

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE VISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE Laboratoire d'Automatique de Tlemcen

UNIVERSITE ABOU-BEKR BELKAID - TLEMCEN

# MEMOIRE

Présenté à :

FACULTE DES SCIENCES – DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Pour l'obtention du diplôme de :

# MASTER EN PHYSIQUE

Spécialité : Modélisation, Simulation et Applications de la Physique

Par :

#### Mr TALEB Sidi Mohammed

Sur le thème

# Etude du profil thermique d'un composant semiconducteur : le transistor à effet de champ à semiconducteur métal –oxyde (MOSFET)

Soutenue publiquement le 20/06/2017 devant le jury composé de :

Mr Tayeb BENOUAZ	Professeur à l'Université de Tlemcen	Président
Mr Nasr-Eddine CHABANE SARI	Professeur à l'Université de Tlemcen	Encadreur
Mr Smaine BEKHECHI	Professeur à l'Université de Tlemcen	Examinateur
Mr Abdelkrim MERAD	Professeur à l'Université de Tlemcen	Examinateur
Mr Abdelhak CHIKHAOUI	MCA à l'Université de Tlemcen	Examinateur
Mr Fawzi BENDAHMANE	MCB à l'Université de Tlemcen	Examinateur
Mr Nabil BRAHMI	MCB à l'Université de Tlemcen	Examinateur

Laboratoire Automatique Tlemcen(LAT) Tlemcen - Algérie

#### REMERCIMENT

Un grand merci à Monsieur Nasr-Eddine CHABANE SARI maître de conférences à l'université de Tlemcen, directeur de ce mémoire qui a encadré mes travaux. J'ai beaucoup profité de sa rigueur scientifique et de son sérieux.

Son expérience dans le domaine de la physique-électronique, particulièrement dans le domaine de la modélisation et la physique des composants m'a permis de m'investir avec détermination dans ce travail.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur Aniss CHIALI, maître de conférences à l'université de Tlemcen, d'avoir encadré lui aussi mes travaux.

Mes sincères remerciements les plus vifs au président de jury et a tous les examinateurs, maître de conférences à l'université de Tlemcen, et à pour avoir accepté d'être les examinateurs de ce mémoire.

Mes remerciements ne seraient pas complets si je n'exprimais pas ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont collaboré de près ou de loin à la réalisation de ce travail, en particulier, tout le personnel du département de la physique à l'université de Tlemcen, précisément tous les enseignants qui mon former. pour leur bonne humeur et leur disponibilité.

Mes derniers remerciements vont à ma famille et mes amis, et surtout à tous les collègues du Laboratoire de physique qui m'ont tous entouré et m'ont donné la force de passer les moments difficiles.

# DEDICACE

Je dédié ce travail à :

Mon cher papa, Ma chère maman, Monsieur Zino Cherif

# Liste des figures

Figure 01 : principe semi-conducteur	04
Figure 02 : Diamant	04
Figure 03 : liaison diamant	04
Figure 04 : liaison brisé	04
Figure 05 : Dopage type N	06
Figure 06 : schéma des jonction non polarisé	07
Figure 07 : schéma de jonction P-N polarisé en inverse	08
Figure 08 : schéma de jonction P-N polarisé en direct	09
Figure 09 : caractéristiques courant-tension	09
Figure 10 : Exemples de transistors à effet de champ typiques	11
Figure 11 : Structure de base du transistor JFET à canal N	13
Figure 12 : Représentation schématique d'un JFET à canal N et à canal P	13
Figure 13 : Rétrécissement du canal en fonction de la tension de grille VGS appliquée	14
Figure 14 : Transistor JFET dans la zone ohmique	15
Figure 15 : Géométrie du canal lorsque la tension VDS devient importante	15
Figure 16 : Pincement du canal JFET	15
Figure 17 : Géométrie du canal lorsque la tension VDS devient importante	16
Figure 18 : Pincement du canal JFET	16
Figure 19 : Symbole et caractéristique de sortie typique d'un JFET	17
Figure 20 : Symbole et caractéristique de transfert typique d'un transistor JFET	18
Figure 21 : Equations caractérisant le transistor JFET	18
Figure 22 : Vue d'un MOSFET en 3D et en coupe	20
Figure 23 : Symboles et structure des MOSFETS à canal n ou p	21
Figure 24 : Représentation schématique du transistor MOSFET	22
Figure 23 : Représentation schématique de la formation du canal dans un MOSFET	23
Figure 24 : Caractéristique d'un MOSFET dans la région linéaire ou ohmique	23
Figure 25 : Symbole et caractéristique du MOSFET à canal n à enrichissement	24
Figure 26 : Modélisation de la caractéristique du MOSFET	26
Figure 27 : Le MOSFET fonctionnant dans la zone de blocage	27

Figure 28 : Le MOSFET fonctionnant dans la zone de saturation	
Figure 29 : La caractéristique du MOSFET fonctionnant comme interrupteur	
Figure 30 : Interrupteur MOSFET à canal P	28
Figure 31 : circuits CMOS	29
Figure 32 : Inverseur CMOS	29
Figure 33 : Coupe d'un transistor NMOS et PMOS sur un même substrat	
Figure 34 : Amplificateur NMOS enrichissement	
Figure 35 : schéma de Discrétisation géométrique	34
Figure 36 : construction des éléments	37
Figure 37 : représentation de deux des fonctions d'interpolation	
Figure 38 : représentation de la fonction N1	
Figure 39 : diagramme de bande du MOSFET	62
Figure 40 : interface graphique du logiciel	63
Figure 41 : modélisation de la géométrie du matériau	64
Figure 42 : définition des paramètres du matériau	65
Figure 43 : présentation du maillage	66
Figure 44 : concentration des électrons	67
Figure 45 : Vg en fonction de Vd	67
Figure 46 : concentration des électrons	68
Figure 47 : concentration des trous à 293.15°K	69
Figure 48 : concentration des trous à 500.15°K	70
Figure 49 : présentation d'électrique potentiel à 293.15°K	70
Figure 50 : présentation d'électrique potentiel à 500.15°K	71
Figure 51 : la concentration d'électrons et la distribution de potentiel	

#### Liste des tableaux

Tableau 01 : Comparaison entre les bornes du transistor bipolaire et du transistor à effet de champ

Tableau 02 : Quelques modèles classiques et quantiques décrivant un système de particules à différentes échelles

#### Table de matière

Remercîment	
Dédicace	
Références bibliographiques	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Table de matière	
Introduction générale	01
Chapitre I : généralité sur le transistor MOSFET	
1. Conduction électrique	03
2. Semi-conducteurs	04
2.1.Structure des semi-conducteurs	04
2.2.Conduction par électron et par trou	05
2.3.Semi-conducteurs dopés ou extrinsèques	05
✓ Dopage type N	06
✓ Dopage type P	06
2.4.Bandes d'énergie des semi-conducteurs dopés	
3. La jonction P-N	07
3.1.Jonction non polarisée	07
3.2. Jonction P-N polarisée en inverse	
3.3. Jonction P-N polarisée en direct	09
3.4. Caractéristiques courant-tension	09
3.5.Claquage inverse Zener	10
3.6.Limites d'utilisation des diodes	10
4. les transistors	11
4.1.Le transistor à effet de champ	11
4.2.Le transistor JFET	
4.2.1. caractéristique du modèle JFET	
4.2.2. L'amplificateur JFET	
4.3.Le transistor MOSFEI	19
4.3.1. La structure du MOSFE1	
4.5.2. Le MOSFET à déplétion	
4.3.4. Les applications du MOSFET	
Chapitre II : généralités sur les méthodes basiques du logiciel de si	imulation
Problématique	31

Problématique	31
1. Méthode des éléments finis	
1.1. Généralités	32

1.2. Démarche éléments finis	33
1.3. Élément rectangulaire à deux dimensions	39
1.4. Assemblage et conditions aux limites	40
2. Le modèle de Dérive-Diffusion Quantique couplé avec l'équation de Poisson :	
dérivation et propriétés	41
2.1. Modèles Classiques et Quantiques	41
2.1.1. Le cas classique	42
2.1.2. Le cas quantique	47
3. Méthode de volumes finis	52
3.1. Généralité	
3.2. Application à la partie diffusion (1D)	

### Chapitre III : résultats d'étude et interprétation

Introd	uction	
1.	COMSOL	
	1.1.Model MOSFET COMSOL.	
2.	Théorie du MOSFET dans COMSOL	59
	2.1.Les équations de domaine	
	2.2.Les conditions aux limites	61
3.	Construction du model	
4.	Construction de notre model MOSFET	
5.	Résultats et interprétations	
Conclu	usion générale	

# Introduction générale

#### Introduction générale :

Plusieurs défis sont actuellement à relever dans ces domaines, le développement de réseaux hauts débits pour la numérisation des réseaux terrestres, télévision et radio à grande échelle, la mise au point de systèmes de radiocommunications mobiles, le développement de systèmes électroniques à hautes fréquences embarqués dans le secteur automobile ou encore les systèmes radars modernes. Ces marchés offrent aujourd'hui des perspectives commerciales importantes. Les transistors à effet de champ sont toujours parmi les composants électroniques omniprésents dans notre vie quotidienne, ils jouent un rôle très important dans la nouvelle technologie. Ils résident au coeur de la révolution qui a porté une grande part de développement technologique de très haut niveau. Les premiers transistors à effet de champ ont été réalisés en silicium (Si). Ce semi-conducteur présente de nombreux avantages pour la réalisation de composants électroniques : structure cristalline simple, peu onéreux, facile à réaliser, existence d'un oxyde de silicium isolant. Cependant le silicium permet des fréquences d'utilisation maximales de l'ordre de quelques gigahertz. Afin de disposer de composants pouvant fonctionner à des fréquences plus élevées

Les contrainte peuvent induire des effet indésirable qui ne peuvent malheureusement plus être négligé et altérant le bon fonctionnement des dispositif menant au disfonctionnement des circuit .par contre leur control permet d'augmenté la vitesse de fonctionnement des transistor.la compréhension des effet indésirable sur les propriété physique du au effet thermique des dispositif MOSFET et l'un des enjeux de l'industrie des semi-conducteur

Ainsi l'objectif de notre travail est de présenter une étude sur la modélisation et la simulation des transistors à effet de champ à grille métal oxyde dit MOSFEt, et on s'est focalisé plus précisément sur l'effet thermique du transistor MOSFET, Ce travail comportera les chapitres suivants :

Le premier chapitre est consacré dans la première partie a une présentation générale sur les propriété physiques des structures métal semi conducteur .la deuxième partie de ce chapitre est consacré en détaille a la structure et le principe de fonctionnement du transistor a effet de champ métal oxyde MOSFET

- Dans le deuxième chapitre nous nous sommes focalisé aux rappels théorique utiliser dans le logiciel de simulation en le décomposant en trois partie :
- ✓ La première partie consacrer a la méthode des éléments finis dans laquelle on a décidé de présenter des généralités ainsi que les démarches de la méthode des éléments finis.
- ✓ En deuxième lieu on présenter le modèle de Dérivé-Diffusion Quantique couplé avec l'équation de Poisson qui est un model basique du logiciel utiliser par le logiciel de simulation
- ✓ Et finalement on a détaillé la méthode des volumes finis qui est la base de notre logiciel et pour laquelle on a présenté une généralité, son application a la partie diffusion en étalant ses démarches a l'aide d'un exemple simple
  - Et dans le troisième chapitre consacrer au résultat de notre simulation et qui est le cœur de notre travail on a exposé le logiciel COMSOL Multiphisyque, les étapes a suivre pour la construction de notre modèle, et on a clôturer le chapitre par présentation des résultat de la simulation et son interprétation.

# **Chapitre I** Généralités sur le transistor MOSFET

#### Chapitre I ; généralité sur l'élément objet de notre étude

#### 1 – Conduction électrique [1]

Dans le modèle classique, un corps est isolant s'il ne contient pas d'électrons mobiles. Dans un conducteur, des électrons sont peu liés aux noyaux et peuvent se déplacer dans le réseau cristallin.

Si n est la densité des électrons libres, v leur vitesse moyenne, dans une barre de longueur L, de section S avec une tension V entre les extrémités, la densité de courant J = I/S est égale à J = n.e.v. La vitesse des électrons est proportionnelle à la force à laquelle ils sont soumis donc au champ électrique E = V/L. Si  $\mu$  désigne la mobilité, on a : v =  $\mu$ .E

$$J = n.e.\mu.E = s.E = E/r$$
 (1.1)

Le modèle classique a été remplacé par le modèle quantique des bandes d'énergie. Dans l'atome isolé les électrons occupent des niveaux d'énergie discrets. Dans un cristal, par suite des interactions entre les atomes, ces niveaux discrets s'élargissent et les électrons occupent des bandes d'énergie permises séparées par des bandes interdites. La répartition des électrons dans les niveaux obéit aux lois de la thermodynamique statistique. Au zéro absolu, seuls sont peuplés les niveaux de plus basse énergie.

Dans les isolants, les bandes d'énergie les plus faibles sont entièrement pleines. La hauteur de la bande interdite est grande (» 5 eV). Il n'y a pas de niveaux d'énergie accessibles et pas de conduction. Par exemple, la résistivité du diamant est  $r = 1.10^{12}$  W.m et celle du mica varie entre  $10^{10}$  W.m et  $10^{15}$  W.m.

Dans les conducteurs , la dernière bande occupée est partiellement remplie : il existe beaucoup de niveaux disponibles et la conduction est grande. Pour des métaux bons conducteurs, on obtient :

$$r_{Ag} = 1,6.10^{-8} \; W.m$$
 ;  $r_{Cu} = 1,7.10^{-8} \; W.m$  ;  $r_{Al} = 2,8.10^{-8} \; W.m$ 

Pour les semi-conducteurs , le taux de remplissage de la dernière bande occupée est soit très faible soit très important. La hauteur de la bande interdite est faible (» 1 eV). La conduction est faible et varie beaucoup avec la température. Pour le silicium et le germanium, on mesure à 300 K :

$$r_{Si} = 2400 \text{ W.m}$$
;  $r_{Ge} = 0.5 \text{ W.m}$ 



Figure 01 : principe semi-conducteur

#### 2 – Semi-conducteurs 2.1–Structure des semi-conducteurs [2]



Fig. 2 Diamant

La structure du silicium et du germanium est la même que celle du diamant (cubique Fd3m). Chaque atome est lié à 4 voisins placés aux sommets d'un tétraèdre par une liaison covalente : Ces éléments sont « tétravalent ».

La figure 3 correspond à une représentation sur un plan de la structure. Les traits figurent les électrons de valence.

La théorie des bandes appliquée aux semi-conducteurs amène à considérer une bande de valence entièrement pleine qui est séparée d'une bande de conduction par une bande interdite distante de l'énergie DE.



Fig 3 liaison diamant

Si on apporte une énergie thermique ou lumineuse suffisante à un électron, il peut passer de la bande de valence à la bande de conduction avec une probabilité P proportionnelle à :

R 
$$\mu \exp(-DE / kT)$$

 $\Delta E$  est l'écart en énergie séparant les deux bandes. T la température absolue.

 $k=1,38.10^{-23}\,JK^{\text{-1}}$  est la constante de Boltzmann. Pour  $T=300\;K$  , kT=0,0025

Diamant  $\Delta E = 7 \text{ eV}$ ; Silicium  $\Delta E = 1,12 \text{ eV}$ ; Germanium  $\Delta E = 0,7 \text{ eV}$ .

Dans un semi-conducteur, DE est assez faible pour autoriser, à température ambiante, le passage d'un petit nombre d'électrons de la bande de valence vers la bande de conduction.

#### 2.2 – Conduction par électron et par trou



Si une liaison de valence est brisée (agitation thermique, photon ...) l'électron devient mobile : il laisse un excès de
charge positive le « trou » (symbolisé par un + dans un carré). Cette lacune va être comblée par un électron voisin libéré par agitation thermique et qui va à son tour laisser un trou : ceux-ci
semblent se déplacer dans le réseau. Aux électrons (masse positive, charge négative) correspondent des trous (masse négative, charge positive). Le déplacement des trous étant un processus à deux étapes, leur mobilité dans le réseau est plus faible que celle des électrons.

Trous et électrons constituent les **porteurs libres intrinsèques** dont le nombre est fonction de la température. La neutralité électrique du matériau impose que les trous et les électrons soient en nombres identiques ( $n_i$  et  $p_i$ ).

Pour le silicium pur à 300 K, on mesure :  $ni = pi = 1,5.10^{10}$ .cm<sup>-3</sup>. Ce nombre est très faible si on le compare au nombre des atomes.

Toujours pour le silicium pur à 300 K, les mobilités sont :

$$\mu_n = 12.10^{-6} \text{.m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$$
 et  $\mu_p = 5.10^{-6} \text{.m}^2 \text{V}^{-1}$ 

 $^1s^{-1}$  . La conductivité intrinsèque du matériau  $\Box=e(n_i.\mu_n+p_i.\mu_p)$  est très faible.

#### 2.3 – Semi-conducteurs dopés ou extrinsèques

Dans un matériau pur, on introduit des impuretés par dopage. Pour que celui-ci soit contrôlable, il faut que le degré de pureté initial global soit supérieur au taux du dopage. Les taux de dopage utilisés sont de l'ordre de  $10^{-8}$  à  $10^{-11}$ . Une mole de silicium (28 g) correspond à 6,023.10<sup>23</sup> atomes et la densité du silicium est voisine de 7 : 1 cm<sup>3</sup> de silicium contient donc environ 1,5.10<sup>23</sup> atomes. Avec un taux de dopage de l'ordre  $10^{-10}$ , il y a environ 1,5.10<sup>13</sup> atomes d'impureté par cm<sup>3</sup>.



On introduit dans la matrice de silicium des atomes d'impuretés pentavalents tels que le phosphore P, l'arsenic As et l'antimoine Sb.

Chaque atome d'impureté amène un électron de valence supplémentaire. Cet électron est peu lié au noyau (E » 0,01 eV) et passe aisément dans la bande de conduction. La conductivité du matériau (conductivité extrinsèque ) devient à cause du taux de dopage, très supérieure à celle du matériau pur. Les atomes pentavalents ou donneurs deviennent des ions positifs après le passage des électrons excédentaires dans la bande de conduction.

Les données numériques précédentes montrent que le nombre des électrons dans le matériau, fonction du taux de dopage, est supérieur au nombre des trous, fonction de la température, d'un facteur supérieur à 10<sup>3</sup>. La conduction dite de type N (négative) est assurée par des électrons. Les électrons sont les porteurs majoritaires.

#### Type P

On introduit dans le réseau une impureté *trivalente* : bore B, aluminium Al, gallium Ga, indium In. Il manque à l'impureté un électron de valence pour assurer les 4 liaisons avec les atomes de silicium voisins. Un faible apport d'énergie (» 0,05 eV) suffit pour qu'un électron d'un silicium voisin soit capté par l'impureté : il y a formation d'un trou peu lié et donc mobile. Les atomes trivalents (*accepteurs*) deviennent des ions négatifs par capture d'un électron. Compte tenu des taux de dopage, ces trous sont beaucoup plus nombreux que les porteurs intrinsèques du cristal pur. La conduction de type P (positive) est assurée par des trous.

Les trous sont les porteurs majoritaires.

#### 2.4 – Bandes d'énergie des semi-conducteurs dopés [3]





Les atomes de pentavalents (donneurs) introduisent des charges positives dans le réseau, charges qui attirent les électrons en créant ainsi de nouveaux niveaux dont l'énergie est légèrement inférieure à ceux de la bande de conduction du matériau pur. Si on élève la température, ces électrons peuvent passer dans la bande de conduction.



Les atomes de trivalents (accepteurs), introduisent des trous dans la bande de valence. Si on élève la température, ces trous se comportent comme des charges positives libres.

#### 3 – La jonction P-N [2]

#### 3.1 – Jonction non polarisée

Une jonction est constituée par la réunion de deux morceaux de semi-conducteurs dopés P et N (jonction P-N). Les connexions avec le milieu extérieur sont réalisées par des contacts métalliques. Par construction, les jonctions entre métal et semi-conducteur sont purement ohmiques (non redresseuses).

En pratique, on part d'une plaque de silicium dopée N sur laquelle on crée en général par diffusion une zone dopée P. On sait donner à la zone de séparation entre les deux matériaux nommée la zone de transition, une épaisseur très faible (typiquement 0,5  $\mu$ m). Dans cette zone, les taux de dopages et donc le nombre de porteurs libres varient avec la distance.



Fig. 6 schéma des jonction non polarisé

◆ Dans la zone P les porteurs majoritaires sont les trous. Les atomes accepteurs constituent un réseau d'ions négatifs. De même dans la zone N les porteurs majoritaires sont les électrons. Les atomes donneurs constituent un réseau d'ions positifs.

Les trous ont tendance à gagner la zone N où ils se recombinent avec des électrons. De même des électrons de la zone N vont combler des trous de la zone P.

Dans la zone de transition existe une charge d'espace due aux charges non compensées des noyaux des impuretés. En l'absence d'une polarisation externe, existe un **champ électrique interne** qui s'oppose au mouvement des porteurs majoritaires mais qui accélère les minoritaires. Il existe au niveau de la jonction une barrière de potentiel dont la hauteur est la différence entre les niveaux d'énergie des accepteurs et des donneurs.

Les porteurs minoritaires induisent le courant de diffusion ; les porteurs majoritaires créent le courant de saturation. En l'absence de polarisation, ces deux courants sont égaux.

La diode se comporte comme un condensateur dont le pôle – est la zone P et le pôle + est la zone N. La zone de transition ne contenant pas de porteurs mobiles constitue le diélectrique de ce condensateur.

#### 3.2 – Jonction P-N polarisée en inverse



Dans cette situation, le champ électrique externe créé par le générateur de f.e.m. V<sub>inv</sub> s'ajoute au champ interne de la jonction : la hauteur de la barrière de potentiel augmente. On montre que

l'épaisseur *d* de la zone de transition est proportionnelle à  $\sqrt{V_{inv}}$ 

Seul un courant de minoritaires est possible à travers la jonction. C'est le **courant inverse ou courant de fuite.** 



A température ambiante, ce courant est très faible (100 nA). Comme il dépend du nombre des minoritaires, il est fonction de la température : pour le silicium, il est négligeable en dessous de 110°C mais il devient si important au-dessus de 175°C qu'il interdit le fonctionnement de la jonction en diode. Pour le germanium le fonctionnement est impossible au-dessus de 85°C.

#### 3.3 – Jonction P-N polarisée en direct



Figure 08 : schéma de jonction P-N polarisé en direct Dans cette situation le champ externe créé par le générateur s'oppose au champ interne. Dès que le champ externe dépasse le champ interne, un courant des majoritaires s'établit à travers la jonction. Il existe pour une jonction P-N une **tension de seuil** qui est caractéristique du matériau :

> Si : Vs » 0,55 V Ge : Vs » 0,15 V

#### **3.4 – Caractéristiques courant-tension**



Caractéristique directe

En dessous du seuil V<sub>S</sub> le courant est très faible. Au-delà, on montre que le courant diode est lié au courant de saturation par :  $I_{v} = I_{v} \begin{pmatrix} ev \\ e^{V} \\ e^{V} \\ e^{V} \\ e^{V} \end{pmatrix} (1 \ 2)$ 

$$\mathbf{I}_{\mathrm{D}} = \mathbf{I}_{\mathrm{Sat}} \left( \mathbf{e}^{\frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{kT}}} - 1 \right)$$
(1.2)

Le courant ISat est appelé courant inverse car si la diode

ID = -ISat. Ce

est polarisée en inverse (V < 0) courant résulte du débit des charges (trous thermogénérés et électrons) qui traversent la jonction sous l'action du champ électrique. Pour une jonction de surface S, le courant de saturation est donné par :

 $I_{Sat}$  = A.S.e  $^{kT}$  (A est une constante fonction du

dopage). Pour une diode de signal au silicium, à 300 K,  $I_{Sat}$  est de l'ordre de 10 nA. Toujours à 300 K,  $y = k.T / e \approx 26 \text{ mV}$ .

Au-delà de la tension de seuil, on a :  $I_D \gg I_{Sat.exp}(V /$ 

y). La résistance dynamique de la diode est alors donnée par :

$$\frac{1}{r} = \frac{dI}{dV} = \frac{1}{\psi} I_{\text{Sat}} \cdot e^{\frac{V}{\psi}} = \frac{I}{\psi} \implies r_{(\Omega)} = \frac{26}{I_{(mA)}}$$
(1.3)

#### Caractéristique inverse

Si la température est faible, la caractéristique est pratiquement confondue avec l'axe I = 0. Le courant inverse  $I_{Inv}$  étant un courant de minoritaires croît avec la température.

Au-delà d'une certaine valeur de V, il y a claquage de la jonction par effet d'avalanche.

Inv

L'épaisseur de la jonction étant très faible, même avec des potentiels peu élevés, le champ électrique au niveau de la jonction peut être très grand. Sous l'effet de ces champs intenses ( $E > 10^5 \text{ V.cm}^{-1}$ ), il y a ionisation des atomes et production d'électrons, qui sont eux-mêmes accélérés et qui provoquent de nouvelles ionisations (avalanche) qui rendent la jonction conductrice : si rien ne limite le courant, il y a destruction de la jonction par emballement thermique. La tension inverse admissible varie selon les diodes entre 50 V et 2000 V.

#### 3.5 – Claquage inverse Zener

Pour des diodes très fortement dopées et dont la zone de transition est très mince, le champ électrique peut provoquer la rupture directe de liaisons covalentes et le passage d'électrons de la bande de valence dans la bande de conduction. Pour des champs de l'ordre de  $2.10^7 \text{ V.cm}^{-1}$ , la tension de claquage est de l'ordre de 6 V pour des diodes très dopées. Le courant inverse croît alors brutalement. L'effet est *réversible et non destructif*. La jonction présente après le claquage une résistance dynamique très faible.

Les diodes Zener ont un dopage important et en agissant sur l'épaisseur de la zone de transition, on peut ajuster la valeur de la tension (dite tension de Zener) au-delà de laquelle se produit le claquage entre 3 V et 200 V.

#### 3.6 – Limites d'utilisation des diodes [4]

La puissance dissipée dans une diode est égale au produit  $I.V_{AK}$ . L'échauffement correspondant produit par l'effet Joule ne doit pas amener la température de la jonction au-dessus d'une valeur limite, fonction de la nature du matériau, afin que le courant inverse ne dépasse pas des valeurs inacceptables. Pour le silicium cette température est de l'ordre de 185°C.

La tension inverse doit rester inférieure à la tension de claquage. Les diodes de redressement sont peu dopées pour avoir une bonne tenue en inverse.

Le courant direct maximum admissible est conditionné par la puissance maximum que peut dissiper la diode. Selon la surface de la jonction, le courant direct admissible peut varier entre quelques milliampères pour une diode de signal et quelques dizaines d'ampères pour une diode de puissance.

#### 4. les transistors

#### 4.1. Le transistor à effet de champ

Le transistor bipolaire (Bipolar junction transistor, BJT), nous savons que le courant de sortie sur le collecteur est proportionnel au courant d'entrée sur la base. Le transistor bipolaire est donc un dispositif piloté par un courant. Le transistor à effet de champ (EN : **Field effect transistor** ou **FET**) utilise une tension sur la borne d'entrée du transistor, appelée la base afin de contrôler le courant qui le traverse. Cette dépendance se base sur l'effet du champ électrique généré par l'électrode de base (d'où le nom de transistor à effet de champ). Le transistor à effet de champ est ainsi un transistor commandé en tension.



Fig 10 Exemples de transistors à effet de champ typiques

Le transistor à effet de champ est un dispositif qui possède trois bornes de connexion selon une terminologie qui lui est propre. La comparaison avec le transistor bipolaire est donné cidessous:

Tableau 01 : Comparaison entre les bornes du transistor bipolaire et du transistor à effet de champ

Transistor bipolaire	Transistor à effet de champ
Emetteur - (E)	Source - (S)
Base - (B)	Grille - (G)
Collecteur - (C)	Drain - (D)

Le transistor à effet de champ a des caractéristiques très voisines de son homologue, le transistor bipolaire ; il possède un haut rendement, fonctionne instantanément, il est robuste et bon-marché. Il peut ainsi remplacer son cousin, le transistor bipolaire dans la plupart des applications.

Les transistors à effet de champ peuvent être beaucoup plus petits que leur équivalent bipolaire. Grâce à leur faible consommation de puissance, ils sont idéaux pour les circuits intégrés, telle que les circuits digitaux CMOS.

Le transistor bipolaire comporte deux types de constructions différentes, NPN et PNP, qui décrit l'arrangement physique des couches de type P et de type N qui le compose. On retrouve la même classification pour les transistors à effet de champ. Il y a les transistors à effet de champ à canal n (EN : N-channel FET) et ceux à canal p (EN : P-channel FET)

Le courant entre l'électrode de drain et de source va passer dans un canal (EN : channel) qui peut être constitué soit d'un semiconducteur de type p, soit d'un semiconducteur de type n. Le contrôle de ce courant se fait au travers de la tension appliquée sur l'électrode de grille (EN: gate).

Comme son nom l'indique, les transistors bipolaires sont « bipolaires », parce qu'ils emploient deux types de porteurs de charges, des électrons et des trous. Le transistor à effet de champ est au contraire un dispositif « unipolaire » qui dépend seulement de la conduction d'électrons (canal n) ou de trous (canal p).

Le transistor à effet de champ a un avantage majeur sur le transistor bipolaire, son impédance d'entrée ( $R_{in}$ ) est très élevée (Mega Ohm), alors que celle du transistor bipolaire est comparativement basse. Cela a deux conséquences. D'une part, le courant de grille, de même que la consommation sont extrêmement bas. D'autre part, cela signifie que ces composants sont très sensibles à l'électricité statique (EN : Electrostatic discharge ou ESD).

Il y a deux types principaux de transistors à effet de champ, le JFET (EN : Junction Field Effect Transistor) et le IGFET (EN : Insulated-gate Field Effect Transistor) qui est plus connu sous le nom de MOSFET (Metal Oxyde Semiconductor Field Effect Transistor).

#### 4.2. Le transistor JFET [5]

Nous avons vu précédemment que le transistor bipolaire est construit en mettant bout à bout deux jonctions PN au travers desquelles le courant émetteur-collecteur va passer. La construction du JFET est très différente. Celui-ci est principalement constitué d'un canal, c'est à dire d'un matériau semi-conducteur de type P ou de type N qui permet aux porteurs majoritaire de circuler entre le drain et la source (Fig. 3)



Fig. 11 Structure de base du transistor JFET à canal N.

Il y a deux type de transistors JFET: les JFET à canal N et les JFET à canal P. Le JFET à canal N est dopé avec des donneurs et la conduction est dominée par le flux de porteurs majoritaires, soit des électrons. De la même manière, le canal P est dopé avec des accepteurs et la conduction se fait par les trous.

Il y a également un troisième contact, qui est appelé la grille (EN: gate). Celui-ci est constitué d'un matériau de type P (resp. de type N dans le cas d'un JFET à canal P) formant ainsi une jonction PN avec le canal.

Les symboles ainsi qu'une représentation schématique des transistors JFET à canal N et P sont donnés ci-dessous.



Fig. 12 Représentation schématique d'un JFET à canal N et à canal P ainsi que leurs symboles respectifs.

La majeure partie des transistors JFET sont à canal n et nous nous concentrerons sur ce type dans les explications ci-dessous.

Le canal n du transistor à effet de champ représente un chemin résistif. La jonction PN entre la grille et le canal est polarisée en inverse. Il en résulte une zone de déplétion (non conductrice). Lorsque la tension de grille est de 0V ( $V_{GS} = 0$ ) et qu'une petite tension ( $V_{DS}$ ), est appliquée entre le drain et la source, la zone de déplétion est très fine. C'est là que le courant à travers le canal,  $I_D$  est le plus grand. Ce courant s'appellera le courant maximum de saturation ( $I_{DSS}$ ). Le JFET est alors fortement conducteur.

Comme la jonction PN grille-canal est polarisée en inverse, le courant qui va la traverser sera très faible et sera même fréquemment négligé. Dans ce cas, le courant de source (I<sub>S</sub>) sera égal au courant de drain (I<sub>D</sub>).

$$I_G = 0 \Rightarrow I_D = I_S$$

Si l'on applique maintenant une tension  $V_{GS}$  négative, alors la couche de déplétion devient plus grande. La section du canal devient alors plus faible (Fig. 5), réduisant le courant qui le traverse. La résistance du canal est ainsi augmentée.

Si l'on continue de réduire la tension de grille, le courant diminue jusqu'au point où celui-ci devient zéro. La tension à laquelle le canal est fermé s'écrit ( $V_{GS off}$ ).



Fig. 13 Rétrécissement du canal en fonction de la tension de grille VGS appliquée.

L'amplitude du courant circulant dans le canal drain-source est ainsi contrôlée par la tension appliquée sur l'électrode de grille. Le canal se comporte comme une résistance ohmique ajustable au travers de la tension de la grille



Fig. 14 Transistor JFET dans la zone ohmique. Le courant  $I_D$  est proportionnel à la tension  $V_{DS}$  et la pente est réglable à l'aide de la tension  $V_{GS}$ .

Considérons maintenant le cas où la tension  $V_{DS}$  devient importante. Un gradient de tension se forme ainsi le long du canal. La tension devient de moins en moins positive en allant du drain à la source. La jonction PN est ainsi fortement polarisée en inverse près du drain et faiblement près de la source. La largeur du canal augmente ainsi; près du drain la zone de déplétion est plus large et le canal est plus étroit (Fig. 7). Ce rétrécissement de la section du canal va réduire la résistance de celui-ci.



Fig. 15 Géométrie du canal lorsque la tension VDS devient importante

Si maintenant la grille est connectée à la source et que l'on augmente la tension drain-source  $V_{DS}$ , le courant va augmenter jusqu'à ce que le canal soit complètement fermé (Fig. 8). Cette tension ( $V_P$ ) est appelée la tension de pincement (EN : pinched-off voltage).





Considérons maintenant le cas où la tension  $V_{DS}$  devient importante. Un gradient de tension se forme ainsi le long du canal. La tension devient de moins en moins positive en allant du drain à la source. La jonction PN est ainsi fortement polarisée en inverse près du drain et faiblement près de la source. La largeur du canal augmente ainsi; près du drain la zone de déplétion est plus large et le canal est plus étroit (Fig. 7). Ce rétrécissement de la section du canal va réduire la résistance de celui-ci.



Fig. 17 Géométrie du canal lorsque la tension VDS devient importante

Si maintenant la grille est connectée à la source et que l'on augmente la tension drain-source  $V_{DS}$ , le courant va augmenter jusqu'à ce que le canal soit complètement fermé (Fig. 8). Cette tension ( $V_P$ ) est appelée la tension de pincement (EN : pinched-off voltage).



On trouvera par ailleurs la relation suivante :

$$VP = -VGS \text{ off}$$
 (1.4)

Dès qu'il y a pincement du canal, le courant  $I_D$  cesse de croître et  $V_{DS}$  a peu ou plus d'effet. Seul  $V_{GS}$  permet alors de contrôler le courant dans le canal. Le transistor se trouve alors dans sa zone active (aussi appelé zone de saturation) et il fonctionne comme une source de courant contrôlée par la tension de grille. Remarque : Le JFET à canal P fonctionne de la même manière que le JFET à canal N décrit ci-dessus à la seul différence près que :

- u Le courant dans le canal est dû à la conduction des trous et non des électrons. Il est donc inversé.
- u La polarité de la tension de grille doit être inversée afin de polariser la jonction PN dans le bon sens.

#### 4.2.1. caractéristique du modèle JFET

Le JFET agit comme une résistance contrôlée dont la résistance ( $R_{DS}$ ) varie entre zéro lorsque  $V_{GS} = 0$  et devient maximum lorsque la tension de grille devient très négative. Dans les conditions normales, la tension de grille est toujours négative par rapport à la source. Il est essentiel que cette tension ne devienne jamais positive. En effet, dans ce cas, la diode PN deviendrait alors passante et tout le courant de drain passerait par la grille, ce qui endommagerait le JFET.

La caractéristique typique d'un transistor JFET à canal N est donnée ci-dessous (Fig. 20):



Fig. 19 Symbole et caractéristique de sortie typique d'un JFET.

La Fig. 19 définit les quatre zones de travail d'un JFET :

• La zone ohmique (EN: Ohmic region): Lorsque  $V_{DS}$  est très petite, le JFET fonctionne comme une résistance contrôlée.

• La zone de blocage (EN: Cutoff region): Lorsque la tension  $V_{GS}$  est suffisamment négative, le canal est fermé et le courant  $I_D=0$ . Le JFET est alors similaire à un circuit ouvert.

• La zone active ou de saturation (EN: active or saturation region): Le JFET agit comme une source de courant contrôlée par la tension de gate. La tension drain-source  $V_{DS}$  a peu ou pas d'effet dans cette zone.

• La zone de claquage (EN: breakdown region): La tension  $V_{DS}$  entre le drain et la source est suffisamment haute pour créer un claquage du canal résistif. Le courant  $I_D$  augmente alors de manière incontrôlée. Cette région n'est pas indiquée sur la Fig. 9. Elle se situerait sur la partie droite.

De la même manière, on peut définir la caractéristique de transfert du transistor JFET (Fig. 21).



Fig. 20 Symbole et caractéristique de transfert typique d'un transistor JFET

Le courant de drain I<sub>D</sub> est égal à zéro (I<sub>D</sub>=0) lorsque V<sub>GS</sub> = V<sub>GS off</sub>. Il croit jusqu'à un courant maximum I<sub>DSS</sub> lorsque V<sub>GS</sub> = 0. Lorsque le transistor est dans la zone de saturation (ou zone active), la caractéristique de transfert complète peut être calculée à l'aide de la relation suivante :

Et en connaissant le courant  $I_D$  et la tension drain-source  $V_{DS}$ , on peut calculer la résistance du canal à l'aide de la relation suivante :

$$R_{DS} = \frac{\partial V_{DS}}{\partial I_D}$$
(1.5)

Les équations décrivant le JFET dans ses différentes régions sont données dans la figure V = -V = +V



Fig. 21 Equations caractérisant le transistor JFET

#### 4.2.2. L'amplificateur JFET

De la même manière que le transistor bipolaire, le JFET peut être utilisé comme étage d'amplification avec une caractéristique très semblable à celle du bipolaire. L'avantage principal du JFET réside essentiellement dans la très importante impédance d'entrée.

Ce montage source commune est polarisée par un diviseur de tension formé par les résistances  $R_1$  et  $R_2$ . La tension aux bornes de la résistance de source est généralement fixée à 25% de  $V_{DD}$ , soit :

$$V_{s} = I_{D}R_{s} = \frac{V_{DD}}{4}$$
 (1.6)

Après avoir choisi le courant de drain, on peut déterminer la valeur de la résistance de source  $R_S$ .

$$\mathbf{V}_{\mathrm{s}} = \underline{\mathbf{V}_{\mathrm{G}}} - \mathbf{V}_{\mathrm{GS}} \tag{1.7}$$

Comme le courant de grille est zéro la tension peut directement être calculée par :

$$\mathbf{V}_{\mathrm{G}} = \left(\frac{\mathbf{R}_{2}}{\mathbf{R}_{1} + \mathbf{R}_{2}}\right) \mathbf{V}_{\mathrm{DD}} \,. \tag{1.8}$$

#### 4.3. Le transistor MOSFET (en : metal oxide field effect transistor) [7]

De la même manière que le transistor JFET, il existe un autre type de transistor à effet de champ dont la grille est électriquement isolée du flux principal de courant dans le canal. Il s'appelle le transistor à effet de champ à grille isolée ou **IGFET** (EN : Insulated Gate Field Effect Transistor). Le type le plus courant d'IGFET et le **MOSFET** (EN : Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor).

Le nom des électrodes du MOSFET sont similaires au JFET : Grille, Drain, Source. Il existe également une quatrième électrode qui contact le substrat (EN : bulk or body). Cette électrode est généralement court-circuitée avec l'électrode de source et sa représentation est souvent omise.

#### 4.3.1. La structure du MOSFET

Le MOSFET est un dispositif dont l'effet de champ est contrôlé par une tension. De la même manière que le JFET, le MOSFET correspond à une résistance dont la valeur est contrôlée par la tension de grille. La dimension de la technologie est caractérisée par la longueur L défini sur la Figure. Ainsi lorsque

L=0.18µm, on parlera ainsi de technologie 0.18µm.



Fig. 22 Vue d'un MOSFET en 3D (gauche) et en coupe (droite)

Le transistor MOSFET diffère du JFET car son électrode de grille est électriquement isolée du canal semiconducteur par un oxyde mince. Cette isolation par rapport au canal lui donne une résistance d'entrée extrêmement élevée, soit dans les Mega-ohms. On considérera souvent qu'il n'y a pas de courant qui circule à travers la grille.

De la même manière que les JFET, cette résistance d'entrée très élevée permet l'accumulation de charges électrostatiques importantes. De ce fait, les MOSFETs sont sensibles aux décharges électrostatiques (ESD) et doivent être manipulés en conséquence.

Comme le courant de grille est extrêmement petit, on pourra considérer que le courant de drain est égal au courant de source :

$$I_{G} = 0 \Rightarrow I_{D} = I_{S}$$

Il existe deux types de transistors suivant le dopage du canal. Les MOS à canal P ou PMOS et les MOS à canal N ou NMOS. Ces deux types ce sous-divisent en deux :

• Les transistors à déplétion ou appauvrissement (EN: déplétion) : Ces transistors nécessitent une tension grille-source  $V_{GS}$  afin de bloquer le transistor. Ils sont équivalents à un interrupteur normalement fermé (EN: Normally closed)

 Les transistors à enrichissement (EN: enhancement): Ces transistors nécessitent une tension grille-source V<sub>GS</sub> afin d'enclencher le transistor. Ils sont équivalents à un interrupteur normalement ouvert (EN: Normally open)

Les symboles et la structure de base des deux configurations de MOSFET sont donnés cidessous:



Fig. 23 Symboles et structure des MOSFETS à canal n ou p.

Les quatre symboles des MOSFET ci-dessus montrent une électrode additionnelle appelée substrat. Celle-ci n'est pas utilisée comme entrée ou sortie, mais pour fixer le potentiel du substrat. Cette électrode est souvent omise dans le symbole.

Dans les symboles ci-dessus, la ligne qui relie le drain à la source symbolise le canal. Si la ligne est continue alors il s'agit d'un transistor à « déplétion » (normalement conducteur) et si la ligne est discontinue il s'agit d'un transistor MOSFET à enrichissement (normalement bloqué). La direction de la flèche indique s'il s'agit d'un dispositif à canal p ou à canal n Principe de fonctionnement du MOSFET

La structure du MOSFET est très différente de celle du JFET. Le MOSFET à déplétion et celui à enrichissement utilisent le champ électrique produit par l'électrode de grille afin de changer le nombre de porteurs de charges (électrons pour un canal n ou les trous pour le canal p) dans le canal. L'électrode de grille est placée au dessus d'un oxyde mince alors que les électrodes de drain et de source sont placées sur une zone de type n.



Fig. 24 Représentation schématique du transistor MOSFET

Dans le cas du JFET, nous avions vu qu'il était nécessaire de polariser la jonction PN en inverse. Dans le cas du MOSFET, cette limitation n'est pas présente. La grille peut être polarisée positivement ou négativement. Cette propriété le rend particulièrement adapté pour être utilisé comme interrupteur ou comme porte logique car il est non-conducteur sans avoir besoin d'appliquer une tension. De plus, le fait qu'ils aient une très grande résistance de grille signifie que sa consommation est très faible.

Nous allons maintenant voir plus en détails les deux types de transistors MOSFET, les transistors à enrichissement et les transistors à déplétion.

#### 4.3.2. Le MOSFET à enrichissement

Le transistor MOSFET à enrichissement est plus courant que celui à déplétion. Dans ce cas, Il n'existe pas de canal entre les zones de type n de la source et du drain car le canal n'est presque pas ou pas dopé, il est ainsi non-conducteur. Le chemin entre les électrodes Source et Drain est bloqué. La résistance source-drain se monte à quelques T $\Omega$ ! Le transistor est ainsi bloqué (EN : Normally « OFF »).

Un courant ne circulera au travers du canal drain – source que si la tension de grille ( $V_{GS}$ ) est plus élevée que la tension de seuil (EN : threshold voltage) ( $V_{th}$ ). La tension positive va repousser les trous hors du canal en attirant les électrons vers la couche d'oxyde. Le canal est ainsi formé et le courant peut circuler.



Fig. 23 : Représentation schématique de la formation du canal dans un MOSFET

Dès qu'une petite tension  $V_{DS}$  est appliquée entre la Source et le Drain (max 0.2V), un courant peut s'écouler. Le MOSFET est dans le **domaine Ohmique**. La conductivité de ce canal est proportionnelle à la tension de grille  $V_{GS}$ .



Fig. 24 Caractéristique d'un MOSFET dans la région linéaire ou ohmique.

Si la tension  $V_{DS}$  est encore augmentée, il y a une perte de tension  $V_{DS}$  le long du canal. Il en résulte que la tension entre la grille et les différents points le long du canal est variable. Elle varie entre  $V_{GS}$  (à proximité de la source) à  $V_{GS}$  -  $V_{DS}$  (à proximité du drain). Comme la profondeur du canal dépend de cette tension celle-ci sera variable le long du canal .

Lorsque la tension drain-source  $V_{DS}$  atteint une valeur telle que la tension grille-canal côté drain atteint la tension de seuil, c'est-à-dire :  $V_{GS}$  -  $V_{DS} = V_{th}$  la profondeur du canal à l'extrémité drain devient voisine de 0; on dit qu'il y a pincement (EN : pinch- off) du canal ou **saturation** du MOSFET .

Toute augmentation de  $V_{DS}$  au delà de cette valeur sera sans effet sur l'intensité du courant Drain I<sub>D</sub>. On remarquera que la caractéristique du MOSFET devient plate dans la zone de saturation.



Fig. 25 Symbole et caractéristique du MOSFET à canal n à enrichissement.

Les MOSFETs à enrichissement sont d'excellents interrupteurs dus à leur faible résistance lorsqu'ils sont enclenchés et à leur extrême résistance lorsqu'ils sont bloqués. Ces circuits sont utilisés dans les circuits logiques et dans les circuits à commutation de puissance sous la forme de circuits **CMOS** (Complementary MOS). Ces circuits utilisent des PMOS (Canal P) et des NMOS (Canal N) qui fonctionnent de manière complémentaire (voir plus loin)

#### 4.3.3. Le MOSFET à déplétion

Le MOSFET à déplétion est moins usuel que le MOSFET à enrichissement. Il est normalement conducteur (EN : normally « ON ») sans l'application d'une tension de grille. Cependant, l'application d'une tension grille-source ( $V_{GS}$ ) va bloquer le dispositif, de manière similaire à un JFET. Pour un MOSFET à canal N, une tension de grille positive va élargir le canal et accroitre le courant drain source. Si la tension de grille est négative, le courant sera au contraire réduit.



Fig. 25 Symbole et caractéristique d'un MOSFET à déplétion à canal n

#### Modélisation du MOSFET[8}

Pour de faibles valeurs de  $V_{DS}$ , la caractéristique du MOSFET est linéaire et ce dernier peut être modélisé comme une résistance dont la valeur  $R_{DS}$  vaut :

$$R_{DS} = \frac{\partial V_{DS}}{\partial I_D} = \frac{1}{2K(V_{GS} - V_{th})}$$
(1.9)

Où K est le paramètre de transconductance en  $[A/V^2]$  qui va dépendre de la technologie et de la géométrie utilisée. On remarquera  $R_{DS}$  peut être contrôlée par la tension  $V_{GS}$ .

Si on augmente encore la tension  $V_{\text{DS}},$  le courant  $I_{\text{D}}$  devient ensuite  $% I_{\text{D}}$  quadratique suivant l'équation:

$$I_{\rm D} = 2KV_{\rm DS} \left( V_{\rm GS} - V_{\rm th} - \frac{V_{\rm DS}}{2} \right) \tag{1.10}$$

Dans cette zone, le courant est indépendant de la tension  $V_{DS}$ . La caractéristique complète du MOSFET est résumée dans la figure suivante.



Fig. 26 Modélisation de la caractéristique du MOSFET

#### 4.3.4. Les applications du MOSFET [7]

Les MOSFETs sont des dispositifs actifs fabriqués à l'aide de différents matériaux semiconducteurs qui peuvent devenir isolant ou conducteur lorsqu'on applique une faible tension sur la grille. Ils sont principalement utilisés comme interrupteur (électronique digitale) ou comme amplificateur (électronique analogique). Ils fonctionnent alors dans trois régions différentes :

• La zone ohmique (EN: Ohmic region): Lorsque  $V_{GS} > V_{th}$  et que  $V_{DS} > V_{GS}$ , le MOSFET fonctionne comme une résistance contrôlée par la tension  $V_{GS}$ .

• La zone de blocage (EN: Cutoff region): Lorsque la tension  $V_{GS} < V_{th}$ , le canal est fermé et le courant  $I_D=0$ . Le MOSFET est alors similaire à un circuit ouvert.

- La zone active ou zone de saturation (EN: active or saturation region): Lorsque  $V_{GS} > V_{\text{th.}}\,$  Le

MOSFET est dans la zone de courant constant. Le transistor est totalement passant et délivre son courant maximum I<sub>D Sat</sub>. Le MOSFET est similaire à un circuit fermé.
#### Le MOSFET utilisé comme interrupteur

Prenons un MOSFET à enrichissement monté comme dans le schéma ci-dessous



Fig. 27 Le MOSFET fonctionnant dans la zone de blocage

Lorsque la tension d'entrée sur la grille ( $V_{in}$ ) est zéro, la tension grille source est inférieure à la tension de seuil et le transistor est bloqué. La résistance du canal est extrêmement élevée et le courant de drain est nul ( $I_D = 0$ ). La sortie  $V_{OUT}$  est ainsi égale à la tension d'alimentation  $V_{DD}$ . Le transistor correspond ainsi à un interrupteur ouvert (EN : switch open).

Inversement (voir Fig. 32), lorsque la tension d'entrée est à l'état haut ( $V_{in} = V_{DD}$ ), la tension grille source est supérieure à la tension de seuil et le transistor est saturé. La résistance du canal est extrêmement

faible ( $R_{DS(on)} < 0.1\Omega$ ). On considérera souvent qu'elle est négligeable. Le courant de drain prend ainsi sa valeur maximale :

$$I_D = V_{DD} / R_L.$$
 (1.11)

La sortie  $V_{OUT}$  est alors égale à  $V_{DS} = 0V$  pour une saturation idéale. Le transistor correspond ainsi à un interrupteur fermé.



Fig. 28 Le MOSFET fonctionnant dans la zone de saturation

Si l'on regarde la caractéristique du MOSFET, travaillant en interrupteur, celui-ci n'aura que deux états possibles se situant sur la droite de travail :

- Au point A le transistor est saturé et correspond à un interrupteur fermé.
- Au point B le transistor est bloqué et correspond à un interrupteur ouvert.



Fig. 29 La caractéristique du MOSFET fonctionnant comme interrupteur

Le MOSFET correspond à un interrupteur très efficace qui peut travailler à des vitesses beaucoup plus élevées que le transistor bipolaire.

#### Interrupteur MOSFET à canal P.

Jusqu'à présent, nous avons étudié le NMOS comme interrupteur lorsque celui-ci est placé entre la résistance de charge et la masse. Dans certaines applications, il est plus pratique d'avoir la charge directement connectée à la masse. Dans ce cas, on utilise un PMOS à enrichissement . Le transistor est ainsi directement connecté à l'alimentation, comme le serait un transistor PNP. On remarquera que la source est en haut sur ce schéma.



Fig. 30 Interrupteur MOSFET à canal P.

Dans un dispositif de type P, le courant de drain va dans la direction négative, et lorsqu'une tension grille source négative est appliquée (comme sur la figure), le transistor est passant (ON). Dans le cas contraire, il sera bloqué (OFF). Il est également possible de se passer de résistance et de connecter un PMOS en série avec un NMOS qui fonctionnera de manière complémentaire sous la forme de circuits **CMOS** (Complementary MOS).





Le moteur est connecté aux drains des deux transistors. La source du NMOS est connectée à l'alimentation négative alors que la source du PMOS est connectée à l'alimentation positive. Les grilles des transistors sont à la même tension.

Lorsque l'entrée est à son état bas, le MOSFET à canal P est enclenché et le moteur tourne dans une direction. Seule la tension d'alimentation positive  $+V_{DD}$  est utilisée

Lorsque l'entrée est dans son état haut, le MOSFET à canal P est déclenché et le MOSFET à canal N s'enclenche. Le moteur tourne maintenant dans la direction opposée car l'entrée du moteur est maintenant connectée à l'alimentation négative  $-V_{DD}$ .

Cette même technologie se prête très bien à l'implémentation de fonctions digitales :





Le principe de fonctionnement est le suivant. Si l'entrée a à  $V_{dd}$ , (1 logique), le transistor PMOS est bloqué et le transistor NMOS conduit. La sortie y est à la masse, ce qui correspond à un 0 logique. Et inversement, si l'entrée est à la masse (0 logique), le transistor PMOS est passant, le transistor NMOS est bloqué. La sortie y se trouve à  $V_{dd}$  ce qui correspond à un 1 logique. La fonction est donc bien celle d'un inverseur.

Pour finir cette section on remarquera à la Fig. 29 qu'il est très facile de combiner un NMOS avec un PMOS sur le même substrat, ce qui fait l'attrait de la technologie CMOS.



Fig. 33 Coupe d'un transistor NMOS et PMOS sur un même substrat.

#### L'amplificateur MOSFET

De manière similaire au JFET, le MOSFET peut être utilisé comme amplificateur . Le transistor utilisé dans ce cas est un NMOS à enrichissement. La grille est polarisée par les résistances  $R_1$  et  $R_2$ . Le signal de sortie est inversé car lorsque la tension de grille est basse, le transistor est bloqué et  $V_D$  (Vout) est élevée. Inversement, lorsque  $V_G$  est élevé, le transistor est conducteur et la tension  $V_D$  (Vout) est basse.



Fig. 34 Amplificateur NMOS enrichissement

#### Problématique

Le Semiconductor module permet une analyse détaillée du fonctionnement de composants semiconducteurs. Le module repose sur les équations de dérive-diffusion et sur des modèles de transport isothermes et non isothermes. Grâce à lui, on pout simuler une gamme de composants usuels : transistors à effet de champ à semiconducteur métallique (MESFET), transistors bipolaires, transistors à effet de champ à semiconducteur métal-oxyde (MOSFET), diodes Schottky, thyristors et jonctions P-N.

Et pour pouvoir faire notre étude on a utiliser COSMOL qui simule Les effets multiphysiques influencent les performances des composants semiconducteurs. La fabrication des semiconducteurs s'effectue généralement à de hautes températures. Par conséquent, des contraintes d'origine thermique peuvent apparaître dans les matériaux. De plus, ces composants à haute puissance peuvent générer une quantité considérable de chaleur. Le Semiconductor Module permet de modéliser un composant semiconducteur dans l'interface de COMSOL et d'intégrer facilement des effets physiques variés

utiliser la méthode des éléments finis ou des volumes finis lorsque vous modélisez le transport des trous et des électrons dans le Semiconductor Module. Chaque méthode présente ses avantages et ses inconvénients :

- Discrétisation par les Volumes Finis : La discrétisation par la méthodes des volumes finis dans la modélisation des composants semiconducteurs conserve intrinsèquement le courant. Par conséquent, elle offre le résultat le plus précis pour la densité du courant des porteurs de charge. Le Semiconductor Module s'appuie sur un schéma Scharfetter-Gummel en amont pour les équations des porteurs de charge. Il génère une solution qui reste constante dans chaque élément de maillage pour que les flux puissent être construits uniquement sur les faces de maillage adjacentes à deux éléments de maillage. Comme les produits de la suite COMSOL reposent sur la méthode des éléments finis, la configuration de modèles multiphysiques peut se révéler plus complexe.
- Discrétisation par les Volumes Finis : La méthode des éléments finis est une méthode de conservation d'énergie. De ce fait, la conservation du courant n'est pas implicite dans la technique. Pour obtenir des courants précis, il peut s'avérer nécessaire de réduire les tolérances par défaut du solveur ou d'affiner votre maillage.

Afin d'optimiser la stabilité numérique, la méthode de stabilisation par les moindres carrés de Galerkin est appliquée lorsque vous résolvez des problèmes de physique dans des composants semiconducteurs. La modélisation des composants semiconducteurs à l'aide de la méthode des éléments finis permet de coupler facilement votre modèle de semiconducteur avec d'autres physiques, telles que le transfert thermique ou la mécanique des solides.

#### Méthode utilisée par le logiciel COSMOL

#### 1. Méthode des éléments finis 1.1.Généralités [9]

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés pour la conception et l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

 formaliser les non dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème ;

- évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats ;

- analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du processus de calcul. Ces connaissances sont utiles à la maîtrise des deux principales difficultés de mise au point d'un modèle numérique :

- problèmes préliminaires à la phase de calcul ;

- problèmes liés à l'exploitation des résultats et le retour à la conception.

Il ne faut pas perdre de vue que l'analyse des résultats nécessite une bonne compréhension des différentes étapes mathématiques utilisées lors de l'approximation pour pouvoir estimer

l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique. Il ne faut pas non plus oublier que le modèle numérique ne fournit que des résultats relatifs aux informations contenues dans le modèle mathématique qui découle des hypothèses de modélisation.

Nous nous limiterons à la présentation de modèles élémentaires utilisés dans le cadre des théories linéaires. Bien que simples, ces modèles permettent déjà de traiter un grand nombre d'applications liées aux problèmes de l'ingénieur. Du point de vue pédagogique, ils sont suffisamment complexes pour mettre en avant les difficultés de mise en œuvre de la méthode.

L'idée fondamentale de cette méthode est de discrétiser le problème en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments de forme géométrique simple. Sur chacun de ces éléments, il sera plus simple de définir une approximation nous permettant d'appliquer les méthodes présentées dans le chapitre  $\Box$ . Il ne reste alors qu'à assembler les formes matricielles élémentaires pour obtenir les équations relatives à la structure à étudier. C'est sous cette forme pragmatique qu'elle est utilisée par les ingénieurs et que nous allons maintenant l'aborder.

#### 1.2.Démarche éléments finis [11]

Voici les principales étapes de la construction d'un modèle éléments finis :

- discrétisation du milieu continu en sous domaines ;

- construction de l'approximation nodale par sous domaine ;

- calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème ;

- assemblage des matrices élémentaires ;

- prise en compte des conditions aux limites ;

- résolution du système d'équations.

#### 1.2.1. Discrétisation géométrique

Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous domaines :

$$D = \sum_{e=1}^{n_e} D_e \quad \text{tel que} \quad \lim_{e \to o} \left( \bigcup_e D_e \right) = D \tag{2.1}$$

Il faut donc pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. Il ne doit y avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune.

Lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés comme proposé sur la figure 35 Sur chaque élément nous allons chercher à définir une approximation de la fonction solution.







(a) pièce à étudier et présentant des congés de raccordement

(b) modifier la taille des éléments et raffiner au niveau des courbures

(c) utiliser des éléments à frontière courbe

Fig. 35 : schéma de Discrétisation géométrique

#### 1.2.2. Approximation nodale

La méthode des éléments finis est basée sur la construction systématique d'une approximation u\* du champ des variables u par sous domaine. Cette approximation est construite sur les valeurs approchées du champ aux nœuds de l'élément considéré, on parle de représentation nodale de l'approximation ou plus simplement d'approximation nodale.

Définition de l'approximation nodale L'approximation par éléments finis est une approximation nodale par sous domaines ne faisant intervenir que les variables nodales du domaine élémentaire De

$$\forall \mathbf{M} \in \mathbf{D}_e, \quad u^*(\mathbf{M}) = \mathbf{N}(\mathbf{M})\mathbf{u}_n \tag{2.2}$$

où u\*(M) représente la valeur de la fonction approchée en tout point M de l'élément et N, la matrice ligne des fonctions d'interpolation de l'élément u<sub>n</sub> variables nodales relatives aux nœuds d'interpolation de l'élément. Dans le cas général le champ à approcher est un champ vectoriel. Nous utilisons alors la notation matricielle suivante :

$$u^*(\mathbf{M}) = \mathbf{N}(\mathbf{M})\mathbf{u}_n \tag{2.3}$$

Les nœuds Mi sont des points de l'élément pour lesquels on choisit d'identifier l'approximation u\* à la valeur du champ de variables u . Nous en déduisons que

$$\forall \mathbf{M}_i, \quad u^*(\mathbf{M}_i) = u_i \tag{2.4}$$

L'interpolation nodale est construite à partir d'une approximation générale :

$$\forall \mathbf{M}, \quad u^*(\mathbf{M}) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{M})\mathbf{a} \tag{2.5}$$

 $\Phi$  est une base de fonctions connues indépendantes, en général une base polynomiale et a, le vecteur des paramètres de l'approximation aussi dits paramètres généralisés, qui n'ont pas de signification physique.

Bases polynomiales complètes

- une dimension :
- linéaire (1, x) : deux variables
- quadratique (1, x, x<sup>2</sup>) : trois variables
- deux dimensions :
- linéaire (1, x, y) : trois variables
- quadratique  $(1, x, y, x^2, xy, y^2)$  : six variables
- trois dimensions :
- linéaire (1, x, y, z) : quatre variables
- quadratique (1, x, y, z ,  $x^2$ , xy,  $y^2$ , xz ,  $z^2$ , yz ) : dix variables

Pour utiliser une base polynomiale complète, le nombre de termes doit être égal au nombre de variables nodales à identifier. Si l'on ne peut pas utiliser un polynôme complet, le meilleur choix consiste à respecter la symétrie des monômes conservés.

Bases polynomiales incomplètes

• deux dimensions : « bi - linéaire » (1, x, y, xy) : quatre variables

• trois dimensions : « tri - linéaire » (1, x, y, z , xy, xz , yz , xyz ) : huit variables

En identifiant aux nœuds l'approximation u\* à la valeur du champ de variables u , nous pouvons exprimer les paramètres généralisés a en fonction des variables nodales  $u_n$ 

$$u_n = u^*(\mathbf{M}_n) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{M}_n)\mathbf{a}$$
(2.6)

Soit, par inversion :

$$\mathbf{a} = \mathbf{T} \mathbf{u}_n$$

Pour éviter des erreurs de modèle trop importantes, la matrice à inverser doit être bien conditionnée. Ce conditionnement est lié au choix de la base polynomiale et à la géométrie des éléments. En reportant « a » dans l'approximation d'avant nous obtenons la matrice des fonctions d'interpolation :

#### $N(M) = \Phi(M)T$

#### Approximation nodale de quelques éléments de référence

Un élément de référence est un élément de forme géométrique simple, à frontière rectiligne par exemple, pour lequel l'approximation nodale est construite en suivant la démarche analytique précédente. Le passage de l'élément de référence l'élément réel sera réalisé par une transformation géométrique. Nous entendons par élément réel, un élément quelconque du domaine discrétisé.

Deux grandes familles d'éléments sont souvent présentées :

- les éléments de type Lagrange ;

- les éléments de type Hermite.

Pour les éléments de type Lagrange, on augmente le nombre de nœuds en conservant une seule variable nodale. Pour les éléments de type Hermite on augmente le nombre de variables nodales, en retenant par exemple les valeurs des dérivées du champ aux nœuds. L'élément poutre présenté dans le chapitre suivant fait partie de la famille de l'Hermite.

Éléments à une dimension La base de fonction linéaire illustrée sur la figure  $\Box$ . $\Box$ (a) s'écrit avec s  $\in$  [0, 1] :

#### $N_1(s) = L_1 = 1 - s$ ; $N_2(s) = L_2 = s$

Cette base est utilisée pour les éléments barres et génère une discontinuité au niveau des champs de déformations et de contraintes au passage d'un élément à son voisin. Une base un peu plus riche, constituée de polynomes d'ordre □ peu aussi être utilisée

$$N_1(s) = L_1(2L_1 - 1)$$
;  $N_2(s) = 4L_1L_2$ ;  $N_3(s) = L_2(2L_2 - 1)$ 

Ces fonctions de forme sont schématisées sur la figure  $\Box$ . $\Box$ (b). Le passage à l'ordre supérieur donne la base de la figure ... (c) où seules N<sub>1</sub> et N<sub>2</sub> sont illustrées : les deux autres fonctions N<sub>3</sub> et N<sub>4</sub> ont respectivement les symétriques de N<sub>1</sub> et N<sub>2</sub> par rapport à s = 1/2.

$$N_{1}(s) = \frac{L_{1}}{2}(3L_{1}-1)(3L_{1}-2) \qquad N_{2}(s) = \frac{9}{2}L_{1}L_{2}(3L_{1}-1)$$
$$N_{2}(s) = \frac{9}{2}L_{1}L_{2}(3L_{2}-1) \qquad N_{4}(s) = \frac{L_{2}}{2}(3L_{2}-1)(3L_{2}-2)$$

L'élément associé est construit avec autre nœuds et une variable par nœud. Il est



(a) élément à deux nœuds : base linéaire (1,s)



(c) élément à quatre nœuds : base cubique  $(1, s, s^2, s^3)$ 



(b) élément à trois nœuds : base quadratique  $(1, s, s^2)$ 



 (d) élément d'Hermite : deux nœuds et deux inconnues par nœud



possible, avec la même base polynomiale, de construire un élément à deux nœuds ayant deux variables par nœud, c'est un élément de type l'Hermite illustré sur la figure... (d) pour  $N_1$ et  $N_2$ : de la même manière que précédemment, les fonctions

 $N_3$  et  $N_4$  se trouvent par symétrie. Si nous utilisons comme variables nodales le champ et sa dérivée première, nous obtenons les fonctions d'interpolation de l'élé- ment poutre présenté dans la sous-section

$$\begin{split} N_1(s) &= 1 - 3s^2 + 2s^3 \\ N_3(s) &= 3s^2 - 2s^3 \end{split} \qquad \begin{aligned} N_2(s) &= s - 2s^2 + s^3 \\ N_4(s) &= -s^2 + s^3 \end{aligned}$$

Élément triangulaire à deux dimensions Pour ce type d'élément, l'approximation utilise la base polynomiale linéaire (1, s, t). L'élément de référence, aussi dit parent, est un triangle rectangle à trois nœuds de type «  $T_3$  ». L'approximation qua-

dratique quant à elle utilise la base  $(1, s, t, s^2, st, t^2)$ . L'élément de référence est un triangle rectangle à six nœuds de type « T6 ».

les trois nœuds sommets i = 1, 2, 3, les fonctions de forme s'écrivent :

$$N_i = L_i(2L_i - 1)$$

les trois nœuds d'interface i = 1, 2, 3

$$N_{i+3} = 4L_jL_k$$
 pour  $j \neq i$   $k \neq i, j$ 

La figure donne une représentation de deux des fonctions d'interpolation. Les autres s'obtiennent par permutation des indices.

:



Fig.37 : représentation de deux des fonctions d'interpolation

#### 1.3.Élément rectangulaire à deux dimensions

L'approximation bi-linéaire est déduite de la base polynomiale (1, s, t, st) sur (s,t)  $\in$  [-1 1]. L'élément de référence est un carré à quatre nœuds de type « Q ». Les fonctions d'interpolation sont :

$$N_{1} = \frac{1}{4}(1-s)(1-t) \qquad N_{2} = \frac{1}{4}(1+s)(1-t)$$

$$N_{3} = \frac{1}{4}(1+s)(1+t) \qquad N_{4} = \frac{1}{4}(1-s)(1+t)$$
(2.7)

Sur la figure, seule la fonction N1 est représentée, les autres s'obtenant par permutation. De la même façon, on peut construire, à partir d'une base polynomiale complète, les fonctions d'interpolation des éléments rectangulaires à neuf nœuds,



Fig.38 : représentation de la fonction N1

pour une approximation quadratique, et à seize nœuds pour une approximation polynomiale cubique. Ces éléments ont respectivement un et quatre nœuds internes.

Du point de vue pratique, on construit des éléments ayant un minimum de nœuds internes, car ces nœuds ne sont pas connectés aux nœuds des autres éléments. On utilise donc des bases polynomiales incomplètes mais symétriques. Le Q8 est construit à partir de la bas $(1, s, t, s^2, st, t^2, s^3, s^2t, t^2s, t^3, s^3t, st^3)$  Q12 est construit à partir de la base

#### 1.4.Assemblage et conditions aux limites

Les règles d'assemblage sont définies par la relation :

$$D \simeq \sum_{e=1}^{n_e} D_e \tag{2.8}$$

Attention à ne pas oublier l'erreur de discrétisation géométrique.

#### Matrices

L'assemblage des matrices élémentaires masse Me et raideur Ke s'effectue selon les mêmes règles. Ces règles sont définies par sommation des termes correspondant au travail virtuel calculé pour chaque élément :

$$\sum_{e=1}^{n_e} \delta \mathbf{u}_n^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_n = \delta \mathbf{U}^{\mathrm{T}} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} \quad \text{et} \quad \sum_{e=1}^{n_e} \delta \mathbf{u}_n^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_e \mathbf{u}_n = \delta \mathbf{U}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \mathbf{U}$$
(2.9)

Cette opération traduit simplement que la forme quadratique associée à l'ensemble du domaine est la somme des formes quadratiques des sous-domaines. Elle consiste à « ranger » dans une matrice globale, les termes des matrices élémentaires. La forme de cette matrice dépend bien évidemment de l'ordre dans lequel sont définies les variables globales de U.

#### **Efforts imposés**

L'assemblage ne pose pas de problème, il est défini par sommation des termes correspondant au travail virtuel calculé pour chaque élément

$$\sum_{e=1}^{n_e} \delta \mathbf{u}_n^{\mathrm{T}} \mathbf{F}_{d_e} = \delta \mathbf{U}^{\mathrm{T}} \mathbf{F}_d$$
(2.10)

#### **Efforts inconnus**

L'assemblage peut être mené de façon identique. Cependant, si les liaisons entre les éléments sont parfaites la somme des efforts inconnus aux nœuds internes de la structure est nulle. Nous pouvons en tenir compte pour simplifier l'expression du travail virtuel des efforts inconnus, en ne calculant que le travail virtuel des efforts correspondants aux liaisons cinématiques imposées à la structure, et à celui des liaisons non parfaites. Après assemblage, nous obtenons la forme matricielle du principe des travaux virtuels :  $\mathbf{M}\mathbf{\ddot{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_i$ 

## 2. Le modèle de Dérive-Diffusion Quantique couplé avec l'équation de Poisson : dérivation et propriétés

Ceci est constitué de quatre sections qui ont pour objectif de poser le modèle de Dérive-Diffusion quantique couplé avec l'équation de Poisson utiliser par le logiciel et de donner quelques unes de ses propriétés en dimension un. La première section fait un tour d'horizon des étapes qui ont été nécessaire pour réussir à poser le modèle de Dérive-Diffusion Quantique. Puis la deuxième section s'applique à réécrire le lien non local qui existe entre la densité de particules et le potentiel chimique quantique afin de pouvoir être exploité numériquement. Dans la troisième section, on a dimensionné le modèle QDD et on le couple à l'équation de Poisson pour former le système QDDP. Enfin, dans la quatrième section, on donne quelques propriétés mathématiques de ce modèle.

#### 2.1.Modèles Classiques et Quantiques [10]

La réalisation de cette première section s'appuie en grande partie sur les notes d'un exposé effectué par Florian Méhats au groupe de travail "Transport" du laboratoire MIP,

Dans le tableau 1.1, nous citons quelques modèles classiques et quantiques utilisés pour modéliser un système de particules à diffèrent échelles (microscopique, méso-scopique et macroscopique). Nous allons brièvement rappeler comment l'équation de Boltzmann (échelle méso-scopique) a été obtenue à partir de l'équation de Newton (échelle microscopique) et la méthode classiquement utilisée pour passer de l'équation de Boltzmann avec un opérateur de collision simple à l'équation de Dérive-Diffusion (échelle macroscopique) en utilisant la "limite de diffusion". Nous verrons ensuite de manière succincte comment Pierre Degond, Florian Méhats et Christian Ringhofer ont adapté cette méthode au cas quantique dans les articles [4] et [5] pour dériver le modèle de Dérive-Diffusion Quantique (QDD).

	Classique	Quantique
Microscopique	Newton	Schrödinger
Mésoscopique	Vlasov/Boltzmann	Wigner/Boltzmann-Wigner
Macroscopique	Dérive-Diffusion (DD)	Dérive-Diffusion Quantique (QDD)

Tab. 2 – Quelques modèles classiques et quantiques décrivant un système de parti-cules à différentes échelles.

#### 2.1.1 Le cas classique : dérivation du modèle de Dérive-Diffusion

De Newton à Vlasov et Boltzmann

Comme l'indique le tableau 1.1, il existe plusieurs échelles de description d'un système de particules. Nous allons décrire la première colonne de ce tableau en expliquant brièvement les passages d'un modèle à un autre. Commençons par un système simple de *N* particules de masse unité qui évoluent sans collision. Au niveau le plus fondamental, on peut décrire l'évolution de ce système en appliquant les lois fondamentales de la dynamique sur chaque particule. Chaque particule numérotée *i* est décrite par sa position  $x_i 2 R^d$  et sa vitesse  $v_i 2 R^d$  avec i = 1; :::; *N*. On obtient ainsi un système d'équations de la forme :

$$\partial_t x_i = v_i \tag{2.11}$$
  

$$\partial_t v_i = F_i(x_1, ..., x_N) \tag{2.12}$$

où Fi 2 Rd est la force exercée sur la ième particule par les autres particules et par les forces extérieures.

En pratique, il est rare de connaître le nombre exact de particules contenues dans un système ainsi que leurs positions et leurs vitesses initiales. Et même si l'on connaissait toutes ces informations, la résolution du système serait trop coûteuse et inutile. C'est pourquoi on utilise un niveau de description plus grossier que l'on appelle mésoscopique. A cette échelle, le système est décrit par une fonction de distribution f(x; v; t). Cette fonction représente une densité dans l'espace des phases décrit par la position et la vitesse. C'est à dire que f dxdv est

le nombre de particules contenues dans un élément de volume dxdv au point (x; v). Toutes les particules issues du même point (x; v) de l'espace des phases suivent la même trajectoire :

$$\partial_t X = V \quad ; \quad \partial_t V = F(X, t)$$

$$(2.13)$$

Pour obtenir l'équation satisfaite par f, on écrit que la densité est conservée le long des trajectoires :

$$\frac{d}{dt}f(X(t), V(t), t) = 0.$$
(2.14)

En développant, on obtient l'équation de Vlasov suivante :

$$\partial_t f + v \cdot \nabla_x f + F(x,t) \cdot \nabla_v f = 0.$$
(2.15)

A présent, si l'on veut prendre en compte les collisions entre particules, il faut faire intervenir un opérateur de collision que l'on note Q(f) et qui contient toute la physique du système que l'on veut modéliser. L'équation de Vlasov est alors remplacée par

l'équation de Boltzmann (introduite initialement par l'Autrichien Ludwig Boltzmann à la fin du XIXème siècle pour décrire les gaz) :

$$\partial_t f + v \cdot \nabla_x f + F(x, t) \cdot \nabla_v f = Q(f).$$
(2.16)

En général, la force extérieure F (x; t) dérive d'un potentiel Á(x; t) tel que F (x; t)=  $-\nabla_x \phi(x, t)$  En principe on note f en fonction du moment cinétique p et non de la vitesse v. Avec ces notations, l'équation de Boltzmann s'écrit alors :

$$\partial_t f + p \cdot \nabla_x f - \nabla_x \cdot \phi \nabla_p f = Q(f). \tag{2.17}$$

Il est important de rappeler que l'introduction de l'opérateur de collision fait perdre l'aspect réversible de l'équation de Vlasov. Il permet de réconcilier les mécanismes de Newton, qui sont réversibles, avec la thermodynamique qui est, elle, irréversible.

A présent, nous voulons passer à un niveau de description macroscopique où les inconnues sont la densité n(x; t) décrite dans l'espace physique (ou espace des positions et non plus dans l'espace des phases), la vitesse moyenne u(x; t) et la température T (x; t). Pour cela, on peut utiliser la méthode des moments qui consiste à multiplier l'équation de Boltzmann par 1, puis p puis jpj2 et d'intégrer les équations obtenues par rapport à la variable p. Cependant, le système d'équations ainsi obtenu n'est pas fermé et il est donc nécessaire de simplifier l'expression de f pour fermer ce système. La méthode de Levermore introduite dans [9] en 1996 est basée sur la minimisation de l'entropie.

#### Notion d'Entropie et de Maxwellienne [11]

La notion d'entropie, sa définition et le terme lui-même furent introduits dans la thermodynamique en 1854 par l'Allemand Rudolf Clausius. Ludwig Boltzmann fut le premier à proposer une interprétation microscopique de la notion d'entropie. Dès 1877, il reliait celleci à une mesure du désordre moléculaire. Il a obtenu l'expression

$$S(f) = \int f(\ln f - 1)dpdx.$$
(2.18)

La méthode des moments utilisée par Levermore consiste à utiliser la minimisation de cette entropie sous contrainte de moments qui représentent la conservation de la

densité, de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\min_{f} \left\{ S(f) \mid \int f \begin{pmatrix} 1\\ p\\ |p|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n\\ nu\\ n|u|^2 + 3nT \end{pmatrix} \right\}.$$
 (2.19)

Ce problème a une solution unique donnée par une fonction de distribution que l'on appelle Maxwellienne et qui a la forme

$$M_{n,u,T} = \exp\left(A(x) + B(x)p + C(x)|p|^2\right)$$
(2.20)

$$= \frac{n}{(2\pi T)^{d/2}} \exp\left(-\frac{|p-u|^2}{2T}\right).$$
(2.21)

Le modèle de Dérive-Diffusion décrit le comportement en temps long d'un système de particules en interaction avec un bain thermique (les phonons dans un semicon-ducteur) à une température donnée T . Cette interaction ne conserve pas l'énergie des porteurs et le seul moment conservé est la densité locale. La bonne notion d'entropie

pour décrire une telle situation est l'entropie relative donnée par :

$$M_{n,u,T} = \exp(A(x) + B(x)p + C(x)|p|^2)$$
(2.22)

$$= \frac{n}{(2\pi T)^{d/2}} \exp\left(-\frac{|p-u|^2}{2T}\right).$$
(2.23)

La Maxwellienne obtenue en minimisant cette entropie relative sous contrainte de conservation de la densité est donnée par :

$$\tilde{M} = \exp\left(A(x) - \frac{|p|^2}{2T}\right).$$
(2.24)

La fonction A(x) s'appelle potentiel chimique et est reliée à n(x) par la relation locale en espace :

$$\int \tilde{M}dp = \exp(A(x)) \int \exp\left(-\frac{|p|^2}{2T}\right) dp = \int fdp = n.$$
(2.25)

Ce qui nous donne :

$$A(x) = \ln n(x) - \ln \int \exp\left(-\frac{|p|^2}{2T}\right) dp = \ln n(x) - \ln(2\pi T)^{d/2}.$$
 (2.26)

Il est important de remarquer que la relation entre la densité et le potentiel chimique est locale en espace ce qui ne sera plus le cas pour sa formulation quantique équiva-lente (voir l'équation 1.30 page 10 et la section 2.1 page 21 qui s'occupe de résoudre numériquement le problème inverse "Trouver le potentiel chimique quantique A(x) connaissant la densité n(x)").

#### Limite de diffusion

La limite de diffusion consiste à opérer un changement d'échelle pour observer ce qu'il se passe en temps long pour des systèmes fortement collisionnels. Pour cela, on effectue les changements de variables suivant :

$$t' = \varepsilon t, \quad Q' = \varepsilon Q,$$
 (2.27)

Et on fait tendre le paramètre " vers 0. L'équation de Boltzmann (1.4) devient (on note t et Q au lieu de t0 et Q0 pour simplifier) :

$$\varepsilon^2 \partial_t f + \varepsilon (p \nabla_x f - \nabla_x \phi \nabla_p f) = Q(f).$$
(2.28)

Nous n'avons pas encore défini les propriétés que doit posséder un opérateur de collision mais il devient nécessaire de le faire à présent afin de pouvoir effectuer la limite de diffusion. Pour que l'opérateur de collision ait un intérêt physique, il faut qu'il vérifier ces trois propriétés :

1. 
$$\forall f : \int Q(f)dp = 0, \tag{2.29}$$

2. 
$$Q(f) = 0 \iff \exists A(x) \mid f(x,p) = \tilde{M} = \exp(A(x) - \frac{|p|^2}{2T}),$$
 (2.30)

3. 
$$\int Q(f)(\ln f + \frac{h(x,p)}{T})dp \le 0 \text{ où } h(x,p) = \frac{|p|^2}{2} + \phi(x).$$
 (2.31)

Dans ce cas, les trois conséquences faciles à vérifier sont les suivantes :

- 1. Le nombre de particules du système est conservé,
- 2. L'équilibre local en temps est une Maxwellienne,
- 3. L'entropie relative définie par la relation précédente décroît au cours du temps.

L'opérateur de collision le plus simple qui vérifie ces trois propriétés est l'opérateur BGK (introduit par Bathnagar, Gross et Krook) défini comme suit :

$$Q(f) = \tilde{M} - f. \tag{2.32}$$

D'après la deuxième propriété de l'opérateur de collision, on sait que quand  $\varepsilon$  tend vers 0, la solution de l'équation précédente tend  $\tilde{M} = \exp(A(x) - \frac{|p|^2}{2T})$  En faisant un développement formel au voisinage de  $\varepsilon = 0$  de t (ce developpement est dit de Chapman-Enskog) :

 $f^{\varepsilon} = \tilde{M} + \varepsilon f_1^{\varepsilon}$  et en intégrant l'équation par rapport à la variable p, on obtient l'équation suivante :

$$\partial_t \int f^{\varepsilon} dp + \int \mathcal{T} f_1^{\varepsilon} dp = 0, \qquad (2.33)$$

Où l'opérateur T est défini par p $\nabla_x - \nabla_x \phi \cdot \nabla_p$ . En passant formellement à la limite sur ", on obtient l'équation :

(a, a, t)

$$\partial_t \int \tilde{M}dp + \int \mathcal{T}\mathcal{T}\tilde{M}dp = 0.$$
(2.34)

Il est possible de réécrire cette équation pour faire intervenir un terme de dérive et un terme de diffusion et l'on obtient alors le modèle de Dérive-Diffusion (DD) :

$$\partial_t n - \operatorname{div}(T\nabla n + n\nabla \phi) = 0. \tag{2.35}$$

#### 2.1.2. Le cas quantique : dérivation de QDD [10]

Nous allons reprendre la même démarche que dans le cas classique et essayer d'expliquer le lien entre les différentes modèles quantiques (référencés dans la deuxième colonne du tableau 1.1) qui nous permettent d'arriver au modèle Dérive-Diffusion Quantique (QDD).

#### Éléments de formalisme quantique

Commençons par considérer un système à une seule particule de masse unité qui évolue dans le potentiel Á. L'équivalent quantique de l'équation de Newton est l'équation de Schrödinger (introduite en 1926 par l'Autrichien Erwin Schrödinger). La particule n'est plus décrite par sa position x et sa vitesse v, mais par une fonction d'onde <sup>a</sup>(x; t) 2 L2(Rd) (espace des fonctions de carré sommable à valeur complexe) qui définit l'état de la particule au temps t. Cette fonction d'onde est régie par l'équation de Schrödinger suivante :

$$i\hbar\partial_t\Psi = H\Psi = -\frac{\hbar^2}{2}\Delta\Psi + \phi\Psi,$$
 (2.36)

Où ~ est la constante de Planck, H est l'opérateur Hamiltonien et Á est le potentiel vu par la particule. La quantité  $j^a(x; t)j^2$  représente la probabilité de présence de la particule et c'est pourquoi <sup>a</sup> est de norme 1 dans L2(Rd) : R  $j^aj^2dx = 1$ . En mécanique quantique, toute "observable" (quantité physiquement mesurable) est obtenu comme la valeur moyenne sur la fonction d'onde (a) d'un opérateur symétrique B. Plus précisément, < B >= (B<sup>a</sup>; <sup>a</sup>) = R

 $(B^{a})(x)^{a}(x)dx$  donne l'espérance d'un ensemble de mesures de l'observable B effectuées sur un grand nombre de réalisations du système physique dont l'état est représenté par la fonction <sup>a</sup>.

Les opérateurs qui vont nous intéresser sont l'opérateur "position" X, l'opérateur "impulsion" P et l'opérateur "énergie totale" H (Hamiltonien). On a :

$$X\Psi(x) = x\Psi(x),$$

$$P\Psi(x) = -i\hbar\nabla\Psi(x),$$
(2.37)
(2.38)

$$H\Psi(x) = \left(\frac{|P|^2}{2} + \phi(X,t)\right)\Psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2}\Delta\Psi(x) + \phi\Psi(x).$$
(2.39)

Maintenant, si on regarde un système quantique à N particules, il faut introduire une fonction d'onde <sup>a</sup>(x1; x2; :::; xN ; t) qui décrit l'état du système. Son évolution est régie par l'équation de Schrödinger suivante :

$$i\hbar\partial_t\Psi = \sum_{i=1}^N \left(-\frac{\hbar^2}{2}\Delta_{x_i}\right)\Psi + \phi(x_1, \dots, x_N)\Psi,$$
(2.40)

où  $\dot{A}(x1; ...; xN)$  est l'énergie potentielle totale du système à N particules.

Lorsque l'état dynamique d'un système quantique est incomplètement connu, on peut le décrire par un opérateur de densité <sup>1</sup>/<sub>2</sub> (opérateur à classe hermitien et positif) sur L2(Rd) tel que :

 $\mathrm{Tr}\rho = 1.$ 

Puisque  $\alpha$  est un opérateur à trace, il est compact et possède un système complet de fonctions propres orthonormées ( $\Omega$ s)s 2S associées aux valeurs propres réelles  $\alpha$ s. De plus, la positivité de  $\alpha$  et sa propriété de trace impliquent :

$$0 \le \rho_s \le 1, \quad \forall s \in S; \quad \sum_{s \in S} \rho_s = 1.$$

C'est pourquoi nous pouvons écrire l'action de  $\alpha$  sur n'importe quelle fonction  $\varphi \in L^2(\mathbb{R}^d)$ 

$$\rho\varphi = \sum_{s\in S} \rho_s(\varphi, \psi_s)\psi_s, \tag{2.41}$$

Où l'on note  $(\varphi, \psi_s)$  le produit scalaire de  $L^2(\mathbb{R}^d)$  des deux fonctions  $\varphi$  et  $\psi$ 

L'interprétation physique de  $\rho$  est assez naturelle : les fonctions propres  $\psi$ s représentent les états possibles du système et les valeurs propres  $\rho_s$  sont les probabilités associées à chaque état (c'est pourquoi la somme des  $\rho_s$  vaut 1). Dans ce système, chaque état  $\psi$ s évolue selon l'équation de Schrödinger. On peut alors vérifier que l'opérateur de densité évolue quant à lui en vérifiant l'équation de Liouville quantique suivante :

$$i\hbar\partial_t \rho = [H, \rho], \tag{2.42}$$

Où H est l'Hamiltonien décrit précédemment dans l'équation de Schrödinger , et les crochets désignent le commutateur  $[H, \rho] = H\rho - \rho H$ .

#### Les équations de Wigner et de Wigner-Boltzmann [11]

On veut maintenant pousser un peu plus loin la comparaison avec le cas classique et pour cela, il nous faut définir la transformée de Wigner (introduite dans les années 1930 par l'Américain Eugene Wigner). Soit  $\rho(x, x0)$  le noyau intégral de l'opérateur  $\rho$ .

L'application de  $\rho$  sur une fonction quelconque  $\phi \in L2$  (Rd) se traduit alors par :

$$\rho\varphi = \int \underline{\rho}(x, x')\varphi(x')dx'. \tag{2.43}$$

D'après la relation précédente, on peut donc exprimer  $\rho$  comme suit :

$$\underline{\rho}(x, x') = \sum_{s \in S} \rho_s \psi_s(x) \overline{\psi_s(x')}, \qquad (2.44)$$

Où  $\psi_s(x_0)$  est le conjugué complexe de  $\psi_s(x_0)$ .

La transformée de Wigner W  $[\rho](x, p)$  de  $\rho$  comme fonction dans l'espace des phases (x, p) est alors définie par :

$$W[\rho](x,p) = \int \underline{\rho}\left(x - \frac{1}{2}\xi, x + \frac{1}{2}\xi\right) e^{i\xi \cdot p/\hbar} d\xi.$$
(2.45)

La transformée inverse, aussi nommée "quantification de Weyl" et parfois notée "Op", associe à chaque fonction f (x, p) dans l'espace des phases un opérateur  $\rho = W^{-1}(f)$  agissant sur les fonctions de L<sup>2</sup>(R<sup>d</sup>) comme suit :

$$W^{-1}(f)\varphi = \frac{1}{(2\pi)^d} \int f\left(\frac{x+y}{2}, \hbar k\right)\varphi(y)e^{ik(x-y)}dkdy.$$
(2.46)

Une propriété intéressante pour la suite est :

$$\operatorname{Tr}(\rho\sigma^*) = \int W[\rho]\overline{W[\sigma]}\frac{dxdp}{(2\pi\hbar)^d},$$
(2.47)

Où  $\sigma$ \* est l'opérateur adjoint de  $\sigma$ .

On peut vérifier que si  $\rho$  satisfait l'équation de Liouville quantique, alors  $f = W[\rho]$  vérifie l'équation de Wigner suivante :

$$\partial_t f + p \cdot \nabla_x f - \Theta^{\hbar}[\phi] f = 0, \qquad (2.48)$$

où  $\Theta \sim [\phi]$  est l'opérateur :

$$\Theta^{\hbar}[\phi]f = \frac{i}{(2\pi)^{d}\hbar} \int \left(\phi(x + \frac{\hbar}{2}\eta) - \phi(x - \frac{\hbar}{2}\eta)\right) f(x, p)e^{i\eta \cdot (p-q)}dpd\eta.$$
(2.49)

On remarquera que l'opérateur  $\Theta \sim [\phi]$  converge vers  $\nabla x \phi \cdot \nabla p$  quand ~ tend vers 0, ce qui nous montre la correspondance entre l'équation de Wigner et l'équation de Vlasov. Il faut cependant garder en mémoire le fait que f n'est pas forcément positive dans l'équation de Wigner. En revanche, on a n(x) = Rf (x, p)dp =  $\rho(x, x) = P\rho s |\psi s^2 \ge 0$  et donc n(x) représente bien la densité de particules dans l'espace physique.

Comme pour l'équation de Boltzmann, on peut ajouter un opérateur de collision pour prendre en compte l'interaction entre particules :

$$i\hbar\partial_t \rho = [H,\rho] + i\hbar Q_L(\rho).$$
 (2.50)

Si maintenant  $\rho$  satisfait l'équation de Liouville quantique avec opérateur de collision

(1.25), alors  $f = W[\rho]$  vérifie l'équation de Wigner-Boltzmann suivante :

$$\partial_t f + p \cdot \nabla_x f - \Theta^{\hbar}[\phi] f = W[Q_L(\rho)] = Q(f).$$
(2.51)

#### Entropie Quantique et Maxwellienne Quantique

L'entropie quantique est définie par l'expression

$$\mathrm{Tr}(\rho \ln \rho - \rho), \tag{2.52}$$

où  $\rho \ln \rho - \rho$  fait référence à l'opérateur obtenu en appliquant la fonction f ( $\lambda$ ) =  $\lambda \ln \lambda - \lambda$  sur  $\rho$ , c'est à dire que  $\rho \ln \rho - \rho$  a la même base de fonctions propres que  $\rho$  mais ces valeurs propres sont données par  $\rho_s \ln \rho s - \rho s$ .

Dans le cas où l'on regarde un système de particules dans un milieu où la température est fixée à T , on peut définir, de même que dans le cas classique, l'entropie relative

$$\widetilde{S}(\rho) = \text{Tr}[\rho \ln \rho - \rho + \rho \frac{H}{T}], \qquad (2.53)$$

où H est l'Hamiltonien H =  $-(\Delta/2) + \varphi$ . La Maxwellienne quantique obtenue en minimisant cette entropie relative sous contrainte de conservation de la densité est donnée par (voir [5] pour le détail des calculs)

$$\widetilde{\mathcal{M}} = \mathcal{E}\mathrm{xp}(\mathcal{A}(x) - \frac{|p|^2}{2T}), \qquad (2.54)$$

où E xp = W (exp(W-1)) et où A(x) est le potentiel chimique quantique. La relation entre A et n est donnée par :

$$\int \widetilde{\mathcal{M}} dp = \int \mathcal{E} \operatorname{xp}(\mathcal{A}(x) - \frac{|p|^2}{2T}) dp = n(x).$$
(2.55)

Cette relation n'est plus locale comme dans le cas classique et la section 1.2 aura pour but de réécrire cette relation d'une autre manière que l'on pourra exploiter plus facilement par la suite.

#### 3. Méthode de volumes finis

#### 3.1. Généralité [12]

La méthode des volumes finis est l'approche par excellence utilisée en MDF numérique. Elle repose sur un principe aussi valable en vie courante, en politique qu'en démarche scientifique. Je parle bien sûr du principe 'diviser pour régner'. Je ne dirais rien sur son efficacité ou sa moralité en politique ou en gestion des personnes, mais en tant qu'approche scientifique c'est très efficace. En face d'un problème complexe impossible ou très difficile à résoudre, la méthode la plus efficace est de le subdiviser en plusieurs petits problèmes beaucoup plus facile à résoudre. Et pas de soucis si le résultat est un millier ou un million de petit problèmes. Des calculateurs très sophistiqués et de plus en plus rapides sont là pour entrer en action. Et si un ou plusieurs éléments posent des problèmes un peu particuliers (une singularité, des conditions d'interface, des frontières...) on peut leurs réserver un traitement à part.

Donc l'approche consiste à diviser le domaine de calcul en plusieurs petits volumes qui ne se chevauchent pas et dont la somme fait exactement le volume du domaine de calcul à étudier. C'est très important pour assurer le principe de conservation et surtout la conservation des flux antre l'entrée et la sortie du domaine de calcul.

Ensuite vient le principe de base de la méthode qui n'est autre que le théorème de la divergence (Ostrogradski) qui consiste à changer une intégrale de volume en intégrale de surface. L'application de ce théorème tout en utilisant des schémas de différences finies pour le dérivées partielles, donne naissance à des équations algébriques qu'on pourra ensuite résoudre via des méthodes directes ou indirecte.

La façon de présentation ou d'arrangement des équations en volumes finis est très élégante. J'utilise cet adjectif, parce que je trouve vraiment très jolie la présentation de cette équation sous forme de coefficient  $a_p$  affecté à la variable au centre du volume de contrôle en fonction des autres valeurs au centre des volumes voisins plus un terme source. Ceci conduit à un traitement assez astucieux et pratique pour les volumes situés aux frontières du domaine de calcul. Je ne vais trop m'étaler sur cette approche, elle sera reprise à l'intérieur du cours.

#### 3.2. Application à la partie diffusion (1D) [13]

Considérons un problème de transport de la variable par diffusion.

$$div(\Gamma grad\phi) + S_{\phi} = 0 \tag{2.56}$$

La clé de la méthode des volumes finis réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface.

$$\int_{CV} div (\Gamma grad\phi) dv + \int_{CV} S_{\phi} dv = \int_{A} n. (\Gamma grad\phi) dA + \int_{CV} S_{\phi} dv = 0$$
(2.57)

L'équation en 1D prend la forme suivante :

$$\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right) + S = 0 \tag{2.57}$$

#### Etape 1 : maillage



La valeur de µ aux frontières A et B est maintenue constante (conditions de Dirichlet).

La première étape dans cette méthode consiste à diviser le domaine de calcul en un nombre fini et discret de volume de contrôle. L'opération consiste à subdiviser le domaine de calcul (Ligne AB) en un certain nombre de segments (Volume de contrôle). Le centre de chaque volume est placé exactement au milieu du segment correspondant. Il est commode de s'arranger pour que les facettes des nœuds de frontières coïncident exactement avec les frontières du domaine de calcul. Dans le cas de la figure ci-dessous le domaine de calcul est divisé en cinq volumes de contrôles.

#### Système de notation :



#### Etape 2 : discrétisation

L'intégration de l'équation (3) sur le volume de contrôle de centre P donne :

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dv + \int_{\Delta V} S dv = \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \overline{S} \Delta V = 0$$
(2.58)

Interprétation : (principe de conservation)

Dans le cas général où le coefficient de diffusivité n'est pas constant ses valeurs sur les facettes "w" et "e" du volume de contrôle CV seront exprimées en fonction des valeurs aux points nodaux P,W et E par :

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_E + \Gamma_P}{2} ; \qquad \Gamma_w = \frac{\Gamma_P + \Gamma_W}{2}$$

Pour simplifier l'exposé nous allons utiliser un maillage uniforme  $(\Delta X_e = \Delta X_w = \Delta X)$  et appliquer un schéma centré d'ordre deux pour remplacer les dérivés premières sur les facettes du volume de contrôle.

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx}\right)_{e} = \Gamma_{e} A_{e} \left(\frac{\phi_{E} - \phi_{P}}{\Delta X}\right)$$
(2.59)

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx}\right)_{w} = \Gamma_{w} A_{w} \left(\frac{\phi_{P} - \phi_{W}}{\Delta X}\right)$$
(2.60)

Généralement le terme source *S* peut aussi dépendre de la fonction elle-même. Dans une telle situation nous écrirons :

$$\overline{S}\Delta V = S_u + S_P \phi_P \tag{2.61}$$

En substituant les équations précédentes, nous obtenons :

$$\left(\Gamma_e A_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta X}\right) - \left(\Gamma_w A_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta X}\right) + \left(S_u + S_P \phi_P\right) = 0$$
(2.62)

et après arrangement :

$$a_W = \frac{\Gamma_w}{\Delta X} A_w, \quad a_E = \frac{\Gamma_e}{\Delta X} A_e, \quad a_P = a_W + a_E - S_P$$

#### **Etape 3 : Solution des équations**

L'équation (11) sera construite pour tous les volumes de contrôles du domaine de calcul. En vue d'incorporer les conditions aux limites, un traitement spécial sera réservé aux volumes de frontières. Le système d'équations résultant sera un système d'équations algébriques linéaires comportant autant d'inconnus que d'équations. La distribution discrète de la variable sur le domaine de calcul peut être obtenue par inversion de la matrice du système d'équations. Cependant, cette méthode n'est quasiment jamais utilisée pour la simple raison qu'elle est très coûteuse en mémoire de stockage. Les méthodes itératives (par exemple : Gauss-Seidel) sont plus efficaces dans ce cas. Dans un calcul itératif il faut aussi définir un critère de convergence pour pouvoir arrêter les calculs à un moment donné.

#### Critère de convergence :

A partir de l'équation nous pouvons écrire une expression du résidu pour estimer la satisfaction éventuelle de l'équation :

$$R = \sum_{l'ensemble des volumes} \left| a_w \phi_w + a_E \phi_E + S_u - a_P \phi_P \right|$$
(2.63)

*R* représente le résidu des calculs et possède par conséquent l'unité de l'équation différentielle intégrée. Dans notre cas c'est le flux de chaleur (Joule par second). Pour avoir une idée précise sur la convergence des calculs, il faut contrôler la valeur normalisée du résidu R/F où F représente le flux total.

# Chapitre III Résultats d'étude et interprétations

#### Introduction :

Le MOSFET (Métal oxyde Semi-conducteur Field effet Transistor) est de loin le plus dispositif de semi-conducteur commune et le bloc constitutif fondamental dans tout message publicitaire processeurs, mémoires et circuits intégrés numériques. Durant les dernières décennies cela appareil a connu un développement considérable ; ainsi que sa s'est développer les outils de simulation de ses semi-conducteurs en utilisant des logiciels physiques basées sur la résolution par la méthode des éléments finis tels que :

- ABAQUS
- ANSYS
- CAST3M
- ASTER
- DYTRAN
- COMSOL

Pour notre étude nous avons eu l'opportunité de travailler avec le logiciel COMSOL et cela pour ces différents avantages :

- Il contient la plupart des équations.
- Utilise une interface graphique.
- Peu de programmation directe.
- Interface MATLAB possible.
- Facilité d'utilisation et manipulation.

Dans ce chapitre nous présentons la modélisation du MOSFET (transistor à effet de champ métal-oxyde) et nous intéressent à la simulation de deux caractéristiques du MOSFET (électrique potentielle et la concentration des trous) et cela en utilisant le logiciel COMSOL Multiphysics ; mais avant d'entamer les résultats nous avons choisis de décrire les équations mathématiques théorique du MOSFET utilisé dans le logiciel COMSOL ainsi que les étapes pour la construction de notre modèle

#### 1. COMSOL [14]

Le logiciel COMSOL, anciennement appelé FEMLab, est avant tout un outil de résolution d'équations aux dérivées partielles par éléments finis. Sa particularité est de disposer d'une base de données d'équations permettant de modéliser différents phénomènes physiques comme l'électrostatique, l'écoulement de fluides ou encore la déformation des

matériaux Développé initialement comme une toolbox de Matlab, il dispose aujourd'hui de son propre environnement graphique permettant à la fois le dessin des géométries et l'affichage de résultats en post-traitement. Sa spécificité est également de permettre de coupler différentes EDP, de manière à décrire des phénomènes multi physiques, particulièrement adapté au micromonde. Il est ainsi possible d'obtenir la déformation d'une membrane dû à la pression dans un liquide par exemple. Ou encore l'élévation de température dans un conducteur dû au passage d'un courant électrique. De plus, les données du logiciel sont accessibles depuis Matlab, ce qui permet la réalisation de scripts.COMSOL Multiphysics est une plate-forme logicielle générale qui autorise la modélisation et la simulation des phénomènes physiques à l'aide de méthodes numériques avancées. COMSOL Multiphysics permet de coupler des physiques "simples" ou d'étudier des phénomènes multi physiques. Pour étendre les simulations possibles, COMSOL Multiphysics comprend plus de 30 modules complémentaires qui offrent des interfaces et des outils spécialisés en génie électrique, mécanique, fluidique et chimique. De plus, des interfaces bidirectionnelles relient vos simulations réalisées dans COMSOL à des Multiphysics logiciels tiers de calcul, de CAO (CAD) et de CAOE (ECAD).

## 1.1.Model MOSFET COMSOL : Module semi-conducteur :

Le Semi-conducteur Module permet de modéliser un composant semi-conducteur dans l'interface de COMSOL et d'intégrer facilement des effets physiques variés. Vous pouvez manipuler les équations des modèles à tout moment et êtes entièrement libre de préciser les effets non prédéfinis dans le module.

Le Semi-conducteur Module est conçu pour simuler des composants semi-conducteurs à des échelles de l'ordre de quelques centaines de nm ou plus, modélisés au travers d'une approche classique de dérive-diffusion avec des équations aux dérivées partielles. Plusieurs interfaces physiques spécifiques permettent de préciser données d'entrée, équations et conditions aux limites. Il s'agit d'interfaces servant à modéliser le transport d'électrons et de trous dans les composants semi-conducteurs et leur comportement électrostatique. Il est également possible de coupler une simulation de semi-conducteurs avec un circuit électrique au format SPICE.

L'interface Semi-conducteur permet de résoudre l'équation de Poisson avec les équations de continuité pour les porteurs de charge. Elle résout les concentrations d'électrons

et de trous de manière explicite. Vous pouvez résoudre votre modèle à l'aide de la méthode des volumes finis ou des éléments finis. L'interface Semi-conducteur offre des modèles de matériau pour les matériaux semi-conducteurs et isolants. Elle propose également des conditions aux limites pour les contacts ohmiques, les contacts, les grilles Schottky et un large éventail de conditions aux limites en électrostatique.

Une gamme de types de périphériques courants peut être simulée avec le module, y compris MOSFET, MESFET, TECJ, diodes et Transistors bipolaires. Ces unités peuvent être analysées dans le cas stationnaire, dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel, avec des signaux contradictoires en DC et AC, type d'étude à l'aide de l'analyse de signal faible. Une gamme des analyses standard sont illustrés avec la série MOSFET

#### DC chacteristics of a MOS transistor (MOSFET) :

Le logicielle COMSOL permet une analyse détaillé du fonctionnement des composants semi-conducteurs à l'aide de son module électrique.

Le semi-conducteur module repose sur les équations de dérive-diffusion et sur des modèles de transport isothermes et non isothermes. Grâce à lui, vous pouvez simuler une gamme de composants usuels : transistors à effet de champ à semi-conducteur métallique (MESFET), transistors bipolaires, transistors à effet de champ à semi-conducteur métal-oxyde (MOSFET), diodes Schottky, thyristors et jonctions P-N.Ce modèle permet de calculer les caractéristiques de DC d'un MOS (métal-oxyde-semi-conducteur ) transistor à l'aide de la physique des semi-conducteurs standard. En fonctionnement normal, un système tourne sur un transistor MOS en appliquant une tension de l'électrode de grille. Lorsque la tension sur les augmentations de la vidange, le courant drain augmente également jusqu'à ce qu'il atteigne la saturation. Le courant de saturation dépend de la tension de la porte.

Ce modèle permet de calculer les caractéristiques de DC d'un MOSFET simple. Le drain actuel par rapport aux caractéristiques tensions gâte sont tout d'abord calculées afin de déterminer la tension de seuil pour le périphérique. Puis le vs courant de drain de vidange tension caractéristiques sont calculées pour des tensions de plusieurs portes.

#### 2. Théorie du MOSFET dans COMSOL [15]

#### 2.1.Les équations de domaine

Cet exemple modélise un transistor MOS en utilisant la dérive standard approximation couplée à l'équation de Poisson. À l'aide de certaines simplifications généralement acceptées, telles que la négligence des champs magnétiques, en supposant une densité d'états constante dans les bandes de valence et de conductance, et en supposant une distribution de Boltzmann des transporteurs - il est possible de dériver ces équations des équations de Maxwell et de la théorie du transport de Boltzmann.

Le modèle dans cet exemple formule le problème en utilisant trois variables dépendantes:  $\psi$  (le potentiel électrostatique), n et p.

Les trois équations basiques de semi-conducteurs sont:

$$-\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \psi) = q(p - n + N) \tag{3.1}$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{J}_n = -qR_{SRH} \tag{3.2}$$

$$-\mathbf{V} \cdot \mathbf{J}_p = q R_{SRH} \tag{3.3}$$

Où p et n sont respectivement les trous et les concentrations d'électrons, et N représente la charge fixe associée aux donneurs ionisés.

On pout exprimer les densités de courant d'électrons et de trous, Jn et Jp, avec un terme de dérive et un terme de diffusion

$$\mathbf{J}_{n} = -qn\mu_{n}\nabla\psi + qD_{n}\nabla n \tag{3.4}$$

$$\mathbf{J}_{p} = -qp\mu_{p}\nabla\Psi - qD_{p}\nabla p \qquad (3.5)$$

Où  $\mu_n$  et  $\mu_p$  sont les mobilités des porteurs, et  $D_n$  et  $D_p$  sont les diffusivités des porteurs.

Un autre terme, RSRH, représente la recombinaison de Shockley-Read-Hall, qui est un processus de recombinaison général utilisant des pièges constituant des niveaux d'énergie dans l'écart de bande interdite d'un semi-conducteur. Dans l'équation de recombinaison

$$R_{SRH} = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_1) + \tau_n(p + p_1)}$$
(3.6)

n<sub>i</sub> est la concentration du porteur intrinsèque,

T<sub>n</sub> et T<sub>p</sub> sont la durée de vie du transporteur,

et n1 et p1 sont des paramètres liés au niveau d'énergie du piège.
Si ce niveau est situé au milieu de l'écart de bande (ce modèle suppose), alors  $n_1$  et  $p_1$  égalent le support intrinsèque Concentration,  $n_i$ .

# 2.2. Les conditions aux limites

Pour les limites en contact avec un isolant ou loin de la zone active de l'appareil, on pout utiliser la condition de symétrie ou de limite de charge (flux) pour l'électrostatique (Diffusion).

Aux limites en contact avec un métal, le potentiel électrostatique est fixé. En supposant une infinité vitesse de recombinaison au contact, la loi d'action de masse est valable.

$$n_i^2 = np$$

En utilisant cette loi, et en supposant qu'il n'y a pas de frais au contact, il est possible de calculer les concentrations du transporteur.

La tension appliquée est égale au niveau de Fermi dans le semi-conducteur au contact, de sorte que le potentiel électrostatique au contact est la tension appliquée plus la différence de potentiel entre le niveau de Fermi et le niveau de référence électrostatique:

$$\psi = V_a - \chi_{Si} - \frac{E_G}{2} + \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{\frac{N}{2} + \sqrt{\left(\frac{N}{2}\right)^2 + n_i^2}}{n_i} \right)$$
(3.7)

$$n = \frac{N}{2} + \sqrt{\left(\frac{N}{2}\right)^2 + n_i^2}$$
(3.8)

$$p = -\frac{N}{2} + \sqrt{\left(\frac{N}{2}\right)^2 + n_i^2}$$
(3.9)

Où V<sub>a</sub> est la tension appliquée.

Dans ce modèle, le potentiel de référence est le niveau de vide. C'est souvent un bon choix lorsque plusieurs matériaux avec différentes affinités ou fonctions de travail sont présents. Par conséquent, le potentiel électrostatique est continu dans toutes les interfaces matérielles. Ce niveau de référence trouve également son utilisation dans les simulations d'appareils hétéro-fonctionnels. Le schéma de bande de la figure 12-8 montre comment ce modèle représente le système de matériau semi-conducteur à oxyde métallique.



Fig. 39 : diagramme de bande du MOSFET

# 3. Construction du model

# 3.1.Etape à suivre

- Choix de la dimension :
  - ✓ 3D, 2D, axisymétrique...
- Choix des modules physique :
  - ✓ Transfert de chaleur, transport d'espèces...
- Choix du type d'étude :
  - ✓ Stationnaire, Temporelle, Fréquentielle...
- Construction de la géométrie
- Choix du (des) matériau(x)
- Identification du module physique
- Paramétrage et calcul du maillage
- Paramétrage et calcule de l'étude
- Représentation graphique des résultats

# 4. Construction de notre model MOSFET

L'interface graphique du logiciel COMSOL :



Fig.40 : interface graphique du logiciel

On a bien suivi les étapes déjà mentionné précédemment on commençant par :

la modélisation de la géométrique (rectangle, polygone, sphère, cylindrique...)

On choisit la géométrie on introduit sont le paramétrage de la géométrie comme la langueur, la largeur et l'épaisseur

- ✓ Modélisation hybride de solides, surface, courbes et points
- ✓ Modélisation de géométrie 2D en plan de travail



Fig. 41 : modélisation de la géométrie du matériau

- Dance cette étape on choisit le matériau semi-conducteur qui est la base de notre étude et bien sûr on introduit la qualité du matériau et ces paramétré physique et caractéristique
  - ✓ Composons Si (silicium)
  - ✓ La qualité du dopage de semi-conducteur donneur ou accepteur avec leur paramétré prédéfinis
  - ✓ La barrière d'isolant et les paramètres de charge et la tension

Model Builder	Semiconductor Material Model	- +
<ul> <li>← → ■ · ● · ● · ● · ● · ● · ● · ● · ● · ● ·</li></ul>	Settiliconduction invitatematimized invioced $\triangleright$ Override and Contribution $\triangleright$ Equation $\bullet$ Model Inputs         Temperature:         7       User defined         280.15[K] $\bullet$ Material Properties         Relative permittivity: $\epsilon_r$ [From material         Band gap: $E_{g,0}$ [From material         Electron affinity: $\chi_0$ [From material         Effective density of states, valence band: $N_v$ [From material         Effective density of states, conduction band: $N_c$ [From material	

## Fig.42 : définition des paramètre du matériau

- Après avoir défini la géométrie et le matériau étudié avec ces paramètre de modélisation on passe a l'étape de maillage pour résoudre le problème avec la méthode des éléments qui est la base de notre logiciel COMSOL pour la résolution
  - ✓ Maillage de couche limite
  - ✓ Maillage libre triangulaire de surfaces 3D et de géométries 2D



Chapitre III : résultat d'étude et interprétations

Fig.43 : présentation du maillage

Dans la dernière étape on a pour récompense et avoir les résultats de la modélisation de notre étude et la résolution de notre problème présenté sous forme des graphes ou et des figure 2D



✓ Résultat présenté sous forme figure 2D







Fig.45 : Vg en fonction de Vd

# 5. Résultats et interprétations :

Dans notre étude on c'est basée sur le paramètre Température dans le Transistor MOSFET et voir les différents influence sur d'autre paramètre du matériau. Pour cela on lance une simulation avec une température ambiante prédéfini et chaque fois on augmente la température et on sort avec un résultat qui en globe la simulation du MOSFET a des Température différents



## Fig. 46 : concentration des électrons

L'interface de physique des semi-conducteurs est utilisée pour configurer un problème de simulation. Chaque interface physique exprime les phénomènes physiques pertinents sous la forme d'ensembles d'équations différentielles partielles ou ordinaires, ainsi que des conditions limites et initiales appropriées. Chaque fonctionnalité ajoutée à l'interface représente un terme ou une condition dans l'ensemble d'équations sous-jacent. Ces caractéristiques sont généralement associées à une entité géométrique dans le modèle, comme un domaine, une limite, un bord (pour les modèles 3D) ou un point. On utilise l'exemple de la bibliothèque de modèles MOSFET pour afficher le de modèles et la fenêtre de configuration du noeud de fonctionnalité du modèle de matériau semiconducteur sélectionné. Ce noeud ajoute les équations semi-conductrices à la simulation dans les domaines sélectionnés. Dans la section

d'entrée du modèle, la température du matériau est spécifiée. Il est simple de relier cette température à une interface de transfert de chaleur séparée pour résoudre des problèmes non isothermes - l'interface semi-conductrice définit automatiquement un terme de source de chaleur approprié qui peut être facilement accédé dans l'interface de transfert de chaleur.



Fig. 47 : concentration des trous a 293.15°K









Fig. 49 : présentation d'électrique potentiel a 293.15°K



Fig. 50 : présentation d'électrique potentiel a 500.15°K

Dans la section Propriétés du matériau, les paramètres indiquent que la permittivité relative et l'écart de bande sont hérités des propriétés du matériau affectées au domaine. Les propriétés du matériau peuvent être configurées comme des fonctions d'autres variables dépendantes dans le modèle, par exemple, la température. La densité du dopant est spécifiée au moyen de multiples fonctionnalités de dopage additif, qui peuvent être utilisées pour combiner des profils de densité de dopage de Gauss et des utilisateurs pour produire le profil souhaité. Plusieurs conditions aux limites sont également indiquées dans l'arbre modèle. La condition de limite de Contact ohmique est couramment utilisée pour modéliser différents types d'interconnexions.

A cet effet, on observe dans la figure ci-dessus que la pincée du canal est apparente dans les parcelles de la concentration d'électrons et la distribution de potentiel aux valeurs Vd de 0, 1 et 5 V.



Chapitre III : résultat d'étude et interprétations

Fig .51 : la concentration d'électrons et la distribution de potentiel

Le diagramme de courant de drain vs de drain montre une région linéaire pour un faible biais, suivi d'une région non linéaire. Le courant de drain augmente légèrement avec la tension dans la zone de saturation à des tensions de drain plus élevées, en raison des effets de canal courts. Des effets de canal courts signifient que l'expression analytique standard pour la saturation de la tension et le courant ne s'appliquent pas, mais les tensions de saturation sont similaires à ceux prédits par la théorie.

# Conclusion générale

# **Conclusion générale :**

Ce travail consiste à faire l'étude d'un composant Semi-conducteur. Pour cette étude notre choix s'est portée sur le transistor a effet de champ métal oxyde MOSFET. Cette étude a été concrétisée par simulation numérique à partir d'une analyse pointue via logiciel de modélisation et de la simulation physique COMSOL Le transistor MOSFET a évolué à grande vitesse cette dernière décennie grâce à l'industrie de la microélectronique qui a su faire évoluer ce dispositif ainsi que les circuits dans lesquelles ce dernier est intégré.

Ainsi au premier chapitre de ce mémoire, nous avons établi les caractéristiques et la structure qui défini le transistor en générale c'est une définition globale sur le transistor

Dans le deuxième chapitre on a exposé les différents méthodes de résolution pour l'équation de diffusion comme la méthode des éléments finis et la méthode de volumes finis. Ces méthodes sont la base de notre logiciel COMSOL pour la résolution et la simulation de notre structure

Le troisième chapitre a été consacrer pour la simulation de notre structure. Pour cela nous avons élaboré notre structure, ensuite, nous avons modifié les différents paramètres technologiques influençant sur le comportement du transistor et ayant un impact sur son rendement. Nous avons alors observé certains effets de cette structure tels que la température. Donc notre objectif a été de changé la température chaque fois et visualisé les résultat on les comparons avec les résultat précèdent On faisant changer la température on a pu observer un changement sur la structure l'influence de température est présenté dans la concentration des trous de la structure et le potentiel électrique ce qui résume notre travail l'étude de profil thermique.

# Références bibliographique

#### **Références bibliographiques**

[1] François Aguillon « Introdution aux semi-conducteurs » Université Paris-Sud Polytech Paris-Sud Spécialité photonique et systèmes optroniques Année 2015-2016

[2] Henry Mathieu, Phsique des semiconducteurs et des composants électroniques 3éme Edition .DUNOD

[3] S.Sze. Physique of semiconducteur devices, 3rd édition S.M.Sze and Kwok Kng

[4] J. P.Colinge, C. A. Colinge, "Physics of semiconductor Devices", Kluwer Academic Publishers, , 2002.

[5] R.H. Dennard, F.H. Gaensslen, H.-N. Yu, V.L. Rideout, E. Bassous et A.R. Leblanc, "Design of Ion-implanted MOSFET's with very small physical dimensions", IEEE Solid State Circuits, 1974

[6] Djamel Hadji « MODELISATION ET SIMULATION TRIDIMENSIONNELLE DES COMPOSANTS A SEMICONDUCTEUR DE TAILLE SUBMICRONIQUE » THESE pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE. 08 juillet 1999

[7] G.W. Taylor, "Subthreshold Conduction in MOSFET's," IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-25, 1978.

[8] E. A. Talkhan, I. R. Manour and A. I. Barboor, "Investigation of the Effect of Drift-Field-Dependent Mobility on MOSFET Characteristics," Parts I and II. IEEE Trans. on Electron Devices, ED-19(8), 899-916, 1972.

[9] Herv e Oudin «introduction a la Méthode des éléments finis » École Centrale de Nantes. 2011

[10] Samy Gallego « Étude théorique et numérique du modèle de Dérive-Diffusion Quantique » DEA de Mathématiques Appliquées au laboratoire de Mathématiques pour l'Industrie et la Physique (MIP) Toulouse. 21 Juin 2004

[11] Andrea Savio « Développement de modèles physiques et numériques pour le transport quantique dans les nanocomposants » ÉCOLE DOCTORALE : Électronique, Électrotechnique, Automatique SPÉCIALITÉ : Dispositifs de l'Électronique Intégrée INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON. 2010

[12] KAMAL GUERAOUI « Analyse numérique. Méthode des volumes finis » Master Énergie et technologie des matériaux E.T.M UNIVERSITÉ MOHAMMED V– AGDAL FACULTÉ DES SCIENCES Rabat. 2010

[13] Pierre-William Martelli « Etude d'une méthode de Volumes Finis aux Dérivées » Master Ingénierie Mathématique et Outils d'Informatique université de Lorraine

[14] https://www.comsol.fr/

[15] COMSOL guide d'utilisation version 3.3 chapitre 2 « semiconductor device models »

#### Abstract :

Electronics and computing have made tremendous progress in record time. Given the constant needs of the consumer forcing him to use equipment of increasingly small size and consuming as little as possible, we have been able to witness the last decade To an immoderate stroke towards the capacitance of the devices has resisted the thermal effect and consequently of the circuits which no longer made it possible to use the MOSFET transistors. One of the main consequences of making the device more resistant to temperature or even MOSFET transistors constituting them in the case of circuits designed using CMOS technology.

Our work consists in modeling and simulating the characteristics of a MOSFET transistor through the software of numerical simulation of the process and COMSOL devices we were then able through the same software to vary the technological parameters of our structure like the parameter temperature and Thus examining the effect of these variations on the electrical characteristics of our MOSFET transistor.

#### Key words :

Semiconductors; transistors; MOSFET; Finite element method; Finite volume method; derivative-diffusion; COMSOL

#### Résumé :

L'électronique et l'informatique ont accompli d'énormes progrès en un temps record.. Vu les besoins incessant du consommateur le contraignant à utiliser des équipements de tailles de plus en plus réduite et consommant le moins possible nous avons pu assister cette dernière décennie à une course immodérée vers la capacité des dispositif a résiste au effet thermique et par conséquent des circuits qui ne permettait plus d'utiliser les transistors MOSFET. Une des principales conséquences de rendre le dispositif plus résistant à la température voire des transistors MOSFET les constituant dans le cas des circuits conçus en technologie CMOS.

Notre travail consiste à modélisé et simuler les caractéristiques d'un transistor MOSFET par le biais du logiciel de simulation numérique du processus et dispositifs COMSOL nous avons alors pu par le biais du même logiciel faire varier les paramètres technologiques de notre structure comme le paramètre température et examiner ainsi l'effet de ces variations sur les caractéristiques électrique de notre Transistor MOSFET.

#### Mots clefs:

Semi-conducteurs; transistors; MOSFET; Méthode des éléments finis; méthode des volumes finis; dérivé-diffusion; COMSOL

خلاصة القول: لقد سجل مجالالالكترونيات وأجهزة الكمبيوتر تقدما هائلا في وقت قياسي .. بالنظر إلى احتياجات المستهلك مستمر مما اضطر استخدام المزيد من المعدات أصغر حجما واستهلاك أقل وشهدنا في العقد الماضي إلى سباق مفرط لقدرة جهاز يقاوم تأثير حراري وبالتالي الدوائر لم يعد يسمح لهم باستخدام الدوائر المتكاملة منخفضة المقاومة. والنتيجة الرئيسية لجعل الجهاز أكثر مقاومة لدرجات الحرارة أو الدوائر المتكاملة منخفضة المقاومة التي تشكل في حالة الدوائر المصممة في تكنولوجيا CMOS. وعلى غرار عملنا ومحاكاة خصائص MOSFET من خلال عمليات COMSOL برامج المحاكاة الرقمية وإذا يمكن من خلال البرنامج نفسه أن تختلف المعلمات التكنولوجية للكياننا كمعلمة درجة الحرارة و ودراسة تأثير هذه التغيرات الخصائص الكهربائية من MOSFET.

أشباه الموصلات. الترانزستورات. MOSFET. طريقة العناصر المحدودة. طريقة حجم محدود. المشتقة-نشر. COMSOL