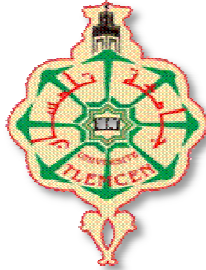


République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abou-bekr Belkaid
Faculté de Technologie

Département de Génie Civil



Mémoire Pour L'Obtention Du Diplôme
De Magistère

Option : Seismic risk & Earthquake Engineering

MODELISATION NUMERIQUE DE LA FISSURATION DES STRUCTURES EN
BETON ARME :
APPLICATION A LA SIMULATION DES ENCEINTES DE CONFINEMENT

Présenté par :

M^{me} GHEZALI Sabah

Devant le Jury composé de :

Dr : D. ZENDAGUI	Maître de conférences	UABB- Tlemcen	Président
Dr : A.MEGNOUNIF	Maître de conférences	UABB- Tlemcen	Examineur
Dr : K.MEFTAH	Maître de conférences	UABB- Tlemcen	Examineur
Dr : M.MATALLAH	Maître de conférences	UABB- Tlemcen	Encadreur
Dr : M.DJAFOUR	Maître de conférences	UABB- Tlemcen	Co-Encadreur

Remerciement

Je remercie tout d'abord le bon dieu qui m'a aidé de terminer ce travail «Alahamde li ALLAH».

Je tiens à remercier mon directeur de thèse Dr Matallah Mohammed pour m'avoir proposé un sujet intéressant et pour la confiance qu'il m'a accordée. Il m'a dirigé tout au long de cette étude et m'a donné les grands axes de recherche. Je le remercie aussi pour sa disponibilité et sa gentillesse, ainsi que le Docteur Djafour Mustapha qui a accepté d'être mon rapporteur.

Mes remerciements vont ensuite aux membres de jury : Zandagui Djawed pour avoir accepté de présider le jury de ma thèse.

Je remercie aussi Docteur A. Megnounif et Docteur K. Meftah qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être mes examinateurs. Leurs idées me seront sans nul doute très utiles pour la suite de cette recherche.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements ainsi que ma grande gratitude reconnaissance envers tous mes enseignants de post de graduation « Institut de Génie civil ».

Je souhaite également remercier mes collègues et amis avec qui j'ai passé des moments agréables à l'laboratoire RISAM, ainsi que mes amies de travail.

Je tiens à remercier enfin toute ma famille surtout mon chère mari "Yacine" qui m'a donné le courage de continuer ainsi à mes deux enfants "Abderraouf" et "Djamila" mes deux trésors, Mon Père, Ma Mère, et tous ceux qui par leur compétence, leur amitié, leur soutien, leurs encouragements ou tout simplement leur présence ont contribué à la réalisation de ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.

S.Ghezali

Résumé

Le béton armé est le matériau de constructions le plus utilisé dans le domaine de Génie Civil. Le comportement du béton est complexe, sa dégradation est difficile à représenter par un seul mécanisme. Cette difficulté est liée notamment à la forte hétérogénéité de ce matériau. Pour cela, l'étude du matériau "béton" nécessite une attention particulière surtout en ce qui concerne le processus de fissuration.

La modélisation de la fissuration du béton par élément finis est un enjeu crucial dans le domaine du Génie Civil. La principale difficulté de la modélisation du béton est engendrée par la nature de la fissure qui est une discontinuité géométrique qui divise le matériau en deux blocs, alors que la méthode des éléments finis est une technique basée sur la mécanique des milieux continus. Dans ce travail, une technique de modélisation de la fissuration développée par Matallah et al (2010) est utilisée. La méthode est basée sur une approche continue. Elle peut être utilisée avec tous les modèles non linéaires (modèles d'endommagement et/ou de plasticité). Le modèle doit permettre une régularisation énergétique selon la théorie de Crack Band Theory (Bazant et al 1985).

Des simulations sont réalisées sur un tirant en béton armé et sur des poutres en béton. Les résultats de simulations sont comparés avec l'expérimentation. Les profils d'ouverture de fissures sont évalués. Un calcul sur une enceinte de confinement soumise à un chargement extérieure est réalisé. Pour se faire, nous utilisons le modèle d'endommagement de Fichant modifié, qui permet une régularisation complète de l'énergie de rupture " G_f ", ainsi que le modèle dynamique DYNA-LMT de F. Gatuingt qui prend en considération l'effet de vitesse de chargement.

Mots clés : Béton, Endommagement, Plasticité, Fissuration, Ouvertures de fissure, Energie de rupture ' G_f ', Modélisation, Enceinte de confinement.

Abstract

Reinforced concrete is the building material most used in the field of Civil Engineering. The concrete behavior is complex, its degradation is difficult to represent by a single mechanism. This difficulty is due in particular to the great heterogeneity of the material. For this, study of the material « concrete » needs special attention especially with regard to the cracking process.

Modeling of concrete cracking finite element is a crucial issue in the field of Civil Engineering. The main difficulty in the modeling of concrete is caused by the nature of the crack which is geometric discontinuity that divides the material into two blocks, while the finite element method is a technique based on continuum mechanics. In this work, a modeling cracking technique developed by Matallah and al (2010) is used. The method is based on a continuous approach. It can be used with all non linear models (models of damage and/or plasticity). The model must allow for adjustment of energy according to the theory Crack Band Theory (Bazant and al 1985).

Simulations are performed on reinforced concrete tie-beam and concrete beams. The simulation results are compared with experiment. The crack opening profiles are evaluated. A calculation of containment subjected to external loading is achieved. To do this, we use the damage model of Fichant amended, which provides a total regulation of the fracture energy « G_f » and the dynamic model DYNA-LMT of F. Gatuingt that takes in to account the effect of loading speed.

Keywords :

Concrete, Damage, Plasticity, Crack opening, Fracture energy « G_f », Modeling, Containment.

ملخص:

الخرسانة المسلحة هي أكثر مواد البناء استخداماً في مجال الهندسة المدنية، حيث يبقى سلوكه معقد، و تدهوره من الصعب أن يمثل من خلال آلية واحدة، وتكمن هذه الصعوبة بصفة خاصة إلى عدم تجانس هذه المادة. ولهذا دراسة الخرسانة تتطلب عناية دقيقة، خاصة فيما يتعلق بعملية التشقق.

نمذجة تشققات الخرسانة بواسطة العناصر المحدودة هي قضية حاسمة في مجال الهندسة المدنية. وسبب الصعوبة يعود بالدرجة الأولى إلى طبيعة التشقق في حد ذاته وهو الانقطاع الهندسي الذي يقسم المادة إلى كتلتين، في حين أن طريقة العناصر المحدودة هي تقنية تتركز على ميكانيك الأوساط المستمرة. في هذا العمل، نستخدم تقنية نمذجة التشققات المطورة من طرف Matallah وآخرون (2010). يستند هذا الأسلوب على نهج مستمر. ويمكن استخدامه مع جميع النماذج الغير الخطية (نماذج من الضرر و / أو اللدونة). حيث يجب أن يكون النموذج يسمح بتكيف طاقي وفق نظرية Bazant وآخرون 1985.

عمليات محاكاة تتم على عارضة من الخرسانة المسلحة خاضعة لقوة الشد، و على عارضات من الخرسانة. مع مقارنة نتائج المحاكاة مع النتائج التجريبية. و تقييم أوضاع فتح التشقق. بعدها يتم احراء عملية حسابية حول حظيرة حبس خاضعة لقوة خارجية. للقيام بذلك نستخدم نموذج الضرر Fichant المعدل، التي تسمح بتكييف شامل للطاقة "Gf" وكذا النموذج الدينامي DYNA-LMT لـ F.Gatuingt الذي يأخذ بعين الاعتبار تأثير سرعة التحميل.

الكلمات الرئيسية: خرسانة، الأضرار، اللدونة، تشققات، فتحات التشققات، طاقة الكسر "Gf"، حظيرة الحبس، النمذجة.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	12
CHAPITRE I : THERMODYNAMIQUE ET MECANIQUE NON LINEAIRE POUR LA MODELISATION DES PHENOMENES IRREVERSIBLES.....	15
I.1 LA THERMODYNAMIQUE	16
I.1.1 Enoncés fondamentaux de la thermodynamique	16
I.1.1.1 Loi de conservation, premier principe	16
I.1.1.2 Entropie, deuxième principe	16
I.1.2 Variables d'état	17
I.1.2.1 Variables observables	17
I.1.2.2 Variables internes	17
I.1.3 Potentiel thermodynamique	18
I.1.4 Potentiel de dissipation.....	19
I.2 MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT	19
I.2.1 Généralité	19
I.2.2 Variables d'endommagement	20
I.2.3 Théorie de l'endommagement isotrope	21
I.2.3.1 Potentiel thermodynamique	21
I.2.3.2 Potentiel de dissipation	23
I.2.4 Théorie de l'endommagement anisotrope	23
I.2.4.1 Potentiel thermodynamique	23
I.2.4.2 Potentiel de dissipation	24
I.3 THEORIE DE LA PLASTICITE	24
CHAPITRE II : COMPORTEMENT EXPERIMENTAL DU BETON ET APPROCHES DE MODELISATION.....	26
II.1 COMPORTEMENT MECANIQUE DU BETON	27
II.1.1 Comportement en compression	27
II.1.2 Comportement en traction	28
II.1.3 Comportement cyclique traction-compression	29
II.1.4 Comportement multiaxial	30
II.2 EXEMPLE DE MODELES D'ENDOMMAGEMENT POUR LE BETON	30
II.2.1 Modèles isotropes	30
II.2.1.1 Modèle de Mazars	30
II.2.1.2 Modèle de "de Vree"	32
II.2.2 Modèles anisotropes	33
II.2.2.1 Modèle de Dragon et Halm (1998)	34
II.2.3 Modèles unilatéraux	34
II.2.3.1 Modèle de Laborderie (1991)	34
II.2.3.2 Modèle de Ramtani (1990)	36
II.3 EXEMPLE DE MODELE DE PLASTICITE POUR LE BETON	37
II.3.1 Le modèle de Drcüker-Prager	37
II.3.2 Le modèle de Feenstra	38
II.4 MODELES ELASTO-PLASTIQUE ENDOMMAGEABLE	40
II.4.1 Modèle de Nechnech (2000)	40

II.5	LES APPROCHES DE LOCALISATION	41
II.5.1	Méthodes de régularisation	41
II.5.1.1	Méthode énergétique	41
II.5.1.2	Modèles non-locaux	42
II.5.1.3	Modèles à gradients	43
II.6	LES DIFFERENTES APPROCHES DE MODELISATION DE LA FISSURATION	43
II.6.1	Approches continues	44
II.6.2	Approches discontinues	45
II.6.2.1	La discontinuité entre les éléments	45
II.6.2.2	La discontinuité au niveau des nœuds	47
II.6.2.3	La discontinuité dans l'élément	47
II.6.3	Approches mixtes	48
II.6.4	Description de l'ouverture des fissures à partir d'une approche continue	49
CHAPITRE III : ESTIMATION DES OUVERTURES DES FISSURES DANS LES STRUCTURES EN BETON		50
III.1	INTRODUCTION	51
III.2	MODELE DE FICHANT	51
III.3	LES MODIFICATIONS APORTEES	53
III.4	SIMULATION D'UN TIRANT EN BETON ARME	56
III.4.2	Résultats numériques	61
III.5	SIMULATION DES POUTRES EN BETON EN FLEXION 3 POINT	65
III.5.1	Géométrie et chargement	65
III.5.2	Le but de la simulation	66
III.5.3	Les résultats de la simulation	68
III.5.3.1	Les réponses globales	68
III.5.3.2	Les ouvertures de fissures	69
III.5.4	Commentaires	71
CHAPITRE IV : APPLICATION AUX ENCEINTES DE CONFINEMENT SOUS UN CHARGEMENT ACCIDENTEL.....		76
IV.1	INTRODUCTION	77
IV.2	ASPECT STRUCTURAL DES ENCEINTES DE CONFINEMENT	78
IV.3	LES MATERIAUX CONSTITUANT L'ENCEINTE DE CONFINEMENT	79
IV.3.1	Caractérisation du béton	79
IV.3.2	Caractérisation de la précontraintes	79
IV.4	PRINCIPE DE DEFENSE EN PROFONDEUR	80
IV.5	LE ROLE DE L'ENCEINTE DE CONFINEMENT	81
IV.6	LES RISQUES D'ORIGINE EXTERNE	82
IV.6.1	Le risque d'origine naturelle	82
IV.7	LE RISQUE DE CHUTE D'AVION	82
IV.8	SIMULATION DU COMPORTEMENT DE L'ENCEINTE DE CONFINEMENT SOUS CHUTE D'AVION	84
IV.8.1	Géométrie et ferrailage de la centrale	84
IV.8.2	Simulation avec le modèle de Fichant modifié	87
IV.8.2.1	L'endommagement	88
IV.8.2.2	Les ouvertures de fissure	88
IV.8.2.3	Déformation plastique des armatures	89
IV.8.2.4	Déplacement vertical du sommet du dôme	89

IV.8.3 Le modèle visco-endommageable DYNA-LMT	90
IV.8.3.1 Les paramètres du modèle dynamique DYNA-LMT	92
IV.8.3.2 Les résultats de la simulation	93
IV.8.3.2.1L'endommagement	93
IV.8.3.2.2Déplacement vertical du sommet du dôme	93
IV.8.3.2.3L'influence de la quantité d'aciers	94
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	95
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	97

Liste des figures

Figure I. 1 : élément endommagé	20
Figure II.1: Comportement du béton en compression simple	27
Figure II.2: Comportement cyclique du béton en compression simple	28
Figure II.3: Comportement du béton en traction directe	28
Figure II.4: Comportement cyclique du béton en traction	29
Figure II.5:Essai P.I.E.D Comportement uniaxial du béton sous chargement cyclique	29
Figure II.6 : Trajets de chargements triaxiaux	30
Figure II.7 : Modèle de comportement endommageable de Mazars	32
Figure II.8 : mise en évidence de l'anisotropie du matériau (essai de traction et de compression)	33
Figure II. 9: Réponse uniaxiale du modèle avec endommagement unilatéral	36
Figure II.10 : Tracé du critère de rupture dans le plan des contraintes principales	39
Figure II.11 : Les trois modes de rupture	44
Figure II.12 : élément d'interface	45
Figure II.13 : zone cohésive	46
Figure II.14 : loi de traction –saut de déplacement dans un modèle cohésif	46
Figure II.15 : Elément fini E-FEM	48
Figure III.1 : La géométrie du tirant	56
Figure III.2 : Capteurs de déplacements locaux et globaux	56
Figure III.3 : Distribution aléatoire du module de Young	58
Figure III.4 : Maillage du tirant	60
Figure III.5 : Courbe contrainte- déformation moyenne dans l'acier	61
Figure III.6 : Distribution de l'endommagement	62
Figure III.7 : Ouverture moyenne des fissures	63
Figure III.8 : Les ouvertures des fissures	64
Figure III.9 : La géométrie des poutres	65
Figure III.10 : Procédure d'essai	66
Figure III.11 : Le maillage de la poutre D1	67
Figure III.12 : Le maillage de la poutre D2	67
Figure III.13 : Le maillage de la poutre D3	67
Figure III.14a : La réponse globale de la poutre D1	68
Figure III.14b : La réponse globale de la poutre D2	68
Figure III.14c : La réponse globale de la poutre D3	69
Figure III.15 : L'ouverture de fissure de la poutre D1	69
Figure III.16 : L'ouverture de fissure de la poutre D2	70
Figure III.17 : L'ouverture de fissure de la poutre D3	70
Figure III.18 : Le maillage méso-macro de la poutre D2	73
Figure III. 19: La réponse globale de la poutre D2	73
Figure III. 20: L'ouverture de fissure de la poutre D2 (partie centrale)	74
Figure III.21 : L'ouverture de fissure à 60% du post-pic	74
Figure IV.1: Schéma de fonctionnement d'un réacteur à eau sous pression (REP)	78
Figure IV.2 : Principe de défense pour le réacteur à eau pressurisée (R.E.P)	81
Figure IV.3 : Force d'impact des avions Learjet 23 et Cessna 210	83
Figure IV .4 : Géométrie de la centrale nucléaire	84
Figure IV.5 : Le ferrailage de la centrale nucléaire	85
Figure IV.6 : Condition aux limites et chargement	85

Figure IV.7 : Centrale Nucléaire en axisymétrique	86
Figure IV.8: L'endommagement sous l'effet de chute des deux avions Cessna 210 et learjet23	88
Figure IV.9 : Les ouvertures des fissures sous l'impact de chute de l'avion Lear jet23	88
Figure IV.10: Déformation plastique cumulée des armatures sous l'impact de chute de l'avion Lear jet23	89
Figure IV.11 : Le déplacement vertical du sommet du dôme pour $ep1=10$ mm	89
Figure IV.12: L'endommagement du dôme	93
Figure IV.13 : Déplacement vertical du sommet du dôme pour $ep1=10$ mm	93
Figure IV.14 : Simulation du déplacement vertical du sommet du dôme	94

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Variables thermodynamiques	18
Tableau III.1 : Les données matérielles du béton et de l'acier	59
Tableau III.2 : Les paramètres du modèle de Fichant modifié	59
Tableau III.3 : les valeurs de la contrainte dans l'acier	62
Tableau III.4 : les dimensions des trois poutres	65
Tableau III.5 : Les caractéristiques des granulats	72
Tableau III.6 : Les caractéristiques du mortier	72
Tableau IV.1 : Les paramètres du modèle et les données matérielles du béton et de l'acier	87
Tableau IV.2 : Les paramètres du modèle dynamique DYNA-LMT	92

Introduction générale

Le béton armé est le matériau de constructions le plus utilisé dans le domaine de Génie Civil. Il est largement employé dans plusieurs types de structures d'importance particulières : les grands ponts, les réacteurs nucléaires et les plates formes pétrolières. L'économie, l'efficacité, la résistance en font un matériau attrayant pour une grande gamme d'applications structurales.

A l'état actuel, le béton de structure fait l'objet d'un nombre important de travaux scientifiques. La modélisation de son comportement et de sa dégradation est une tâche difficile. En effet, selon la nature et l'intensité de la sollicitation, le matériau béton se dégrade de manière complexe faisant intervenir un ou plusieurs mécanismes élémentaires: plasticité, endommagement, glissement, frottement, fissuration...

Des recherches ont été lancées sur le comportement mécanique du béton dans l'espoir de mieux comprendre les mécanismes de sa dégradation. Plusieurs théories ont été développées, ceci a conduit à l'élaboration de plusieurs modèles spécifiques. Malgré ces efforts les modèles actuels restent limités, surtout en ce qui concerne la prédiction de la fissuration.

La fissuration dans le béton représente une discontinuité géométrique. Sa modélisation constitue un enjeu crucial dans le domaine du génie civil. La principale difficulté de la modélisation de la fissuration du béton est engendrée par la nature de la fissure (qui est, rappelons le, une discontinuité géométrique qui divise le matériau en deux blocs séparés), alors que la méthode des éléments finis est une technique basée sur la mécanique des milieux continus. Ceci a conduit aux développements de nouvelles voies de modélisation (X-FEM, E-FEM, ...).

Ce travail est une modeste contribution à la modélisation de la fissuration dans les structures en béton. Il comprend quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, les principes de bases de la thermodynamique ainsi que ceux de la mécanique non linéaire sont exposés. L'intérêt de ces deux théories pour la modélisation des phénomènes irréversibles non linéaire est illustré.

Dans le deuxième chapitre, Nous illustrons des résultats expérimentaux qui reflètent le comportement du béton à différents types de sollicitations ainsi que les différents modèles permettant de prédire le comportement à la rupture. Les avantages et les inconvénients des différentes formulations sont étudiés. Le phénomène de localisation, et les techniques de régularisation pour obtenir une réponse numériquement acceptable (indépendante du maillage) sont exposés. Nous présentons par la suite, les différentes approches classiques de modélisation de la fissuration.

Dans le troisième chapitre, nous entamons des simulations numériques du comportement des structures jusqu'à la rupture, des poutres en flexion, ainsi qu'un tirant en béton armé sont modélisés, les ouvertures de fissures sont évaluées. Pour se faire nous utilisons le modèle de Fichant modifié afin que l'énergie de fissuration soit correctement évaluée et éviter ainsi le phénomène de localisation.

Dans le quatrième chapitre, nous proposons une autre application particulière ; c'est la simulation d'une enceinte de confinement qui joue un rôle de barrière. Elle est simulée sous effet d'impact de deux avions "Cessna 210" et "Lear Jet 23" qui sont proposés par la RFS (Règles Fondamentales de Sureté), pour se faire nous utilisons le modèle de Fichant modifié ainsi que le modèle dynamique DYNA- LMT de F. Gatuingt [11].

Nous terminons ce travail par une conclusion générale qui nous amène à fournir des éléments de perspectives.

Chapitre I

Thermodynamique et mécanique non linéaire pour la modélisation des phénomènes irréversibles

I.1 La thermodynamique :

Le comportement mécanique des matériaux doit être schématisé en respectant les énoncés fondamentaux de la thermodynamique car cette dernière constitue un cadre très précieux pour guider et limiter les choix de la modélisation.

I.1.1 Énoncés fondamentaux de la thermodynamique :

I.1.1.1 Loi de conservation, premier principe :

Il constitue la troisième grande loi de conservation : la conservation de l'énergie, dans le cas général, le principe s'écrit :

$$\rho \dot{e} = \sigma : \varepsilon + r - \operatorname{div} \vec{q} \quad (\text{I.1})$$

Avec:

ρ : Masse volumique

e : Énergie interne spécifique

σ : Tenseur des contraintes

ε : Tenseur des déformations

r : Densité volumique de production interne de chaleur à distance

q : Vecteur de chaleur

I.1.1.2 Entropie, deuxième principe [01] :

Le second principe postule que le taux de production d'entropie est toujours supérieur ou égal au taux de chaleur reçue divisé par la température.

d/dt : désigne la dérivée particulaire.

$$\frac{ds}{dt} \geq \int \frac{r}{T} dv - \int \frac{\vec{q}}{T} \vec{n} ds \quad (\text{I.2})$$

Cette inégalité peut aussi s'écrire, en utilisant l'entropie spécifique du matériau s telle que $S = \int_{\Omega_A} \rho s dv$, de la façon suivante :

$$\int_{\Omega_A} \left(\rho \frac{ds}{dt} + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{q}}{T} \right) - \frac{r}{T} \right) dv \geq 0 \quad (\text{I.3})$$

En exprimant r à l'aide de la relation issue du premier principe, en remarquant que $div\left(\frac{\vec{q}}{T}\right) = \frac{div(\vec{q})}{T} - \frac{\vec{q} \cdot \overrightarrow{grad}(T)}{T^2}$, et en multipliant par T (variable positive), on en déduit l'inégalité locale suivante :

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}} + \rho(T\dot{s} - \dot{e}) - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad}(T) \geq 0 \quad (I.4)$$

En introduisant finalement l'énergie libre spécifique du matériau $\psi = e - Ts$, on obtient l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}} - \rho(\dot{\psi} + s\dot{T}) - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad}(T) \geq 0 \quad (I.5)$$

I.1.2 Variables d'état:

C'est par le choix de la nature et du nombre des variables d'état que l'on décrit plus ou moins finement les phénomènes physiques.

I.1.2.1 Variables observables :

Certain nombre de variables d'état tel que les variables observables sont imposées par le formalisme de la thermodynamique des milieux continus, ces variables sont :

-La déformation totale ϵ (en petites déformations).

-La température T .

On se limite à ces deux variables observables qui sont les seules à intervenir dans les phénomènes d'élasticité, de viscoélasticité, de plasticité, d'endommagement et de rupture.

I.1.2.2 Variables internes:

Il n'existe pas de méthodes objectives pour choisir la nature des variables internes les mieux adaptées à tel ou tel phénomène. C'est l'expérience, le sens physique et bien souvent le type d'application envisagé qui guide ce choix.

La plasticité et la viscoplasticité nécessitent l'introduction de la variable déformation plastique (ou viscoplastique). En petites déformations, la déformation plastique, est la déformation permanente associée à la configuration relâchée. Elle résulte de la déformation totale par «décharge élastique » conduisant à la partition des déformations :

$$\epsilon = \epsilon_p + \epsilon_e \quad (I.6)$$

ϵ_p : déformation plastique

ϵ_e : déformation élastique

I.1.3 Potentiel thermodynamique [01]:

Tout phénomène physique irréversible (plasticité, endommagement ...), peut être ainsi décrit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles.

Le potentiel thermodynamique permet de définir les variables associées à partir des variables d'état en fonction des phénomènes à modéliser.

Il existe différents potentiels, par exemple le potentiel énergie libre spécifique ψ , qui dépend des variables d'états observables et des variables internes.

$$\psi = \psi(\varepsilon, T, \varepsilon_e, \varepsilon_p, V) \quad (I.7)$$

Les expressions qui définissent les lois de la thermodynamique sont :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_e} \quad (I.8)$$

$$A_k = \rho \frac{\partial \psi}{\partial v_k} \quad (I.9)$$

avec :

A_k représente les forces thermodynamiques associées aux variables internes V_k .

Le tableau I.1 résume l'ensemble des variables introduites.

Variable d'état		
Observables	Internes	Variables associés
ε	σ
T	S
	ε_e	σ
	ε_p	$-\sigma$
	V_k	A_k

Tableau I.1 : Variables thermodynamiques

I.1.4 Potentiel de dissipation:

Pour décrire l'évolution des variables d'état au cours de la transformation, tout en respectant le second principe de la thermodynamique, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation φ s'exprimant comme une fonction scalaire continue des variables "flux", ce potentiel doit être positif, convexe et nul à l'origine. Le terme de dissipation φ sera alors donné par ce potentiel sous la forme :

$$\varphi = \sigma : \dot{\varepsilon}_P - A_K \dot{V}_K - \vec{g} \vec{q} T \geq 0 \quad (\text{I.10})$$

avec :

$$\varphi_1 = \sigma : \dot{\varepsilon}_P - A_K \dot{V}_K \quad (\text{I.11})$$

$$\varphi_2 = -\vec{g} \vec{q} T = -\frac{\vec{q}}{T} \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (\text{I.12})$$

Tel que :

φ_1 : Dissipation intrinsèque (dissipation mécanique), elle est généralement dissipée par l'élément de volume sous forme de chaleur.

φ_2 : Dissipation thermique par conduction.

La transformée de Legendre-Fenchel permet de définir le potentiel correspondant $\varphi^*(\sigma, A_K, \vec{q})$ dual de φ par rapport aux variables ε_P, V_K , et \vec{q}/T .

$$\varphi^*(\sigma, A_K, \vec{q}) = \text{SUP} \left(\left[\sigma : \dot{\varepsilon}_P - A_K \dot{V}_K - \frac{\vec{g} \vec{q}}{T} \right] - \left(\varepsilon_P, V_K, \frac{\vec{q}}{T} \right) \right) \quad (\text{I.13})$$

Les lois d'évolution s'écrivent alors :

$$\dot{\varepsilon}_P = \frac{\delta \varphi^*}{\delta \sigma} \quad (\text{I.14})$$

$$-\dot{V}_K = \frac{\delta \varphi^*}{\delta A_K} \quad (\text{I.15})$$

$$\frac{\vec{q}}{T} = \frac{\delta \varphi^*}{\delta \vec{g}} \quad (\text{I.16})$$

I.2 Mécanique de l'endommagement :

I.2.1 Généralité :

Le phénomène d'endommagement représente des discontinuités surfaciques pour les microfissures, ou volumiques pour les cavités. Il s'agit donc d'un processus rhéologique bien différent de la déformation, même si les causes initiales des deux phénomènes sont identiques : mouvements et accumulation des dislocations dans les métaux, modifications des liaisons intermoléculaires dans les matériaux organiques, micro décohésions dans les minéraux.

La théorie de l'endommagement décrit l'évolution des phénomènes entre l'état vierge et l'amorçage de la fissure macroscopique.

La rupture macroscopique est étudiée depuis fort longtemps. Déjà vers 1500, Léonard de Vinci se préoccupait de caractériser la rupture à l'aide de variables mécaniques, mais ce n'est qu'assez récemment que l'on s'est préoccupé de modéliser la détérioration progressive de la matière qui précède la rupture macroscopique.

1958 est la date historique pour la mécanique de l'endommagement. Le premier travail a été publié par Kachanov pour décrire la rupture des métaux sous sollicitations unidimensionnelles [01].

I.2.2 Variables d'endommagement :

Il est difficile de distinguer macroscopiquement un élément de volume fortement endommagé d'un élément de volume vierge, on est donc obligé d'imaginer une variable interne représentative de l'état de détérioration de la matière.

Considérons un solide endommagé dans lequel on a isolé un élément de volume fini d'une taille suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités du milieu.

Cet élément est représenté par la figure I.1.

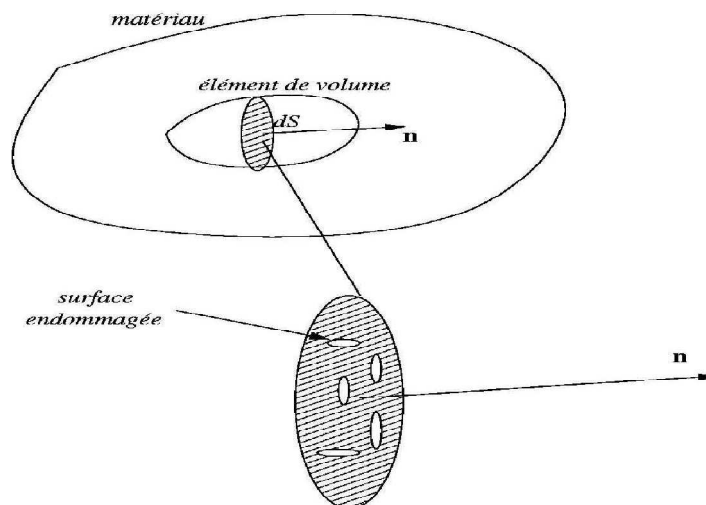


Figure I. 1 : élément endommagé

La mesure mécanique de l'endommagement dans une direction normal \vec{n} est donnée par le rapport entre la surface efficace S_D (surface fictive supportant les efforts) et la section initiale S repérée par sa normal \vec{n} .

$$\frac{S_D}{S} = D_{\vec{n}} \quad (I.17)$$

Tel que : $S_D = S - \tilde{S}$ ($S < \tilde{S}$) est l'aire total de l'ensemble des défauts présents dans la surface S

\tilde{S} : L'aire résistante effective, tenant compte des concentrations des contraintes au voisinage des discontinuités géométriques.

- $D_n = 0$ correspond à l'état non endommagé ou vierge.
- $D_n=1$ correspond à l'élément de volume rompu en deux parties selon le plan normal \vec{n} .
- $0 \leq D_n \leq 1$ caractérise l'état d'endommagement.

Un endommagement isotrope est constitué de fissures et de cavités dont l'orientation est distribuée uniformément dans toutes les directions. Dans ce cas la valeur de la variable D_n ne dépend pas de l'orientation \vec{n} et le scalaire D caractérise complètement l'état de dommage.

$$D_n = D \quad \forall \vec{n} \quad (\text{I.18})$$

Cependant, les microfissures qui constitue le dommage ont le plus souvent des orientations privilégiées et constituent un endommagement anisotrope dont la valeur de la variable scalaire D_n dépend de l'orientation de la normal \vec{n} .

L'introduction d'une variable d'endommagement représentant les effets des micro défauts comme une diminution de la surface résistant aux efforts, conduit directement à la notion de la contrainte 'effective' ; la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement aux efforts.

Dans le cadre de l'isotropie, la variable endommagement est un scalaire D qui agit d'une manière identique sur toutes les composantes du tenseur des contraintes σ_{ij} pour définir le tenseur des contraintes effectives $\tilde{\sigma}_{ij}$ ou inversement.

$$\sigma_{ij} = (1 - D)\tilde{\sigma}_{ij} \quad (\text{I.19})$$

Pour le béton, de part sa constitution anisotrope, étroitement liée à l'hétérogénéité de sa micro-structure, son comportement mécanique est fortement anisotrope (dépendance de la réponse vis-à-vis de la sollicitation). En fonction de la sollicitation, les fissurations prennent des orientations privilégiés et créent de toute évidence de l'anisotropie. Dans le cas des structures simples et si les chargements appliqués sont proportionnels, on peut espérer que l'anisotropie ainsi créée n'ait que peu d'effet. Cependant, pour les chargements complexes et pour les matériaux anisotrope, cette modélisation n'est pas suffisante [02].

Pour établir les lois de comportement, on peut se baser sur un des trois principes : équivalence en déformation, équivalence en contraintes et équivalence en énergie.

I.2.3 Théorie de l'endommagement isotrope :

I.2.3.1 Potentiel thermodynamique :

Le potentiel thermodynamique ψ permet de définir les variables associées à partir des variables d'état, observables (déformation totale, température) et internes (déformations plastiques, endommagement) en fonction des phénomènes à modéliser, et duquel dérivent les lois d'état. La variable d'endommagement est le scalaire D qui sera considéré comme une

variable d'état susceptible des développements thermodynamiques, cela revient à considérer l'endommagement comme un tenseur sphérique 1 D.

Le potentiel thermodynamique d'énergie libre est donc une fonction convexe de toutes les variables d'état et en particulier de l'endommagement $\psi = \psi(\varepsilon_e, T, D, V_k)$.

V_k : désigne les autres variables internes comme les variables d'écroutissage par exemple.

Le potentiel thermodynamique fournit la loi du matériau endommagé.

$$\rho\psi_e = \frac{1}{2}(1 - D)a : \varepsilon_e : \varepsilon_e \quad (I.21)$$

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial \varepsilon_e} = (1 - D)a : \varepsilon_e = \tilde{a} : \varepsilon_e \quad (I.22)$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} = a : \varepsilon_e \quad (I.23)$$

Tel que :

a : Le tenseur d'élasticité d'ordre 4.

\tilde{a} : Le tenseur d'élasticité endommagé différent de "a" mais présente les mêmes conditions de symétrie imposées par la thermodynamique.

ψ_e : le potentiel élastique endommageable

ε_e : déformation élastique

La variable associée à l'endommagement est le scalaire Y :

$$Y = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial D} = -\frac{1}{2}a : \varepsilon_e : \varepsilon_e \quad (I.24)$$

Dans le cas de l'endommagement isotrope et lorsque le matériau est élastiquement isotrope, il existe ainsi une relation simple entre la variable Y associée à l'endommagement et la contrainte équivalente d'endommagement.

$$-Y = \frac{\sigma^{*2}}{2E(1-D)^2} = \frac{1}{2E} \sigma^{*2} \quad (I.25)$$

avec $-y$ et σ^* sont des variables équivalentes.

Cette relation justifie le critère du taux de restitution d'énergie élastique, en donnant un sens thermodynamique à la contrainte équivalente d'endommagement.

I.2.3.2 Potentiel de dissipation :

Le potentiel de dissipation permet de décrire les lois d'évolution décrivant les processus irréversibles.

Le second principe de la thermodynamique impose que la dissipation mécanique soit positive.

$$\sigma : \dot{\varepsilon}_p - Y\dot{D} - A_K \dot{V}_K \geq 0 \quad (\text{I.26})$$

Par transformation de Legendre-Fenchel partielle, on peut construire un autre potentiel dual équivalent qui permet d'exprimer \dot{D} en fonction de Y .

$$\varphi^*(\sigma, A_K, \vec{g}, Y, \varepsilon_e, T, V_K, D) \quad (\text{I.27})$$

La loi de normalité généralisée qui en découle s'exprime par :

$$\dot{D} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial Y} \quad (\text{I.28})$$

I.2.4 Théorie de l'endommagement anisotrope :

I.2.4.1 Potentiel thermodynamique :

L'énergie libre spécifique dépend du tenseur D . On suppose toujours un découplage entre les effets d'écroutissage et la loi d'élasticité.

$$\psi = \psi_e(\varepsilon_e, T, D) + \psi_p \quad (\text{I.29})$$

Cependant, la variable d'endommagement n'est plus un scalaire, mais un tenseur d'ordre 2, 4, 8...

Nous pouvons ainsi écrire :

$$\rho \psi_e = \frac{1}{2} (1 - D) : a : \varepsilon_e : \varepsilon_e \quad (\text{I.30})$$

Les lois d'état sont déduites :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial \varepsilon_e} = (1 - D) : a : \varepsilon_e = \tilde{a} : \varepsilon_e \quad (\text{I.31})$$

$$\text{La contrainte effective : } \tilde{\sigma} = (1 - D)^{-1} : \sigma \quad (\text{I.32})$$

$$\text{La variable associée : } Y = \rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = -\frac{1}{2} (a : \varepsilon_e) : \varepsilon_e \quad (\text{I.33})$$

On peut écrire ces variables en fonction des contraintes effective :

$$-Y = \frac{1}{2} \tilde{\sigma} \varepsilon_e \quad (\text{I.34})$$

I.2.4.2 Potentiel de dissipation [03] :

Sous les mêmes hypothèses que précédemment, on considère un potentiel de dissipation tel que :

$$\varphi^*(\sigma, A_k, Y; \varepsilon_e, T, V_k, D) \quad (\text{I.35})$$

Le potentiel de dissipation possède un terme lié à l'endommagement, sa fonction duale s'écrit sous forme :

$$\varphi^* = \varphi_p^*(\sigma, A_k; V_k, T) + \varphi_D^*(Y; \varepsilon_e, T, D) \quad (\text{I.36})$$

Toujours pour simplifier le potentiel d'endommagement φ^* est supposé linéaire en Y :

$$\varphi_D^* = -F(\varepsilon_e, T, D)Q :: Y \quad (\text{I.37})$$

Q : tenseur d'ordre 4 définissant l'anisotropie de la loi de croissance de l'endommagement.

F : fonction de toute non linéarité des processus d'endommagement.

Par conséquent, la loi d'évolution s'écrit :

$$\dot{D} = Q F(\varepsilon_e, T, D) \quad (\text{I.38})$$

Afin de simplifier le problème, on introduit la loi d'évolution de l'endommagement scalaire D avec :

$$D = c \text{tr}(D) = c D :: I ; Y = \text{tr}(Y) ; c = I / \text{tr}(Q) \quad (\text{I.39})$$

d'où Y est le taux de restitution de l'énergie élastique.

On trouve :

$$\dot{D} = c \text{tr}(\dot{D}) = -c \text{tr}\left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial Y}\right) = -c \frac{\partial \varphi^*}{\partial Y} = F(\varepsilon_e, T, D) \quad (\text{I.40})$$

I.3 Théorie de la plasticité :

Plusieurs modèles ont vu le jour depuis le début de l'utilisation de la théorie de plasticité pour la simulation du comportement non-linéaire de matériaux.

En ce qui concerne le béton, les mécanismes microscopiques mises en jeux sont plus complexes, les propriétés cohésives jouent un rôle du moins aussi important que les propriétés frottantes, et le mode de rupture correspond à une apparition de surfaces de discontinuité avec décohesion du matériau qu'à un glissement frottant de celles-ci.

Afin de mieux représenter la réponse du matériau béton sous différents trajets de chargements, ce qui peut solliciter de multiples mécanismes engendrant les non-linéarités du matériau, le principe de plasticité multi-surfaces peut être appliqué dans lequel chaque mécanisme est géré par sa propre surface de charge. Cette plasticité multi-critères permet de coupler aisément fissuration et plasticité. Le comportement fragile peut ainsi être géré par un critère en contrainte maximale (Rankine) et la phase ductile (compression) par de la plasticité du type Drucker-Prager, tenant compte de la pression hydrostatique.

L'écoulement plastique est régi par la règle d'écoulement définie à partir d'une fonction convexe $G(\sigma, A_i)$ appelée potentiel plastique. L'évolution des déformations plastiques est supposée vérifier les relations suivantes.

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (\text{loi de normalité}) \quad (\text{I.42})$$

avec : $\dot{\lambda} \geq 0$ si $F = 0$ et $\dot{F} = 0$
 $\dot{\lambda} = 0$ si $F < 0$ ou $F = 0$ et $\dot{F} < 0$

Où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique que l'on détermine à partir de la condition de consistance :

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial F}{\partial A_i} \dot{A}_i = 0 \quad (\text{I.43})$$

On suppose ainsi dans la théorie de la plasticité qu'il n'y a des évolutions plastiques que si le point de charge est sur la surface de charge ($F=0$) et y reste ($\dot{F} = 0$).

Si $G(\sigma, A_i) = F(\sigma, A_i)$, l'écoulement est dit associé, et la direction des incréments de déformations plastiques est normale à la frontière du domaine d'élasticité. Dans le cas contraire, l'écoulement est dit non-associé. Il est important de noter que dans le cadre de la modélisation des géomatériaux, la plasticité est en général considérée comme non associée afin de mieux représenter le comportement dilatant de ces matériaux .

Chapitre II

Comportement expérimental du béton et approches de modélisation

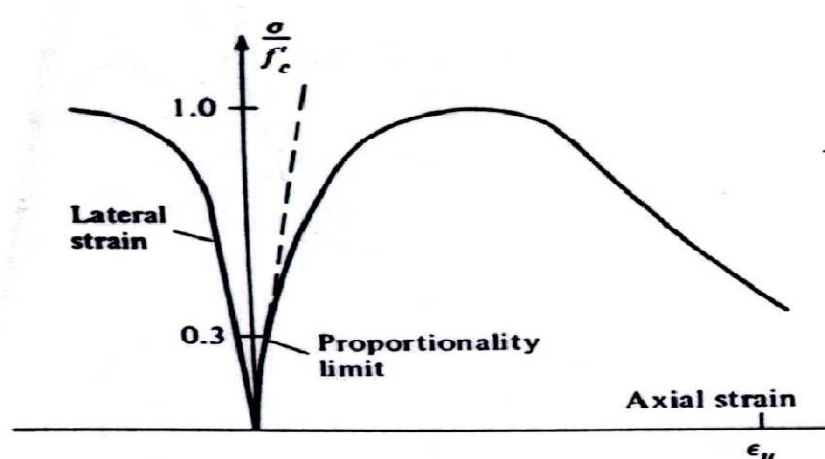
II.1 Comportement mécanique du béton :

Le béton présente un comportement non linéaire très complexe dû à son caractère hétérogène et quasi-fragile. Selon la nature et l'intensité de la sollicitation, cette hétérogénéité favorise le développement de divers modes d'endommagement, de rupture et de propagation de fissures.

II.1.1 Comportement en compression :

L'évolution du comportement du béton, soumis à la compression uniaxiale par exemple (figure II.1), peut être divisée en trois zones :

- ✓ Une partie élastique, où le matériau retrouve sa configuration initiale s'il est déchargé.
- ✓ Ensuite une partie ascendante (écrouissage positif) de la courbe contrainte déformation décrit le comportement non fissuré (présence uniquement de microfissures non visibles à l'œil nu), le déchargement durant cette phase montre la présence de déformations irréversibles.
- ✓ Enfin, une partie d'adoucissement (écrouissage négatif) où des microfissures coalescent en une ou plusieurs microfissures (généralement visibles à l'œil nu). Celles-ci vont croître et se propager jusqu'à la rupture du matériau.



A partir de l'essai de compression cyclique (figure II.2) on peut tirer un autre renseignement, il concerne le développement de boucles d'hystérésis. Ce phénomène peut être lié à deux aspects:

- ✓ d'une part, au frottement entre lèvres de micro-fissures en cours de refermeture ou réouverture de celles-ci,
- ✓ d'autres part, au mouvement de l'eau dans la structure micro-poreuse de la pâte de ciment hydratée.

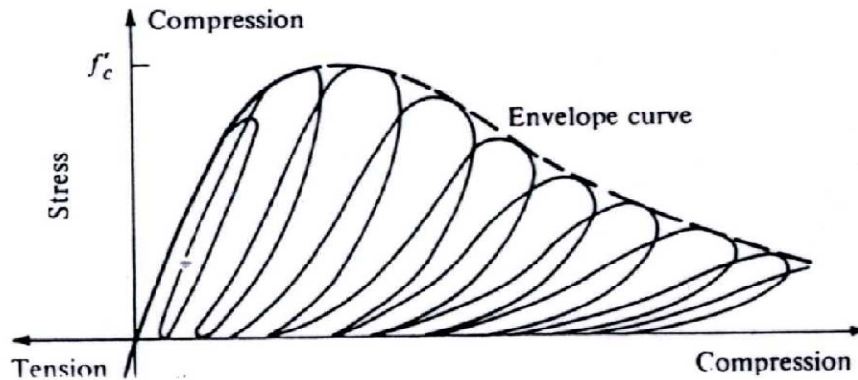


Figure II.2: Comportement cyclique du béton en compression simple [03]

II.1.2 Comportement en traction :

Bien que le béton soit principalement conçu pour résister à la compression, la connaissance de ses propriétés en traction est importante pour une description complète de son comportement matériel. Vu la difficulté de la réalisation de l'essai, on fait souvent appel à des essais indirects pour déterminer ce comportement. La figure II.3, présente la courbe contrainte-déformation pour le béton en traction simple (essai de traction directe). Dans cette figure, on peut distinguer deux phases importantes du comportement du béton:

- ✓ dans une première phase, le comportement est quasiment élastique linéaire avec une légère perte de raideur juste avant d'atteindre le pic.
- ✓ Une deuxième phase (phase adoucissante), après le pic, caractérisée par une chute presque brutale de la contrainte. Durant cette phase, les micro-fissures bifurquent dans la pâte de ciment et se propagent en mode I essentiellement pour constituer une fissure continue perpendiculaire à l'extension principale.

Les cycles charge-décharge permettent de constater une chute importante de la raideur en fin d'essai (de E à $E/2$) et l'apparition de déformation résiduelle. Dans son état ultime, l'essai de traction directe conduit à une fissure unique, localisée et perpendiculaire à la direction d'extension.

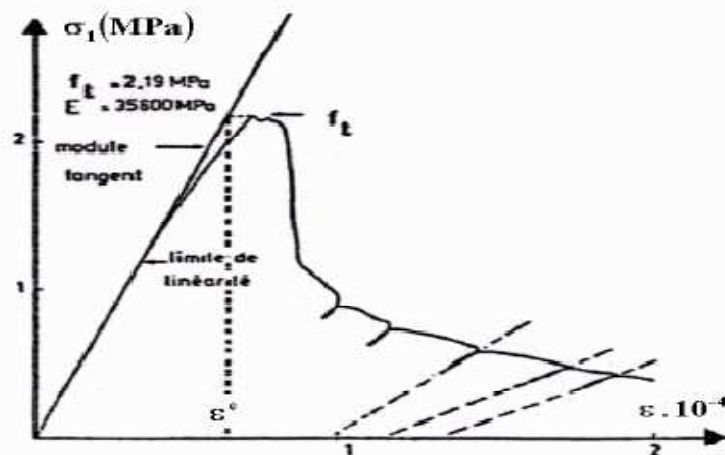


Figure II.3: Comportement du béton en traction directe [04]

L'essai de traction cyclique présenté à la figure II.4, permet de confirmer le rôle prépondérant du développement de la micro-fissuration qui provoque une dégradation des caractéristiques élastiques du matériau, et que ces boucles d'hystérésis sont très faibles. Ceci paraît logique si l'on admet qu'elles sont principalement dues à des phénomènes de frottement entre lèvres de micro-fissures.

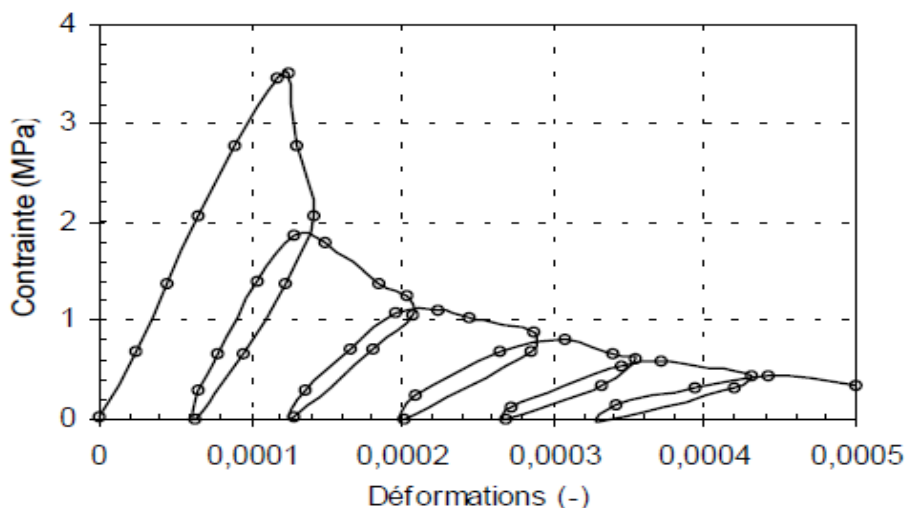


Figure II.4: Comportement cyclique du béton en traction [05]

II.1.3 Comportement cyclique traction-compression :

Les essais cycliques de traction-compression permettent de mettre en évidence une propriété importante du comportement du béton, c'est le caractère unilatéral. Ce phénomène consiste en une restauration de la raideur lors du passage d'un chargement en traction (où cette raideur est initialement endommagée du fait de la fissuration) à un chargement en compression, ou le matériau retrouve sa raideur initiale.

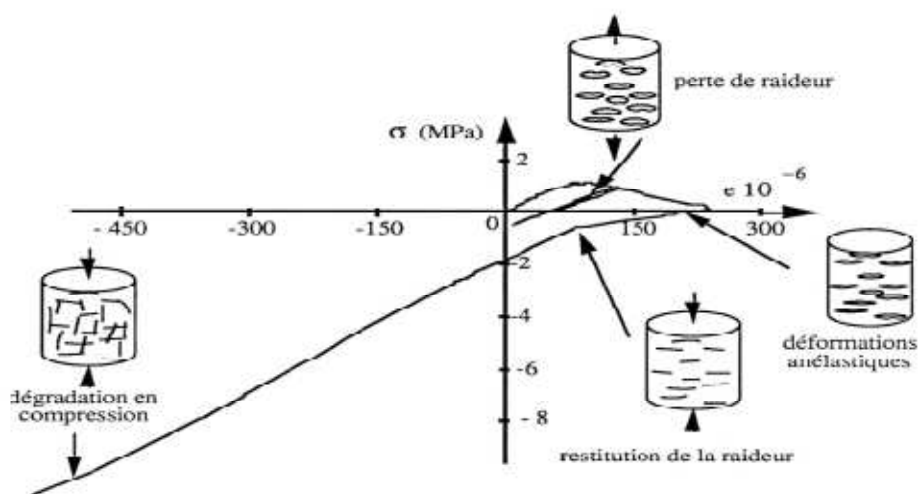


Figure II.5: Essai P.I.E.D Comportement uniaxial du béton sous chargement cyclique [06]

Ce comportement est lié au fait que sous contrainte de compression les fissures de traction se referment faisant en sorte qu'il n'y ait aucune interaction avec celles qui vont se créer en compression dans une direction perpendiculaire. Le béton retrouve alors un comportement de matériau sain.

II.1.4 Comportement multiaxial :

De nombreux essais de compression bi-axiaux ont été pratiqués sur le béton sollicitant des modes I et II de propagation de fissures.

Les essais de compression triaxiaux permettent d'identifier le comportement du béton sous étreintes latérales (Ramtani 1990 [06]). Des essais hydrostatiques et quasi-oedométriques mettent en relief le comportement compactant des matériaux à matrice cimentaire du fait de l'effondrement de la structure micro-poreuse. Cette caractéristique est capitale lorsque l'on s'intéresse aux structures soumises à des chocs sévères.

La figure II.6 montre la réponse d'éprouvettes soumises à différents niveaux d'étreintes latérales en compression.

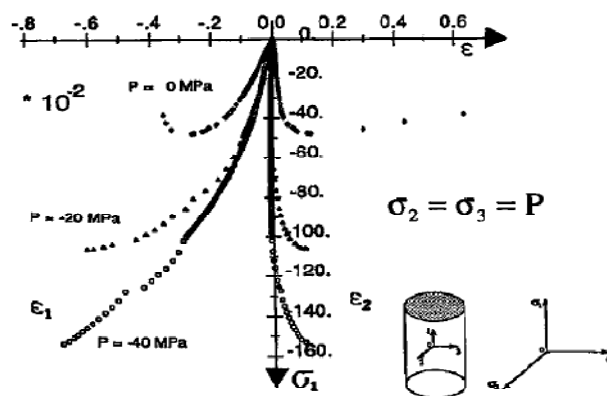


Figure II.6 : Trajets de chargements triaxiaux [07]

II.2 Exemple de modèles d'endommagement pour le béton :

De nombreux modèles d'endommagement associés avec d'autres phénomènes non-linéaires ont été élaborés afin de traiter les différents phénomènes liés au comportement complexe du béton, on cite parmi eux les modèles ci-dessous :

II.2.1 Modèles isotropes :

II.2.1.1 Modèle de Mazars :

Le modèle de MAZARS (1984) [08] est un modèle simple, réputé robuste, basé sur la mécanique de l'endommagement, qui permet de décrire la diminution de la rigidité du matériau sous l'effet de la création de micro-fissures dans le béton. Il s'appuie sur une seule variable interne scalaire D , décrivant l'endommagement de façon isotrope, mais distinguant malgré tout l'endommagement de traction et l'endommagement de compression.

Le comportement est essentiellement élastique endommageable sans déformation plastique. L'évolution de l'endommagement est pilotée par la déformation équivalente ε qui traduit l'état d'extension local provoqué par la sollicitation, elle s'écrit comme suit [08]:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2} \quad (\text{II.1})$$

dans laquelle

ε_i : la déformation principale dans la direction i .
 $\langle \cdot \rangle_+$ désigne le signe de Mac Cauley.

la surface seuil s'écrit:

$$f(\varepsilon, D) = \varepsilon - K(D) = 0 \quad (\text{II.2})$$

Où $K(0) = \varepsilon_{d0}$ correspond au seuil d'endommagement du matériau vierge.

On définit alors l'évolution de D vérifiant l'inégalité de Clausius-Duhem ($-Y \dot{D} > 0$), ce qui conduit à une forme intégrée.

$$D = F(\varepsilon) \quad (\text{II.3})$$

avec :

$F(\varepsilon)$ une fonction continue positive de ε .

Pour le comportement dissymétrique du béton, Mazars propose deux modes d'endommagement D_t de traction et D_c de compression. La combinaison linéaire de ces deux endommagements donne l'endommagement global isotrope [07] :

$$D = \alpha_t D_t + \alpha_c D_c \quad (\text{II.4})$$

et $\alpha_c + \alpha_t = 1$

Les coefficients α_t et α_c représentent respectivement le couplage de traction-endommagement et de compression-endommagement. En traction pure $\alpha_t = 1$, $\alpha_c = 0$ et en compression pure $\alpha_t = 0$, $\alpha_c = 1$.

L'évolution de D_t et D_c est de la forme :

$$D_i(\varepsilon) = 1 - \frac{K(0)(1-A_i)}{\varepsilon} - \frac{A_i}{\exp[B_i(\varepsilon - K(0))]} \quad (\text{II.5})$$

avec : $i = t$ ou c

A_t, B_t, A_c, B_c sont des paramètres caractéristiques du modèle.

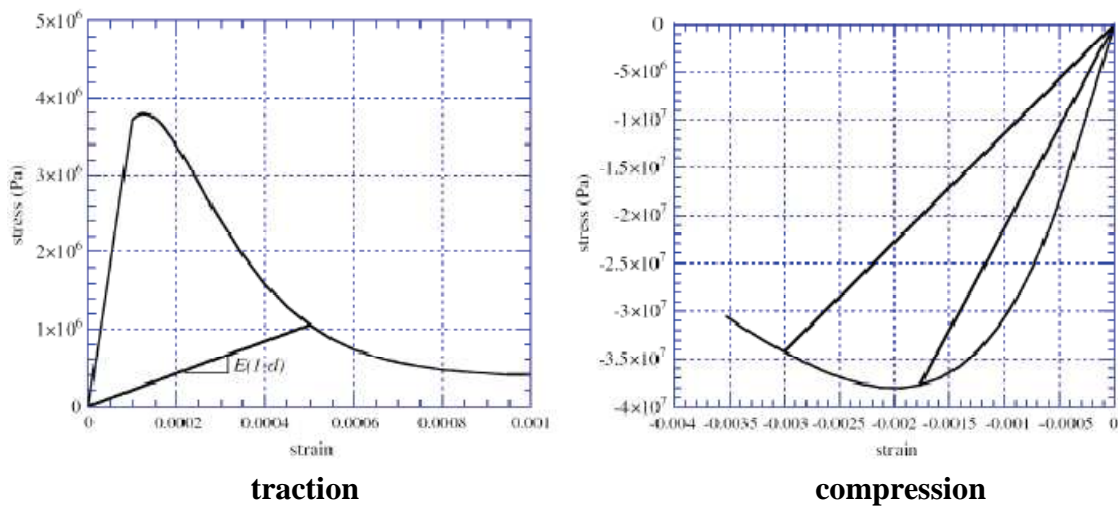


Figure II.7 : Modèle de comportement endommageable de Mazars [08]

Remarque:

Si ce modèle décrit correctement l'évolution du comportement du béton sous chargement monotone, il ne prend pas en compte les déformations anélastiques. Nous avons donc une dissipation plus faible que dans la réalité.

II.2.1.2 Modèle de "De Vree" [04]:

Ce modèle garde la même méthodologie que celui de MAZARS, mais il définit une nouvelle déformation équivalente ε_{eq} , appelée déformation équivalente de Von Mises modifiée (de Vree *et al.* (1995)), par :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{K-1}{2K(1-2\nu)} I_1 + \frac{1}{2K} \sqrt{\frac{(K-1)^2}{(1-2\nu)^2} I_1^2 + \frac{6K}{(1+\nu)^2} J_2} \quad (II.6)$$

où :

I_1 et J_2 : respectivement le premier et le deuxième invariant du tenseur de déformation,
 K : le rapport entre la résistance uniaxiale du matériau en compression f_c et en traction f_t .

Ce modèle emploie une seule expression, dont la forme est similaire à celle du modèle de Mazars. Pour l'évolution de l'endommagement :

$$D = 1 - \frac{1-A}{\varepsilon_{eq}} + \frac{A}{Exp(B(\varepsilon_{eq}-\varepsilon_{D0}))} \quad (II.7)$$

Où :

A, B et ε_{D0} sont les trois paramètres du modèle.

Du point de vue numérique, ce modèle est plus simple que celui de Mazars. En effet, la déformation équivalente est une fonction directe des invariants des déformations et la relation ne nécessite le calage que de trois paramètres et de plus les dérivées des contraintes par rapport aux déformations (opérateur tangent cohérent de la méthode de Newton-Raphson) peuvent être obtenues directement contrairement au modèle de Mazars.

II.2.2 Modèles anisotropes :

D'un point de vue microscopique, les fissures et les vides se développent dans des directions dépendantes du chargement imposé dans le béton. Généralement, une direction privilégiée est celle perpendiculaire à la direction de la plus forte contrainte de traction. Ces directions privilégiées conduisent à une anisotropie macroscopique du matériau qui est fonction de l'histoire du matériau. Elle est induite par l'endommagement. La figure II.8 montre les orientations privilégiées des fissures sur un essai de traction-compression du béton. En traction, les fissures se forment perpendiculairement à la direction de chargement, en compression, leurs directions deviennent parallèles.

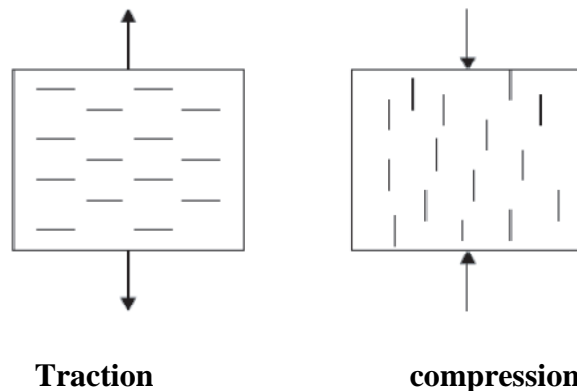


Figure II.8 : mise en évidence de l'anisotropie du matériau (essai de traction et de compression)

Divers modèles ont été proposés pour étendre la théorie de l'endommagement scalaire isotrope aux matériaux anisotropes et aux chargements complexes. Ce choix n'est pas toujours facile, tant d'un point de vue théorique, que dans sa mise en œuvre numérique.

La façon la plus générale de modéliser l'anisotropie et de considérer un tenseur d'endommagement d'ordre 4. Dans ce cas, la relation liant les contraintes effectives et réelles est donnée par la relation :

$$\sigma_{ij} = M (D)_{ijkl} \tilde{\sigma}_{ij} \quad (\text{II.8})$$

Dans le cas d'un tenseur d'ordre 4, les lois d'évolutions sont difficiles à établir vu le nombre important de composantes du tenseur.

II.2.2.1 Modèle de Dragon et Halm (1998) [09] :

Dragon & Halm [09] proposent une modélisation anisotrope de l'endommagement dans laquelle l'endommagement est le seul phénomène dissipatif considéré ; il consiste en la création et la propagation de méso-surfaces de décohésion au sein d'un volume représentatif.

Le modèle utilise une variable interne tensorielle d'ordre 2 d'endommagement (d) décrivant l'orientation et l'étendue des méso-fissures.

$$d = \sum_i d^i (s) n^i \otimes n^i \quad (\text{II.9})$$

Où n_i : représente la normale unitaire au système(i) de méso-fissures parallèles.

$d^i(s)$: est une fonction scalaire adimensionnelle traduisant la densité de méso-fissures du système(i).

Pour la description du phénomène unilatéral, une variable tensorielle d'ordre 4 est utilisée pour traduire que seuls des déplacements tangentiels au niveau des lèvres des méso-fissures sont autorisés.

L'expression (II.9) est donc étendue :

$$d = \sum_i d^i (s) n^i \otimes n^i \otimes n^i \otimes n^i \quad (\text{II.10})$$

II.2.3 Modèles unilatéraux :

L'observation des essais met en évidence une restauration de la raideur du matériau en compression préalablement endommagé en traction. Cet effet unilatéral se manifeste d'abord par une phase transitoire non-linéaire due à la refermeture des fissures lors du changement de signe de la contrainte et puis la restauration de la raideur en compression.

II.2.3.1 Modèle de Laborderie (1991) [10] :

Dans le cadre d'une modélisation scalaire de l'endommagement, une solution pour décrire ce phénomène est d'introduire plusieurs variables d'endommagement susceptibles de traduire des états d'endommagement. Le minimum requis est de deux variables afin de séparer les effets mécaniques d'ouverture et de fermeture des microfissures [10].

Dans le modèle développé par La Borderie, l'énergie libre (énergie libre de Gibbs) exprimée en fonction des contraintes est donnée par :

$$\begin{aligned} \chi = & \frac{(\sigma)_+ : (\sigma)_+}{2E_0(1-d_1)} + \frac{(\sigma)_- : (\sigma)_-}{2E_0(1-d_2)} + \frac{\nu}{2E_0} (\sigma : \sigma - Tr^2(\sigma)) + \frac{\beta_1 d_1}{E_0(1-d_1)} f(Tr(\sigma)) \\ & + \frac{\beta_2 d_2}{E_0(1-d_2)} (Tr(\sigma)) + R_1(k_1) + R_2(k_2) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Une séparation du tenseur des contraintes est introduite où σ_+ et σ_- sont les parties positive et négative du tenseur des contraintes. La variable d_1 représente l'effet mécanique des microfissures quand le matériau est soumis à une sollicitation de traction et d_2 représente l'effet mécanique des microfissures quand le matériau est soumis à une sollicitation de compression.

L'expression de la loi d'état permettant de calculer la déformation peut ainsi être obtenue :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \frac{\partial \chi}{\partial \sigma} = \varepsilon_e + \varepsilon_M \\ \varepsilon_e = \frac{(\sigma)_+}{E_0(1-d_1)} + \frac{(\sigma)_-}{E_0(1-d_2)} + \frac{\nu}{E_0} (\sigma - Tr(\sigma) \cdot I) \\ \varepsilon_M = \frac{\beta_1 d_1}{E_0(1-d_1)} \frac{\partial f}{\partial \sigma} + \frac{\beta_2 d_2}{E_0(1-d_2)} I \end{array} \right. \quad (II.12)$$

avec :

β_1 et β_2 : Les paramètres du matériau à identifier permettant de décrire l'évolution des déformations anélastiques.

$R_{1(K_1)}$ et $R_{2(K_2)}$: Les fonctions d'écrouissage.

I : Le tenseur d'unité d'ordre 2.

L'évolution de l'endommagement est conditionnée par le respect d'une surface seuil :

$$F_i = Y_i - A_i \quad (II.13)$$

avec :

Y_i : La variable associée à l'endommagement d_i .

A_i : La variable associée à la variable d'écrouissage k_i .

Les lois d'évolution de l'endommagement s'expriment comme suit

$$d_i = 1 - \frac{1}{[1 + B_i(Y_i - Y_{0i})]^{C_i}} \quad (II.14)$$

Où β_i et c_i : les paramètres matériaux gérant la loi d'évolution de l'endommagement.

$f(\sigma)$ est la fonction de refermeture de fissures, qui annule les déformations anélastiques de traction lors de la reprise de raideur, elle s'exprime en fonction de la trace du tenseur des contraintes :

$$\left\{ \begin{array}{l} Tr(\sigma) \in [0, +\infty[\rightarrow \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} = 1 \\ Tr(\sigma) \in [-\sigma_f, 0[\rightarrow \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} = \left(1 + \frac{Tr(\sigma)}{\sigma_f}\right) I \\ Tr(\sigma) \in [-\infty, -\sigma_f[\rightarrow \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} = 0.1 \end{array} \right. \quad (II.15)$$

σ_f est la contrainte de refermeture de fissure.

La réponse de ce modèle soumis à un cycle de chargement du type : traction – compression – traction est présentée en figure II. 9.

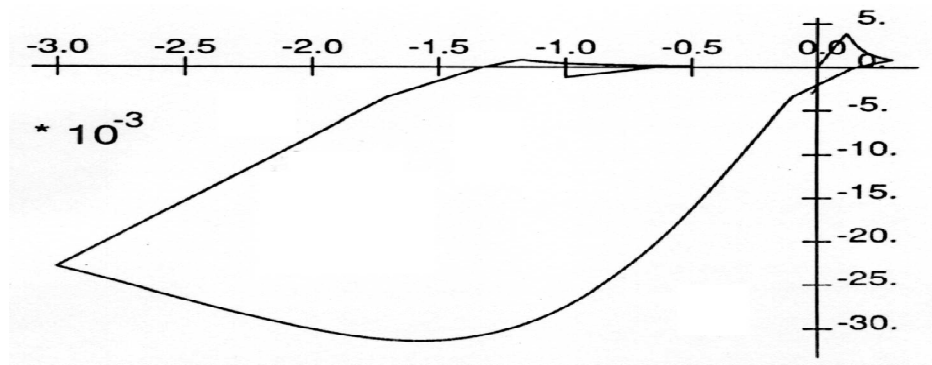


Figure II. 9: Réponse uniaxiale du modèle avec endommagement unilatéral [10]

La difficulté de ce modèle réside dans sa formulation en contrainte rendant très lourde son implémentation dans un code éléments finis en déplacement. La loi de comportement doit être inversée à chaque itération.

II.2.3.2 Modèle de Ramtani (1990) [06] :

Dans ce modèle, Ramtani utilise deux tenseurs de deuxième ordre pour décrire l'endommagement en traction et en compression et avec un scalaire pour l'endommagement volumique.

L'énergie libre s'écrit :

$$\rho\psi = \frac{1}{2} \left\{ 2\mu \cdot \text{tr} \left[(1-d)^{\frac{1}{2}} \cdot \langle \varepsilon_e \rangle_+ \cdot (1-d)^{\frac{1}{2}} \cdot \langle \varepsilon_e \rangle_+ \right] + 2\mu \cdot \text{tr} \left[(1-d^*)^{\frac{1}{2}} \cdot \langle \varepsilon_e \rangle_- \cdot (1-d^*)^{\frac{1}{2}} \cdot \langle \varepsilon_e \rangle_- \right] + \lambda(1-\delta) \text{tr}^2[\varepsilon_e] \right\} \quad (\text{II.16})$$

$$\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_{an} \quad (\text{II.17})$$

$$\varepsilon^{an} = \frac{1}{2} \{ \beta d \cdot (1-d)^{-1} \cdot d + \beta^* d^* \cdot (1-d^*)^{-1} \cdot d^* + \gamma \} \quad (\text{II.18})$$

avec :

- d : Le tenseur d'endommagement relatif au mode d'ouverture de fissure.
- d^* : Le tenseur d'endommagement relatif au mode de refermeture de fissure.
- δ : Le tenseur des microcavités.

Ainsi ces tenseurs traduisent l'anisotropie et le comportement dissymétrique en traction et compression.

Comme il est difficile d'expliciter les forces thermodynamiques associées Y, Y^* à cause de la difficulté de la dérivée selon $(1 - \underline{d})^{\frac{1}{2}}$, Ramtani utilise trois surfaces d'endommagement en se basant sur la déformation.

$$g = \frac{1}{2} \langle \varepsilon \rangle_+ : \langle \varepsilon \rangle_+ - K(d) \leq 0 \quad (\text{II.19})$$

$$g^* = \frac{1}{2} \langle \varepsilon \rangle_- : \langle \varepsilon \rangle_- - K(d^*) \leq 0 \quad (\text{II.20})$$

$$g_\delta = \frac{1}{2} (\text{tr} \varepsilon)^2 - K(\delta) \leq 0 \quad (\text{II.21})$$

Ces trois surfaces d'endommagement peuvent être indépendamment ou simultanément activées selon l'état de déformations.

Ce modèle est capable d'introduire l'anisotropie, le comportement dissymétrique en traction et en compression. L'unilatéralité ici est affectée non seulement sur la partie de l'endommagement mais ainsi sur la partie anélastique. Les surfaces d'endommagement sont convexes et continues. Cependant, le majeur inconvénient de ce modèle est que le tenseur sécant de rigidité n'est pas toujours symétrique.

II.3 Exemple de modèle de plasticité pour le béton :

Lorsqu'un matériau est endommagé sous des sollicitations extérieures puis déchargé, les microfissures ne se referment pas totalement. La rugosité des fissures formées durant le chargement empêchent le retour à l'état initial.

Dans la quasi-totalité des modèles, les déformations irréversibles sont qualifiées de plastiques et sont associées à la définition d'une fonction de charge.

Dans le paragraphe suivant, nous allons présenter deux modèles :

II.3.1 Le modèle de Drücker-Prager [11] :

Pour un géomatériau, il n'est pas réaliste d'imaginer un chargement hydrostatique sans que le matériau ne subisse aucune transformation. Pour cela, le critère de Von Mises a été modifié afin d'introduire une sensibilité à la pression hydrostatique. On obtient ainsi le critère de Drücker-Prager.

La surface seuil de plasticité s'écrit :

$$f = \sqrt{3J_2} + \alpha I_1 - K = 0 \quad (\text{II.22})$$

avec :

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{3 - \sin \phi} : \text{L'angle de cohésion interne à identifier.}$$

$$K = \frac{2 \cos \phi}{3 - \sin \phi} : \text{Paramètre d'écroutissement du matériau.}$$

$$\phi : \text{L'angle de frottement interne.}$$

$$I_1 = \text{tr} \sigma : \text{Le premier invariant du tenseur de contrainte.}$$

J_2 : Le deuxième invariant du tenseur déviatorique

si $\phi=0$, le critère se réduit à celui de Von Mises.

II.3.2 Le modèle de Feenstra : [12]

Le critère multi-surface de plasticité Feenstra est formé d'un critère de Rankine en traction

$$F_t(\tilde{\sigma}, k_t, T) = \tilde{\sigma}_I - \tilde{\tau}_t(k_t, T) \quad (\text{II.23})$$

et d'un critère de Drucker-Prager en compression

$$F_c(\tilde{\sigma}, k_c, T) = J_2(\tilde{S}) + \alpha_f I_1(\tilde{\sigma}) - \beta \tilde{\tau}_c(k_c, T) \quad (\text{II.24})$$

D'où :

- $\tilde{\sigma}_I$: La contrainte effective principale majeure,
- $I_1(\tilde{\sigma})$: Le premier invariant du tenseur de contrainte effective,
- $J_2(\tilde{S})$: Le deuxième invariant du tenseur déviatorique de contrainte effective,
- $\tilde{S}, (\alpha_f, \beta)$: Trois paramètres du critère de compression déterminés à partir des caractéristiques mécaniques du matériau.

$$\begin{cases} \alpha_f = \frac{1-\beta_c}{1-2\beta_c} \\ \beta_c = \left(\frac{f_b(T)}{F_c^5} / f_c(T) \right) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

avec $\beta = \frac{\beta_c}{2\beta_c-1}$

En utilisant des considérations d'équilibre du milieu continu (cercle de Mohr), entre la contrainte principale majeure et les contraintes exprimées dans un repère quelconque, on obtient :

$$\tilde{\sigma}_I = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_x + \tilde{\sigma}_y) + \sqrt{\frac{1}{4}(\tilde{\sigma}_x - \tilde{\sigma}_y)^2 + \tilde{\sigma}_{xy}^2} \quad (\text{II.26})$$

Les deux critères peuvent se mettre sous la forme [12]

$$F_x(\tilde{\sigma}, k_x, T) = f(\tilde{\sigma}) - \tilde{\tau}_x(k_x, T) \quad (\text{II.27})$$

ou $f(\tilde{\sigma})$ est une fonction du tenseur de contrainte effective.

La figure II.10, montre une représentation schématique de la surface seuil dans le plan de contraintes principales en 2D.

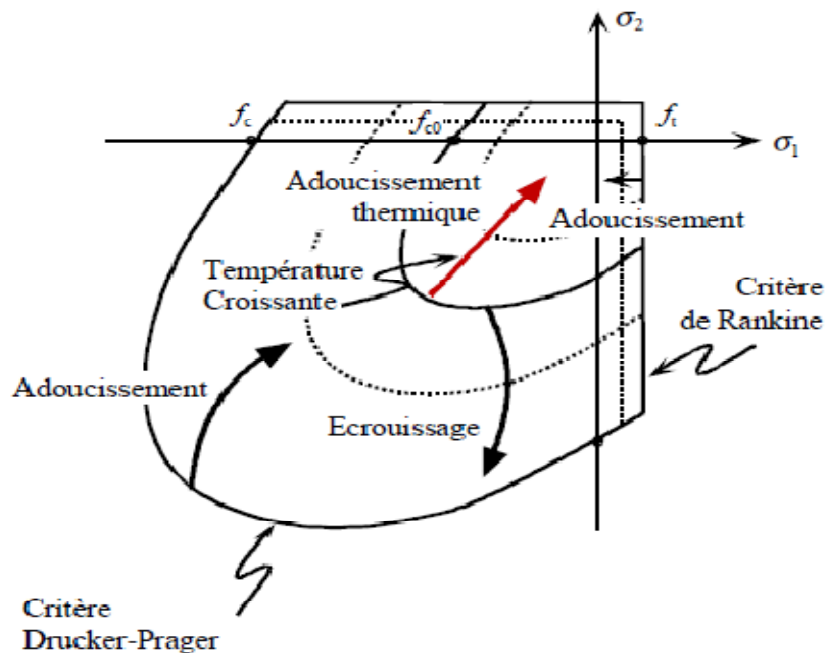


Figure II.10 : Tracé du critère de rupture dans le plan des contraintes principales [12]

En ce qui concerne les écoulements plastiques, une loi associée d'écoulement est utilisée en traction, par contre une loi non-associée est utilisée en compression pour tenir compte du comportement dilatant du matériau béton. Un potentiel plastique est alors introduit pour pouvoir reproduire la dilatance du matériau observée en compression

$$G_c = J_2(\tilde{S}) + \alpha_g I_1(\tilde{\sigma}) - \beta \tilde{\tau}_c(k_c, T) \quad (\text{II.28})$$

Le paramètre α_g est un paramètre matériau choisi d'une manière à bien restituer la déformation volumique en compression.

Ainsi la loi d'évolution de la déformation plastique est donnée conformément à la proposition de Koiter [13] par :

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda}_t \frac{\partial F_t}{\partial \tilde{\sigma}} + \dot{\lambda}_c \frac{\partial G_c}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (\text{II.29})$$

ou :

$\dot{\lambda}_t$ et $\dot{\lambda}_c$ représentent respectivement le multiplicateur plastique en traction en compression.

II.4 Modèles elasto-plastique endommageable :

II.4.1 Modèle de Nechnech (2000) [05] :

Le modèle de Nechnech est un modèle d'endommagement scalaire, le degré de dégradation du matériau sous un chargement externe est représenté par une variable scalaire unique d'endommagement D affectant le module de Young.

$$E = (1 - D)E_0 \quad (\text{II.30})$$

La contrainte –déformation s'écrit :

$$\sigma = (1 - d)E_0 : \varepsilon_e \quad (\text{II.31})$$

avec $\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_p$

Nechnech a choisit une loi exponentielle fonction de la variable d'écrouissage K_x .

$$1 - D_x = \exp(-c_x \cdot K_x) \quad (\text{II.32})$$

c_x est un paramètre du matériau ($x=t$ pour la traction et $x=c$ pour la compression).

Cela signifie qu'en traction comme en compression il considère que le mécanisme d'endommagement est lié au développement des micro-fissures contrôlé par la variable déformation plastique cumulée. Il est à noter que cette formulation a l'avantage de la définition conjointe des évolutions plastiques et de l'endommagement qui n'interviennent qu'en même temps. Cette approche permet de s'affranchir de la définition d'une surface seuil pour l'endommagement.

Pour décrire au mieux le comportement différent du béton en traction et en compression, l'endommagement total est ainsi subdivisé en deux parties (Mazars [08], Ragueneau [07]), une première partie pour décrire le comportement de traction et une deuxième part pour décrire celui de compression.

Le phénomène unilatéral observé lors d'un chargement cyclique est introduit en modifiant l'endommagement de traction en le multipliant par un paramètre P fonction de l'état de contrainte tel que $0 \leq P \leq 1$

L'équation devient alors :

$$D(K, \tilde{\sigma}) = 1 - (1 - D_c(K_c))(1 - P(\tilde{\sigma})D_t(K_t)) \quad (\text{II.33})$$

Le paramètre P est choisi de telle manière à bien représenter la fermeture de fissure. Dans le cas d'un chargement tridimensionnel, ce paramètre peut s'écrire en fonction du tenseur de contrainte effective de la manière suivante :

$$P(\tilde{\sigma}) = P_0 + (1 - P_0) r(\tilde{\sigma}) \quad (\text{II.34})$$

Dans cette équation $0 \leq P_0 \leq 1$ est un paramètre matériau et $r(\tilde{\sigma})$ une fonction poids scalaire qui s'écrit :

$$r(\tilde{\sigma}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tilde{\sigma} = 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^3 (\langle \tilde{\sigma}_i \rangle_+)}{(\sum_{i=1}^3 |\tilde{\sigma}_i|)} & \text{si non} \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

ou :

$\tilde{\sigma}_i$: La $i^{\text{ème}}$ composante du tenseur de contrainte effective principale, et $(x)_+ = (|x| + x)/2$, désigne la partie positive de x .

II.5 Les approches de localisation :

De nombreuses études ont abordé le problème de la localisation des déformations dans un milieu continu. La localisation peut être définie comme une zone où les déformations restent continues, mais se concentrent dans une bande de taille, très petite vis-à-vis de la structure, qui dépend des conditions de chargement. Ce phénomène de localisation conduit rapidement à la ruine de la structure.

En pratique, la localisation se traduit de différentes façons. Pour les métaux, la bande de localisation se forme par des glissements de plans cristallins et par la formation de cavités. Pour les milieux granulaires, un réarrangement de grains peut être à l'origine de la localisation. Enfin, pour le cas des matériaux hétérogènes quasi-fragiles, la bande de localisation est formée par une collection de microfissures.

Le critère de localisation des déformations est généralement du à l'apparition de modes de déformation présentant une discontinuité du gradient des vitesses de déplacement à travers certaines surfaces singulières. Par conséquent, les équations de champs perdent leur caractère elliptique en statique. L'ellipticité des équations de champs est une condition nécessaire et suffisante d'unicité de la solution.

II.5.1 Méthodes de régularisation :

II.5.1.1 Méthode énergétique [14] :

L'objectif des méthodes de régularisation est d'enrichir la description mécanique du milieu de manière à pouvoir décrire des états non homogènes de déformation afin d'éviter la sensibilité de la solution au maillage durant la phase d'adoucissement.

Dans les approches discontinues, la zone de localisation est vue comme une fissure discrète ou le champ de déformation est discontinue. Cette théorie a été introduite initialement par Hilleborg(1976) [15] sous le nom du modèle de la fissure fictive 'fictitious crack model'. Le paramètre fondamentale de propagation de fissures est l'énergie de fissuration G_f qui est définie comme l'énergie nécessaire pour créer une surface unitaire de fissure.

$$G_f = \int_0^\infty \sigma du \quad (\text{II.36})$$

Le concept de la fissure fictive a été adapté aux formulations diffuses 'continue'. Bazant et Oh(1983) [16] ont développé le modèle de la bande de fissure 'crack band model' la zone de

localisation est considérée comme une bande de largeur w au lieu d'une fissure discrète. Le champ de déformation est continu et l'énergie de fissuration est exprimée ainsi :

$$G_f = \int_0^\infty \sigma du \quad (\text{II.37})$$

En générale, une distribution constante des déformations sur la bande de fissures est admise ce qui permet de calculer le déplacement au niveau de la fissure comme le produit de la déformation de rupture ε^f et la largeur de la bande w :

$$du = w d\varepsilon^f \rightarrow G_f = w \int_0^\infty \sigma d\varepsilon^f \quad (\text{II.38})$$

Le diagramme post pic est ajusté à chaque taille d'élément du maillage de façon à dissiper la même énergie de ruptures.

II.5.1.2 Modèles non-locaux :

Le principe des modèles non-locaux repose sur le moyennage de certaines quantités afin de régulariser la réponse du modèle local. Ce moyennage (Bazant 1986 [17]) peut se faire directement sur les déformations ainsi que sur les contraintes (conservant la symétrie du tenseur des contraintes).

Un autre type de modèle non-local (Pijaudier-Cabot & Bazant 1987 [18]) se base sur la théorie de l'endommagement et permet de conserver un caractère physique à l'opération de moyennage. Reprenant le modèle d'endommagement scalaire (Mazars [08]), la moyenne s'effectue sur la quantité gérant la variable d'endommagement. Toutes les autres quantités (déformation, contrainte et dommage) restent locales. Ainsi, une déformation équivalente moyenne est calculée par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{V_r} \int_V \tilde{\varepsilon}(s) \Phi(s-x) dV \quad (\text{II.39})$$

$$V_r = \int_V \Phi(s-x) dV \quad (\text{II.40})$$

avec :

$\Phi(s-x)$ est une fonction poids, choisie Gaussienne pour des raisons de stabilité numérique.

Cet aspect diffus de l'endommagement dans le béton a pu être mis en évidence à l'aide d'arguments micromécaniques sur des fissures en interaction (Bazant 1991 [19]) ou de manière expérimentale sur des essais de compression (Berthaud et al. 1994 [20]).

Les résultats obtenus avec ce type de modèle sont indépendants du maillage pour peu que la taille des éléments reste inférieure à la longueur caractéristique. Les calculs avec des modèles non-locaux revêtent donc une lourdeur difficilement compatible avec une utilisation dans le cadre des problèmes à grand nombre de degrés de liberté.

II.5.1.3 Modèles à gradients [07]:

L'introduction de terme d'ordre supérieur dans les équations du problème permet de régulariser la réponse en cas d'adoucissement. Le moyen le plus direct consiste à introduire le gradient directement dans la définition de la déformation :

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon + \alpha \varepsilon_{jj} \quad (\text{II.41})$$

Ce type d'approche a été plus particulièrement développé pour la plasticité et l'endommagement en introduisant le Laplacien d'une variable d'érouissage k dans la fonction seuil :

$$f(\sigma, k, \nabla^2 k) = 0 \quad (\text{II.42})$$

Ceci revient en fait à rendre non-locale la contrainte équivalente. La résolution de l'équation de consistance est rendue difficile numériquement ($f = 0$) car elle devient une équation différentielle aux dérivées partielles. La question des conditions aux limites sur le multiplicateur plastique reste physiquement à justifier. Cette approche a été appliquée à l'étude de structures en béton armé modélisées à l'aide d'éléments poutres multicouches.

Les modèles d'endommagement se prêtent aussi à l'introduction de Laplacien dans leurs équations constitutives. Peerlings (Peerlings et al. 1996 [21]) régularise la force gérant l'évolution de l'endommagement à l'aide de Laplacien. Utilisant un modèle basé sur une déformation équivalente dans le critère d'endommagement, la régularisation est obtenue comme suit :

$$\bar{\varepsilon}_{eq} = \varepsilon_{eq} + l^2 \nabla^2 \varepsilon_{eq} \quad (\text{II.43})$$

Un tel formalisme exige une continuité C^1 du champ d'interpolation des déplacements, ce qui peut être préjudiciable dans un calcul élément finis. Il est possible d'y remédier en dérivant deux fois la formule précédente et en l'introduisant dans le développement en série de Taylor de la déformation équivalente. En négligeant les termes à l'ordre 4, une expression implicite est obtenue [21] :

$$\bar{\varepsilon}_{eq} - \nabla^2 \bar{\varepsilon}_{eq} = \varepsilon_{eq} \quad (\text{II.44})$$

II.6 Les différentes approches de modélisation de la fissuration

La théorie de la fissuration décrit le comportement des solides ou structures présentant des discontinuités géométriques macroscopiques à l'échelle de la structure, discontinuités linéiques dans les milieux considérés comme bidimensionnels (plaques, coques), discontinuités surfaciques dans les milieux tridimensionnels ; Elle permet de prévoir l'apparition d'une fissure macroscopique et prévoit l'évolution de la fissure jusqu'à la rupture complète de la structure.

Dans les calculs de structures, ces discontinuités doivent être prises en compte car elles modifient les champs de contraintes, déformations et déplacements.

Toute fissuration peut être ramenée à l'un des trois modes simples ou à leur superposition. Il existe donc trois modes de fissuration :

Mode I : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II: mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III: mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au front de la fissure.

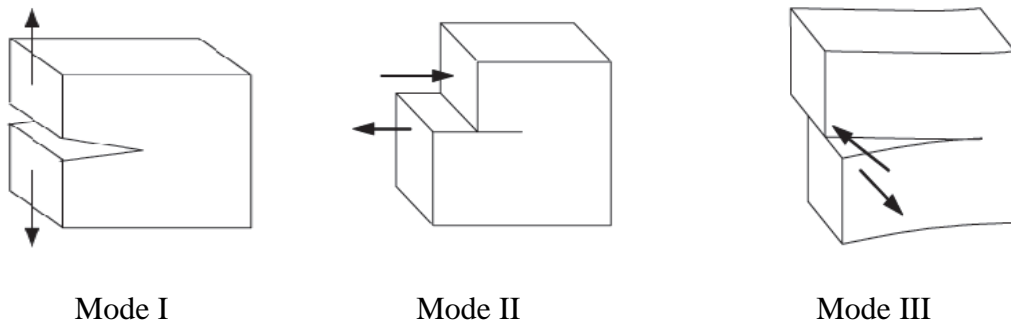


Figure II.11 : Les trois modes de rupture

Différentes approches classiques ont été adaptées pour modéliser la fissuration qui est une discontinuité géométrique, la modélisation de ces discontinuités peut être accomplie via trois approches :

II.6.1 Approches continues :

Les approches continues permettent une modélisation du comportement non linéaire du béton, elle consiste à considérer ce matériau comme un milieu continu et à intégrer le comportement non linéaire du matériau dans la loi de comportement. Les dégradations sont prises en compte par l'intermédiaire de variables internes agissant sur les caractéristiques mécaniques ou sur les variables de base de la modélisation.

La fissure est alors représentée par une zone de matériau totalement dégradée, qui reste continue au sens de la mécanique des milieux continus. Ainsi, les redistributions des contraintes, qui résultent de la concentration des déformations et de l'évolution de la dégradation, auront lieu dans une région appelée zone de microfissuration ou FPZ (Fracture Process Zone).

L'évolution de la dégradation dans cette zone et l'évolution de son étendu déterminent la direction de propagation de la fissure. A titre d'exemple, nous pouvons citer, concernant ces approches, les modèles de fissuration diffus "smeared crack models" (Rots (1988) [23]) ou les modèles d'endommagement (Mazars [08]), ou les modèles de plasticité.

Si des modèles utilisant la théorie des milieux continus sont capables de représenter le comportement mécanique du béton pendant différentes phases caractéristiques (élastique,

écrouissage non linéaire positif et écrouissage non linéaire négatif), ils ne donnent aucune information sur l'évolution de la fissuration, son ouverture en particulier [04].

Dans les modèles continus les discontinuités ne sont pas explicitement représentée, la contribution de la fissuration à la dégradation du béton est prise en compte en supposant une distribution uniforme des variables internes sur la surface(ou volume) d'un élément fini.

II.6.2 Approches discontinues :

Dans les approches discontinues, la fissure est représentée explicitement par une discontinuité de déformation ou de déplacement, cette dernière peut être introduite au niveau de l'élément, au niveau des nœuds où entre les éléments.

II.6.2.1 La discontinuité entre les éléments :

La méthodologie des modèles cohésifs consiste dans l'introduction des éléments d'interfaces entre deux éléments solide (figure II.12)

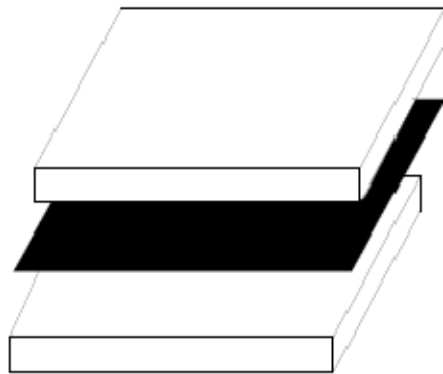


Figure II.12 : élément d'interface

Les variables cinématiques décrivant l'interface sont le déplacement normal et deux déplacements tangentiels représentés par le vecteur

$$\{u\} = \{[u_n], [u_s], [u_t]\} \quad (\text{II.45})$$

Ce dernier est lié au déplacement des zones situées de part et d'autre de l'interface

$$u = \{u_n^-, u_n^+, u_s^-, u_s^+, u_t^-, u_t^+\} \quad (\text{II.46})$$

$$[u] = Lu$$

avec L la taille de l'élément.

Dans les modèles cohésives, une relation discrète est introduite entre la contrainte de traction et le saut de déplacement

$$t_d = t_d([u], k) \quad (\text{II.47})$$

avec k paramètre contrôlant l'histoire de la dégradation du matériau la relation précédente peut être une loi d'endommagement ou de plasticité.

La zone cohésive peut être décrite par une ligne ou par surface (volume 3D), la figure II.13 illustre bien cette zone.

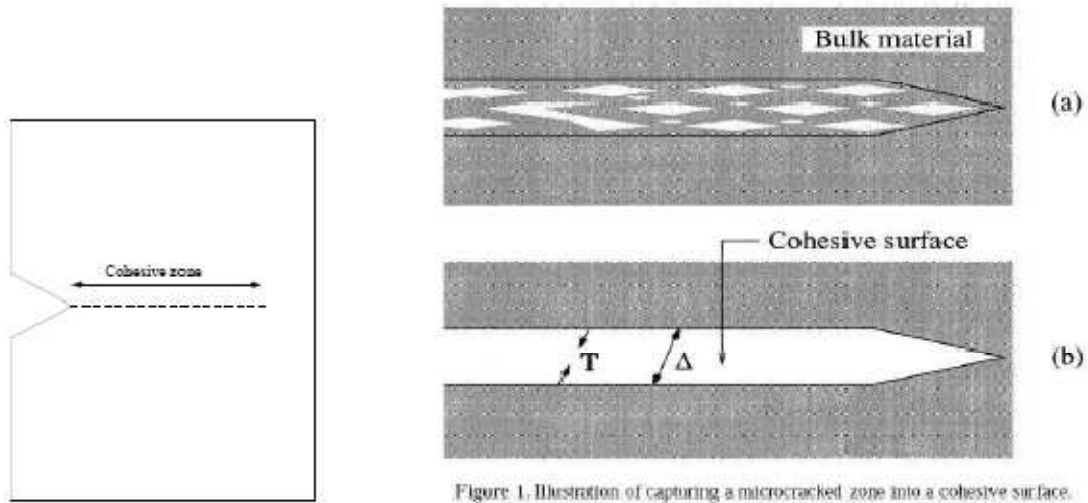


Figure 1. Illustration of capturing a microcracked zone into a cohesive surface.

Figure II.13 : zone cohésive

Le principal paramètre contrôlant la rupture est l'énergie de fissuration G_f (voir figure II.14) :

$$G_f = \int_{[u]=0}^{\infty} t_n d[u] \quad (\text{II.48})$$

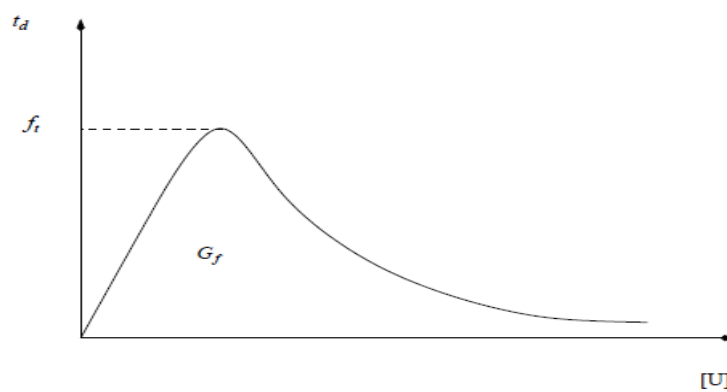


Figure II.14 : loi de traction –saut de déplacement dans un modèle cohésif

Dans le cas où la direction de la fissuration est connue et ce n'est pas le cas réel, le modèle donne de très bon résultats concernant l'ouverture de la fissure.

II.6.2.2 La discontinuité au niveau des nœuds [24] :

L'approche X-FEM [extended Finite Element Method] est basée sur le concept de partition de l'unité pour enrichir la base des fonctions de formes classique.

L'espace des champs des déplacements discontinus est donné par :

$$V_{X-FEM} = \left\{ u(x) / u(x) = \sum_{i=1}^{n_{node}} (N_i(x)d_i + H_S N_i(x)\beta_i) \right\} \quad (II. 49)$$

avec :

- $u(x)$ Le champ de déplacements.
- N_i Fonction de forme.
- d_i Le vecteur des déplacements nodaux continus.
- β_i Le vecteur des sauts de déplacements nodaux.
- n_{node} Le nombre de nœuds de l'élément finis.
- H_S La fonction d'heaviside.

Le champ de déformation correspondant au champ de déplacement discontinu est donné par :

$$\varepsilon(x) = \nabla^{sym} u = \sum_{i=1}^{n_{node}} [(\nabla N_i \otimes D_i)^{sym} + H_S (\nabla N_i \otimes \beta_i)^{sym} + \delta_s (n \otimes N_i \beta_i)^{sym}] \quad (II. 50)$$

avec :

- δ_s fonction Dirac.

L'équation d'équilibre s'écrit alors :

$$\delta d_i \left(\int_{\Omega} N_i \sigma d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} N_i \bar{t} d\Gamma \right) = 0 \quad \forall \quad \delta d_i; i = 1, n_{node} \quad (II. 51)$$

$$\delta \beta_i \left(\int_{\Omega} N_i \sigma d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} N_i \sigma_s n(ds) \right) = 0 \quad \forall \quad \delta \beta_i; i = 1, n_{node} \quad (II. 52)$$

II.6.2.3 La discontinuité dans l'élément :

L'approche E-FEM est connue aussi sous le nom de « Embedded Crack Model », son espace de champ de déplacements admissible $u(x)$ est donné par :

$$V_{E-FEM} = \left\{ u(x) / u(x) = \sum_{i=1}^{n_{node}} (N_i(x)d_i + \sum_{e=1}^{n_{element}} M_s^{(e)} \beta_e) \right\} \quad (II. 53)$$

$$M_s^{(e)} = H_S - \varphi^e; \varphi^e = \sum_{i=1}^{n_{node}} node + N_i^{(e)} \quad (II. 54)$$

avec :

- $n_{element}$: Le nombre d'éléments et $n_{node}^{(e)}$ sont les nœuds de l'élément (e) situés dans Ω^+ .
- β_e : Les degrés de liberté décrivant les discontinuités de déplacement dans l'élément.

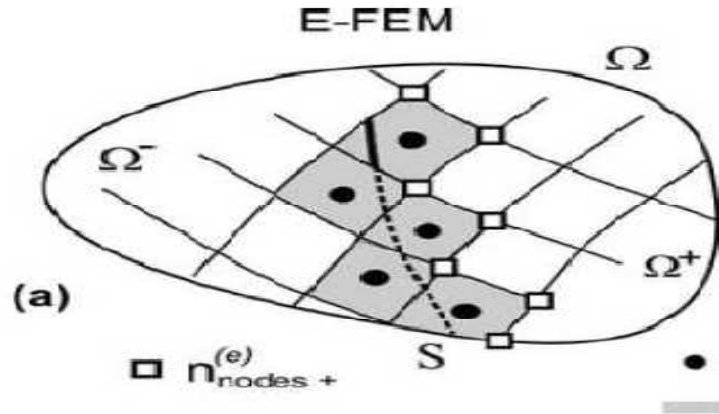


Figure II.15 : Elément fini E-FEM

A ce champ de déplacement discontinu correspond un champ de déformation :

$$\varepsilon(x) = \nabla^{\text{sym}} \mathbf{u} = - \sum_{i=1}^{n_{\text{elem}}} (\nabla \varphi^e \otimes \beta_e)^{\text{sym}} - \delta_s (n \otimes \beta_e)^{\text{sym}} \quad (\text{II. 55})$$

La formulation variationnelle s'écrit :

$$\delta d_i \left(\int_{\Omega} \nabla N_i \sigma d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} N_i t d\Gamma \right) \quad \forall \quad \delta d_i ; i = 1, n_{\text{node}} \quad (\text{II. 56})$$

$$\delta \beta_e \left(\int_{\Omega} \nabla \varphi^e \sigma d\Omega - \int_{S^{(e)}} (\sigma_s \cdot n) dS \right) = 0 \quad \forall \quad \delta \beta_e ; e = 1, n_{\text{elem}} \quad (\text{II.57})$$

La contribution des sauts de déplacement (e) est retranchée du vecteur de déplacements nodaux d :

$$\varepsilon = B(d - He) \quad (\text{II. 58})$$

II.6.3 Approches mixtes :

Les approches mixtes combinent à la fois les méthodes discontinues et continues. Mazars [08] et Pijaudier-Cabot [18] ont proposé une approche basée sur la combinaison entre le modèle d'endommagement (pour la phase de microfissuration diffuse) et la mécanique linéaire élastique de la rupture (pour traiter la macro-fissuration). Néanmoins, ce modèle a été validé seulement dans le cas où le chemin de fissuration est connu. Une autre approche mixte consiste à combiner les modèles continus et l'approche de type XFEM [Extended Finite Element Method], elle a été récemment proposée par Simone *et al* [25]. Cette méthode est applicable jusqu'à présent seulement pour des cas tests bidimensionnels simples.

II.6.4 Description de l'ouverture des fissures à partir d'une approche continue [26] :

Concernant les modèles basés sur des approches continues, le calcul d'ouvertures de fissures passe obligatoirement par des méthodes de post traitement adaptées aux modèles utilisés.

Dans un modèle basé sur une approche continue, on suppose que la fissure se localise dans une bande de largeur h sur laquelle, on considère que les micro-fissures sont uniformément distribuées.

La dissipation de l'énergie est constante, et donnée par la formule suivante :

$$G_f = \int_0^{\infty} \sigma du \quad (\text{II. 59})$$

avec :

du : le saut de déplacement.

Le tenseur de déplacement au niveau de la fissure est calculé comme étant le produit de la déformation de rupture ε^f et la largeur de la bande h .

$$\delta u = h * d\varepsilon^f \quad (\text{II. 60})$$

Lors d'un calcul par élément fini, on peut estimer les déformations des ouvertures de fissures à partir des contraintes anélastiques.

$$\sigma_{ij}^{in} = \sigma_{ij} - \tilde{\sigma}_{ij} \quad (\text{II.61})$$

Les contraintes effectives sont calculées à partir des déformations élastiques :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{II. 62})$$

La déformation d'ouverture de fissure est donnée par :

$$\varepsilon_{ij}^{ouf} = C_{ijkl}^{-1} \sigma_{ij}^{in} \quad (\text{II. 63})$$

L'ouverture normale à la direction de la fissure δ_n est donnée par :

$$\delta_n = n_i \delta_{ij} n_j \quad (\text{II. 64})$$

Avec :

δ_{ij} : Le tenseur de déplacement au niveau de la fissure.

L'ouverture des fissures est calculé on considère que chaque élément est traversé par une seule fissure, la valeur moyen du déplacement est :

$$\delta_n = \int_{element} \varepsilon_n^{ouf} dn = \int_{element} n_i \varepsilon_{ij}^{ouf} n_j dn \quad (\text{II. 65})$$

n : la direction normale à la fissure.

Cette approche est implémenté dans le code aux éléments finis Cast3M sous le nom "OUVFISS".

Chapitre III

Estimation des ouvertures des fissures dans les structures en béton

III.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous proposons des simulations numériques du comportement des structures en béton armé et non jusqu'à la rupture. Des poutres en flexion, ainsi qu'un tirant en béton armé sont modélisés, les ouvertures de fissures sont évaluées. Pour se faire, nous utilisons le modèle d'endommagement de Fichant [27] ainsi que la procédure d'ouverture de fissure "OUVFISS" développée par Matallah et al [26]; cependant, cette procédure est basée sur un concept énergétique, le modèle de Fichant dans sa version initiale ne permet pas une régularisation énergétique. Nous proposons une modification de ce modèle afin que l'énergie de fissuration soit correctement évaluée et éviter ainsi le phénomène de localisation et la dépendance vis à vis du maillage.

III.2 Modèle de Fichant :

Le modèle de Fichant [27] est un modèle elasto-plastique endommageable avec refermeture de fissure.

La loi qui régit l'évolution de l'endommagement est explicite et elle ne dépend que des déformations élastiques, le calcul de l'endommagement est fait à déformation plastique constante.

$$d = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon^e} \exp[\beta(\varepsilon_{d0} - \varepsilon^e)] \quad (\text{III.1})$$

La relation entre la contrainte effective et la contrainte totale est donnée par :

$$\sigma_{ij} = (1 - d)C_{ijkl}\tilde{\sigma}_{kl} \quad (\text{III.2})$$

L'évolution des variables d'endommagement est contrôlée par une surface seuil f :

$$f = \varepsilon_{d0} - \xi \quad (\text{III.3})$$

d'où

ε_{d0} : le seuil d'endommagement.

ξ : variable d'écrouissage.

La partie plastique est décrite par le critère de Nadai qui offre l'avantage d'être entièrement définie par un nombre raisonnable de paramètres.

Des essais ont été effectués afin de déterminer les paramètres du critère qui se traduit par deux expressions linéaires F_1 et F_2 de la forme :

$$F_i = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} + A_i \frac{I_1}{3} - \beta_i \omega \quad (\text{III.4})$$

avec

$$\omega = q\sqrt{p} + \omega_0 \quad (\text{III.5})$$

où

A et B : les paramètres du rapport entre la résistance biaxial et uniaxial.

I_1 et J_2 : Les invariants des contraintes.

w : Variable d'écrouissage.

w_0 : Représente le domaine élastique dans l'espace des contraintes.

p : La déformation plastique effective.

q et r : Deux paramètres du model à identifier.

Afin d'avoir une réponse indépendante de la taille des éléments du maillage, Fichant a utilisé la méthode de l'énergie de fissuration G_f qui est définie comme la somme d'énergie nécessaire pour créer une unité de surface d'une fissure en mode I.

En traction uni-axial, G_f s'écrit :

$$G_f = h \int_0^{+\infty} \sigma d\varepsilon_i \quad (\text{III.6})$$

$$G_f = h \int_0^{+\infty} E \varepsilon (1 - D) d\varepsilon \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{G_f}{hE} = \int_0^{+\infty} \varepsilon (1 - D) d\varepsilon \quad (\text{III.8})$$

h est la taille de l'élément.

Sachant que D et σ s'écrivent :

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon} \exp[\beta_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon)] \quad (\text{III.9})$$

$$\sigma = E \varepsilon (1 - D) \quad (\text{III.10})$$

Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{G_f}{h.E} = \int_0^{+\infty} \varepsilon \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon} \exp[\beta_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon)] \right) \right) d\varepsilon \\ \frac{G_f}{h.E} = \int_0^{+\infty} \varepsilon \left(\frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon} \exp[\beta_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon)] \right) d\varepsilon \\ \frac{G_f}{h.E} = \int_0^{+\infty} \varepsilon_{d0} (\exp[\beta_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon)]) d\varepsilon \end{array} \right. \quad (\text{III.11})$$

$$\frac{G_f}{h.E\varepsilon_{d0}} = \left[\int_0^{\varepsilon_{d0}} \exp[\beta_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon)] d\varepsilon + \int_{\varepsilon_{d0}}^{+\infty} \exp[\beta_t(\varepsilon_{d0} - \varepsilon)] d\varepsilon \right] \quad (\text{III.12})$$

Fichant suppose que l'énergie de rupture existe seulement dans la partie post-pic.

$$\frac{G_f}{h.E.\varepsilon_{d0}} = \int_{\varepsilon_{d0}}^{+\infty} \exp [\beta_t (\varepsilon_{d0} - \varepsilon)] \quad (III.13)$$

Donc

$$\begin{cases} \frac{G_f}{h.E.\varepsilon_{d0}} = \frac{1}{\beta_t} \\ G_f = \frac{E.\varepsilon_{d0}h}{\beta_t} \end{cases} \quad (III.14)$$

Puisque : $\varepsilon_{d0} = \frac{F_t}{E}$

On obtiendra finalement :

$$G_f = \frac{F_t.h}{\beta_t} \quad (III.15)$$

avec :

F_t : La contrainte de traction au pic.

β_t : Le paramètre de la loi d'endommagement.

G_f est fonction de trois paramètres (h , F_t et β_t).

III.3 Les modifications apportées :

Le modèle de Fichant dans sa version originale ne permet pas une régularisation de l'énergie de rupture. La formulation de l'énergie proposée par Fichant ne tient pas compte de la partie plastique, seule la partie de l'endommagement est prise en compte dans la dissipation de l'énergie.

Pour la partie plastique, l'évolution non linéaire de la variable interne plastique (équation III.5) complique le calcul de l'énergie de rupture et il est donc impossible de considérer la dissipation plastique dans la régularisation.

Afin de permettre une régularisation complète de l'énergie de rupture, une nouvelle formulation est proposée : Le critère de nadai est remplacé par deux critères de type Drucker Prager, l'un utilisée pour modéliser la traction et l'autre pour la compression.

La fonction de charge est formulée dans l'espace des contraintes:

$$\begin{cases} F_t = \alpha_t J_2 (\tilde{\sigma}_{ij}) + \beta_t I_1(\tilde{\sigma}_{ij}) - w(p) - w_0 \\ F_c = \alpha_c J_2 (\tilde{\sigma}_{ij}) + \beta_c I_1(\tilde{\sigma}_{ij}) - w(p) - w_0 \end{cases} \quad (III.16)$$

Concernant w , une évolution linéaire est utilisée. Donc l'équation (III.5) est modifiée comme suit :

$$w = q * p + w_0 \quad (III.17)$$

Les équations définissant les déformations et le multiplicateur plastique sont :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \\ \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{dF_t}{d\tilde{\sigma}_{ij}} \\ \dot{p} = -\lambda \frac{dF_t}{dw} = \lambda \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

En traction, la contrainte effective est écrite comme suit :

$$\tilde{\sigma} = w(p) + w_0 \Rightarrow \dot{\tilde{\sigma}} = q\dot{p} \quad (\text{III.19})$$

L'énergie de rupture est donnée par:

$$G_f = h \int_0^\infty \sigma d\varepsilon \quad (\text{III.20})$$

Pour le cas de la traction uniaxiale, en utilisant la formulation de contrainte-déformation, on obtient :

$$G_f = h \int_0^\infty E(1-d) \varepsilon^e d\varepsilon = h \int_0^\infty E \varepsilon^e \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon^e} \exp[\beta(\varepsilon_{d0} - \varepsilon^e)] d\varepsilon \quad (\text{III.21})$$

En utilisant les équations (III.18) et (III.19), nous obtenons :

$$\dot{\tilde{\sigma}} = E(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^P) = q\dot{\lambda} = q\left(\frac{\dot{\varepsilon}^P}{\frac{dF_t}{d\tilde{\sigma}_{ij}}}\right) \quad (\text{III.22})$$

qui donne :

$$\dot{\varepsilon}^P = \frac{E}{E + \frac{q}{\frac{dF_t}{d\tilde{\sigma}_{ij}}}} \dot{\varepsilon} \quad (\text{III.23})$$

Et après intégration on obtient :

$$\varepsilon^P = \frac{E}{E + \frac{q}{\frac{dF_t}{d\tilde{\sigma}}}} (\varepsilon - \varepsilon_{d0}) \quad (\text{III.24})$$

On posant :

$$\xi = \frac{E}{E + \frac{q}{\frac{dF_t}{d\tilde{\sigma}}}} \quad (\text{III.25})$$

La formule finale de l'énergie de rupture devient :

$$G_f = h \left(\int_0^{\varepsilon_{d0}} E \varepsilon^e d\varepsilon + \int_{\varepsilon_{d0}}^\infty E (\varepsilon_{d0} \exp[\beta(\varepsilon_{d0} - \varepsilon(1-\xi) - \xi \varepsilon_{d0})]) d\varepsilon \right) \quad (\text{III.26})$$

$$G_f = h \frac{E^* \varepsilon_{d0}^2}{2} + h \frac{E \varepsilon_{d0}}{\beta(1-\xi)} \quad (\text{III.27})$$

L'énergie de rupture est constante quelle que soit la longueur des éléments finis (h).

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1-\xi}{\varepsilon_{d0}} \left(\frac{G_f}{Eh} - \frac{\varepsilon_{d0}^2}{2} \right) \quad (\text{III.28})$$

Le paramètre β doit être strictement positif, et cela impose une restriction sur la valeur de la longueur des éléments finis h .

$$\frac{G_f}{Eh} > \frac{\varepsilon_{d0}^2}{2} \Rightarrow h < \frac{2G_f}{f_t \varepsilon_{d0}} \quad (\text{III.29})$$

III.4 Simulation d'un tirant en béton armé [28]:

III.4.1 Géométrie et chargement :

Un tirant est composé d'un bloc prismatique de béton de section 10*10 et de longueur 115cm et d'une barre d'acier HA de diamètre 12mm, placé au milieu de l'éprouvette, le tirant a été testé expérimentalement par A. Daoud [28]

Les caractéristiques géométriques sont représentées dans la figure III.1.

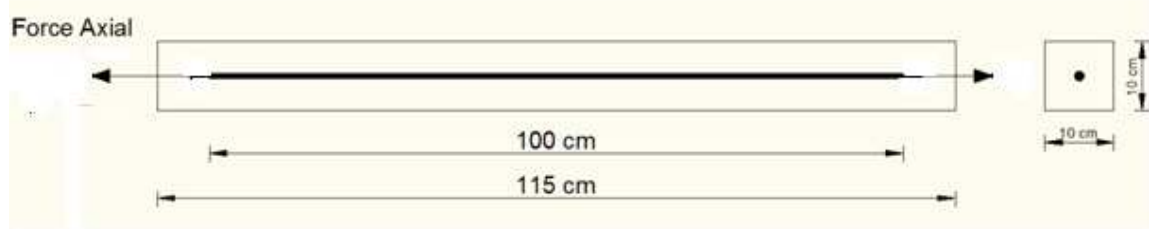


Figure III.1 : La géométrie du tirant

Pour diminuer les effets de bord, deux longueurs de 7.5 cm d'acier sont isolées du béton, une de chaque côté par deux douilles en pvc.

Le chargement consiste à appliquer progressivement une force axiale aux deux extrémités d'une barre d'acier.

Expérimentalement, les déplacements des différents points du corps d'éprouvette sont mesurés par des capteurs de déplacement à transformateur différentiel reliée à une chaîne d'acquisition ; les déformations locales et les ouvertures de fissures sont relevées par 9 capteurs espacés de 11 cm, mises en place avant la mise en charge.



Figure III.2 : Capteurs de déplacements locaux et globaux

La simulation numérique est réalisée en utilisant le code d'élément finis Cast3M, mode axisymétrique, en utilisant le modèle de Fichant modifié. On suppose qu'on a un contact parfait entre la barre d'acier et le corps d'éprouvette du béton.

La partie cylindrique de la poutre est prise équivalente à celle de la poutre prismatique.

Le tirant est caractérisé par un faible gradient de contrainte qui complique la localisation de la fissure, afin d'éviter un tel problème, nous utilisons la méthode de la bande tournante pour créer une corrélation spatiale aléatoire et pour générer un champ scalaire aléatoire gaussien. Ce champ obéit à une loi de covariance exponentielle.

La matrice de covariance a pour expression :

$$C_{ij} = \sigma^2 \exp\left(-\frac{d}{l}\right) \quad (\text{III.30})$$

D'où

σ : L'écart-type,

d : Les coordonnées du vecteur liant P_i et P_j (deux points du maillage).

l : Les longueurs de corrélation dans les 3 directions.

La longueur de corrélation est considérée comme trois fois la taille max des granulats (d_{\max}).

$$l = 3 * d_{\max} \quad (\text{III.31})$$

Les deux distributions utilisées sont :

- La distribution aléatoire Alea 1 correspond à un seul tirage.
- La distribution aléatoire Alea 2 correspond à deux tirages.

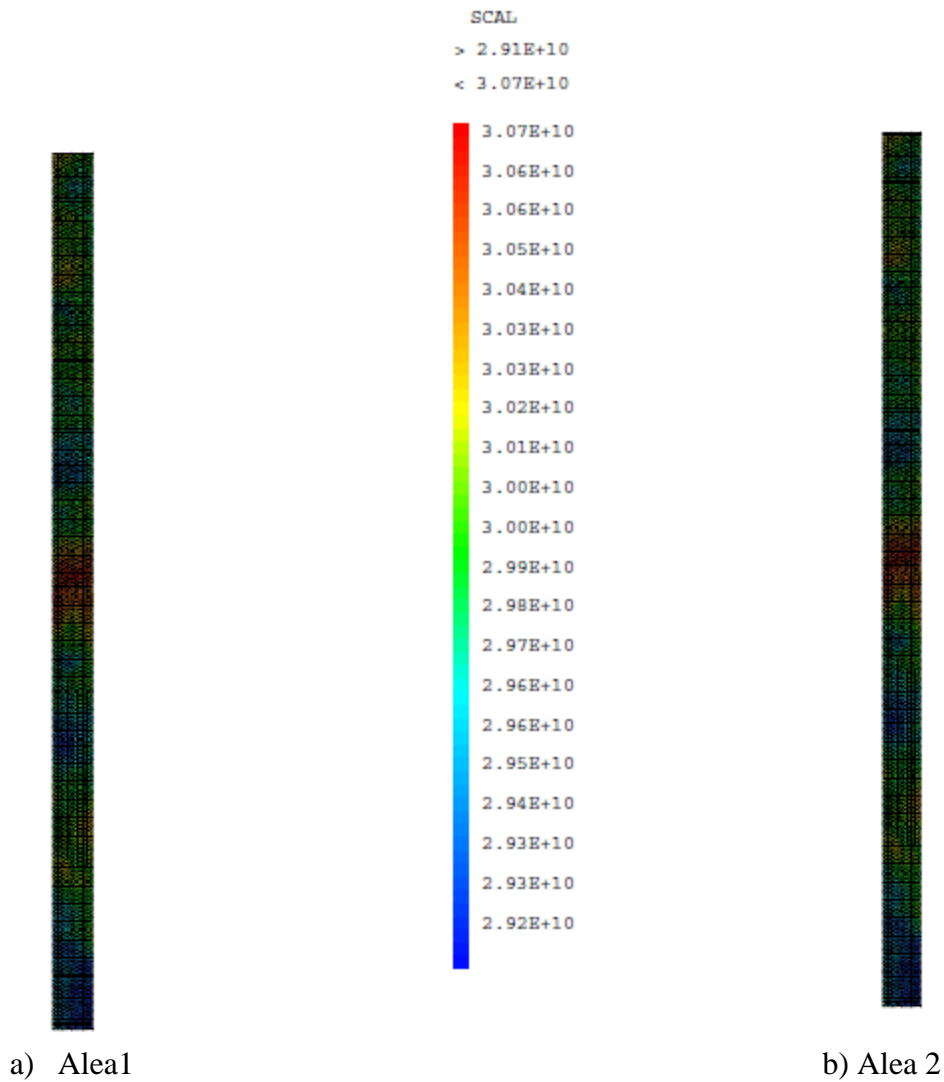


Figure III.3 : Distribution aléatoire du module de Young

Nous avons utilisé la symétrie par rapport au plan perpendiculaire à l'axe du tirant, pour pouvoir apprécier le développement de la fissuration sur la totalité de l'éprouvette.

Le tirant est supposé fixé sur un coté et chargé sur l'autre.

Les données matérielles du béton et de l'acier ainsi que les paramètres du modèle sont représentées dans les deux tableaux ci-dessous

Module de Young du béton (y_g)	3.0 e10 Pa
Coefficient de poisson du béton	0.2
Resistance en traction du béton	3. e6 Pa
Resistance en compression du beton	40. e6 Pa
La masse volumique du béton	2,5 e3 Kg/m ³
Coefficient de poisson de l'acier	0.3
Module de Young de l'acier	2 e11 Pa

Tableau III.1 : Les données matérielles du béton et de l'acier

'EPSDO'	Seuil en déformation pour la traction	1.e-4
'FC'	Résistance en compression simple	42 Mpa
' G_f '	Energie de rupture	100 j/m ²
'Bt'	Champs par élément calculer à partir de G_f	$\frac{1}{\beta} = \frac{1-\xi}{\varepsilon_{do}} \left(\frac{G_f}{Eh} - \frac{\varepsilon_{do}^2}{2} \right)$
'ALFA'	Facteur d'influence	40
'MP1'	Paramètre de plasticité	10*y _g

Tableau III.2 : Les paramètres du modèle de Fichant modifié

Le tirant à été discrétisée au moyen d'éléments triangulaires, son maillage est représenté dans la figure III.4.



Figure III.4 : Maillage du tirant

III.4.2 Résultats numériques :

Les résultats de la simulation sont présentés respectivement dans les figures III.5, III.6, III.7 et III.8.

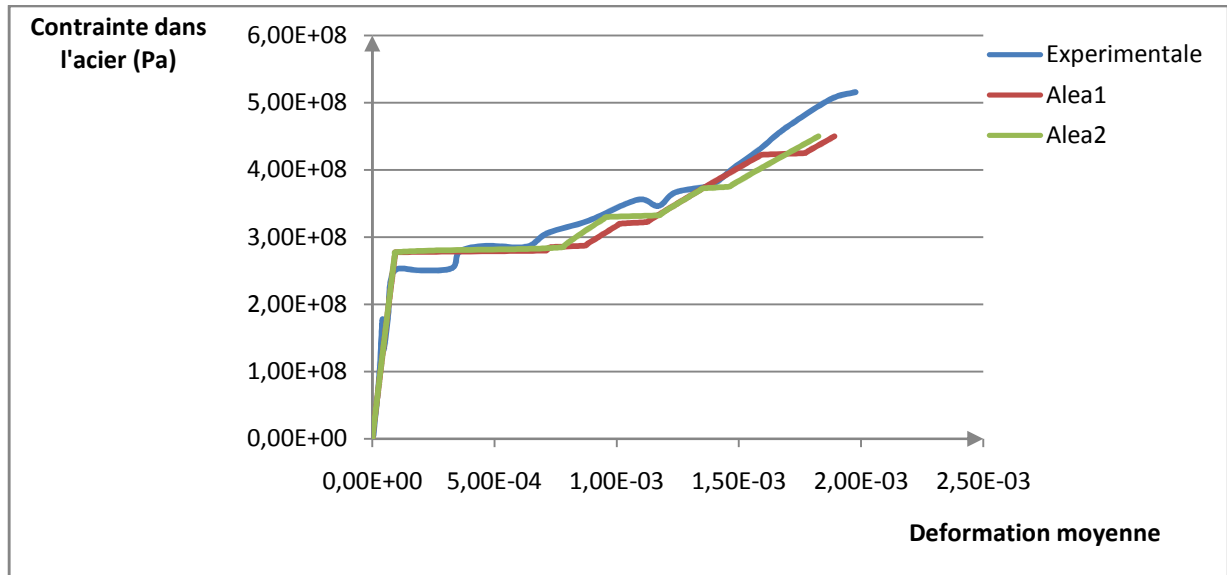


Figure III.5 : Courbe contrainte- déformation moyenne dans l'acier

La figure III.5 présente trois stades de fissurations :

- Le premier correspond à une phase élastique ;
- Le second caractérise le début et la propagation des fissures ;
- Le dernier correspond à un processus de stabilité de la fissure, c'est-à-dire il n'est pas possible de provoquer l'apparition de nouvelle fissure, le réseau de fissuration est alors entièrement formé.

Pendant la phase de formation des fissures les variations sont désordonnées alors qu'elle prennent une forme linéaire croissante en phase de stabilisation.

Nous observons, un comportement d'ensemble du tirant dans la simulation similaire à celui de l'expérimentale, la contrainte dans l'acier ainsi que la déformation moyenne du tirant à la fissuration sont de même ordre de grandeur.

La valeur de la contrainte normale correspondante à la formation de la première fissure est représentée dans le tableau ci-dessous :

Les simulations	Simulation alea2	Simulation alea1	Expérimentale
Contrainte (MPa)	265	265	245

Tableau III.3 : les valeurs de la contrainte dans l'acier

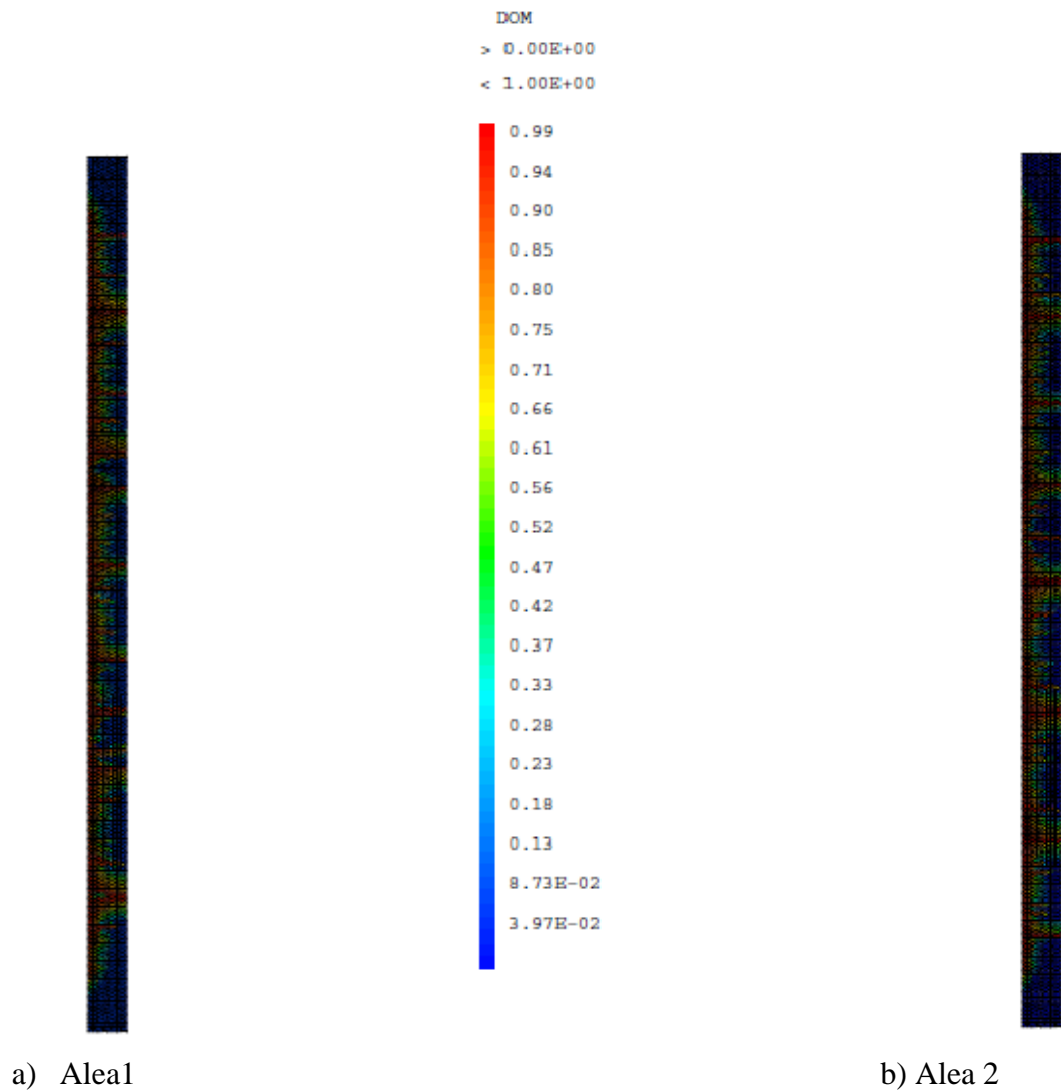


Figure III.6 : Distribution de l'endommagement

La figure III.6 montre l'endommagement du tirant pour une contrainte dans l'acier de 450 MPa.

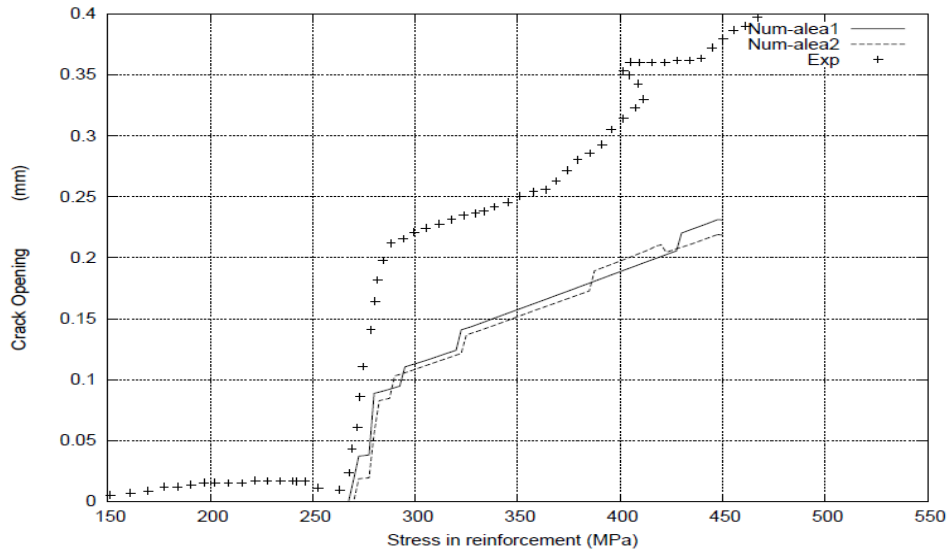


Figure III.7 : Ouverture moyenne des fissures

Nous avons utilisé la procedure "OUVFISS" pour evaluer les fissures.

La figure III.7 montre le comportement local: la valeur moyenne d'ouverture des fissures en fonction de la contrainte moyenne. L'ouverture des fissures moyenne est obtenue à partir de la formule suivante :

$$w_m = \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{n}$$

Avec

n : Nombre de fissures développées;

w_i : Ouverture de la fissure i .

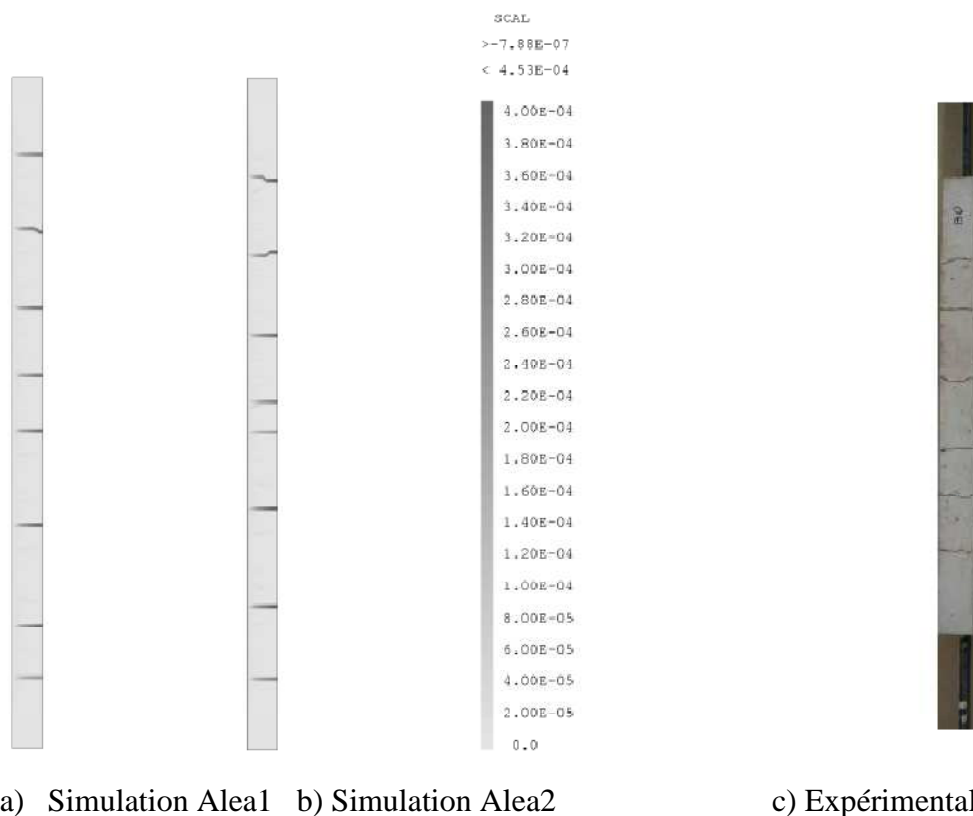


Figure III.8 : Les ouvertures des fissures

La figure III.8 représente les espacements correspondants aux deux distributions aléatoires alea 1 et alea 2 et aux espacements obtenus expérimentalement.

Expérimentalement, six fissures apparaissent dans la poutre par contre numériquement on a obtenue huit fissures, et les espacements obtenue diffère d'une distribution à une autre.

Les simulations numériques sous estiment les valeurs de l'ouverture de fissure par rapport à l'expérimentation, parce que les valeurs expérimentales contiennent une contribution élastique du déplacement. Nous estimons qu'il est plus important de mesurer " l'ouverture des fissures élémentaire ". Ceci nous permet d'établir une relation entre les propriétés matérielles de transfert (comme la perméabilité) et l'ouverture des fissures.

III.5 Simulation des poutres en béton en flexion 3 point [29] :

III.5.1 Géométrie et chargement :

Les poutres étudiées ont été testées expérimentalement par Alem Yasir [29], les trois ont une surface rectangulaire. Leur hauteur D est de 100, 200 et 400 mm respectivement, la troisième dimension est maintenue constante à 100 mm. Les trois présentent une entaille, d'une profondeur égale à $0, 2*D$, et d'une largeur de 3mm située au milieu (voir figure III.9).

Expérimentalement, l'entaille est créée en utilisant une surface rigide, non-adhérent en téflon de 3mm d'épaisseur, qui est placée dans le moule avant coulage du béton.

Les poutres sont classées en trois catégories selon leurs dimensions, et sont désignés comme D1, D2 et D3 pour la petite, moyenne et grande taille, respectivement.

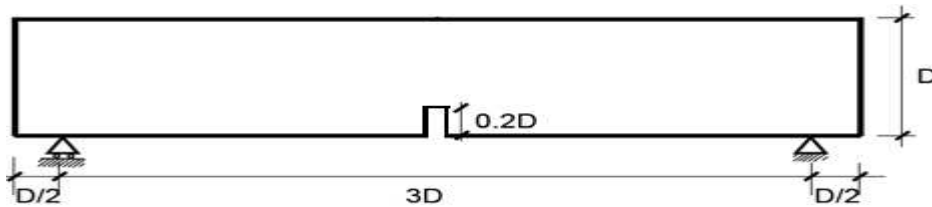


Figure III.9 : La géométrie des poutres

Les dimensions des trois poutres sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Dimensions (mm)	L	l	D	b	a
Poutre D1	400	300	100	100	20
Poutre D2	800	600	200	100	40
Poutre D3	1600	1200	400	100	80

Tableau III.4 : les dimensions des trois poutres

D'où :

L : La longueur de la poutre.

l : Distance entre appuis.

D : La hauteur de la poutre.

b : La largeur de la poutre.

a : profondeur de l'entaille.

Deux types de mélanges de béton (M1 et M2) sont utilisés dans cette étude, la taille maximal des agrégats est de $D_{max}=20\text{mm}$ et $D_{max}=12\text{mm}$ respectivement.

Le chargement est réalisé à l'aide d'une machine d'essai universelle de 160 KN. La charge est appliquée à l'aide d'un cric circulaire pour assurer une charge ponctuelle. Un tampon de caoutchouc est placé entre la charge et le faisceau pour prendre soin de l'inégalité de la surface et d'éviter les dommages en vertu de la charge.

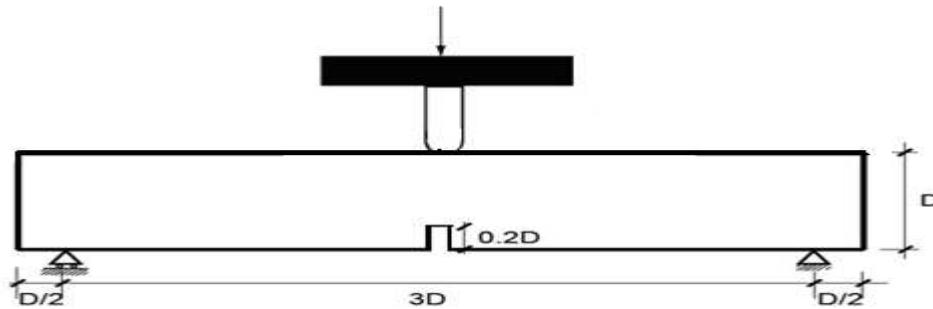


Figure III.10 : Procédure d'essai

III.5.2 Le but de la simulation :

L'étude du comportement de la fissuration du béton ne peut pas être séparée de l'effet d'échelle. Dans les matériaux quasi-fragiles comme le béton, une zone de microfissuration FPZ (Fracture Process Zone) est présente, qui consomme une quantité considérable d'énergie fournie par la charge appliquée pour surmonter ces mécanismes.

Le chargement est appliqué comme un déplacement incrémental verticale sur une plaque rigide fixée au milieu de la poutre.

Les simulations sont réalisées en contraintes planes. Le modèle utilisé est celui de Fichant modifié, et les paramètres utilisés sont identiques à ceux utilisés dans la simulation précédente (voir page 42).

Les maillages des trois poutres D1, D2 et D3 sont représentés dans les figures III.11, III.12 et III. 13 respectivement.

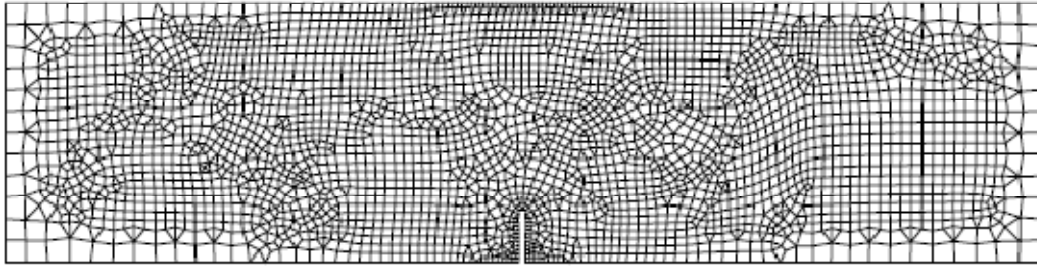


Figure III.11 : Le maillage de la poutre D1

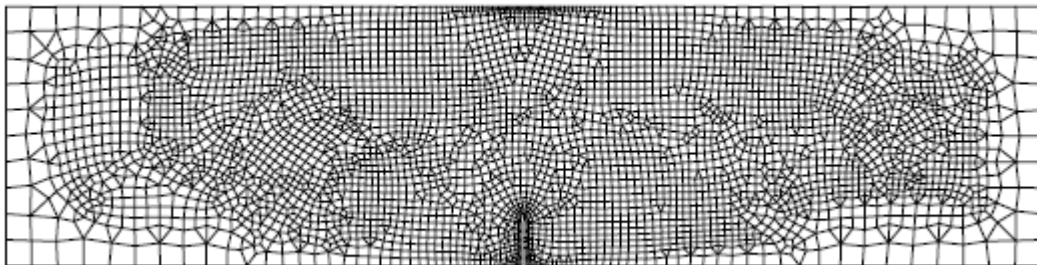


Figure III.12 : Le maillage de la poutre D2

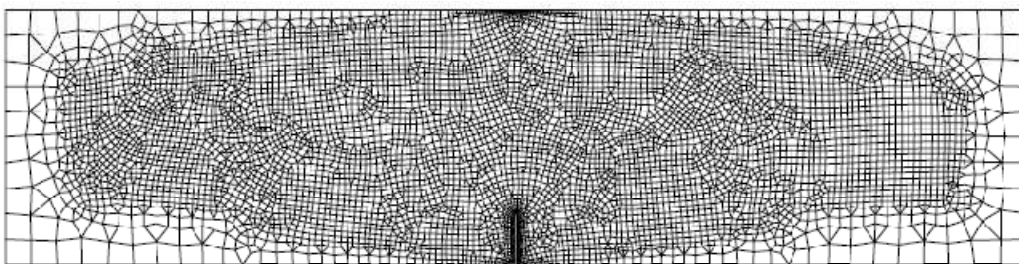


Figure III.13 : Le maillage de la poutre D3

III.5.3 Les résultats de la simulation :

III.5.3.1 Les réponses globales :

Les réponses globales des trois spécimens sont représentées respectivement dans les figures (III.14a, III.14b et III.14c) ci-dessous.

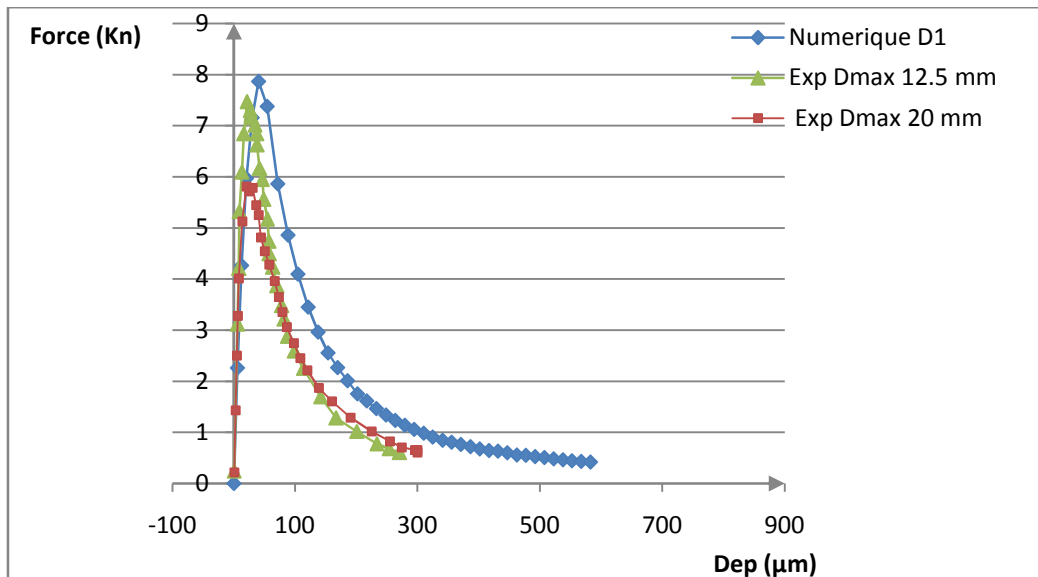


Figure III.14a : La réponse globale de la poutre D1

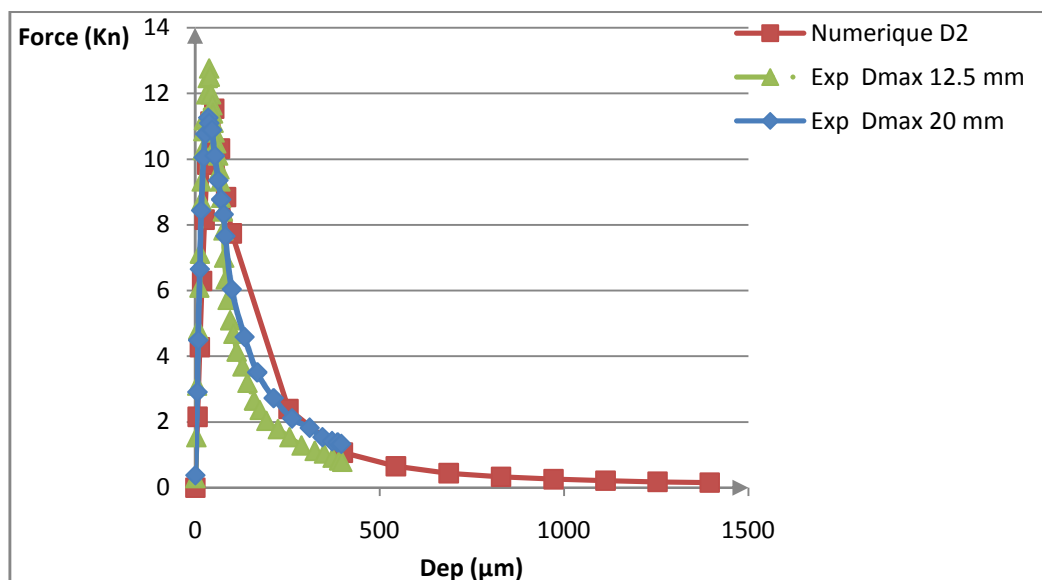


Figure III.14b : La réponse globale de la poutre D2

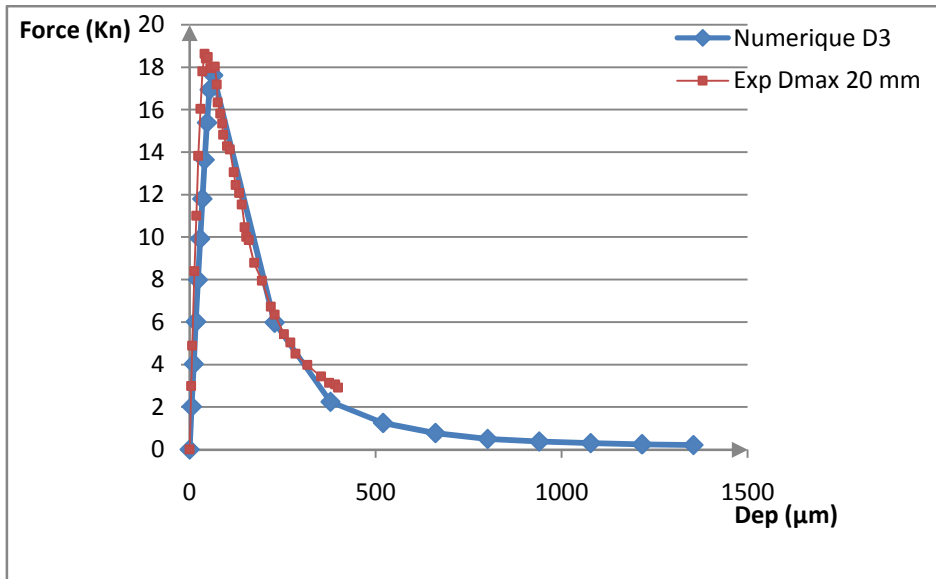


Figure III.14c : La réponse globale de la poutre D3

III.5.3.2 Les ouvertures de fissures :

Les profils d'ouverture des fissures sont évalués par la procédure "OUVFISS", ces ouvertures de fissure sont présentes au pic de charge et à la fin de la partie adoucissante, et elles sont représentées respectivement dans les figures III.15, III.16, et III.17 ci-dessous.

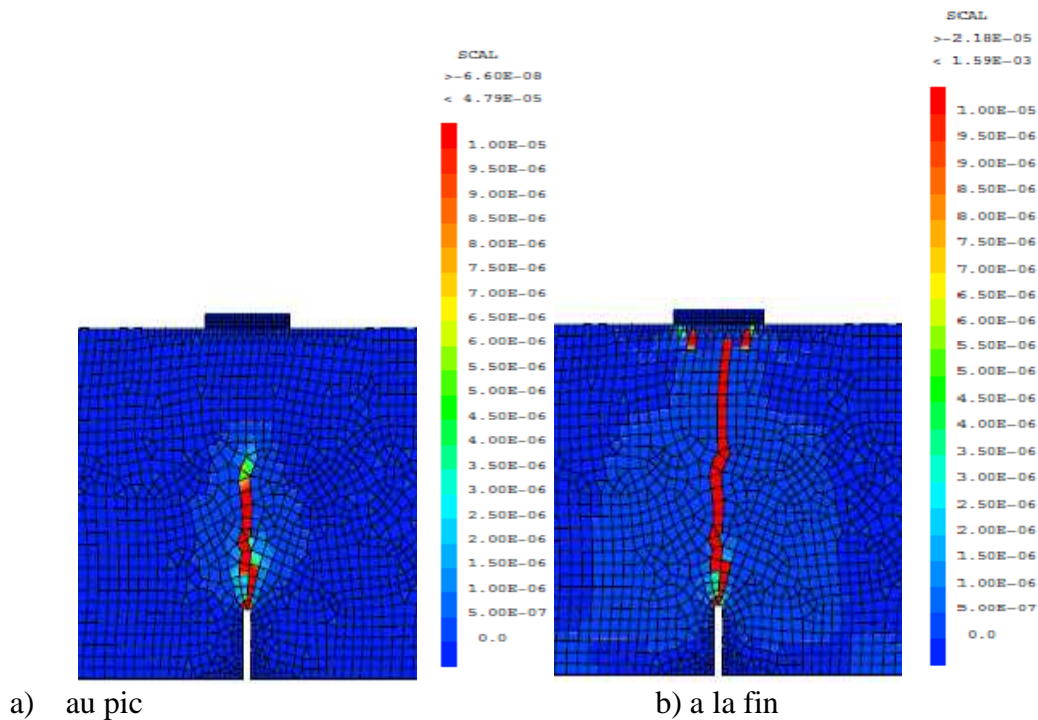


Figure III.15 : L'ouverture de fissure de la poutre D1

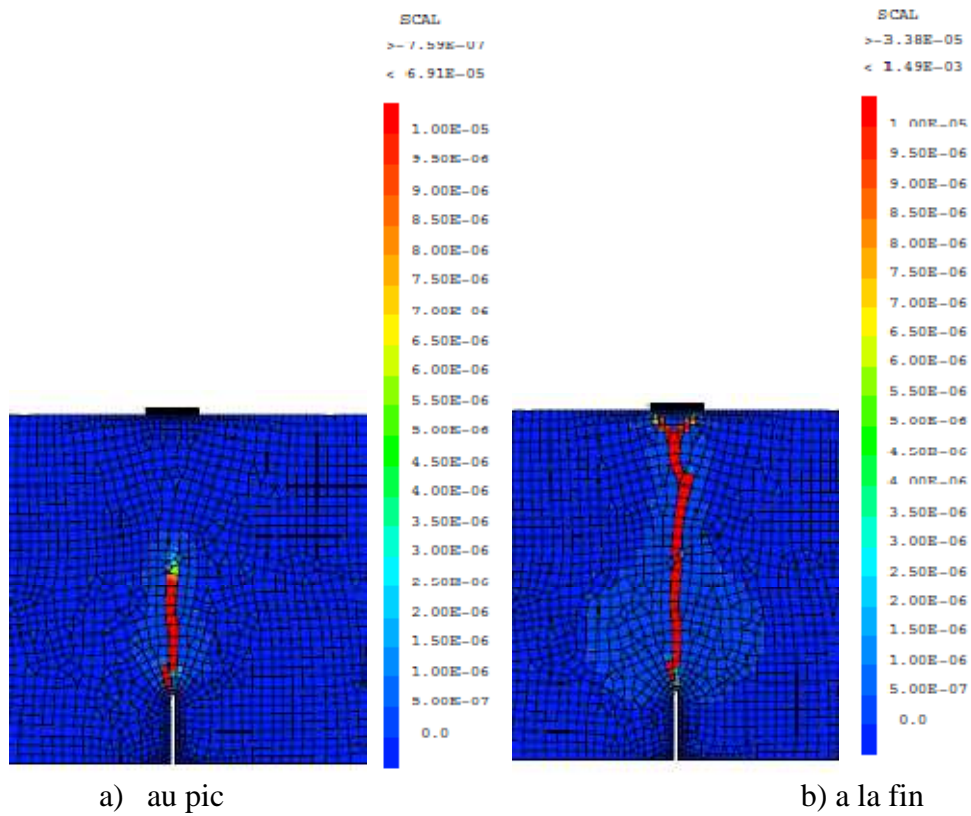


Figure III.16 : L'ouverture de fissure de la poutre D2

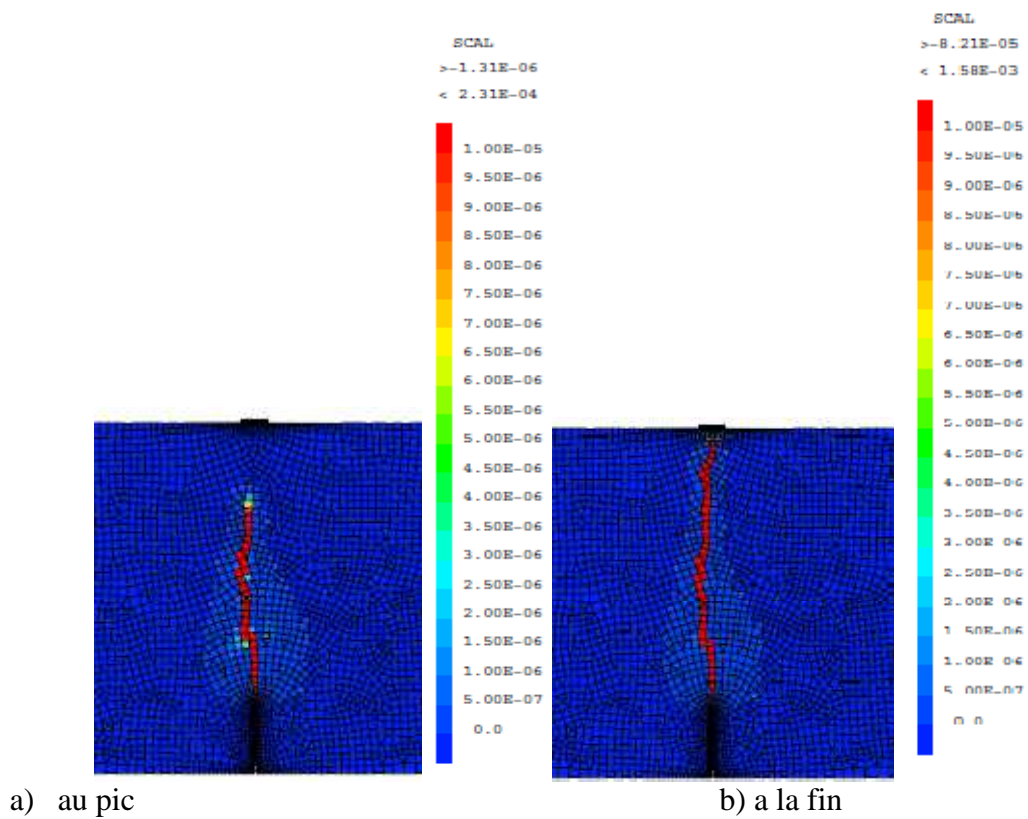


Figure III.17 : L'ouverture de fissure de la poutre D3

III.5.4 Commentaires :

L'étude du comportement de la fissuration du béton ne peut pas être séparée de l'effet d'échelle qui est le changement de la réponse d'un matériau en raison des changements géométriques dans ces dimensions. Ce mécanisme implique une redistribution des contraintes et la libération de l'énergie, cette énergie est consommée par la zone de microfissuration FPZ pour créer une nouvelle surface de fissure, et ça se justifie à partir des courbes force-déplacement obtenues ainsi qu'à partir du traçage des ouvertures des fissures à des endroits sensibles.

Expérimentalement, pour voir l'influence de la taille maximale des agrégats sur le comportement à la rupture des poutres D1 (petite) et D2 (moyenne), Alem Yasir a choisi d'utiliser deux types de mélanges, M1 de taille maximale des agrégats $D_{max} = 20$ mm et M2 de taille maximale des agrégats $D_{max} = 12.5$ mm.

Concernant les trois courbes ci-dessus, nous observons un comportement des deux poutres D2 et D3 de la simulation similaire à ceux de l'expérimentation pour un diamètre max de granulats 20 mm, par contre la simulation de la poutre D1 est similaire à l'expérimentation pour un diamètre max de granulats 12.5 mm.

Dans ces courbes, la relation entre la force appliquée et le déplacement de l'ouverture de fissure est divisée en quatre parties. Dans la première partie, la relation est linéaire, c'est-à-dire que le matériau reste dans le domaine élastique. La deuxième partie commence dès que la courbe s'écarte de la linéarité ; l'ouverture de fissure commence à augmenter à un rythme plus rapide, indiquant l'apparition de lésions dans le matériau. Dans cette partie, la charge continue à augmenter jusqu'à une valeur de charge de pointe est atteinte et le matériau ne peut pas aller au-delà de cette capacité de chargement maximale.

Après la phase de charge de pointe, le déplacement d'ouverture continue à augmenter et la charge commence à diminuer. Il s'agit de la troisième partie de la courbe, où une baisse de charge importante se produit. Un changement dans la relation déplacement-force est observé dans la queue de la courbe. Cette dernière partie de la courbe montre une augmentation considérable de l'ouverture de fissure alors que la charge diminue progressivement. Le déplacement d'ouverture continue à augmenter jusqu'à la rupture de l'échantillon.

Donc les trois poutres ont subi trois stades de fissuration différents :

- 1) La croissance des microfissures et coalescence de la macrofissure ;
- 2) La progression de la macrofissure avec la diminution de la capacité de charge des poutres ;
- 3) Mécanisme d'adoucissement qui est causé par la nature hétérogène du matériau et aux faiblesses matérielles distribuées aléatoirement.

Pour suivre l'évolution de l'ouverture de fissure et avoir un résultat plus fin pour la poutre D2, on a choisie d'utiliser une échelle de modélisation mésoscopique. Cette modélisation consiste à représenter le béton comme un milieu hétérogène avec deux phases considérées : la pâte de ciment et les granulats, la forme des granulats sont idéalisée sous forme de disques (en 2D).

Les caractéristiques matérielles des granulats et du mortier sont représentées dans les deux tableaux ci-dessous :

a) Les caractéristiques des granulats :

'EPSDO'	Seuil en déformation pour la traction	1.0 e-4
' F_C '	Résistance en compression simple	42.e6 Pa
' F_T '	Résistance en traction simple	6.0e6 Pa
' G_f '	Energie de rupture	60 j/m ²
'Bt'	Champs par element calculer à partir de G_f	$\frac{1}{\beta} = \frac{1-\xi}{\varepsilon_{d0}} \left(\frac{G_f}{Eh} - \frac{\varepsilon_{d0}^2}{2} \right)$
'ALFA'	Facteur d'influence	40
'RHO'	La masse volumique du béton	2.5 e3 Kg/m ³
' Y_g '	Module de Young	60.e9 Pa
' ν '	Coefficient de poisson	0.28
'MP1'	Paramètre de plasticité	0.1*y _g

Tableau III.5 : Les caractéristiques des granulats

b) Les caractéristiques du mortier :

'EPSDO'	Seuil en déformation pour la traction	1.5 e-4
' F_C '	Résistance en compression simple	42.e6 Pa
' F_T '	Résistance en traction simple	3.0e6 Pa
' G_f '	Energie de rupture	20 j/m ²
'Bt'	Champs par element calculer à partir de G_f	$\frac{1}{\beta} = \frac{1-\xi}{\varepsilon_{d0}} \left(\frac{G_f}{Eh} - \frac{\varepsilon_{d0}^2}{2} \right)$
'ALFA'	Facteur d'influence	40
'RHO'	La masse volumique du béton	1.4 e3 Kg/m ³
' Y_g '	Module de Young	20.e9 Pa
' ν '	Coefficient de poisson	0.24
'MP1'	Paramètre de plasticité	0.1*y _g

Tableau III.6 : Les caractéristiques du mortier

Le maillage de la poutre D2, la réponse globale, les ouvertures de fissures ainsi que le profil d'évolution de la fissure à 60% du post-pic sont présentés respectivement dans les figures ci-dessous :

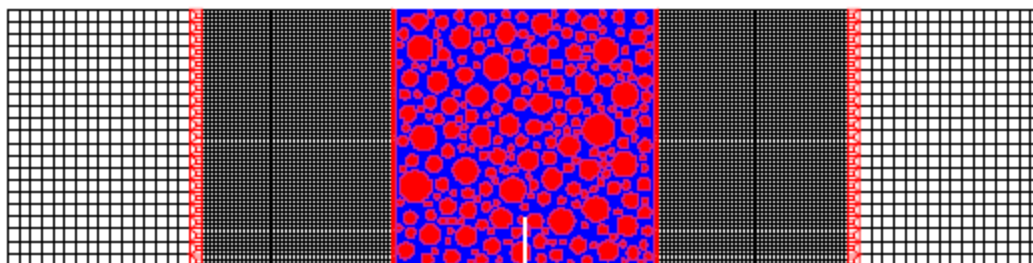


Figure III.18 : Le maillage méso-macro de la poutre D2

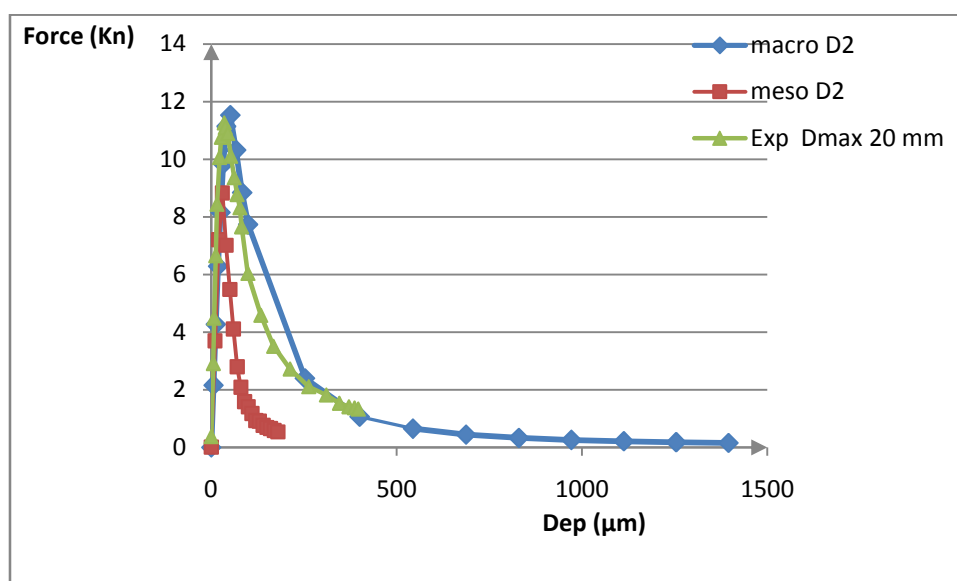


Figure III. 19: La réponse globale de la poutre D2

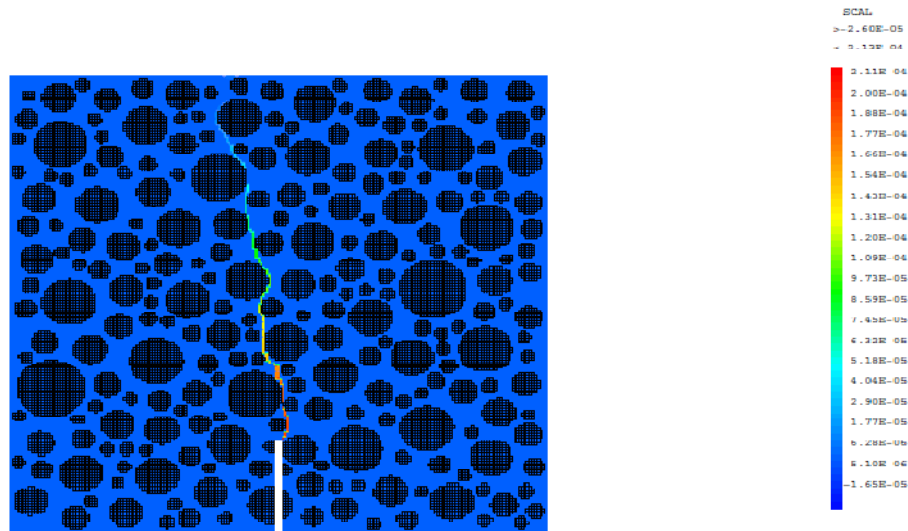


Figure III. 20: L'ouverture de fissure de la poutre D2 (partie centrale)

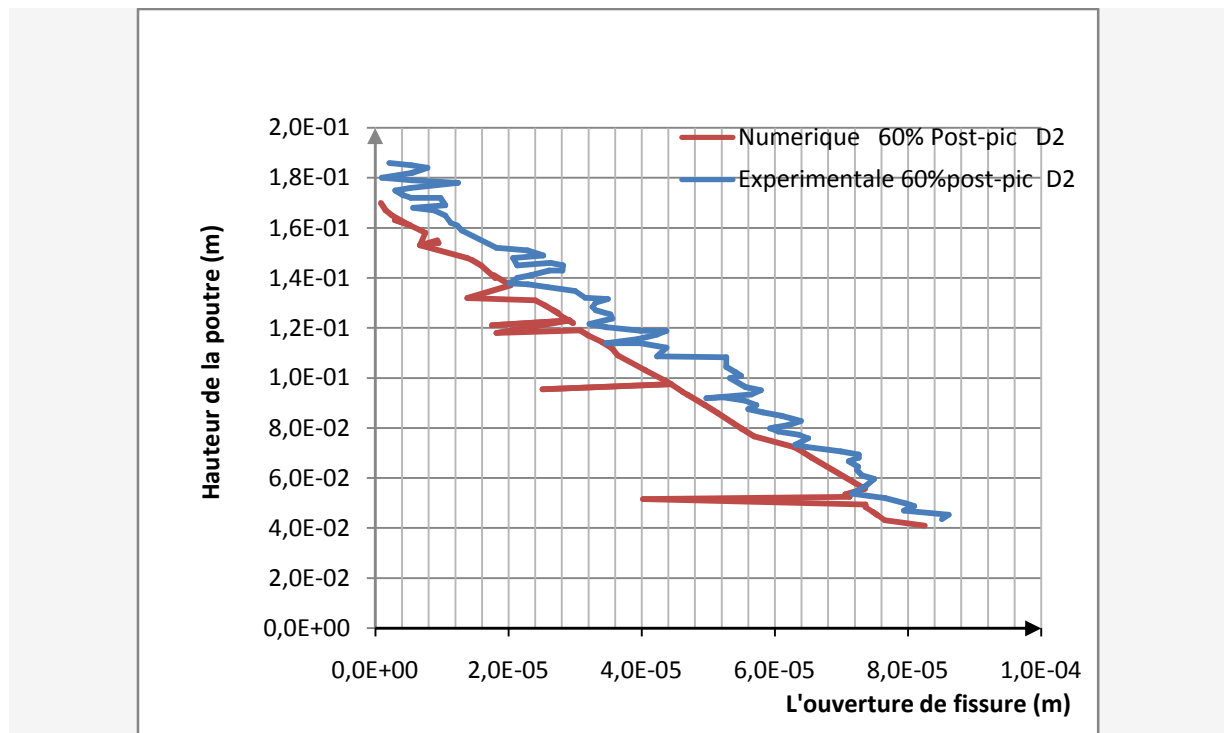
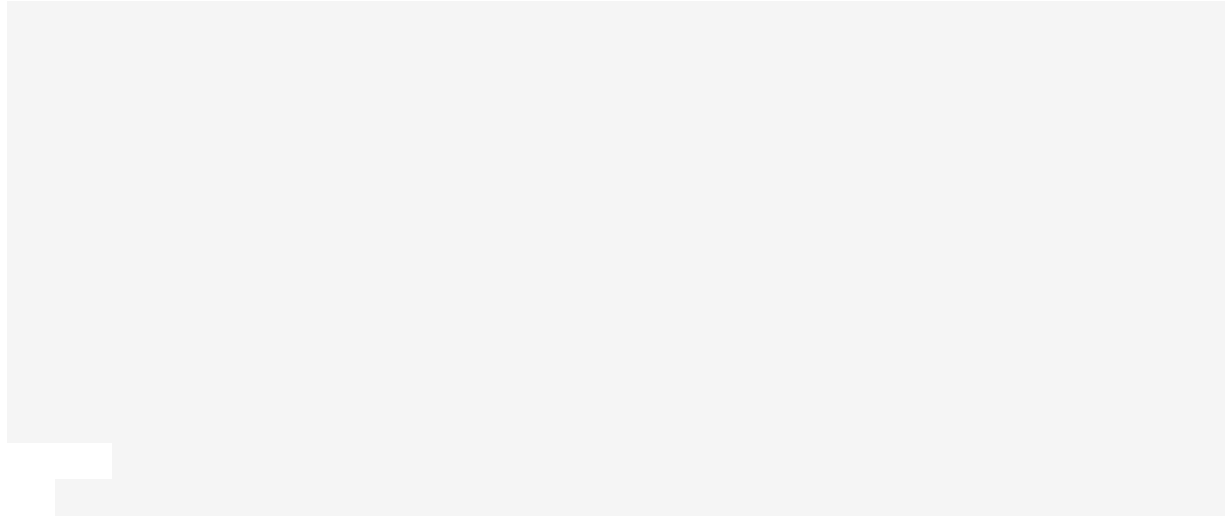


Figure III.21 : L'ouverture de fissure à 60% du post-pic

Le processus de croissance de la fissure dans le régime post-pic peut être divisé en deux phases. Dans la première phase, à savoir le début du stade post-pic, la macrofissure s'étend dans l'échantillon avec une augmentation correspondante à l'ouverture de la fissure au front de la pointe. Dans la deuxième phase, l'ouverture de la fissure devient relativement plus importante.

L'expérimental de la poutre D2, montre que la deuxième phase débute à environ 50% de la charge de pointe dans le régime post-pic, notre simulation de 60% du post-pic de chargement est bien dans cette deuxième partie, et ça résulte que la longueur de la fissure est d'environ 80% de la hauteur de échantillon avec présence d'une diminution de la capacité de charge qui est dû principalement à la rupture des liaisons qui subsistent entre la fissure et la surface. La partie supérieure de 20% contient une forte force de cohésion qui peut être dû à des contraintes de compression.

Le profil de l'ouverture des fissures montre que la macrofissure progresse vers le haut dans l'échantillon en passant par le biais de l'interface entre les agrégats et la pâte du ciment, son chemin est tortueux selon la taille des agrégats indiquant vers la fin la présence de mécanismes de microfissuration. Ces mécanismes impliquent une redistribution des contraintes et la libération de l'énergie, cette énergie est consommée par la zone de microfissuration FPZ pour créer une nouvelle surface de fissure.



Chapitre IV

Application aux enceintes de confinement sous un chargement accidentel

IV.1 Introduction :

Une centrale nucléaire est un site industriel qui utilise la fission de noyaux atomiques pour produire de la chaleur, dont une partie est transformée en électricité .

Une centrale nucléaire regroupe l'ensemble des installations permettant la production d'électricité sur un site donné. Elle comprend fréquemment plusieurs tranches, identiques ou non ; chaque tranche correspond à un groupe d'installations conçue pour fournir une puissance électrique donnée (par exemple 900 MWe, 1 300 MWe ou 1 450 MWe). , une tranche comprend généralement (voir figure IV-1) :

1-le bâtiment réacteur : généralement double enceinte étanche qui contient :

- ✓ Le réacteur nucléaire,
- ✓ Le pressuriseur qui a pour fonction de maintenir l'eau (traitée) du circuit primaire à l'état liquide,
- ✓ Les générateurs de vapeur (trois ou quatre selon la génération),
- ✓ Le groupe motopompe primaire servant à faire circuler le fluide caloporteur (eau),
- ✓ Le circuit d'eau primaire, dont le rôle principal est d'assurer le transfert thermique entre le cœur du réacteur et les générateurs de vapeur,
- ✓ Une partie du circuit d'eau secondaire.

2-le bâtiment combustible : collé au bâtiment réacteur, il sert de stockage des assemblages du combustible nucléaire avant, pendant les arrêts de tranche et pour le refroidissement du combustible déchargé.

3-le bâtiment salle des machines, qui contient principalement :

- ✓ une ligne d'arbre comprenant les différents étages de la turbine à vapeur et l'alternateur (groupe turbo-alternateur),
- ✓ le condenseur, suivi de turbopompes alimentaires.

4-les locaux périphériques d'exploitation (salle de commande...);

5-des bâtiments annexes qui contiennent notamment des installations diverses de circuits auxiliaires nécessaires au fonctionnement du réacteur nucléaire et à la maintenance, les tableaux électriques alimentant tous les auxiliaires et générateurs Diesel de secours ;

6-une station de pompage pour les tranches dont le refroidissement utilise l'eau de mer, de fleuve ou de rivière, et éventuellement une tour aéroréfrigérante.

Les centrales nucléaires se répartissent, selon leur puissance électrique produite, en 3 catégories appelées "paliers":

- le palier à 900 MWe (CP0 ET CPY);
- le palier à 1300 MWe (P4 ET P'4) ;
- le palier à 1450 MWe (N4).

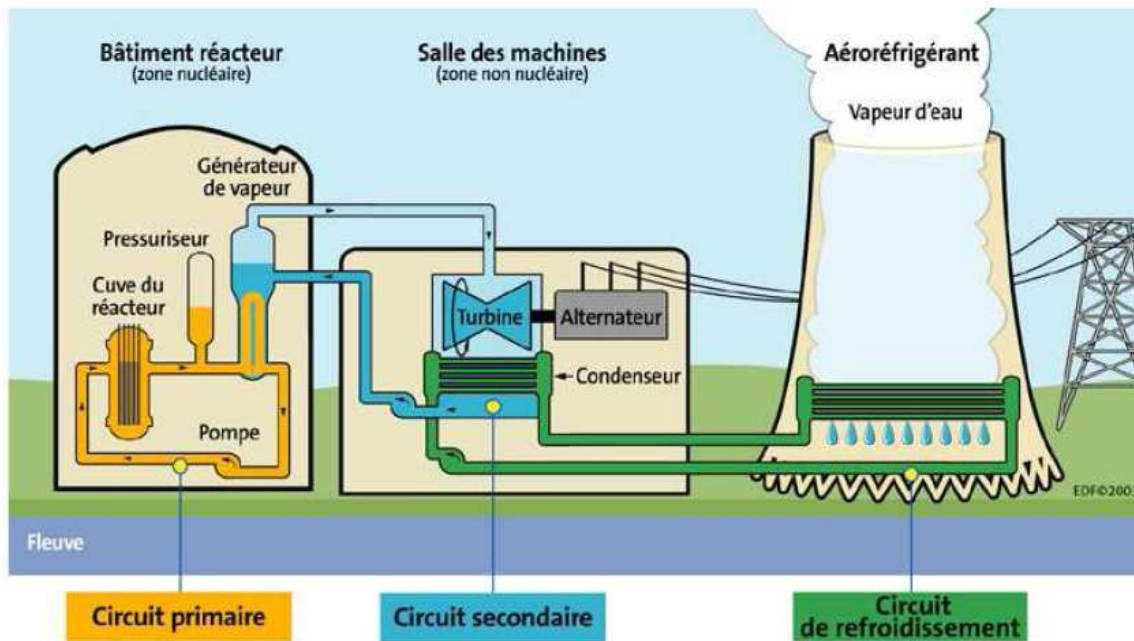


Figure IV.1: Schéma de fonctionnement d'un réacteur à eau sous pression (REP)

IV.2 Aspect structural des enceintes de confinement :

La compréhension du comportement des structures en béton, comme les enceintes de confinement des réacteurs, est un point essentiel pour l'évaluation de la sûreté des installations nucléaires dont les structures doivent rester stables et assurer le confinement en fonctionnement normal ou accidentel, sous différents types d'agressions interne ou externe.

L'enceinte de confinement du bâtiment réacteur qui contient la cuve et l'ensemble du circuit primaire est la dernière barrière de la « défense en profondeur » (voir sous chapitre IV.4) après les gaines des éléments combustibles et le circuit primaire. Celle qui par son étanchéité, doit permettre de limiter les conséquences radiologiques en cas d'accident en assurant le confinement des substances radioactive libérées.

Pour les enceintes de type 900 MWe c'est une seule paroi en béton précontraint. Cette paroi assure la résistance mécanique vis-à-vis de la pression de l'accident le plus sévère pris en compte à la conception et l'intégrité de la structure vis-à-vis d'une agression externe. L'étanchéité est assurée par une peau métallique de faible épaisseur située sur la face interne de la paroi en béton.

Pour les enceintes 1300 et 1450 MWe de conception française c'est une double enceinte constituée de deux enveloppes concentriques en béton avec un radier commun, la première enveloppe, l'enceinte interne, est en béton précontraint de 1,2 m d'épaisseur et biaxialement précontrainte, conçue pour résister, sans perte d'intégrité, à une montée de pression et de température qui résulterait d'un accident avec rupture complète et soudaine d'une grosse tuyauterie entraînant la perte du réfrigérant primaire (APRP) et la deuxième enveloppe, l'enceinte externe, est en béton armé de 0,55 m d'épaisseur, conçue pour résister aux agressions externes (chute d'avion, explosion...).

les deux enceintes sont distantes de 2 m, ce qui délimite un espace maintenu d'une façon permanente en dépression par rapport à l'atmosphère extérieure (y compris en conditions accidentelles) par un système de ventilation permettant de collecter les fuites de produits gazeux issus de l'enceinte interne et de les canaliser vers un dispositif de filtration.

IV.3 Les matériaux constituant l'enceinte de confinement :

La qualité et la durabilité du béton armé ainsi que la précontrainte sont primordiales dans la réalisation d'ouvrages nucléaires et nécessitent un savoir-faire spécifique.

IV.3.1 Caractérisation du béton :

L'emploi des bétons à haute performance se justifie pour toutes les constructions fortement sollicités et notamment pour les ouvrages de génie nucléaire (centrale nucléaire), on utilise des ciments à grande résistance (classe 42,5 ou 52,5), ou mieux encore des ciments à grande résistance au jeune âge (classe 42,5 R et 52,5 R), le dosage varie de 400 à plus de 600kg/m³.

Les centrales sont construites avec des granulats locaux nécessitant un travail de caractérisation important. Ceci explique les différences de comportement ou du niveau d'étanchéité entre les enceintes du parc électronucléaire [31].

Dans le cas de la nouvelle génération de centrales (EPR), pour la première fois, une exigence sur la valeur du module d'Young a été imposée à $E = 39$ GPa pour garantir un niveau de déformations différées faible. Cette valeur est issue du retour d'expérience sur les mesures effectuées sur les enceintes du parc en exploitation.

IV.3.2 Caractérisation de la précontraintes :

La précontrainte créée par E. Freyssinet en 1932, est la sollicitation préalable d'une structure ayant pour objet d'améliorer sa résistance mécanique. En effet, le béton résiste bien à la compression mais peu à la traction. Pour éviter que ce matériau soit trop tendu, et risque de fissurer, il faut le comprimer de façon artificielle et en permanence, dans les zones où les charges extérieures développent des tractions, de façon qu'au total le béton reste comprimé et donc résistant, en tout cas de charge.

Dans le mode de réalisation des centrales nucléaires, la précontrainte par post tension est utilisable et elle s'applique sur le béton déjà durci. Les forces de précontraintes sont généralement créées par des câbles circulant librement dans la structure, mis en tension à partir de leurs extrémités par des vérins prenant appui sur la structure elle-même. La mise en tension du câble n'est effectuée qu'après que le béton est coulé et suffisamment durci pour pouvoir résister à l'effort de précontrainte, les zones qui nécessitent la précontrainte sont les points singuliers tels que les sas d'entrée, les goussets, etc.

La réalisation sur chantier consiste à tendre des câbles d'acier passant dans des gaines incorporées au béton, en respectant des tolérances de positionnement des gaines de précontrainte au sein du ferrailage de l'enceinte interne du bâtiment réacteur.

Ces câbles peuvent être verticaux purs ou verticaux en « J renversé » se prolongeant sur le dôme, et des câbles horizontaux font le tour complet de l'enceinte. Ils occupent une section A_S et sont tendus à une contrainte verticale (σ_{zz}) ou tangentielle (σ_{tt}).

IV.4 Principe de défense en profondeur :

Les agressions internes peuvent être définies comme des événements dont l'origine est interne à la tranche pouvant entraîner des dommages aux équipements nécessaires pour remplir les fonctions fondamentales de la sûreté. Elles incluent notamment les défaillances de tuyauteries, de cuves, de réservoirs, de pompes, de vannes de même que les inondations, les incendies, les explosions, et les chutes de charges.

Le principe de « défense en profondeur » doit être appliqué à la protection contre ces agressions internes de manière à limiter la vraisemblance et les conséquences de telles agressions par la mise en place de dispositions de prévention, de surveillance et de limitation des conséquences.

La stratégie de sûreté développée en France, a été basée sur la notion de "barrière" : elle consiste à interposer entre les produits radioactifs et l'environnement une série de barrières physiques résistantes, étanches, protégées et refroidies autant que nécessaire.

Un des principaux dispositifs conçus pour garantir la sûreté des centrales nucléaires consiste à enfermer dans trois barrières de confinement superposées les produits radioactifs présents dans le cœur du réacteur (voir figure IV. 2).

Ce dispositif comporte successivement:

1. La première barrière concerne environ 40000 crayons de combustible dans un réacteur de 900 MWe et de plus de 50000 dans celui d'un réacteur de 1300 MWe ou 1450 MWe.

Les produits de fission radioactifs sont créés dans les pastilles de combustible et retenus pour la plupart à l'intérieur de celles-ci et dans la gaine pour les plus volatils. Les gaines de ces crayons forment la première barrière. L'étanchéité des gaines peut être remise en cause en fonctionnement normal par la présence de corps étrangers introduits par mégarde dans le circuit primaire lors d'interventions. C'est pour cela qu'il existe de nombreux contrôles lors de l'assemblage du combustible

2. Le circuit primaire, deuxième barrière, limite la dispersion des produits radioactifs contenus dans l'eau primaire. Des fuites peuvent néanmoins se produire sur ce circuit. Le circuit de refroidissement du réacteur à l'arrêt (RRA) est connecté au circuit primaire dans certaines phases de fonctionnement. Il est alors une extension de cette deuxième barrière.

3. Une enceinte de confinement englobe l'ensemble du circuit primaire : c'est la troisième et dernière barrière avant l'environnement. Cette barrière de confinement est constituée :

✓ par le bâtiment réacteur lui-même. Le bâtiment réacteur des tranches 900 MWe est constitué d'une paroi en béton revêtue d'une peau interne en acier. Le bâtiment réacteur des tranches des paliers 1300 et 1450 MWe est constitué de deux parois en béton.

✓ par les pénétrations de ce bâtiment (tampon pour l'accès du matériel, sas pour l'accès du personnel, traversées de tuyauteries, traversées électriques, tube de transfert des assemblages de combustible entre le bâtiment réacteur et le bâtiment combustible). Toutes ces pénétrations sont

conçues pour être les plus étanches possible : les traversées de tuyauteries sont par exemple équipées de vannes et de clapets d'isolement.

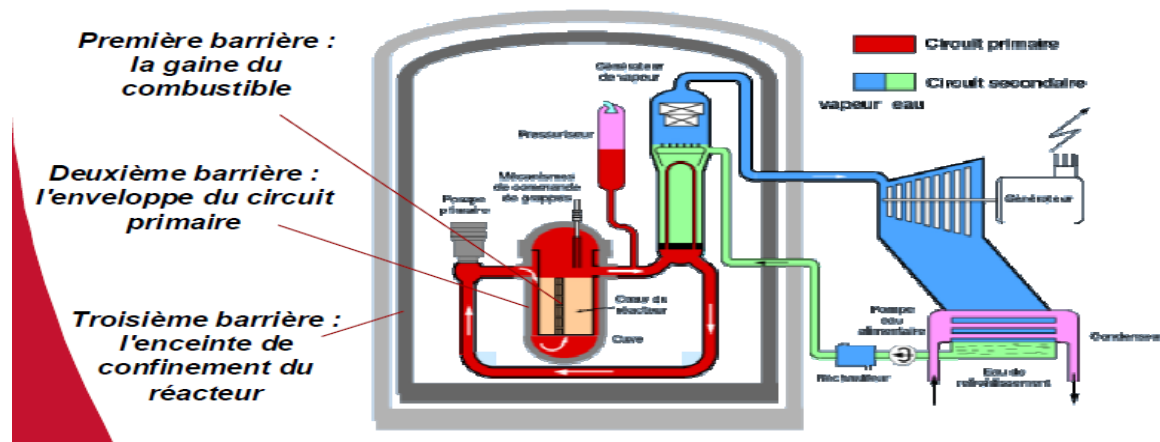


Figure IV.2 : Principe de défense pour le réacteur à eau pressurisée (R.E.P)

IV.5 Le rôle de l'enceinte de confinement :

Les objectifs principaux dans la conception des enceintes de confinement à double paroi des réacteurs nucléaires de palier 1300 et 1450MWe consiste à rechercher l'étanchéité maximale de l'enceinte interne de confinement et à assurer un taux de fuite qui soit en phase accidentelle par perte de réfrigérant primaire (APRP) inférieure par 24 heure à 1.5% de la masse totale des fluides (mélange air sec+ vapeur) contenue dans l'enceinte. Les enceintes sont testées sous une pression d'air équivalente à celle qui pourrait apparaître dans l'enceinte en cas d'accident de type APRP ou RTV, afin de vérifier leur résistance et leur étanchéité.

Pour assurer leurs performances vis-à-vis de ces critères , EDF (Electricité de France) réalise périodiquement des épreuves d'étanchéités en appliquant une pression d'air sec jusqu'à une valeur correspondant à la pression de dimensionnement de l'enceinte interne avec une mesure de taux de fuite à l'extrados ,ceci sans chargement thermique .Ces épreuves sont effectuées avant la mise en service du réacteur ,au cours de la visite complète initiale et tous les dix ans (visites décennales) jusqu'à la fin de la vie de l'enceinte.

Ces tests consistent à mettre en pression avec air sec comprimé le bâtiment réacteur via l'enceinte interne, jusqu'à des niveaux de pression comparables à ceux qui surviendraient en cas d'accident. On prend ainsi en compte les conditions de pression qui seraient atteintes en cas d'accident par perte du réfrigérant primaire(APRP).

Lors d'un essai d'épreuve en air sec , un critère conservatif d'acceptabilité concernant la fuite à été fixé dans le rapport de sureté à 1% de la masse totale d'air contenue dans l'enceinte interne aux conditions d'épreuve ,qui correspond à la pression de dimensionnement .Dans le cas ou la fuite est supérieure au seuil de 1% , les tranches considérées sont arrêtées et des travaux d'étanchéité sont réalisés.

IV.6 Les risques d'origine externe [30] :

Les risques d'origine externe au site peuvent être soit d'origine naturelle, soit liés à l'activité humaine. Les agressions d'origine naturelle faisant l'objet de dispositions particulières sont les séismes, les inondations d'origine externe au site, les conditions météorologiques extrêmes (neige, vent, grand froid). Les agressions liées à l'activité humaine retenues sont essentiellement les chutes d'avions et les risques dus à l'environnement industriel et aux voies de communication (explosion, incendie d'origine externe, gaz toxiques...).

La prévention et la protection contre les risques liés aux agressions externes ont pour objectif essentiel de limiter le rejet éventuel de substances radioactives dans l'environnement à des valeurs acceptables.

IV.6.1 Le risque d'origine naturelle :

Pour les événements naturels tels que séismes, inondations, voire grands froids, l'approche consiste à déterminer par une étude historique les événements pour lesquels les installations doivent être protégées. Cette étude consiste par exemple à caractériser les séismes à partir de la connaissance des destructions relatées dans les documents historiques, sur une période de mille ans environ, mais aussi par l'observation du terrain (état des sols laissant apparaître des mouvements de terrain très anciens permettant de remonter plus loin dans le temps). L'intensité sismique ainsi évaluée est ensuite majorée pour définir le "séisme majoré de sécurité", base du dimensionnement.

IV.7 Le risque de chute d'avion :

Les attentats du 11 septembre 2001 contre le World Trade Center et le Pentagone ont abattu aussi les procédures classiques d'évaluation du risque. Dans le cas des installations nucléaires, il apparaît clairement que l'approche internationale, résumée en France par deux Règles Fondamentales de Sûreté (RFS) applicables aux réacteurs et aux autres installations, est caduque : celle-ci se base sur un raisonnement probabiliste où un risque très grave mais très peu probable est admis comme « acceptable ».

Le dimensionnement des installations nucléaires face aux risques d'écrasement d'un avion est basé sur deux règles fondamentales de sûreté (RFS), édictées par l'autorité de sûreté, applicables à la « prise en compte des risques liés aux chutes d'avion » :

- Règle N° I.2.a du 5 août 1980, applicable aux « tranches nucléaires comportant un réacteur à eau sous pression » ;
- Règle N° I.1.a du 7 octobre 1992, applicable aux « installations nucléaires de base autres que les réacteurs, à l'exception des installations destinées au stockage à long terme des déchets radioactifs ».

Trois familles sont distinguées :

- 1) l'aviation générale (avions de masse inférieure à 5 700 kg) ;
- 2) l'aviation commerciale ;
- 3) l'aviation militaire.

Pour chaque site, une évaluation de la probabilité de chute sur chacune des cibles est effectuée pour chacune des trois familles d'avions ainsi définies. Pour cette évaluation, les formulations introduisent la notion de surface virtuelle du ou des bâtiments abritant chaque fonction de sûreté : cette surface définit la surface de la cible à prendre en compte et correspond à la surface moyenne probable des projections cylindriques sur le sol de la surface apparente de ces bâtiments suivant les directions possibles de chute de l'avion.

Les références des deux avions sont les suivantes :

- référence Lear Jet 23 : bimoteur de 5 700 kg environ, ayant une surface d'impact de 12 m² (soit un rectangle dont le grand côté est toujours horizontal : $h = 1,2$ m, $L = 10$ m) ;
- référence Cessna 210 : monomoteur de 1 500 kg environ, ayant une surface d'impact de 4 m² (soit un rectangle dont le grand côté est toujours horizontal : $h = 0,5$ m, $L = 8$ m).

Pour chaque avion, le chargement à prendre en compte est représenté par une force en fonction du temps définie sur la figure IV.3. Cette force est uniformément répartie sur la surface d'impact de l'avion.

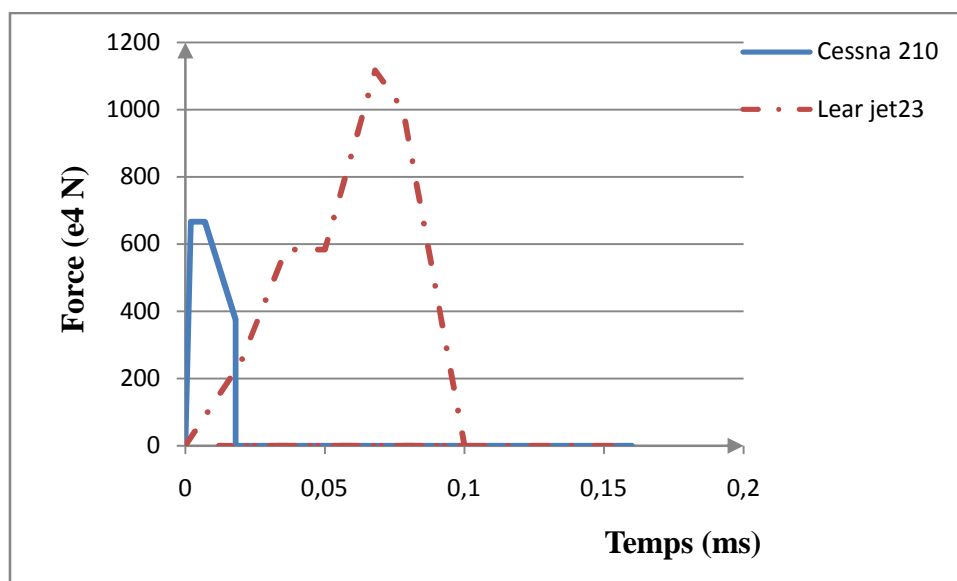


Figure IV.3 : Force d'impact des avions Learjet 23 et Cessna 210 [33]

Pour les sites qui sont à plus de 5 km d'un aéroport, les trajectoires sont situées dans des plans verticaux perpendiculaires aux parois, l'angle de la trajectoire avec la verticale étant compris entre 0 et 45°. Pour les parements verticaux, cela conduit à multiplier les forces d'impact du chargement par 0,7.

Pour les sites situés à moins de 5 km d'un aéroport, on tient compte également de trajectoires faisant un angle de 80° avec la verticale. Cela revient pratiquement à considérer les forces d'impact sans correction.

IV.8 Simulation du comportement de l'enceinte de confinement sous chute d'avion :

IV.8.1 Géométrie et ferrailage de la centrale :

La centrale nucléaire considérée est en béton armé de hauteur 29.6 m, elle est constituée de trois parties essentielles :

- ✓ Le dôme : la partie supérieure de la centrale de rayon 14m, d'épaisseur variable (0.36m d'épaisseur au niveau du sommet et 1m d'épaisseur au niveau d'appuis), et ferrailer par deux lits d'armature radiales, ainsi que deux lits d'armature orthoradiales.
 - Le nombre d'armatures orthoradiales par lits est 100 armatures.
 - Le nombre d'armatures radiales par lits est 220 armatures.
- ✓ La ceinture torique : La partie intermédiaire entre le dôme et la jupe de hauteur 1m, de rayon intérieure 14 m et extérieure 15m, ferrailer par six nappes de cerces longitudinale disposer le long de son volume.
- ✓ La jupe : la jupe est d'épaisseur 0.6m, de hauteur 24.6m, de rayon intérieur 14 m et extérieur 14.6 m, et ferrailer par de nappes d'armatures transversales disposer le long de son volume, ainsi que des cerces longitudinales.

La géométrie et la disposition des armatures sont représentées respectivement dans les figures IV.4 et IV.5

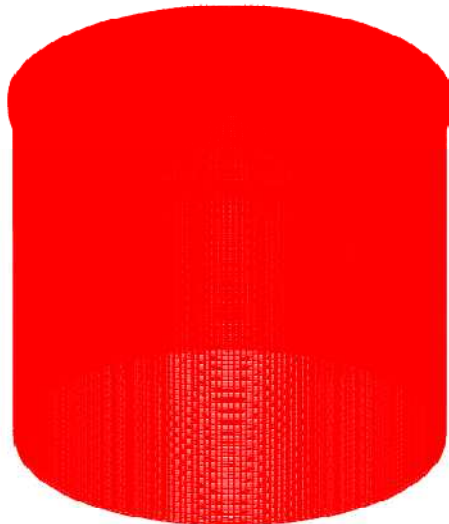


Figure IV .4 : Géométrie de la centrale nucléaire

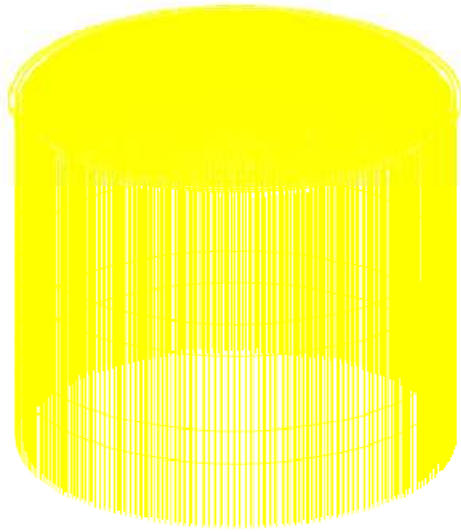


Figure IV.5 : Le ferrailage de la centrale nucléaire

La centrale est sollicitée par une force en fonction du temps définie sur la figure IV.3, cette force est uniformément répartie au sommet du dôme. Ce chargement dynamique est suffisamment important pour solliciter fortement le dôme dans le domaine non linéaire.

Les simulations numériques sont réalisées en utilisant le code d'élément finis Castem3M, En premier temps nous avons essayé de simuler la centrale en mode 3 D, mais vu le temps de calcul prohibitif et manque de moyen de calcul, nous avons décidé de passer en mode axisymétrique, en utilisant dans un premier temps le modèle de Fichant modifié.

Les conditions aux limites sont représentées dans la figure ci-dessous

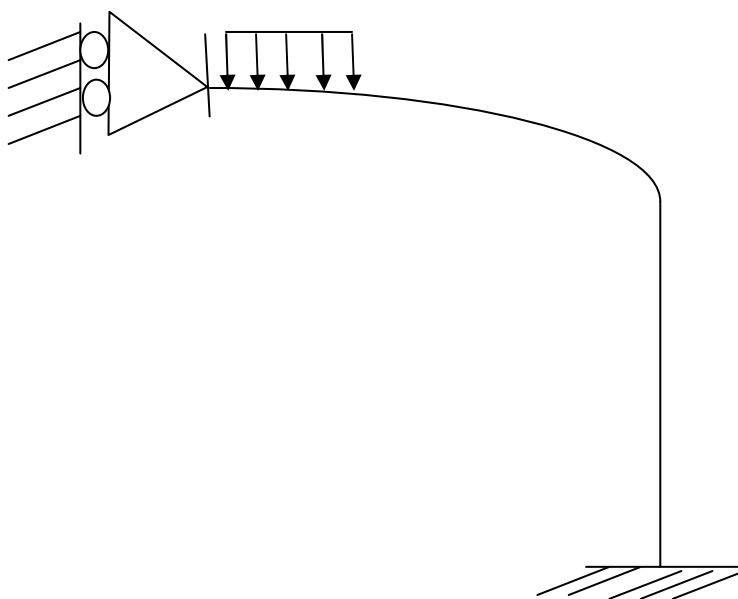


Figure IV.6 : Condition aux limites et chargement

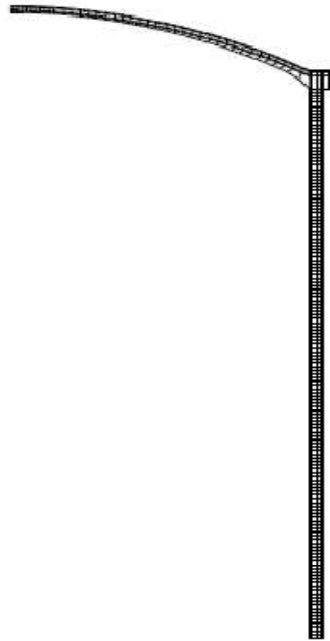


Figure IV.7 : Centrale Nucléaire en axisymétrie

Pour la simulation en axisymétrie, on a modélisé l'enveloppe des armatures radiales et orthoradiales comme étant une coque d'épaisseur $ep1=1$ cm.

Nous somme conscient de la simplification de cette configuration axisymétrique, qui ne peut remplacée une modélisation 3D, surtout en ce qui concerne le rôle des armatures.

La chute d'avion sur une centrale en béton armé est un phénomène complexe. Tout d'abord parce qu'il s'agit d'un choc, c'est-à-dire d'un contact violent entre deux corps. Mais également à cause de la nature très différente des deux solides (projectile et la structure). L'intensité des actions mécaniques mises en jeu dans le choc implique une sollicitation très forte de chacune des deux structures. Il en résulte des phénomènes mécaniques non-linéaires aussi variés dans le projectile (flambage, grands déplacements) que dans la cible (multifissuration, plasticité, endommagement, perforation, vibrations...)

IV.8.2 Simulation avec le modèle de Fichant modifié :

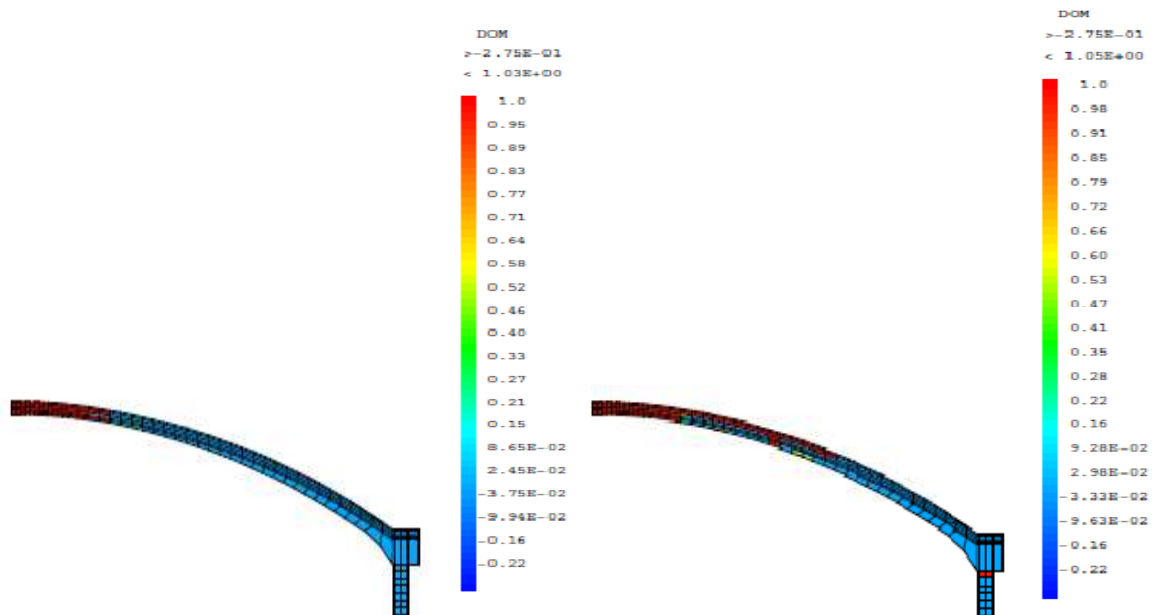
Les données matérielles du béton et de l'acier ainsi que les paramètres du modèle sont représentées dans le tableau ci-dessous

Les données matérielles du béton	Module de Young du béton (γ_g)	3.0 e10 Pa
	Résistance en compression simple	42.e6 Pa
	Résistance en traction simple	3.e6 Pa
	Coefficient de poisson	0.2
	La masse volumique	2.5e3 Kg/m ³
Les données matérielles de l'acier	Coefficient de poisson	0.3
	Module de Young	2.e11 Pa
	La masse volumique	7800 Kg/m ³
Les paramètres du modèle	Facteur d'influence	40
	Energie de rupture (G_f)	100 j /m ²
	Seuil en déformation pour la traction	1.e-4
	Champs par élément calculé à partir de G_f	$\frac{1}{\beta} = \frac{1 - \xi}{\varepsilon_{d0}} \left(\frac{G_f}{Eh} - \frac{\varepsilon_{d0}^2}{2} \right)$
	Facteur de plasticité	10* γ_g

Tableau IV.1 : Les paramètres du modèle et les données matérielles du béton et de l'acier

Les résultats de notre simulation sont représentés dans les figures ci-dessous (zoom sur la partie haute) :

IV.8.2.1 L'endommagement :



a) L'avion cessna 210

b) L'avion Lear jet23

Figure IV.8: L'endommagement sous l'effet de chute des deux avions Cessna 210 et learjet23

IV.8.2.2 Les ouvertures de fissure :

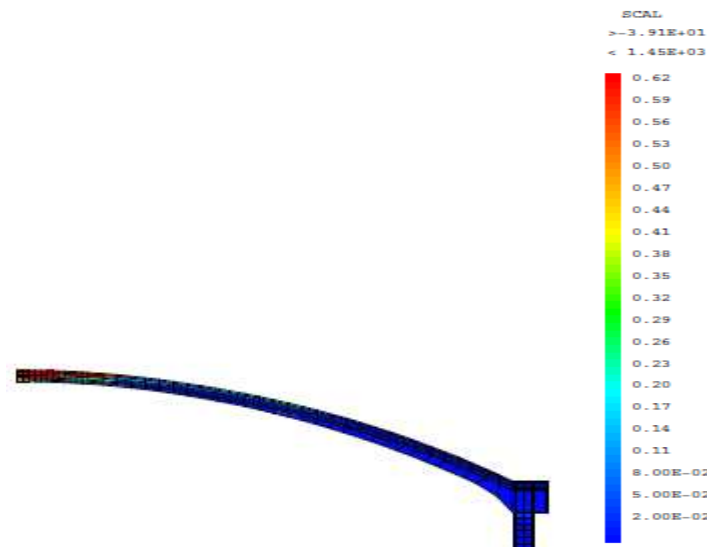


Figure IV.9 : Les ouvertures des fissures sous l'impact de chute de l'avion Learjet23

IV.8.2.3 Déformation plastique des armatures :

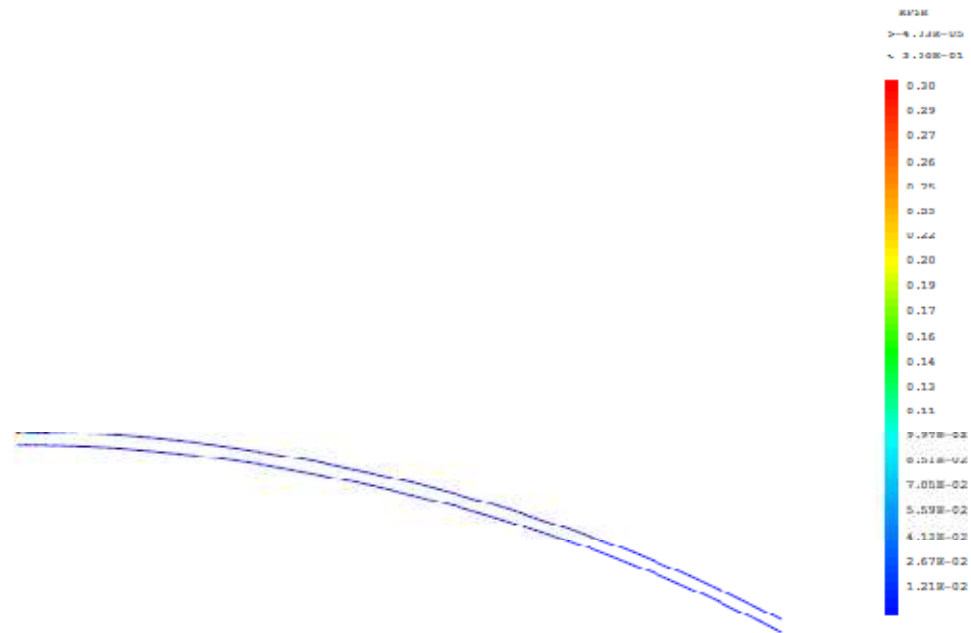


Figure IV.10: Déformation plastique cumulée des armatures sous l'impact de chute de l'avion Lear jet23

IV.8.2.4 Déplacement vertical du sommet du dôme :

Le déplacement vertical du sommet du dôme est représenté dans la figure ci-dessous.

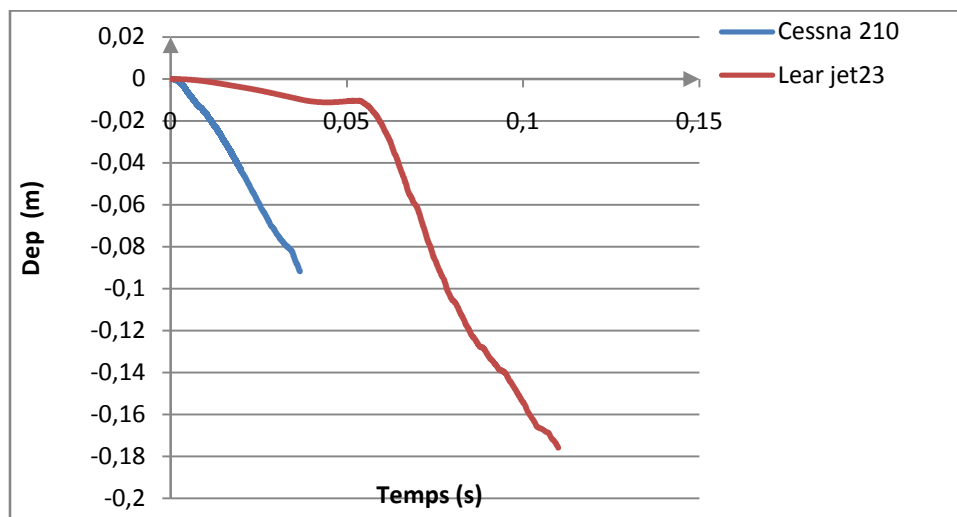


Figure IV.11 : Le déplacement vertical du sommet du dôme pour $ep1=10$ mm

Il s'agit d'un choc dur avec un temps très court et une vitesse d'impact importante (100m/s), ce choc conduit à des phénomènes présentant de nombreuses discontinuités (rupture détachement de blocs, contact...).

On remarque que le dôme s'endommage plus avec le chargement Lear jet23. La fissuration apparaît dans la partie inférieure du dôme qui est sollicitée en traction à cause de la réflexion des ondes, le dôme est aussi endommagé sur la partie supérieure à cause des contraintes de compression.

En ce qui concerne le déplacement maxi du dôme l'évolution ne montre pas de changement de signe après annulation de chargement, ce qui montre les limites de ce modèle. En effet le modèle de Fichant ne permet pas de prendre en compte l'effet de vitesse de chargement, dans le cas des chutes d'avion, cet effet est considérable et joue un rôle très important sur la réponse du matériau. Afin de tenir en compte de cet effet de vitesse, nous avons décidé de simuler le comportement de l'enceinte avec un modèle visco-endommageable DYNA-LMT [11].

IV.8.3 Le modèle visco-endommageable DYNA-LMT [11] :

Afin d'introduire un effet de vitesse dans l'évolution de l'endommagement, F. Gatuingt a utilisé un modèle visqueux fondé sur les travaux de Dubé [Dubé 94], et il a utilisé un modèle de comportement élastique visco-endommageable :

$$\sigma_{ij} = (1 - D)[K_{ijkl} \varepsilon_{mm}^e \delta_{kl} + 2G_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^e - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm}^e \delta_{kl})] \quad (IV.1)$$

avec K_{ijkl} et G_{ijkl} sont les modules de compressibilité et de cisaillement du matériau.

La formule d'évolution de la vitesse d'endommagement est la suivante :

$$\dot{D} = \left(\frac{\langle F_D(\tilde{\varepsilon}_e) \rangle}{m_D} \right)^{n_D} \quad (IV.2)$$

avec $F_D(\tilde{\varepsilon}_e)$ représente la fonction seuil d'endommagement et m_D et n_D sont des paramètres du matériau.

Afin de conserver une évolution de l'endommagement qui soit pilotée par les déformations, la forme de la fonction seuil a été modifiée pour l'écrire en fonction de la déformation équivalente élastique. Donc la nouvelle fonction seuil à la forme suivante (équivalente au seuil défini par Mazars) :

$$F_D(\tilde{\varepsilon}_e) = \tilde{\varepsilon}_e - \varepsilon_{D0} - \frac{1}{a} \left(\frac{D}{1-D} \right)^{1/b} \quad (IV.3)$$

où $\tilde{\varepsilon}_e$ représente la déformation équivalente élastique, ε_{D0} le seuil initial d'endommagement, a et b les paramètres du matériau.

Pour mieux appréhender la dégradation liée aux mécanismes d'extensions, F. Gatuingt a utilisé un couplage entre un endommagement de compression et un endommagement de traction. L'endommagement est défini par :

$$D = \alpha_c D_c + \alpha_t D_t \quad (IV.4)$$

avec D_c et D_t représentent respectivement l'endommagement de compression et de traction tandis que α_c et α_t sont des paramètres tels que:

- en cas de traction pure $\alpha_c = 0$
- en cas de compression pure $\alpha_t = 0$
- en cas de combinaison $\alpha_t + \alpha_c = 1$

A partir de là, il a défini deux endommagements différents, un de traction et un de compression, les évolutions de l'endommagement sont les suivantes :

$$\dot{D}_c = \left(\frac{\langle \tilde{\varepsilon}_e - \varepsilon_{D0} - \frac{1}{\alpha_c} \left(\frac{D_c}{1-D_c} \right)^{1/b_c} \rangle}{m_{D_c}} \right)^{n_{D_c}} \quad (IV.5)$$

$$D_t = \left(\frac{\langle \tilde{\varepsilon}_e - \varepsilon_{D0} - \frac{1}{\alpha_t} \left(\frac{D_t}{1-D_t} \right)^{1/b_t} \rangle}{m_{D_t}} \right)^{n_{D_t}} \quad (IV.6)$$

Les expérimentations développées ont montré qu'il existe une dépendance à la vitesse de chargement du comportement sphérique du béton. Il est donc important de prendre en compte la vitesse de déformation dans l'évolution des déformations plastiques. Pour cela, F. Gatuingt a utilisé une forme visco-plastique du modèle de Gurson associée au modèle de comportement suivant :

$$\sigma_{ij} = (1 - D)[K_{ijkl} \varepsilon_{mm}^e \delta_{kl} + 2G_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^e - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm}^e \delta_{kl})] \quad (IV.7)$$

L'évolution des déformations plastiques est la suivante :

$$\varepsilon_{ij}^{vp} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_{NT}}{\partial \sigma_{ij}} \quad (IV.8)$$

La surface seuil utilisée est celle de Gurson modifiée et elle est écrite de la manière suivante :

$$F_{NT}(\sigma_{ij}, \sigma_M, f^*) = \frac{3j_2}{\sigma_M^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{I_1}{2\sigma_M}\right) - (1 + (q_3 f^*)^2) = 0 \quad (IV.9)$$

Où f^* représente la porosité du matériau, σ_M est la contrainte dans la matrice si on considère celle-ci sans vide et q_1, q_2, q_3 sont des paramètres scalaires du critère.

S'appuyant sur les travaux de Colantonio et Stainier [Colantonio et Stainier 96], le multiplicateur plastique est en fonction de la porosité et écrit sous la forme originale suivante :

$$\dot{\lambda} = \frac{f^*}{(1-f^*)} \left\langle \frac{F_{NT}}{mvp} \right\rangle^{nvp} \quad (IV.10)$$

Où f^* représente la porosité, mvp et nvp sont les paramètres du matériau.

IV.8.3.1 Les paramètres du modèle dynamique DYNA-LMT :

Les paramètres du modèle sont présentés dans le tableau ci-dessous :

'F0'	Porosité initiale du béton	0.3
'Q1'	Paramètre du critère de Gurson modifié par Needleman et Tvergaard	0.5
'Q2'	Paramètre du critère de Gurson modifié par Needleman et Tvergaard	0.5
'Q3'	Paramètre du critère de Gurson modifié par Needleman et Tvergaard	0.5
'SGM0'	Résistance de la matrice cimentaire sans les pores	70. e+06 Pa
'XN'	Exposant du seuil de viscoplasticité	15
'NVP'	Paramètre de la viscoplasticité de type Perzyna	1.5
'MVP'	Paramètre de la viscoplasticité de type Perzyna	1.e-2
'K'	Influence l'évolution de la porosité	15
'MDT'	Paramètre de viscosité de l'endommagement de traction	0.5 e-4
'NDT'	Paramètre de viscosité de l'endommagement de traction	5
'MDC'	Paramètre de viscosité de l'endommagement de compression	0.5 e-3
'NDC'	Paramètre de viscosité de l'endommagement de compression	20
'ED0'	Seuil en déformation pour la traction	1.e-4
'AC'	Paramètre pour la compression	3000
'BC'	Paramètre pour la compression	4
'AT'	Paramètre pour la traction	20000
'BT'	Paramètre pour la traction	1.6

Tableau IV.2 : Les paramètres du modèle dynamique DYNA-LMT

IV.8.3.2 Les résultats de la simulation :

IV.8.3.2.1 L'endommagement :

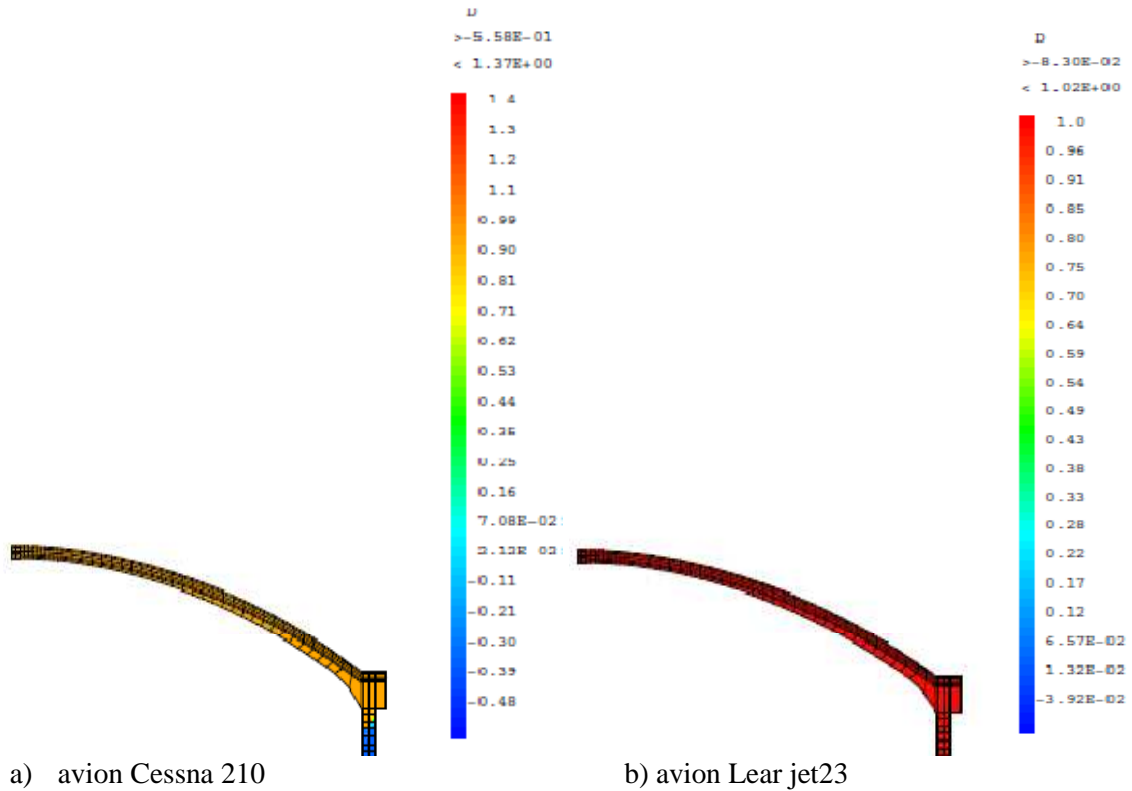


Figure IV.12: L'endommagement du dôme

IV.8.3.2.2 Déplacement vertical du sommet du dôme :

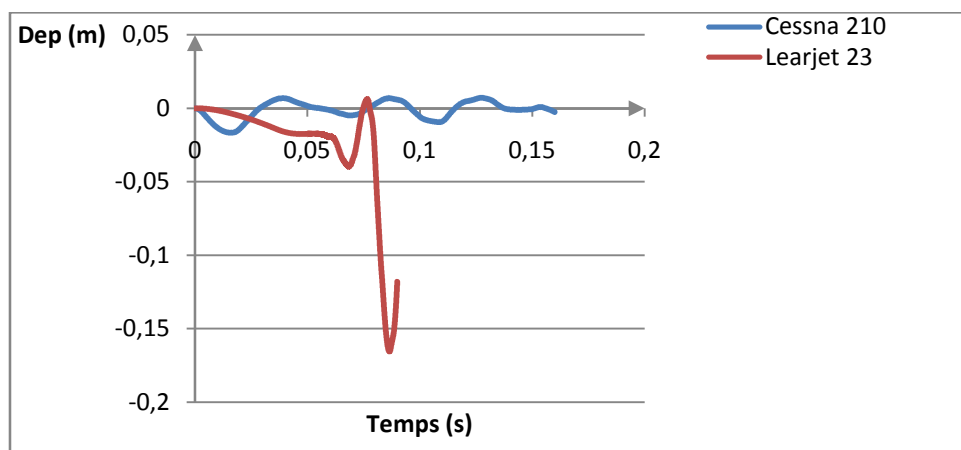


Figure IV.13 : Déplacement vertical du sommet du dôme pour $ep1=10$ mm

Sous l'impact de l'avion Cessna 210, l'enceinte de confinement a subi des faibles déplacements avec absence de déformation ou de plastification des aciers d'armatures radiales et orthoradiales, et il existe un très faible risque qu'une fissure apparaisse dans l'ouvrage de confinement. Par contre sous l'impact de l'avion Lear jet 23, on observe un autre scénario, différent du scénario de l'avion Cessna 210, le dôme est complètement endommagé avec un déplacement maximale de 16 cm, donc on est à la présence d'un phénomène de perforation qui peut entraîner des conséquences très graves.

On peut conclure que le modèle visco endommageable de F.gatuingt permet de simuler correctement des structures sous un chargement dynamique rapide, les phénomènes de réflexion d'ondes sont pris en compte, ceci est illustré sur les évolutions du déplacement du sommet du dôme.

IV.8.3.2.3 L'influence de la quantité d'aciers :

Pour voir l'influence de la quantité d'acier dans la stabilité et la résistance des enceintes de confinement, on a effectué d'autres simulations en changeant l'épaisseur de la coque e_p ($e_p=1.8\text{cm}$).

Les résultats numériques sont représentés dans la figure ci-dessous.

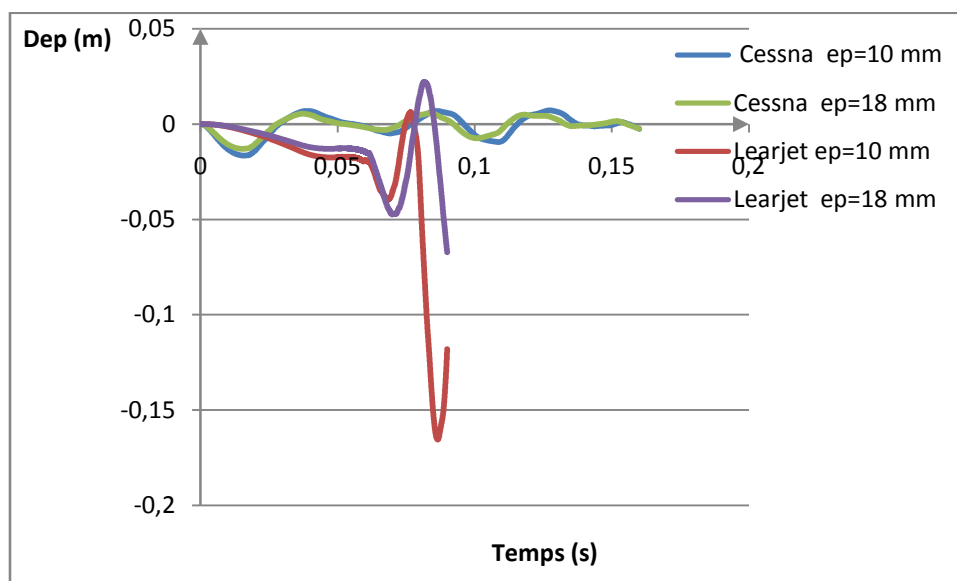


Figure IV.14 : Simulation du déplacement vertical du sommet du dôme

On constate que, plus la quantité d'aciers employée est grande plus l'enceinte de confinement résiste, donc les armatures ont assurés l'équilibre par la reprise de la quasi-totalité des efforts.

Conclusions et perspectives

La dégradation et la ruine d'une structure en béton armé sont des phénomènes complexes faisant intervenir la fissuration du béton, la plasticité de l'acier et la dégradation de l'interface. Pour mieux comprendre ces mécanismes, on a effectué des simulations numériques du comportement des structures jusqu'à la rupture. Des poutres, un tirant en béton armé, ainsi qu'une enceinte de confinement soumise à un chargement extérieur sont modélisés. Les ouvertures de fissures sont évaluées. Pour se faire, on a utilisée le modèle de Fichant modifié, ainsi que la procédure d'ouverture de fissure «OUVFISS». Cependant cette approche est basée sur une approche énergétique, le modèle original de Fichant a été ainsi modifié pour satisfaire cette condition.

Au premier lieu, nous avons simulé un tirant en béton armé, son comportement est apprécié grâce à la courbe reliant la contrainte dans l'acier à la déformation. Une distribution aléatoire des caractéristiques matérielles du béton a été utilisé afin de palier le problème de faiblesse du gradient de contrainte engendré par la sollicitation. L'ouverture de fissure a été également calculée. Nous avons constaté que pour les deux distributions aléatoires (alea1 et alea2), la réponse globale du tirant ne change pas. Cependant, l'influence est visible sur la réponse locale c.à.d. l'ouverture des fissures et les espacements correspondants.

Dans la deuxième simulation, nous avons évalué l'effet d'échelle à travers une simulation de trois poutres entaillées en flexion de différentes tailles D1, D2 et D3. Une modélisation mésoscopique a été utilisée afin de suivre le chemin de fissuration. Les résultats ont montré que l'effet d'échelle doit être pris en compte dans le dimensionnement vis-à-vis du comportement ultime des structures en béton afin de limiter les dommages et les ouvertures de fissures.

La dernière simulation concernait une application particulière : le comportement d'une enceinte de confinement soumise a un effet d'impact de deux avions "Cessna 210" et "Lear Jet 23" a été simulé. Pour se faire nous avons utilisé le modèle de Fichant modifié ainsi que le modèle DYNA-LMT. Les résultats donnés par le modèle de Fichant ne semble pas représenter correctement le comportement de l'enceinte. Ceci pourrait s'explique par le fait que ce modèle ne tient pas compte de l'effet de vitesse dans le chargement. Une autre simulation a été réalisée avec le modèle DYNA-LMT, les résultats obtenus sont plus logiques, surtout en termes de déplacement du sommet du dôme.

Comme perspectives :

- Les estimations des ouvertures de fissure peuvent être comparées a celles obtenues par d'autre méthodes (X-FEM, E-FEM)
- En ce qui concerne le comportement du béton, on peut étudier l'effet de taille des granulats sur le comportement ultime des structures en béton armé. Voir l'influence de l'interface acier béton sur le développement de la fissuration/
- On peut traiter un autre problème de même grandeur que l'impact des avions sur les enceintes de confinement (une sollicitation sismique par exemple).

Références bibliographiques

- [01] Jean Lemaitre et Jean-Louis Chaboche. "Mécanique des matériaux solides" ,2006.
- [02] Mohammed Matallah. "Modélisation non linéaire des géomatériaux : applications aux calculs de structures en béton armé". Cours magistère, 2008.
- [03] Hung Ung Quoc.»Théorie de dégradation du béton et développement d'un nouveau modèle d'endommagement en formulation incrémentale tangente". Doctorat de l'école nationale des ponts et chaussées ,2003.
- [04] Abbas-Krayani."Contribution à la modélisation non linéaire du comportement mécanique du béton et des ouvrages en béton armé et précontrainte". Doctorat de l'école centrale de Nantes et l'université de Nantes, 2007.
- [05] W.Nechnach. "Contribution à l'étude numérique du comportement du béton et des structures en béton armé soumises à des sollicitations thermiques couplées.Une approche thermo-elastique endommageable". Doctorat de l'institut national des sciences appliquées de Lyon, 2000.
- [06] S. Ramtani. "Contribution à la modélisation de comportement multiaxial du béton endommagé avec description de l'effet unilatéral. Thèse de doctorat, université Paris 6,1990.
- [07] Frédéric Ragueneau."Fonctionnement dynamique des structures en béton –influence des comportements hystérétiques locaux". Doctorat de l'école normal supérieure de Cachan, 1999.
- [08] J. Mazars. "Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non-linéaire et à la rupture du béton de structures". Doctorat d'état de l'université Paris6, 1984.
- [09] A. Dragon, D. Halm.Th. Désoyer. " Anisotropic damage in quasi-brittle solids : Modelling computational issues and applications ". Comput.Methods Appl. Mesh. Engrg,183-331 352,2000.
- [10] Christian La Borderie. " Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : Modélisation et application a l'analyse de structures en béton",1991.
- [11] Fabrice Gatuin. "Prévision de la rupture des ouvrages en béton sollicités en dynamique rapide". Doctorat de l'école normal supérieure de Cachan, 1999.
- [12] Peter H.Feenstra and René de Borst. "A Composite plasticity model for concrete ". Int. J. Solids Structures Vol. 33, No. 5, pp. 707-730, 1996.
- [13] Koiter. W.T. " Stress-strain relation, uniqueness and variational theorems of elastic-plastic materials with a singular yield surface". Q.Appl.Math.11, 350-354,1953.
- [14] Mohammed Matallah." Modélisation numérique de l'endommagement anisotrope et unilatéral dans les structures en béton». Doctorat de l'université de Pau et des Pays de l'Adour, 2006.

- [15] A.Hillerborg and al. "Analysis of crack formation and crack growth by fracture mechanics and finite elements". Cement and concrete research, 6 :773-786, 1976.
- [16] Z.P .Bazant and B.Oh. " Crack band theory for fracture of concrete ".Rilem Mat struct,(16) :155-177,1983.
- [17] Z.P.Bazant. "Mechanics of distributed cracking", Appl. Mech. Rev., Vol. 39 (5), pp.675-705,1986.
- [18] Pijaudier-Cabot G. "Caractérisation et modélisation du béton par un essai multiaxial automatique". Doctorat de l' université de Paris 6, 1985.
- [19] Z.P.Bazant. "Why Continuum Damage is Nonlocal : Micromechanics Arguments", J. Engrg. Mech., ASCE, 117 (5), pp. 1070-1087 ,1991.
- [20] Berthaud. Y et al. "The Localization Zone in Quasi-Brittle Materials", Fracture and Damage in Quasi-Brittle Structures, Edited by Z.P. Bazant, Z. Bittnar, M. Jirasek and J. Mazars, 1994.
- [21] Peerlings R.H.J and al. " Some observations on localisation in non-local gradient damage model", Eur. J. Mech. NSolids, Vol. 15, No. 6, pp. 937-953, 1996.
- [22] J. C. Rots. " Computational Modelling of Concrete Fracture". Thèse de doctorat, Delft University of Technology, 1988.
- [23] Mohammed Matallah et C.Borderie."Modélisation numérique de l'ouverture des fissures dans les structures en béton ".25 e rencontres de l'AUGC, Bordeaux, 2007.
- [24] Mohammed Matallah et C.Borderie."Analyse critique des résultats du benchmark C.E.O.S.Fr et analyse bibliographique". Rapport MEFISTO (GT1.1), pages 1-37,2009.
- [25] A. Simone et al : "From continuous to discontinuous failure in a gradient-enhanced continuum damage model. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192:4581–4607, 2003.
- [26] Mohammed Matallah et al. "A practical method to estimate crack opening in concrete structures". International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009.
- [27] Stéphanie Fichant. "Endommagement et anisotropie induite du béton de structures. Modélisations approchées ". Doctorat de l'école normale supérieure de Cachan, 1996.
- [28] Daoud Atef. "Etude expérimentale de la liaison entre l'acier et le béton autoplaçant-contribution à la modélisation numérique de l'interface. " Doctorat de l'institut national des sciences appliquées de Toulouse, 2003.
- [29] Syed Yasir Alam. " Expérimental study and numerical analysis of crack opening concrete". Doctorat de l'école centrale de Nantes et l'université de Nantes, 2011.

[30] Rapport N^o 285 de synthèse de l'instruction technique réalisé par l'IRSN. "Le réexamen de sureté des réacteurs à eau sous pressions de 900 Mwe à l'occasion de leurs troisièmes visites décennales" ,1991.

[31] Jérôme Verdier. "Contribution à la caractérisation de l'évolution du taux de fuite des enceintes de confinement du parc nucléaire". Doctorat de l'université Paul Sabatier ,2001.

[32] Grégory Muller."Evaluation de la sensibilisation de la population face à la menace nucléaire et concomitamment du rôle du pharmacien lors de la distribution des comprimés d'iode". Le diplôme de docteur en pharmacie ,2008.

[33] Jean-Louis Costaz. "Confinement. Enceintes",10 avril 1997.