

**Université**  
Aboubekr Belkaïd  
Tlemcen



جامعة  
أبو بكر بلقايد

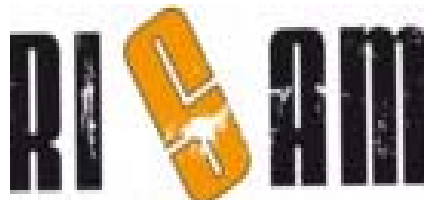
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
Département de Génie Civil

THESE DE DOCTORAT ES SCIENCES EN GENIE CIVIL

**Prise en compte de la Variabilité spatiale  
des paramètres géotechniques**

*Présenté par : Youcef HOUMADI*

*Encadré par Pr. A. BEKKOUCHE*



Laboratoire: Risk Assessment And Management

## Objectif de la thèse

**Coupler les codes de calcul professionnels les plus fiables avec les approches probabilistes.**

**Calculer la probabilité de rupture et les PDF de la réponse à moindre coût calculatoire pour des modélisations de paramètres géotechniques soit en variable aléatoire soit en champs aléatoire.**

**Diminuer le  $COV(P_f)$  dans la simulation iSubset**

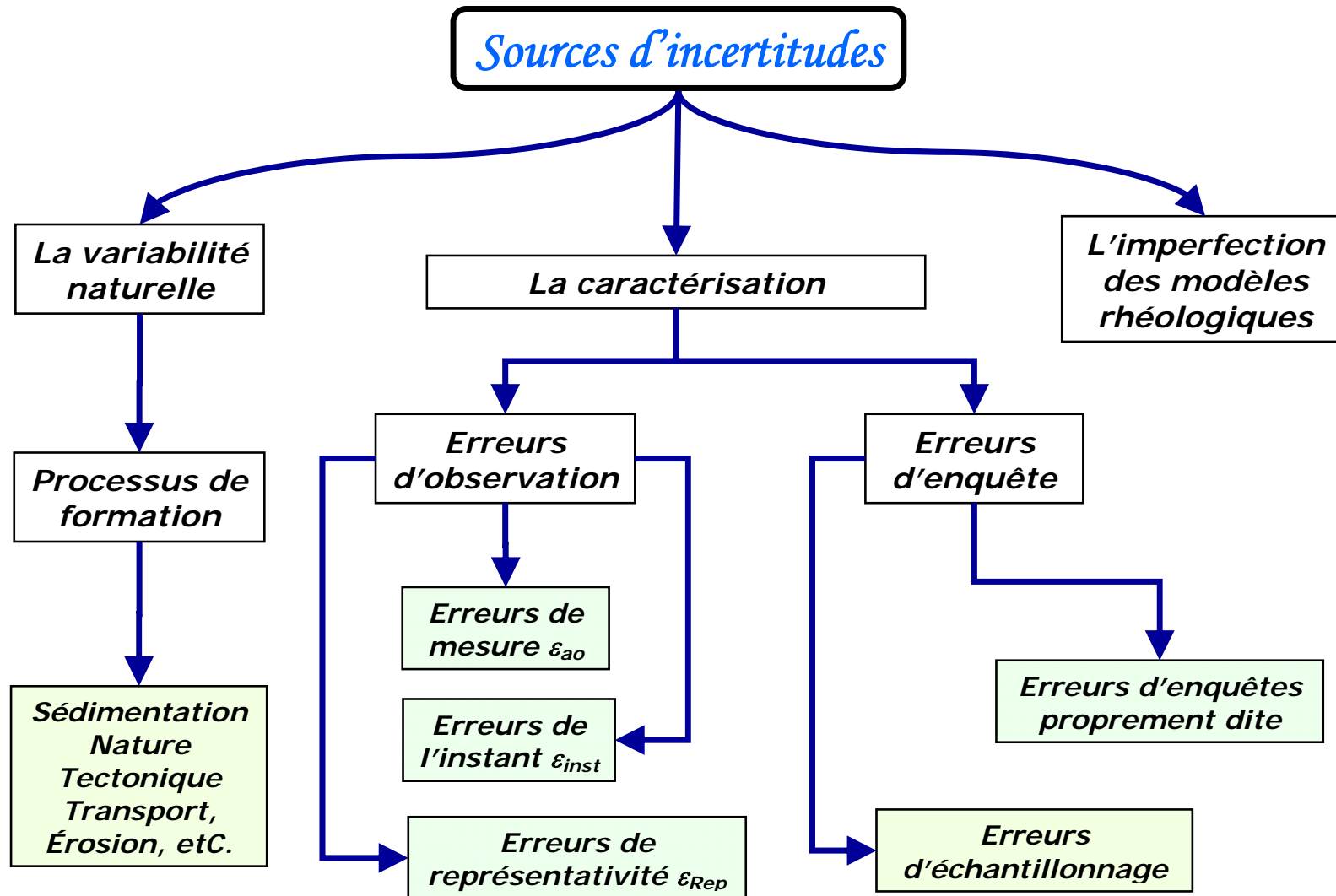
## Introduction

Coûts importants liés à la construction des **ouvrages en géotechnique**  
+  
Dépenses liées à des sinistres apparaissant **en cours** ou **après** la construction. Ces sinistres sont les conséquences de plusieurs contraintes

Ces contraintes sont relativement bien connus, et de **nombreux modèles déterministes** existent pour les prédire et les quantifier

Les méthodes de conception et de dimensionnement adoptées par l'ingénieur consistent à utiliser l'un de ces modèles déterministes, **en lui adjoignant un facteur de sécurité** prenant en compte un ensemble d'incertitudes.

# Introduction: Sources d'incertitude



## Introduction

Malgré que la méthode de dimensionnement a fait ses preuves, elle a néanmoins des défauts.

✓ D'une part, des sinistres se produisent occasionnellement, mettant en lumière le fait que le **facteur de sécurité** choisi peut être ponctuellement **insuffisant** en **sous-estimant** le niveau d'incertitude du problème.

✓ D'autre part, si l'incertitude est plus faible que prévue, un facteur de sécurité donné peut conduire à des dimensionnements **peu économiques**

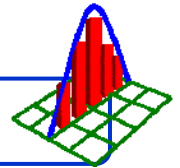
Une approche plus rationnelle de ces incertitudes semble nécessaire.

Les méthodes probabilistes répondent à cette **problématique**.

# Méthodes probabilistes

Les méthodes probabilistes consistent à **modéliser l'aléa** sur les grandeurs d'intérêt (paramètres de sol, géométrie des systèmes, chargements, etc.) sous forme mathématique

Des modélisations de **la dispersion** de ces grandeurs sous forme de:



variables aléatoires

champs aléatoires

**FLAC3D** (géométrie et loi de comportement)

couplage

**MCS – CSRSM – Subset - isubset** →  
implémentées sur Matlab



## Modèle déterministe: La théorie de consolidation de Biot

En supposant que l'état de déformation est plane et des petites déformations.

$$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \right] + \frac{\partial u_w}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots(1)$$
$$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} \right] + \frac{\partial u_w}{\partial y} = 0$$

En introduisant la loi de Darcy dans l'équation de continuité, on obtient:

$$\alpha \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + k_x \left( \frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2} \right) + k_y \left( \frac{\partial^2 u_w}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{M} \frac{\partial u_w}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots(2)$$

Les équations (1) et (2) représentent les deux équations de "Biot" 2D pour un matériau poro-élastique. Une solution à ces équations permettra l'estimation aux déplacements  $u_x$  et  $u_y$  et à la surpression interstitielle  $u_w$  au point  $(x, y)$  à un temps donné  $t$

## Modèle déterministe: La théorie de consolidation de Biot

**M est le module de Biot et  $\alpha$  est le coefficient de Biot**

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s}$$
$$M = \frac{K_f}{n + (\alpha - n)(1 - \alpha) \frac{K_f}{K}}$$

**K est le module de compressibilité drainé du matériaux poreux**

**Ks est le module de compressibilité des grains solides**

**Kf est le module de compressibilité du fluide (eau)**

**n est la porosité de sol**

**Pour les grains incompressibles  $\alpha = 1$  donc M devient:  $M = K_f / n$**



## Analyse déterministe

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} - c \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = \frac{\alpha}{\alpha_1 \cdot S} \frac{d\sigma_{zz}}{dt}$$

$$c = \frac{k}{S} \quad S = \frac{1}{M} + \frac{\alpha^2}{\alpha_1} \quad \alpha_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} - c \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = 0 \quad \text{.....(3)}$$

Une solution à cette équation (3) permettra à  $u_w$  être estimé à n'importe quel point  $z$  et à tout moment  $t$ . Le déplacement vertical  $\delta$  est obtenu par la solution de l'équation d'équilibre ainsi que l'équation de comportement mécanique 1D

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0 \quad \sigma_{zz} = \alpha_1 \delta - \alpha u_w$$

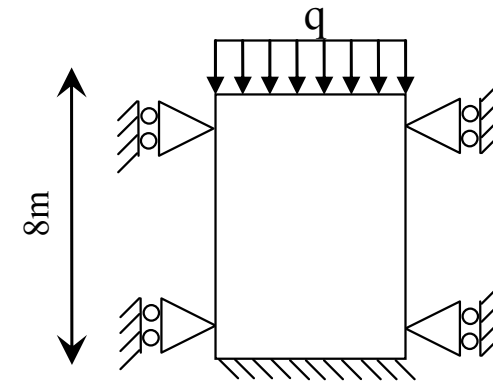
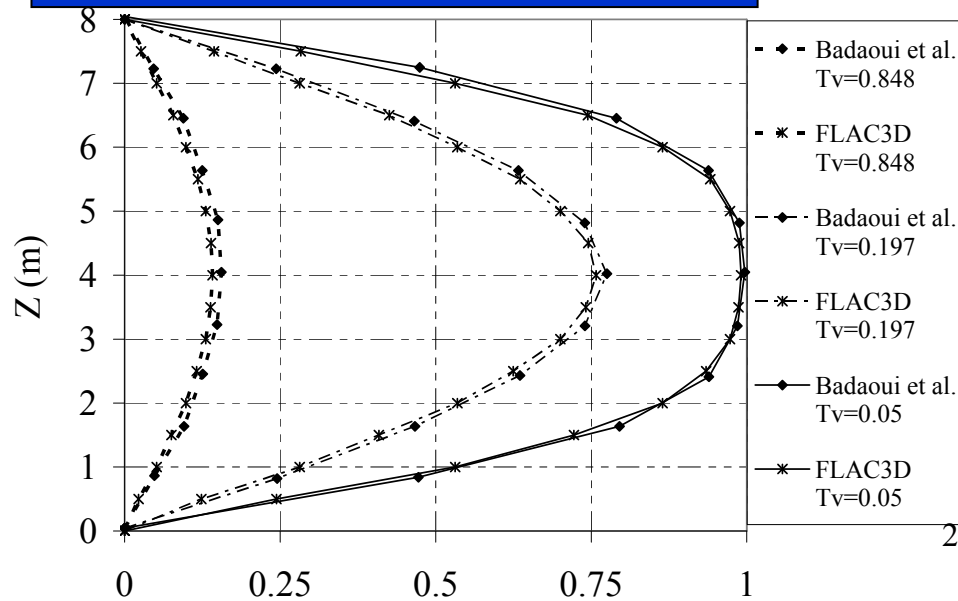


## Consolidation couplée et CSRSM

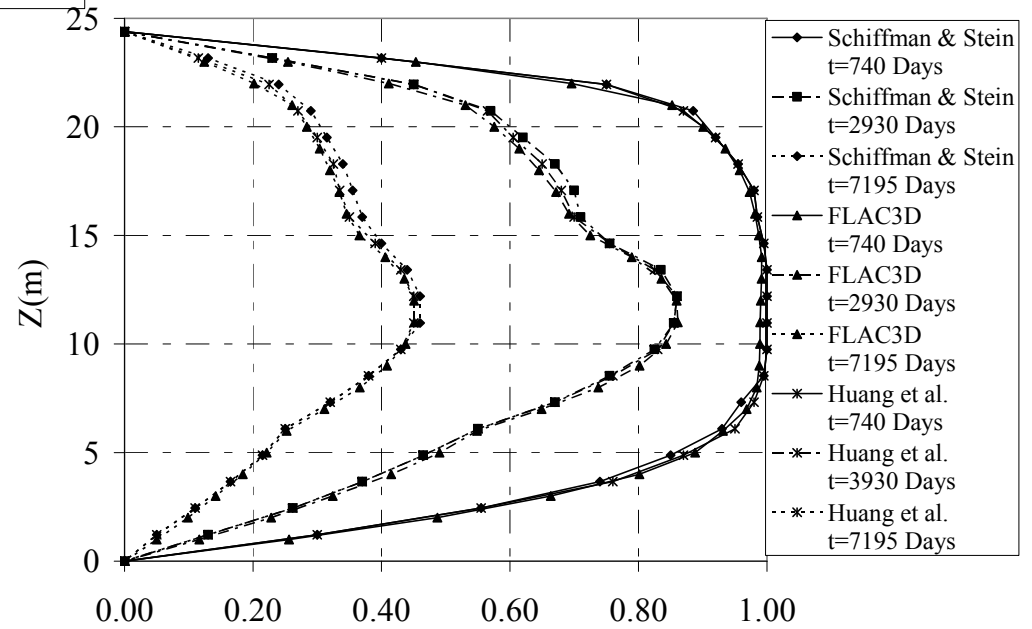
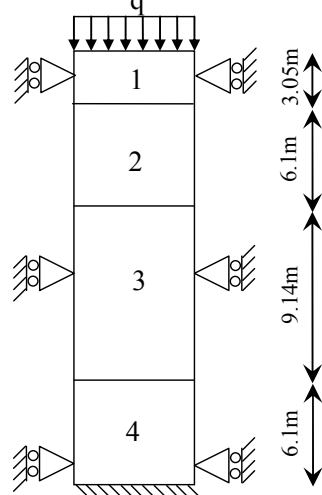
- ❑ Cas de consolidation 1D couplée et non couplée
- ❑ Modélisation en Variable Aléatoire (VA)
- ❑ CSRSM avec la méthode de Monte Carlo (MCS)



# Analyse déterministe

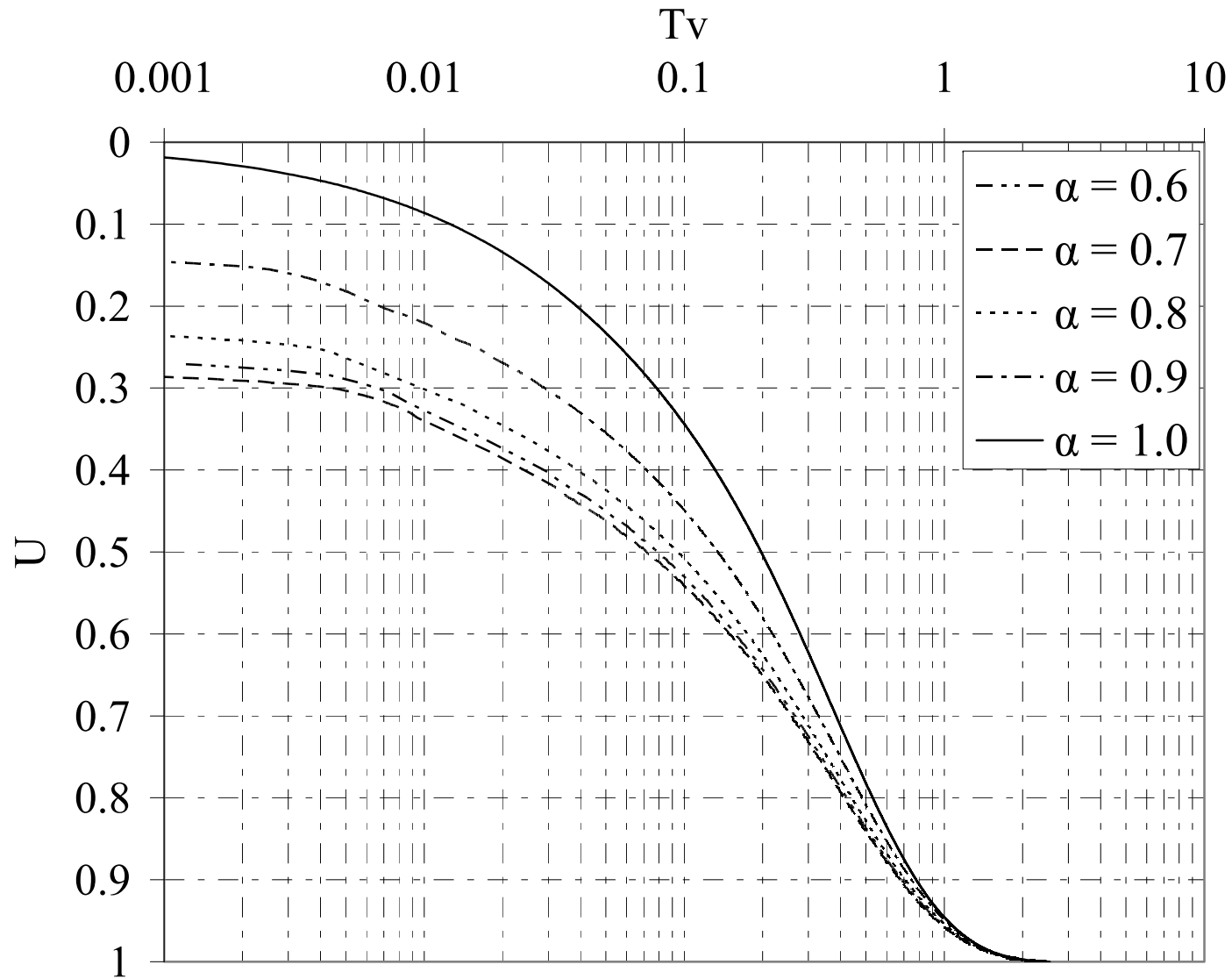


Excess pore water pressure



Excess pore water pressure

# Analyse déterministe



## CSRSM - Méthode de Surfaces de Réponse Stochastique par Collocation

L'idée principale de cette méthode est d'approximer la réponse ( $Y$ ) du système par un chaos polynomial sous la forme suivante:

$$Y \approx \sum_{i=0}^{P-1} a_i \Psi_i(\xi)$$

où  $\psi_j(\xi)$  sont des polynômes multidimensionnels à base orthogonale (polynômes d'Hermite),

$\xi_i$  sont des variables normales centrées réduites,

et  $a_i$  sont des coefficients inconnus à déterminer.

# CSRSM - Méthode de Surfaces de Réponse Stochastique par Collocation

Le nombre disponible des points de collocation N est:

$$N = (p + 1)^m$$

p : l'ordre du PCE

Le nombre des coefficients inconnus est :

$$P = \frac{(m + p)!}{m! p!}$$

P: la taille de l'expansion (le nombre des coefficients inconnus ai)

m : le nombre de VA

Systeme de N équations à P inconnus (N > P)

$$\begin{bmatrix} \psi_0^1(\xi) & \psi_1^1(\xi) & \psi_2^1(\xi) \dots \psi_{M-1}^1(\xi) \\ \psi_0^2(\xi) & \psi_1^2(\xi) & \psi_2^2(\xi) \dots \psi_{M-1}^2(\xi) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_0^N(\xi) & \psi_1^N(\xi) & \psi_2^N(\xi) \dots \psi_{M-1}^N(\xi) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

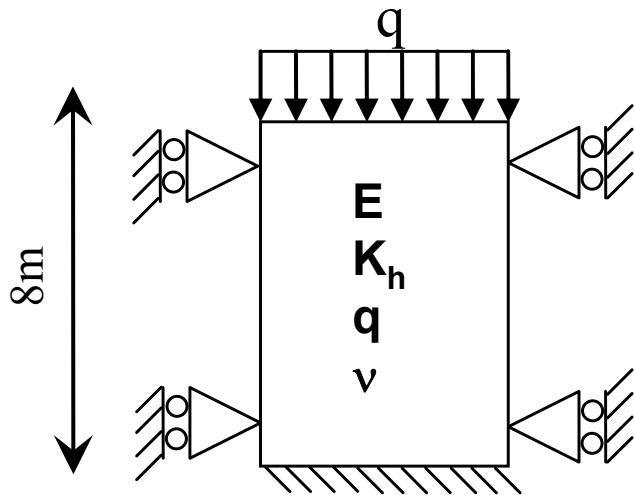
## Point de collocation - CSRSM

- Webster et al. (1996):  $N = (P + 1)$
- Isukapalli (1999):  $N = 2P$
- Berveiller et al. (2006):  $N = (m-1)P$
- Sudret (2008) a proposé un algorithme basé sur l'inversibilité de la matrice d'information  $A = (\psi^T \psi)$

Pour 4 VA et un ordre  $p=5$  ( $R^2 > 0.9999$ ) et d'après l'algorithme Sudret (2008) → **N = 286 points** au lieu de **1297 points (réduction de 78%)**

Le temps de calcul est d'environ **390 minutes** au lieu de **1768 minutes**.

# Analyse Probabiliste - CSRSM



Paramètres	Moy	COV (%)	Type de distribution
$E$ [MPa]	20	20	Log-normal
$\nu$	0.3	5	Log-normal
$k_h$ [m/s]	$10^{-9}$	50	Log-normal
$q$ [kPa]	100	10	Log-normal



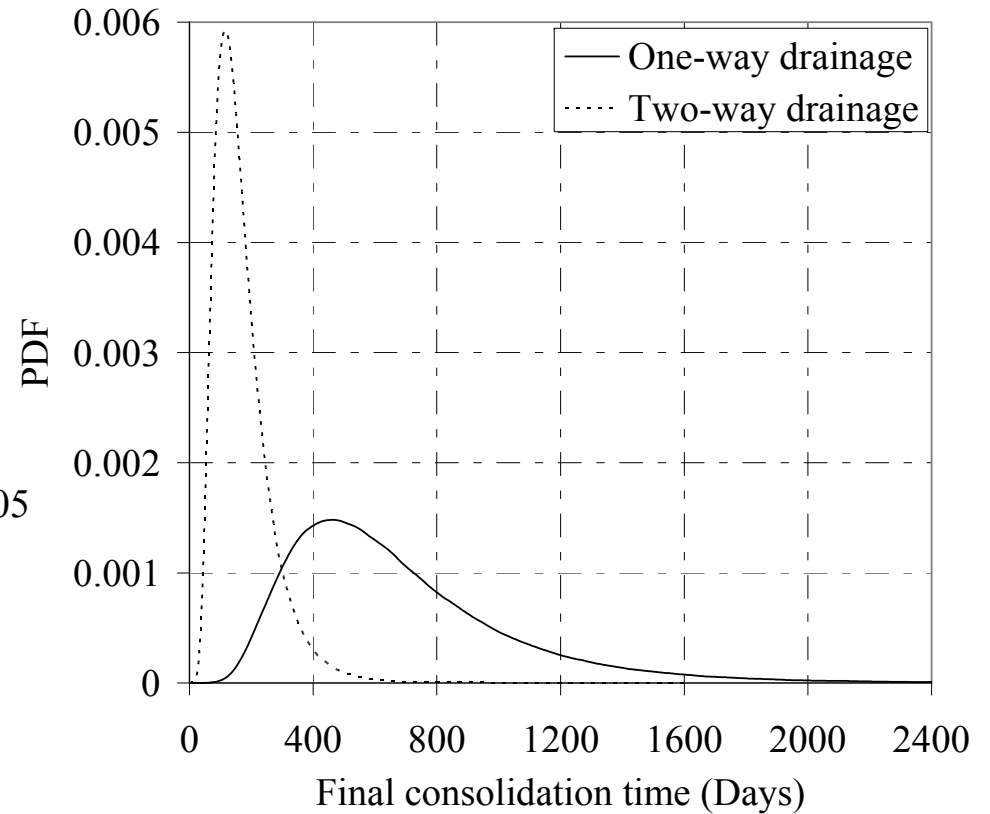
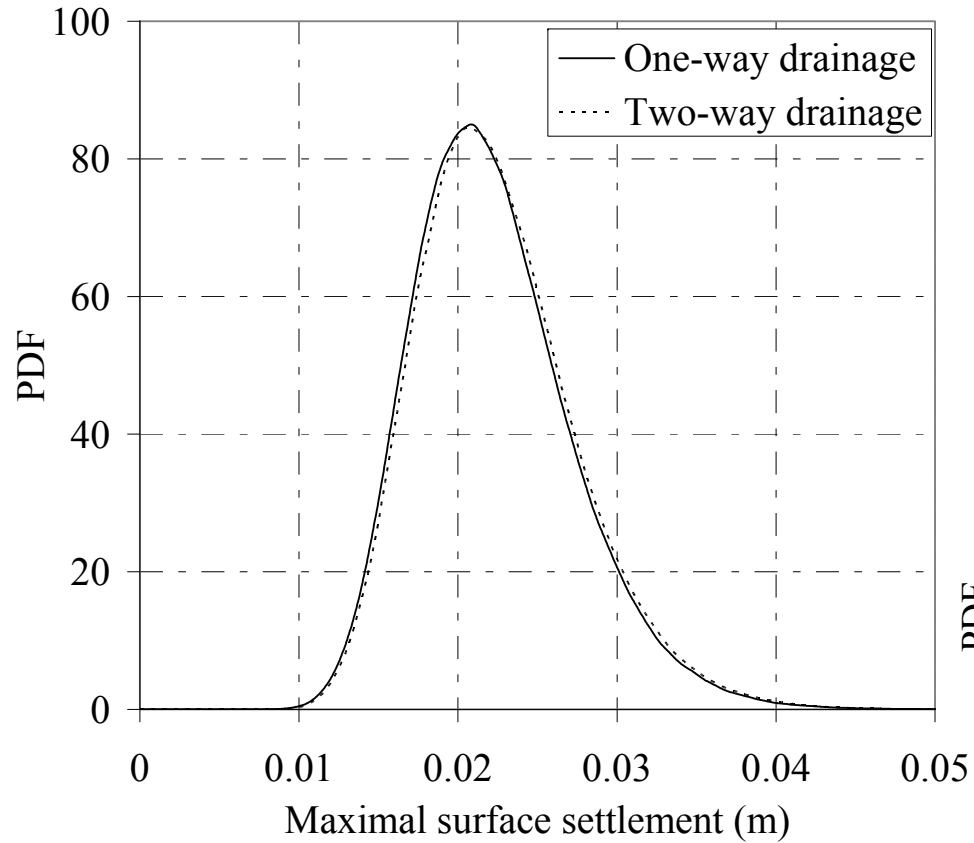
## Etude de sensibilité globale - CSRSM

Indice de Sobol	Valeurs des indices de Sobol	
	Tassement maximal en surface	Temps de consolidation Finale
S(E)	<b>0.7600</b>	<b>0.1425</b>
S(v)	<u>0.0200</u>	<u>0.0082</u>
S(k <sub>h</sub> )	8.89×10 <sup>-7</sup>	<b>0.8492</b>
S(q)	<b>0.2199</b>	1.81×10 <sup>-11</sup>
ΣS(.)	1.00	1.00

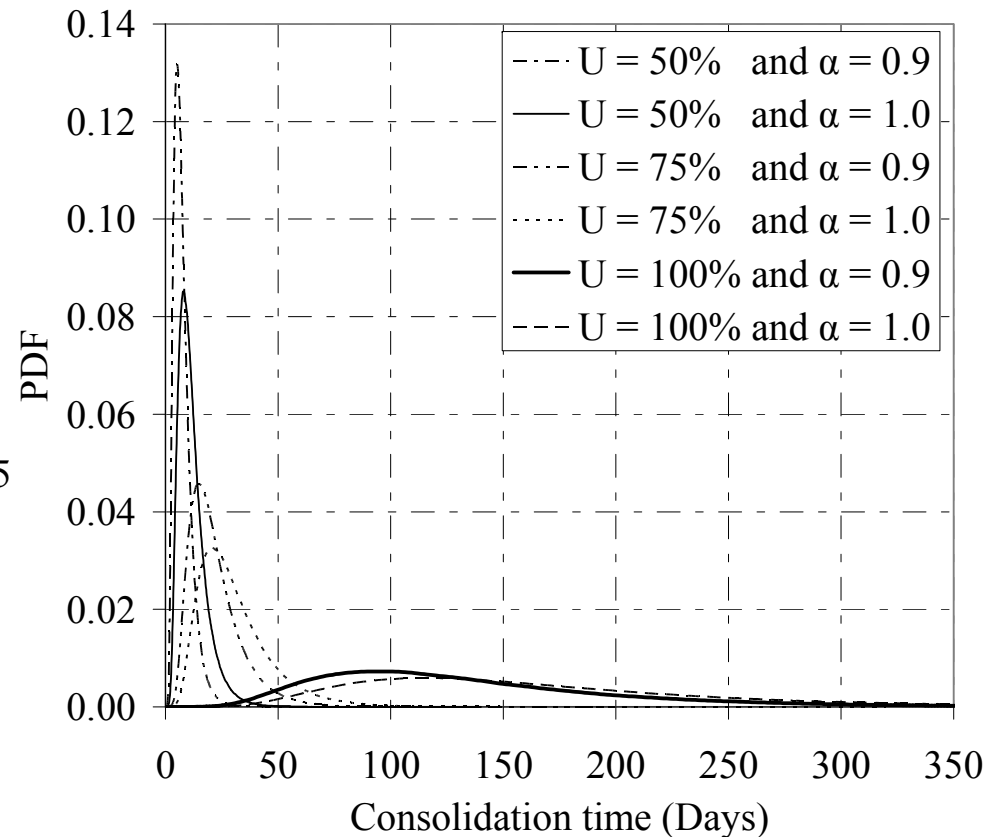
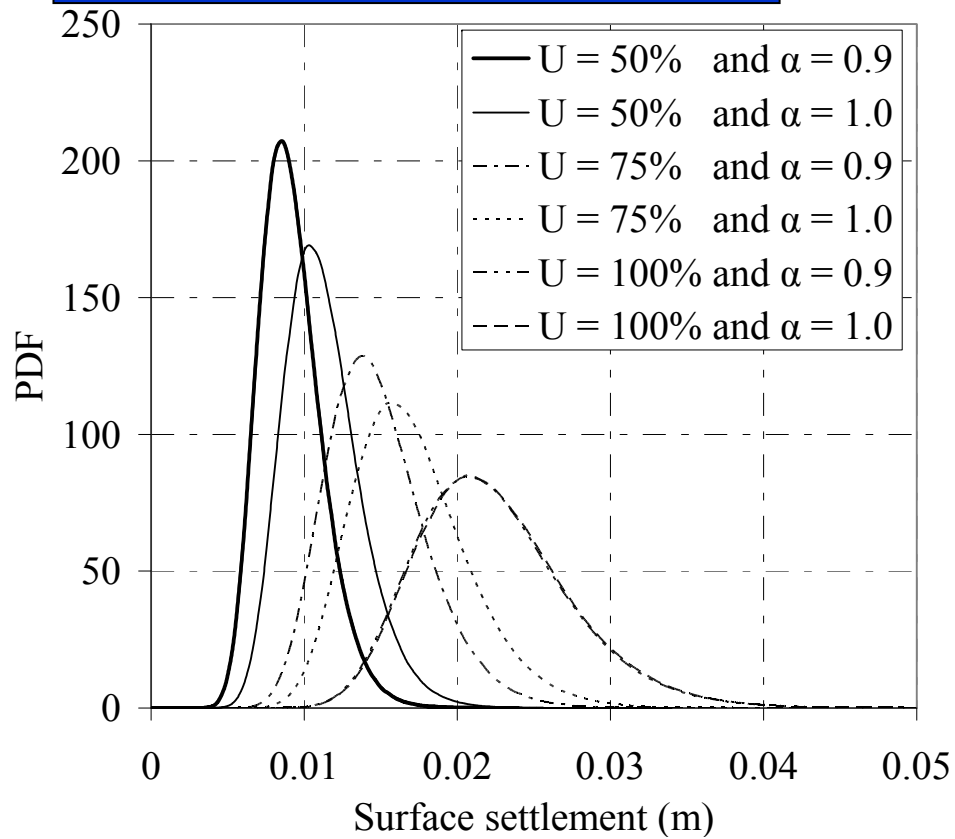
**Donc v sera considéré comme déterministe pour les deux réponses.**

**le nombre de points de collocation utilisés dans les calculs = 82 au lieu de 286.  
Cela réduit encore le temps de calcul de 71,3% par rapport au cas de 4 VA.  
Cette étude peut aussi réduire le coût de l'étude expérimentale.**

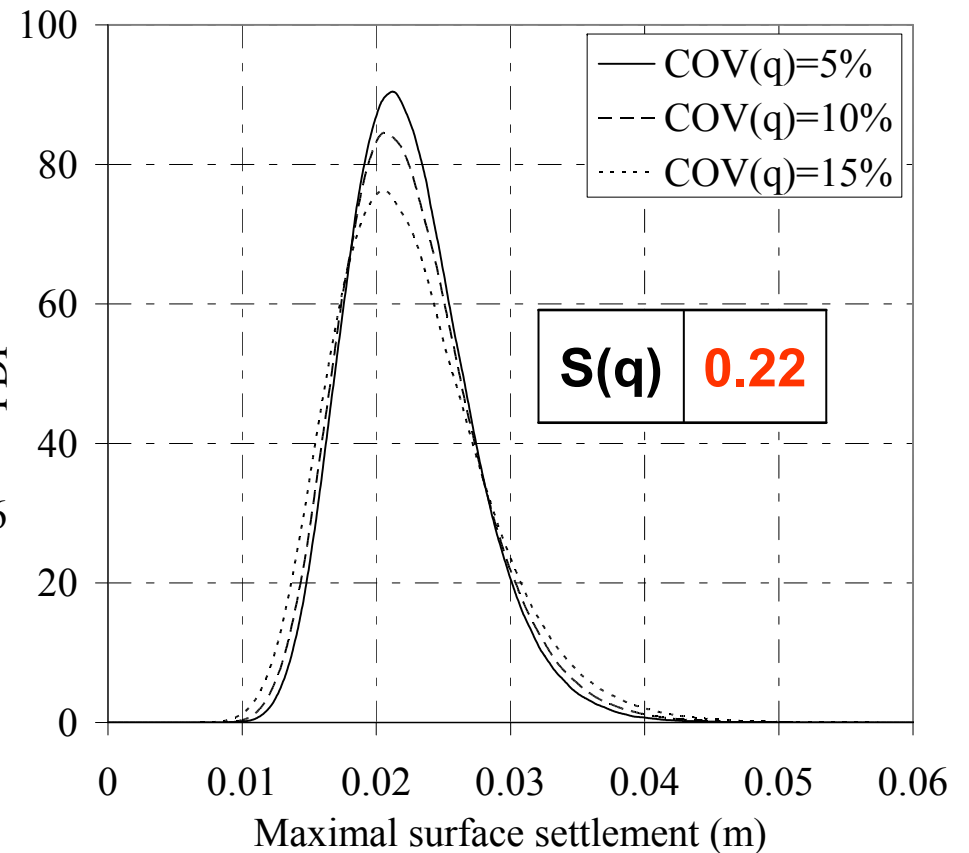
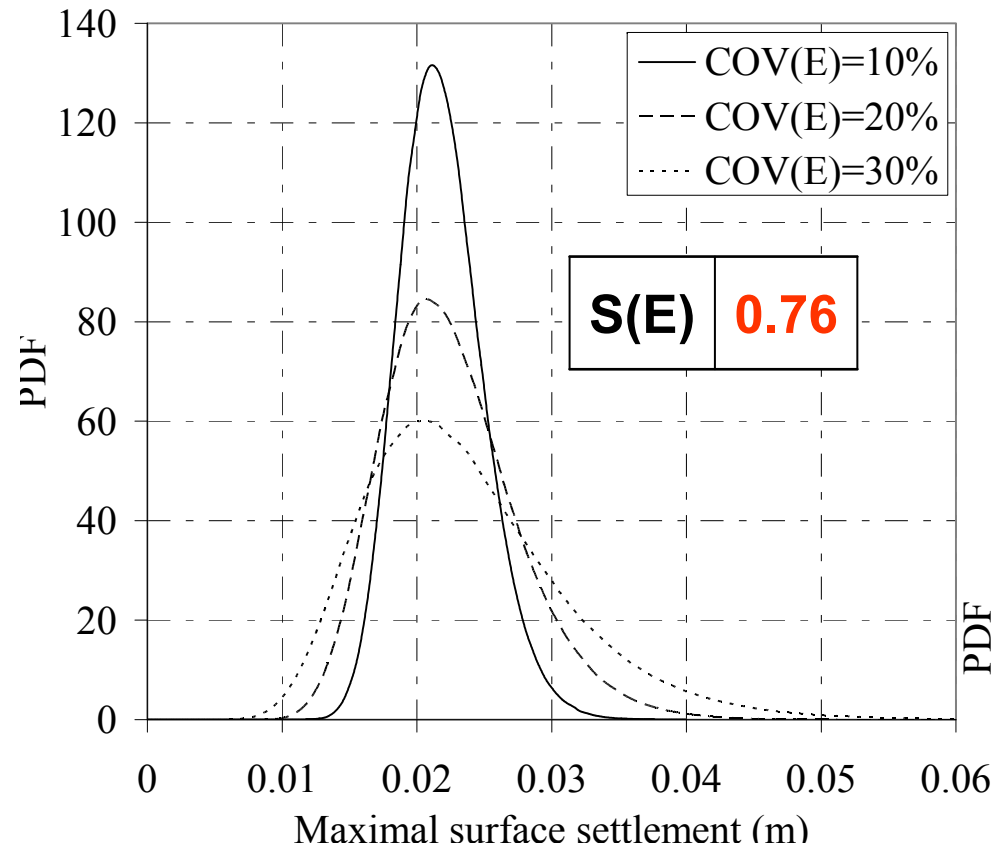
# Analyse Probabiliste – CSRSSM- impact des conditions de drainage



# Analyse Probabiliste – CSRSM- impact du U(%) et de Coeff Biot $\alpha$



# Analyse Probabiliste – CSRSM- impact du COV(E & q) sur le tassement



20

Introduction

Mod déterministe

**SRSM**

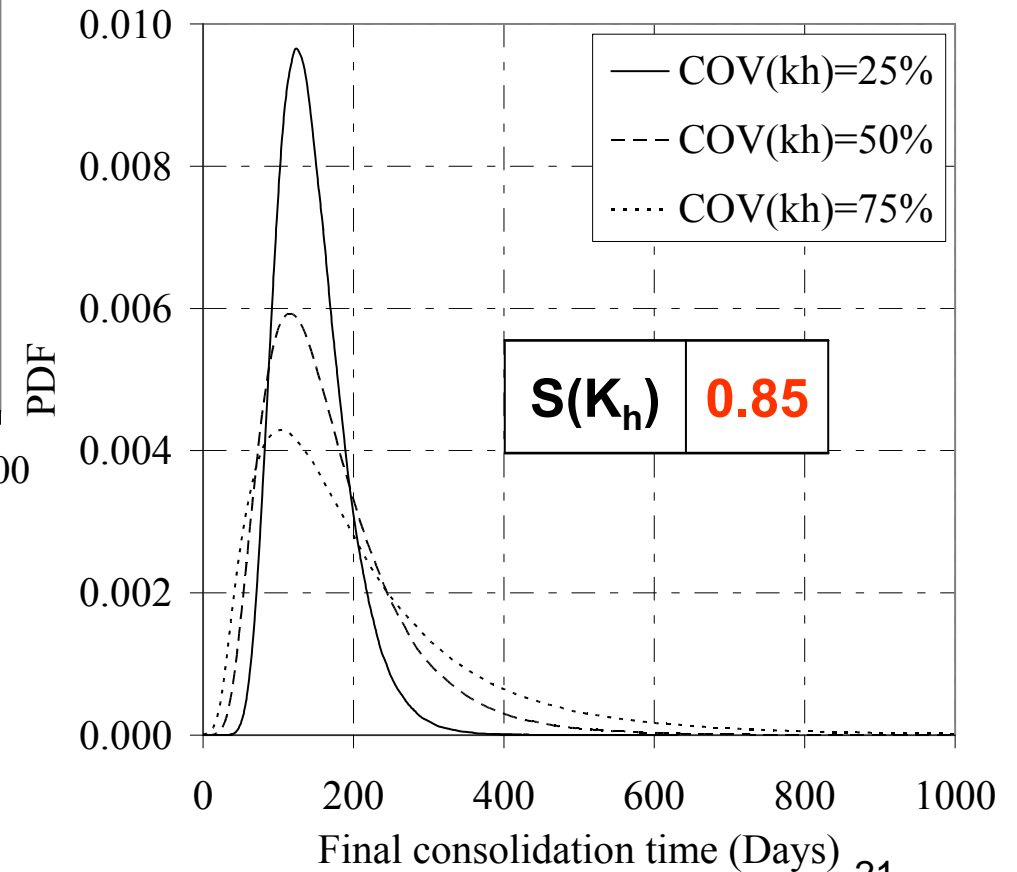
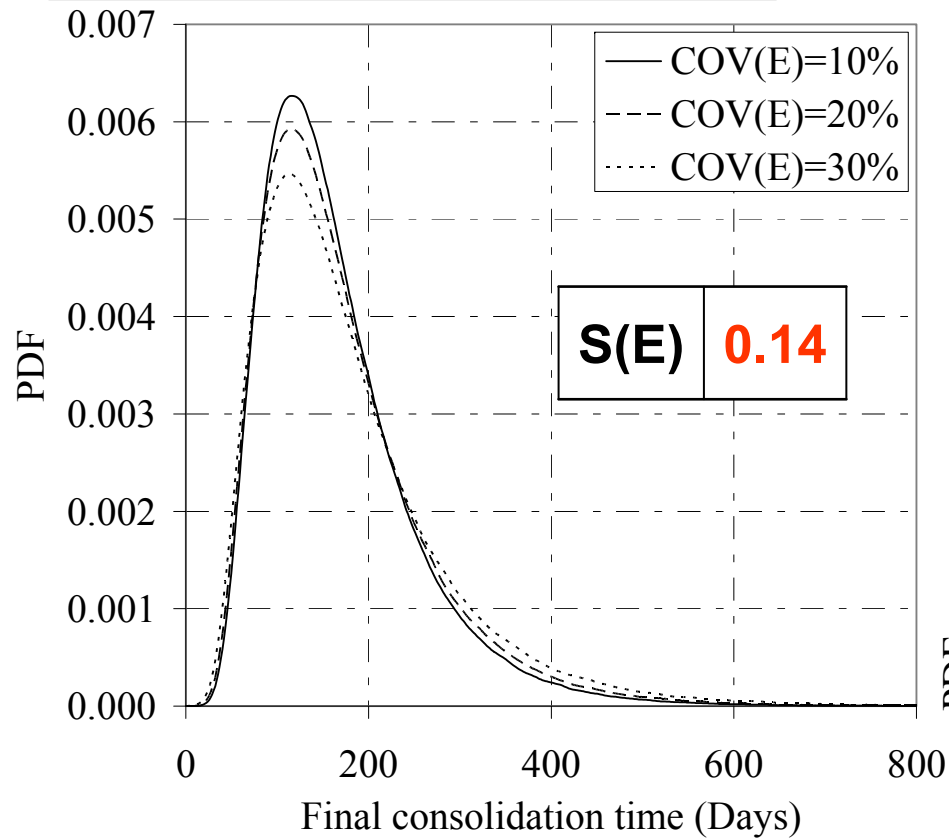
Conclusion

Subset

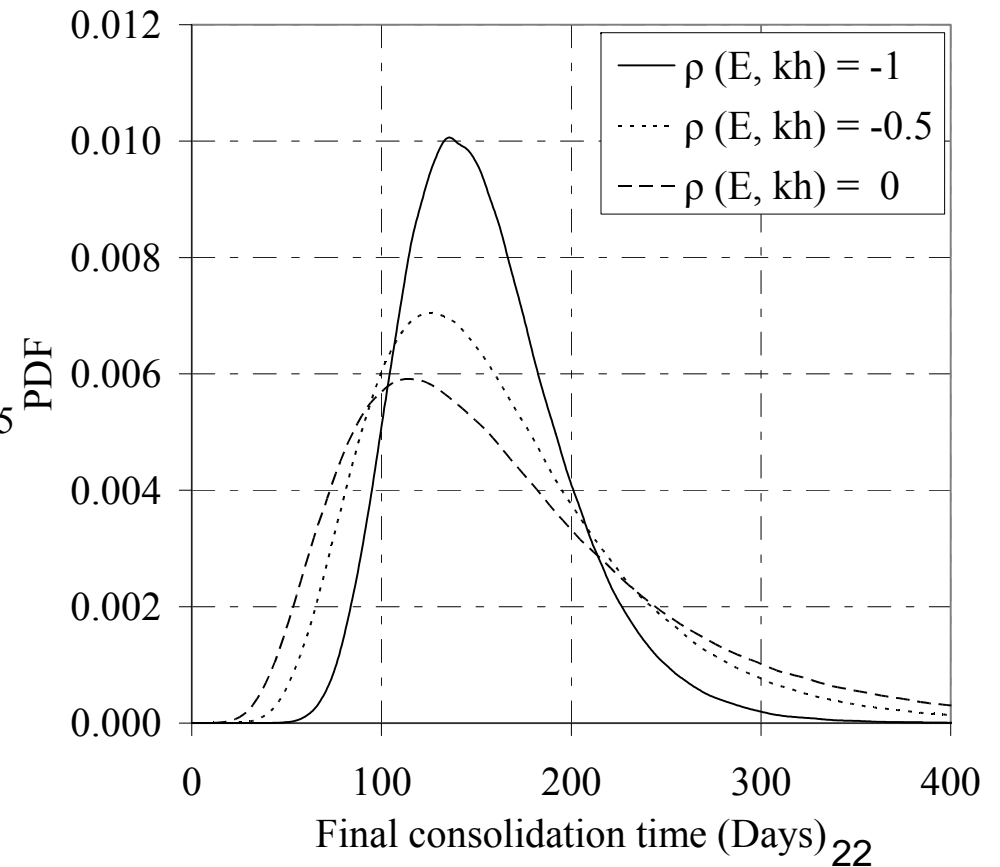
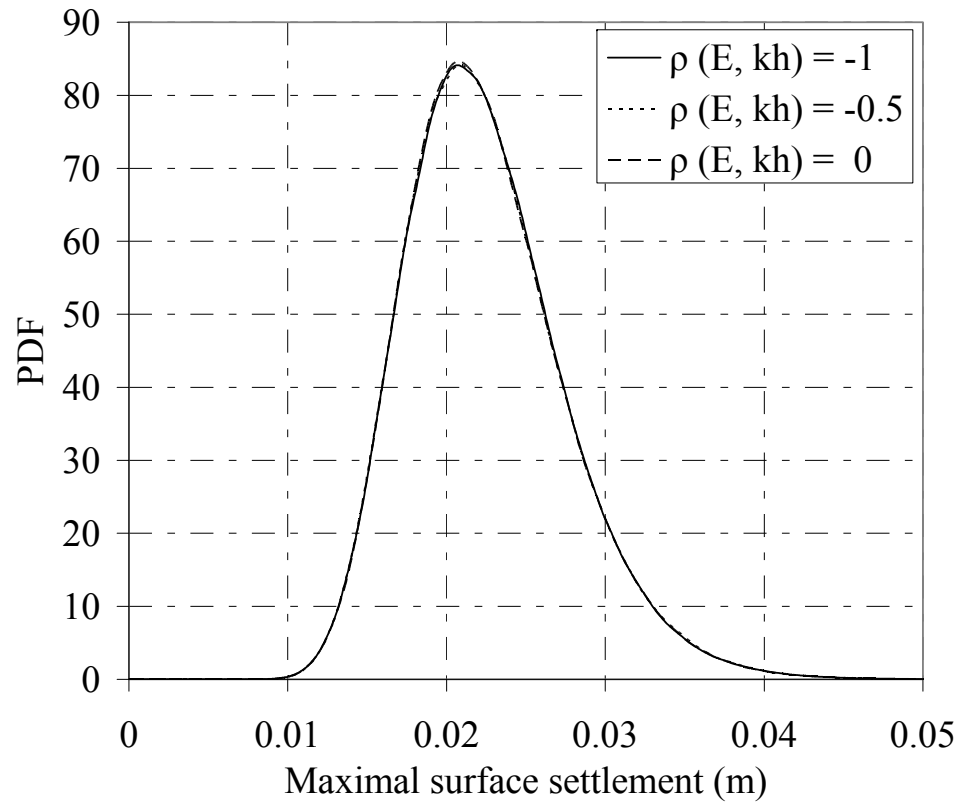
iSubset

Conclusion

# Analyse Probabiliste – CSRSM- impact du COV(E & $k_h$ ) sur le temps



# Analyse Probabiliste – CSRSM- impact de la corrélation de (E & k<sub>n</sub>)



## Conclusion – CSRSM

l'analyse de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol:

- Réduit considérablement le temps de calcul de l'analyse probabiliste.
- Réduit aussi le coût de l'étude expérimentale de la variabilité des paramètres non influents.

Le **COV(kh)** a un effet plus important que celui de E sur la variabilité du temps de consolidation final.

D'autre part, le **COV(E)** a un effet plus important que celui de q sur la variabilité du tassement maximal en surface.

L'étude paramétrique des COV des VA a donnée les mêmes ordres de grandeur d'influence que les l'étude de sensibilité globale.

La corrélation entre les variables E et kh a un effet considérable sur le temps de consolidation finale.



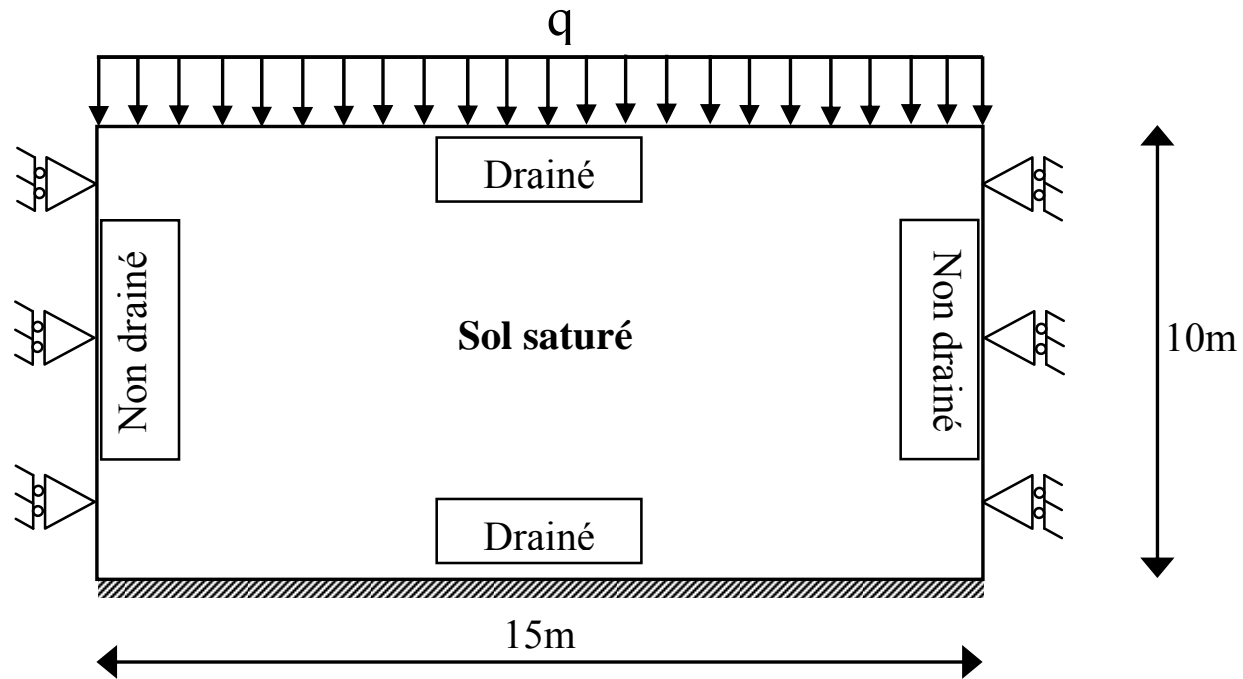
## MCS → Subset

- ❑ Modélisation en Champ Aléatoire (ChA)
- ❑ Cas de consolidation couplée 2D
- ❑ MCS est très couteuse en temps de calcul pour les Pf faibles
- ❑ Chercher une alternative à MCS
- ❑ La méthode Subset simulation





## Données - Subset



<b>E</b> [MPa]	<b><math>\nu</math></b>	<b><math>k_h</math></b> [m/s]	<b>q</b> [kPa]
<b>20</b>	<b>0.3</b>	<b><math>10^{-9}</math></b>	<b>100</b>

# Simulation de Monte Carlo (MCS)

$$\bullet + \bullet + \circ = 200$$

$$\bullet + \bullet = 60$$

$$P_{f1} = 60/200 = 0.3$$

$$\text{COV}(P_{f1}) = 10.8\%$$

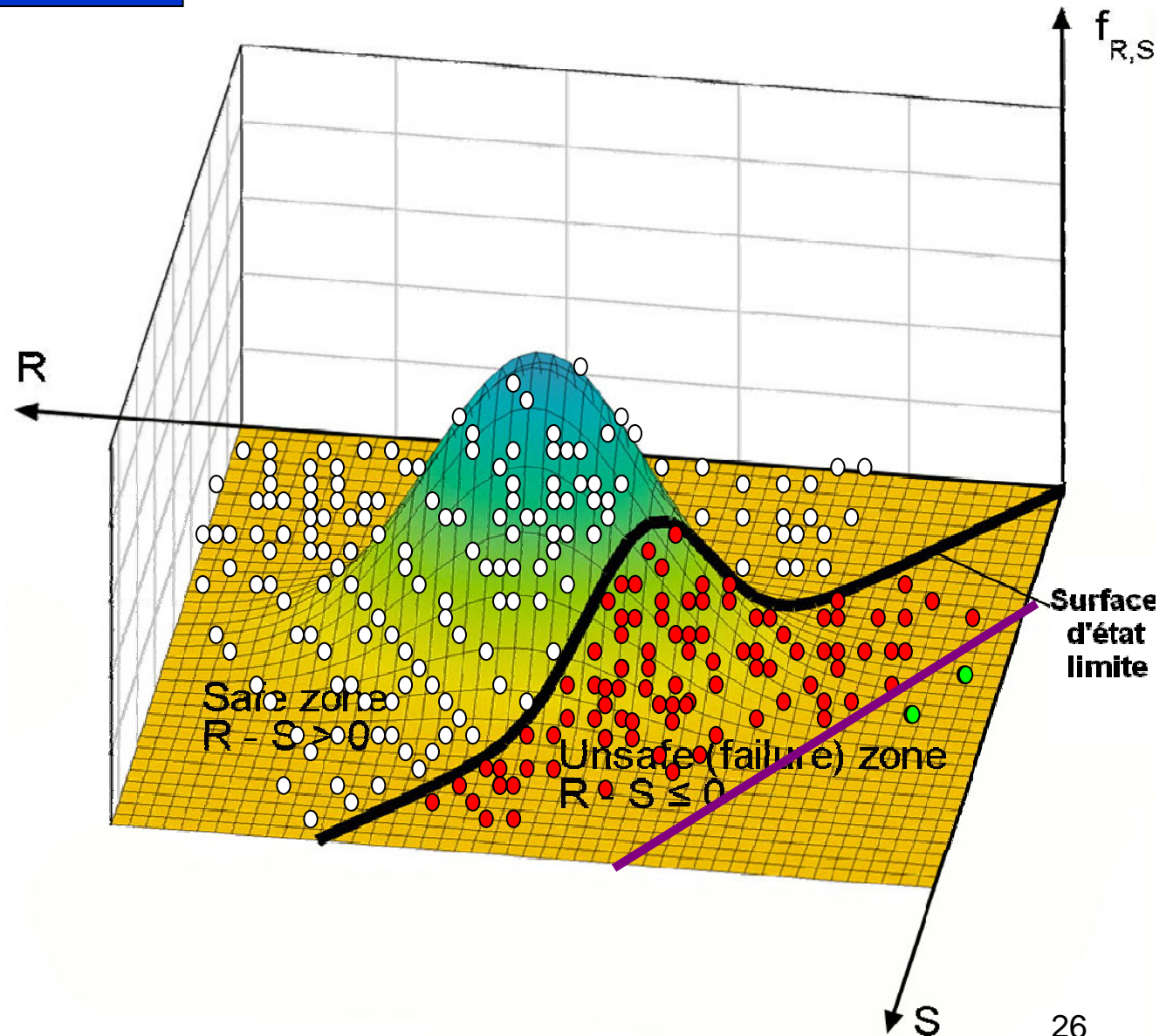
$$\bullet + \bullet + \circ = 200$$

$$\bullet = 2$$

$$P_{f2} = 2/200 = 0.01$$

$$\text{COV}(P_{f2}) = 70.35\%$$

$$\delta_{P_F} = \sqrt{\frac{1 - P_F}{P_F \cdot N}}$$



## Simulation de Monte Carlo (MCS)

Cette méthode est très gourmande en temps de calcul, surtout lorsqu'il s'agit de problèmes ayant des probabilités de rupture très faible.

*Estimation du nombre d'échantillons pour la simulation Monte Carlo*

$P_F$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$
$\delta_{P_F} = 0.3$	$1 \cdot 10^2$	$1.1 \cdot 10^3$	$1.11 \cdot 10^4$	$1.1111 \cdot 10^5$
$\delta_{P_F} = 0.1$	$9 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
$\delta_{P_F} = 0.01$	$9 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$

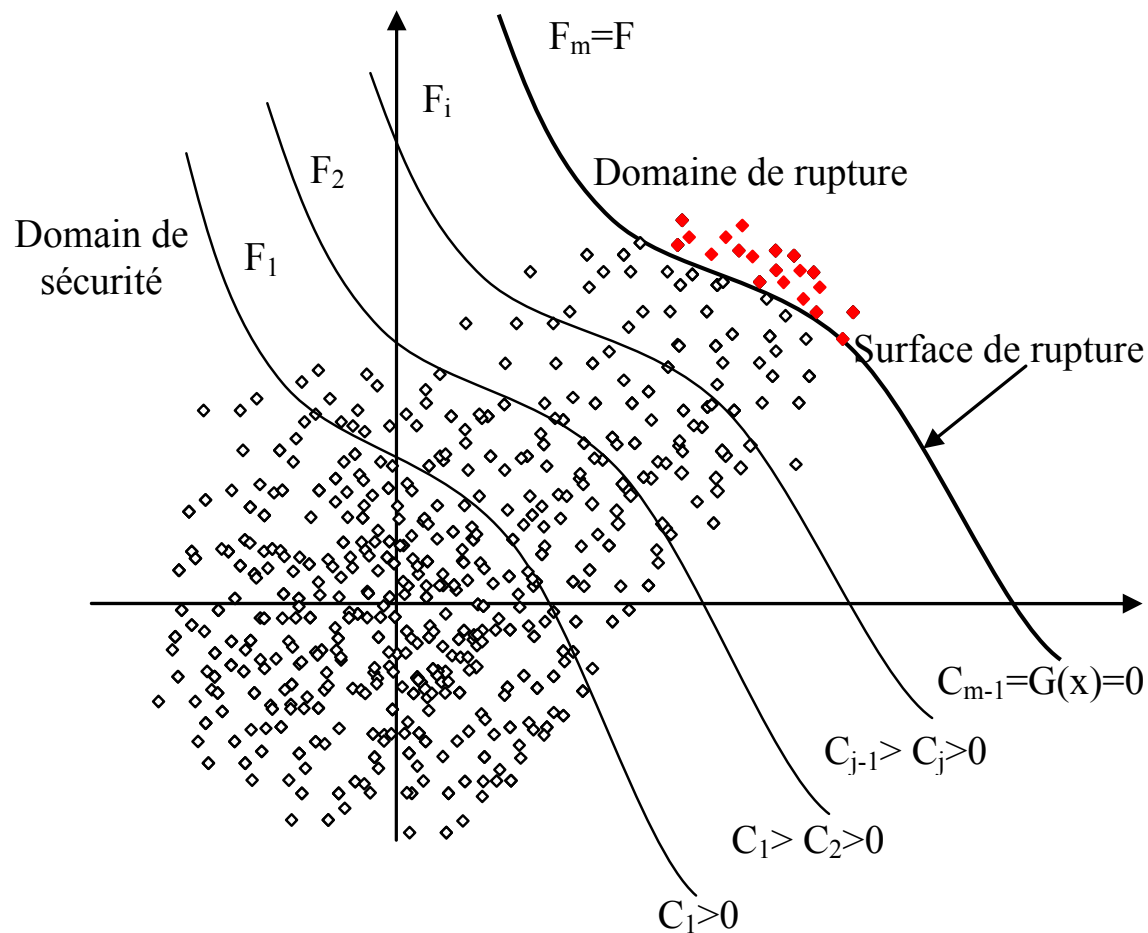
$1.11 \times 10^4 = 11100$  calculs  $\Leftrightarrow$  11100 calculs déterministe de **1min**

Si on utilise une Workstation on peut lancer Trois calculs en parallèle, donc:

le temps pour calculer une seul  $P_f$  sera =  $11100/3 = 3700\text{min} = 61.7 \text{ Heures}$

# Simulation par Subset alternative à MCS

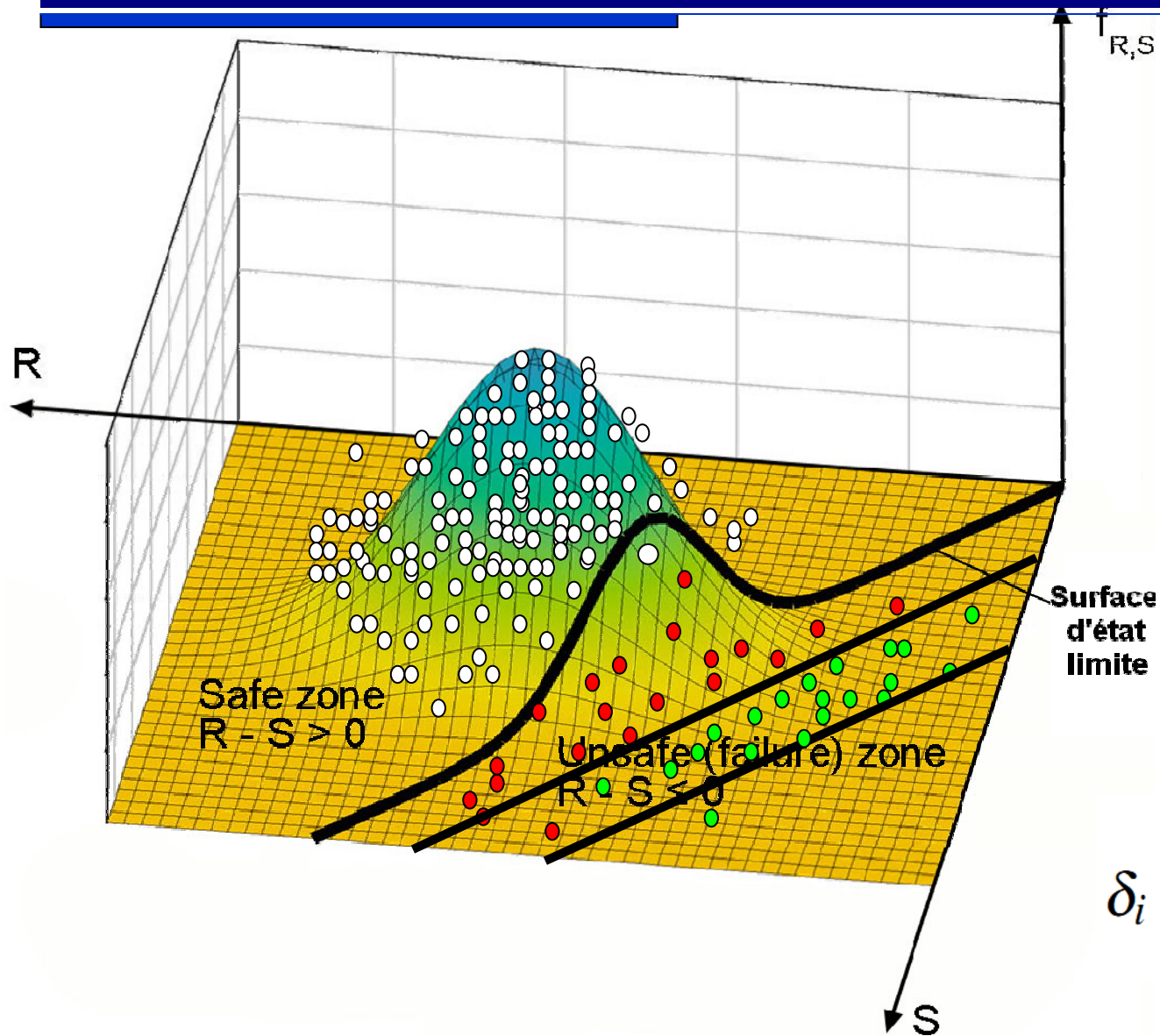
La simulation par Subset a été proposée par (Au et Beck, 2001) pour calculer les **faibles Pf** pour des cas en VA



**Dans ce chapitre la simulation par Subset a été appliqué sur des champs aléatoires**

*Méthode de simulation par Subset*

# Simulation par Subset



$$P_f = P(F_1) \prod_{i=2}^{m-1} P(F_{i+1}|F_i)$$

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^m \delta_i^2}$$

$$\delta_i = \sqrt{\frac{1 - P_i}{P_i N} (1 + \gamma_i)}$$

## Karhunen-Loève - Subset

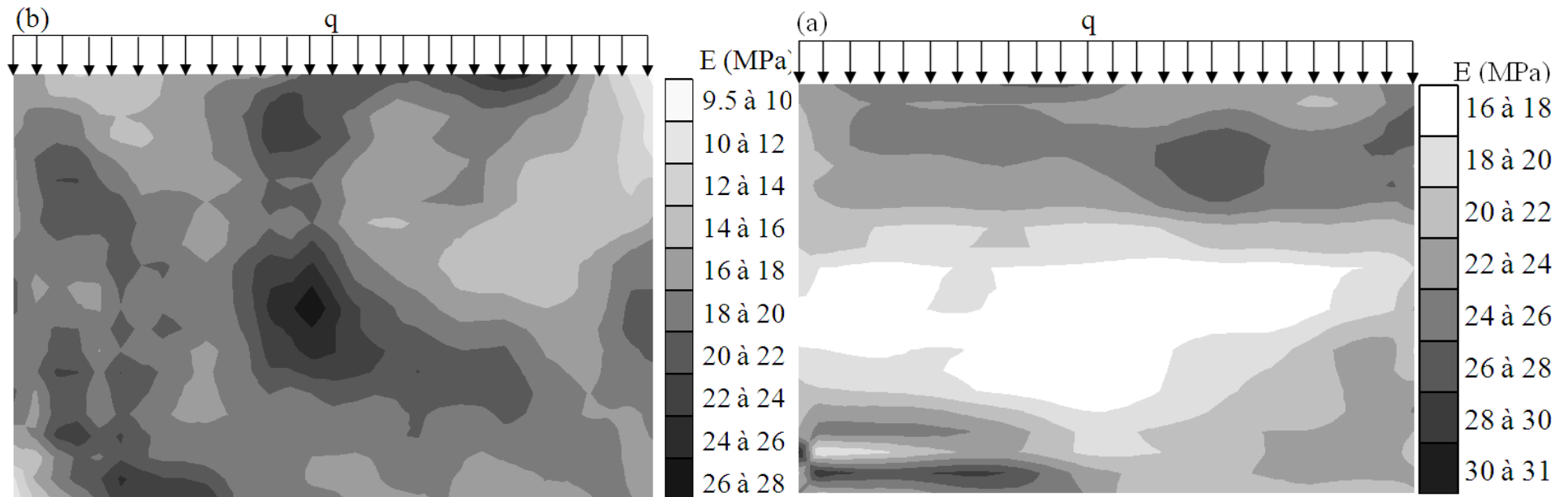
L'expansion de Karhunen-Loève est utilisée pour **discrétiser le champ aléatoire** en un nombre fini des variables aléatoires selon la formule suivante:

$$H(X, \theta) = \mu + \sum_{i=1}^M \sqrt{\lambda_i} \varphi_i \xi_i(\theta)$$

où  $\mu$  est la valeur moyenne,  $\lambda_i$  et  $\varphi_i$  sont les valeurs propres et les fonctions propres de la fonction de covariance  $C[(x_1, y_1), (x_2, y_2)]$  et  $\xi_i(\theta)$  sont des variables normales non corrélées.

$$C[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \sigma^2 \exp\left(-\frac{|x_1 - x_2|}{L_x} - \frac{|y_1 - y_2|}{L_y}\right)$$

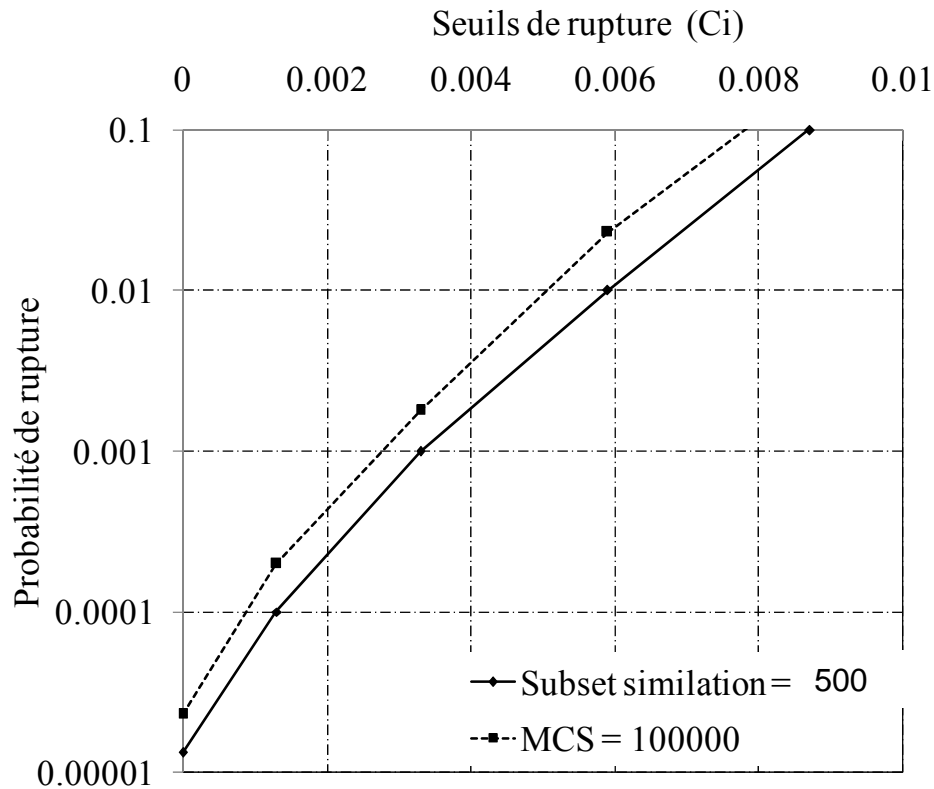
## Résultats - Subset



*a.  $L_x=1m$  and  $L_y=1m$*

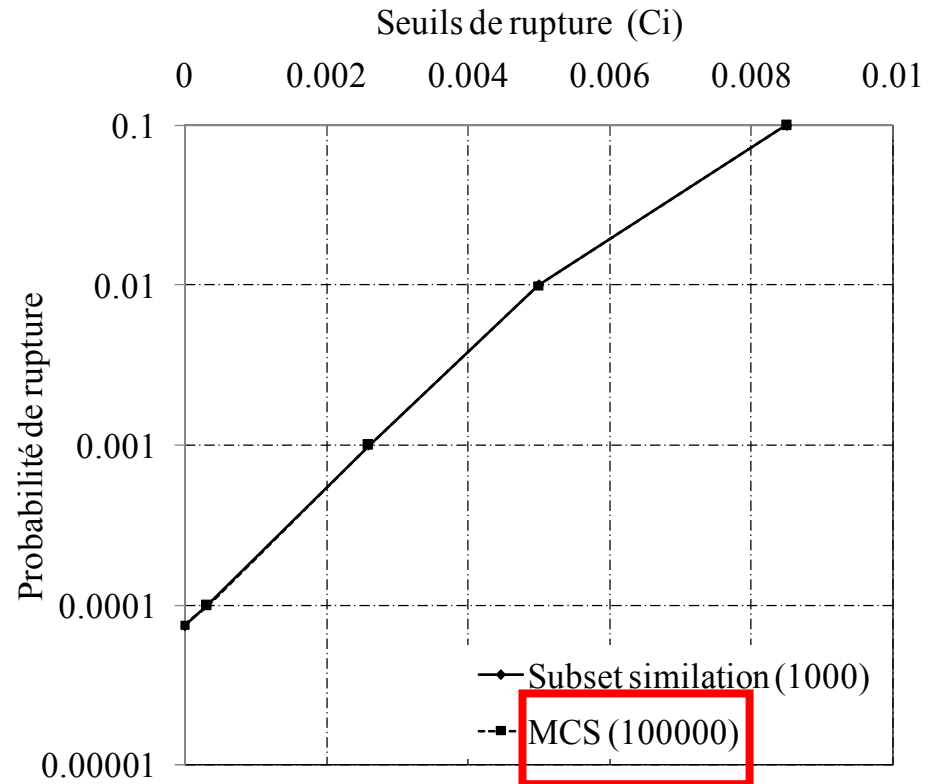
*b.  $L_x=10m$  et  $L_y=1m$*

# Résultats - Subset



100 simulations pour  
chaque point

Total=500 sim

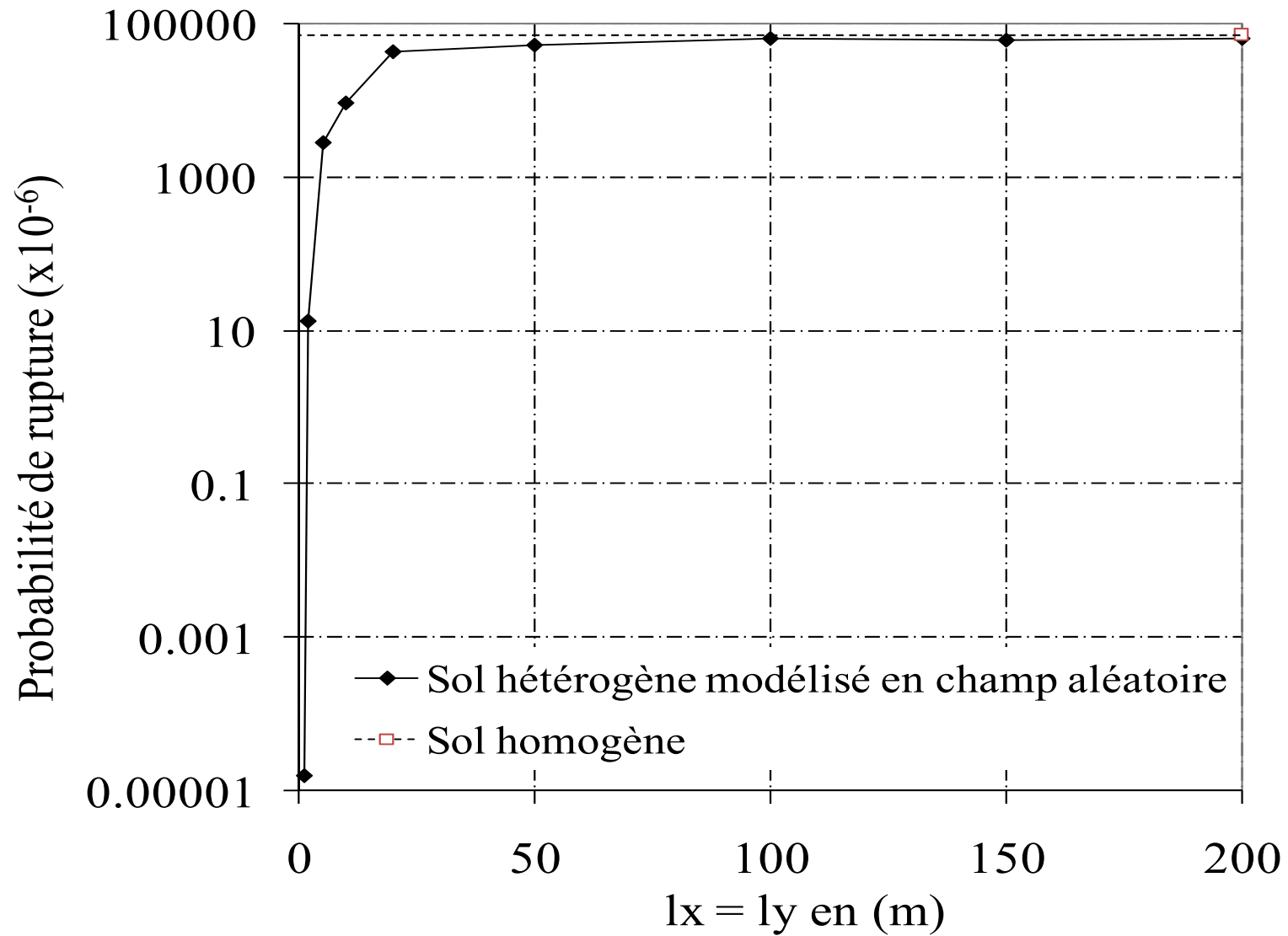


200 simulations pour  
chaque point

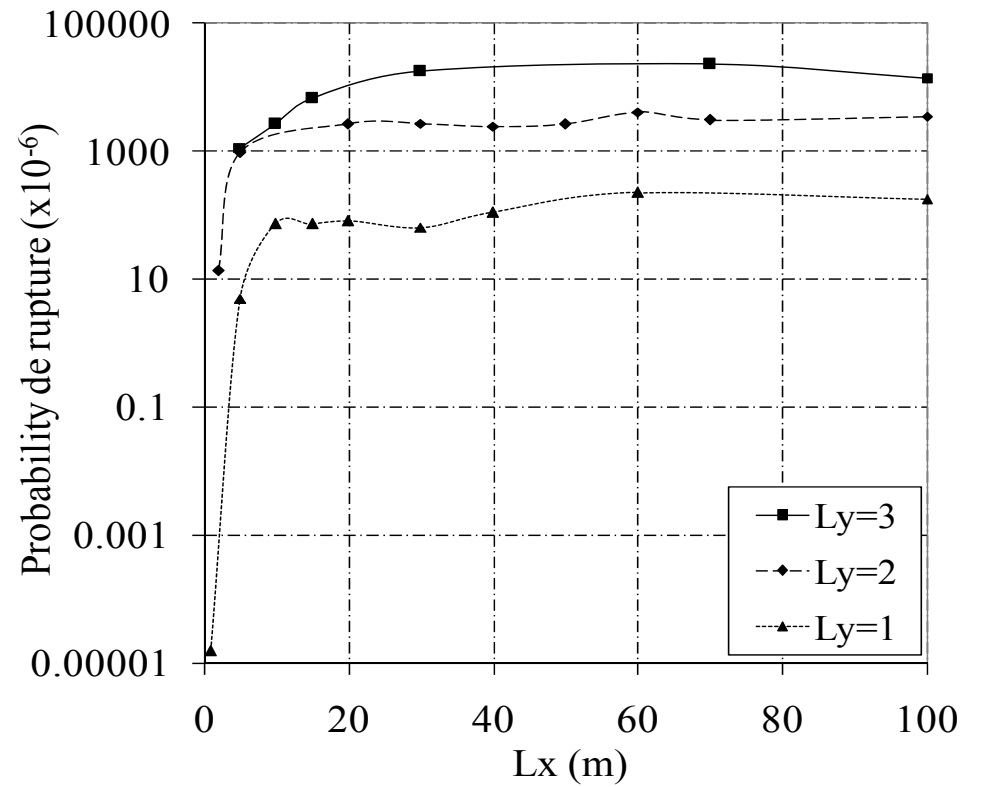
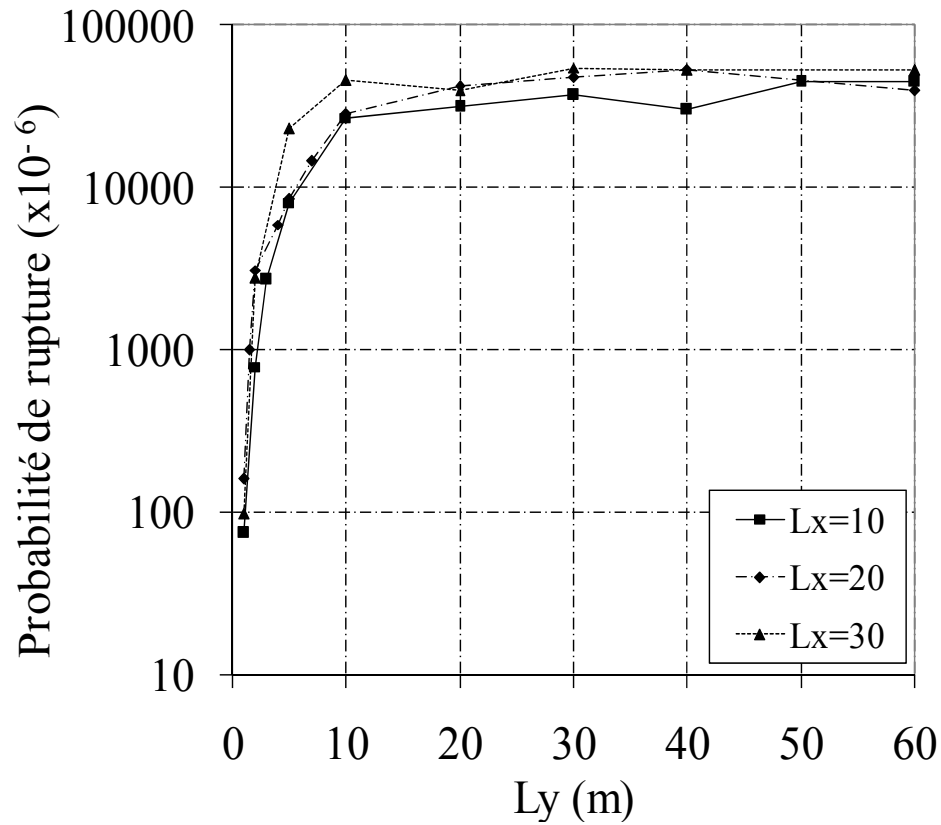
Total=1000sim



## Résultats - Subset



# Résultats - Subset



## Résultats - Subset

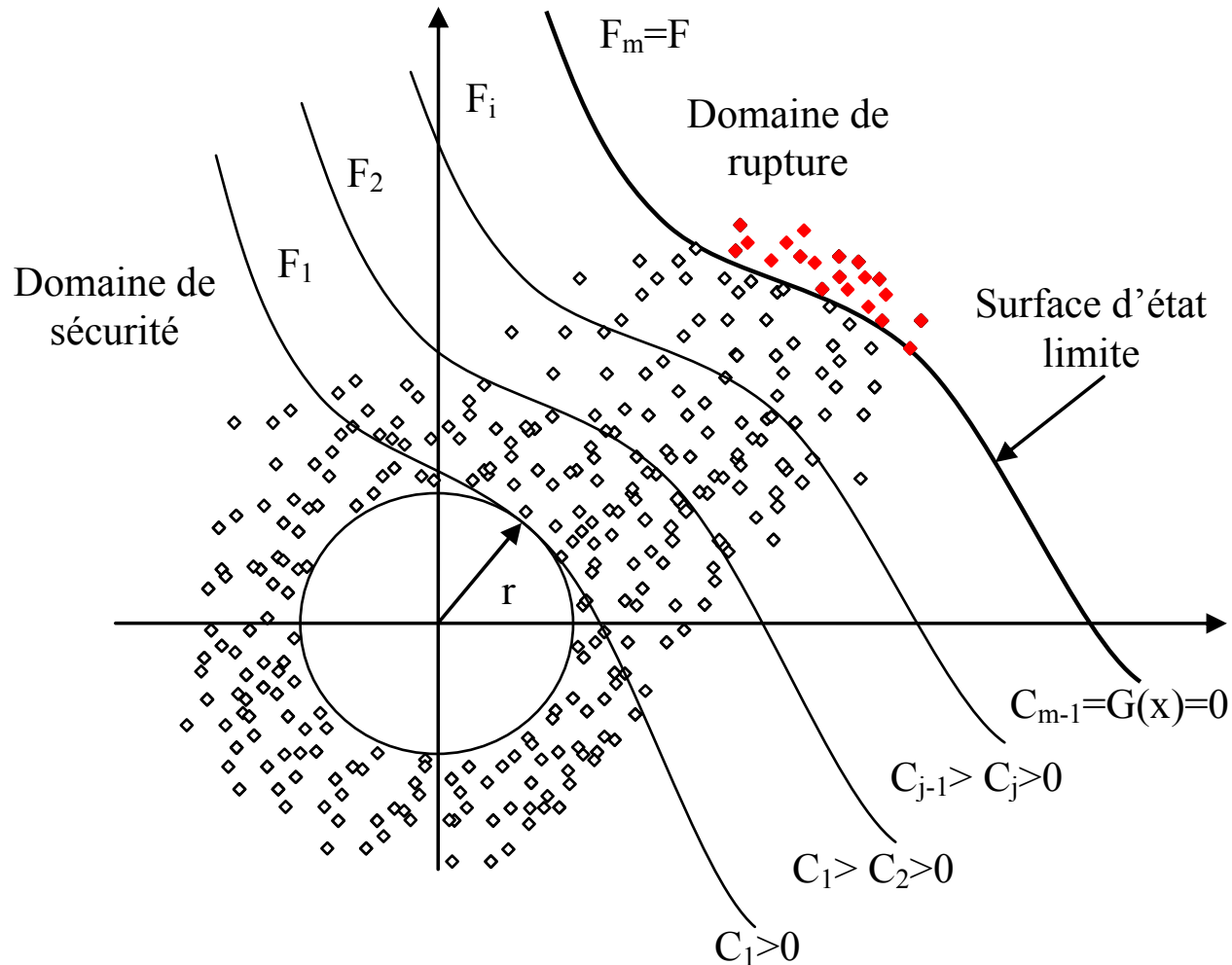
COV(E) (%)	Probabilité de rupture	Nombre de simulation
	Champ aléatoire anisotrope ( $L_x=10m$ $L_y=1m$ )	
15	$7.05 \times 10^{-9}$	1800
20	$7.40 \times 10^{-5}$	1000
25	$1.84 \times 10^{-3}$	600
30	$4.85 \times 10^{-3}$	600

## iSubset

- ❑ Subset est **couteuse en temps de calcul** pour les des Pf très faibles
- ❑ Chercher une **alternative** à Subset
- ❑ La méthode iSubset
- ❑ Modélisation en VA et en ChA

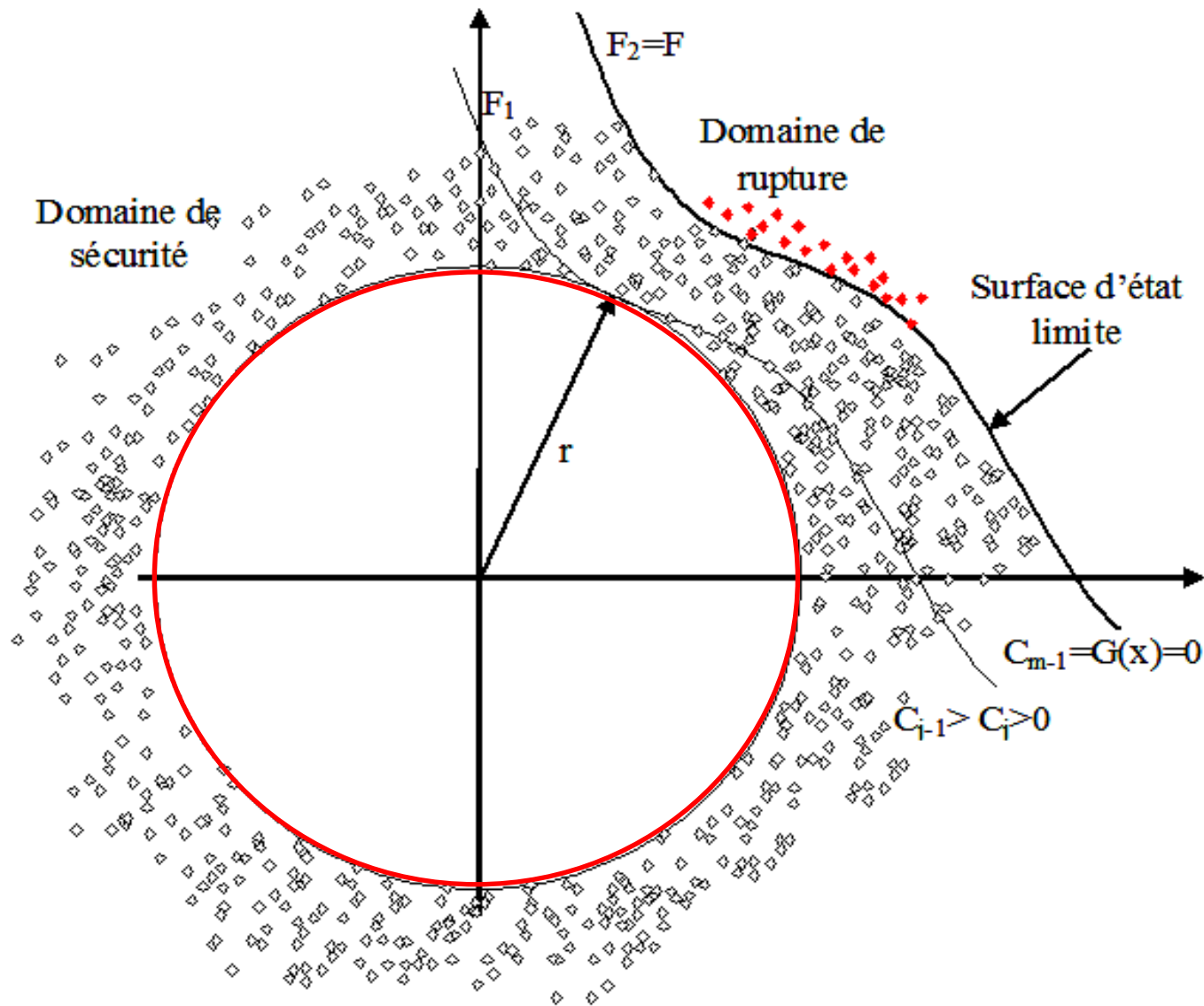


## Simulation par iSubset alternative à Subset



L'idée est de remplacer le premier pas de simulation par une simulation conditionnée

# Simulation par iSubset alternative à Subset

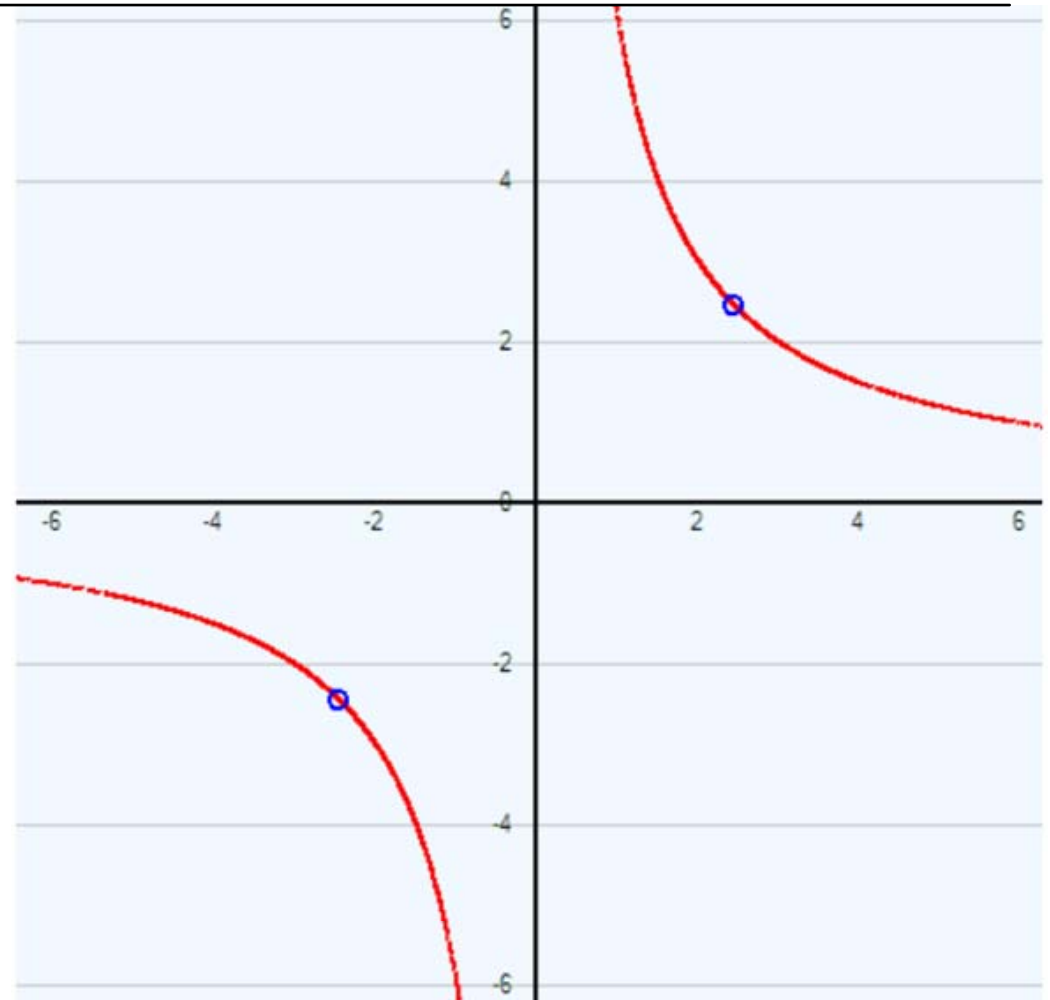


## Validation de iSubset sur un cas en VA

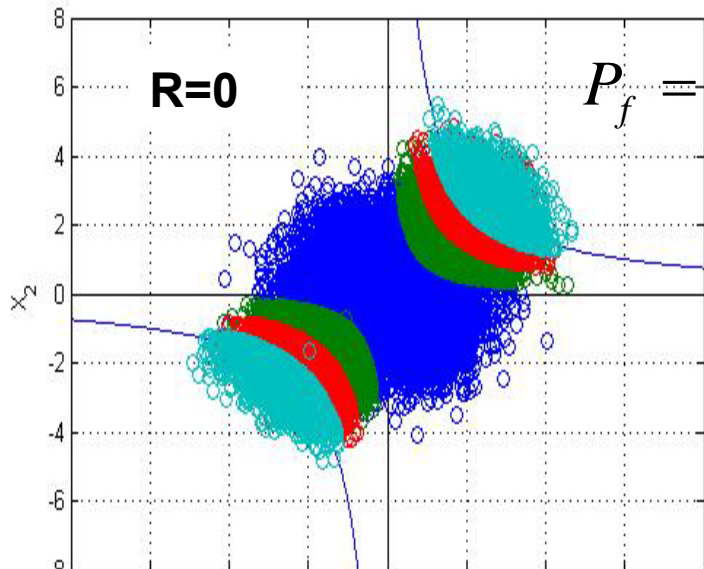
Fonction d'état limite  $G(X) = 6 - X_1 X_2$

Variables aléatoires  
Utilisation de deux variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$  normées centrées et réduites

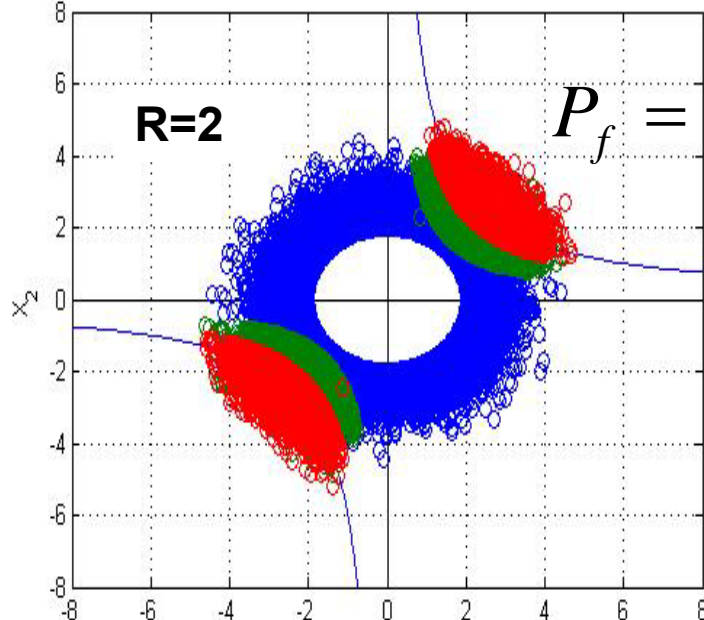
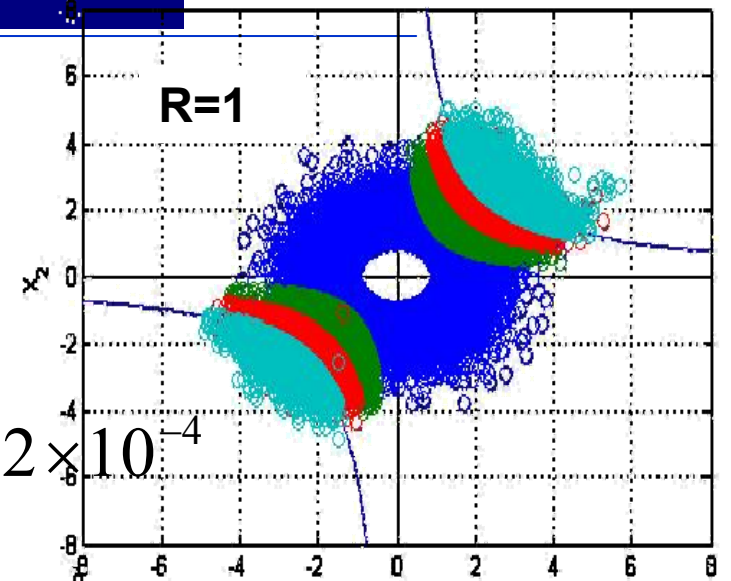
Résultats de références en utilisant notre programme  
MCS : 10000000 simulations  
 $P_{fMCS} = 3.69 \times 10^{-4}$



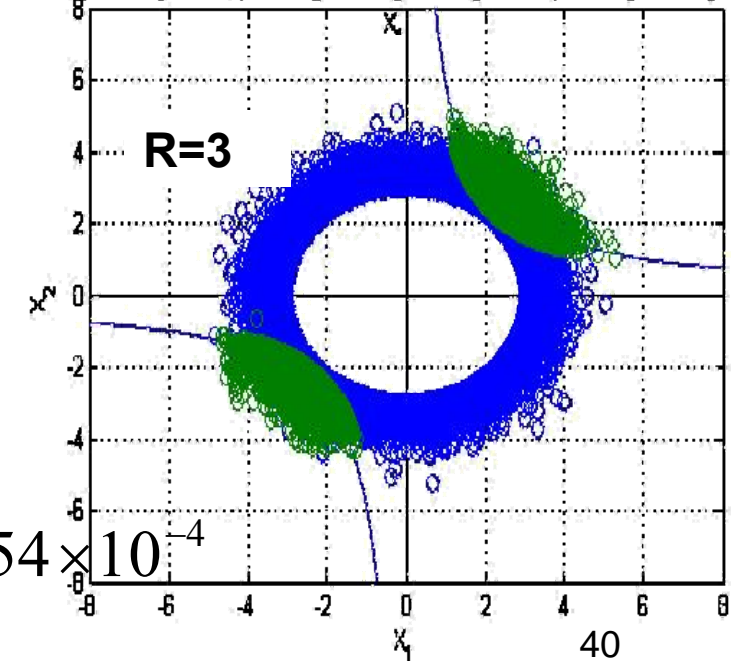
# Validation de iSubset sur un cas en VA



$$P_f = 3.62 \times 10^{-4}$$

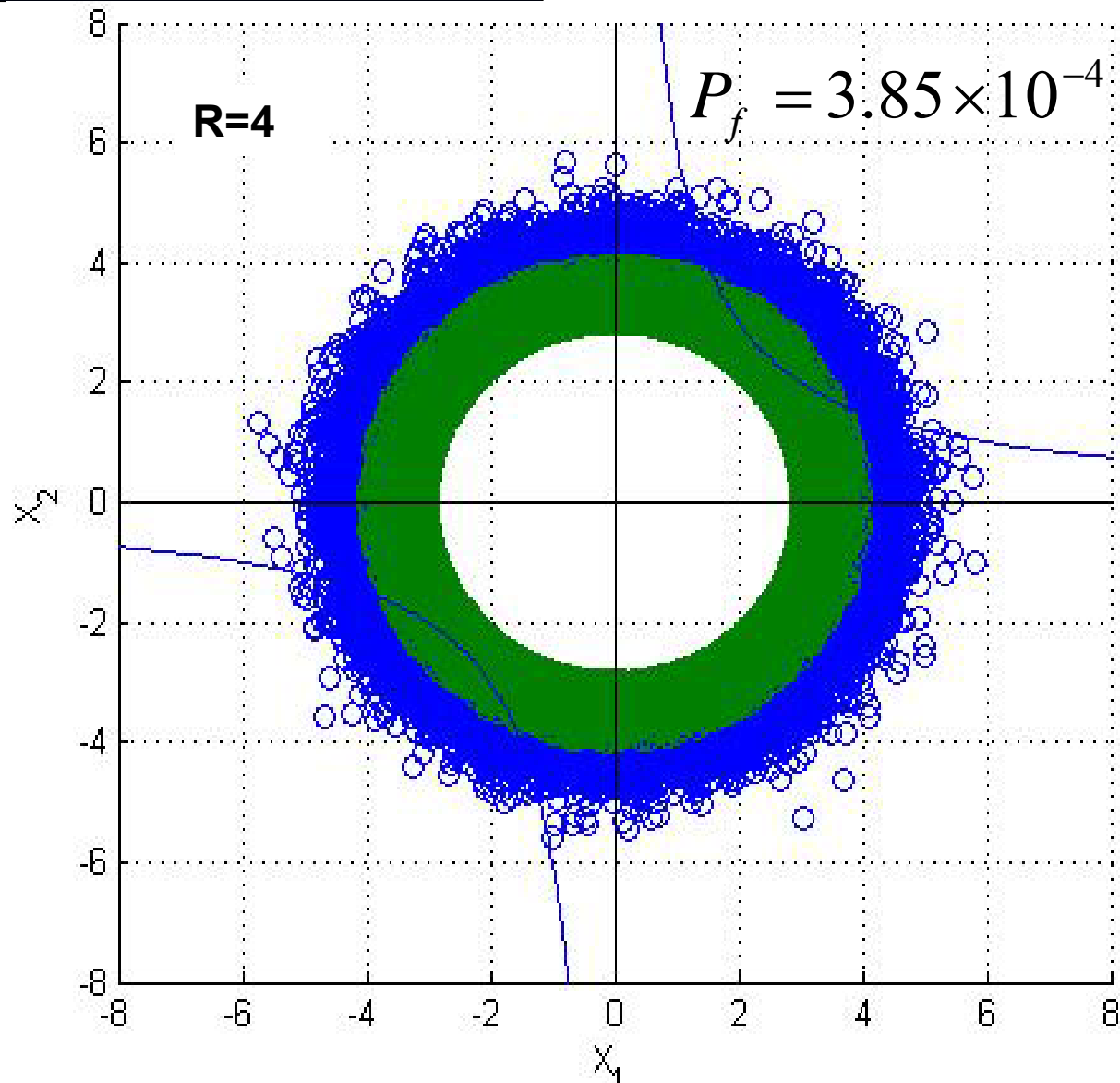


$$P_f = 3.54 \times 10^{-4}$$

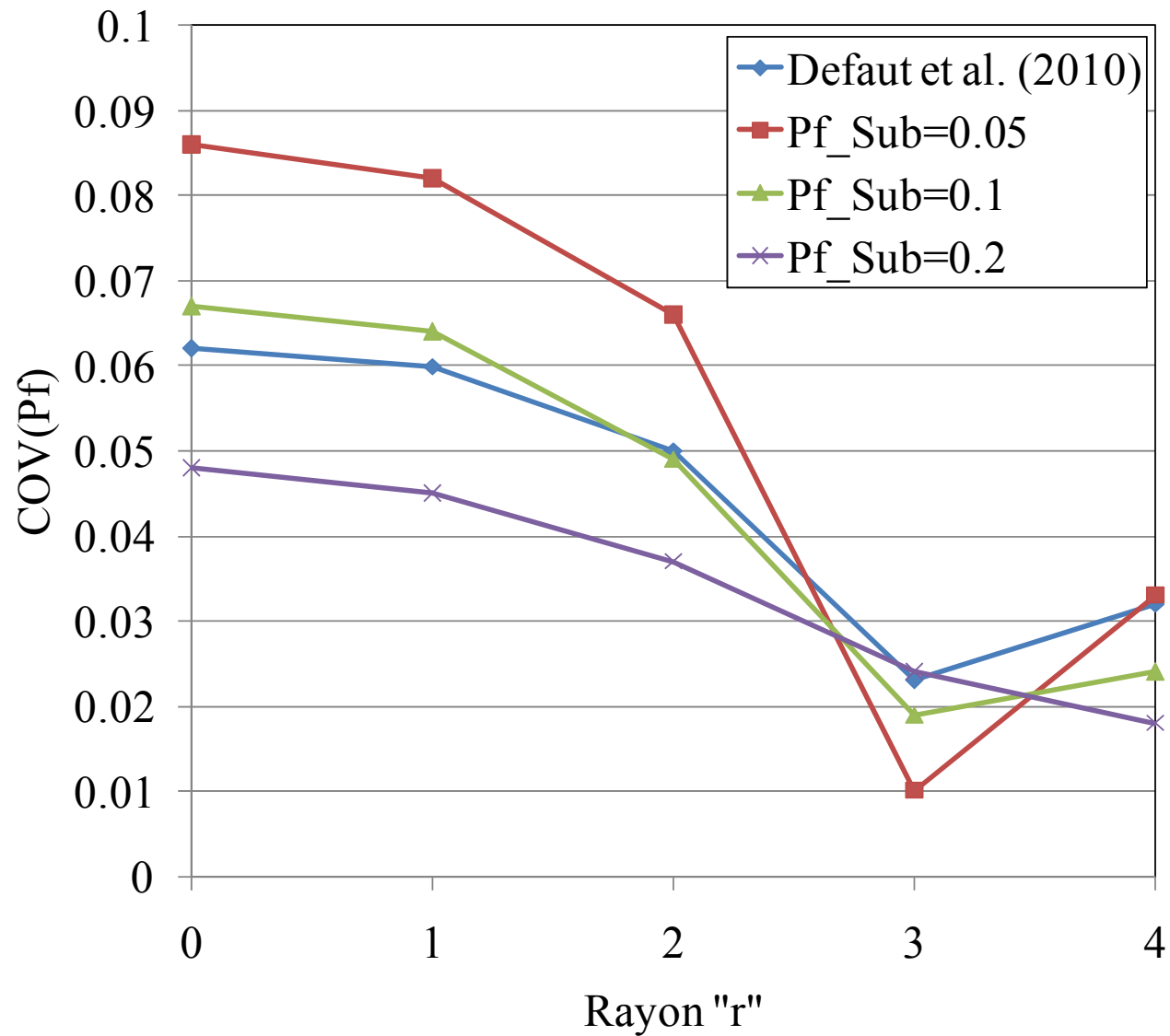




## Validation de iSubset sur un cas en VA



## Validation de iSubset sur un cas en VA



## Validation de iSubset sur un cas en Champs aléatoire

Lx	Ly	Subset			iSubset	
		$P_f$	N	r	$P_f$	N
10	1	$7.40 \times 10^{-5}$	1000	11	$7.07 \times 10^{-5}$	600
10	1	$7.40 \times 10^{-5}$	1000	11.5	$7.25 \times 10^{-5}$	400
10	2	$7.85 \times 10^{-4}$	800	11.5	$7.35 \times 10^{-4}$	400
20	2	$2.70 \times 10^{-3}$	600	11.5	$2.42 \times 10^{-3}$	400

Plus les  $P_f$  sont plus faible plus on gagne du temps de calcul

## Conclusions

Pf calculée par Subset est très proche à celle calculée par MCS avec une réduction importante dans le nombre de réalisation autrement dit un temps de calcul très réduit (**1000 calculs déterministe au lieu de 100000 calculs**).

L'étude paramétrique effectuée pour analyser **l'effet des Lx et Ly de E** a montré que **l'augmentation de Lx et Ly augmente Pf** pour les deux cas isotrope et anisotrope.

Aussi cette étude paramétrique a montré que Pf est plus sensible à Ly qu'à Lx.

L'étude de l'effet du COV(E) sur Pf a montré que **la diminution du COV(E) réduit Pf** d'une manière très importante.

## Conclusions

Le conditionnement du premier niveau pour iSubset permet de faire **moins de pas de subset** et **réduit aussi le COV(Pf)**.

En comparant la simulation par iSubset avec l'approche Subset dans le cas d'un champ aléatoire avec un modèle déterministe, on peut conclure que la réduction du coût de calcul est plus importante pour les faibles Pf.

Aussi les deux méthodes donnent les mêmes résultats pour un temps de calcul différent.

## Perspectives

Prendre en compte d'autre modèle rhéologique dans l'étude de la consolidation avec d'autre paramètres géotechniques.

Le iSubset parallèle peut être implémenté et appliqué pour le cas de plusieurs ruptures à la fois (fiabilité des systèmes), exemple des murs de soutènement.

Impliqué d'autres lois de distribution des paramètres géotechniques.

impliquer la méthode CSRSM dans les cas des champs aléatoires en utilisant les polynômes creux.

**Fin**



**Merci pour votre attention**