

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة أبو بكر بلقايد - تلمسان

Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen-

Faculté de Technologie



MEMOIRE

En vue l'obtention du diplôme de MASTER

En Génie Mécanique

Option : Maintenance Industrielle

Présenté par : Mr. ABBOU Khayreddine

**Thème**

**Etude des comportements des plaques en flambage par  
élément finis**

Soutenu le Mardi 10 oct 2017 devant le jury composé de :

Président	Mr. ZINAI. A.	MCB	UAB - Tlemcen
Encadreur	Mr. BELALIA. SA.	MCA	UAB - Tlemcen
Co - Encadreur	Mr. BOUKHALFA. A.	MCA	UAB - Tlemcen
Examineur 1	Mr. CHORFI SM.	MCB	UAB - Tlemcen
Examineur 2	Mr. GUENIFED. A	MAA	UAB - Tlemcen

*Année universitaire 2016-2017*

## Dédicace

Je dédie ce travail de mon mémoire de master à dieu qui m'a toujours illuminé et m'a mis sur les bonnes voies sans oublier évidemment. Le soutien de mes parents qui ou toujours compris et accepté mes décision

Je dédie aussi ce travail a toute ma famille et mes amis car elle m'a toujours servi d'inscription

# Remerciements

*Je remercie nuits et jours ALLAH le tout puissant pour les biens qu'il nous a offerts et pour m'avoir permis de réaliser ce travail.*

En premier lieu, je souhaite, remercier profondément **Mr. BELALIA .S.A. MCA** au sein de l'université Abou Bakr BELKAID, qui a accepté la direction de ce projet et d'avoir mis à ma disposition son temps, sa compétence et son soutien et **Mr. BOUKHALFA. A. MCA** au sein de l'université Abou Bakr BELKAID co-encadreur. Il s'est de plus révélé être un lecteur assidu des différentes versions de ce mémoire. Cette page étant la seule à avoir échappé à son stylo correcteur.

Je remercie vivement Monsieur **Mr. ZINAI M.C.B à U.A.B.B Tlemcen** pour avoir accepté de présider le jury.

Mes remerciements vont également à **Mr. CHORFI S.M MCB**, Monsieur **Mr. GUENIFED A. MAA** à l'université Abou Bakr BELKAID pour le grand honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'examiner ce projet.

Il convient également de saluer les personnes qui ont manifesté de l'intérêt pour ce projet, parmi eux **KEZ MENOURE ; TORCHI ABDELKADER.**

Enfin, et surtout, je remercie mes proches pour leurs soutiens sans faille depuis tant d'années.

## Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude du comportement des plaques en flambement. Une présentation est faite de quelques types des structures en flambement (poutre, plaque et coque). Une modélisation par la méthode des éléments finis est obtenue pour formuler les plaques en flambement, basée sur l'élasticité tridimensionnelle. A l'aide de logiciel Ansys Workbench la plaque est modélisée afin d'analyser le comportement du flambement de ce type de structure. Une étude de validation est faite, les résultats trouvés sont comparés avec les résultats de la littérature. En fin, Une étude paramétrique a été entreprise pour mettre en évidence l'effet de certains paramètres (géométriques, physiques et conditions aux limites) sur le comportement de flambage des plaques carré isotrope ont montrés que la charge critique de flambage varie en fonction de ces paramètres.

## **Abstract**

The work presented in this paper concerns the study of the behavior of buckling plates. a presentation is made of some types of structures in buckling (beam, plate and shell). A modelisation by the finite element method and obtained to formulate the plates in buckling, based on the three-dimensional elasticity. Using Ansys Workbench software, the plate is modeled to analyze the buckling behavior of this type of structure. A validation study is carried out, the results are compared with the results of the literature. Finally, a parametric study was carried out to demonstrate the effect of certain parameters (geometric, physical and boundary conditions) on the buckling behavior of isotropic square plates showed that the critical load of buckling varies with these parameters settings.

## ملخص

العمل المعروض في هذه المذكرة يتعلق بدراسة سلوك التواء اللوحات. يتم تقديم عرض لبعض أنواع الهياكل اثناء الالتواء (عمود او رافدة، لوحة و قوقعة). النمذجة بواسطة طريقة العنصر المنتهية والتي تم الحصول عليها لصياغة لوحات في التواء، على أساس مرونة ثلاثية الأبعاد. باستخدام برنامج Ansys Workbench، على غرار لوحة لتحليل سلوك التواء من هذا النوع من الهيكل. يتم إجراء دراسة التحقق من صحة، تتم مقارنة النتائج مع نتائج الموجودة. وأخيراً، أجريت دراسة لإظهار تأثير بعض العوامل (هندسية، المادية والظروف الحدودية) على سلوك التواء اللوحات المربعة متناحية أظهرت أن الحمل الحاسم من التواء يختلف مع إعدادات هذه العوامل.

# SOMMAIRE

Introduction.....	i
<b>I. Chapitre I : Flambement des structures</b>	
I.1 Introduction .....	1
I.2 Phénomène de post-flambement .....	1
I.2.1 Problème de flambement .....	1
I.2.2 Réponse des structures raidies en post-flambement .....	2
I.3 Flambement des poutres .....	2
I.3.1 Charge critique d'Euler $N_c$ .....	4
I.3.2 Contrainte critique d'Euler .....	6
I.4 Flambement des coques.....	7
I.5 Flambement général des structures.....	9
<b>II. Chapitre II : Modélisation flambement des plaques</b>	
II.1 Introduction .....	13
II.2 Relations cinématiques .....	13
II.3 résultante et moment .....	14
II.3.1 Résultantes en membrane .....	14
II.3.2 Résultantes en cisaillement .....	15
II.3.2 Moment de flexion et de torsion.....	16
II.4 Evaluation de l'énergie potentielle .....	18
II.5 L'élément cubique a 8 nœuds .....	19
II.5.1 Approximation géométrique.....	19
II.5.2 L'élément plaque .....	20
II.5.3 Champ des déplacements .....	20
II.5.4 Fonctions d'interpolations de l'élément réel .....	21
II.6 Problème de flambage.....	22
<b>III. Chapitre III : Validation des résultats et étude paramétrique</b>	
III.1. Description logiciel ANSYS Workbench .....	24
III.2. Modélisation des plaques .....	24
III.3. Validation des résultats .....	28
III.4. Etude paramétrique .....	28
Conclusion.....	ii
Références Bibliographie	

## Notations

$x, y, z$	Coordonnées Cartésiennes.
$\xi, \eta, \zeta$	Coordonnées adimensionnelles
$a$	Longueur de la plaque.
$b$	Largeur de la plaque.
$V$	Volume de la plaque.
$t$	Temps.
$[Q_{ij}]$	Matrice d'élasticité
$E$	Module de Young.
$h/a$	Rapport d'élanement de la plaque « épaisseur-longueur »
$b/a$	Rapport largeur-longueur de la plaque
$u, v$	Déplacements membranaires
$w$	Déplacement transversal
$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$	Déformations normales.
$\tau_{xz}, \tau_{yz}$	Déformations de cisaillement.
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$	Contrainte normales.
$\gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Contrainte de cisaillement.
$U$	Energie de déformation.
$[J]$	matrice jacobien ,
$[J]^{-1}$	son inverse
$DET [J]$	son déterminant
$\Pi$	L'énergie potentielle totale
$V'$	L'énergie potentielle due aux charges transversale
$[K_g^e]$	Matrice géométrique élémentaire
$[K^e]$	Matrice de rigidité élémentaire totale
$[K^1]$	Matrice de rigidité élémentaire membrane
$[K^2]$	Matrice de rigidité de flexion
$\lambda$	L'intensité de la charge critique
$T_{xx}; T_{xy}; T_{yy}$	Effort des efforts internes par unité de longueur
$M_{xx}; M_{xy}; M_{yy}$	Effort des moments de flexion par unité de longueur
$A_{ij}$	Rigidité extensionnelle
$D_{ij}$	Rigidité flexionnelle
$K$	Déformation flexionnelle
$[\varepsilon]$	Déformation totale
$[\varepsilon_l]$	Déformation membranaire
$[\varepsilon_{nl}]$	Déformation non linéaire de membrane
$N_{cr}; P_{cr}$	Charge critique
$c; k; k'$	Facteurs des condition aux limites
$I$	Moment d'inertie
$M_z$	Moment
$\sigma_{cr}$	Contrainte critique
$\sigma_e$	Contrainte élastique



## Liste des figures

Figure 1 : Flambement d'une coque cylindrique.....	i
Figure 2 : Flambement de deux poutre long .....	i
Figure 3 : Flambement d'une plaque .....	i
Figure I.3.1 : Flambement d'une poutre .....	2
Figure I.3.2 Flambement des poutres en différent conditions aux limites.....	3
Figure I.3.3 Effet du flambement sur une poutre.....	4
Figure I.5.1 : Phénomène de flambement.....	9
Figure I.5.2 – Snap-through, ou claquage d'une membrane sphérique .....	10
Figure I.5.3: (a) Plaque à bords libres en compression (instable), (b) Plaque à bords appuyés ou retenus de manière élastique (stable).....	11
FigureII.3.1: schématisation des résultantes en membrane des actions exercées.....	14
FigureII.3.2:schématisation des résultantes de cisaillement.....	15
FigureII.3.3:schématisation des moments de flexion et de torsion.....	15
Figure II.3. Élément cubique à 8 nœuds.....	19
Figure III.2.1 maillage d'une plaque rectangle.....	25
FigureIII.2.2 maillage d'une plaque carré.....	26
Figure III.2.3: plaque SA sur les 4 cotées.....	27
Figure III.2.4: plaque SA sur les cotées (2,4).....	27
Figure III.2.5: plaque SA sur le cotée (2) et EN sur le cotée (4).....	28
Figure III.2.6: plaques SA sur cotée (3) et EN sur cotée (1).....	28
Figure III.2.7: plaques SA sur les cotées (3,1).....	29
Figure III.4.1. : plaque carré acier SA sur les cotée (2,4) mode 1.....	30
Figure III.4.2 : plaque carré en acier SA sur les cotée (2,4) mode 2 de déformation.....	31
Figure III.4.3 : plaque carré en acier SA sur les cotée (2,4) mode 3 de déformation.....	31
Figure III.4.4 : plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 1.....	32

Figure III.4.5 : plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 2.....	32
Figure III.4.6 : plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 3.....	33
Figure III.4.7: influence de l'épaisseur sur la charge critique d'une plaque carré en acier.....	34
Figure III.4.8: rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode1...	35
Figure III.4.9: rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 2...	35
Figure III.4.10: rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 3 .....	36
Figure III.4.11: influence de rapport $a/b$ sur la charge critique de plaque.....	37
Figure III.4.12: plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 1.....	38
Figure III.4.13: plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 2.....	38
Figure III.4.14: plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 3.....	39
Figure III.4.15: rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 1.....	40
Figure III.4.16: rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 2 .....	40
Figure III.4.17: rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 3 .....	41
Figure III.4.18: influence de $e$ sur $F_c$ d'une plaque rectangle d'acier SA sur cotée (2) encastré de cotée (4) .....	42
Figure III.4.19: plaque rectangle SA suivant les cotée (1,3) mode 1 ..	43
Figure III.4.20: plaque rectangle SA suivant cotée (1,3) mode 2 .....	43
Figure III.4.21: plaque rectangle SA suivant les cotée (1,3) mode 3 .....	43
Figure III.4.22: influence de rapport $a/b$ sur $F_c$ .....	44
Figure III.4.23: influence de $e$ sur $F_c$ d'une plaque rectangle en acier .....	45
Figure III.4.24: rectangle SA sur les 4 cotée mode 1 .....	46
Figure III.4.25: rectangle SA sur les 4 cotée mode 2 .....	46

Figure III.4.26: rectangle SA sur les 4 cotée mode 3 .....	47
Figure III.4.27: influence de e sur Fc dans les cas SA : cotée (1,3) , cotée (2,4) , les 4 cotée..	48
Figure III.4.28: plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) mode 1 .....	49
Figure III.4.29: plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) mode 2 .....	49
Figure III.4.30: plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) mode 3 .....	50
Figure III.4.31: plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 mode 1.....	50
Figure III.4.32: plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 mode 2 .....	51
Figure III.4.33: plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 mode 3 .....	51
Figure III.4.34: influence de l'épaisseur sur la force critique d'une plaque rectangle en Aluminium .....	52
Figure III.4.35: influence de a/b sur la Force critique d'une plaque rectangle en aluminium.	53
Figure III.4.36: plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) mode 1...	54
Figure III.4.37: plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) mode 2...	54
Figure III.4.38: plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) mode 3...	55
Figure III.4.39: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle aluminium .....	56
Figure III.4.40: plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) mode 1 .....	57
Figure III.4.41: plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) mode 2 .....	57
Figure III.4.42: plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) mode 3 .....	58
Figure III.4.44: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle aluminium .....	59
Figure III.4.45: Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées mode 1 .....	60

Figure III.4.46: Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées mode 2 .....	60
Figure III.4.47: Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées mode 3.....	61
Figure III.4.48: plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée mode 1.....	62
Figure III.4.49: plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée mode 2.....	62
Figure III.4.50: plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée mode 3.....	63
Figure III.4.51: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carrée d'aluminium .....	64
Figure III.4.52: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carré en alliage de titane.....	66
Figure III.4.53: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane.....	68
Figure III.4.54: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane .....	69
Figure III.4.55: influence de matériaux sur Fc d'une plaque carré SA sur les cotée (2,4).....	70
Figure III.4.56: influence de géométrie de plaque sur Fc .....	71
Figure III.4.57 : Plaque carré SA de cotée (2,4) .....	72
Figure III.4.58 : Plaque rectangle SA sur les 4 cotée .....	73
Figure III.4.59: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4). .....	74
Figure III.4.60: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4).....	75

## Liste des tableaux

Tableau III.3.1 tableau de validation.....	29
Tableau III.4.1. : Influence de l'épaisseur sur une plaque carré SA sur les cotée (2,4).....	30
Tableau III.4.2. Influence de l'épaisseur sur plaque SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4).....	31
Tableau III.4.3.: influence de rapport $a/b$ sur la charge critique de plaque rectangle SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4).....	33
Tableau III .4.4 : influence de rapport $a/b$ sur la charge critique de plaque rectangle SA sur les cotée (2 et 4).....	35
Tableau III.4.5.: influence de $e$ sur $F_c$ d'une plaque carré d'acier SA sur les 4 cotée.....	36
Tableau III.4.6: influence de l'épaisseur sur $F_c$ d'une plaque rectangle en acier SA sur les cotée (2,4).....	38
Tableau III.4.7. Influence de $e$ sur $F_c$ d'une plaque rectangle en acier SA sur le cotée (2) encastré sur cotée (4).....	40
Tableau III.4.8.: influence de rapport $a/b$ sur $F_c$ d'une plaque rectangle SA sur les cotée (1.3) .....	41
Tableau III.4.9: influence de rapport $a/b$ sur la $F_c$ plaque rectangle SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1) .....	43
Tableau III.4.10 : plaque rectangle SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1) .....	44
Tableau III.4.11: influence de l'épaisseur du plaque rectangle SA sur les cotée (1.3) .....	44
Tableau III.4.12: influence de l'épaisseur d'une plaque rectangle SA sur les 4 cotée .....	45
Tableau III.4.14: influence de rapport $a/b$ sur $F_c$ d'une rectangle SA sur les 4 cotée.....	47
Tableau 3.4.15: influence de $e$ sur $F_c$ d'une plaque rectangle en aluminium	

SA les cotée (1,3) .....	48
Tableau III.4.16: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 .....	50
Tableau III.4.17: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle d'aluminium SA sur les cotée (1,3) .....	52
Tableau III.4.18: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle d'aluminium SA sur le cotée (3) encastré sur le cotée (1) .....	53
Tableau III.4.19: influence de a/b sur Fc d'une plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) .....	53
Tableau III.4.20: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4)	
Tableau III.4.21: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) .....	55
Tableau III.4.22: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) .....	56
Tableau III.4.23: influence de e sur Fc d'une Plaque rectangle AL SA sur les 4 cotées.....	59
Tableau III.4.24: influence de a/b sur Fc d'une Plaque rectangle AL SA sur les 4 cotées.....	61
Tableau III.4.25: influence de e sur Fc d'une plaque carré AL SA sur les 4 cotée.....	61
Tableau III.4.26: influence de e sur Fc d'une plaque carrée AL SA sur les cotée (2,4).....	63
Tableau III.4.27: influence de e sur Fc d'une plaque carrée AL SA de cotée (2) et encastré de cotée (4) .....	63
Tableau III.4.28: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les 4 cotée.....	64

Tableau III.4.29: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les 4 cotée.....	64
Tableau III.4.30: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les 4 cotée.....	65
Tableau III.4.31: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carré en alliage de titane SA sur les cotée (2,4). ....	65
Tableau III.4.32: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carré en alliage de titane SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4).....	65
Tableau III.4.33: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les cotée (2,4).....	66
Tableau III.4.34: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4).....	66
Tableau III.4.35: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les cotée (1,3).....	67
Tableau III.4.36: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1).....	67
Tableau III.4.37: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les cotée (1,3). ....	68
Tableau III.4.38: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1) .....	68





# Introduction

L'analyse du phénomène de stabilité des structures a mobilisé un grand nombre de chercheurs ces dernières décennies. Cela est dû, d'une part à la forte utilisation de ces structures dans les domaines nucléaires, aéronautiques, aérospatiaux et constructions mécaniques et d'autre part aux développements accrus des procédures numériques pour de telles structures.

Dans les différentes constructions, ces structures sont composées de poutres, plaques et coques. Soumises à des sollicitations extérieures, ces structures perdent leur stabilité (Figures 1-3). L'un des pionniers à ouvrir la voie de l'étude de la stabilité des systèmes mécaniques fut Euler. D'après des études faites les résultats analytiques obtenus par l'analyse linéaire se rapprochent des résultats expérimentaux pour les poutres et les plaques mais pas pour les coques.

L'utilisation des analyses d'éléments finis pour examiner la résistance au flambement des structures a considérablement augmenté au cours de la dernière décennie et c'est principalement en raison de l'amélioration de la capacité de calcul. La manière typique de réaliser une analyse structurelle élément finis d'une plaque en flambement a fait l'objet de cette étude.

Le mémoire est présenté en trois chapitres :

Le chapitre une présentation est faite de quelques types des structures en flambement (poutre, plaque et coque).

Le deuxième chapitre une modélisation par la méthode des éléments finis et obtenue pour formuler les plaques en flambement, basée sur l'élasticité tridimensionnelle.

Le troisième chapitre est réservé à la simulation par Ansys Workbench, pour déterminer les charges critiques de flambement des plaques sous effet de plusieurs paramètres géométrique et physiques et conditions aux limites.

Nous clôtureront évidemment ce mémoire par une conclusion générale et des perspectives.



Figure 1 : Flambement d'une coque cylindrique.



Figure 2 : Flambement de deux poutre long



Figure 3 : Flambement d'une plaque

## **Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURE**

### **I.1 Introduction**

Ce chapitre présente le phénomène de flambement et post-flambement, qui concernent les structures élancées, sont décrits dans une première section. Une attention particulière est portée aux structures raidies aéronautiques, notamment celles en matériaux composites. Dans une seconde section, la modélisation de ces structures est présentée et les équations qui gouvernent le flambement et le post-flambement sont formulées. Enfin, les deux dernières sections sont dédiées aux méthodes de résolution. Les méthodes semi-analytiques, rapides et peu coûteuses mais restreintes aux problèmes géométriquement et matériellement simple sont, d'une part, exposées. D'autre part, une revue de méthodes numériques éprouvées, basées sur les éléments-finis et adaptées à une grande diversité de problème, mais plus coûteuses, est établie.

### **I.2 Phénomène de post-flambement**

L'étude du post-flambement, comme son nom l'indique, décrit le comportement d'une structure après un certain niveau de chargement appelé chargement critique de flambement. Le flambement, ou flambage, concerne toutes les structures dites "élancées", qui présentent au moins une dimension très petite devant les autres. Dans le cas des plaques et coques, cette dimension est l'épaisseur. Pour les poutres, il s'agit des dimensions de la section, faibles devant la longueur. Le flambement des structures de base, plaques, coques et poutres est d'abord introduit. Ces structures de base s'assemblent pour former des structures raidies qui héritent de la sensibilité au flambement de leurs composants. Une attention particulière est donc portée ensuite à ces structures qui sont largement utilisées en aéronautique.

#### **I.2.1 Problème de flambement**

Le problème de flambement est caractérisé par une charge critique correspondant au point de bifurcation ou point limite de la branche d'équilibre, des modes de déformations et une évolution non-linéaire sur la branche d'équilibre en post-flambement. L'analyse linéaire de flambement est une première approche qui permet de déterminer les charges critiques et les modes de déformations associées. Cette approche ne renseigne pas sur l'amplitude des déformations mais est très utilisée pour le dimensionnement des structures dans le cas où le flambement n'est pas admissible

# Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURES

## I.2.2 Réponse des structures raidies en post-flambement

Les structures élémentaires sont assemblées pour former ce que l'on appelle les structures raidies. Ces structures se retrouvent dans le génie civil et dans le transport, notamment aérien, et dans le spatial, pour leur haute résistance et leur faible masse. La plupart des structures raidies dans le secteur du transport sont en effet constituées d'une peau et d'un système de raidisseurs. Ce type d'assemblage permet de concevoir des structures à forts moments quadratiques pour un minimum de masse. L'étude de la sensibilité de ces structures au flambement, et de leur réponse en post-flambement fait l'objet de nombreux travaux [1].

## I.3 Flambement des poutres

Considérons une pièce élancée (telle que sa longueur soit très supérieure à sa plus grande dimension transversale), de ligne moyenne rectiligne, de section droite constante, articulée à ses deux extrémités, et soumettons la à un effort normal de compression centré.

On observe successivement deux types de sollicitation :

- pour un effort  $N$  inférieur à une limite  $N_c$ , la poutre est comprimée, elle reste rectiligne et se raccourcit.

- Lorsque  $N$  atteint  $N_c$ , la poutre fléchit brusquement et se rompt très vite. On observe que la flexion se produit dans le plan perpendiculaire à la direction de plus faible moment quadratique de la section de la poutre. Pour le schéma ci-contre par exemple, la flexion se produit dans le plan  $(A, x, y)$ , perpendiculaire à  $(G, z)$  (rotation de la poutre autour de l'axe  $z$ ).

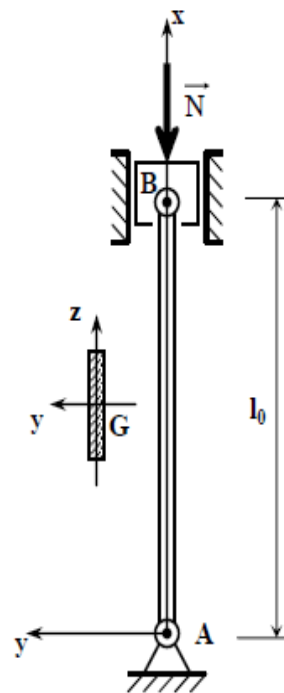


Figure I.3.1 : Flambement d'une poutre

La valeur  $N_c$  (ou  $F_c$ ) de l'effort de compression à partir de laquelle se produit le flambement s'appelle charge critique d'Euler.

## Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURES

Quelques cas de flambement général de poutres droites sont représentés Figure 1.3.2 La charge critique  $N_c$  dont une expression est donnée par la formule d'Euler (1.1), dépend des conditions limites à travers un facteur  $c$ , de la raideur  $E$  et du moment quadratique  $I$  de la poutre (donc de la forme de la section) et enfin de sa longueur  $l$

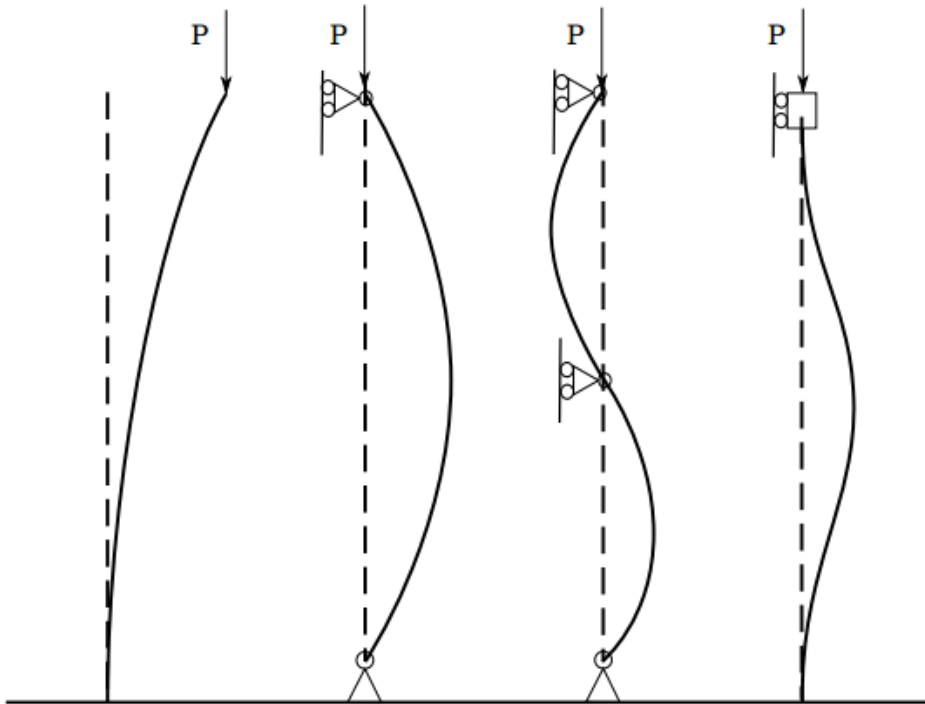


Figure I.3.2 Flambement des poutres en différentes conditions aux limites

Le facteur  $c$  prend en compte les conditions d'appui. Il vaut 4 dans le cas d'un double encastrement, 1 pour une poutre articulée et  $1/4$  pour une poutre encastree-libre.

Avec  $P = N_{cr}$

$$N_{cr} = \frac{cEI\pi^2}{L^2} \quad (1.1)$$

En post-flambement, la branche secondaire est théoriquement instable (horizontale) [Stolz, 2003], mais en pratique le chargement peut augmenter légèrement avec la déflexion à cause de non-linéarités géométriques. Dans le cas des plaques et des coques, les conditions limites et le type de chargement (compression, cisaillement) jouent aussi un rôle important sur la charge critique et sur la stabilité de la réponse après flambement. Les charges critiques d'une plaque rectangulaire en compression (1.2) ou en cisaillement (1.3) (de longueur  $a$ , de largeur  $b$  et d'épaisseur  $h$ , de module  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ ), exprimées en contraintes,  $\sigma_{cr}$  et  $\tau_{cr}$ , sont ainsi de la forme suivante [Timoshenko] [2]

$$\sigma_{cr} = k \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{h}{b}\right)^2 \quad (1.2)$$

$$\tau_{cr} = k' \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{h}{b}\right)^2 \quad (1.3)$$

### I.3.1 Charge critique d'Euler $N_c$

Modélisons la poutre par sa ligne moyenne AB et supposons que sous l'influence des efforts en A et B, cette ligne moyenne prenne une très légère courbure (accentuée sur le schéma ci-contre) Si  $x$  et  $y$  sont les coordonnées d'un point courant G de la fibre moyenne,  $y$  est la déformée de cette fibre. Habituellement, en ce qui concerne l'équilibre statique, on considère que les déformations sont petites et que la fibre moyenne n'a pas bougé après déformation. Dans ce qui suit, nous allons au contraire prendre en compte l'influence des déformations sur l'équilibre statique et considérer le moment secondaire qu'elles provoquent. Ce moment de flexion dans la section vaut :

$$M_z(x) = -N \cdot y \quad (1.4)$$

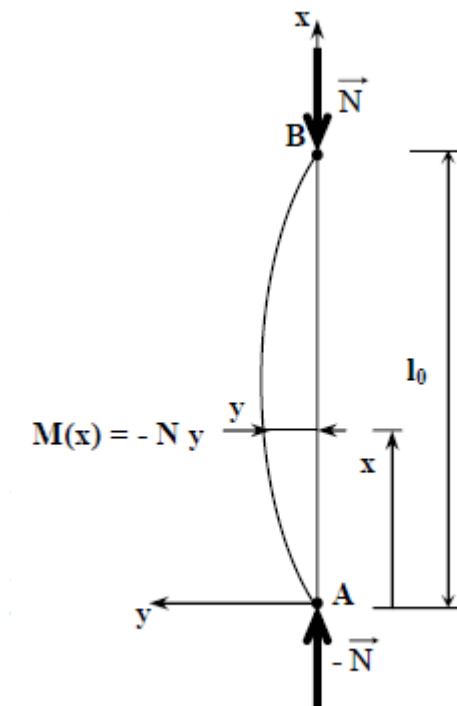


Figure I.3.3 Effet du flambement sur une poutre

Utilisons la formule vue au chapitre sur la flexion :

$$EI_{GZ}y'' = M_z(x) \quad (1.5)$$

$$\Rightarrow EI_{GZ}y'' - M_z(x) = 0 \quad (1.6)$$

## Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURES

---

$$\Rightarrow EI_{GZ}y'' + Ny = 0 \quad (1.7)$$

$$\Rightarrow y'' + \frac{N}{EI_{GZ}}y = 0 \quad (1.8)$$

équation différentielle du 2ème ordre

La solution générale de cette équation est de la forme :

$$y = A \cos \omega x + B \sin \omega x \quad (1.9)$$

$$\text{Avec } \omega^2 = \frac{N}{EI_{GZ}} \quad (1.10)$$

Détermination des constantes avec les conditions aux limites :

Pour  $x = 0$ ,  $y(0) = 0$  ; donc  $A = 0$

Pour  $x = l_0$ ,  $y(l_0) = 0$  ; donc  $B \sin \omega x = 0$

A étant nul, il est évident que  $B \neq 0$  (sinon pas de flambement) ;

$$\Rightarrow \sin \omega l_0 = 0$$

$$\Rightarrow \omega l_0 = n \pi, \text{ avec } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$n = 1, \text{ 1}^{er} \text{ mode de flambement} \quad \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{l_0} \quad (1.11)$$

Equation de la déformée ;

$$y(x) = B \sin \frac{\pi x}{l_0} \quad (1.12)$$

D'après les équations (1.10) et (1.11) on trouve  $\omega^2 = \frac{\pi^2}{l_0^2} = \frac{N}{EI_{GZ}}$

(1.13)

La résolution de cette équation permet de trouver  $N$  provoquant la déformée, c'est-à-dire la charge critique d'Euler  $N_c$  au-delà de laquelle le flambement se produit :

$$N = \frac{EI_{GZ}\pi^2}{l_0^2} \quad (1.14)$$

Dans le cas de la poutre bi-articulée étudiée ( $l_f = l_0$  - voir paragraphe suivant) et  $I_{GZ}$  le moment quadratique le plus faible (ce n'est pas toujours le cas) Plusieurs cas sont possibles pour la poutre :

## Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURES

---

- $N < N_c$  : compression simple, la poutre reste droite, elle est dite en équilibre stable.
- $N = N_c$  : la poutre peut rester droite ou fléchir (flamber) avec une flèche égale à  $B$ , elle est dite en équilibre neutre. A noter que  $B = y_{\max}$  est en général petit.
- $N > N_c$  : il y a instabilité en position droite (équilibre instable) avec une forte tendance au flambement.  $B$  augmentera très rapidement avec un léger accroissement de  $N$ .

### I.3.2 Contrainte critique d'Euler

A la force critique d'Euler  $N_c$  correspond une contrainte critique, qui peut prendre le nom de contrainte critique limite ou admissible, donnant un élément de sécurité vis-à-vis du flambement. Pour une poutre comprimée de section  $S$ , la contrainte critique  $\sigma_c$  est définie par la relation :

$$\sigma_c = \frac{EI_{GZ}\pi^2}{S.l_f^2} \quad (1.15)$$

$$\text{Avec : } \sigma_c = \frac{N}{S} \quad (2.16)$$

Supposons que la poutre soit parfaitement rectiligne, que l'effort  $N$  soit centré et que le matériau soit parfaitement homogène

- Si  $\sigma_c < \sigma_e$  (limite élastique) : il y aura ruine par flambement dès que  $\sigma$  atteindra la valeur  $\sigma_c$ .
- Si  $\sigma_c > \sigma_e$  la poutre périra par écrasement (ou compression simple sans flambement) dès que  $\sigma$  atteindra la valeur  $\sigma_e$ . Dans ce cas, il n'y a aucun risque de flambement. Le dimensionnement se fait en compression simple. [3]



## I.4 Flambement des coques

Sous certaines conditions de chargement, le chemin de l'équilibre de pré-flambement des coques minces élastiques peut devenir instable et en conséquence la coque peut subir une déformation de flambement et de post flambement. L'occurrence du flambement dans les coques minces est probable puisque le rapport d'épaisseur est très petit et certainement plus petit que d'autres éléments structuraux. La réponse des coques minces aux forces compressives est principalement très différente du comportement d'autres éléments structuraux tels que les montants, les poteaux – poutres et les plaques. La sensibilité à l'imperfection est un des caractères qui décrit le comportement d'une coque mince par rapport au comportement d'autres éléments structuraux.

Qualitativement parlant, les sources de flambement de coque peuvent être :

a- action des forces compressives (directe ou indirecte comme dans la flexion),

b- champ de compression local ou global,

c- conversion de l'énergie membranaire emmagasinée en énergie de flexion ; puisque la rigidité membranaire est plus élevée que la rigidité flexionnelle ainsi des déformations de flexion relativement grandes sont requises pour cette conversion ; en conséquence un événement drastique sous forme de flambement peut avoir lieu. Les coques réellement réalisées et/ou érigées ne sont jamais géométriquement parfaites. En outre un chargement idéalement parfait ne peut jamais être réalisé. Ceci est également le cas avec les autres formes structurales ; cependant il arrive souvent que les imperfections géométriques et de chargement peuvent avoir une influence décisive sur la capacité portante des coques alors qu'elles peuvent avoir une importance mineure pour les autres structures. Les imperfections géométriques incluent tous les écarts dans la forme de l'élément de structure par rapport à la configuration géométrique idéalement supposée. Ainsi, un poteau légèrement courbé, en comparaison avec une barre parfaitement droite, est considéré imparfait [4]

- le flambement et le comportement post flambement des coques forment des parties inséparables d'un processus unique qui est le comportement de la stabilité des coques. Dans certains cas, le pré-flambement et la réponse post flambement des coques englobent de larges déformations et/ou rotations. Dans de telles occasions, une théorie linéaire des coques ne serait pas suffisante pour prédire le comportement complet et le recours aux théories non linéaires doit être fait. Toutefois, dans plusieurs cas, l'analyse de la stabilité des coques au

## Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURES

---

moyen de théories linéaires fournit des informations utiles au sujet du comportement de la stabilité des coques. Particulièrement les expressions analytiques de forme fermée, démontrant les effets combinés entre les différents paramètres affectant le comportement de la stabilité, peuvent être utiles pour l'obtention d'une estimation de la capacité portante de la coque.

Le but de ce qui est appelée l'analyse linéaire de la stabilité des coques est la détermination des charges de bifurcation et les configurations flambées correspondantes. Dans l'analyse linéaire de la stabilité, l'existence d'un point de bifurcation et d'un état d'équilibre adjacent est supposée. La méthodologie générale de l'analyse linéaire de la stabilité de flambement des coques peut être résumée comme suit :

(a)- un état d'équilibre déformé infinitésimalement proche à la configuration initiale non déformée est considéré. L'état d'équilibre non déformé est supposé concéder avec l'état membranaire de la coque. L'état membranaire est de type flexion libre ; dans des analyses linéaires de flambement plus simplifiées, la rotation membranaire est négligée.

(b)- les équations cinétiques, constitutives et d'équilibre pour un élément coque dans un état d'équilibre indéformé et dans un autre déformé (perturbé) sont formulées. L'état déformé adjacent est également un état d'équilibre, d'où les équations d'équilibre peuvent être écrites pour une telle configuration d'équilibre. Pour une analyse élastique de stabilité, un comportement élastique linéaire du matériau est supposé. (c)- une fois les équations gouvernantes formulées, une série d'équations différentielles partielles homogènes simultanées est obtenue ; dans ces relations la charge critique de flambement apparaît comme un paramètre libre inconnu. [5]

Le problème de stabilité décrit par ces équations est mathématiquement un problème aux valeurs propres. Un problème aux valeurs propres est un problème qui possède seulement une solution triviale à moins que le paramètre libre acquiert certaines valeurs ; avec ces valeurs, le problème homogène peut avoir une ou des solutions non triviales. Les valeurs du paramètre résultant en une solution non triviale sont appelées les valeurs caractéristiques ; les solutions non nulles correspondantes sont appelées les fonctions propres ou fonctions caractéristiques (vecteurs propres). D'un point de vue physique, la solution triviale correspond à la configuration pré-flambement (membrane). Les valeurs propres sont les valeurs des charges critiques de flambement ; les fonctions propres sont les modes de flambement du problème.

## Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURES

La méthodologie décrite ici peut être utilisée pour établir les théories linéaires de stabilité des coques avec différentes géométries. [6]

### I.5 Flambement général des structures

L'instabilité de flambement est liée à la géométrie de la structure et à son chargement. Une structure chargée en compression dans son plan ou le long de son axe, par opposition à un chargement transverse ou en flexion, entre dans un état d'équilibre instable à partir d'un certain niveau de chargement. Autrement dit, de ce niveau de chargement, une perturbation infinitésimale modifie le mode de déformation de la structure [Timošenko][2]. Le flambement correspond donc à un changement de branche d'équilibre, de la branche fondamentale à une branche secondaire, tel que décrit Figure 1.5.1

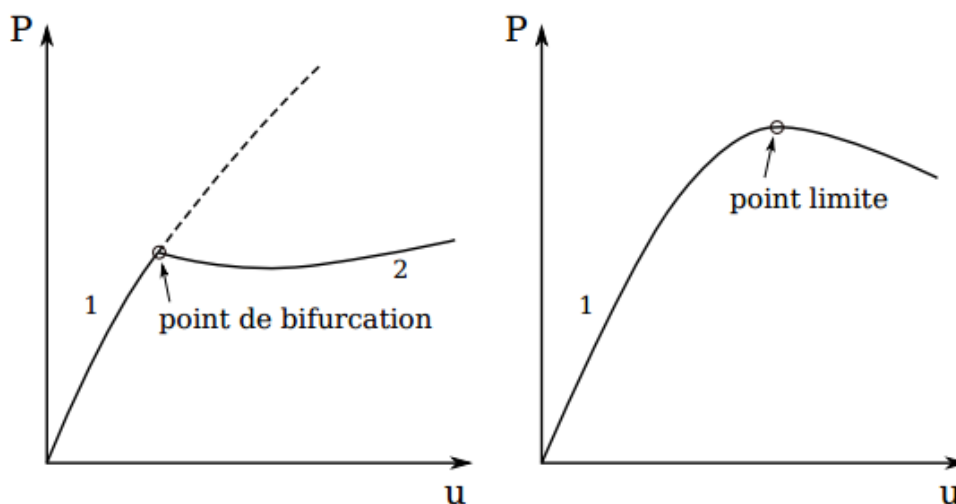


Figure I.5.1 – Phénomène de flambement

La charge critique de flambement définit un point théorique de la courbe reliant les efforts au déplacement, appelé point de bifurcation ou point limite. Après flambement (en phase de post-flambement), la structure se déforme dans les directions transverses à l'axe ou au plan de chargement. Une partie de l'énergie de déformation dans le plan, ou selon l'axe, est donc transformée en énergie de déformation de flexion et de cisaillement transverse. Le nouvel état d'équilibre peut-être lui-même stable ou instable dans le sens où une perturbation de l'effort imposé entraîne une augmentation indéterminée de la déflexion. De façon générale, une branche d'équilibre instable conduit à la ruine immédiate de la structure. Mais la branche d'équilibre peut également être initialement instable puis retrouver sa stabilité. C'est le cas du snap-through, ou phénomène de claquage, schématisé Figure I.5.2

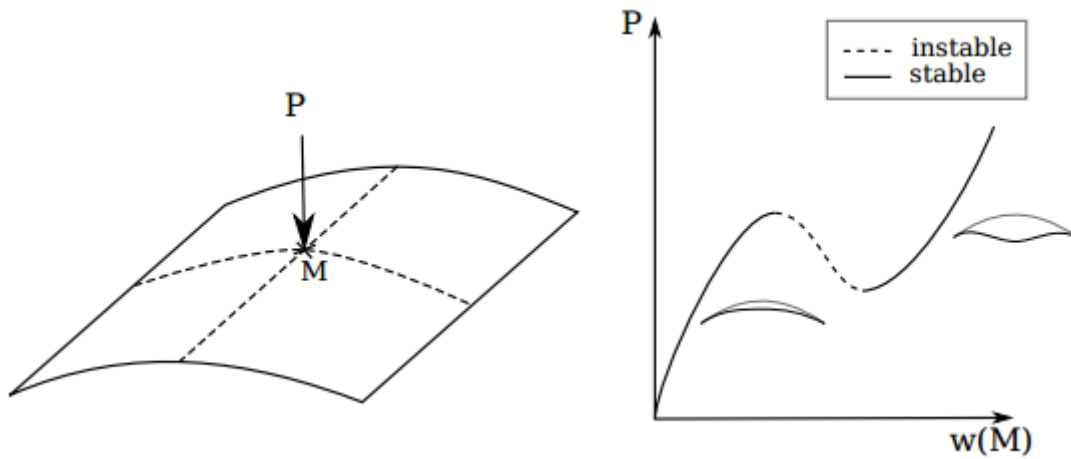


Figure I.5.2 – Snap-through, ou claquage d’une membrane sphérique.

Dans le cas d’un post-flambement stable, le comportement de la structure peut rester réversible (élastique), puis devenir irréversible (plastification) ou même rompre. Il peut y avoir également de nouveaux changements de branche d’équilibre, appelés flambements secondaires ou changements de mode. Avec  $P = N_{cr}$

Des abaques permettent de déterminer les coefficients  $k$  et  $k'$  en fonction des conditions aux limites. Dans le cas d’une plaque homogène, isotrope et rectangulaire, les configurations pour lesquelles les bords sont libres se rapprochent du cas d’une poutre et présentent une plus faible raideur en post-flambement. Lorsque les bords sont appuyés ou retenus de manière élastique, la déformée de flambement est sinusoïdale dans les deux directions (longueur et largeur) dont les longueurs d’ondes dans ces directions dépendent des dimensions.

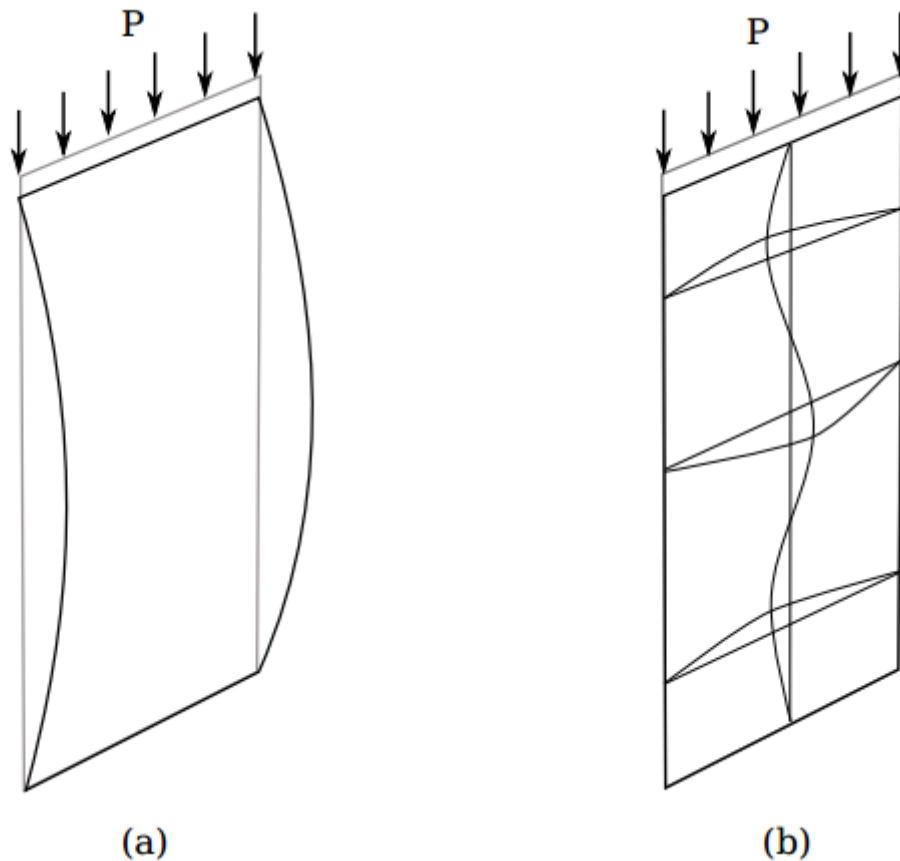


Figure I.5.3 (a) Plaque à bords libres en compression (instable), (b) Plaque à bords appuyés ou retenus de manière élastique (stable)

Dans ce cas, le post-flambement est stable, même si la raideur peut diminuer sensiblement. Dans tous les cas, le flambement est lié à une contrainte de compression. Ainsi le flambement en cisaillement résulte d'un état de traction/compression dans les directions principales [Timošenko][2]. Les cloques se forment selon ces directions, c'est à dire à  $45^\circ$ . De manière générale, le post-flambement des plaques et coques induit la transformation d'une partie de l'énergie de déformation de membrane en énergie de flexion ou de cisaillement transverse. La répartition des contraintes est aussi modifiée par le couplage membrane-flexion qui traduit le non-allongement du plan moyen [Timošenko][2]. Le phénomène est mis en évidence en Figure 1.6 par la simulation du post flambement d'une plaque rectangulaire en cisaillement. Le flambement, caractérisé notamment par une charge critique et un mode de déformation, est sensible à des défauts initiaux qui peuvent être de deux origines. D'une part les défauts de fabrication (géométrie, matériau), et d'autre part les défauts de chargement (montage désaxé). La tendance est à l'abaissement de la charge critique avec l'amplitude des défauts, comme

## **Chapitre I : FLAMBEMENT DES STRUCTURES**

---

l'illustrent les travaux de, avec une charge critique mesurée systématiquement inférieure à la charge critique théorique.

Les défauts altèrent donc la réponse avant et après la charge critique dans une mesure qui dépend de leur position, de leur type et de leur taille mais aussi de la structure elle-même. [7 ; 8 ;9]

**Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES  
INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS**

**II.1 Introduction**

Ce chapitre a pour but d'exposer la formulation de l'élément fini développé par Tati [10] pour l'étude de la flexion et le flambage des plaques isotrope épaisse. Ce chapitre comporte aussi, l'extension de cet élément fini vers l'étude du flambement des plaques isotrope épaisse, l'élément est une combinaison d'un élément membranaire cubique à 8 nœuds et d'un élément de type Hermite de haute précision, le tout donnant un élément fini à 8 nœuds.

**II.2 Relations cinématiques :**

Le champ des déplacements est donné par :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x, y, z) \\ v(x, y, z) = v_0(x, y, z) \\ w(x, y, z) = w_0(x, y, z) \end{cases} \quad (2.1)$$

$u_0, v_0$  sont les déplacements membranaires et  $w_0$  est le déplacement flexionnel du feuillet moyen de la plaque

Le champ des déformations est donné par :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$\{\varepsilon\}$  est le vecteur de déformation totale est donné par :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_l\} \\ \{K\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_{nl}\} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

---



---

Le vecteur de déformation membranaire est donnée par:  $\{\varepsilon_l\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}$  (2.4)

le vecteur de déformation en flexion est donnée par :  $\{\varepsilon_{nl}\} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}\right) \end{bmatrix}$  (2.5)

le vecteur du déformation de couplage membrane – flexion est donnez par :

$$\{K\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La relation contrainte – déformation dans le cas des contraintes plane est définies par

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

$$Q_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Avec  $Q_{ij}$  est la matrice de rigidité

### II.3 Résultantes et moments

#### II.3.1 Résultantes en membrane

Le vecteur résultantes en membrane noté  $N(x, y)$  et défini par  $N_x, N_y, N_{xy}$  (voire figure II.3.1) sont les efforts résultantes en membrane par unité de longueur.

Le vecteur  $N(x, y)$  peut s'écrire :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (2.9)$$



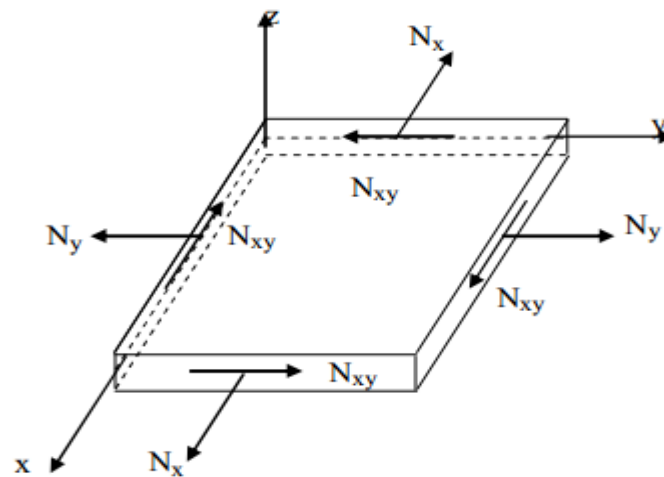


Figure II.3.1: schématisation des résultantes en membrane des actions exercées

### II.3.2 Résultantes en cisaillement

Le vecteur force en cisaillement est définie de la même manière par :

$$Q_{xy} = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} dz \quad (2.10)$$

Comme les résultantes en membrane, les résultantes en cisaillement sont définies (voire la figure II.3.2) par unité de longueur

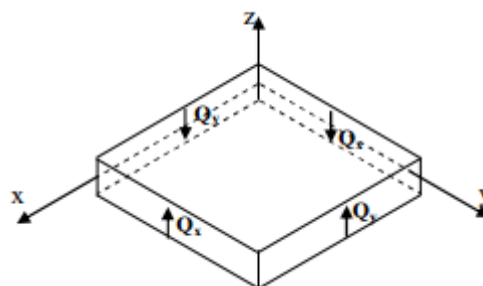


Figure II.3.2: schématisation des résultantes de cisaillement

## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

---

### II.3.3 Moment de flexion et de torsion

Les moments de flexion et de torsion exercés sur un élément sont définis par :

$$M(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (2.11)$$

$M_x$ ,  $M_y$  sont les moments de flexion et  $M_{xy}$  le moment de torsion, ils sont schématisés sur la figure II.3.3.

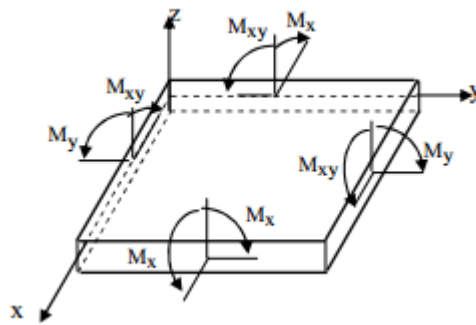


Figure II.3.3: schématisation des moments de flexion et de torsion

## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

---

En remplace l'équation (2.7) dans les équations (2.10) et (2.11). Les efforts et les moments d'une plaque sont liés aux déformations, ils s'obtiennent en regroupant les expressions (2.10) et (2.11) suivant une seule écriture matricielle sous la forme:

$$\begin{pmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & 0 & 0 & 0 \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{21} & D_{31} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{32} \\ 0 & 0 & 0 & D_{13} & D_{23} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ K_{xx} \\ K_{yy} \\ K_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Avec [A] et [D] sont les rigidités extensionnelle et flexionnelle et ils sont définies par [11]:

$$\begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{xy} \end{bmatrix} = [A_{ij}] * [\varepsilon_l] \quad A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} dz \quad (2.13)$$

$$\begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = [D_{ij}] * [\varepsilon_{nl}] \quad D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z^2 dz \quad (2.14)$$

## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

### II.4 Evaluation de l'énergie potentielle

L'énergie de déformation U est donnée par équation suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_v \sigma^T \varepsilon dv \quad (2.15)$$

Ou v et le volume de la plaque.

En utilisant les relations contraintes – déformations, l'énergie de déformation peut s'écrire :

$$U = \frac{1}{2} \int_v [\varepsilon_l]^T [A] [\varepsilon_l] dv + \frac{1}{2} \int [K]^T [D] [K] dv \quad (2.16)$$

Puisque la plaque est supposée être chargées par les résultantes des contrainte  $T_x$ ,  $T_y, T_{xy}$  l'énergie potentielle due à une charge extérieures membranaires est donnée par:

$$V = \int_v \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 T_x + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 T_y + 2 \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right\} T_{xy} \right) dv \quad (2.17)$$

$$[T] = [T_{xx} \quad T_{yy} \quad T_{xy}] \quad (2.18)$$

En traduisant les relations (2.10) dans les expressions de l'énergie, on obtient:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{-1}^1 \{q\}^T \{[S_l]^T [A] [S_l] + [S_{nl}]^T [D] [S_{nl}]\} \{q\} |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (2.19)$$

$$V = \frac{1}{2} \iiint_{-1}^1 \{q\}^T \{[G]^T [T] [G]\} \{q\} |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (2.20)$$

[G] est une matrice donnée par :

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

où

$$[G]\{q\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

---

$$\{\varepsilon_l\} = [S_l]\{q\} \quad (2.23)$$

$[S_l]$  est une matrice, qui relie le déformation linéaire au vecteur de déplacement  $\{q\}$ .

$$\{\varepsilon_{nl}\} = [S_{nl}]\{q\} \quad (2.24)$$

$[S_{nl}]$  est une matrice, qui relie le déformation non linéaire au vecteur de déplacement  $\{q\}$ .

L'énergie potentielle totale d'une plaque  $\Pi$  est la somme des énergies potentielles de déformation, et celle des charges extérieures est donnée par :

$$\Pi = U + V \quad (2.25)$$

### II.5 L'élément cubique

#### II.5.1. Approximation géométrique

Les coordonnées locales sont notées  $\xi$ ,  $\eta$  et  $\zeta$ . Les coordonnées  $x$  ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ) et  $y$  ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ),  $z$  ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ) d'un point quelconque sont définies par :

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_1^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i \\ y(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_1^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i \\ z(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_1^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \end{aligned} \quad (2.25)$$

Où  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  sont les coordonnées du nœud  $i$  et, les fonctions d'interpolation linéaires sont données par :

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 - \xi_i) (1 - \eta_i) (1 - \zeta_i) \quad (2.26)$$

$$N_1(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 - \eta) (1 - \zeta)$$

$$N_2(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 - \eta) (1 - \zeta)$$

$$N_3(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 + \eta) (1 - \zeta)$$

$$N_4(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 + \eta) (1 - \zeta)$$

$$N_5 (\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1- \xi) (1- \eta) (1+ \zeta)$$

$$N_6 (\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1+ \xi) (1- \eta) (1+ \zeta)$$

$$N_7 (\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1+ \xi) (1+ \eta) (1+ \zeta)$$

$$N_8 (\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8} (1- \xi) (1+ \eta) (1+ \zeta) \quad (2.27)$$

### II.5.2 L'élément plaque

En utilise dans cette étude l'élément cubique à 8 nœuds :

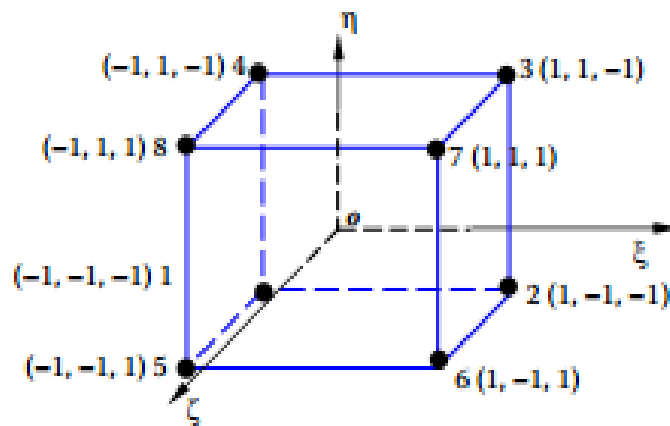


Figure II.3. Élément cubique à 8 nœuds [12]

### II.5.3. Champ des déplacements

Comme l'élément est cubique à 8 nœuds, l'approximation nodale pour le champ des déplacements dans le plan de l'élément s'écrit en utilisant les mêmes fonctions de formes que l'approximation géométrique, soit

$$u (\xi, \eta, \zeta) = \sum_1^8 N_i (\xi, \eta, \zeta) q_i$$

$$v (\xi, \eta, \zeta) = \sum_1^8 N_i (\xi, \eta, \zeta) q_i \quad (2.28)$$

$$w (\xi, \eta, \zeta) = \sum_1^8 N_i (\xi, \eta, \zeta) q_i$$

Où  $u (\xi, \eta, \zeta)$ ,  $v (\xi, \eta, \zeta)$  et  $w (\xi, \eta, \zeta)$  sont les déplacements d'un point quelconque  $(\xi, \eta, \zeta)$  et  $q_i$  sont les déplacements du nœud  $i$  [12].

## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

Les dérivées des fonctions d'interpolations géométriques seront calculées par la formule suivante:

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_i}{\partial x} &= \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} &= \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} &= \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z}\end{aligned}\tag{2.29}$$

Où sous la forme matricielle par:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix}\tag{2.30}$$

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix}\tag{2.31}$$

la matrice Jacobéenne est donnée par:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix}\tag{2.32}$$

Les fonctions d'interpolations de l'élément plaque réel quadrilatéral sont déterminées à partir des fonctions d'interpolations de l'élément de référence en introduisant les fonctions d'interpolation géométrique [9, 12]

## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

---

### II.6 Problème de flambage

Problèmes de flambage des plaques, la détermination en avance de la distribution des contraintes à travers la plaque n'est pas nécessaire. Cependant dans le cas générale et lorsque les contraintes normales sont non uniformément distribués à travers la plaque, il sera nécessaire de déterminer la distribution des efforts membranaire comme première étape dans l'analyse.

Dans ce cas la plaque est soumise à un chargement membranaire et le champ des efforts membranaires dans un élément est donnée par

$$[T^0] = \lambda [T] = \lambda [T_{xx} \quad T_{yy} \quad T_{xy}] \quad (2.33)$$

Avec  $\lambda$  est le paramètre de charge

L'énergie potentielle totale de la plaque est donnée par:

$$\Pi = U + V \quad (2.34)$$

L'équilibre critique est donné par la deuxième variation de l'énergie potentielle totale :

$$\text{Soit} \quad \partial^2 \Pi = \partial^2 U + \partial^2 V \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \text{Soit} \quad \partial^2 \Pi = & \iiint_{-1}^1 \{ [S_l]^T [A] [S_l] + [S_{nl}]^T [D] [S_{nl}] \} |J| \, d\xi \, d\eta \, d\zeta \\ & + \iiint_{-1}^1 \{ [G]^T [T] [G] \} |J| \, d\xi \, d\eta \, d\zeta \end{aligned} \quad (2.36)$$

$|J|$  est le déterminant de la matrice Jacobéenne.

$$\text{Avec} \quad [K^e] = [K^1] + [K^2] \quad (2.37)$$

$$[K^1] = \iiint_{-1}^1 \{ [S_l]^T [A] [S_l] \} |J| \, d\xi \, d\eta \, d\zeta \quad (2.38)$$

$$[K^2] = \iiint_{-1}^1 \{ [S_{nl}]^T [D] [S_{nl}] \} |J| \, d\xi \, d\eta \, d\zeta \quad (2.39)$$

- la matrice de rigidité élémentaire

$$[K^e] = \iiint_{-1}^1 \{ [S_l]^T [A] [S_l] + [S_{nl}]^T [D] [S_{nl}] \} |J| \, d\xi \, d\eta \, d\zeta \quad (2.40)$$

- La matrice géométrique élémentaire:



## Chapitre II MODELISATION DES PROBLEMES INSTABILITE PAR ELEMENT FINIS

---

---

$$[K_g^e] = \iiint_{-1}^1 \{[G]^T [T] [G]\} |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (2.41)$$

En remplaçant la matrice des efforts  $[T^0]$  de l'équation (2.45) par la matrice  $\lambda[T]$ , on obtient:

$$[K^e]\{q\} + \lambda[K_g^e]\{q\} = 0 \quad (2.42)$$

La résolution de l'équation (2.45) permet d'obtenir les valeurs propres  $\lambda_i$  la plus petite des valeurs de  $\lambda_i$  correspondre au coefficient de la charge critique  $\lambda_{cr}$  la matrice des efforts critiques  $[T]_{cr}$  est égale  $\lambda_{cr}[T]$  et par conséquent on peut déterminer

la charge critique extérieur appliquée telle que :

$$P_{cr} = \lambda_{cr} \cdot P \quad (2.43)$$

Avec  $P_{cr}$  est la charge critique membranaire par unité de longueur [13, 14]

### **Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE**

#### **III.1. Description logiciel ANSYS Workbench**

ANSYS Workbench est une plate-forme de simulation qui permet aux utilisateurs de modéliser et de résoudre un large Gamme de problèmes d'ingénierie utilisant la MEF.

Il donne accès à la famille ANSYS

Des modules de conception et d'analyse dans un environnement de simulation intégré. Cette section donne un bref aperçu des différents éléments dans l'environnement.

ANSYS Workbench simulation ou l'interface utilisateur graphique (GUI). Les lecteurs sont référencés à ANSYS Workbench.

Cette plateforme propose une approche différente dans la construction d'un modèle, en réutilisant le code ANSYS initial. Elle est particulièrement adaptée au traitement de cas à la géométrie complexe (nombreux corps de pièce) et aux utilisateurs non confirmés dans le domaine du calcul. Dans cet environnement, l'utilisateur travaille essentiellement sur une géométrie et non plus sur le modèle lui-même. La plateforme est donc chargée de convertir les requêtes entrées par l'utilisateur en code ANSYS avant de lancer la résolution. Le modèle éléments finis généré reste néanmoins manipulable en insérant des commandes propres au code ANSYS.

#### **III.2. Modélisation des plaques**

Les différents matériaux utilisés dans cette étude sont :

- Acier :

Masse volumique  $7850 \text{ kg m}^{-3}$ ,

Module de Young :  $2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ,

Coefficient de poisson : 0.3

Module de cisaillement :  $7.6923 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$

- Alliage d'aluminium :

Masse volumique  $2770 \text{ kg m}^{-3}$ ,

Module de Young :  $7.1 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ ,

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Coefficient de poisson : 0.33

Module de cisaillement :  $2.6692 \cdot 10^{10}$  Pa

- Alliage de titane :

Masse volumique :  $4620 \text{ kg m}^{-3}$ ,

Module de Young :  $9.6 \cdot 10^{10}$  Pa,

Coefficient de poisson : 0.36

Module de cisaillement :  $3.5294 \cdot 10^{10}$  Pa

Types de plaques utilisées de dimensions (b x a x e) mm

- Plaque carré (1000 x 1000 x 20)
- Plaque rectangle (1000 x 400 x 20)

Maillage :

Le maillage d'une plaque rectangle est présenté par la Figure III.2.1

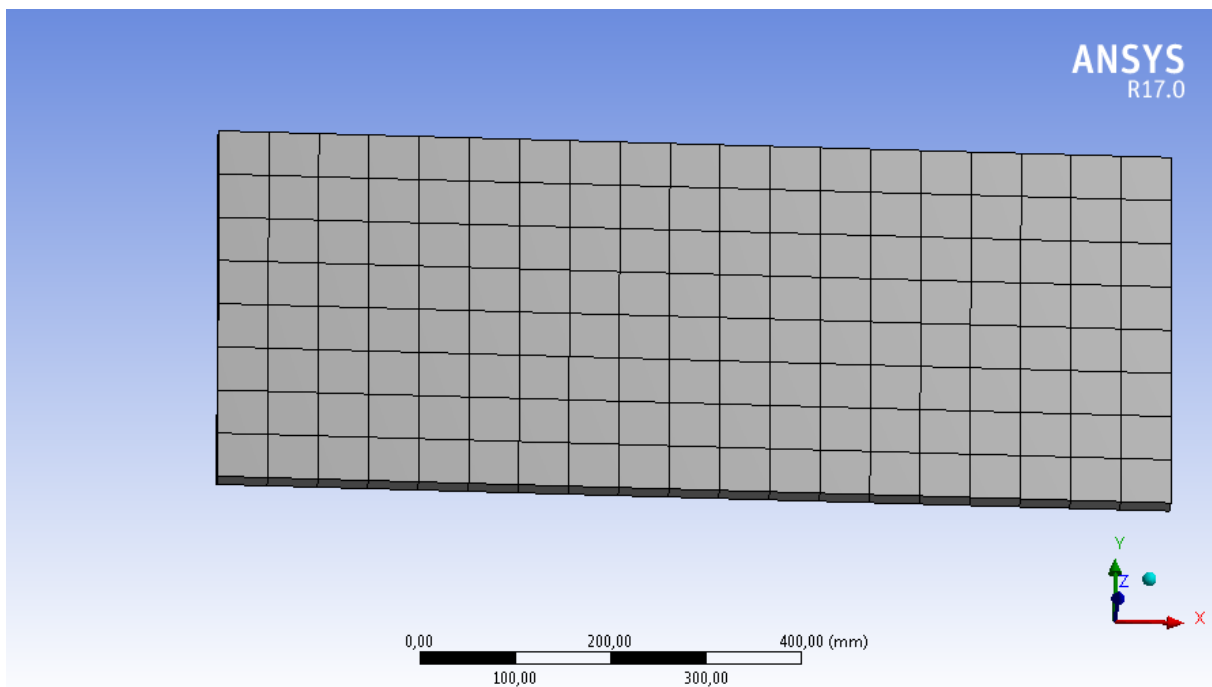


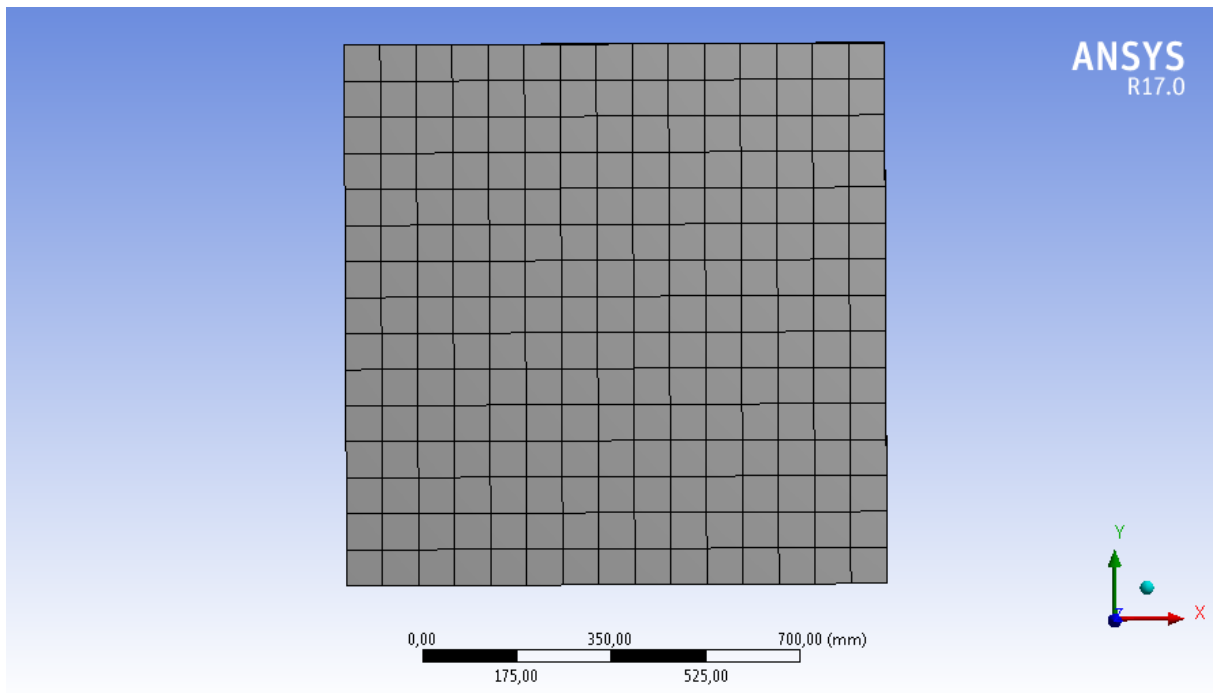
Figure III.2.1 maillage d'une plaque rectangle.

Nombre des éléments : 152.

Nombre des nœuds : 1202

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Le maillage d'une plaque carré est présenté par la FigureIII.2.2



FigureIII.2.2 maillage d'une plaque carré.

Nombre des éléments : 225

Nombre des nœuds : 1728

$e$  : l'épaisseur

$F_c$  : la force critique

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Les différents cas des conditions aux limites et application des forces :

EN : encastree

SA : simplement appuyee

La plaque simplement appuyee sur les 4 cotees presentee par la Figure III.2.3

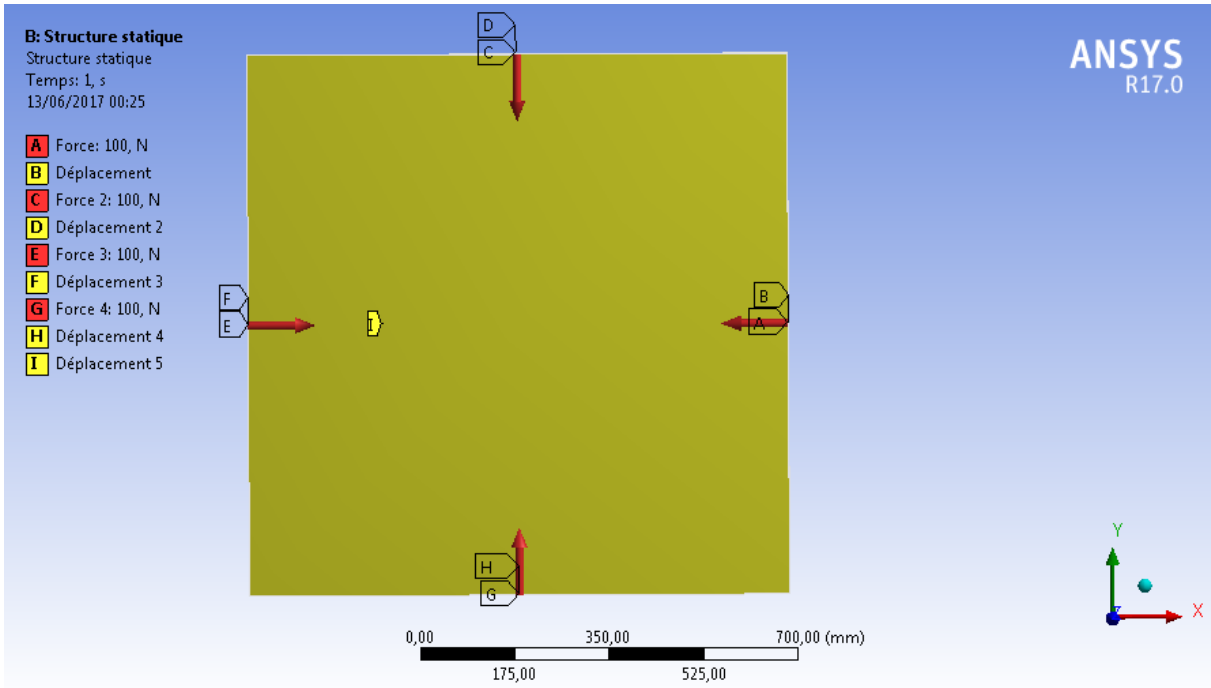


Figure III.2.3: plaque SA sur les 4 cotees

La plaque SA sur les cotees (2,4) est presentee par la Figure III.2.4

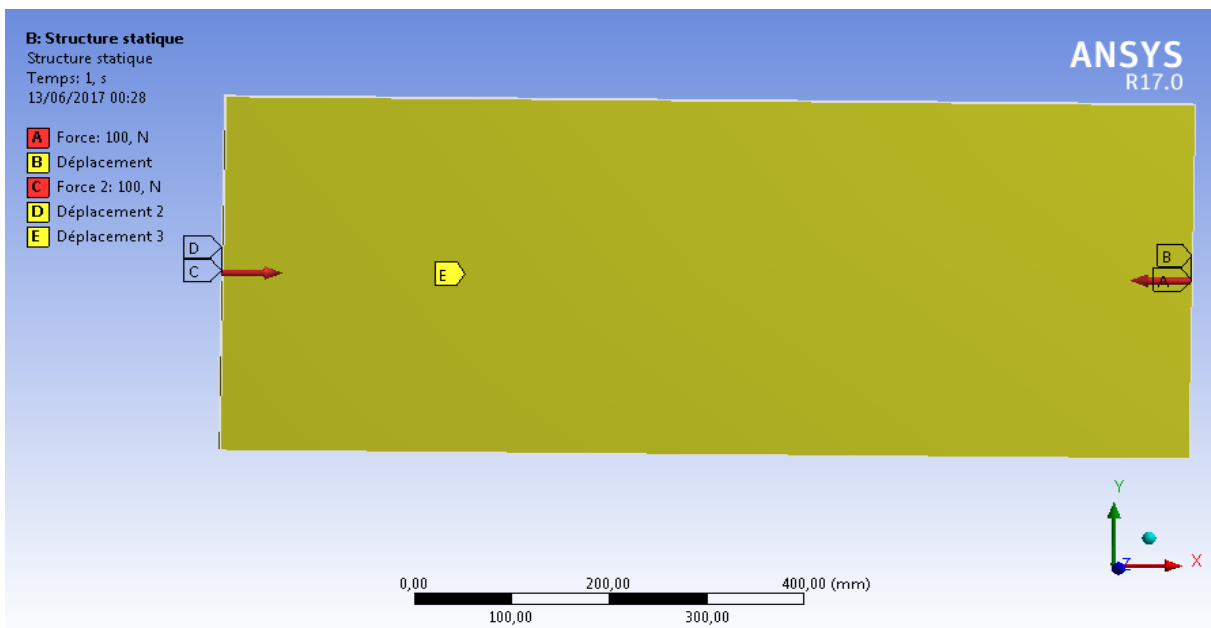


Figure III.2.4: plaque SA sur les cotees (2,4)

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

La plaque SA sur le cotée (2) et EN sur le cotée (4) est présenté par la Figure III.2.5 :

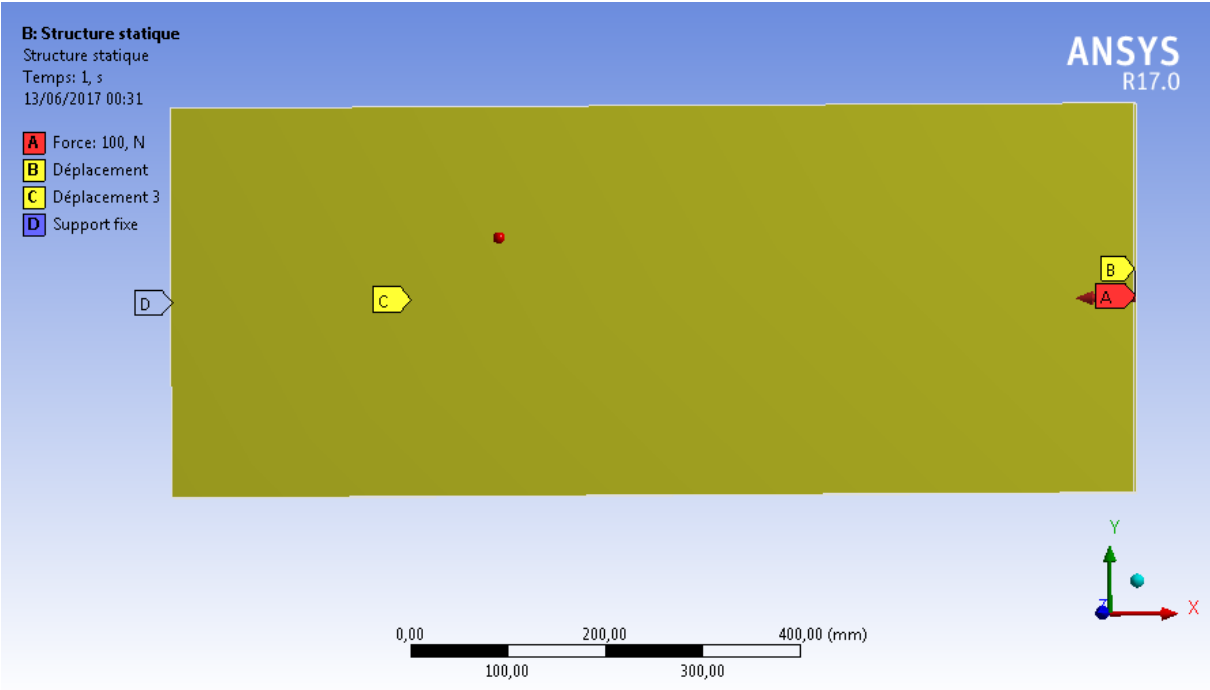


Figure III.2.5: plaque SA sur le cotée (2) et EN sur le cotée (4)

La plaques SA sur cotée (3) et EN sur cotée (1) est présenté par la Figure III.2.6:

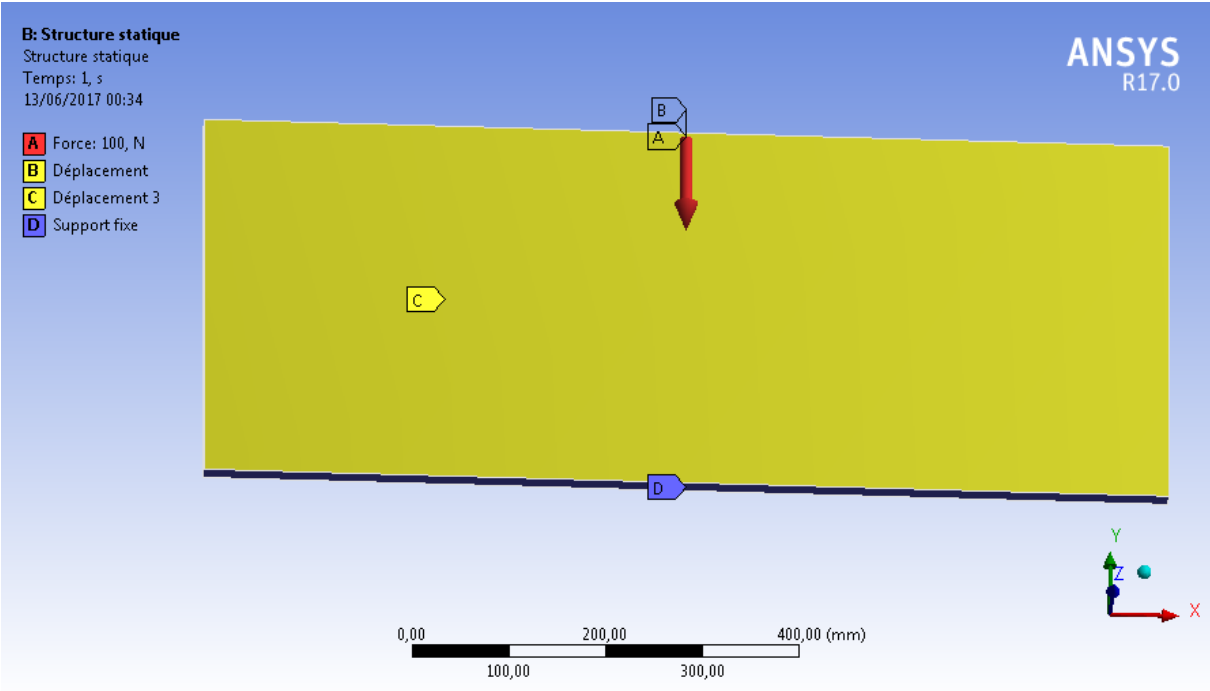


Figure III.2.6: plaques SA sur cotée (3) et EN sur cotée (1).

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

La plaques SA sur les cotées (3,1) est présenté par la Figure III.2.7:

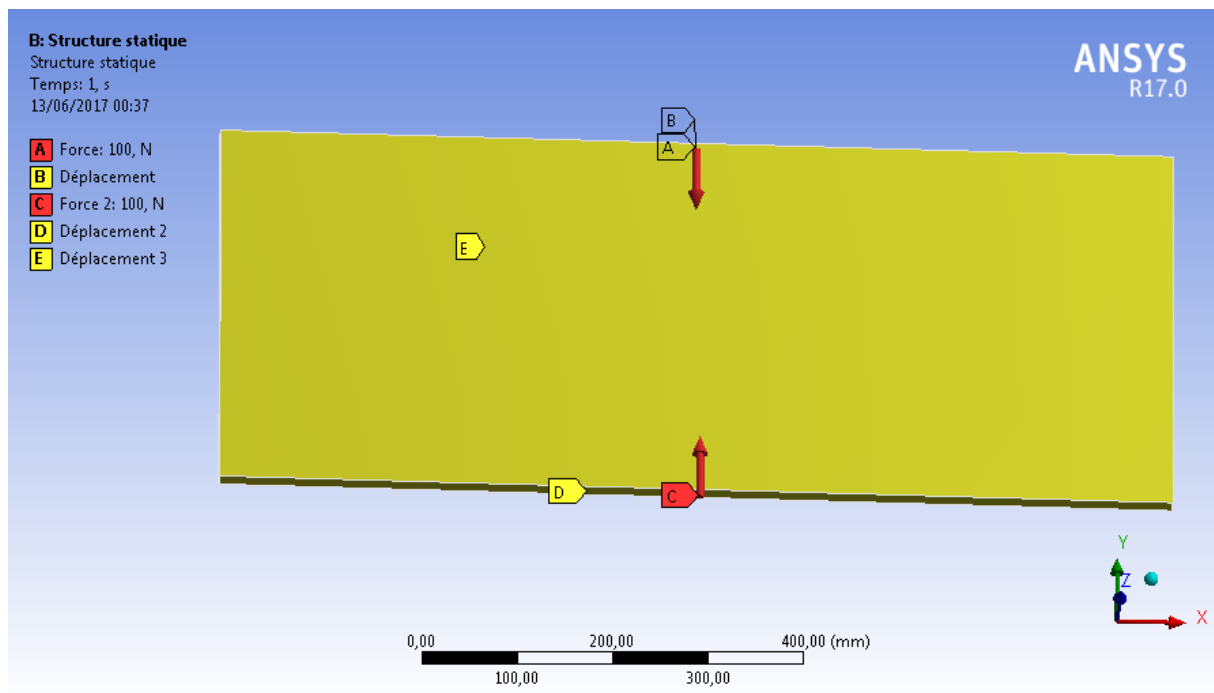


Figure III.2.7: plaques SA sur les cotées (3,1).

## III.3. Validation des résultats

Validation des résultats d'une plaque carré simplement appuyée sur les 4 cotées en matériaux acier est présentée par le Tableau III.3.1. en remarque que les résultats présent très proche pour les résultat de validation

Tableau III.3.1 tableau de validation

	résultat 1	Résultat 2
Résultat de référence	$1.19 \cdot 10^3$	723.04
Résultat présent	$1.789 \cdot 10^3$	715.94
Référence	[15]	[14]

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

## III.4. Etude paramétrique

### III.4.1 Acier

Effet de flambements sur l'épaisseur d'une plaque carré simplement appuyée est présenté par le Tableau III.4.1. En remarque l'augmentation de la force critique à chaque fois en augment l'épaisseur

Tableau III.4.1. : Influence de l'épaisseur sur une plaque carré SA sur les cotée (2,4)

e(mm)	20	40	60	80	100
$F_c * 10^5 N$					
Mode1	0.73538	5.8084	19.252	44.069	83.579
Mode2	1.8341	14.388	47.414	107.9	203.3
Mode3	2.9718	23.036	73.942	162.05	290.86

Effet de flambements sur l'épaisseur d'une plaque carré simplement appuyée est présenté par le Tableau III.4.1. En remarque l'augmentation de la force critique à chaque fois en augment l'épaisseur

Une plaque carré acier SA sur les cotée (2,4) mode 1 est présentée par la Figure III.4.1.

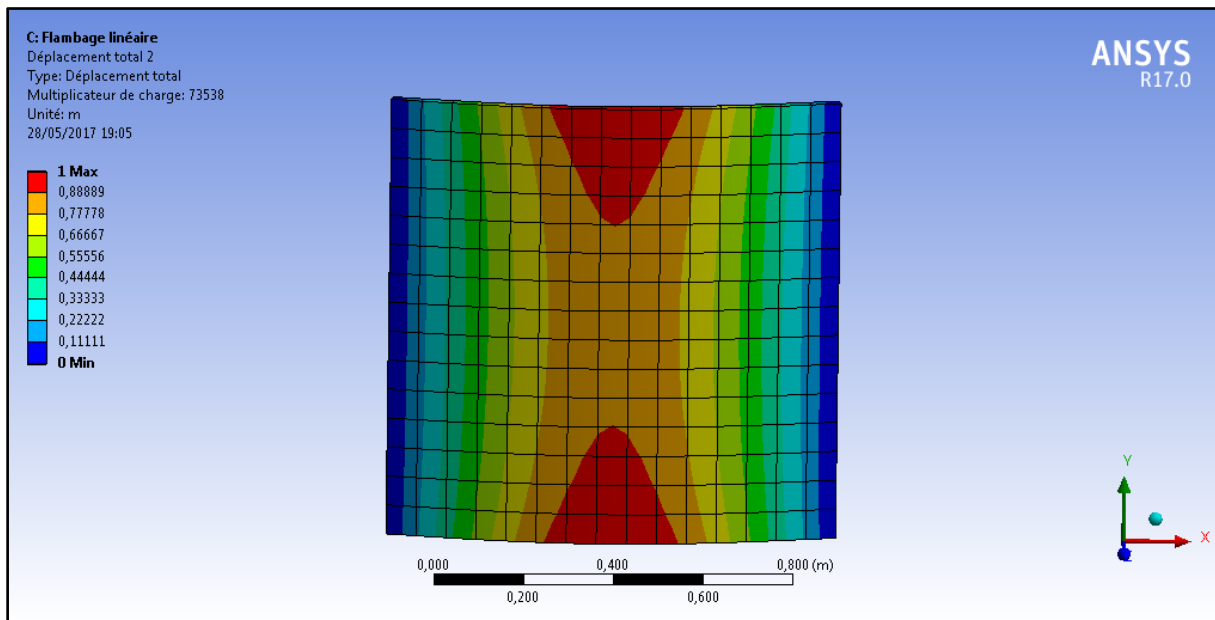


Figure III.4.1. : Plaque carré acier SA sur les cotée (2,4) mode 1



# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque carré en acier SA sur les cotée (2,4) mode est présenté par la Figure III.4.2 :

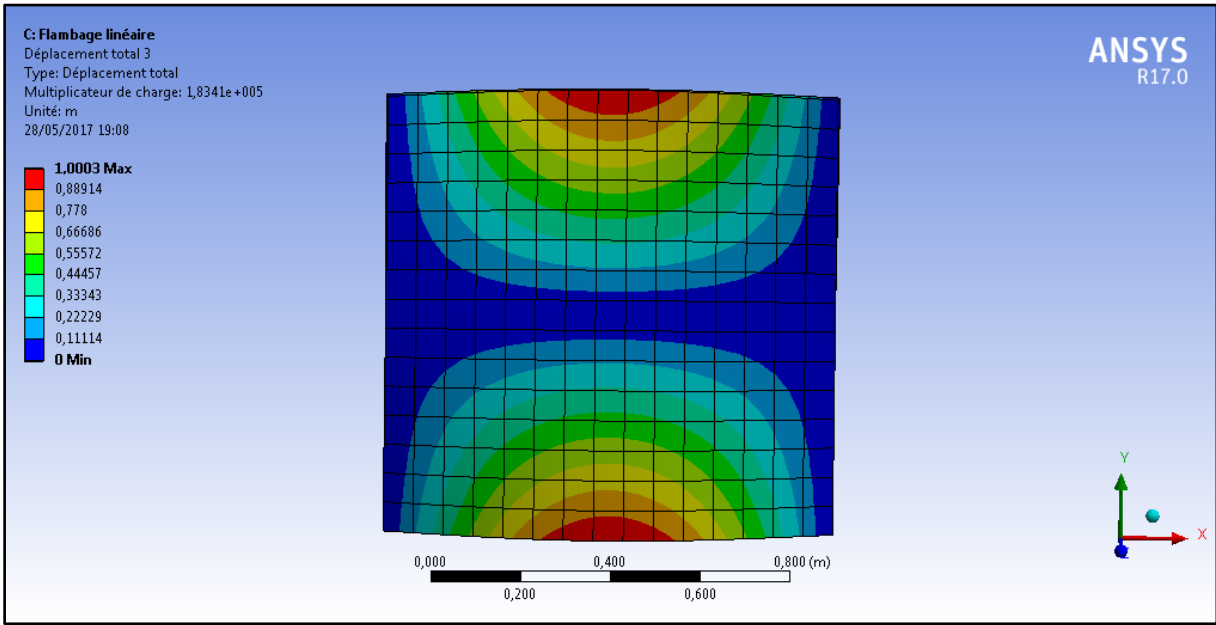


Figure III.4.2 : Plaque carré en acier SA sur les cotée (2,4) mode 2

Une plaque carré en acier SA sur les cotée (2,4) mode 3 est présenté par la Figure III.4.3 :

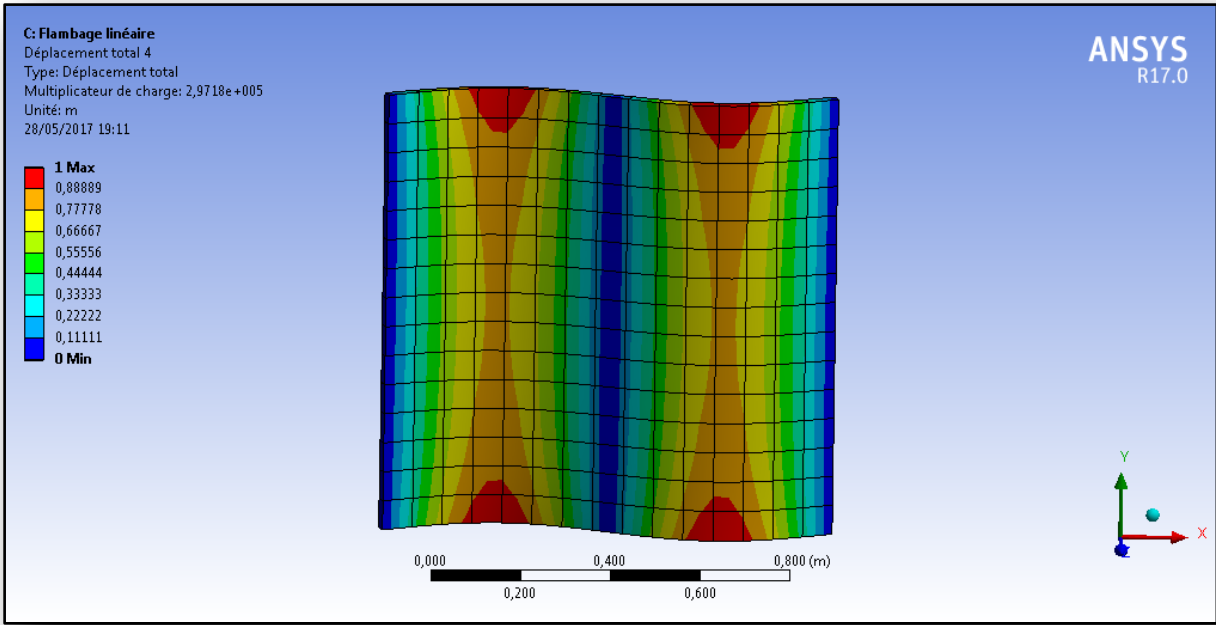


Figure III.4.3 : Plaque carré en acier SA sur les cotée (2,4) mode 3

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Tableau 3.4.2. Influence de l'épaisseur sur plaque SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4)

e(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	20	40	60	80	100
Mode1	2.8678	22.039	69.97	150.23	267.42
Mode2	4.6753	35.684	112.49	239.8	423.35
Mode3	11.708	87.741	265.68	533.87	867.16

Effet de flambements sur l'épaisseur d'une plaque carré simplement appuyée (2) de cotée et EN de cotée (4) est présenté par le Tableau 3.4.2. En remarque l'augmentation du force critique à chaque fois en augment épaisseur.

Une plaque carré en acier SA cotée (2) et encastré sur le cotée (4) mode 1 présenté par la Figure III.4.4

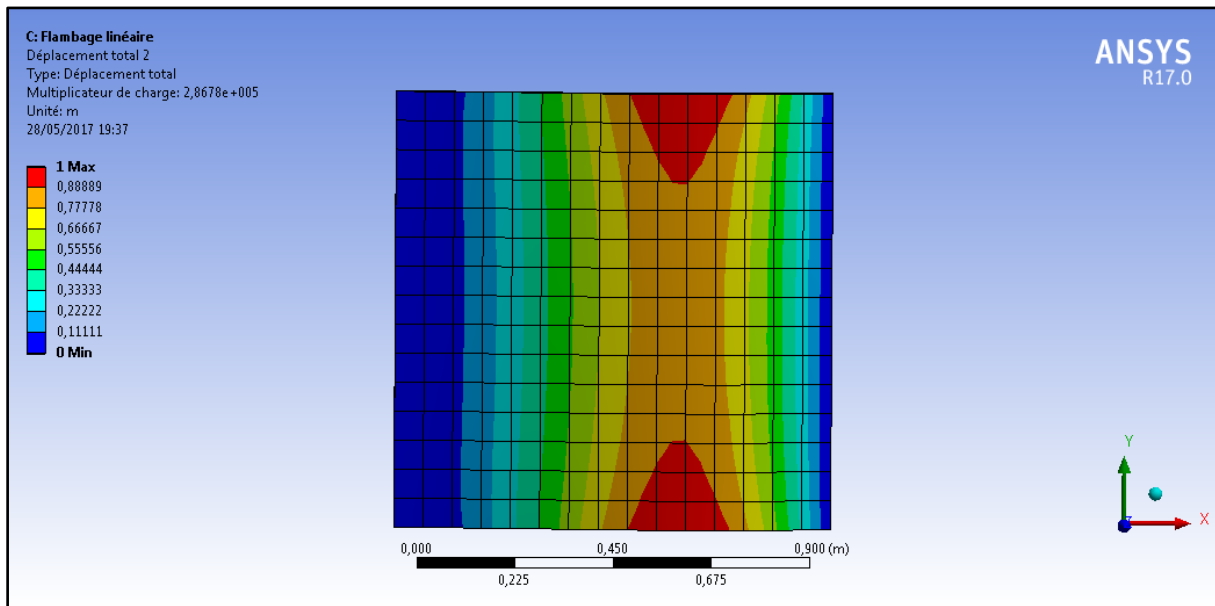


Figure III.4.4 : Plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 1

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 2 est présentée par la Figure III.4.5 :

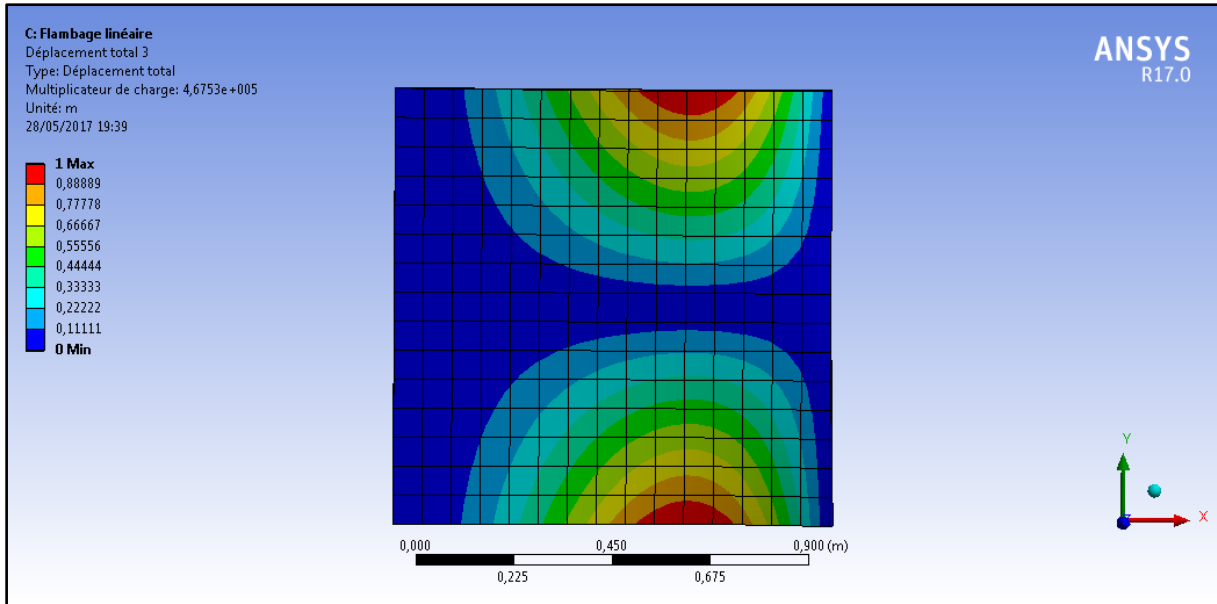


Figure III.4.5 : Plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 2

Une plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 3 est présentée par la Figure III.4.6 :

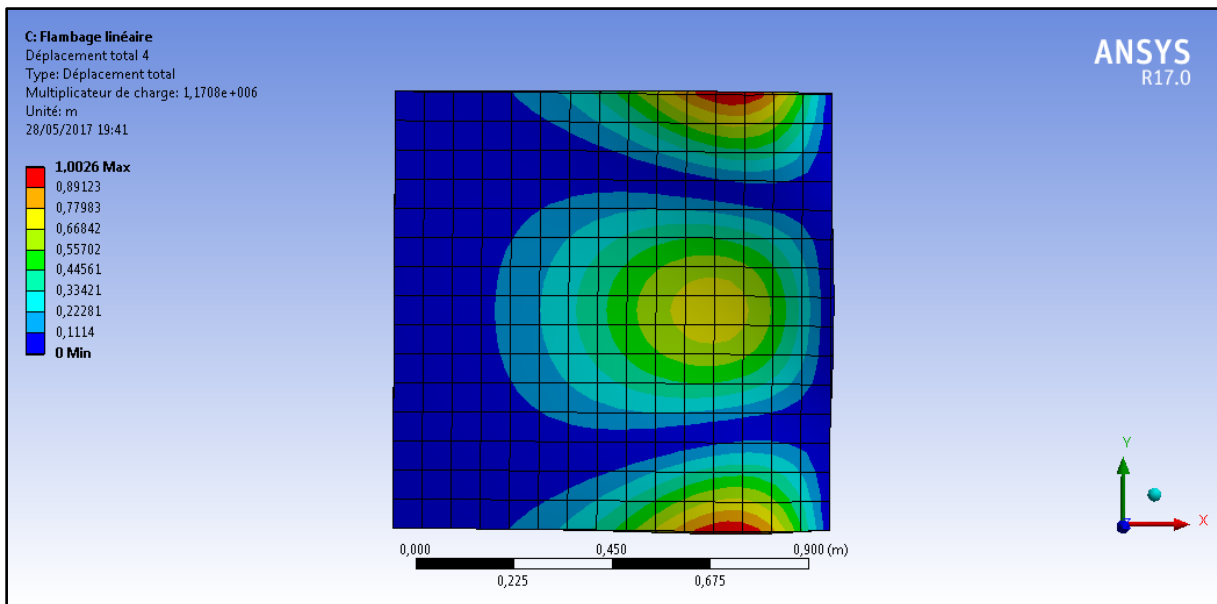


Figure III.4.6 : Plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 3

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Influence de  $e(\text{mm})$  sur  $F_c(10^5 N)$  d'une plaque carré en acier est présentée par la Figure III.4.7:

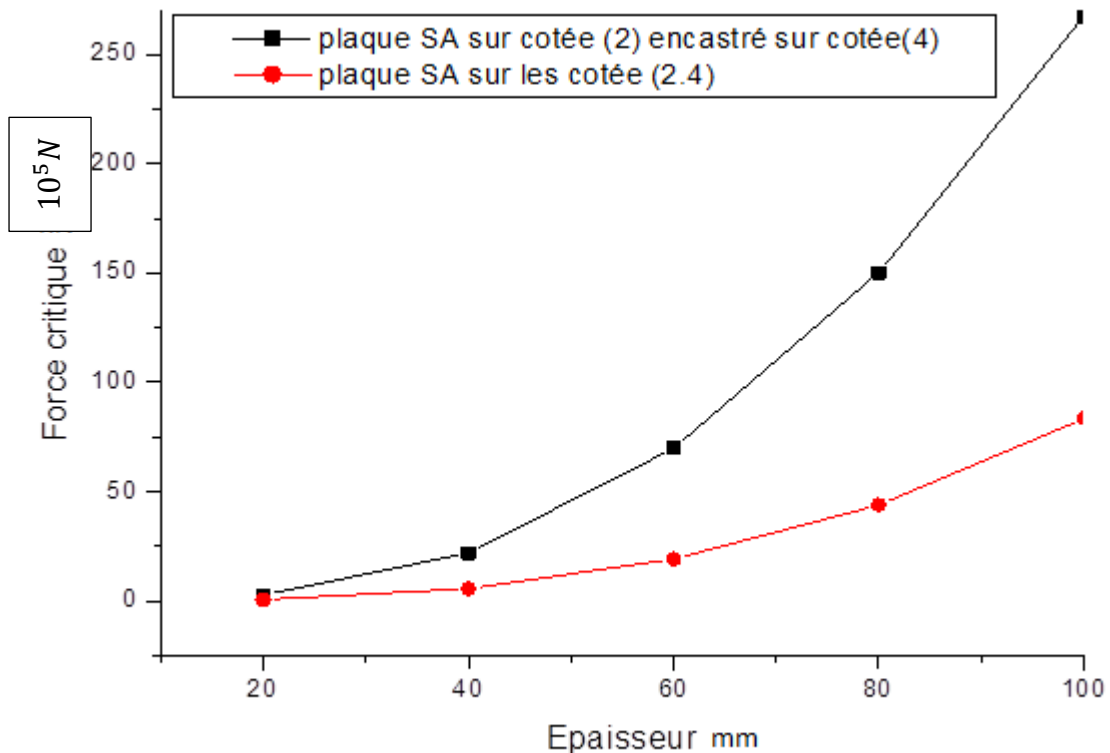


Figure III.4.7: Influence de  $e(\text{mm})$  sur  $F_c(10^5 N)$  d'une plaque carré en acier

La variation de la force critique par rapport l'épaisseur est présentée par la Figure III.4.7.

En remarque que la Plaque qui EN sur un cotée plus résister d'une plaque simplement apurée sur les 2 cotée. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

Tableau III.4.3.: Influence de rapport  $a/b$  sur la charge critique de plaque rectangle SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4)

$a/b(\text{mm})$ $F_c \cdot 10^5 N$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	0,54309	1,1123	1,6945	2,2809	2,8678
Mode2	2,5277	5,108	4,5542	4,5035	4,6753
Mode3	5,6699	5,1986	7,8936	10,574	11,708

La variation de la force critique par rapport  $a/b$  sur condition aux limites simplement apurée sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) est présentée par le Tableau III.4.3.

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en acier SA sur le cotée 2 et encastrée sur le cotée 4 en remarque que la déformation elle traverse vers le cotée 2 est voilà les 3 modes.

Plaque rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode1 est présenté par la Figure III.4.8:

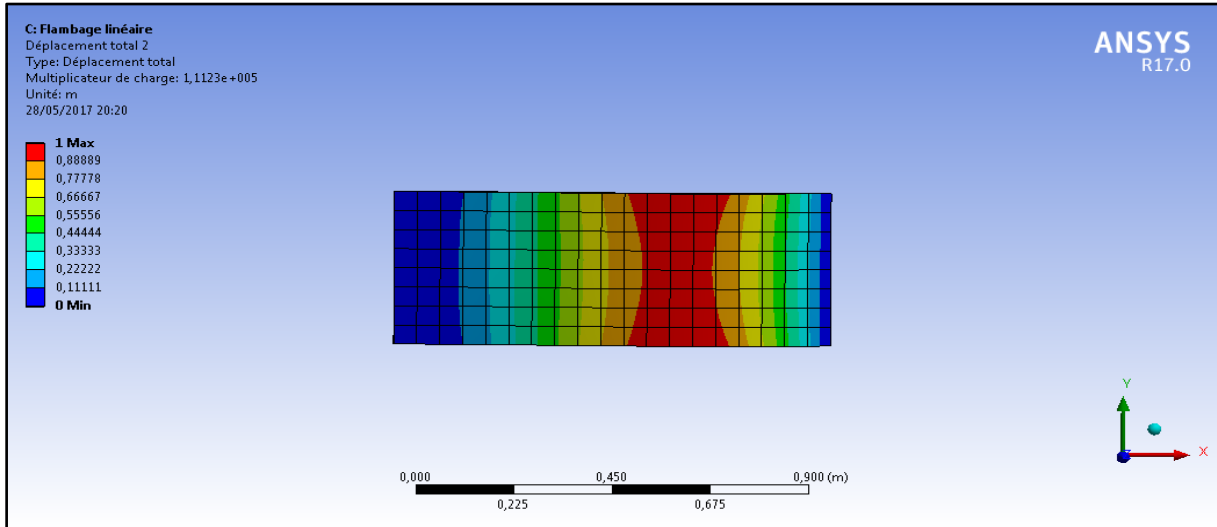


Figure III.4.8: rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 1

Une plaque rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 2 est présenté par Figure III.4.9

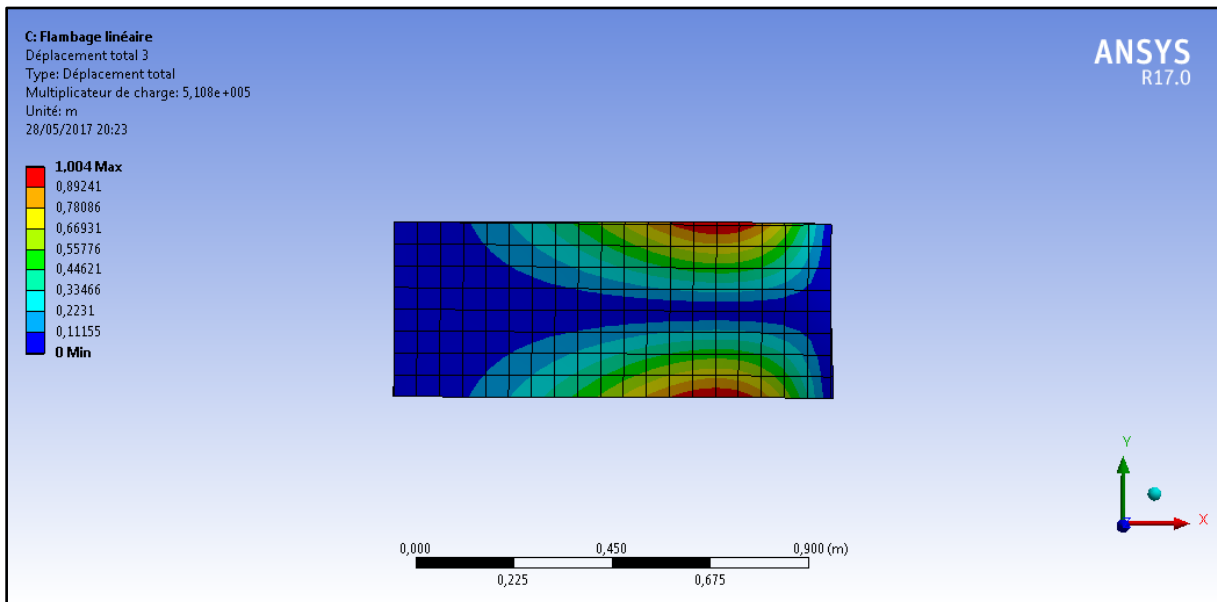


Figure III.4.9: rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangulaire en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 3 est présenté par la Figure III.4.10:

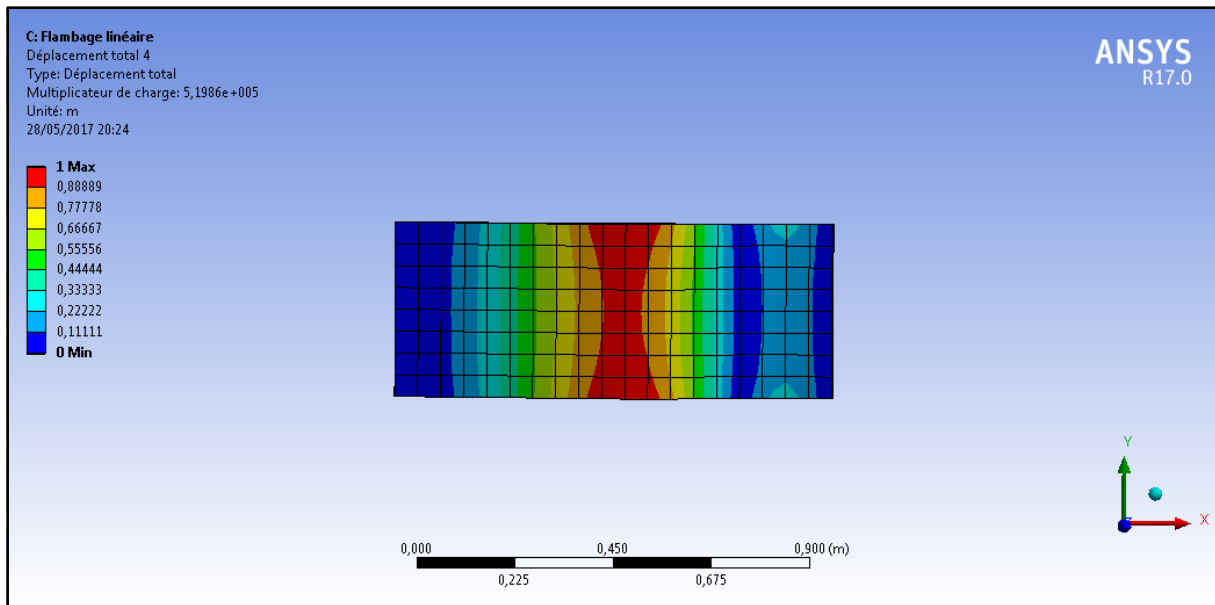


Figure III.4.10: rectangle en acier SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) en mode 3

Tableau III.4.4 : influence de rapport  $a/b$  sur la charge critique de plaque rectangulaire SA sur les cotées (2 et 4).

$a/b(\text{mm})$ $F_c \cdot 10^5 N$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	0.14033	0.28414	0.43228	0.58322	0.73538
Mode2	0.56282	1,1526	1,7563	1,9506	1.8341
Mode3	1,2661	2,601	2,2467	2,3638	2.9718

L'effet de la géométrie de la plaque sur la force critique de flambement sur condition aux limites simplement appuyée sur les cotées (2,4) est présenté par le Tableau III.4.4

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Influence de rapport  $a/b$  sur la charge critique de plaque présentée par la Figure III.4.11:

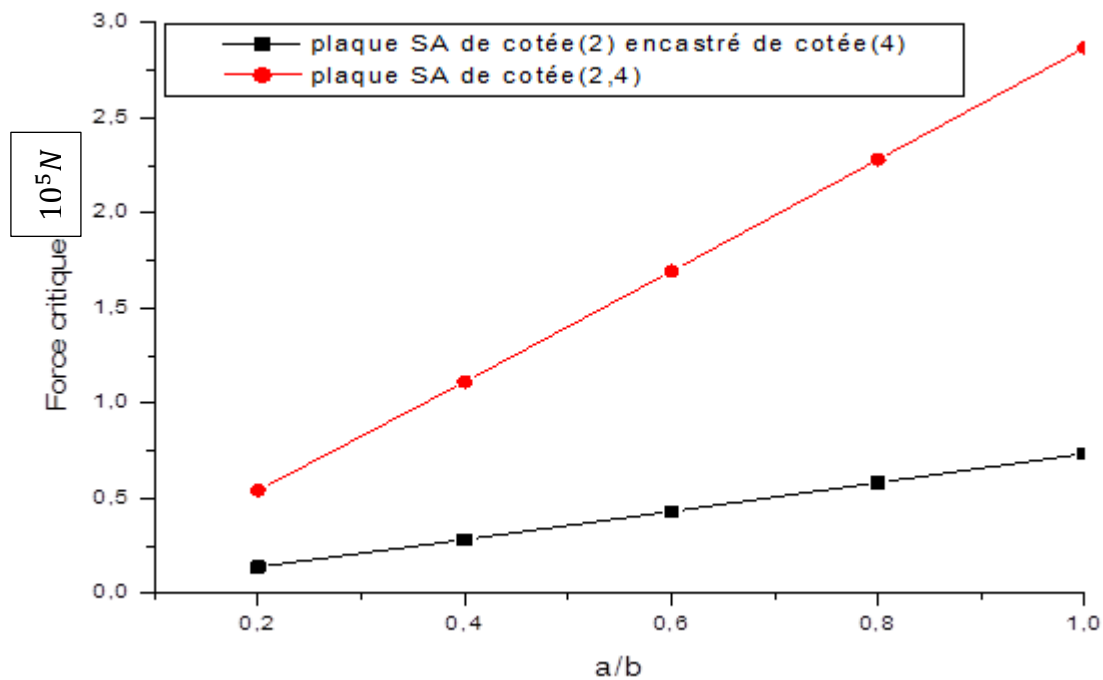


Figure III.4.11: influence de rapport  $a/b$  sur la charge critique de plaque

La Figure III.4.11 présente une comparaison de l'effet de la géométrie de la plaque sur la force critique de flambement sur condition aux limites simplement apurée sur les cotées (2,4) avec simplement apurée sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) cette dernière est plus résistante que la première. L'augmentation de la force critique lorsque le rapport  $a/b$  augmente.

Tableau III.4.5.: influence de  $e$  sur  $F_c$  d'une plaque carrée d'acier SA sur les 4 cotées

$e$ (mm)	20	40	60	80	100
$F_c \cdot 10^5 N$					
Mode1	2,0902	16,387	53,544	119,45	220,4
Mode2	5,2526	40,322	127	270	470,08
Mode3	5,2526	40,322	127	270	470,08

Effet d'épaisseur sur la force critique de flambement d'une plaque en acier simplement apurée sur les 4 cotées est présentée par le Tableau III.4.5.

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 1 est présentée par la figure III.4.12:

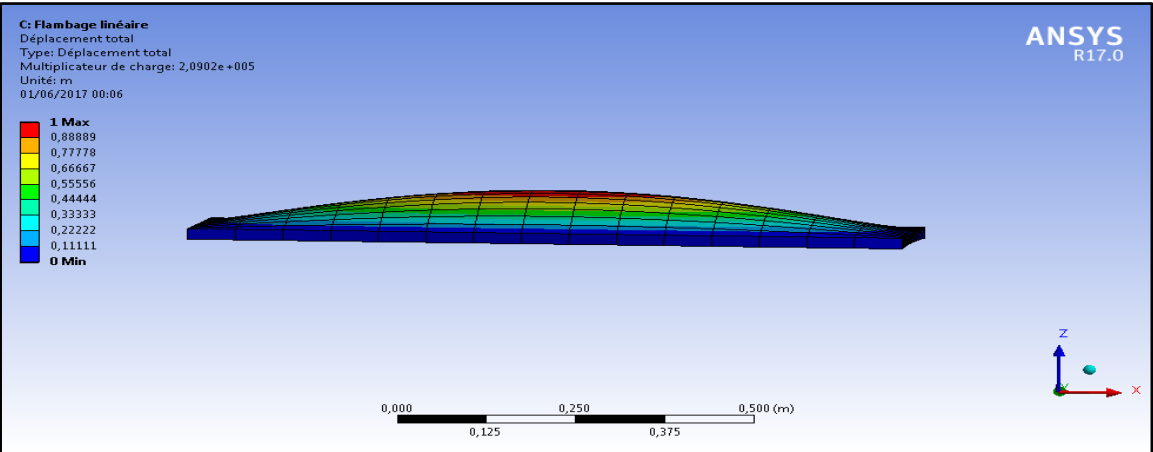


Figure III.4.12: plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 1

Une plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 2 est présenté par la Figure III.4.13:

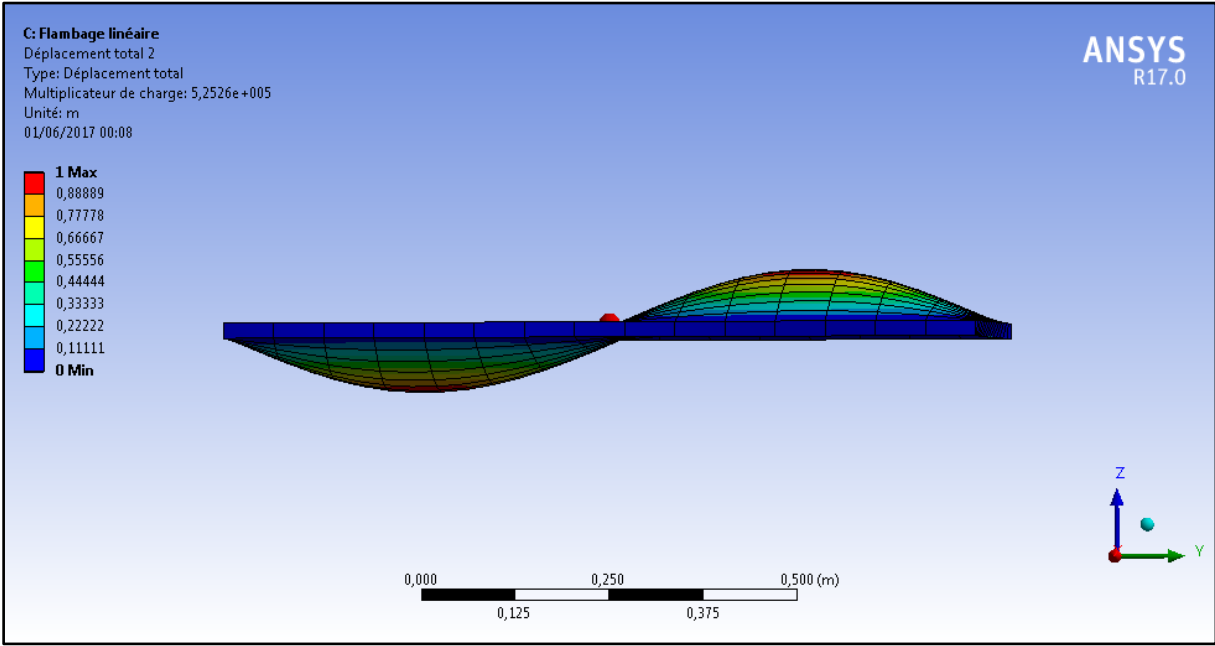


Figure III.4.13: plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 2



## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 3 présenté dans la Figure III.4.14:

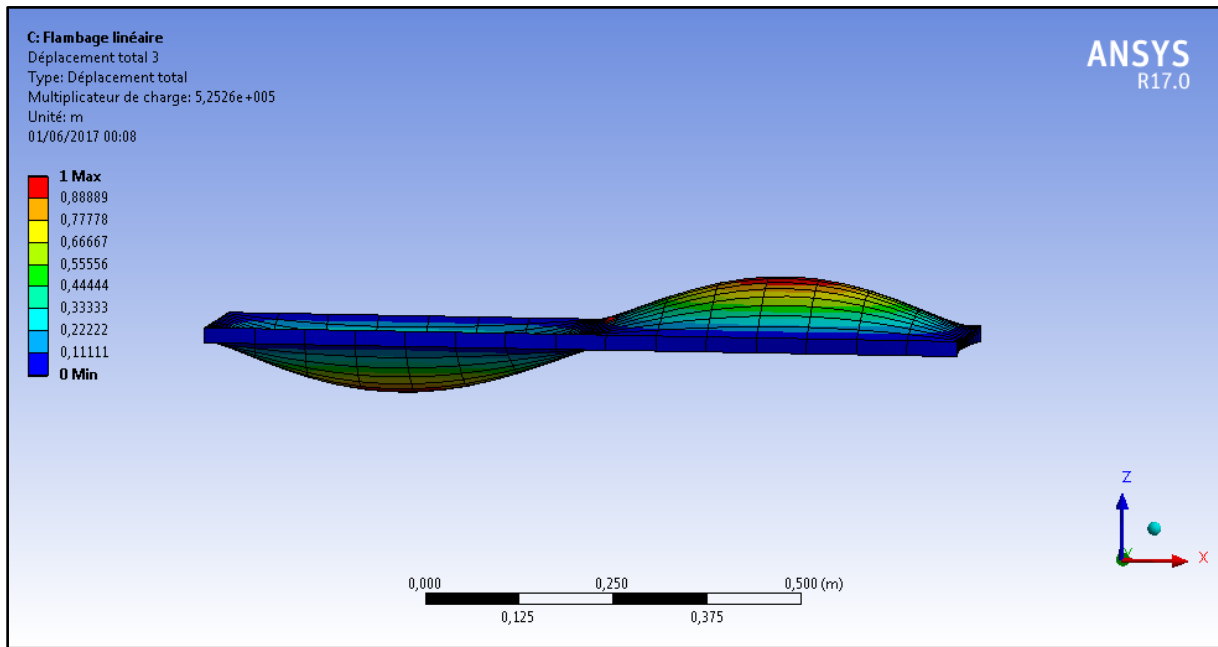


Figure III.4.14: plaque carré en acier SA sur les 4 cotée mode 3

Tableau III.4.6: influence de l'épaisseur sur  $F_c$  d'une plaque rectangle en acier SA sur les cotée (2,4)

e(mm)	20	40	60	80	100
$F_c * 10^5 N$					
Mode1	0.28414	2.2435	7.3665	17.041	32.355
Mode2	1.1526	8.9221	28.362	627.45	112.72
Mode3	2.601	19.502	58.885	121.77	202.99

Effet de épaisseur sur la force critique de flambement d'une plaque en acier se forme rectangle simplement appuyée sur les cotée (2,4) est présentée par le Tableau III.4.6.

En remarque que l'augmentation de la charge critique chaque fois en augmentent l'épaisseur

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 1 est présentée par la Figure III.4.15

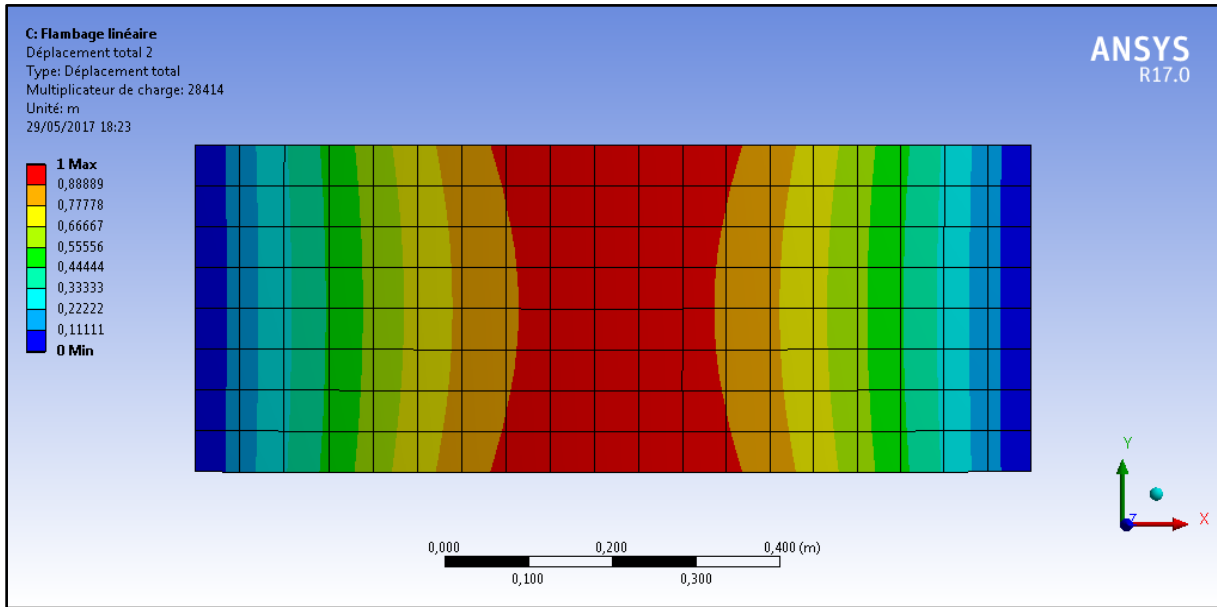


Figure III.4.15: rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 1

Une plaque rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 2 présentée par la Figure III.4.16:

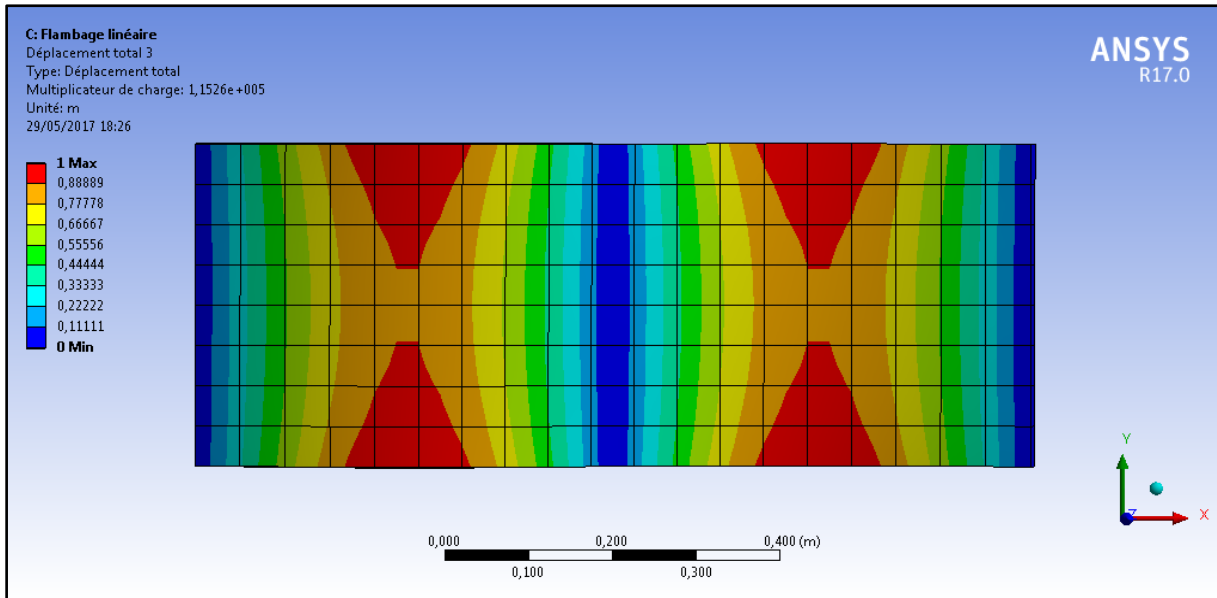


Figure III.4.16: rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 3 présentée par la Figure III.4.17:

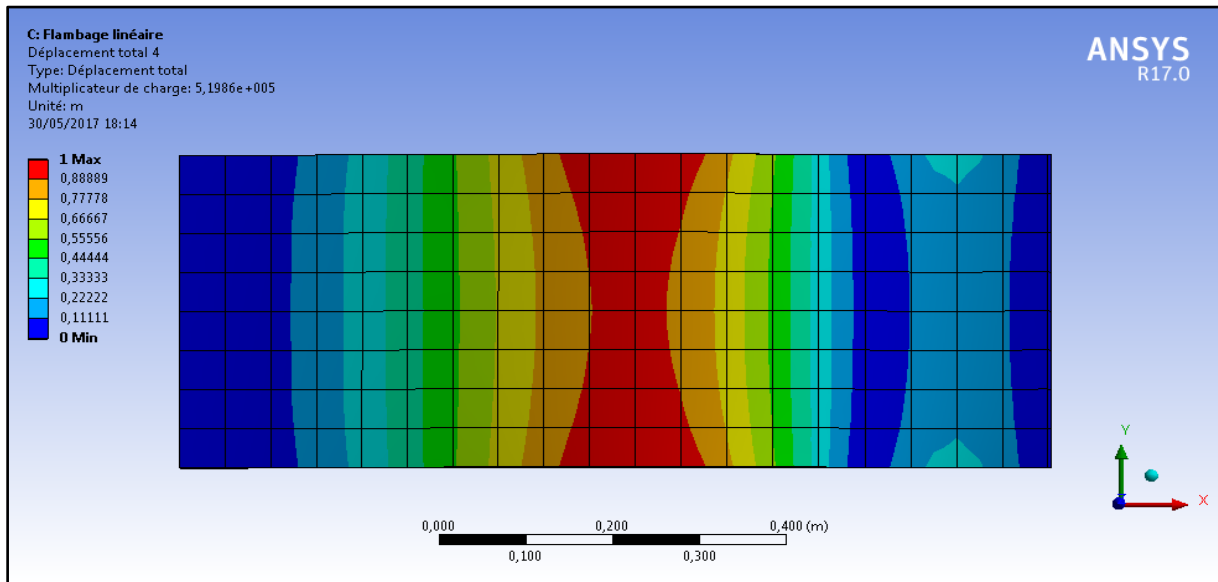


Figure III.4.17: rectangle en acier SA sur les cotée (2,4) mode 3

Tableau III.4.7. Influence de  $e$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle en acier SA sur le cotée (2) encastré sur cotée (4)

$e(\text{mm})$ $F_c * 10^5 N$	20	40	60	80	100
Mode1	1,1123	8,5301	26,589	58,144	103,6
Mode2	5,108	38,119	111,75	221,83	351,86
Mode3	5,1986	38,16	113,41	230,44	371,39

Effet de épaisseur sur la force critique de flambement d'une plaque rectangle en acier simplement apurée sur le cotée (2) encastré sur cotée (4) est présentée par le tableau III.4.7

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Influence de  $e$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle d'acier SA sur cotée (2) encastré de cotée (4) est présenté par la Figure III.4.18:

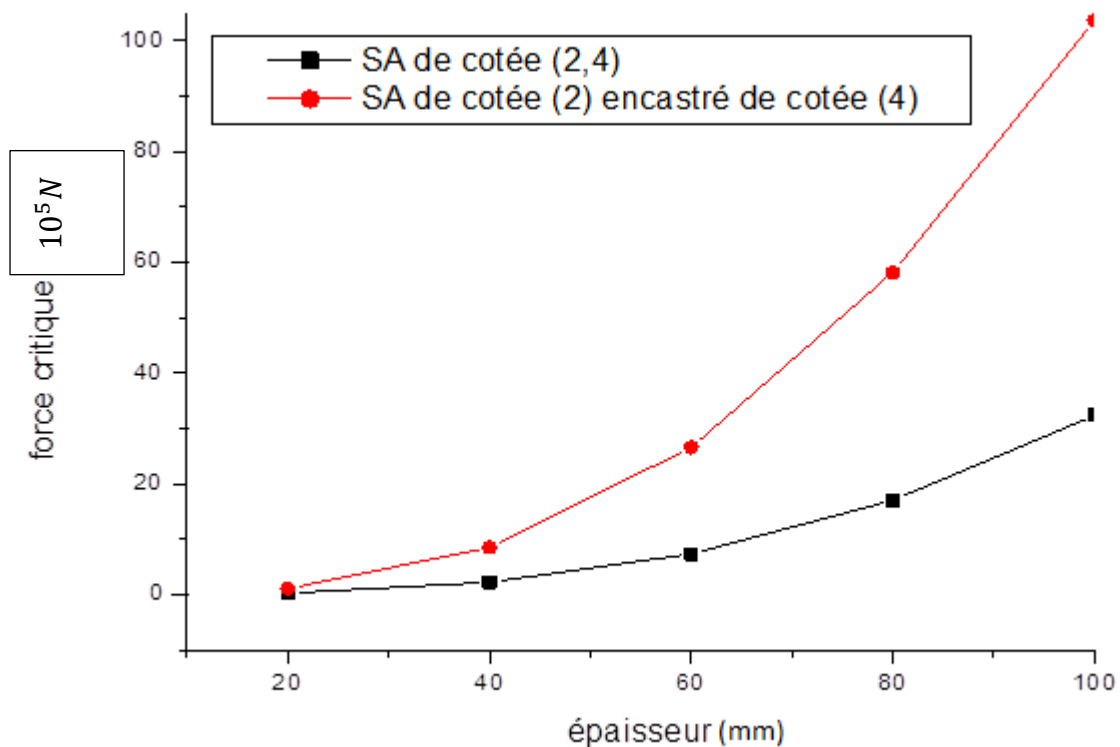


Figure III.4.18: Influence de  $e$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle d'acier SA sur cotée (2) encastré de cotée (4)

La variation du force critique par rapport l'épaisseur ; la plaque rectangle d'acier simplement appuyée sur cotée (2) encastré de cotée (4) plus résister des flambements que une plaque Sa sur les cotées (2,4).

Tableau III.4.8.: Influence de rapport  $a/b$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle SA sur les cotée (1,3)

$a/b(\text{mm})$ $F_c \cdot 10^5 N$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	17.873	4.6313	2.0612	1.1551	0.73538
Mode2	18.786	5.6862	3.1474	2.2511	1.8341
Mode3	22.306	9.6302	7.4674	4.6378	2.9718

L'effet de la géométrie de la plaque sur la force critique de flambement sur condition aux limites SA sur les cotées (1,3) est présenté par le Tableau III.4.8. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle SA suivant les cotée (1,3) mode 1 est présenté par la Figure III.4.19:

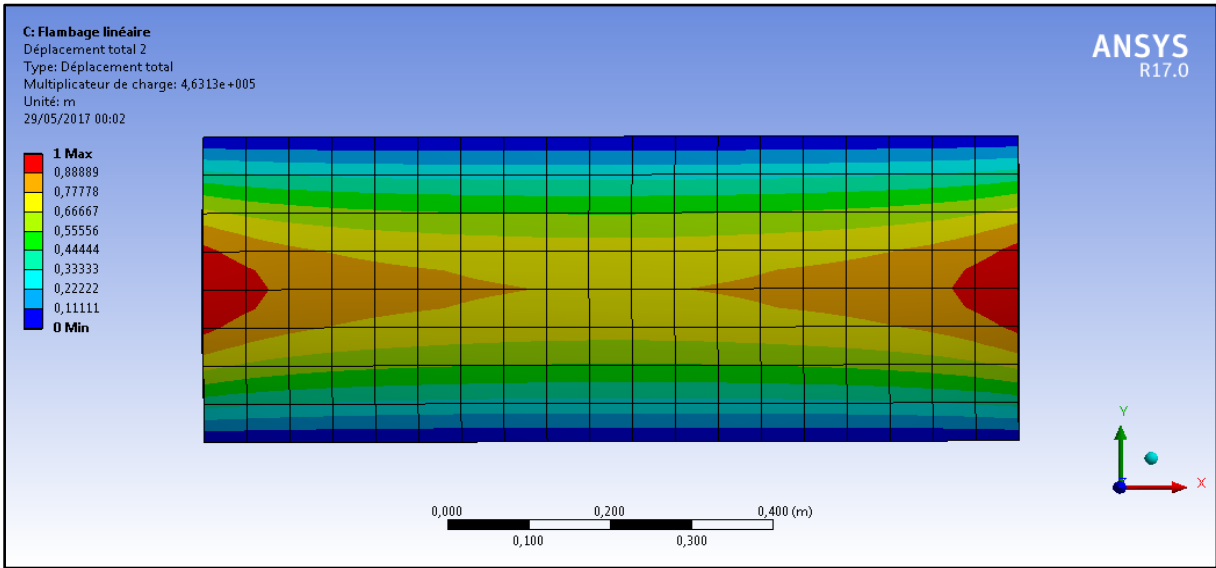


Figure III.4.19: plaque rectangle SA suivant les cotée (1,3) mode 1

Une plaque rectangle SA suivant cotée (1,3) mode 2 est présenté par la Figure III.4.20:

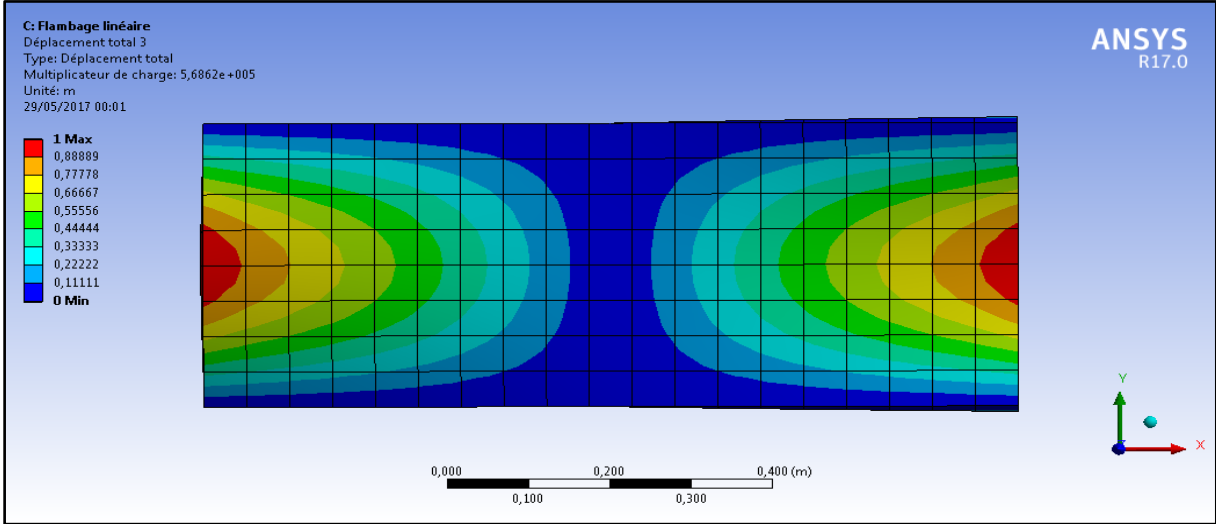


Figure III.4.20: plaque rectangle SA suivant cotée (1,3) mode 2.

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle SA suivant les cotée (1,3) mode 3 présenté par la Figure III.4.21:

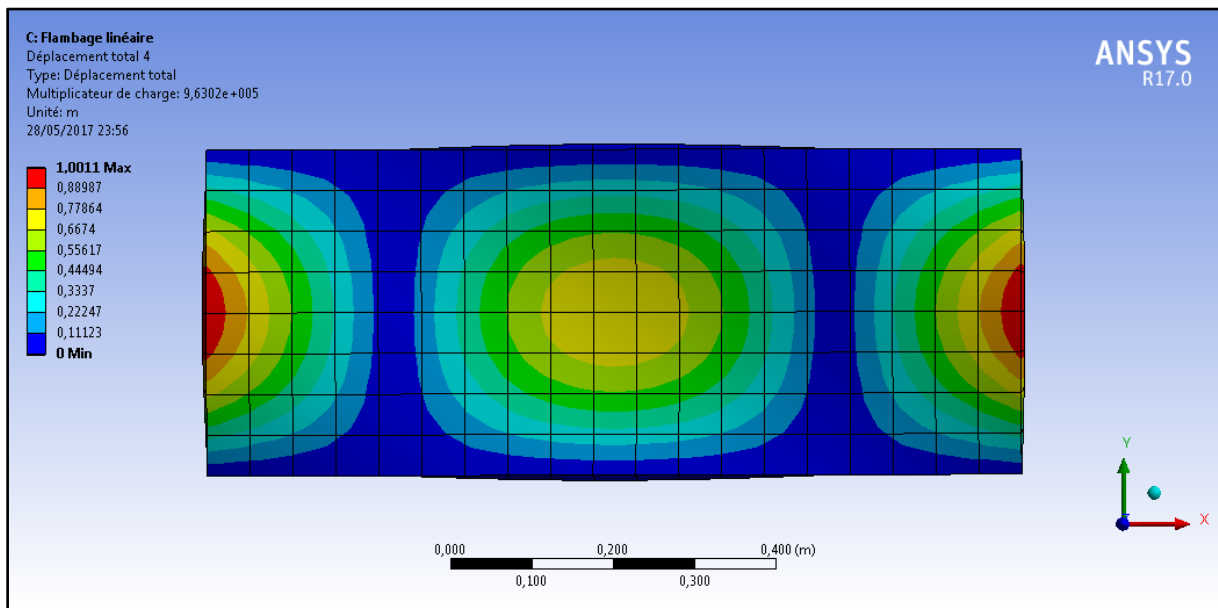


Figure III.4.21: plaque rectangle SA suivant les cotée (1,3) mode 3

Tableau III.4.9: Influence de rapport a/b sur la Fc plaque rectangle SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1)

a/b(mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Fc*10 <sup>5</sup> N					
Mode1	57.664	17.126	7.8675	4.4695	2.8678
Mode2	58.85	18.761	9.6247	6.2686	4.6753
Mode3	63.669	24.865	16.21	13.135	11.708

L'effet de la géométrie de la plaque sur la force critique de flambement sur condition aux limites simplement appuyée sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1) est présenté par le Tableau III.4.9. En remarque la diminution du charge critique chaque fois en augmente le rapport a/b puisque la charge elle applique sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1)

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Influence de rapport a/b sur Fc est présentée par la Figure III.4.22:

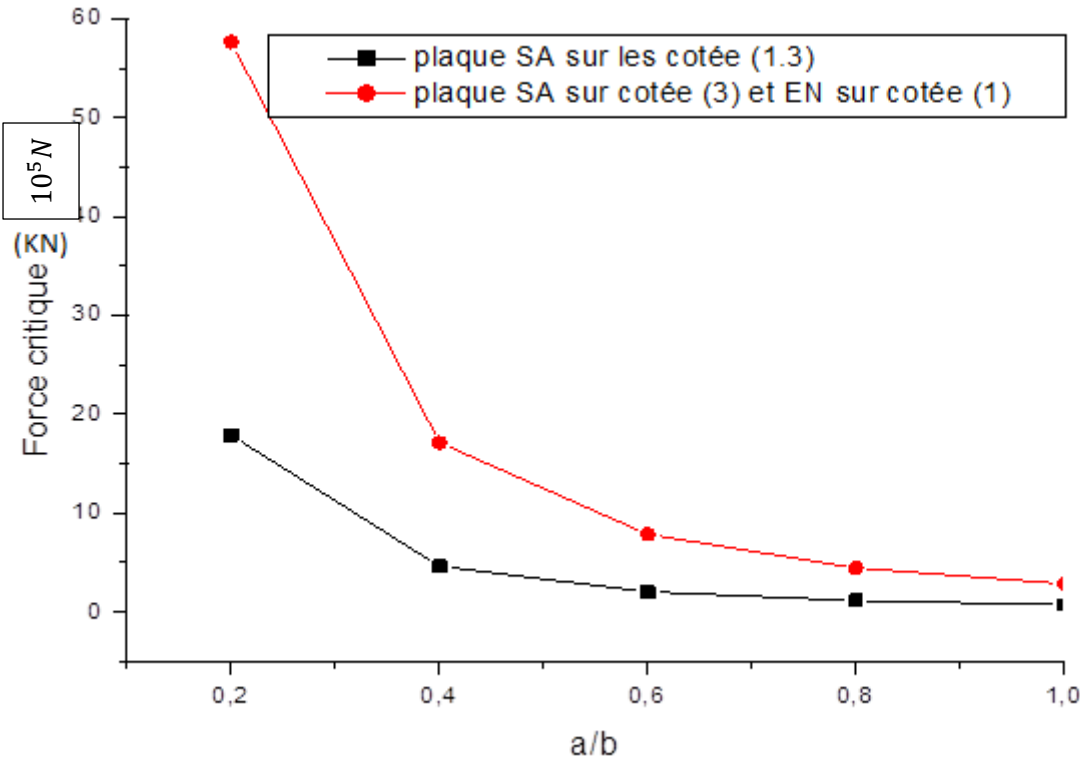


Figure III.4.22: Influence de rapport a/b sur Fc

La variation du force critique par rapport a/b ; diminuer puisque la plaque rectangle d'acier simplement apurée sur cotée (3) encastéré de cotée (1)

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Tableau III.4.10 : Influence de l'épaisseur d'une Plaque rectangle SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1)

e(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	20	40	60	80	100
Mode1	17.126	112.64	286.05	518.03	780.05
Mode2	18.761	123.04	312.3	565.54	851.63
Mode3	24.865	160.87	402.47	715.47	1051.1

L'augmentation de la charge critique par rapport l'épaisseur d'une plaque rectangle SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1) est présenté par le Tableau III.4.10

Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en acier est présenté par la Figure III.4.23:

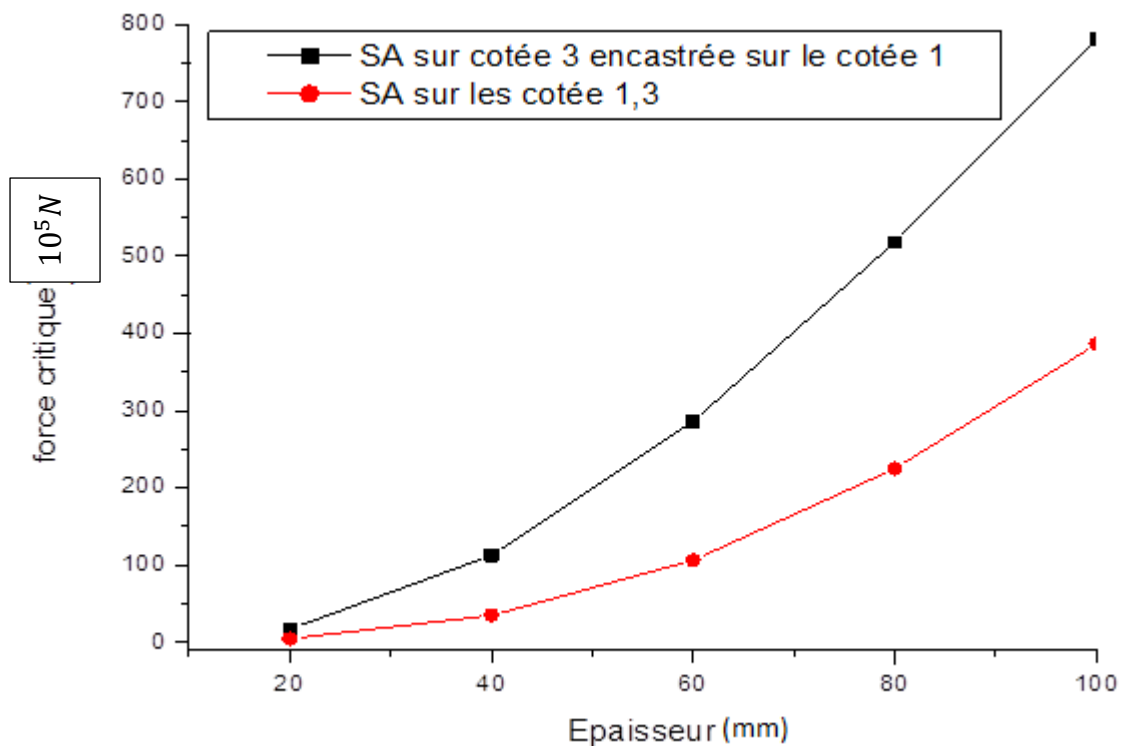


Figure III.4.23: Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en acier

La variation du force critique par rapport l'épaisseur d'une plaque rectangle en acier la plaque EN plus résiste qu'une plaque simplement apurée..

Tableau III.4.11: Influence de l'épaisseur du plaque rectangle SA sur les cotée (1.3)

e(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	20	40	60	80	100
Mode1	4.6313	35.047	106.37	225.09	386.22
Mode2	5.6862	42.821	129.28	271.46	461.71
Mode3	9.6302	71.602	211.7	431.42	710.42



## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment d'une plaque rectangle SA sur les cotée (1.3) présenté par le Tableau III.4.11.

Tableau III.4.12: Influence de l'épaisseur d'une plaque rectangle SA sur les 4 cotée.

e(mm)	20	40	60	80	100
Mode1	5.2515	39.587	118.5	244.94	405.12
Mode2	7.6715	55.328	153.82	292.54	445.99
Mode3	11.955	80.71	206.51	3,0.58	504.7

Une plaque rectangle en acier SA sur les 4 cotées en mode 1 est présenté par la Figure III.4.24

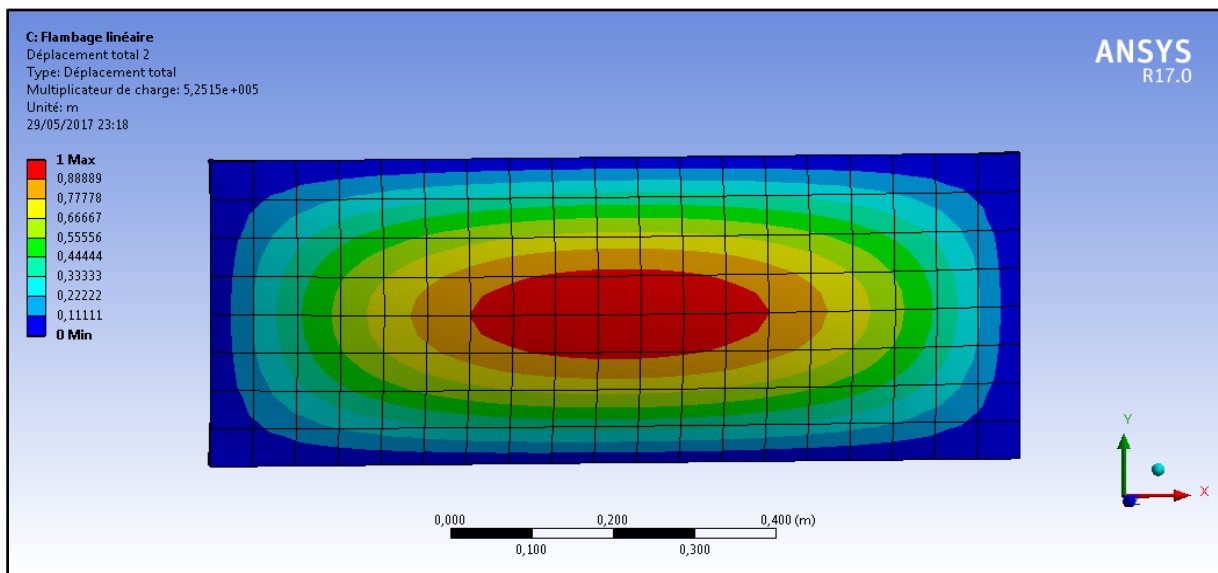


Figure III.4.24: rectangle SA sur les 4 cotée mode 1

Une plaque rectangle en acier SA sur les 4 cotées en mode 2 est présenté par la Figure III.4.25

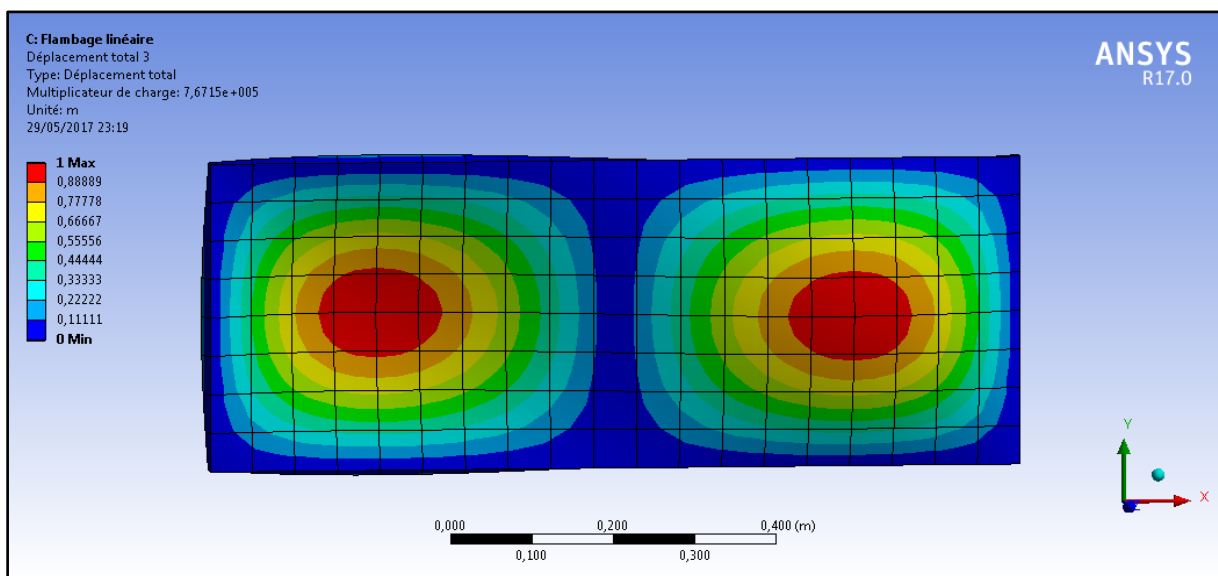


Figure III.4.25: rectangle SA sur les 4 cotée mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en acier SA sur les 4 cotées en mode 3 est présenté par la Figure III.4.26

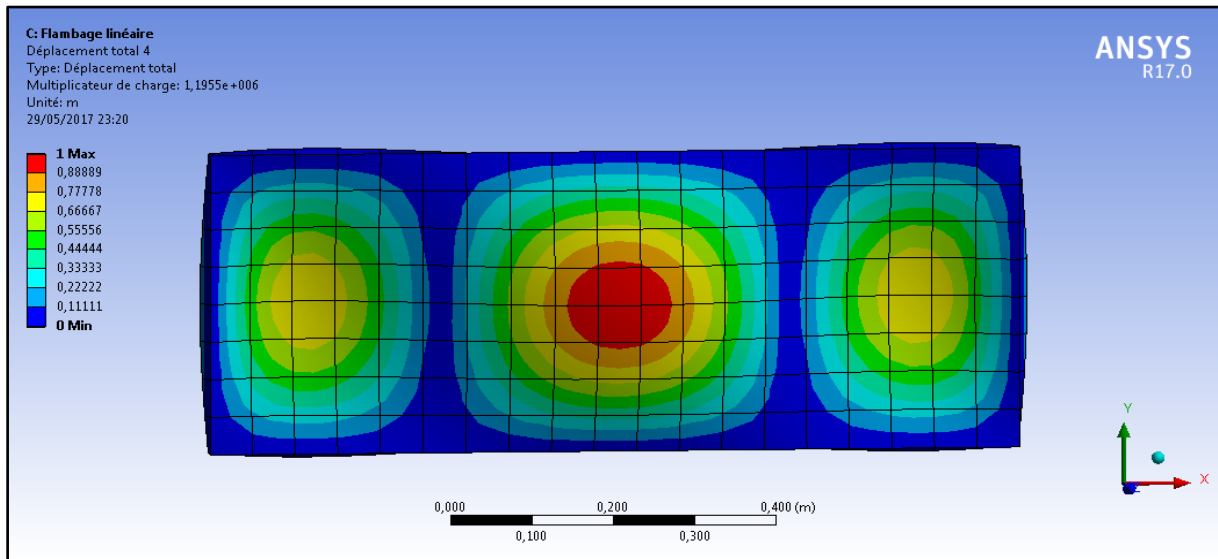


Figure III.4.26: rectangle SA sur les 4 cotée mode 3

Tableau III.4.14: Influence de rapport a/b sur  $F_c$  d'une rectangle SA sur les 4 cotée

a/b(mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$F_c \cdot 10^5 N$					
Mode1	15.838	5.2515	3.0952	2.3938	2.0902
Mode2	16.152	7.6715	5.9802	5.4366	5.2526
Mode3	20.457	11.955	9.4458	6.5752	5.2526e

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Un graphe représente l'influence de  $e$  sur  $F_c$  dans les cas SA : cotée (1,3), cotée (2,4), les 4 cotées est présenté par la Figure III.4.27:

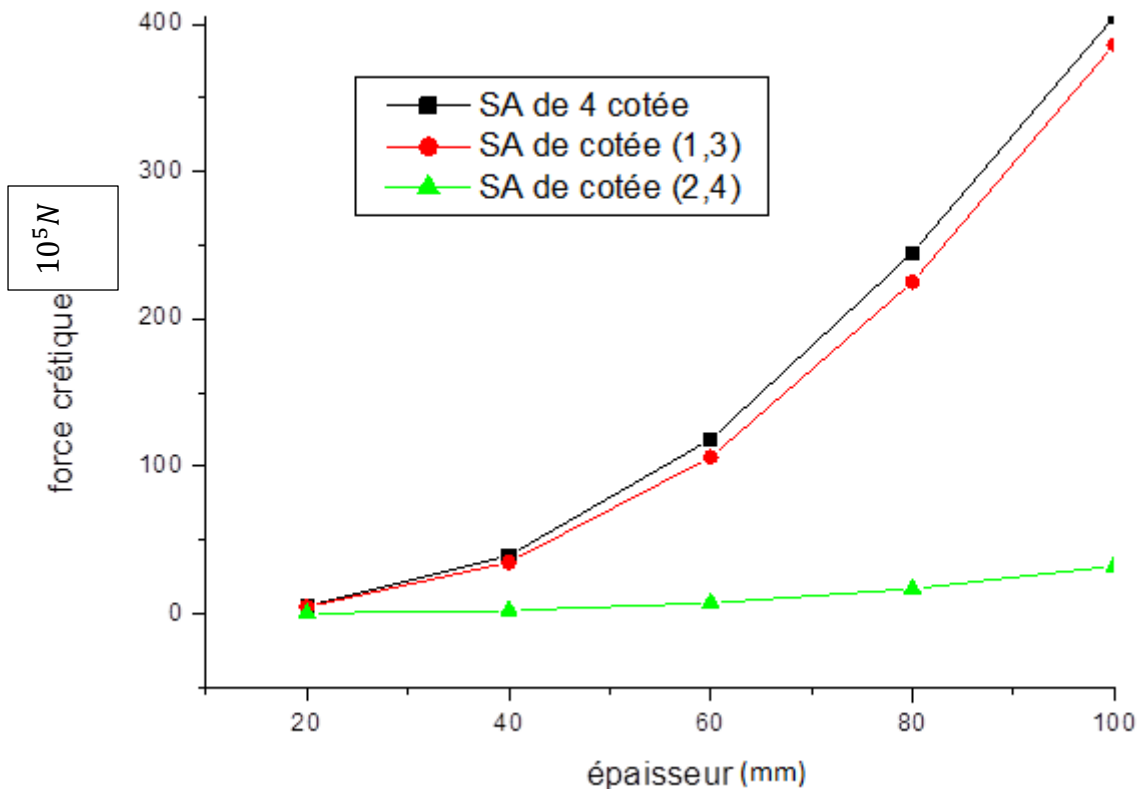


Figure III.4.27: Influence de  $e$  sur  $F_c$  dans les cas SA : cotée (1,3), cotée (2,4), les 4 cotées

La variation de la force critique est plus importante dans le cas simplement appuyé de 4 cotées que dans le cas SA de cotée (1,3); la plaque simplement appuyée cotée (2,4) résiste mal au flambement. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augmente.

### III.4.2 Alliage d'Aluminium

Dans ce tableau nous avons étudié l'influence de la géométrie et des conditions aux limites d'une plaque d'aluminium sur la charge critique.

Tableau III.4.15: Influence de  $e$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangulaire en aluminium SA les cotées (1,3)

$e$ (mm)	20	40	60	80	100
$F_c \cdot 10^5 N$					
Mode1	1,6688	12,552	37,89	79,85	136,6
Mode2	2,0295	15,195	45,653	95,542	162,13
Mode3	3,4114	25,23	74,288	150,98	248,25

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) en mode 1 est donnez par la Figure III.4.28:

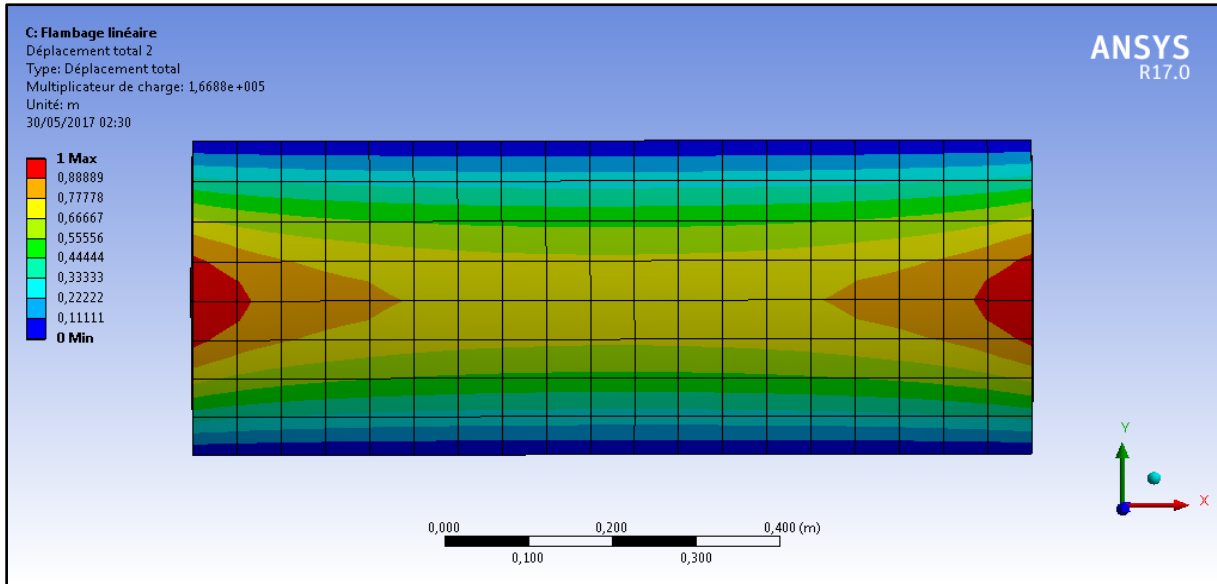


Figure III.4.28: plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) mode 1

Une plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) en mode 2 est présenté par la Figure III.4.29:

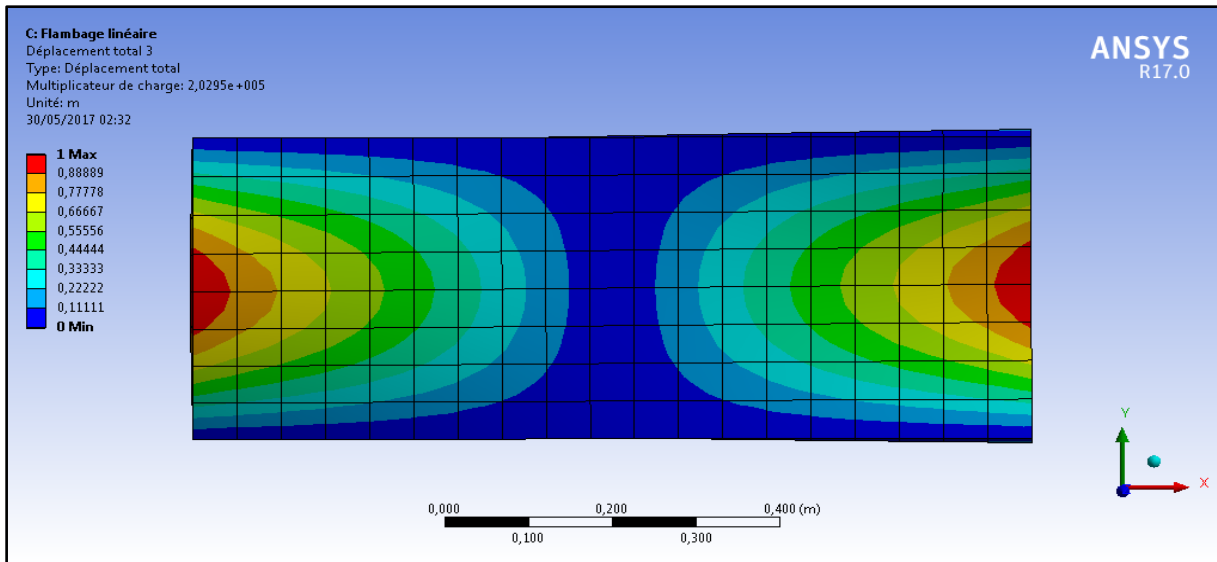


Figure III.4.29: plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) en mode 3 est présenté par la Figure III.4.30:

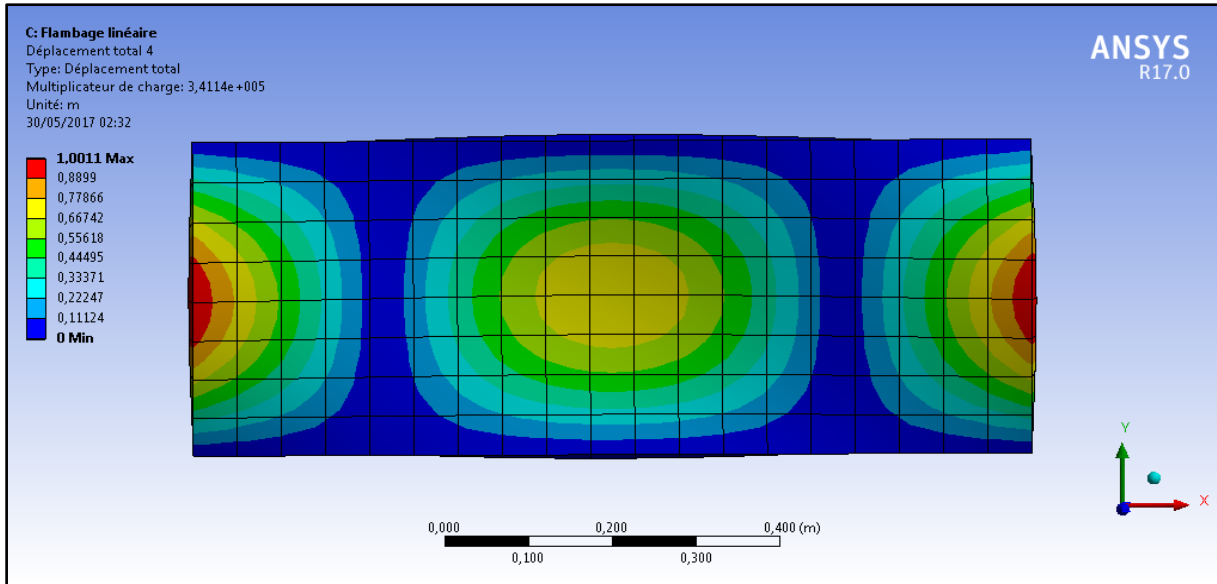


Figure III.4.30: plaque rectangle en aluminium SA sur les cotée (1,3) mode 3

Tableau III.4.16: Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastree sur le cotée 1

e(mm)	20	40	60	80	100
Fc*10 <sup>5</sup> N					
Mode1	6,1832	40,167	101,22	182,51	274,15
Mode2	6,7334	43,63	109,99	198,47	298,36
Mode3	8,874	56,74	141,25	250,66	368,59

Une plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastree sur le cotée 1 en remarque que la déformation proche de cotée encastree.

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 en mode 1 est présenté par la Figure III.4.31:

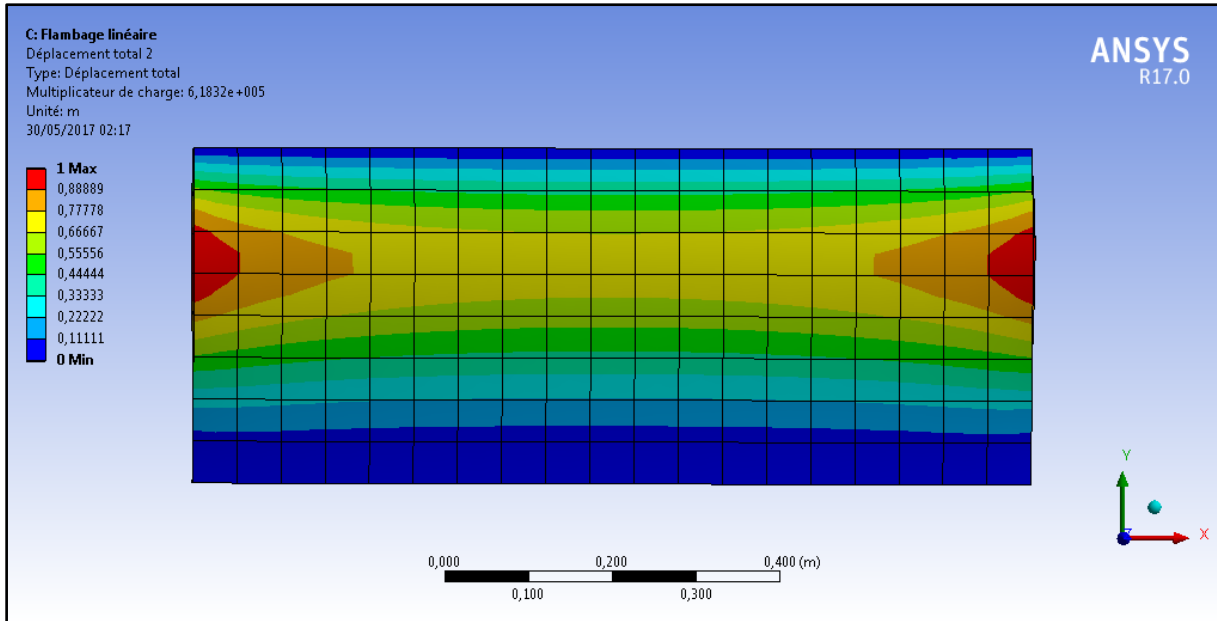


Figure III.4.31: plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 mode 1

Une plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 en mode 2 est présenté par la Figure III.4.32:

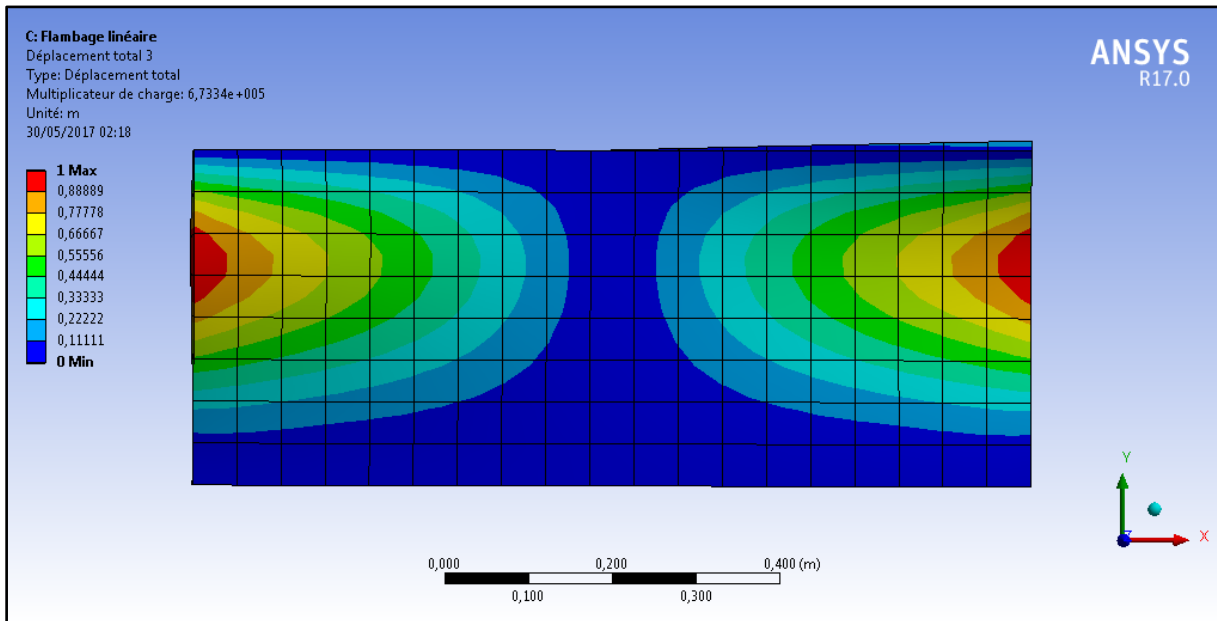


Figure III.4.32: plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 en mode 3 est présenté par Figure III.4.33:

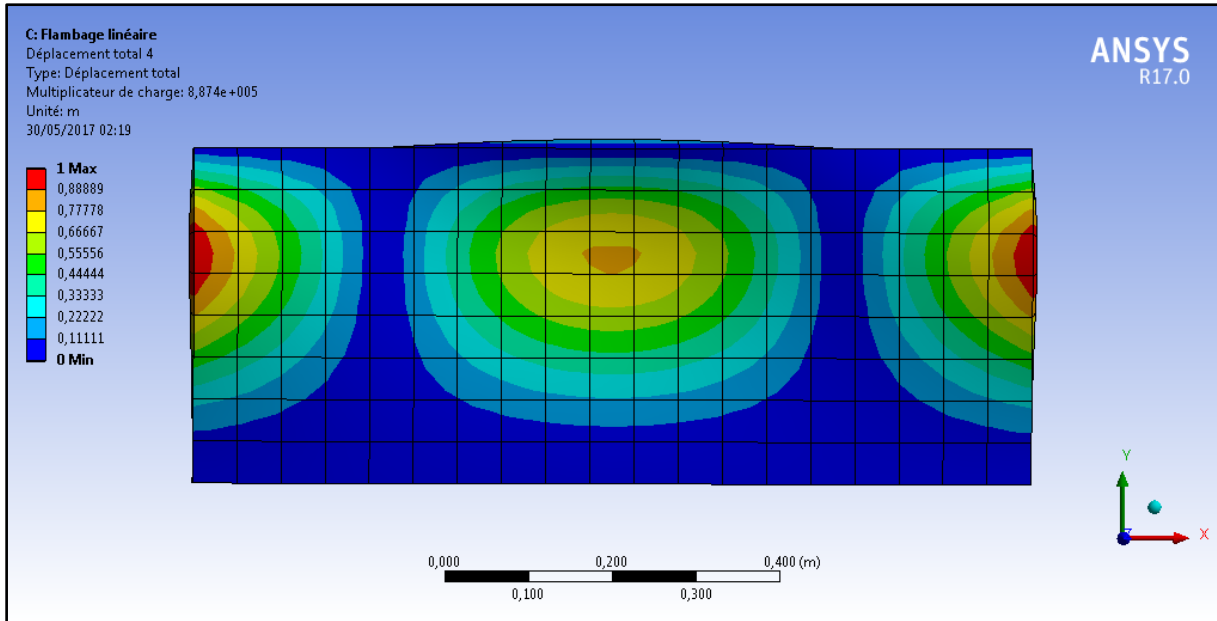


Figure III.4.33: plaque rectangle en aluminium SA sur le cotée 3 et encastrée sur le cotée 1 mode 3

Le graphe représente influence de l'épaisseur sur la force critique d'une plaque rectangle en aluminium est présenté par la Figure III.4.34:

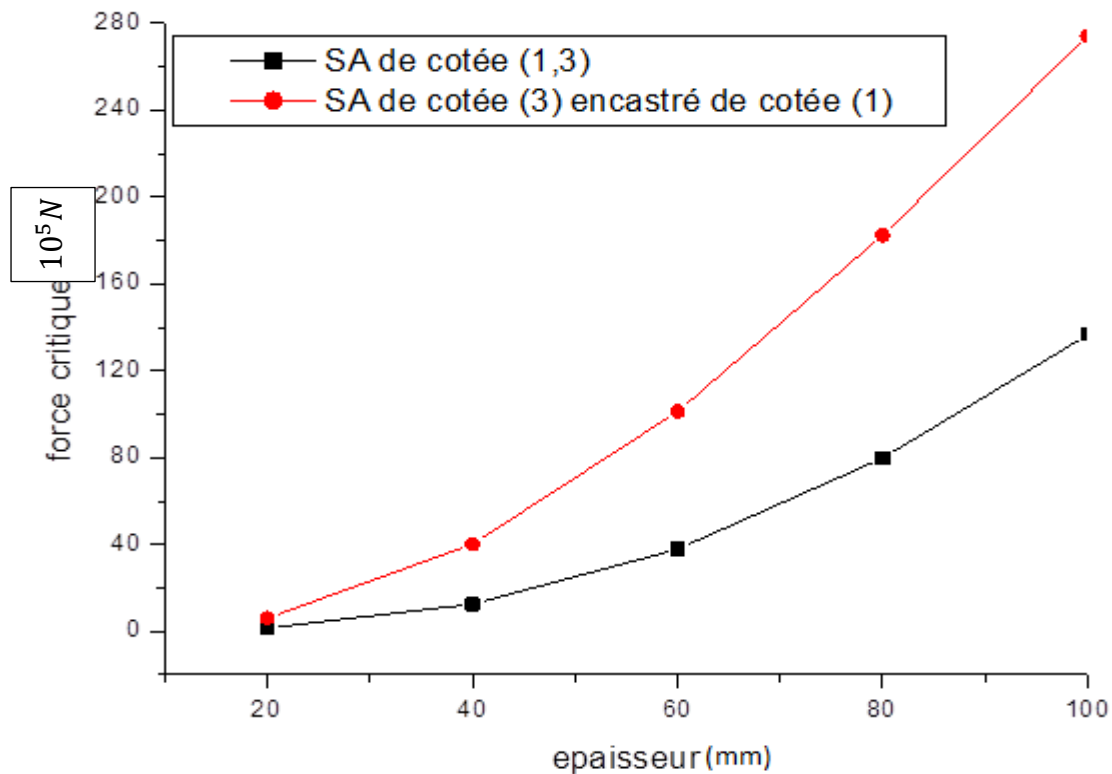


Figure III.4.34: Influence de l'épaisseur sur la force critique d'une plaque rectangle en aluminium

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Effet de flambements sur l'épaisseur d'une rectangle en aluminium simplement appuyée (2) de cotée et EN de cotée (4) en remarque l'augmentation du force critique a chaque fois en augment épaisseur donc la variation du cette force plus important dans le cas EN.

L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

Tableau III.4.17: Influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle d'aluminium SA sur les cotée (1,3)

a/b(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	6,4408	1,6688	0,74175	0,41507	0,26386
Mode2	6,7434	2,0295	1,1151	79226	64201
Mode3	7,9869	3,4114	2,6216	1,6706	1,0698

Tableau III.4.18: Influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle d'aluminium SA sur le cotée (3) encastré sur le cotée (1)

a/b(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	20,684	6,1832	2,8419	1,614	1,0348
Mode2	21,061	6,7334	3,441	2,2308	1,6564
Mode3	22,747	8,874	5,7517	4,642	4,1279



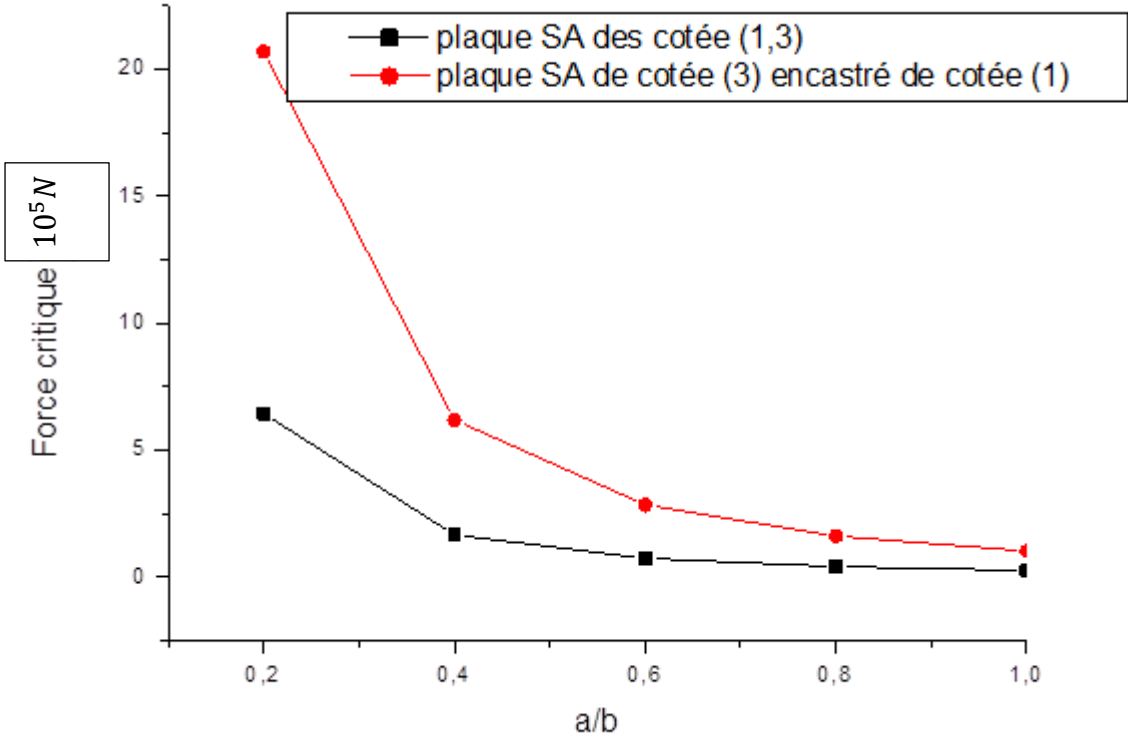


Figure III.4.35: Influence de rapport a/b sur la Force critique d’une plaque rectangle en aluminium

La diminution de la force critique lorsque rapport a/b augment. Puisque la force appliquée sur le cotée (3) et l’encastrement sur cotée (1).

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Tableau III.4.19: Influence de a/b sur Fc d'une plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4)

a/b(mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	0,19355	0,39845	0,60911	0,82184	1,0348
Mode2	0,90243	1,7773	1,5951	1,5873	1,6564
Mode3	2,0267	1,8672	2,843	3,8116	4,1279

Une plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) en remarque que la déformation elle proche de cotée 2.

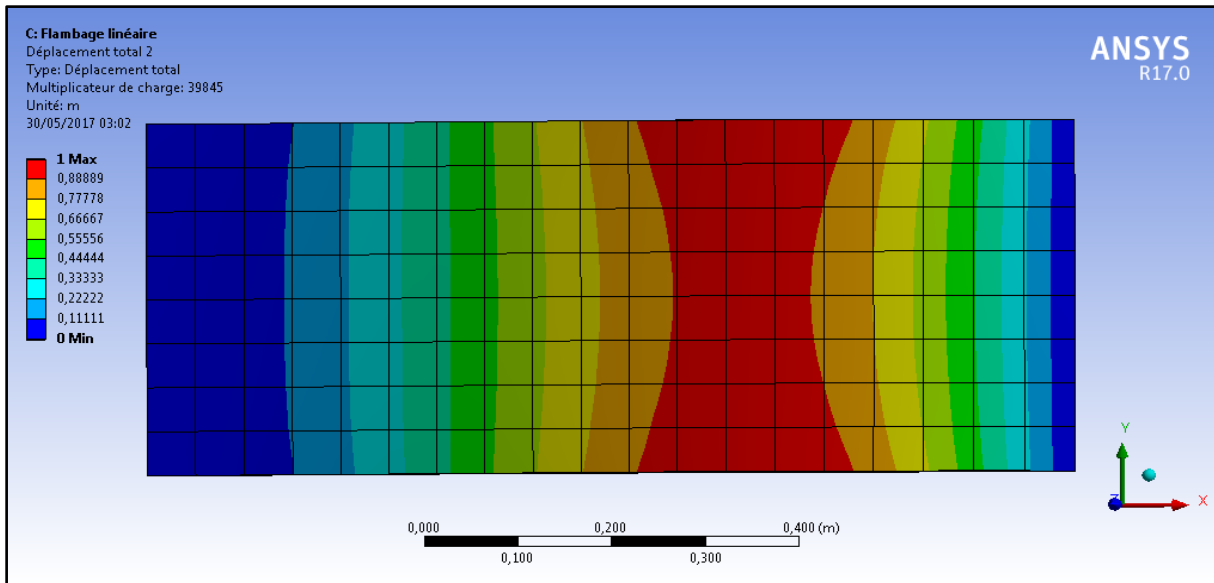


Figure III.4.36: plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) mode 1  
 Une plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) mode 2 présenté par la Figure III.4.37:

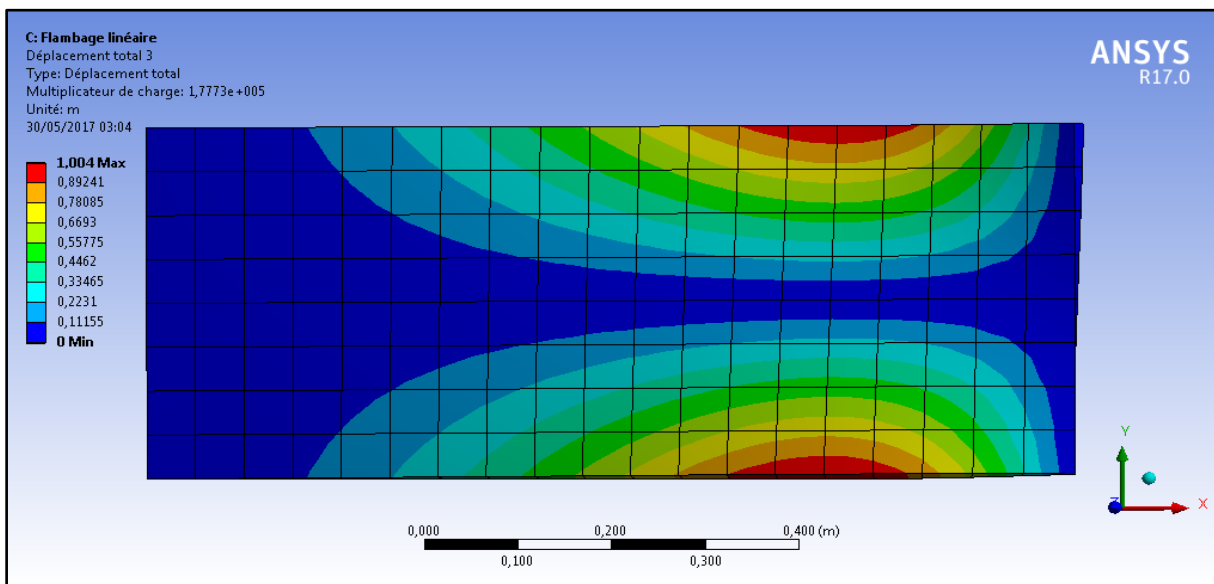


Figure III.4.37: plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) en mode 3 est présenté par la Figure III.4.38:

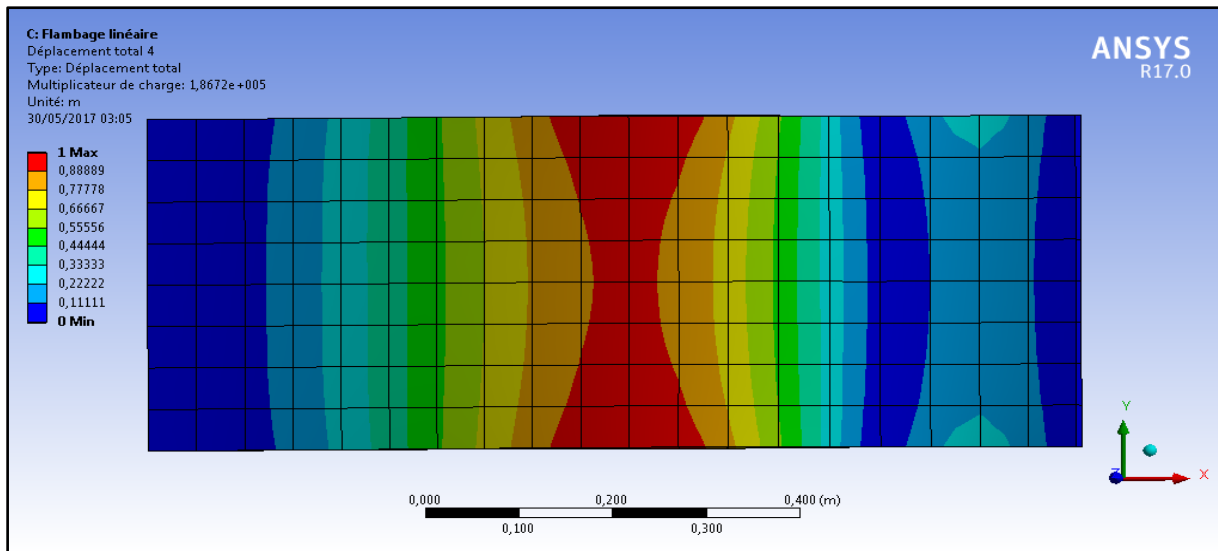


Figure III.4.38: plaque d'aluminium SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée(4) mode 3

Tableau III.4.20: Influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4)

a/b(mm)	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	0,049854	0,10119	0,15439	0,20885	0,26386
Mode2	0,20022	0,41202	0,62999	0,67936	0,64201
Mode3	0,45103	0,93184	0,77865	0,84977	1,0698

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

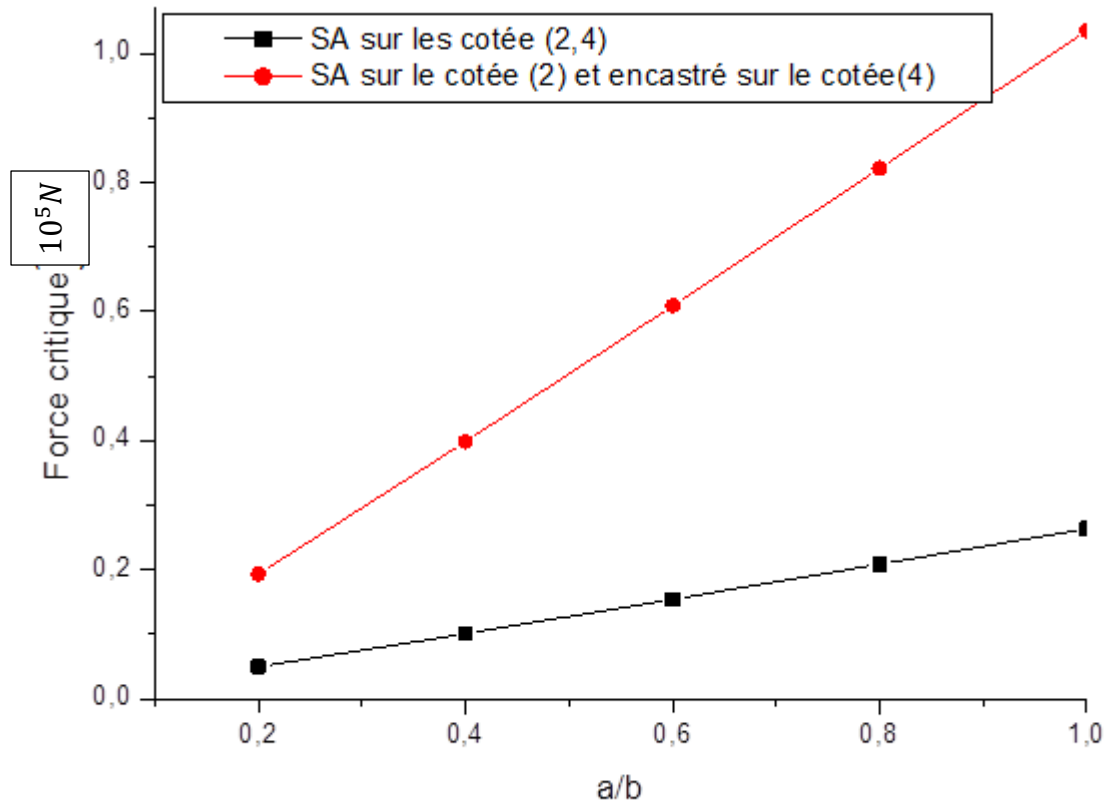


Figure III.4.39: Influence de rapport a/b sur Fc d'une plaque rectangle aluminium

Variation du force critique d'une plaque simplement appuie et une autre encastrée en fonction de a/b. L'augmentation de la force critique lorsque le rapport a/b augment.

Tableau III.4.21: Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4)

e(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	20	40	60	80	100
Mode1	0,10119	0,79729	2,6119	6,032	11,434
Mode2	0,41202	3,1788	10,069	22,209	39,791
Mode3	0,93184	6,9536	20,897	43,046	71,543

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) en mode 1 est présenté par la Figure III.4.40:

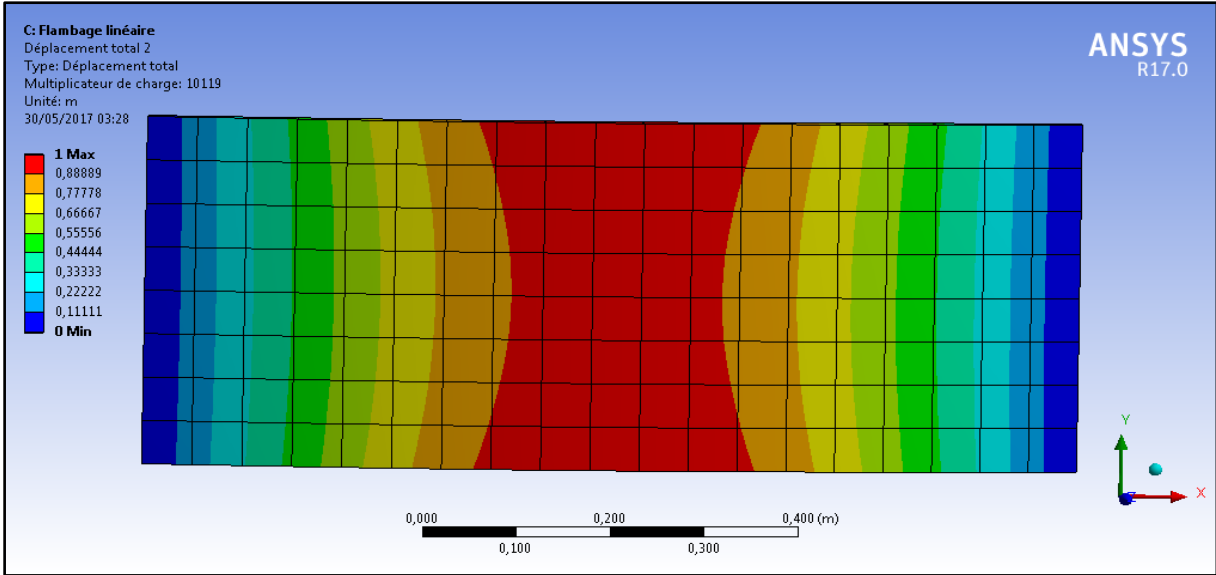


Figure III.4.40: plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) mode 1  
Une plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) en mode 2 est présenté par la Figure III.4.41:

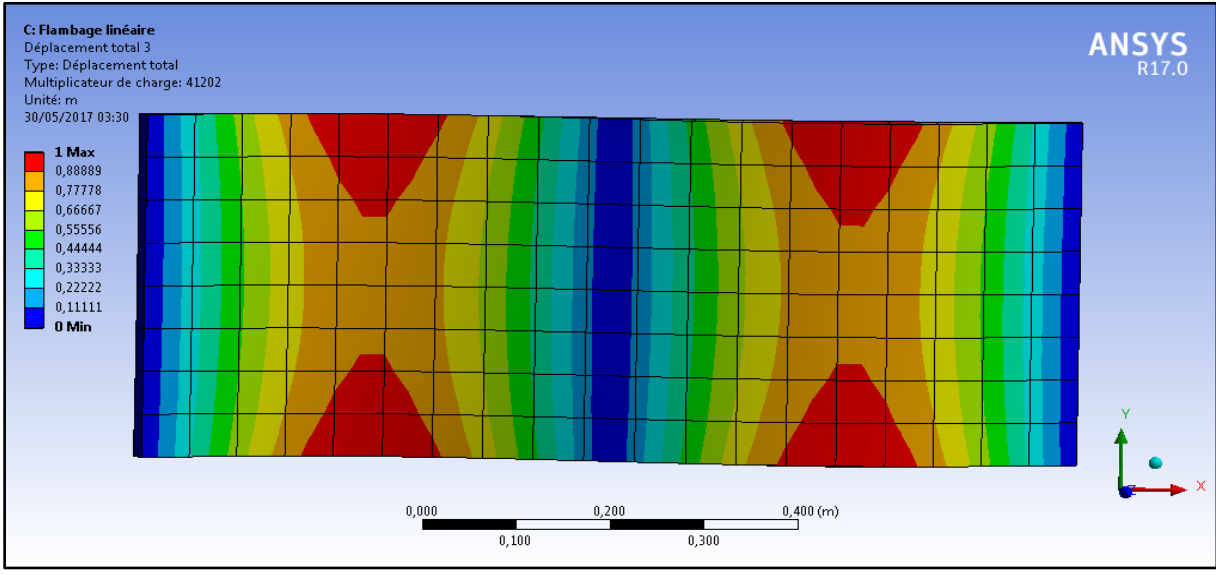


Figure III.4.41: plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) en mode 3 est présenté par la Figure III.4.42:

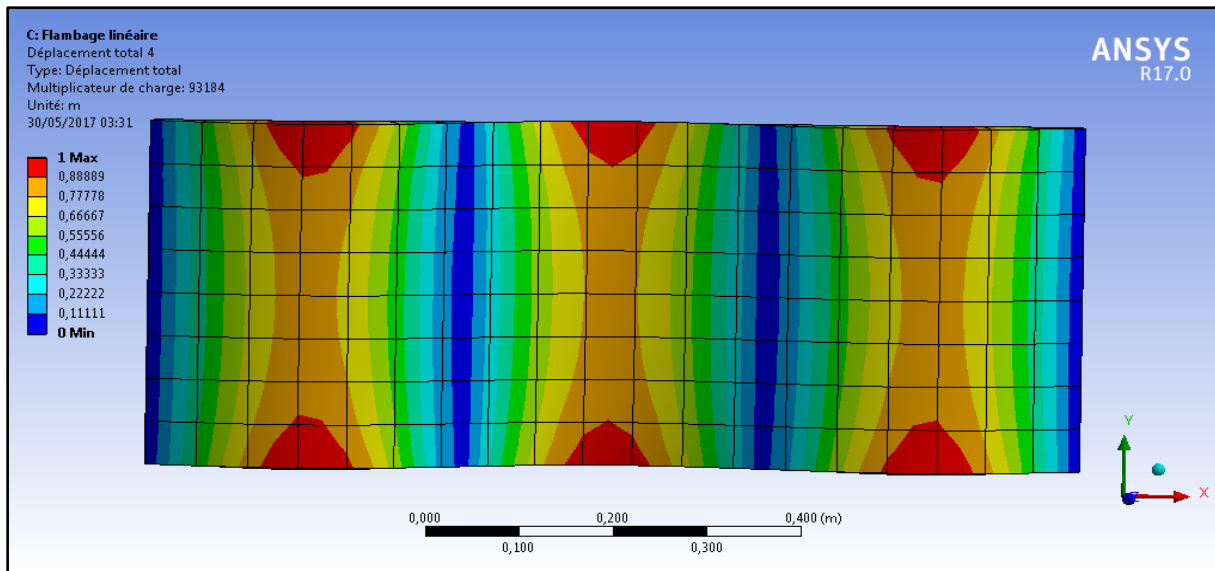


Figure III.4.42: plaque rectangle aluminium SA sur les cotée (2,4) mode 3

Tableau III.4.22: Influence de e sur  $F_c$  d'une plaque rectangle aluminium SA sur le cotée (2) et encasté sur le cotée (4)

e(mm)	20	40	60	80	100
$F_c * 10^5 N$					
Mode1	0,39845	3,0421	9,4369	20,567	36,53
Mode2	1,7773	13,227	39,315	78,582	124,32
Mode3	1,8672	13,634	39,735	79,948	129,15

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

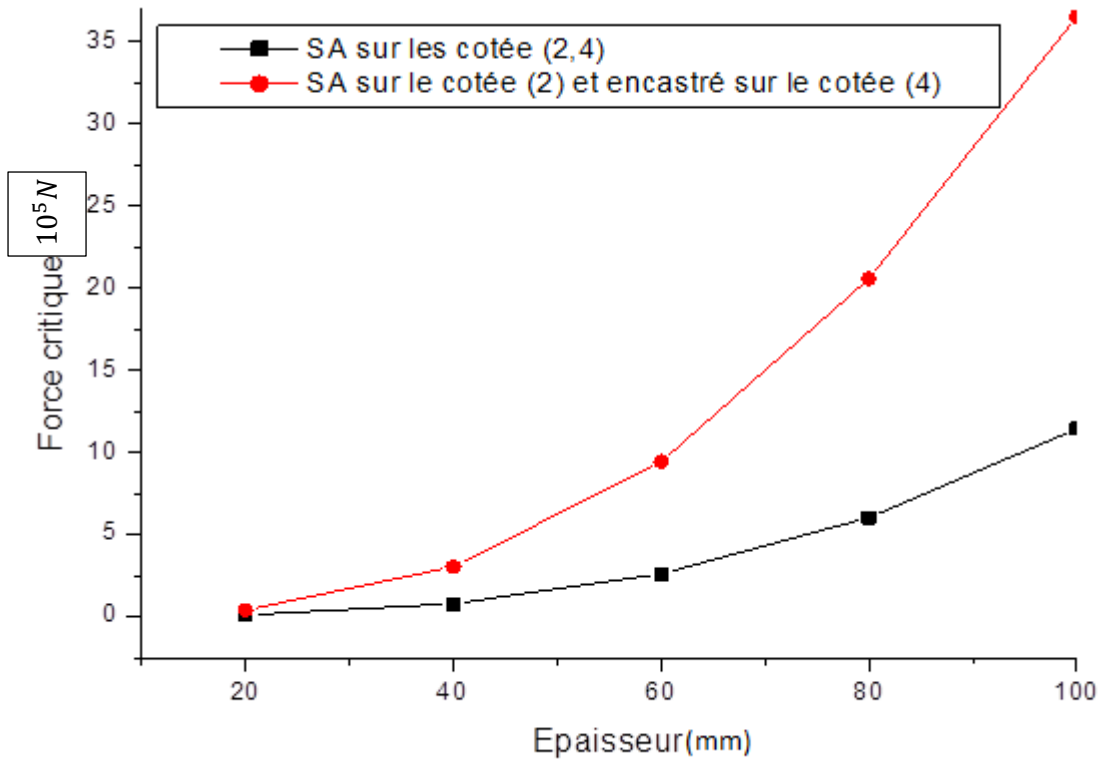


Figure III.4.44: Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle aluminium

Cette essai sur deux plaques la 1er plaque simplement appuyée et la 2ème encastrais cette dernier plus résiste la force critique de flambement du plaque par rapport la plaque simplement appuyée. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

Tableau III.4.23: Influence de e sur Fc d'une Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées.

e(mm)	20	40	60	80	100
Fc* $10^5 N$					
Mode1	1,8922	14,17	42,15	86,691	142,94
Mode2	2,7403	19,603	54,203	102,83	157,03
Mode3	4,2498	28,439	72,601	127,12	179,29

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées en mode 1 est présenté par la Figure III.4.45:

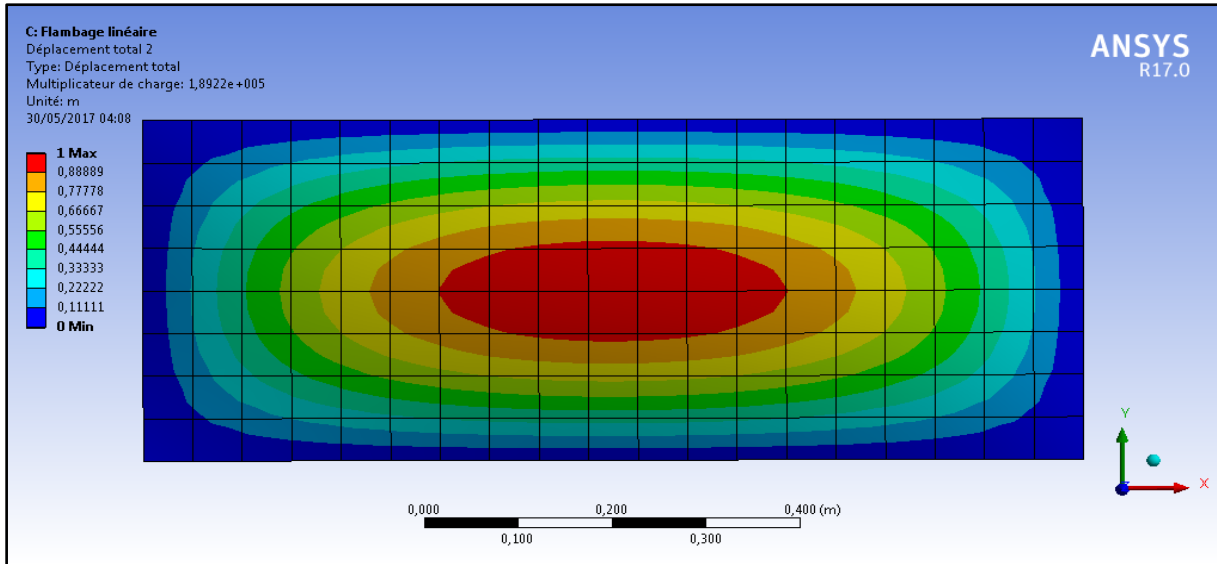


Figure III.4.45: Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées mode 1

Une Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées en mode 2 est présenté par la Figure III.4.46:

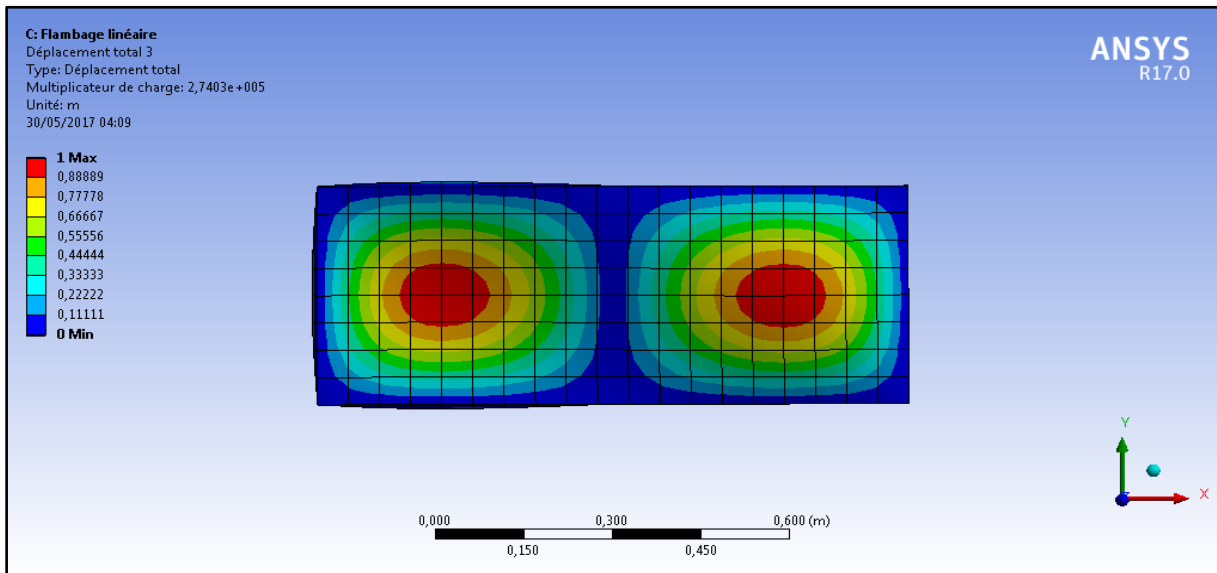


Figure III.4.46: Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées mode 2



## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées en mode 3 est présenté par la Figure III.4.47:

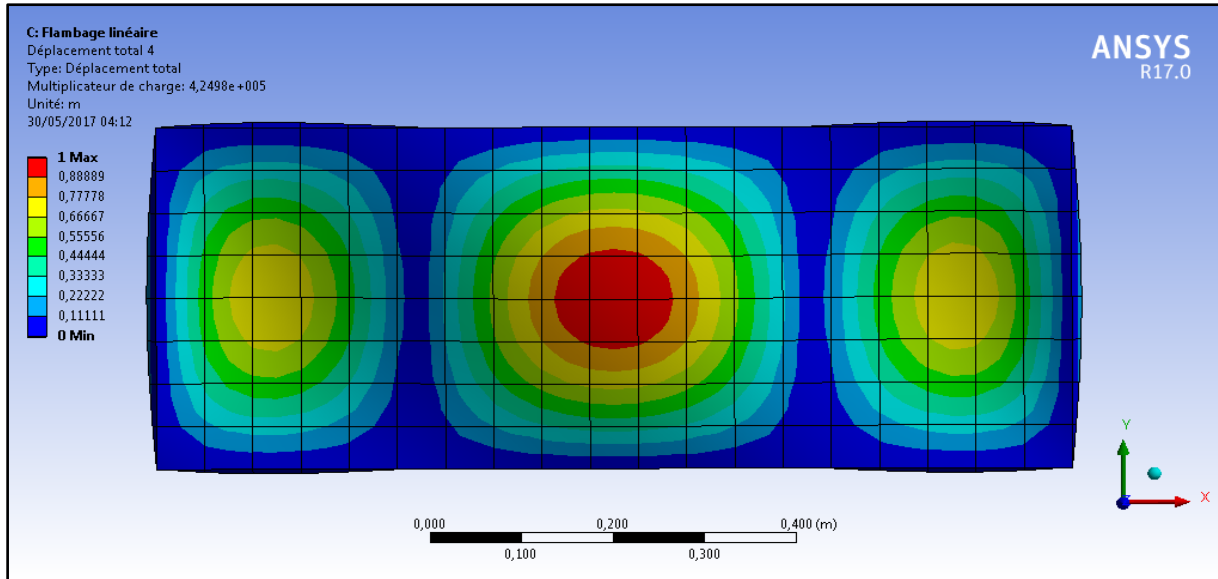


Figure III.4.47: Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées mode 3

Tableau III.4.24: Influence de  $a/b$  sur  $F_c$  d'une Plaque rectangle aluminium SA sur les 4 cotées.

$a/b(\text{mm})$ $F_c \cdot 10^5 N$	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Mode1	5,6715	1,8922	1,1105	0,85606	0,74678
Mode2	5,7692	2,7403	2,1285	1,9358	1,875
Mode3	7,3397	4,2498	3,3949	2,3545	1,875

Tableau III.4.25: Influence de  $e$  sur  $F_c$  d'une plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée

$e(\text{mm})$ $F_c \cdot 10^5 N$	20	40	60	80	100
Mode1	0,74678	5,8404	19,021	2,324	77,905
Mode2	1,875	14,341	44,962	95,297	165,48
Mode3	1,875	14,341	44,962	95,297	165,48

# Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée en mode 1 est présenté par la Figure III.4.48:

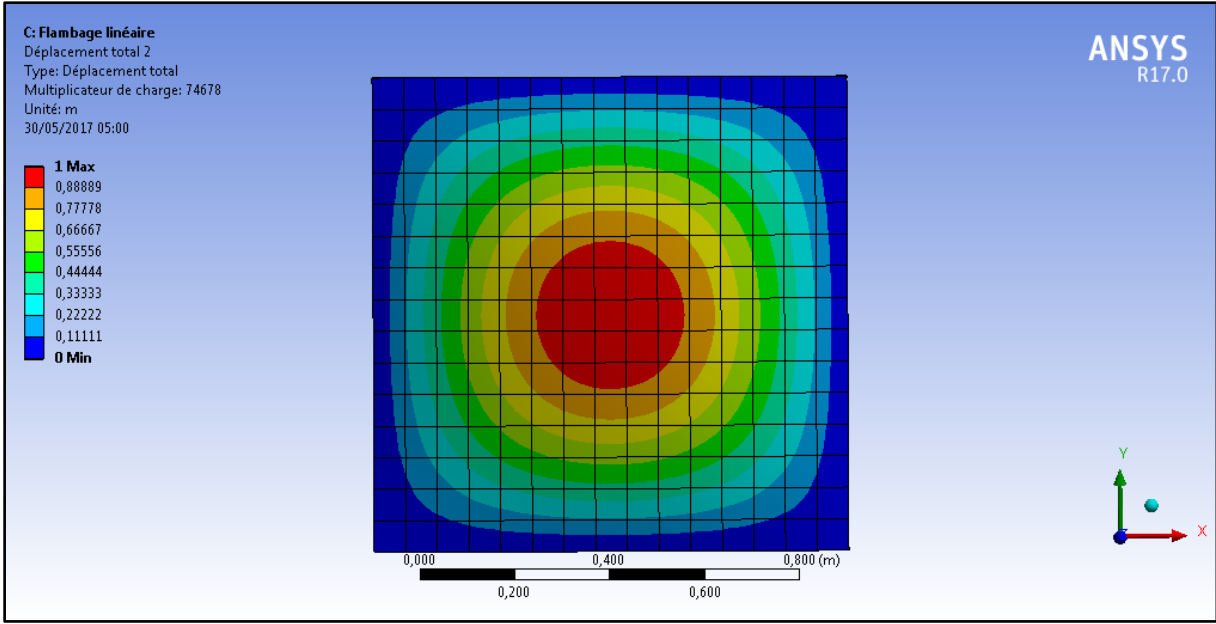


Figure III.4.48: plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée mode 1

Une plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée en mode 2 est présenté par la Figure III.4.49:

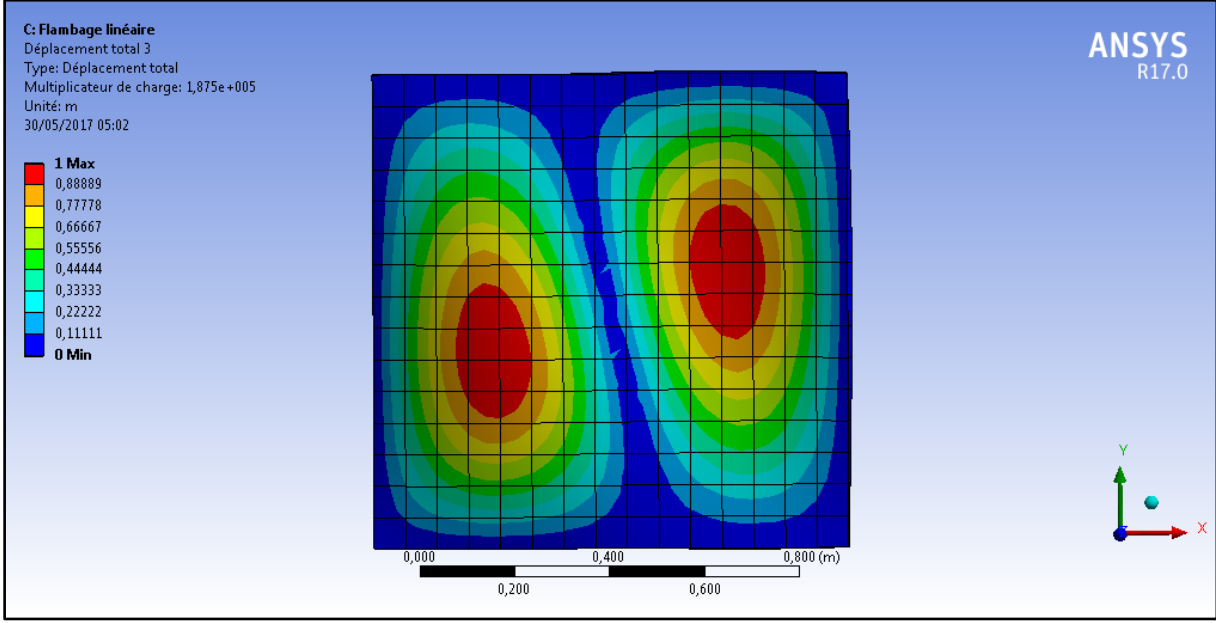


Figure III.4.49: plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée mode 2

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Une plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée en mode 3 est présenté par la Figure III.4.50:

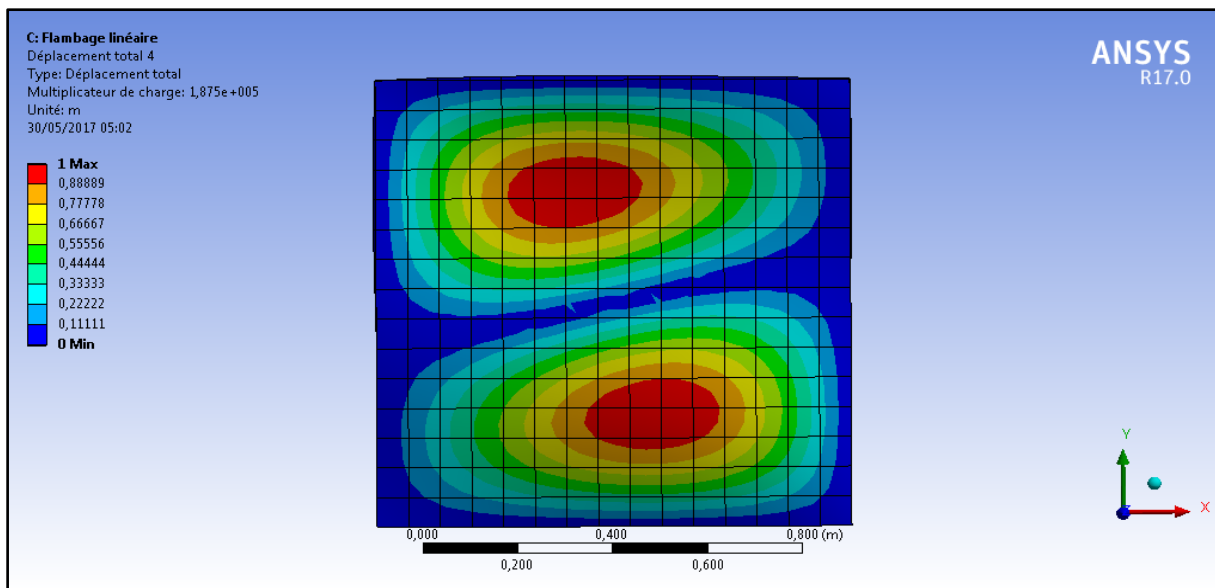


Figure III.4.50: plaque carré d'aluminium SA sur les 4 cotée mode 3

Tableau III.4.26: Influence de e sur Fc d'une plaque carrée d'aluminium SA sur les cotée (2,4)

e(mm)	20	40	60	80	100
Fc*10 <sup>5</sup> N					
Mode1	0,26386	2,0798	6,8767	15,704	29,726
Mode2	0,64201	5,029	16,544	37,632	70,778
Mode3	1,0698	8,2672	26,435	57,741	103,33

Tableau III.4.27: influence de e sur Fc d'une plaque carrée d'aluminium SA de cotée (2) et encastré de cotée (4)

e(mm)	20	40	60	80	100
Fc*10 <sup>5</sup> N					
Mode1	1,0348	7,9208	25,026	53,496	94,913
Mode2	1,6564	12,595	39,537	84,051	148,05
Mode3	4,1279	30,823	92,959	186,63	303,31

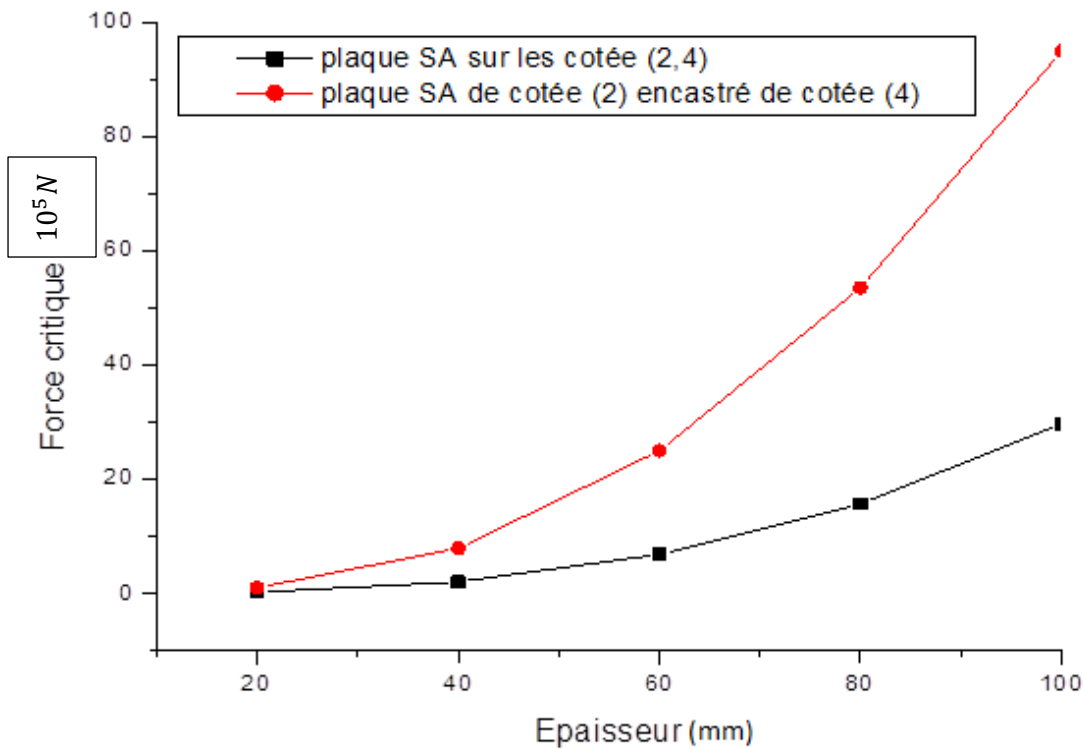


Figure III.4.51: influence de l'épaisseur sur  $F_c$  d'une plaque carrée d'aluminium

Cette essai sur deux plaques carré d'aluminium la 1<sup>er</sup> plaque simplement appuyée et la 2<sup>ème</sup> encastrais cette dernier plus résiste la force critique de flambement du plaque par rapport la plaque simplement appuyée. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

### III.4.3 Alliage de titane

La variation de la force critique en fonction de la géométrie du plaque et les conditions aux limites d'une plaque en alliage de titane.

Tableau III.4.28: Influence de l'épaisseur sur  $F_c$  d'une plaque carré en alliage de titane SA sur les 4 cotée

e(mm)	20	40	60	80	100
$F_c \cdot 10^5 N$					
Mode1	1,0197	7,952	25,801	57,246	105,1
Mode2	2,5578	19,482	60,764	128,35	222,25
Mode3	2,5578	19,482	60,764	128,35	222,25

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Tableau III.4.29: influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les 4 cotée.

a/b(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	0,20	0,40	0,60	0,80	1
Mode1	7,7566	2,6053	1,5224	1,17	1,0197
Mode2	7,8713	3,7412	2,8954	2,6345	2,5578
Mode3	10,067	5,774	4,66	3,2216	2,5578

Tableau III.4.30: influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les 4 cotée.

e(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	20	40	60	80	100
Mode1	2,6053	19,361	57,195	117,01	192,31
Mode2	3,7412	26,515	72,86	137,83	210,77
Mode3	5,774	38,248	97,342	170,89	242,99

Tableau III.4.31: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carré en alliage de titane SA sur les cotée (2,4).

e(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	20	40	60	80	100
Mode1	0,36110	2,8395	9,3619	21,325	40,281
Mode2	0,85725	6,7031	22,007	49,986	93,915
Mode3	1,4696	11,316	36,031	78,422	139,9

Tableau III.4.32: influence de l'épaisseur sur Fc d'une plaque carré en alliage de titane SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4).

e(mm) Fc*10 <sup>5</sup> N	20	40	60	80	100
Mode1	1,4262	10,866	34,139	72,626	128,4
Mode2	2,2403	16,962	52,986	112,27	197,3
Mode3	5,561	41,343	124,08	248,76	404,23

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

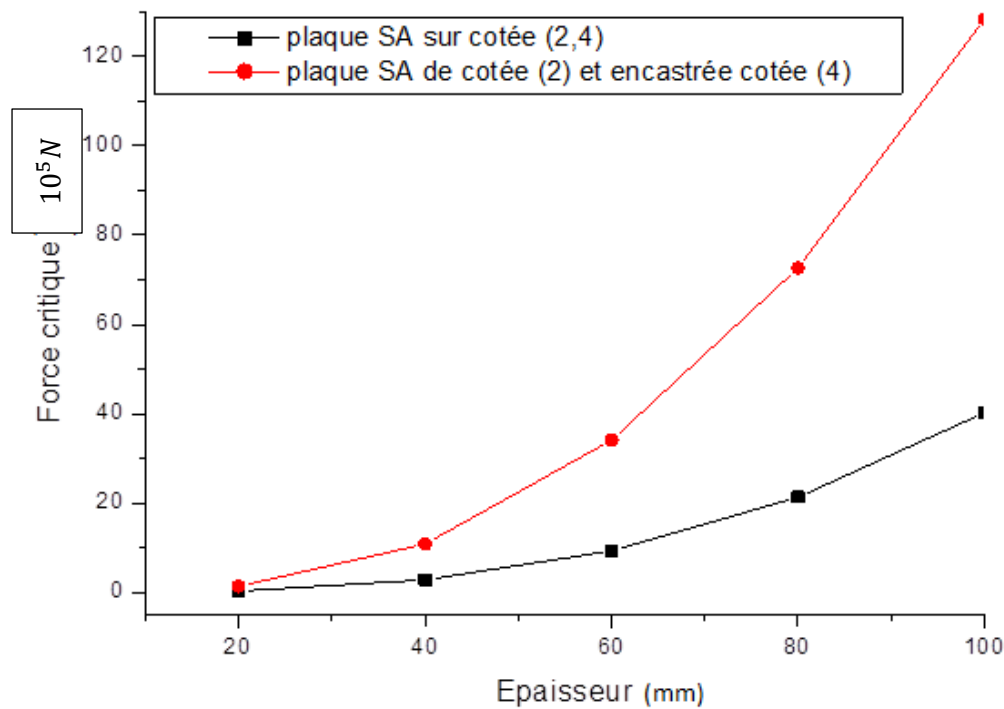


Figure III.4.52: influence de l'épaisseur sur  $F_c$  d'une plaque carré en alliage de titane.

La variation du  $F_c$  en fonction d'épaisseur d'une plaque EN plus grand que plaque. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

Tableau III.4.33: influence de  $a/b$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les cotée (2,4).

$a/b(\text{mm})$ $F_c \cdot 10^5 \text{ N}$	0,20	0,40	0,60	0,80	1
Mode1	0,067485	0,13733	0,21020	0,28518	0,36110
Mode2	0,27141	0,56148	0,86182	0,90253	0,85725
Mode3	0,61233	1,273	1,0293	1,1654	1,4696

Tableau III.4.34: influence de  $a/b$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4).

$a/b(\text{mm})$ $F_c \cdot 10^5 \text{ N}$	0,20	0,40	0,60	0,80	1
Mode1	0,26300	0,54452	0,83574	1,1308	1,4262
Mode2	1,2282	2,3595	2,1319	2,1354	2,2403
Mode3	2,7626	2,5584	3,9074	5,2426	5,561

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

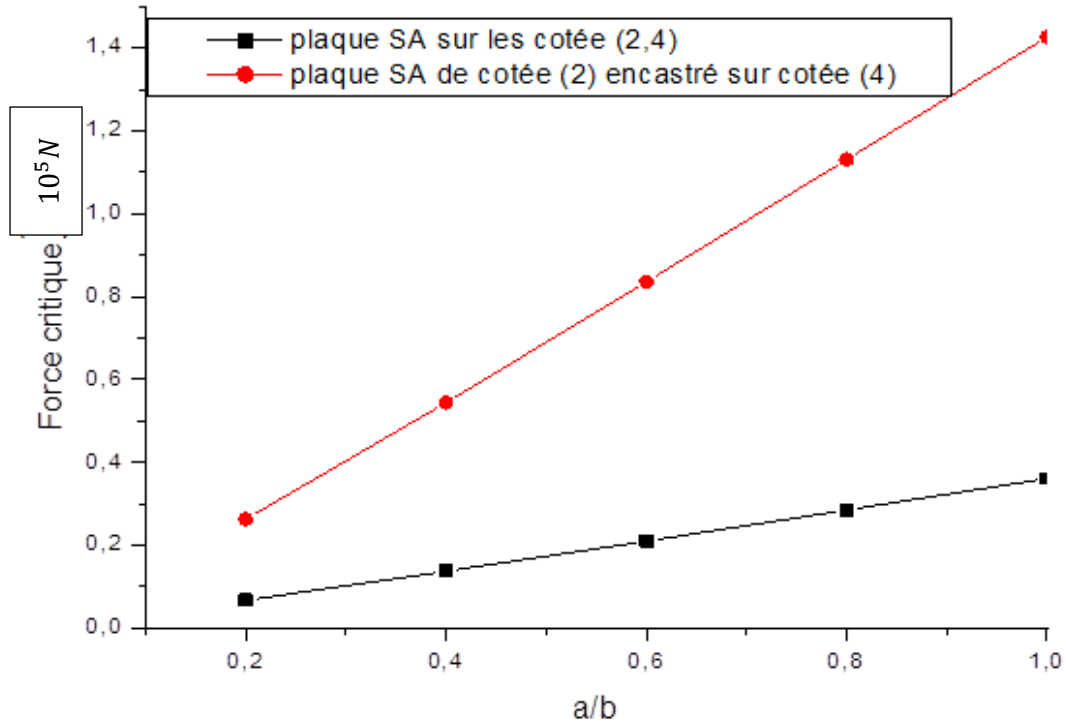


Figure III.4.53: Influence de  $a/b$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle en alliage de titane

La variation du  $F_{cr}$  en fonction de  $a/b$  très important dans la plaque EN par rapport la plaque simplement apurée. L'augmentation de la force critique lorsque le rapport  $a/b$  augment.

Tableau III.4.35: Influence de  $a/b$  sur  $F_c$  d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les cotée (1,3).

a/b(mm)	0,20	0,40	0,60	0,80	1
Mode1	8,8667	2,2956	1,0186	0,56904	0,36110
Mode2	9,2443	2,7641	1,5072	1,0636	0,85725
Mode3	10,927	4,6152	3,5159	2,2965	1,4696

## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Tableau III.4.36: Influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1).

a/b(mm)	0,20	0,40	0,60	0,80	1
Mode1	28,353	8,5325	3,9224	2,2265	1,4262
Mode2	28,798	9,233	4,6986	3,0315	2,2403
Mode3	31,056	12,104	7,7984	6,2686	5,561

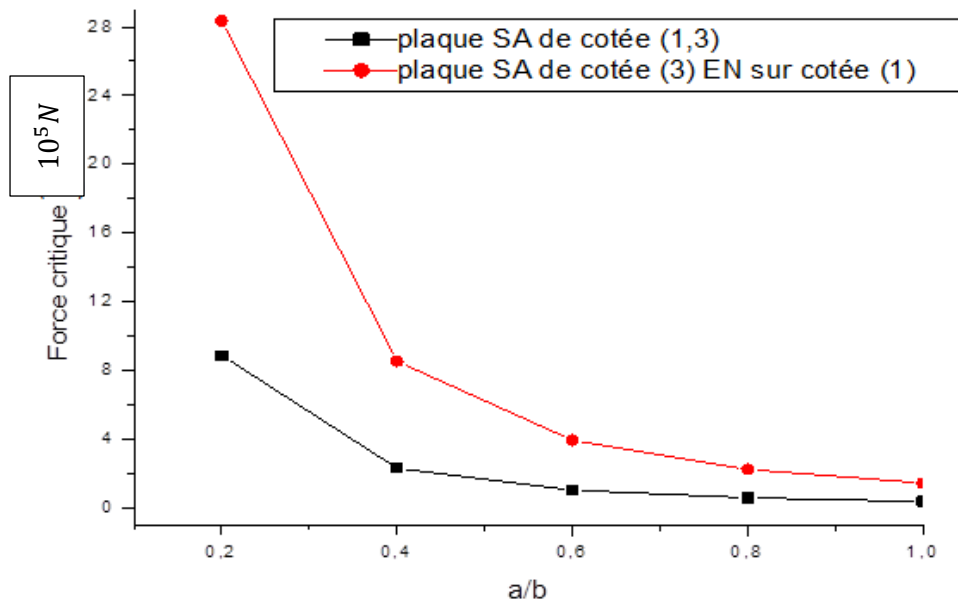


Figure III.4.54: Influence de a/b sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane

La diminution du Fc en fonction de a/b puisque la charge elle est suivant l'axe y plaque rectangle en titane est encastrée sur le cotée (1) et simplement appuyée sur cotée (3) plus résiste que la plaque simplement appuyée.

Tableau III.4.37: Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur les cotée (1,3).

e(mm)	20	40	60	80	100
Mode1	2,2956	17,147	51,449	107,96	184,11
Mode2	2,7641	20,559	61,443	128,13	216,92
Mode3	4,6152	33,925	99,437	2014,9	330,78



## Chapitre III VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

Tableau III.4.38: Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane SA sur le cotée (3) et encastré sur le cotée (1).

e(mm)	20	40	60	80	100
Mode1	0,85325	54,643	136,54	245,07	367,16
Mode2	0,92330	59,006	147,64	265,48	398,28
Mode3	12,104	76,351	188,98	334,72	492,59

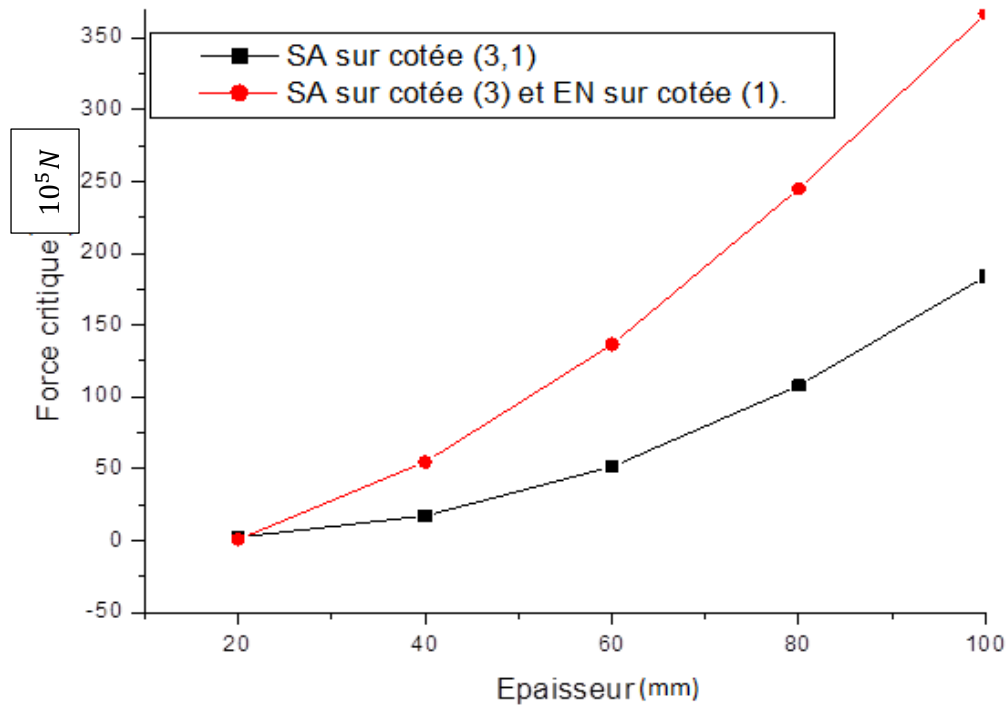


Tableau III.4.55 : Influence de e sur Fc d'une plaque rectangle en alliage de titane

La variation du force critique par rapport l'épaisseur elle est plus importante dans le cas EN donc la plaque EN plus résiste que la plaque simplement apurée. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

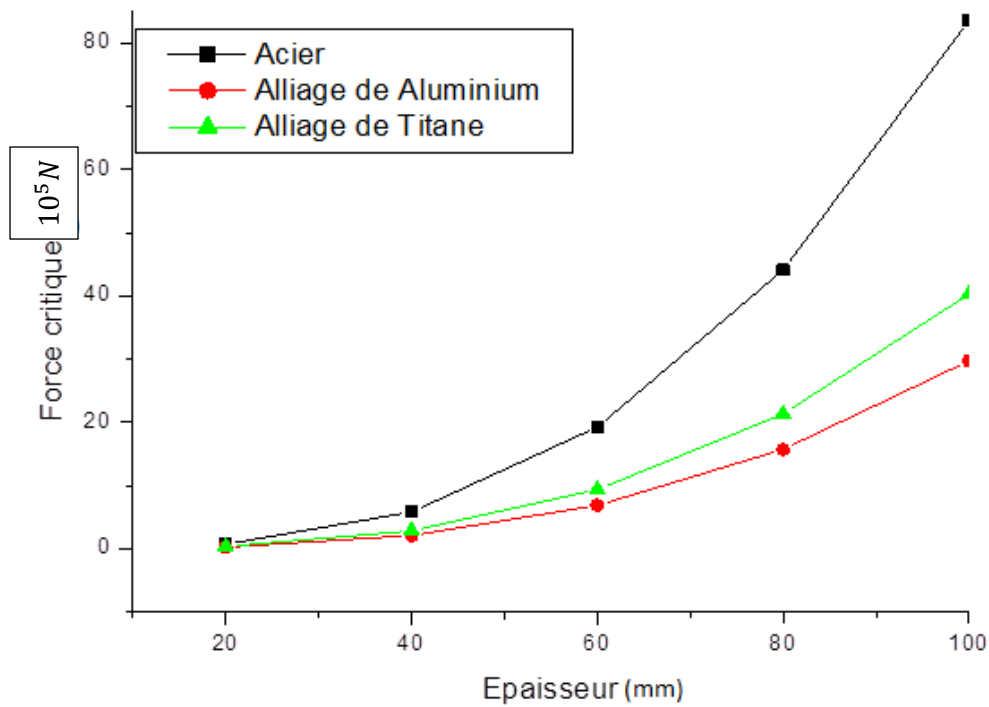


Figure III.4.56: Influence de matériaux sur  $F_c$  d'une plaque carré SA sur les cotée (2,4).

La variation du force critique en fonction d'épaisseur elle plus important sur la plaque en acier cette dernier plus résiste que alliage de titane et aluminium la force critique de flambement. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

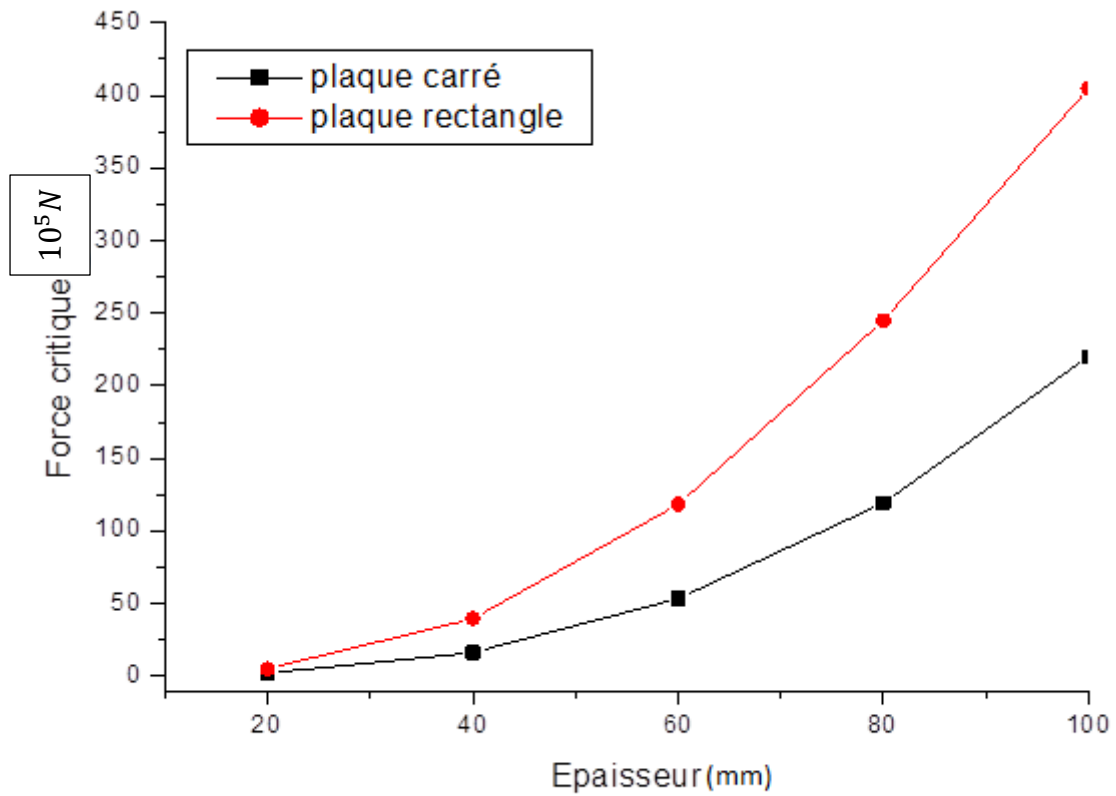


Figure III.4.57: Influence de géométrie de plaque sur  $F_{cr}$

Effet de changement de géométrie de plaque (rectangle, carré) sur la force critique du flambement la plaque rectangle bien résiste la  $F_{cr}$  que la plaque carrée simplement appuyée sur les 4 cotée. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

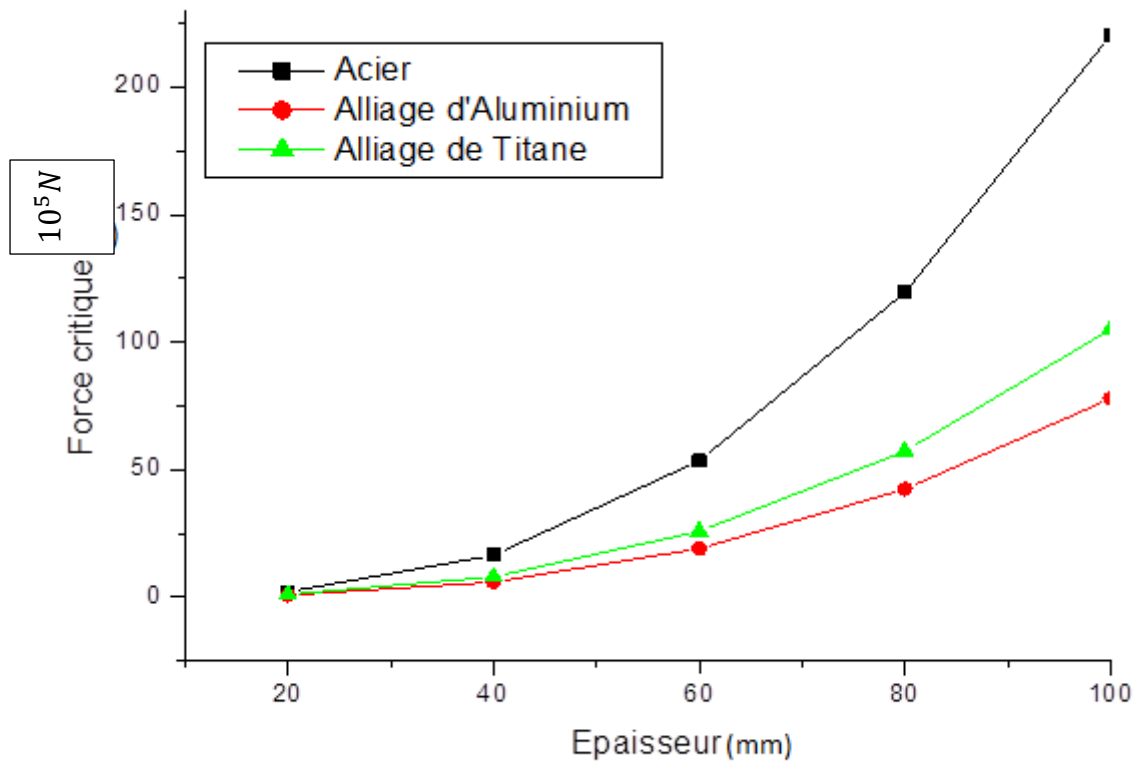


Figure III.4.58 : Plaque carré SA de cotée (1,3)

Influence de la force critique sur épaisseur des plaques carré simplement apurée de cotée (1,3) en différent matériaux l'acier plus résiste que titane et aluminium. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

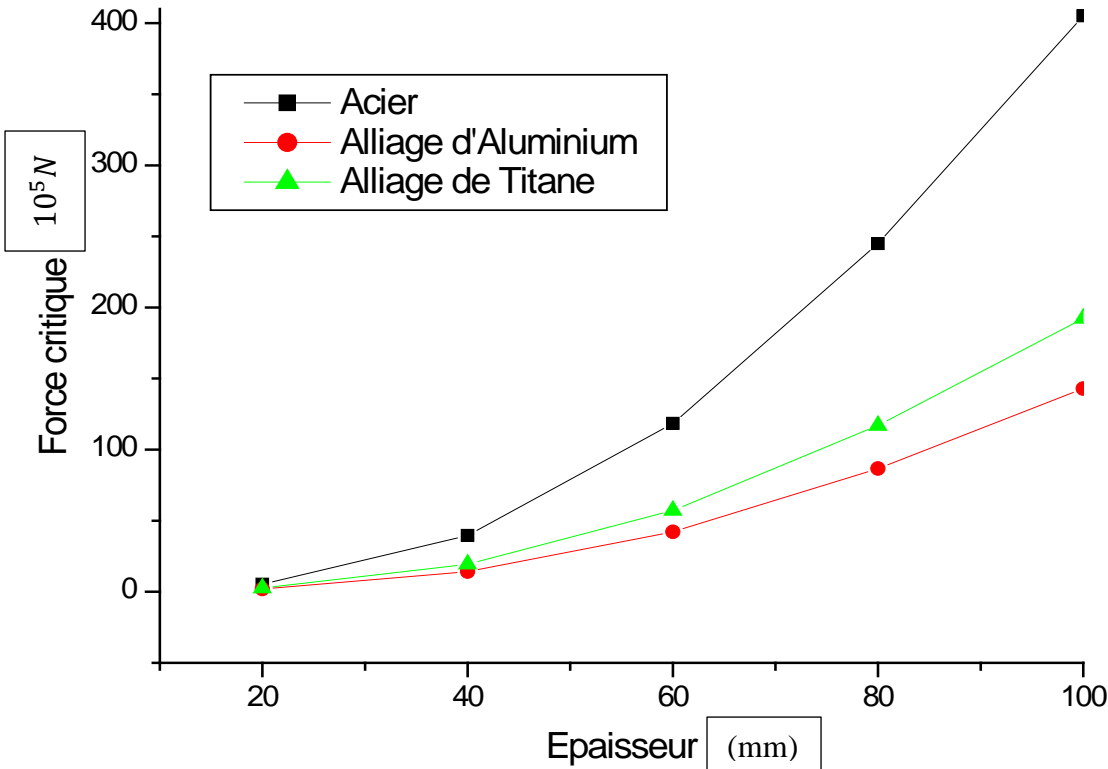


Figure III.4.59 : Plaque rectangle SA sur les 4 cotée

Influence de l'épaisseur sur la force critique des plaques carré simplement apurée sur les 4 cotée en déférent matériaux l'acier plus résiste que titane et aluminium cette variation elle plus important sur l'acier. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

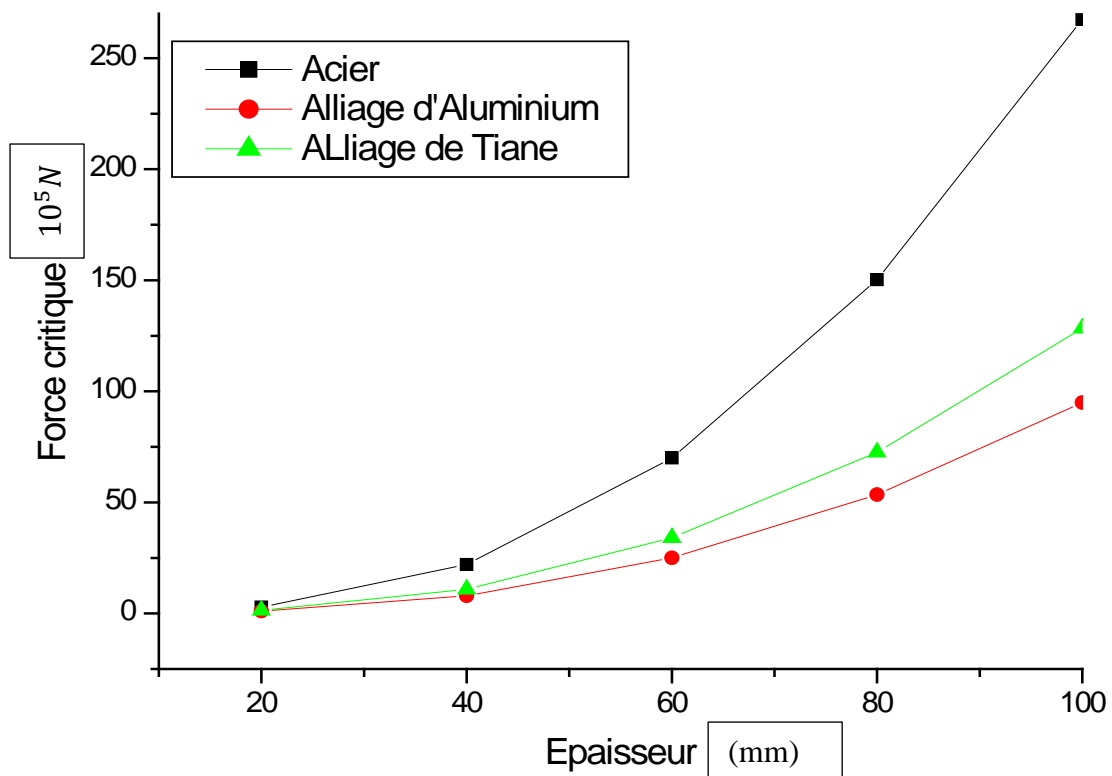


Figure III.4.60: Influence de l'épaisseur sur  $F_c$  d'une plaque carré SA sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4).

La variation de la force critique par rapport épaisseur des plaques carré simplement apurée sur le cotée (2) et encastré sur le cotée (4) elle est plus important sur acier que titane et aluminium. L'augmentation de la force critique lorsque l'épaisseur augment.

## Conclusion

Le travail réalisé est une étude du comportement des plaques en flambement. Le flambage est un phénomène physique relevant des principes de la résistance des matériaux. Lorsqu'une structure est compressée, elle a tendance à fléchir perpendiculairement à l'axe de la force appliquée, en raison d'un phénomène d'instabilité élastique. Les structures les plus sollicitées au flambement sont de type poutre, plaque et coque. La méthode des éléments finis est utilisée pour trouver l'équation qui régit le phénomène de flambement d'une plaque, l'élément utilisé dans cette formulation est de type cubique à 8 nœuds. Les résultats numériques de la simulation sont obtenus à l'aide de logiciel Ansys Workbench. Une étude de comparaison est faite pour voir l'efficacité d'élément utilisé dans la formulation. L'étude paramétrique a abouti aux conclusions suivantes :

- ✓ Influence de charge critique par rapport les conditions aux limites : d'après ces résultats nous avons remarqué que la plaque encastree présente une bonne résistance par rapport à une plaque simplement appuyée.
- ✓ La variation de charge critique par rapport à la géométrie de la plaque, nous avons découvrir que la charge critique augmente par l'augmentation de épaisseur ainsi que pour le rapport  $a/b$ .
- ✓ Effet de changement des paramètres physiques sur la force critique, l'acier est plus résistant par rapport aux alliages (aluminium et titane).

Les perspectives d'études qui peuvent être menée à la suite de ce travail sont :

L'analyse du comportement des plaques et coques en matériaux composites.

## Références Bibliographie

[1] <https://www.google.dz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwixjMuzw9LWAhXF6iYKHYWPC9gQFgglMAA&url=http%3A%2F%2Fthesis.univbiskra.dz%2F1226%2F2%2Fchapitre%25201.pdf&usg=AOvVaw2F4iMLIf7zZEAKrrl1Xb5h>

[2] Timoshenko and w, theory of Elastic stability, McGraw Hill, New York, end ed.196

[3] Chapitre 10 Le flambement

[https://www.google.dz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0ahUKEwjHy eLz78PWAhXIwiYKHZ71Dp8QFggsMAI&url=http%3A%2F%2Fmdevmd.accesmad.org%2Fmediatek%2Fpluginfile.php%2F4955%2Fmod\\_folder%2Fcontent%2F0%2FChap%252010%2520Flambement.pdf%3Fforcedownload%3D1&usg=AFQjCNHggqGK2IjjFk\\_Wi0eC328Mh8Hu8IQ](https://www.google.dz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0ahUKEwjHy eLz78PWAhXIwiYKHZ71Dp8QFggsMAI&url=http%3A%2F%2Fmdevmd.accesmad.org%2Fmediatek%2Fpluginfile.php%2F4955%2Fmod_folder%2Fcontent%2F0%2FChap%252010%2520Flambement.pdf%3Fforcedownload%3D1&usg=AFQjCNHggqGK2IjjFk_Wi0eC328Mh8Hu8IQ)

[4] Ahmed , S.,Irons ,B.M.,and Zienkiewicz,O.C.,” Analysis of thin shells structures by curved finite elements,” IJNME , (1970) ,2,419-451

[5] Argyris,J.H.,Haas,M.,Mlejnek,H.P.and Schmolz, P.K., “TRUNC for shell-An element possibly to the taste of Bruce IRONS,”IJNME, 22, (1986),93-115

[6] Argyris J.H.,Dunne P.C., Malejannakis G.A. & Schelkle E.,”A simple triangular facet shell element with applications to linear and non-linear equilibrium and stability problems,” CMAME,Vol.11,P.97-131,1977.

[7] [Stolz, 2003] Stolz, C. (2003). Stabilité des matériaux et des structures. Editions Ecole Polytechnique.

[8] [Timošenko et Gere, 1963] Timošenko, S.-P. et Gere, J.-M. (1963). Theory of elastic stability. Engineering societies monographs. McGraw-Hill Kogakusha, New York Toronto London Tokyo, 2nd edition édition.

[9] La méthode des éléments finis O.C.Zienkiewicz ; traduir par Jean-louis Armand EDISCIENCE 1979

[10] Tati, A., et Abibsi, A.(2007), Un élément fini pour la flexion et le flambage des plaques minces stratifiées en matériaux composites. Revue Des Composites Et Des Matériaux Avances 17, 279-296

[11] Chen, L.-W., et Chen, L.-Y.(1989), Thermal buckling analysis of composite laminated plates by the finite-element method. J. Therm. Stresses. 12, 41-56

[12] Finite Element Modling and simulation with ansys workbench ; Xiaolin Chen •Yijun Liu ; © 2015 by Taylor & Francis Group, LLC CRC Press is an imprint of Taylor & Francis Group, an Informa business No claim to original U.S. Government works Version Date: 2014/07/07



[13] Thèse de doctorat en Génie mécanique ; Université Mohammed Boudiaf Biskra ;  
présenté par HODAYFA Ounis ; année 2015 ; Etude numérique par éléments finis de l'effet  
de la température sur la vibration et la stabilité des plaques

[14] MEMOIRE DE MAGISTER ; Spécialité : GENIE CIVIL ; UNIVERSITE 20AOUT –  
SKIKDA ; Présenté par : MOKHTARI SALIM ; INSTABILITE PAR FLAMBAGE  
ELASTIQUE DES PLAQUES STRATIFIEES MUNIES DUNE SINGULARITE  
GEOMETRIQUE ; Promotion 2006/2007

[15] Mémoire de Magistère ; Spécialité : Génie Mécanique ; Option : Construction  
Mécanique Université Mohamed Khider - Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie ;  
sujet : FLAMBAGE THERMIQUE FLAMBAGE THERMIQUE DES PLAQUES DES  
PLAQUES DES PLAQUES STRATIFIEES RECTANGULAIRES MINCES  
SYMETRIQUES EN MATERIAUX COMPOSITES SYMETRIQUES EN  
MATERIAUXCOMPOSITES Présenté Par : Noureddine GUEDJIBA : Année 2012 date  
Deposited 31 Jun 2016

## Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude du comportement des plaques en flambement. Une présentation est faite de quelques types des structures en flambement (poutre, plaque et coque). Une modélisation par la méthode des éléments finis et obtenue pour formuler les plaques en flambement, basée sur l'élasticité tridimensionnelle. A l'aide de logiciel Ansys Workbench la plaque est modélisée afin d'analyser le comportement du flambement de ce type de structure. Une étude de validation est faite, les résultats trouvés sont comparés avec les résultats de la littérature. En fin, Une étude paramétrique a été entreprise pour mettre en évidence l'effet de certains paramètres (géométriques, physiques et conditions aux limites) sur le comportement de flambage des plaques carré isotrope ont montrés que la charge critique de flambage varie en fonction de ces paramètres.

## Abstract

The work presented in this paper concerns the study of the behavior of buckling plates. a presentation is made of some types of structures in buckling (beam, plate and shell). A modelisation by the finite element method and obtained to formulate the plates in buckling, based on the three-dimensional elasticity. Using Ansys Workbench software, the plate is modeled to analyze the buckling behavior of this type of structure. A validation study is carried out, the results are compared with the results of the literature. Finally, a parametric study was carried out to demonstrate the effect of certain parameters (geometric, physical and boundary conditions) on the buckling behavior of isotropic square plates showed that the critical load of buckling varies with these parameters settings.

## ملخص

العمل المعروف في هذه المذكرة يتعلق بدراسة سلوك التواء اللوحات. يتم تقديم عرض لبعض أنواع الهياكل اثناء الالتواء (عمود او رافدة، لوحة و قوقعة). النمذجة بواسطة طريقة العنصر المنتهية والتي تم الحصول عليها لصياغة لوحات في التواء، على أساس مرونة ثلاثية الأبعاد. باستخدام برنامج Ansys Workbench، على غرار لوحة لتحليل سلوك التواء من هذا النوع من الهيكل. يتم إجراء دراسة التحقق من صحة، تتم مقارنة النتائج مع نتائج الموجودة. وأخيراً، أجريت دراسة لإظهار تأثير بعض العوامل (هندسية، المادية والظروف الحدودية) على سلوك التواء اللوحات المربعة متناحية أظهرت أن الحمل الحاسم من التواء يختلف مع إعدادات هذه العوامل.