

Université
Aboubekr Belkaïd
Tlemcen



جامعة
أبو بكر بلقايد

**FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL**

THESE DE DOCTORAT ES SCIENCES EN GENIE CIVIL

Présentée par :

Youcef HOUMADI

**Prise en compte de la variabilité spatiale des
paramètres géotechniques**

Laboratoire Risk Assesment and Management "RISAM" - Tlemcen

Laboratoire Génie civil et Mécanique "GeM" - Université de Nantes

Soutenue en 2011 devant le jury composé de

Composition du Jury

Pr K. BRAHIMI	Président du jury	USTO - Oran
Pr A. BEKKOUCHE	Directeur de thèse	CUAT – Ain Témouchent
Pr. R. BAHAR	Examineur	UMM – Tizi Ouzou
Dr. A. BOUHERAOUA	Examineur	UMM – Tizi Ouzou
Dr. D. ZENDAGUI	Examineur	UABB - Tlemcen

RESUMÉ

L'effet des incertitudes des paramètres du sol sur le tassement élastique ou sur le tassement de consolidation a été étudié depuis quelques décennies. Ces paramètres géotechniques incertains ont été modélisés soit comme des variables aléatoires soit comme des champs aléatoires. Il est à souligner que la plupart des études antérieures ont utilisé la simulation de Monte Carlo (MCS) pour calculer la fonction de distribution de probabilité (PDF) de la réponse du système et/ou de la probabilité de défaillance (Pf). La problématique de cette méthode qu'elle est très coûteuse en raison du grand nombre d'appels du modèle déterministe en élément finis ou en différence finis requis pour les analyses probabilistes.

La Méthode de Surfaces de Réponse Stochastique par Collocation (CSRSSM) vise à remplacer un modèle complexe déterministe par un méta-modèle qui correspond à une formule analytique approximé explicite. Cela rend plus facile l'application de la simulation de MCS sur le méta-modèle sans la nécessité d'appeler le modèle déterministe numérique original qui est très coûteux en temps de calcul. Cette méthode permet de calculer rigoureusement l'impact de chaque variable aléatoire sur la variabilité de la réponse du système en utilisant la méthode de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol. Toutefois, pour les champs aléatoires La CSRSM ne peut pas être utilisé. Pour affronter à ce problème et comme alternative à MCS, la simulation par Subset a été appliquée à une étude de consolidation couplée 2D sur FLAC^{3D}. Subset est une méthode moins coûteuse en temps de calcul comparativement à la MCS. Pour réduire encore plus le coût de calcul de la simulation par Subset, la méthode de simulation par iSubset a été développée et implémentée et couplée avec FLAC^{3D} pour une analyse probabiliste de consolidation couplée en 2D.

Les résultats obtenus ont montré que la méthode MCS couplée avec la CSRSM s'applique parfaitement pour le cas de la modélisation des paramètres géotechniques en variables aléatoires avec un temps de calcul raisonnable. Toutefois, il a été trouvé que la méthode Subset et encore mieux la méthode iSubest développée dans le cadre de ce travail donne de probants résultats pour le cas des champs aléatoires, domaine dans lequel la méthode MCS s'avère très onéreuse en termes de temps de calcul.

Mots-clés : Consolidation couplée, CSRSM, Subset, iSubset, Karhunen-Loève, MCS.

ملخص

تأثير الارتياحات الناتجة عن خصائص التربة على الانحناء العمودي المرن أو الانحناء الترصصي درس مند عدة عشرات . هذه الخصائص الجيوتقنية الغير دقيقة (أخطاء القياس) تم نمدجتها سواء عن طريق متغيرات عشوائية أو حقول عشوائية بجدراالإشارة أن كل الأعمال السابقة استعملت الطريقة الكلاسيكية المعروفة بتجسيم مونتي كارلو (ت.م.ك) و هذا لحساب دالة توزع الاحتمال لتجاوب نضام ما و/أو احتمال الكسر. المشكل في هذه الطريقة أنها باهظة الكلفة بسبب العدد الهائل في استعمال النماذج الحديدية لعناصر متناهية أو اشتقاق متناهي الأزيمة من اجل التحاليل الاحتمالية

طريقة مساحات التجاوب العشوائية تهدف إلى تبديل نموذج معقد تحديدي بشبه نموذج الذي يوافق معادلة تحليلية مقربة مباشرة، هذا يرجع أكثر سهولة تطبيق طريقة (ت.م.ك) على شبه نموذج بدون الاحتياج إلى نماذج رقمية تحديديه جديدة وجد مكلفة في زمن الحساب. هذه الطريقة تسمح بحساب دقيق لتأثير كل متغير عشوائي على تغيرات تجاوب النظام باستعمال طريقة تحسس شاملة تعتمد على مؤشرات سوبول. لكن، بالنسبة للحقول العشوائية الطريقة المذكورة أعلاه لايمكن استعمالها. حتى نواجه هذا المشكل وكحل بديل لطريقة (ت.م.ك). النمدجية بسابست طبقت على دراسة ظاهرة الترصيص المزدوج ذو بعدين باستعمال فلاك هي طريقة غير مكلفة في زمن الحساب مقارنة بطريقة (ت.م.ك). ومن أجل تخفيض أكبر لكلفة الحساب لتجسم سابست طريقة التجسيم ببسابست تم تطويرها و تهيئتها، وإدراجها وتجانسها مع فلاك من اجل تحليل احتمال الرصيص المزدوج ذو بعدين

النتائج المتحصل عليها بينت أن طريقة (ت.م.ك) اذا تم تزاوجها مع طريقة مساحات التجاوب هدف هذه الدراسة، تطبيق بشكل هائل وجد مرضي في نمدجية الخصائص الجيوتقنية كمتغيرات عشوائية مع زمن حساب مقبول إلا أنه وجد أن طريقة إسابست المطورة في هذا العمل هي أفضل بكثير و تعطي نتائج واعدة بالنسبة للحقول العشوائية، المجال الذي فيه طريقة (ت.م.ك) تبدو جد مكلفة بلغة زمن الحساب.

ABSTRACT

The effect of uncertainties in parameters soil on the elastic settlement or on the settlement consolidation has been studied for several decades. These uncertain geotechnical parameters have been modelled either as random variables or as random fields. It is noted that most previous studies have used the Monte Carlo simulation (MCS) to calculate the probability distribution function (PDF) of the response of the system and/or the probability of failure (P_f). The problem with this method it is very expensive due to the large number of calls from the deterministic model in finite element or finite difference required for probabilistic analysis.

Collocation Stochastic Response Surfaces Method (CSRSM) aims to replace a deterministic complex model with a meta-model which corresponds to an approximated analytical formula explicitly. This makes easier the application of the MCS simulation meta-model without the need to call the original numerical deterministic model which is very expensive in computation time. This method allows calculating exactly the impact of each random variable on the variability of the response of the system using the global sensitivity method based on the Sobol indices. However, for the random fields CSRSM can not be used. To face this problem and as an alternative to MCS, the Subset simulation has been applied to a study of coupled consolidation 2D in FLAC^{3D}. Subset is a less costly in computing time compared to the MCS. To further reduce the computational cost of the subset simulation, the iSubset simulation method has been developed and implemented and coupled with FLAC^{3D} for a probabilistic analysis coupled consolidation 2D.

The results showed that the MCS coupled with CSRSM applies perfectly to the case of modelling of geotechnical parameters as random variables with a reasonable amount of time. However, it was found that the Subset method and even better the iSubest method developed in this work provides convincing results for the case of random fields, an area where the MCS is very expensive in terms of time calculation.

Keywords: Coupled Consolidation, MCS, CSRSM, Subset, iSubset, Karhunen-Loève

Tables des matières

RESUMÉ	I
TABLE DES MATIERES.....	vii
LISTE DES FIGURES.....	xi
LISTE DES TABLEAUX.....	xiii
INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE 1: REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	5
1. INTRODUCTION	5
2. ORIGINES ET ACRACTERISTIQUES DE LA VARIABILITE DES SOLS.....	5
3. MODELISATION DES INCERTITUDES.....	8
4. MODELISATION EN VARIABLES ALEATOIRES	9
5. EFFETS DE LA VARIABILITE DES PARAMETRES DES SOLS (MODELISATION DE L'ALEA EN CHAMPS ALEATOIRES)	11
5.1. Modèles stochastiques	11
5.2. Caractéristiques probabilistes de la variabilité spatiale des propriétés de sol.....	13
5.3. Analyse stochastique en éléments finis	17
5.4. Effets de la variation des propriétés du sol sur le comportement géotechnique	18
5.4.1. Consolidation	19
5.4.2. Tassement des fondations superficielles et profondes	22
5.4.3. L'infiltration à travers les sols hétérogènes.....	23
5.4.4. Effets de la variabilité de sol sur la portance des fondations superficielles	25
5.4.5. Effets de la variabilité des paramètres de gonflement sur les fondations	28
6. CONCLUSION.....	30
CHAPITRE 2 : INCERTITUDES ET VARIABILITE SPATIALE DES PARAMETRES GEOTECHNIQUES	31
1. INTRODUCTION	31
2. SOURCES D'INCERTITUDES SUR LES PARAMETRES DE SOL.....	32
2.1. Incertitude liée à la variabilité naturelle des paramètres des sols.....	33
2.2. Erreurs et incertitudes liées à la caractérisation des sols.....	34
2.2.1. Erreurs d'observation.....	34
2.2.1.1. Erreurs de mesure, ϵ_{a0}	34
2.2.1.2. Erreurs de représentativité, ϵ_{Rep}	35
2.2.1.3. Erreurs de l'instant, ϵ_{inst}	35
2.2.2. Erreurs d'enquête.....	35
2.2.2.1. Erreurs d'enquêtes proprement dite.....	35
2.2.2.2. Erreurs d'échantillonnage	35

2.3.	Incertitudes liées à l'imperfection des modèles rhéologiques	36
3.	APPROCHE PROBABILISTE	36
3.1.	Principe général	36
3.2.	Principales étapes de l'approche probabiliste	37
3.3.	Modélisation des données aléatoires	37
3.4.	Choix du modèle et incertitudes associées.....	38
3.5.	Calculs probabilistes	39
3.6.	Exploitation des résultats	39
4.	VALEURS CARACTERISTIQUES, ET VALEURS DE CALCUL (EUROCODE.7)	39
4.1.	Détermination de la valeur caractéristique	40
4.2.	Détermination de la valeur de calcul	40
5.	MODELISATION STOCHASTIQUE DE LA VARIABILITE SPATIALE	42
5.1.	Différentes formes de variation des paramètres de sol	43
5.2.	Dérive et autocorrélation des propriétés des sols.....	44
5.2.1.	Décomposition des variations spatiales des variables aléatoires.....	44
5.2.2.	Etude de la dérive $D(x,y,z)$	45
5.2.3.	Etude de la composante aléatoire $A(x,y,z)$	46
6.	LES CHAMPS ALEATOIRES	46
7.	FONCTION ALEATOIRE	47
7.1.	Définition	47
7.2.	Moments.....	47
7.3.	Homogénéité.....	48
7.4.	Isotropie	48
7.5.	Ergodicité	48
7.6.	Description au second ordre d'un champ homogène	48
7.7.	Stationnarité d'une fonction aléatoire.....	49
7.7.1.	Stationnarité au sens strict	49
7.7.2.	Stationnarité du second ordre (au sens large)	49
7.8.	Théorème de la limite centrale	50
8.	DISCRETISATION DE L'ALEA EN CHAMPS ALEATOIRES	50
9.	CONCLUSION	51
CHAPITRE 3 : FIABILITE ET EVALUATION DE LA PERFORMANCE		53
1.	INTRODUCTION	53
2.	DEFINITION DE LA FIABILITE	53
3.	ELABORATION DE LA FIABILITE	54
3.1.	Conception	54
3.2.	Réalisation.....	54
3.3.	Exploitation.....	54
4.	LA FIABILITE EN GENIE CIVIL	55
5.	DEFINITIONS ET ENJEUX DU CALCUL EN FIABILITE	55

5.1.	Nature du problème et définitions	55
5.2.	Probabilité de rupture (ruine)	56
5.3.	Méthodes basées sur l'indice de fiabilité.....	58
5.3.1.	L'indice de fiabilité de Cornell β_c	58
5.3.1.1.	Analyse de fiabilité généralisée.....	61
5.3.2.	L'indice de fiabilité de Hasofer Lind β_{HL} ,	62
5.4.	Les méthodes du premier ordre.....	63
5.5.	Méthodes du Second ordre	67
5.6.	Méthode de simulation directe (Monte Carlo).....	68
5.7.	Méthode des tirages d'importance (Importance Sampling IS)	70
6.	LES METHODES D'EVALUATION DE LA PERFORMANCE	71
6.1.	Analyse déterministe, Niveau 0	72
6.2.	Analyse semi-probabiliste, Niveau I	73
6.3.	Analyse probabiliste, Niveau II, (méthodes probabilistes approchées).....	74
6.4.	Analyse probabiliste, Niveau III, (méthodes purement probabilistes)	74
6.5.	Méthodes de Niveau supérieur à III	75
7.	LE COEFFICIENT DE SECURITE	75
7.1.	Concepts	75
7.2.	Probabilité de rupture et coefficient de sécurité	76
7.3.	Finalité.....	77
7.4.	Inconvénients	81
8.	CONCLUSION.....	82
 CHAPITRE 4 : ANALYSE PROBABILISTE DES PROBLEMES DE CONSOLIDATION DES SOLS 1D		 83
1.	INTRODUCTION	84
2.	THEORIE DE CONSOLIDATION DE BIOT	85
3.	METHODE DE SURFACE DE RESPONSE STOCHASTIQUE PAR COLLOCATION (CSRSM)	88
3.1.	Estimations d'erreur du PCE approximé.....	92
4.	ANALYSE DETERMINISTE	93
4.1.	Simulations numériques utilisées pour le calcul du tassement en surface et le temps de consolidation correspondant	93
4.2.	Validation avec les solutions existantes (analyse couplée ou non couplée).....	95
4.3.	Degré de consolidation U fonction du facteur temps T_v pour différentes valeurs du coefficient de Biot α	96
5.	ANALYSE PROBABILISTE.....	97
5.1.	Ordre optimal du PCE et indices de Sobol	98
5.2.	Etude paramétrique	99
5.2.1.	Impact des conditions de drainage sur le PDF de la réponse du système	100
5.2.2.	Impact du degré de consolidation et du coefficient de Biot sur les PDF des réponses du système	101

5.2.3. Impact des coefficients de variation (COV) des différentes variables aléatoires sur les PDF des réponses du système	103
5.2.4. Impact de la corrélation entre les propriétés du sol (E et k_h) sur les PDF des réponses du système.....	108
6. CONCLUSION.....	109
CHAPITRE 5 : ANALYSE PROBABILISTE DES PROBLEMES DE CONSOLIDATION EN UTILISANT LA SIMULATION PAR SUBSET	111
1. INTRODUCTION	112
2. SIMULATION PAR SUBSET	113
3. ALGORITHME DE LA METHODE DE SIMULATION PAR SUBSET	114
4. THEORIE DE CONSOLIDATION DE BIOT EN 2D	116
5. EXPANSION DE KARHNUEN-LOEVE (K-L).....	118
6. TRANSFORMATION A UN CHAMP ALEATOIRE NON GAUSSIEN	120
7. APPLICATION	120
7.1. Modèle déterministe	120
8. PROBABILISTIC ANALYSIS	122
8.1. Taille optimale de l'expansion de K-L.....	122
8.2. Comparaison entre la simulation par Subset et la simulation de Monte Carlo (MCS).....	124
8.3. Etude paramétrique	126
9. CONCLUSION.....	131
CHAPITRE 6 : ANALYSE PROBABILISTE PAR SUBSET SPHERIQUE "ISUBSET"	133
1. INTRODUCTION	134
2. LA METHODE DE SIMULATION PAR ISUBSET	136
2.1. Objectif de iSubset	136
2.2. iSubset	136
2.3. Implémentation de l'algorithme de l'isubset pour un cas de champ aléatoire:	140
2.4. Estimateur des probabilités conditionnelles (Coefficient de variation).....	142
2.4.1. Niveau ($\hat{i}=1$)	142
2.4.2. Niveau ($\hat{i}>1$)	143
3. VALIDATION DE LA METHODE ISUBSET	143
4. APPLICATION DE LA METHODE ISUBSET SUR UN CAS DE CHAMPS ALEATOIRE	150
4.1. Modèle déterministe	150
4.2. Résultats probabiliste.....	151
5. CONCLUSION.....	152
CONCLUSION GENERALE	153
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE	157
ANNEXES.....	167

Liste des figures

Figure 1. 1: Types des incertitudes des propriétés du sol (Kulhawy, 1992).....	6
Figure 1. 2 : les résultats de la résistance de pointe in-situ (Popescu et al., 1997).....	8
Figure 1. 3 : Comparaison du coefficient de variation des coefficients de consolidation équivalents définies par (a) la surpression interstitielle vt_{50p} avec $\rho=1.0$ et, (b) la surpression interstitielle vt_{50p} avec $\rho=0.0$ (a) le tassement vt_{50s} $\rho=1.0$ (b) le tassement vt_{50s} $\rho=0.0$	21
Figure 1. 4 : Histogrammes des cvt_{50p} et cvt_{50s} simulées (avec 2000 simulations) ainsi que la distribution log-normale lissée pour une analyse, (a) 1D et, (b) 2D.....	22
Figure 1. 5 : influence du coefficient de variation et la distances de corrélation de la perméabilité ($\theta = \theta_v = \theta_h$) sur le débit moyen (mQ) et son écart type (SQ) (Griffiths et Fenton, 1997).	25
Figure 1. 6 : maille déformée typique. Les régions plus foncées indiquent un sol plus faible (Griffiths et Fenton 2001).	27
Figure 1. 7 : Variation de l'amplitude et la pression de gonflement (Bekkouche et al. 2005). a) obtenu à partir de l'approche probabiliste b) obtenu à partir des mesures.....	29
Figure 2. 1 : Sources d'incertitudes en géotechnique.....	33
Figure 2. 2 : Schéma général de calcul par un modèle de type probabiliste.....	37
Figure 2. 3 : Valeur caractéristique à la base et valeur caractéristique moyenne (Legrand et al, 1998).....	42
Figure 2. 4 : les différentes formes de variation des paramètres de sol en fonction de la profondeur (Jaksa, 1995).	44
Figure 2. 5 : Modification des caractéristiques d'autocorrélation par séparation de la dérive (Magnan, 1982).....	45
Figure 3. 1 : distribution des probabilités de S et de R.....	57
Figure 3. 2 : Indice de fiabilité β et probabilité de ruine P_f	59
Figure 3. 3 : Représentation graphique de l'indice de fiabilité β dans l'espace U.....	60
Figure 3. 4 : Définition de la fonction d'état, de l'indice de fiabilité et des approximations FORM et SORM.....	62
Figure 3. 5 : Courbe du coût en fonction du niveau de sécurité.....	77
Figure 4. 1 : Profil de sol pour a. une monocouche argileuse et b. un multicouche argileux.....	94
Figure 4. 2 : Comparaison entre la distribution de la surpression interstitielle d'eau et celle des autres auteurs pour: a. une monocouche d'argile avec une étude non couplée et ; b. un multicouche argileux avec une étude couplée.	96
Figure 4. 3 : Degré Consolidation U fonction du facteur temps T_v pour différentes valeurs du coefficient de Biot α	96
Figure 4. 4 : Impact des conditions de drainage sur a. le tassement maximal en surface ; b. le temps de consolidation finale avec $\alpha=1$	100
Figure 4. 5 : Les PDF du tassement maximal en surface pour trios valeurs de degré de consolidation et pour deux valeurs du coefficient de Biot α	101
Figure 4. 6 : Les PDF du temps de consolidation pour trios valeurs de degré de consolidation et pour deux valeurs du coefficient de Biot α	103
Figure 4. 7 : Influence des coefficients de variation de E et q sur les PDF du tassement maximal en surface avec $\alpha=1$: a. Influence du COV(E) avec COV(q)=10%; b. Influence du COV(q) avec COV(E)=20%.	105

Figure 4. 8 : Influence du coefficient de variation de E and kh sur les PDF du temps de consolidation finale avec $\alpha=1$: a. Influence du COV(E) avec COV(kh)=50%; b. Influence du COV(kh) avec COV(E)=20%.....	106
Figure 4. 9 : Impact du coefficient de corrélation entre E et kh sur le tassement maximal en surface avec $\alpha=1$	108
Figure 4. 10 : Impact du coefficient de corrélation entre E and kh sur le temps de consolidation final avec $\alpha=1$	109
Figure 5. 1 : Méthode de simulation Subset.....	113
Figure 5. 2 : Profil de sol étudié	121
Figure 5. 3 : Choix de la taille optimal de l'expansion KL. a. Evolution des valeurs propres en les traçant dans un ordre décroissant. b. Erreur moyenne de variance en fonction du nombre M	123
Figure 5. 4 : Effet du nombre de réalisations sur le coefficient de variation de la probabilité de rupture calculé par MCS ($V_{max}=5cm$)	125
Figure 5. 5 : Comparaison entre la probabilité de rupture obtenus dans chaque niveau de la simulation par Subset et celui calculé par la simulation de Monte Carlo ($V_{max}=5cm$)	126
Figure 5. 6 : Effet de la distance d'autocorrélation sur la probabilité de rupture dans le cas d'un champ aléatoire isotrope ($V_{max}=5cm$).....	127
Figure 5. 7 : Effet de la distance d'autocorrélation horizontale sur la probabilité de rupture pour différentes valeurs de L_y ($V_{max}=5cm$).....	128
Figure 5. 8 : Effect of the vertical autocorrelation distance on the failure probability for different values of L_x ($V_{max}=5cm$).....	129
Figure 5. 9 : Réalisations typiques du champ aléatoire pour différentes valeurs des distances d'autocorrélation.	130
Figure 6. 1 : Illustration des pas de subset. Les tirages sont conditionnés successivement par des iso-valeurs de la fonction de performance (seuils de ruptures, C_j).	137
Figure 6. 2 : Méthode de simulation par iSubset dans le cas de deux rayons r différents	139
Figure 6. 3 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode iSubset. (a) $R = 0$ (Simulation par Subset Classique, $P_f = 3.81 \times 10^{-4}$)	145
Figure 6. 4 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode iSubset. (b) $R = 1$ (Simulation par iSubset, $P_f = 3.62 \times 10^{-4}$)	145
Figure 6. 5 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode iSubset. (c) $R = 2$ (Simulation par iSubset, $P_f = 3.76 \times 10^{-4}$)	146
Figure 6. 6 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode iSubset. (d) $R = 3$ (Simulation par iSubset, $P_f = 3.54 \times 10^{-4}$)	146
Figure 6. 7 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode iSubset. (e) $R = 4$ (Simulation par iSubset, $P_f = 3.85 \times 10^{-4}$, dans le cas d'un rayon r plus grand que la distance entre l'origine et la surface d'état limite).....	147
Figure 6. 8 : Coefficient de variation de la probabilité de rupture fonction du rayon de l'hypersphère	149
Figure 6. 9 : Profil de sol étudié	151

Liste des Tableaux

Tableau 1. 1 : Fonctions d'autocorrélations, distances de corrélations et échelles de fluctuations données par différents Auteurs (Jaksa, 1995 et Houmadi, 2004)	1
Tableau 2. 1 : Valeur caractéristique moyenne (Legrand et al, 1998).....	41
Tableau 2. 2 : Facteur Student.....	42
Tableau 3. 1 : Probabilité de rupture.....	61
Tableau 3. 2 : Valeurs du minimum des coefficients de sécurité totaux Terzaghi et Peck (1967)	72
Tableau 3. 3 : probabilités de rupture et coefficient de sécurité de quelques ouvrages de génie civil (Bolle,2000).....	76
Tableau 3. 4 : Valeurs du minimum des coefficients de sécurité totaux Terzaghi et Peck (1967)	78
Tableau 3. 5 : Valeurs du minimum des coefficients de sécurité partiels d'après (Mayerhof, 1970)	79
Tableau 3. 6 : Valeur Min des F totaux en Mécanique des sols	79
Tableau 3. 7 Coefficients partiels de sécurité et variabilité partiels (Mayerhof, 1982)	80
Tableau 3. 8 : Coefficients partiels de sécurité et variabilité partiels (Mayerhof, 1982)	81
Tableau 4. 1 : Les données utilisées dans la monocouche et dans le multicouche présenté sur la figure 1..	94
Tableau 4. 2 : Caractéristiques statistiques des paramètres incertains pour la monocouche argileuse.	97
Tableau 4. 3 : Indices de Sobol des paramètres incertains pour le tassement maximal en surface et le temps de consolidation finale établi par un PCE de cinquième ordre.....	99
Tableau 4. 4 : Effet des conditions de drainage sur les moments statistique du tassement maximal en surface et le temps de consolidation final.....	101
Tableau 4. 5 : Moments statistiques du tassement en surface et le temps de consolidation correspondant pour différentes valeurs du degré de consolidation avec $\alpha=1$ et $\alpha=0.9$	102
Tableau 4. 6 : Effet des coefficients de variation de E et q sur les moments statistiques du tassement maximal en surface	103
Tableau 4. 7 : Effet des coefficients de variation de E et kh sur les moments statistiques du temps de consolidation finale.....	104
Tableau 4. 8 : Effect of the Coefficients of Variation of the Most Influential Parameters on Sobol Indices of the different random variables for both responses	107
Tableau 5. 1 : Données utilisées dans l'étude.....	121
Tableau 5. 2 : Evolution de la fonction de performance avec les différents niveaux de la simulation par Subset et avec le nombre de réalisation (Ns) pour chaque niveau.....	124
Tableau 5. 3 : Effet du coefficient de variation du Module de Young COV(E) sur la probabilité de rupture ($V_{max}=5cm$)	130
Tableau 6. 1 : Cas analytique utilisé pour valider la méthode iSubset (Defaux et al. 2010).....	144
Tableau 6. 2 : Comparaison entre les résultats déterminés par Defaux et al (2010) et par le programme utilisé dans ce chapitre	148
Tableau 6. 3 : Parametric study of A in case of a large ray	149
Tableau 6. 4 : Données utilisées dans l'étude.....	151
Tableau 6. 5 : Comparaison des Pf pour deux méthodes différentes (Subset et iSubset)	152

Introduction générale

Les techniques de construction des ouvrages en géotechnique sont en progrès constant. Ce genre d'ouvrage reste généralement très coûteux pour les collectivités locales. Aux coûts importants liés à la construction s'ajoutent les éventuelles dépenses liées à des sinistres apparaissant en cours de chantier ou après la construction. Une juste gestion des risques s'impose dès la conception de ces ouvrages, dans un contexte où n'importe quel incident peut avoir de graves conséquences du fait de plusieurs contraintes possibles (instabilités,...).

Ces contraintes sont relativement bien connus et documentés dans la littérature, et de nombreux modèles déterministes existent pour les prédire et les quantifier. Les méthodes de conception et de dimensionnement adoptées par l'ingénieur de manière conventionnelle consistent à utiliser l'un de ces modèles déterministes, en lui adjoignant un facteur de sécurité prenant en compte un ensemble d'incertitudes. Ces incertitudes incluent un aléa sur les propriétés de sol (soit parce que leur variabilité naturelle empêche leur connaissance précise, soit parce que les campagnes de reconnaissance géotechniques sont incomplètes ou faussées), et une incertitude de modèle. Si cette méthode de dimensionnement a fait ses preuves, elle a néanmoins des défauts. D'une part, des sinistres se produisent encore occasionnellement, mettant en lumière le fait que le facteur de sécurité choisi peut être ponctuellement insuffisant en sous-estimant le niveau d'incertitude du problème. D'autre part, si l'incertitude est plus faible que prévue, un facteur de sécurité donné peut conduire à des dimensionnements peu économiques. Une approche plus rationnelle de ces incertitudes semble nécessaire.

Les méthodes probabilistes répondent à cette problématique. Ces méthodes consistent à modéliser l'aléa sur les grandeurs d'intérêt (paramètres de sol, géométrie des systèmes, chargements, etc.) sous forme mathématique. Des modélisations de la dispersion de ces grandeurs sous forme de variables aléatoires ou de champs aléatoires sont possibles, et des méthodes mathématiques plus ou moins sophistiquées permettent d'évaluer la transmission de cette dispersion au travers d'un modèle déterministe. Par ce processus, on est à même de caractériser de manière probabiliste, en sortie de modèle, un certain

nombre de variables d'intérêt liées à la conception du système considéré. Par la suite, la définition de différents seuils arbitraires correspondant à un non-fonctionnement du système permet de définir une probabilité de rupture du système pour une conception donnée. Il est même possible d'aboutir à un dimensionnement du système en visant une probabilité de rupture cible, considérée par le décideur comme acceptable. C'est l'objet des méthodes de dimensionnement fiabilistes, qui se distinguent des méthodes fondées sur le facteur de sécurité par le fait qu'elles reposent sur une quantification rationnelle de l'incertitude sur les paramètres du projet.

Les modèles déterministes qui proposent des prédictions plus fiables sont les modèles numériques de type éléments finis ou différences finies. Ils présentent l'avantage de modéliser très finement la géométrie souvent complexe des projets, et sont capables de prendre en compte des modèles de comportement complexes pour le sol.

La méthode la plus simple et la plus robuste pour évaluer la propagation d'incertitude au travers d'un modèle est la méthode de Monte-Carlo. Celle-ci consiste à effectuer des tirages aléatoires des variables d'entrée du modèle en très grand nombre, à évaluer la ou les réponses du modèle pour chacun de ces tirages, et à effectuer des traitements statistiques sur ces réponses. Pour les ordres de grandeur de probabilité de rupture intéressant les décideurs, il n'est pas rare d'avoir à envisager Cent mille ou un million de tirages (échantillons). On conçoit bien que ce genre d'opération n'est pas applicable aux modèles numériques avec les moyens informatiques actuels. Cette thèse se propose de répondre à cette problématique en l'attaquant sous l'angle d'utiliser ou de proposer des méthodes probabilistes plus développées afin de réduire au minimum le nombre d'appels au modèle déterministe.

Le premier chapitre de cette thèse présente les résultats d'une recherche bibliographique. Cette recherche s'est intéressée aux méthodes probabilistes et fiabilistes qui ont été appliquées aux problèmes de géotechnique.

Le deuxième chapitre s'attache à citer les différents types des sources d'incertitude en mécanique des sols ainsi une bref revue bibliographique sur les méthodes de modélisation stochastique des paramètres géotechniques.

Le troisième chapitre de cette thèse présente les différentes méthodes fiabiliste de détermination de la probabilité de rupture et les différentes méthodes d'évaluation du critère de performance. Dans le même chapitre, la notion de coefficients de sécurité a été détaillée.

Dans un quatrième chapitre, la méthode probabiliste dite méthode de surface de réponse stochastique par collocation (CSRSM) a été appliquées au problème de consolidation couplée de sol, après modélisation de l'aléa sous forme de variables aléatoires. La méthode CSRSM est utilisée en particulier, car elle permet une estimation de la propagation d'incertitude pour un coût calculatoire très réduit. Cette méthode est présentée, et appliquée au modèle numérique de consolidation couplée unidimensionnel 1D définis dans le même chapitre.

Le cinquième chapitre propose une ouverture à un niveau de complexité supérieur, en modélisant l'aléa sur les paramètres de sol à partir de champs aléatoires et non plus de variables aléatoires. Un modèle numérique bidimensionnel (2D) de consolidation couplée a été utilisé. Une étude probabiliste en utilisant la simulation par Subset permet de mettre en avant le temps de calcul très réduit par rapport à la simulation de Monte-Carlo (MCS) et l'importance considérable des distances d'autocorrélations des paramètres de sol, ainsi qu'un certain nombre de phénomènes émergents provoqués par la variabilité spatiale de ces paramètres.

Le sixième et dernier chapitre, présente la méthode probabiliste baptisée méthode de simulation par Subset sphérique (iSubset) a été appliquées au problème bidimensionnel (2D) de consolidation couplée de sol, après modélisation de l'aléa sous forme de champs aléatoires. Cette méthode iSubset a été développée et utilisée pour réduire le nombre de calcul déterministe (c.à.d. un coût de calcul très réduit) ainsi le coefficient de variation de la probabilité de rupture "COV(Pf)"

Chapitre 1 :

Revue bibliographique

1. INTRODUCTION

Ce premier chapitre propose une revue bibliographique des connaissances utiles à la compréhension de ce travail de thèse. Les principes et méthodes de la théorie de la fiabilité sont présentés. Les incertitudes sur les grandeurs géotechniques sont décrites et quantifiées à partir de campagnes d'essais, puis la modélisation mathématique de ces incertitudes sous la forme de variables aléatoires ou de champs aléatoires est détaillée. Les méthodes d'étude de la propagation de ces incertitudes au travers d'un modèle déterministe et de calcul d'une probabilité de rupture sont ensuite décrites.

2. ORIGINES ET CARACTÉRISTIQUES DE LA VARIABILITÉ DES SOLS

L'incertitude dans la prévision des réponses mécanique ou hydraulique en géotechnique est un phénomène complexe résultant de plusieurs types de sources. Il est bien connu que les propriétés de sol soient variables d'un point à un autre dans des couches de sol dit homogènes. La variabilité dans les propriétés mesurées dans ces couches vient de différentes sources. Phoon et Kulhawy (1999a) a quantifié la variabilité inhérente (intrinsèque), les erreurs de mesure et l'incertitude de transformation (corrélation entre propriétés, modèle rhéologique, ...etc.) en tant que sources primaires d'incertitude géotechnique, comme illustré sur la figure 1.1. L'origine de la variabilité spatiale inhérente est le processus de sédimentation géologiques qui a produit et modifie continuellement les couches de sol. Les erreurs de mesure, y compris ceux provoquées par l'appareillage, les procédures opératoires et les effets des essais effectués hors norme, constituent la deuxième source d'erreur. En général, ces deux sources peuvent être classifiées comme des données dispersées. La troisième source d'incertitude est présentée

quand des mesures de laboratoire sont transformées en propriétés de sol de conception en utilisant des modèles empiriques ou de corrélations.

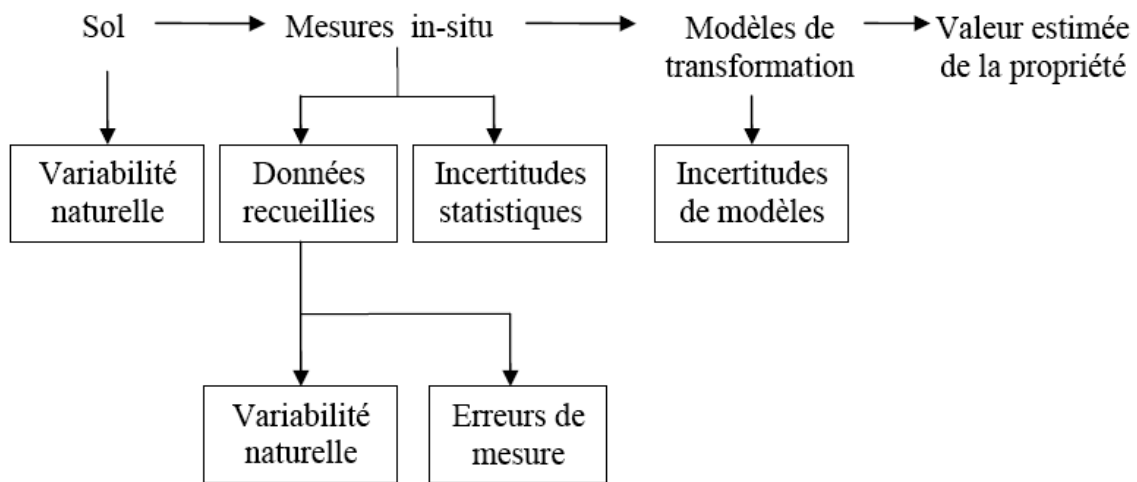


Figure 1. 1: Types des incertitudes des propriétés du sol (Kulhawy, 1992).

Selon les mêmes auteurs, la variabilité spatiale des propriétés de sol, peut être représentée sous la forme :

$$Y(X) = T(X) + \varepsilon(X) \quad (1.1)$$

Avec $Y(X)$ est la propriété de sol au point X ; $T(X)$ est la fonction déterministe donnant la propriété moyenne de sol à X (dénommé également la fonction de tendance) ; et $\varepsilon(X)$ est le résiduel (composante de fluctuation) au point X et peut être défini comme action ou champ aléatoire homogène (Vanmarcke, 1983). Cette fonction peut être réécrite pour expliquer l'erreur aléatoire (DeGroot et Baecher, 1993),

$$Y(X) = T(X) + \varepsilon_r(X) + \varepsilon_n(X) \quad (1.2)$$

Avec $\varepsilon_r(X)$ est le résiduel de la propriété de sol dû à la variabilité intrinsèque normale, et $\varepsilon_n(X)$ le résiduel dû aux erreurs de mesure. La séparation des erreurs de mesure et de la variabilité intrinsèque des propriétés de sol est une procédure imprécise, comme discutée par Phoon et Kulhawy, (1999a ; 1999b). Une particularité de la variabilité intrinsèque des propriétés de sol est la structure de corrélation, autrement-dit, ces propriétés ne changent pas aléatoirement dans l'espace, mais montrent de la concordance (autocorrélation) d'un point à un autre dans l'espace. Par conséquent, $\varepsilon_r(X)$ décrit un ensemble de variables aléatoires corrélées entre elles. La procédure raisonnable pour mesurer la variabilité

intrinsèque, est de modéliser $\varepsilon_r(\mathbf{X})$ comme champ aléatoire homogène (VanMarcke, 1983).

Utilisant les résultats des enregistrements de la résistance de pointe in situ (figure 1.2), Popescu et al. (1997) ont prouvé que les caractéristiques probabilistes de la variabilité spatiale intrinsèque du sol peuvent être représentées en utilisant les champs stochastiques avec les particularités suivantes :

- ❑ Les valeurs moyennes : Celles-ci peuvent suivre une tendance (telle qu'une augmentation uniforme de résistance au cisaillement de sol avec la profondeur). Ces tendances systématiques peuvent être identifiées et séparées.
- ❑ La variance : Ceci représente le degré des fluctuations des valeurs moyennes.
- ❑ La structure de corrélation : Ceci décrit la similitude entre les fluctuations enregistrées en deux points en fonction de la distance entre ces points. Suivant les indications de la figure 1.2, on peut observer un certain degré de concordance entre les fluctuations, avec cette concordance les points de mesure deviennent plus rapprochés. Cette concordance entre les valeurs de chaque propriété matérielle à différents endroits peut être décrite par des fonctions d'autocorrélation (Vanmarcke, 1983) ; Le paramètre principal de la fonction d'autocorrélation s'appelle distance de corrélation (ou échelle de fluctuation), au-delà de cette distance la corrélation est nulle ;

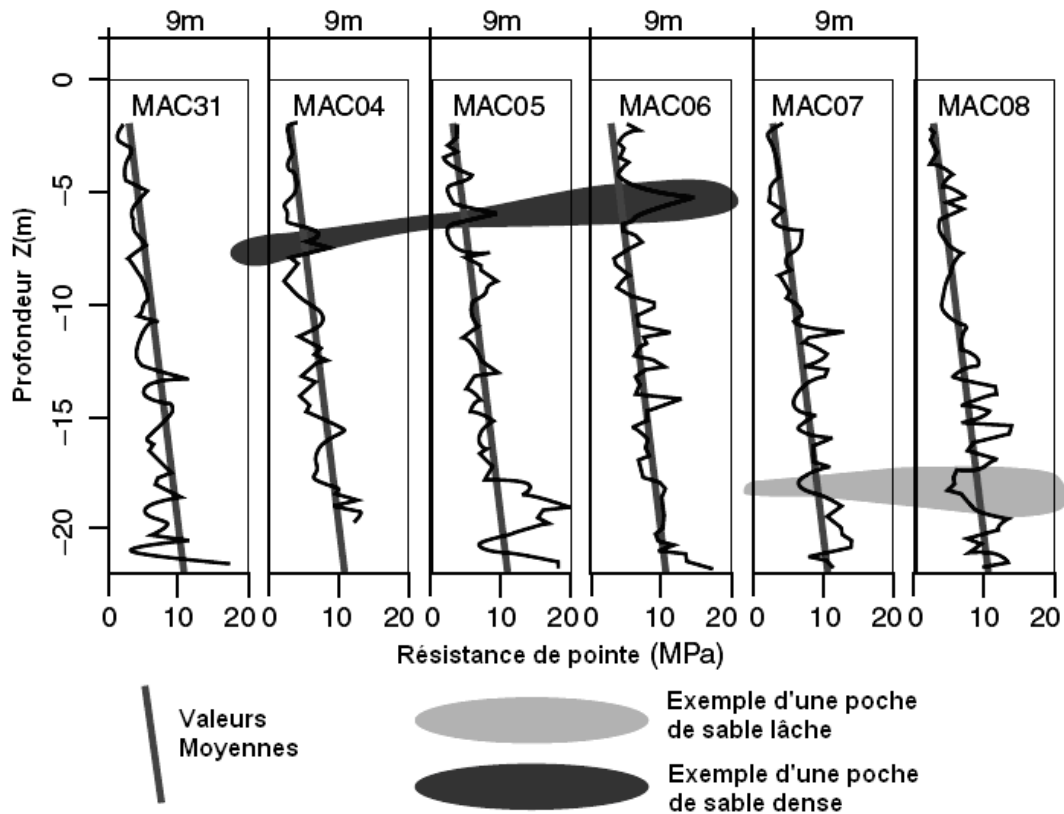


Figure 1. 2 : les résultats de la résistance de pointe *in-situ* (Popescu et al., 1997).

- La distribution de probabilité : Popescu et al (1998a) a conclu que : premièrement, la plupart des travaux effectués de propriétés de sol (Lumb, 1966 ; Schultze, 1971 ; Harr, 1977 ; Jefferies, 1989 ; Griffiths et Fenton, 1993) suivent des distributions non gaussiennes, et deuxièmement les propriétés de sol peuvent suivre différentes distributions de probabilité pour différents matériaux et emplacements. Par conséquent, en plus de la moyenne et de la variance, il est également nécessaire d'avoir plus d'informations sur des distributions de probabilité des propriétés de sol.

3. MODELISATION DES INCERTITUDES

Si l'incertitude sur les propriétés de sol est correctement évaluée et quantifiée, il est souhaitable de déterminer comment cette incertitude se traduit sur l'ouvrage considéré au niveau d'un certain nombre de grandeurs d'intérêt pour l'ingénieur. Ces grandeurs peuvent caractériser le fonctionnement d'un ouvrage géotechnique ou sa sécurité. Dans cet objectif, il est nécessaire d'évaluer la propagation d'incertitude au travers d'un modèle déterministe du système géotechnique étudié. Par modèle déterministe, on entend toute méthode permettant d'obtenir une estimation quantitative de la grandeur d'intérêt

(appelée variable de sortie ou output ou réponse), pour un certain nombre de données (appelées variables d'entrée ou input). Il peut s'agir d'une équation mathématique, d'un modèle analytique ou empirique, d'une simulation numérique, etc. L'étude de la propagation d'incertitude a pour objet de caractériser de manière probabiliste la variable de sortie à partir des caractéristiques probabilistes des variables d'entrée. Lorsque cette caractérisation est effectuée, la définition d'un ou plusieurs critères de rupture (défaillance) permet d'accéder à la donnée la plus intéressante pour l'ingénieur, à savoir la probabilité de rupture.

Pour la modélisation des variables d'entrée, l'ingénieur a deux solutions correspondant à deux niveaux de complexité successifs :

- ❑ Si l'on s'intéresse à des grandeurs n'ayant pas d'extension spatiale (c'est-à-dire n'étant pas susceptible de prendre une valeur différente selon le point de l'espace considéré), ou si l'on souhaite négliger la variabilité spatiale d'une variable, on peut modéliser l'aléa sous forme de variables aléatoires. Dans ce cas, les variables aléatoires d'entrée du modèle déterministe ne sont caractérisées que par leur distribution statistique, et éventuellement par leurs coefficients de corrélation. Une telle modélisation des paramètres mécaniques du sol ne saurait être qu'une approximation, puisqu'elle fait abstraction des variations spatiales apportées par l'histoire géologique souvent complexe des sites considérés.
- ❑ Dans le cas où la variabilité spatiale du sol est prise en compte, les variables aléatoires d'entrée peuvent être modélisées par l'intermédiaire de champs aléatoires, pour lesquels la valeur numérique de la variable dépend des coordonnées spatiales du point considéré. Dans ce cas, une variable d'entrée est caractérisée par sa distribution statistique et par ses éventuels coefficients de corrélation avec d'autres variables, mais également par une fonction d'autocorrélation. Celle-ci caractérise la corrélation entre deux points du système en fonction de leurs positions respectives.

4. MODELISATION EN VARIABLES ALEATOIRES

Pour l'estimation de la sécurité d'un système, la prise en compte des incertitudes sur ses variables repose sur les opérations préliminaires suivantes :

- ❑ choix d'un type d'indicateur de la sécurité du système : indice de fiabilité ou probabilité de rupture.
- ❑ modélisation de l'aléa sur les n variables aléatoires d'entrée (rangées dans un vecteur x) : choix de lois statistiques pour représenter leurs distributions, et de coefficients de corrélations. Dans ces lois statistiques sont inclus les moments principaux (moyenne, écart-type, coefficient d'asymétrie, coefficient d'aplatissement, etc.) ainsi que le coefficient de variation de chaque variable (noté COV, et défini comme le rapport de l'écart-type à la moyenne).
- ❑ choix d'un modèle déterministe fiable, fournissant une ou plusieurs valeurs de sortie (rangées dans le vecteur U), fixes pour un jeu de variables d'entrée données (ces variables comprenant les variables aléatoires du vecteur x , plus éventuellement un ensemble de variables déterministes dont l'aléa est négligé).
- ❑ choix d'un seuil sur chaque variable aléatoire de sortie (vecteur U), tel que le système est considéré comme défaillant dès lors qu'il est franchi. En présence de plusieurs variables aléatoires de sortie, la rupture est admise dès qu'au moins un des seuils est franchi.

Lorsque ces étapes ont été réalisées, il est nécessaire de définir une fonction dite "de performance", notée $G(x)$. Il y a autant de fonctions de performances que de variables de sorties pertinentes (c'est-à-dire de variables de sorties munies d'un seuil que l'on ne souhaite pas dépasser). Une fonction de performance G est une fonction des variables aléatoires d'entrée, et dépend du modèle déterministe et du seuil de la variable de sortie considérée. Elle doit satisfaire aux contraintes suivantes :

- ❑ si $G(x) < 0$: le système est défaillant (c'est-à-dire que le seuil fixé est dépassé)
- ❑ si $G(x) > 0$: le système est en sécurité
- ❑ si $G(x) = 0$: le système est au bord de la défaillance

L'indicateur de sécurité le plus souhaitable est la probabilité de rupture (défaillance). Plusieurs méthodes de détermination de cette probabilité sont présentées dans cette thèse. La méthode de Monte-Carlo est la méthode la plus évidente et la plus fiable, mais son coût calculatoire est très élevé. La méthode des tirages d'importance permet, dans une certaine mesure, de réduire le nombre d'appels au modèle déterministe, mais est

susceptible de se montrer moins fiable dans le cas d'une surface d'état limite tourmentée, et nécessite la connaissance du point de conception (défini comme le point de rupture le plus probable). On trouve aussi dans la littérature (Au et Beck, 2001), la méthode de simulation par Subset qui réduit énormément le nombre de simulation. Un autre type de méthodes permet de substituer au modèle déterministe un méta-modèle analytique. C'est le cas de la méthode de la surface de réponse stochastique par collocation CSRSSM (Isukapalli et al. 1998, Isukapalli 1999, Phoon et Huang 2007, Huang et al. 2009, Li et al. 2010, Mollon et al. 2011). Le calage du méta-modèle s'effectue à partir d'un nombre réduit d'appels au modèle d'origine, et l'application de la méthode de Monte-Carlo peut ensuite s'effectuer sur le méta-modèle pour un coût calculatoire très faible. Des méthodes approchées de calcul de la probabilité sont également présentées. Ces méthodes sont fondées sur la détermination du point de conception et sur une approximation locale de la surface d'état limite autour de ce point.

5. EFFETS DE LA VARIABILITE DES PARAMETRES DES SOLS (MODELISATION DE L'ALEA EN CHAMPS ALEATOIRES)

5.1. Modèles stochastiques

De diverses méthodes stochastiques peuvent être utilisées pour obtenir et représenter des caractéristiques stochastiques de sol. Fenton (1999a) a précisé les méthodes généralement utilisées et sont comme suit : la fonction de corrélation ou de covariance, le semi-variogramme, la fonction de variance, la fonction de variance du coefficient d'ondelette, et le periodogramme. En outre, une décision devrait être prise pour utiliser les modèles des échelles finis (également connu comme modèle à courte mémoire) ou un modèle de fractale (également connu en tant que modèle statistique autosimilaire, de longue mémoire) pour représenter la structure de corrélation des propriétés de sol. Fenton (1999a ; 1999b) a comparé différents outils utilisés en identifiant les modèles stochastiques plus adaptés pour représenter des propriétés de sol.

Le modèle stochastique le plus commun actuellement utilisé en géotechnique est l'échelle finie (VanMarcke, 1983 ; Popescu, 1995 ; Popescu et al. 1997 ; Popescu et al. 1998b ; DeGroot, 1996 ; Hegazy et al, 1996 ; Ural, 1996 ; Fenton et Griffiths, 2002). Cependant, le modèle stochastique à échelle finie a plusieurs inconvénients parce que l'échelle de

fluctuation dépend de la taille du domaine d'analyse et de l'intervalle de prélèvement (DeGroot et Baecher, 1993 ; Fenton, 1999b).

De l'étude de la variation verticale des résistances de pointe (q_c , pour l'essai de pénétration statique, CPT), Fenton (1999a ; 1999b) a observé que les propriétés de sol semblent être fractales dans la nature. Fenton a démontré que quand le prélèvement d'un processus fractal, l'échelle de fluctuation dépend de la taille du domaine. Par conséquent, une échelle de fluctuation deviendra petite/grande quand le domaine diminue/augmente. De même, les ingénieurs intéressés à caractériser un très petit/grand domaine devraient utiliser des petites/grandes échelles de fluctuation pour un site. Ce que si un chercheur obtient une échelle de fluctuation de 10m pour un domaine de 50m de largeur, l'échelle peut être beaucoup plus grande si le domaine est 10 fois plus grand. Cependant, Fenton (1999b) a illustré cela en utilisant un modèle de fractale qui n'écarte pas la dépendance sur la taille du domaine, mais permet un meilleur arrangement de variation stochastique. En conclusion, il y aurait peu de différence entre le modèle de l'échelle fini convenablement choisi et le vrai modèle de fractale sur le domaine fini.

On conclut que le modèle de l'échelle fini utilisant une fonction de corrélation est généralement de loin le modèle le plus utilisé (Popescu, 1995). Des modèles de fractale (long-mémoire), théoriquement plus appropriés pour des propriétés de sol, ils ont besoin d'être développés et examinés.

Des modèles stochastiques sont également utilisés dans d'autres secteurs scientifiques et d'ingénierie. Il est commode d'utiliser la théorie mathématique-statistique indépendante pour modéliser des processus physiques. Cependant, les modèles qui impliquent la dépendance statistique du temps ou de l'espace sont souvent plus réalistes. Entre autres, plusieurs travaux dans la littérature ont été effectués sur le développement des statistiques pour les données spatiales (Lebourgeois F. et Godfroy P., 2006, Pinkus et Klein, 2000, Moeys, 2007). Des modèles corrélés dans l'espace ont été développés dans plusieurs secteurs scientifiques, y compris la géologie, les sciences de la terre, la science atmosphérique, et l'océanographie. Simplement, des modèles corrélés dans l'espace sont employés dans chaque discipline qui implique des données rassemblées de différents endroits dans l'espace. Par exemple, Peters et Bonelli (1982) ont collecté des données météorologiques (espace-temps) pour étudier les effets de la pollution atmosphérique.

Soulie et al. (1990), Chiasson et al. (1995) et Deutsch, (2002) utilisent le variogramme pour représenter la variabilité des gisements d'argile. Le modèle géostatistique utilisé dans ces études est semblable à celui utilisé dans l'étude citée au-dessus, mais dans cette thèse, la fonction de covariance a été utilisée, plutôt qu'au variogramme, pour exprimer la corrélation spatiale. Un variogramme est une mesure de la dissimilitude entre deux points dans l'espace séparé par une distance h , selon la relation suivante :

$$2\gamma(h) = \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] \quad (1.3)$$

Avec $2\gamma(h)$ est la valeur de variogramme à une distance h de séparation ; $Z(x)$ est la valeur de la variable aléatoire au point x . Dans cette étude, la fonction de covariance est choisie pour représenter la structure de corrélation (Cressie, 1991).

5.2. Caractéristiques probabilistes de la variabilité spatiale des propriétés de sol

Après une recherche étendue, Phoon et Kulhawy (1999a ; 1999b) ont produit quelques "directives approximatives" pour des types d'incertitude des propriétés géotechniques. Ils ont utilisé un champ aléatoire homogène pour représenter la variabilité intrinsèque du sol. Ils ont estimé des coefficients de variation (COV), dus à la variabilité intrinsèque, l'intervalle pour les échelles de fluctuation de la variabilité intrinsèque, et des COV dus à l'erreur de mesure.

D'autres auteurs traitant de la variabilité spatiale des paramètres géotechniques ont déterminé l'échelle de fluctuation horizontale et/ou verticale sur des sols bien définis. Jaksa (1995) a rassemblé dans des tableaux une synthèse des fonctions d'autocorrélations, des distances de corrélations et des échelles de fluctuations données par différents auteurs (Voir tableau 1.1).

Tableau 1. 1 : Fonctions d'autocorrélations, distances de corrélations et échelles de fluctuations données par différents Auteurs (Jaksa, 1995)

Type de sol	Paramètres Géotechnique	Direction H : Horizontale V : Verticale	Type d'essai *	Fonction de Autocorrélation ρ_z	Distance de Corrélation D_c (m)	Echelle de Fluctuation θ (m)	Intervalle de prélèvement V_{Z0} (m)	Auteurs (Cités par Jaksa, 1995)
Schiste De Patte d'ours Argile marine, Hong Kong	Limite Liquidité, w_L	H	-	$0,605_z K_1(1,44)_z$	≈ 0	≈ 0	0.15	Lumb (1974)
	Index Propriétés Cohésion non drainé C_u	V	-	$e^{-1,23z}$	0.8	1.6	0.3	
Argile molle organique limoneuse, California	Teneur en eau, w	V	TUC	$e^{-0,33z}$	3.0	6.0	0.3	Diaz Padilla et Vanmarke (1974)
	Indice des vides, e	V	-	$e^{-0,66z}$	1.5	3.0	1.5	
	Pression de consolidation, σ'_p	V	-	$e^{-3,3z}$	0.3	0.6	1.5	
	Cu	H	-	$e^{-0,011z}$	90	180	90	
Schiste De Patte d'ours Massif de sable fin sec	Limite Liquidité, w_L	H	-	$0,445_z K_1(1,131)_z$	≈ 0	≈ 0	0.15	Lumb (1975)
	Subgrade Modulus	H	PLT	$e^{-6,1z}$	0.16	0.33	0.1	
Argile molle, Louisiana	Poids volumique humide γ_h	V	-	?	1.2	?	?	Vanmarke et Fuleihan (1975)
Sable propre, Florida	Résistance de Pointe q_c	V	CPT	$e^{-0,9z}$	1.1	2.22	0.2	
	Frottement latéral f_s	V	CPT	$e^{-1,6z}$	0.6	1.25	0.2	
Argile Sol mol limoneux gras des cotes de la mer d'Ariake, Japan	Teneur en eau, w	V	CPT	$e^{-1,91z} \cos(2,62z)$	0.5	?	0.05	Alonso and Krized (1975)
	Limite Liquidité, w_L	?	-	$e^{-1,16z} \cos(0,3z)$	6.3	?	0.5	
	Indice des vides, e	?	-	$e^{-0,23z} \cos(0,31z)$	4.3	?	0.5	
	Poids volumique humide, γ_h	?	-	$e^{-1,191z} \cos(0,31z)$	5.2	?	0.5	
TUC : Essai de compression simple		?	-	$e^{-0,253z} \cos(0,41z)$	4.0	?	0.5	

PLT : Essai de chargement de plaque

CPT : Essai de pénétration de cône

Suite dans la page suivante

Tableau. 1.1 : Fonctions d'autocorrélations, distances de corrélations et échelles de fluctuations données par différents Auteurs (Jaksa, 1995)

Type de sol	Paramètres Géotechnique	Direction H : Horizontale V : Verticale	Type d'essai *	Fonction de Autocorrelation ρ_z	Distance de Correlation D_c (m)	Echelle de Fluctuation θ (m)	Intervalle de prélèvement V_z (m)	Auteurs (Cités par Jaksa, 1995)
Argile marine, Japan	Cohesion non drainé C_u	V	TUU	e^{-az} $a=0.75-1.6$	0.6- 1.3	1.3- 2.7	1.067.7	Mastuo (1976)
	C_u	V	VST	?	?	5	≈1.5	Vanmarke (1977b) et Lacasse et ladd (1973)
Nouvel argile de Liskeard Varved, Canada	C_u	H	VST	?	?	46	≈25	
	D_{10} to D_{90}	V	-	$e^{-0.33z}$	3.0	6.1	1.5	
	In(RD)	H	-	$e^{-0.041z}$	24	49	61	
		H	SPT	$e^{-0.547z}$	1.8	3.7	1.5	Fardis (1979)
Gisement De Fond de la mer du Nord	$In(RD)$	H	SPT	$e^{-0.030z}$	34	67	61	
		H	CPT	$e^{-(z/30)^2}$	30	53	>20	Tang (1979)
Sable de Caostal	q_c	?	CPT	?	5	?	?	
	γ_d	V	-	?	5	?	?	Beacher et al.(1980)
Sable de dune	γ_d	H	-	?	5	?	?	
	SPT-N	?	SPT	?	20	?	?	
Sable Pléistocène De Quadra Vancouver, Canada	Conductivité hydraulique	H	-	?	?	≈3.5	1.52-3.0	
		V	-	?	?	≈1.7	1.52-3.0	
	Porosité D_{50}	H	-	?	?	≈3.3	1.52-3.0	Smith (1981)
		V	-	?	?	≈6.5	1.52-3.0	
V	V	-	?	?	≈0.9	1.52-3.0		

VST : Essai de cisaillement rectiligne SPT : Essai de pénétration standard TUU : Essai de triaxial non consolidé non drainé

Suite dans la page suivante

Tableau. 1.1 : Fonctions d'autocorrélations, distances de corrélations et échelles de fluctuations données par différents Auteurs (Jaksa, 1995)

Type de sol	Paramètres Géotechnique	Direction H : Horizontale V : Verticale	Type d'essai *	Fonction de Autocorrélation ρ_z	Distance de Corrélation D_c (m)	Echelle de Fluctuation θ (m)	Intervalle de prélèvement V_{z0} (m)	Auteurs (Cités par Jaksa, 1995)
Dépôt de sable	Densité relative des sables L_n (RD)	V	SPT	$e^{-0.547z}$	1.8	3.7	1.5	Fardis et Veneziano (1981)
		H	SPT	$e^{-0.030z}$	34	67	61	
Argile molle New York	Cohesion non drainé Cu	V	VST	$e^{-0.820z}$	1.2	2.4	1.0- 3.3	Asaoka et A-Grivas (1982)
		V	VST	$e^{-0.322z}$	3.1	6.2	3.0- 4.8	
Dépôts Alluviaux, Spain	$1/q_c$	V	CPT	e^{-az} $a=0.78- 23.1$	0.04- 1.3	0.09- 2.6	0.05	Ximenez de embun & Romana (1983)
Argile glaciaire molle, Mer du Nord	Cu	V	TUC	?	1.0	?	0.4	Wu et El-Jandali (1985)
	Cu	V	VST	?	1.0	?	0.4	
Sable fin limoneux Mer du Nord	q_c	V	CPT	?	14	?	0.2	
Sols Deltaïques, Canada	q_c	V	CPT	$e^{-1.18z} \cos(2.63z)$	0.85	0.13- 071	0.025	Campanella et al.(1987)
Argile limoneuse, California	q_c	V	CPT	$e^{-2.94z}$	0.34	0.68	0.1	Spry et al. (1988)
Divers, California	Permeability	H/V	-	?	-	$\theta_H/\theta_v \approx 40$	-	Fenton et Vanmarke (1991)
Argiles limoneuses, Bangkok	Tassement de remblai	V	-	e^{-az} $a=0.5- 2.0$	0.5- 2.0	1.0- 40	>1	Bergado et How (1991)
		V	CPT	e^{-10z}	0.1	0.2	0.020	
Sols Deltaïques, Canada	q_c	V	CPT	?	?	0.24- 0.32	0.025	Wickrenesinghe et Campanella (1993)
	f_s	V	CPT	?	?	0.35- 0.40	0.025	
	Pression interstitielle, U_{bt}	V	CPT	?	?	0.14- 0.42	0.25	

5.3. Analyse stochastique en éléments finis

Des approches en éléments finis utilisées pour des milieux aléatoires peuvent être classées par catégorie dans deux classes principales,

- ❑ La méthode des éléments finis stochastique (SFEM) : dans ces approches des propriétés statistiques des variables aléatoires sont établies dans les équations des éléments finis (Baecher et Ingra, 1981 ; Righetti et Harrop-Williams, 1988; Brenner, 1991 ; Yeh et Rahman, 1998).
- ❑ Les simulations de Monte Carlo en utilisant l'analyse en éléments finis déterministes avec données stochastiques.

La première approche, est mathématique et peut être programmée facilement, mais présente des inconvénients une fois appliqués aux problèmes de mécanique des sols. Notamment, elle n'est pas utilisée pour l'analyse des problèmes fortement non-linéaires, ni ne peut prendre en compte des propriétés de sol avec une distribution non gaussienne et une variabilité élevée. Les propriétés de sol présentent souvent un degré élevé de non-linéarité et suivent une distribution non gaussienne avec une variabilité importante ; de ce fait, l'application de ces approches dans la plupart des cas en géotechnique n'est pas recommandée. Elkateb et al. (2000) a récapitulé les limitations de la méthode SFEM comme suit :

- ❑ La forme de la distribution de probabilité pour des variables aléatoires d'entrée n'affecte pas les résultats d'analyse. Par conséquent, il ne peut pas capter les effets de la pente dans la distribution des propriétés de sol. En outre, une distribution doit être affectée à la réponse (output) pendant que la SFEM fournit seulement son écart type et sa moyenne.
- ❑ L'élément variance et la matrice de covariance sont des fonctions de forme et de géométrie d'un élément fini, et leur détermination devient tout à fait compliquée pour des formes irrégulières des éléments.
- ❑ Limité à une variabilité faible, due à l'erreur associée à la structure tronquée d'ordre supérieur dans le développement de Taylor, qui est utilisée pour déterminer les valeurs moyennes des variables de réponse.

- ❑ L'intégration du champ de variable aléatoire de chaque élément, peut entraîner un changement du rapport d'anisotropie de la structure de corrélation des propriétés de sol.

Yeh et Rahman (1998) ont entamé une étude comparative en utilisant quatre approches différentes de la SFEM pour la réponse sismique des sols. Ils ont conclu qu'une simulation directe de Monte Carlo est la méthode d'élément fini stochastique la plus fiable pour une analyse de réponse sismique des sols. Ils ont déclaré que les analyses des éléments finis stochastiques autres que Monte Carlo sont inadaptées lorsqu'il s'agit de l'évaluation de la non-linéarité dans les réponses d'un système.

La deuxième approche a été considérée la plus générale et la plus fiable. Elle a été employée couramment pour des problèmes géotechniques dans la dernière décennie (par exemple Griffiths et Fenton, 1993 ; Paice et al., 1994 ; Popescu, 1995 ; Fenton et Vanmarcke, 1998 ; Popescu et al., 1997 ; Rahman et Yeh, 1999 ; Nobahar et Popescu, 2001a ; Fenton et Griffith, 2002). Elle est capable de traiter les problèmes géotechniques strictement non linéaires. Son inconvénient bien connu est le coût élevé du temps de calculs. Cependant, le développement rapide dans l'industrie des ordinateurs a allégé ce problème à un certain degré.

Il y a d'autres techniques d'estimation efficaces telles que la simulation par Subset pour optimiser le nombre de simulations de Monte Carlo.

5.4. Effets de la variation des propriétés du sol sur le comportement géotechnique

Il a été montré que la variabilité naturelle des propriétés de sol dans des couches homogènes et géologiquement différentes affecte le comportement du sol. Les travaux précédents dans ce domaine ont entamé ces effets sur :

- ❑ La consolidation (Bouheraoua 1989 ; Magnan et Bouheraoua 1995 ; Badaoui et al., 2007 ; Huang et al., 2010 ; Huang et Griffiths, 2010, Houmadi et al. 2011)
- ❑ l'infiltration à travers les sols dans un champ aléatoire (par exemple Griffiths et Fenton, 1993 et Gelhar, 1993) ;
- ❑ Le tassement (Phoon et al., 1990 ; Paice et al., 1994 ; Brzakala et Pula, 1996; Fenton et Griffiths, 2002) ;
- ❑ le potentiel de liquéfaction (Popescu et al., 1997 ; Fenton et Vanmarcke, 1998),

- ❑ la réponse sismique des sols (Rahman et Yeh, 1999),
- ❑ la propagation des ondes sismiques à travers les sols hétérogènes (Assimaki et al., 2002),
- ❑ la stabilité des pentes (Griffiths et Fenton, 2000 ; Gui, 2000).

Il a été constaté que l'hétérogénéité de sol affecte les systèmes de réponse de deux manières : premièrement en induisant un certain degré de variabilité dans la réponse, et deuxièmement en induisant un changement dans la réponse moyenne, par rapport à la réponse obtenue des analyses déterministes (c à d. supposer que les propriétés de sol est homogènes). Dans la littérature plusieurs problèmes en géotechnique ont été traités, parmi ces problèmes on va détailler les suivants :

5.4.1. Consolidation

Il y a longtemps que Rowe 1972 a publié que la prédiction fiable des degrés de consolidation dans les sols est difficile en raison des propriétés variables et de la stratification du sol. Ces dernières décennies, de nombreuses études ont été faites pour quantifier la variabilité des sols et d'évaluer les incertitudes pour différentes applications. Il y a eu quelques études qui ont utilisé des méthodes stochastiques pour analyser les problèmes de consolidation et de tassement. Freeze (1977) a traité un problème de consolidation unidimensionnel (1D) en tenant compte de la corrélation entre le coefficient de compressibilité volumétrique m_v et la perméabilité du sol. Hwang et Witczak (1984) visait à déterminer l'effet tridimensionnel sur la consolidation du sol. Chang (1985) a effectué une recherche sur l'influence du coefficient de consolidation c_v avec une distribution gamma sur les systèmes multicouches 1D. Hong (1992) a également étudié la consolidation 1D en traitant c_v comme une variable aléatoire. Darrag et Tawil (1993) a analysé un problème similaire de type Terzaghi et introduit une pression interstitielle initiale comme variable aléatoire. Hong et Shang (1998) a analysé la consolidation avec des drains verticaux préfabriqués pour le renforcement des sols. Il y a aussi les travaux connexes qui traitent des problèmes de fondation à l'aide d'approches probabilistes (Zeitoun et Baker, 1992; Brzakala et Pula 1996). Plus récemment, Badaoui et al. 2007 a effectué une étude de consolidation 1D par la méthode des couches minces, combinée avec la méthode des simulations de Monte Carlo. La consolidation 1D non

linéaires des couches minces homogènes est bien décrite dans le cas des argiles saturées par Gibson et al. (1967). Dans l'étude de Badaoui et al. (2007), les statistiques concernant le tassement final et le temps correspondants sont étudiés en réalisant une étude paramétrique qui intègre l'influence du coefficient de variation des deux modules d'élasticité, la perméabilité du sol, et la longueur de corrélation verticale.

Bien que les travaux mentionnés précédemment ont porté sur la consolidation du sol probabiliste sur un large choix de situations, il n'ya pratiquement pas d'études couplées à deux dimensions (2D) et il n'y a eu aucune étude systématique du problème sur des intervalles de variations paramétriques. Huang et al (2010) et Huang et Griffiths (2010) ont effectué une étude approfondie sur les problèmes de consolidation couplée et non couplée en tenant compte la variabilité spatiale du coefficient de compressibilité volumétrique et de la perméabilité du sol. Tant le coefficient de compressibilité volumétrique m_v et de la perméabilité k du sol jouent un rôle important dans la consolidation des sols hétérogènes, mais ils ne peuvent pas être étudiés en un seul coefficient de consolidation c_v , (voir, Lee et al. 1992 ; Pyrah 1996). Huang et al (2010), a pris en compte les deux coefficients m_v et k comme des variables aléatoires et la théorie de la consolidation couplée de Biot (Biot 1941) a été appliquée. Le degré moyen de consolidation tel que défini par surpression interstitielle est différent de celle définie par le tassement en sol hétérogène (voir, Lee et al. 1992). Ces différences ont été d'une enquête approfondie dans un cadre probabiliste (Huang et al 2010). Ce dernier a souligné que l'utilisation du degré moyen de consolidation défini par la surpression interstitielle pour prédire les taux de tassement donnerait des résultats erronés. Le même auteur a pris en compte la corrélation spatiale des variables aléatoires de manière systématique en utilisant la théorie des champs aléatoires. Il a démontré qu'ils ont une influence considérable sur le comportement de consolidation du sol (Figure 1.3). Cette figure présente les coefficients de consolidation équivalents définies par la surpression interstitielle v_{i50p} en fonction de l'échelle de fluctuation Θ pour différentes coefficient de variation de m_v et k , ainsi pour différentes valeurs de coefficient de corrélation ρ entre m_v et k . Ceci a fait l'objet de deux études 1D et 2D.

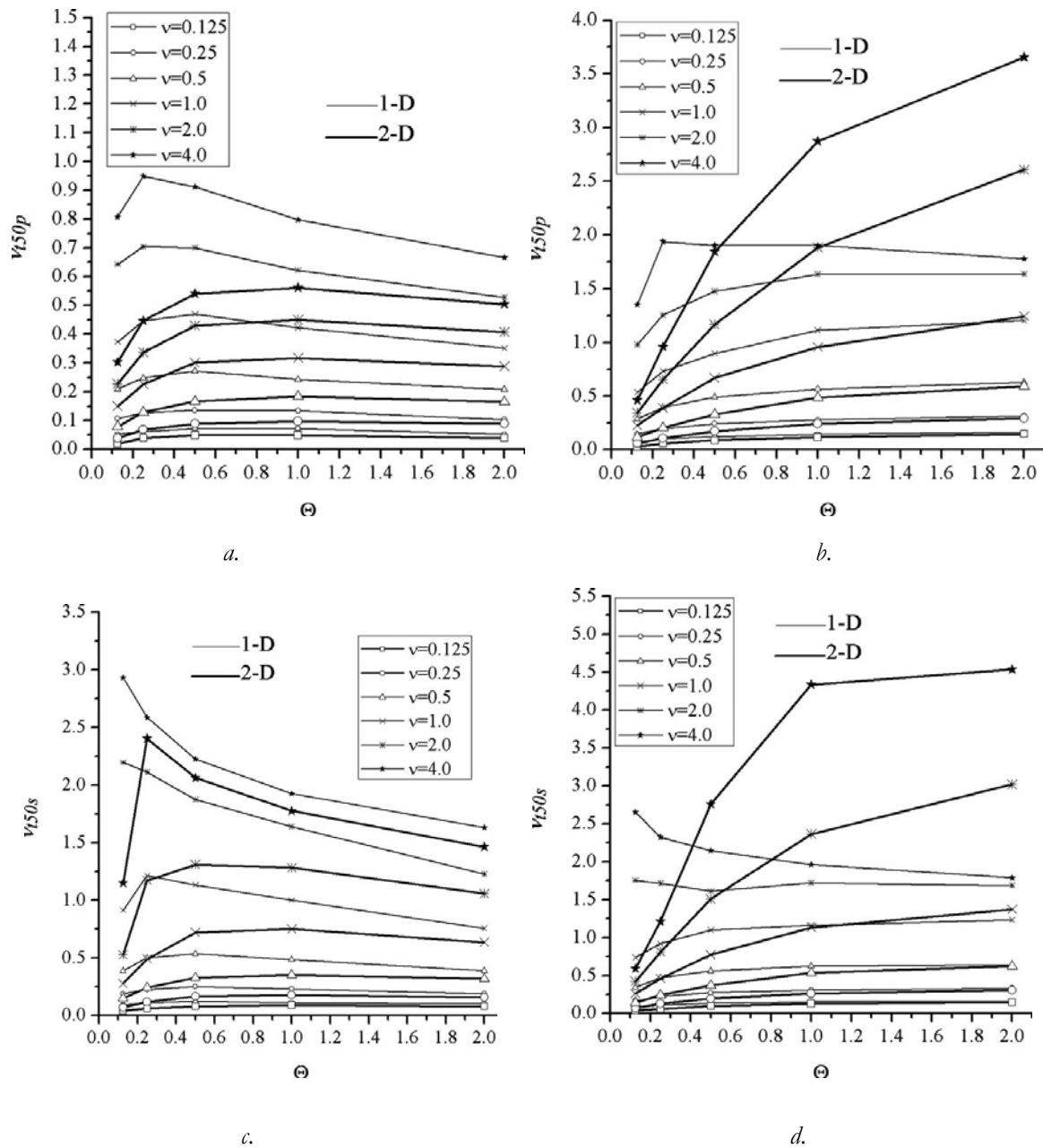


Figure 1.3 : Comparaison du coefficient de variation des coefficients de consolidation équivalents définies par (a) la surpression interstitielle $vt50p$ avec $\rho=1.0$ et, (b) la surpression interstitielle $vt50p$ avec $\rho=0.0$ (a) le tassement $vt50s$ $\rho=1.0$ (b) le tassement $vt50s$ $\rho=0.0$

Deux analyses 1D et 2D de consolidation ont été traité par Huang et al (2010). Il a trouvé que les valeurs moyennes équivalentes de consolidation 2D sont toujours plus élevées que les valeurs correspondantes en 1D (Figure 1.4).

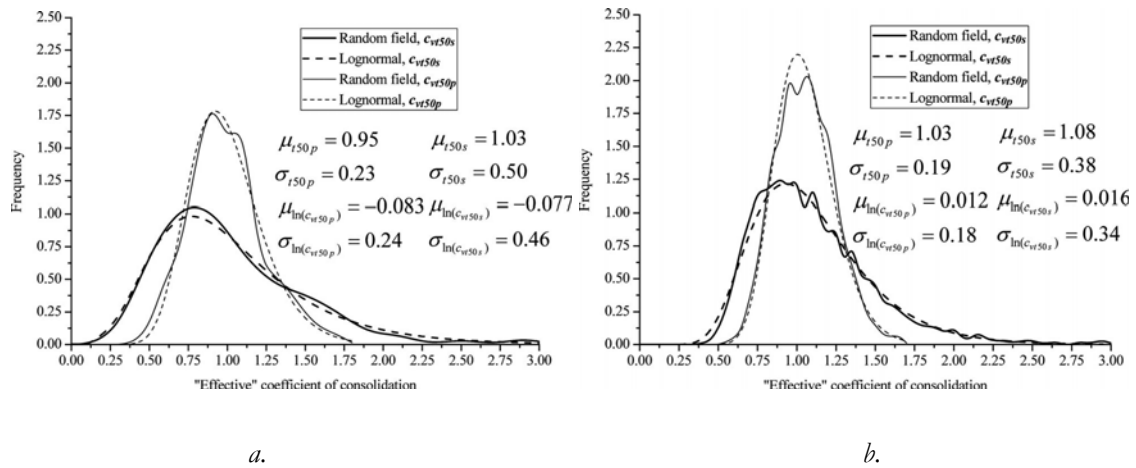


Figure 1. 4 : Histogrammes des c_{vt50p} et c_{vt50s} simulées (avec 2000 simulations) ainsi que la distribution log-normale lissée pour une analyse, (a) 1D et, (b) 2D

Le chapitre quatre de cette thèse présente les détails de l'article de Houmadi et al (2011) qui s'intitule "Probabilistic analysis of a one-dimensional soil consolidation problem". Il a été publié très récemment dans la revue Georisk.

5.4.2. Tassement des fondations superficielles et profondes

Paice et al. (1996) a utilisé la rigidité du sol spatialement corrélé comme champ aléatoire pour étudier les effets de l'hétérogénéité de sol sur le tassement total d'une semelle filante uniformément chargée sur un sol élastique. Une étude paramétrique a été effectuée pour un intervalle de coefficients de variation et des profondeurs d'une couche de sol spatialement variable. Les résultats d'étude ont indiqué des effets significatifs d'hétérogénéité de sol sur la variabilité de réponse. De toute manière, seulement une augmentation modeste du tassement moyen a été remarquée pour des intervalles de variabilité de rigidité de sol qui varie de 10% à 40%. Pour une rigidité de sol avec un coefficient de variation $COV=42\%$ (valeur supérieure recommandée par Lee et al., 1983), il a observé un tassement (moyen) prévu pour être 12% plus grand, que la valeur déterministe calculée en utilisant un module de Young homogène avec une valeur moyenne. Les changements relativement petits des résultats étaient dus au fait que le tassement élastique est un phénomène linéaire; donc, les effets de la variabilité spatiale sur les tassements moyens résultants, étaient modestes. Fenton et al. (2002) a développé l'étude pour évaluer des tassements totaux et différentiels des fondations filantes dans un cadre probabiliste.

Phoon et al. (1990) a présenté une analyse de fiabilité de tassement des pieux en tenant compte, la variabilité spatiale des propriétés de sol. Ils ont utilisé la méthode des éléments finis stochastique (SFEM), dans laquelle des propriétés statistiques des variables aléatoires ont été établies dans les équations des éléments finis. Ils ont modélisé le sol comme matériau linéaire élastique, et ont caractérisé le module de Young comme champ aléatoire homogène (Vanmarcke, 1977). La moyenne et le coefficient de variation (COV) du tassement de la tête du pieu (pour les pieux simples) ont été évalués en utilisant l'analyse du premier ordre deuxième moment (FOSM). Ensuite, des analyses fiabilistes ont été appliquées pour obtenir l'indice de fiabilité et la probabilité de rupture (Der Kiureghian et Ke, 1985 et 1988). Phoon et al. (1990) a étudié les effets de la variabilité du module de Young du sol, ses distances horizontales et verticales d'autocorrélation, les rigidités relatifs au sol/pieu, et le rapport de Slenderness de pieu. La variation du COV de tassement de la tête du pieu et l'indice de fiabilité (Hasofer et Lind, 1974) en fonction des paramètres mentionné auparavant ont été étudiés et des diagrammes de conception ont été fournis. La combinaison de l'analyse stochastique des éléments finis avec l'analyse fiabiliste a fourni de bons moyens d'évaluer les effets de la variabilité de sol dans les problèmes géotechniques. L'étude a considéré un choix très large de distances d'autocorrélation. La facilité de la maille brute utilisée en capturant de petites distances de corrélation est incertaine. Aucune mention de diminution de tassement moyen de pieu n'a été rapportée comparée à l'analyse déterministe.

5.4.3. L'infiltration à travers les sols hétérogènes

Fenton et Griffiths (1996) ont effectué une étude sur la surface de saturation traversant un barrage en terre stochastiquement hétérogène. Ils ont pris la perméabilité du sol comme champ aléatoire stationnaire avec une distribution lognormale et une structure de corrélation spatiale. Ils ont conclu que les prévisions stochastiques de la forme du barrage étudié et la variabilité de sol dépendaient du rapport de l'échelle de fluctuation à la longueur du domaine d'écoulement.

Griffiths et Fenton (1997) ont exécuté des analyses d'infiltration tridimensionnelles à travers les sols spatialement aléatoires en utilisant la simulation de Monte Carlo. Semblable à l'étude mentionnée ci-dessus, un champ aléatoire à une distribution log normale généré par la méthode de subdivision en moyenne locale (LAS) a été utilisé pour

caractériser la perméabilité isotrope du sol. Ils ont étudié l'infiltration sous une palplanche en utilisant les modèles à 2D et à 3D. Ils ont conclu que pour les intervalles pratiques des distances d'autocorrélation, le débit moyen a chuté uniformément avec l'augmentation du coefficient de variation de la perméabilité du sol. Cependant, il devrait mentionner que selon les résultats des études analytiques par Gelhar (1993) ; le débit moyen augmente au fur et à mesure que la variance de la perméabilité du sol (conductivité hydraulique) augmente pour un système isotrope hétérogène tridimensionnel. Les résultats de l'analyse à trois dimensions ont été comparés aux résultats précédents de l'analyse 2D (Griffiths et Fenton, 1993). Il a été observé que la variabilité du débit prévu de l'analyse tridimensionnelle, était plus petite que ceux prévus de l'analyse à deux dimensions. En outre, les débits moyens prévus de l'analyse tridimensionnelle sont plus proches aux valeurs déterministes, que ceux prévus de l'analyse bidimensionnelle. En d'autres termes, l'effet de la tridimensionnalité s'est avéré une réduction de l'aspect aléatoire global du débit. Cependant, il a été conclu qu'il n'y avait pas une grande différence entre les résultats à deux dimensions et à trois dimensions. De ce fait, l'approche 2D est plus simple et moins coûteuse en temps de calcul et elle peut donner des résultats acceptables pour les cas considérés. Un des inconvénients de cette analyse est qu'elle utilise des distances d'autocorrélation égales pour les directions verticale et horizontale. Habituellement les distances de corrélation dans la direction horizontale sont beaucoup plus grandes que ceux dans la direction verticale.

Pour l'étude de Griffiths et de Fenton (1997), les changements du débit moyen étaient modestes. Par exemple, à $COV = 50\%$, pour une marge de distance d'autocorrélation de 1m à 8m, le débit moyen prévu s'est diminué à moins de 8% (figure 1.5). C'était probablement dû aux linéarités du phénomène d'infiltration. Il devrait également mentionner que des méthodes en éléments finis stochastiques de premier ordre et seconde moment (Choot, 1980 et Hachich, 1981) sont considérées pour fournir des résultats raisonnables pour des problèmes linéaires et sont numériquement beaucoup moins coûteux.

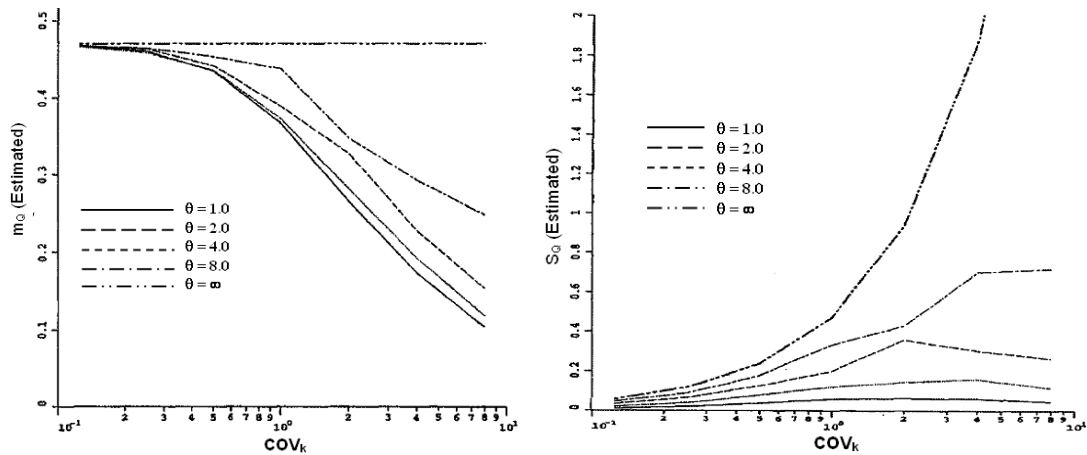


Figure 1. 5 : influence du coefficient de variation et la distances de corrélation de la perméabilité ($\theta = \theta_v = \theta_h$) sur le débit moyen (m_D) et son écart type (S_D) (Griffiths et Fenton, 1997).

5.4.4. Effets de la variabilité de sol sur la portance des fondations superficielles

Nobahar et Popescu (2000) ont étudié les effets de la variabilité spatiale inhérente des propriétés de sol sur la portance des fondations superficielles soumis aux charges verticales, et supporté par un sol élastique parfaitement plastique. Le modèle numérique a simulé le comportement d'un sol argileux sur-consolidé sous des conditions non drainées. Une simulation de Monte Carlo, combinée à l'analyse des éléments finis déterministe avec la génération numérique des champs stochastiques a été utilisée. La résistance au cisaillement non drainée du sol a été modélisée comme champ aléatoire avec $COV=40\%$ suivant une distribution bêta. Une fonction exponentielle descendante pour la structure de corrélation a été utilisée.

Des analyses bidimensionnelles en élément finis ont été exécutées pour des fondations filantes. La portance, les tassements, et les rotations de fondation sont prévu par les simulations de Monte Carlo qui ont tenu en compte la variabilité spatiale de la résistance de sol, ont été comparées aux résultats des analyse déterministes qui ont supposé des propriétés homogènes de sol. Les résultats ont prouvé que la portance des fondations superficielles est fortement affectée par la variabilité naturelle de la résistance de sol. Le mécanisme de rupture prévu était non symétrique et sensiblement différent pour un sol hétérogène comparé au sol homogène.

Nobahar et Popescu (2001a) a continué ses études de la portance des fondations peu profondes en regardant l'intervalle des coefficients de variation et deux distributions de

probabilité. Les résultats ont prouvé que la forme de la queue gauche de la distribution a affecté la variabilité de la réponse prévue et les valeurs moyennes de portance.

Griffiths et Fenton (2001) ont effectué une étude sur la portance du sol dans un espace aléatoire d'une argile non drainée. La simulation de Monte Carlo combinée avec une analyse élastoplastique en éléments finis en utilisant des données stochastiques a été utilisée. Un champ aléatoire en utilisant une distribution lognormale, une distance isotrope de corrélation et une fonction spatiale markovienne de corrélation a représenté la résistance au cisaillement non drainé. Des analyses 2D en déformation plane en éléments finis ont été exécutées en utilisant des éléments quadrilatère à 8 nœuds. La loi de contrainte déformation, élastique parfaitement plastique avec un critère de rupture de Tresca a été employée pour modéliser le comportement non drainé du sol. Un processus en moyenne locale a été utilisé pour tracer les champs aléatoires sur les mailles des éléments finis. Les moyennes locales ont préservé la valeur moyenne, mais ont réduit l'écart type. Pour chaque cas, 1000 simulations ont été effectuées. Un profil de sol maillé déformée typique est montré sur la figure 1.6. Les fondations sur le sol hétérogène devraient montrer le comportement asymétrique.

Griffiths et Fenton (2001) ont étudié la variation de la capacité portante résultante et de son coefficient de variation sur le coefficient de variation de la résistance du sol et la distance de corrélation. Ils ont conclu qu'un facteur de sécurité très élevé (environ 3) est exigé pour réduire la probabilité de rupture de la fondation provoqué par la variabilité naturelle du sol avec l'intervalle de COV varie de 10% à 50%. C'est en accord avec la géotechnique pratique standard (Lambe et Whitman, 1969). L'auteur a expliqué, dans un contexte probabiliste, pourquoi les facteurs de sécurité utilisés dans les calculs de portance sont en général beaucoup plus hauts que ceux utilisés dans d'autres calculs d'état limite en géotechnique, telle que la stabilité des pentes et les pressions des terres.

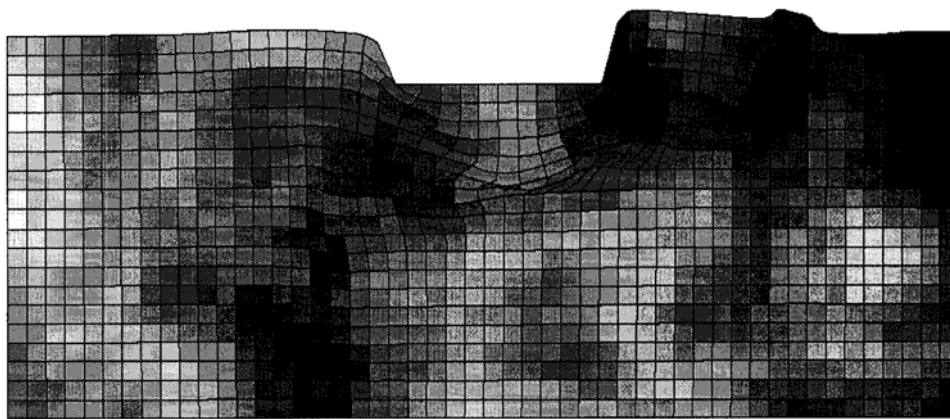


Figure 1. 6 : maille déformée typique. Les régions plus foncées indiquent un sol plus faible (Griffiths et Fenton 2001).

Cependant en utilisant des facteurs de sécurité élevés, 2 ou 3, est commun pour les fondations superficielles, il y a d'autres sources principales d'incertitude (par exemple erreur de mesure et incertitude dans le modèle). Par conséquent, attribuer seulement ces facteurs de sécurité à l'incertitude provoquée par la variabilité naturelle ne semble pas raisonnable. Il y a des chercheurs qui croient que la variabilité naturelle du sol a des effets minimaux sur l'incertitude des systèmes géotechniques et que la plupart d'incertitude vient de l'incertitude dans les modèles ou la mesure (par exemple Li et Lam, 2001). Dans l'opinion de l'auteur, utilisé différents facteurs de sécurité en géotechnique peut également être attribué à différents niveaux de fiabilité cible dans chaque secteur.

Fenton et Griffiths (2003) ont prolongé leurs études pour la portance des fondations supportées par un sol frottent et cohérent. Ils ont utilisé un modèle bidimensionnel pour simuler des fondations filantes. Ils ont constaté que la moyenne géométrique de résistance au cisaillement de sol sous la fondation dans un domaine de déformations plastiques (prises pour avoir une profondeur de B et une longueur de $5B$, et B comme largeur de fondation) peut être utilisée comme valeur représentative de la résistance au cisaillement du sol. Ils ont constaté qu'une distance d'autocorrélation de $\theta=B$ a comme conséquence les valeurs les plus faibles de la capacité portante de la fondation; donc, quand les données suffisantes ne sont pas disponibles, elle peut être utilisé comme valeur remplaçante dans les calculs.

La conception des fondations peu profondes sont généralement régis soit par le tassement, un état limite de service, ou par la capacité portante, un état limite ultime. Bien que les ingénieurs en géotechnique ont utilisé ces états limites pour plus de la moitié d'un

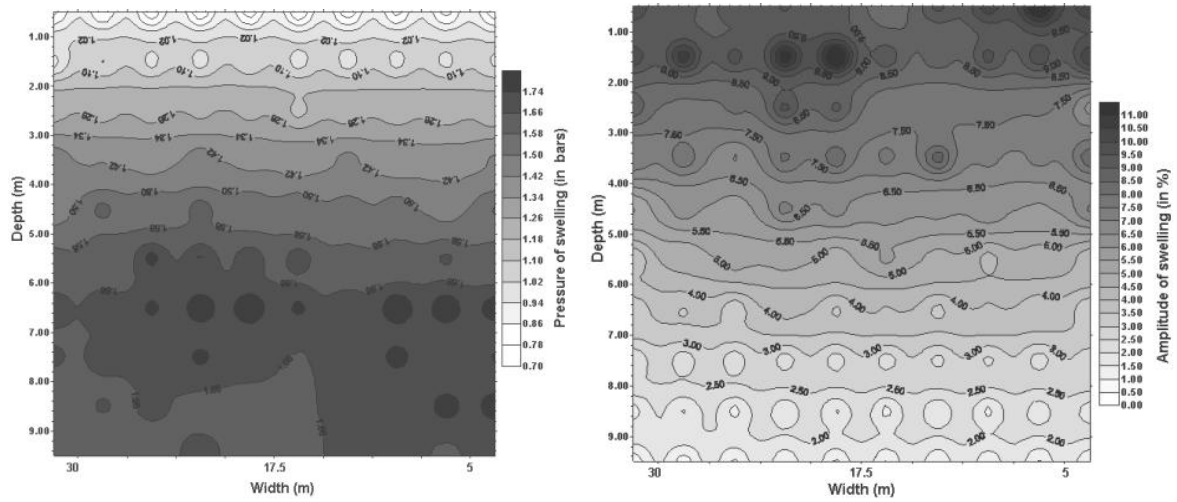
siècle, ce n'est que récemment qu'ils ont commencé à converger vers des conceptions basées sur la fiabilité. Pour profiter du plein potentiel de la conception basée sur la fiabilité, il faut prendre en compte les incertitudes géotechniques de façon rationnelle. Fenton et al. (2008) a proposé une approche baptisée conception de facteur charge et résistance (LRFD) pour la conception de la capacité portante d'une semelle filante, en utilisant des facteurs de charge tel que spécifié par les codes de structure. Les facteurs de résistance nécessaire pour obtenir une probabilité de rupture acceptable sont estimés en fonction de la variabilité spatiale du sol et par le niveau de "compréhension" des propriétés du sol dans les environs de la fondation. Les résultats analytiques, validés par simulation, sont principalement destinés à l'aide dans le développement de la prochaine génération de la fiabilité des codes axés sur la conception géotechnique, mais peut aussi être utilisé pour évaluer la fiabilité des modèles actuels (Fenton et al. 2007).

5.4.5. Effets de la variabilité des paramètres de gonflement sur les fondations

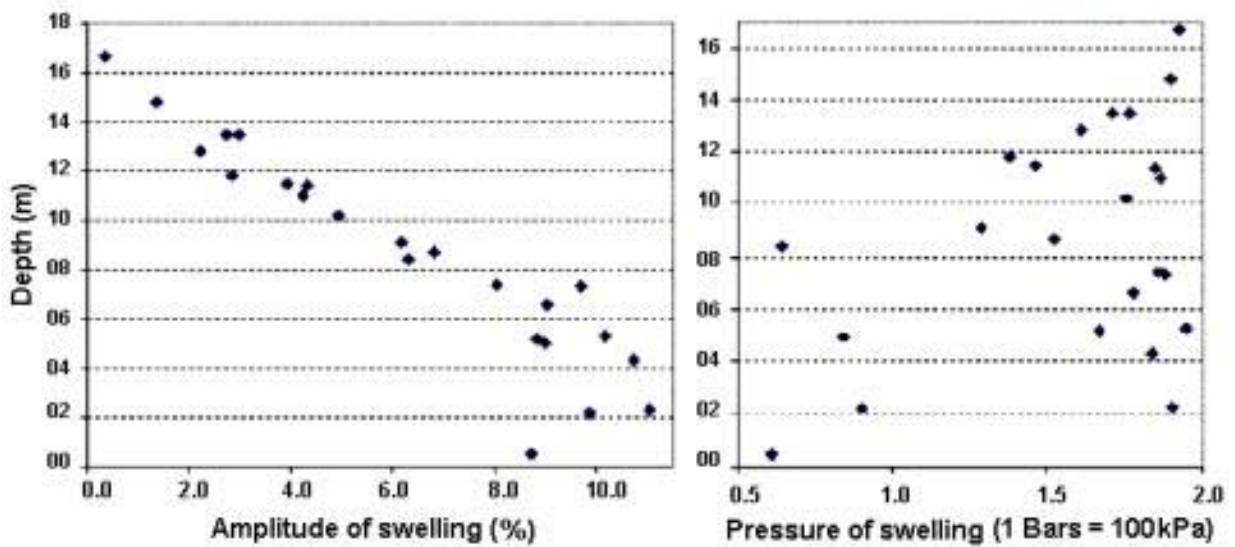
La stabilité des structures fondées sur le sol expansives représente l'une des priorités de l'ingénieur. Plusieurs modèles consacrés à l'estimation indirecte des paramètres de gonflement (amplitude et pression de gonflement), basée sur une analyse statistique (Djedid et al., 2001), ont été développés. Cette estimation indirecte permet, dans la phase préliminaire du projet, de connaître les paramètres de gonflement en fonction d'un certain nombre de paramètres physiques. Ainsi, si ces derniers sont disponibles on peut facilement évaluer le potentiel de gonflement sans aucune difficulté. Cependant, le sol est caractérisé par une variabilité spatiale importante et par conséquent les informations sur les paramètres physiques ne sont pas disponibles pour chaque dans l'espace étudié.

Pour surmonter cette limitation, Bekkouche et al (2005) a développé une approche probabiliste pour estimer les paramètres de gonflement qui peuvent être non seulement perçu comme un complément à l'approche déterministe, mais aussi parce que cette approche peut donner des informations sur le potentiel de gonflement dans la zone où aucune information sur les paramètres physiques sont disponibles. L'auteur s'est concentré dans son article sur la variabilité spatiale des paramètres physiques du sol (Bekkouche et al., 2003). Avec cet objectif en tête, il a considéré que les paramètres de sol sont caractérisés par des champs aléatoires définis par une fonction de distribution log-normale. L'approche probabiliste qui estime les paramètres de gonflement,

développée dans l'article en question, a été utilisée pour évaluer les effets de la variabilité des paramètres physiques du sol sur les paramètres de gonflement.



a)



b)

Figure 1. 7 : Variation de l'amplitude et la pression de gonflement (Bekkouche et al. 2005). a) obtenu à partir de l'approche probabiliste b) obtenu à partir des mesures.

Les résultats obtenus ont montré que l'estimation des paramètres de gonflement, sans prendre en compte la variabilité des propriétés physiques du sol, a conduit à une surestimation de ces paramètres et par conséquent peut avoir des effets considérables sur la stabilité des structures.

6. CONCLUSION

En géotechnique plusieurs auteurs ont effectué des recherches et des études sur les différents problèmes en mécanique des sols en modélisant les propriétés des sols soit en variable aléatoire soit en champ aléatoire (homogène ou hétérogène). Malgré ces études effectuées précédemment, on trouve que ce n'est pas suffisant relativement à ce qui se passe dans les autres sciences dont les propriétés sont moins entachées d'erreurs. Le chapitre suivant va entamer les sources d'incertitude en géotechnique et la modélisation des paramètres des sols.

Chapitre 2 :

Incertitudes et variabilité spatiale des paramètres géotechniques

1. INTRODUCTION

Une reconnaissance géotechnique est la première phase d'étude d'un projet de génie civil. Cette reconnaissance permet de décrire les différentes couches de sols, leurs natures, leurs caractéristiques mécaniques et physiques, etc. Ces dernières sont déterminées par des mesures *in situ*, directes ou indirectes, ou par des mesures en laboratoire sur des échantillons remaniés ou non remaniés. Le rapport de cette campagne comprend, outre les résultats bruts des observations, essais et mesures, une interprétation géologique et géotechnique et éventuellement des avis et des conseils. On notera que, de manière consciente ou non consciente, un certain nombre d'hypothèses sont introduites à ce stade. C'est ainsi que l'on va procéder à l'interpolation entre les différents sondages ou forages en supposant ainsi la continuité des couches géologiques, ce qui se fait souvent alors que ce n'est pas toujours justifié. De même, on introduira implicitement des conditions d'homogénéité de ces couches, ou du moins de faible variabilité.

L'ingénieur doit ensuite analyser ce rapport en collaboration, selon la complexité et l'importance du projet, avec des spécialistes d'autres disciplines : géologues, hydrogéologues, urbaniste, etc. Il pourra ainsi se forger sa propre idée des conditions de site, pour finalement utiliser ces résultats pour le dimensionnement de l'ouvrage dont il a la responsabilité.

L'examen des résultats d'une campagne d'essais géotechniques met en évidence que, même à l'intérieur d'une couche géologique considérée comme homogène en grand, les divers paramètres mesurés manifestent toujours une certaine variabilité, parfois très

élevée. Cette variabilité est quelques fois tellement importante que le choix de valeurs caractéristiques semble illusoire.

En effet, il se peut que la variation imprévisible soit d'une importance telle qu'une description déterministe s'avère insuffisante. Il est alors plus indiqué de faire usage de la théorie des probabilités. Cette dernière permet de développer des modèles plus proches de la réalité. Ces modèles sont d'autant plus exploitables qu'il est possible de rassembler des caractéristiques du phénomène stochastique complexe en un minimum de paramètres physiques, expérimentalement accessibles.

Avant d'aborder la manière de prendre en compte cette variabilité des paramètres, on peut d'abord s'interroger sur ses causes profondes. L'examen critique et approfondi des variations entre les valeurs mesurées d'un même paramètre dans une couche de sol "homogène", montre qu'elles sont attribuables à plusieurs sources d'incertitude.

L'objectif de ce chapitre réside dans la description des sources de variations des paramètres de sol lesquelles présentent des caractères fortement aléatoires. A cet effet, une description probabiliste de ces paramètres sera établie ce qui va nous permettre de mettre en place une modélisation stochastique de la variabilité des propriétés du sol par simulation.

2. SOURCES D'INCERTITUDES SUR LES PARAMETRES DE SOL

Les incertitudes sont présentées dans la plupart des problèmes de génie civil et plus spécifiquement dans le domaine de la géotechnique. Le mot "incertitude" y est utilisé et interprété de plusieurs façons selon les personnes et le domaine d'application. Dans la plupart des cas, il englobe les concepts d'ambiguïté et de variabilité ; il est aussi utilisé pour décrire l'état de ce qui ne peut être établi avec exactitude, qui laisse place au doute.

Certain auteurs (Denis, 1998 ; cité par Smith et al 2004) distinguent deux niveaux d'incertitude. Le premier niveau est celui où un individu perçoit qu'il ne peut résoudre un problème à cause d'une trop grande complexité ou d'un manque d'information. Le deuxième niveau est celui où plusieurs individus perçoivent différemment une même situation et proposent des solutions contradictoires.

Les incertitudes présentes dans les problèmes de géotechnique proviennent généralement de trois sources : la variabilité inhérente à certains processus naturels, la caractérisation des sols et l'imperfection des modèles rhéologiques.

Partant des études du l'NRC, 2000 (cité par Smith, 2004), de Favre, (2000) et de Mangan, (2000), une synthèse a été élaborée représentant les différentes sources d'incertitude avec leurs composantes principales (figure 2.1).

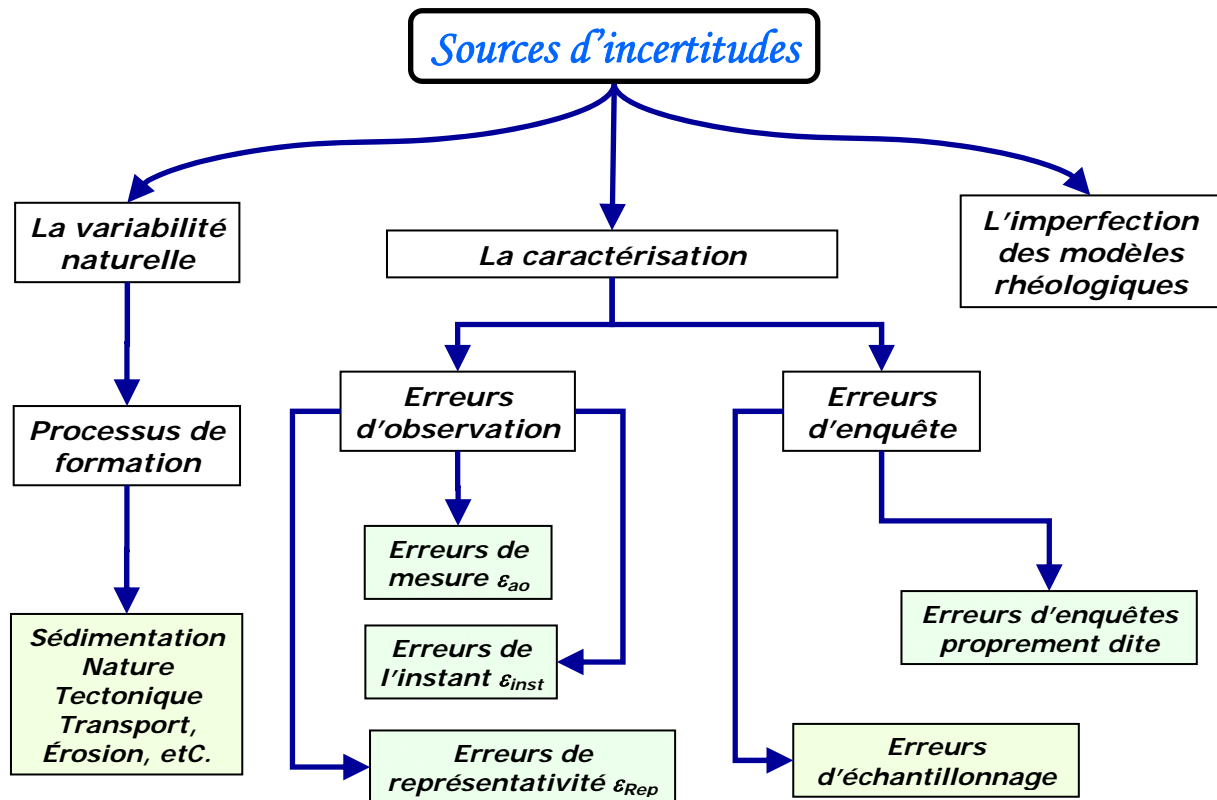


Figure 2. 1 : Sources d'incertitudes en géotechnique

2.1. Incertitude liée à la variabilité naturelle des paramètres des sols

Le désordre qui affecte les propriétés des sols n'est pas aléatoire. Il est lié à l'histoire de leur formation qui a ses lois très précises (tectonique, érosion, transport et sédimentation, etc.) et à la nature même de la matière. Mais la complexité de ces lois et des conditions de leur application et la complexité de la matière font qu'il est impossible de connaître parfaitement ces propriétés : on est donc devant un phénomène incertain au sens où on ne peut prévoir de façon certaine ses réalisations, c'est-à-dire les propriétés en un point d'un massif. La première démarche est de connaître l'essence des phénomènes et pour cela une bonne reconnaissance géologique est toujours indispensable ; elle réduit le caractère incertain de la prévision.

Cet incertain naturel peut avoir divers degrés et donc entraîner différents moyens d'investigation, de prise en compte et de modélisation (Favre et al 1995 et Favre et al 2000) :

- ❑ On peut se trouver dans des terrains très erratiques, à fortes hétérogénéités avec des fractures, des zones de faiblesse ou au contraire des points "durs", des arrivées d'eau, etc. Géométrie et propriétés sont très tourmentées.
- ❑ On peut se trouver dans des terrains peu désordonnés présentant une stratification relativement régulière. Aussi, la reconnaissance géotechnique, guidée par le modèle géologique du terrain, prend ici toute son importance pour proposer un modèle mécanique de terrain.
- ❑ Les terrains peuvent avoir été fabriqués par l'homme, qu'il s'agisse de barrages en terres, de remblais, de terre armée, etc. Dans ces cas, il faut des contrôles de fabrication et des tests de réception.

2.2. Erreurs et incertitudes liées à la caractérisation des sols

2.2.1. Erreurs d'observation

2.2.1.1. Erreurs de mesure, ϵ_{ao}

Elles sont liées à l'appareil de mesure et à l'opérateur. Avec le progrès de la métrologie et l'acquisition automatique, les erreurs d'imprécision et d'opérateur ont été considérablement réduites. Encore faut-il avoir fait un étalonnage et un tarage corrects. Mais il reste les erreurs de reproductibilité liées au caractère destructif de la plupart des essais de géotechnique et les erreurs d'opérateur liées à la difficulté de certains essais (au triaxial, au pressiomètre, etc.).

Enfin, il est bien connu que chaque essai représentant le coup de main de l'opérateur, on constate des différences systématiques plus ou moins grandes d'un laboratoire à un autre.

Les problèmes organisationnels tel une mauvaise communication entre l'opérateur des essais (in situ et/ou laboratoire) et ses supérieurs, sont aussi une source potentielle d'incertitude humaine qui est souvent rencontrée en pratique. Ces incertitudes influencent directement ou à un second degré tous les aspects d'un problème, de sa définition jusqu'au choix de la solution, car le risque est toujours porté et géré par l'humain.

2.2.1.2. Erreurs de représentativité, ϵ_{Rep}

Elles proviennent de la transformation de la mesure physique.

On ne mesure guère directement que des longueurs, des masses et des températures. La plupart des appareils d'essais géotechniques sont basés sur des mesures de déplacement. Il faut donc transformer la mesure. On procède alors à un étalonnage de l'appareil et à son tarage. Mais il y a des transformations plus importantes et plus incertaines : section d'un échantillon au triaxial pour la contrainte σ_1 ? Pente initiale d'une courbe de chargement pour le module de Young ? Etc.

2.2.1.3. Erreurs de l'instant, ϵ_{inst}

Elles proviennent de la variation de la propriété entre le moment de mesure et le moment où le sol est mis en œuvre.

Le cas typique est celui des propriétés du béton. Pour les sols, le remaniement relève de ce type d'erreur, en particulier pour tous les essais mécaniques de laboratoire et pour l'essai pressiométrique.

2.2.2. Erreurs d'enquête

2.2.2.1. Erreurs d'enquêtes proprement dite

Ce sont les erreurs liées à une mauvaise conduite des reconnaissances.

Les mesures effectuées ne sont pas représentatives du problème : l'exemple d'un remblais récent mal identifié au droit de deux fondations superficielles qui les sollicite, un remblai ancien en biseau pouvant exister sous une des deux fondations ; un autre exemple illustre le problème d'une fondation superficielle reconnue au moins de 3 à 5 fois la largeur, ignorant ainsi une couche faible qui peut piloter les tassements.

2.2.2.2. Erreurs d'échantillonnage

Ce ne sont pas, à proprement parler, des erreurs. Imaginons que chaque mesure est parfaite mais que la propriété varie d'un point à un autre de l'espace. Cette variabilité naturelle sera modélisée comme une variable aléatoire dont il est à estimer les caractéristiques avec les mesures. Il y a ainsi un échantillon statistique de taille n pour estimer les caractéristiques d'une population infinie. Ces caractéristiques vont être estimées par un intervalle de confiance : la moyenne (ou l'écart type) de la propriété, qui

est sûre mais inconnue à une probabilité de 95% par exemple d'être encadrée par deux valeurs dépendant des observations.

2.3. Incertitudes liées à l'imperfection des modèles rhéologiques

Il est à noter que les résultats des calculs sont également affectés par de nombreuses incertitudes, parmi lesquelles, l'imperfection des lois de comportement (les modèles) et l'imprécision des calculs réalisés sur la base de ces modèles. Les propriétés des sols rentrent dans ces lois rhéologiques qui représentent plus ou moins bien la réalité de la relation contraintes-déformations. Ainsi le modèle élasto-plastique linéaire isotrope-plastique parfait ou fragile, alors que le sol est mieux représenté par un modèle élasto-plastique orthotrope (Favre, 2000). Quant au comportement réel du sol, personne ne le connaîtra ; on ne fait que l'approcher. On fait donc une erreur de modèle indépendamment de l'erreur que l'on fait sur la mesure des paramètres du modèle choisi.

En particulier, on ne peut pas nier que certaines sollicitations naturelles appliquées aux constructions présentent un caractère essentiellement aléatoire : les actions sismiques, le vent, les sollicitations des vagues sur les structures marines, les efforts de la température ou des gradients thermiques dans les chaussées ou les barrages en béton en sont des exemples typiques.

Les exemples sont innombrables, mêmes en se limitant au domaine des infrastructures, et une réflexion critique conduit rapidement à admettre que les actions connues avec une incertitude pouvant être considérée comme négligeable constituent plutôt l'exception : poids propre des ouvrages, certaines surcharges permanentes, etc.

3. APPROCHE PROBABILISTE

3.1. Principe général

L'approche probabiliste aborde les problèmes d'une manière toute différente, en postulant a priori le caractère aléatoire des grandeurs qui interviennent dans les phénomènes étudiés et dans les modèles de comportement utilisés pour décrire ces phénomènes.

Dans une telle approche, on quantifie toutes les incertitudes attachées au modèle, aux paramètres, aux facteurs humains, etc. On en déduit ensuite des résultats qui sont eux-mêmes affectés d'incertitudes. On obtient ainsi, quelle que soit la nature du problème

étudié, des résultats exprimés sous une forme homogène, à savoir la probabilité de voir se produire certains évènements.

Dans le modèle de calcul (figure 2.2), les données et les résultats sont affectés d'incertitudes. Ce ne sont plus des grandeurs uniques bien définies, mais des variables aléatoires.

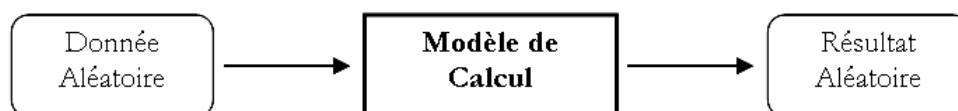


Figure 2. 2 : Schéma général de calcul par un modèle de type probabiliste

La nature exacte du modèle n'est pas précisée à ce stade, pas plus que les méthodes de calcul particulières qui devront être mises en œuvre pour utiliser des quantités aléatoires.

3.2. Principales étapes de l'approche probabiliste

Le schéma général de calcul par un modèle de type probabiliste a déjà été présenté plus haut (figure.2.2). On va maintenant examiner de plus près quelques-unes des nombreuses questions formulées et à résoudre :

- ❑ Comment obtenir les données du problème sous la forme de variables aléatoires de telle manière qu'elles soient une représentation assez fidèle de la réalité ?
- ❑ Comment choisir rationnellement un modèle de calcul utilisable dans le contexte probabiliste ?
- ❑ Comment transmettre, au travers du modèle de calcul, le caractère aléatoire (les variations) de ces données ?
- ❑ Comment enfin utiliser les résultats, eux aussi exprimés sous la forme de variable aléatoires, pour obtenir les réponses recherchées ?

3.3. Modélisation des données aléatoires

Dans le domaine de la mécanique des sols, la quantification des paramètres d'entrée (données) s'appuie souvent sur un traitement statistique de données expérimentales. En l'absence d'un nombre suffisant de mesures relatives au site étudié, on s'appuie sur des

valeurs considérées comme vraisemblables sur la base de considérations plus générales, géologiques et autres.

En réalité donc, les paramètres de type géotechnique seraient considérés à priori comme des variables aléatoires, c'est-à-dire affectés d'une incertitude, mais dont on pourra pour certains négliger la dispersion.

Notons dès à présent que le traitement statistique dont il est question est presque toujours un simple processus, qui traite les données comme des valeurs extraites au hasard d'une seule population d'éléments tous de nature identique.

Ce traitement peut aussi être un processus plus complexe, prenant en compte la position dans l'espace des valeurs mesurées. De telles grandeurs, sont ainsi définies à la fois par :

- ❑ La valeur du paramètre mesuré,
- ❑ La position dans l'espace où ce paramètre a été mesuré (ou la position dans l'espace où l'échantillon étudié en laboratoire a été prélevé),

Ces grandeurs forment un champ aléatoire.

Dans les traitements statistiques particuliers pour traiter les caractéristiques du sol, on insistera particulièrement sur la nécessité de toujours prendre en compte la variabilité spatiale de ces grandeurs, même si le nombre de données disponibles est très faible et peut sembler à première vue insuffisant.

3.4. Choix du modèle et incertitudes associées

La quantification des incertitudes liées aux paramètres est difficile à estimer à ce stade du travail, c'est le cas aussi des incertitudes liées aux modèles. Même si cet aspect n'est pas très développé dans cette étude, il ne sera pas ignoré. Il en sera tenu compte à travers la variation des paramètres qui sont considérés comme des variables aléatoires. Il en sera de même pour les résultats des modèles.

Dans l'approche qui nous concerne, la prédominance est donnée à la variabilité spatiale des paramètres plutôt qu'aux incertitudes. Ceci est justifié par les problèmes qui nous préoccupent. On pourra ainsi considérer que leurs conséquences sont négligeables devant les causes liées à la variabilité spatiale des paramètres géotechniques. Pour cela, on adoptera, comme dans une approche classique, des modèles de calcul déterministes ayant

fait leurs preuves. La principale différence consistera dans le type de données à introduire et le type de résultats obtenus, qui seront tous des variables aléatoires. Les calculs ainsi menés sont des calculs probabilistes.

3.5. Calculs probabilistes

Une étape cruciale de la mise en œuvre des méthodes de calcul probabiliste est celle qui consiste à transférer, à travers le modèle de calcul (déterministe) choisi, les incertitudes des différents paramètres. Ces derniers sont en effet des variables aléatoires, et les méthodes rigoureuses permettant de réaliser des calculs exacts sur de telles variables ne s'appliquent qu'à quelques cas extrêmement simples sans aucun intérêt pratique.

3.6. Exploitation des résultats

Les résultats obtenus par les calculs probabilistes sont donc des variables aléatoires. Mais les problèmes posés aux ingénieurs ont besoin de réponses qui ne peuvent pas être facilement exprimés sous cette forme probabiliste. Ainsi, il est nécessaire de pouvoir formuler des réponses à des interrogations précises, qui pourraient être entre autre :

- ❑ La probabilité de voir se produire un évènement bien déterminé, comme la rupture ou la mise hors service d'un ouvrage ou d'une partie d'un ouvrage ;
- ❑ Les formes, dimensions et caractéristiques des matériaux de l'ouvrage ou de la partie de l'ouvrage conduisant à un niveau de probabilité de rupture ou de mise hors service choisi à priori (calcul de dimensionnement) ;
- ❑ Connaissant les coûts respectifs des opérations de constructions, d'entretiens et ceux entraînés par un éventuel accident, on peut optimiser le dimensionnement en terme économique en recherchant la solution conduisant au coût global minimum, etc.

4. VALEURS CARACTERISTIQUES, ET VALEURS DE CALCUL (EUROCODE.7)

Dans la plupart des pays européens, les ouvrages géotechniques sont conçus, encore aujourd'hui, de manière déterministe. Les charges et les résistances sont calculées à l'aide d'un modèle mathématique bien déterminé et le dimensionnement est satisfaisant lorsque les charges calculées sont au plus égales aux résistances calculées, divisées par un coefficient de sécurité global. Celui-ci sert, à lui seul, pour couvrir aussi bien les incertitudes relatives aux charges que celles concernant les paramètres du sol et le modèle

de calcul. Sa valeur est déterminée de manière empirique et non par analyse du risque de ruine. On ne considère que l'application de ce coefficient conduit à un compromis acceptable entre les risques encourus et l'investissement consenti. Les Eurocodes, par contre, sont fondés sur des méthodes dites semi-probabilistes. Les modèles de calcul sont maintenus, mais tous les paramètres à introduire sont considérés comme des variables à base stochastique. La valeur de calcul des paramètres est déterminée à partir d'une valeur caractéristique et d'un coefficient de sécurité partiel.

4.1. Détermination de la valeur caractéristique

D'une manière générale, on définit la valeur caractéristique d'un paramètre comme la valeur pour laquelle il y a 5 % de probabilité que la valeur réelle soit plus défavorable (inférieure ou supérieure selon le cas). La valeur caractéristique peut être déterminée par analyse statistique ou peut être une valeur prescrite (charge utile sur une dalle, par exemple).

4.2. Détermination de la valeur de calcul

La valeur de calcul d'une action est sa valeur caractéristique (figure 2.3), multipliée par un coefficient de sécurité partiel couvrant :

- ❑ les écarts défavorables par rapport à la valeur caractéristique
- ❑ les imperfections dans la modélisation des actions
- ❑ les imperfections dans la modélisation des effets des actions.

La valeur de calcul d'un paramètre de résistance est la valeur caractéristique de celui-ci, divisée par un coefficient de sécurité partiel couvrant notamment :

- ❑ les écarts défavorables par rapport à la valeur caractéristique
- ❑ les imperfections du modèle de résistance.

La valeur de calcul d'un paramètre géométrique est égale à sa dimension nominale, éventuellement majorée ou diminuée d'un terme couvrant l'écart défavorable potentiel par rapport à la valeur nominale.

Ces valeurs de calcul sont introduites dans les modèles mathématiques, qui permettent de définir les effets des charges et les résistances. Le dimensionnement est satisfaisant lorsque les effets calculés des charges sont au plus égaux aux résistances calculées.

Dans certains cas, on applique un facteur de modélisation qui tient compte des incertitudes relatives au modèle (modèle des actions, de leurs effets ou de la résistance) lorsque celles ci ne sont pas suffisamment couvertes par les coefficients de sécurité partiels sur les charges ou les paramètres de résistance. Les facteurs de modélisation sont toujours liés à un modèle de calcul bien déterminé.

Les principales sources d'incertitude susceptibles d'affecter le résultat du calcul sont donc couvertes par un coefficient de sécurité partiel, dont la valeur devrait être calculée de manière telle que le risque de ruine de l'ouvrage soit inférieur à un seuil fixé, ce qui exigerait une analyse statistique approfondie pour laquelle on ne dispose pas de données suffisantes. Comme on souhaite éviter de rompre avec la pratique actuelle, la valeur des coefficients de sécurité partiels est également déterminée par calibrage avec la méthode actuelle de dimensionnement des ouvrages.

Tableau 2. 1 : Valeur caractéristique moyenne (Legrand et al, 1998)

Valeur Calculée	Formule générale
Moyenne	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
Ecart type	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$
Coefficient de variation	$COV = \frac{\sigma}{\bar{X}}$
Valeur caractéristique	$X_k = \bar{X} - \left(1 - t_{n-1}^{0.95} \cdot COV \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + 1} \right)$ <p style="text-align: center;">Ou</p> $X_k = \bar{X} - t_{n-1}^{0.95} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n}}$

Avec : xi = résultat d'essai individuel
n = nombre de résultats d'essai.

$t_{n-1}^{0.95}$ = facteur "Student" avec (n-1) degrés de liberté et une fiabilité de 95%, ce facteur est sur le tableau suivant.

Tableau 2. 2 : Facteur Student

Degré de liberté	Facteur Student	Degré de liberté	Facteur Student
1	6,314	11	1,796
2	2,920	12	1,782
3	2,353	13	1,771
4	2,132	14	1,761
5	2,015	15	1,753
6	1,943	20	1,725
7	1,895	25	1,708
8	1,860	30	1,697
9	1,833	35	1,690
10	1,812	40	1,684
		infini	1,645

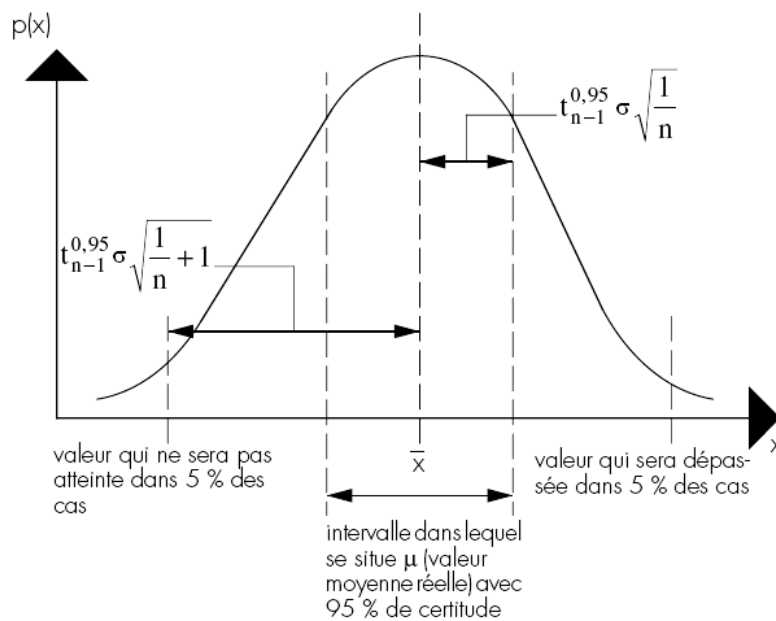


Figure 2. 3 : Valeur caractéristique à la base et valeur caractéristique moyenne (Legrand et al, 1998)

5. MODELISATION STOCHASTIQUE DE LA VARIABILITE SPATIALE

La formation d'un sol dépend de nombreux facteurs variables dans l'espace et/ou dans le temps. On peut utiliser des techniques très variées pour analyser la variabilité naturelle des sols. Les méthodes statistiques et probabilistes ont permis aux géotechniciens de s'intéresser à l'analyse de l'hétérogénéité des couches de sol. Cette analyse a deux objectifs :

- ❑ Caractériser la variabilité naturelle des propriétés physiques et mécaniques des sols pour en tenir compte dans les modèles de calcul ;
- ❑ Optimiser la reconnaissance géotechnique en jouant sur le nombre et position des sondages.

5.1. Différentes formes de variation des paramètres de sol

Le praticien de la mécanique des sols est appelé quotidiennement à choisir, à partir d'un ensemble de mesures expérimentales et d'informations diverses, les valeurs de calcul à utiliser dans les méthodes de calcul de stabilité, de tassement, etc. Ce choix est souvent simplement guidé par l'expérience et le bon sens. Il est rarement le résultat d'un processus totalement objectif.

Il est reconnu que les caractéristiques des sols sont souvent dispersées et qu'elles peuvent, même dans une couche considérée comme homogène en grand, varier fortement avec la profondeur et d'un endroit à un autre dans le plan. Ces variations ne sont prises éventuellement en compte que par une description déterministe, liant par exemple la valeur de la propriété étudiée à la profondeur par une fonction linéaire.

La distribution dans l'espace des valeurs des propriétés physiques et mécaniques des sols est une donnée extrêmement importante pour le dimensionnement des ouvrages. La figure 2.4 ci-dessous montre les trois cas rencontrés en pratique pour la variation des paramètres de sol en fonction de la profondeur :

- ❑ Le premier cas correspond à une distribution des paramètres de sol autour d'une moyenne constante.
- ❑ Le deuxième cas correspond à des paramètres de sol dont la moyenne dépend de la profondeur Z .
- ❑ Le troisième cas correspond à des paramètres de sol dont la variance dépend aussi de la profondeur.

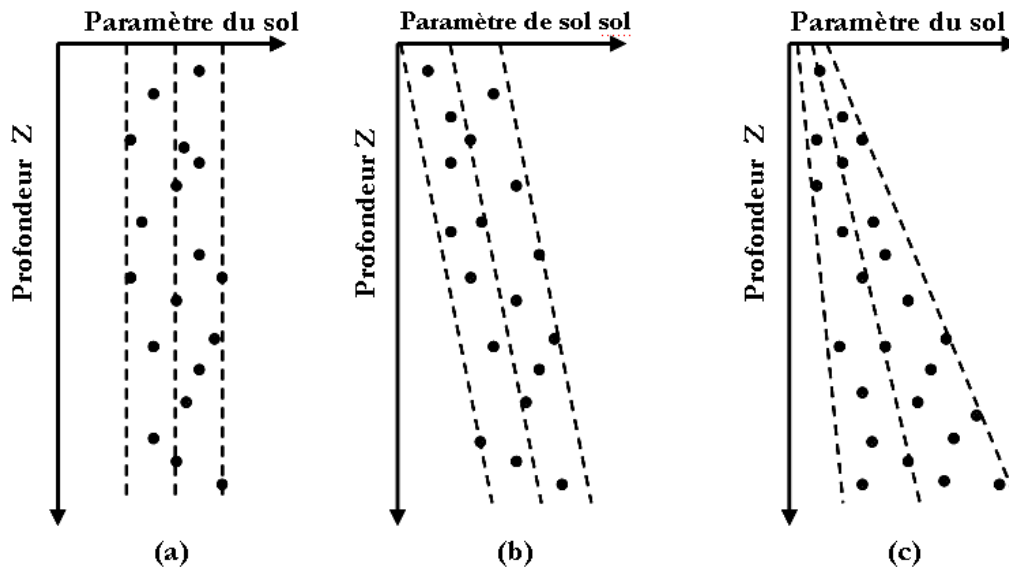


Figure 2. 4 : les différentes formes de variation des paramètres de sol en fonction de la profondeur (Jaksa, 1995).

La technique d'analyse la plus courante pour les variations spatiales des propriétés des sols consiste à décomposer les variations observées de chaque propriété en une fonction déterministe des coordonnées du point de mesure dans l'espace appelée dérive (ou tendance), et une composante aléatoire de moyenne nulle et de variance égale à une constante. Dans une telle décomposition, la dérive représente l'effet des phénomènes qui ont influencé la formation du sol pendant de longues périodes. La composante aléatoire traduit plutôt les effets des fluctuations des conditions de formation du sol de courte durée. Les variations de cette composante aléatoire peuvent être plus ou moins importantes suivant les sols et les sites. En général, les valeurs d'une propriété donnée ont plutôt tendance à être voisines en des points voisins. La vitesse de variation de ces valeurs quand on passe d'un point à un autre est aussi un paramètre très important pour la description de la variabilité naturelle des propriétés physiques et mécaniques des sols. On la caractérise classiquement par la fonction d'autocorrélation.

5.2. Dérive et autocorrélation des propriétés des sols

5.2.1. Décomposition des variations spatiales des variables aléatoires

La décomposition d'une variable " C " en la somme d'une fonction déterministe " $D(x,y,z)$ " qui décrit les variations de la valeur moyenne de " X " dans l'espace et une variable aléatoire $A(x,y,z)$ de moyenne nulle en chaque point de l'espace comme le montre la formule suivante :

$$C(x, y, z) = D(x, y, z) + A(x, y, z) \quad (3.1)$$

Cette opération est souvent pratiquée en mécanique des sols pour des observations effectuées en différents points du massif étudié. Une schématisation de cette décomposition en fonction seulement de la profondeur Z est illustrée sur la figure 2.5 ci-dessous.

Si la fonction $D(x, y, z)$ est connue en tous points avec précision, indépendamment des valeurs observées dans le massif (ce qui habituellement pas le cas), la variabilité des paramètres du sol peut être étudiée sur la seul variable $A(x, y, z)$ dont on connaît la valeur aux points de mesure.

Dans la pratique, on ne connaît pas de façon exacte la dérive $D(x, y, z)$. Cette dernière est estimée à partir de l'échantillon, ce qui se traduit par des répercussions sur l'analyse de la composante aléatoire $A(x, y, z)$.

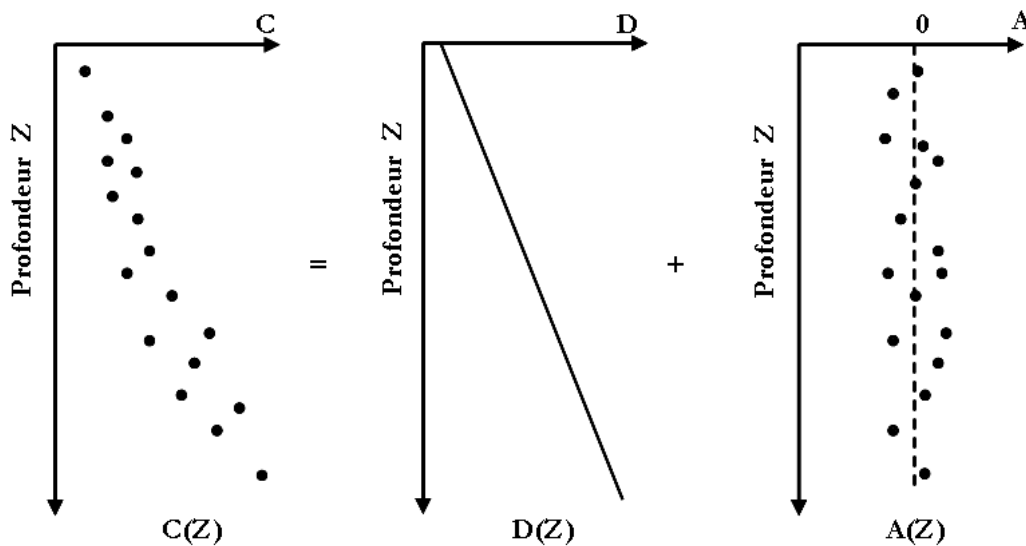


Figure 2. 5 : Modification des caractéristiques d'autocorrélation par séparation de la dérive (Magnan, 1982)

5.2.2. Etude de la dérive $D(x, y, z)$

A priori, la forme de la fonction $D(x, y, z)$ peut être quelconque. Deux facteurs viennent toutefois limiter l'éventail des formes mathématiques des fonctions $D(x, y, z)$ utilisées en pratique :

- Les techniques courantes d'estimation des relations entre la variable dépendante $C(x, y, z)$ et les variables indépendante x , y et z ne sont adaptées qu'aux fonctions de forme polynomiale,

- ❑ Le nombre des points de mesures de la variable "C" est souvent trop faible pour permettre la détermination de nombreux coefficients dans la fonction $D(x,y,z)$.

Suite à cela, la technique utilisée pour la détermination des paramètres de la fonction $D(x,y,z)$ est identique à celle des régressions linéaires ou polynomiales entre paramètres (Baguelin, 2000). On se donne a priori la forme de la fonction $D(x,y,z)$, par exemple :

$$D(x,y,z) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z \quad (3.2)$$

ou

$$D(x,y,z) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 xz + \beta_4 x^2 + \beta_5 y^2 \quad (3.3)$$

On détermine la matrice des coefficients β_i et le coefficient de corrélation multiple R qui donne une idée du niveau de représentativité de la relation obtenue à l'aide de tests statistiques.

5.2.3. Etude de la composante aléatoire $A(x,y,z)$

La composante aléatoire s'obtient par soustraction de la dérive aux valeurs mesurées :

$$A(x,y,z) = C(x,y,z) - D(x,y,z) \quad (3.4)$$

Une fois l'influence de la dérive supprimée, le résidu peut être considéré comme la réalisation d'une fonction aléatoire stationnaire au sens large. Nous pouvons alors calculer la fonction d'autocorrélation qui permettra d'étudier la variabilité spatiale du paramètre considéré.

6. LES CHAMPS ALEATOIRES

Généralement, les observations associées à un phénomène physique dépendant d'un ou de plusieurs paramètres sont imprévisibles, alors la collection de toutes les observations constitue un champ aléatoire. En d'autres termes, un champ aléatoire peut être perçu comme une famille paramétrique de variables aléatoires $X(t)$, où $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ est une localisation de coordonnées t_1, t_2, \dots, t_n dans l'espace des paramètres (Benjamin et al, 1970).

Il est à noter que d'une le champ aléatoire peut être continu ou discret par rapport à chaque paramètre t_1, t_2, \dots, t_n et que d'autre part on parle d'état continu ou discret d'un

champ stochastique selon que la variable aléatoire définie pour un ensemble fixé de paramètres soit continue ou pas.

7. FONCTION ALEATOIRE

7.1. Définition

Soit un espace de probabilité (Ω, F, P) . Supposons qu'au résultat d'une épreuve w , on associe une fonction de l'espace (et/ou du temps) que nous noterons $U(x, w)$. Nous dirons que U est une fonction aléatoire de l'espace définie sur Ω .

Pour w fixé (soit, w_0), c'est une fonction ordinaire (au sens de l'analyse) $U(x, w_0)$. Pour x fixé ($x = x_0$), U est la variable aléatoire $U(x_0, w)$.

Supposons qu'on ne s'intéresse qu'aux valeurs de $U(x, w)$ au points $X_n = n.L$ avec ($L > 0, n \geq 0$) comme cela a lieu lorsqu'on échantillonne $U(x, w)$. On met ainsi en évidence une suite de variable aléatoire $\{ \dots, U(x_n, w), \dots \}$.

Pour une valeur donnée de x , on peut définir un événement A comme un ensemble de réalisations pour lesquelles les n vecteurs aléatoires $U(x)$ sont inférieurs ou égaux à une constante α (α ne dépend pas de X) :

$$A = \{w, u(x, w) \leq \alpha\} \tag{2.1}$$

La fonction de distribution de probabilité de $U(x)$ est définie par :

$$F_{u(x)}(\alpha) = P_u[u(x) \leq \alpha] \tag{2.2}$$

La fonction de densité de probabilité sera :

$$f_{u(x)}(\alpha) = \frac{\partial F_{u(x)}(\alpha)}{\partial \alpha} \tag{2.3}$$

7.2. Moments

Les deux premiers moments d'une fonction aléatoire sont définis de la façon suivante :

Le moment de l'ordre un "1" est défini par l'espérance mathématique (Bekkouche, 1987) :

$$E[u(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha f_{u(x)}(\alpha) d\alpha = m_u(x) \tag{2.4}$$

Le moment d'ordre deux "2" est défini par la covariance :

$$\text{cov}[U(x_1), U(x_2)] = E \{ [U(x_1) - m_u(x_1)] [U(x_2) - m_u(x_2)]^T \} = B(x_1, x_2) \quad (2.5)$$

La variance n'est autre que :

$$\text{var}[U(x)] = E \{ [U(x) - m_u(x)] [U(x) - m_u(x)]^T \} \quad (2.6)$$

Si on se limite à l'étude des deux premières moments, on dit alors qu'on se borne à l'étude de la fonction aléatoire $U(x)$ jusqu'au seconde ordre.

En pratique, l'analyse des champs aléatoires est confrontée au problème de la quantité limitée des données disponibles. Ce qui a conduit à l'adoption de propriétés hypothétiques permettant d'une part de contourner l'obstacle précité et d'autre part une étude plus poussée du processus stochastique. Parmi ces propriétés (Bolle, 1988), on a :

7.3. Homogénéité

Un champ aléatoire est dit homogène si toutes les fonctions de distribution conjointes de probabilités restent inchangées lorsqu'on applique une translation à l'ensemble des paramètres t_1, t_2, \dots, t_n .

Ce qui impliquera que toutes les probabilités dépendront de la localisation relative dans l'espace des paramètres et non de la position absolue.

Le terme stationnarité est communément utilisé quand il s'agit d'un processus aléatoire dépendant d'un seul paramètre.

7.4. Isotropie

Un champ aléatoire est dit isotrope si toutes les distributions conjointes de probabilités ne dépendent que de la "distance" entre les points considérés.

Il est clair que l'isotropie d'un champ aléatoire implique son homogénéité.

7.5. Ergodicité

Un champ aléatoire est dit ergodique si toutes les informations concernant les distributions conjointes de probabilités peuvent être obtenues à partir d'une seule réalisation du champ aléatoire.

7.6. Description au second ordre d'un champ homogène

Soit $X(t)$ un champ aléatoire homogène de dimension n , avec $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$.

La moyenne de $X(t)$ est constante à travers tout l'espace des paramètres et elle est donnée par l'expression :

$$m_x = E[X(t)] = \bar{X} \quad (2.7)$$

Quant à la fonction d'autocorrélation, elle n'est fonction que du vecteur des coordonnées relatives :

$$R_X(t, t') = E[X(t)X(t')] = R_X(\tau) \quad (2.8)$$

où : $\tau = t - t' = (\tau_1, \dots, \tau_n)$.

On note que R_X est symétrique par rapport à l'origine ($\tau=0$) où elle prend sa valeur maximale.

Le coefficient de corrélation est obtenu par la relation :

$$\rho_x = \frac{\gamma_x(\tau)}{\sigma_x^2} \quad (2.9)$$

γ_x étant la fonction de variance et σ_x^2 est la variance.

Des petites valeurs de θ , θ étant l'échelle de fluctuation défini plus tard, signifient des fluctuations rapides autour de la moyenne, alors que des valeurs plus importantes suggèrent une propriété qui varie faiblement avec la distance.

7.7. Stationnarité d'une fonction aléatoire

7.7.1. Stationnarité au sens strict

Une fonction aléatoire est dite stationnaire au sens strict si la loi de variation est invariante par translation. Cette stationnarité est rare en mécanique des sols car elle suppose une homogénéité très forte. En pratique, les lois de variation des paramètres géotechniques diffèrent d'un point à un autre. (Bekkouche, 1987)

7.7.2. Stationnarité du second ordre (au sens large)

On dit que $U(x)$ est stationnaire du second ordre si ses moments du second ordre sont invariants dans toute translation de l'axe x sur lui-même. Alors la covariance $B(x_1, x_2)$ ne dépend que de $x_1 - x_2 = \tau$.

La définition de la stationnarité du second ordre est indépendante de celle du premier ordre portant sur $E[U(x)]$. On peut éliminer le premier ordre en travaillant sur la fonction aléatoire centrée $U'(x) = U(x) - E[U(x)]$. La stationnarité du second ordre (au sens large) trouve des applications en mécanique des sols. D'ailleurs, les données en notre possession ont mis en évidence une stationnarité de ce type nous conduisant à l'utiliser dans notre étude. (Bolle, 1988)

7.8. Théorème de la limite centrale

Il a été démontré que la fonction de distribution de probabilité d'une somme de plusieurs variables aléatoires converge vers une distribution normale quand le nombre de variables formant la somme tend vers l'infini.

Ce théorème pourrait souvent justifier à lui seul l'utilisation de la loi normale pour faire des estimations de probabilité sur des lois inconnues a priori, mais dont on peut admettre qu'elles résultent d'un processus additif impliquant un grand nombre de paramètres aléatoires.

Lorsque la variabilité d'un phénomène est le résultat d'un processus multiplicatif de paramètres aléatoires, on peut se ramener au cas précédent par une transformation logarithmique des variables. (Bolle, 2000).

8. DISCRETISATION DE L'ALEA EN CHAMPS ALEATOIRES

Les variables modélisées sur un milieu continu sont susceptibles de suivre des variations spatiales. Ceci est particulièrement vrai pour les propriétés de sol, puisque celles-ci dépendent des aléas de l'histoire géologique du site. Pour tenir compte de la dépendance spatiale de ces variables, il est possible de les modéliser sous forme de champs aléatoires. Un tel champ est défini par une distribution statistique et par une fonction d'autocorrélation. Il s'agit d'une variable continue, définie dans un espace de deux ou trois dimensions dans la plupart des applications géotechniques. Selon le modèle déterministe dans lequel ce champ est injecté il peut être possible de conserver sa continuité, mais il est parfois nécessaire de le discrétiser. C'est le cas par exemple lorsque l'on souhaite appliquer un champ à un modèle numérique maillé, auquel cas il faut appliquer une valeur discrète de la variable en question à chaque maille (Youssef Abdel Massih 2007). Pour générer un champ aléatoire, plusieurs méthodes existent dans la

littérature. Certaines d'entre elles se proposent d'appliquer directement une valeur discrète à certains points, ou d'effectuer un moyennage spatial sur un élément (Vanmarcke et Grigoriou 1983). D'autres méthodes utilisent des développements en séries pour représenter un champ aléatoire par une série de variables aléatoires. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode spectrale (Shinozuka et Deodatis 1991), la méthode d'expansion en séries orthogonales (OSE), ou la méthode de discrétisation par estimation linéaire optimale (EOLE) (Sudret Der Kiureghian 2000). La méthode d'expansion en séries de Karhunen-Loeve (KL) appartient à cette même famille, et a été choisie pour la génération des champs utilisés dans ce manuscrit. On trouvera les détails de cette méthode dans chapitre 5.

9. CONCLUSION

Lors d'un examen de données géotechniques, il faut d'abord différencier les différentes zones au sens statistique, c'est-à-dire séparer les couches nettement distinctes les unes des autres. Ces couches doivent être de dimension significative pour le problème étudié. Il est peu utile de décrire finement une succession de couches quand le problème posé concerne des couches de dimensions importantes.

Les résultats d'essais géotechniques utilisés dans le dimensionnement des ouvrages comportent une dispersion aléatoire propre aux méthodes et aux appareils de mesure eux-mêmes, voire aux facteurs humains ajoutés à l'imperfection des lois de comportement. Par conséquent, cette dispersion provoque une imprécision des calculs réalisés sur la base de ces modèles. Pour palier à cette lacune, il est recommandé d'utiliser les approches probabilistes qui prennent en compte la variabilité des paramètres géotechniques.

Chapitre 3 :

Fiabilité et évaluation de la performance

1. INTRODUCTION

A l'origine, la fiabilité des structures concerne les ouvrages de génie civil de grandes tailles et les systèmes mécaniques de haute technologie (centrales nucléaires, constructions navale et aéronautique, grands barrages, . . .). Durant les dernières années, l'étude fiabiliste est devenue un outil d'amélioration de la qualité et encore plus un outil fondamental pour l'aide à la décision (maintenances, réparations, destruction, ...). Cette approche est de plus en plus demandée pour préciser la probabilité de bon fonctionnement d'un produit durant sa durée de vie. Les puissants outils numériques et les codes de calcul, devenus plus performants au cours de ces dernières années, ont contribué à part entière dans le développement des méthodes fiabilistes.

2. DEFINITION DE LA FIABILITE

La fiabilité est la probabilité de bon fonctionnement d'un composant d'un système ou du système lui-même dans des conditions données pendant un temps donné. Correspondant au degré de confiance que l'on peut accorder à un mécanisme, la fiabilité est devenue essentielle depuis que les équipements se sont compliqués. Des pannes dans des avions, des fusées ou des fissures dans les murs d'une centrale nucléaire deviendraient très rapidement catastrophiques; il faut donc prévoir avec précision la durée et les conditions de bon fonctionnement de chaque partie de ces systèmes, ceci implique un certain niveau de performance.

L'analyse de la fiabilité du système se résume au calcul de la probabilité de ruine associée à une fonction de performance, ou d'état limite, du système, prenant en compte toutes les variables aléatoires de base (solllicitations et résistances).

3. ELABORATION DE LA FIABILITE

Les études et travaux de fiabilité se situent aux trois stades de la vie d'un système : conception, réalisation et exploitation. Les efforts entrepris aux différents stades pour améliorer la fiabilité peuvent être plus ou moins importants en fonction de finalité du système.

3.1. Conception

Au stade de la conception, les études de fiabilité doivent permettre :

- ❑ de s'assurer de la faisabilité en ce qui concerne les clauses de fiabilité,
- ❑ de répartir les objectifs de fiabilité entre les divers sous-systèmes (cas des grands systèmes réalisés par plusieurs organismes),
- ❑ de prévoir en première approximation l'incidence du support logistique sur son exploitation (moyens de contrôle, équipes de maintenance, stocks ...),
- ❑ de définir, compte tenu des contraintes (physiques, économiques) un système bien adapté à la mission pour laquelle il est destiné, par comparaison de différentes solutions possibles sur la base de critères suffisamment précis et objectifs.

3.2. Réalisation

En dehors du choix des techniques de fabrication assurant l'incidence la plus faible possible de l'intervention humaines sur la fiabilité « intrinsèque » du système, il s'avère souvent nécessaire de procéder en cours ou en fin de fabrication à des tests ou essais de fiabilité à divers niveaux (système, éléments). Ces essais sont destinés à vérifier ou compléter les données de fiabilité existantes ou à les élaborer lorsqu'elles ne sont pas disponibles.

3.3. Exploitation

Les études effectuées lors de la conception ou de la réalisation ne peuvent reproduire en général les conditions réelles de fonctionnement. Il convient par une exploitation des données relatives au comportement du système, de prendre les mesures nécessaires pour en assurer une meilleure efficacité : modifications au niveau de la conception, de la fabrication, des conditions d'utilisation ou du support logistique. Toute modification est

en général d'autant plus coûteuse qu'elle se situe à une étape plus éloignée de la conception.

4. LA FIABILITE EN GENIE CIVIL

L'ingénieur civil est appelé à assurer la sécurité des ouvrages de construction et de garantir leur fiabilité :

La sécurité offerte par un ouvrage est considérée comme suffisante dès lors que les personnes, les biens et l'environnement ne sont pas exposés à un risque dépassant une limite acceptable, un risque pouvant être dû à une défaillance de la structure ou de l'exploitation de cet ouvrage et de ses installations.

La fiabilité d'un ouvrage se caractérise par la performance de l'ouvrage à remplir une fonction définie sous des conditions données pendant une durée fixée tout en respectant le niveau de sécurité exigé.

Afin de pouvoir remplir cette tâche, la reconnaissance des dangers est de toute première importance. Ensuite, l'ingénieur doit analyser et évaluer les dangers pour prendre des décisions quant aux mesures à prendre pour garantir la sécurité et la fiabilité exigées.

5. DEFINITIONS ET ENJEUX DU CALCUL EN FIABILITE

5.1. Nature du problème et définitions

On définit ci-dessous les points essentiels du calcul de la fiabilité d'un composant d'un système mécanique (Lemaire et al, 1996 ; Mohamed, 1993 ; Sudret and D. Kiureghian, 2000 ; Sellier et Mebarki, 1994 ; Goyet, 1994 ; Ditlevsen, 1997). Le composant en fiabilité des structures est un ensemble constitué d'une partie d'un élément structurel (section d'une poutre par exemple), d'une fonction d'état associée (plastification, flambement, . . .) et d'un comportement post-ruine (élasto-plastique parfait, . . .). Ce dernier élément est notamment utile en fiabilité système (compétition entre plusieurs fonctions d'état de plusieurs composants). On définit alors :

i) Variables de base : appelées aussi variables de conception, elles sont les composantes d'un vecteur X . Ce sont des variables aléatoires d'entrée d'un calcul de fiabilité.

ii) Le coefficient de sécurité F : $F = R/S$

R : Résistance à la rupture

S : Sollicitation appliquée

R et S : sont en pratique deux variables aléatoires (M_R, σ_R) ; (M_S, σ_S)

iii) Fonction d'état limite : appelée aussi fonction de performance et notée $G(X)$, son intersection avec l'hyperplan des variables définit la frontière entre le domaine de sécurité D_s et le domaine de ruine D_f . Une valeur positive de G signifie que les réalisations des variables aléatoires conduisent à une situation de sécurité et une valeur négative signifie qu'elles conduisent à une situation de défaillance. La courbe représentant $G(X)=0$ est appelée courbe d'état limite. Lorsque la fonction d'état s'écrit sous la forme de la différence d'une résistance et d'une sollicitation, $G = R-S$, elle est appelée marge de sécurité et est notée M .

iv) Point de conception : appelé aussi le point de rupture le plus probable ou point critique, il est le point de la zone de rupture qui a la plus grande probabilité d'occurrence lors d'une réalisation des variables aléatoires. Il est le point de la frontière entre le domaine de sécurité et le domaine de rupture, le plus proche de l'origine dans l'espace des variables centrées réduites.

5.2. Probabilité de rupture (ruine)

Est la probabilité d'avoir une valeur négative d'une réalisation de la fonction d'état $G(X) = R(X) - S(X)$, elle est notée P_f (probability of failure).

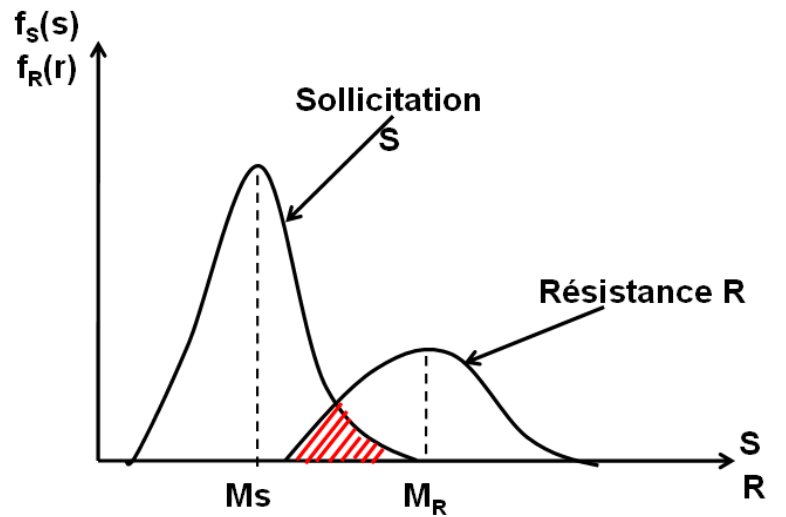
On a donc :

$$P_f = P [(R - S) \leq 0] \quad (3.1)$$

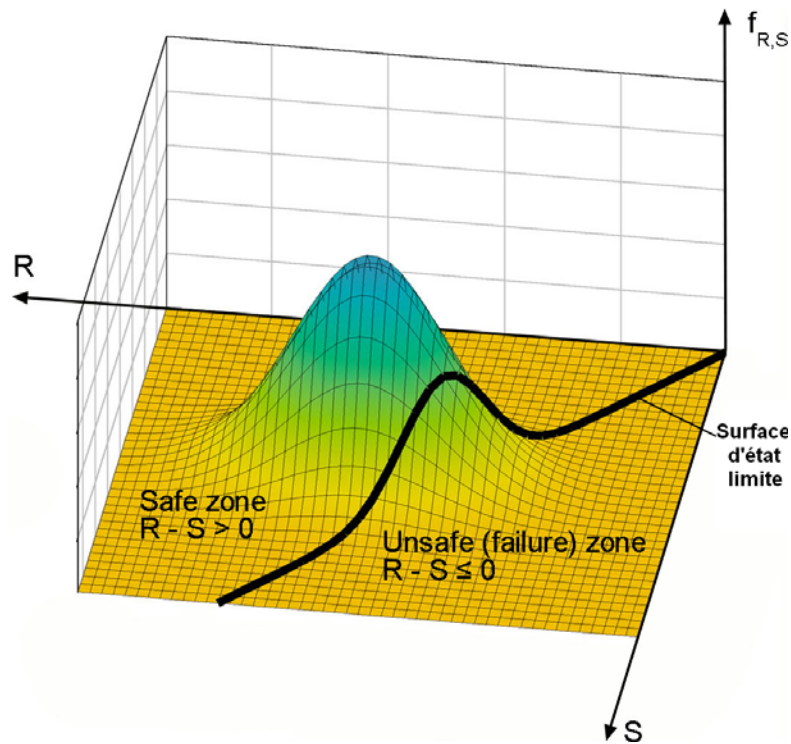
Avec : $G(X) = R(X) - S(X)$

$$P_f = P(G(X) \leq 0) \quad (3.2)$$

Une représentation en trois dimensions de la zone de rupture par rapport à la distribution de probabilité conjointe de R et S est représentée dans la figure 3.1b.



a.



b.

Figure 3. 1 : distribution des probabilités de S et de R

A condition de connaître les lois de distribution de S et R

Si R et S suivent une loi normale ce qui implique que la marge de sécurité $G=R-S$ suit la même loi

$$M_G = M_R - M_S \quad \text{et} \quad \sigma_G = (\sigma_R^2 - \sigma_S^2)^{1/2} \quad (3.3)$$

$$\beta = (M_R - M_S) / (\sigma_R^2 - \sigma_S^2)^{1/2} \quad (3.4)$$

Différentes techniques permettent d'estimer la probabilité de rupture. Elle peut être déterminée par des méthodes directes de simulation ou par l'intermédiaire de l'indice de fiabilité.

Les trois voies principales de calcul de la probabilité de ruine P_f sont :

- ❑ Calcul par l'intermédiaire de l'indice de fiabilité β . Les méthodes FORM et SORM sont utilisées pour permettre d'évaluer β .
- ❑ Technique de simulation directe par la méthode de Monte Carlo (MCS). Cette méthode est la plus précise mais elle est très coûteuse. Le calcul d'une probabilité de ruine approchée P_f se fait en mesurant le nombre d'échantillon (composé de N tirages de variables de base) des réalisations situées à l'intérieur du domaine de rupture sur le nombre total des réalisations. Notons qu'en faisant tendre le nombre de l'échantillon vers l'infini, la probabilité de défaillance approchée P_f tend vers la probabilité de défaillance réelle P_f .
- ❑ Échantillonnage par tirage d'importance (Importance Sampling, IS), elle permet de cibler les tirages des variables de base X_i autour du point de conception. Cela permet de réaliser de meilleures approximations de P_f pour des échantillons de taille limitée.

5.3. Méthodes basées sur l'indice de fiabilité

L'indice de fiabilité est une mesure de la fiabilité notée β . Il permet d'obtenir une approximation de la probabilité de rupture. Il existe dans la littérature plusieurs types d'indices de fiabilité parmi lesquels :

- ❑ l'indice de fiabilité de Cornell β_C
- ❑ l'indice de fiabilité de Hasofer Lind β_{HL}

5.3.1. L'indice de fiabilité de Cornell β_C

Soit G une fonction de performance, ou d'état limite, qui relie les deux grandeurs R et S définies ci-dessus.

$$G = R - S \tag{3.5}$$

Du fait que R et S sont deux variables aléatoires normales, G l'est aussi. La probabilité de ruine s'obtient donc :

$$P_f = P[G \leq 0] = \int_{-\infty}^0 f_G(g) dg = F_G(0) = \Phi\left(-\frac{\bar{G}}{\sigma_G}\right) = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (3.6)$$

Avec :

$$\bar{G} = \bar{R} - \bar{S} \quad (3.7)$$

$$\sigma_G^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (3.8)$$

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.9)$$

Où \bar{R} , \bar{S} , σ_R^2 et σ_S^2 sont les valeurs moyennes et les variances de R et S, $f_G(g)$ et la densité de G, $F_G(0)$ la fonction de répartition de G évaluée en zéro. $\Phi(-\beta)$ la fonction de répartition normale centrée réduite, évaluée en β , indice de fiabilité.

L'indice de fiabilité s'interprète comme le nombre d'écart types σ_G qui sépare la moyenne de G de l'origine. Ce cas s'illustre sur la figure (3.2)

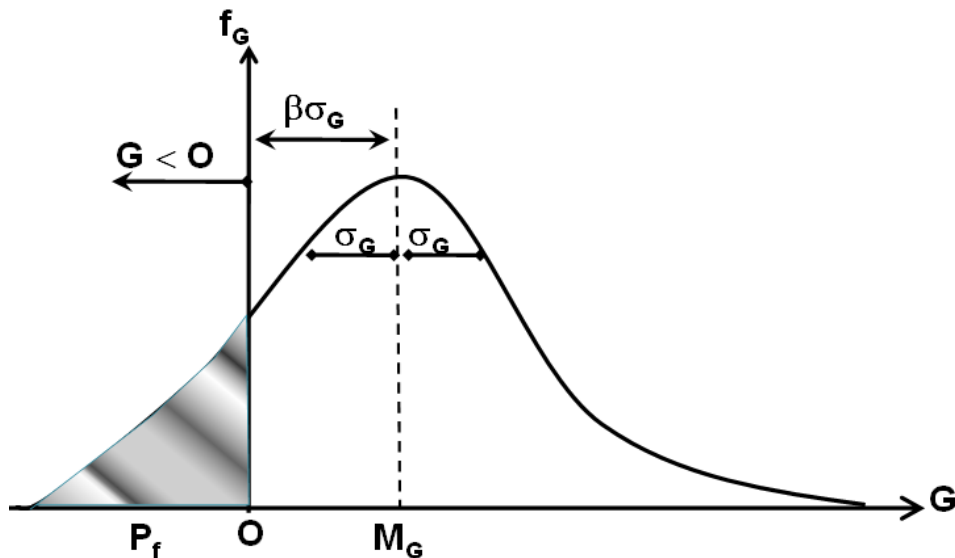


Figure 3. 2 : Indice de fiabilité β et probabilité de ruine P_f

Cette définition de l'indice de fiabilité est due à Cornell (Benjamin et Cornell, 1970). D'autres définitions existent, notamment celle basée sur les variables aléatoires centrées

réduites. Soient U_1 et U_2 les variables aléatoires normales centrées réduites associées à R et S telles que :

$$U_1 = \frac{R - \bar{R}}{\sigma_R} \text{ et } U_2 = \frac{S - \bar{S}}{\sigma_S} \quad (3.10)$$

L'équation de la surface de l'état limite de ruine, dans l'espace des variables réduites U , peut donc s'écrire comme suit :

$$G = R - S = \sigma_R U_1 - \sigma_S U_2 + (\bar{R} - \bar{S}) = 0 \quad (3.11)$$

Une représentation graphique de cette surface d'état limite est donnée sur la figure suivante (figure 3.3) :

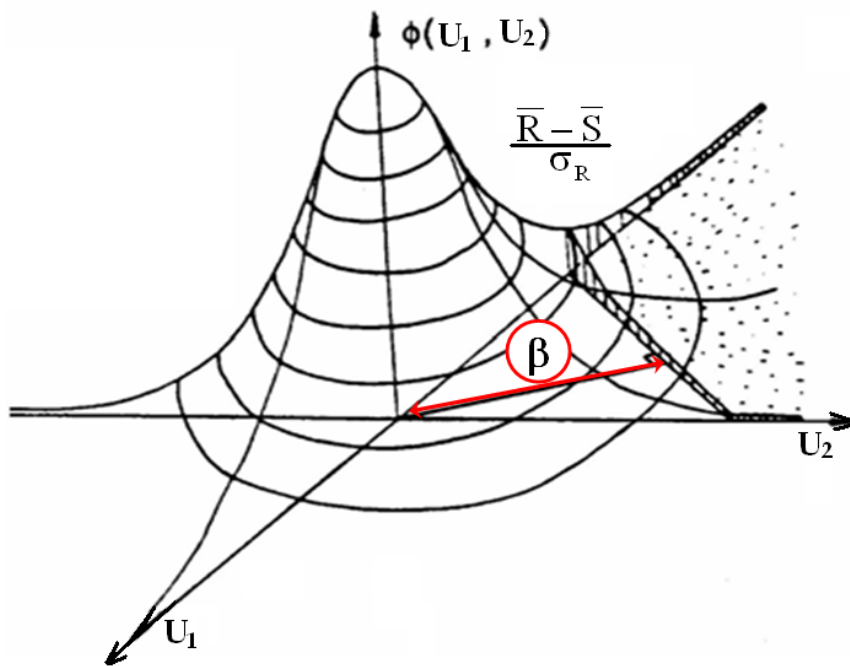


Figure 3. 3 : Représentation graphique de l'indice de fiabilité β dans l'espace U

L'indice de fiabilité dans ce cas, représente la distance euclidienne de l'origine à la droite d'état limite.

Tableau 3. 1 : Probabilité de rupture.

Forme de distribution de R et S	P_f
Uniforme	$\frac{1}{2} \frac{D_{\max} - 2C_{\min} + D_{\max}}{C_{\max} - C_{\min}}$
Normal	$1 - F\left(\frac{\bar{C} - \bar{D}}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}}\right)$
Log-Normal	$1 - F\left(\frac{\text{Ln}\left[\left(\frac{\bar{C}}{\bar{D}}\right)\sqrt{\frac{1+V_D^2}{1+V_C^2}}\right]}{\sqrt{\text{Ln}(1+V_D^2)(1+V_C^2)}}\right)$
Avec : V est un coefficient de variation.	
Exponentiel	$\frac{\alpha_D}{\alpha_C + \alpha_D}$
Beta*	$\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \left[\int_{C_{\min}}^D g_C(D) dD \right] [g_D(D)] dD$

* : Intégration numérique requise (Numerical intergration required)

5.3.1.1. Analyse de fiabilité généralisée

En général, une analyse de fiabilité peut impliquer de multiples variables aléatoires de toutes sortes et des relations non linéaires entre elles. De la même façon, on définit une fonction de performance ou d'état: $G(\mathbf{X}) = G(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$

Où \mathbf{X} est le vecteur des variables aléatoires et $G(\mathbf{X})$ la fonction qui détermine l'état du système :

$G(\mathbf{X}) > 0$ État de sécurité du système

$G(\mathbf{X}) = 0$ État limite du système

$G(\mathbf{X}) < 0$ État de ruine du système

$G(\mathbf{X})$: est une surface de dimensions (n-1) qui peut être appelée surface de ruine.

5.3.2. L'indice de fiabilité de Hasofer Lind β_{HL} ,

L'indice de fiabilité de Hasofer Lind β_{HL} , défini comme la distance la plus courte entre la courbe d'état limite $G(X)=0$ et l'origine du repère dans un espace normé réduit des variables aléatoires non corrélées (voir figure 1.1). Il est égal à la distance du point de défaillance P^* à l'origine du repère.

L'indice de fiabilité β_{HL} sera noté par la suite β .

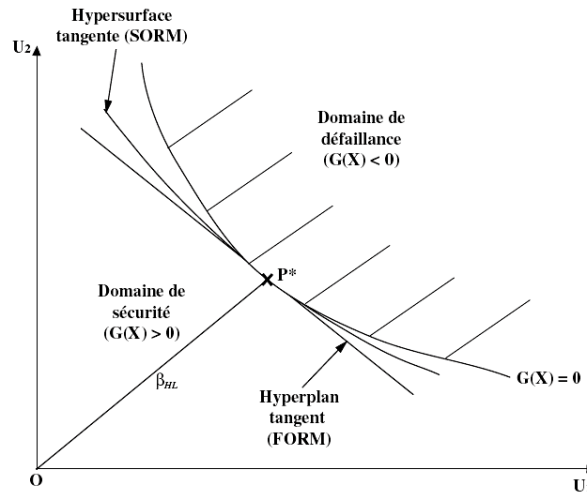


Figure 3. 4 : Définition de la fonction d'état, de l'indice de fiabilité et des approximations FORM et SORM.

i) Méthode FORM : son appellation vient de 'First Order Reliability Method'. Elle vise à estimer l'indice de fiabilité β et la probabilité de ruine P_f , par une approximation de la fonction d'état $G(X)$ par un hyperplan tangent à $G(X)$ au point de rupture le plus probable P^* . Un développement de Taylor au premier ordre est utilisé à cette fin. Une transformation isoprobabiliste des variables de base X_i est réalisée ; les nouvelles variables U_i sont gaussiennes, centrées, réduites et non corrélées. L'indice de fiabilité β est calculé en recherchant le point P^* le plus proche de l'origine du repère (point le plus probable). Ainsi, β est évalué dans ce nouvel espace en résolvant le problème d'optimisation suivant:

$$\beta = \min \sqrt{\sum_i u_i^2} \quad \text{Sous la contrainte} \quad H(u_i) \leq 0 \quad (3.12)$$

où $H(u_i)$ est la fonction d'état dans l'espace normé réduit.

A partir de l'indice de fiabilité β , la probabilité de ruine est estimée par :

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.13)$$

Où Φ est la loi de distribution de Gauss de moyenne nulle et d'écart-type unitaire.

L'égalité (3.13) est exacte pour le cas où les variables aléatoires de base sont gaussiennes avec un état limite linéaire.

ii) Méthode SORM : son appellation vient de 'Second Order Reliability Method'. Elle est basée sur un développement de Taylor au deuxième ordre de la fonction d'état $G(X_i)$. Sa représentation dans l'espace des variables de base est remplacée par une hypersurface d'ordre 2. Trois formulations de la probabilité de ruine P_f peuvent être proposées : Formule de Breitung, formule de Rice et formule de Tvedt (pour plus de détails voir Lemaire et al 1996).

Comme le montre la figure 3.4, la méthode FORM est utilisée pour ajuster une fonction d'état de faible concavité au voisinage du point de conception. Par contre, la méthode SORM est utilisée pour une forte concavité de cette fonction au voisinage du même point.

iii) Méthode de tirage d'importance (Importance Sampling) : Cette méthode consiste à utiliser d'abord la méthode FORM pour déterminer le point de conception P^* . Une fois P^* déterminé, une simulation limitée à des tirages au voisinage de ce point est réalisée pour améliorer l'évaluation de la probabilité de rupture obtenue par la méthode FORM. Ainsi, elle permet de corriger l'erreur générée par l'approximation à l'ordre 1 de la surface d'état dans l'espace des variables gaussiennes centrées réduites.

5.4. Les méthodes du premier ordre

Utilisant la série de Taylor connue :

$$g(x) = g(\bar{X}) + \frac{1}{1!}(x - \bar{X}) \cdot \frac{dg}{dx} + \frac{1}{2!}(x - \bar{X})^2 \cdot \frac{d^2g}{dx^2} + \frac{1}{3!}(x - \bar{X})^3 \cdot \frac{d^3g}{dx^3} + \dots \quad (3.14)$$

Cette équation est exacte, si tous les termes dehors de l'infini sont utilisés. Dans des applications pratiques X est choisi pour être proche à \bar{X} , ainsi les ordres des termes élevés deviennent petites et la série peut être tronqué après seulement quelques termes. Cependant, dans quelques applications de fiabilité le terme $(x - \bar{X})$ ne peut pas être petit, et les complications s'ensuivent.

Dans l'étude de la propagation d'erreur plus que celle variable indépendante apparaît habituellement, ainsi une généralisation de l'équation précédente est nécessaire. En outre, la valeur initiale de chaque variable indépendante X_i est habituellement prise pour être sa valeur moyenne, μ_{X_i} . Il y a plusieurs formes équivalentes de la série de Taylor pour des variables multiples, mais le plus convenable est

$$\begin{aligned}
 g(x_1, x_2, \dots, x_n) &= g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) + \frac{1}{1!} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{X_i}) \frac{\partial g}{\partial x_i} \\
 &+ \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - \mu_{X_i})(x_j - \mu_{X_j}) \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \\
 &+ \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (x_i - \mu_{X_i})(x_j - \mu_{X_j})(x_k - \mu_{X_k}) \frac{\partial^3 g}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k} + \dots
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Les dérivés partiels sont pris à μ_{X_1} , à μ_{X_2}, \dots , etc., mais la notation à cet effet est laissée hors de l'équation (3.15) pour réduire l'image de fond.

Les méthodes les plus simples et les plus utilisées couramment commencent par supposer que toutes les termes $(x_i - \mu_{X_i})$ sont petites, ainsi leurs carré, cubes, et aussi les puissances les plus élevées seront encore plus petits, et peuvent être ignorés. Puisque seulement les termes du premier ordre sont inclus, des méthodes fondées sur cette hypothèse portent l'appellation du " Méthodes Fiabilistes du Premier Ordre - First Order Reliability Methods " (FORM), bien que ce terme soit parfois limitée aux méthodes de fiabilité géométriques basées sur les approches de Hasofer et Lind (1974). Puis, les termes du premier ordre donnent :

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) + \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{X_i}) \frac{\partial g}{\partial x_i} \tag{3.16}$$

Le signe d'approximation remplace le signe égal parce que c'est maintenant une approximation une fois que les termes d'ordre élevé ont été enlevés. Pour rechercher la valeur prévue de g , il est nécessaire d'intégrer g multiplié par la fonction de densité de probabilité jointe des variables X_1 par X_n de $-\infty$ à $+\infty$. L'équation précédente est la somme de $n+1$ termes, ainsi chaque terme peut être intégré alternativement et les résultats seront leur somme. Le terme $g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})$ est une constante. Ainsi, sont tous les dérivés partiels, parce qu'ils ont été évalués aux moyens des différentes variables. En

outré, l'intégrale de $-\infty$ à $+\infty$ d'une fonction de densité de probabilité multipliée par une constante est simplement cette constante. Ceci mène à :

$$\mu_g \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) + \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu_{X_i}) f_{X_i}(x_i) dx_i \quad (3.17)$$

Mais chacun des termes après le signe positif doit être nulle, donc

$$\mu_g \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (3.18)$$

C'est le résultat raisonnable que la valeur prévue d'une fonction de plusieurs variables est approximativement égale à la valeur de la fonction calculée avec les valeurs moyennes de toutes les variables. Cependant, ça reste une approximation. Par exemple, un résultat bien connu de théorie des probabilités élémentaire est celui, si $g(X) = X^2$, donc :

$$E(g) = \mu_g = E(X^2) = (\mu_X)^2 + \sigma_X^2 \neq (\mu_X)^2 \quad (3.19)$$

La variance de la fonction g est :

$$Var[g] = \sigma_g^2 = E[(g - \mu_g)^2] \quad (3.20)$$

Et des équations précédentes, on a :

$$\sigma_g^2 \approx E \left[\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{X_i}) \frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 \right] \quad (3.21)$$

Encore, la multiplication de l'expression entre parenthèses par la fonction de densité de probabilité et l'intégration sur la gamme complète des probabilités mène à une expression pour la variance. Cependant, dans ce cas doit être pris pour multiplier dehors les termes avant d'échanger l'ordre de l'intégration et de l'addition. Le résultat est :

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 &\approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{X_i X_j} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} \\ &= \sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n Cov(X_i, X_j) \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Quelques commentaires sont dans l'ordre. D'abord, l'équation (3.22) exige les valeurs de quelques dérivés partiels. Parfois il est possible de séparer la fonction g et d'évaluer les termes correspondants d'une manière exacte. La situation la plus courante est que g n'est pas aussi menable et les dérivés partielles doivent être trouvés numériquement. La manière la plus facile de faire ceci est d'utiliser des différences centrales. La fonction g est évaluée avec chacune de l'ensemble des variables à sa valeur moyenne ; ceci rapporte l'estimation du μ_g dans l'équation (3.18). Alors la dérivée partielle pour chaque variable alternativement est trouvée en augmentant et en diminuant la variable par une petite quantité, en trouvant la différence entre les deux résultats de g , et en divisant la différence par deux fois le petit incrément. Dans la notation mathématique, pour la variable X_i :

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} \approx \frac{1}{2\varepsilon_i} \{g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_i} + \varepsilon_i, \dots, \mu_{X_n}) - g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_i} - \varepsilon_i, \dots, \mu_{X_n})\} \quad (3.23)$$

Avec : ε_i est le petit incrément de la variable X_i .

Au dessus on a décrit l'approximation du premier ordre à la moyenne, à la variance, et à l'écart type d'une fonction F , basé sur les premiers termes du développement de la série de Taylor de la fonction F . Quand les variables sont non-corrélées les expressions deviennent :

$$E[F] = \mu_F \approx F(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.24)$$

$$\sigma_F^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} \rho_{X_i X_j} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \quad (3.25)$$

là où les x sont les valeurs des variables X qui rentrent dans le calcul du F . Comme il est montré dans l'exemple suivant, une erreur de modélisation peut être ajoutée à ces expressions. La fonction F pourrait être n'importe quelle fonction appropriée, mais pour les buts actuels c'est le facteur de sécurité calculé par une certaine méthode numérique appropriée. Une fois la moyenne et la variance ont été calculées, le calcul de l'indice de fiabilité β sera très facile.

$$\beta = \frac{E[F] - 1}{\sigma_F} \quad (3.26)$$

5.5. Méthodes du Second ordre

Une extension possible de l'approximation du premier ordre est d'inclure des termes dans l'équation (3.14), jusqu'aux la deuxièmes dérivés. Deux principales justifications pour ceci qui sont comme suit :

- (1) les termes $(x - \bar{X})$ ne sont pas assez petites pour disparaître une fois carré mais il devient petit une fois cube ;
- (2) les troisième et plus hauts du dérivées de g disparaissent ou deviennent petites.

En outre, il peut être discuté que l'addition des termes du second degré améliore assez l'approximation pour justifier le problème additionnel. Quand les termes du second degré sont incluses, les techniques s'appellent "les méthodes fiabilistes du second ordre – Second Order Reliability Methods (SORM), bien que ce terme aussi a été parfois limitée aux méthodes fiabilistes géométriques du second ordre. L'élimination de tous les termes de troisième et de plus hauts dérivés de l'équation (3.14) et exécution de la même intégration qu'a été faite pour le rendement des premiers ordres d'approximation, l'évaluation suivante pour la moyenne de g :

$$\mu_g \approx g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{x_i x_j} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.27)$$

L'expression de la variance quand les termes de second ordre sont incluses est plus compliquée. Ang et Tang (1975) donnent l'équation suivante de la variance quand g est une fonction d'une variable x :

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 \approx \sigma_x^2 \cdot \left(\frac{dg}{dx} \right)^2 - \frac{1}{4} (\sigma_x^2)^2 \cdot \left(\frac{d^2g}{dx^2} \right)^2 + E[(x - \mu_x)^3] \cdot \frac{dg}{dx} \cdot \frac{d^2g}{dx^2} \\ + \frac{1}{4} E[(x - \mu_x)^4] \cdot \left(\frac{d^2g}{dx^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Cette expression implique le carré des deuxièmes dérivés et les moments plus grands que le deuxième ordre. Si ces termes d'ordre élevé sont enlevés, l'équation (3.28) sera :

$$\sigma_g^2 \approx \sigma_x^2 \cdot \left(\frac{dg}{dx} \right)^2 \quad (3.29)$$

Les expressions correspondantes pour des variables multiples sont beaucoup plus compliquées, mais, si les carrés des deuxièmes dérivés et des moments plus grand que le deuxième ordre sont enlevées, le résultat est identique que l'équation (13.19). En d'autres termes, la forme simplifiée de l'expression du second ordre pour la variance est identique que l'expression du premier ordre.

5.6. Méthode de simulation directe (Monte Carlo)

Elle consiste à effectuer un grand nombre N_s de simulations (tirages) des variables aléatoires du problème étudié. Pour chaque simulation, la fonction d'état est calculée et l'on dénombre les simulations conduisant à la défaillance de la structure N_{sf} . La probabilité de rupture P_f est alors estimée par le rapport entre le nombre de simulations conduisant à la rupture N_{sf} et le nombre total de tirages N_s , soit :

$$\tilde{P}_f = \frac{N_{sf}}{N_s} \approx P_f \quad (3.30)$$

Où N est le nombre total de simulations. Cette estimateur de la probabilité de rupture (3.30) peut être écrit aussi comme suit :

$$\tilde{P}_f = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} I[G(x)] \quad (3.31)$$

Où $I(\cdot)$ est le domaine d'insécurité (failure), il est égale à 1 dans domaine de l'insécurité et il est égale à 0 dans le domaine de sécurité.

$$I[G(x)] = \begin{cases} 1 & \text{si } G(x) \leq 0 \\ 0 & \text{si } G(x) > 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

La moyenne de l'échantillon converge vers la vraie moyenne, P_f , quand le nombre de simulation augmente. Une estimation de l'écart type $\sigma[P_f]$ sur l'estimateur est donné par:

$$\sigma^2[\tilde{P}_f] = \frac{P_f(1-P_f)}{N_s} \quad (3.33)$$

qui est inversement proportionnelle à N_s . Ceci implique que la taille de l'échantillon N_s dans la MCS est très importante afin d'obtenir une estimation suffisamment fiable de P_f .

Pour un coefficient de variation cible de la probabilité de rupture $COV(P_f)$ c.à.d.

$COV(P_f) = \frac{\sigma(\tilde{P}_f)}{P_f}$, le nombre minimum requis d'échantillons N_s peut être calculée à partir

de (3.33) comme suit:

$$N_s > \frac{1}{COV^2(P_f)} \left(\frac{1}{P_f - 1} \right) \quad (3.34)$$

L'avantage de cette méthode est qu'elle n'impose aucune condition de continuité ni de dérivabilité de la fonction d'état. Cette méthode permet en plus d'estimer la précision de la valeur de la probabilité de défaillance (rupture) obtenue. Toutefois, elle conduit à des temps de calcul très élevés dès qu'il s'agit d'évaluer de faibles probabilités avec une précision raisonnable. Pour une probabilité de ruine visée P_f et une seule variable aléatoire, un nombre minimum de C/P_f simulations doit être réalisé pour assurer une évaluation acceptable de P_f avec C , constante dépendant du niveau de confiance désiré et des paramètres et du type de densité de distribution concernée.

En général, C est supérieur à 100 mais on peut la diminuer en ayant recours à des échantillons issus de la méthode d'hypercube latin. Pour n variables aléatoires indépendantes, le nombre de tirages doit dépasser $(C/P_f)^n$.

La méthode MCS a les caractéristiques suivantes :

Généralités : Le direct MCS est complètement générale, et s'applique à toute distribution des variables aléatoires de base, y compris les variables aléatoires discrètes. En outre, il n'existe aucune restriction en cas d'échec des fonctions de la seule le signe de la fonction de défaillance est utilisé.

Précision : Pour l'échantillon de taille $N \rightarrow \infty$, la probabilité estimée converge vers le résultat exact.

Efficacité : En règle générale, le temps CPU augmente linéairement avec environ $1/P_f$. En règle générale, la taille de l'échantillon nécessaire pour obtenir une estimation de la probabilité d'une bonne confiance est d'environ $100/P_f$.

Plusieurs méthodes proposent d'améliorer la méthode de Monte Carlo, comme la "Méthode de simulation directionnelle". Elle utilise les propriétés de symétrie

rotationnelle de l'espace des variables gaussiennes centrées réduites (standardisées). Dans cet espace, les variables sont représentées par des lois de Gauss centrées en 0 et d'écart-type 1. La transformation de Rosenblath est utilisée pour effectuer un changement de repère transformant l'espace des variables physiques (lois de distributions quelconques) en un espace de variables gaussiennes centrées réduites. Cet espace est ensuite divisé en un certain nombre de directions caractérisées par un vecteur unitaire à partir de l'origine du repère. La probabilité de défaillance du système est évaluée par un traitement statistique des valeurs des probabilités de défaillance calculées sur les différentes directions. Comme la méthode de Monte Carlo, cette méthode n'impose aucune propriété particulière de la fonction d'état limite et permet d'évaluer sans biais la probabilité de défaillance du composant. Elle offre l'avantage d'être plus performante que cette dernière en termes de coûts de calculs.

5.7. Méthode des tirages d'importance (Importance Sampling IS)

Généralement, pour atteindre une valeur constante de l'estimateur de la probabilité de ruine et un coefficient de variation cible, la méthode de Monte Carlo requiert un grand nombre d'échantillons (i.e. un temps de calcul très important) surtout dans le cas des petites valeurs de la probabilité de ruine P_f . La méthode du tirage d'importance est une approche plus efficace; elle exige un nombre d'échantillons plus petit que celui de la méthode de Monte Carlo. Dans cette approche, la densité d'échantillonnage initiale est translatée au point de conception pour concentrer les échantillons dans la région de plus grande densité de probabilité de la zone de rupture définie par $G(x) \leq 0$. Le point de conception peut être déterminé en utilisant l'une des méthodes classiques tel que l'algorithme de HLRF ou l'approche de l'ellipsoïde de dispersion de Low et Tang (1997b, 2004), etc. Par conséquent, l'intégrale multiple donnée par l'équation (1.14) peut être écrite comme suit :

$$P_f = \int_{\Omega} \left[I(x) \frac{f(x)}{h(x)} \right] h(x) dx \quad (3.35)$$

Où $h(\cdot)$ est la nouvelle densité d'échantillonnage centrée au point de conception. Un

estimateur non biaisé de la probabilité de ruine est alors obtenu comme suit :

$$\tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(\mathbf{v}_i) \frac{f(\mathbf{v}_i)}{h(\mathbf{v}_i)} \quad (3.36)$$

Où \mathbf{v} est un vecteur de variables aléatoires généré suivant la densité de probabilité $h(\cdot)$. Le

coefficient de variation de l'estimateur est donné par :

$$COV(\tilde{P}_f) = \frac{1}{P_f} \sqrt{\frac{1}{N} \left(\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N I(\mathbf{v}_i) \frac{f(\mathbf{v}_i)}{h(\mathbf{v}_i)} \right)^2 - (P_f)^2 \right)} \quad (3.37)$$

6. LES METHODES D'EVALUATION DE LA PERFORMANCE

Les méthodes d'évaluation du critère de performance sont nombreuses en calcul des structures métalliques, en béton armé et en géotechnique. Nous choisissons la classification du T. Ferry Borges, qui fut rapporteur du Comité International sur la sécurité des structures (comité regroupant le CEB, CERM, CIB, FIP, IABASE et RILEMEN) (Favre, 2004), en :

- ❑ Méthodes de niveau 0, les méthodes déterministes,
- ❑ Méthodes de niveau I, les méthodes semi-probabilistes,
- ❑ Méthodes de niveau II, les méthodes probabilistes approchées,
- ❑ Méthodes de niveau III, les méthodes purement probabilistes.

NB : Les méthodes de niveau supérieur à 3 se sont purement probabilistes, intégrées dans la théorie de l'aide à la décision.

6.1. Analyse déterministe, Niveau 0

Les méthodes actuelles sont de type déterministe, basées sur le choix d'un coefficient de sécurité total, $F = R/S$ (avec R est la Résistance et S est la Sollicitation), que l'on pourrait traduire en équation de performance par :

$$G(X) = F-1 \quad \text{ou par } G(X) = \log R - \log S. \quad (3.38)$$

Le coefficient F fait l'objet de très nombreuses recommandations, vu grand nombre d'états critiques envisagés et de fonctions de performance utilisées, principalement dans le calcul de R . On se reportera aux nombreux ouvrages, directives, recommandations, etc. sur le sujet. À titre pédagogique les valeurs proposées par Terzaghi et Peck (1967) pour les bornes des minima sont dans le tableau 3.2.

Tableau 3. 2 : Valeurs du minimum des coefficients de sécurité totaux Terzaghi et Peck (1967)

Type de rupture	Cas	Coefficient de sécurité
Cisaillement	Terrassements	1,3 à 1,5
	Soutènements	1,5 à 2
	Fondations	2 à 3
Ecoulement	Sous-pression, soulèvement	1,5 à 2,5
	Gradient critique, renard	3 à 5

Un tel coefficient de sécurité total, qu'on pourrait qualifier de coefficient d'ignorance, contient dans son utilisation l'expérience de l'ingénieur sur les différentes sources d'incertitude :

La limite supérieure est utilisée pour les charges normales ou de service. On peut descendre en dessous de la limite inférieure dans le cas de charges extrêmes (séismes) ou de résistances extrêmes (caractéristiques résiduelles) ;

Les différentes recommandations demandent de tenir compte de la qualité des reconnaissances (représentativité et quantité des mesures, remaniement) ;

La grande différence, d'un type de rupture à l'autre, entre les intervalles minima pour le coefficient total, provient de l'erreur de modèle plus ou moins grande suivant les cas, les autres erreurs n'ayant pas de raison particulière de changer d'un type de rupture à l'autre ;

Enfin, il est proposé un intervalle minimal mais l'ingénieur géotechnicien doit prendre des valeurs supérieures s'il soupçonne un problème particulier. C'est ce qu'on appelle actuellement le principe de précaution.

6.2. Analyse semi-probabiliste, Niveau I

Cette analyse consiste à prendre en compte les trois types d'incertitudes par des valeurs caractéristiques et des coefficients pondérateurs. La réglementation pour la résistance R du sol est encore en discussion (Eurocodes 7) ainsi que celle pour les actions sur les ouvrages en terre et pour les sollicitations calculées.

Dans cette méthode il s'agit que la résistance calculée à partir de valeurs minorées des paramètres est supérieure à la sollicitation calculée à partir de valeurs majorées des actions ($R_{min} > S_{max}$).

i) Valeurs caractéristiques et coefficients pondérateurs

Le principe est de prendre en compte la variabilité des propriétés des sols ou des actions sur les ouvrages en terre par une valeur caractéristique F_k pour les actions, f_k pour les résistances. Cette valeur est tirée de la fonction de densité de probabilité (PDF) de ces paramètres. Celle-ci est estimée à partir des mesures.

On prend le fractile à 5% pour les résistances et le fractile à 95% pour les actions.

$$\text{Prob}(Z \leq f_k) = 5\% \quad \text{et} \quad \text{Prob}(Z \leq F_k) = 95\% \quad (3.39)$$

Pour une loi normale, il faut s'écarter de l'espérance de $-1,645\sigma$ pour les résistances et de $+1,645\sigma$ pour les actions.

$$R_k = \mu_R - 1,645\sigma_R \quad \text{et} \quad S_k = \mu_S + 1,645\sigma_S \quad (3.40)$$

Ou encore

$$R_k = \mu_R (1 - 1,645 \text{COV}_R) \quad \text{et} \quad S_k = \mu_S (1 + 1,645 \text{COV}_S) \quad (3.41)$$

Ces valeurs caractéristiques sont affectées d'un premier coefficient pondérateur γ_{fi} pour les actions et γ_{m1} pour les résistances tenant compte qu'on peut s'écarter dans un sens défavorable de la valeur caractéristique : on obtient alors cette valeur caractéristique principale (on passe en général du fractile à 5% à celui 5‰ et du fractile 95% à celui à 995‰).

Un deuxième coefficient γ_{f2} et γ_{m2} tient compte du fait qu'on peut dépasser les combinaisons d'actions choisies (combinaisons entre actions permanentes, actions variables, actions accidentelles) et que les résistances en places peuvent être plus faibles que les résistances mesurées.

Enfin un troisième coefficient γ_{f3} et γ_{m3} tient compte du fait que les modèles de calcul tant pour les actions que pour les résistances peuvent être inexacts et pour l'exécution des travaux peut présenter des défauts.

6.3. Analyse probabiliste, Niveau II, (méthodes probabilistes approchées)

Pour modéliser les paramètres incertains dans ces méthodes, on utilise uniquement deux grandeurs, généralement la valeur moyenne et la variance. On suppose implicitement que certaines charges peuvent être supérieures à certaines résistances et que, de ce fait, la probabilité de ruine est non nulle. Cela revient à faire appel à une méthode approchée permettant de vérifier que:

$$P [R > S] > 1 - \varepsilon \quad (3.42)$$

(avec : ε étant le niveau de risque)

À la place de la probabilité de ruine P_f , on utilise la notion de l'indice de fiabilité qui ne dépend que des moyennes et des variances

$$\beta = (M_R - M_S) / (\sigma_R^2 - \sigma_S^2)^{1/2} \quad (3.43)$$

La fiabilité de la structure est acceptable si l'indice de fiabilité β est supérieur à un seuil qui est déterminé à partir de dimensionnement selon les règles habituelles, ou à partir de l'expérience des utilisateurs. Ces méthodes, lorsqu'on utilise une approximation linéaire du critère de ruine sont appelées méthode de premier ordre, FOSM (First Order Second Moment) ou FORM (First Order Reliability Method), détaillées ci dessus.

6.4. Analyse probabiliste, Niveau III, (méthodes purement probabilistes)

A ce niveau, le calcul de fiabilité est basé sur une analyse probabiliste exacte. Pour une configuration donnée du système et un niveau de risque ε , on fait un calcul exacte de:

$$P [R > S] > 1 - \varepsilon \quad (3.44)$$

Ces méthodes sont très complexes, il faut disposer des densités de probabilité des paramètres de sollicitation S et de résistance R . Il faut disposer aussi des outils performants pour calculer la probabilité recherchée.

Elles sont peu employées en génie civil. Elles s'appuient sur les méthodes de résolution des systèmes d'équations différentielles stochastiques.

6.5. Méthodes de Niveau supérieur à III

Méthodes purement probabilistes calculant les paramètres optimaux des projets. Ces méthodes sont intégrées dans la théorie de l'aide à la décision et ayant pour objectif la minimisation du risque.

7. LE COEFFICIENT DE SECURITE

7.1. Concepts

En mécanique on appelle, d'une manière générale la stabilité, la propriété pour un corps déplacé d'une condition d'équilibre de développer des forces ou moments statiques, qui le ramènent à sa condition d'équilibre.

Pour un corps en équilibre on a :

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ et } \sum M = 0$$

Où \vec{F} sont les forces et M sont les moments.

Le coefficient de sécurité F_s est défini comme le rapport entre les forces ou moments résistants à l'équilibre et les forces ou moments qui provoquent le déséquilibre.

Si $F_s > 1$ le corps est en équilibre stable.

D'une façon plus générale on peut dire que le coefficient de sécurité vaut :

$$F_s = \frac{\text{quantités favorables}}{\text{quantités défavorables}} \quad (3.45)$$

Les définitions de quantités favorables et défavorables varient considérablement.

Freudental (Genevois, 1984) considère que le coefficient de sécurité compare la contrainte maximale calculée et la résistance du matériau, avec une marge de sécurité entre les deux ; "cette marge de sécurité est un effort subjectif de la part du calculateur pour une mesure

adéquate de la sécurité, ainsi qu'un manque de conscience des limitations de sa connaissance et de l'arbitraire de ses suppositions".

Genevois (1984) considère que "le coefficient de sécurité est utilisé pour couvrir la différence inconnue entre la résistance apparente du matériau et la charge apparente appliquée"

Les différentes définitions des coefficients de sécurité montrent l'ambiguïté du terme.

7.2. Probabilité de rupture et coefficient de sécurité

Dès le congrès de Mexico, Mayerhof (1969) faisait remarquer, sur la base de données statistique. Que les différents types d'ouvrages présentaient des probabilités de rupture assez diverses, et pas nécessairement en corrélation avec le coefficient de sécurité moyen utilisé :

Tableau 3. 3 : probabilités de rupture et coefficient de sécurité de quelques ouvrages de génie civil (Bolle,2000)

Type d'ouvrage	Probabilité de rupture	Coefficient de sécurité
Structure en acier	10^{-6} à 10^{-4}	2.0
Structures en béton	10^{-5} à 10^{-4}	2.8
Fondations	10^{-4} à $5 \cdot 10^{-4}$	3.0
Fondations isolées	$5 \cdot 10^{-3}$ à 10^{-2}	3.0
Ouvrages de soutènement	$5 \cdot 10^{-4}$ à 10^{-3}	2.0
Ouvrages en terre	$5 \cdot 10^{-3}$	1.5

On notera que, par exemple, le même coefficient de sécurité appliqué aux structures en acier et aux ouvrages de soutènement conduit à des probabilités de rupture assez différentes.

La notion de taux d'échec "socialement acceptable" peut être illustrée de manière assez simple, en se basant sur une optimisation économique de deux objectifs contradictoires :

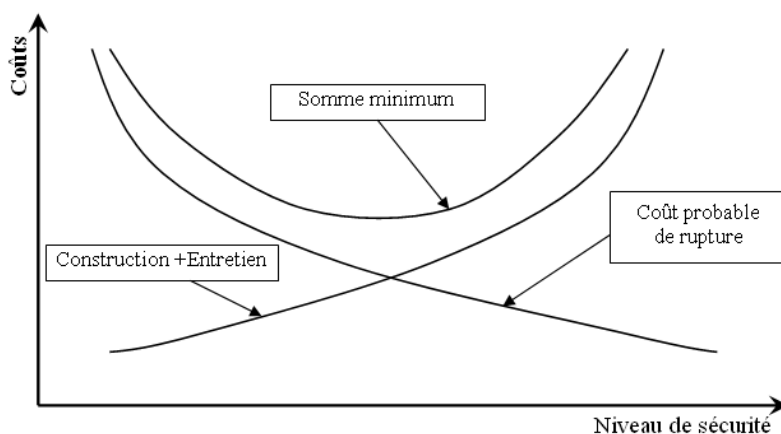


Figure 3. 5 : Courbe du coût en fonction du niveau de sécurité (Bolle,2000)

- ❑ Le coût direct de la construction et de l'entretien de l'ouvrage, qui augmente avec le niveau de sécurité visé,
- ❑ Le coût d'une rupture ou d'une perte de performance de l'ouvrage, qui doit être par la probabilité de cette rupture ; à l'inverse du coût direct, cette valeur diminue avec le niveau de sécurité obtenu, puisque la probabilité de rupture diminue plus rapidement que le montant des dégâts, qui reste plus ou moins constant.

L'optimum économique sera représenté par le coût global minimum de la construction, somme des deux termes. Schématiquement, ceci peut se représenter sous la forme des courbes des coûts en fonction du niveau de sécurité.

7.3. Finalité

S'il était possible de construire exactement une structure comme spécifié dans les calculs, avec des matériaux dont la résistance est connue parfaitement, soumise à des charges prévues dans le calcul fait avec des hypothèses correctes, il ne serait nécessaire de prévoir une résistance additionnelle pour la sécurité. En réalité, ces facteurs sont variables et pour couvrir les incertitudes, la résistance de la structure est augmentée.

Les étapes d'un projet sont :

- ❑ Détermination des charges,
- ❑ Détermination de la résistance de la structure,
- ❑ Prise en compte de la valeur quantitative de la sécurité.

Cette dernière étape, essaie de compléter l'inadéquation des connaissances des deux étapes précédentes. Exprimée par le coefficient de sécurité, cette marge de sécurité prend

en compte l'imperfection des actions et observation humaines (incertitude objective) et l'imperfection des modèles créés pour reproduire le phénomène physique (incertitude subjective).

Les variables qui provoquent l'introduction du facteur de sécurité sont déjà citées dans chapitre précédent, ici on les résume comme suit :

- ❑ L'hypothèse faites sur le chargement,
- ❑ Non uniformité de la composition des matériaux,
- ❑ Imperfection des lois de comportement,
- ❑ Impossibilité de reproduire les conditions in-situ par les essais,
- ❑ Modèles de calcul imparfaits,
- ❑ Erreurs d'exécution,
- ❑ Réduction de la qualité de la structure avec le temps.

Dans le cas de la mécanique des sols, les méthodes de calcul ont une influence importante sur la valeur du coefficient de sécurité. Pour le même problème différents facteurs sont indiqués.

Terzagui et Peck (1967) ont donné la valeur minimum à prendre en compte en fonction du type de rupture et du problème traité (Tableau 3.4). Mayerhof (1970 et 1982) propose des valeurs minima pour les coefficients de sécurité partiels (Tableau 3.5 ; 3.7 ; 3.8).

Tableau 3. 4 : Valeurs du minimum des coefficients de sécurité totaux Terzaghi et Peck (1967)

Type de rupture		Coefficient de sécurité
Cisaillement	Terrassements	1,3 à 1,5
	Soutènements	1,5 à 2
	Fondations	2 à 3
Ecoulement	Sous- pression, soulèvement	1,5 à 2,5
	Gradient critique, renard	3 à 5

Tableau 3. 5 : Valeurs du minimum des coefficients de sécurité partiels d'après (Mayerhof, 1970)

Type de rupture	Paramètres de cisaillement	F
Tassements et soutènements	Cohésion (C)	1,5
	Friction (tg ϕ)	1,2
Fondation	Cohésion et Friction	1,3 à 1,5
	Cohésion (C)	2,0 à 2,5
Charges fixes Pression d'eau	Friction (tg ϕ)	1,2 à 1,3
		1,0
Charges variables		1,0 à 1,2
		1,2 à 1,5

Tableau 3. 6 : Valeur Min des F totaux en Mécanique des sols

Type	Source	F
Stabilité de talus	Mayerhof	1,3 à 1,5
	Lumb	1,0 à 1,5
	Bowles	1,25
	Hansen	1,5
	Sawers	1,3 à 1,4
	Terzaghi	1,5
Soutènement	Mayerhof	1,5 à 2,0
	Lumb	1,0 à 1,5

Tableau 3. 7 Coefficients partiels de sécurité et variabilité partiels (Mayerhof, 1982)

Coefficients de variation	Charges	Propriétés des sols et construction	ouvrages	Facteur de sécurité
Très faible < 0,1	Permanententes Pression Hydrostatique	Poids volumique	Terrassements soutènements	< 1,1
Faible 0,1 à 0,2	Pression interstitielle	Propriétés Physiques (Sables) Friction	Fondations	1,1 à 1,3
Moyen 0,2 à 0,3	Charges d'exploitation et d'environnement	Propriétés Physiques (Argiles) Cohésion		1,3 à 1.6
Fort 0,3 à 0,4		Compressibilité Consolidation Pénétrömètre		> 1,6
Très fort > 0,4		Perméabilité		

Tableau 3. 8 : Coefficients partiels de sécurité et variabilité partiels (Mayerhof, 1982)

	CEB-BAEL	CP110	ACI	DIN
	France	G.B	U.S.A	R.F.A
Matériaux				
Béton γ_b	1,5	1,5	1	1
Acier γ_s	1,5	1,5	1	1
ACTIONS				
Perm. G γ_g	1,35	1,4	1,4	1
Var. Q γ_q	1,5	1,6	1,7	1
Sollicitations				
" ϕ " ou " $1/\gamma$ "	1	1	0,7 béton 0,9 Acier	1/2,1 béton 1/1,75 Acier
Indicateurs de sécurité globale				
Béton $\gamma_b \gamma_g$ ou γ_b/ϕ	2,02	2,1	1,96 à	
$\gamma_b \gamma_q$ ou γ_b/ϕ	2,25	2,4	2,38	2,1
Béton $\gamma_s \gamma_g$ ou γ_s/ϕ	1,55	1,61	1,54 à	
$\gamma_s \gamma_q$ ou γ_s/ϕ	1,72	1,84	1,87	1,75

7.4. Inconvénients

L'utilisation du coefficient de sécurité se révèle nettement insuffisante pour "prédire" quoi que se soit du point de vue de la sécurité, surtout quand la contrainte n'est pas proportionnelle à la charge.

La première contestation fut le fait, au Congrès de Vienne en 1928, de Streltsky, qui affirma le coefficient de sécurité était dépourvu de sens réel.

En 1948, au 3^{ième} Congrès de L'AIPC, à liège, Prot, Levi et Dutheil donnent l'impulsion au concept de la sécurité probabiliste des structures.

Le coefficient de sécurité est contesté pour différentes raisons :

- Il présuppose que les actions et résistances sont des quantités prévisibles,

- ❑ La résistance à la rupture n'est pas forcément significative. Pour les matériaux ductiles, la limite de résistance est atteinte seulement après les grandes déformations,
- ❑ Il ne prend pas en compte la redistribution des efforts par fluage,
- ❑ Il ne considère pas que les paramètres qui entre en jeu dans les calculs sont aléatoires dans le temps et l'espace et incertains,
- ❑ Pour un problème et une période de temps donnés, les actions et résistances peuvent être bornées, mais cette borne est incertaine.
- ❑ Les paramètres déterministes eux même ne sont connus qu'à partir de mesure plus ou moins entachées d'erreur.

8. CONCLUSION

Les concepts de base probabiliste qui sont pertinents pour la conception basée sur la fiabilité sont examinés dans ce chapitre. L'application de ces concepts au calcul de la probabilité de rupture et des moments statistiques des réponses est illustrée par des cas soit 1D ou 2D. Pour les problèmes réels, une technique plus générale sous la forme de la méthode de la surface de réponse stochastique par collocation (CSRSM) est nécessaire. Ceci pour plusieurs objectifs qui sont nécessaires à la suite du travail. Ces objectifs sont détaillés dans le chapitre suivant.

Chapitre 4 :

Analyse probabiliste des problèmes de consolidation des sols 1D

1. INTRODUCTION

L'effet de l'incertitude des paramètres du sol et de la surcharge sur le tassement élastique ou sur le tassement de consolidation a été étudié par plusieurs auteurs. Certains chercheurs (Freeze 1977, Chang 1985, Lee et al. 1992, Hong 1992, Darrag et Tawil 1993, Bauer et Pula 2000) ont examiné les paramètres incertains comme des variables aléatoires. D'autres ont modélisé les paramètres incertains par des champs aléatoires pour prendre en compte la variabilité spatiale du sol (Bouheraoua 1989, Mangnan et Bouheraoua 1995, Mangnan et Bouheraoua 1996, Nour et al. 2002, Badaoui et al. 2007, Griffiths et Fenton 2009, Huang et al. 2010, Huang et Griffiths 2010). Il convient de souligner ici que la plupart de ces études utilisent la simulation Monte Carlo (MCS) pour calculer la fonction de distribution de probabilité (PDF) de la réponse du système et/ou de la probabilité de rupture. Cette méthode est très coûteuse en raison du grand nombre d'appels du modèle déterministe requis pour les analyses probabilistes. Dans ce chapitre, une méthode probabiliste efficace baptisée Méthode de Surfaces de Réponse stochastique par Collocation (CSRSM) a été utilisée. Cette méthode est basée sur l'approximation de la réponse du système par une expansion en Chaos polynomiale (PCE). Elle vise à remplacer un modèle complexe déterministe par un méta-modèle qui correspond à une formule analytique approximé explicite. Cela rend plus facile l'application de la simulation de MCS sur le méta-modèle sans la nécessité d'appeler le modèle déterministe numérique original qui est très couteux en temps de calcul. En outre, CSRSM permet de calculer rigoureusement l'impact de chaque variable aléatoire sur la variabilité de la réponse du système en utilisant la méthode de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol (Sudret 2008, Mollon et al. 2011). Ceci est très important car on peut détecter les variables

incertaines qui ont un impact important sur la variabilité de la réponse du système et donc, ce qui conduit à une réduction du nombre de paramètres incertains (paramètres avec un faible impact) devrait être traitée par l'ingénieur (géotechnicien).

Ce chapitre est consacré à l'analyse probabiliste d'un problème de consolidation couplée unidimensionnel (1D) d'une couche argileuse en utilisant la CSRSM. Le modèle déterministe est basé sur une analyse de consolidation de Biot en utilisant le code de calcul en différences finies FLAC^{3D} (ANNEXE 1). Les paramètres incertains ont été modélisés par des variables aléatoires. Ce sont le module de Young E , le coefficient de Poisson ν , la conductivité hydraulique k_h (lié au coefficient de perméabilité k by $k_h = k \cdot \gamma_w$ où γ_w est le poids volumique de l'eau) et la charge uniformément répartie sur la surface du sol q . Deux réponses du système ont été étudiées dans le présent chapitre. Ces réponses sont le tassement de la surface et le temps de consolidation. Le but de ce chapitre est double. Tout d'abord, il présente une analyse de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol afin d'apporter la contribution de chaque variable aléatoire sur la variabilité de la réponse du système. Deuxièmement, il présente une étude paramétrique qui vise à étudier l'effet des paramètres géotechniques (condition de drainage, le degré de consolidation et le coefficient de Biot α) sur les fonctions de distribution de probabilité (PDF) des réponses du système. L'étude paramétrique examine également l'effet des paramètres statistiques (c.-à-d. le coefficient de variation des variables aléatoires et la corrélation entre ces variables) sur les PDF des réponses du système.

Ce chapitre est organisé comme suit: d'abord, un bref revue de la théorie de consolidation de Biot est présenté. Elle est suivie par une présentation de la CSRSM. Ensuite, les résultats numériques des analyses déterministe et probabiliste sont présentés et discutés. Le document se termine par des conclusions tirées du chapitre.

2. THEORIE DE CONSOLIDATION DE BIOT

La théorie de consolidation de Biot (Biot 1941, 1956) prend en compte le couplage entre l'eau et le squelette du sol. Le couplage se produit dans le code de calcul FLAC^{3D} dans deux directions: les changements de pression interstitielle entraînent des tensions volumétriques de se produire qui influent sur les contraintes. À son tour, la pression interstitielle est affectée par la déformation qui a eu lieu. Notez que la matrice du sol est

supposé homogène et elle se comporte de manière élastique. Le fluide interstitiel (l'eau) est couplé avec les grains solides par les conditions d'équilibre et de la continuité. Le problème de la consolidation unidimensionnel (1D) dans le cadre de la théorie de Biot est donné par:

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} - c \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = \frac{\alpha}{\alpha_1 \cdot S} \frac{d\sigma_{zz}}{dt} \quad (4.1)$$

Où u_w et σ_{zz} sont respectivement la surpression interstitielle et la contrainte totale au point z et au temps t , c est le coefficient de consolidation, S est le Storage du sol élastique, α_1 est un coefficient fonction des propriétés élastique du sol et α est le coefficient de Biot. Les paramètres c , S , α_1 et α sont définis comme suit :

$$c = \frac{k}{S} \quad (4.2)$$

$$S = \frac{1}{M} + \frac{\alpha^2}{\alpha_1} \quad (4.3)$$

$$\alpha_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (4.4)$$

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (4.5)$$

Dans ces équations, k est le coefficient de perméabilité isotrope, M est le module de Biot, E et ν sont les paramètres élastiques effectifs, K est le module de compressibilité drainé du matériau poreux et K_s est le module de compressibilité des grains solides. Il convient de rappeler ici que le coefficient de perméabilité k dans l'équation. (4.2) fait référence dans la littérature au coefficient de mobilité dont l'unité est $[m^2/(Pa.s)]$. Il est lié à la conductivité hydraulique k_h $[m/s]$ par l'expression:

$$k = \frac{k_h}{\gamma_w} \quad (4.6)$$

Le module de Biot M est lié au module de compressibilité du fluide K_f par l'équation suivante :

$$M = \frac{K_f}{n + (\alpha - n)(1 - \alpha) \frac{K_f}{K}} \quad (4.7)$$

Où n la porosité du sol. Elle est généralement égale à 0.5. Pour le cas des grains incompressibles $\alpha=1$, donc M devient :

$$M = K_f / n \quad (4.8)$$

Le module de compressibilité du fluide K_f pour l'eau est pris égal à 2×10^9 Pa.

Dans ce chapitre, la contrainte σ_{zz} dans l'équation (4.1) est constante. Donc, cette équation devient :

$$\frac{\partial u_w}{\partial t} - c \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = 0 \quad (4.9)$$

Une solution à cette équation permettra à la surpression interstitielle u_w être estimé à n'importe quel point z et à tout moment t . Le déplacement vertical δ est obtenu par la solution de l'équation d'équilibre $\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0$ ainsi que l'équation de comportement mécanique 1D $\sigma_{zz} = \alpha_1 \delta - \alpha u_w$. Pour les grains incompressible (c'est à dire lorsque $\alpha=1$), M tend vers l'infini et, par conséquent, l'équation. (4.3) se réduit à ($S = 1/\alpha_1$). En conséquence, le coefficient de consolidation dans l'équation. (4.9) devient :

$$c = \frac{k E (1 - \nu)}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \quad (4.10)$$

L'équation (4.10) peut être écrite comme suit :

$$c = \frac{k}{m_v} \quad (4.11)$$

Où m_v est le coefficient de compressibilité volumétrique. Il est donné par :

$$m_v = \frac{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{E (1 - \nu)} \quad (4.12)$$

L'équation (4.9) avec $\alpha=1$ représente l'équation de consolidation classique de Terzaghi.

3. METHODE DE SURFACE DE RESPONSE STOCHASTIQUE PAR COLLOCATION (CSRSM)

De nombreux problèmes d'ingénierie nécessitent le recours à des modèles numériques "lourds", reposant par exemple sur la méthode des éléments finis, et dont les temps de calculs se prêtent mal à une étude probabiliste. L'objectif de la CSRSM est de définir un méta-modèle (i.e. un modèle analytique approché) qui vient se substituer au modèle numérique lourd dans les études probabilistes, et dont le temps de calcul est quasi-instantané. Ce méta-modèle (ou PCE, Polynomial Chaos Expansion) s'exprime dans une base nommée chaos polynomial. Pour un chaos polynomial d'ordre n , les vecteurs de cette base sont des polynômes orthogonaux (Hermite, Legendre, etc.) multidimensionnels de degrés $\leq n$. Pour un jeu donné de paramètres d'entrée (i.e. corrélations et distributions statistiques des différentes variables aléatoires d'entrée), on peut déterminer les coefficients du chaos par un nombre réduit d'appels au modèle déterministe. Dans l'étude proposée, le chaos est formé par des polynômes d'Hermite multidimensionnels, et les coefficients du chaos sont déterminés par régression à partir de la réponse du modèle déterministe en un certain nombre de points de collocation. Cette partie décrit brièvement l'utilisation de la CSRSM. Pour une présentation plus générale, le lecteur peut se pencher sur Isukapalli et al. (1998), Isukapalli (1999), Phoon and Huang (2007), Huang et al. (2009), Li et al. (2010) ou Mollon et al. (2011).

Cette méthode permet de déterminer le PDF de la réponse du système en prenant en compte les incertitudes des paramètres d'entrée par l'intermédiaire de leurs distributions. L'idée de base de la CSRSM est de rapprocher la réponse du système par un PCE d'un ordre convenable p (il remplace le modèle complexe en différence finis ou en éléments finis par un méta-modèle) comme suit:

$$Y \approx \sum_{i=0}^{P-1} a_i \Psi_i(\xi) \quad (4.13)$$

Avec: a_i sont les coefficients inconnus à évaluer

Où a_i sont les coefficients inconnus à évaluer, P est la taille de l'expansion (qui est égal au nombre des coefficients inconnus), Ψ_i sont des polynômes multivariés (choisie comme les polynômes d'Hermite dans cette étude) et ξ est un vecteur de m variables aléatoires standard où m est le nombre de paramètres incertains. Les polynômes

d'Hermite multivariable sont donnés dans Isukapalli et al. (1998), Huang et al. (2009) et Mollon et al. (2011). La taille P du PCE est donnée par:

$$P = \frac{(m + p)!}{m! p!} \quad (4.14)$$

Comme on peut le voir dans l'équation (4.13), la réponse est approchée dans l'espace standard des variables aléatoires par un PCE. Ses coefficients inconnus peuvent être déterminés soit par une méthode régression ou par une méthode de projection. Dans ce travail, une approche de régression est utilisée. Cette approche nécessite l'évaluation de la réponse du système à un nombre donné de points de collocation. Les racines du polynôme d'Hermite unidimensionnel d'ordre $p+1$ peuvent être utilisées pour fournir des points de collocation efficient (Isukapalli et al. 1998, Isukapalli 1999, Phoon et Huang, 2007, Huang et al. 2009, Li et al. 2010, Mollon et al. 2011). Les points de collocation peuvent ainsi être choisis à la suite de toutes les combinaisons possibles des racines du polynôme d'Hermite à une dimension de l'ordre de $(p + 1)$ pour chaque variable aléatoire.

Dans cette étude, le modèle de calcul déterministe est un modèle d'interaction fluide-mécanique basé sur le code en différence finis FLAC^{3D}. Ce code est utilisé comme une "boîte noire". Cela signifie que l'on n'a pas besoin de modifier ce code, mais plutôt de déterminer la réponse mécanique à un nombre de points de collocation donné. La détermination de la distribution de probabilité de la réponse du système peut être résumée par les étapes suivantes:

- (1) Pour un ordre prescrit du PCE, de déterminer le modèle (nombre et positions) des points de collocation disponibles. Le nombre N de points de collocation disponible dépend du nombre de variables aléatoires m et de l'ordre p du PCE choisi comme suit:

$$N = (p + 1)^m \quad (4.15)$$

En comparant l'équation. 14 et 15, on peut observer que le nombre de points de collocation disponibles est plus élevé que le nombre des coefficients inconnus. Cela conduit à un système d'équations linéaires dont le nombre d'équations N est supérieur au nombre des coefficients inconnus P. Les coefficients inconnus, de la PCE peut être calculé selon l'équation suivante:

$$\mathbf{a} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \cdot \Psi^T \cdot \mathbf{Y} \quad (4.16)$$

Dans laquelle \mathbf{a} est un vecteur contenant les coefficients inconnus, \mathbf{Y} est un vecteur contenant les réponses du système, tel que calculé par le modèle déterministe aux différents points de collocation et Ψ est une matrice de dimension $N \times P$ dont les éléments sont les polynômes d'Hermite multivariables. Elle est donnée comme suit :

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_0^1(\xi) & \Psi_1^1(\xi) & \Psi_2^1(\xi) & \dots & \Psi_{P-1}^1(\xi) \\ \Psi_0^2(\xi) & \Psi_1^2(\xi) & \Psi_2^2(\xi) & \dots & \Psi_{P-1}^2(\xi) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_0^N(\xi) & \Psi_1^N(\xi) & \Psi_2^N(\xi) & \dots & \Psi_{P-1}^N(\xi) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Plusieurs tentatives ont été effectuées dans la littérature afin de réduire le nombre de points de collocation en sélectionnant les points les plus efficaces parmi ceux disponibles (Isukapalli et al. 1998, Isukapalli 1999, Berveiller 2005, Huang et al. 2009, Li et al. 2010). Ces tentatives visent à réduire le temps de calcul nécessaire pour les analyses probabilistes. La méthode la plus efficace est celle suggérée récemment par Sudret (2008). Elle sera présentée ultérieurement dans cette section.

- (2) Transformer les points de collocation de l'espace standard à l'espace physique des variables aléatoires. Il est à noter que, dans le cas des variables aléatoires d'entrées non-normale et/ou corrélés, les variables aléatoires standard indépendantes ξ doivent être transformées à des variables standard non-normale et/ou corrélée ξ^c (Mollon 2011).
- (3) Calcul de la réponse du système correspondant à chaque point de collocation dans l'espace physique en utilisant le modèle déterministe mécanique.
- (4) Déterminer les valeurs des coefficients inconnus du PCE en utilisant la méthode de régression en résolvant le système d'équations linéaires (Eq. 4.16).
- (5) Calculer le PDF de la réponse du système approchée en utilisant la méthode de simulation de Monte Carlo sur le PCE préalablement déterminée et déduire les moments statistiques de cette distribution.

Afin de choisir le nombre nécessaire de points de collocation parmi ceux disponibles, la méthode proposée par Sudret (2008) a été utilisée. elle consiste à considérer la taille minimale du système linéaire qui conduit à l'inversibilité de la matrice d'information A , où, $A = \Psi^T \Psi$. Cette méthode peut être brièvement expliqué par les étapes suivantes: (i) les points de collocation disponibles sont classés dans une liste selon la norme croissante, (ii) la matrice d'information A est construite en utilisant les premiers points de collocation P qui ont la plus petite norme, à savoir ceux qui sont les plus proches de l'origine de l'espace standard et enfin (iii) la matrice d'information est progressivement augmentée en ajoutant à chaque fois le point de collocation suivant de la liste ordonnée. Enfin, le nombre minimal de points de collocation requis pour atteindre l'inversibilité de la matrice d'information est utilisée pour calculer les coefficients PCE par l'équation (4.16). Une approche quasi similaire basée sur l'inversibilité de la matrice d'information a récemment été utilisé par Li et al. (2010).

Bien que CSRSM est principalement consacré au calcul de la fonction de distribution de probabilité de la réponse du système, la détermination du PCE dans CSRSM a un autre avantage. Les coefficients du PCE permettent de déceler les variables aléatoires qui ont le poids le plus important dans la variabilité de la réponse du système en utilisant les indices de Sobol.

Les indices de Sobol (Sobol 1993 ; Sudret 2008 ; Mollon et al. 2011) permettent d'évaluer la sensibilité de la dispersion d'une variable de sortie aux dispersions respectives des variables d'entrée. Plus précisément, ils indiquent la part de la variance de la variable aléatoire de sortie due à chaque variable aléatoire (ou groupe de variables aléatoires) d'entrée d'un modèle. Ces indices sont généralement calculés par une méthode de Monte-Carlo, mais ce calcul peut avoir un coût rédhibitoire si le nombre de variables aléatoires est élevé (Sudret 2007). Ils sont néanmoins extrêmement utiles pour évaluer la contribution de chaque variable d'entrée à la dispersion de la sortie. Sudret (2007) a proposé une méthode de détermination des indices de Sobol à partir de l'approximation d'un modèle déterministe par chaos polynomial. Cette méthode propose de changer l'ordre des termes du PCE et de les rassembler en catégories incluant uniquement une variable aléatoire (ou un groupe de variables aléatoire). Les indices de Sobol peuvent ensuite être calculés par l'expression suivante :

$$SU_{\beta} = \frac{\sum a_{\beta}^2 \cdot E(\psi_{\beta}^2)}{\sigma^2} \quad (4.18)$$

où σ^2 est la variance totale de la variable de sortie, donnée par :

$$\sigma^2 = \sum a^2 \cdot E(\psi^2) \quad (4.19)$$

Dans l'équation (4.18), le terme β indique que la sommation s'effectue uniquement sur les termes du chaos polynomial relatifs à une variable (ou groupe de variable) donnée. En respectant la notation de l'équation (4.19), le terme $E(\psi^2)$ se calcule par (Sudret et al. 2006) :

$$E(\psi_i^2) = i_1! \cdot i_2! \cdot \dots \cdot i_{m_i}! \quad (4.20)$$

Il peut être facilement prouvé que la somme de tous les indices de Sobol d'une variable de sortie est égale à 1.

3.1. Estimations d'erreur du PCE approximé

Le coefficient de détermination R^2 est utilisé pour mesurer la précision du PCE approximé. Considérant J réalisations $\{\zeta^{(1)} = (\xi_1^{(1)}, \dots, \xi_M^{(1)}), \dots, \zeta^{(J)} = (\xi_1^{(J)}, \dots, \xi_M^{(J)})\}$ du vecteur aléatoire normal standard ζ , et $Y = \{Y(\zeta^{(1)}), \dots, Y(\zeta^{(J)})\}$ soit les valeurs correspondantes à la réponse du modèle déterminé par les calculs déterministes. Pour assurer une bonne similitude entre le méta-modèle et le vrai modèle déterministe à un coût minimal de calcul (c'est à dire obtenir l'ordre optimal PCE), il faut calculer le coefficient classique de détermination R^2 défini par :

$$R^2 = 1 - \Delta_{PCE} \quad (4.21)$$

Avec Δ_{PCE} est donné par :

$$\Delta_{PCE} = \frac{(1/J) \sum_{i=1}^J [Y(\zeta^{(i)}) - Y_{app}(\zeta^{(i)})]^2}{Var(Y)} \quad (4.22)$$

et

$$Var(Y) = \frac{1}{J-1} \sum_{i=1}^J [Y(\zeta^{(i)}) - \bar{Y}]^2 \quad (4.23)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^J Y(\zeta^{(i)}) \quad (4.24)$$

La valeur de $R^2=1$ indique un ajustement parfait du véritable modèle de la réponse Y , alors que $R^2=0$ révèle une relation non linéaire entre le vrai modèle Y et le modèle PCE Y_{app} .

4. ANALYSE DETERMINISTE

Le modèle déterministe utilisé dans le présent chapitre est basée sur des simulations numériques en utilisant le code en différences finies FLAC^{3D}. Ce code permet l'utilisation de la théorie de consolidation couplée de Biot présentées précédemment. Le calcul du tassement en surface déterministe, le temps de consolidation correspondant et la validation des résultats obtenus par comparaison avec celles qui existent dans la littérature sont présentés dans les deux paragraphes suivants. Elle est suivie par la présentation d'un tableau de conception dans le cas d'une seule couche argileuse considérant deux cas d'étude ($\alpha < 1$) et ($\alpha = 1$).

4.1. Simulations numériques utilisées pour le calcul du tassement en surface et le temps de consolidation correspondant

Cette section se concentre sur le calcul du tassement en surface et le temps de consolidation correspondant pour deux cas d'analyses couplée et non couplée due à un chargement uniformément répartie à la surface du sol. Deux cas sont considérées dans cette partie, le cas d'une seule couche (Figure 4.1a) et un cas d'un multicouche (figure 4.1b). Ces deux cas ont été étudiés dans Badaoui et al. (2007) et Schiffman et Stein (1970), respectivement. Pour la monocouche argileuse saturée (Figure 4.1a et le tableau 4.1), une masse de sol avec une largeur et une longueur unitaire est considérée pour une analyse de consolidation; son épaisseur est prise égale à 8m. Une étude de consolidation non couplée à double drainage est prise en compte dans l'analyse. La couche est chargée par une charge uniforme $q=100$ kPa. La profondeur du sol de 8m est divisé dans le sens vertical en 80 zones égales à 0.1 m chacune. La limite inférieure a été supposé fixe et les limites verticales ont été empêchées de se déplacer dans les directions horizontales.

Pour le multicouche argileux (cf. figure 4.1b et tableau 4.1), l'exemple étudié par Schiffman et Stein (1970) et récemment étudié par Huang et al. (2010) est utilisé.

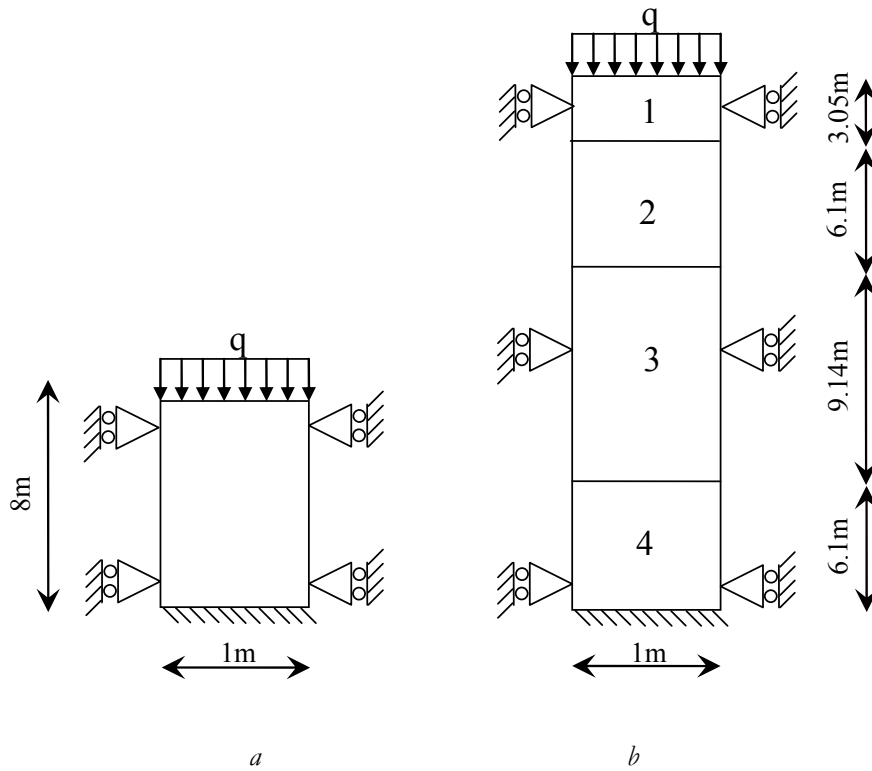


Figure 4. 1 : Profil de sol pour a. une monocouche argileuse et b. un multicouche argileux

Tableau 4. 1 : Les données utilisées dans la monocouche et dans le multicouche présenté sur la figure 1

Monocouche (Badaoui <i>et al.</i> 2007)				
H	E	ν	k_h	q
[m]	[MPa]		[m/s]	[kPa]
8.0	20	0.3	10^{-9}	100
Multicouche (Schiffman and Stein 1970)				
Numéro de la couche	H_i	k_{hi}	m_{vi}	c_{vi}
	[m]	[m/s]	[kPa ⁻¹]	[m ² /s]
1	3.05	2.78×10^{-7}	6.41×10^{-5}	4.42×10^{-8}
2	6.10	8.25×10^{-7}	4.08×10^{-5}	2.06×10^{-7}
3	9.14	1.17×10^{-7}	2.04×10^{-5}	5.85×10^{-8}
4	6.10	2.94×10^{-7}	4.08×10^{-5}	7.35×10^{-8}

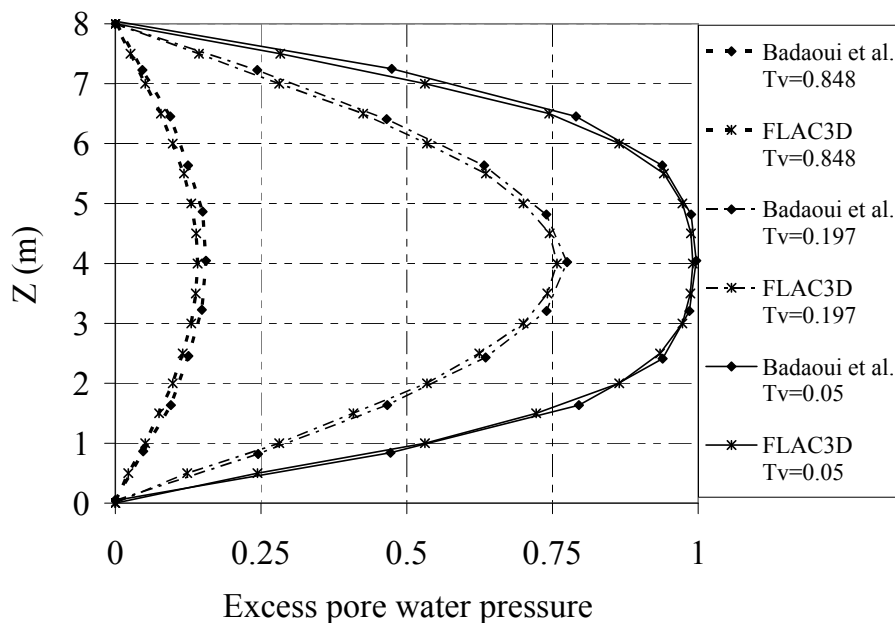
Cet exemple comporte quatre couches compressibles avec un double drainage. Comme dans le cas d'une seule couche, une masse de sol de largeur et de longueur unitaire est

étudiée. Une analyse de la consolidation couplée est considérée. Un chargement unitaire uniforme est appliqué à la surface du sol. La profondeur totale est divisée en zones de 0.1m chacune. Les conditions aux limites sont similaires au cas de la couche unique.

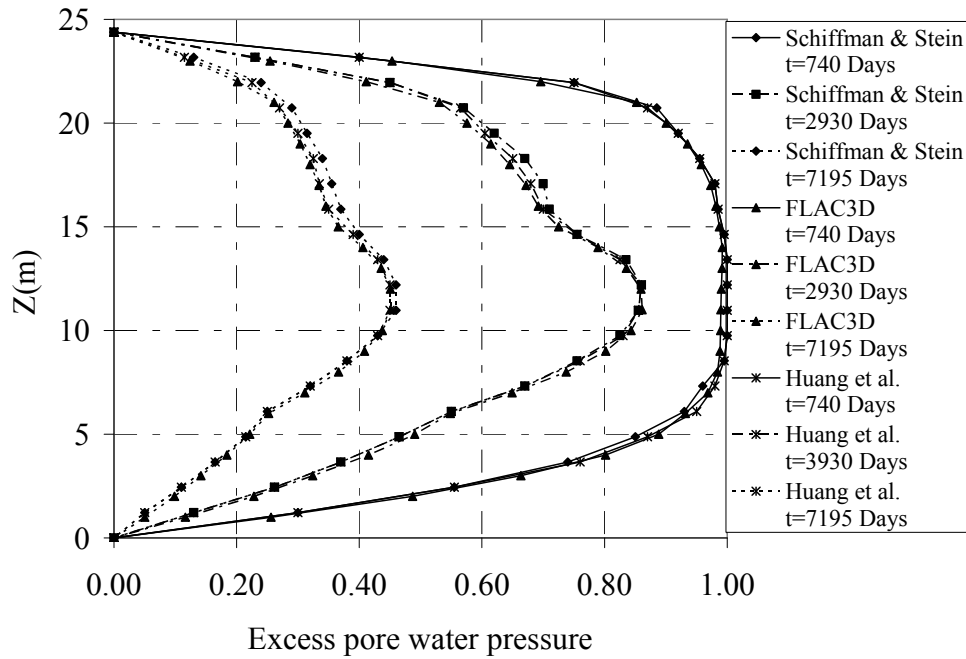
Pour les deux cas, la pression appliquée à la surface du sol est d'abord portée par l'eau, mais avec le temps, l'eau s'écoule par la surface inférieure et supérieure ainsi, la matrice du sol sera le support de la charge.

4.2. Validation avec les solutions existantes (analyse couplée ou non couplée)

Cette section vise à valider les résultats obtenus par la présente analyse déterministe en les comparant avec ceux donnés par (i) Badaoui et al. (2007) dans le cas d'analyse non couplée et par (ii) Schiffman et Stein (1970) et Huang et al. (2010) dans le cas d'une analyse couplée. Figure 4.2a présente une comparaison entre les surpressions interstitielle obtenues par le modèle non couplé étudié en FLAC^{3D} et ceux fournis par Badaoui et al. (2007). Cependant, la figure 4.2b présente la comparaison entre les résultats donnés par le modèle couplé étudié en FLAC^{3D} et ceux fournis par Schiffman et Stein (1970) et Huang et al. (2010). La comparaison a été effectuée à trois différents temps de consolidation après le chargement. Les résultats couplés et non couplés présentés sont essentiellement les mêmes que ceux présentés par les différents auteurs. Ceci valide les résultats numériques déterministes obtenus. Ainsi, le modèle déterministe peut être utilisé en toute confiance dans les analyses probabilistes effectuées dans le présent chapitre.



a.



b.

Figure 4. 2 : Comparaison entre la distribution de la surpression interstitielle d'eau et celle des autres auteurs pour: a. une monocouche d'argile avec une étude non couplée et ; b. un multicouche argileux avec une étude couplée.

4.3. Degré de consolidation U fonction du facteur temps T_v pour différentes valeurs du coefficient de Biot α .

La figure 4.3 présente le degré de consolidation U en fonction du facteur temps T_v (où $T_v = ct/Z^2$) pour une seule couche de profondeur $2Z$ dans le cas de double drainage pour une analyse de consolidation couplée lorsque la porosité $n = 0.5$.

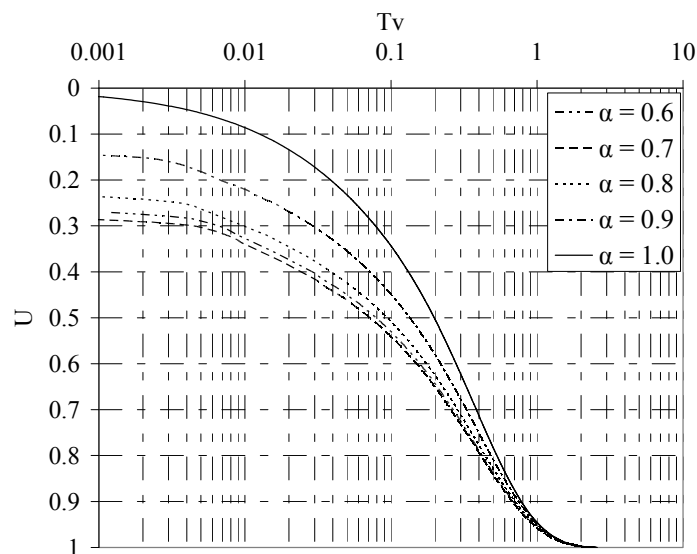


Figure 4. 3 : Degré Consolidation U fonction du facteur temps T_v pour différentes valeurs du coefficient de Biot α

Cette figure montre qu'il ya une diminution significative de l'ampleur du degré de consolidation entre $\alpha = 1$ et $\alpha = 0,8$. Cette diminution est plus faible pour les petites valeurs de α .

5. ANALYSE PROBABILISTE

Cette section vise à effectuer une analyse probabiliste en utilisant CSRSM d'un problème de consolidation couplée 1D qui implique une couche argileuse avec des conditions de drainage à double sens. Les variables aléatoires considérées dans l'analyse sont le module de Young E , le coefficient de Poisson ν , la conductivité hydraulique k_h et une charge uniforme q appliquée à la surface du sol. Les valeurs utilisées pour illustrer les moments statistiques des différentes variables aléatoires sont celles couramment rencontrées dans la pratique (Baecher et Christian 2003 et Badaoui et al. 2007). Ces valeurs sont appelées les valeurs de références. Ils sont donnés dans le tableau 4.2. Deux réponses du système ont été étudiées ci-après. Ce sont le tassement en surface et le temps de consolidation correspondant à différentes valeurs du degré de consolidation. Il est à noté que dans le présent chapitre, les termes du tassement maximale en surface et le temps de consolidation finale sont utilisés pour le tassement et le temps de consolidation correspondant à $U=99,9\%$

Tableau 4. 2 : Caractéristiques statistiques des paramètres incertains pour la monocouche argileuse.

Paramèteres	Moyenne	Coefficient de variation (%)	Type de distribution
E [MPa]	20	20	Log-normal
ν	0.3	5	Log-normal
k_h [m/s]	10^{-9}	50	Log-normal
q [kPa]	100	10	Log-normal

Le temps de consolidation correspondant à une valeur prescrite du degré de consolidation U est calculé comme suit: Le facteur temps T_v correspondant à la valeur prescrite de U est d'abord déterminé depuis la figure 4.3. Cette valeur est ensuite utilisée pour calculer le temps de consolidation t comme suit : $t = T_v \cdot Z^2 / c$. Pour évaluer le tassement en surface

correspondant, le temps de consolidation obtenu t est utilisé pour ce calcul (c.-à-d. on calcul le déplacement vertical en surface de notre profil de sol à un temps t).

La suite de cette section se concentre sur les résultats probabilistes. L'ordre optimal du PCE a été déterminé. Sur la base des coefficients du PCE optimale, une analyse de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol a été réalisée. Enfin, une étude paramétrique qui étudie l'effet des paramètres géotechniques (inputs) et les caractéristiques statistiques des variables aléatoires sur les PDF des réponses du système a été présentée et discuté.

5.1. Ordre optimal du PCE et indices de Sobol

L'ordre optimal d'un PCE a été déterminé en calculant l'ordre minimal qui conduit à un coefficient de détermination R^2 supérieure ou égale à une valeur prescrite (par exemple 0,9999). Les résultats numériques ont montré que le cinquième ordre du PCE est nécessaire pour le tassement maximal en surface et pour le temps de consolidation finale correspondant, afin de répondre à ce critère. Ainsi, cet ordre "5" sera utilisée dans tous les calculs ultérieurs probabilistes effectués dans le présent chapitre. Selon la méthode de Sudret (2008), le nombre de points de collocation requis pour chaque calcul de PDF est égal à 286. Cela correspond à une réduction de 78% du nombre de points de collocation total disponibles (1297). Le temps de calcul correspondant est d'environ 390 minutes au lieu de 1768 minutes.

Une analyse de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol a été effectuée pour déterminer l'impact de chaque variable aléatoire sur la variabilité de chaque réponse du système. Les indices de Sobol des différentes variables aléatoires sont présentés au tableau 4.3 pour les deux réponses (le tassement maximal en surface et le temps de consolidation final). Comme prévu, la somme de tous les indices de Sobol pour chaque réponse du système est égale à 1. Ce tableau montre que E a une contribution importante à la variabilité du tassement maximal, mais son impact sur la variabilité du temps de consolidation finale est plus petit. En revanche, k_h a une influence négligeable sur la variabilité du tassement maximal, cependant, son poids dans la variabilité du temps de consolidation finale est important. Le tableau 4.3 montre également que le poids de la charge q dans la variabilité du tassement maximal est relativement important, par contre son poids dans la variabilité du temps de consolidation finale est négligeable. Enfin, il

convient de souligner que les indices de Sobol de v sont jugées très faibles pour les deux réponses du système. Par conséquent, le coefficient de Poisson sera considéré comme déterministe pour les deux réponses. C'est parce que les deux réponses du système sont les résultats de la même simulation déterministe. A l'opposé, les trois autres variables (E , k_h , et q) seront considérées comme des variables aléatoires. Ainsi, le nombre total de points de collocation qui seront utilisés dans les calculs ultérieurs (pour un calcul PDF) est égal à 82 au lieu de 286. Le temps de calcul correspondant est d'environ 110 minutes. Cela réduit encore le temps de calcul de 71,3% par rapport au cas de quatre variables aléatoires utilisés. Il convient de souligner que l'utilisation de l'analyse de sensibilité globale pour réduire le nombre de variables aléatoires est non seulement réduire le temps de calcul d'une analyse probabiliste, mais elle réduit également le coût de l'étude expérimentale car les paramètres non influents n'ont pas besoin à une investigation géotechnique approfondie (étude expérimentale).

Tableau 4. 3 : Indices de Sobol des paramètres incertains pour le tassement maximal en surface et le temps de consolidation finale établi par un PCE de cinquième ordre

Indice de Sobol	Valeurs des indices de Sobol	
	Tassement maximal en surface	Temps de consolidation Finale
$S(E)$	0.7600	0.1425
$S(v)$	0.0200	0.0082
$S(k_h)$	8.89×10^{-7}	0.8492
$S(q)$	0.2199	1.81×10^{-11}
$\sum S(\cdot)$	1.00	1.00

5.2. Etude paramétrique

Cette section vise à présenter une étude paramétrique montrant l'effet des paramètres géotechniques (condition de drainage à savoir, le degré de consolidation et le coefficient de Biot) sur les PDF des réponses du système. Egalement l'effet des paramètres

statistiques des variables aléatoires (c.-à-d. coefficient de variation et le coefficient de corrélation) sur les PDF de ces réponses sera étudié.

5.2.1. Impact des conditions de drainage sur le PDF de la réponse du système

La figure 4.4 montre l'effet des deux conditions de drainage (à simple ou à double drainage) sur les PDF du tassement maximal et le temps de consolidation final. Seul le PDF du temps de consolidation final est affectée par les conditions de drainage, le PDF du tassement maximal n'est pas sensible à ces conditions. Le tableau 4.4 présente les moments statistiques des PDF des deux réponses du système pour deux cas de conditions de drainage. Bien que l'écart-type du temps de consolidation finale dans le cas du simple drainage soit beaucoup plus grand que celle du cas de double drainage, les deux conditions de drainage ont le même coefficient de variation pour cette réponse. Ceci peut être expliqué par le fait que les deux cas de drainage considèrent la même variabilité pour

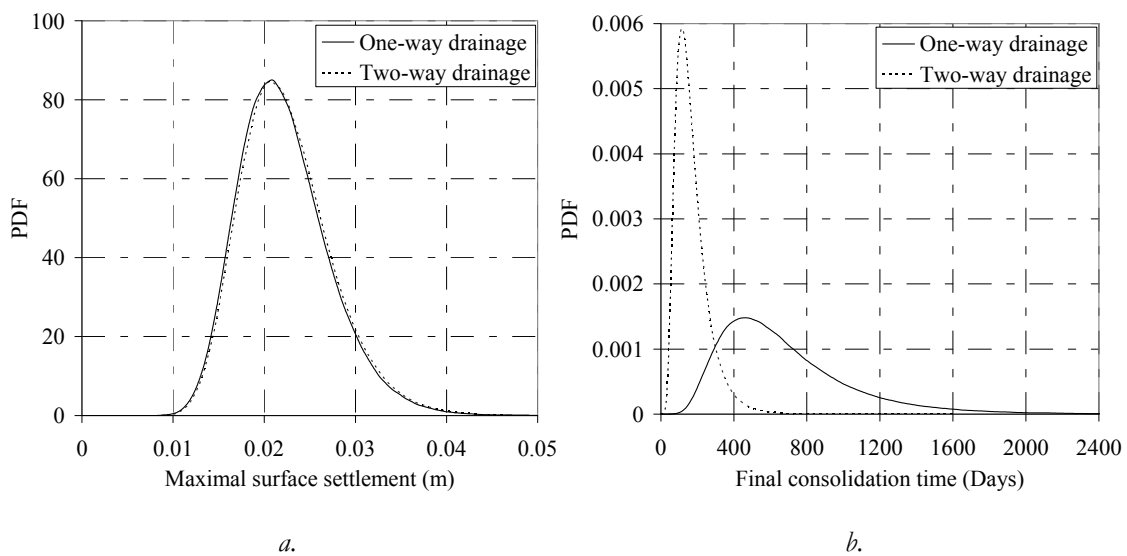


Figure 4. 4 : Impact des conditions de drainage sur a. le tassement maximal en surface ; b. le temps de consolidation finale avec $a=1$

les variables d'entrée et donc, la variabilité de la réponse (une fois exprimé par un paramètre non dimensionnel) ne devrait pas être affectée par la variabilité d'entrée. Le coefficient de variation du temps de consolidation finale ($\approx 55\%$) est beaucoup plus grand que celle du tassement maximal ($\approx 22\%$). Cela signifie que le temps de consolidation a subit une incertitude significative au cours de la propagation des incertitudes à partir des paramètres d'entrée. Par conséquent, les paramètres d'entrées incertaines qui ont un poids significatif dans la variabilité de cette réponse (c.-à-d. k_h et E) doivent être soigneusement étudiés dans la pratique. Enfin, de la même façon que le coefficient de variation, le

skweness et le kurtosis des deux réponses ne sont pas affectés par les conditions de drainage. La même explication donnée ci-dessus reste valable ici.

Tableau 4. 4 : Effet des conditions de drainage sur les moments statistique du tassement maximal en surface et le temps de consolidation final

Response du système	Conditions de Drainage	Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	Coefficient de variation (%)
Tassement maximal en surface [m]	One-way	0.022	0.0050	0.6916	0.8746	22.48
	Two-way	0.022	0.0050	0.6941	0.8784	22.40
Temps de consolidation finale [Jour]	One-way	678.98	371.29	1.7991	6.1330	54.68
	Two-way	169.95	92.90	1.8002	6.1851	54.67

5.2.2. Impact du degré de consolidation et du coefficient de Biot sur les PDF des réponses du système

Les PDF du tassement et du temps de consolidation correspondant à trois valeurs du degré de consolidation ($U=50\%$, 75% et 100%) et pour deux valeurs différentes du coefficient de Biot ($\alpha=0.9$ et 1.0) des résultats ont été présentés dans les figures. 4.5 et 4.6. Les moments statistiques correspondant à ces PDF sont donnés dans le tableau 4.5.

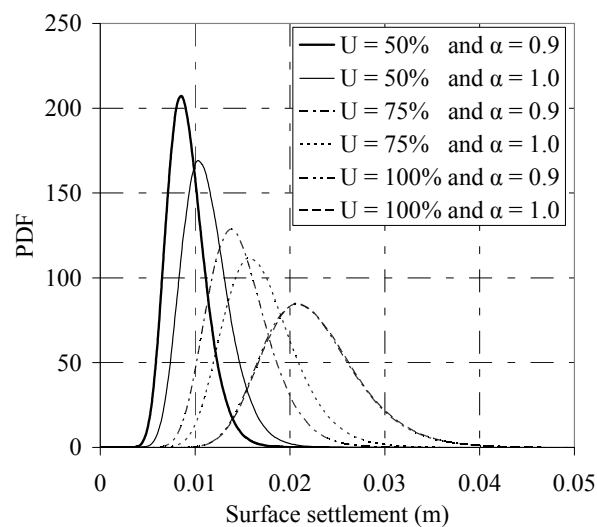


Figure 4. 5 : Les PDF du tassement maximal en surface pour trois valeurs de degré de consolidation et pour deux valeurs du coefficient de Biot α

Tableau 4. 5 : Moments statistiques du tassement en surface et le temps de consolidation correspondant pour différentes valeurs du degré de consolidation avec $\alpha=1$ et $\alpha=0.9$

	Response du système	Degré de consolidation (%)	Moyenne	Ecart- type	Skewness	Kurtosis	Coefficient de variation (%)
$\alpha = 0.9$	Tassement en surface [m]	50	0.009	0.0020	0.6871	0.8639	22.36
		75	0.015	0.0033	0.6837	0.8474	22.36
		100	0.022	0.0050	0.6900	0.8701	22.45
	Temps de consolidation [Jour]	50	7.63	4.17	1.8198	6.5789	54.73
		75	21.96	12.00	1.7834	6.0331	54.66
		100	137.79	75.38	1.7938	6.1351	54.71
$\alpha = 1$	Tassement en surface [m]	50	0.011	0.0025	0.6906	0.8848	22.36
		75	0.017	0.0038	0.6871	0.8517	22.41
		100	0.022	0.0050	0.6941	0.8784	22.40
	Temps de consolidation [Jour]	50	11.85	6.47	1.7833	6.1325	54.58
		75	30.86	16.89	1.8083	6.3080	54.74
		100	169.95	92.90	1.8002	6.1851	54.67

De ce tableau (4.5), on peut observer que la valeur moyenne et l'écart-type des réponses du système augmentent avec l'augmentation du degré de consolidation et de coefficient de Biot. Toutefois, le coefficient de variation, le skewness et le kurtosis des deux réponses du système sont très légèrement affectée par le degré de consolidation et le coefficient de Biot. Ceci doit être prévu puisque les incertitudes des paramètres d'entrée demeurent constantes pour les différentes valeurs de U et de α .

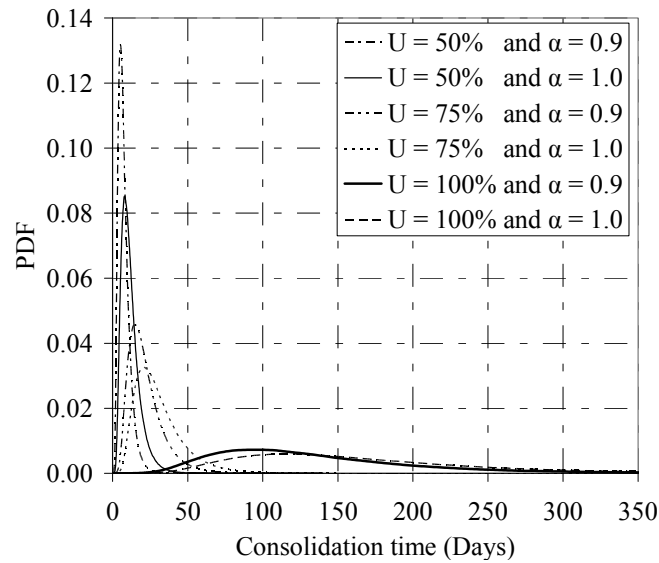


Figure 4. 6 : Les PDF du temps de consolidation pour trois valeurs de degré de consolidation et pour deux valeurs du coefficient de Biot α

5.2.3. Impact des coefficients de variation (COV) des différentes variables aléatoires sur les PDF des réponses du système

Dans cette section, l'effet de COV des variables aléatoires sur les PDF des réponses du système a été analysé. Pour étudier l'effet de COV d'une variable aléatoire sur le PDF de la réponse du système, les COV de cette variable est augmenté ou diminué de 50% par rapport à sa valeur de référence donnée dans le tableau 4.2, mais les COV des autres variables aléatoires sont supposés constants (c.-à-d. égal à leur valeur de référence).

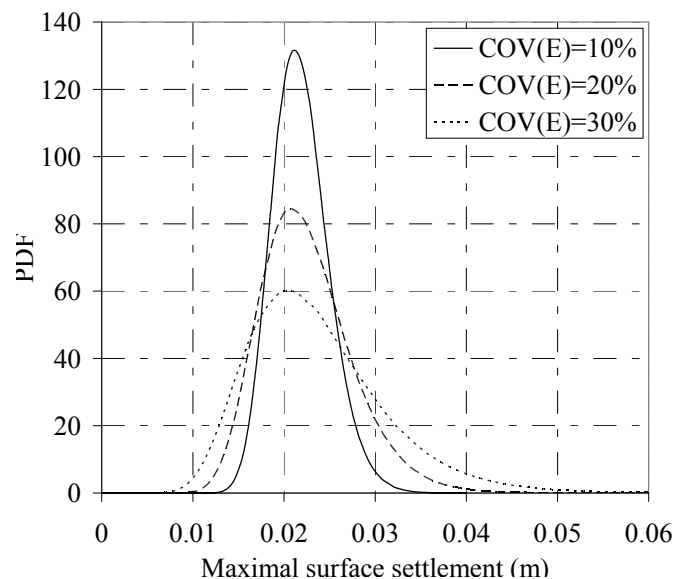
Tableau 4. 6 : Effet des coefficients de variation de E et q sur les moments statistiques du tassement maximal en surface

	Coefficient de variation (%)	Moyenne [m]	Ecart-type [m]	Skewness	Kurtosis	Coefficient de variation (%)
COV(E)	10%	0.022	0.0031	0.4332	0.3370	14.18
	20%	0.023	0.0050	0.6941	0.8784	22.40
	30%	0.024	0.0075	0.9871	1.7886	31.77
COV(q)	5%	0.022	0.0046	0.6324	0.7521	20.63
	10%	0.022	0.0050	0.6941	0.8784	22.40
	15%	0.022	0.0057	0.7703	1.0726	25.17

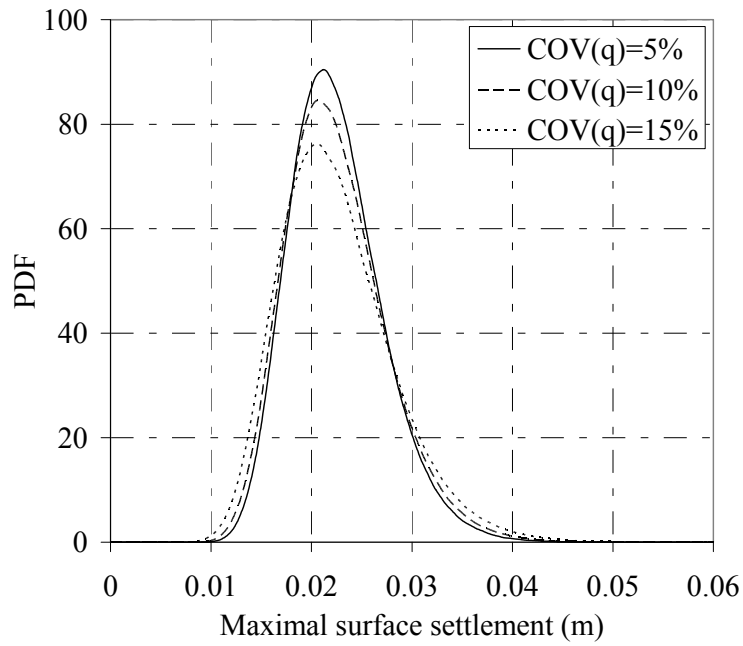
Tableau 4. 7 : Effet des coefficients de variation de E et k_b sur les moments statistiques du temps de consolidation finale

	Coefficient de variation (%)	Moyenne [Jours]	Ecart-type [Jours]	Skewness	Kurtosis	Coefficient de variation (%)
COV(E)	10%	164.99	84.54	1.6718	5.3169	51.24
	20%	169.95	92.90	1.8002	6.1851	54.67
	30%	177.92	106.60	1.9859	7.6720	59.91
COV(k_b)	25%	144.38	46.63	1.0006	1.8283	32.30
	50%	169.95	92.90	1.8002	6.1851	54.67
	75%	212.09	167.38	2.8143	15.8143	78.92

Les figures 4.7a et 4.7b montrent l'impact du coefficient de variation de E et q sur le PDF du tassement maximal et les figures. 4.8a et 4.8b montrent l'impact du coefficient de variation de E et k_h sur les PDF du temps de consolidation finale. Les moments statistiques correspondant à ces PDF sont indiquées dans les tableaux 4.6 et 4.7 respectivement. Il convient de mentionner que l'effet du COV_{k_b} sur le tassement maximal n'a pas été effectué en raison de la contribution négligeable de k_h dans la variabilité de cette réponse. De même, l'effet de COV_q sur le temps de consolidation finale n'a pas été étudié à cause du poids négligeable de q dans la variabilité du temps de consolidation finale comme a été exposé précédemment dans l'analyse de sensibilité globale.

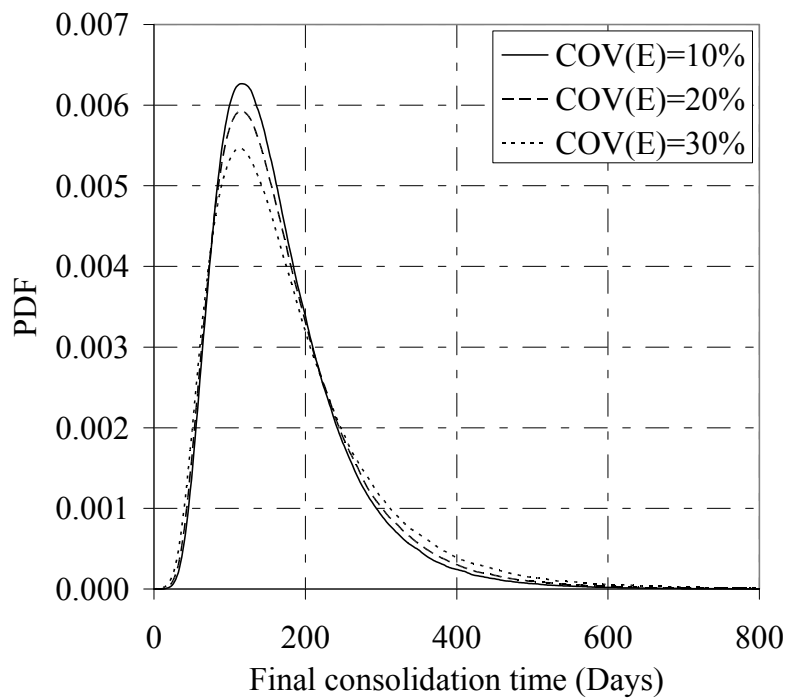


a.

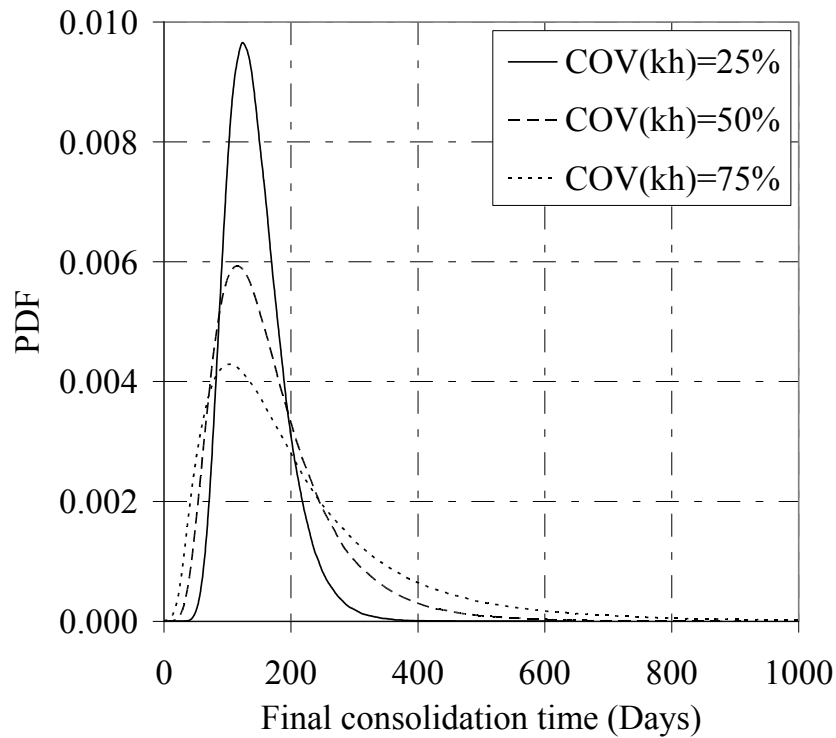


b.

Figure 4. 7 : Influence des coefficients de variation de E et q sur les PDF du tassement maximal en surface avec $\alpha=1$: a. Influence du $COV(E)$ avec $COV(q)=10\%$; b. Influence du $COV(q)$ avec $COV(E)=20\%$.



a.



b.

Figure 4. 8 : Influence du coefficient de variation de E and k_b sur les PDF du temps de consolidation finale avec $a=1$: a. Influence du $COV(E)$ avec $COV(k_b)=50\%$; b. Influence du $COV(k_b)$ avec $COV(E)=20\%$.

En ce qui concerne le tassement maximal (tableau 4.6), l'écart-type, skewness et kurtosis de cette réponse augmentent avec l'augmentation du COV_E et COV_q , mais sa valeur moyenne reste constante. Lors de l'augmentation COV_E et COV_q de 50% de leurs valeurs de référence, le COV du tassement maximal augmente de 41,8% et 12,4% respectivement. D'autre part, la moyenne du temps de consolidation final augmente avec l'augmentation de la COV_E et COV_{k_h} (Tableau 4.7). L'augmentation du COV_E et COV_{k_h} augmente aussi l'écart-type, skewness et kurtosis de cette réponse. Les COV du temps de consolidation finale augmente respectivement de 9,6% et 44,4% lors de l'augmentation du COV_E et COV_{k_h} de 50% par rapport à leurs valeurs de référence.

Il est à noter que, skewness et kurtosis du tassement maximal indiquent que son PDF n'est pas loin de la distribution gaussienne. En revanche skewness et kurtosis du temps de consolidation finale indiquent que son PDF est très loin de la distribution gaussienne. En conclusion, la valeur moyenne du tassement maximal n'est pas affectée par COV_E et COV_q , mais la valeur moyenne du temps de consolidation finale est sensible à COV_q

et COV_{k_h} . La variabilité du tassement maximal est sensible au COV_E tandis que celle du temps de consolidation finale est sensible au COV_{k_h} . A partir de ces résultats, on peut observer que les paramètres aléatoires d'entrée pour lesquelles les COV ont plus d'influence sur la variabilité d'une réponse sont les mêmes que ceux qui ont plus d'impact sur la variabilité de cette réponse (obtenu à l'aide des indices Sobol).

Le tableau 4.8 présente l'effet du COV des variables aléatoires d'entrée les plus influents sur les indices de Sobol des différentes variables aléatoires calculé analytiquement à partir des coefficients du PCE pour les deux réponses du système.

Tableau 4. 8 : Effect of the Coefficients of Variation of the Most Influential Parameters on Sobol Indices of the different random variables for both responses

Response du system	Coefficient de variation (%)		Indices de Sobol		
			S(E)	S(q)	S(k_h)
Tassement maximal en surface [m]	COV(E)	10	0.5001	0.4998	1.2×10^{-4}
		20	0.7909	0.2090	1.0×10^{-4}
		30	0.8917	0.1082	9.0×10^{-5}
	COV(q)	5	0.9391	0.0609	4.0×10^{-5}
		10	0.7909	0.2090	1.3×10^{-4}
		15	0.6328	0.3672	2.0×10^{-5}
Temps de consolidation finale [Jour]	COV(E)	10	0.0377	6.0×10^{-5}	0.9622
		20	0.1474	5.0×10^{-5}	0.8526
		30	0.2516	4.0×10^{-5}	0.7484
	COV(k_h)	25	0.3875	4.0×10^{-5}	0.6125
		50	0.1474	3.0×10^{-5}	0.8526
		75	0.0531	2.0×10^{-5}	0.9469

De ce tableau, on peut observer que l'augmentation du coefficient de variation d'une variable aléatoire augmente son indice de Sobol et diminue les indices Sobol des autres variables aléatoires. Cela signifie que le poids de cette variable aléatoire dans la variabilité

de la réponse du système augmente. Cela permet de réduire automatiquement le poids des autres variables aléatoires.

5.2.4. Impact de la corrélation entre les propriétés du sol (E et k_h) sur les PDF des réponses du système

Les figures 4.9 et 4.10 montrent l'influence du coefficient de corrélation entre E et k_h sur le PDF du tassement maximal et le temps de consolidation finale. A partir de ces figures, on peut observer que la corrélation entre E et k_h a un grand impact sur le PDF du temps de consolidation finale, mais elle n'a aucun effet sur le PDF du tassement maximal. Cela peut s'expliquer par la contribution négligeable de k_h dans la variabilité du tassement maximale comme il a été montré auparavant.

Le tableau 4.9 présente les moments statistiques du temps de consolidation finale pour différentes valeurs du coefficient de corrélation. Ce tableau montre que la corrélation négative réduit la variabilité du temps de consolidation finale. En outre, elle réduit le skewness et le kurtosis (à savoir le PDF a tendance à être gaussien).

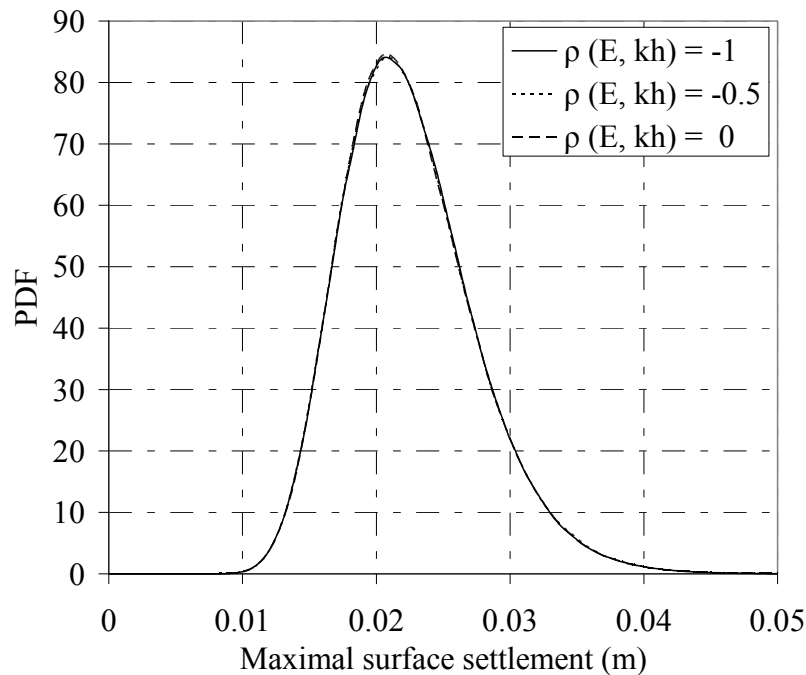


Figure 4. 9 : Impact du coefficient corrélation entre E et k_h sur le tassement maximal en surface avec $\alpha=1$

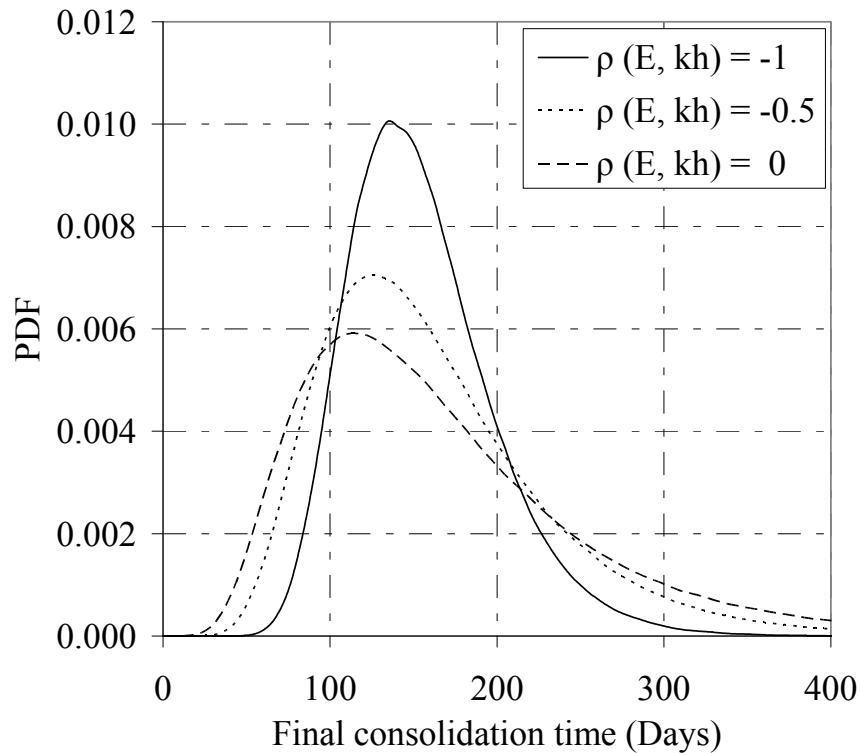


Figure 4. 10 : Impact du coefficient de corrélation entre E and k_h sur le temps de consolidation final avec $a=1$

6. CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré à l'analyse probabiliste des problèmes de consolidation couplée unidimensionnelle. Une couche argileuse saturée pour deux situations de drainage, simple et double a été pris en compte dans l'étude. La Méthode de surface de réponse stochastique par collocation CSRSSM a été utilisée pour l'analyse probabiliste. Les variables aléatoires sont le module de Young E , le coefficient de Poisson ν , la conductivité hydraulique du sol k_h et la charge uniforme q appliquée à la surface du sol. Les réponses du système probabiliste pris en compte dans l'analyse sont le tassement en surface et le temps de consolidation. Le modèle déterministe est basé sur la théorie de Biot implémenté dans le code de calcul en différence finies FLAC^{3D}. Les principales conclusions de l'étude peuvent être résumées comme suit:

- (1) Un tableau de conception (U , T_v) envisage deux cas de compressibilité des grains ($\alpha < 1$) et ($\alpha = 1$) l'analyse a été présentée pour une utilisation pratique en géotechnique ($\alpha = 1$). Ce tableau a montré une diminution significative de l'ampleur du degré de consolidation entre $\alpha = 1$ et $\alpha = 0,9$. Cette diminution est plus faible pour les petites valeurs de α .

- (2) Une analyse de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol a montré que la variabilité du tassement maximal en surface a été principalement induite par E et q et que la variabilité du temps de consolidation final a été principalement induite par E et k_h . Le coefficient de Poisson a un poids négligeable dans la variabilité des deux réponses et donc ce paramètre a été considéré comme déterministe. Cette stratégie de détecter les paramètres les plus influents sur la variabilité des réponses du système réduit considérablement le temps de calcul de l'analyse probabiliste. Il a également l'avantage de réduire le coût de l'étude expérimentale de la variabilité des paramètres non influents.
- (3) Bien que les moments statistiques du tassement maximal en surface ont été jugées non sensibles aux conditions de drainage, la moyenne et l'écart-type du temps de consolidation final sont plus importants dans le cas du simple drainage par rapport au cas du double drainage, sans changement de la valeur du coefficient de variation de cette réponse pour les deux cas de drainage.
- (4) Le coefficient de variation du temps de consolidation finale a été trouvée beaucoup plus grand que celle du tassement maximal en surface. Par conséquent, les paramètres d'entrées incertaines qui ont un poids significatif sur la variabilité de cette réponse (c.-à-d. k_h et E) doivent être soigneusement étudiés dans la pratique.
- (5) La valeur moyenne et l'écart-type des deux réponses du système augmentent avec l'augmentation du degré de consolidation et du coefficient de Biot. Toutefois, le coefficient de variation, le skewness et le kurtosis des deux réponses du système ne sont pas affectés ni par le degré de consolidation, ni par le coefficient de Biot.
- (6) L'écart-type, skewness et kurtosis des deux réponses du système augmentent avec l'augmentation des coefficients de variation des variables aléatoires d'entrée. En ce qui concerne la valeur moyenne, elle reste constante pour le tassement maximal en surface et elle augmente dans le cas du temps de consolidation finale. Le coefficient de variation de k_h a un effet plus important que celui de E sur la variabilité des temps de consolidation final. D'autre part, le coefficient de variation de E a un effet plus important que celui de q sur la variabilité du tassement maximal en surface.
- (7) Les paramètres d'entrée dont les COV ont une influence importante sur la variabilité d'une réponse du système sont les mêmes que ceux qui ont le plus d'impact sur la variabilité de cette réponse du système (obtenu à l'aide des indices Sobol).

- (8) Une augmentation du coefficient de variation d'une variable aléatoire augmente son indice de Sobol. Cela signifie que le poids de cette variable aléatoire dans la variabilité de la réponse du système augmente. Cela permet de réduire automatiquement le poids des autres variables aléatoires.
- (9) La corrélation entre les variables E et k_h a un effet considérable sur le temps de consolidation finale, mais elle n'a aucun effet sur le tassement maximal en surface. La corrélation négative a été trouvée pour réduire la variabilité des temps de consolidation final. Elle conduit également à des valeurs plus petites du skewness et kurtosis.

Le présent chapitre a montré que le seul paramètre géotechnique qui a un impact important sur le tassement en surface est le module de Young E . Pour effectuer une étude de variabilité spatiale 2D dans le chapitre suivant, le E a été pris en compte comme champs aléatoire pour déterminer la probabilité de rupture (P_f) due au tassement en surface. Ceci en utilisant la méthode de simulation de Monte Carlo ainsi que son alternative la méthode de simulation par Subset développée et adaptée à notre étude.

Chapitre 5 : Analyse probabiliste des problèmes de consolidation en utilisant la simulation par Subset

1. INTRODUCTION

La probabilité de rupture d'un système est généralement calculée à l'aide de la méthode des simulations de Monte Carlo (Fenton et Griffiths 2005 ; Griffiths et al. 2006 et autres). Cette méthode est très gourmande en temps de calcul, surtout lorsqu'il s'agit de problèmes ayant des probabilités de rupture très faible ($\leq 10^{-3}$). Pour affronter à ce problème et comme alternative à MCS, l'approche de simulation par Subset (Au et Beck, 2001) dont l'algorithme Metropolis-Hasting modifié par (Santoso et al. 2011) a été appliqué à une étude de consolidation couplée (Huang et al 2010). Cette méthode a pour objectif d'effectuer une analyse probabiliste de la consolidation couplée en 2D d'un sol hétérogène dont le module de Young (E) est spatialement variable. Dans cette étude, le champ aléatoire E a été discrétisé en un nombre fini de variables aléatoires à l'aide de l'expansion de Karhunen-Loeve (KL).

Les résultats probabilistes ont montré que la probabilité de rupture calculée par la simulation par Subset est très proche de celui calculé par MCS, toutefois, une réduction significative du nombre de simulations a été utilisée. Une étude paramétrique pour étudier l'effet de la variabilité de E (coefficient de variation et la distance d'autocorrélation horizontale et verticale L_x et L_y du module de Young) sur la probabilité de rupture a été présentée et discuté ainsi d'autres résultats.

2. SIMULATION PAR SUBSET

La simulation par Subset a été proposée par (Au et Beck, 2001) pour calculer les faibles probabilités de rupture ($P_f < 10^{-3}$) dans le cas où les différents paramètres incertains sont modélisés par des variables aléatoires. Plusieurs auteurs (Au et Beck, 2003 ; Au et Beck, 2007 ; Au et al, 2010 et autres) ont utilisé cette méthode et ils ont montré l'efficacité de cet outil pour le calcul des faibles probabilités de rupture avec un nombre réduit du nombre de simulation en la comparant avec MCS. L'idée de base de cette simulation est d'exprimer la probabilité de rupture P_f comme un produit des probabilités conditionnelles des différentes étapes. De ce fait l'évaluation de P_f nécessitera un nombre de calculs beaucoup moins important. Le principe est décrit ci-après.

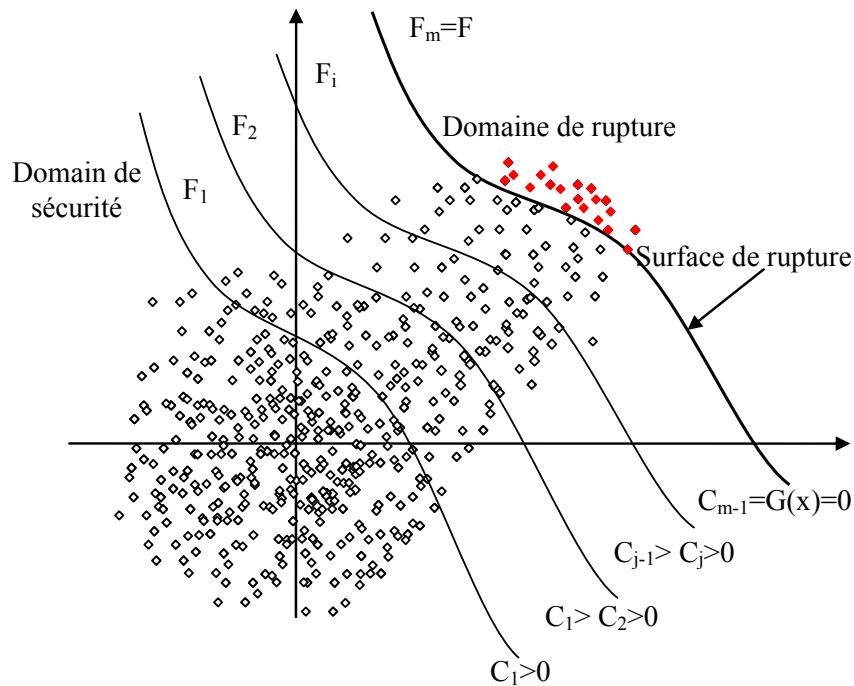


Figure 5. 1 : Méthode de simulation Subset

Soit $F_1 \supset \dots \supset F_j \supset \dots \supset F_m = F$ avec m événements inclusivement ordonnés tels que, $\forall i \in \{1, \dots, m\}$, $F_i = \{g(\xi) \leq 0\}$, où $\xi_i = (\xi_1, \dots, \xi_n)$ est le vecteur n -dimensionnel des variables aléatoires de base du problème, g_i est une fonction mesurable (Fonction de performance), F_m est l'évènement le plus faible de la famille $\{F_1, \dots, F_m\}$, car $P(F_m) \leq P(F_{m-1}) \leq \dots \leq P(F_1)$, il est choisi pour coïncider avec l'évènement de rupture F du problème, c.-à-d. $F_m = F$.

On a : $F = \prod_{i=1}^m F_i$, aussi de la formule des probabilités conditionnelles il résulte que :

$$P_f = P(F_1) \prod_{i=1}^{m-1} P(F_{i+1}|F_i) \quad (5.1)$$

La probabilité $P(F_1)$ est la plus grande de toutes les probabilités $P(F_i)$, elle est calculée en utilisant une procédure de Monte-Carlo standard.

Quant aux probabilités conditionnelles $\{P(F_{i+1}|F_i); i = 1, \dots, m-1\}$, elles sont estimées en utilisant une méthode basée sur le principe des Chaines de Markov et Monte Carlo (Monte-Carlo Markov Chain, MCMC), baptisé l'algorithme de Metropolis-Hastings. Cet algorithme, qui repose sur la construction d'une chaîne de Markov ergodique dont la distribution invariante est adaptée au problème à résoudre. Pour plus de détails, l'algorithme de Metropolis-Hastings a été modifié développé et modifiés par plusieurs auteurs (Metropolis et al. 1953 ; Hastings 1970 ; Santoso et al. 2011).

On notera que, la probabilité $P(F_1)$ et toutes les probabilités conditionnelles $P(F_{i+1}|F_i)$ sont beaucoup plus grandes que la probabilité cible $P(F)$.

3. ALGORITHME DE LA METHODE DE SIMULATION PAR SUBSET

L'algorithme de la méthode de simulation par Subset peut être décrit par les étapes suivantes:

- 1- Génération d'un vecteur de N_s échantillons (réalisations) par la simulation de Monte Carlo (MCS). Il est à noter que la distribution de probabilité normale PDF a été utilisé comme une cible P_t (c'est à dire il a été utilisé pour générer N_s réalisations pour le niveau 0 de la simulation par Subset). Toutefois, un PDF uniforme a été utilisé comme une proposition de distribution de probabilité P_p (pour générer des réalisations de niveaux 1, ..., j, ..., m). Notez également que la probabilité de rupture P intermédiaire (F_i) a été choisi égale à 0.1. Il est à noter que l'indice "0" indique le niveau conditionnel 0 (Fig. 5.1). En utilisant le modèle déterministe mécanique, le vecteur des réponses $Y_0 = \{y_1, \dots, y_k, \dots, y_{N_s}\}$ qui correspond au N_s simulations a été calculé. Puis, pour chaque valeur scalaire du vecteur Y_0 , une valeur correspondante de la fonction de

performance, on obtient un vecteur $G_0 = \{g_1, \dots, g_k, \dots, g_{N_s}\}$. En fin, un réarrangement croissant du vecteur G_0 a été effectué.

- 2- Proposer une probabilité de rupture intermédiaire $P(F_j)$ et évaluer le premier seuil de rupture C_1 qui correspond au domaine de rupture F_1 . Notez que C_1 est égale à la valeur $\{(N_s \times P(F_j)) + 1\}$ dans la liste croissante des éléments du vecteur G_0 , avec la valeur de $P(F_1)$ est égale à la probabilité de rupture intermédiaire proposée $P(F_j)$. Par exemple, considérons $N_s = 200$ échantillons et $P(F_j) = 0.1$, puis $\{(N_s \times P(F_j)) + 1\} = 21$. Donc C_1 sera égale à la valeur correspondante à l'élément 21 dans le vecteur G_0 dont ces éléments sont croissants.
- 3- Parmi les N_s échantillons, il y a $\{N_s \times P(F_j)\}$ réalisations qui sont situés dans la région de rupture F_1 et pour lesquels les valeurs de la fonction de performance est inférieur à C_1 . Ces échantillons sont utilisés comme échantillons mère pour simuler $\{(1 - P(F_j)) N_s\}$ échantillons conditionnelle supplémentaires au niveau 1 (c.-à-d. situé dans le domaine F_1) en utilisant la méthode de chaîne de Markov basé sur l'algorithme de Metropolis-Hasting. Encore une fois, en utilisant le modèle déterministe, calculer le vecteur des réponses $Y_1 = \{y_1, \dots, y_k, \dots, y_{N_s}\}$ où l'indice "1" dans Y_1 se réfère au niveau 1 (Figure. 5.1).
- 4- Calculer le vecteur de la fonction de performance $G_1 = \{g_1, \dots, g_k, \dots, g_{N_s}\}$
- 5- Calculer le deuxième seuil de rupture C_2 qui est égale à la valeur $\{(N_s \times P(F_j)) + 1\}$ dans la liste croissante des éléments du vecteur G_1 .
- 6- Répétez les étapes 3 à 5 jusqu'à atteindre la valeur du dernier seuil de rupture. Notez que le dernier seuil de rupture est généralement une valeur négative. Si c'est le cas, le dernier seuil de rupture C_m est mis à zéro et la probabilité de rupture conditionnelle du dernier niveau $P(F_m | F_{m-1})$ est calculée comme suit:

$$P(F_m | F_{m-1}) = \sum_{k=1}^{N_s} I_{F_m}(s_k) \quad (5.2)$$

Où $I_{F_k} = 1$ si la fonction de performance g_k correspondante à l'échantillon s_k est négatif et $I_{F_k} = 0$ pour l'autre cas.

7- Enfin, la probabilité de rupture $P(F)$ est calculée selon l'équation. (5.1).

4. THEORIE DE CONSOLIDATION DE BIOT EN 2D

La théorie de consolidation de Biot (Biot, 1941 and 1956) tient en compte le couplage entre l'eau et les grains solides (matériau poreux élastique). L'eau interstitielle est couplée avec les grains solides par les conditions d'équilibre et aussi de la continuité. Pour l'équilibre en 2D avec l'absence du poids propre, le gradient des contraintes effectives doit être combiné avec le gradient de la pression de l'eau, est elle est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial u_w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial u_w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Où σ'_{xx} et σ'_{yy} sont les contraintes normal effectives, τ_{xy} est la contrainte de cisaillement et u_w la surpression interstitielle de l'eau. En supposant que l'état de déformation est plane et des petites déformations, et en combinant l'équation. (5.3) avec la loi de conservation, les termes de contrainte dans l'équation. (5.3) peut être présenté en termes de déplacements pour donner :

$$\begin{aligned} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \right] + \frac{\partial u_w}{\partial x} &= 0 \\ \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} \right] + \frac{\partial u_w}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$m_v = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \quad (5.5)$$

Où E et ν sont les paramètres élastiques effectifs, m_v est le coefficient de compressibilité volumétrique et u_x et u_y sont les déplacements dans la direction x et y respectivement. De la continuité, et en supposant l'incompressibilité de l'eau, le taux de

débit net est égal au taux de variation de volume de sol. En introduisant la loi de Darcy dans l'équation de continuité, on obtient:

$$\alpha \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + k_x \left(\frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2} \right) + k_y \left(\frac{\partial^2 u_w}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{M} \frac{\partial u_w}{\partial t} = 0 \quad (5.6)$$

Où k_x et k_y sont respectivement le coefficient de perméabilité horizontal et vertical. dans cette étude on a pris $k = k_x = k_y$. Avec k est le coefficient de perméabilité isotrope.

Il convient de rappeler ici que le coefficient de perméabilité dans l'équation. (5.6) est un coefficient de mobilité dont l'unité est $[m^2/(Pa.s)]$. Il est lié à la conductivité hydraulique k_h par l'expression suivante :

$$k = \frac{k_h}{\gamma_w} \quad (5.7)$$

Dans l'équation (5.6), M est le module de Biot et α est le coefficient de Biot.

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (5.8)$$

Où K est le module de compressibilité drainé du matériaux poreux et K_s est le module de compressibilité des grains solides.

Le module de Biot M est lié au module de compressibilité du fluide (eau) K_f par l'équation suivante:

$$M = \frac{K_f}{n + (\alpha - n)(1 - \alpha) \frac{K_f}{K}} \quad (5.9)$$

Où n est la porosité de sol. Elle est généralement égale à 0.5. Pour les grains incompressibles $\alpha=1$ donc M devient:

$$M = K_f / n \quad (5.10)$$

Le module de compressibilité de l'eau est : $K_f = 2 \times 10^9 Pa$.

Les équations. (5.4) et (5.6) représentent les deux équations de "Biot" 2D pour un matériau poro-élastique. Une solution à ces équations permettra l'estimation aux

déplacements u_x et u_y et à la surpression interstitielle u_w au point (x, y) à un temps donné t.

5. EXPANSION DE KARHNUEN-LOEVE (K-L)

Plusieurs méthodes de discrétisation consistent à décomposer le champ initial $H(X, \theta)$ en des fonctions déterministe complètes optimales sont proposées dans la littérature (Vanmarcke et Grigoru, 1983 ; Spanos et Ghanem, 1989 ; Sudret et Der Kiureghian, 2000). Ces méthodes sont basées sur les expansions en séries. Dans le présent chapitre la méthode d'expansion de Karhunen-Loève (K-L) qui sera adopté.

La méthode d'expansion de Karhunen-Loève (K-L) est une approche efficace pour mener une discrétisation du champ aléatoire $H(X, \theta)$. Cette méthode donne une bonne approximation du champ (Spanos et Ghanem , 1989 et Ghanem et Spanos PD, 1991). Si μ est la moyenne du processus, donc ce dernier est représenté comme suit :

$$H(X, \theta) = \mu + \sum_{i=1}^{\infty} H_i(X) \xi_i(\theta) \quad (5.11)$$

Où $\xi_i(\theta)$: variables aléatoires non corrélées de moyenne nulle et de variance unitaire (ensemble de coefficients aléatoires orthogonales) ; avec θ indique la nature aléatoire de la quantité correspondante.

X : Cordonnées spatiales dans l'espace physique.

$H_i(X)$: sont des fonctions déterministes en fonction de la structure de corrélation du champ. Le champ approximatif aléatoire est défini en tronquant la série ordonnée (prendre la valeur M au lieu de ∞) donnée dans l'équation. (5.11) :

$$H(X, \theta) \xrightarrow{\text{Discretization}} \hat{H}(X, \theta) = \mu + \sum_{i=1}^M H_i(X) \xi_i(\theta) \quad (5.12)$$

Avec:

$$H_i(X) = \sqrt{\lambda_i} \phi_i(X) \quad (5.13)$$

$$\hat{H}(X, \theta) = \mu + \sum_{i=1}^M \sqrt{\lambda_i} \phi_i(X) \xi_i(\theta) \quad (5.14)$$

Le choix du nombre M dépend fortement de la précision souhaitée et aussi de la fonction d'autocorrélation du champ aléatoire (Rackwitz, 2000), les fonctions propres φ_i et les valeurs propres λ_i de la fonction d'autocorrélation.

Dans ce chapitre, une fonction de covariance exponentielle a été utilisée. L'expression de cette fonction dans le cas d'un champ aléatoire est donnée comme suit :

$$C[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \sigma^2 \exp\left(-\frac{|x_1 - x_2|}{L_x} - \frac{|y_1 - y_2|}{L_y}\right) \quad (5.15)$$

Avec la fonction d'autocorrélation est : $\rho[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \exp\left(-\frac{|x_1 - x_2|}{L_x} - \frac{|y_1 - y_2|}{L_y}\right)$.

où (x_1, y_1) et (x_2, y_2) sont les coordonnées de deux points donnés dans un domaine D sur lesquelles le processus de $H(X, \theta)$ est défini.

σ : est l'écart type du champ aléatoire.

L_x et L_y sont respectivement les distances d'autocorrélation horizontale et verticale.

Les valeurs propres et les fonctions propres sont les solutions de l'intégrale de l'équation suivante :

$$\int_D C(X_1, X_2) \phi(X_2) dX_2 = \lambda_i \phi_i(X_1) \quad (5.16)$$

Dans le cas d'une fonction de covariance exponentielle (5.15), l'intégrale en équation (5.16) peut être résolue analytiquement. Les solutions analytiques du problème précédent dans le cas d'un champ aléatoire, d'un domaine rectangulaire et d'une fonction d'autocovariance exponentielle ou triangulaire sont données par Ghanem et Spanos (1991).

De l'équation (5.14), la variance de l'erreur moyenne d'approximation est obtenue comme suit :

$$Var[H(X) - \hat{H}(X)] = \sigma^2(X) - \sum_{i=1}^M \lambda_i \varphi_i^2(X) = Var[H(X)] - Var[\hat{H}(X)] \quad (5.17)$$

6. TRANSFORMATION A UN CHAMP ALEATOIRE NON GAUSSIEN

Même si un champ gaussien est généralement utilisé pour les incertitudes des modèles à la variabilité spatiale pour des raisons de manque de données et de convenance, le modèle gaussien n'est pas applicable dans de nombreuses situations où la variable aléatoire est toujours positive. Dans ce chapitre, la variable aléatoire est le module de Young E . Il suit une distribution lognormale, donc le champ aléatoire lognormale approprié peut être obtenue par exponentiation du champ gaussien de l'équation (5.14) comme suit (Cho, 2010 et Cho et Paek, 2010):

$$\tilde{H}(X, \theta) = \exp \left[\mu_{\ln E} + \sum_{i=1}^M H_i(X) \xi_i(\theta) \right] \quad (5.18)$$

Dans ce cas, la fonction de covariance exponentielle est donnée par :

$$C[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \sigma_{\ln}^2 \exp \left(- \frac{|x_1 - x_2|}{L_x} - \frac{|y_1 - y_2|}{L_y} \right) \quad (5.19)$$

Lorsque, l'écart-type et la moyenne du logarithme E respectivement sont donnés par:

$$\sigma_{\ln E}^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_E^2}{\mu_E^2} \right) \quad \text{et} \quad \mu_{\ln E} = \ln(\mu_E) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln E}^2 \quad (5.20)$$

Où : σ_E et μ_E sont l'écart-type et la moyenne de E respectivement.

7. APPLICATION

7.1. Modèle déterministe

L'application traitée dans cette section est une charge uniforme q reposée sur une couche de sol hétérogène de 15 m de longueur et de 10 m d'épaisseur (voir figure 5.2). L'objectif est de calculer la probabilité pour dépasser un déplacement vertical admissible, cette probabilité est appelée la probabilité de rupture. Le paramètre de sol incertain dans cette étude est le Module de Young (E). Ce paramètre a été considéré comme un champ aléatoire log-normale avec une valeur moyenne $\mu = 20\text{MPa}$ et un coefficient de variation $\text{COV} = 20\%$. Une fonction de covariance exponentielle (Eq. 7) a été utilisée dans le présent document. Le champ aléatoire a été discrétisé en utilisant l'expansion KL. En géotechnique, la distance d'autocorrélation verticale est plus faible que celle horizontale (Jaksa, 2000) ; ceci est due au processus géologiques de formation des dépôts du sol

naturelle (Cho & Park, 2010). Des rapports communs de l'ordre de 1 à 10 de ces distances d'autocorrélation peuvent être utilisés (Baecher & Christian, 2003). Dans cette étude, les différentes valeurs de la distance d'autocorrélation horizontales et verticales ont été étudiées et analysés. La fonction de performance utilisée pour calculer la probabilité de rupture est définie comme suit:

$$G = V_{adm} - V \quad (5.21)$$

Où V_{adm} est le déplacement vertical admissible et V est le déplacement vertical moyen à la surface due à la charge uniformément répartie (q).

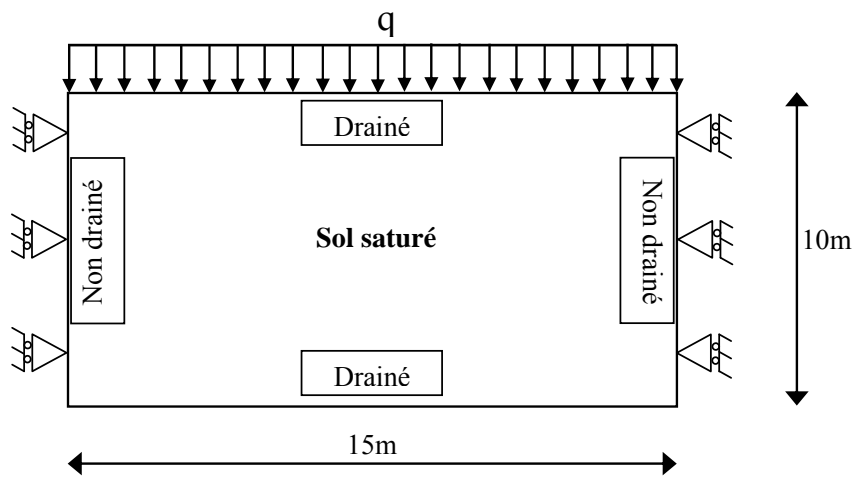


Figure 5. 2 : Profil de sol étudié

Le model déterministe utilisé pour calculer le déplacement vertical V est basé sur le code en différences finis $FLAC^{3D}$.

Tableau 5. 1 : Données utilisées dans l'étude

E	ν	k_h	q
[MPa]		[m/s]	[kPa]
20	0.3	10^{-9}	100

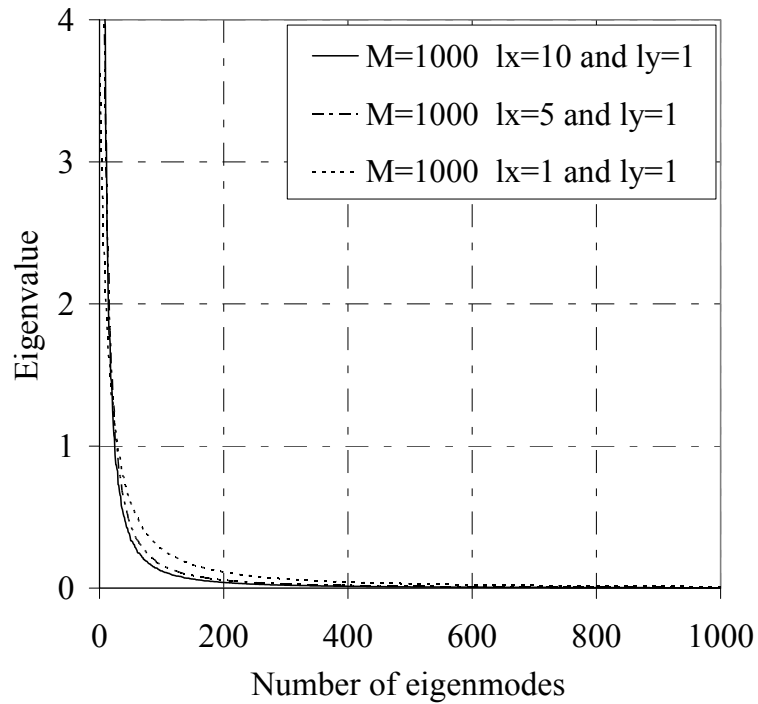
La partie suivante présente : (i) une brève description de la théorie de consolidation de Biot, (ii) l'optimisation du nombre M des termes de l'expansion KL, (iii) une comparaison entre les probabilités de rupture calculée par la simulation de monte Carlo et celles calculées par Subset, (iv) une analyse probabiliste et une étude paramétrique. L'objectif de l'étude paramétrique est d'étudier l'effet de la variabilité du sol (coefficient de variation

(COV) et distances l'autocorrélation L_x et L_y du module de Young, E) sur la probabilité de rupture.

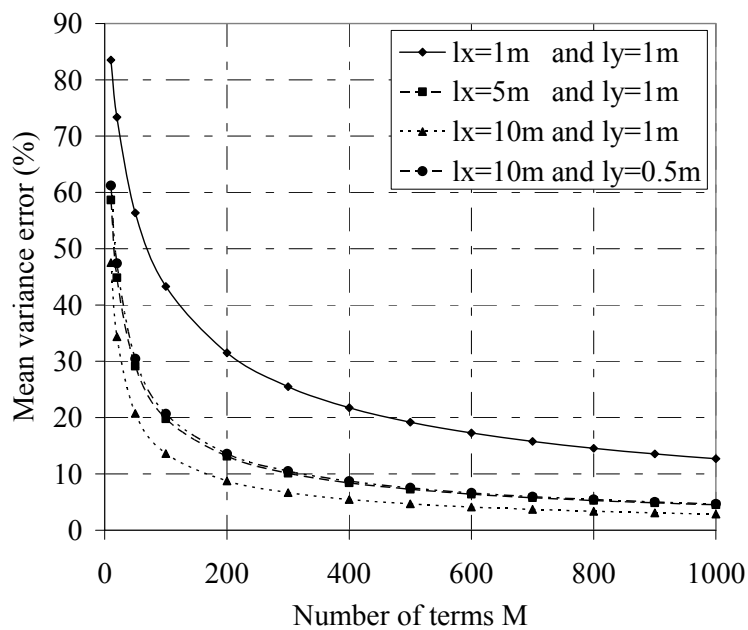
8. ANALYSE PROBABILISTE

8.1. Taille optimale de l'expansion de K-L

Comme mentionné précédemment, la précision du champ aléatoire approximé dépend de la taille de l'expansion KL (c.-à-d. le nombre de termes M). la figure 5.3a présente l'évolution des valeurs propres de la fonction de covariance en les traçant dans un ordre décroissant pour les trois configurations critiques des distances d'autocorrélation utilisées dans cette étude [$(L_x = 10\text{m et } L_y = 1\text{m}), (L_x = 5\text{m et } L_y = 1\text{m}), (L_x = L_y = 1\text{m})$]. La valeur propre s'annule lorsque le nombre de $M \approx 800$ termes à l'exception du cas de $(L_x = L_y = 1\text{m})$ où $M \approx 1000$ termes ont été jugé nécessaire de discrétiser le champ aléatoire avec précision. Pour confirmer ce résultat, l'estimation de l'erreur moyenne de variance du champ aléatoire approximé correspondant à trois cas précédemment cités a été présentée dans la figure. 5.3b. Cette figure indique que l'estimation de l'erreur moyenne de variance diminue avec l'augmentation du nombre des termes de l'expansion KL. De cette figure, pour $M = 800$ termes, l'estimation de l'erreur moyenne de variance est inférieure à 6% pour les cas mentionnés précédemment, sauf pour le cas de $L_x = L_y = 1\text{m}$ où $M \approx 1000$ termes ont été nécessaires pour obtenir une erreur moyenne de variance de 12%.



a.



b.

Figure 5. 3 : Choix de la taille optimal de l'expansion KL. a. Evolution des valeurs propres en les traçant dans un ordre décroissant. b. Erreur moyenne de variance en fonction du nombre M

Notez que les configurations utilisées dans la présente étude correspondent à des distances d'autocorrélation égale à trois configurations critiques étudiées dans la Figure 5.3, et nécessitent donc un plus petit nombre de termes dans l'expansion de KL. Pour les

calculs probabilistes présentées dans ce chapitre, le nombre des termes de l'expansion KL sera réglé à $M = 1000$ termes pour la configuration $L_x = L_y = 1m$ et $M = 800$ termes pour les autres configurations.

8.2. Comparaison entre la simulation par Subset et la simulation de Monte Carlo (MCS)

Dans cette section, les probabilités de rupture calculée à chaque niveau de la méthode de simulation par Subset ont été comparées à ceux obtenus par la méthode MCS. Pour effectuer cette comparaison, un champ aléatoire avec $L_x = 10m$ et $L_y = 1m$ (appelé ci-après le calcul de référence) a été étudié. Pour chaque niveau j de la simulation par Subset, le seuil de rupture correspondant à C_j a été calculé et présentée dans le tableau 5.2 pour différentes valeurs du nombre de réalisations N_s .

Tableau 5. 2 : Evolution de la fonction de performance avec les différents niveaux de la simulation par Subset et avec le nombre de réalisation (N_s) pour chaque niveau

Fonction de performance C_j pour chaque niveau j	Nombre de réalisation à chaque niveau (N_s)	
	150	200
C_1	0.0087	0.0085
C_2	0.0059	0.0050
C_3	0.0033	0.0026
C_4	0.0013	0.00033
C_5	0	0

Ce tableau indique que le seuil de rupture diminue avec les niveaux successifs jusqu'à atteindre zéro au dernier niveau. Cela signifie que les réalisations générées par la procédure proposée avec succès les progrès vers la limite de l'état de surface $G = 0$, ce qui indique la validité de la procédure proposée. Pour confirmer à nouveau la validité de l'approche actuelle, une comparaison avec la méthode MCS a été réalisée.

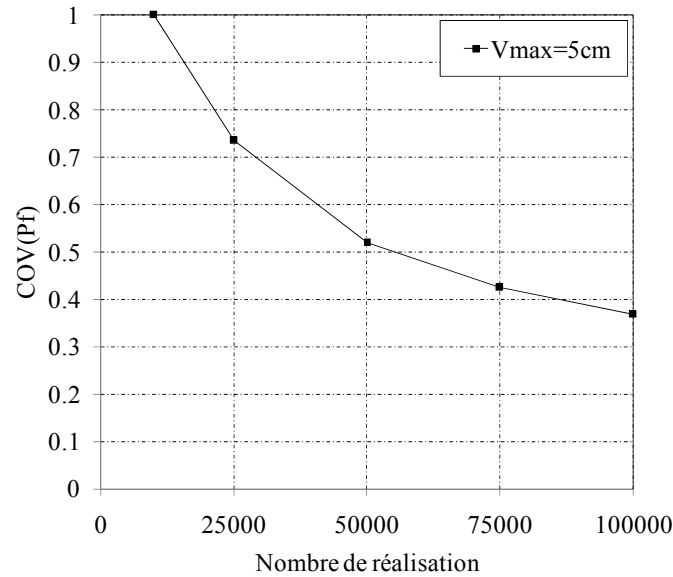


Figure 5. 4 : Effet du nombre de réalisations sur le coefficient de variation de la probabilité de rupture calculé par MCS ($V_{max}=5cm$)

Le nombre de réalisations de MCS devrait être suffisant pour un calcul rigoureux de la probabilité de rupture. La précision de MCS peut être estimée en calculant le coefficient de variation de la probabilité de rupture comme suit:

$$COV_{P_f} = \sqrt{\frac{1 - P_f}{N \times P_f}} \quad (5.22)$$

En utilisant cette équation, le coefficient de variation COV_{P_f} de la probabilité de rupture a été calculé et présentée dans la figure. 5.4. Il a été constaté qu'il diminue avec l'augmentation du nombre de réalisations. Il atteint une valeur du coefficient de variation COV de 36% lorsque le nombre N est égal à 100.000 réalisations. Ainsi, ce nombre N réalisations ont été utilisées pour calculer les probabilités de rupture par MCS.

La comparaison entre la méthode de simulation par Subset et la méthode MCS est présentée dans la figure. 5.5. Dans cette figure, des valeurs différentes du nombre de réalisations (Ns) à chaque niveau de la simulation ont été considérés comme Subset. La probabilité de rupture à tous les niveaux intermédiaires (par exemple au niveau j) est calculée par simulation par Subset en utilisant l'équation. 5.1. Toutefois, pour calculer la probabilité de rupture au niveau j en utilisant MCS, la fonction de performance doit être égale à C_j . Dans ce cas, le domaine de rupture est défini comme $G \leq C_j$ et dans le

domaine de sécurité est défini comme $G > C_j$. La probabilité de rupture peut être calculée comme suit:

$$P(F_i) = \sum_{k=1}^N I_{F_i}(s_k) \quad (5.23)$$

Où $I_{F_i} = 1$ si s_k est situé dans le domaine de rupture F_j et vice-versa. La figure 5.5 montre que, pour le cas où $N_s = 100$ réalisations (Fig. 5.5a), la probabilité de rupture calculée selon la méthode proposée à chaque niveau est différente de celle calculé par MCS. Cette différence est importante pour $N_s=100$ (par niveau) par contre cette différence est négligeable dans la figure. 5.5b. ceci est due au nombre de réalisation $N_s=200$ (par niveau) qui est suffisant pour calculer probabilité de rupture en question. Il est à noter que Cinq (05) niveau de la simulation par Subset on été jugé nécessaires pour arriver à la surface d'état limite $G = 0$ comme on le voit dans le tableau 5.2. Par conséquent 1000 réalisations ont été nécessaires pour calculer la probabilité de rupture finale. De la figure. 5.5, on peut conclure que les 100.000 réalisations nécessaires selon la méthode du MCS peuvent être réduites à seulement 1000 réalisations en appliquant la procédure proposée fondée sur une méthodologie de la simulation par Subset.

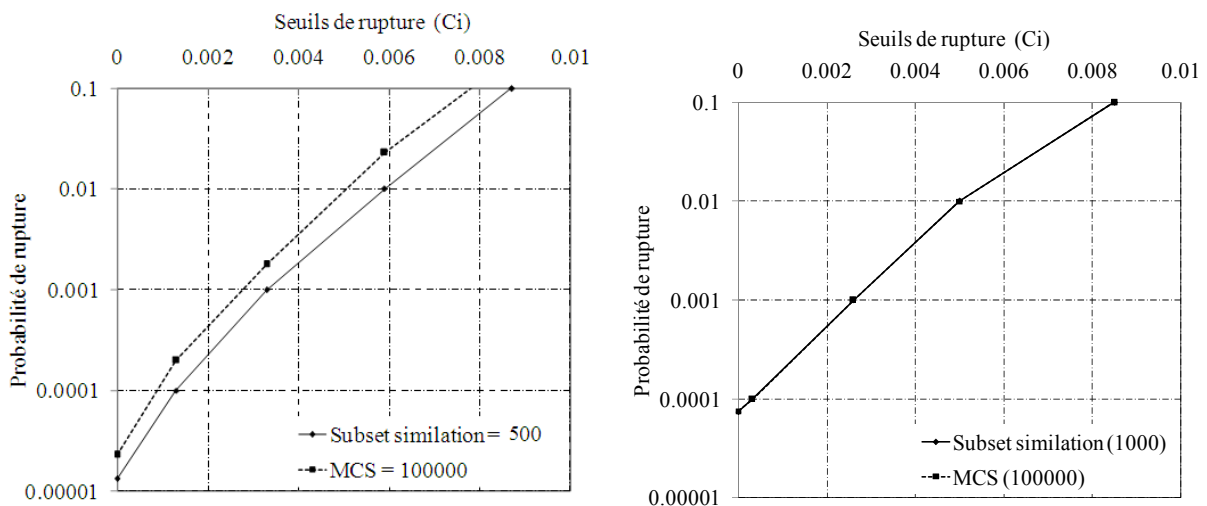


Figure 5. 5 : Comparaison entre la probabilité de rupture obtenus dans chaque niveau de la simulation par Subset et celui calculé par la simulation de Monte Carlo ($V_{max}=5cm$)

8.3. Etude paramétrique

Dans cette section, une étude paramétrique a été effectuée pour déterminer l'effet de la variabilité du sol (coefficient de variation et les distances d'autocorrélation L_x et L_y du champ aléatoire de E) sur la probabilité de rupture. La figure 5.6 présente l'effet de la

distance d'autocorrélation sur la probabilité de rupture pour un cas d'un champ aléatoire isotrope (c.-à-d. $L_x=L_y$).

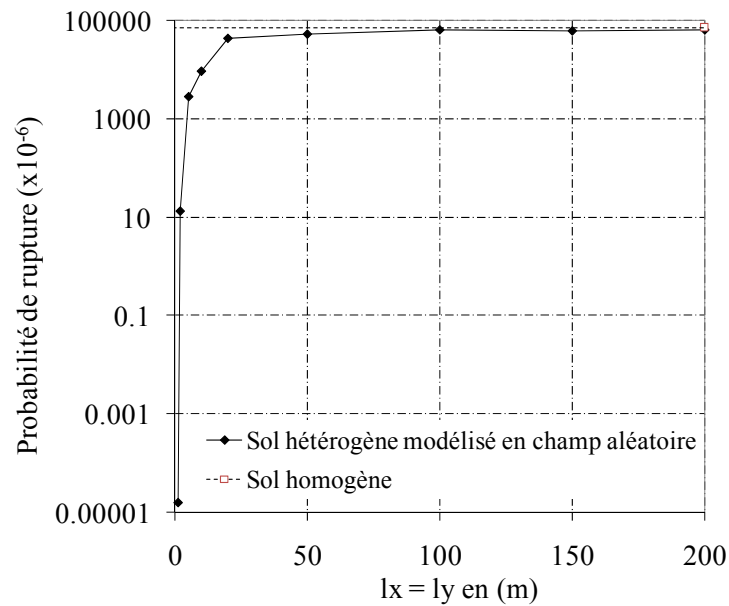


Figure 5. 6 : Effet de la distance d'autocorrélation sur la probabilité de rupture dans le cas d'un champ aléatoire isotrope ($V_{max}=5cm$)

Cette figure montre aussi la probabilité de rupture correspondante à un sol homogène. Dans ce cas, la probabilité de rupture a été calculée sur la base de l'hypothèse où le sol est homogène et il a la même valeur moyenne du module de Young

La figure 5.6 indique que l'augmentation de la distance d'autocorrélation augmente la probabilité de rupture. Toutefois, diminue le taux de majoration pour les distances d'autocorrélation importantes. C'est parce que le champ aléatoire tend vers le cas d'un sol homogène pour les grandes valeurs des distances d'autocorrélation ($L_x = L_y > 100$). L'augmentation de la probabilité de rupture due à l'augmentation de la distance d'autocorrélation peut être expliquée comme suit: lorsque la distance d'autocorrélation est très grande, le sol a tendance à être homogènes. Dans ce cas, le déplacement vertical de la charge uniformément répartie a été jugée trop proche de celui obtenu lors de l'étude d'un sol homogène. Pour des distances d'autocorrélation plus petites, on obtient une hétérogénéité du sol qui se traduit par une variabilité de module de Young sous la charge uniformément répartie. Dans ce cas, la charge q est supportée par certaines zones de

fortes valeurs de E et d'autres zones de faibles valeurs de E . Puisque dans notre étude on calcul le déplacement vertical moyen, donc ces valeurs seront plus faible que si on calcul les valeurs maxima et par conséquent à une faible valeur de probabilité de rupture.

Il est à noter que dans la pratique on doit calculer le déplacement vertical maximal au lieu du déplacement vertical moyen dans le cas d'un remblai autoroutier ou un remblai d'un petit barrage. Cela, donnera des déplacements verticaux importants et par conséquent des probabilités de rupture plus grande, et cela n'est pas l'objectif de notre étude. L'objectif de calculer le déplacement vertical moyen est de trouver des valeurs faible de la probabilité de rupture.

Afin d'étudier l'effet de l'anisotropie du champ aléatoire E , la probabilité de rupture a été tracée fonction de la distance d'autocorrélation verticale et horizontale dans les figures. 5.7 et 5.8, respectivement.

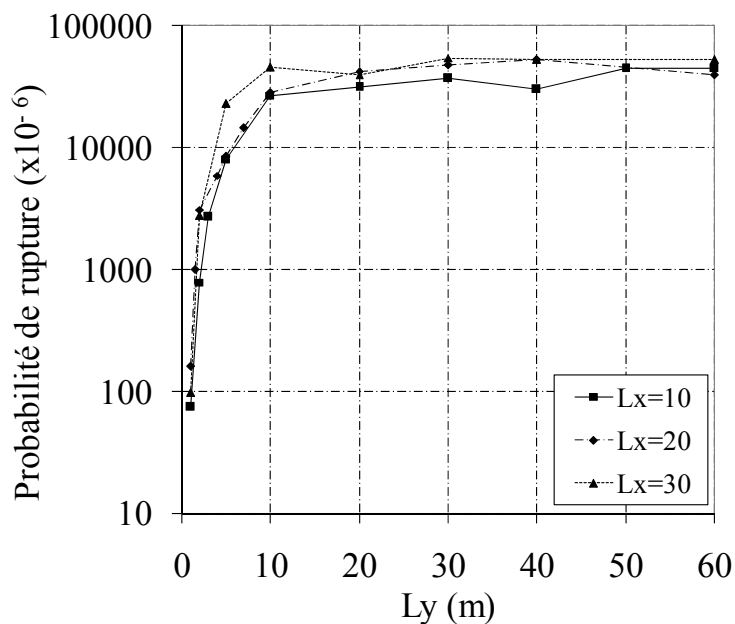


Figure 5. 7 : Effet de la distance d'autocorrélation horizontale sur la probabilité de rupture pour différentes valeurs de L_y ($V_{max}=5cm$).

La figure 5.7 montre que la probabilité de rupture cesse d'augmenter lorsque les valeurs de $L_y \geq 10m$. Cette observation peut être expliquée par l'épaisseur de la couche du sol étudié qui est égale à 10m, donc lorsque L_y dépasse l'épaisseur de la couche étudiée, la probabilité de rupture devient presque constante.

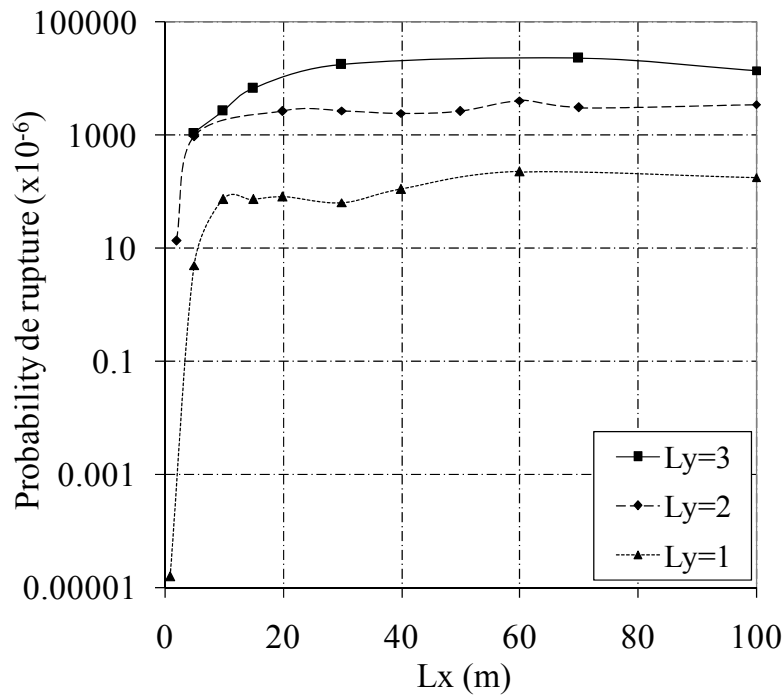


Figure 5. 8 : Effect of the vertical autocorrelation distance on the failure probability for different values of L_x ($V_{max}=5cm$)

La figure 5.8 montre que la probabilité de rupture cesse d'augmenter lorsque le rapport de la L_x et L_y est supérieur ou égal à 10. Cette observation peut être expliquée comme suit: La faible valeur de la distance d'autocorrélation (L_x ou L_y) induit une grande hétérogénéité du sol qui se traduit par une grande variabilité du E , sous la charge q , Figure. 5.9a. Cette variabilité conduit à un déplacement vertical moyen faible et par conséquent une probabilité de rupture plus petite. Par contre l'augmentation de la distance d'autocorrélation augmente le déplacement vertical moyen et par conséquent la probabilité de rupture augmente aussi (Fig. 5.9b).

D'autre part, lorsque la distance d'autocorrélation est très grande dans la direction verticale ou horizontale, le problème devient similaire à celle du champ aléatoire unidimensionnel (1D), pour lequel la probabilité de rupture est plus petite que celui en deux dimensions pour un cas isotrope. Enfin, les figures 5.7 et 5.8 montrent que la distance L_y a un impact sur la probabilité de rupture plus important que celui de la distance L_x . Ceci est expliqué par le rôle important joué par l'épaisseur de la couche de sol sur le déplacement vertical contrairement à la largeur du massif de sol.

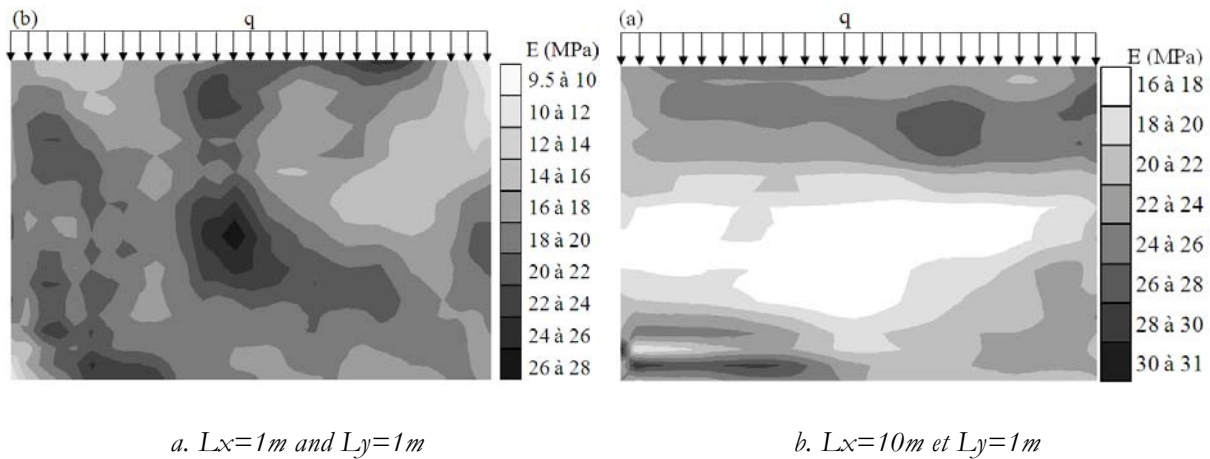


Figure 5. 9 : Réalisations typiques du champ aléatoire pour différentes valeurs des distances d'autocorrélation.

L'effet du coefficient de variation du module de Young E sur la probabilité de rupture a été présenté dans le tableau 5.3. Ce tableau indique que l'augmentation du coefficient de variation de E augmente la probabilité de rupture. Il est à noter que l'augmentation du coefficient de variation du module de Young de 10% à 20% augmente la probabilité de rupture d'une manière très importante (environ 100%). Par contre cette augmentation n'est pas très importante en allant de 20% à 30%. Ce qui explique que la variabilité du module de Young comme champs aléatoire a un impact important sur la probabilité de rupture d'où l'importance des études en tenant compte la variabilité spatiale des propriétés des sols.

Tableau 5. 3 : Effet du coefficient de variation du Module de Young $COV(E)$ sur la probabilité de rupture ($V_{max}=5cm$)

COV(%)	Failure probability (%)	
	Champs aléatoire anisotrope ($L_x=10m$ and $L_y=1m$)	Nombre totale de simulation
10	$< 10^{-12}$	> 2400
15	7.05×10^{-9}	1800
20	7.40×10^{-5}	1000
25	1.84×10^{-3}	600
30	4.85×10^{-3}	600

Il est à noter que le nombre de simulation diminue d'une manière importante avec l'augmentation du coefficient de variation du module de Young, $COV(E)$. Ceci est dû à la variabilité importante du déplacement vertical en surface pour les grandes valeurs du

COV(E), donc les valeurs de déplacements correspondantes aux valeurs mères pour passer d'un niveau à un niveau suivant de simulation par Subset sont grande (c.-à-d. la fonction d'état limite G tend vers 0). Cependant, le nombre de niveau soit plus petit et par conséquent, le nombre de simulation soit plus faible et vis versa pour les faibles valeurs de COV(E).

9. CONCLUSION

Ce chapitre présente une procédure alternative à la simulation de Monte-Carlo (MCS) pour le calcul de la probabilité de rupture d'une charge uniformément répartie sur un sol hétérogène. Cette procédure est basée sur l'approche de simulation par Subset qui a été principalement utilisé dans la littérature pour le calcul de la probabilité de rupture pour des problèmes où les paramètres incertains ont été modélisés comme des variables aléatoires. La procédure proposée a été appliquée pour un sol dont le module de Young (E) est un champ aléatoire. Ce champ a été discrétisé en un nombre fini de variables aléatoires à l'aide d'expansion de Karhunen-Loeve. Le sol est soumis à une charge uniformément répartie. Le déplacement de surface vertical moyen de cette charge a été utilisé comme réponse du système. Le modèle déterministe utilisé pour calculer la réponse du système est basé sur des simulations numériques utilisant le logiciel en différence finis FLAC3D dont la théorie de consolidation couplée de Biot a été utilisée.

La probabilité de rupture calculée avec la méthode de simulation par Subset a été comparée avec celle calculé par MCS. S'est avéré que les deux résultats sont très proches avec une réduction importante dans le nombre de réalisation autrement dit un temps de calcul très réduit (1000 calculs déterministe au lieu de 100000 calculs).

L'étude paramétrique effectuée pour analyser l'effet des distances d'autocorrélation L_x et L_y du module de Young a montré que l'augmentation des distances d'autocorrélation augmente la probabilité de rupture pour les deux cas isotrope et anisotrope. Pour des distances autocorrélation grande, la probabilité de rupture a été jugée trop proche de celle d'un sol homogène (c'est à dire correspondant à une valeur moyenne constante du module de Young partout dans le massif de sol). Aussi cette étude paramétrique a montré que la probabilité de rupture est plus sensible à la distance d'autocorrélation verticale L_y qu'à la distance d'autocorrélation horizontale L_x .

L'étude de l'effet du coefficient de variation du module de Young $COV(E)$ sur la probabilité de rupture a montré que la diminution du coefficient de variation de E réduit la probabilité de rupture d'une manière très importante. D'un autre côté, l'augmentation du $COV(E)$ augmente la probabilité de rupture mais avec un taux plus faible que dans le cas de la diminution du $COV(E)$.

Dans ce chapitre il a été montré que la méthode de simulation par Subset donne les mêmes probabilités de rupture que la méthode de simulation de Monte Carlo. Ceci avec une réduction importante du temps de calcul. En ce qui concerne le premier niveau du Subset, il a été observé que les simulations autour du zéros (l'origine) n'ont pas d'importance. Defaux et al (2010) a eu l'idée de créer une hyper-sphère d'un rayon R et générer des points à l'extérieur de cette hyper-sphère. Ceci pour diminuer le nombre de niveau et en conséquence le temps de calcul. Cette méthode baptisée iSubset a été implantée et développée sur le cas d'un champ aléatoire 2D dans le chapitre suivant.

Chapitre 6 : Analyse probabiliste par subset sphérique "isubset"

1. INTRODUCTION

La plupart des paramètres des ouvrages géotechniques tels que les propriétés du sol, les efforts externes et les paramètres géométriques présentent une variabilité spatiale aléatoire. Par conséquent, pour une modélisation rigoureuse de ces paramètres, ils doivent être considérés comme des champs aléatoires plutôt que des variables aléatoires. La simulation de Monte Carlo (MCS) est généralement utilisée pour calculer la probabilité de rupture P_f dans problèmes modélisés comme des champs aléatoires. Cette méthode est connue pour être très robuste et rigoureuse pour calculer P_f . Cependant, cette méthode devient plus coûteuse en termes de temps de calcul pour déterminer les faibles probabilités de rupture ($P_f \leq 10^{-3}$). Cela est dû au grand nombre de réalisation nécessaire dans un tel cas. Comme alternative à la méthode MCS, la simulation par Subset (SS) a été proposée par Au et Beck (2001) pour calculer les faibles probabilités de rupture. Dans cette approche, P_f est exprimée comme un produit des probabilités conditionnelles de certains seuils de rupture intermédiaire choisis. Ainsi, le problème de l'évaluation d'une faible probabilité de rupture dans l'espace de probabilité d'origine est remplacé par une séquence d'événements plus fréquents dans l'espace de probabilité conditionnelle. Dans ses premiers temps, l'approche Subset a été utilisé pour calculer le P_f lorsque les paramètres incertains sont modélisés comme des variables aléatoires (par exemple, Au et Beck 2003; Au et al 2007). Récemment, cette approche a été utilisé par (Au et al 2010 ; Santoso et al 2010 ; Ahmed et Soubra 2011) Pour calculer la probabilité de rupture des problèmes dont la variabilité spatiale des paramètres incertains a été pris en compte. Ces auteurs ont considéré que des champs aléatoires unidimensionnels (1D).

Il est à mentionner que la première étape de la simulation par Subset est de générer des réalisations aléatoires en utilisant la technique classique MCS. La deuxième étape consiste à utiliser la méthode de la chaîne de Markov sur la base de l'algorithme Metropolis-Hasting (MH) pour générer des réalisations dans le sens de la surface d'état limite (ie $G = 0$). Cette étape est répétée jusqu'à atteindre la surface stat limite. Il convient de souligner que dans le cas de faible probabilité de rupture, la simulation par Subset exige la répétition de la deuxième étape plusieurs fois pour atteindre la surface d'état limite. Par conséquent, ceci conduit à l'augmentation du temps de calcul. Santoso et al. (2010) a proposé un algorithme MH modifié pour augmenter l'efficacité de la simulation par Subset.

Pour réduire le coût de calcul de la simulation par Subset, Defaux et al. (2010) a proposé une modification sur la méthode de simulation par Subset (baptisé iSubset). Cette modification est de remplacer la première étape de calcul (c.-à-d. MCS) par une simulation conditionnelle. En d'autres termes, au lieu de générer directement des réalisations autour de l'origine par MCS, les réalisations de la première étape sont générées autour d'une sphère d'un rayon donné. Ceci permet d'éviter le calcul des réalisations qui sont proche de l'origine (c'est à dire très loin de la surface d'état limite). Par conséquent, le nombre de réalisations nécessaires pour atteindre la surface d'état limite est significativement diminué. Notez que, dans son article, Defaux et al. (2010) a utilisé l'algorithme MH classiques pour générer des réalisations pour les étapes suivantes de l'ISS. Notez également que Defaux et al. (2010) a eu recours à l'iSubset pour calculer la probabilité de rupture dans le cas deux variables aléatoires. Les résultats obtenus par la MCS et par iSubset sont très proche.

Dans le présent chapitre, la méthode iSubset est utilisée pour calculer la probabilité de rupture d'une charge uniformément répartie reposant sur un sol dont le module de Young (E) est spatialement variable. Tel que mentionné précédemment, (Au et al 2010 ; Santoso et al. 2010) ont utilisé la simulation par Subset pour calculer la probabilité de rupture d'un champ aléatoire 1D. Il convient également de noter que Au et al. (2010) ont discrétisé le champ aléatoire en un nombre fini de variables aléatoires égal au nombre des éléments du modèle déterministe (massif de sol). Ainsi, la dimension aléatoire dépend du nombre d'éléments du modèle déterministe. Dans ce chapitre, la méthode iSubset a été proposée pour calculer la probabilité de rupture pour un cas d'un champ aléatoire de deux

dimensions (2D) discrétisées par l'expansion Karhunen-Loeve (K-L). Comme on le verra ci-après, la dimension aléatoire dans le présent travail ne dépend pas du nombre d'éléments du modèle déterministe, mais elle dépend de la taille M de l'expansion KL. L'algorithme MH classique a été remplacé par l'algorithme MH modifiée proposée par Santos et al. (2010). La iSubset a été utilisée pour effectuer une analyse probabiliste d'une charge uniformément répartie reposant sur un sol dont le module Young (E) du sol est pris comme champs aléatoire. Le déplacement vertical moyen dû à la consolidation couplée du sol a été utilisé pour représenter la réponse du système. Le modèle déterministe utilisé pour calculer la réponse du système est basé sur des simulations numériques utilisant le logiciel en différence finis (FLAC^{3D}).

2. LA METHODE DE SIMULATION PAR ISUBSET

Tel que mentionné précédemment, Defaux et al. (2010) a proposé une approche de simulation par Subset améliorée (iSubset) dans laquelle la première étape de la Simulation par Subset (c.-à-d. Simulation de Monte Carlo) est remplacée par une simulation conditionnelle. En d'autres termes, au lieu de générer directement des réalisations autour de l'origine par le MCS, les réalisations de la première étape sont générées autour d'une sphère d'un rayon r donné. L'avantage de cette proposition est de générer des échantillons à proximité de la surface d'état limite et d'éviter la génération d'échantillons proche à l'origine (c.-à-d. très loin de la surface d'état limite). Par conséquent, ce qui réduit considérablement le nombre d'échantillons requis pour atteindre la surface d'état limite. Notez que Defaux et al. (2010) ont eu recours à l'iSubset dans le cas où les paramètres incertains sont modélisés comme des variables aléatoires. Dans ce chapitre, l'iSubset est utilisée dans le cas où les paramètres incertains sont modélisés comme des champs aléatoires.

2.1. Objectif de iSubset

L'objectif de cette approche est de limiter au maximum les tirages (simulations) dans une zone de l'espace où l'évènement défaillant est improbable.

2.2. iSubset

La méthode subset simulation (Au et al., 2001) peut être considérée comme une méthode de conditionnement des simulations. Le tirage n'est plus conditionné par le niveau de la multinormale (conditionnement par l'hypersphère) mais par les isovaleurs de

la fonction de performance (seuil de rupture), ce qui s'avère plus robuste (figure.6.1). La probabilité de rupture est alors exprimée par le produit de m probabilités conditionnelles $\{P_i, i = 1, \dots, m\}$ associées à des seuils décroissants de la fonction de performance $g_1 > \dots > g_m = 0$, i.e. des quantiles associés à des niveaux de probabilité décroissants. Ainsi, même si P_f est très faible, en choisissant judicieusement la valeur des probabilités conditionnelles $P_i = P_{f_sub}$, le problème consiste à chercher des quantiles relativement fréquents qui peuvent donc être estimés efficacement – i.e. avec peu de simulations. En pratique, on cherche à maximiser ces niveaux de probabilités intermédiaires tout en cherchant à minimiser le nombre de pas total m , ce qui conduit à choisir des probabilités intermédiaires de l'ordre de 10% (Au et al., 2001).

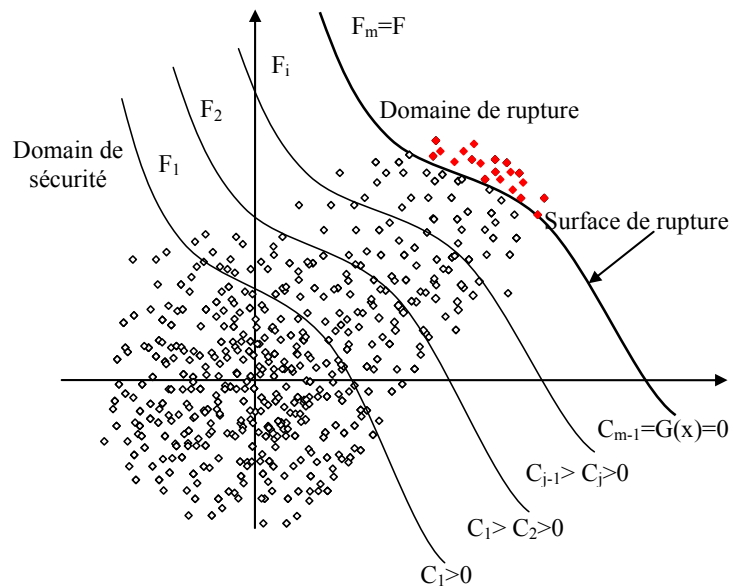


Figure 6. 1 Illustration des pas de subset. Les tirages sont conditionnés successivement par des iso-valeurs de la fonction de performance (seuils de ruptures, C_j).

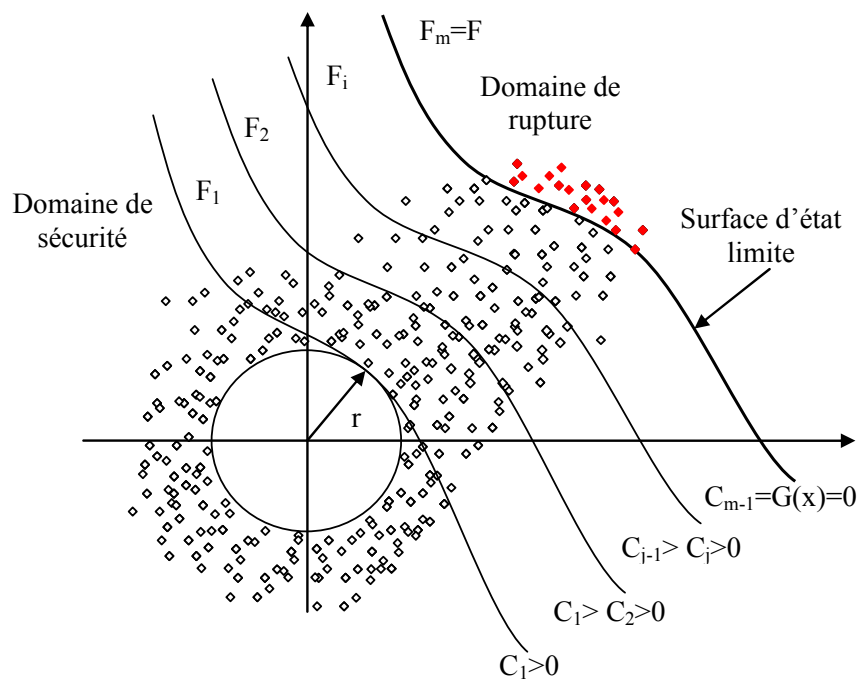
La probabilité de défaillance P_f recherchée est finalement obtenue grâce à l'utilisation en cascade de la définition des probabilités conditionnelles :

$$P_f = P(F_1) \prod_{i=2}^{m-1} P(F_{i+1}|F_i), \text{ où } F_i = \{g(x) \leq g_i\} \quad (1)$$

Le premier quantile g_1 est estimé par une simulation de Monte-Carlo. L'estimation des quantiles suivants $g_2 > \dots > g_m$ nécessite de générer des populations conditionnées qui

sont obtenues par une méthode de Metropolis-Hastings modifiée (Au et al., 2001 ; Santoso et al., 2010). Les quantiles sont estimés jusqu'à l'obtention d'un quantile inférieur à celui visé, ici : $g_m = 0$.

La figure 1 présente les étapes de la technique des Subset Simulation. Le premier pas procède par N simulations de Monte-carlo. Le quantile g_1 à $Pf_{sub}=10\%$ est évalué à partir de cette première population. Les réalisations qui ont conduit à des valeurs de la fonction de performance inférieures à ce premier quantile g_1 servent de germes à l'algorithme de Metropolis-Hasting pour générer une nouvelle population conditionnelle permettant d'estimer le prochain quantile g_2 . Cette dernière étape est ensuite répétée de manière incrémentale jusqu'à la détermination d'un quantile g_m négatif. Ce dernier quantile est alors remplacé par le quantile critique visé $g_m = 0$, et la dernière probabilité conditionnelle $P(F_m | F_{m-1}) > P_{fsub}$ est alors estimée. Le coefficient de variation de l'estimation de Pf est obtenu par combinaison des variances d'estimation associées aux probabilités conditionnelles pondérées par un facteur correctif lié à l'autocorrélation des populations conditionnelles générées par chaînes de Markov (Au et al., 2001).



a.

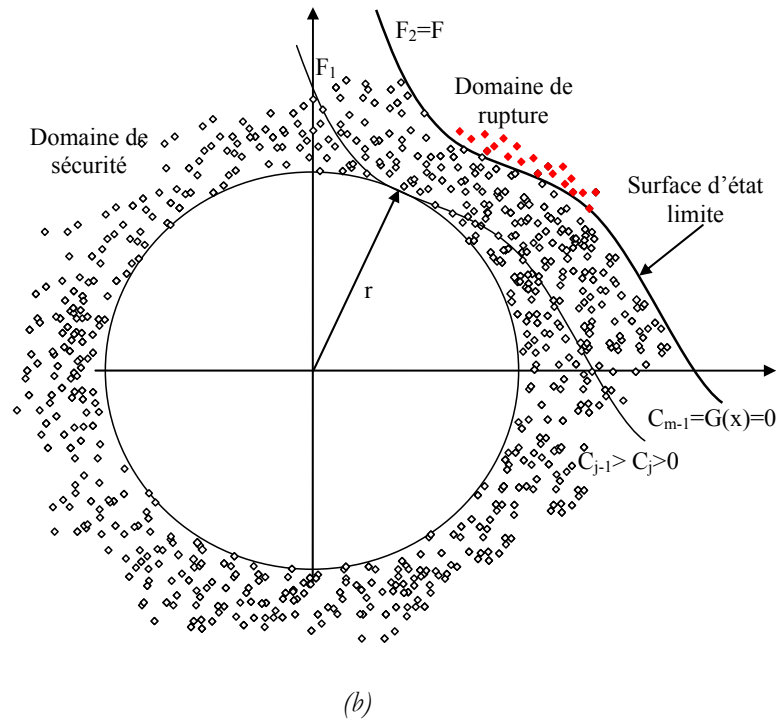


Figure 6. 2 : Méthode de simulation par iSubset dans le cas de deux rayons r différents

Ce facteur correctif est d'autant plus influent que le nombre de pas intermédiaire m est élevé, c'est pourquoi on cherche à le minimiser en visant des probabilités intermédiaires raisonnablement faibles. Cette technique permet une réduction de variance significative. Cependant pour des probabilités de défaillance très faibles (de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-8}) devant être estimées précisément (coefficient de variation de l'ordre de quelques pourcents) le nombre de simulations nécessaires reste important. En pratique, lorsqu'on vise une probabilité de 10^{-m} avec des probabilités intermédiaires de $Pf_{sub}=10\%$, le nombre total de simulations est de l'ordre de $m \times 10^4$ simulations. La méthode i-subset proposée ici consiste alors à conditionner le premier pas de subset par une hypersphère de rayon r à déterminer. Si l'expert a une information sur le niveau de probabilité visé et sur la monotonie de la fonction de performance (de Rocquigny, 2009), le premier pas de subset peut être conditionné de la même manière. Le résultat est alors obtenu plus rapidement et avec une meilleure précision puisqu'on limite le nombre de simulations par chaînes de Markov. À coût de calcul équivalent, le conditionnement du premier pas permet de faire moins de pas de subset (voir figure 6.2.a et 6.2.b) et de d'utiliser la ressource de calcul disponible pour affiner le coefficient de variation sur le résultat. Il existe un risque à la détermination de la zone d'exclusion. Cependant, l'ingénieur n'utilise que rarement la simulation massive (avec un objectif de précision importante) sans une

étude paramétrique préalable, et spécialement lorsque le modèle numérique est lourd. Ainsi, le conditionnement permet de prendre en compte la connaissance experte sur la valeur de la probabilité cible pour améliorer la rapidité et la précision en évitant les premiers pas de subset. Cette connaissance existe dans plusieurs cas de figure : c.-à-d. lors d'un réajustement des paramètres d'entrée, lors de légères modifications du modèle physique, lors de la relance d'un calcul pour vérifier de la stabilité du résultat, ou encore lorsque l'on cherche à valider une première analyse FORM.

2.3. Implémentation de l'algorithme de l'isubset pour un cas de champ aléatoire:

Cette étude vise à utiliser la méthode iSubset pour le calcul de la probabilité de rupture dans le cas d'une propriété du sol qui varie spatialement. Afin d'atteindre cet objectif, l'expansion K-L décrit précédemment (chapitre précédent) est utilisée pour discrétiser le champ aléatoire. Par conséquent, le champ aléatoire est transformé en un nombre fini de variables aléatoires $\{\xi_i\}_{i=1,\dots,M}$. En raison de cette transformation, l'utilisation de la iSubset devient une tâche facile. L'algorithme de la iSubset en cas d'une propriété du sol spatialement variable peut être décrit par les étapes suivantes:

- 1- Choix de M, le nombre de termes d'expansion K-L. Ce nombre doit être suffisant pour représenter rigoureusement le champ aléatoire cible.
- 2- Générer un vecteur $\{\xi_1, \dots, \xi_k, \dots, \xi_M\}$ par une simulation conditionnée (Le vecteur est généré à l'extérieur d'une sphère de rayon r.) dont la fonction de densité de probabilité (PDF) cible est P_t . Il est à noter que P_t suit une loi normale dans notre cas.
- 3- Utilisez l'équation de l'expansion K-L pour obtenir la première réalisation du champ aléatoire. Ensuite, utilisez le modèle déterministe pour calculer la réponse correspondante.
- 4- Répétez les étapes 2 et 3 pour obtenir des réalisations N_s et leurs réponses correspondantes. Ensuite, évaluer les valeurs correspondantes de la fonction de performance pour obtenir le vecteur $G_0 = \{g_1, \dots, g_k, \dots, g_{N_s}\}$.
- 5- Proposer une probabilité de rupture intermédiaire $P(F_j)$ et évaluer le premier seuil de rupture C_1 qui correspond au domaine de rupture F_1 . Notez que C_1 est égale à la valeur $\{(N_s \times P(F_j)) + 1\}$ dans la liste croissante des éléments du vecteur G_0 , avec la valeur de $P(F_j)$ est égale à la probabilité de rupture intermédiaire proposée $P(F_j)$.

- 6- Parmi les N_s échantillons, il y a $\{N_s \times P(F_j)\}$ réalisations qui sont situés dans la région de rupture F_1 et pour lesquels les valeurs de la fonction de performance est inférieur à C_1 . Ces échantillons sont utilisés comme échantillons mère pour simuler $\{(1 - P(F_j)) N_s\}$ échantillons conditionnelle supplémentaires au niveau 1 (c.-à-d situé dans le domaine F_1) en utilisant la méthode de chaîne de Markov basé sur l'algorithme de Metropolis-Hasting. Encore une fois, en utilisant le modèle déterministe, calculer le vecteur des réponses $Y_1 = \{y_1, \dots, y_k, \dots, y_{N_s}\}$ où l'indice "1" dans Y_1 se réfère au niveau 1 (Fig. 6.1).
- 7- Calculer le vecteur de la fonction de performance $G_1 = \{g_1, \dots, g_k, \dots, g_{N_s}\}$
- 8- Calculer le deuxième seuil de rupture C_2 qui est égale à la valeur $\{(N_s \times P(F_j)) + 1\}$ dans la liste croissante des éléments du vecteur G_1 .
- 9- Répétez les étapes 6 à 8 jusqu'à atteindre la valeur du dernier seuil de rupture. Notez que le dernier seuil de rupture est généralement une valeur négative. Si c'est le cas, le dernier seuil de rupture C_m est mis à zéro et la probabilité de rupture conditionnelle du dernier niveau $P(F_m | F_{m-1})$ est calculée comme suit:

$$P(F_m | F_{m-1}) = \sum_{k=1}^{N_s} I_{F_m}(s_k) \quad (2)$$

Où $I_{F_m} = 1$ si la fonction de performance g_k correspondante à l'échantillon s_k est négatif et $I_{F_m} = 0$ pour l'autre cas.

- 10- Enfin, la probabilité de rupture $P(F)$ est calculée selon l'équation. (1).

$$P_f = P(F_1) \prod_{i=2}^{m-1} P(F_{i+1} | F_i) \quad (2)$$

où la probabilité $P(F_1)$ est calculée comme suit :

$$P(F_1) = P(F_1 | x \leq r) + P(F_1 | x > r) \quad (3)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} P(F_1|x \leq r) = (\chi_n^2 r^2) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_f = 0 \\ P(F_1|x > r) = (1 - \chi_n^2 r^2) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_f \end{cases}$$

$$I_f = \begin{cases} 0 & \text{if } g(x) > C_1 \\ 1 & \text{if } g(x) \leq C_1 \end{cases}$$

r est le rayon de la sphère d'exclusion de la simulation conditionnelle.

χ_n^2 est la fonction de distribution cumulative chi square (chi2) avec k degrés de liberté.

I_f est la fonction indicatrice de la rupture.

N: is the number of simulations per iteration

C_1 : seuil de rupture numéro 1.

En conséquence:

$$P(F_1) = (1 - \chi_n^2 \beta^2) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_f \quad (4)$$

11- En cas d'un rayon r plus grand que la distance entre l'origine et la surface d'état limite (i.e. sphère d'exclusion choisie à priori trop grande), on corrige la probabilité en calculant la probabilité conditionnée par $r_1 - 1 \leq r \leq r_1$ avec r_1 est le rayon choisi pour la simulation conditionnelle. Ainsi, si l'estimation de r est trop grande, l'algorithme effectue automatiquement la correction.

2.4. Estimateur des probabilités conditionnelles (Coefficient de variation)

2.4.1. Niveau ($i=1$)

Pour le premier niveau ($i=1$) du cas conditionnel par l'hypersphère, le coefficient de variation δ_1 est calculé comme si la probabilité de rupture de ce niveau a été déterminée à partir d'une simulation de Monte Carlo classique, noté P_{fMCS} . δ_1 est défini comme suit :

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{1 - P_{fMCS}}{N P_{fMCS}}} \quad (5)$$

$$\text{Avec : } P_{fMCS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_f \text{ et } I_f = \begin{cases} 0 & \text{if } g(x) > C_1 \\ 1 & \text{if } g(x) \leq C_1 \end{cases}$$

2.4.2. Niveau ($i > 1$)

Concernant les niveaux supérieurs ($i > 1$) des différents niveaux conditionnels par iSubset, le coefficient de variation pour chaque niveau peut être calculer en utilisant l'équation suivante :

$$\delta_i = \sqrt{\frac{1 - P_i}{N P_i} (1 + \gamma_i)} \quad (6)$$

$$\text{Avec } \gamma_i = 2 \sum_{k=1}^{N/N_c-1} \left(1 - \frac{k N_c}{N} \right) \rho_i(k)$$

$$\text{Où : } \rho_i(k) = \frac{R_i(k)}{R_i(0)} \quad \text{avec } R_i(0) = P_i(1 - P_i)$$

$$\text{Et : } R_i(k) = \left(\frac{1}{N - k N_c} \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{l=1}^{N/N_c-k} I_{j,l}^{(i)} I_{j,l+1}^{(i)} \right) - P_i^2$$

Le coefficient de variation de tous les niveaux peut être calculé par l'équation suivante :

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^m \delta_i^2 \quad (7)$$

3. VALIDATION DE LA METHODE ISUBSET

Afin d'utiliser la méthode iSubset pour traiter des cas de champs aléatoires, la méthode a été appliquée sur des cas des variables aléatoires. Ceci a fait l'objet d'une étude de comparaison entre le travail effectué par Defaux et al (2010) et les résultats déterminé en utilisant notre programme (Tableau 6.1). La fonction de performance (d'état limite) utilisé dans cette étude contient deux variables aléatoires X_1 et X_2 normées centrées et réduites (c.-à-d. la moyenne nulle et l'écart type unitaire). La probabilité de rupture P_{fMCS} de la fonction de performance utilisée dans cette étude a été calculée par la méthode MCS avec dix millions (10000000) de réalisations. La valeur de 3.69×10^{-4} est la probabilité de

rupture P_{fMCS} déterminé par un nombre important de réalisation avec un coefficient de variation égale à 0.016. Cette valeur de P_{fMCS} seras la probabilité de rupture référence pour valider les résultats déterminés par la méthode iSubset.

Tableau 6. 1 : Cas analytique utilisé pour valider la méthode iSubset (Defaux et al. 2010)

Fonction d'état limite	$G(X) = 6 - X_1 X_2$	
Variables aléatoires	Utilisation de deux variables aléatoires X_1 et X_2 normées centrées et réduites	
Résultats de références en utilisant notre programme	MCS : 10000000 simulations $P_{fMCS} = 3.69 \times 10^{-4}$	

Les figures 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 présentent la répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode iSubset avec des rayons différents pour chaque cas. Il est à noter que la figure 6.3 correspond à un cas de simulation par Subset classique car le rayon $r=0$ (Figure. 6.3). Le nombre de niveau de ce cas de $r=0$ est le même pour le cas de $r=1$ (Figure. 6.4) et en conséquence le nombre de réalisation est important (80000 réalisations). Cependant en augmentant le rayon r le nombre de niveau et de réalisation diminue (Figure. 6.5, 6.6, 6.7).

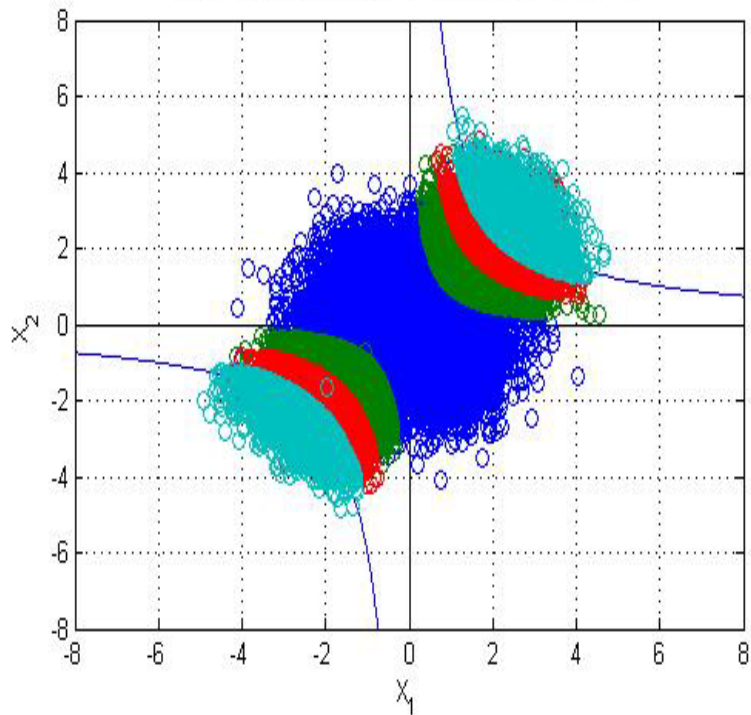


Figure 6. 3 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode *iSubset*. (a) $R = 0$ (Simulation par Subset Classique, $P_f = 3.81 \times 10^{-4}$)

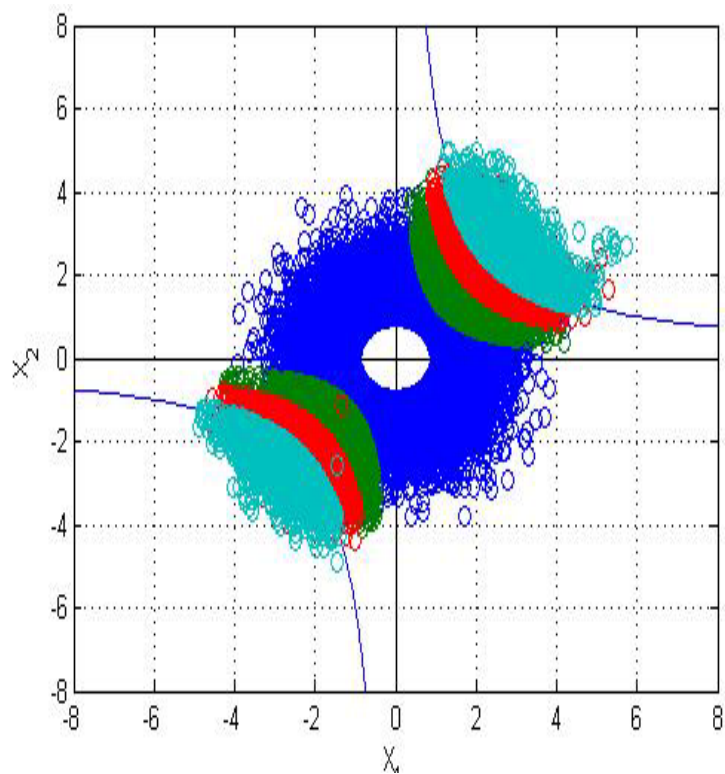


Figure 6. 4 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode *iSubset*. (b) $R = 1$ (Simulation par *iSubset*, $P_f = 3.62 \times 10^{-4}$)

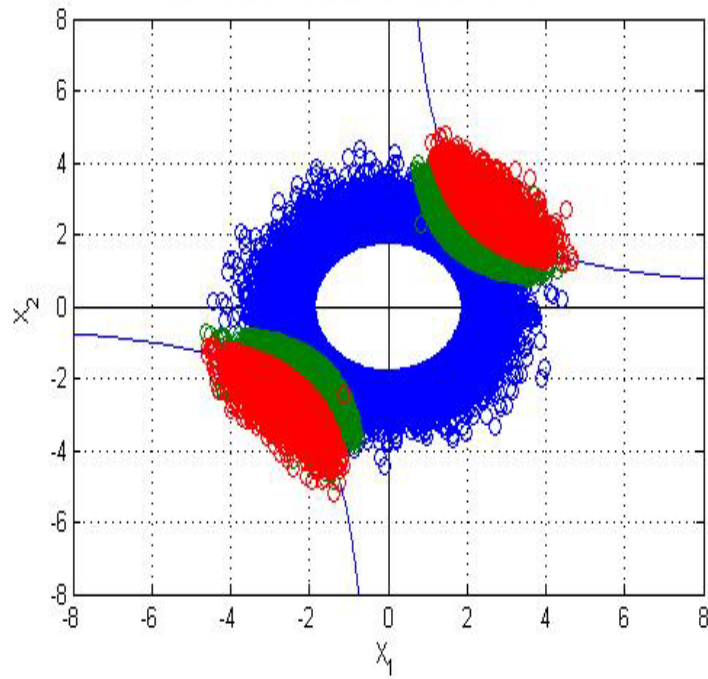


Figure 6. 5 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode *iSubset*. (c) $R = 2$ (Simulation par *iSubset*, $P_f = 3.76 \times 10^{-4}$)

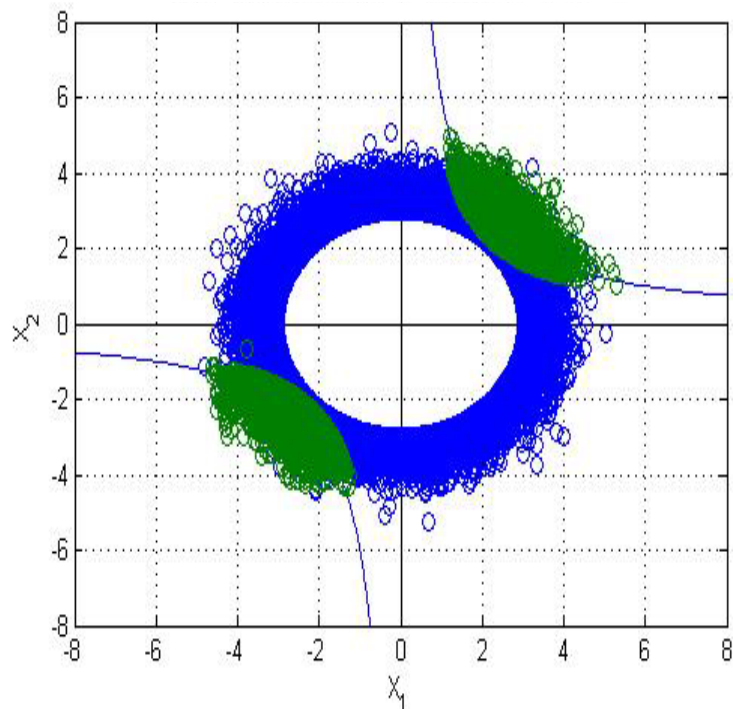


Figure 6. 6 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode *iSubset*. (d) $R = 3$ (Simulation par *iSubset*, $P_f = 3.54 \times 10^{-4}$)

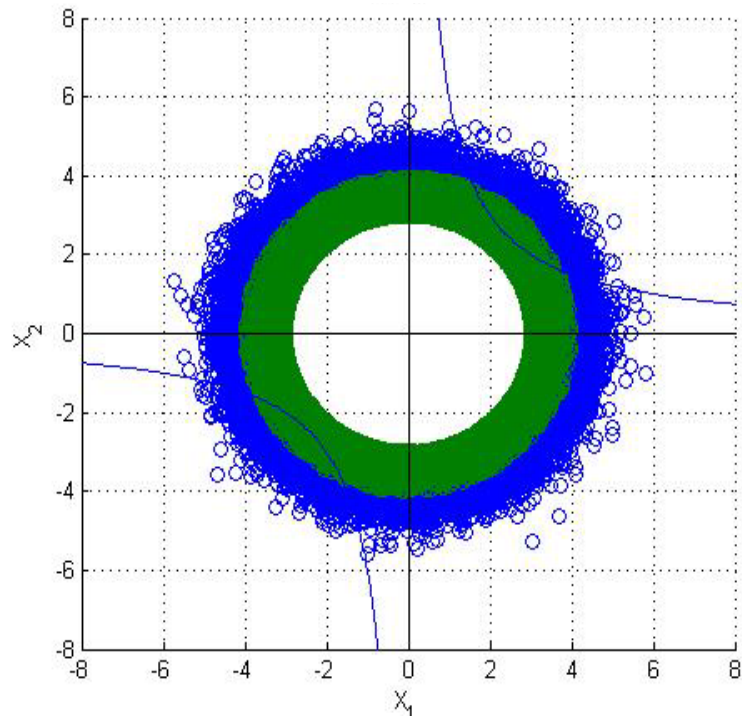


Figure 6. 7 : répartition des points générés pour les différents niveaux de la méthode *iSubset*. (e) $R = 4$ (Simulation par *iSubset*, $P_f = 3.85 \times 10^{-4}$, dans le cas d'un rayon r plus grand que la distance entre l'origine et la surface d'état limite)

La figure 6.7 montre le cas d'un rayon r plus grand que la distance entre l'origine et la surface d'état limite (i.e. sphère d'exclusion choisie à priori trop grande). Cette figure montre aussi le deuxième niveau de génération avec un rayon compris entre le rayon imposé au début et $(r-1)$. Ceci pour la correction de la probabilité conditionnée par $r - 1 \leq r_n \leq r$ avec r est le rayon choisi pour la simulation conditionnelle. Donc, si l'estimation de r est trop grande, l'algorithme effectue automatiquement la correction.

Le tableau 6.2 présente les résultats effectués par notre programme pour différents rayon r et différents P_{fsub} . Les probabilités de ruptures et les coefficients de variation des différents rayons calculés par notre programme coïncident avec celles déterminés par Defaux et al (2010) dans le cas de $P_{fsub} = 0.1$. Aussi le nombre de réalisation est le même pour les deux études. Toutefois, ce nombre de réalisation augmente avec l'augmentation de P_{fsub} .

Tableau 6. 2 : Comparaison entre les résultats déterminés par Defaux et al (2010) et par le programme utilisé dans ce chapitre

		r = 0	r = 1	r = 2	r = 3	r = 4
Results of Defaux et al. (2010)	P _f	3.68x10 ⁻⁴	3.87x10 ⁻⁴	3.54x10 ⁻⁴	3.67x10 ⁻⁴	3.85x10 ⁻⁴
	N _s	80000	80000	60000	40000	40000
	Cov	0.062	0.06	0.05	0.023	0.032
$P_{fsub} = 0.05$	P _f	3.17x10 ⁻⁴	3.16x10 ⁻⁴	3.75x10 ⁻⁴	3.68x10 ⁻⁴	3.67x10 ⁻⁴
	N _s	60000	60000	40000	40000	40000
	Cov	0.086	0.082	0.066	0.01	0.033
$P_{fsub} = 0.1$	P _f	3.81x10 ⁻⁴	3.62x10 ⁻⁴	3.76x10 ⁻⁴	3.54x10 ⁻⁴	3.89x10 ⁻⁴
	N _s	80000	80000	60000	40000	40000
	Cov	0.067	0.064	0.049	0.019	0.024
$P_{fsub} = 0.2$	P _f	3.13x10 ⁻⁴	3.44x10 ⁻⁴	3.33x10 ⁻⁴	3.37x10 ⁻⁴	3.89x10 ⁻⁴
	N _s	120000	100000	80000	60000	40000
	Cov	0.048	0.045	0.037	0.024	0.018

La figure 6.8 présente le coefficient de variation COV de la probabilité de rupture pour les différents rayons de l'hypersphère et pour trois cas de P_{fsub} . Cette figure montre que les COV dans le cas de $P_{fsub} = 0.2$ sont le plus faible pour les différents rayons r par rapport aux autre cas de P_{fsub} , sauf pour le rayon r=3. Pour ce dernier, le COV correspond à $P_{fsub} = 0.05$ est le plus faible avec un nombre très réduit de réalisations. En comparant les COV pour les différents rayons dans trois cas de P_{fsub} , on peut conclure que le cas de $P_{fsub} = 0.1$ a plus d'avantage que les autres cas. Ceci est due au nombre réduit de nombre

de réalisation qui correspond à des COV plus ou moins faible pour les deux autres cas de de P_{fsub} . Sur ce, la validation de notre programme est effectué.

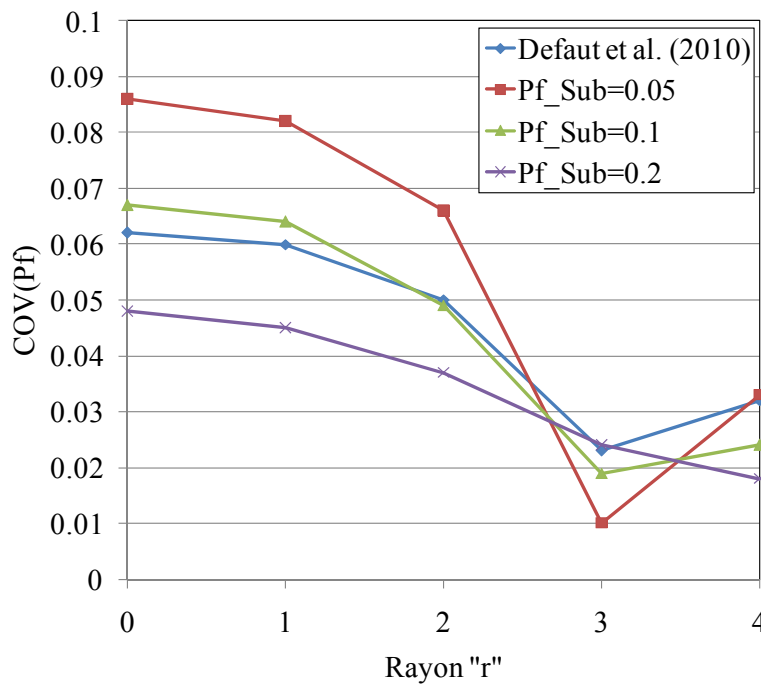


Figure 6. 8 : Coefficient de variation de la probabilité de rupture fonction du rayon de l'hypersphère

Le tableau 6.3 montre que pour un rayon $r=4$, la correction de la probabilité de rupture peut être différentes pour des valeurs A différentes. On remarque que l'augmentation de A augmente la probabilité de rupture.

Tableau 6. 3 : Etude paramétrique de A dans le cas un rayon grand

A	P _f
	r = 4
0.5	3.56x10 ⁻⁴
1.0	3.85x10 ⁻⁴
1.5	3.93x10 ⁻⁴

Après validation du programme implémenté basé sur l'algorithme de iSubset sur un cas de variables aléatoires, une étude pour déterminer la probabilité de rupture pour un cas de

champ aléatoire a été effectuée. Cette étude est basée sur la consolidation couplée en 2D d'un sol dont les paramètres sont spatialement variables.

4. APPLICATION DE LA METHODE ISUBSET SUR UN CAS DE CHAMPS ALEATOIRE

4.1. Modèle déterministe

Le même modèle déterministe utilisé dans le chapitre précédent a été adopté dans ce chapitre. Ceci pour comparer les résultats des deux méthodes de calcul de P_f utilisées (Simulation par Subset et Simulation par iSubset).

Ce modèle déterministe est une charge uniforme q reposée sur une couche de sol hétérogène de 15 m de longueur et de 10 m d'épaisseur (voir figure.6.2). L'objectif est de calculer la probabilité pour dépasser un déplacement vertical admissible, cette probabilité est appelée la probabilité de rupture. Le paramètre de sol incertain dans cette étude est le Module de Young (E). Ce paramètre a été considéré comme un champ aléatoire log-normale avec une valeur moyenne $\mu=20\text{MPa}$ et un coefficient de variation $\text{COV}=20\%$. Une fonction de covariance exponentielle a été utilisée dans le présent document. Le champ aléatoire a été discrétisé en utilisant l'expansion KL. En géotechnique, la distance d'autocorrélation verticale est plus faible que celle horizontale (Jaksa, 2000) ; ceci est due au processus géologiques de formation des dépôts du sol naturelle (Cho & Park, 2010). Un rapport commun de l'ordre de 5 ou de 10 de ces distances d'autocorrélation a été utilisé (Baecher & Christian, 2003). Dans cette étude, plusieurs valeur de la distance d'autocorrélation horizontale et verticale ($L_x = 10\text{m}$ et $L_y = 1\text{m}$) ; ($L_x = 10\text{m}$ et $L_y = 2\text{m}$) et ($L_x = 20\text{m}$ et $L_y = 2\text{m}$) a été étudiée et analysés. La fonction de performance utilisée pour calculer la probabilité de rupture est définie comme suit:

$$G = V_{adm} - V \quad (8)$$

Où V_{adm} est le déplacement vertical admissible et V est le déplacement vertical moyen à la surface due à la charge uniformément répartie (q).

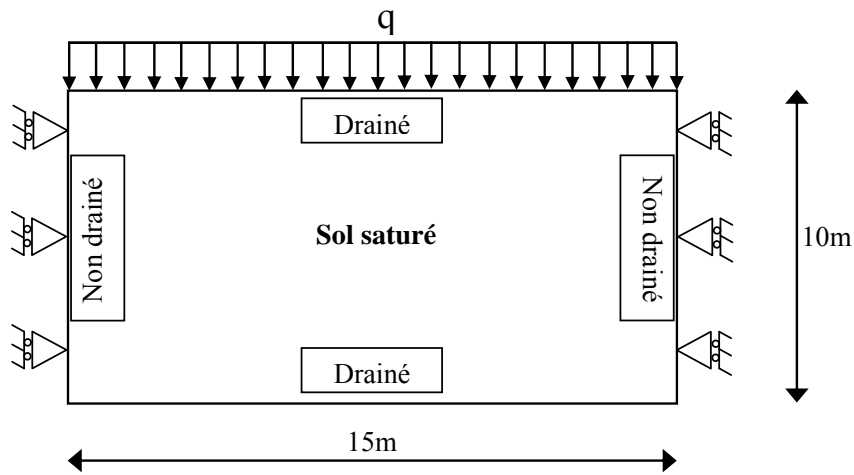


Figure 6. 9 : Profil de sol étudié

Le model déterministe utilisé pour calculer le déplacement vertical V est basé sur le code en différences finis $FLAC^{3D}$.

Tableau 6. 4 : Données utilisées dans l'étude

μ_E	COV(E)	ν	k_h	q
[MPa]	[%]		[m/s]	[kPa]
20	20	0.3	10^{-9}	100

La partie suivante présente une étude probabiliste pour calculer la probabilité de rupture dans un cas de champs aléatoire.

4.2. Résultats probabiliste

Trois cas configuration des distances d'autocorrélation ont été étudiés pour le calcul de la probabilité de rupture en utilisant deux méthodes de simulation différentes (Tableau 6.5).

Tableau 6. 5 : Comparaison des P_f pour deux méthodes différentes (Subset et iSubset)

Lx	Ly	Subset		r	iSubset	
		P_f	N		P_f	N
10	1	7.40×10^{-5}	1000	11	7.07×10^{-5}	600
10	1	7.40×10^{-5}	1000	11.5	7.25×10^{-5}	400
10	2	7.85×10^{-4}	800	11.5	7.35×10^{-4}	400
20	2	2.70×10^{-3}	600	11.5	2.42×10^{-3}	400

Le Tableau 6.5 montre que les valeurs de probabilité de rupture calculées par la simulation iSubset sont très proches à celles qui sont calculés par Subset, avec une réduction importante des nombre des réalisations. Il est à noter que la réduction du nombre de réalisation dans la méthode iSubset devient plus importante avec la diminution des probabilités de rupture en la comparant avec le nombre de réalisation pour calculer P_f avec la simulation Subset.

5. CONCLUSION

La méthode i-subset proposée ici consiste alors à conditionner le premier niveau de subset par une hypersphère de rayon r qui est très proche de l'indice de fiabilité β . Ceci donne une réduction importante du nombre de réalisation. Le résultat est alors obtenu plus rapidement et avec une meilleure précision puisqu'on limite le nombre de simulations par chaînes de Markov. À coût de calcul équivalent, le conditionnement du premier niveau permet de faire moins de pas de subset et d'utiliser la ressource de calcul disponible pour affiner le coefficient de variation sur le résultat.

En comparant la simulation par iSubset avec l'approche Subset dans le cas d'un champ aléatoire avec un modèle déterministe, on peut conclure que la réduction du coût de calcul est plus importante pour les faibles probabilités de rupture P_f . Aussi les deux méthodes donnent les mêmes résultats pour un temps de calcul différent.

Conclusion générale

Les résultats présentés dans cette thèse mettent en lumière l'intérêt des méthodes probabilistes dans l'étude des systèmes géotechniques, en particulier la consolidation couplée. L'un des principaux obstacles pratiques à ces méthodes est le temps de calcul très important des modèles numériques, combiné au grand nombre d'appels à ces modèles nécessaire à l'application des méthodes probabilistes. La stratégie de ce travail a consisté à utiliser et développer de nouvelle méthode probabiliste pour calculer la probabilité de rupture du problème traité.

Le première partie du travail a consisté à présenter la méthode de la surface de réponse stochastique par collocation (CSRSM), qui permet de substituer un méta-modèle analytique au modèle déterministe après calage sur un nombre relativement réduit d'appels à ce modèle. La méthode de simulation MCS a été appliqué sur le méta-modèle pour déterminer les paramètres statistique des réponses recherchés. Cette étude a été effectuée à l'aide du modèle de consolidation couplée unidimensionnel basé sur la théorie de Biot implémenté dans le logiciel FLAC3D en tenant compte le module Young E , le coefficient de Poisson ν , la conductivité hydraulique du sol k_h , et la charge uniformément répartie à la surface du sol q comme variables aléatoires. Les réponses du système probabiliste pris en compte dans l'analyse sont le tassement en surface et le temps de consolidation. Les principales conclusions de cette étude peuvent être résumées comme suit:

(i) Une analyse de sensibilité globale basée sur les indices de Sobol a montré que la variabilité du tassement maximal en surface a été principalement induit par E et q et que le temps de consolidation final a été principalement induit par E et k_h . Le coefficient de Poisson ν a un poids négligeable dans la variabilité des deux réponses et donc ce paramètre a été considéré comme déterministe. Cette stratégie de détecter les paramètres les plus influents sur la variabilité des réponses du système réduit considérablement le temps de calcul de l'analyse probabiliste. Il a également l'avantage de réduire le coût de l'étude expérimentale de la variabilité des paramètres non influents.

(ii) Le COV du temps de consolidation final a été trouvée beaucoup plus grand que celle du tassement maximal. Par conséquent, les paramètres d'entrée incertaine qui ont un poids significatif dans la variabilité de cette réponse (c.-à-d. k_h et E) doivent être soigneusement étudiée dans la pratique.

(iii) Les paramètres d'entrée dont les COV ont une influence importante sur la variabilité d'une réponse du système sont les mêmes que ceux qui ont le plus contribué à la variabilité de cette réponse du système (obtenu à l'aide des indices Sobol). Une augmentation du coefficient de variation d'une variable aléatoire augmente son indice de Sobol. Cela signifie que le poids de cette variable aléatoire dans la variabilité de la réponse du système augmente. Cela permet de réduire automatiquement le poids des autres variables aléatoires.

(iv) La corrélation entre les variables E et k_h a un effet considérable sur le temps de consolidation finale, mais elle n'a aucun effet sur le tassement maximal en surface. La corrélation négative a été trouvée pour réduire la variabilité des temps de consolidation finaux. Elle conduit également à des valeurs plus petites de skewness et de kurtosis.

L'étude précédente a été effectuée sur un modèle en variables aléatoires (sol homogène) en utilisant la méthode MCS. Dans l'étude suivante un modèle en champs aléatoire (sol hétérogène) bidimensionnel (2D) a été pris en compte. Cette partie de thèse présente une procédure alternative à la simulation de Monte-Carlo (MCS) pour le calcul de la probabilité de rupture d'une charge uniformément répartie sur un sol hétérogène. Cette procédure est basée sur l'approche de simulation par Subset qui a été principalement utilisé dans la littérature pour le calcul de la probabilité de rupture pour des problèmes où les paramètres incertains ont été modélisés comme des variables aléatoires. La procédure proposée a été appliquée pour un sol dont le module de Young (E) est un champ aléatoire. Ce champ a été discrétisé en un nombre fini de variables aléatoires à l'aide d'expansion de Karhunen-Loeve. Le sol est soumis à une charge uniformément répartie. Le déplacement de surface vertical moyen de cette charge a été utilisé comme réponse du système. Le modèle déterministe utilisé pour calculer la réponse du système est basé sur des simulations numériques utilisant le logiciel en différence finis FLAC3D dont la théorie de consolidation couplée de Biot 2D a été utilisée.

La probabilité de rupture calculée avec la méthode de simulation par Subset a été comparée avec celle calculé par MCS. S'est avéré que les deux résultats sont très proches avec une réduction importante dans le nombre de réalisation autrement dit un temps de calcul très réduit. L'étude paramétrique effectuée pour analyser l'effet des distances d'autocorrélation L_x et L_y du module de Young a montré que l'augmentation des distances d'autocorrélation augmente la probabilité de rupture pour les deux cas isotrope et anisotrope. Pour des distances autocorrélation grande, la probabilité de rupture a été jugée trop proche de celle d'un sol homogène. Aussi cette étude paramétrique a montré que la probabilité de rupture est plus sensible à la distance d'autocorrélation verticale L_y qu'à la distance d'autocorrélation horizontale L_x . L'étude de l'effet du $COV(E)$ sur la probabilité de rupture a montré que la diminution du $COV(E)$ réduit la probabilité de rupture d'une manière très importante. D'un autre côté, l'augmentation du $COV(E)$ augmente la probabilité de rupture mais avec un taux plus faible que dans le cas de la diminution du $COV(E)$.

La dernière partie du manuscrit présente l'application et la validation d'une méthode de simulation par iSubset. Cette dernière a été validé sur un modèle en variables aléatoire et ensuite appliqué à notre modèle en champs aléatoire décrit dans la partie précédente. Cette méthode iSubset utilise un nombre de réalisation faible relativement à la simulation par Subset. Le résultat est alors obtenu plus rapidement et avec une meilleure précision puisqu'on limite le nombre de simulations par chaînes de Markov. À coût de calcul équivalent, le conditionnement du premier niveau permet de faire moins de pas de subset et de d'utiliser la ressource de calcul disponible pour affiner le coefficient de variation sur le résultat. En comparant la simulation par iSubset avec l'approche Subset dans le cas d'un champ aléatoire avec un modèle déterministe, on peut conclure que la réduction du coût de calcul est plus importante pour les faibles probabilités de rupture P_f .

D'une manière générale, cette thèse présente un certain nombre d'outils permettant d'évaluer efficacement la propagation d'incertitude au travers d'un modèle numérique et permet d'envisager des outils de dimensionnement fiabilistes utilisables dans un cadre opérationnel. On trouve dans la littérature de nombreux exemples de méthodes toujours plus efficaces, telles que les méthodes basées sur un polynôme creux ou les méthodes de type "simulation directionnelle". Néanmoins, ces outils n'auront une valeur que si les

distributions statistiques utilisées pour décrire les variables d'entrée sont crédibles. La généralisation de la CSRSM proposée dans ce manuscrit simplifie les études paramétriques et permet donc de déterminer l'impact du choix d'un scénario probabiliste sur le niveau de fiabilité d'un système. Ceci n'est pourtant pas suffisant pour déterminer à coup sûr dans quel scénario on se place. Il semble que les outils consacrés à la propagation de l'incertitude soient aujourd'hui suffisamment efficaces pour traiter la majorité des problèmes, mais qu'un effort doit être fait dans de futures études pour caractériser de manière plus précise l'aléa géotechnique sur les grandeurs d'intérêt. En particulier, les sources physiques de cette variabilité devraient être investiguées, afin que le géotechnicien ait plus de moyens pour déterminer le scénario probabiliste qui correspond le mieux au système qu'il étudie.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Ahmed A and Soubra A-H., (2011), "Subset Simulation and Its Application to a Spatially Random Soil" Geotechnical Risk assessment & Management (GEORISK2011), Atlanta, Georgia, USA.
2. Alonso, E. E. and Krizek, R. J. (1975). "Stochastic Formulation of Soil Properties". Proc. 2nd Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Struct. Engrg., Auchen, pp. 9-32.
3. Ang, A.H.-S. and Tang, W.H. (1975). "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", Vol. 1, Basic Principles, John Wiley, New York.
4. Asaoka, A. and A-Grivas, D. (1982). Spatial Variability of the Undrained Strength of Clays. J. Geotech. Engrg. Div., ASCE, Vol. 108, No. GT5, pp. 743-756.
5. Assimaki, D., Pecker, A, Popescu, R, and Prevost, J. (2002). "Effects of spatial variability of soil properties on surface ground motion." Journal of Earthquake Engineering.
6. Au S.K., Beck J.L., (2001). "Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation", Probabilistic Engineering Mechanics, 16 (4): 263-277.
7. Au SK, Beck JL., (2003), "Subset simulation and its application to seismic risk based on dynamic analysis". Engrg. Mech.;129(8):901-917.
8. Au SK, Ching J, Beck JL. , (2007), "Application of subset simulation methods to reliability benchmark problems. Structural Safety ; 29:183-193.
9. Au SK, Z.J. Cao ZJ, Wang Y., (2010), "Implementing advanced Monte Carlo simulation under spreadsheet environment. Structural Safety ;32(5):281-292
10. Badaoui, M., Nour, A., Slimani, A. and Berrah, M. K., 2007. Consolidation statistics investigation via thin layer method analysis. Transport in Porous Media, 67, 69–91.
11. Baecher, G. B., Chan, M., Ingra, T. S., Lee, T. and Nucci, L. R. (1980). "Geotechnical Reliability of Offshore Gravity Platforms". Report MITSG 80-20, MIT, Cambridge, 291 p.
12. Baecher, G.B. and Ingra, T.S. (1981). "Stochastic FEM in settlement predictions." Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 107(4),449-463.
13. Baecher, G.B., and Christian, J.T., 2003. Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering , John Wiley and Sons, , 605p. London and New York.
14. Bergado, D. T. and How, K. T. (1991). A Probabilistic Spatial-Temporal Modelling of Embankment Settlement on Soft Bangkok Clay: A Case of Bangna-Bangpakong Highway, Thailand. Proc. of 6th Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Struct. Engrg., Mexico City, pp. 808-815.
15. Bauer, J., and Pula W. (2000). "Reliability with respect to settlement limit-states of shallow foundations on linearly-deformable subsoil." Computers and Geotechnics, 26, 281-308.
16. Bekkouche A., (1987), "Sécurité des grands barrages en terre. Approche probabiliste des problèmes d'écoulement liés aux reconnaissances et contrôles" Thèse de Docteur, Ecole Centrale de Paris, France.

17. Bekkouche A., Aissa Mamoune and Y. Houmadi (2003) "Variabilité des paramètres de gonflement sous une fondation superficielle." Symposium International sur les fondation superficielles FONDSUP ; Paris, France
18. Bekkouche A., Houmadi Y., Aissa Mamoune S.M., (2005) : "Bi-dimensional Variability of Swelling Parameters". The Electronic Journal of Geotechnical Engineering; Vol 10/C, <http://www.ejge.com/2005/Ppr0535/Ppr0535.htm>.
19. Benjamin, J.R. and Cornell C.A., (1970) "Probability, statistics and decision for civil engineers" Université de Standford, McGraw-Hill (Eds), USA.
20. Berveiller, M., 2005. Eléments finis stochastiques: approches intrusives et non intrusives pour des analyses de fiabilité. PhD thesis, université Blaise Pascal - Clermont Ferrand, France, 'in French'.
21. Biot, M. A., 1941. General theory of three-dimensional consolidation, J. Appl.Phys. 12(2), 155-164.
22. Biot, M. A., 1956. General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material, J. Appl. Mech., Trans. ASME, 78, 91-96.
23. Bolle A., (1988) "Approche probabiliste en mécanique des sols avec prise en compte de la variabilité spatiale", Thèse de Docteur, Ecole EPFL de Lausanne Suisse.
24. Bolle A., (2000), "Etude et prise en compte de variabilité spatiale", Revue Française de Géotechnique N° 93, 4e trimestre 2000, PP, 55-66.
25. Bouheraoua A. (1989), "Influence de la variabilité des propriétés du sol sur la consolidation des massifs de sols argileux", Thèse de Doctorat de l'université Paris 6.
26. Brenner, C.E. (1991). "Stochastic finite element methods: Literature review." Technical report, Inst. Of Engineering Mechanics, Univ. of Innsbruck, Austria, pp. 35-91.
27. Brown, J. D. and Meyerhof, G.G. (1969). "Experimental Study of Bearing Capacity in layered clays" proceedings, 7th international conferences on soil mechanics and foundation engineering, Mexico City, Mexico, Vol II, PP. 45-51.
28. Brzakala, W., and Pula, W. (1996). "A probabilistic analysis of foundation settlements." Computer and Geotechnics, 18(4),291-309.
29. Campanella, R. G., Wickremesinghe, D. S. and Robertson, P. K. (1987). "Statistical Treatment of Cone Penetrometer Test Data". Proc. 5th Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Struct. Engrg., Vancouver, pp. 1011-1019.
30. Chang, C. S. (1985). "Uncertainty of one-dimensional consolidation analysis". Journal of Geotechnical Engineering, 111(12), 1411-1424.
31. Chiasson, P., Lafleur, J., Soulie, M., Law, K.T. (1995). "Characterizing spatial variability of clay by geostatistics." Canadian Geotechnical Journal, 32(1), 1-10.
32. Cho SE, Park HC. (2010), "Effect of spatial variability of cross-correlated soil properties on bearing capacity of strip footing". Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.; 34:1-26.
33. Cho SE., (2010), "Probabilistic Assessment of Slope Stability That Considers the Spatial Variability of Soil Properties". Geotech. and Geoen. Engrg.;136(7):975-984.
34. Choot, G.E. (1980). Stochastic under seepage analysis in dams. Ph.D. Thesis, MIT, Cambridge, Massachusetts.
35. Cressie, N. (1991). Statistics for spatial data. John Wiley & Sons, Inc., New York, 900 pages.

36. Darrag, A. A., and Tawil, M. A., 1993. The consolidation of soils under stochastic initial excess pore pressure. *Applied Mathematical Modelling*, 17, 609–612.
37. DeGroot, D.J. (1996). "Analyzing spatial variability of in situ properties." *Uncertainty in the Geologic Environment, from Theory to Practice*. Special ASCE Publication, No. 58, 210-238.
38. DeGroot, DJ., and Baecher, G.B. (1993). "Estimating autocovariance of in-situ soil properties." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 119(1), 147-166.
39. Der Kiureghian, A. and Ke, J.B. (1988). "The stochastic finite element method in structural reliability." *Probabilistic Engineering Mechanics*, 3(2): 83-91.
40. Der Kiureghian, A., and Ke, J.B. (1985). "Finite-element based reliability analysis of frame structures." *Proc. Fourth International Conference on Structural Safety and Reliability*, 1, Kobe, Japan, 395-404.
41. Diaz Padilla, J. and Vanmarcke, E. H. (1974). *Settlement of Structures on Shallow Foundations*. Research Report R74-9, Dept. of Civil Engrg., MIT, Cambridge, 167 p.
42. Deutsch, C.V. (2002). *Geostatistical reservoir*. Oxford University Press, Oxford, N.Y.
43. Djedid A., Bekkouche A. et Aissa Mamoune S.M., (2001) "Identification et prévision des paramètres du gonflement de quelques sols de la région de Tlemcen (Algérie)." *Bulletin LCPC N°233*, PP 67-75
44. Elkateb, T., Chalaturmy, R., and Robertson, P.K. (2000). "Quantification of soil heterogeneity." *53rd Canadian Geotechnical Conference*, Montreal, pp. 1131-1138.
45. Eurocode 7. *Calcul géotechnique*. XP ENV 1997-1.
46. Fardis, M. N. (1979). *Probabilistic Liquefaction of Sands During Earthquakes*. Research Report R79-14, Dept. of Civil Engrg., MIT, Cambridge, 337 p.
47. Fardis, M. N. and Veneziano, D. (1981). Estimation of SPT-N and Relative Density. *J. Geotech. Engrg. Div., ASCE*, Vol. 107, No. GT10, pp. 1345-1359.
48. Favre, J.-L. (2000). "Différents types d'erreurs et leur prise en compte dans les calculs géotechniques" *Revue Française de Géotechnique*, vol. 93, pp. 11-20.
49. Favre, J.-L. (2004). "Géotechnique. Sécurité des ouvrages risqués : modélisation de l'incertain, fiabilité, analyse des risques". Technosup, 320p.
50. Favre, J.-L., Genevois B., (1995) "Analyse de la sécurité des fondations superficielles vis-à-vis d'un défaut de portance: effet de la variabilité spatiale des paramètres du sol", *Revue française de géotechnique*.
51. Fenton, G. A. and Vanmarcke, E. H. (1991). "Spatial Variation in Liquefaction Risk Assessment". *Proc. of Geotechnical Engrg. Congress, ASCE, Geotech. Div., Boulder, Colorado*, pp. 594 - 607.
52. Fenton G.A and Vanmarcke E.H. (1998). "Spatial Variation in liquefaction risk." *Geotechnique*, 48(6), 819-831.
53. Fenton, AG., and Griffiths, D.V. (2003). "Bearing capacity prediction of spatially random soils." *Canadian Geotechnical Journal*, 40, 54-65.
54. Fenton, G. A., Griffiths, D.V. and Zhang, X.Y.(2008), "Load and resistance factor design of shallow foundations against bearing failure", *Canadian Geotechnical Journal*, 45(11), 1556-1571.

55. Fenton, G.A. (1999a). "Estimation for stochastic soil models." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 125(6),470-485.
56. Fenton, G.A. (1999b). "Random field modeling of CPT data." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 125(6),486-498.
57. Fenton, G.A. and Griffiths D.V. (2002). "Probabilistic foundation settlement on spatially random soil." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 128(5), 381-390.
58. Fenton, G.A., and Griffiths, D.V. (1996). "Statistics of free surface flow through stochastic earth dam." *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(6),427-436.
59. Fenton, G.A., et Griffiths, D.V. (2005). "Three-Dimensional probabilistic foundation settlement." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 131(2), 232-239.
60. Fenton, G.A., Zhang, X.Y., and Griffiths, D.V., (2007) "Reliability of shallow foundations designed against bearing failure using LRFD", *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 1(4), 202-215.
61. Fredlund, D.G., and Dahlman, AE. (1972). "Statistical geotechnical properties of glacial lake Edmonton sediments." In *Statistics and Probability in Civil Engineering*, Hong Kong University Press.
62. Freeze, R. A. (1977)., Probabilistic one-dimensional consolidation. ASCE, *Journal of the Geotechnical Engineering division*, 103(GT7), 725-741.
63. Gelhar, L.W. (1993). *Stochastic subsurface hydrology*. Prentice Hall, NJ, 390p.
64. Genevois B., (1984), "Rôle de la variabilité spatiale des paramètres de sols sur la capacité portante des fondations superficielles", Thèse de Docteur Ingénieur, Ecole Centrale des arts et manufactures, France.
65. Ghanem R, Spanos PD., (1991) "Spectral stochastic finite element formulation for reliability analysis". *Engrg. Mech.*;117(10):2351-2372.
66. Griffiths, D. V., and Fenton, G.A., 2009. Probabilistic settlement analysis by stochastic and random finite-element methods. *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, 135(11), 1629-1637.
67. Griffiths, D.V. and Fenton, G.A (1993). "Seepage beneath water retaining structures founded on spatially random soil." *Geotechnique*, 43(4),577-587.
68. Griffiths, D.V. and Fenton, G.A (2001). "Bearing capacity of spatially random soil: the undrained clay Prandtl problem revisited." *Geotechnique*, 51(4), 351-360.
69. Griffiths, D.V., and Fenton, G.A (1997). "Three-dimensional seepage through spatially random soil." *Journal of Geotechnical Engineering*, 123(2),153-160.
70. Griffiths, D.V., Fenton, G.A. and Manoharan, N., (2006), "Undrained bearing capacity of two strip footings on spatially random soil", *International Journal of Geomechanics*, 6(6), 421--427.
71. Hachich, W. (1981). Seepage-related reliability of embankment dams. Ph.D. Thesis, MIT, Cambridge, Massachusetts.
72. Harr, M.E. (1977). "Mechanics of particulate media: a probabilistic approach." McGraw-Hill, New York, 543 pages.

73. Hasofer, A.M., and Lind, N.C. (1974). "Exact and invariant second-moment code format." *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 100(1), 111-121.
74. Hastings WK., (1970), "Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications". *Biometrika* ; 57:97–109.
75. Hegazy, Y, Mayne, P.W., and Rouhani, S. (1996). "Geostatistical assessment of spatial variability in piezocone tests." *Uncertainty in the Geologic Environment, from Theory to Practice, Special ASCE Publication, No. 58*, 254-268.
76. Hong, H. P., 1992. One-dimensional consolidation with uncertain properties. *Canadian Geotechnical Journal*, 29, 161–165.
77. Houmadi Y., Ahmed A., & Soubra A-H., "Probabilistic analysis of a one-dimensional soil consolidation problem" *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/17499518.2011.590090
78. Huang J. Griffiths D. V. (2010). "One dimensional consolidation theories for layered soil and coupled and uncoupled solutions by the finite-element method" *Géotechnique*, 60(9), 709–713.
79. Huang, J., Griffiths, D.V., and Fenton, G.A., (2010). "Probabilistic analysis of coupled soil consolidation", *ASCE, J Geotech Geoenviron Eng.* 136(3), 417-430.
80. Huang, SP, Liang, B., Phoon, KK., 2009. Geotechnical probabilistic analysis by collocation-based stochastic response surface method: An EXCEL add-in implementation. *Georisk* 3(2), 75-86.
81. Hwang, D., and Witczak, M. W., 1984. Multidimensional probabilistic consolidation. *ASCE, Journal of Geotechnical engineering*, 110(8), 1059-1077.
82. Isukapalli, SS, Roy, A., Georgopoulos, PG., 1998. Stochastic response surface methods (SRSM) for uncertainty propagation: Application to environmental and biological Systems. *Risk Analysis*, 18(3), 357-363.
83. Isukapalli, SS., 1999. Uncertainty analysis of transport-transformation models. PhD thesis, the state university of New Jersey.
84. Jaksa M.B., (1995) "The influence of spatial variability on the geotechnical design properties of a stiff, overconsolidated clay" Ph.D thesis, University of Adelaide, Australia.
85. Jaksa, M. B. (2000). "Geotechnical Risk and Inadequate Site Investigations: A Case Study. *Australian Geomechanics*", 35 (2), pp. 39-46.
86. Jefferies, M.G. (1989). "Observed strength distributions in some arctic clays." In *proceedings of 8th Int. Conf. Mech. and Arctic Engineering*, pp. 125-132, The Hague..
87. Kulhawy, F.H. (1992). On evaluation of static soil properties. In *stability and performance of slopes and embankments II (GSP31)*. Edited by Seed, R.B. and Boulanger, R.W., American Society of Civil Engineers, New York, pp. 95-115.
88. Lacasse, S. M. and Ladd, C. C. (1973). "Behaviour of Embankments on New Liskeard Varved Clay". Report R73-44, Dept. of Civil Engrg., MIT, Cambridge, 270 p.
89. Lambe, T.W., and Whitman, R. (1969). *Soil mechanics in engineering practice*. Chichester/New York, John Wiley & Sons.
90. Lee, LK, White, W., and Ingles, O.G. (1983). *Geotechnical Engineering*. Pitman, London, England.

91. Legrand C., De Vos M. et Bauduin C. (1998). "Dimensionnement des ouvrages géotechniques. 1ère partie : quelle applicabilité pour l'Eurocode7 ? CSTC-Magazine n°3/1998 (p.35).
92. Lemaire M., Muzeau J.-P., Mohamed A., and Mitteau J.-C, (1996). "Fiabilité et Sûreté de Fonctionnement des Systèmes Mécaniques". Juin 1996.
93. Lemaire, M. (2005). *Fiabilité des structures*. Hermes, Lavoisier, Paris, 506p.
94. Li, D., Chen, Y., Lu, W., Zhou, C., (2010). Stochastic response surface method for reliability analysis of rock slopes involving correlated non-normal variables. *Comp. & Geotech.*
95. Li, KS., and Lam, J. (2001). "Discussions on "Factor of safety and reliability in geotechnical engineering." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, pp. 714-715.
96. Li, K. S. and Lee, I. K. (1991). "The Assessment of Geotechnical Safety". In *Selected Topics in Geotechnical Engineering - Lumb Volume*, Li, K. S. (ed.), Dept. Civil and Maritime Engrg., UNSW, ADFA, Canberra, pp. 195-229.
97. Low, B.K., et Tang, W.H. (1997). "Reliability analysis of reinforced embankments on soft ground." *Canadian Geotechnical Journal*, 34, 672-685.
98. Low, B.K., et Tang, W.H. (2004). "Reliability analysis using object-oriented constrained optimization." *Structural Safety*, 26, 69-89.
99. Lumb, P. (1966). "The variability of natural soils." *Canadian Geotechnical Journal*, 3,74-97.
100. Lumb, P. (1974). "Application of statistics in soil mechanics." In *Soil Mechanics New Horizons*, Elsevier Publication Inc., New York, pp. 44-111.
101. Lumb, P. (1975). *Spatial Variability of Soil Properties*. Proc. 2nd Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Struct. Engrg., Auchen, pp. 397-421.
102. Magnan J.-P., (1982), "Les méthodes statistiques et probabilistes en mécanique des sols", Presse de l'ENPC France
103. Magnan J.-P., (2000), "Quelques spécificités du problème des incertitudes en géotechnique", *Revue Française de Géotechnique* N° 93, 4e trimestre 2000, PP, 03-10.
104. Magnan J.-P., A. Bouheraoua (1995) "Stochastic analysis of soil consolidation in theory and practice" *Applications of statistics and probability*, ICASP7, Balkema, Rotterdam, PP, 77-83.
105. Magnan J.-P., A. Bouheraoua (1996) "Analyse probabiliste de la consolidation unidimensionnel des sols." *Revue française de géotechnique* 4eme Trimestre 1996. PP, 19-30.
106. Matsuo, M. (1976). "Reliability of Embankment Design". Research Report R76-33, Dept. of Civil Engrg., MIT, Cambridge, 203 p.
107. Metropolis N, Rosenbluth AW, Rosenbluth MN, Teller AH., (1953), "Equation of state calculations by fast computing machines". *The Journal of Chemical Physics* 21(6):1087-92.
108. Meyerhof G. G., (1970), "Safety factors in soil mechanics", *Canadian Geotechnical Journal*, 1970, 7:(4) 349-355.
109. Meyerhof, G.G. (1982). "Limit state design in geotechnical engineering." *Structural Safety* 1, 67-71.
110. Mollon, G., Dias, D., and Soubra, A.-H., 2011. Probabilistic analysis of pressurized tunnels against face stability using collocation-based stochastic response surface method". *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 137 (4), 385-397.

111. Nobahar, A, Popescu, R, and Konuk, L. (2000). "Estimating progressive mobilization of soil strength." Proceedings of 53rd Canadian Geotechnical Conference, pp. 1311-1317.
112. Nobahar, A., and Popescu, R (2001a). "Some effects of soil heterogeneity on bearing capacity of shallow foundations." Proc. ASCE Spec. Conf. 2001: A GeoOdyssey, Blacksburg, VA
113. Nour, A., Slimani, A., and Laouami, N., 2002. Foundation settlement statistics via finite element analysis. Computers and Geotechnics, 29, 241-672.
114. Paice, G.M., Griffiths, D.V. and Fenton, G.A. (1994). "Influence of spatially random soil stiffness on foundation settlements." Proceeding of Settlement, pp. 628-639.
115. Paice, G.M., Griffiths, D.V. and Fenton, G.A. (1996). "Finite element modeling of settlement on spatially random soil." Journal of Geotechnical Engineering, 122(9), 777-779.
116. Peters, N.E., Bonelli, J.E. (1982). Chemical composition of bulk precipitation in the north-central and northeastern United States, December 1980 through February 1981. U.S. Geological Survey, Circular 874.
117. Phoon, K.K., and Kulhawy, F.H. (1996a). On quantifying inherent soil variability. Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Geotechnical Special Publication No. 75, ASCE, pp. 326-340.
118. Phoon, K.K., and Kulhawy, F.H. (1999b). "Evaluation of geotechnical property variability." Canadian Geotechnical Journal, 36(5), 625-639.
119. Phoon, K.K., Quek, S.T., Chow, Y.K., and Lee, S.L. (1990). "Reliability analysis of pile settlement." Journal of Geotechnical Engineering, 116(11), 1717-1735.
120. Phoon, KK, and Huang, SP., (2007). "Geotechnical probabilistic analysis using collocation-based stochastic response surface method". Proc., Applications of statistics and probability in civil engineering, Kanda, Takada & Furuta (eds), Tokyo.
121. Popescu, R (1995). Stochastic variability of soil properties: data analysis, digital simulation, effects on system behaviour. Ph.D. thesis, Princeton University, Princeton, NJ.
122. Popescu, R, Prevost, J.H., and Deodatis, G. (1997). "Effects of spatial variability on soil liquefaction: some design recommendations." Geotechnique, 47(5), 1019-1036.
123. Popescu, R, Prevost, J.H., and Deodatis, G. (1998a). "Spatial variability of soil properties: two case studies." Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics Geotechnical Special Publication ASCE, No. 75, pp. 568-579.
124. Rackwitz R., (2000); "Reviewing probabilistic soils modelling". Computers and Geotechnics ; 26:199-223 .
125. Rahman, M.S., and Yeh, C.R. (1999). "Variability of seismic response of soils using stochastic finite element method." Soil dynamics and Earthquake Engineering, 18,229-245.
126. Righetti, G., and Harrop-Williams, K. (1988). "Finite element analysis of random soil media." Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 14(1),59-75.
127. Santoso A.M., Phoon K.K. and Quek S.T., (2011), "Modified Metropolis–Hastings algorithm with reduced chain correlation for efficient subset simulation", Probabilistic Engineering Mechanics 26 (2) pp. 331-341.
128. Schiffman, R. L., and Stein, J. R., 1970. One-dimensional consolidation of layered systems. J. Soil Mech. and Found. Div., 96, 1499–1504.

129. Shinozuka, M., and Deodatis, G. (1991). "Simulation of stochastic processes by spectral representation." *Appl. Mech. Rev*, 44(7), 191-203.
130. Smith, L. (1981). "Spatial Variability of Flow Parameters in a Stratified Sand". *Mathematical Geology*, Vol. 13, No. 1, pp. 1-21.
131. Sobol', I.M. (1993), "Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models". *Math Modelling Comput Exp* ;1:407-14.
132. Soulie, M., Montes, P., and Silvestri, V. (1990). "Modelling spatial variability of soil parameters." *Canadian Geotechnical Journal*, 27, 617-630.
133. Spanos, PD, Ghanem R., (1989), "Stochastic Finite Element Expansion for Random Media". *Engrg. Mech.*;115(5):1035-1053.
134. Spry, M. J., Kulhawy, F. H. and Grigoriu, M. D. (1988). "A Probability-Based Geotechnical Site Characterization Strategy for Transmission Line Structures". Report EL-5507, Vol. 1, Electric Power Research Institute, Palo Alto.
135. Sudret B. and A. D. Kiureghian., (2000) "Stochastic Finite Element Methods and Reliability", volume Structural Engineering Mechanics and Materials.
136. Sudret, B. (2007). "Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansion.", *Reliability Engineering and System Safety*, 93, 964-979.
137. Sudret, B., 2008. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansion. *Reliab. Eng. And System Safety*, 93, 964-979.
138. Tang, W. H. (1979). "Probabilistic Evaluation of Penetration Resistances". *J. Geotech. Engrg. Div., ASCE*, Vol. 105, No. GT10, pp. 1173-1191.
139. Terzaghi, K., and Peck, RP. (1967). *Soil mechanics III engineering practice*. Second Edition, John Wiley & Sons, New York.
140. Ural, D.N. (1996). "Spatial variability of soil parameters." *Special ASCE publication*, No. 58, pp. 341-352.
141. Vanmarcke, E.H. (1977). "Probabilistic modeling of soil profiles." *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 109(5), 1203-1214.
142. Vanmarcke, E.H. (1983). "Random fields: analysis and synthesis." MIT Press, Cambridge, 382 pages.
143. Vanmarcke, E. H. and Fuleihan, N. F. (1975). "Probabilistic Prediction of Levee Settlements". *Proc. 2nd Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Struct. Engrg.*, Auchen, pp. 175-190.
144. Vanmarcke, E.H., and Grigoriu, M. (1983). "Stochastic finite element analysis of simple beams." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 109(5), 1203-1214.
145. Yeh, C.H., and Rahman, M.S. (1998). "Stochastic finite element methods for the seismic response of soils." *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22, 819-850.
146. Youssef Abdel Massih, D., (2007). "Analyse du comportement des fondations superficielles filantes par des approches fiabilistes", Thèse de Doctorat, Faculté Des Sciences et des Techniques, Université de Nantes, France.
147. Wickremesinghe, D. and Campanella, R. G. (1993). Scale of Fluctuation as a Descriptor of Soil Variability. *Proc. of Conference of Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*, Canberra, A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 233-239.

148. Wu, T. H. (1974). "Uncertainty, Safety, and Decision in Soil Engineering". J. Geotech. Engrg. Div., ASCE, Vol. 100, No. GT3, pp. 329-348.
149. Wu, T. H. and El-Jandali, A. (1985). "Use of Time Series in Geotechnical Data Analysis". Geotech. Testing Journal, GTJODJ, Vol. 8, No. 4, pp. 151-158.
150. Ximenez de Embun, J. R. and Romana, M. R. (1983). «The Formulation of Soil Model From Penetrometer Probabilistic Information - Application to Differential Settlement Prediction». Proc. 4th Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Struct. Engrg., Pitagora Editrice, pp. 1601-1613.

ANNEXES
ANNEXE1
Programme FLAC^{3D}
Consolidation couplée 1D modélisation en variable aléatoire
Correspond au chapitre 4

```

new
config fluid
;=====
def constants
c_E = 19900743.80419979
c_Mu = 0.3
c_bulk = c_E / ( 3 * ( 1 - 2 * c_Mu ) ) ; 6.667e6
c_MuBul = ( 1. - 2. * c_Mu ) / ( 2. - ( 2. * c_Mu ) ) ; 0.5
c_shear = 3.* c_bulk * c_MuBul ; 10e7
c_perm = 0.00000000000009123157
comod = c_bulk + 4. * c_shear / 3.
f_mod = 2e9
f_moda = 20 * 0.5 * comod / 1. ; Ajustement f_mod
c_biotc = 1.
storage = ( 0.5 / f_mod ) + ( c_biotc * c_biotc / comod )
hh = 4.
cv = c_perm / storage
Tv = 0.0001
tc = (Tv * hh * hh ) / cv
Tv1 = 0.177867291
tc1 = (Tv1 * hh * hh ) / cv
Tv2 = 0.462965
tc2 = (Tv2 * hh * hh ) / cv
Tv3 = 2.5482852429375
tc3 = (Tv3 * hh * hh ) / cv
bt = cv / (hh * hh)
pi2 = pi * .5
pz = 99503.71902099889100000000
sig0 = - pz
p0 = pz * c_biotc / (comod * storage)
uz0 = pz * hh / comod
end
constants
;=====
gen zone brick p0 = 0.0,0.0,0.0 p1 = 1.,0.,0. p2 = 0.,1.,0. p3 = 0.,0.,8. &
size 1 1 80 ratio 1. 1. 1.
group soil range x 0. 1. y 0. 1. z 0. 8.
;=====
;----- mechanical model -----
model el
set fluid biot off
prop bu c_bulk sh c_shear
;=====

```



```

fix x y
fix z range z -.1 .1
ini szz 0.
;=====
;-----apply load-----
apply szz sig0 range z 7.9 8.1
;=====
;----- Fluid flow model -----
model fl_iso
prop perm c_perm biot_c c_biotc
ini fmod f_moda
ini pp 0
;=====
;----- first establish undrained response -----
set fluid off
solve ratio 1e-4
save cons_und.sav
;----- Dndrained response -----
fix pp 0 range z 7.9 8.1
fix pp 0 range z -0.1 0.1
set fluid on
;=====
set mech force 0 ratio 1e-4
set hist_rep 200
set fluid substep 1
set mech substep 1 auto ;slave
;=====
; --- histories ---
hist n 2
hist fltime
;===== Pore Pressure =====
; -----turn on fluid flow model -----
hist gp pp 0.5,0.5,8.
hist gp pp 0.5,0.5,7.
hist gp pp 0.5,0.5,6.
hist gp pp 0.5,0.5,5.
hist gp pp 0.5,0.5,4.
hist gp pp 0.5,0.5,3.
hist gp pp 0.5,0.5,2.
hist gp pp 0.5,0.5,1.
hist gp pp 0.5,0.5,0.
;***** Z displacement *****
hist gp zd 0.5,0.5,8.
def c_zdisp
  Z_ZD1 = gp_near(0.5, 0.5, 8.0)
  c_zdisp = - (gp_zdisp(Z_ZD1))
  ttt = fltime
end
;=====

```

```
solve age tc
set fluid substep 100
set mech substep 10 auto
;===== Solve N°1 à 50 pourcent =====
solve age tc1
save cons11.sav
new
restore cons11
def resp
array performance(2)
performance(1)='output(1,1)='+string(c_zdisp)+';'
KK1 = c_zdisp
status=open('deplacement1.m',2,1)
status=write(performance,1)
status=close
array performance2(2)
performance2(1)='output(1,1)='+string(fltime)+';'
status1=open('Temps1.m',2,1)
satus1=write(performance2,1)
status1=close
end
resp
;===== Solve N°2 à 75 pourcent =====
solve age tc2
save cons21.sav
new
restore cons21
def resp2
array performance11(2)
performance11(1)='output(1,1)='+string(c_zdisp)+';'
KK2 = c_zdisp
status=open('deplacement2.m',2,1)
status=write(performance11,1)
status=close
array performance22(2)
performance22(1)='output(1,1)='+string(fltime)+';'
status1=open('Temps2.m',2,1)
satus1=write(performance22,1)
status1=close
end
resp2
;===== Solve N°3 à 100 pourcent =====
solve age tc3
call NUMBER1.FIS
set digits=15
def qqq(digits)
given = fltime
tempf = 'input = ' + string(given)
tempf = number(given,digits)
```

```
oo = out(tempf)
end
qqq(15)
save cons31.sav
new
restore cons31
def resp3
array performance111(2)
performance111(1)='output(1,1)='+string(c_zdisp)+';
KK3 = c_zdisp
status=open('deplacement3.m',2,1)
status=write(performance111,1)
status=close
array performance222(2)
performance222(1)='output(1,1)='+string(tempf)+';
status1=open('Temps3.m',2,1)
satus1=write(performance222,1)
status1=close
end
resp3
;=====
def resp4
rap1 = KK1 / KK3
rap2 = KK2 / KK3
rap3 = KK3 / KK3
array performancerap1(2)
performancerap1(1)='output(1,1)='+string(rap1)+';
status=open('U50.m',2,1)
status=write(performancerap1,1)
status=close
array performancerap2(2)
performancerap2(1)='output(1,1)='+string(rap2)+';
status=open('U75.m',2,1)
status=write(performancerap2,1)
status=close
array performancerap3(2)
performancerap3(1)='output(1,1)='+string(rap3)+';
status=open('U100.m',2,1)
status=write(performancerap3,1)
status=close
end
resp4
```

Programme FLAC^{3D}
Consolidation couplée 2D modélisation en champ aléatoire
Correspond aux chapitres 5 et 6

```

new ; stockage n =10
config fluid
;=====
def constants
;c_E = 2e7
c_Mu = 0.3
;c_bulk = c_E / ( 3 * ( 1 - 2 * c_Mu ) ) ; 1.67e7
;c_MuBul = ( 1. - 2. * c_Mu ) / ( 2.- ( 2. * c_Mu ) ) ; 0.286
;c_shear = 3.* c_bulk * c_MuBul ; 10e7
c_shear = 1.43e7
c_perm = 1.02e-13
Tv = 2.5
hh = 4.
comod = c_bulk + 4. * c_shear / 3.
f_mod = 2e9
f_moda = 20 * 0.5 * comod / 1. ; Ajustement f_mod
c_biotc = 1.
pz = 100000 ; [Pa]
sig0 = - pz
end
constants
;=====
gen zone brick p0 = 0.,0.,0. p1 = 15.,0.,0. p2 = 0.,1.,0. p3 = 0.,0.,10. &
size 30 1 20 ratio 1. 1. 1.
group soil range x 0. 15. y 0. 1. z 0. 10.
;=====
;----- mechanical model -----
model el range group soil
set fluid biot off
;prop sh c_shear poisson c_Mu range group soil
prop poisson 0.3 range group soil
;=====
fix x y
fix z range z -.1 .1
ini szz 0.
;=====
;-----apply load-----
apply szz sig0 range z 9.9 10.1
;----- Fluid flow model -----

model fl_iso ;model fluid fl_iso
ini fmod f_moda ;range group soil
;prop perm c_perm biot_c c_biotc

```

```

prop perm c_perm biot_c c_biotc range group soil
ini pp 0
;=====
def declareVar
array xx(30) yy(20) Var1(20,30) Var2(20,30) ;
end
declareVar
call Coordinates_15_10_5_5.txt ;Coordinates.txt
call Valu_Var1.txt ;E
;call Valu_Var2.txt ;k
;call Valu_Var3.txt ;Poisson
;=====
def TransferChamps
nx = 30
ny = 20
pnt= Zone_head
;zp = zone_head
loop while pnt # null
;loop while z_group(pnt) = 'soil' ; print zone pro young
  loop i1(1,ny)
    if z_zcen(pnt) <= yy(i1) + 0.01 then
      if z_zcen(pnt) >= yy(i1) - 0.01 then
        loop i2(1,nx)
          if z_xcen(pnt) <= xx(i2) + 0.01 then
            if z_xcen(pnt) >= xx(i2) - 0.01 then
              z_prop(pnt,'young')=Var1(i1,i2)
              ;z_prop(pnt,'permeability')=Var2(i1,i2)
              ;z_prop(pnt,'poisson')=Var3(i1,i2)
            endif
          endif
        endloop
      endif
    endif
  endloop
  pnt = z_next(pnt)
endloop
end
TransferChamps
;=====
;----- first establish undrained response -----
set fluid off
solve ratio 1e-4
save cons_und.sav
; ----- histories -----
hist n 100
;hist fltime
;***** Z displacement *****
hist gp zd 0., 0., 10.0

```

```
hist gp zd 0.5, 0., 10.0
hist gp zd 1., 0., 10.0
hist gp zd 1.5, 0., 10.0
hist gp zd 2., 0., 10.0
hist gp zd 2.5, 0., 10.0
hist gp zd 3., 0., 10.0
hist gp zd 3.5, 0., 10.0
hist gp zd 4., 0., 10.0
hist gp zd 4.5, 0., 10.0
hist gp zd 5., 0., 10.0
hist gp zd 5.5, 0., 10.0
hist gp zd 6., 0., 10.0
hist gp zd 6.5, 0., 10.0
hist gp zd 7., 0., 10.0
hist gp zd 7.5, 0., 10.0
hist gp zd 8., 0., 10.0
hist gp zd 8.5, 0., 10.0
hist gp zd 9., 0., 10.0
hist gp zd 9.5, 0., 10.0
hist gp zd 10., 0., 10.0
hist gp zd 10.5, 0., 10.0
hist gp zd 11., 0., 10.0
hist gp zd 11.5, 0., 10.0
hist gp zd 12., 0., 10.0
hist gp zd 12.5, 0., 10.0
hist gp zd 13., 0., 10.0
hist gp zd 13.5, 0., 10.0
hist gp zd 14., 0., 10.0
hist gp zd 14.5, 0., 10.0
hist gp zd 15., 0., 10.0
;=====
def c_zdisp1
Z_ZD1 = gp_near(0., 0., 10.0)
c_zdisp1 =- (gp_zdisp(Z_ZD1))
Z_ZD2 = gp_near(0., 0.5, 10.0)
c_zdisp2 =- (gp_zdisp(Z_ZD2))
end

def c_zdisp
Z_ZD1 = gp_near(0., 0., 10.0)
Z_ZD2 = gp_near(0., 0.5, 10.0)
Z_ZD3 = gp_near(0., 1., 10.0)
Z_ZD4 = gp_near(0., 1.5, 10.0)
Z_ZD5 = gp_near(0., 2., 10.0)
Z_ZD6 = gp_near(0., 2.5, 10.0)
Z_ZD7 = gp_near(0., 3., 10.0)
Z_ZD8 = gp_near(0., 3.5, 10.0)
Z_ZD9 = gp_near(0., 4., 10.0)
```

```
Z_ZD10 = gp_near(0., 4.5, 10.0)
Z_ZD11 = gp_near(0., 5., 10.0)
Z_ZD12 = gp_near(0., 5.5, 10.0)
Z_ZD13 = gp_near(0., 6., 10.0)
Z_ZD14 = gp_near(0., 6.5, 10.0)
Z_ZD15 = gp_near(0., 7., 10.0)
Z_ZD16 = gp_near(0., 7.5, 10.0)
Z_ZD17 = gp_near(0., 8., 10.0)
Z_ZD18 = gp_near(0., 8.5, 10.0)
Z_ZD19 = gp_near(0., 9., 10.0)
Z_ZD20 = gp_near(0., 9.5, 10.0)
Z_ZD21 = gp_near(0., 10., 10.0)
Z_ZD22 = gp_near(0., 10.5, 10.0)
Z_ZD23 = gp_near(0., 11., 10.0)
Z_ZD24 = gp_near(0., 11.5, 10.0)
Z_ZD25 = gp_near(0., 12., 10.0)
Z_ZD26 = gp_near(0., 12.5, 10.0)
Z_ZD27 = gp_near(0., 13., 10.0)
Z_ZD28 = gp_near(0., 13.5, 10.0)
Z_ZD29 = gp_near(0., 14., 10.0)
Z_ZD30 = gp_near(0., 14.5, 10.0)
Z_ZD31 = gp_near(0., 15., 10.0)
c_zdisp1 =- (gp_zdisp(Z_ZD1))
c_zdisp2 =- (gp_zdisp(Z_ZD2))
c_zdisp3 =- (gp_zdisp(Z_ZD3))
c_zdisp4 =- (gp_zdisp(Z_ZD4))
c_zdisp5 =- (gp_zdisp(Z_ZD5))
c_zdisp6 =- (gp_zdisp(Z_ZD6))
c_zdisp7 =- (gp_zdisp(Z_ZD7))
c_zdisp8 =- (gp_zdisp(Z_ZD8))
c_zdisp9 =- (gp_zdisp(Z_ZD9))
c_zdisp10 =- (gp_zdisp(Z_ZD10))
c_zdisp11 =- (gp_zdisp(Z_ZD11))
c_zdisp12 =- (gp_zdisp(Z_ZD12))
c_zdisp13 =- (gp_zdisp(Z_ZD13))
c_zdisp14 =- (gp_zdisp(Z_ZD14))
c_zdisp15 =- (gp_zdisp(Z_ZD15))
c_zdisp16 =- (gp_zdisp(Z_ZD16))
c_zdisp17 =- (gp_zdisp(Z_ZD17))
c_zdisp18 =- (gp_zdisp(Z_ZD18))
c_zdisp19 =- (gp_zdisp(Z_ZD19))
c_zdisp20 =- (gp_zdisp(Z_ZD20))
c_zdisp21 =- (gp_zdisp(Z_ZD21))
c_zdisp22 =- (gp_zdisp(Z_ZD22))
c_zdisp23 =- (gp_zdisp(Z_ZD23))
c_zdisp24 =- (gp_zdisp(Z_ZD24))
c_zdisp25 =- (gp_zdisp(Z_ZD25))
c_zdisp26 =- (gp_zdisp(Z_ZD26))
```

```

c_zdisp27 =- (gp_zdisp(Z_ZD27))
c_zdisp28 =- (gp_zdisp(Z_ZD28))
c_zdisp29 =- (gp_zdisp(Z_ZD29))
c_zdisp30 =- (gp_zdisp(Z_ZD30))
c_zdisp31 =- (gp_zdisp(Z_ZD31))

```

```

c_zdisp=(c_zdisp1+c_zdisp2+c_zdisp3+c_zdisp4+c_zdisp5+c_zdisp6+c_zdisp7+c_zdisp8+c_
zdisp9+c_zdisp10+c_zdisp11+c_zdisp12+c_zdisp13+c_zdisp14+c_zdisp15+c_zdisp16+c_zdis
p17+c_zdisp18+c_zdisp19+c_zdisp20+c_zdisp21+c_zdisp22+c_zdisp23+c_zdisp24+c_zdisp2
5+c_zdisp26+c_zdisp27+c_zdisp28+c_zdisp29+c_zdisp30+c_zdisp31)/31

```

```
end
```

```

;----- Dndrained response -----
fix pp 0 range z 9.9 10.1
fix pp 0 range z -0.1 0.1
set fluid on
;=====
set mech force 0 ratio 1e-4
set hist_rep 200
set fluid substep 1
set mech substep 1 auto ;slave
;=====
solve age 1e3
set fluid substep 100
set mech substep 10 auto
solve age 3.16e7 ; un an= 3.16 e7
save cons1.sav
;hist write 1, 11, 12, 13, 14, 15 file ZD-1Dcoupled2-8m-1.txt
;=====
new
restore cons1
def resp
array performance(2)
performance(1)=string(c_zdisp)+';'
status=open('response.m',1,1)
status=write(performance,1)
status=close
end
resp
quit

```


Programme MATLAB (Subset) Correspond aux chapitres 5 et 6

```

%Programme principale
clear all
clc
format long
global xsis lx ly NumKL ax ay Pf_sub Ns_Sim
%=====
% Input data
%=====
RFinput.OrderExp = 100
Example_RF_2D_E;
Vmax = 0.04
%Example_RF_2D_k;
%Example_RF_2D_Nu;
Simulation_Method=2; % Méthode de Simulation MCS=1 ou Subset=2
Ns_Sim = 200 ; % Number of realizations to be evaluated at each Level
Ns_subset= Ns_Sim;
Pf_sub = 0.1; % Imposed failure probability for each Level
au = 0;
bu = 1;
r = 0;
%=====
% calculation of coordinates of each element in each realization
%=====
X = [0.250 0.750 1.250 1.750 2.250 2.750 3.250 3.750 4.250
4.750 5.250 5.750 6.250 6.750 7.250 7.750 8.250 8.750
9.250 9.750 10.250 10.750 11.250 11.750 12.250 12.750 13.250
13.750 14.250 14.750];
Y = [0.250 0.750 1.250 1.750 2.250 2.750 3.250 3.750 4.250
4.750 5.250 5.750 6.250 6.750 7.250 7.750 8.250 8.750
9.250 9.750];
Y=Y';

%=====
NumKL=RFinput.OrderExp;
%----- Programme Subset Simulation -----
Level = 1;
%xis_previous_Level = randn(Ns_Sim,NumKL);
jj1 = 1;
ii1 = 1;

while jj1 <= Ns_subset
    Xsi = randn(1,NumKL);
    Xsi2 = Xsi.^2;
    RR2 = sum(Xsi2,2);
    if sqrt(RR2) >= r
        xsis_previous_Level(jj1,:) = cat(1,Xsi(:,,:));
        jj1 = jj1 + 1;
    end
    ii1 = ii1 + 1;
end
% xsis_previous_Level=zeros(Ns_subset,NumKL);
% for xj =1:NumKL
%
% while jj1 <= Ns_subset
%     Xsi = randn(1,1);
%     Xsi2 = Xsi.^2;
%     RR2 = sum(Xsi2,2);

```

```

%     if sqrt(RR2) >= r
%         xsis_p(jj1,1) = cat(1,Xsi);
%         jj1 = jj1 + 1
%     end
% end
% jj1 = 1;
% xsis_previous_Level(:,xj) = xsis_p;
% end
% xsis_previous_Level = xsis_p;
% break
xsis_total          = xsis_previous_Level;

for realiz = 1:Ns_Sim
    Level_Number    = Level
    realiz_Number   = realiz
    xsis            = xsis_previous_Level(realiz,:);
    for yyy = 1:size(Y,1)
        for xxx = 1:size(X,2)
            x = X(1,xxx);
            y = Y(yyy,1);
            RF_Var1(yyy,xxx) = EvalRandomField(RF,[x y],xsis);
            %RF_Var2(yyy,xxx) = EvalRandomField(RF,[x y],xsis);
        end
    end
    transfere_data;
    output(realiz,1) = out
end
output_Level_1 = output;
xsis_total     = xsis_previous_Level;
output_total   = output;

%Monte Carlo Simulation : Simulation_Method=1
%Subset Simulation      : Simulation_Method=2
%Simulation_Method=1;
if Simulation_Method==1
    N_failure = 0;
    for jj = 1:size(output,1)
        G(jj,1) = output(jj,1);
        if G(jj,1) <= 0
            N_failure = N_failure + 1;
        end
    end
    Pf_MC = N_failure / size(output,1)
    COV_MC = sqrt((1-Pf_MC)/(size(output,1)*Pf_MC))
elseif Simulation_Method==2
    Level_1;
    while gt > 0
        save szz=500_v=4;
        Level      = Level + 1;
        Level_Repet;
        xsis_total = cat(1,xsis_total,xsis_previous_Level);
        output_total = cat(1,output_total,output_repet);
    end
    Pf_final = Pfss*(Pf_sub)^(Level-1)
    Ns_total = Ns_Sim * Level
    COV_inter_level = sqrt((1-Pf_sub)/(Ns_Sim*Pf_sub));
    COV_final_level = sqrt((1-Pfss)/(Ns_Sim*Pfss));
    COV_Pf          = sqrt((Level-1)*COV_inter_level^2 + COV_final_level^2)
end
save covE_025;

```

```

%Programme (transfere_data.m)
nsim=1;
for sim=1:nsim
    Failure3 = fopen('Valu_Var1.txt','w+');
    fprintf(Failure3,'def Valu_Var1\n');

    Failure4 = fopen('Valu_Var2.txt','w+');
    fprintf(Failure4,'def Valu_Var2\n');

    Failure5 = fopen('Valu_Var3.txt','w+');
    fprintf(Failure5,'def Valu_Var3\n');

    for ii=1:size(Y,1);
        for jj=1:size(X,2);
            fprintf(Failure3,'Var1(');
            fprintf(Failure3,'%d',ii);
            fprintf(Failure3,',');
            fprintf(Failure3,'%d',jj);
            fprintf(Failure3,'%d',1);
            fprintf(Failure3,')=');
            fprintf(Failure3,'%f\n',RF_Var1(ii,jj));

%fprintf(Record, 'fprintf(Record, 'c_Mu =
%%12.20f\n',Xi_X_D_Gener(kk,Nvar+2));\n');

%           fprintf(Failure4,'Var2(');
%           fprintf(Failure4,'%d',ii);
%           fprintf(Failure4,',');
%           fprintf(Failure4,'%d',jj);
%           fprintf(Failure4,')=');
%           fprintf(Failure4,'%2.20f\n',RF_Var2(ii,jj));

%           fprintf(Failure5,'Var3(');
%           fprintf(Failure5,'%d',ii);
%           fprintf(Failure5,',');
%           fprintf(Failure5,'%d',jj);
%           fprintf(Failure5,')=');
%           fprintf(Failure5,'%12.20f\n',RF_Var3(ii,jj));
        end
    end
    fprintf(Failure3,'end\n');
    fprintf(Failure3,'Valu_Var1\n');
    fclose(Failure3);

    fprintf(Failure4,'end\n');
    fprintf(Failure4,'Valu_Var2\n');
    fclose(Failure4);

    fprintf(Failure5,'end\n');
    fprintf(Failure5,'Valu_Var3\n');
    fclose(Failure5);

    !F3300.exe call champs_subset_Gr1.txt
    !F3300.exe call Copy_of_champs_subset.txt
    !F3300.exe call champs_subset_Gr_Tass_Diff.txt
    response(sim,1)=importdata('response.m');
    out=response(sim,1);
end

```



```

%Programme (Level_1.m)
Pfss = 1;
for jj = 1:size(output,1)
    G(jj,1) = output(jj,1);
end
clear output
[G_sort,index] = sort(G);
gt = G_sort(Ns_subset*Pf_sub + 1);
%=====
if (gt < 0)% This means that the surface is already located in the failure
    N_failure_sub = 1; % so, we calculate the failure
probability coresponding to the surface G=0 directly
    while G_sort(N_failure_sub) < 0
        if N_failure_sub == size(G_sort,1)
            break
        end
        N_failure_sub = N_failure_sub + 1;
    end
    Pfss = Pfss * (N_failure_sub-1)/Ns_subset;
    break
end
%=====
if (gt >= 0) % This means that the surface is located in the safety domain
    N_failure_sub = 1;
    while G_sort(N_failure_sub) < gt % so, we calculate the failure
probability coresponding to the surface G=gt directly
        N_failure_sub = N_failure_sub + 1;
    end
end
Pfss = Pfss * (N_failure_sub-1)/Ns_subset;
%=====
if Level == 1
    g1 = gt
end
if Level == 2
    g2 = gt
end
if Level == 3
    g3 = gt
end
if Level == 4
    g4 = gt
end
if Level == 5
    g5 = gt
end
if Level == 6
    g6 = gt
end
if Level == 7
    g7 = gt
end
if Level == 8
    g8 = gt
end
if Level == 9
    g9 = gt
end
if Level == 10
    g10 = gt
end

```

```
%Programme (Level_Repet.m)
format long
w = zeros (Ns_subset,NumKL);
for i = 1:Ns_subset*Pf_sub
    seed = xsis_previous_Level(index(i),:);
    for j = 1:1/Pf_sub
        Level_Number = Level
        realiz_Number = (1/Pf_sub) * (i-1)+j
        Metropolis_Hasting;
        seed(1,:) = w((1/Pf_sub) * (i-1)+j,:);
    end
end
xisis_previous_Level(:, :) = w(:, :);
%=====
if Level == 2
    output_Level_2 = output
end
if Level == 3
    output_Level_3 = output
end
if Level == 4
    output_Level_4 = output
end
if Level == 5
    output_Level_5 = output
end
if Level == 6
    output_Level_6 = output
end
if Level == 7
    output_Level_7 = output
end
if Level == 8
    output_Level_8 = output
end
if Level == 9
    output_Level_9 = output
end
if Level == 10
    output_Level_10 = output
end
%=====
output_repet = output;
Level_1;
```

```

%Programme (Metropolis_Hasting.m)
VV      = 1;
alpha   = 0;
reject  = 0;
while VV > alpha
    reject = reject + 1;
    u      = au + (bu - au).*rand (1,NumKL);
    u      = (seed - (bu - au)/2) + u;
    pdf1   = exp(-0.5*sum(u.^2));
    pdf2   = exp(-0.5*sum(seed.^2));
    alpha  = min (1,pdf1/pdf2);
    VV     = rand;
end
xsis = u;
for yy = 1:size(Y,1)
    for xx = 1:size(X,2)
        x = X(xx);
        y = Y(yy);
%         RF_Var1(yy,xx) = exp(RF_Var(yy,xx));
        RF_Var1(yy,xx) = EvalRandomField(RF,[x y],xsis);
    end
end
transfere_data;
G_new = out
if G_new < gt
    w((1/Pf_sub) * (i-1)+j,:) = u(:, :);
    output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = out;
else
%-----
    w((1/Pf_sub) * (i-1)+j,:) = seed(:, :);
    if j == 1
%-----
        if Level == 2
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_1(index(i));
        end
        if Level == 3
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_2(index(i));
        end
        if Level == 4
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_3(index(i));
        end
        if Level == 5
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_4(index(i));
        end
        if Level == 6
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_5(index(i));
        end
        if Level == 7
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_6(index(i));
        end
        if Level == 8
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_7(index(i));
        end
        if Level == 9
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_8(index(i));
        end
        if Level == 10
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_9(index(i));
        end
        if Level == 11
            output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output_Level_10(index(i));
        end
    end
end

```



```
        end
    else
        output((1/Pf_sub) * (i-1)+j,1) = output((1/Pf_sub) * (i-1)+(j-1),1);
    end
end %Fin du programme Metropolis_Hasting.m
```

```
%Programme (Example_RF_2D_E.m) la partie Karhunen Loève (KL) de FERUM.
% Dans ce programme, les autres procédures peuvent être trouvées sur le
% net : http://www.ce.berkeley.edu/projects/ferum/
%% Input data for testing the random field toolbox
% with 2D random fields.
%clear all
%clc
xmin = 0 ;
xmax = 15 ;
ymin = 0 ;
ymax = 10;
RFinput.Domain = {[xmin,ymin] , [xmax,ymax]};

RFinput.Type = 'Lognormal';
TheCOV = 0.2;
TheMean = 2e7;

if isequal(RFinput.Type , 'Lognormal')
    RFinput.LNMean = TheMean ;
    RFinput.LNStdv = TheCOV * RFinput.LNMean ;
end
if isequal(RFinput.Type , 'Gaussian')
    RFinput.Mean = TheMean ;
    RFinput.Stdv = TheCOV * RFinput.Mean ;
end

RFinput.CorrType = 'exp' ;
RFinput.CorrLength = [1 , 1];
RFinput.DiscScheme = 'KL';

%RFinput.Npts = [11 4];
%RFinput.OrderExp = 400;      % # of terms in KL expansion not including
mean value

RF = DiscRandomField([],RFinput);

%figure(1);%clf;
MeanVarianceError = EstimateAccuracy(RF, [20, 20]);

%figure(2);%clf;
%PlotRealization(RF,[10 ,50],[]);
%=====
x = 0;
for champx = 1:1
    y = 0;
    x=x+1;
    Xi=randn(1,3);
    for champy = 1:80
        y = y+1;
        f(champx,champy) = EvalRandomField(RF,y,Xi);
    end
end
end
```