQUE DES SURFACES GAUCHES

La géométrie vectorielle dans la modélisation mathématique a été introduite par J.C Ferguson en 1960, bien qu'elle fût formulée en siècle précédent. Les points d'une courbe (ou d'une surface) sont repérés par une fonction vectorielle dépendant d'un paramètre t (deux paramètres u, v sont généralement utilisés dans le cas d'une surface). Ainsi le vecteur position d'un point $\mathbf{P}(t)$ appartenant à un segment paramétré en t , défini par deux points \mathbf{P}_0 et \mathbf{P}_1 , s'écrit :

$$\mathbf{P}(t) = A_0(t) \mathbf{P}_0 + A_1(t) \mathbf{P}_1 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (1.1)$$

Les points \mathbf{P}_0 et \mathbf{P}_1 constituent les points contrôle et les fonctions d'une seule variable $A_0(t)$ et $A_1(t)$ correspondent à des fonctions d'interpolation (blending functions). Un segment de courbe cubique de Ferguson nécessite, en plus de la position des deux points extrémités les vecteurs tangents en ces points par un assemblage successif des différents

segments une courbe 3D est ainsi générée. Quatre sommets d'un quadrilatère sont nécessaires pour définir un morceau (patch) d'une surface représentée sur la figure 1.1. Les surfaces s'obtiennent également par un assemblage de ces différents morceaux. Les fonctions d'interpolation qui permettent de construire des segments et des morceaux de surface de Ferguson sont les fonctions d'interpolation d'Hermite qui sont une généralisation des fonctions d'interpolation de la grange. Ce sont des polynômes de degré 3 de la forme suivante :

$$\mathbf{H}_{0,0}(\mathbf{t}) = 2 t^3 + 3 t^2 + 1 \quad (1.2)$$

$$\mathbf{H}_{0,1}(\mathbf{t}) = - 2 t^3 + 3 t^2$$

$$\mathbf{H}_{1,0}(\mathbf{t}) = t^3 - 2 t^2 + t$$

$$\mathbf{H}_{1,1}(\mathbf{t}) = t^3 - t^2 \quad 0 \leq t \leq 1$$

L'écriture mathématique d'un morceau de surface de Ferguson $\mathbf{P}(u, v)$, à comparer ultérieurement avec la notation NURBS, en utilisant la notation matricielle, est à titre d'exemple :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,0}(u) \\ \mathbf{H}_{0,1}(u) \\ \mathbf{H}_{1,0}(u) \\ \mathbf{H}_{1,1}(u) \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} Q(0,0) & Q(0,1) & Q_v(0,0) & Q_v(0,1) \\ Q(1,0) & Q(1,1) & Q_v(1,0) & Q_v(1,1) \\ Q_u(0,0) & Q_u(0,1) & 0 & 0 \\ Q_u(1,0) & Q_u(1,1) & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,0}(v) \\ \mathbf{H}_{0,1}(v) \\ \mathbf{H}_{1,0}(v) \\ \mathbf{H}_{1,1}(v) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$0 \leq u, v \leq 1$$

S.A. Coons en 1964, puis en 1967, généralise la méthode de Ferguson. Sa description mathématique d'un morceau de surface utilise les vecteurs position des quatre sommets d'un quadrilatère et les dérivées d'ordre supérieur à un de ces vecteurs position et des vecteurs position de points appartenant aux quatre courbes frontière par rapport aux deux variables de paramétrisation u et v .

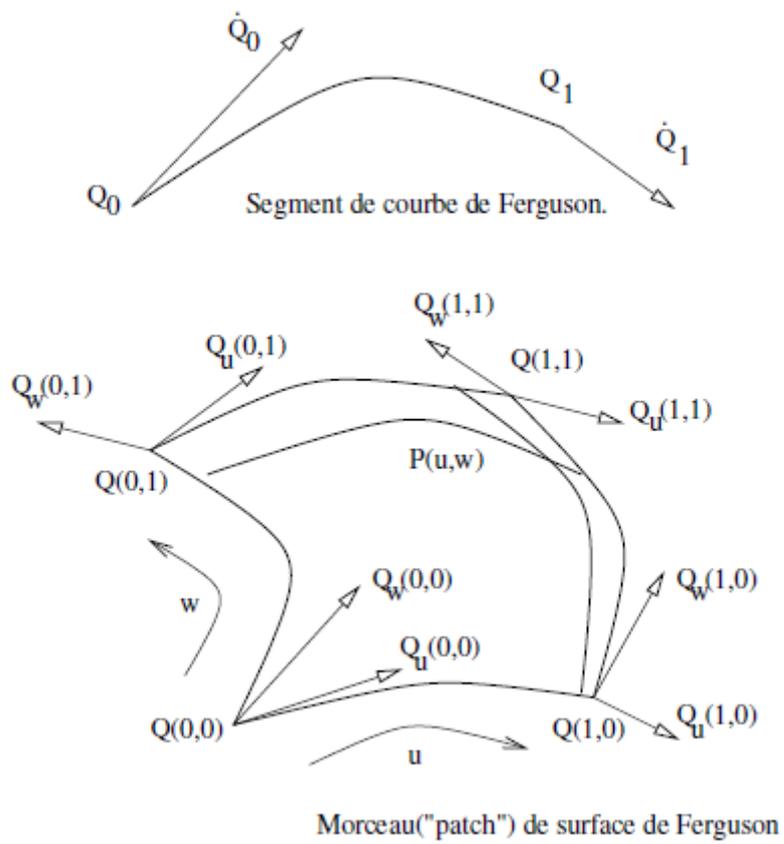


FIGURE 1.1 Segment de courbe et morceau ('patch') de surface de Ferguson

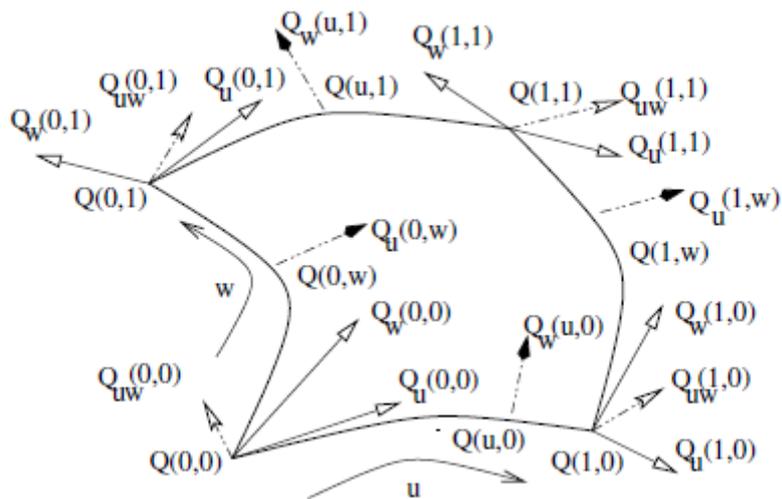


FIGURE 1.2 Morceau ('patch') de surface de Coons

Néanmoins, ces deux méthodes de description présentent de nombreux problèmes relatifs au contrôle à la connexion. Les paramètres de contrôle de la forme de ces géométries, ne s'obtiennent pas directement. De plus, la condition de continuité lors de l'assemblage des différents segments de courbes ou morceaux de surface demeure un critère local de continuité. Il est difficile de définir un critère de continuité globale comme par exemple, la condition de lissage qui est une continuité de la courbure. L'utilisation de splines permet d'améliorer la courbure des courbes et des surfaces de manière globale. La formulation mathématique des splines s'appuie sur un modèle physique. L'énergie de déformation d'une tige flexible attachée à des poids telle que schématisée sur la figure 1.3, est directement proportionnelle à la courbure de la tige. Pour une déformation donnée, la courbe décrite par la spline correspond à la courbe la plus lisse globalement. Il n'apparaît de discontinuité qu'aux dérivées supérieures de la courbe aux points d'attache, qui dans le cas le plus général deviennent les données à interpoler ou points d'interpolation. Si chaque segment de la spline compris entre deux successifs, peut être représenté par une courbe polynomiale, il existe alors une unique série de fonctions d'interpolation polynomiales de degré m , définies sur une suite d'intervalles contigus $[u_0; u_1]$, $[u_1; u_2]$... $[u_{n-2}; u_{n-1}]$, $[u_{n-1}; u_n]$ permettant de construire une courbe paramétrée polynomiale. On parle alors de splines naturelles en référence à leur propriété de minimisation de l'énergie potentielle de déformation. Pour une distribution de points à interpoler, il existe donc une unique spline assurant la continuité de la courbure, passant par ces points. Il s'agit plus spécifiquement d'une interpolation globale. Déplacer un seul de ces points modifie globalement l'allure de la courbe. Indépendamment de la répartition des points à interpoler il peut également apparaître avec cette méthode des boucles (loop).

Parallèlement, P. de Casteljaeu en 1959 et P. Bézier en 1962 développèrent une représentation mathématique des courbes et des surfaces ne s'appuyant que sur la donnée d'un polygone de points de contrôle approximant linéairement la forme géométrique et utilisant les polynômes de Bernstein comme fonctions d'interpolation. Cette méthode présente l'avantage de ne pas nécessiter de données analytiques peu intuitives telles les vecteurs tangents et les vecteurs des dérivées croisées (twist vectors) comme dans les formulations précédentes. Cependant la construction de courbes et de surfaces lisses s'accompagne de conditions très contraignantes autour des sommets du polygone de contrôle. Godron et Riesenfeld généralisent la méthode de construction des surfaces de

Coons en utilisant les fonctions d'interpolation B-splines. Un pont de la surface est alors une combinaison locale convexe des vecteurs position des sommets du polygone de contrôle contrairement aux surfaces de Bézier et de De Casteljaou qui sont une combinaison globale convexe. Le déplacement d'un point du polygone de contrôle n'affecte que localement le forme de la courbe ou de la surface. Le contrôle de la forme en est ainsi amélioré. Le problème de connexion se trouve en partie réglé par la propriété intrinsèque de continuité des fonctions de bases B-spline des courbes et des surfaces ne suffit pas à décrire les coniques couramment employées en industrie. Une description rigoureuse et exacte de ces dernières formes est possible à l'aide des fractions polynomiales, dont font partie les NURBS. L'étude de cette dernière classe de formes de représentation des courbes et surfaces fait l'objet des sections suivantes. Le schéma de la figure 1.4 illustre l'évolution des principales formes de représentation des courbes et surfaces paramétriques.[2]

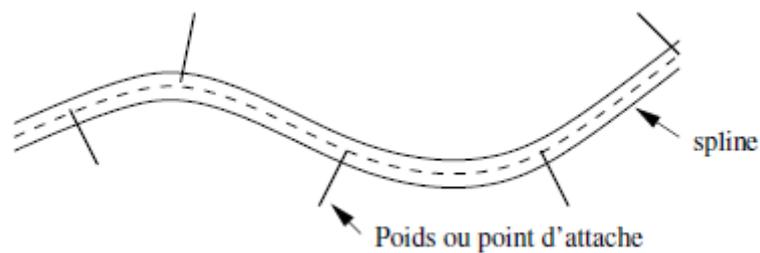


FIGURE 1.3 Schéma d'une spline et de ces poids ou points d'attache

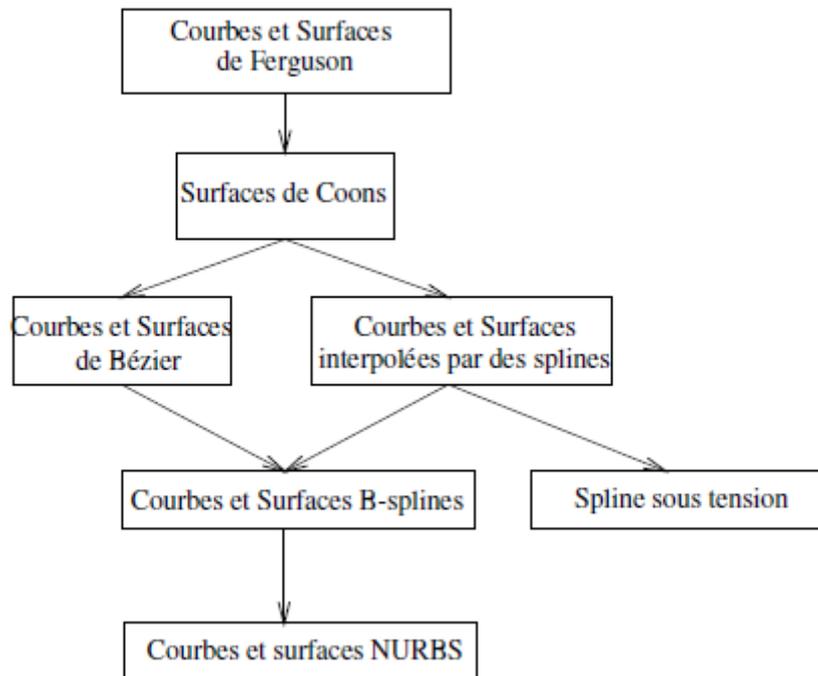


FIGURE 1.4 Développement des méthodes de descriptions mathématique des courbes et surfaces

1.3 REPRESENTATION PARAMETRIQUE UTILISANTS LES NURBS.

1.3.1 EQUATIONS PARAMETRIQUES ET EQUATIONS IMPLICITES

Les deux méthodes les plus couramment utilisées pour représenter des courbes et des surfaces sont les formes paramétriques et les équations implicites. Les équations implicites sont définies par une équation algébrique liant les coordonnées des points de la géométrie. L'exemple le mieux connu est l'équation implicite des coniques contenues dans le plan (xy) , équation de second degré en x et en y :

$$ax^2 + by^2 + 2hxy + 2fx + 2gy + c = 0$$

$$a, b, c, f, g, h \in R \quad (1.4)$$

Les avantages et inconvénients de chacune de ces méthodes ne permet pas à l'une d'elle de surclasser l'autre. Il arrive parfois qu'une combinaison de ces deux méthodes s'avère nécessaire à une modélisation géométrique (Frain (1992)). On peut néanmoins dégager les principales propriétés. Ainsi, une courbe 3D s'obtient aisément en exprimant les coordonnées $x(u)$, $y(u)$, $z(u)$ d'un point $\mathbf{P}(u)$ par des fonctions de la variable u . Dans une représentation, une courbe 3D est définie par l'intersection de deux surfaces et

nécessite donc plus d'informations à stocker et à traiter. De plus, il faut des équations supplémentaires pour définir les bornes ou les frontières d'une géométrie sous forme implicite tandis qu'il n'en faut aucune avec une forme paramétrée. Les bornes du domaine de paramétrisation délimitent la géométrie. Par contre, une géométrie non-bornée (ex : une ligne droite infinie) s'exprime difficilement sous forme paramétrée. Par ailleurs, la paramétrisation introduit un sens de parcours des courbes et des surfaces, orientation liée aux axes réels des paramètres contrairement aux équations implicites. Cette propriété s'avère utile pour sonder ou discrétiser une géométrie par une suite régulière de points. Également, la complexité des opérations ou des manipulations sur la géométrie dépend fortement de la méthode de représentation. Évaluer un point sur une courbe ou surface implicite peut se ramener à résoudre une équation algébrique aussi solutions non-triviales. Déterminer si un point appartient ou pas à une courbe ou surface paramétrée fait appel à des processus itératif onéreux.

Finalement, il peut apparaître des anomalies dues à la paramétrisation et non à la géométrie. Ainsi les pôles d'une sphère sont des points critiques bien qu'ils soient identiques à n'importe quels autres points sur la sphère. Il y a une dégénérescence des points de contrôle en ces points. Par delà les particularités de ces méthodes, une forme de représentation géométrique doit satisfaire les propriétés d'invariance par changement de système de coordonnées et par transformation affine. Un objet géométrique est intrinsèquement indépendant du système de coordonnées. Il est donc nécessaire de rechercher des fonctions d'interpolation aux propriétés adéquates. [2]

1.3.2 PROPRIETES RECHERCHEES POUR LES FONCTIONS D'INTERPOLATION ('BLENDING FUNCTIONS')

La modélisation mathématique des surfaces s'apparente à celle des courbes, particulièrement pour la surface tensorielles où les fonctions d'interpolation sont le produit des fonctions d'interpolation des courbes. Pour simplifier l'écriture mathématique dans ce paragraphe, les propriétés recherchées sont représentées à partir de la représentation paramétrique d'une courbe $C(u)$:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n f_i(u) \mathbf{P}_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (1.5)$$

Les points \mathbf{P}_i sont les points de contrôle. $f_i(u)$ Représente les fonctions d'interpolation ayant comme paramètre u ou fonctions de base, définies sur une suite de valeurs réelles

croissantes (appelées nœuds du vecteur nodal) $u_0, u_1 \dots u_m$, et, non nulles uniquement sur une portion de l'intervalle $[u_0; u_m]$. La continuité de la courbe (continuité de la tangente, de la courbure ...) doit être maintenue par ces fonctions et non par la position des points de contrôle P_i . Elles doivent permettre de représenter une grande variété de forme géométrique et occuper peu d'espace mémoire dans un ordinateur. Facile à implémenter, le calcul de la position des points et dérivées par exemple doit être suffisamment exact et insensible à la propagation d'erreur due au calcul en virgule flottante. L'invariance par transformation affine (translation, rotation et homothétie) impose à la somme des valeurs des fonctions de la base évaluées en toute valeur du paramètre u d'être égale à l'unité :

$$\sum_{i=0}^n f_i(u) = 1, \forall u \in [u_0; u_m] \quad (1.6)$$

Les B-splines répondent à ces divers critères mathématiques et constituent les fonctions de base servant à définir les fonctions polynomiales des NURBS. [2]

1.3.3 FONCTIONS DE BASE B-SPLINES

1.3.3.1 DEFINITION D'UNE B-SPLINE

Les B-splines d'ordre $p+1$ de la variable u , notées $N_i^p(u)$, sont des polynômes de degré p définis sur les nœuds du vecteur nodal $\{\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\}$.

Il existe de nombreuses manières de définir ces fonctions (Curry et Schoenberg (1947), Schoenberg (1946), Ramshaw (1987)). La formulation la mieux adaptée aussi implantations des divers algorithmes est la relation de récurrence, développée par Cox (1972) et par Boor (1972), Boor (1978) :

$$N_i^p(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+p}-u_i} N_i^{p-1}(u) + \frac{(u_{i+p+1}-u)}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} N_{i+1}^{p-1}(u) \quad (1.7)$$

$$N_i^0 = 1, u \in [u_i; u_{i+1}],$$

$$0, u \notin [u_i; u_{i+1}],$$

De part cette définition, les fonctions de base N_i^p possèdent une série de propriétés qu'on peut énumérer comme suit :

1. Partition de l'unité : $\sum_{i=0}^n N_i^p(u) = 1, \forall u \in [u_0; u_m]$.
2. Positivité : $N_i^p(u) \geq 0 \forall u \in [u_0; u_m]$ en admettant qu'un seul maximum.
3. Support local : $N_i^p(u) = 0$ si $u \notin [u_i; u_{i+p+1}]$,
4. Continuité : $N_i^p(u)$ est C^∞ à l'intérieur de chaque intervalle du vecteur nodal, et p-k (où k est la multiplicité du nœud) continûment différentiable à un nœud du vecteur nodal.

Le choix du vecteur nodal permet de construire une grande variété de fonctions de base B-splines. Sa définition est étroitement liée à la paramétrisation. Pour un vecteur nodal uniforme où les nœuds sont équidistants, on parle de paramétrisation uniforme. Le degré p joue également un rôle essentiel : plus le degré est bas, plus la courbe ou la surface se rapproche de la géométrie définie par les points de contrôle. Le domaine d'influence d'un point de contrôle devient alors plus petit mais la géométrie est de moins en moins régulière ou lisse.

1.3.3.2 DERIVEES DES B-SPLINES

Les dérivées de B-splines à l'ordre (k) s'obtiennent par la relation récurrente suivante :

$$N_{i,p}^{(k)}(u) = p \left(\frac{N_{i,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p}-u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} \right) \quad (1.8)$$

À l'ordre 1 on obtient par exemple :

$$N_{i,p}^{(1)}(u) = \frac{p}{u_{i+p}-u_i} N_{i,p-1}(u) - \frac{p}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (1.9)$$

Les fonctions $N_i(u)$ sont alors définies sur le vecteur nodal :

$$\left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_p, u_p, \dots, u_{m-p}, \underbrace{1, \dots, 1}_p \right\} \quad (1.10)$$

La figure 1.5 illustre les fonctions de base B-splines de degré 3 ainsi que leurs dérivées premières dans le cas le plus général. Le vecteur nodal présente des nœuds de multiplicité 1, 2 et 3. Cependant, les courbes engendrées par les fonctions de base B-splines ne peuvent représenter les coniques. Ces dernières nécessitent l'utilisation de fractions polynomiales.

[2]

1.3.4 CLASSES DES FONCTIONS POLYNOMIALES RATIONNELLES

Les fonctions polynomiales d'une seule variable permettent de construire les courbes rationnelles. Leur définition est similaire aux fractions polynomiales de deux variables, définissant les surfaces NURBS. Il est donc présenté dans ce paragraphe les fonctions de base rationnelles $R_{i,j}(u, v)$ associées. Elles s'obtiennent à partir des fonctions de base B-splines de la manière suivante :

$$R_{i,j}(u, v) = \frac{N_{i,p}(u) N_{j,p}(v) \omega_{i,j}}{\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m N_{k,p}(u) N_{l,q}(v) \omega_{k,l}}$$

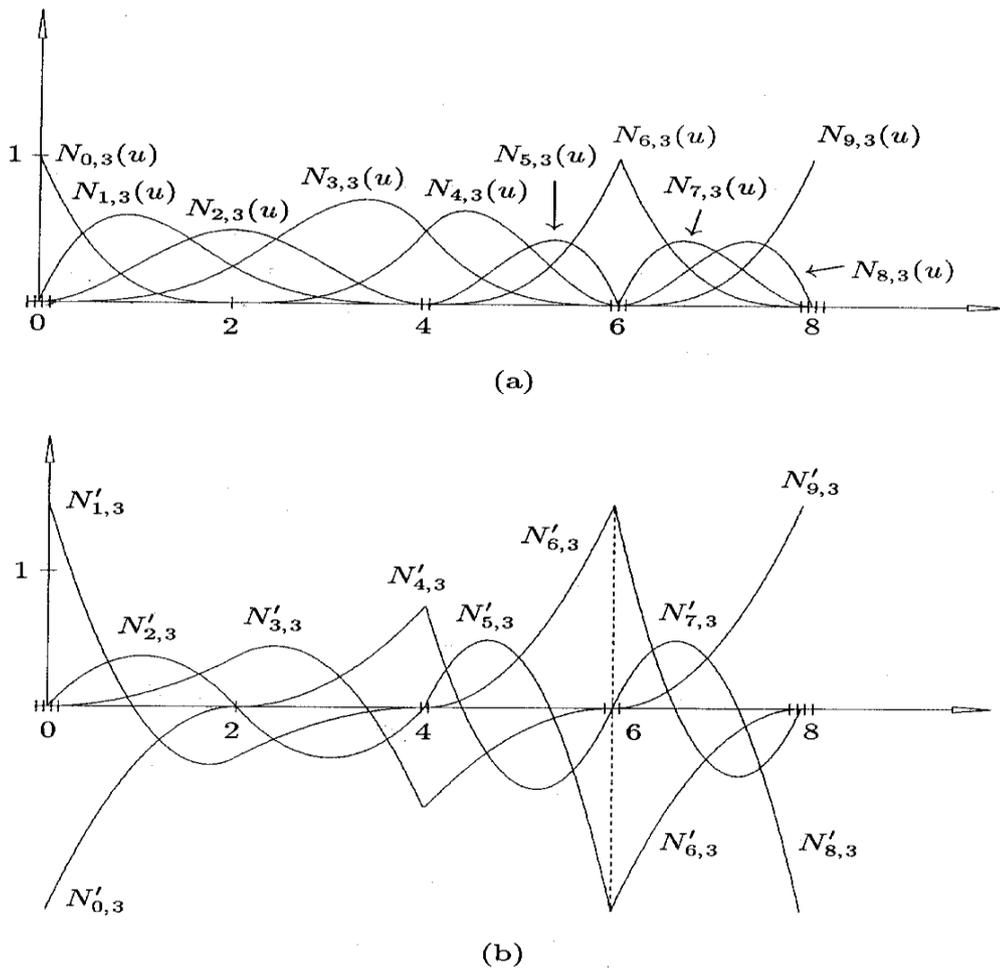


FIGURE 1.5 : Fonction de base B-splines cubique (a) et leur dérivées premières (b)[3]

Les coefficients $\omega_{i,j}$ prennent une signification importante lors de la définition des surfaces NURBS. Égale à un on retrouve la définition d'une surface B-splines. Les

fonctions $N_{i,p}(u)$ et $N_{j,q}(v)$ sont les fonctions de base B-splines définies respectivement sur les vecteurs nodaux :

$$\left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\} \quad (1.12)$$

$$\left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{q+1}, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1} \right\}$$

$$r = n + p + 1, \quad s = m + q + 1$$

Les principales propriétés de ces fonctions sont les mêmes que celles des fonctions de base B-splines énumérées brièvement :

1. Positivité : $R_{i,j}(u, v) \geq 0$ pour tous les i, j, u et v .
2. Partition de l'unité : $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(u, v) = 1$ pour tous les $(u, v) \in [0,1] \times [0,1]$.
3. Support local : $R_{i,j}(u, v) = 0$ si (u, v) n'appartient pas au rectangle $[(u_i, u_{i+p+1}) \times (v_j, v_{j+p+1})]$.
4. Sur n'importe quel rectangle de l'espace de paramétrisation $[(u_{i_0}, u_{i_0+1}) \times (v_{j_0}, v_{j_0+1})]$, au plus $(p+1)(q+1)$ fonctions : $R_{i,j}(u, v)$ sont non-nulles, exactement les fonctions : $R_{i,j}(u, v)$ pour $i_0 - p \leq i \leq i_0$ et $j_0 - q \leq j \leq j_0$ [2]

1.3.5 DEFINITION D'UNE SURFACE NURBS

En introduisant une coordonnée homogène supplémentaire pour chaque point de contrôle, on peut définir une surface NURBS (Non-Uniform Rational B-spline).

Soient $\{P_{i,j}\}_{i=0 \dots p, j=0 \dots q}$ les points de contrôle formant le polyèdre de contrôle. L'équation d'une surface NURBS de degré p ($0 \leq p \leq m - 1$) dans la direction du paramètre u et de degré q ($0 \leq q \leq n - 1$) dans la direction du paramètre v est de la forme suivante [Piegl and Tiller, 1997] :

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j}} \quad \text{avec } (u, v) \in [0,1] \times [0,1]$$

Où $\{\omega_{i,j} \mid \omega_{i,j} > 0, \forall (i, j) \in \mathbb{R}^2\}$ sont les poids de chacun des points $P_{i,j}$. $N_{i,p}(u)$ et les $N_{j,q}(v)$ sont les fonctions de base B-splines définies à partir des vecteurs de nœuds :

$$U = \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{u_{p+1}, \dots, u_m}_{m-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}$$

$$V = \underbrace{0, \dots, 0}_{q+1}, \underbrace{v_{q+1}, \dots, v_n}_{n-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1}$$

Posons :

$$R_{i,j}(u, v) = \frac{N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \omega_{i,j}}{\sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{n-1} N_{k,p}(u) N_{l,q}(v) \omega_{k,l}}$$

La surface NURBS $S(u, v)$ peut se réécrire :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} R_{i,j}(u, v) P_{i,j}$$

Où les $R_{i,j}(u)$ sont les fonctions de base rationnelles.

Les B-splines sont ainsi des NURBS pour lesquelles la coordonnée homogène de chacun des points de contrôle est 1. [4]

1.4 LES MODELES GRAPHIQUES

Comme nous l'avons dit précédemment, les premiers systèmes, dits de CAO étaient des systèmes de dessin assisté par ordinateur (DAO). Encore aujourd'hui, on peut débattre pour savoir si les logiciels tels qu'on les utilisent sont beaucoup plus que des logiciels de dessin. [1]

1.4.1 LES MODELES GRAPHIQUES 2D

Ces modèles comportent des primitives permettant de construire des entités géométriques élémentaires comme les droites, les segments, les coniques, les arcs, les textes, les symboles et d'autres éléments nécessaires à la réalisation de plans comme les cotations, les hachures, etc. Ils permettent également d'effectuer des transformations géométriques sur une ou plusieurs primitives. Ces transformations sont les translations, rotations, changements d'échelle, copies, etc. Chaque primitive possède des attributs graphiques qui définissent l'apparence et donc souvent la signification. Par exemple les lignes ont une épaisseur, un style (trait pointillé continu, mixte, etc.), une couleur. Il est généralement possible d'associer plusieurs primitives afin de les grouper en une « super-primitive » qui, en plus des attributs des primitives qui la constitue, possède ses propres attributs comme

son origine propre, une orientation autour de cette origine et des informations spécifiques permettant l'automatisation de tâches comme, par exemple, l'extraction de nomenclatures. Un dessin peut être placé sur différentes feuilles de calque qui peuvent être visualisées indépendamment les unes des autres ; cette fonctionnalité est habituellement utilisée pour séparer la géométrie de base des éléments de construction, des cotes et d'autres notations.

Les interfaces utilisateurs fournis par les logiciels graphiques permettent de définir ces primitives de différentes manières. Un point par exemple sera défini par ses coordonnées X.Y, ou bien par l'intersection de deux lignes, ou librement à l'endroit où se trouve le pointeur de la souris. Les logiciels 2D mettent à la disposition de l'utilisateur des fonctionnalités permettant de définir des lignes d'esquisse qui servent de base au dessin final.

Les modes de représentation utilisées sont la représentation implicite et la représentation paramétrique. [1]

1.4.2 PRIMITIVES GRAPHIQUES ASSOCIATIVES ET DESSIN PARAMETRE

La plupart des systèmes de dessin actuels offrent des primitives graphiques associatives et des possibilités dites de paramétrage qui permettent de fixer des relations entre cotes. Une primitive associative ou paramétrée a alors deux représentations internes: canonique et relationnelle. La représentation canonique mémorise les informations sur la primitive sous une forme apte à la visualisation sur écran : par exemple les coordonnées X.Y d'un point ou l'équation paramétrique d'un segment. La représentation relationnelle caractérise les liens existants entre les différentes primitives. Toute modification d'une primitive provoque une réévaluation des formes canoniques des primitives liées à la primitive modifiée. La cohérence de la géométrie est ainsi conservée et libère l'utilisateur de vérifications et de corrections fastidieuses.

Bien évidemment, dans un système de dessin, la représentation et la structuration des données en mémoire de masse, ainsi que les possibilités de visualisation et d'interaction avec le concepteur ont une très grande importance. [1]

1.4.3 LES MODELES GRAPHIQUES 3D

En modélisation graphique 3D, la géométrie des objets est construite comme on le fait en 2D, c'est-à-dire à l'aide primitives points, droites et segments, coniques et arcs, etc. Les modèles graphiques 3D se composent de primitives géo définies dans l'espace 3D. Les points, les segments nécessitent simplement la troisième dimension; les arcs et les coniques nécessitent en plus des informations sur leur plan support. La représentation résultant de ce mode de définition est souvent appelée la modélisation filaire ou fil de fer.

Avec la modélisation filaire, il est simple d'effectuer les transformations géométriques qui permettent d'orienter correctement le modèle de l'objet ou de le projeter dans le plan afin de le visualiser selon les vues normalisées du dessin industriel.

Malheureusement la construction de modèles graphiques 3D valides est plutôt difficile. Même avec de l'expérience, les concepteurs commettent souvent de erreurs, on peut aboutir à des géométries incohérentes. La conception étant une activité typiquement interactive, le retour d'information vers le concepteur se fait l' écran qui est un dispositif de visualisation 2D. Le concepteur doit « intuitiver » la troisième dimension, ce qui devient rapidement impossible sur des objets compliqués.

De plus, même s'ils sont parfaitement valides, les modèles graphiques où toutes les primitives sont des arêtes appartenant à un objet solide, peuvent être interprétés de différentes manières, seul le concepteur « voit » la géométrie qu'il a voulu définir.

Du fait de cette incomplétude, la modélisation graphique 3D est peu exploitable en FAO. Ce type de modélisation n'a plus qu'un intérêt historique. [1]

1.5 LES MODELES SURFACIQUES

Les modèles graphiques 2D et 3D permettent la représentation de formes géométriques simples qui constituent la majeure partie des informations géométriques dont on a besoin en dessin de pièces mécaniques. Cependant, pour certains d'objets, la géométrie de la forme ne peut être représentée complètement par le dessin. Les carrosseries d'automobile, les fuselages d'avions, les coques de bateaux, les ailettes de turbines. les pièces forgées ou coulées sont des exemples de telles formes. On parle de formes complexes ou formes sculptées. Pour les définir, on utilise les techniques de la modélisation surfacique qui

permet de définir des formes gauches et qui surtout est exploitable pour générer les programmes commande numérique d'usinage de la forme elle-même ou de son moule. La modélisation surfacique a été engendrée par l'apparition des machines outils à commande numérique qui ont rendu possible l'usinage de formes gauches autrement que par le copiage d'un maître modèle réalisé manuellement. Les méthodes mathématiques de représentation de courbes et de surfaces ont fait leur apparition simultanément et indépendamment les unes des autres. Elles ont été développées dans les années 1965 par des ingénieurs de l'automobile comme Pierre Bézier ou Paul DeCasteljau ou par de nombreux chercheurs comme : Steve Coons, Gerald Farin, Jean-Claude Léon, Michel Véron, etc.

Pour définir et modéliser les formes complexes, les concepteurs suivent deux grandes démarches.

La première consiste à partir d'un modèle physique [BER 94, WOL 93]. C'est le cas par exemple, lorsqu'on veut fabriquer une pièce de forme complexe fabriquée à la main de manière artisanale et dont il n'existe aucune définition hormis la pièce elle-même. C'est également le cas de formes de style comme les carrosseries d'automobiles. L'objet est alors digitalisé à l'aide de dispositifs spécifiques comme les machines à mesurer, ou des bras articulés équipés de capteurs de mesure. À l'issue de cette opération, la forme de l'objet est modélisée par un ensemble de points. Suivant le dispositif et la stratégie adoptée, les points sont des points caractéristiques, par exemple ceux définissant des arêtes, ou bien des points quelconques mais en grande quantité. On dispose alors d'un nuage de points que l'on va exploiter pour modéliser la forme. En général, on définit des courbes passant par ou au voisinage de points sélectionnés par l'opérateur, puis à partir de ces courbes et des points intérieurs à celles-ci des éléments de surface que l'on appelle des carreaux et qui ont pour bord ces dernières. Les techniques utilisées sont plutôt des techniques d'approximation de courbes et de surfaces.

La deuxième démarche consiste à définir directement la forme par mise en œuvre d'un logiciel de CAO spécialisé. Les techniques correspondantes sont les techniques de création de courbes et de surfaces. [1]

1.6 CONCLUSION

La Conception Assistée par Ordinateur (CAO) fait aujourd'hui intégralement partie des formations dans les domaines de la production industrielle.

En effet, grâce à la CAO il est aujourd'hui possible d'obtenir une maquette numérique d'un objet, qui sera utilisée par les différents spécialistes (concepteur, bureaux d'études, fabricants, etc.). Cette maquette mise en place et élaborée par la CAO devient un outil qui permet de dialoguer, d'échanger des données, des renseignements, des résultats et elle formalise la réflexion des équipes de techniciens à chaque étape de la vie du produit. [5]

CHAPITRE 2

TRAJECTOIRES DE L'OUTIL

2.1 INTRODUCTION

La réalisation des pièces de formes complexes par usinage passe par la génération de trajectoires dans un logiciel de Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO), basée sur un modèle géométrique de référence, une stratégie d'usinage, des données technologiques et une machine outil à commande numérique donnée. Afin d'assurer les meilleures performances possibles en terme de qualité et de productivité, il est nécessaire d'intégrer un maximum de contraintes lors de la génération des trajets d'usinage.

A partir d'un modèle CAO des formes de la pièce, un modèle FAO, contenant l'ensemble des positions et orientations de l'outil calculées dans l'espace pièce, est obtenu par l'activité de « Génération des Trajectoires ». L'activité de « Post-Processing » consiste à exprimer les trajectoires outils précédemment calculées dans un langage adapté au directeur de commande numérique par l'intermédiaire du programme CN. Elle peut éventuellement effectuer la transformation inverse pour exprimer la trajectoire dans l'espace articulaire de la machine.

Pour obtenir le trajet outil, il faut transmettre des consignes, calculées lors de la « Génération des consignes », à chacun des axes de la machine pour enfin obtenir la pièce après l'activité « Usinage ». L'objectif de l'ensemble de la chaîne est d'assurer la fidélité entre la pièce usinée et le modèle CAO à coût minimum, la figure 2.1 montre la chaîne numérique. [6]

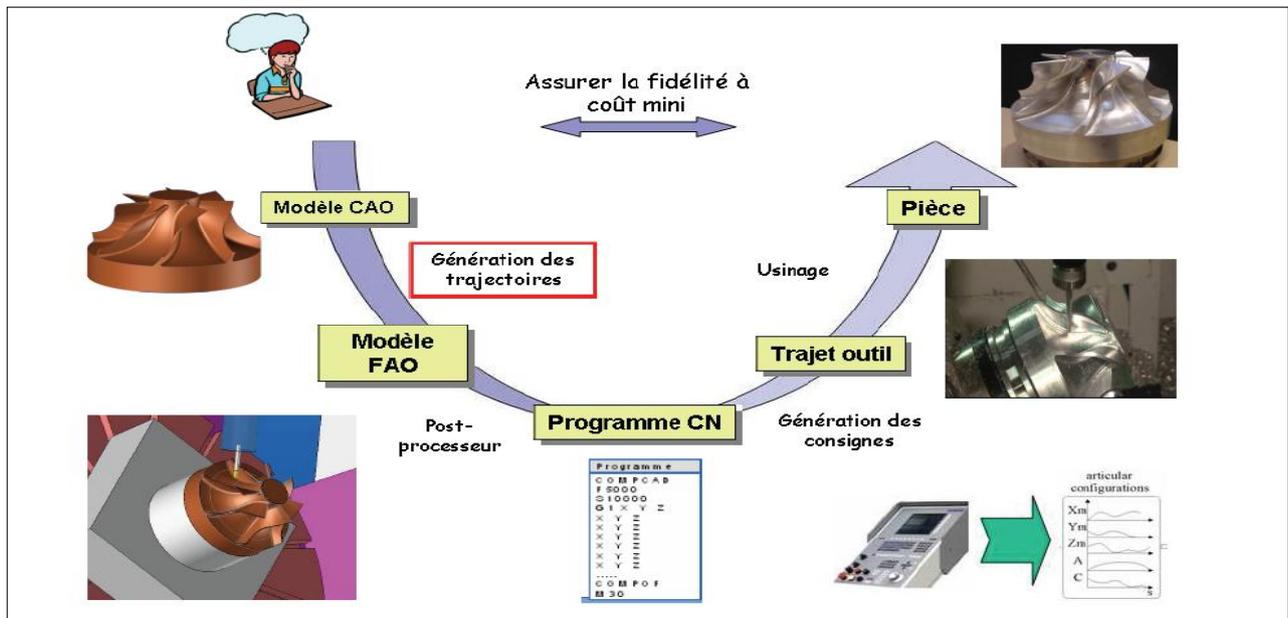


Figure 2.1: Chaîne numérique.

2.2 ANALYSE DE L'INTERPOLATION DE LA TRAJECTOIRE

2.2.1 PRINCIPE

Le rôle de la phase d'interpolation de la trajectoire est de délivrer des consignes de positions pour chaque axe de manière échantillonnée suivant la période de la boucle de position. Ces consignes sont calculées à partir du programme d'usinage (positionnements outils et vitesse d'avance) et de paramètres permettant de contrôler les écarts à la trajectoire.

Les tâches effectuées lors de l'interpolation peuvent être découpées en deux parties :

La première consiste à transformer la trajectoire outil-pièce en une trajectoire articulaire coordonnant les positions des axes de la machine. Cette transformation réalise le passage de l'espace à 5 dimensions dans lequel est définie la trajectoire (espace de la pièce : (X_p, Y_p, Z_p, I, J, K) , k étant redondant si le vecteur directeur de l'axe outil est unitaire) vers l'espace articulaire de la machine comportant N dimensions ($X_{axe1}, X_{axe2}, \dots, X_{axeN}$) ou N est le nombre d'axes, nécessairement supérieur ou égal à 5.

Une fois la trajectoire articulaire calculée, il faut réaliser la coordination entre l'espace géométrique et l'espace temporel. Cette coordination est effectuée de manière échantillonnée, pour délivrer à intervalles réguliers les consignes de positions aux cartes d'axes.

L'objectif est de délivrer les consignes de position des axes permettant d'atteindre la vitesse outil-pièce programmée. Cependant cette coordination doit respecter les limitations

des axes. Pour cela, il est nécessaire d'adapter la géométrie de la trajectoire ainsi que la vitesse d'avance pour que les consignes de position des axes soient physiquement réalisables, la figure 2.2 illustre un schéma de principe de fonctionnement de l'interpolateur.

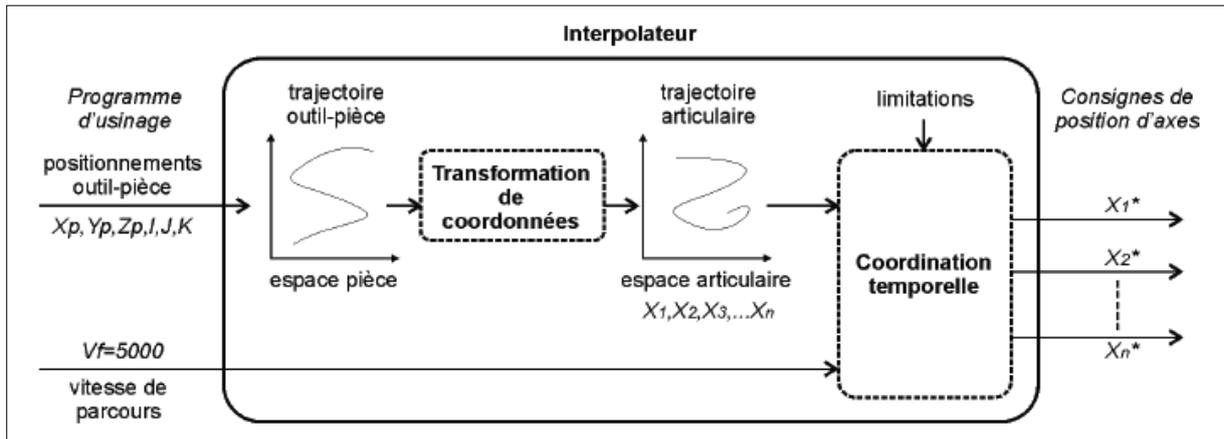


Figure 2.2: Schéma de principe de fonctionnement de l'interpolateur.

2.2.2 TRANSFORMATION DE COORDONNEES

Le calcul de la trajectoire articulaire à partir du programme d'usinage nécessite deux étapes : la première consiste à déterminer les configurations articulaires correspondant aux positionnements outils définis par chaque bloc du programme ; puis la seconde porte sur la traduction de l'interpolation linéaire de ces positionnements de l'espace pièce vers l'espace articulaire.

Le calcul des configurations articulaires correspondant aux positionnements outils est réalisé par la TGI. Ce calcul fait intervenir la cinématique de la machine outil. Sa résolution, plus ou moins complexe suivant l'architecture (parallèle ou sérielle), peut présenter certaines spécificités tels les points singuliers, le choix d'une solution parmi un ensemble de solutions.

Cependant, le seul calcul des configurations articulaires correspondant aux positionnements outils est insuffisant pour réaliser un suivi correct de la trajectoire. En effet, entre deux consignes de positions envoyées aux cartes d'axes, le trajet articulaire peut être assimilé à un segment; ce qui se traduit par une courbe dans l'espace pièce, d'où l'apparition d'écarts à la trajectoire programmée, la figure 2.3 illustre la génération des erreurs cinématiques.

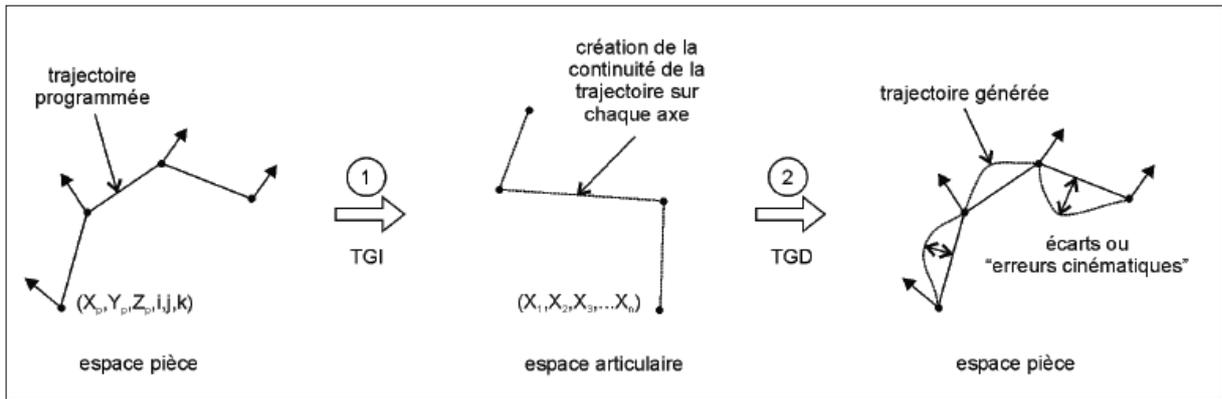


Figure 2.3: Génération des erreurs cinématiques.

Ces écarts, également nommés « erreurs cinématiques » dans la littérature, sont fonctionnés de nombreux paramètres tels que la géométrie de la trajectoire, l'architecture de la machine, le posage de la pièce dans l'espace de travail de la machine, etc....

La précision de la trajectoire générée est contrôlée par un rééchantillonnage de la trajectoire effectuée en temps réel: de nouveaux positionnements outils sont calculés dans l'espace pièce par interpolation des positionnements outils écrits dans le programme CN ; après la TGI, les configurations articulaires correspondantes permettent ainsi de réduire les erreurs cinématiques, la figure 2.4 présente le rééchantillonnage de la trajectoire.

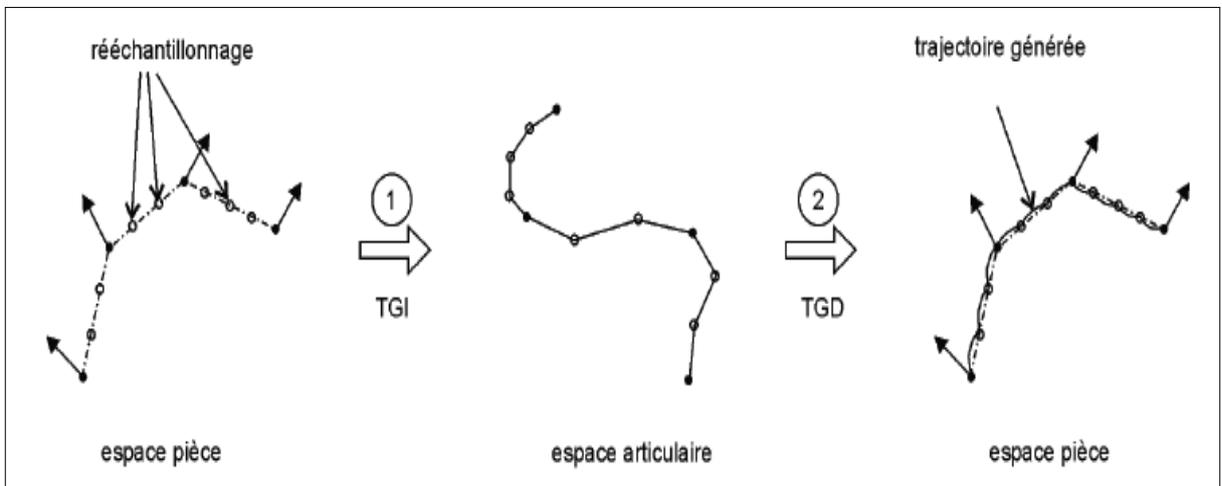


Figure 2.4: Rééchantillonnage de la trajectoire.

La TGI des positionnements des outils définis dans le programme CN et le rééchantillonnage en temps réel permettent ainsi de calculer la trajectoire articulaire, dans un espace à N dimensions. Pour créer un mouvement sur chaque axe, il reste maintenant à paramétrer cette trajectoire en fonction du temps. [6]

2.3 PLANIFICATION DES TRAJECTOIRES D'OUTIL

L'ébauche d'une surface gauche telle que proposée ici consiste à utiliser des trajectoires parallèles en zigzag, avec optimisation des déplacements à vide pour l'évidement de matière en tenant compte de la puissance machine et de la tolérance sur la surépaisseur de finition, et les trajectoires en spirales par décalage ou réduction de contours pour les opérations de contournage en tenant compte du copeau taillé minimum ou cpm (Figure 2.5).

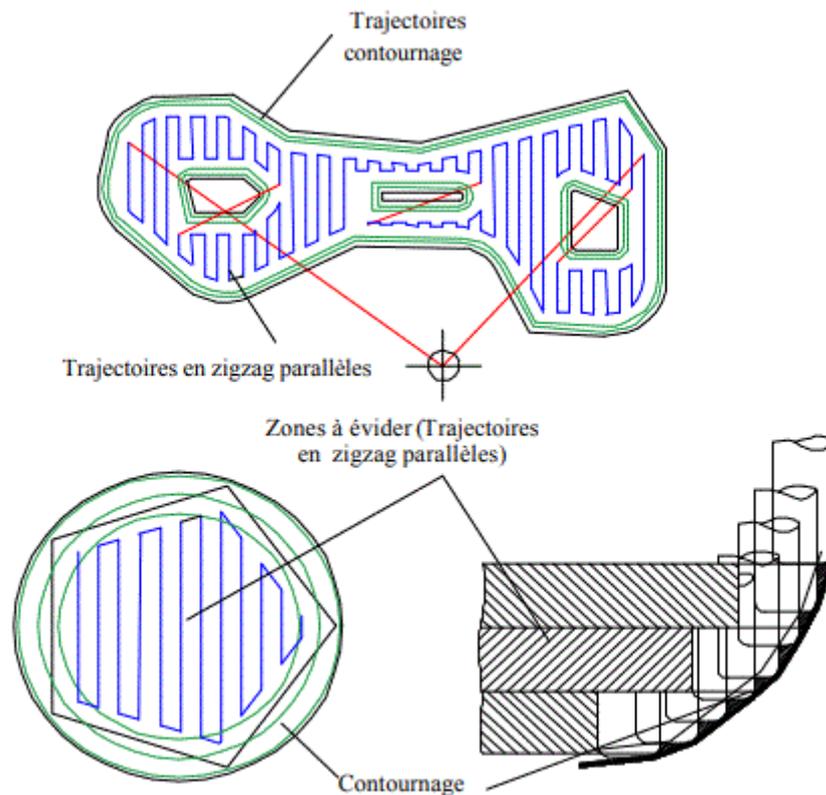


Figure 2.5 : Planification combinée des trajectoires d'outils

2.3.1 TOLERANCES SUR LA SUREPAISSEUR DE FINITION

Pour l'optimisation des calculs de trajectoires d'outils et du pas de plongée, nous introduisons le critère de « tolérance sur la surépaisseur de finition (TSF) ». Cette tolérance représente la surépaisseur de finition maximale admissible, outre le « copeau taillé minimum (cpm) » conventionnel, (Figure 2.6), qui permet de minimiser le temps de coupe par une utilisation optimale de la puissance de la machine pour dégager un volume maximal de copeaux d'une part, et l'élimination de la passe de demi-finition d'autre part, tout en garantissant le respect de la qualité requise en finition.

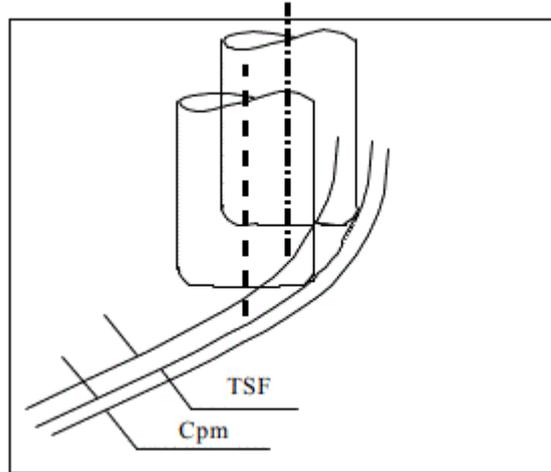


Figure 2.6 : Tolérance de Surépaisseur de Finition

2.3.2 TRAJECTOIRES DE CONTOURNAGE

Les plans de coupe, respectivement le pas de plongée, sont optimisés en fonction de cette TSF. Les points de contacts « outil/pièce » correspondant à chaque plan de coupe sont ensuite déterminés par le calcul des points d'intersection de ces derniers avec le modèle de surface. Nous obtenons ainsi les différents contours qui seront la base de construction des points de passage du centre de l'outil. Dans le cas particulier de l'usinage d'ébauche par plans parallèles, il convient d'orienter ces contours extérieurs et ceux des îlots en sens opposés. La convention de l'outil à droite du contour impose une orientation des contours extérieurs dans le sens horaire et ceux des îlots dans le sens trigonométrique, dans le cas contraire, les contours extérieurs seront orientés dans le sens trigonométrique et ceux des îlots dans le sens horaire.

2.3.3 TRAJECTOIRES D'ÉVIDEMENT

La polygonisation des contours permet de simplifier la géométrie des contours et facilite ainsi la génération des trajectoires d'évidement en zigzag parallèles sur des plans perpendiculaires à l'axe de l'outil (Figure 2.7) ; La profondeur de passe est optimisée en fonction de la puissance maximale disponible sur la broche de la machine et de la tolérance sur la passe de finition TSF

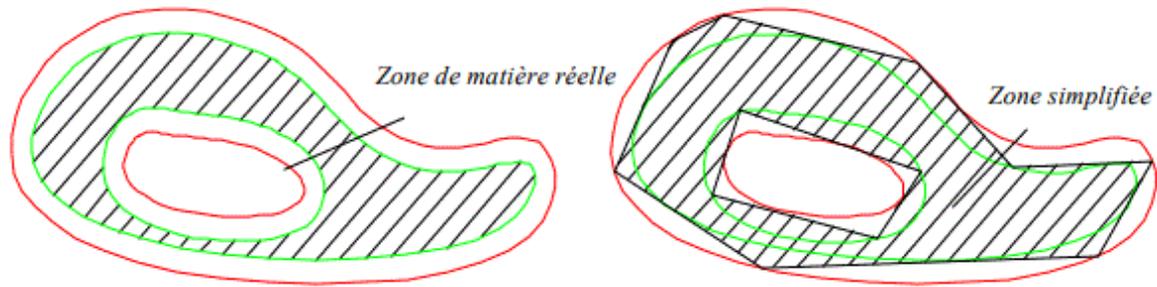


Figure 2.7 : Polygonisation des contours

Le choix d'un rayon d'outil doit tenir compte du recouvrement de matière tolérée entre deux passages successifs [24], [25]. L'opération d'évidement étant un usinage combiné, la valeur du coefficient de recouvrement permettra d'apprécier la prédominance de fraisage en roulant ou en bout. [7]

2.4 GEOMETRIE DU TRAJET ISOCRETE

Considérons deux trajets adjacents suivis par un point fixe de l'outil (figure 2.8). Sur chaque trajet, la surface enveloppe du mouvement de l'outil engendre un sillon sur la surface brute. La crête engendrée par deux trajets successifs est donc la courbe intersection des deux surfaces enveloppes. Dans le cas d'un usinage à hauteur de crête constante, cette courbe intersection appartient à la surface S_i , la surface isocrête. S_i est la surface parallèle à la surface nominale de distance égale à la hauteur de crête h_c .

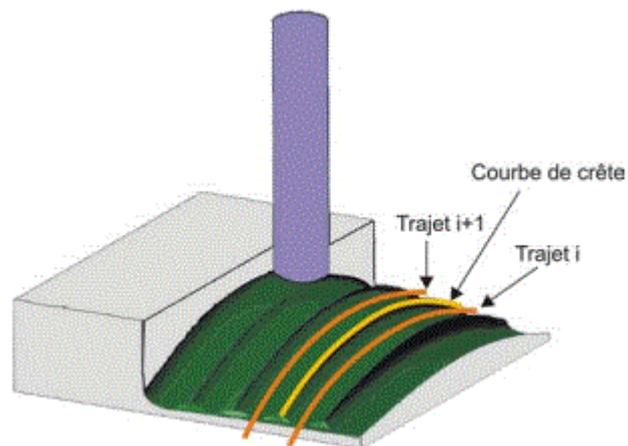


Figure 2.8 : génération des sillons

Pratiquement, le problème géométrique considéré est découpé en deux problèmes successifs. Le premier consiste à trouver la courbe de crête engendrée par le premier trajet. Il s'agit de l'intersection entre la surface d'isocrête et la surface enveloppe du mouvement de l'outil. Le second problème consiste à construire le trajet suivant sur la surface d'usinage à partir de la courbe de crête. Il s'agit de trouver un trajet appartenant à la surface d'usinage, tel que la surface enveloppe du mouvement de l'outil suivant sur ce trajet génère la courbe de crête précédente.

La surface enveloppe du mouvement de l'outil est la peau du volume balayé par l'outil lors de son déplacement le long du trajet. La modélisation du volume balayé est une technique utilisée dans divers domaines tels que la modélisation solide, la robotique, l'ergonomie, etc. Dans le domaine de l'usinage, on a recours à cette technique pour la détection des interférences entre l'ensemble outil et porte outil et l'ensemble pièce et porte pièce [8]. Plus généralement, on considère comme volume balayé le volume généré par le déplacement d'un objet quelconque le long d'une trajectoire quelconque avec d'éventuelles rotations. Dans certains cas l'équation de la surface enveloppe est simple. C'est le cas de la peau du volume balayé par la sphère de l'outil hémisphérique, puisqu'il s'agit de la surface tuyau de rayon égal au rayon de l'outil dont la génératrice est la courbe suivie par le centre de l'outil. L'extraction de l'équation de la surface enveloppe du mouvement d'un outil torique est une opération difficile, elle n'est donc pas envisagée. Par contre, nous sommes en mesure d'isoler le lieu des points du profil générateur de la surface enveloppe à chaque instant, et pour n'importe quel outil (figure 2.9). L'ensemble des points de l'outil appartenant au profil générateur est défini par l'équation suivante [9] :

$$(n_{\text{outil}} \cdot V) = 0$$

Avec V le vecteur vitesse d'avance et n_{outil} la normale à l'outil au point de l'outil considéré. Cette équation nous permettra de connaître les points générés par chaque position de l'outil et parmi ceux-ci le point de crête P .

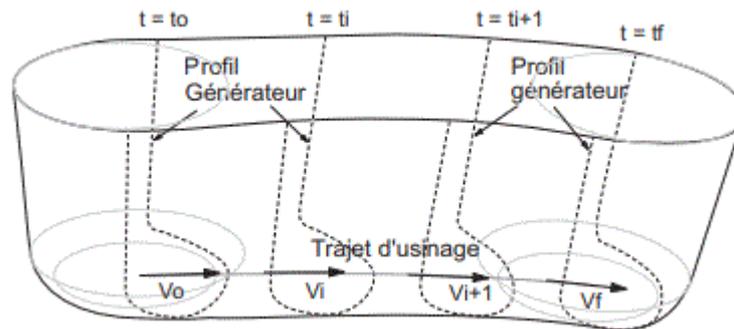


Figure 2.9 : Profil générateur de l'outil

L'avantage de notre approche réside dans l'utilisation de la surface d'usinage qui est le lieu d'un point fixe de l'outil. Les méthodes traditionnelles de génération de trajectoires en 5 axes consistent à trouver les points de contact outil surface CC et les orientations de l'axe de l'outil associées, tout le long d'une passe. L'inconvénient est que le point de contact CC appartenant à l'outil change tout au long du trajet. On peut alors déterminer la courbe de crête par intersection, mais il est impossible de trouver le trajet isocrête adjacent par poseage puisqu'on ne sait pas quel point de l'outil considérer. On a donc recours à des simplifications qui altèrent la qualité du calcul. [10] [11]

2.5 GENERATION DE TRAJECTOIRES

Pour générer une séquence d'usinage, il faut notamment définir des trajets d'usinage. Plusieurs méthodes de génération de trajectoires existent. En usinage 3 axes, la construction de ces trajets requièrent la connaissance d'une direction d'usinage, d'un pas transversal et d'un pas longitudinal, la figure 2.10 présente la génération de trajectoire.

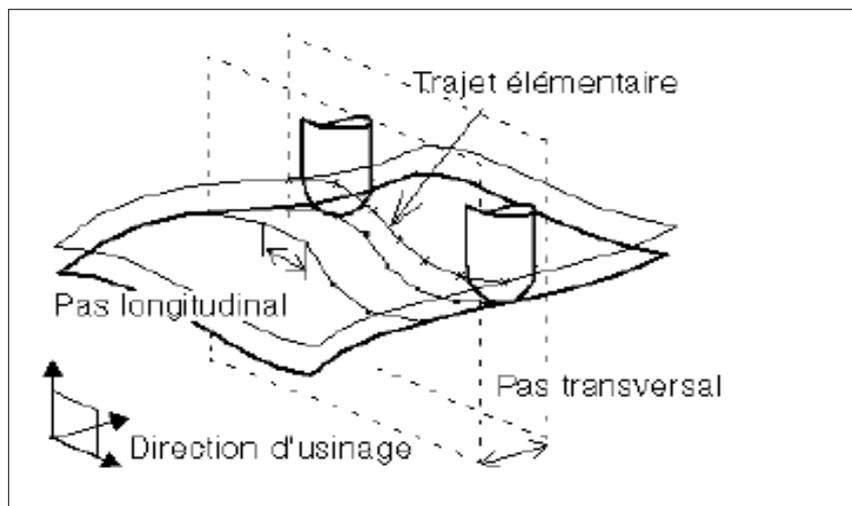
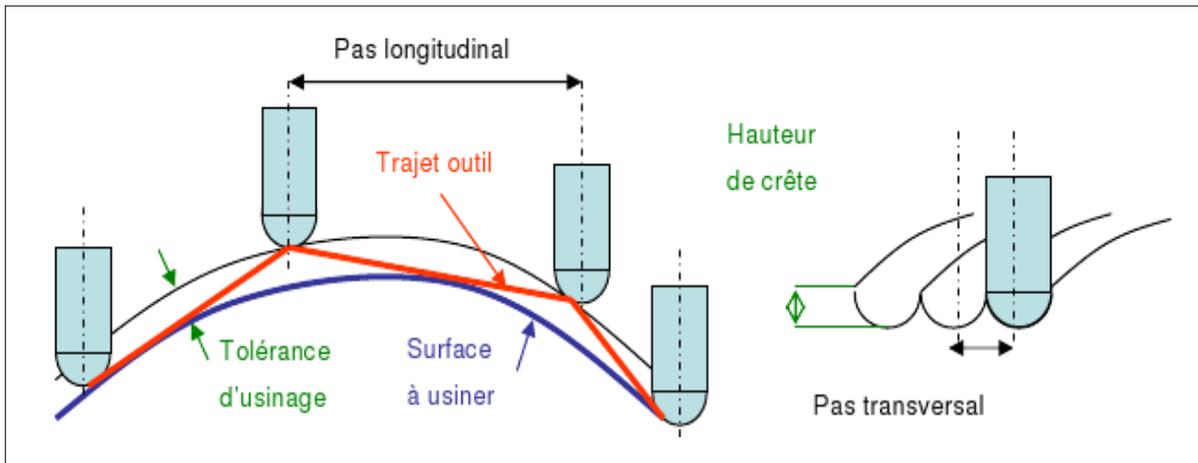


Figure 2.10 : Génération de trajectoire. [12]

En fonction du directeur de commande numérique utilisé, les trajets peuvent être exprimés sous forme de segments de droite, d'arcs de cercle, courbes B-SPLINE ou de NURBS. Dans la figure suivante, les trajets ne seront exprimés que sous forme de segments. Ainsi, le pas longitudinal caractérise leur longueur et le pas transversal représente la distance entre deux passes consécutives, la figure 2.11 illustre les paramètres de la génération de



trajectoire.

Figure 2.11: Paramètres de la génération de trajectoire. [12]

Afin de générer ces trajectoires d'usinage, il est nécessaire de pouvoir passer de la position de contact de l'outil sur la surface à la position du point piloté. Dans le cas du fraisage 3 axes, le calcul se fait à partir d'une surface d'usinage correspondant à la surface offset: Une surface d'usinage est une surface offset de la surface nominale déterminant la position du point caractéristique de l'outil.

Ainsi, de nombreux travaux sur la réalisation de trajectoire sur la surface offset ont été réalisés et notamment C. JUN et *all.* utilisent une méthode de génération de trajectoire en usinage 3 axes par un maillage STL de la surface offset. Cette méthode propose de générer des trajectoires en plan parallèle sur la surface offset en prenant l'intersection entre les plans (contenant l'axe de l'outil et la direction d'usinage) et le maillage STL. Une dernière étape est consacrée à la reconstruction des trajets manquant et au raccordement des trajets les uns avec les autres.

2.5.1 SURFACE D'USINAGE EN GENERATION DE TRAJECTOIRES

La construction de la surface d'usinage peut être intégrée dans le processus classique d'élaboration des formes gauches, basé sur un enchaînement séquentiel d'une phase de conception et d'une phase de fabrication. Dans ce cas, l'intérêt du concept de la surface d'usinage réside dans la représentation surfacique du trajet d'usinage. A partir de la surface

d'usinage, l'activité de génération de trajectoires consiste à choisir un ensemble de courbes tracées sur la surface.

Toute courbe de la surface d'usinage est un trajet potentiel, qui usine la surface nominale sans interférence. La connaissance explicite de cette surface nous donne plus d'éléments pour planifier précisément la position relative de ces courbes, la figure 2.12 montre la désynchronisation des passes.

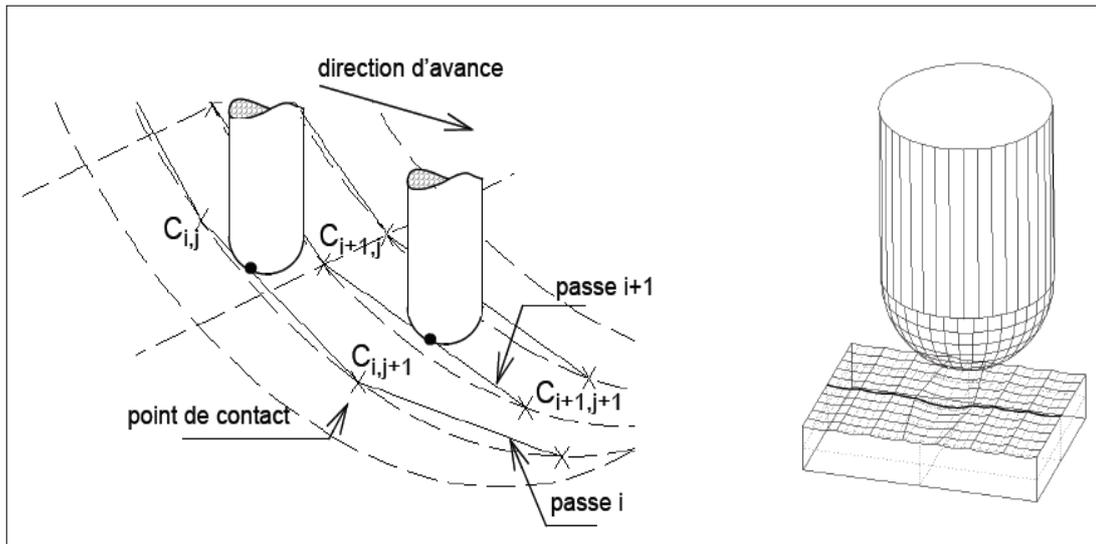


Figure 2.12 : Désynchronisation des passes. [13]

2.5.2 GENERATION DE TRAJECTOIRES: MODELE CAO VERS MODELE FAO

Les difficultés associées à la première activité qui concerne la génération de trajectoires dans l'espace de la pièce à partir d'un modèle CAO sont de deux ordres :

- la gestion des écarts géométriques ;
- la complexité géométrique des surfaces ;

2.5.2.1 GESTION DES ECARTS GEOMETRIQUES

Des travaux ont montré qu'il est impossible d'usiner parfaitement une surface réglée non-développable avec un outil de rayon non nul. Quelle que soit la méthode utilisée pour positionner l'outil sur la surface à usiner, la gestion des écarts géométriques entre la surface à usiner et la surface usinée par le trajet outil est nécessaire. Lorsque les écarts sont positifs (correspondant à un surplus de matière) on parle de "undercut", alors que lorsqu'ils sont négatifs (i.e. un manque de matière), on parle de "overcut". En utilisant un positionnement outil en un point de contact ou en deux points de contact il y a toujours

interférence entre l'outil et la surface complexe à usiner la plus générale. Ces interférences locales doivent être quantifiées et contrôlées dans le but de respecter les spécifications géométriques indiquées par le concepteur, la figure 2.13 illustre l'interférence outil pièce.

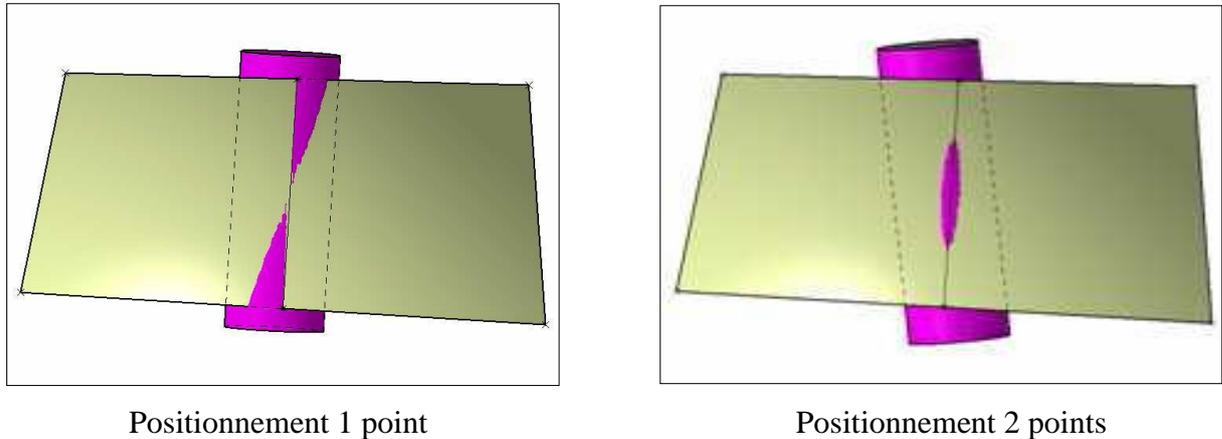


Figure 2.13: Interférence outil pièce. [14]

2.5.2.2 COMPLEXITE GEOMETRIQUE DES SURFACES

Les pièces de formes complexes sont souvent constituées d'un ensemble de carreaux raccordés suivant un degré plus ou moins élevé sur l'ensemble de la pièce.

Lors de l'usinage d'une pièce mono-carreau, il est facile de s'appuyer sur les courbes iso-paramétriques de la surface pour positionner l'outil en contrôlant les interférences outil/surface. En effet, comme il apparaît sur la figure suivante, il n'est pas possible d'utiliser directement les iso-paramétriques des surfaces pour usiner la pièce de la même manière qu'une pièce mono-surface.

Deux méthodes sont alors envisageables :

- soit les surfaces sont usinées séparément et des conditions des raccords sont ajoutées entre chaque usinage pour générer une trajectoire continue ;
- soit les surfaces sont usinées ensemble en utilisant des courbes (autres que les courbes iso-paramétriques) appartenant au groupe de surfaces ; [6]

La figure 2.14 montre l'enchaînement de carreaux.

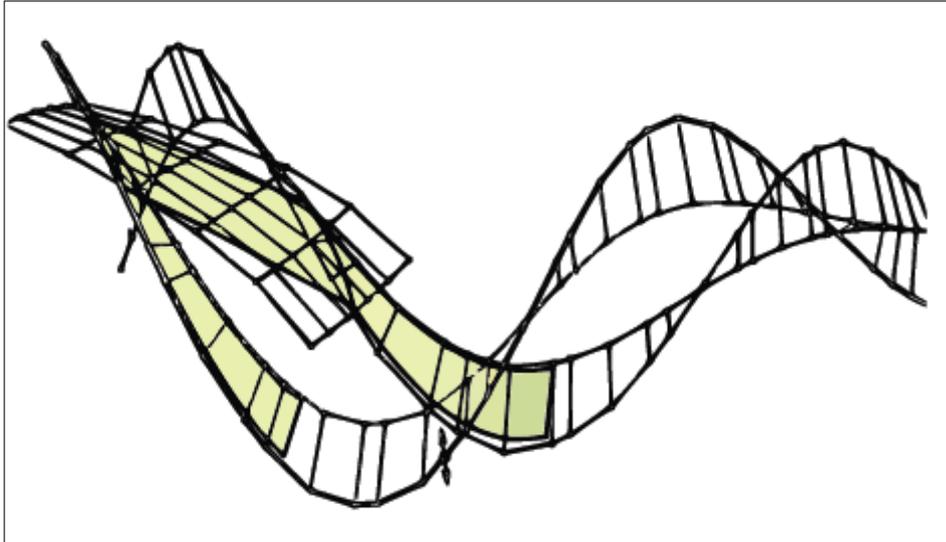


Figure 2.14 : Enchaînement de carreaux. [14]

2.5.3 GENERATION DU TRAJET DE TREFLAGE

Pour les deux directions de balayage suivant l'axe X et l'axe Y, deux modes de balayage de l'outil peuvent être choisis « One-Way » et « Zig-Zag » (Figure 2.15). Pour générer le trajet de tréflage, l'utilisateur doit spécifier la distance de sécurité, la distance d'engagement, la vitesse d'avance et la vitesse de rotation de la broche (Figure 2.16). Dans ce travail, l'outil dégage suivant l'axe Z et deux plongées consécutives sont raccordées avec un segment de droite horizontal. [15]

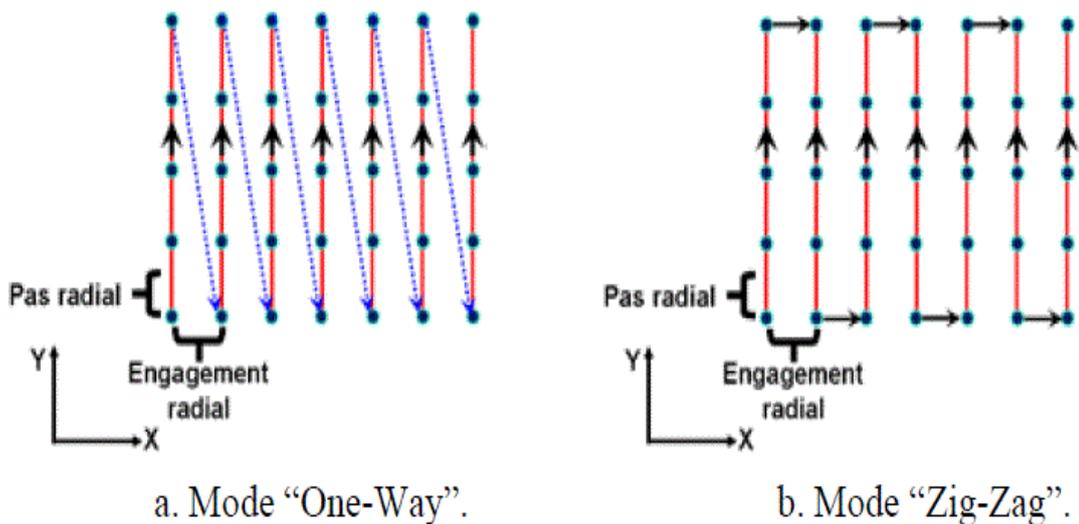


Figure 2.15 : Différents modes de balayage. [15]

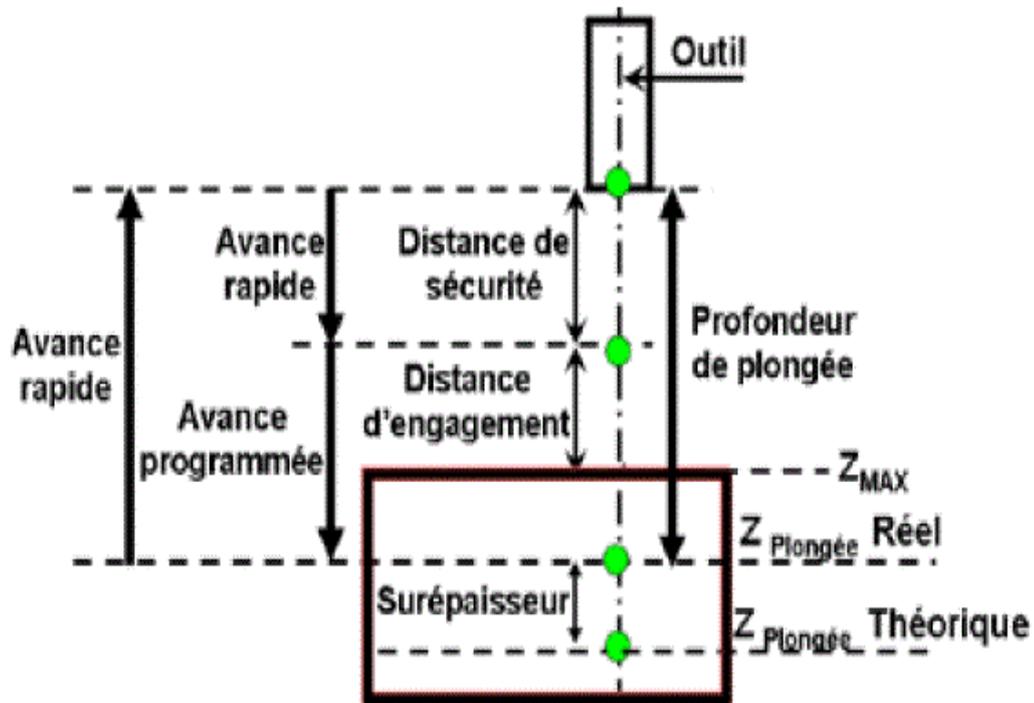


Figure 2.16 : Différents paramètres pour une position de plongée. [15]

2.6 ETUDE COMPARATIVE DES DIFFERENTES METHODES

2.6.1 DISCRETISATION DE LA METHODE DE LA SU

Nous cherchons maintenant à comparer notre approche aux méthodes usuelles. Pour cela nous sommes obligés d'adapter notre approche pour nous placer dans des configurations similaires. Les méthodes développées par Lin & Koren [16], Sarma & Dutta [17] et Suresh & Yang [18] ont en commun de planifier les trajets de l'outil dans l'espace paramétrique de la surface à usiner tout en utilisant ses deux premières formes fondamentales pour connaître les caractéristiques de la surface nominale au point considéré. Le trajet initial est échantillonné pour calculer les points du trajet suivant. Ce dernier est alors construit par interpolation des points calculés et ainsi de suite.

Afin de pouvoir comparer les performances de notre approche avec les méthodes existantes et pour ne pas laisser d'ambiguïtés sur la façon dont sont générées les intersections de surfaces, nous proposons de générer les trajets successifs point par point dans le domaine paramétrique de la surface d'usinage. Le trajet initial est donc échantillonné et en chaque point nous calculons le point de crête associé ainsi que le point correspondant du trajet adjacent consécutif. Le problème résolu précédemment est découpé en deux parties, en définissant les sphères S_1 et S_2 comme la partie active de l'outil (Figure 2.17) :

- recherche du point $P_{i,j}$ élément de la courbe de crête quand l'outil se trouve au point CL_i sur le trajet initial

- recherche du point CL_{i+1} du trajet suivant à l'aide du point de crête $P_{i,j}$

- Le point $P_{i,j}$ et le point CL_{i+1} sont donnés par :

$$P = \{SSh\} \zeta \{Plane P1\} \zeta \{Sphere S1\} \quad CL_{i+1} = \{SSh\} \zeta \{Plane P2\} \zeta \{Sphere S2\}$$

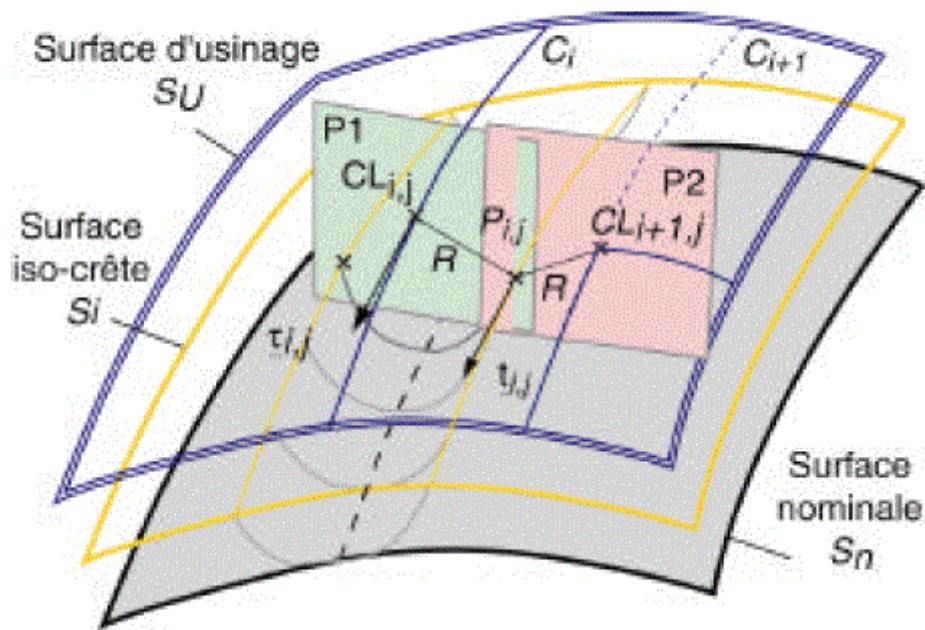


Figure 2.17 : Construction des points avec la surface d'usinage

Contrairement à [16] et [18] où l'on fait l'hypothèse que le problème est plan, c'est à dire que les points $CL_{i,j}$ et $CL_{i+1,j}$ sont dans le plan orthogonal à C_i en $CL_{i,j}$ la construction se fait dans deux plans différents. Le point $P_{i,j}$ se trouve dans le plan $P1$ ($CL_{i,j}$ $t_{i,j}$) et le point $CL_{i+1,j}$ dans le plan $P2$ ($CL_{i+1,j}$, $t_{i+1,j}$). En réalité, le problème est effectivement plan car les trois points $P_{i,j}$, $CL_{i,j}$ et $CL_{i+1,j}$ sont dans le plan $P2$ de normale $t_{i,j}$ mais celui ci n'est pas connu au début de la construction.

Dans les méthodes existantes, il est nécessaire d'associer une courbe à chaque ensemble de points CL calculés pour générer les points du trajet suivant. Ceci pour pouvoir calculer la tangente au trajet de l'outil ou à la courbe de crête nécessaire pour définir le plan d'étude. Avec la méthode de la surface d'usinage, la construction des points CL ne nécessite pas d'associer une courbe aux points calculés pour déterminer les suivants. La tangente est

donnée par le produit vectoriel des normales aux surfaces dont on étudie l'intersection. Dans le cadre de notre étude, la méthode d'association de courbe retenue est l'interpolation par courbes B-splines cubiques. On utilise un paramétrage proportionnel à la longueur de corde [19].

La comparaison est appliquée à une surface de test (Figure 2.18) qui présente à la fois des portions de surfaces continues C2 et des discontinuités en courbure. Cela nous permet d'étudier la robustesse des algorithmes présentés. Après analyse, il apparaît que la principale différence entre les méthodes se situe au niveau des discontinuités en courbure. De plus, nous avons constaté que la planification de trajets iso-crête n'aboutit pas car la forme de la surface provoque des boucles sur le trajet. Ces aspects sont développés dans les paragraphes suivants.

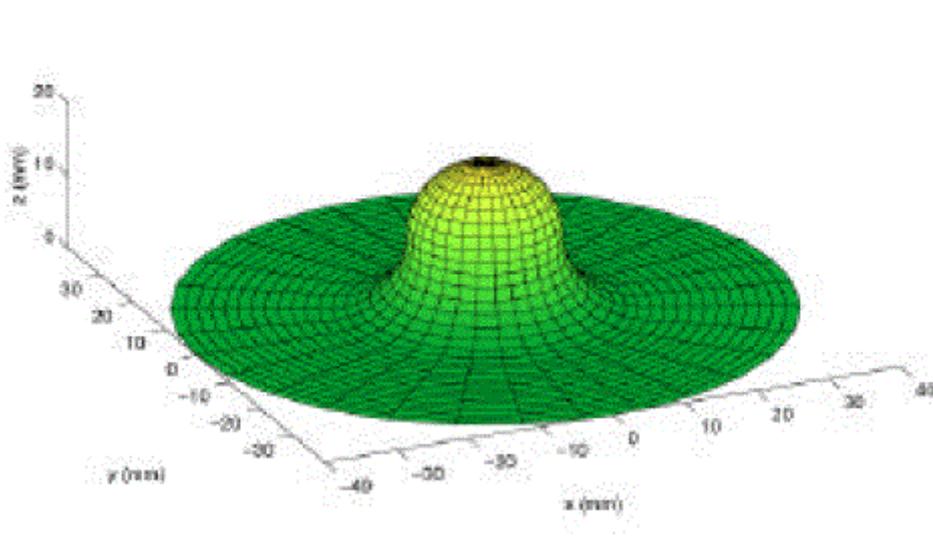


Figure 2.18 : Surface de test proposée

2.6.2 TRAITEMENT DES DISCONTINUITES EN COURBURE

Nous étudions dans cette partie le passage des discontinuités en courbure. En effet, les méthodes existantes font l'hypothèse que la courbure de la surface est constante autour du point considéré. Ceci n'est pas un problème lors de l'usinage d'une surface constituée d'un seul carreau mais la plupart des pièces industrielles sont modélisées avec une multitude de carreaux raccordés si possible en courbure mais souvent en tangence. C'est par exemple le cas lorsque l'on introduit des congés de raccordement.

Nous allons donc étudier le comportement de l'algorithme proposé ainsi que ceux développés dans [17] et [18]. Pour cela, nous considérons l'usinage d'une sphère posée sur un plan avec un raccordement en tangence (Figure 2.18). La surface est donc constituée d'une demi-sphère (rayon 10 mm), d'une portion de tore (rayons 10 et 20 mm) et d'un plan. Elle présente deux discontinuités en courbure le long du profil. La première au raccordement entre le plan et le tore, la seconde entre le tore et la sphère. La hauteur de crête visée est de 10 μm . La stratégie d'usinage adoptée est un usinage selon les isoparamétriques circulaires partant de l'extérieur de la surface vers le sommet de la sphère. Les discontinuités se trouvent alors bien entre deux trajets adjacents. Nous observons les sillons laissés par l'outil au niveau des deux discontinuités de courbures avec les trois méthodes de calcul de trajets. On rappelle également que pour une hauteur de crête et un rayon outil donnés, les trajets sont plus (resp. moins) espacés quand la courbure est concave (resp. convexe). Préalablement aux tests, on peut calculer la hauteur de crête maximum qu'il est possible de générer avec une approximation de la courbure. Pour cela, il suffit de simuler le pire des cas, c'est à dire le calcul d'une hauteur de crête dans un cas convexe alors que la surface est concave et vice versa (Figure 2.19). Ainsi la hauteur de la crête en erreur vaut approximativement 30 μm lors du passage du tore à la sphère.

Pour comparer les méthodes, les sillons laissés par l'outil sont construits avec la méthode du Z-buffer. On construit dans la zone qui nous intéresse un réseau de droites parallèles orientés à 45 degrés par rapport à l'axe z, ce qui permet d'avoir une répartition homogènes des points d'intersection entre le réseau de droites et la surface. Comme le pas de la grille du réseau est de 25 μm , une crête est représentée par un minimum de 20 points. Ensuite, on effectue les intersections entre ce réseau de droites et les surfaces enveloppes du mouvement de l'outil, des portions de cylindres dont les axes sont les segments de droites interpolant le trajet calculé.

Les résultats montrent que les méthodes de [17] (Figure 2.21) et [18] (Figure 2.22) génèrent des crêtes anormales au passage des discontinuités, ce qui n'est pas le cas pour la méthode de la surface d'usinage (Figure 2.20). Lors du passage du tore à la sphère, la crête est plus haute que les autres au passage de la discontinuité. La distance entre passes est calculée comme si la courbure était concave (tore) alors qu'elle est convexe (sphère). A distance entre passes constante, la hauteur de la crête est donc plus grande sur la sphère que sur le tore. Les crêtes sont plus basses que la valeur maximum car il faudrait que le

trajet précédant la discontinuité soit infiniment proche de celle-ci pour retrouver la valeur maximum, ce qui dépend de la position du trajet initial.

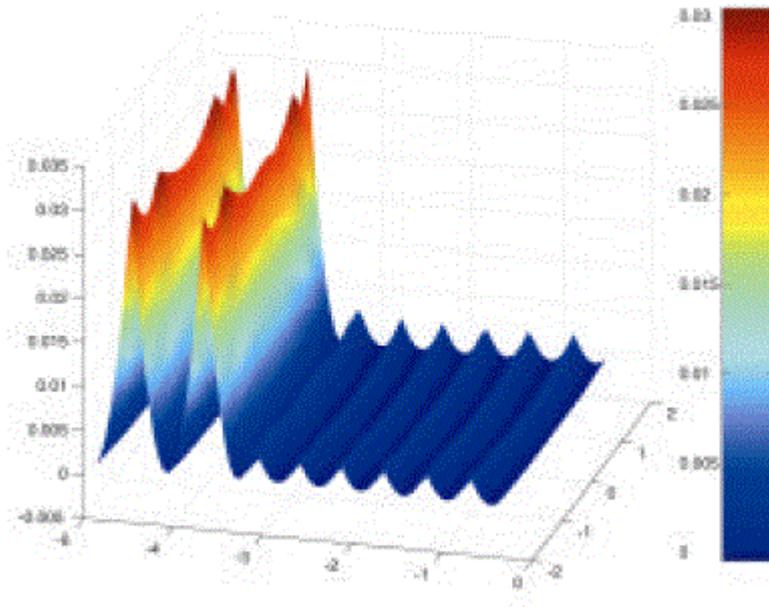


Figure 2.19 : Erreur maximum possible

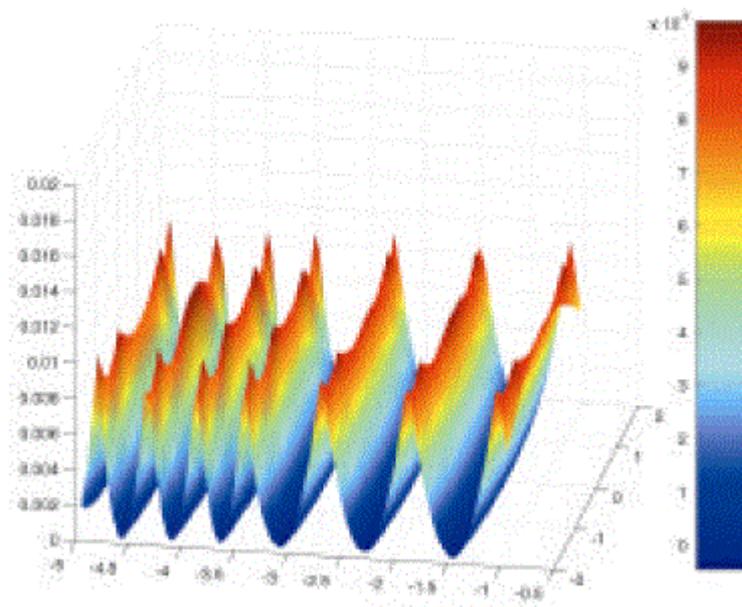


Figure 2.20 : méthode de la surface d'usinage

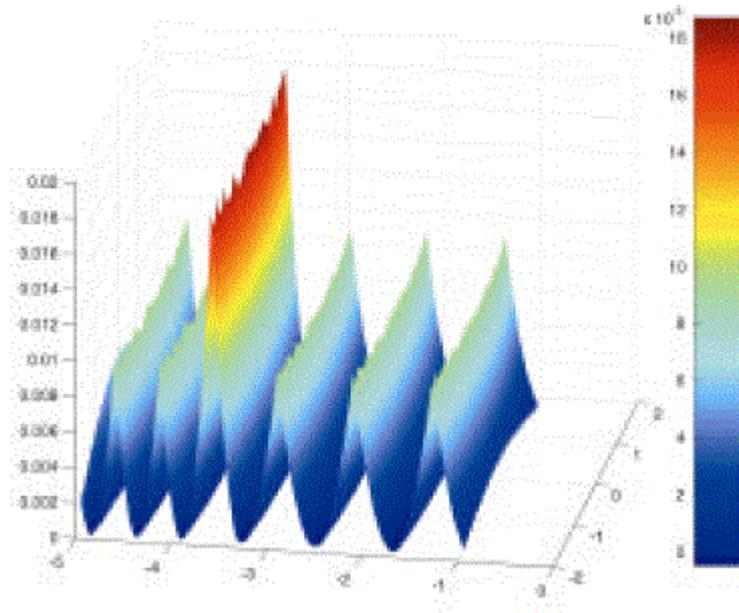


Figure 2.21 : méthode de Sarma & Dutta [17]

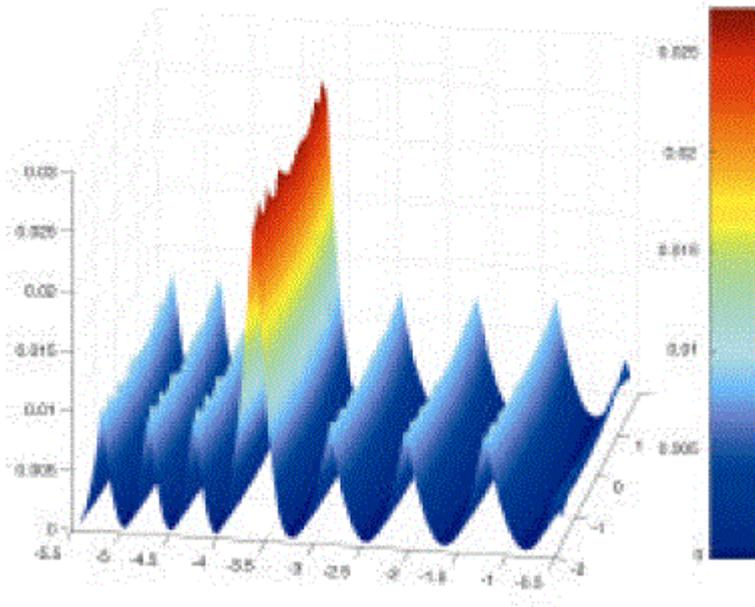


Figure 2.22 : méthode de Suresh & Yang [18]

Les résultats expérimentaux confirment nos hypothèses sur l'influence des approximations de la courbure dans les méthodes de [17] et [18]. Approcher une surface par sa sphère osculatrice lors du calcul des positions iso-crêtes de l'outil ne permet pas le franchissement des discontinuités en courbure. Ainsi il apparaîtra des marques sur les moules et matrices contenant de nombreux congés de raccordement. La méthode de la surface d'usinage quant

à elle réussi parfaitement le franchissement des discontinuités en laissant une crête conforme aux spécifications. [20]

2.7 DETECTION DES INTERFERENCES LORS DE LA GENERATION DES TRAJETS OUTIL

La détection des interférences permet de déterminer les points de contact entre l'outil et la surface les uns après les autres de sorte qu'il n'y a pas de collision entre l'outil et la surface.

Il existe quatre méthodes de génération de positions outil.

- génération des trajets par la méthode cartésienne ;
- génération des trajets par la méthode polyédrique ;
- génération des trajets par la méthode offset ;
- génération des trajets par la méthode APT ;

2.7.1 GENERATION DES TRAJETS PAR LA METHODE CARTESIENNE

A partir d'une surface définie par une représentation paramétrique $z = f(x, y)$, on détermine les points qui constituent le guidage de l'outil dans le plan xy , on trouve les points de contact correspondant sur la surface et on détermine les positions outil par l'offset des points de contact la figure 2.23 montre la création des positions outil avec la méthode cartésienne

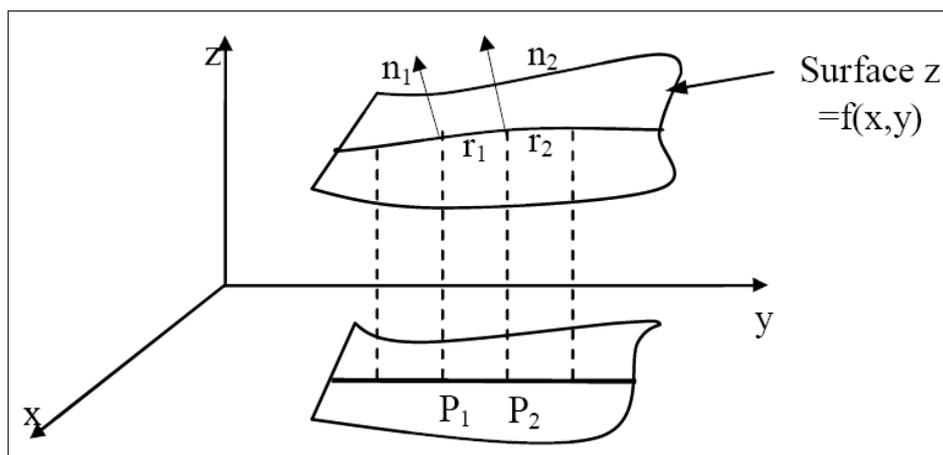


Figure 2.23 : Création des positions outil avec la méthode cartésienne. [21]

Deux approches différentes pour générer des trajets sans collision:

- Créer des points de contact qui ne produisent pas d'interférence et les convertir en positions outils

- Les points de contacts sont créés sans précautions et les interférences sont supprimées au moment de la création des positions outils.

Pour la détection des interférences sur les points de contact, en déterminer les points de contact outil-surface les uns après les autres sans collision entre l'outil et la pièce. Dans le cas où il existe des collisions qui sont le rayon de courbure est plus petit que le rayon de l'outil cas (1), et le problème de raccordement en tangence entre les courbes de contact cas (2), les collisions dans le cas (1) peuvent être évitées en diminuant le rayon de l'outil ou en supprimant certains points de poseage sur les courbes de contact, dans le cas (2), les points a et b sont supprimés, la figure 2.24 illustre les collisions outil-surface.

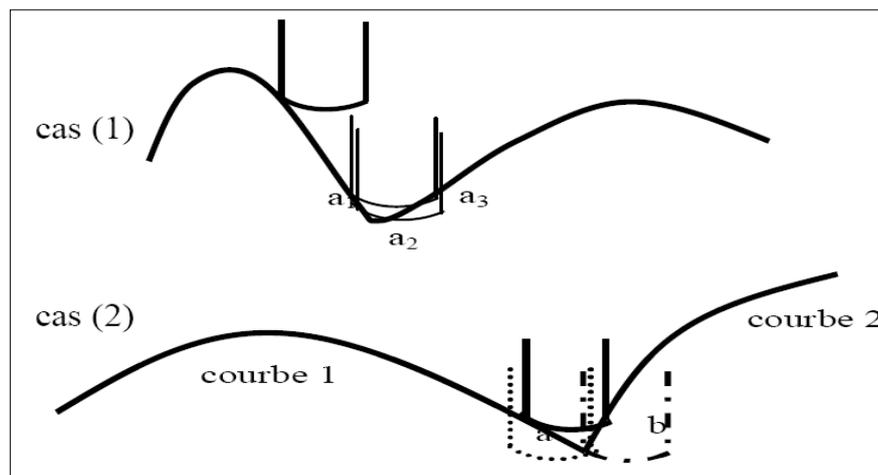


Figure 2.24 : Collisions outil-surface. [21]

Pour la détection des interférences sur les positions outil, une approche qui consiste à générer des positions outil exemptes d'interférence à partir de points de contact préalablement calculés en fonction de la tolérance d'usinage et de la hauteur de crête sans soucier des problèmes de collisions, dans ce cas on définit les relations entre deux points de contact consécutifs pour définir les conditions nécessaires d'apparition d'interférences :

- un point de contact r_i est dit concave à r_j si : $(r_j - r_i) \cdot n_i > 0$
- un point de contact r_i est dit convexe à r_j si : $(r_j - r_i) \cdot n_i < 0$
- un point de contact r_i est dit parallèle à r_j si : $(r_j - r_i) \cdot n_i = 0$

La figure 2.25 présente les relations entre deux points de contact.

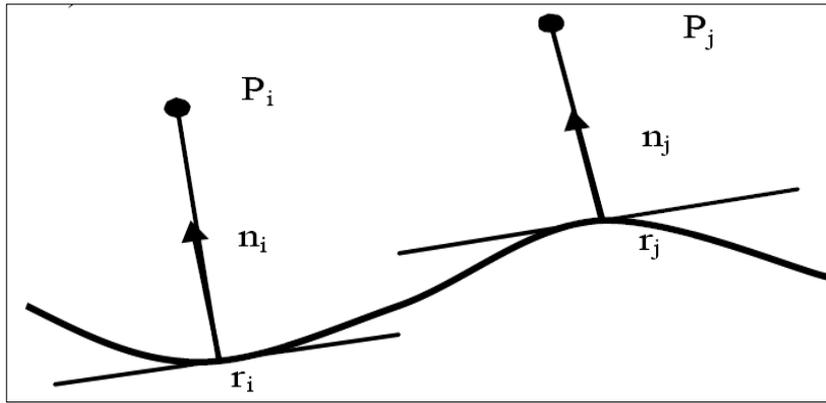


Figure 2.25 : Relations entre deux points de contact. [21]

Donc que deux points de contacts successifs r_i et r_j sont dits :

- En relation concave s'ils sont concaves l'un à l'autre ;
- En relation convexe s'ils sont convexes l'un à l'autre ;
- En relation parallèle s'ils sont parallèles l'un à l'autre ;
- En relation d'inflexion si l'un est concave à l'autre et l'autre convexe au premier ;

La condition d'interférence dans les surfaces concaves entre deux points de contact consécutifs en relation concave est :

- si P_1 et P_2 sont en relation convexe, les deux points r_i et r_j sont des points d'interférence, si P_1 et P_2 sont en relation d'inflexion alors seulement le point dont l'offset est concave à l'autre est un point d'interférence ;
- si P_1 et P_2 sont en relation concave alors il n'y a pas d'interférence ;

La figure 2.26 illustre les interférences concaves.

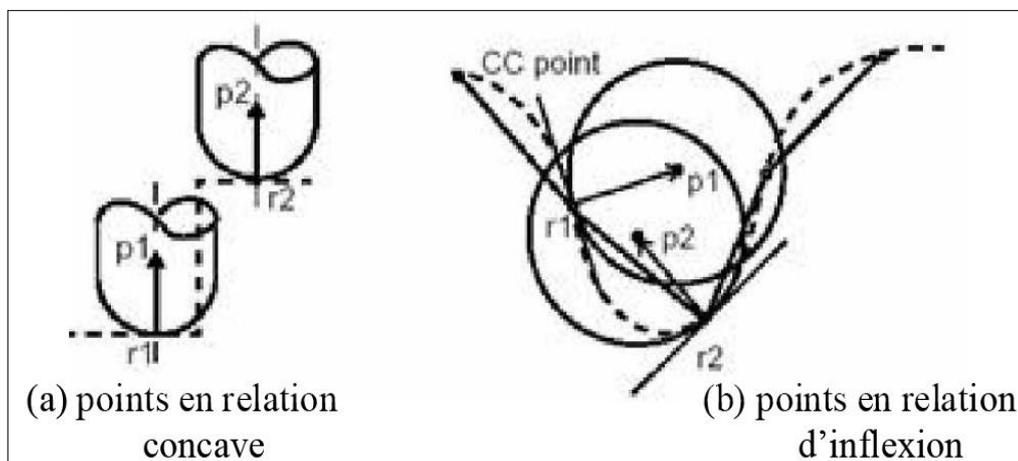


Figure 2.26: Interférences concaves. [21]

Dans le cas d'une condition d'interférence convexe entre points en relation convexe et une condition d'interférence convexe entre points en relation d'inflexion. Lors du déplacement de l'outil de P1 à P2, la valeur de l'interférence g doit être inférieure à une valeur de référence, la Figure 2.27 montre l'interférence convexe.

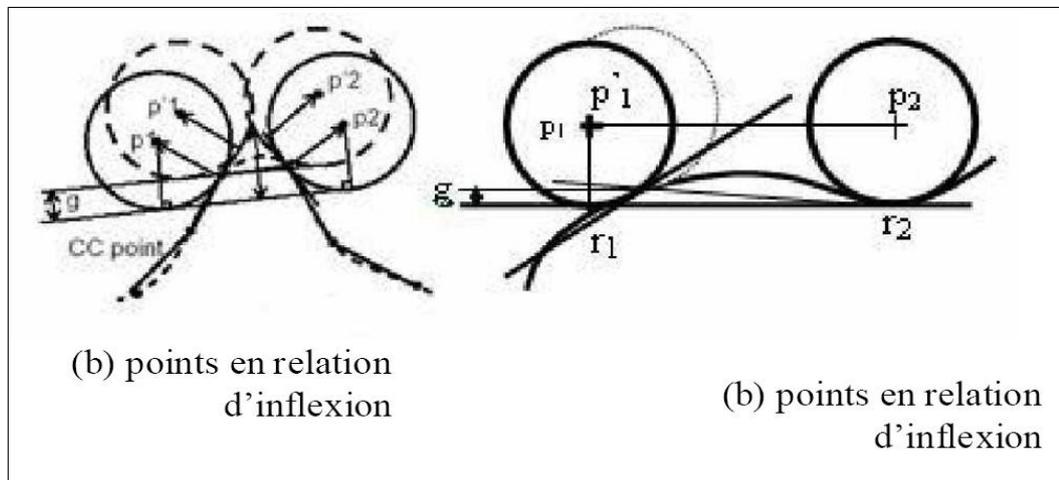


Figure 2.27 : Interférence convexe. [21]

Problèmes de la méthode :

- 1- apparition de boucles dans les trajets qui provoquent des collisions;
- 2- problème du raccordement des surfaces offset ;

Pour résoudre ces problèmes, dans le premier cas, il suffit de supprimer les boucles, la méthode proposée est de trouver le point d'intersection de la boucle et de ne garder que le trajet enveloppe supérieur. Cependant cette méthode laisse des zones non usinées. Une autre méthode consiste à diminuer la valeur de l'offset (diminuer le rayon de l'outil)

Pour le deuxième problème, si le plan de guidage est perpendiculaire à l'arête E, le trajet outil n'est pas continu, il faut donc combler la discontinuité.

Plusieurs solutions ont été apportées à ce problème, mais aucune n'est réellement satisfaisante

Les solutions existantes pour joindre les trajets sur deux surfaces offset sont :

- trajet linéaire ;
- trajet circulaire de rayon égal au rayon d'outil pour les outils hémisphériques;
- trajet retrait vertical ;

Les solutions existantes pour joindre les trajets sur deux surfaces offset sont :

- trajet linéaire;

- trajet circulaire de rayon égal au rayon d'outil pour les outils hémisphériques;
- trajet retrait vertical ;

La figure 2.28 présente les solutions existantes pour joindre les trajets sur deux surfaces offset

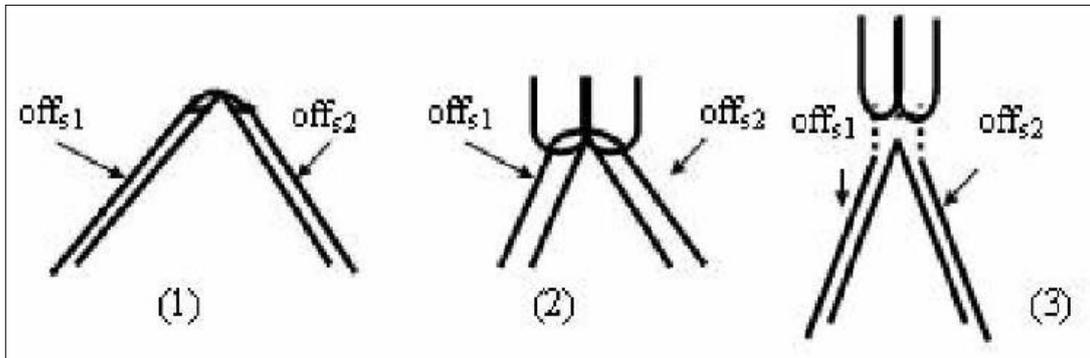


Figure 2.28 : solutions existantes pour joindre les trajets sur deux surfaces offset. [21]

La surface active de l'outil étant convexe, si la surface est également convexe, la vérification d'interférence n'est pas nécessaire, il y'a compatibilité. Si la surface est concave, l'indicatrice de Dupin de l'outil doit être entièrement située à l'intérieur de celle de la surface.

La figure 2.29 présente la surface parallèle coupée (à sens unique-vers le haut).

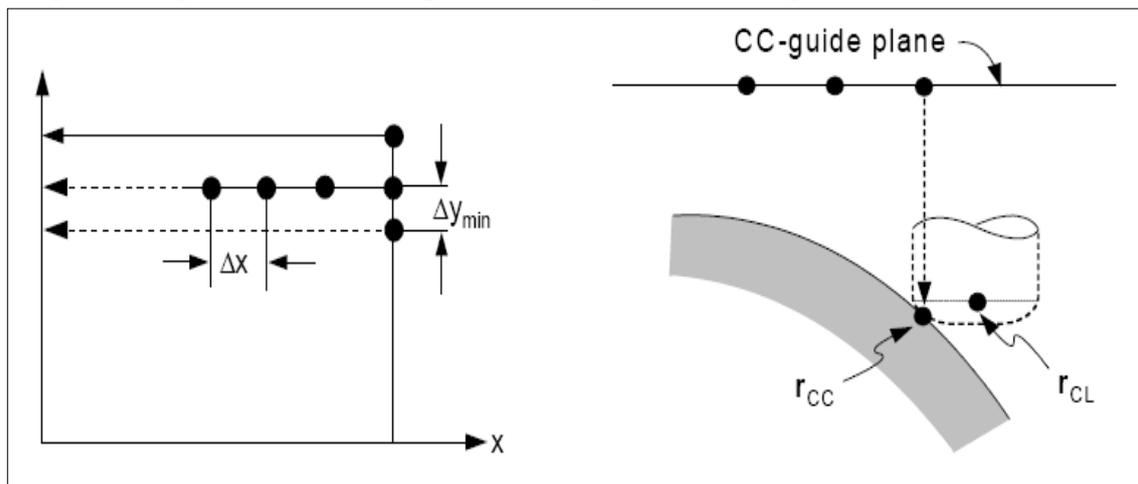


Figure2.29 : surface parallèle coupée (à sens unique-vers le haut). [22]

Cartographie $\{(x, y) \Rightarrow r_{CC}(u, v) \Rightarrow r_{CL}\}$:

Cartographie de la forme (x, y) à la valeur de domaine de paramètre (u, v) par utilisation du 2D algorithme d'inversion Jacobian

Cartographie de la forme $r_{CL}(u, v)$ au Cl-point r_{CL} .

2.7.2 GENERATION DE TRAJECTOIRE PAR LA METHODE POLYEDRIQUE

En raison des excellentes propriétés des surfaces de forme libre paramétriquement définies telles que la B-splines et les surfaces de NURBS, ils sont utilisés généralement dans des systèmes de CAO/FAO. Similaire à la méthode de génération de trajectoire d'outil iso-plane, la méthode paramétrique est également l'une des méthodes les plus largement utilisées dans l'industrie. Dans cette méthode, les chemins d'outil de cc sont d'abord prévus sur le domaine 2D paramétrique de la surface. Correspondants Des chemins d'outil de cc dans l'espace cartésien à 3D sont alors obtenus par une 2D à la cartographie à 3D. La méthode paramétrique la plus simple de génération de trajectoire d'outil est la méthode iso-paramétrique. Cependant, en raison des inconvénients inhérents de cette méthode (discutée plus tard), deux autres approches ont été privilégiées de lui par Elber et Cohen (1993), (1994) et de Lee (1998), respectivement

Dans la méthode iso-paramétriques, coupe de contact (CC) points sont générés par l'augmentation uniforme de la valeur paramétrique de la surface de la pièce, et l'emplacement de coupe (CL) Le point est calculée en utilisant le rayon de la fraise et de vecteur normal de surface à chaque CC-point. En 1987, Loney et Ozsoy ont proposé la méthode iso paramétrique, qui a été encore améliorée par une méthode adaptative par Elber et Cohen, Figure 2.30 illustre la trajectoire de l'outil iso paramétrique.

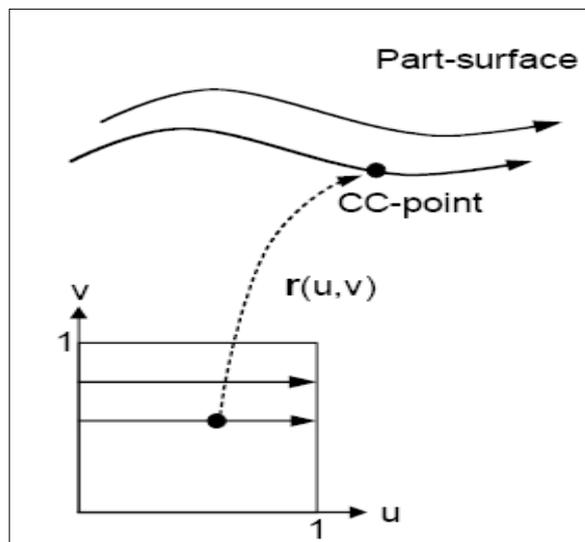


Figure 2.30 : Trajectoire de l'outil iso paramétrique. [22]

La figure 2.31 illustre une zone parallèle de coupe BC [sens unique-vers le haut]

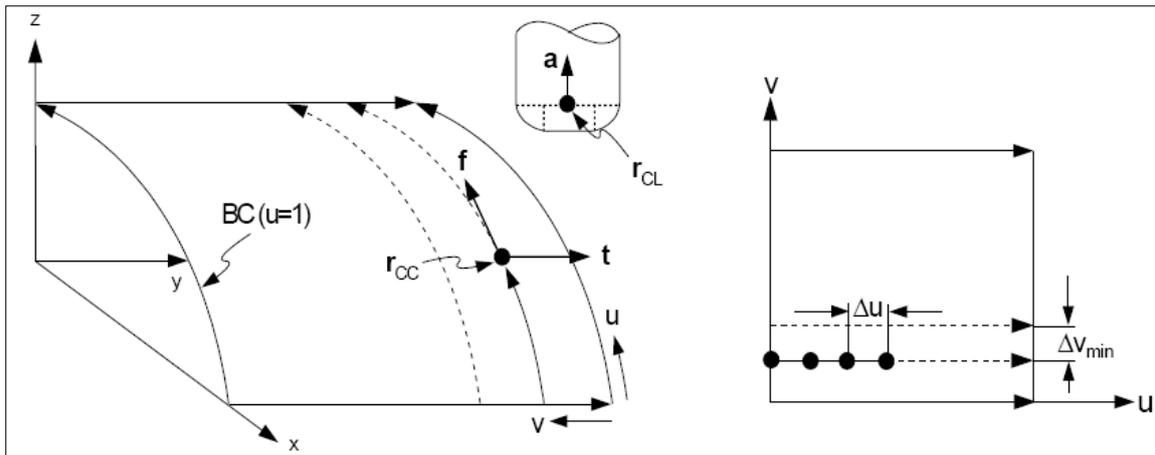


Figure 2.31 : Zone parallèle de coupe BC [sens unique-vers le haut]. [22]

Trouver les valeurs des paramètres pour le prochain CC-point

Cartographie : $\{r_{CC}(u, v) \Rightarrow r_{CL}\}$

r_{CL} : centre de la coupe

a, f: Vecteur d'axe de l'outil et le vecteur de direction d'avance (vecteurs unitaires)

2.7.3 GENERATION DES TRAJECTOIRES PAR LA METHODE APT

APT ou automatiquement programmés Tool est un haut niveau langage de programmation informatique utilisé pour générer des instructions pour contrôlée numériquement machine outils. Douglas T. Ross est considéré par beaucoup comme le père de l'APT. APT est un langage et un système qui rend possible la fabrication à commande numérique. Cette précoce des langues a été largement utilisé dans les années 1970 et toujours une norme internationale.

2.7.3.1 APERÇU

APT est utilisé pour programmer CNC machines-outils pour créer des pièces complexes en utilisant un outil coupant se déplaçant dans l'espace. Il est utilisé pour calculer un trajet point-à-point qui doit suivre un outil pour générer une forme désirée. APT est un FAO système basé sur un objet-langage spécial. Il a été créé et affiné au cours de la fin des années 1950 et début des années 1960 afin de simplifier la tâche de calculer les points que la géométrie d'un outil doit parcourir dans l'espace pour couper les pièces de plus en plus complexes requises dans l'industrie aéronautique. Il était une conséquence directe de la nouvelle technologie CNC deviennent disponibles à cette époque, et la tâche ardue que d'un machiniste ou un ingénieur face calculer les mouvements de la CNC pour les pièces

complexes pour lesquels il était capable. APT a été créé avant que les interfaces graphiques sont disponibles, et il s'appuie sur le texte de préciser la géométrie et les parcours nécessaires pour usiner une pièce, La figure 2.31 présente la génération de trajectoire type APT.

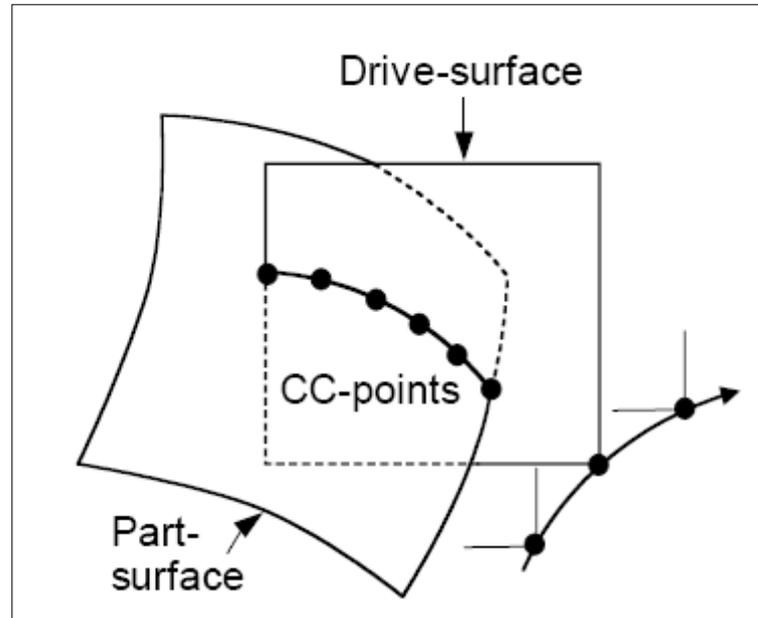


Figure 2.32 : génération de trajectoire type APT. [22]

APT part de nombreuses similitudes de langages de programmation comme Fortran. Un langage informatique à usage général prend le texte source et convertit les états d'instructions qui peuvent fonctionner les mécanismes internes d'un ordinateur. APT convertit les requêtes source dans les programmes pour machines-outils numériquement ou contrôlés par l'ordinateur. Typiquement, il s'agit d'un fichier texte qui contient des commandes CNC-vendeur dépend de générer des requêtes et des états de la machine outil. Le plus souvent, il s'agit d'une forme quelconque de G-code .

2.7.3.2 EXEMPLE DE PROGRAMME

La figure 2.33 montre chemins d'outil pour le programme.

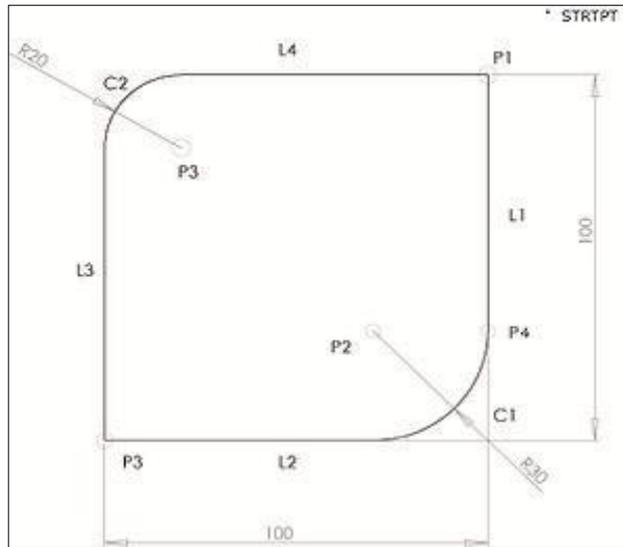


Figure 2.33 : Chemins d'outil pour le programme. [23]

Réf / APT-1

CLPRNT

UNITES / MM

NOPOST

COUPE / 10,0

\$ \$ DEFINITION GEOMETRIE

POINT SETPT = / 0,0, 0,0, 0,0

STRTPT = POINT / 70,70,0

POINT P1 = / 50, 50, 0

P2 = POINT / 20, -20, 0

C1 = CERCLE / CENTER, P2, RADIUS, 30

P3 = POINT / -50, -50, 0

POINT P4 = / -30, 30, 0

C2 = CIRCLE / CENTER, P4, RADIUS, 20

POINT P5 = / 50, -20, 0

L1 = LINE / P1, P5

L2 = LINE / P3, PERPTO, L1

```

L3 = LINE / P3, PARLEL, L1
LINE L4 = / P1, PERPTO, L1
Plan1 PLAN = / P1, P2, P3
PLAN2 = PARLEL, plan1, ZSMALL, 16
$ Commandes de mouvement
SPINDL / 3000, CW
FEDRAT / 100, 0
DE / STRTPT
Aller / L1, TO, PLAN2, TO, L4
TLLFT, GOFWD / L1, TANTO, C1
GOFWD / C1, TANTO, L2
GOFWD / L2, PAST, L3
GORGT / L3, TANTO, C2
GOFWD / C2, TANTO, L4
GOFWD / L4, PAST, L1
NOPS
GOTO / STRTPT
FINI

```

2.7.4 GENERATION DES TRAJECTOIRES PAR LA METHODE OFFSET

L'algorithme de génération de trajectoire de l'outil basée sur la surface offset a émergé dans les années 1960 (Kim et Kim 1995, Tang et al. 1995). Différente de l'algorithme cartésien dans lequel les données CC est d'abord calculé, dans cet algorithme la surface offset est produit tout d'abord à la place. Les données CL est obtenu directement à partir de cette surface compensée par celle-ci se croisent avec des plans parallèles. Cela garantit que tous les chemins de coupe pourraient être parallèles à une autre, même pour le composé et les surfaces composites. Le problème principal avec cette méthode, c'est qu'il y a un manque d'une méthode générale robuste pour obtenir une surface offset implicitement ou explicitement définie. Par exemple, la surface d'offset d'une surface bicubique, qui est

généralement utilisé pour décrire les surfaces de forme libre, ne pas prendre la forme de la surface bicubique. La surface offset peut contenir des intersections de soi et / ou des lacunes. Ces anomalies doivent être détectées et éliminées. Toutefois, il est difficile de les enlever quand ils apparaissent sur les surfaces offset. En outre, cette méthode suppose généralement les moulin de ballend sont utilisés. Ce n'est pas une tâche triviale d'étendre cette méthode à des tailleurs non sphériques, il n'est donc pas applicable à l'usinage 5-axes dans lesquels fraise en bout plat est couramment utilisé.

La figure 2.34 présente la génération de trajectoire par la méthode offset.

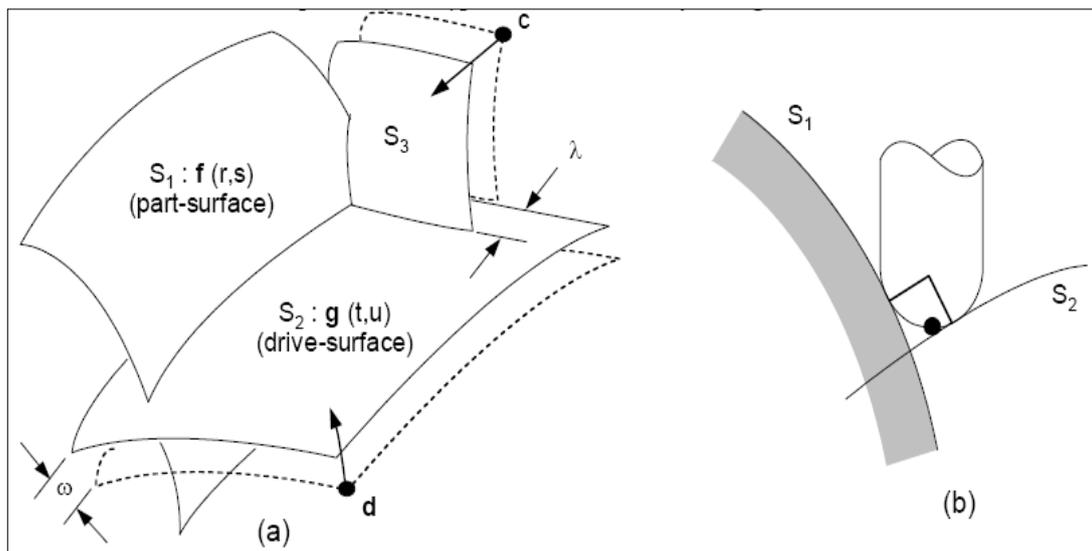


Figure 2.34 : Génération de trajectoire par la méthode offset. [22]

Surface de partie [S1 : $f(r, s)$]: la surface doit être produite par l'usinage

Surface conduire [S2: $g(t, u)$]: Définir des chemins du coupeur (et intervalle de chemin)

Surface de contrôle [S3 : $h(v, w)$] : Pour définir la longueur du pas

d = vecteur de surface S2

ω =intervalle de trajectoire

c = vecteur de surface S3

λ = longueur du pas [6]

2.8 CALCUL DES TRAJECTOIRES D'USINAGE

Le calcul d'un trajet d'usinage nécessite les informations suivantes :

- une forme à usiner, définie géométriquement sous forme d'un modèle surfacique ou solide ;

- une géométrie d'outil paramétrée selon les besoins de l'utilisateur ;
- une stratégie d'usinage qui caractérise la direction d'usinage et les tolérances d'usinage associées à l'usinage, la direction d'usinage étant souvent donnée par un plan de guidage de l'outil ;

La stratégie d'usinage, en particulier la direction d'usinage, est appliquée soit au mouvement du point de contact de l'outil sur la surface (posage par le point de contact), soit au mouvement d'un point fixe de l'outil (posage par le point centre de l'outil). La première méthode est optimale pour l'UGV, car on gère la trace laissée par le mouvement de l'outil sur la surface, on peut aussi mieux gérer la vitesse d'avance au point de contact. Par contre, le calcul est plus difficile à mettre en œuvre. La seconde méthode est plus rapide et robuste, la figure 2.35 illustre la construction d'une trajectoire d'usinage dans le cas de l'usinage de formes gauches.

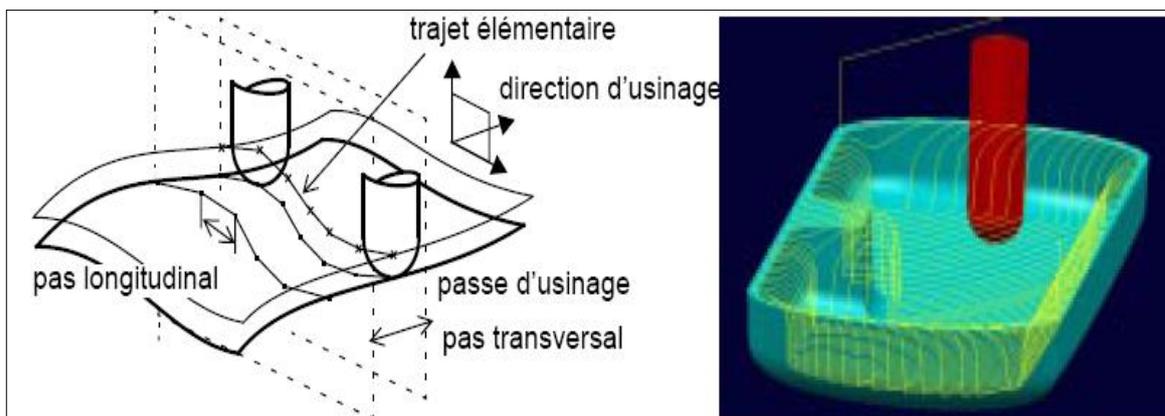


Figure 2.35 : Construction d'une trajectoire d'usinage dans le cas de l'usinage de formes gauches. [24]

Au niveau géométrique, calculer un trajet est une opération qui vise à exprimer le mouvement d'un point fixe de l'outil, le centre ou l'extrémité, de façon à ce que la surface enveloppe du mouvement de l'outil soit confondue avec la surface à usiner aux tolérances d'usinage près. Autrement dit, calculer un trajet d'usinage revient à chercher tous les lieux de passage de l'outil, nécessaires et suffisants, qui permettent d'usiner la forme en respectant les paramètres de précision demandés. Ces lieux de passage appartiennent à une courbe théorique lieu des centres de l'outil. Par conséquent, ce calcul est une opération d'identification d'une courbe théorique sous un format compréhensible par le directeur de commande numérique. Comme dans toute opération d'identification, les fonctions importantes sont l'acquisition d'informations géométriques sur l'identifié et la mesure de

la distance relative entre la courbe identifiant et l'identifié. L'identification est conduite de manière explicite par la recherche de l'équation de la courbe identifiant, ou de manière implicite par le calcul de points sur la courbe de proche en proche.

Ainsi, pour résoudre le problème du calcul de la trajectoire d'usinage, il faut donc :

- calculer la position du centre de l'outil en contact sur une zone particulière de la forme ;
- contrôler et gérer les interférences possibles entre l'outil et la surface à usiner ;
- calculer une passe d'usinage ;
- calculer le trajet par une accumulation de passes ;

La littérature présente un ensemble de solutions pour chaque activité.

2.8.1 CALCUL DE LA POSITION DU CENTRE DE L'OUTIL

Le calcul de la position du centre de l'outil est adapté au type d'usinage choisi (à 2,5, à 3 ou à 5 axes) et au type de pilotage choisi. Le type d'usinage définit les calculs nécessaires, soit la position d'un point fixe de l'outil, soit la position et l'orientation de l'axe de l'outil. Ce calcul peut être conduit dans le plan, ou dans l'espace. Le passage de la position du point de contact à la position du point centre de l'outil n'est pas simple. Suivant la forme locale de la surface au voisinage du point de contact, le calcul peut produire un point aberrant qui provoque une perforation locale de la pièce. La précision du calcul de la position de l'outil est critique pour la précision du calcul de la trajectoire et de l'usinage. Suivant la méthode utilisée et en particulier le modèle géométrique, la précision spécifiée comme paramètre d'usinage n'est pas assurée par le logiciel de CFAO.

2.8.2 GESTION DES INTERFERENCES ET RECHERCHE DES DISCONTINUITES

La recherche de discontinuités sur la trajectoire est une activité nécessaire à l'obtention d'une trajectoire précise. La surface et la trajectoire proprement dites sont susceptibles de produire des discontinuités sur la trajectoire. Sur la surface, elles sont dues soit à des choix de construction, soit à des limites de calcul des algorithmes de CAO. On peut définir des discontinuités en tangence (angle vif par exemple) et en courbure (raccordement entre un plan et un cylindre). La trajectoire d'usinage peut présenter également des discontinuités, en position sur le trajet, lors de l'usinage de contre-dépouilles en 3 axes, en tangence, lors de l'usinage d'une zone à rayon de courbure local trop faible, la figure 2.36 suivante montre des exemples de discontinuités.

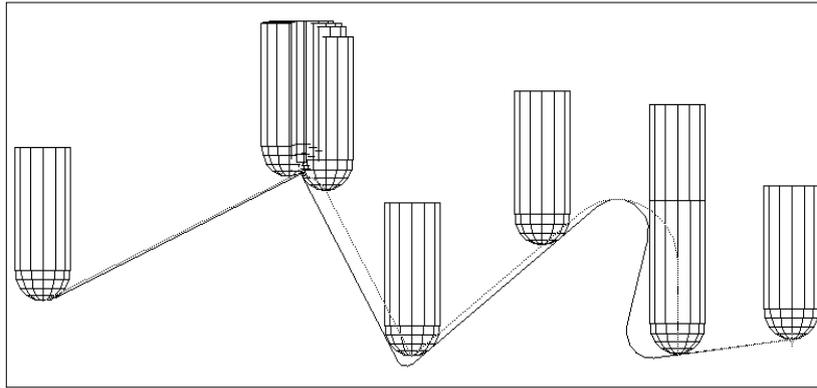


Figure 2.36 : Exemples de discontinuités. [24]

La gestion et la détection des discontinuités prennent une importance accrue avec l'UGV. Outre la recherche de trajectoires précises, le besoin d'évolution continue de la trajectoire impose la détection de toutes les discontinuités en tangence. A chaque point isolé, il faut construire une portion de raccordement entre les deux cotés de la discontinuité.

2.8.3 CONSTRUCTION D'UNE PASSE D'USINAGE

La passe d'usinage est une succession de trajets élémentaires liant deux positions de l'outil. Leur ordonnancement en nombre et en position le long de la passe permet à celle-ci de respecter des critères de précision le long de la trajectoire, comme la tolérance de flèche directement associée à l'interpolation linéaire, et de fidélité à la stratégie d'usinage. Cette activité utilise donc le panel disponible de choix de stratégies d'usinage et de mouvements hors matière. L'activité de construction de la passe et la répartition des positions de l'outil sont directement tributaires du modèle géométrique choisi, et l'introduction de l'interpolation polynomiale a totalement modifié les méthodes utilisées durant cette activité. En terme de précision et de qualité, cette activité est directement responsable des traces d'usinage laissées par l'outil, que ce soit les facettes dues à un mauvais ordonnancement des positions de l'outil, ou des marques dues à une mauvaise gestion de la dynamique de la trajectoire. Ainsi l'optimisation de l'interpolation polynomiale, la proposition de nouvelles trajectoires, et le calcul instantané de la déformation de l'outil le long de la trajectoire sont les axes d'amélioration actuellement étudiés.

2.8.4 CONSTRUCTION DU TRAJET D'USINAGE

Le trajet est calculé sous la forme d'une accumulation de passes, respectant le pas transversal, positionnées les unes par rapport aux autres de façon à respecter des critères de

précision transversalement à la trajectoire, comme la hauteur de la crête laissée par le mouvement d'un outil hémisphérique ou torique.

Cette activité de planification influe directement sur le temps d'usinage et sur la qualité de la forme usinée. Ces deux paramètres étant par essence améliorés par l'emploi de l'UGV, leur optimisation impose un calcul de qualité du déplacement transversal entre les passes. En particulier, on cherche actuellement à obtenir une hauteur de crête constante et la plus proche possible de la valeur spécifiée comme paramètre d'usinage. Cela suppose que les courbes trajectoires ne soient plus contenues dans des plans, mais deviennent spatiales. Cette technique assure alors un strict respect des paramètres d'usinage en minimisant le temps d'usinage. [6]

2.9 CORRECTION DE TRAJECTOIRES D'OUTIL

2.9.1 INTRODUCTION

En dépit des performances croissantes de machines outils à commande numérique ainsi que le développement fulgurant des logiciels de FAO/CFAO, certaines dispersions d'usinage persistent encore et provoquent ainsi, un certain nombre d'erreurs susceptibles de ne pas respecter les intervalles de tolérance prescrits et ceci, en dépit des trajectoires d'outils théoriquement programmées, la figure 2.37 présente la perturbation de la trajectoire.

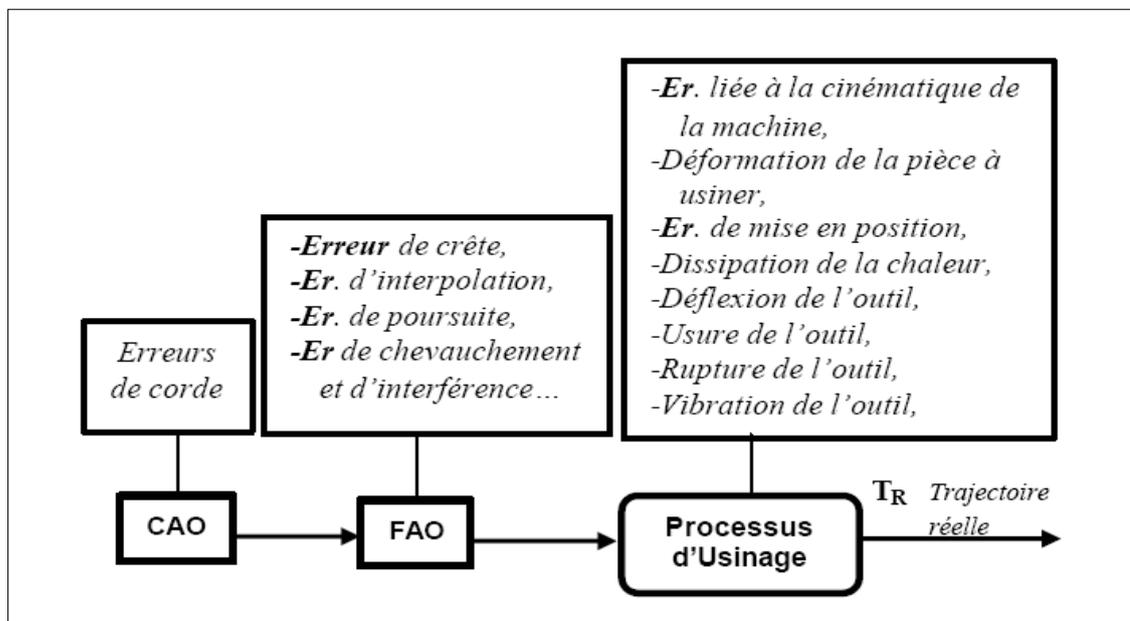


Figure 2.37 : Perturbation de la trajectoire. [25]

Parmi toutes les erreurs citées ci-dessus, la déflexion d'outil occupe une place prépondérante, car ses effets sur les trajectoires théoriques d'outils peuvent être

considérables et se répercutent aussi bien sur la précision dimensionnelle que sur l'état de surface. La réduction de certaines erreurs inhérentes à la déflexion par un choix optimal des conditions de coupe en amont ou en aval représente une des solutions pratiquées. Néanmoins, pour éviter la réduction des temps de coupe, tout en corrigeant les déformées relatives à l'outil et respecter ainsi les tolérances prescrites.

2.9.2 TRAJECTOIRES DE L'OUTIL DANS UNE AVANCE D'USINAGE

Si le sens du déplacement change entre les blocs d'usinage spécifiés, la trajectoire peut être arrondie dans les angles, la figure 2.38 illustre l'exemple de trajectoires d'outil entre deux blocs.

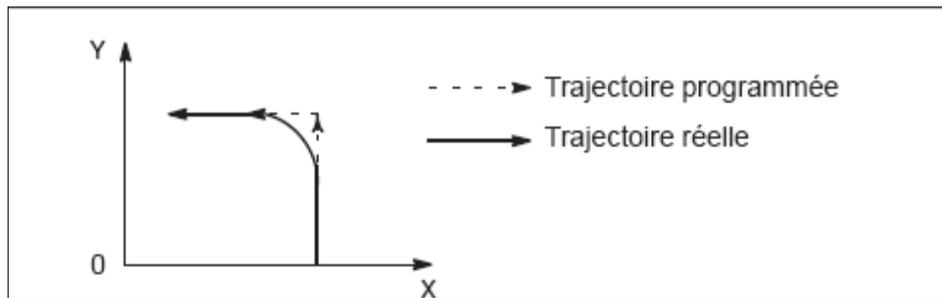


Figure 2.38 : Exemple de trajectoires d'outil entre deux blocs. [26]

En interpolation circulaire, une erreur radiale se produit, comme la figure 2.39 illustre.

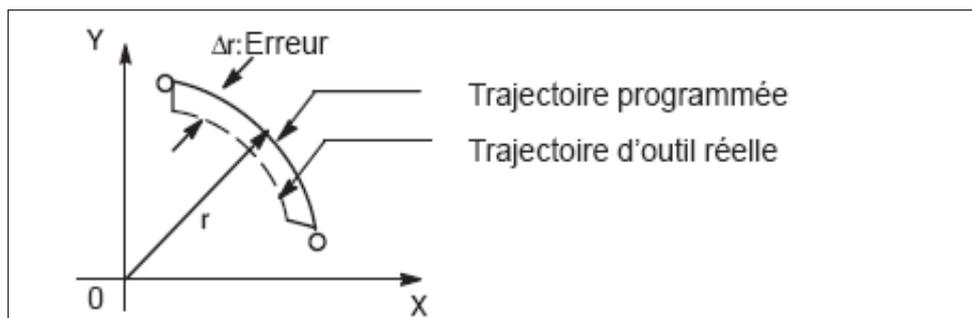


Figure 2.39: Exemple d'erreur radiale dans l'interpolation circulaire. [26]

La trajectoire arrondie à l'angle illustrée par la Figure 2.32 et l'erreur indiquée sur la Figure 2.33 dépendent de l'avance. C'est pourquoi l'avance doit être contrôlée pour que l'outil se déplace comme programmé.

2.9.3 CORRECTION DE TRAJECTOIRES D'OUTIL INACTIVE

Sans correction de trajectoire de rayon d'outil, le point de coupe théorique P est le point de référence pour la CN. Le point de coupe théorique P se déplace toujours sur le contour programmé.

Dans le cas de déplacements non parallèles aux axes, cela entraîne des défauts de justesse, la figure 2.40 illustre apparition de défauts de justesse lors de l'usinage sans correction de trajectoires d'outil.

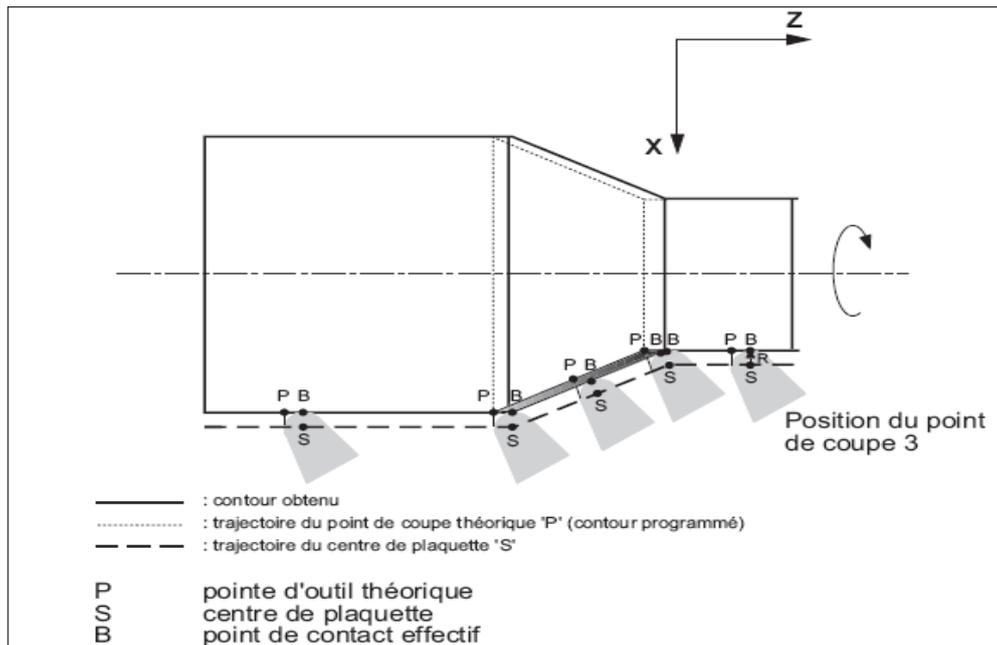


Figure 2.40 : Apparition de défauts de justesse lors de l'usinage sans correction de trajectoires d'outil. [27]

Sur le dessin, la surface hachurée ne sera pas usinée car la CN se réfère au point de coupe théorique P.

Lorsque la correction de trajectoire de rayon d'outil est activée, la CNC déplace automatiquement le point réel de contact B sur le contour programmé. Le contour obtenu cadre alors avec le contour programmé.

2.9.4 CORRECTION DE TRAJECTOIRES D'OUTIL ACTIVE

Lorsque la correction de trajectoire d'outil est enclenchée (G41/ G42), la CNC calcule automatiquement la correction de longueur active dans le plan de travail par rapport au point de coupe milieu S, pour laquelle elle ajoute ou soustrait le rayon par rapport au point de coupe théorique.

La figure 2.41 illustre l'usinage sans défaut avec correction de trajectoires de rayon d'outil.

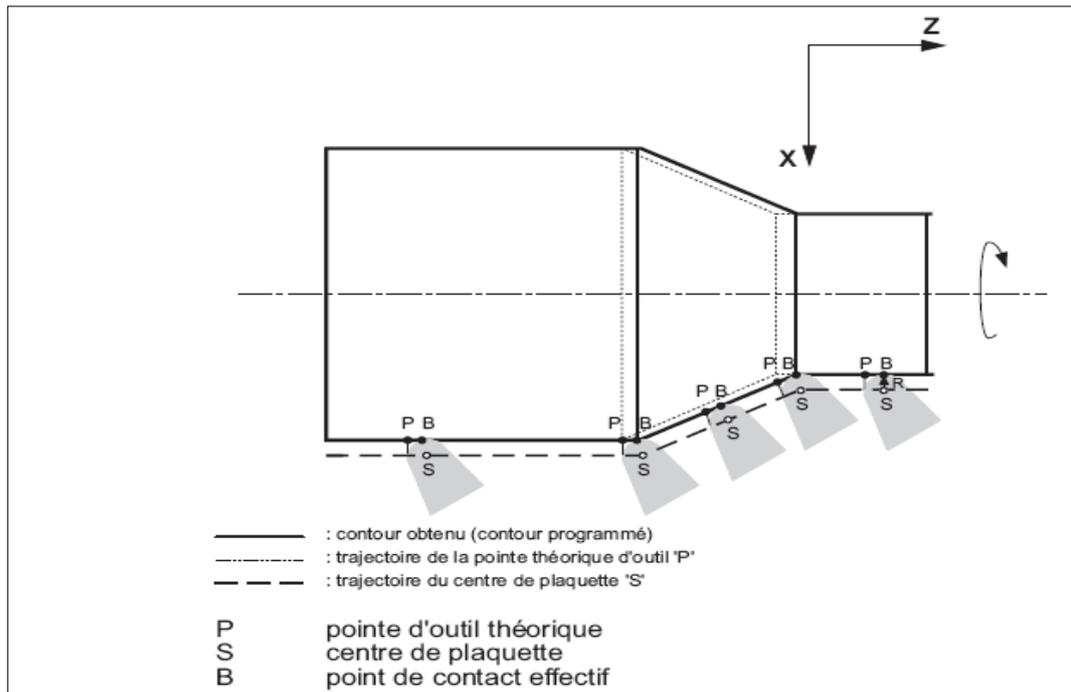


Figure 2.41 : Usinage sans défaut avec correction de trajectoires de rayon d'outil. [27]

Lorsque la correction de trajectoire d'outil est active, le point de coupe milieu de l'outil se déplace sur une trajectoire parallèle au contour programmé, décalée de la valeur du rayon d'outil.

2.9.5 SYSTEME DE COMPENSATION MISE EN ŒUVRE

Le système de compensation proposé, basé sur le modèle efforts de coupe statique développé par Kline & De Vor (Kline *et al.*, 1982), sur une méthode de calcul de la déflexion de l'outil utilisant les fondements du calcul de la résistance des matériaux et enfin, sur trois méthodes de compensation de trajectoires d'outils à savoir la méthode de la correction globale (Suh *et al.*, 1994), la méthode de la correction locale (Suh *et al.*, 1994) et la méthode du miroir (Hascoët *et al.*, 1997). La structure générale de ce système se compose des modules suivants :

- Principe général ;
- Calcul des tolérances de CFAO ;
- Construction du contour de pièce ;
- Construction des trajectoires d'outils par courbe offset ;
- Calcul de la déflexion d'outil ;
- Compensations des erreurs de trajectoires ;

2.9.5.1 PRINCIPE GENERAL

A partir d'un profil souhaité, le principe général du système de compensation se base dans un premier temps, sur la génération de la trajectoire nominale avec respect des tolérances prescrites, ensuite, le processus de compensation se fera à partir du modèle efforts de coupe choisi et qui va permettre de calculer la déflexion de l'outil. Une fois la déflexion définie, elle sera corrigée par l'une des trois méthodes de correction présentées par la figure 2.42.

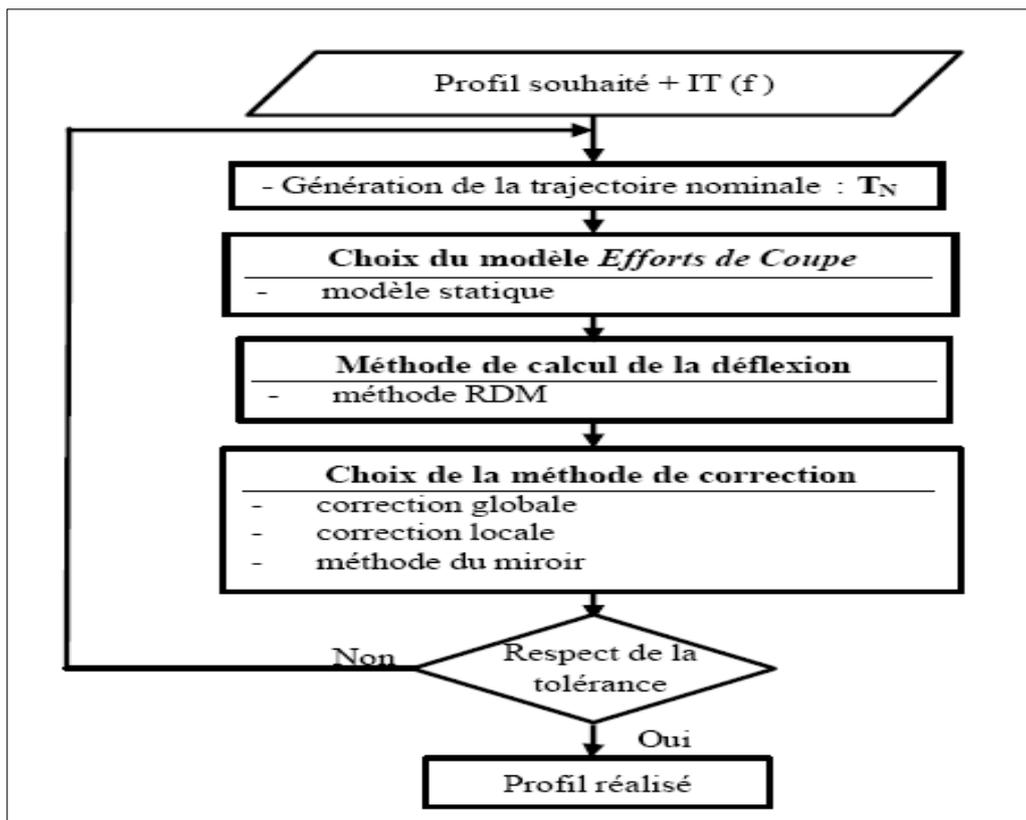


Figure 2.42 : Principe général du système proposé. [25]

2.9.5.2 GENERATION DE TRAJECTOIRES D'OUTIL COMPENSEE

Dans la génération de trajectoires d'outil compensée, nous aurons à choisir : un modèle efforts de coupe, une méthode de calcul de la déflexion de l'outil et une méthodologie de correction.

La modélisation des efforts de coupe a fait l'objet de plusieurs recherches que nous citons certains d'entre eux : modélisation basée sur l'épaisseur moyenne du copeau (Altintas et al, 1989), modélisation dynamique (Sagherian et al, 1990), modélisation énergétique (Hui et al, 1994), modélisation statique (Tlusty et al, 1975). Dans le système proposé, nous allons utiliser le modèle statique de Kline & De Vor (Kline et al, 1982). Le calcul de la

déflexion de l'outil se fait par la méthode R.D.M. (résistance des matériaux), on assimile l'outil de coupe (la fraise) à une poutre encastrée à une extrémité, la notion de diamètre équivalent (Kops et al, 1990) est utilisée dans les calculs pour tenir compte des goujures de la fraise. Les méthodes de correction utilisées : méthodes de correction globale et locale (Suh et al, 1994) et méthode du miroir (Hascoët et al, 1997) sont basées sur des algorithmes itératives, après avoir vérifié la possibilité de compensation, on choisit une référence de compensation ensuite, on applique une des trois méthodes de correction.

Dans la méthode de correction globale introduite par Suh & Hascoët (Suh et al, 1994), les erreurs sont calculées à partir des trois paramètres importants à savoir : l'engagement axial EA, l'engagement radial ER, et l'avance par dent f , cette méthode se base sur les étapes suivantes :

- Modifier systématiquement la position de l'outil ;
- Réactualiser les paramètres (EA , ER , f) par rapport à la position modifiée ;
- Estimer les erreurs en fonction des nouveaux paramètres (EA , ER , f) ;
- Comparer entre le profil usiné et le profil souhaité ;

La méthode de correction locale (Suh et al, 1994) permet de chercher les points à corriger en considérant localement les influences des points voisins. Cette méthode permet de compenser la trajectoire avec la garantie de convergence par rapport à la correction globale, la figure 2.43 présente une méthode de correction locale.

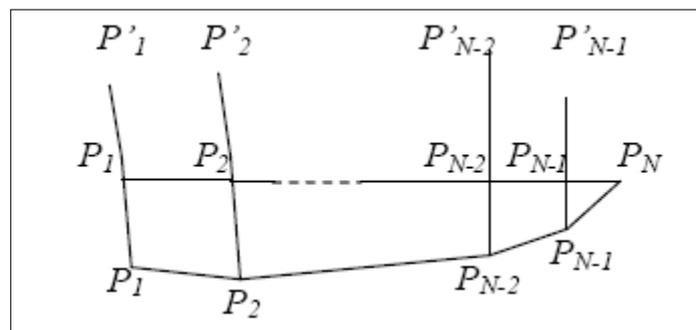


Figure 2.43 : Méthode de correction locale. [25]

La méthode du miroir (Hascoët et al, 1997) permet de corriger la trajectoire sans prendre en compte la déflexion tangentielle qui est souvent source de problèmes de divergence compte tenu de sa variation entre valeurs positives et négatives. Cette raison est motivée par le fait que la déflexion tangentielle est faible par rapport à la déflexion normale, de plus, elle est source de divergence comme nous venons de voir, et enfin, l'erreur d'usinage

est mathématiquement calculée comme étant la distance suivant la normale entre les profils souhaité et déformé. [6]

2.10 CONCLUSION

Les activités de génération de trajectoires et de fabrication doivent assurer la réalisation d'un produit fidèle au modèle CAO. Des écarts supplémentaires sont introduits d'abord en FAO lors du calcul de la trajectoire de l'outil, puis lors de l'usinage à cause des performances de la commande numérique, du comportement dynamique de la machine outil et des déformations de l'outil. [6]

CHAPITRE 3

MODELISATION DE TRAJECTOIRES

3.1 INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est de modéliser les chemins de la trajectoire de l'outil de coupe. Afin d'atteindre cet objectif, on a utilisé les bases de données de [26] portant sur la compensation des erreurs de fabrication.

Il existe plusieurs méthodes ou moyens pour la modélisation.

3.2 ETUDE COMPARATIVE

Une étude comparative entre une trajectoire axiale et une trajectoire par interpolation a été élaborée afin de ressortir l'impact de l'erreur de la trajectoire de l'outil de coupe sur les tolérances de fabrication.

3.2.1 TRAJECTOIRE AXIALE

La figure 3.1 présente une trajectoire axiale.

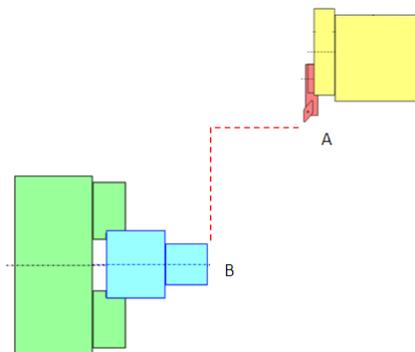


Figure 3.1 : Décalage de l'axe X en suite l'axe Z

Les résultats statistiques (erreur max, erreur min, erreur moyenne, écarts type σ_{ij} et ΔCF_{ij}) illustrés dans le tableau 3.1, sont donnés à partir des équations (3.1), (3.2) et (3.3).

- Moyenne

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i x_i \quad (3.1)$$

- Variance et l'écart type

La variance $v(x)$ permet d'obtenir la caractéristique fondamentale de la dispersion, à partir de laquelle, on peut obtenir l'écart type (σ):

$$v(x) = \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{N} (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.2)$$

$$\sigma = \sqrt{v(x)}$$

$$\Delta CF_{ij} = 6\sigma \quad (3.3)$$

x_i : grandeur de l'élément n_i

N : taille de la population.

La figure 3.2 illustre l'évolution de déplacement de l'outil suivant l'axe X en fonction du numéro d'essais.

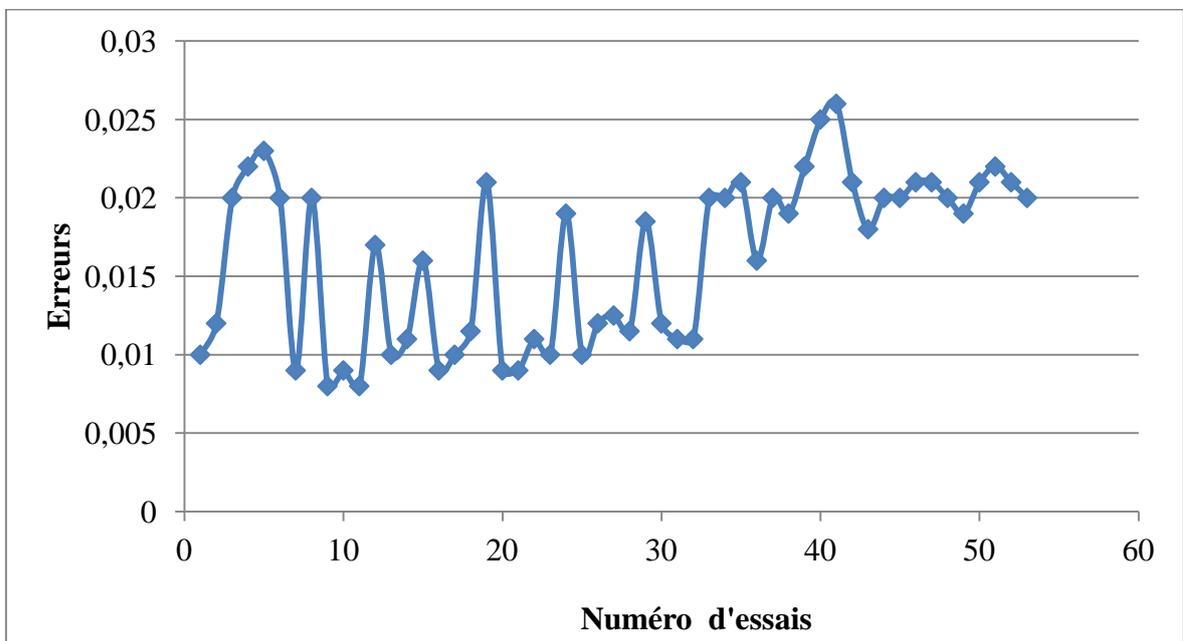


Figure 3.2 : déplacement de l'axe X en fonction du numéro d'essais

La figure 3.3 montre l'évolution de trajectoire suivant l'axe Z en fonction du numéro d'essais.

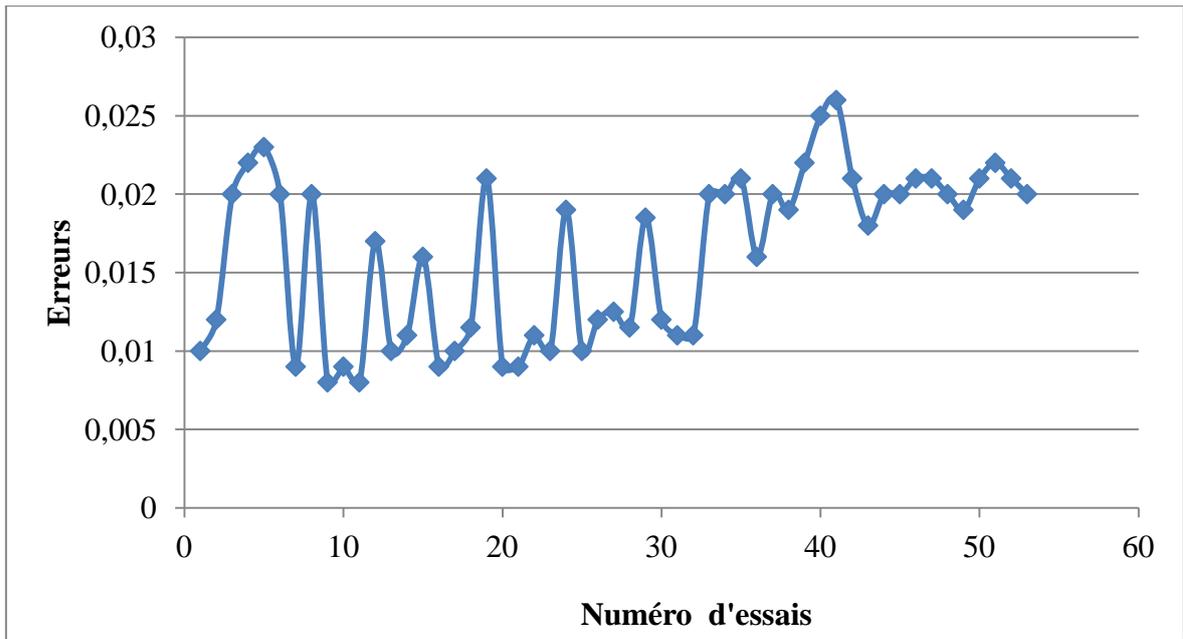


Figure 3.3 : Décalages de l'axe Z en fonction du numéro d'essais

Tableau 3.1: Résultats statistiques

	X	Z
Erreur MAX	0,012	0,009
Erreur MIN	-0,021	-0,01
Erreur MOYENNE	-0,0056	-0,0013
ECART-TYPE	0,0060	0,0032
DELTA CF	0,0360	0,019

La figure 3.4 montre la courbe de modélisation de la trajectoire de l'outil de coupe. On remarque la courbe est une fonction aléatoire. La fonction globale de cette courbe est donnée par la relation (3.4).

$$y = 1E-10x^6 - 2E-08x^5 + 1E-06x^4 - 2E-05x^3 + 0,0003x^2 - 0,0003x + 0,001 \quad (3.4)$$

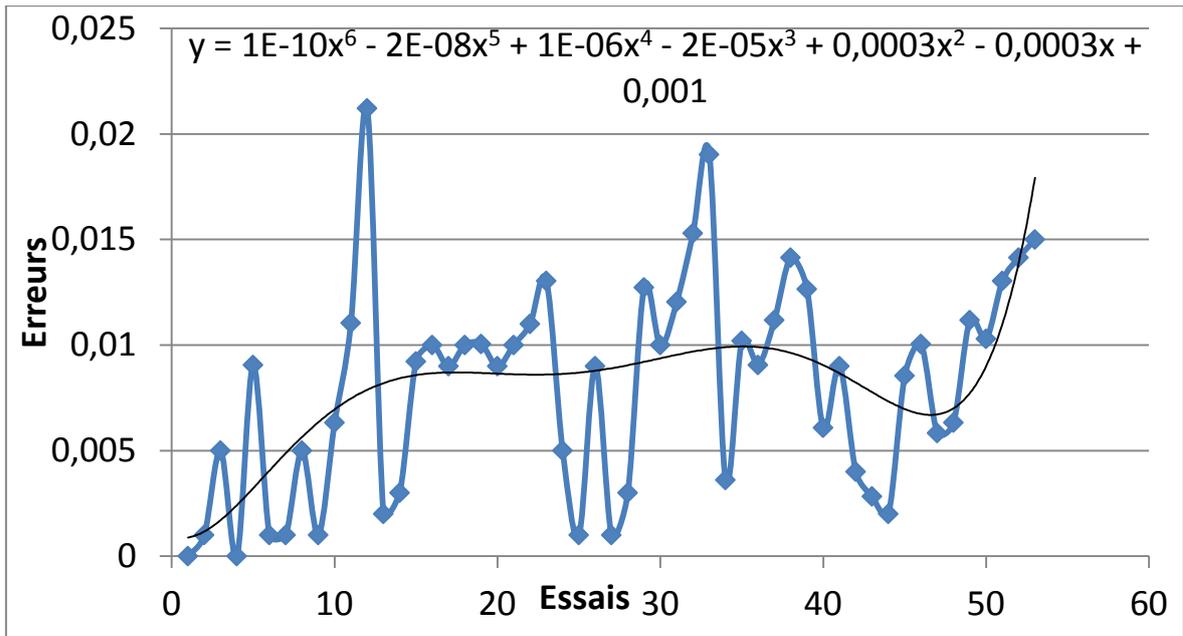


Figure 3.4 : Trajectoire Axiale

Les résultats statistiques de la résultante (erreur max, erreur min, erreur moyenne, écarts type σ_{ij} et ΔCF_{ij}) illustrés dans le tableau 3.2, sont donnés à partir de l'équation (3.5).

Tableau 3.2 : Résultats statistiques de la résultante

	XZ Résultante
Erreur MAX	0,021
Erreur MIN	0
Erreur MOYENNE	0.008
ECART-TYPE	0.0048
DELTA CF	0.028

$$Re = \sqrt{X^2 + Z^2} \quad (3.5)$$

3.2.2 TRAJECTOIRE PAR INTERPOLATION

La figure 3.5 présente une trajectoire par interpolation.

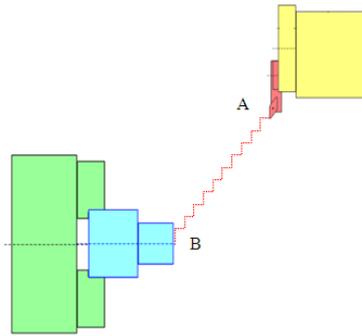


Figure 3.5 : Trajectoire par interpolation

La figure 3.6 montre la courbe de modélisation de la trajectoire de l'outil de coupe. On remarque la courbe est une fonction aléatoire. La fonction globale de cette courbe est donnée par la relation (3.6).

$$y = -4E-11x^6 + 9E-09x^5 - 7E-07x^4 + 3E-05x^3 - 0,0005x^2 + 0,003x + 0,0109 \quad (3.6)$$

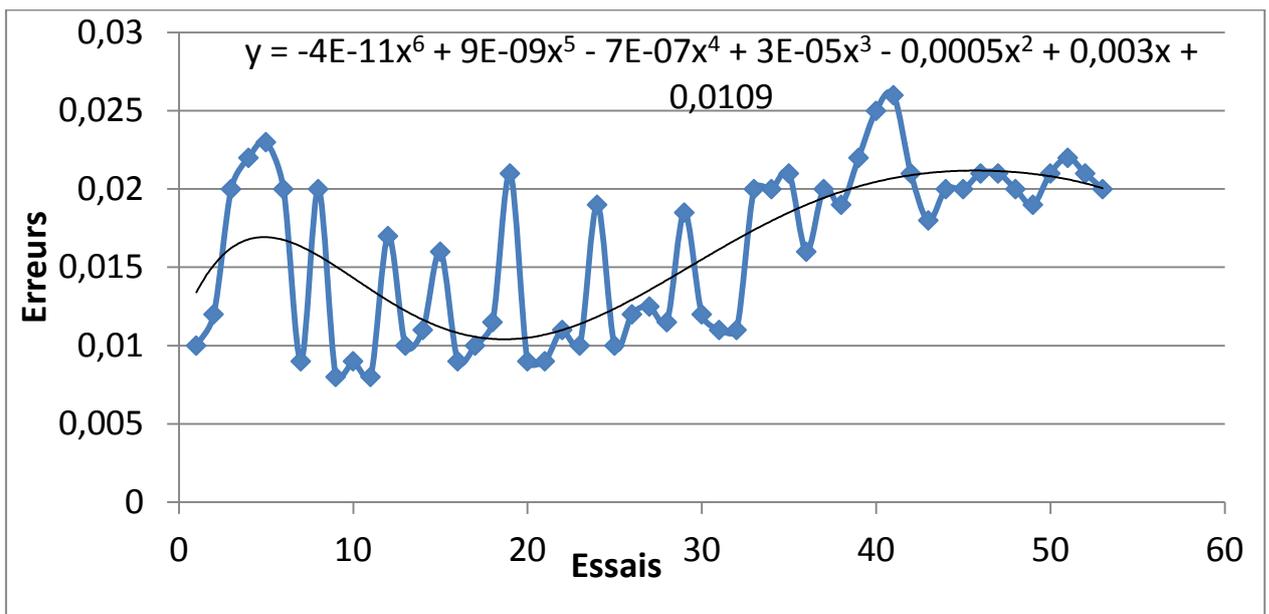


Figure 3.6 : Trajectoire par interpolation

Les résultats statistiques (erreur max, erreur min, erreur moyenne, écarts type σ_{ij} et ΔCF_{ij}) illustrés dans le tableau 3.3, sont donnés à partir des équations (3.1), (3.2) et (3.3).

Tableau 3.3: Résultats statistiques

	XZ
Erreur MAX	0,026
Erreur MIN	0,008
Erreur MOYENNE	0,0162
ECART-TYPE	0,0057
DELTA CF	0,034

3.2.3 INTERPRETATION DES RESULTATS

A partir de ces deux étapes, on remarque que la plus petite valeur de ΔCF se trouve dans la première étape. Le déplacement avec moins d'erreur est le déplacement paraxial.

Dans la première étape, on trouve une accélération et une décélération. Par contre dans la deuxième étape, il y a plusieurs accélérations et décélérations. Le changement de vitesse sur le déplacement a une influence importante sur les tolérances de fabrication.

3.3 IMPACT DU CHANGEMENT DE DISTANCE SUR IT

Dans cette section, en variant les distances, figure 3.7, entre le bec de l'outil de coupe et la pièce à usiner d'une longueur $l= 20\text{mm}$, 30mm , 50mm , 80mm et 100mm , afin d'étudier l'effet de la distance sur les tolérances de fabrication.

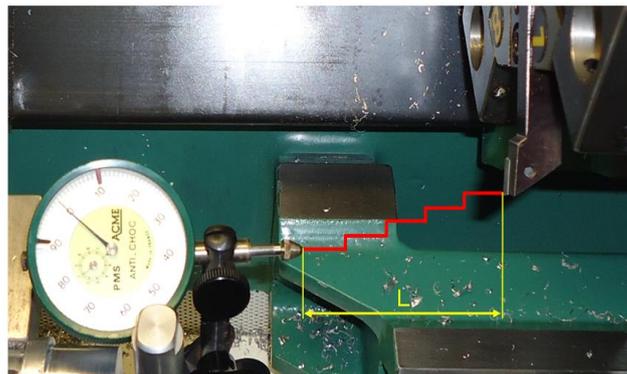


Figure 3.7 : Changement de distance

3.3.1 DISTANCE DE 20 MM

La figure 3.8 illustre la variation d'erreur en fonction de numéro d'essai d'une distance de 20mm. On observe que la longueur de déplacement d'outil n'est pas constante, on constate que les erreurs sont nettement différentes, varient entre 0,01 mm et -0,011 mm.

L'expression générale de ces erreurs est donnée par la formule (3.7) :

$$y = 4E-08x^6 - 3E-06x^5 + 8E-05x^4 - 0,0011x^3 + 0,0077x^2 - 0,0237x + 0,0163 \quad (3.7)$$

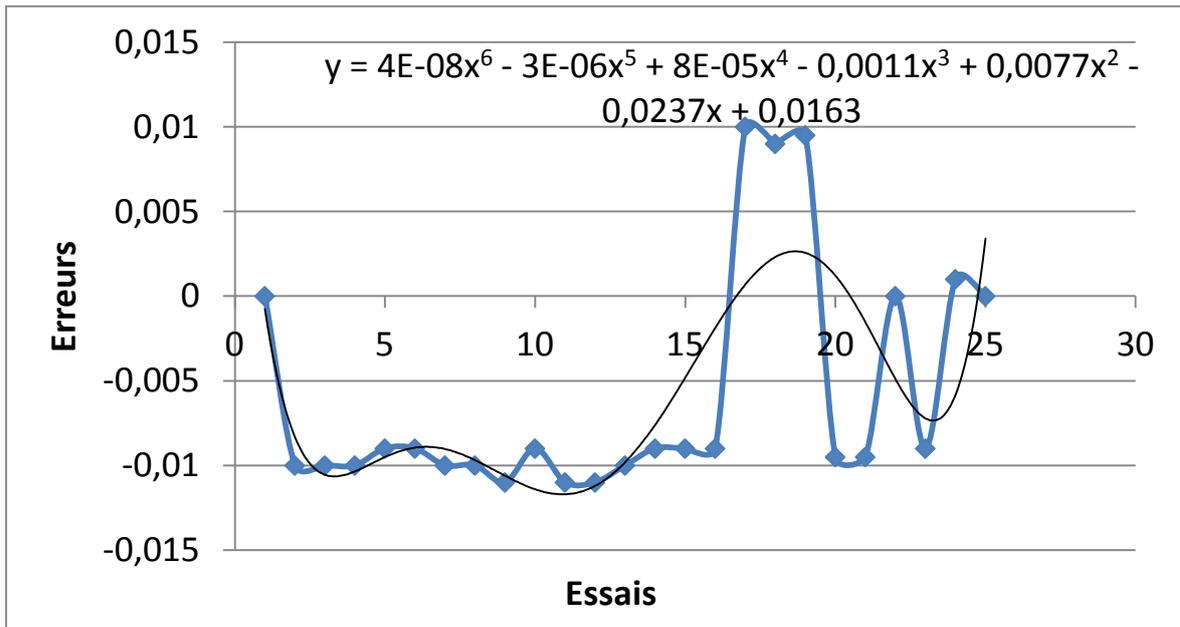


Figure 3.8: Déplacement de 20mm

3.3.2 DISTANCE DE 30 MM

La figure 3.9 montre la variation des défauts en fonction de numéro d'essai d'une distance de 30mm. Ils varient entre 0,006 mm et -0,015mm. La formule générale de ces erreurs est donnée par l'équation (3.8) :

$$y = -1E-07x^6 + 1E-05x^5 - 0,0004x^4 + 0,0081x^3 - 0,085x^2 + 0,4495x - 0,9378 \quad (3.8)$$

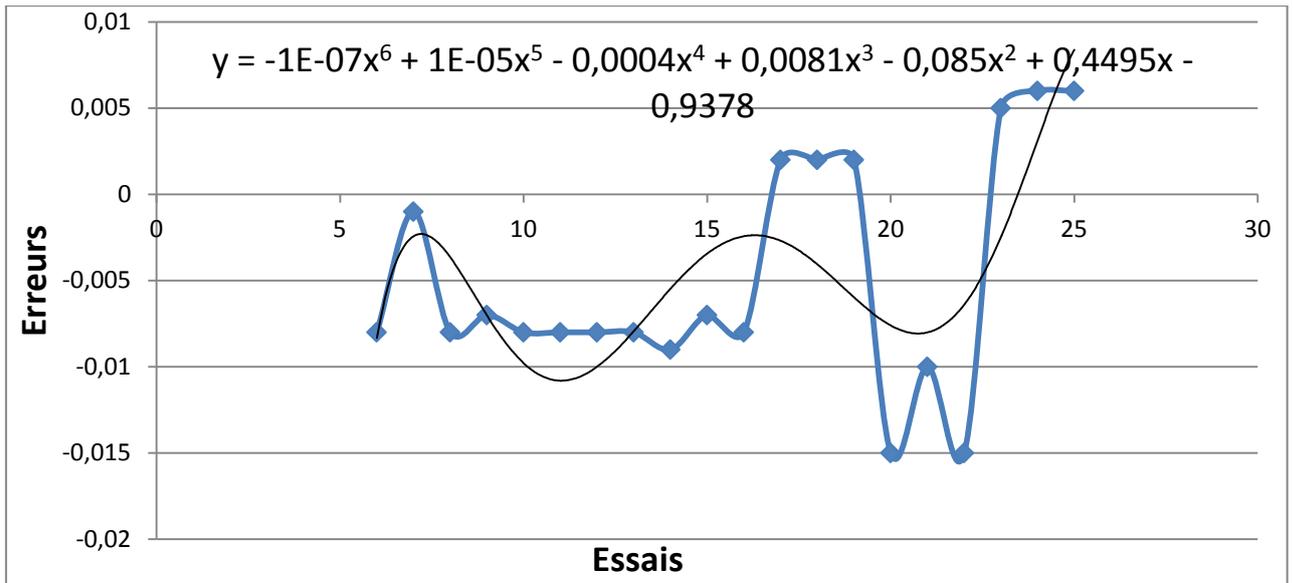


Figure 3.9 : Déplacement de 30mm

3.3.3 DISTANCE DE 50 MM

La figure 3.10 montre la variation d'erreur en fonction de numéro d'essai d'une distance de 50mm. On remarque que la fonction est croissante, les défauts varient entre 0,001 mm et -0,006 mm. L'Expression générale de ces erreurs est donnée par la formule (3.9) :

$$y = 2E-09x^6 - 3E-07x^5 + 2E-05x^4 - 0,0005x^3 + 0,0061x^2 - 0,0391x + 0,0899 \quad (3.9)$$

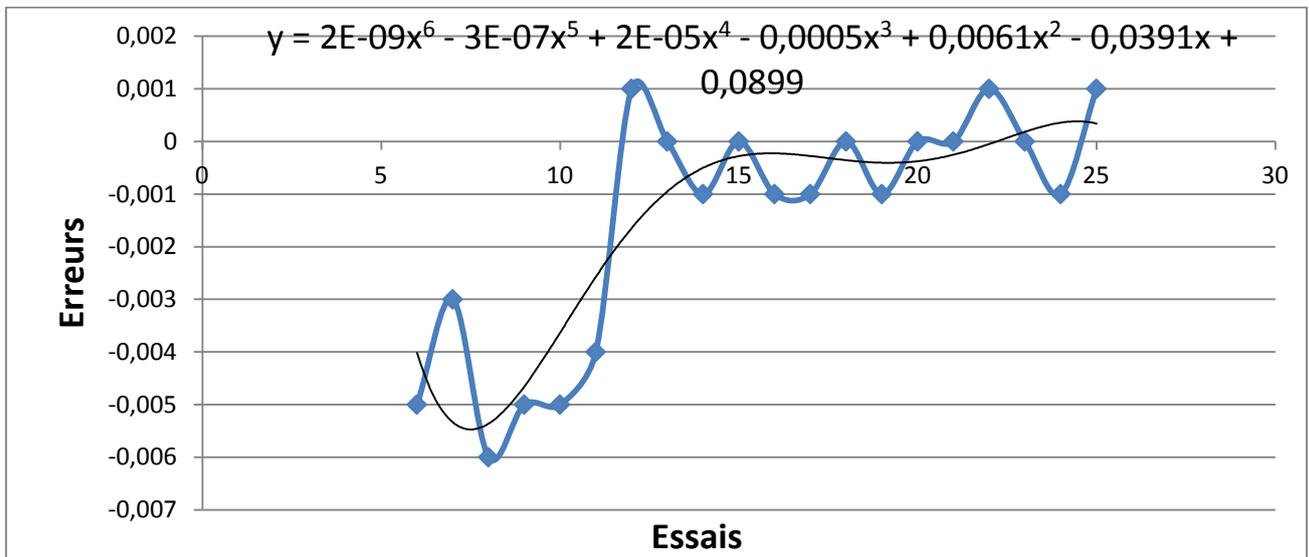


Figure 3.10 : Déplacement de 50mm

3.3.4 DISTANCE DE 80 MM

La figure 3.11 représente la variation des erreurs de trajet d'outil en fonction de numéro d'essai d'une distance de 80mm. On remarque que la fonction de ces erreurs est décroissante, varie entre 0,006 mm et -0,008 mm. La formule générale de ces erreurs est donnée par l'équation (3.10):

$$y = -2E-09x^6 + 1E-07x^5 - 5E-06x^4 + 0,0001x^3 - 0,0011x^2 + 0,0045x - 0,0022 \quad (3.10)$$

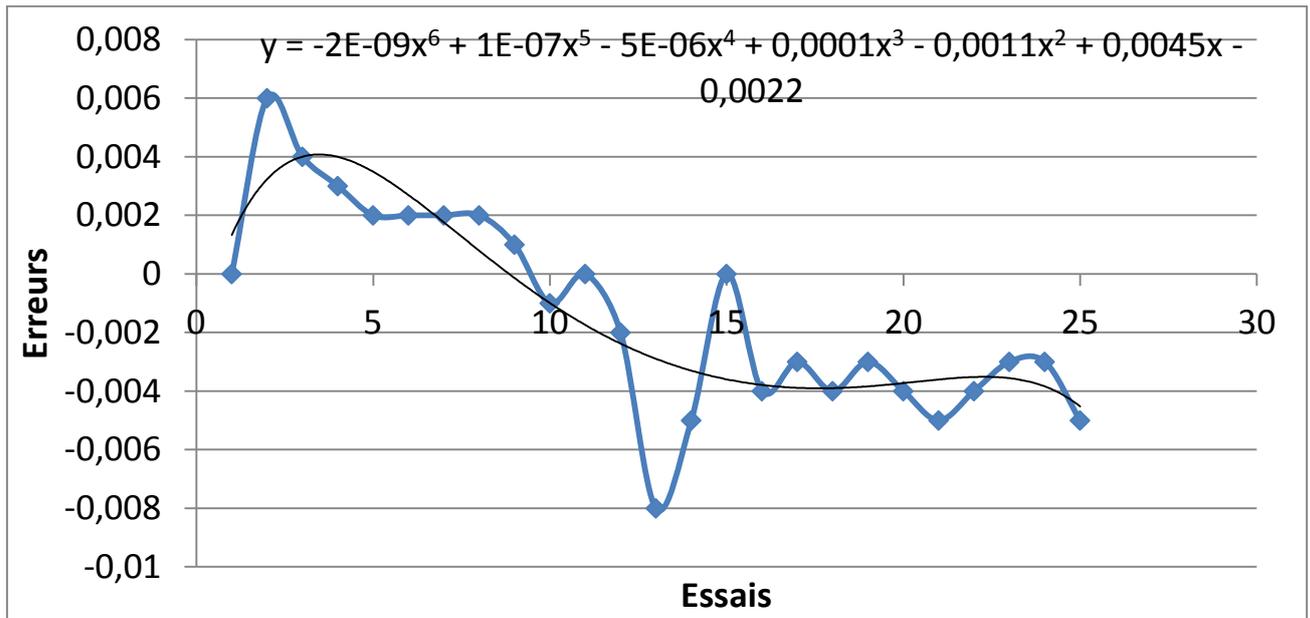


Figure 3.11: Déplacement de 80mm

3.3.5 DISTANCE DE 100 MM

La figure 3.12 illustre la variation des erreurs de trajet d'outil en fonction de numéro d'essai d'une distance de 100mm. On remarque que ces défauts varient entre 0,001 mm et -0,008mm. L'Expression générale de ces erreurs est donnée par la formule (3.11):

$$y = 5E-09x^6 - 5E-07x^5 + 2E-05x^4 - 0,0003x^3 + 0,0025x^2 - 0,0095x + 0,0071 \quad (3.11)$$

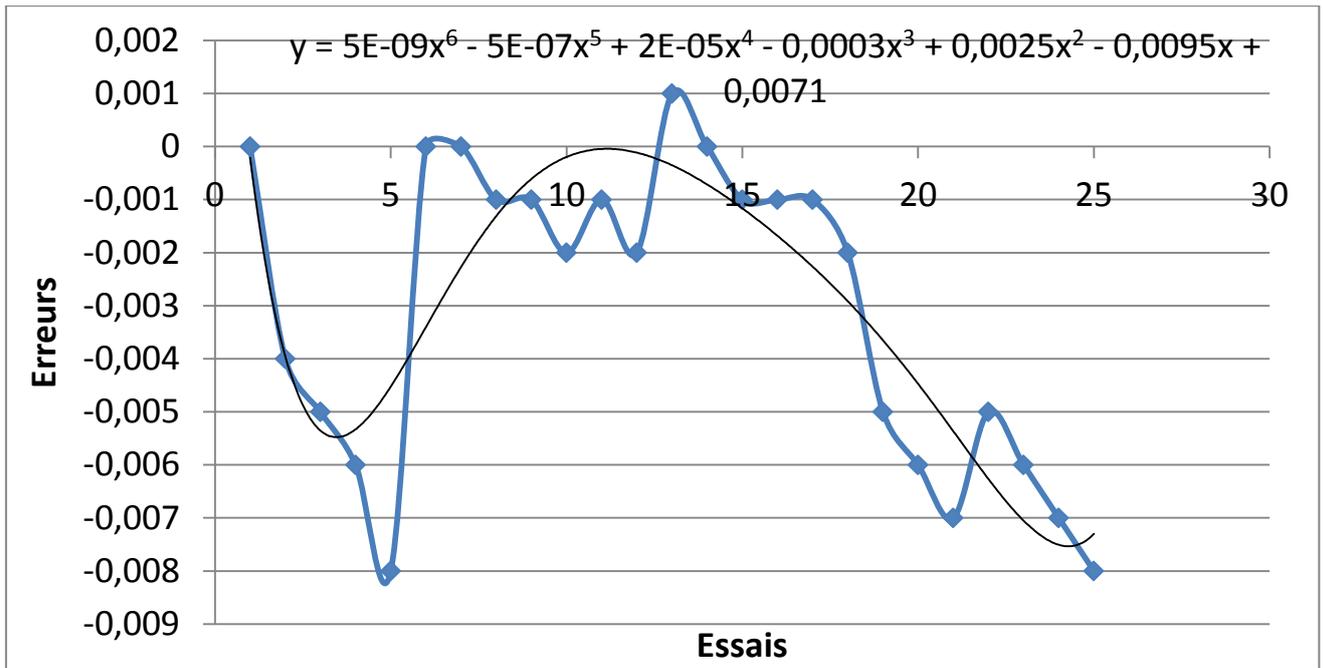


Figure 3.12: Déplacement de 100mm

3.3.6 INTERPRETATION DES RESULTATS

Les résultats statistique (moyennes, Ecart-types, IT) illustrés dans le tableau suivant.

Tableau 3.4 : Résultats statistique.

	Distance 20	Distance 30	Distance 50	Distance 80	Distance 100
Moyenne	-0,00582	-0,00527917	-0,00183333	-0,00148	-0,00312
Ecart-type σ	0,00687974	0,00629762	0,00537133	0,00377624	0,00289137
IT= 6σ	0,04127844	0,0377857	0,03222798	0,02270415	0,0173482

D'après ces résultats, on constate que la relation entre les défauts dus à la trajectoire de l'outil de coupe et la distance de déplacement est une fonction inverse.

CHAPITRE 4

PRESENTATION DE L'OUTIL DEVELOPPE

4.1 INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la présentation de l'outil développé. Cette interface a été créée sous logiciel CATIA V5 R20.

4.2 ORGANIGRAMME DE L'OUTIL DEVELOPPE

La figure 4.1 montre l'organigramme de l'outil développé.

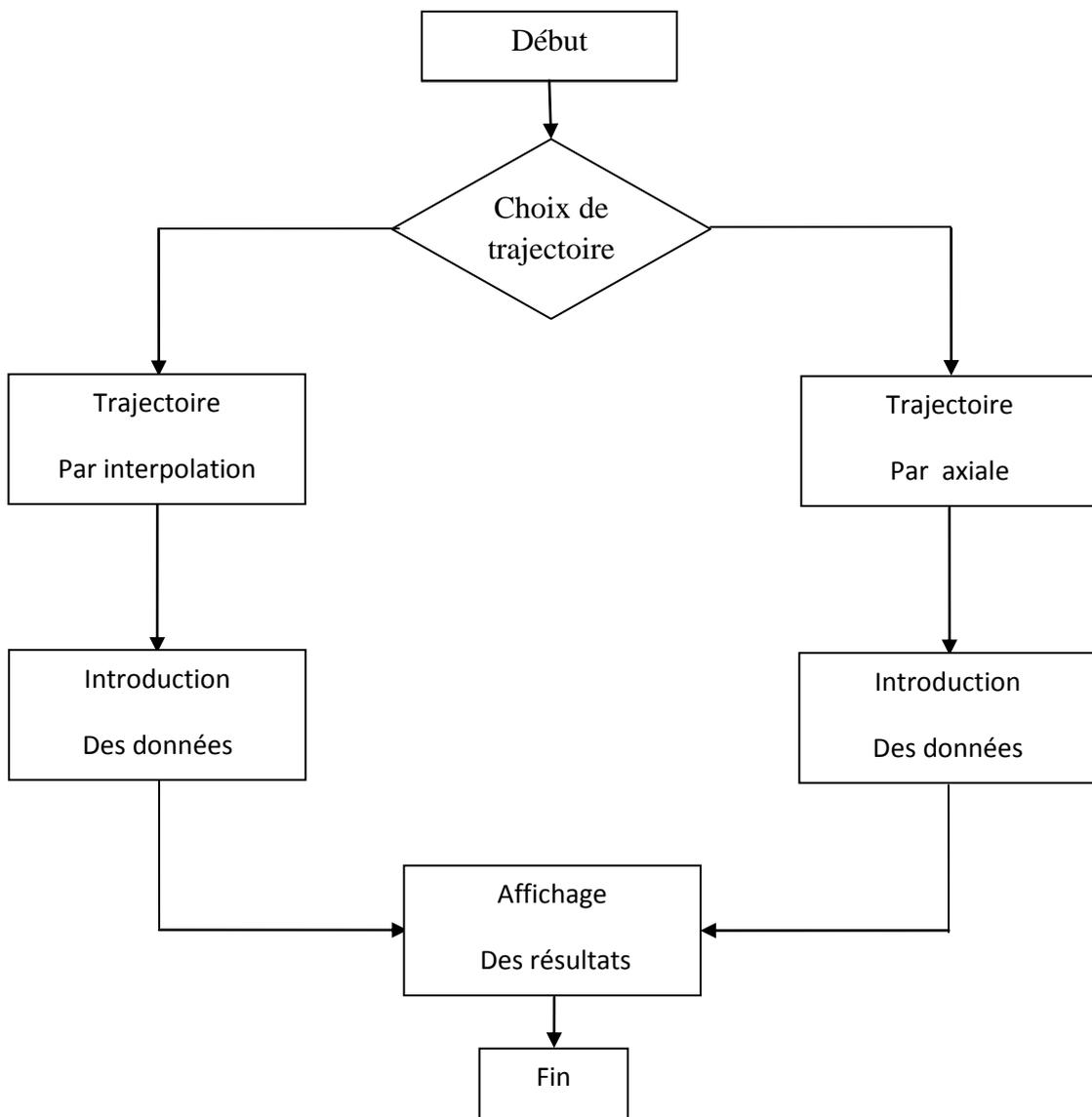


Figure 4.1 : Organigramme de l'outil développé

4.3 PRESENTATION DE L'OUTIL DEVELOPPE

L'écran de la figure 4.2 présente l'outil développé sous CATIA Version 5 R20.

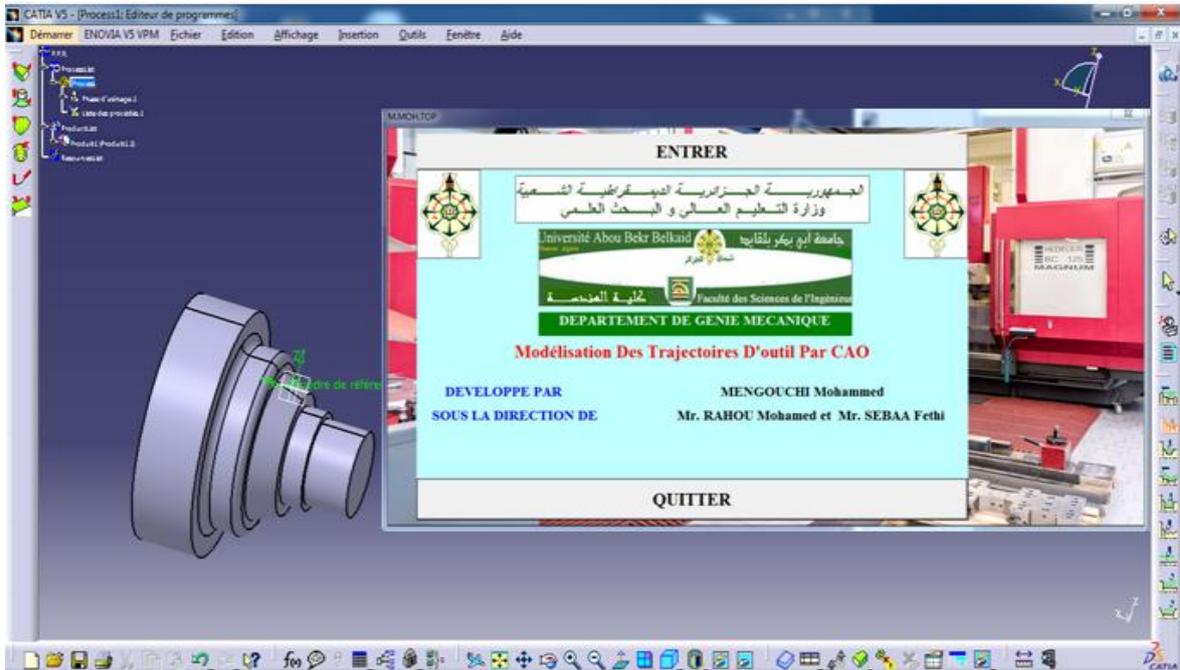


Figure 4.2 : Interface de l'outil développé

4.4 CHOIX DE TRAJECTOIRE

L'écran de la figure 4.3 illustre le choix de trajectoire (par axiale ou par interpolation).

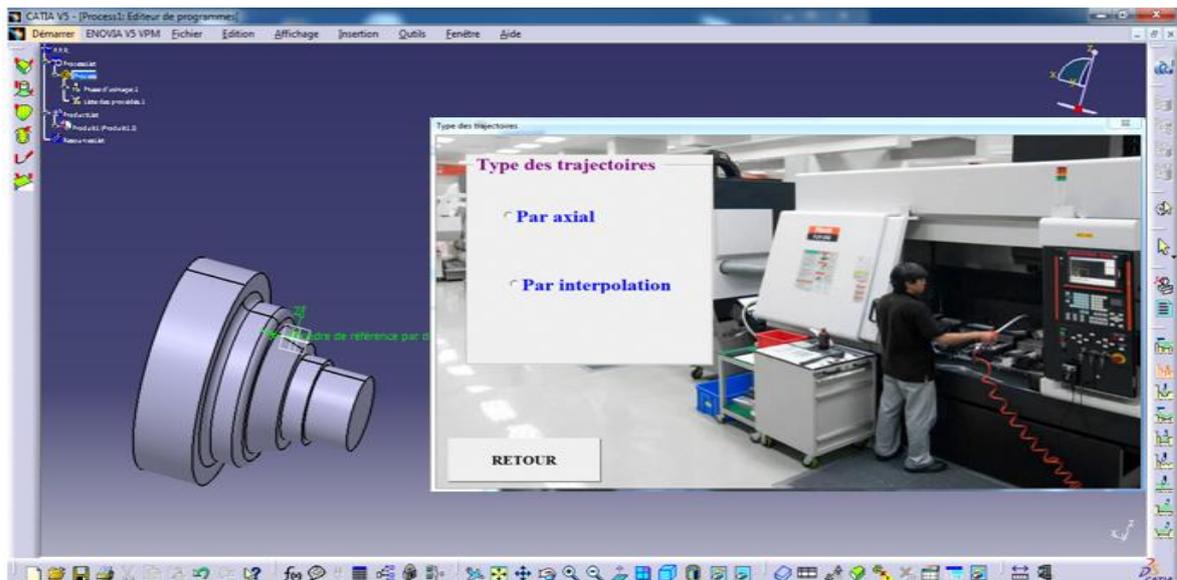
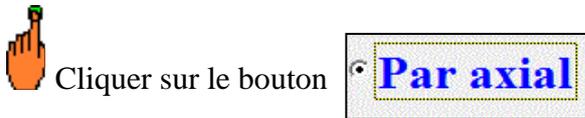


Figure 4.3 : Choix de trajectoire

4.5 TRAJECTOIRE AXIALE

Pour accéder a cette opération :



Cette étape remplit deux fonctions :

- Des séquences vidéo
 - Partie calcul
- Séquences vidéo :

L'écran de la figure 4. 4 illustre une séquence vidéo de trajectoire par axiale.

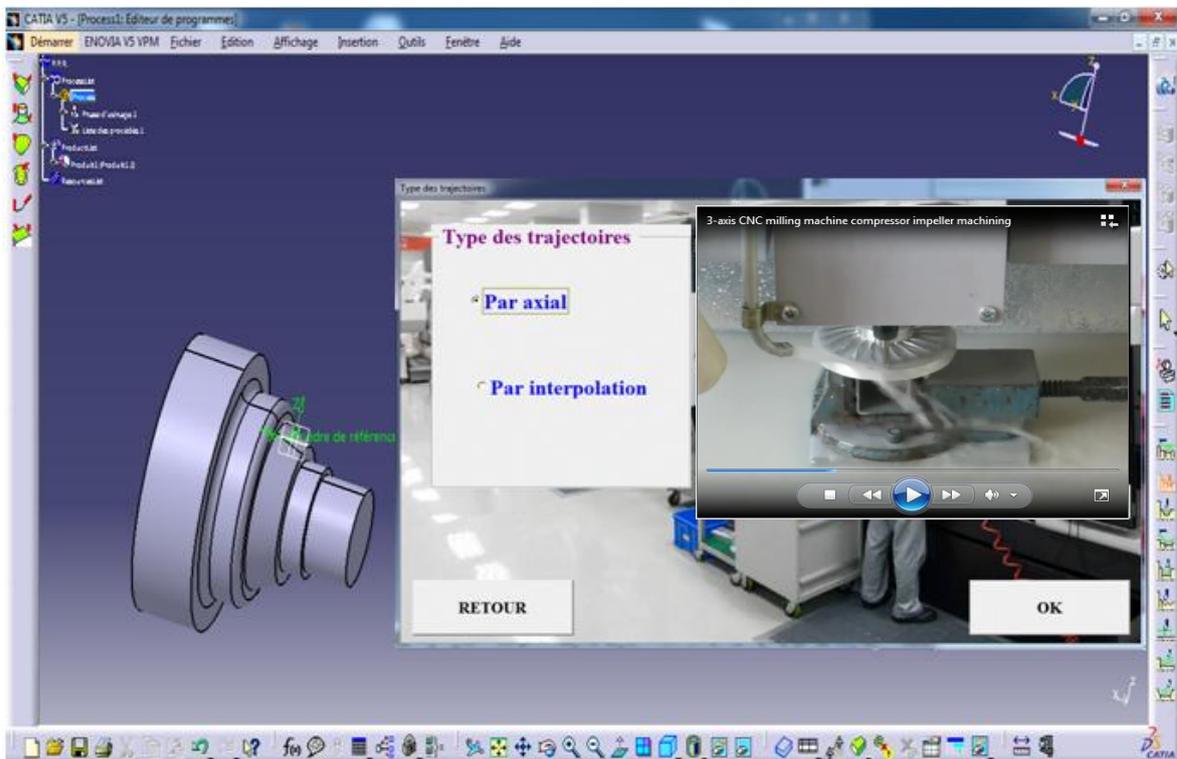


Figure 4.4 : Exemple d'une séquence vidéo [trajectoire par axiale]

- partie calcul :

Pour accéder à cette fonction :



L'écran de la figure 4. 5 illustre la partie calcul de trajectoire par axiale.

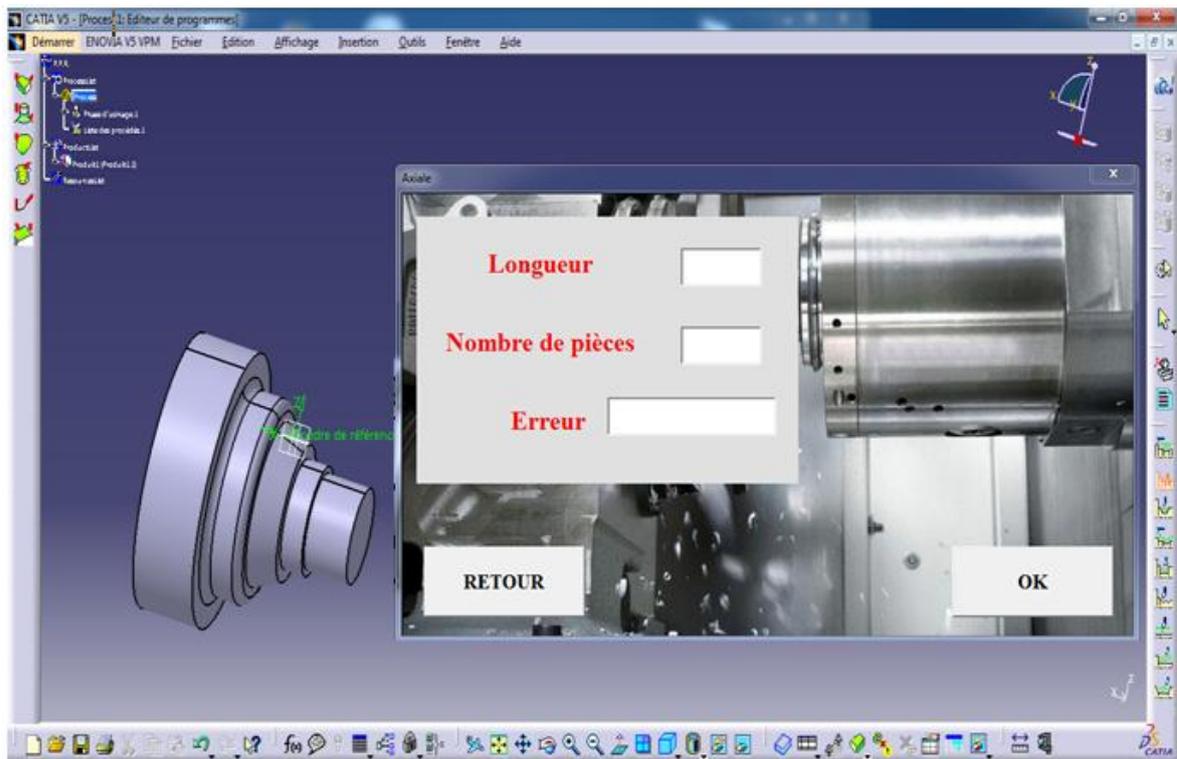


Figure 4.5 : Partie calcul [trajectoire par axiale]

Pour calculer le défaut de la trajectoire, il faut remplir :

-La longueur de déplacement \longrightarrow **Longueur**

-Le nombre de pièces \longrightarrow **Nombre de pièces**

Pour obtenir le résultat suivant :

Erreur

L'écran de la figure 4. 6 illustre les données ainsi que les résultats.

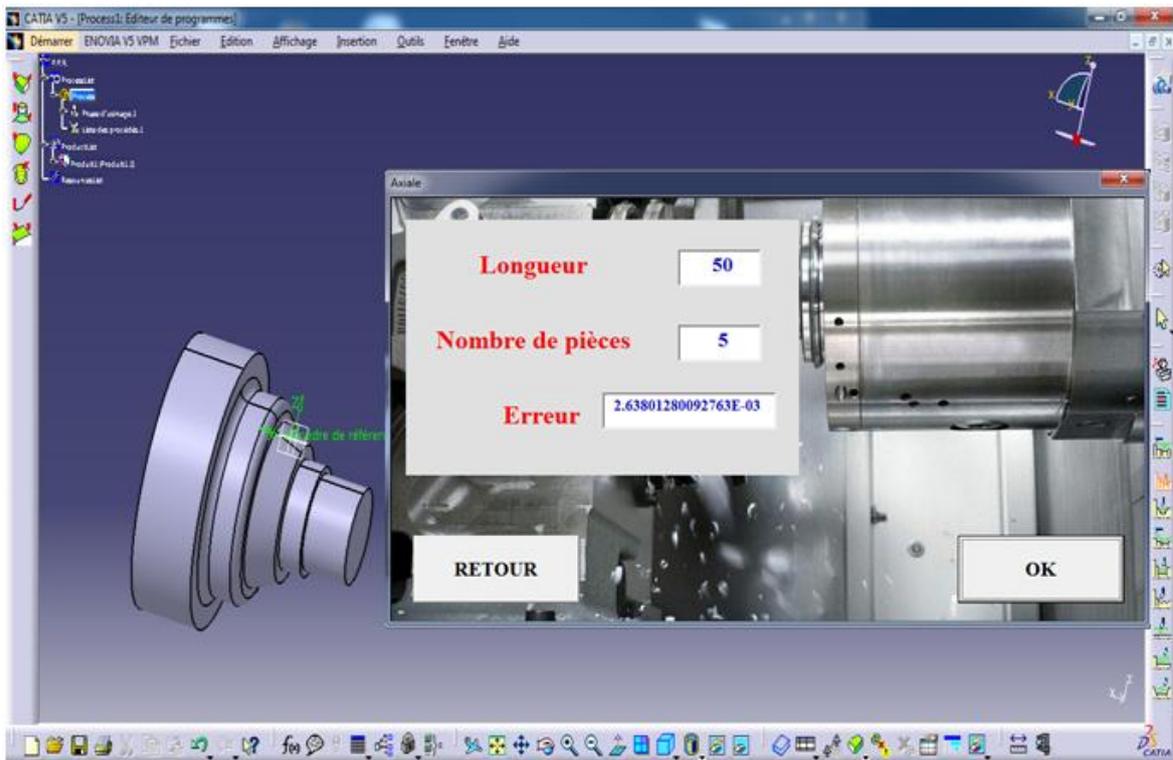


Figure 4.6 : Afficher les résultats [trajectoire par axiale]

4.6 TRAJECTOIRE PAR INTERPOLATION

Pour accéder a cette opération :



Cliquer sur le bouton



Cette étape remplit deux fonctions :

- Des séquences vidéo
- Partie calcul
- Séquences vidéo :

L'écran de la figure 4.7 illustre une séquence vidéo de trajectoire par interpolation.

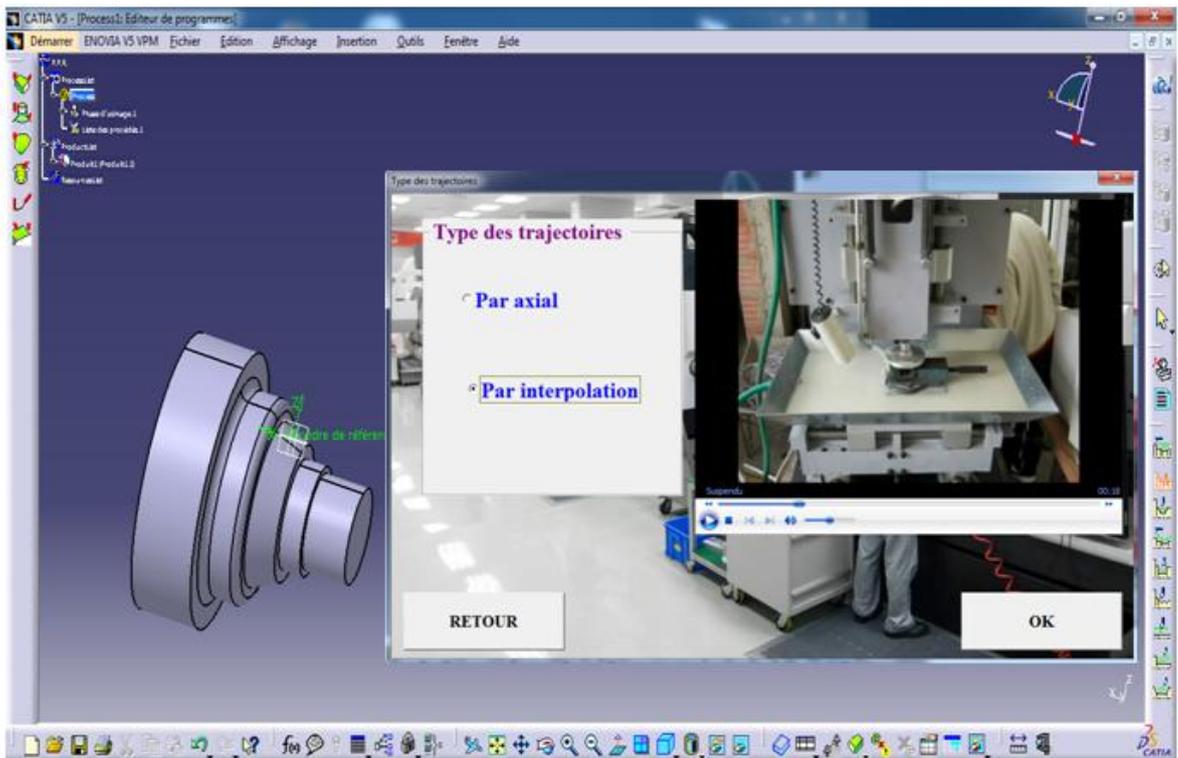


Figure 4.7 : Exemple d'une séquence vidéo [trajectoire par interpolation]

➤ partie calcul :

Pour accéder à cette fonction :



L'écran de la figure 4.8 illustre la partie calcul de trajectoire par interpolation.

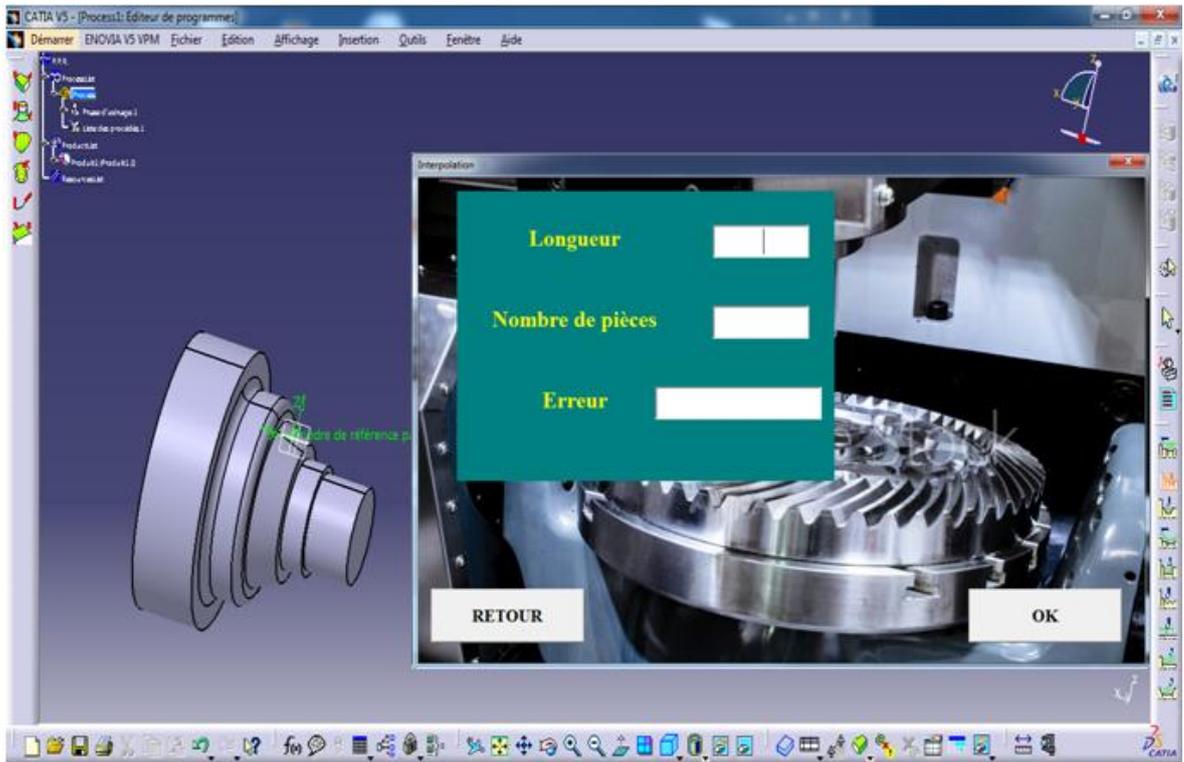
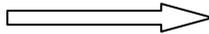


Figure 4.8 : Partie calcul [trajectoire par interpolation]

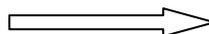
Pour calculer le défaut de la trajectoire, il faut remplir :

-La longueur de déplacement



Longueur	50
-----------------	-----------

-Le nombre de pièces



Nombre de pièces	5
-------------------------	----------

Pour obtenir le résultat suivant :

Erreur	1.00297801527056E-02
---------------	-----------------------------

L'écran de la figure 4.9 illustre les données ainsi que les résultats.

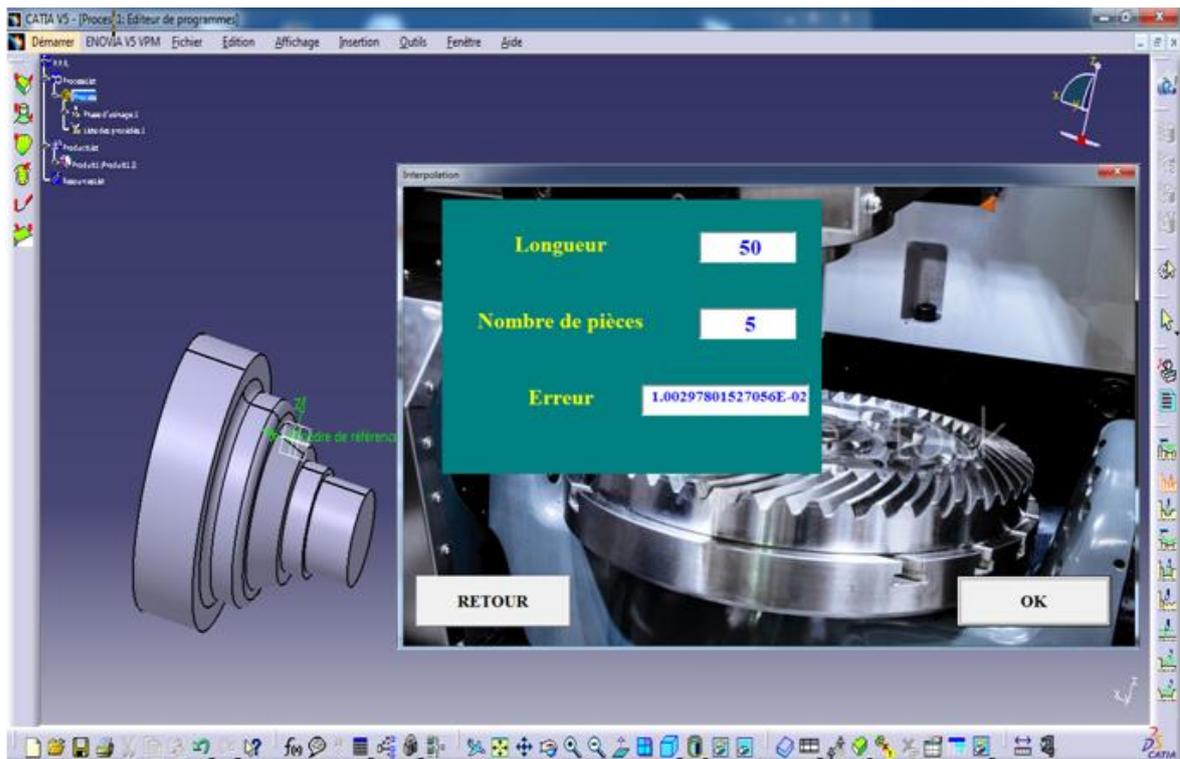


Figure 4.9 : Afficher les résultats [trajectoire par interpolation]

4.7 CONCLUSION

Ce chapitre présente une méthodologie d'utilisation de l'outil développé sous logiciel CATIA V5 R20 pour deux trajectoires différentes (par axiale et par interpolation).

CONCLUSION

La réalisation des pièces de formes complexes par usinage passe par la génération de trajectoires dans un logiciel de Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO), basée sur un modèle géométrique de référence, une stratégie d'usinage, des données technologiques et une machine outil à commande numérique donnée. Afin d'assurer les meilleures performances possibles en terme de qualité et de productivité, il est nécessaire d'intégrer un maximum de contraintes lors de la génération des trajets d'usinage.

Le but de ce travail est de développer, sous logiciel de CAO, une interface d'aide à la modélisation et à l'optimisation des trajectoires d'usinage.

Dans cette étude, nous constatons que Le déplacement avec moins d'erreur est le déplacement paraxial. Sur ce déplacement, on trouve une accélération et une décélération. Par contre dans le déplacement par interpolation, il y a plusieurs accélérations et décélérations. Le changement de vitesse sur les trajectoires a une influence importante sur la qualité de la pièce.

La relation entre les défauts dus à la trajectoire de l'outil de coupe et la distance de déplacement est une fonction inverse. Les grands déplacements provoquent moins d'erreur

Sous la base de ces résultats, on a développé un outil, sous CATIA version 5 R20, d'aide à la modélisation des défauts dus au déplacement par axial ou par interpolation en vue de l'optimisation des tolérances d'usinage.

REFERENCES

- [1] Alain Bernard, « Fabrication assistée par ordinateur », hermes-science, FEVRIER 2003.
- [2] Anas Bentami, « Modélisation Géométrique Par NURBS Pour Le Design Aérodynamique Des Ailes D'avion », Département De Génie Mécanique, Ecole Polytechnique De Montréal, Décembre 2003.
- [3] Piegel & Tiller, « THE NURBS book », Figure Fig 2.10, 1997.
- [4] Khoi NGUYEN TAN, « Surfaces polyédriques et surfaces paramétriques : une reconstruction par approximation via les surfaces de subdivision », THÈSE DE DOCTORAT en Informatique, Faculté des Sciences de Luminy 163, Avenue de Luminy 13288 Marseille cedex 9, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, juillet 2010.
- [5] Dominique Taraud & Gilles Glemarec, « Le Guide De La CAO », DUNOD, juin 2008.
- [6] EMBAREK Youssouf & DIB Farid, « Influence de la trajectoire de l'outil de coupe sur la qualité d'une pièce », UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAÏD -TLEMCEEN-, Faculté de technologie, Département de génie mécanique, Projet de fin d'étude, juillet 2011.
- [7] Idir Belaidi, Bilel Hassaid & Guy Ishiomin, « UNE METHODE OPTIMALE POUR LA GENERATION DE TRAJECTOIRES D'OUTILS EN FRAISAGE D'EBAUCHE DE SURFACES GAUCHES », Clermont-Ferrand, France, May 14-16, 2002.
- [9] C.J. Chiou, Y.S. Lee, A shape-generating approach for multi-axis machining G-buffer models, Computer-Aided Design, vol. 31, p. 761–776, 1999.
- [8] J-Y Hascoet, Optimisation du Processus de Fabrication en Ingénierie Concourante, Thèse d'Habilitation, Ecole Centrale de Nantes, 1998.
- [10] C. Tournier, Contribution à la conception des formes complexes : la surface d'usinage en fraisage à 5axes isocrêtes, Doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, Décembre 2001

- [11] Christophe Tournier, Emmanuel Duc, « Génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante en fraisage à 5 axes », Colloque national AIP-PRIMECA, Mar 2003, La Plagne, France, hal-01223057.
- [12] Pierre-Yves Pechard, « *Usinage de pièces de formes complexes: méthode de choix de stratégie d'usinage U.G.V.* », mémoire de Master de Sciences et Technologies l'Université Pierre et Marie Curie, France, 23 juin 2006.
- [13] Christophe Tournier, « *Contribution à la conception des formes complexes : La surface d'usinage en fraisage 5 axes isocrête* », thèse docteur de l'école normale supérieure de Cachan, France, 12 décembre 2001
- [14] Pierre-Yves Pechard, « *génération de trajectoires d'usinage grande vitesse 5 axes par flanc d'outil : intégration d'un critère de fluidité* », thèse de doctorat de l'école normale supérieure de Cachan, France, 7 Juillet 2009.
- [15] M. Bey, Z. Tchantchane, L. Kheidri & N. Benhenda, « Automatisation de l'Opération de Tréflage des Surfaces Gauches à Partir des Modèles STL », Centre de Développement des Technologies Avancées (CDTA), Cité 20 Août 1956, BP N°17 Baba Hassen, Alger, Algérie & Université Saad Dahleb, Département d'Informatique, Blida, Algérie, Mars 2011.
- [16] Lin R-S., Koren Y., *Efficient tool-path planning for machining free-form surfaces* Journal of Engineering for Industry, vol. 118, February 1996.
- [17] Sarma R., Dutta D, *The Geometry and Generation of NC Tool Paths*, Journal of Mechanical Design, vol. 119, 1997.
- [18] Suresh K., Yang D.C.H, *Constant scallop-height machining of free-form surfaces*, Journal of Engineering for Industry, vol 116, May 1994.
- [19] Piegl L., Tiller W, *The Nurbs Book*, Springer 1997.
- [20] Christophe Tournier & Emmanuel Duc, « Usinage de formes gauches : génération de trajectoires outils à hauteur de crête constante », Colloque national AIP- PRIMECA, Mar 2001, La Plagne, France, hal-01223055.
- [21] Assas Mekki, «*Problèmes d'interférences et de collisions lors de l'usinage des surfaces complexes* », Université de Batna, Algérie, 2007.

- [22] Su-Jin Kim, «*Introduction to Tool-Path Generation Methods*», cours, École de génie mécanique et aérospatial, Massachusetts, 2007.
- [23] Ross, Douglas, «*Origins of the APT Language for Automatically Programmed Tools*», ACM SIGPLAN Avis, vol.13, n ° 8, août 1978.
- [24] Jean-Marc Karrer, «*Utilisation de l'UGV pour la fabrication des pièces mécaniques* », cours, département de génie mécanique et productique, Mulhouse.
- [25] Abdallah MIR — Idir Belaidi, «*correction de trajectoires d'outils en usinage deux axes* », Université de Boumerdes, Avenue de l'Indépendance 35 000 Boumerdes, Algérie, 2003.
- [26] RAHOU.M «*Contribution au développement de nouvelles approches de tolérancement pour l'usinage sur machine outil à commande numérique* » thèse de doctorat, université de Tlemcen, 2010