



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la  
Recherche Scientifique



Université Abou Bekr Belkaid – Tlemcen

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique et Electronique

Filière : Génie Industriel

## Projet de Fin d'Etudes

Master : Génie Industriel

Option : - Chaîne Logistique - Ingénierie de la Production

### Intitulé :

## Conception de la chaîne logistique de l'entreprise Toudja : Localisation des entrepôts et optimisation du flux de transport

### Présenté par :

- AOUF Bilel
- KERAI Boubekour

### Jury :

President: Mr. HASSAM Ahmed	MCB	U.A.B.B Tlemcen
Examineur: Mr. MALIKI Fouad	MAA	E.P.S.E. Tlemcen
Examineur : Mme BENSMAINE Nardjes	MCB	U.A.B.B Tlemcen
Encadreur : Mr BENSMAINE Abderrahmane	MCB	U.A.B.B Tlemcen
Co-encadreur : Mme GHOMRI Latifa	MCA	U.A.B.B Tlemcen

Année Universitaire : 2015/2016

# Sommaire

Sommaire .....	1
Remerciements .....	4
Dédicace .....	5
Dédicace .....	6
Liste des tableaux .....	7
Liste des figures .....	8
Introduction générale.....	9
Chapitre I : Chaîne logistique.....	11
1.1 Introduction .....	12
1.2 La logistique .....	13
1.2.1 Définitions de la logistique .....	13
1.2.2 Le rôle de la chaîne logistique .....	13
1.2.3 Les enjeux de la logistique.....	14
1.3 Définitions de la chaîne logistique .....	14
1.4 Les maillons de la chaîne logistique.....	14
1.4.1 Fournisseur.....	15
1.4.2 Usine .....	16
1.4.3 Le stockage .....	16
1.4.4 Centre de distribution.....	16
1.4.5 Le client .....	16
1.5 Les flux dans la chaîne logistique.....	16
1.5.1 Flux d'information .....	16
1.5.2 Flux financier .....	17
1.5.3 Flux physique.....	17

## Sommaire

---

1.6 La distribution.....	17
1.7 Transport.....	17
1.8 Conclusion.....	19
Chapitre II : Etat de l'art .....	20
2.1 Introduction .....	21
2.2 Conception des chaînes logistiques : problème de localisation.....	22
2.2.1 Modèles déterministes .....	22
2.2.2 Modèles stochastiques.....	26
2.2.3 Modèle de localisation intégral l'aspect stockage.....	27
2.3 Les méthodes de résolutions.....	27
2.3.1 Méthode Branch-and-Bound .....	27
2.3.2 Relaxation Lagrangienne .....	31
2.3.3 Méthode de génération de colonnes.....	35
2.4 Présentation des outils informatiques utilisés pour la résolution de problème de notre étude.....	40
2.4.1 Utilisation d'OpenSolver .....	40
2.4.2 Le langage informatique Lingo.....	43
2.5 Conclusion.....	44
Chapitre III : Problématique et analyse des résultats .....	45
3.1 Introduction .....	46
3.2 Le problème étudié .....	47
3.3 Collecte des données .....	49
3.3.1 Données relatives aux clients.....	49
3.3.2 Détermination des entrepôts potentiels et leur capacité de stockage.....	51
3.3.3 Coûts reliés à la localisation des entrepôts .....	52
3.3.4 Détermination des coûts de transport.....	54
3.4 Les résultats et interprétations .....	55
3.4.1 Présentation des résultats .....	55
3.5 La comparaison entre les trois scénarios .....	67
3.6 Conclusion.....	68
Conclusion générale et perspective .....	69

## Sommaire

---

Bibliographie.....	70
Résumé .....	74

## Remerciements

*Nous remercions Dieu le tout puissant. De nous avoir accordé des connaissances de la science et de nous avoir aidés à réaliser ce travail.*

*Au terme de ce modeste travail nous tenons à remercier chaleureusement et respectivement tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail de fin d'étude, à savoir nos encadreurs Mr: BENSMAÏNE Abderrahmane et Mme : GHEMRI Latifa.*

*Nos vifs remerciements vont tous d'abord à notre responsable de la filière qui nous à orienter durant la formation*

*Nous tenons à remercier*

*Tous les enseignants qui nous ont suivis durant toute la formation*

*Ainsi que les employeurs de l'entreprise Toudja, pour leurs aides et leurs valeureux conseils.*

## Dédicace

A mes parents, responsables de ma réussite.

A mes amis ( *Youcef, Boubaker, Bilal, Walid, Mestapha*),

fidèles gardiens de ma santé mentale.

A celle que j'aime, source inépuisable qui nourrit les rêves.

A mes frères, *Boudjemàa, Meftah, Abd-El-Madjid, Samir,*

*Rafik, F-Kerai et S-Kerai*, vous partagé avec moi les

plaisirs et les déboires de ce garde que nous convoitions.

*KERAI Boubekeur*

# Dédicace

A mes parents;

A ma famille ;

A mes amis ;

AOUF Bilel

# Liste des tableaux

Tableau 3. 1: Le regroupement des clients dans des zones de demandes .....	50
Tableau 3. 2: Les demandes annuelles de chaque zone de demande .....	51
Tableau 3. 3: Les coûts relatifs aux employeurs pour chaque entrepôt potentiel, par mois.....	53
Tableau 3. 4: D'autres coûts (équipements et services) par mois, pour chaque entrepôt potentiel.....	53
Tableau 3. 5: Les coûts fixes de localisation pour chaque entrepôt potentiel .....	54
Tableau 3. 6: La somme des demandes affectées a chaque entrepôt localisé .....	57
Tableau 3. 7: Variable de décision de localisation $X_j$ .....	62
Tableau 3. 8: Variable de décision d'affectation $Y_{ij}$ .....	63
Tableau 3. 9: Coût de localisation multiplié par la variable de décision de localisations.....	63
Tableau 3. 10: Optimisation des flux de transport .....	64
Tableau 3. 11: Matrice (demande des zones de client * variable de décision d'affectation $Y_{ij}$ ) .....	64
Tableau 3. 12: Les résultats de la simulation OpenSolver .....	66



# Liste des figures

Figure 1. 1: Les flux et les maillons d'une chaîne logistique.....	15
Figure 1. 2: Fonction transport dans un réseau logistique.....	18
Figure 3. 1: Structure de la chaîne logistique étudiée sans limitation de nombre d'entrepôts à localiser .....	47
Figure 3. 2: Structure de la chaîne logistique étudiée avec limitation de nombre d'entrepôts à localiser (1er cas à 6 et 2ème cas à de 9).....	48
Figure 3. 3: La représentation géographique des zones de demande .....	51
Figure 3. 4: Représentation géographique des entrepôts potentiels .....	52
Figure 3. 5: Rapport de Lingo concernant nombre d'entrepôts localisés et la valeur de la fonction objectif .....	55
Figure 3. 6: Rapport d'affectation des zones de client vers les entrepôts localisés .....	56
Figure 3. 7: Représentation géographique de localisation et d'affectation .....	57
Figure 3. 8: Rapport de localisation avec limitation du nombre d'entrepôts localisés à 6.....	58
Figure 3. 9: Rapport d'affectation des zones de client aux entrepôts localisés (P=6) .....	58
Figure 3. 10: Représentation géographique des entrepôts localisés et l'affectation des zones de client (cas P=6).....	59
Figure 3. 11: Rapport de localisation avec limitation du nombre d'entrepôts localisés à 9.....	59
Figure 3. 12: Rapport d'affectation des zones de client aux entrepôts localisés (P=9) .....	60
Figure 3. 13: Représentation géographique des entrepôts localisés et l'affectation des zones de client (cas P=9).....	61
Figure 3. 14: La fonctionnalité OpenSolver.....	65
Figure 3. 15: Les paramètres d'OpenSolver.....	65
Figure 3. 16: Représentation graphique de la valeur de la fonction objectif (pour les trois scénarios).....	67

# Introduction générale

Après l'ouverture de l'économie algérienne en 1988 les entreprises algériennes, soit privées où celle de l'état ont été affrontées à une concurrence des entreprises mondiales, très organisées et qu'elles offrent des produits de qualité et à un prix raisonnable, et qui possèdent aussi des chaînes logistiques très concurrentiels. Cette dernière les permet de livrer leurs produits en bon état et au délai et avec un coût minimal.

Ces changements dans le marché algérien ont poussé plusieurs entreprises à prendre des mesures nécessaires, et à constater les limites de l'optimisation seul de leurs systèmes de production/ distribution et recherchant à explorer de nouvelles sources de compétitivité à travers l'optimisation de leurs réseaux logistiques et de leurs relations avec leurs partenaires, fournir le produits et/ou le service désiré par le client, rapidement moins cher et plus performant que celui proposé par leurs concurrents, sur le marché local/ou international. La concurrence dans un futur proche ne sera pas entre différentes entreprises mais entre différent réseaux logistiques (M.Christopher, 1992)

Parmi ces entreprises algériennes on trouve l'entreprise Toudja, cette entreprise est spécialisée dans la production de jus de fruits (bouteilles de verre 33 Cl), le produit de cette entreprise a une bonne réputation sur tout le territoire national.

Les statistiques mondiales précisent que les dépenses annuelles associées aux activités logistiques non militaires dans les pays développés comme Etats-Unis et UE, sont estimés à plus de 11% de produit national (1,677 billion USD aux Etats-Unis) ; et ces coûts peuvent représenter plus de 30% de prix de vente de produits de consommation, les coûts de transport constituent la composante principale des coûts de logistique, aussi 50% des plaintes des clients sont dues à une mauvaise gestion du réseau de distribution (Guillaume, 2002)

Le problème sur lequel porte ce mémoire est le suivant : déterminer une localisation à coût minimal pour le réseau de distribution de l'entreprise Toudja en minimisant les flux de transport entre les entrepôts et les clients sous la contrainte de capacité de stockage des entrepôts à localiser, afin de résoudre le problème de distribution de produit de cette entreprise. Toudja possède une seule usine installée à la wilaya de Bejaia, plus précisément à la zone industrielle d'Elkseur à 26 km du chef lieu de la wilaya. Cette usine va approvisionner les entrepôts qui vont être localisés afin de satisfaire la demande de ses clients au délai. Les clients vont être affectés aux entrepôts localisés en minimisant les coûts de transport entre les clients et les installations appropriées qui ont une capacité de stockage limitée. Actuellement l'entreprise distribue son produit en collaboration avec des intermédiaires externes à l'entreprise, ces derniers distribuent le produit de l'entreprise à un coût élevé par apport aux concurrents et avec un retard dans les délais. La résolution de ce problème va permettre à l'entreprise de servir ses clients au délai et avec un coût optimal.

Le but de ce mémoire est d'adapter une modélisation linéaire en nombre entier de problème de localisation affectation avec capacité de stockage limitée, et la combinaison de ce modèle avec le modèle P-médian. La résolution des deux modèles doit pouvoir être résolue en un temps de calcul raisonnable par le OpenSolver et le logiciel d'optimisation LINGO qui se base dans sa résolution sur la méthode Bronch-and-Bround qui sera présentée brièvement dans la section 2-3-1 de chapitre II.

Afin de situer le problème par rapport aux autres problèmes de littérateurs, nous soulignons que celui-ci possède les caractéristiques suivantes :

- Un seul produit, une seule période ;
- un seul modèle transport, un seul type d'entrepôts ;
- demande fixe est déterminée ;
- capacité de stockage des entrepôts limitée ;
- capacité de production limitée ;
- capacité de transport illimitée.

Dans le chapitre I nous présentons des définitions de la logistique et celle de la chaîne logistique, puis les maillons de la logistique où nous donnons la définition de chaque maillon. Par la suite, nous citons les flux de la chaîne logistique, et nous clôturons ce chapitre avec une définition de distribution et celle de transport et une conclusion.

Le chapitre II est dédié à la présentation d'une revue de la littérature ayant traité, de près ou de loin les problèmes de conception de chaîne logistique. Plus précisément nous nous intéressons aux problèmes abordés et aux approches de résolution proposées. Nous insistons pour les problèmes localisation allocation sur les modèles de conception déterministes surtout le problème classique de localisation « Fixed Charge Facility Location Problem » avec capacité et sans capacité et le problème P-médian, le modèle stochastiques. Ensuite, nous présentons les méthodes de résolution les plus utilisées, nous terminerons ce chapitre par une petite présentation des logiciels (LINGO, OPENSOLVER) qui seront utilisés pour la résolution de notre problème.

Le chapitre III est dédié à la partie pratique de ce mémoire. Nous présentons dans ce chapitre les différentes données collectées et utilisées, après nous décrivons le modèle mathématique de notre problème, dans la deuxième partie de ce chapitre nous dévoilons les résultats obtenus avec leurs analyses et interprétations. Nous clôturons ce chapitre avec une conclusion.

Nous terminons ce mémoire par quelques remarques et perspectives pour les futurs travaux de recherche sur le problème considéré.

# Chapitre I : Chaîne logistique

Dans ce chapitre, nous présentons la logistique, ses définitions et ses rôles, puis nous présentons aussi les chaînes logistiques : leurs définitions, leurs maillons et les différents flux de la logistique, Nous définirons aussi la distribution et ses importances dans la chaîne logistique.

Par la suite nous, insistons sur le transport et la place qu'il occupe dans la logistique, nous terminons le chapitre avec une petite conclusion.

### 1.1 Introduction

Les tendances de la mondialisation des approvisionnements, l'importance de la concurrence par délais, les exigences des clients, la qualité de service logistique (transport, distribution), sont autant de facteurs qui ont largement mis en évidence la nécessité pour les managers d'améliorer le fonctionnement de leurs entreprises. En effet avec forte concurrence sur les marchés, le but est désormais de produire et de livrer dans des délais précis, à des coûts réduits, en satisfaisant des niveaux de service élevés, exigés par des clients géographiquement distribués. Ce paradoxe entre les coûts de production d'un côté, et les coûts de transport et de stockage de l'autre côté, incite les entreprises à donner de plus en plus d'importance à une prise en compte de toutes leurs activités, simultanément, pour mieux réduire le coût global. Le concept de la chaîne logistique a émergé avec cet objectif d'optimisation globale du système logistique.

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons les différentes définitions de la logistique, leurs enjeux et leurs rôles, puis nous présentons dans la section 1.3, les définitions de la chaîne logistique. Par la suite nous donnerons dans la section 1.4, les classifications de différents maillons qui composent une chaîne logistique. Nous passons après au flux de la logistique qui nous présentons également dans la section 1.5, à la fin nous parlons de la distribution et de transport et leurs importances dans la chaîne logistique, section 1.6 et 1.7.

### 1.2 La logistique

Le concept de logistique a considérablement évolué face aux nouvelles contraintes et problèmes qui sont présents dans les entreprises. En effet, d'une part les consommateurs sont de plus en plus exigeants sur les produits, sur la qualité et les délais et d'autre part les entreprises éprouvent de plus en plus de difficultés à réduire les coûts logistiques.

L'automatisation croissante des procédés a entraîné des coûts qui sont parfois mal maîtrisés. De plus, les entreprises n'ont pas toutes mis en œuvre des systèmes de pilotage par l'aval pour réduire leurs coûts de stockage. Enfin le développement des marchés à l'international impose des coûts de logistique et de manutention de plus en plus élevés.

#### 1.2.1 Définitions de la logistique

**Définition 1 :** C'est l'ensemble des méthodes et moyens relatifs à l'organisation d'une entreprise comprenant les manutentions, les transports, les conditionnements et les approvisionnements. (Charkaoui, 2008)

**Définition 2 :** La logistique est une activité de services qui a pour objet de gérer les flux de matières en mettant à disposition et en gérant des ressources correspondant aux besoins, aux conditions économiques et pour une qualité de service déterminée, dans des conditions de sécurité et de sûreté satisfaisantes. La logistique est gérée par des logisticiens. Par extension, un logisticien peut être une personne morale, le prestataire en logistique. La logistique a pour objet de satisfaire des demandes ou des commandes qui portent sur la gestion de matières (transport, emballage, stockage..), et des flux d'informations associés (notion de traçabilité). Elle est en charge de la gestion des moyens qui permettent d'atteindre cet objectif (matériels, machines,...) et mobilise des ressources (humaines, financières,...) pour y parvenir. (Charkaoui, 2008)

**Définition 3 :** Dans la définition officielle de la norme AFNOR (norme X 50-600), la logistique est une fonction "dont la finalité est la satisfaction des besoins exprimés ou latents, aux meilleures conditions économiques pour l'entreprise et pour un niveau de service déterminé. Les besoins sont de nature interne (approvisionnement de biens et de services pour assurer le fonctionnement de l'entreprise) ou externe (satisfaction des clients). La logistique fait appel à plusieurs métiers et savoir-faire qui concourent à la gestion et à la maîtrise des flux physiques et d'informations ainsi que des moyens". De nombreux processus de l'entreprise impliquent donc des facettes logistiques, en particulier la Chaîne Logistique qui va des fournisseurs aux clients.

#### 1.2.2 Le rôle de la chaîne logistique

C'est un rôle central et essentiel. Il s'agit d'assurer le meilleur traitement possible des marchandises ainsi que l'optimisation du stockage, du transport et de la distribution aux clients.

### 1.2.3 Les enjeux de la logistique

La logistique est une fonction charnière. Tout problème dans la préparation, l'expédition ou toute autre activité sur l'entrepôt entraîne des dysfonctionnements dans l'approvisionnement des clients. (Charkaoui, 2008)

### 1.3 Définitions de la chaîne logistique

De nombreuses définitions ont été proposées, dans la littérature, pour le terme « chaîne logistique » (supply chain). Parmi ces définitions nous avons sélectionné quelques-unes.

Certains auteurs définissent une chaîne logistique comme « un réseau d'installation qui assure l'approvisionnement des matières premières, la transformation de ces matières en produits intermédiaires puis en produits finis auprès des clients finaux », d'autres auteurs ont complété cette définition en soulignant que « la chaîne logistique existe aussi bien dans les organisations de service que dans celles de production » (Pirard, 2005).

(H.Stadtler, 2002) quant à lui précise que les différentes entités du réseau d'installation sont reliées par des flux de matière, des flux d'information et des flux financiers.

(P.Fernie, et al., 2004) Introduisent, dans la définition de la chaîne logistique la notion de performance. Pour eux la chaîne logistique est « un ensemble ouvert traversé par des flux (financier, matériel, informatique,...), composé d'entités et d'acteurs variés autonomes (fournisseurs, usines, ateliers, entrepôts, distributeurs, grossistes, détaillants, ...) qui utilisent des ressources restreintes (capital, temps, matériel, matières premières, hommes, ...) et qui coordonnent leur action par un processus logistique intégré afin d'améliorer prioritairement leur performance collective (satisfaction du client final, optimisation global du fonctionnement de la supply chain) mais aussi à terme leur performance individuelle (maximisation du profit d'une entité) »

### 1.4 Les maillons de la chaîne logistique

Les maillons de la chaîne logistique varient selon la nature de la chaîne logistique en question. En considérant la notion de la chaîne logistique autour d'un produit, celle-ci est composée par plusieurs maillons qui commencent par les fournisseurs des matières premières, et qui se terminent par les consommateurs comme présenté dans la figure (1.1).

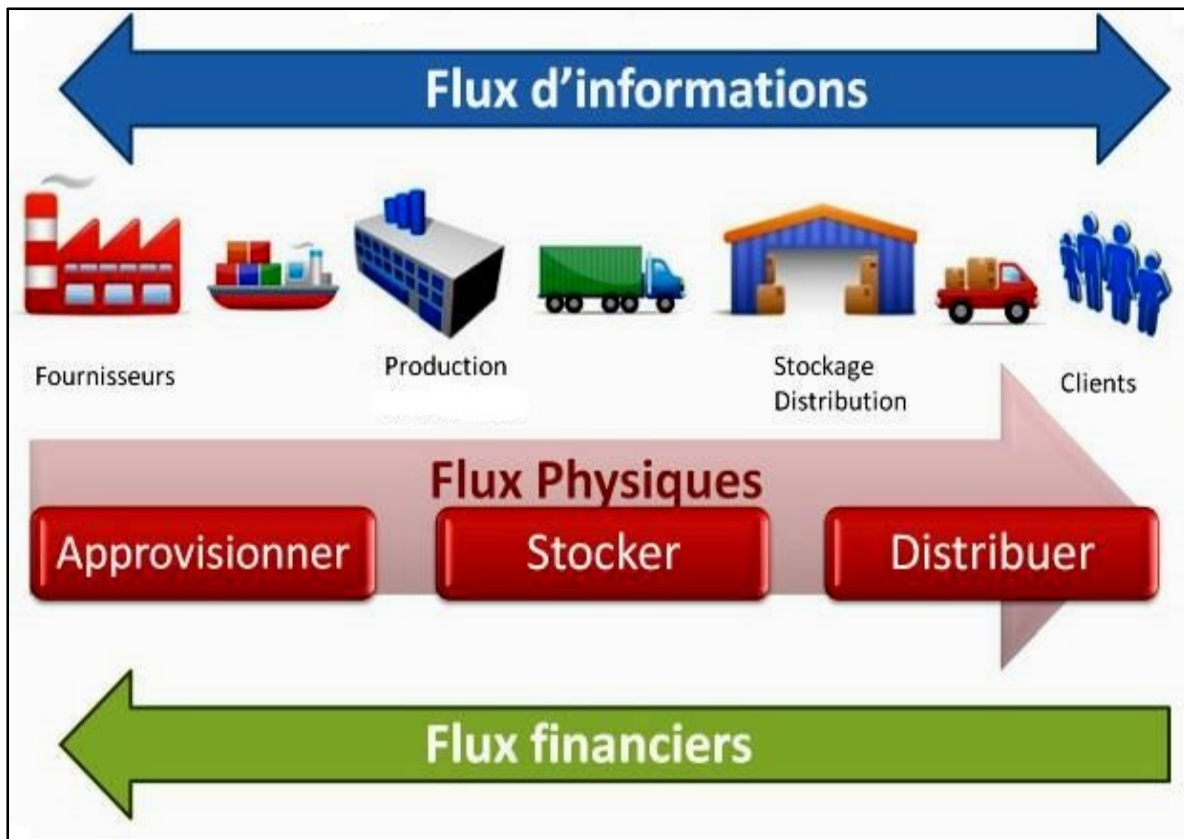


Figure 1. 1: Les flux et les maillons d'une chaîne logistique

### 1.4.1 Fournisseur

Un fournisseur est une personne ou une entreprise qui soit fabrique, transforme, emballe, ou installe des produits contrôlés, soit exerce des activités d'importation ou de vente de ces produits.

Dans une chaîne logistique, les fournisseurs sont généralement des sources où les flux de matières sont initiés. Un fournisseur peut fournir plusieurs types de produits, qui peuvent être de différentes natures: des matières premières, des composants, des produits semi-finis et même des produits finis. Le prix de vente a été et est toujours un attribut critique pour le choix de fournisseurs. Néanmoins, le seul prix d'achat n'est pas de nos jours un facteur déterminant. Le rapport qualité-prix est beaucoup plus utilisé que le prix d'achat seul. De plus le respect des délais de livraison et la qualité du service sont des éléments clés.

Les principaux attributs sont :

- Prix d'achat unitaire hors taxe.
- Taux de la taxe douanière.
- Pourcentage des produits ne respectant pas le cahier des charges.
- Délai d'approvisionnement.
- Quantité minimale acceptée par ordre.



### 1.4.2 Usine

Une usine est l'une des entités critiques dans une chaîne logistique. Elle a pour le rôle de fabriquer et assembler des matières premières et composants afin d'obtenir des produits finis destinés au marché. Dans le cadre de notre étude, une usine est considérée comme un système de production avec une seule ligne. Avec une capacité finie est dédiée à un seul type de produit.

### 1.4.3 Le stockage

Le stockage peut accompagner tous les autres maillons, car, à chaque niveau nous pouvons avoir besoin d'un moyen de stockage.

### 1.4.4 Centre de distribution

Dans une chaîne logistique, le rôle de cette site est triple et consiste en : la réception, le stockage et l'expédition des produits de différentes natures (matières premières, composants, produits finis, etc.). En effet, les produits sont réceptionnés des sites amont ayant une connexion de transport avec les centres de distribution. Dans la pratique, les produits arrivent par lots. *Une phase de stockage commence, si le stockage est nécessaire.* Enfin, des nouveaux lots sont formés, de tailles différentes, et les produits expédiés aux sites en aval, qui peuvent être des usines, centres de distribution ou clients finaux.

La capacité de réception est liée principalement aux différentes ressources matérielles et humaines présentes dans le centre de distribution. La capacité de stockage correspond à la limitation physique d'un centre de distribution pour stocker les produits. La capacité d'expédition est une contrainte souvent liée soit à la taille de la flotte, soit aux moyens disponibles (matériels et humains). (Ding, 2004)

### 1.4.5 Le client

C'est le dernier maillon de la chaîne logistique, ils représentent également les nœuds d'un réseau, ou les opérations de transport des flux de matière touchent à leur fin.

## 1.5 Les flux dans la chaîne logistique

Nous distinguons trois types de flux échangés entre les membres d'une même chaîne logistique : flux d'information, flux financier et flux physique, figure (1.1).

### 1.5.1 Flux d'information

Ce flux est composé d'un flux de données et d'un flux de décisions, qui sont essentiels au bon de fonctionnement d'une chaîne logistique. En effet, c'est par la connaissance du fonctionnement des autres maillons de la chaîne logistique qu'un gestionnaire peut prendre les meilleures décisions pour le fonctionnement de sa propre entreprise ou service.

Aujourd'hui, avec l'évolution des nouvelles technologies d'information, le flux d'information ne suit plus nécessairement la forme séquentielle, il ressemble plutôt à échange simultané grâce à des échanges électroniques entre l'ensemble des partenaires, (Zeinbou, 2014)

### 1.5.2 Flux financier

Les flux financiers constituent les échanges des valeurs monétaires. Ces flux sont créés avec les différentes activités que subissent les flux physiques, tel que la production, le transport, le stockage et recyclage, etc.

### 1.5.3 Flux physique

Les flux physiques, appelés également flux de produits, sont les matières qui circulent entre les différents maillons de la chaîne logistique. Ces matières peuvent être des composants, des produits semi-finis, des produits finis ou des pièces de rechange.

La gestion de ces flux et la coordination entre les différents maillons de la chaîne logistique sont regroupées sous l'appellation : gestion de la chaîne logistique (Supply Chain management).

## 1.6 La distribution

La distribution représente l'intégration de deux ou plusieurs activités dont le but est de planifier, d'exécuter et de contrôler une circulation efficace des matières premières des stocks en voie de transformation et de produits finis du point d'origine au point de consommation. Ces activités comprennent le service à la clientèle, la prévision de la demande, le réseau de communication, le contrôle des stocks, la manutention des marchandises, le traitement des commandes, la circulation des pièces de rechange et de service après-vente, le choix de l'emplacement de l'usine et des entrepôts, l'approvisionnement, l'emballage, la manutention des marchandises retournées, la récupération et l'élimination des marchandises défectueuses, la circulation, le transport et l'entreposage des marchandises.

Les objectifs de la distribution sont d'assurer la qualité du service au client à coût raisonnable par la gestion efficace des activités (Ding, 2004).

## 1.7 Transport

Le transport est un ensemble de moyens permettant de déplacer des personnes ou des marchandises d'un endroit à un autre.

Durant ces dernières années et avec l'émergence du concept de *Supply Chain Management*, cette activité a bénéficié d'une attention de plus en plus grande de la part des praticiens et des chercheurs. Tel qu'illustré dans la figure (1.2), tout réseau logistique est constitué d'arcs (moyens de transport et de communication) et de nœuds (sources d'approvisionnement, usines, entrepôts, points de vente, clients, etc.). Pour chaque nœud du réseau, il existe 2 types de transport (CARON, 2012) :

- Transport *inbound*: entre les installations des fournisseurs et celles de l'entreprise.
- Transport *outbound*: entre les installations de l'entreprise et ses clients.

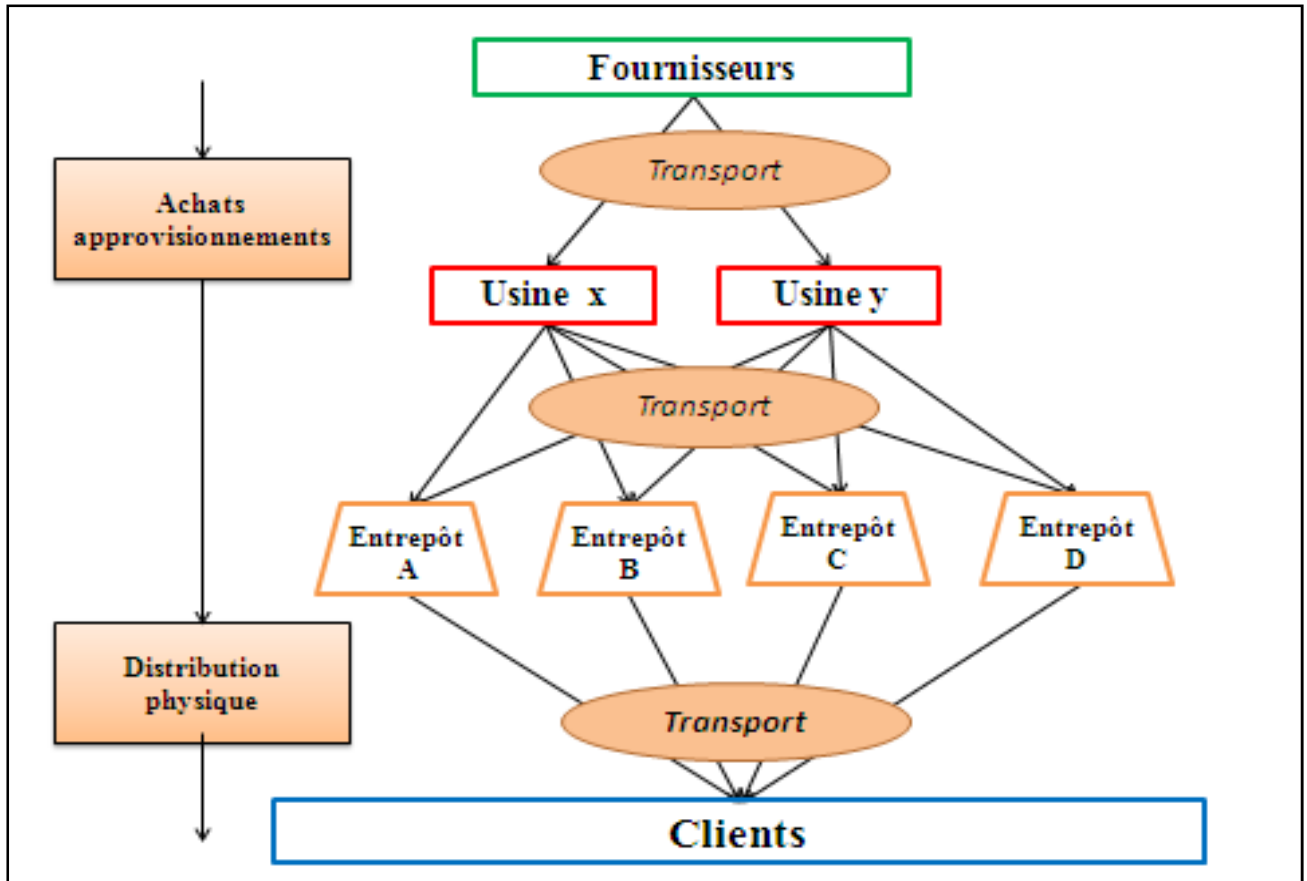


Figure 1. 2: Fonction transport dans un réseau logistique

A cause de l'externalisation, les réseaux logistiques sont devenus de plus en plus complexes et les activités de manutention des matières entre ateliers se sont transformées en activités de transport entre partenaires et sous-traitants. Cette transformation a par conséquent substitué les coûts de manutention par des coûts de transport plus importants. Étant donné que la création de valeur est directement liée à la minimisation du coût logistique total, la maîtrise de cette activité, des décisions qui lui sont associées et de celles qui l'influencent, est devenue une nécessité. Ces décisions sont réparties sur les 3 niveaux décisionnels :

- **Niveau stratégique** : conception d'un système logistique: localisation, usines, entrepôts, définition et sélection de groupes clients-produits, sélection de tiers (out-sourcing, distributeur, ... etc.)
- **Niveau tactique** : Choix des moyens de transport... etc.
- **Niveau opérationnel** : Détermination de tournée de livraison/collection de commandes, taille des cargaisons, chargement des véhicules... etc.

### 1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les définitions de la logistique et ses rôles ses enjeux, nous avons ensuite citer les définitions de la chaîne logistique et les différents maillons et les flux qui la constituent, après nous avons défini la distribution et le transport en insistant sur leurs importances dans la chaîne logistique.

## Chapitre II : Etat de l'art

Nous présentons dans ce chapitre un état de l'art sur le problème de conception des chaînes logistiques. Plus particulièrement, nous nous intéressons aux problèmes de localisation-affectation avec capacité. Cette revue se concentre sur les modèles de conception déterministes, stochastiques, modèle intégrant les aspects stockages. Nous tentons aussi de rappeler les principes méthodes de résolution, la technique de relaxation lagrangienne, méthode de génération de colonnes, méthode de Branch-and-Bound, après on va terminer ce chapitre avec une petite présentation des outils informatiques proposé pour résoudre le problème traité dans ce mémoire, les deux outils se basent sur la méthode Branch-and-Bound.

### 2.1 Introduction

La conception d'une chaîne logistique nécessite la prise d'un ensemble de décisions réparties selon leur portée temporelle et leur influence sur la stratégie concurrentielle de l'entreprise en trois niveaux : stratégique, tactique et opérationnelle. Les problèmes de conception des réseaux logistiques sont plus souvent complexes par leur nature et par leurs enjeux économiques, organisationnels et sociaux engendrés, c'est pour cette raison que la conception des réseaux logistiques a reçu depuis ces dernières années une attention particulière de la part des entreprises et surtout de la part de la communauté scientifique. Plusieurs travaux sont consacrés au problème localisation-affectation, et plusieurs chercheurs travaillent sur la résolution de ce problème en proposant des analyses, des modélisations et des approches de résolution.

Dans ce chapitre, nous effectuons un bref retour sur les problèmes d'optimisation de réseau avant de décrire les différents types et formulations de problèmes de conception de réseaux, en particulier le problème de conception de réseaux à coûts fixes avec capacité. Nous présentons aussi certaines méthodes de résolution proposées dans la littérature. Dans la section 2.2 nous parlerons des modèles de conception des chaînes logistiques traitées dans la littérature, et les approches de résolution proposées et développées, mais nous nous intéresserons beaucoup plus aux modèles déterministes, stochastiques, intégrant les aspects stockage. Dans la section 2.3 nous donnons une brève présentation des trois techniques de résolutions, relaxation lagrangienne, méthode de génération de colonnes, méthode de Branch-and-Bound. Dans la section 2.4 nous présentons les deux outils informatiques qui vont être utilisés pour la résolution de problème étudié dans ce mémoire. On terminera ce chapitre par une conclusion.

## 2.2 Conception des chaînes logistiques : problème de localisation

Nous présentons dans cette section certains modèles de localisation-allocation qui constituent la base des problèmes de conception des réseaux de distribution. Toute une ligne de recherche s'est développée autour de l'un des tous premiers pionniers de la théorie de la localisation (Weber, 1909). Le livre publié par Weber constitue l'un des premiers travaux théoriques sur les facteurs clés de localisation des industries/entreprises à l'échelle régionale ou mondiale. (Weber, 1909) prend en compte les coûts de transport des produits, les coûts de la main d'œuvre et les économies d'agglomération (réduction des taxes par exemple) que propose un grand marché urbain. A partir de ces facteurs, il définit la localisation optimale pour chaque entreprise qui a pour l'objectif de minimiser les coûts de production et satisfaire les demandes du marché. Depuis les travaux de Weber, plusieurs travaux ont été réalisés traitant des problèmes de localisation-allocation.

### 2.2.1 Modèles déterministes

Les modèles déterministes qui constituent la base de ces problèmes sont :

- 1- Le problème P-médian.
- 2- Le problème de recouvrement et le problème de couverture maximale.
- 3- Le problème de centre.

-Le **problème P-médian** a été introduit par (Hakimi, 1964). Ce problème est l'un des premiers modèles déterministes de problème de localisation. Nous en va prendre comme exemple le cas où nous cherchons à localiser P usines sur P sites afin de minimiser la somme des distances entre les usines et les clients. La modélisation mathématique de ce problème est la suivante :

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} u_i d_{ij} Y_{ij} \quad 2.1$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad 2.2$$

$$\sum_{j \in J} X_j = P \quad 2.3$$

$$Y_{ij} \leq X_j \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.4$$

$$Y_{ij}, X_j \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.5$$

Où  $J$  représente l'ensemble des localisations possible des usines,  $I$  l'ensemble des zones de demande (client),  $d_{ij}$  le coût du transport total de l'usine  $j$  vers le client  $i$  (qui peut être la distance entre le client  $i$  et l'usine  $j$ ),  $u_i$  la demande totale du client  $i$ ,  $P$  le nombre d'usines à localiser et enfin  $X_j$  et  $Y_{ij}$  sont respectivement les décisions de localisation des usines et d'allocation des clients aux usines. Ces décisions sont définies par :

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{si l'usine } j \text{ est localisée} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le client } i \text{ est servi par l'usine } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les contraintes (2.2) et (2.4) indiquent que toutes les demandes du client  $i$  doivent être satisfaites par une et une seule usine. La contrainte (2.3) détermine le nombre exact d'usines à

localiser et la contrainte (2.5) détermine la nature binaire des variables de décision. Plusieurs méthodes de résolutions ont été proposées pour résoudre ce problème.

Pour résoudre ce problème (Hakimi, 1964) propose une méthode par simple énumération. En plus de cette méthode plusieurs méthodes heuristiques ont été développées. Certaines permettent d'obtenir de bonnes solutions. (Garey, et al., 1979) montre que le problème est NP-difficile.

**-Le problème de recouvrement** a été formulé pour la première fois par (Toregas, et al., 1971). dans la littérature on trouve plusieurs versions de ce problème la plus connue est la suivante, soit  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  un ensemble de sommets d'un graphe  $G$ . Considérons  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  un ensemble de parties de  $I$  avec  $P_j \subseteq I$  pour  $j \in J = \{1, 2, \dots, m\}$ . Un sous-ensemble  $J^* \subseteq J$  définit un recouvrement de l'ensemble  $I$  si et seulement si  $\bigcup_{j \in J^*} P_j = I$ .

Un coût positif étant associé à chaque  $j \in J$ , l'objectif est de déterminer un recouvrement de coût minimum. Un exemple d'application est celui de l'ouverture d'un nombre d'entrepôts pour satisfaire les demandes d'un certain nombre de zones de demande. Chaque entrepôt a son coût d'ouverture et ses coûts de connexion aux différentes zones dont il est apte à satisfaire la demande. De plus, chaque entrepôt dispose d'une capacité infinie. Le problème est modélisé comme un problème de programmation mathématique en variables binaires :

$$\min \sum_{j \in J} f_j X_j \qquad \qquad \qquad 2.6$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in N_i} X_j \geq 1 \quad \forall i \in I \qquad \qquad \qquad 2.7$$

Où  $X_j = 1$  si le sous-ensemble  $P_j$  est sélectionné pour le recouvrement, 0 sinon.  $f_j$  Le coût associé  $P_j \forall j \in J$ .  $N_i$  Représente l'ensemble des sous-ensembles  $P_j \in P$  tel que  $i \in P_j$ . La contrainte (2.7) assure que chaque sommet  $i$  est couvert par au moins un sous-ensemble  $P_j$ .

Pour la résolution de ce problème (Garfinkel, et al., 1972) propose un algorithme de Branch & Bound. Celui-ci reprend l'architecture générale d'une méthode de Branch & Bound mais en utilisant des règles d'évaluation et de parcours de l'arbre de recherche bien adaptées. D'autres travaux ont utilisé des métaheuristiques comme GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) et une approche par relaxation lagrangienne.

Dans certains cas, les décideurs cherchent à maximiser le nombre de zones de demande qui peuvent être desservies par au maximum  $P$  entrepôts. A l'opposé du problème de recouvrement classique ce problème est connu sous le nom **du problème de recouvrement maximal** « *maximal covering problem* ». En utilisant les notations d'exemple décrit dans le



cas du P-médian pour  $\mu$ ,  $P$  et la variable de décision  $X$ , ce problème peut être formulé comme suit :

$$\max \sum_{i \in I} \mu_i Y_j \quad 2.8$$

Sous les contraintes :

$$Y_i \leq \sum_{j \in V_i} X_j \quad \forall i \in I \quad 2.9$$

$$\sum_{j \in J} X_j \leq P \quad 2.10$$

$$X_j, Y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.11$$

Avec  $Y_i = 1$  si la zone demande  $i$  est couverte (satisfaite), 0 sinon et  $V_i$  l'ensemble des zones de localisation connectées à la zone de demande  $i$ . La contrainte (2.9) indique que si une zone de demande  $i$  est couverte alors forcément une localisation d'un entrepôt de  $V_i$  est décidée. La contrainte (2.10) limite le nombre d'entrepôts à localiser. (Revelle, et al., 1976) et (Church, et al., 1979) ont travaillé sur la résolution de ce problème.

**-Le problème du centre** est une extension du problème du P-médian. L'objectif est de minimiser le maximum des distances entre les entrepôts et les clients par exemple. Si nous désignons par  $W$  la distance maximale entre une zone de demande et l'entrepôt le plus proche alors le problème du centre ou encore « centre problem » est formulé comme suit :

$$\min W \quad 2.12$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in J} X_j = P \quad 2.13$$

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad 2.14$$

$$Y_{ij} \leq X_j \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.15$$

$$W \geq \sum_{j \in J} d_{ij} Y_{ij} \quad \forall i \in I \quad 2.16$$

$$X_j, Y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.17$$

Les contraintes (2.13), (2.14) et (2.15) sont identiques aux contraintes du problème P-médian. La contrainte (2.16) définit la distance maximale entre la zone de demande  $i$  et l'entrepôt le plus proche  $j$ . Plusieurs versions du problème ont été proposées par (Hakimi, 1965), (Mineaka, 1970) et (Francis, et al., 1982) les auteurs (Kariv, et al., 1979) ont montré que le problème est NP difficile.

Les problèmes de recouvrement, de P-médian et du centre présentés ci-dessus constituent une base solide des modèles déterministes rencontrés dans la théorie des problèmes de localisation. Dans la suite nous présentons d'autres formulations classiques rencontrés dans la littérature dédiée au problème de localisation. En effet le premier problème classique de localisation est celui de « *Fixed Charge Facility Location Problem* ». Pour ce problème toutes les données sont connues de manière déterministe. L'objectif consiste à trouver les meilleures localisations des sites (usines/centre de distribution) et les modes de transport à utiliser pour servir les différentes zones de demande tout en minimisant les coûts fixes de localisation et de transport sous la contrainte que toutes les demandes soient satisfaites. Il existe deux versions du problème : (1) le problème où la capacité des sites sont illimitées

« *uncapacitated fixed charge facility colation problem* » (UCFLP) et (2) le problème où les sites ont une capacité limitée « *capacitated plant location problem* » (CPLP), la modélisation mathématique du problème (UCFLP) est la suivante (Daskin, 1995)

(UCFLP):

$$\min \sum_{j \in J} f_j X_j + \alpha \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \mu_i d_{ij} Y_{ij} \quad 2.18$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad 2.19$$

$$Y_{ij} \leq X_j, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.20$$

$$X_j, Y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.21$$

Nous remarquons que pour obtenir le problème (UCFLP), dans la fonction objectif du problème P-médian le coût fixe total de localisation des sites est rajouté et la contrainte liée à la limitation du nombre de sites à localiser est éliminée. Les contraintes (1.19)-(1.20) sont identiques aux contraintes du problème P-médian et  $\alpha$  un coefficient lié au coût de transport total (permet de mesurer l'impact du coût de par rapport au coût total du réseau lors des choix des localisations et affectation). Ce problème est à la base de plusieurs études liées à la conception des chaînes logistiques. Plusieurs approches et algorithmes de résolution ont été proposés.

(Geoffrion, et al., 1974) montrent qu'en utilisant la méthode par séparation et évaluation, la méthode par relaxation lagrangienne est très efficace dans la recherche d'une solution optimale. Dans le même article, les auteurs tiennent compte de l'activité de transport entre les fournisseurs et les centres de distribution. Dans (Daskin, 1995) et (Galvao, 1993), les auteurs utilisent des méthodes basées sur la relaxation lagrangienne pour résoudre le problème. (Al-Sultan, et al., 1999) proposent une méthode de recherche Tabou pour résoudre le problème. La méthode a été testée avec succès mais sur des problèmes de tailles faibles.

Pour les classes de problèmes (CPLP), une hypothèse restrictive impose que les usines et les centres de distribution ont des capacités limitées. La formulation de problème est identique au problème (UCFPL) sauf qu'il faudrait ajouter la contrainte liée à la capacité des sites. Le problème se présente comme suit :

(CPLP) :

$$\min \sum_{j \in J} f_j X_j + \alpha \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \mu_i d_{ij} Y_{ij} \quad 2.22$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad 2.23$$

$$Y_{ij} \leq X_j, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.24$$

$$\sum_{i \in I} \mu_i Y_{ij} \leq \text{MAX}_j X_j \quad \forall j \in J \quad 2.25$$

$$X_j, Y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 2.26$$

Ou  $MAX_j$  désigne la capacité maximale l'usine j. beaucoup de méthodes a été proposée pour résoudre le problème (CPLP). Les auteurs (Balinski, 1961) et (Manne, 1964) modélisent le problème en considérant des coûts de transport fixes. Ils cherchent à minimiser le coût total de gestion tout en respectant la contrainte de satisfaction des demandes clients. Le choix des sites à localiser est tiré dans un ensemble de choix possible. Après la formulation du problème par ces deux auteurs, (Efroymsen, et al., 1966) et (Spielberg, 1969) proposent des méthodes heuristiques et des algorithmes exacts basés sur la méthode de Branch & Bound. D'autres méthodes ont été proposées par (Sridharan, 1995).

Dans (Sridharan, 1995), un état de l'art complet des différentes méthodes utilisées et les algorithmes développés pour résoudre le (CPLP). Dans la plupart des travaux, les chercheurs supposent que chaque client est servi par un et un seul centre de production (usine) ou de distribution, dans ce mémoire nous baserons sur ce modèle pour résoudre le problème étudié dans le premier lieu, dans le deuxième lieu nous combinons entre ce modèle et le modèle P-médian.

Pour plus de détails sur les modèles et approches de résolution proposées dans l'études des problèmes des localisations déterministes, les livres (Francis, et al., 1974) (Mirchandani, et al., 1990) et (Daskin, 1995), (Drezner, 1995) sont de bonnes références.

### 2.2.2 Modèles stochastiques

La majorité des travaux rapportés dans la littérature, traitant des problèmes de localisation présentent des modèles déterministes connue comme NP-difficiles donc extrêmement difficiles à résoudre.

Mais ces modèles ne présente pas avec fidélité la réalité et c'est la raison pour la quelle, plusieurs auteurs ont essaye récemment de relâcher certaine hypothèses simplistes des modèles déterministe en introduisant des aspects liés à l'incertitude.

L'introduction de l'incertitude dans les données lors de l'étude des problèmes de localisation est fait pour la première fois par (Manne, 1964). L'auteur s'intéresse au problème d'expansion des capacités des sites sur un horizon infini lorsque les demandes clients suivant une certaine loi de probabilité avec l'hypothèse que les demandes non satisfaites sont mises en attente pour une nouvelle commande. Certaines hypothèses de (Manne, 1964) sont relaxés par (Bean, et al., 1992) en supposant que une demande discrète ou continue et considèrent que les demandes non satisfaites sont perdues. Le travail sur les problèmes stochastique se continue jusque dans (Ricciard, et al., 2002) les auteurs considèrent un problème de localisation en supposent des coûts aléatoires d'exploitation dans les centre de distributions. L'objectif est de minimisé le coût total de transport entre les centres de production et les centres de distribution et entre ces derniers et les zones de demandes (client). Et aussi de minimisé le coût total moyen d'exploitation des centre de distribution ils supposent que la localisation des centres de distribution elles préalablement connue.

### 2.2.3 Modèle de localisation intégral l'aspect stockage

Dans la littérature peu de travaux qui sont pris en considération l'aspect stockage dans les modèles de localisation-affectation.

Les décisions stratégiques sont fortement liées aux décisions opérationnelles. Traditionnellement les décisions stratégiques sont prises sans tenir en compte les performances opérationnelles de la chaîne logistique/ réseaux de distribution étudiée ; c'est le point pour lequel récemment des chercheurs ont intégré le coût de stockage dans les modèles de localisation, malgré qu'il y en a très peu mais on ne va pas les citer tous, on va juste se contenter de quelques travaux.

Dans (Barahan, et al., 1998) le modèle étudié s'appuie sur le problème (UCFLP), les auteurs ont pris en considération les coûts de stockage dans les centres de distribution ; on intègre dans leur modèle ; l'approche de résolution proposée est basée sur la décomposition de Dantzig-Wolfe.

Parmi les premiers travaux qui ont introduit l'aspect localisation et stockage, d'une façon explicite dans des modèles stochastiques de type (UCFLP) on trouve (Daskin, et al., 2001) et (Shen, et al., 2003) où les auteurs considèrent et constituent le réseau de distribution d'un unique fournisseur approvisionnant un ensemble de centres de distribution en un seul type de produit, le centre de distribution à leur tour sert un ensemble des zones de demande (clients).

Pour la gestion de leurs stocks, les centres de distribution utilisent la politique de quantité économique, le modèle d'optimisation proposé est non linéaire, en variables entières où la non linéarité est due principalement à la modélisation explicite des coûts de stockage et du maintien des coûts de stockage, pour résoudre ce problème les auteurs proposent un algorithme polynomial basé sur une approche de relaxation lagrangienne.

## 2.3 Les méthodes de résolutions

### 2.3.1 Méthode Branch-and-Bound

#### 2.3.1.1 Introduction

La méthode Branch-and-Bound est une méthode pour résoudre une classe de problèmes d'optimisation globale, c'est une méthode itérative qui divise un ensemble  $H$  donné en plusieurs sous-ensembles de plus en plus petits. A chaque sous-ensemble de  $H$ , on construit une borne inférieure de la fonction objectif dans le but d'éliminer la partie qui ne contiennent pas l'optimum global et de sélectionner le sous-ensemble qu'on doit diviser.

Cette méthode est très utilisée pour la résolution d'un grand nombre de problèmes mathématiques avec leurs différentes structures, en utilisant des outils d'analyse convexe

### 2.3.1.2 Le principe de la méthode Branch-and-Bound

Soit (P) le problème d'optimisation globale :

$$(P) \quad \begin{cases} \min f(x) \\ x \in H \end{cases} \quad 2.27$$

Où :  $H$  est un compacte de  $\mathbb{R}^n$  ;  $f: K \rightarrow \mathbb{R}$  ( $H \subseteq K \subseteq \mathbb{R}^n$ )  $f$  continue et non convexe.

L'algorithme de B&B consiste à engendrer deux suites convergentes  $\{UB_K\}$  et  $\{LB_K\}$  des bornes supérieure et inférieure respectivement de la valeur minimale de la fonction du problème (P).

$UB_K$  : Upper Bound,

$LB_K$  : Lower Bound,

Une relaxation initiale  $R$  de l'ensemble réalisable  $H$  sera définie telle que :  $H \subset R$ ,  $R$  est convexe, il peut être un simplexe, un rectangle, un cône, ...etc. A chaque itération  $k$  les problèmes des bornes inférieure et supérieure seront résolus sur un nombre fini de sous-ensembles de  $R$ . On notera ce sous-ensemble  $R_{k_i} \in I_k$  où  $I_k$  est l'ensemble des sous-ensembles actifs à l'itération  $k$ . sur chaque sous-ensemble sur  $R_{k_i}$  les bornes inférieure et supérieure  $LB_K$  et  $UB_K$  seront calculées par la relaxation de  $f$  sur  $R_{k_i}$  et la relaxation de  $\min f$  localement sur le sous ensemble réalisable  $R_{k_i} \cap H$  respectivement. Cette méthode utilise la stratégie « le meilleur d'abord ».

En effet les bornes inférieure et supérieure finales pour l'itération  $k$  seront données par :  $UB_k = UB_{k_i}$  et  $LB_k = LB_{k_i}$  respectivement, et tout sous-ensemble sur lequel la borne inférieure dépasse  $UB_k$  sera éliminé  $\min f$  ne peut être atteint sur un tel sous-ensemble.

Au fait, cette méthode peut se représenter schématiquement par une arborescence qui a pour racine l'ensemble  $R$ , et pour sommets les sous-ensembles  $R_{k_i}$  qui ne s'obtiennent pas es subdivision successives, et deux sommets seront reliés si et seulement si le deuxième sous-ensemble est obtenu par la partition directe du premier, et chaque niveau de l'arborescence crée les bornes inférieure et supérieure seront obtenues par l'application d'une recherche locale.

Notons  $x^*$  la solution optimale du problème (P) pour ce qui suit.

### 2.3.1.3 L'algorithme de base de la méthode Branch-and-Bound

On peut résumer la procédure précédente par les étapes suivantes :

- **Algorithme général**

- 1- Construire l'ensemble  $R$  tel que :  $H \subset R$
- 2- Posons :  $k = 1$ ,  $I_k = R$  fixer  $\varepsilon > 0$
- 3- Construire les problèmes des bornes inférieure et supérieure de  $\min f(x)$  sur  $R$  soient.  $LB_k, UB_k$  les solutions obtenues respectivement.

4- Si  $UB_k - LB_k \leq \varepsilon$  donc on s'arrête et on pose :

$$\min f(x) = UB_k \text{ et } x^* = x^k \in \{x : f(x) = UB_k, x \in H \cap R\}$$

5- Sinon subdiviser  $I_k$  en deux sous-ensembles (ou en un nombre fini de sous-ensembles  $R_{k_1}$  et  $R_{k_2}$  tels que :

$$\bigcup_{i=1}^{i=2} R_{ki} = R \text{ et } \overset{\circ}{R}_{k_1} \cap \overset{\circ}{R}_{k_2} = \emptyset$$

Où  $\overset{\circ}{R}$  est l'intérieure de  $R$

6- Construire les problèmes des bornes inférieure et supérieure de  $\min f(x)$  sur  $H \cap R_{k_i}$   $i = 1, 2$ . Soient  $UB_{k_1}, LB_{k_1}$  et  $UB_{k_2}, LB_{k_2}$  les solutions obtenues.

7- Posons :

$$UB_{k+1} = \min \{UB_{k_1}, UB_{k_2}, UB_k\}$$

$$LB_{k+1} = \min \{LB_{k_1}, LB_{k_2}\} = LB_{k^*}$$

8- Posons :  $I_k = \{R_{k_1}, R_{k_2}\}$

9- Eliminer  $I_k$  tout sous-ensemble  $R_{k_j}, j=1,2$  tel que :

$$LB_{k_j} > UB_{k+1} \quad \text{où} \quad H \cap R_{k_j} = \emptyset$$

Et posons :  $I_{k+1} = R_{k_i^*}$

10- Posons :  $k = k + 1$  et revenant à 4 -10.

**-Notation**

$R_k$  : Le sous-ensemble actuel  $LB_k$  : La borne inférieure (à la  $K^{ieme}$  itération) ;

$UB_k$  : La borne supérieure (à la  $K^{ieme}$  itération) ; et  $x^k$  : La solution trouvée (à la  $K^{ieme}$  itération).

**2.3.1.4 La convergence de la méthode Branch-and-Bound**

Evidement si l'algorithme précédent se termine à l'itération  $j$ , alors  $x^j$  est la solution optimale et  $UB_j$  est la valeur optimale de la fonction objectif, mais en général on ne peut pas garantir ça, c'est-à-dire le fait de s'arrêter après un nombre fini d'itérations, et si l'algorithme est infini, alors il engendre au moins une suite  $\{R_k\}$  infinie des sous-ensembles des subdivisions successives telle que :  $R_{k+1} \subset R_k, k \in N$

Donc on doit montrer que chaque point d'accumulation de la suite des solutions  $\{x^k\}$  correspondante est une solution optimale du problème donné.

Le théorème suivant démontre la convergence de l'algorithme de Branch-and-Bound

**Théorème 1.1.** Si pour chaque suite infinie  $\{R_k\}$ ,  $R_{k+1} \subset R_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  des ensembles des partitions successives, les bornes inférieure et supérieure vérifient :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (UB_k - LB_k) = \lim_{k \rightarrow \infty} (UB_k - LB(R_k)) = 0 \quad 2.28$$

Alors

$$UB = \lim_{k \rightarrow \infty} UB_k = \lim_{k \rightarrow \infty} f(X_k) = \lim_{k \rightarrow \infty} LB_k = LB \quad 2.29$$

Et chaque point d'accumulation  $X^*$  de la suite  $\{X_k\}$  est une solution optimale de  $f(X)$ ,  $X \in H$ .

**Preuve.** A l'itération  $k$  le sous-ensemble  $R_k$  sera choisi à partir de la règle suivante :

$$LB_{k+1} = \min \{LB_{k_1}, LB_{k_2}\}$$

De l'algorithme ci-dessus, à la fin de l'itération  $(k-1)$  et donc :

$$LB_k = LB(R_k).$$

Soit  $\{X_k\}$  la suite des solutions optimales engendrées par l'algorithme, comme  $H$  est compact, alors  $\{X_k\}$  a des points d'accumulation.

Soit  $X^*$  un point d'accumulation de la suite  $\{X_k\}$ , donc il existe une sous-suite infinie de  $\{X_k\}$  qui converge vers  $X^*$ , et comme  $f$  est continue alors :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(X_k) = f(X^*)$$

Posons:  $f^* = \min \{f(X), X \in H\}$ , la suite  $\{LB_k\}$  des bornes inférieures est croissante monotone, majorée par  $f^*$ , donc la suite  $LB = \lim_{k \rightarrow \infty} LB_k$  existe. D'autre part, la suite  $\{UB_k\}$  des bornes supérieures est décroissante, minorée par  $f^*$ , donc sa limite :  $UB = \lim_{k \rightarrow \infty} UB_k$  existe, et on a :  $UB_k = f(X_k) \geq f^*$ , et ça implique que :

$$LB \leq f^* \leq \lim_{k \rightarrow \infty} f(X_k) = f(X^*) = UB.$$

Et du fait de (2.28) on peut déduire directement (2.29).

Chaque réalisation de l'algorithme de Branch and Bound doit donc spécifier :

- 1- L'ensemble  $R$  tel que :  $H \subset R$ .
- 2- Les procédures qui donneront les bornes inférieure et supérieure sur les sous-ensembles engendrés par l'algorithme.
- 3- Les subdivisions successives de  $R$  en sous-ensembles.

Pour savoir plus sur cette méthode B&B, vous regardez les références suivantes (Saliha., 2005) et (Ahmed, 2005).

### 2.3.2 Relaxation Lagrangienne

Dans cette section, nous présentons un bref rappel sur la théorie de la relaxation lagrangienne. Nous exposons les principes, la méthode du sous gradient et l'algorithme d'Armijo que nous utilisons pour mettre à jour les multiplicateurs de Lagrange. Nous présentons par la suite l'intérêt du couplage de l'algorithme du sous gradient et de l'algorithme d'Armijo que nous proposons pour améliorer la convergence de la fonction objectif lors de la résolution du problème dual résultant de la relaxation.

#### 2.3.2.1 Principes

Pour certains problèmes d'optimisation combinatoire connus comme NP-difficile où les fonctions à minimiser sont à variables discrètes, l'enjeu d'obtention rapide de bonnes bornes inférieures est considérable pour garantir la qualité des solutions réalisables. Dans ce cadre, la relaxation lagrangienne est un outil puissant et abondamment employé par les chercheurs. Cette notion peut s'appliquer à un grand nombre de problèmes d'optimisation, qu'ils soient quadratiques, linéaires ou simplement convexes, etc. Elle se base sur la maximisation d'une fonction duale du problème, concave, en général non différentiable, mais dotée d'un sous gradient en chaque point du domaine où la fonction est définie. A chaque itération de l'algorithme de résolution du problème dual, un appel du problème relâché doit être fait (en général plus facile à résoudre que le problème initial et traitable en utilisant des algorithmes simples) fournissant à la fois un sous gradient du dual et une borne inférieure pour le problème combinatoire traité. Dans cette section, nous abordons la relaxation lagrangienne uniquement dans le cadre de la minimisation d'une fonction (pas nécessairement linéaire).

Considérons le problème d'optimisation dans  $\mathbb{R}^n$  suivant

$$(P) : J^* = \min_{x \in X} f(x) \quad 2.30$$

**Sous les contraintes :**

$$Ax \leq b \quad 2.31$$

$$Cx \leq d \quad 2.32$$

Où  $X$  est un sous ensemble de  $\mathbb{R}^n$  et  $f$  une fonction définie dans  $X$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ ,  $Ax$  et  $Cx$  les fonctions définies de  $X \rightarrow \mathbb{R}^p$  avec  $p \leq n$ . Le problème (P) est appelé le problème primal.

Supposons que la contrainte  $Ax \leq b$  complique la résolution du problème (P) dans le sens où sans cette contrainte, on dispose d'un bon algorithme pour résoudre le problème (P). Nous supposons que la contrainte d'inégalité  $Cx \leq d$  ne complique pas la résolution du problème (P). L'idée consiste à relaxer la contrainte  $Ax \leq b$  et à l'introduire dans la fonction objectif sous forme d'une pénalité par une combinaison linéaire de coefficients appelés variables duales (multiplicateurs de Lagrange) associées à la relaxation lagrangienne. Cette opération est aussi dite dualisation des contraintes  $Ax \leq b$ . Nous en déduisons la définition suivante :



**Définition 1.1 :** Soit  $\lambda$  un vecteur de poids non négatif appelé multiplicateur de Lagrange. Le problème relaxé  $LR_\lambda$  du problème primal (P) est défini par :

$$(LR_\lambda) \quad L(\lambda) = \min_{x \in X} \{f(x) + \lambda(Ax - b)/cx \leq d\} \quad 2.33$$

Par  $FS(P)$ , nous désignons la suite des solutions admissibles au problème primal (P). Nous remarquons que  $(LR_\lambda)$  est bien une relaxation du problème (P) puisque :

- (i)  $FS(LR_\lambda) \subseteq FS(P)$
- (ii)  $\forall x$  solution admissible du problème (P) et  $\forall \lambda \geq 0, f(x) + \lambda(Ax - b) \leq f(x)$  (puisque nous sommes en présence d'un problème de minimisation). Donc, il s'en suit qu'une solution optimale au problème relaxé est inférieure à  $J^*$  ( $\forall \lambda \geq 0, L(\lambda) \leq J^*$ ). Ainsi,  $L(\lambda)$  est une borne inférieure à la valeur optimale du problème (P).

**Remarque 1.1:** Supposons que pour un multiplicateur de Lagrange  $\lambda$ ,  $x^\lambda$  est la solution optimale au problème relaxé  $(LR_\lambda)$  appelé « solution lagrangienne ». Si la solution  $x^\lambda$  satisfait la condition  $\lambda(Ax^\lambda - b) \leq 0$ , alors  $x^\lambda$  est solution optimale au problème primal (P). Par contre, si  $x^\lambda$  n'est pas une solution admissible au problème (P), alors des méthodes heuristiques sont souvent utilisées pour modifier la solution inadmissible à (P) pour la rendre admissible. Généralement, les solutions obtenues des sous problèmes lagrangiens sont des solutions approximées. Ainsi, une méthode heuristique de relaxation pour générer de bonnes solutions est adoptée.

Deux questions se posent dans le principe de relaxation lagrangienne :

- i) Comment choisir le vecteur des multiplicateurs pour obtenir la meilleure borne inférieure?
- ii) Quelles contraintes doit-on relâcher? Répondre à la première question revient à résoudre un problème appelé **Problème dual lagrangien** donné par la définition suivante.

**Définition 1.2 :** Le problème « Dual Lagrangien » consiste à chercher la meilleure borne inférieure  $L^*$  telle que :

$$(DL) \quad L^* = \max_{\lambda \geq 0} \min_{x \in X} \{f(x) + \lambda(Ax - b)/cx \leq d\} \quad 2.34$$

La fonction objectif du problème dual lagrangien (DL) est généralement concave et partout non différentiable. Les techniques de programmation non linéaire pour la résolution des problèmes d'optimisation différentiable sont alors inopérantes et des méthodes adaptées doivent par conséquent être mises au point pour traiter les problèmes de type (2.34). Donc, malgré la simplicité de l'écriture du problème (DL), résoudre ce problème est souvent une tâche très difficile. Nous exposons (sans toutefois entrer dans les détails) quelques techniques permettant de rechercher le meilleur vecteur des multiplicateurs de Lagrange solution de (2.34) et déterminer la valeur optimale  $L^*$ . Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes permettant la résolution du problème (2.34). Les méthodes diffèrent par la structure de la fonction objectif, et pour la plupart des cas, beaucoup de chercheurs ont trouvé certaines

méthodes plus efficaces que d'autres. La méthode des faisceaux développée par (Lemaréchal, et al., 1997) et la méthode du sous gradient sont les plus utilisées.

Pour ces méthodes, l'idée principale est de mettre à jour itérativement le vecteur des multiplicateurs  $\lambda$  en fonction, notamment, de la valeur de  $L(\lambda)$ . A chaque itération de l'algorithme dual, l'idée des deux méthodes évoquées ci haut est de résoudre jusqu'à l'optimalité les problèmes  $LR_\lambda$ . Ceci présuppose que les problèmes relaxés ( $LR_\lambda$ ) peuvent être résolus très rapidement. Le choix des contraintes relaxées est donc guidé par cette première observation. De plus, en pratique, il est important de préserver une taille raisonnable au vecteur des multiplicateurs. Par conséquent, nous sommes souvent contraints de limiter le nombre des contraintes à relaxer. Ce choix doit tenir compte de la qualité des bornes inférieures que nous allons obtenir. Il est connu que, quelles que soient les contraintes relaxées, la valeur maximale de  $L(\lambda)$  est supérieure ou égale à la borne inférieure que nous aurions obtenue à l'aide de la relaxation de (P). Ainsi, trouver une réponse à la deuxième question n'est pas évident.

Dans ce qui suit, nous donnons un bref rappel de la méthode du sous gradient adaptée pour la résolution du problème dual rencontré dans cette thèse.

### 2.3.2.2 Méthode du sous gradient

La méthode du sous gradient est proposée pour maximiser des fonctions concaves (ou minimiser des fonctions convexes) non nécessairement différentiables pour lesquelles il est possible de déterminer un sous gradient en un point donné de l'espace des solutions réalisables. C'est le cas typique des fonctions duales que nous rencontrons dans les chapitres suivants. C'est une méthode itérative où le multiplicateur de Lagrange est mis à jour à chaque itération  $k$  de l'algorithme principal de calcul de la manière suivante:

$$\lambda^{K+1} = \lambda^k + \theta_K \nabla L(\lambda^k) \quad 2.35$$

Où  $\theta_K$  est le pas et  $\nabla L(\lambda^k)$  est la direction du sous gradient au point  $\lambda^k$  choisie a priori afin d'améliorer la solution à l'étape  $(k-1)$ . Dans (Polyak, 1967) et (Polyak, 1969), l'auteur montre que la suite  $L(\lambda^k)$  converge vers un optimum  $L(\lambda^*)$  sous les seules conditions :  $\theta_K \rightarrow 0$  quand  $k \rightarrow \infty$  et  $\sum_k \theta_K \rightarrow \infty$ . Mais, rien ne peut être dit sur la vitesse de convergence. Par ailleurs, la suite  $L(\lambda^k)$  obtenue n'est généralement pas monotone croissante. Par contre, si à chaque itération  $k$ , nous choisissons des valeurs pour  $\theta_K$  définies par :

$$\theta_K = \nu_k \frac{L(\lambda^*) - L(\lambda^k)}{\|\nabla L(\lambda^k)\|^2} \quad 2.36$$

Où le coefficient  $\nu_k$  appelé « coefficient de relaxation » vérifie  $\varepsilon < \nu_k \leq 2 \forall k$  ( $\varepsilon > 0$  fixé), alors la convergence est géométrique. Remarquons que ce résultat a principalement un intérêt théorique, puisque nous ne connaissons  $L(\lambda^*)$ . Si dans la formule (2.36),  $L(\lambda^*)$  est remplacée par une estimation par défaut  $\underline{L} \leq L(\lambda^*)$ , alors (Polyak, 1969) montre que soit la séquence  $L(\lambda^k)$  converge vers  $\underline{L}$ , soit un vecteur  $\lambda^k$ , vérifiant  $\underline{L} \leq L(\lambda^k) \leq L(\lambda^*)$  est obtenu en un nombre fini d'itérations.

Ceci se produit en particulier quand  $\nu_k = 2 \quad \forall k$ . Pour plus de détails sur la théorie de convergence de la méthode du sous gradient, les articles (Wolfe, et al., 1974) et (Fisher, 1981) sont des bonnes références.

### 2.3.2.3 Méthode de recherche de « pas » d'Armijo

Dans certains cas, lorsque le gradient de la fonction est trop coûteux à calculer à chaque itération  $k$ , la règle d'Armijo (Armijo, 1966) ou la règle de Wolfe (Wolfe, 1971) sont utilisées pour déterminer les pas  $\theta_k$  qu'il faudra utiliser pour assurer une bonne convergence. Nous décrivons dans cette section l'algorithme de recherche de « pas d'Armijo ». Le pas  $\theta_k$  est déterminé le long de la direction du gradient. L'algorithme de recherche du « pas » a double objectifs :

(i) il permet de faire croître  $L(\lambda^k)$  suffisamment. Cela se traduit par la réalisation d'une inégalité de la forme

$$L(\lambda^k + \theta_k \nabla L(\lambda^k)) \geq L(\lambda^k) + N_k^+ \quad 2.37$$

Où  $N_k^+$  est un terme positif qui joue un rôle très important dans la convergence de l'algorithme d'Armijo. S'il existe une constante  $C$  telle que  $L(\lambda^k) \leq C$  alors  $N_k^+ \rightarrow 0$ . Ceci n'est pas intéressant puisque notre objectif n'est pas d'imposer  $L(\lambda^k + \theta_k \nabla L(\lambda^k)) \geq L(\lambda^k)$ . De ce fait,  $N_k^+$  doit prendre une forme bien particulière si nous cherchons à en tirer de l'information.

(ii) le second objectif est d'empêcher le pas  $\theta_k$  d'être « trop petit », trop proche de zéro. Une condition naturelle est de demander que  $L(\lambda)$  croît pour une valeur  $\tau \in ]0, 1[$ . Cela conduit à l'inégalité suivante parfois appelée « condition d'Armijo » ou « condition de croissance linéaire »:

$$L(\lambda^k + \theta_k \nabla L(\lambda^k)) \geq L(\lambda^k) + \tau \theta_k \|\nabla L(\lambda^k)\| \quad 2.38$$

D'autres parts, nous avons mentionné qu'il est dangereux d'accepter des pas trop petits, cela conduit assez souvent à des fausses convergences. Il faut donc trouver un mécanisme supplémentaire qui empêche le pas d'être trop petit. Par conséquent, la technique de rebroussement (Armijo, 1966) ou celle de (Goldstein, 1965) est utilisée. La technique de rebroussement ou « backtracking » consiste à prendre  $\theta_k = \gamma^{m_k}$ , où la constante  $\gamma \in ]0, 1[$  et  $m_k$  le plus petit entier naturel ( $m_k \in \mathbb{N}$ ) tel que :

$$L(\lambda^k + \theta_k \nabla L(\lambda^k)) \geq L(\lambda^k) + \tau \gamma^{m_k} \|\nabla L(\lambda^k)\| \quad 2.39$$

En conclusion, c'est le fait de prendre pour  $\theta_k$  le plus grand réel dans  $\{1, \gamma, \gamma^2, \gamma^3, \dots\}$  vérifiant (2.39) qui garantit que ce « pas » ne sera pas trop petit.  $\theta_k = 1$  est essayé initialement; si ce « pas » n'est pas acceptable, nous rebroussons chemin en essayant des pas plus petits  $1, \gamma, \gamma^2, \gamma^3, \dots$  etc. L'algorithme suivant dit « Algorithme de recherche de pas d'Armijo » permet la détermination de  $\theta_k$  afin d'assurer une bonne convergence.

Algorithme de recherche de « pas » d'Armijo

*Algorithme 1.1 : Détermination du pas*

Etape 1. Choisir un pas  $\theta_k^i \geq 0, \tau \in ]0, 1/2 [ , \tau \in ]0, 1[ , i = 1.$

Etape 2. Tant que  $L(\lambda^k + \theta_k \nabla L(\lambda^k)) \geq L(\lambda^k) + \tau \theta_k \|\nabla L(\lambda^k)\|$  n'est pas vérifié  $\theta_k = \theta_k^i$

2.1 choisir  $\theta_k^{i+1} \in [\gamma \theta_k^i, (1 - \gamma) \theta_k^i]$

Une autre méthode efficace est celle des faisceaux. Elle s'appuie sur une propriété fondamentale de la relaxation lagrangienne qui est la concavité de la fonction  $L(\lambda)$ . La théorie sur cette méthode est trop complexe. Le lecteur intéressé pourra consulter l'article de (Lemaréchal, et al., 1997) La singularité de cette méthode par rapport à celle du sous gradient est de garder un historique des solutions lagrangiennes. Le nouveau vecteur lagrangien  $\lambda^{k+1}$  est en effet calculé à l'aide non seulement du point  $\lambda^k$  et du gradient  $\nabla L(\lambda^k)$ , mais aussi de tous les vecteurs  $\lambda^u$  et  $\nabla L(\lambda^k)$  définis précédemment ( $\forall u \leq k$ ). La puissance de la méthode des faisceaux réside dans sa convergence rapide, mais son implémentation s'avère très compliquée et c'est l'une des raisons pour laquelle nous ne l'avons pas couplée avec la méthode du sous gradient pour résoudre nos problèmes d'optimisation.

**2.3.3 Méthode de génération de colonnes**

La génération de colonnes est l'une des principales méthodes utilisées pour résoudre des problèmes linéaires de grande taille. La programmation linéaire et la programmation en nombres entiers étant des domaines d'optimisation fortement liés, la méthode constitue aussi un outil puissant pour résoudre des problèmes en nombre entiers.

Le principe de la méthode consiste à résoudre, de manière itérative, une série de problèmes de plus petites tailles, en vue d'obtenir une solution optimale au problème linéaire initial (MP), dit « problème maître ». notons  $N = \{1, \dots, n\}$  l'ensemble des indices des variables du problème  $\lambda_i$ . le problème maître est formulé comme suit :

$$(MP) : \quad \min z_{MP} = \sum_{i \in N} \bar{c}_i \lambda_i \tag{2.40}$$

Sujet à :

$$\sum_{i \in N} \bar{a}_i \lambda_i = b \tag{2.41}$$

$$\lambda_i \geq 0, i \in N \tag{2.42}$$

Nous faisons ici l'hypothèse que les coefficients  $\bar{a}_i$  ne sont pas donnés explicitement et qu'ils sont implicitement représentés comme des éléments d'un ensemble  $A \neq \emptyset$ , pouvant être généré selon des règles bien déterminées. Nous ne supposons de plus que les coefficients  $\bar{c}_i$  sont liés aux coefficients  $\bar{a}_i$  par une fonction connue.

Pour résoudre (*MP*), on considère un sous ensemble de variables  $\bar{N} \in N$  sur lequel on résout un 'problème maître restreint' (*RMP*).

$$(RMP): \quad \min z_{RMP} = \sum_{i \in \bar{N}} \bar{c}_i \lambda_i \quad 2.43$$

Sujet à :

$$\sum_{i \in \bar{N}} \bar{a}_i \lambda_i = \mathbf{b} \quad 2.44$$

$$\lambda_i \geq \mathbf{0}, i \in \bar{N} \quad 2.45$$

Pour initialiser la méthode et déterminer les sous-ensembles d'indices des variables  $\lambda_i$  qui vont constituer le problème maître restreint initial, il est possible d'introduire des variables artificielles ou d'utiliser des méthodes heuristiques.

Dans l'objectif de déterminer et ajouter de nouvelles variables au problème maître restreint (*RMP*), on résout un 'sous-problème' par rapport aux variables duales. Soit  $\bar{\lambda}$  la solution optimale du problème du problème maître restreint, et  $\bar{\pi}$  le vecteur des variables duales optimales associées aux contraintes (2.45) du problème maître. Il est possible de vérifier si  $\bar{\lambda}$  est une solution optimale pour le problème maître (*MP*) en calculant les coûts réduits associés à chaque variable  $\bar{\lambda}_i$  :

$$\bar{\bar{c}}_i = \bar{c}_i - \bar{\pi} \bar{a}_i, i \in N \quad 2.46$$

Si  $\bar{\bar{c}}_i \geq 0 \forall i \in N$ , alors on peut conclure que la solution optimale du problème maître restreint actuel l'est aussi pour le problème maître (*MP*). Cependant, du moment que les coefficients  $\bar{a}_i$  ne sont connus que partiellement, calculer  $\bar{\bar{c}}_i$  n'est pas possible pour tout  $i \in N$ . Comme alternative, on calcule, on le minimum des  $\bar{\bar{c}}_i$  pour tout  $i \in N$ , ce qui revient à résoudre le sous-problème de *pricing* suivant :

$$(SP): \quad z_{SP} = \min\{\bar{\bar{c}}_i: \bar{a}_i \in A\} \quad 2.47$$

Lorsque  $z_{SP}$  est positif, ce qui signifie que tous les coûts réduits  $\bar{\bar{c}}_i$  sont positifs  $\forall i \in N$  on conclut que la solution actuelle  $\bar{\lambda}_i$  est optimale pour le problème maître. Dans le cas contraire, une ou plusieurs variables ayant de coûts réduits négatifs sont introduites dans le problème maître restreint (*RMP*) qui est ré-optimisé par la suite.

### 2.3.3.1 Bornes supérieures et inférieures

A chaque itération de la génération de colonnes, le problème maître restreint et le sous-problème permettent de calculer des bornes supérieures et inférieures sur la valeur optimale du problème maître, toute solution optimale de (*RMP*) est réalisable pour (*MP*), et la valeur

correspondante  $z_{RMP}$  constitue donc une borne supérieure  $\bar{z}$  sur la valeur optimale du problème maître ( $\bar{z} = z_{RMP} \geq z_{MP}$ ).

Contrairement à la borne supérieure qui est facile à calculer, la borne inférieure  $\underline{z}$  est plutôt difficile à déterminer. Si l'on est capable toutefois de trouver une constante  $k$  telle que  $k \geq \sum_{i \in N} \bar{\lambda}_i^*$ , où  $\bar{\lambda}^*$  est la solution optimale du problème maître, alors  $\underline{z} = z_{RMP} + k z_{SP} \leq z_{MP}$  est une borne inférieure sur la valeur optimale de (MP).

Le calcul de cette borne inférieure présente des difficultés pour deux raisons principales. D'une part, il n'existe pas de manière exacte pour déterminer la constante, sauf dans le cas de la décomposition de Dantzig-Wolfe comme nous allons présenter dans la section (2.3.3.3). d'autre part, la borne inférieure ne croît pas nécessairement d'une itération à l'autre de la méthode de génération de colonnes et ce, contrairement à la borne supérieure qui constitue une fonction monotone décroissante.

La connaissance des bornes inférieure et supérieure permet, entre autres, de calculer 'l'écart d'optimalité'  $\bar{z} - \underline{z}$  ou  $\bar{z} - LB$ , où  $LB$  est la plus grande borne inférieure connue, et de déterminer une solution  $\epsilon$  optimale si cet écart est inférieur à une constante  $\epsilon$  fixée à l'avance.

### 2.3.3.2 Convergence de la méthode

Etant donné qu'aucune variable dans le problème maître restreint ne possède un coût réduit négatif, toute colonne  $\bar{a}_i \in A$  est donc générée au plus une seule fois. La procédure de génération de colonne est alors exacte et se termine en un nombre fini d'itérations, pourvu que l'ensemble  $A$  soit fini.

### 2.3.3.3 Reformulation de Dantzig-Wolfe

La reformulation de Dantzig-Wolfe permet de reformer tout problème linéaire et en un problème qui vérifie les hypothèses citées précédemment quand aux structures de coefficients  $\bar{a}_i$  et  $\bar{c}_i$  et ce, afin de pouvoir le résoudre par la procédure de génération de colonnes, dite dans ce cas 'décomposition de Dantzig-Wolfe'.

Considérons le problème linéaire (LP) présente dans la section (a), et supposons qu'il est possible de séparer les contraintes  $Ax = b$  en deux sous-ensembles de contraintes  $A^1x = b^1$  et  $A^2x = b^2$ . nous pouvons donc réécrire (LP) sous la forme :

$$z = \min\{cx : A^1x = b^1, x \in X\} \quad 2. 48$$

Où  $X$  est un polyèdre de la forme  $X = \{x \in \mathbb{R}_+^n : A^2x = b^2\} \neq \emptyset$ .

Tout élément  $x$  de  $X$  peut être écrit comme combinaison convexe de ses points extrêmes  $\{x_p\}_{p \in P}$  et combinaison conique de ses rayons extrêmes  $\{x_r\}_{r \in R}$  :

$$x = \sum_{p \in P} \lambda_p x_p + \sum_{r \in R} \lambda_r x_r \quad 2.49$$

Avec :

$$\sum_{p \in P} \lambda_p = 1, \lambda_p \geq 0, \forall p \in P \text{ et } \lambda_r \geq 0, \forall r \in R.$$

En posant  $\bar{c}_i = c_i x_i$  et  $\bar{a}_i^1 = a_i^1 x_i, i \in P \cup R$ , le problème (2.48) peut être reformulé comme suit :

$$\min z = \sum_{p \in P} \bar{c}_p \lambda_p + \sum_{r \in R} \bar{c}_r \lambda_r \quad 2.50$$

Sujet à :

$$\sum_{p \in P} \bar{a}_p^1 \lambda_p + \sum_{r \in R} \bar{a}_r^1 \lambda_r = b^1 \quad 2.51$$

$$\sum_{p \in P} \lambda_p = 1 \quad 2.52$$

$$\lambda \geq 0 \quad 2.53$$

Le principe de la décomposition de Dantzig-Wolfe consiste à résoudre la formulation (2.50)-(2.52) en utilisant la méthode de génération de colonnes, initialisée par un sous-ensemble de points et rayons extrêmes de  $X$ .

### 2.3.3.4 Cas de problèmes linéaires en nombres entiers

La décomposition de Dantzig-Wolfe peut être adaptée au cas où  $X$  est un ensemble discret, c'est-à-dire :

$$X = \{x \in \mathbb{Z}_+^n : A^2 x = b^2\}.$$

La reformulation de Dantzig-Wolfe reste dans ce cas valable. La relation liant  $\lambda$  à  $x$  doit cependant figuré dans le modèle afin de conserver la contrainte d'intégralité des variables  $x$ .

$$\min z = \sum_{p \in P} \bar{c}_p \lambda_p + \sum_{r \in R} \bar{c}_r \lambda_r \quad 2.54$$

$$\sum_{p \in P} \bar{a}_p^1 \lambda_p + \sum_{r \in R} \bar{a}_r^1 \lambda_r = b^1 \quad 2.55$$

$$\sum_{p \in P} \lambda_p = 1 \quad 2.56$$

$$\lambda \geq 0 \quad 2.57$$

$$\sum_{p \in P} \bar{x}_p \lambda_p + \sum_{r \in R} x_r \lambda_r = x \quad 2.58$$

$$x \in \mathbb{Z}_+^n \quad 2.59$$

Pour résoudre ce modèle, les contraintes d'intégralité (2.59) sont relaxées et par conséquent, les contraintes (2.58) peuvent être éliminées du problème. Le problème maître résultant correspond au problème linéaire (2.50)-(2.56), qui possède dans ce cas des colonnes définies par des points et rayons extrêmes de l'enveloppe convexe de  $X(\text{conv}(X))$ .

Il est résolu par la procédure de génération de colonnes décrite précédemment.

En effet, le problème maître reinte (2.60)-(2.63) est obtenu de (2.50)-(2.56) en ne considérant qu'un sous-ensemble de points extrêmes  $\bar{P} \subseteq P$  et de rayons extrêmes  $\bar{R} \subseteq R$  de  $conv(X)$  :

$$\min z = \sum_{p \in \bar{P}} \bar{c}_p \lambda_p + \sum_{r \in \bar{R}} \bar{c}_r \lambda_r \quad 2.60$$

Sujet à :

$$\sum_{p \in \bar{P}} \bar{a}_p^1 \lambda_p + \sum_{r \in \bar{R}} \bar{a}_r^1 \lambda_r = b^1 \quad 2.61$$

$$\sum_{p \in \bar{P}} \lambda_p = 1 \quad 2.62$$

$$\lambda \geq 0 \quad 2.63$$

Etant donné les variables duales  $\bar{\pi}$  et  $\bar{\pi}_0$  associées aux contraintes (2.61) et (2.62) du

$$(SP_{DW}) : \begin{cases} \min_{i \in P} \{ \bar{c}_i - \bar{\pi} \bar{a}_i^1 - \bar{\pi}_0 \} \\ \min_{i \in R} \{ \bar{c}_i - \bar{\pi} \bar{a}_i^1 \} \end{cases} \quad 2.64$$

En reformulant (2.64) en termes des variables initiales  $x$ , nous obtenons le problème linéaire en nombres entiers :

$$(SP_{DW}) : z_{SP_{DW}}^* = \min \{ (c - \bar{\pi} A^1)x - \bar{\pi}_0, x \in X \} \quad 2.65$$

Si  $z_{SP_{DW}}^* \geq 0$ , la méthode se termine avec une solution optimale de la relaxation linéaire du problème (2.54)-(2.59).

Si par contre  $z_{SP_{DW}}^* < 0$ , deux cas peuvent se présenter. Ou bien la valeur de  $z_{SP_{DW}}^*$  est non bornée inférieurement et la solution correspond à un rayon extrême  $x_r$  de  $conv(X)$  ; la colonne  $[c^t x_r, (A^1 x_r), 0]^t$  est alors introduite dans le problème maître restreint. Dans le cas où la valeur de  $z_{SP_{DW}}^*$  est finie, le point extrême correspondant  $x_p$  donne lieu à la colonne  $[c^t x_p, (A^1 x_p), 1]^t$  qui est incluse dans le problème maître avant de ré-optimiser.

La borne inférieure sur la valeur optimale du problème maître peut dans ce cas être

$$\underline{z} = \bar{z} + z_{SP_{DW}}^*$$

Pour les problèmes en nombres entiers, la méthode de génération de colonnes est appliquée à la relaxation linéaire du problème maître, et est combinée avec la méthode de **Branch-and-Bound** pour obtenir une solution entière. On parle dans ce cas de méthode de **Branch-and-price**.

Pour résumer, nous présentons dans l'algorithme suivant la méthode de génération de colonnes en pseudo-code :

1. initialisation :  $q \leftarrow 0$ . déterminer un sous-ensemble d'indices  $N_q \subseteq N$ .
2. Résoudre le problème maître restreint ( $RMP_q$ ) composé des variables  $x_i$  telles que  $i \in N_q$ .
3. Résoudre le sous-problème de *pricing*.



4. Si pour toute variable  $x_i$  telle que  $i \notin N_q$ , les coûts réduits correspondant sont négatifs : arrêter. Le problème maître a été résolu.

Pour savoir plus sur cette méthode génération de colonnes, vous regardez la référence suivante : (El filali, 2014).

## 2.4 Présentation des outils informatiques utilisés pour la résolution de problème de notre étude.

### 2.4.1 Utilisation d'OpenSolver

#### 2.4.1.1 Introduction

Excel inclut un solveur de programmation mathématique conçu par *Frontline Systems* pour Microsoft. Ce solveur permet de définir et résoudre des problèmes d'optimisation linéaire ou non-linéaire. Les variables peuvent être réelles, entières ou binaires. La fonction-objectif facultative peut être minimisée, maximisée ou attendre une valeur-cible.

Il faut savoir que ce solveur est bridé à **200** variables. Le nombre de contrainte est illimité pour les PL, mais limité à **100** les pour les PNL, sauf pour les contraintes simples de bornes sur les variables,  $\text{comex} \leq 3$  (Fylstra, et al., 1998).

#### 2.4.1.2 Définition

Le solveur (OpenSolver) est un outil puissance d'optimisation et d'allocation de ressources. Il peut vous aider à déterminer comment utiliser au mieux des ressources limitées pour maximiser les fonctions souhaités (telle la réalisation de bénéfices) et minimiser une perte donnée (tel un coût de production). En résumé, il permet de trouver le minimum, le maximum ou la valeur au plus près d'une donnée tout en respectant les contraintes qu'on lui soumet. Plutôt que de vous contenter d'approximations, vous pouvez faire appel au solveur pour trouver la meilleure solution.

#### 2.4.1.3 Quand utiliser le solveur (OpenSolver) ?

Utilisez le solveur (OpenSolver) lorsque vous recherchez la valeur optimale d'une cellule donnée (**la Fonction Objectif**) par ajustement des valeurs de plusieurs autres cellules (**les variables**) respectant des conditions limitées supérieurement ou inférieurement par des valeurs numériques (c'est-à-dire **les contraintes**).

#### 2.4.1.4 Paramètres du solveur (OpenSolver) :

- **La cellule-cible**, unique, doit contenir une formule qui lie, directement ou indirectement, les variables pour définir la fonction-objectif. Elle est facultative : si elle est absente, le solveur cherche une solution vérifiant toutes les contraintes, ce qui permet de résoudre des systèmes d'équations linéaires ou non-linéaires.

- Les **cellules variables** sont définies par une liste de cellules ou de plages, séparées par des points-virgules, par exemple **B1:B4 ; C1:C4 ; E8**. Elles ne doivent pas contenir de formules et il est conseillé de les initialiser à zéro.

- Les **contraintes** sont du type {cellule \plage} opérateur {constante numérique \ cellule \ plage \ formule}, les accolades avec barres verticales désignant des choix exclusifs. L'opérateur est =, <=, >=, **ent** ou **bin**.

Rappelons qu'il ne peut pas y avoir d'opérateurs de différence ou d'inégalité stricte en programmation mathématique, à cause des problèmes de précision. Pour une plage de  $n$  cellules, une contrainte du type plage opérateur {constante \ cellule \ formule} équivaut à  $n$

Contraintes dans lesquelles chaque cellule de plage est comparée au second membre.

Une contrainte peut avoir deux plages de même dimension : elle équivaut à  $n$  comparaisons entre les cellules de même rang des deux plages.

- ✚ L'opérateur **bin** permet de spécifier qu'une cellule ou une plage doivent être binaires
- ✚ L'opérateur **ent** sert à définir des cellules ou plages entières. Les cellules concernées doivent évidemment être des variables. Pour ces deux opérateurs, le solveur met par défaut binaire et entier dans les seconds membres.

### 2.4.1.5 Types de programmes mathématiques sous OpenSolver

Un programme mathématique est un problème d'optimisation d'une fonction de plusieurs variables (fonction-objectif), en présence de contraintes. Pour bien utiliser le solveur et ses paramètres, il faut savoir qu'il existe les trois grands types de programmes définis ci-dessous.

#### a) Programmes linéaires continus (PL)

Les variables sont des réels, la fonction-objectif et leurs contraintes sont tous linéaires. Dans ce cas, OpenSolver peut résoudre de grands PL (avec des centaines de variables) grâce à l'algorithme du simplexe, qui se contente de construire une suite de sommets du polyèdre menant à l'optimum, sans jamais entrer à l'intérieur.

#### b) Programmes linéaires en nombres entiers (PLNE)

Ce sont des programmes linéaires à variables entières. Les **PL** en **0-1** sont des cas particuliers de **PLNE** avec des variables binaires : il s'agit en général de variables de décision. En général, les **PLNE** sont très difficiles à résoudre, car l'optimum entier est souvent à l'intérieur du polyèdre défini par les contraintes du **PL** relaxé (**PLNE** sans les contraintes d'intégrité des variables) : l'algorithme du simplexe n'est plus valable.

Les variables entières doivent être définies par des contraintes d'intégrité dans le solveur.

Cliquer sur Ajouter une contrainte, sélectionnez la variable ou la plage de variables entières et sélectionnez **ent** ou **bin** dans le type de comparaison (là où on utilise =, <=, >= d'habitude).

OpenSolver utilise une méthode arborescente (Branch-and - Bound) basée sur l'algorithme du simplexe. Ce dernier est appliqué au **PL** relaxé, c'est-à-dire sans contraintes d'intégrité. Si l'optimum obtenu est entier, on a trouvé l'optimum du **PLNE**, fin. Sinon, on a en général une majorité de variables à valeurs entières et minorité de variables fractionnaires. Le solveur choisit une des variables fractionnaires et construit deux sous-problèmes. Par exemple, si une variable  $x_j$  qui doit être entière vaut actuellement 2.3, OpenSolver construit un sous-problème en ajoutant la constante  $x_j \leq 2$  et un autre en ajoutant la contrainte  $x_j \leq 3$ . Dans le cas d'une variable binaire, la séparation est encore plus simple : OpenSolver force  $x_j$  à 0 ou bien 1.

Les séparations successives en sous-problèmes construisent une **arborescence** qui peut contenir un nombre énorme de nœuds. En plus, le solveur applique l'algorithme du simplexe en chaque nœud (sous-problème). Bien que des tests permettent d'éliminer une borne fraction des nœuds, il faut s'attendre à des temps de résolution importants avec les grands **PLNE**, à partir de quelques dizaines de variables entières ou une centaine de variables binaires.

En général, un **PL** en **0-1** est plus facile à résoudre qu'un **PLNE** avec le même nombre de variables. Si seulement certaines variables sont entières, on a un **PL** mixte comme le problème de localisation d'entrepôts. A nombre de variables égal, un **PL** mixte est plus facile qu'un **PLNE** ou **PL** en **0-1**.

Il existe cependant quelque cas de **PLNE** faciles : les problèmes de flots et le problème d'affectation. La raison est mathématique : les sommets des polyèdres de ces problèmes ont toujours des coordonnées entières et l'algorithme du simplexe va donc trouver un optimum entier. On peut s'en persuader en résolvant un problème d'affectation sans préciser que les  $x_{ij}$  sont binaires : le solveur trouve bien un optimum avec des variables à **0** ou **1**. Si on a précisé que les variables doivent être binaires, ce n'est pas grave : le solveur lance sa méthode arborescente, mais comme elle débute par application du simplexe au **PL** relaxé.

L'optimum entier va être trouvé aussitôt, à la racine, sans développement d'une arborescence.

### c) Programmes non-linéaires (PNL)

Au moins une des contraintes ou objectif sont non-linéaires. Ces problèmes sont très difficiles car les expressions peuvent contenir n'importe quoi : des sinus, des algorithmes etc.

Le domaine des solutions réalisable peut avoir une structure complexe et contenir de nombreux optima locaux, à l'intérieur ou sur la frontière. Contrairement au cas linéaire, il n'existe aucune condition générale pour dire si un optimum local est optimum global. Les solveurs commerciaux donnent au mieux, quand ils convergent, un optimum local.

L'optimalité locale peut être détectée à des conditions comme celles de Kuhn-Tucker.

Les **PNL** avec des fonctions non partout différentiables (valeurs absolues par exemple) sont intégrables. Le minimum pour espérer résoudre est que les expressions des contraintes et de l'objectif soient des fonctions continues et différentiables. Les **PNL** les moins difficiles sont ceux majoritairement linéaires, par exemple avec seulement une contrainte ou bien un objectif non linéaire.

Les **PNL convexes** (contraintes convexes formant donc un domaine convexe + minimisation d'une fonction convexe ou maximisation d'une fonction concave) ont une propriété intéressante : tout optimum local est également global. Par exemple une fonction racine carrée. Dans ce cas, les contraintes linéaires définissent un polyèdre, qui est un ensemble convexe, et on doit maximiser une fonction concave : le problème est moins difficile.

Dans le cas général, on peut avoir des difficultés de résolution avec seulement une dizaine de variables, si les contraintes et l'objectif sont tous non-linéaires et varient rapidement. Le plus souvent, on a soit une convergence très lente, soit une convergence rapide mais sur un mauvais optimum local ou sur un point qui n'est même pas un optimum local.

Les **PNL** peuvent être si difficiles à résoudre numériquement qu'on a toujours intérêt à les convertir en **PL** (linéarisation), quand c'est possible. Par exemple, on trouve dans littérature des techniques pour remplacer une fonction non-linéaire par une fonction affine par morceaux. Cette technique nécessite une nouvelle variable morceau. Bien que **PL** résultant ait plus de variables que le **PNL** initial, il est en général bien plus facile à résoudre.

Le solveur utilise un algorithme qui calcule une suite de points convergeant vers un point vérifiant les conditions de Kuhn et Tucker (quand il y arrive). Le point initial est à l'intérieur du domaine défini par les contraintes. En chaque point, une direction de déplacement basée sur le gradient de la fonction-objectif est calculée. La longueur du déplacement est calculée de façon à ne pas sortir du domaine. Les calculs sont en général très lourds à cause des expressions non-linéaires et des déplacements qui peuvent être nombreux et très petits.

### 2.4.2 Le langage informatique Lingo

#### 2.4.2.1 Définition

**Lingo** est un outil complet conçu pour formuler rapidement, facilement et efficacement les problèmes d'optimisation de modèles linéaires, non linéaires, quadratiques, de cônes du second degré et stochastiques. LINGO met à votre disposition un langage puissant et un environnement complet pour construire et éditer vos modèles, le tout complété d'un jeu de solveurs ultra-performants.

#### 2.4.2.2 Pourquoi choisir LINGO ?

##### a) Formulez facilement vos problèmes

LINGO vous fait gagner un temps précieux dans vos phases de développement : en effet, **LINGO** vous permet de formuler rapidement et facilement vos problèmes d'optimisation linéaire, non-linéaire ou en nombres entiers. Grâce à ses outils de modélisation, vos modèles sont exprimés de manière transparente à l'aide de sommes et de variables indicées. La méthode ne diffère guère de la méthode traditionnelle avec crayon et papier, mais vos modèles seront plus faciles à réutiliser et à mettre à jour !

### **b) Gestion optimale des données**

Lingo vous fait aussi gagner du temps en gérant vos données de manière optimale : lorsque vous construisez vos modèles, l'information est extraite automatiquement de bases de données et/ou de feuilles de calcul. Et inversement, les résultats sont exportés vers n'importe quelle base de données et/ou feuille de calcul, facilitant ainsi l'édition de rapports et la présentation des résultats dans l'application de votre choix.

### **c) Des solveurs ultra-performants :**

Lingo est livré avec un jeu de solveurs pour l'optimisation linéaire, non-linéaire (convexe ou non convexe), quadratique, sous contraintes, et en nombre entier. Vous n'avez même pas à vous préoccuper du choix du solveur : en effet, LINGO interprète lui-même vos formulations et sélectionne automatiquement le solveur adapté à chaque problème !

### **d) Modélisation interactive et création d'application clés en main :**

Vous pouvez construire et résoudre vos problèmes d'optimisation directement dans LINGO, ou appeler LINGO depuis une application personnalisée grâce aux DLL et aux liens OLE inclus. Vous pouvez même faire appel à LINGO depuis une macro Excel ou une base de données.

### **e) Documentation et aide exhaustive**

LINGO est livré avec une documentation et une aide en ligne exhaustives : description détaillée de toutes les commandes et fonctions, jeu d'exemples réutilisables et modifiables. Les versions "Super" et "Larger" sont livrées avec l'ouvrage de référence "Optimization Modeling with LINGO", détaillant et expliquant les principales classes de problèmes d'optimisation linéaire, non-linéaire et en nombre entier.

## **2.5 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons rapporté les principaux travaux de recherche réalisés traitant le problème de conception des réseaux de distributions. Plus particulièrement, nous nous sommes intéressés aux problèmes déterministes, stochastique, intégrant l'aspect de stockage, et aux approches de résolutions proposées. Nous avons ensuite rappelé les méthodes de résolution exacte, relaxation lagrangienne, méthode de génération de colonnes, méthode de Branch-and-bound. Après nous avons présenté les deux outils informatiques qui seront utilisés pour résoudre notre problème.

# Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

Dans ce chapitre, nous détaillons notre problème étudié, et nous décrivons le modèle mathématique, après nous citons toutes les données qui seront utilisées pour la résolution de notre problème. Par la suite, nous présentons les résultats obtenus sur les deux outils informatiques Lingo et OpenSolver, et nous comparons et analysons ces résultats, pour sortir à la fin avec une conclusion.

### 3.1 Introduction

La globalisation et la mondialisation en foncent les entreprises et les groupes d'entreprises à devenir plus compétitives au risque de perdre des parts de marché, dans cet environnement fortement concurrentiel, les entreprises doivent réduire leurs cycles de développement, leurs délais de livraisons, leurs coûts de fonctionnement leurs coûts de chaîne logistique. Comme on l'a déjà dit dans ce mémoire, la concurrence dans un futur proche ne sera pas entre différentes entreprises mais entre différent réseaux logistique (M.Christopher, 1992) .

Dans le présent chapitre, nous allons détailler le problème étudié qui consiste à trouver une localisation optimale des centres de distribution et l'affectation des zones de client aux centres de distributions localisées simultanément.

Pour résoudre notre problème sur Lingo et OpenSolver nous avons utilisé un Pentium 2,26 GHz et 2 Go de RAM. Notons que notre problème est NP-difficile au sens fort, utilisé et programmer une méthode de résolution exacte est à écarter car très consommatrice en temps de programmation et d'exécution, et si pour cette raison nous avons choisi d'utiliser deux programmes s'appuient dans leurs résolutions sur la méthode exacte Bronche-and-Bround, pour gagner du temps, l'utilisation des deux outils a pour objectif de confirmer les résultats.

Dans la première partie de ce chapitre nous décrivons détaillions le problème étudié et nous détaillions son modèle mathématique. Dans la section 3-3, nous présentons toutes les données qui seront utilisées pour la résolution de notre problème, en détaillions chaque donnée, par la suite dans la section 3-4, nous présentons les résultats obtenus sur Lingo et OpenSolver, la section 3-5 conclut le chapitre.

### 3.2 Le problème étudié

L'objectif de notre travail est de localiser des centres de distribution et d'affecter les zones de demande vers les installations appropriées. Pour réaliser notre travail nous avons choisi de résoudre en premier lieu un modèle d'optimisation présenté dans le chapitre II la section (2-2-1), ce modèle est très connu sous le nom « **Fixed Charge Facility Location Problem** » qui est divisé en deux types de problème :

- 1) le problème où la capacité des sites est illimitée « uncapacitated fixed charge facility location problem » (UCFLP) ;
- 2) le problème où les sites ont une capacité limitée « capacitated plant location problem » (CPLP) ;

Dans notre étude on va utiliser le deuxième modèle parce que nous avons une capacité limitée de stockage pour les centres de distributions. En deuxième lieu on va combiner entre le problème P-médian présenté dans la section (2-2-1) du chapitre II et le problème CPLP, après nous comparons les résultats de la résolution des deux modèles. La résolution se fera avec deux outils de programmation. La chaîne logistique considérée est composée d'une seule usine qui va approvisionner les entrepôts localisés, le nombre d'entrepôt à localiser dans le deuxième problème est limité à six entrepôts pour le premier cas et à neuf entrepôts en deuxième cas, ces installations ont une capacité de stockage limitée dans tous les cas, les demandes des clients sont déterminées.

Nous considérons le cas où la connexion de transport (liaisons utilisant un seul mode de transport) existent entre les différentes zones de clients et les différents entrepôts localisés. La figure (3.1) illustre la structure de la chaîne considérée sans limitation de nombre d'entrepôts localisés, et la figure (3.2) représente la structure de la chaîne logistique étudiée avec limitation de nombre d'entrepôts à localiser.

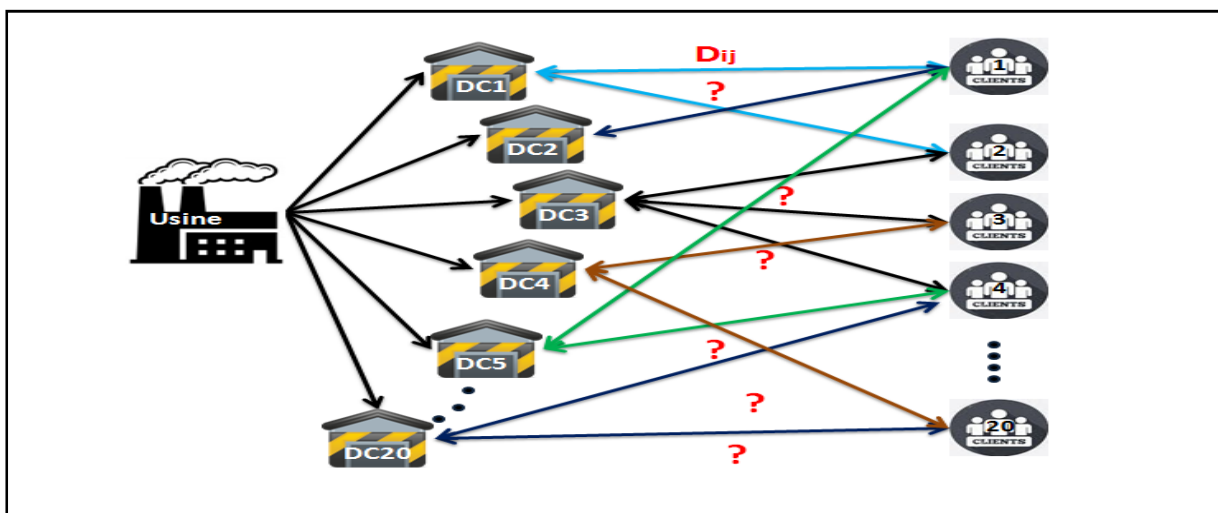
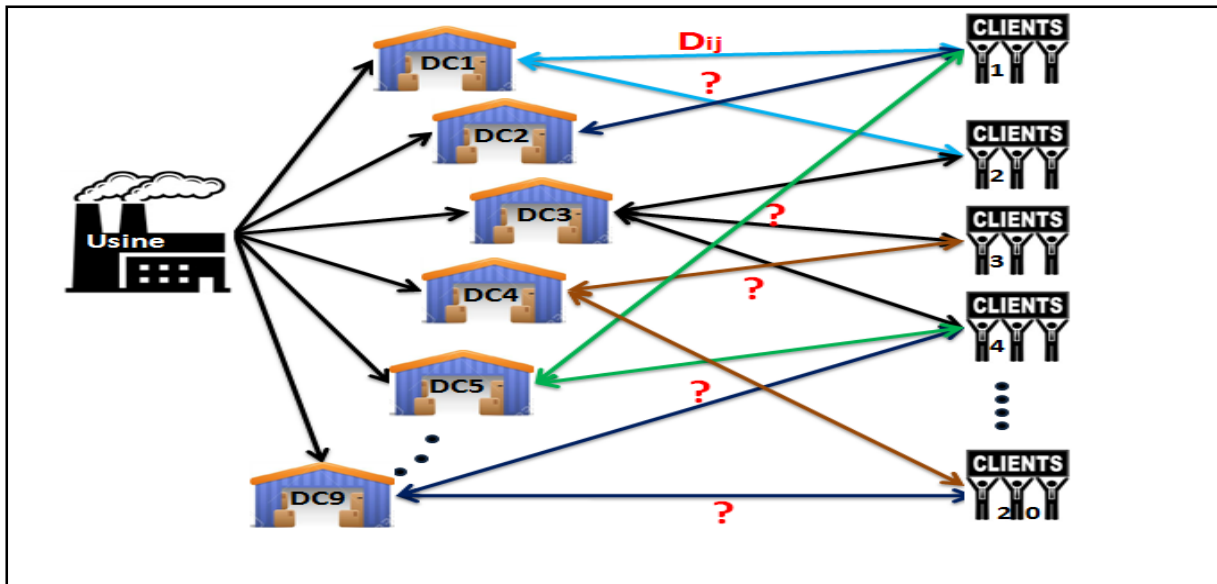


Figure 3. 1: Structure de la chaîne logistique étudiée sans limitation de nombre d'entrepôts à localiser





**Figure 3. 2: Structure de la chaîne logistique étudiée avec limitation de nombre d'entrepôts à localiser (1er cas à 6 et 2ème cas à de 9)**

Notre étude consiste à trouver les meilleures localisations des centres de distribution dans la chaîne logistique, sachant que dans le premier cas le nombre d'entrepôt à localiser n'est pas limité, mais dans le deuxième cas le nombre est fixé d'avance à six après à neuf centres de distribution et aussi consiste à affecter les clients aux entrepôts localisés en minimisant les flux de transport et les coûts de localisation en assurant aussi la satisfaction des clients.

Ce problème de localisation-allocation a été modélisé pour la première fois par Balinski (1965). Le modèle consiste en une fonction objectif et quatre contraintes, et deux variables de décisions illustré ci-dessous :

- **Les notations pour les ensembles :**

I : Ensemble des zones de clients

J : Ensemble des entrepôts potentiels

- **Les notations pour les paramètres :**

$f_j$  : Le coût fixe de localisation des entrepôts j ;

$MAX_j$  : La capacité maximale de stockage d'un entrepôt j ;

$\mu_i$  : La demande moyenne annuelle de chaque zone de client i ;

$d_{ij}$  : La distance entre l'entrepôt j et les zones de client i ;

$\alpha$  : Coût unitaire de demande par unité de distance ;

- Variables de décisions :

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{si l'entrepôt } j \text{ est localisé} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la zone client } i \text{ est servi par l'entrepôt } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- La fonction objectif :

$$\min \sum_{j \in J} f_j X_j + \alpha \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \mu_i d_{ij} Y_{ij} \quad 3.1$$

- Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad 3.2$$

$$Y_{ij} \leq X_j, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 3.3$$

$$\sum_{i \in I} \mu_i Y_{ij} \leq MAX_j X_j \quad \forall j \in J \quad 3.4$$

$$X_j, Y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 3.5$$

Dans la fonction objectif :

- $\sum_{i \in I} f_j X_j$  : Pour minimiser le coût de localisation
- $\alpha \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \mu_i d_{ij} Y_{ij}$  : Pour minimiser les flux de transport

La contrainte (3.2) et (3.3) indiquent que toutes les demandes de zones de clients doivent être satisfaites par un seul centre de distribution, la contrainte (3.4) désigne la capacité maximale de stockage des centres de distribution j.

Dans le deuxième cas nous avons combiné le problème (CPLP) avec le problème P-médian pour limiter le nombre d'entrepôt à localiser, le modèle consiste en une fonction objectif et cinq contraintes, illustrés ci-dessous :

-Les mêmes variables de décisions et les mêmes notions utilisées dans le problème précédent :

- Fonction objectif :

$$\min \sum_{j \in J} f_j X_j + \alpha \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \mu_i d_{ij} Y_{ij} \quad 3.6$$

- Sous les contraintes :

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad 3.7$$

$$\sum_{j \in J} X_j = P \quad 3.8$$

$$Y_{ij} \leq X_j, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 3.9$$

$$\sum_{i \in I} \mu_i Y_{ij} \leq MAX_j X_j \quad \forall j \in J \quad 3.10$$

$$X_j, Y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad 3.11$$

Les contraintes (3.7). (3.9). (3.10). (3.11) sont identiques aux contraintes du problème précédent. La contrainte (3.8) est liée à la limitation du nombre d'entrepôts à localiser, la résolution des deux problèmes se fera avec le OpenSolver Excel, le logiciel Lingo et qui va être présenté en détail dans partie résultats et analyse.

### 3.3 Collecte des données

#### 3.3.1 Données relatives aux clients

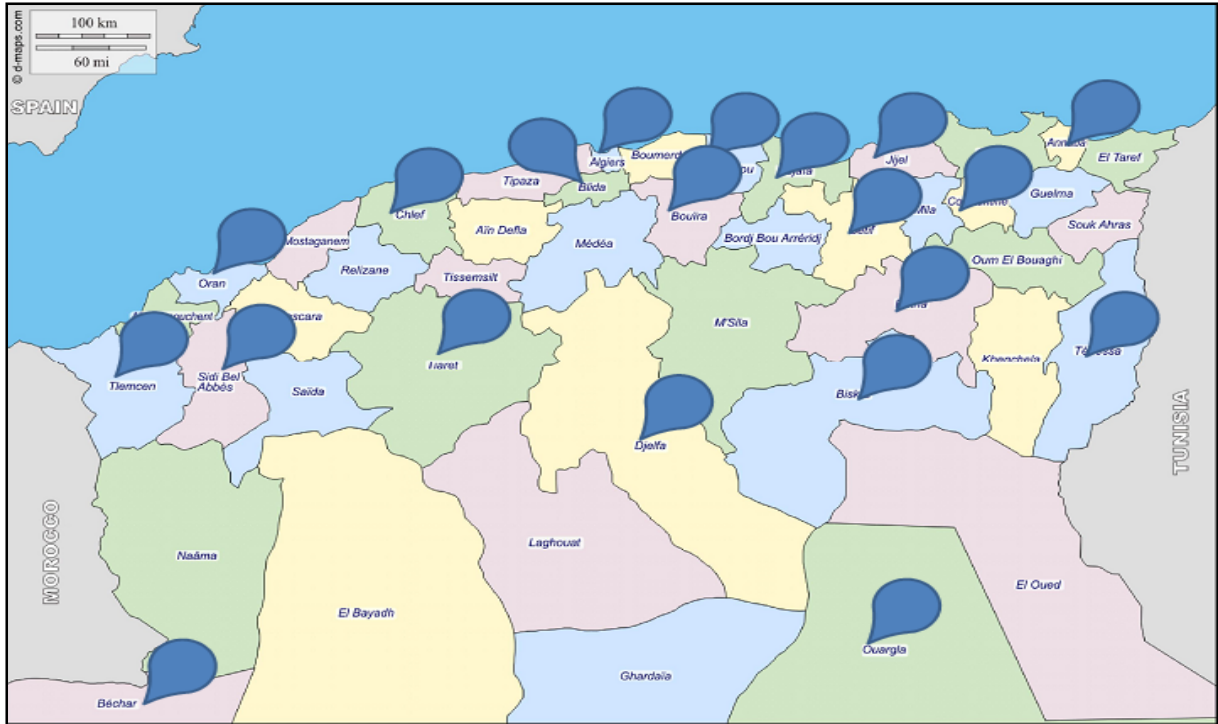
Nous avons regroupé les clients en zones pour les représenter comme des zones de clients, on a obtenu 20 zones de clients. Qui sont illustrées sur le tableau ci-dessous :

## Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

Zone de demande	Les wilayas affectées à la zone de demande
Zone (1) Chlef	CHLEF
	AIN DEFLA
	TISSEMSILET
	RELIZANE
Zone (2) Batna	BATNA
	KHENCHELA
	OUMEL-BAOUAGHI
Zone (3) Bejaïa	BEJAIA
Zone (4) Biskra	BISKRA
	EL OUED
Zone (5) Blida	BLIDA
	MEDEA
	TIPAZA
Zone (6) Béchar	BECHAR
	ADRAR
	TINDOUF
Zone (7) Buirra	BUIRRA
	BORDJ-BOU-ARRERIDJ
Zone (8) Tébessa	TEBESSA
	GUELMA
	SOUK-AHRAS
Zone (9) Tlemcen	TLEMEN
	NAAMA
Zone (10) Tiaret	TIARET
	EL-BAYADH
Zone (11) Tizi-Ouzou	TIZI-OUZOU
	BOUMERDES
Zone (12) Alger	ALGER
	DJELFA
Zone (13) Djelfa	LAGHOAT
	JIJEL
Zone (14) Jijel	SKIKDA
	SETIF
Zone (15) Sétif	M'SILA
	SIDI BEL ABBES
Zone (16) Sidi Bel Abbes	SAIDA
	Ain TEMOUCHENT
	ANNABA
Zone (17) Annaba	EL-TAREF
	CONSTANTINE
Zone (18) Constantine	MILA
	OUARGLA
Zone (19) Ouargla	ILIZI
	TAMANRASSET
	GHARDAIA
	ORAN
Zone (20) Oran	MOSTAGANEM
	MASCARA

**Tableau 3. 1: Le regroupement des clients dans des zones de demandes**

Les zones de client présentées dans le tableau ci-dessus on les a représentés sur la carte géographique de l’Algérie ci-dessous.



**Figure 3. 3: La représentation géographique des zones de demande**

Chaque zone de client est caractérisée par une demande annuelle  $U_i$   $i \in I$ ,  $I = \{1, \dots, 20\}$  est l'ensemble des zones de client.

L'entreprise Toudja nous a donné les quantités demandées par chaque zone de clients et qui sont présentées dans le tableau suivant :

Zones	Demande annuelle /caisses	Zones	Demande annuelle/caisses
CHLEF	234999	TIZI OUZOU	166408
BATNA	176527	ALGER	245560
BEJAÏA	81256	DJELFA	115601
BISKRA	110994	JIJEL	130410
BECHAR	56484	SETIF	208226
BLIDA	201428	SIDI BEL ABBES	109146
BOUIRA	114820	ANNABA	87647
TEBESSA	130056	CONSTANTINE	143271
TLEMCEN	93405	OUARGLA	95068
TIARET	88584	ORAN	243442

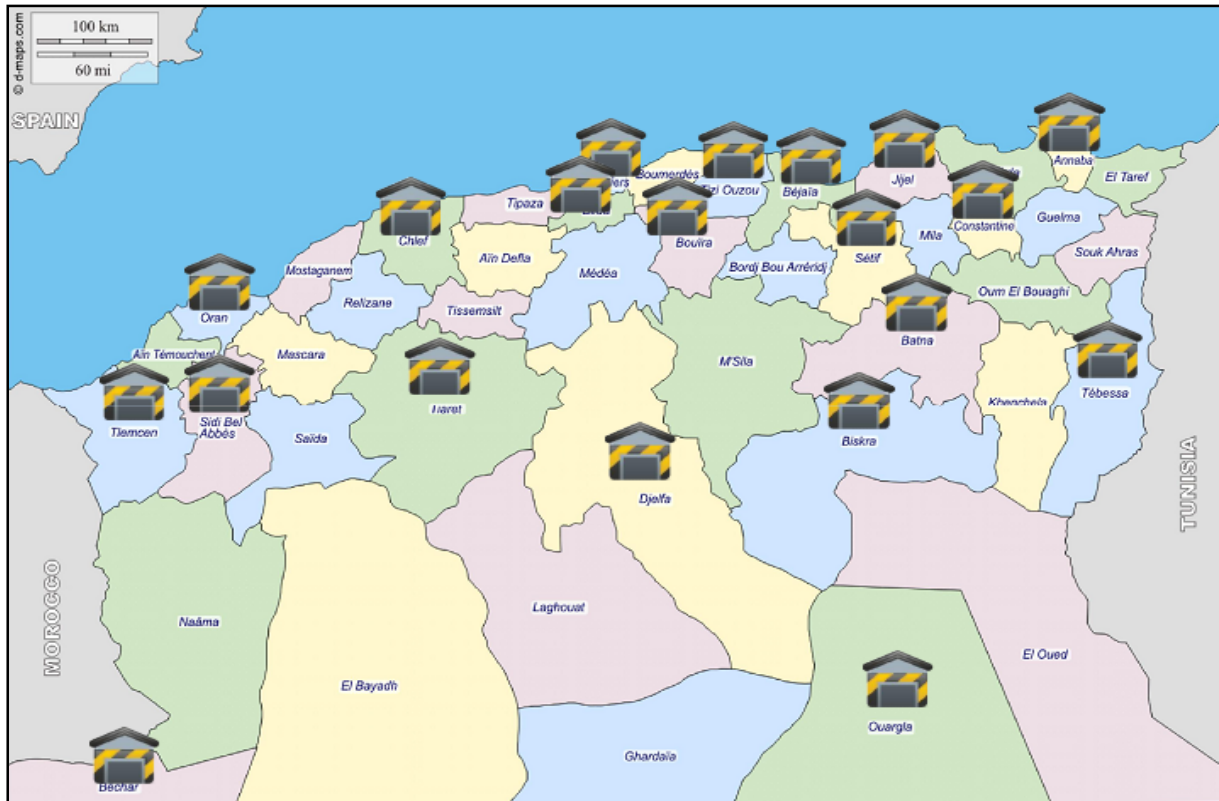
**Tableau 3. 2: Les demandes annuelles de chaque zone de demande**

### 3.3.2 Détermination des entrepôts potentiels et leur capacité de stockage

Chaque zone de clients représente un entrepôt potentiel à localiser, donc les 20 zones de demande sont prises comme des entrepôts candidats à localiser.

Chaque entrepôt a une capacité de stockage limitée, est pour déterminer cette capacité nous avons utilisé des données, fourni par un responsable d'un entrepôt qui est spécialisé dans la distribution du même type de produit. Cette capacité il faut qu'elle puisse reprendre aux demandes des clients affectés à cet entrepôt, nous avons supposé une capacité qu'est égale a 41666 caisses/ mois pour tous les 20 entrepôts potentiels. Donc une capacité de stockage annuel égale a 500 000 caisses /an.

Les vingt centres de distribution potentiels choisis sont illustrés sur la carte de la figure ci-dessous.



**Figure 3. 4: Représentation géographique des entrepôts potentiels**

### 3.3.3 Coûts reliés à la localisation des entrepôts

Nous avons constaté que les coûts de location au niveau national varient selon la région et la capacité de stockage. Pour définir le coût de localisation pour chaque zone potentielle, nous sommes basé sur une étude que nous avons menée préalablement. Les sources principales de notre étude était les offres de locations disponibles sur le marché (loyer des espaces de stockages, hangars, etc.) dans quelques zones potentielles (Tlemcen, Oran, Sétif, Tizi-Ouzou).

En plus de coût de loyer, d'autres coûts sont impliqués dans le coût de localisation, à savoir le coût de main-d'œuvre et le coût d'équipement. Nous avons défini ces coûts en utilisant la méthode suivante :

### Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

- ✓ Le coût de main-d'œuvre par mois : le tableau ci-dessous résume les coûts relatifs aux employeurs pour chaque entrepôt localisé

	salaire	nombre d'employeurs	total /DA
GARDE	30000	4	120000
femme de ménage	15000	2	30000
Employeurs	30000	8	240000
Responsables	50000	1	50000
responsable DC	70000	1	70000
Total/DA			510000 DA

**Tableau 3. 3: Les coûts relatifs aux employeurs pour chaque entrepôt potentiel, par mois**  
Le total obtenu est multiplié par 12 pour trouver les charges relatives aux employeurs pendant une année.

- ✓ D'autres coûts par mois : l'entrepôt a besoin de deux Clarks neufs pour ce fonctionner, donc l'entreprise va acheter deux Clark neuf pour chaque entrepôt localisé, et pour introduire le coût d'achat des Clarks dans le coût de localisation on a devisé leurs coûts d'achat par 10 ans, ce qui représentent un coût d'amortissement, et l'installation de deux bureaux et d'autres outils pour le bon fonctionnement de l'entrepôt, plus l'entreprise elle doit payer des impôts, assurance, énergie, internet, etc. ces coûts sont résumés dans le tableau ci-dessus :

Equipements /services	Coût /DA
CLARK	480000
IMPOT	60000
ASSURANCE	360000
MAINTENANCE	240000
ENERGIE +INTERNET+..	60000
TOTAL	1200000

**Tableau 3. 4: D'autres coûts (équipements et services) par mois, pour chaque entrepôt potentiel**

Pour obtenir le coût fixe de localisation( $F_j$ ), nous avons sommé les déferents coûts mensuel (coût relatif aux employeurs, coût service et d'autre charge), qui constitue le coût de localisation, après nous avons multiplié cette somme par 12 (12 mois) afin de déterminer le coût total de localisation pour chaque entrepôt potentiel à localiser. Le tableau ci-dessous résume les déferents coûts de localisation ( $F_j$ ) /ans.

entrepôts potentiels	Fj /an	Coût de loyer /mois/ DA	d'autres coûts /mois/Da	coûts de la main-d'œuvre/mois/DA
CHLEF	8520000	100000	100000	510000
BATNA	8640000	110000	100000	510000
BEJAÏA	8520000	100000	100000	510000
BISKRA	8400000	90000	100000	510000
BECHAR	8460000	95000	100000	510000
BLIDA	8820000	125000	100000	510000
BOUIRA	8460000	95000	100000	510000
TEBESSA	8520000	100000	100000	510000
TLEMCCEN	8940000	135000	100000	510000
TIARET	8880000	130000	100000	510000
TIZI OUZOU	8460000	95000	100000	510000
ALGER	9480000	180000	100000	510000
DJELFA	8580000	105000	100000	510000
JIJEL	8400000	90000	100000	510000
SETIF	8700000	115000	100000	510000
SIDI BEL ABBES	8760000	120000	100000	510000
ANNABA	9060000	145000	100000	510000
CONSTANTINE	9180000	155000	100000	510000
OUARGLA	8940000	135000	100000	510000
ORAN	9360000	170000	100000	510000

**Tableau 3. 5: Les coûts fixes de localisation pour chaque entrepôt potentiel**

### 3.3.4 Détermination des coûts de transport

A entreprise Toudja, comme pour la majorité des entreprises, nous avons rencontré des difficultés pour obtenir toutes les informations liées au transport, est ceci est dû à la confidentialité des données. Pour surmonter cet obstacle nous sommes allé chercher ailleurs en utilisant des intermédiaires et des contacts, finalement nous avons pu obtenir les données sur les coûts de transport entre les wilayas. Et pour calculer le coût unitaire de demande par unité de distance  $\alpha$  (DA/Caisse/Km). On a divisé les coûts de transport entre les wilayas par la distance, puis nous avons divisé le résultat par la capacité de moyen de transport (un seul camion qui a une capacité égale 600 casses).

Remarque : pour ne pas avoir plusieurs  $\alpha$  on a décidé de prendre la moyenne des coefficients liés au coût de transport total entre les wilayas ( $\alpha$ ).

$$\alpha = 0.12585867 \text{ DA/Km/Caisse}$$

L'utilisation de la moyenne n'affecte pas notre modèle car la variance entre les différents  $\alpha$  obtenus est très faible.



### 3.4 Les résultats et interprétations

Nous présentons dans cette partie les résultats expérimentaux issus de l'application des deux outils informatique d'optimisation Lingo et OpenSolver Excel, nous avons utilisé les données présentées dans la partie précédente a fin de trouver une localisation optimale de notre chaîne logistique. L'utilisation des deux outils a pour objectif de confirmer les résultats obtenus.

#### 3.4.1 Présentation des résultats

##### 3.4.1.1 Les résultats de Lingo

Le problème traité est programmé sur Lingo afin de trouver des résultats optimaux, en introduisant les données citées dans la partie précédente.

#### Présentation des rapports de Lingo :

- 1<sup>er</sup> cas : sans limitation de nombre d'entrepôt à localiser.

Après le lancement de modèle « Capacitated Plant Location Problem » (CPLP) programmé sur Lingo, sur un horizon d'une année des données, Lingo est basé dans la résolution de modèle CPLP sur la méthode B-and-B, nous avons obtenu après un temps d'exécution de 5 secondes des résultats qui sont présentés sous forme de rapports.

#### 1. Rapport des entrepôts localisés :

```
Global optimal solution found.
Objective value:                0.9478087E+08
Extended solver steps:          696
Total solver iterations:        27617
```

Variable	Value	Reduced Cost
OPEN( DC CHLEF)	1.000000	8520000.
OPEN( DC BATNA)	0.000000	8640000.
OPEN( DC BEJAIA)	0.000000	8520000.
OPEN( DC BISKRA)	1.000000	8400000.
OPEN( DC BECHAR)	0.000000	8460000.
OPEN( DC BLIDA)	1.000000	8820000.
OPEN( DC BOUIRA)	0.000000	8460000.
OPEN( DC TEBESSA)	1.000000	8520000.
OPEN( DC TLEMCEN)	0.000000	8940000.
OPEN( DC TIARET)	0.000000	8880000.
OPEN( DC TIZIOUZOU)	1.000000	8460000.
OPEN( DC ALGER)	0.000000	9480000.
OPEN( DC DJELFA)	0.000000	8580000.
OPEN( DC JIJEL)	0.000000	8400000.
OPEN( DC SETIF)	1.000000	8700000.
OPEN( DC BELABBES)	0.000000	8760000.
OPEN( DC ANNABA)	0.000000	9060000.
OPEN( DC CONSTANT)	0.000000	9180000.
OPEN( DC OUARGLA)	0.000000	8940000.
OPEN( DC ORAN)	1.000000	9360000.

Figure 3. 5: Rapport de Lingo concernant nombre d'entrepôts localisés et la valeur de la fonction objectif



Les entrepôts non localisés prennent la valeur 0 et les entrepôts localisés prennent la valeur 1, on lisant le rapport ci-dessus on conclut les entrepôts localisés: DC\_CHLEF, DC\_BISKRA, DC\_BLIDA, DC\_TEBESSA, DC\_TIZI OUZOU, DC\_SETIF, DC\_ORAN.

La valeur de la fonction objectif est : **94 780 875 DA.**

Nombre d'itération : 27617.

**2. Rapport de l'affectation**

```
Global optimal solution found.
Objective value:                0.9478087E+08
Extended solver steps:         696
Total solver iterations:       27617
```

Variable	Value	Reduced Cost
Y( DC_CHLEF, ZC_CHLEF)	1.000000	29272.83
Y( DC_CHLEF, ZC_TIARET)	1.000000	1853797.
Y( DC_CHLEF, ZC_BELABBES)	1.000000	3290204.
Y( DC_BISKRA, ZC_BATNA)	1.000000	2704677.
Y( DC_BISKRA, ZC_BISKRA)	1.000000	13826.05
Y( DC_BISKRA, ZC_DJELFA)	1.000000	4420766.
Y( DC_BISKRA, ZC_OUARGLA)	1.000000	4002677.
Y( DC_BLIDA, ZC_BLIDA)	1.000000	25091.04
Y( DC_BLIDA, ZC_ALGER)	1.000000	1529421.
Y( DC_TEBESSA, ZC_TEBESSA)	1.000000	16200.53
Y( DC_TEBESSA, ZC_ANNABA)	1.000000	2478357.
Y( DC_TIZIOUZOU, ZC_BEJAIA)	1.000000	1346191.
Y( DC_TIZIOUZOU, ZC_BOUIRA)	1.000000	1087002.
Y( DC_TIZIOUZOU, ZC_TIZIOUZOU)	1.000000	20728.74
Y( DC_SETIF, ZC_JIJEL)	1.000000	2225511.
Y( DC_SETIF, ZC_SETIF)	1.000000	25937.83
Y( DC_SETIF, ZC_CONSTANT)	1.000000	2337906.
Y( DC_ORAN, ZC_BECHAR)	1.000000	4875889.
Y( DC_ORAN, ZC_TLEMCEN)	1.000000	1687094.
Y( DC_ORAN, ZC_ORAN)	1.000000	30324.54

**Figure 3. 6: Rapport d'affectation des zones de client vers les entrepôts localisés**

Le rapport ci-dessus nous donne les affectations des zones de client aux entrepôts localisés, la figure (3.7) représente clairement les entrepôts localisés et les affectations des zones de client.

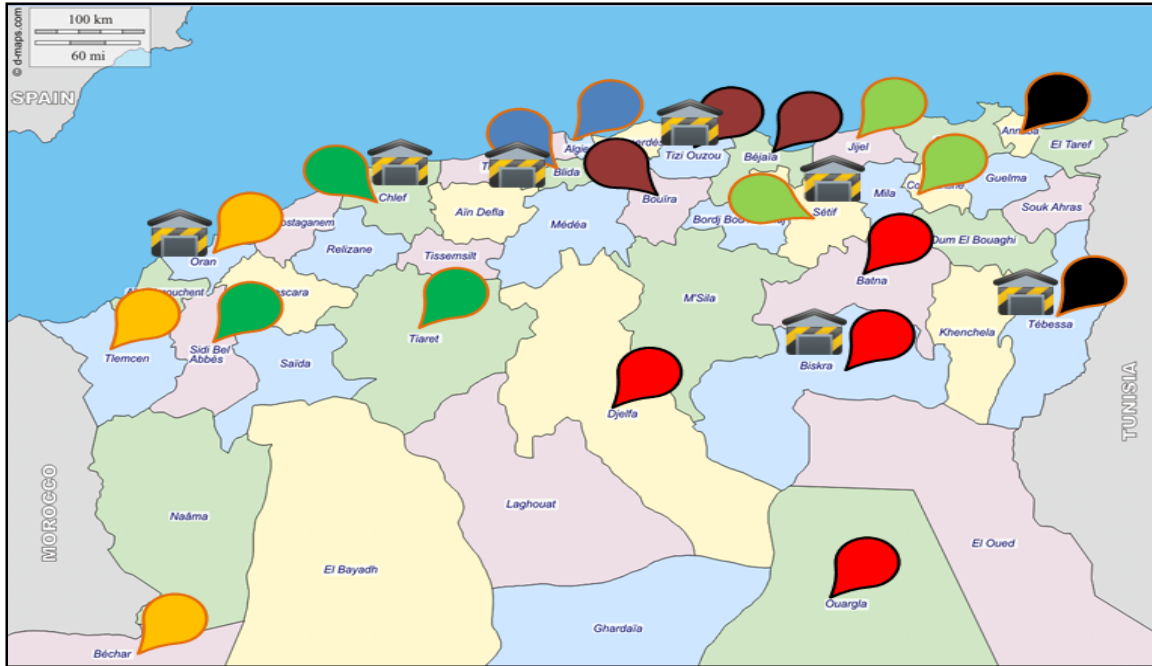


Figure 3. 7: Représentation géographique de localisation et d'affectation

A première vue, la localisation des entrepôts semble tout à fait logique puisque ceux-ci sont situés dans les zones où les zones de client sont plus nombreux, et les distances (les flux de transports) entre les entrepôts localisés et les zones de client affectées vers eux est optimale. À partir des résultats de Lingo nous avons remarqué l'équilibre entre les demandes par entrepôt localisé par exemple : la somme des demandes affectées a l'entrepôt DC\_CHLEF est égale a 432 729 caisses par an et la somme des demandes affectées a l'entrepôt DC\_BILDA est égale 446 988 caisse par an, le tableau ci-dessous nous montre cet équilibre de la somme des demande affectées aux entrepôts localisés.

Les entrepôts localisés	La somme des demandes annuelles affectées aux entrepôts (caisses)
DC_CHLEF	432 729
DC_BISKRA	498 190
DC_BLIDA	446 988
DC_TEBESSA	217 703
DC_TIZI OUZOU	362 484
DC_SETIF	481 906
DC_ORAN	393 330

Tableau 3. 6: La somme des demandes affectées a chaque entrepôt localisé

- 2<sup>ème</sup> cas : la combinaison problème P-médian avec le problème (CPLP), (avec limitation de nombre d'entrepôts localisés).

Après le lancement de modèle du problème « Capacitated Plant Location Problem » (CPLP) combiné avec le problème P-médian programmé sur Lingo, sur un horizon d'une année des données, Lingo est basé dans la résolution de modèle CPLP combiné avec P-médian sur la méthode B-and-B, nous avons obtenu après un temps d'exécution

de 9 secondes pour le cas au P=6 et de 3 secondes pour le cas au P=9 des résultats qui sont présentés sous forme des rapports.

a) P=6 (limitation du nombre d'entrepôts localisés à 6) :

### 1- Rapport de localisation :

Global optimal solution found.		
Objective value:	0.9487517E+08	
Extended solver steps:	416	
Total solver iterations:	16139	

Variable	Value	Reduced Cost
OPEN( DC_CHLEF)	1.000000	8520000.
OPEN( DC_BATNA)	1.000000	8640000.
OPEN( DC_BLIDA)	1.000000	8820000.
OPEN( DC_TIZIOUZOU)	1.000000	8460000.
OPEN( DC_SETIF)	1.000000	8700000.
OPEN( DC_ORAN)	1.000000	9360000.

**Figure 3. 8: Rapport de localisation avec limitation du nombre d'entrepôts localisés à 6**

D'après le rapport ci-dessus, les entrepôts localisés sont : DC\_CHLEF, DC\_BATNA, DC\_BLIDA, DC\_TIZIOUZOU, DC\_SETIF, DC\_ORAN.

La valeur de la fonction objectif est égale à **94 875 175 DA**.

Le nombre d'itération : **16 139**.

### 2- Rapport d'affectation :

Global optimal solution found.		
Objective value:	0.9487517E+08	
Extended solver steps:	416	
Total solver iterations:	16139	

Variable	Value	Reduced Cost
Y( DC_CHLEF, ZC_CHLEF)	1.000000	29272.83
Y( DC_CHLEF, ZC_DJELFA)	1.000000	4809563.
Y( DC_CHLEF, ZC_BELABBES)	1.000000	3290204.
Y( DC_BATNA, ZC_BATNA)	1.000000	21989.22
Y( DC_BATNA, ZC_TEBESSA)	1.000000	3385918.
Y( DC_BATNA, ZC_ANNABA)	1.000000	3002415.
Y( DC_BATNA, ZC_OUARGLA)	1.000000	6051385.
Y( DC_BLIDA, ZC_BLIDA)	1.000000	25091.04
Y( DC_BLIDA, ZC_ALGER)	1.000000	1529421.
Y( DC_TIZIOUZOU, ZC_BEJAIA)	1.000000	1346191.
Y( DC_TIZIOUZOU, ZC_BOUIRA)	1.000000	1087002.
Y( DC_TIZIOUZOU, ZC_TIZIOUZOU)	1.000000	20728.74
Y( DC_TIZIOUZOU, ZC_JIJEL)	1.000000	3720015.
Y( DC_SETIF, ZC_BISKRA)	1.000000	2682262.
Y( DC_SETIF, ZC_SETIF)	1.000000	25937.83
Y( DC_SETIF, ZC_CONSTANT)	1.000000	2337906.
Y( DC_ORAN, ZC_BECHAR)	1.000000	4875889.
Y( DC_ORAN, ZC_TLEMCEN)	1.000000	1687094.
Y( DC_ORAN, ZC_TIARET)	1.000000	2416557.
Y( DC_ORAN, ZC_ORAN)	1.000000	30324.54

**Figure 3. 9: Rapport d'affectation des zones de client aux entrepôts localisés (P=6)**

Le rapport ci-dessus nous donne les affectations des zones de client aux entrepôts localisés avec limitations de ces installations appropriés (P=6), la figure (3.10) représente clairement les entrepôts localisés et les affectations des zones de client.



**Figure 3. 10: Représentation géographique des entrepôts localisés et l'affectation des zones de client (cas P=6)**

D'après les rapports de localisation (figure (3.8)), d'affectation (figure (3.9)), et la représentation géographique (figure (3.10)), nous remarquons que la localisation est tout à fait logique, et l'affectation des zones de client vers ces installations appropriées a donné des distances optimales entre les entrepôts localisés et les zones de demande affectées vers eux, et les demandes affectées aux entrepôts localisés sont équilibrées et varient entre 446 988 caisses/ans et 492 894 caisses/an pour chaque entrepôt.

b) P=9 (limitation du nombres d'entrepôts localisés à 9) :

**1- Rapport de localisation :**

Global optimal solution found.																																
Objective value:	0.1024232E+09																															
Extended solver steps:	2																															
Total solver iterations:	1604																															
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Value</th> <th>Reduced Cost</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>OPEN( DC_CHLEF)</td> <td>1.000000</td> <td>8520000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_BATNA)</td> <td>1.000000</td> <td>8640000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_BECHAR)</td> <td>1.000000</td> <td>8460000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_BLIDA)</td> <td>1.000000</td> <td>8820000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_BOUIRA)</td> <td>1.000000</td> <td>8460000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_TEBESSA)</td> <td>1.000000</td> <td>8520000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_SETIF)</td> <td>1.000000</td> <td>8700000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_OUARGLA)</td> <td>1.000000</td> <td>8940000.</td> </tr> <tr> <td>OPEN( DC_ORAN)</td> <td>1.000000</td> <td>9360000.</td> </tr> </tbody> </table>			Variable	Value	Reduced Cost	OPEN( DC_CHLEF)	1.000000	8520000.	OPEN( DC_BATNA)	1.000000	8640000.	OPEN( DC_BECHAR)	1.000000	8460000.	OPEN( DC_BLIDA)	1.000000	8820000.	OPEN( DC_BOUIRA)	1.000000	8460000.	OPEN( DC_TEBESSA)	1.000000	8520000.	OPEN( DC_SETIF)	1.000000	8700000.	OPEN( DC_OUARGLA)	1.000000	8940000.	OPEN( DC_ORAN)	1.000000	9360000.
Variable	Value	Reduced Cost																														
OPEN( DC_CHLEF)	1.000000	8520000.																														
OPEN( DC_BATNA)	1.000000	8640000.																														
OPEN( DC_BECHAR)	1.000000	8460000.																														
OPEN( DC_BLIDA)	1.000000	8820000.																														
OPEN( DC_BOUIRA)	1.000000	8460000.																														
OPEN( DC_TEBESSA)	1.000000	8520000.																														
OPEN( DC_SETIF)	1.000000	8700000.																														
OPEN( DC_OUARGLA)	1.000000	8940000.																														
OPEN( DC_ORAN)	1.000000	9360000.																														

**Figure 3. 11: Rapport de localisation avec limitation du nombre d'entrepôts localisés à 9**

D'après le rapport ci-dessous, les entrepôts localisés sont : DC\_CHLEF, DC\_BATNA, DC\_BECHAR, DC\_BLIDA, DC\_BOUIRA, DC\_TEBESSA, DC\_SETIF, DC\_OUARGLA, DC\_ORAN.

La valeur de la fonction objectif est égale à **102 423 275 DA**.

Le nombre d'itération : **16 04**.

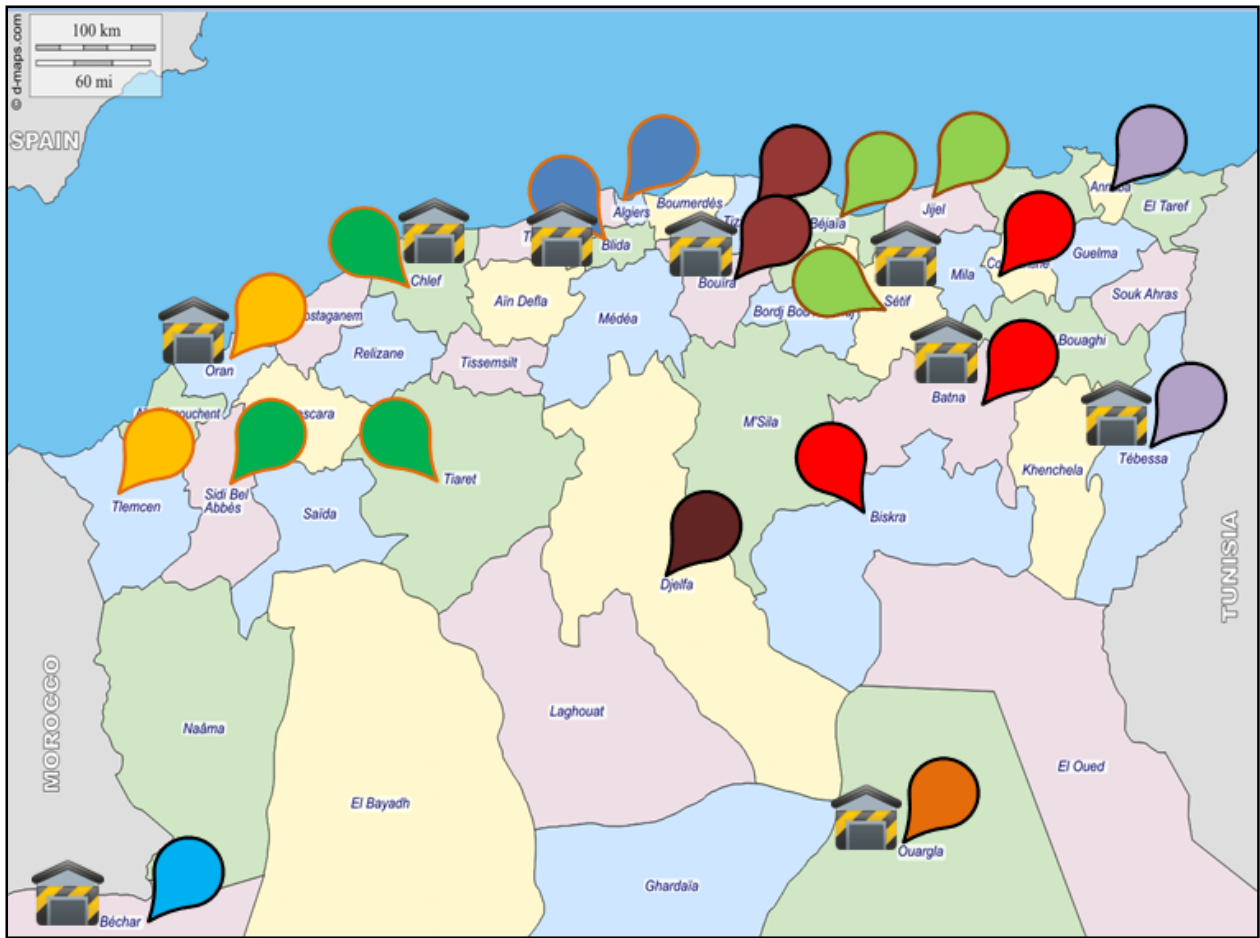
**2- Rapport d'affectation :**

Global optimal solution found.		
Objective value:		0.1024232E+09
Extended solver steps:		2
Total solver iterations:		1604
Variable	Value	Reduced Cost
Y( DC_CHLEF, ZC_CHLEF)	1.000000	29272.83
Y( DC_CHLEF, ZC_TIARET)	1.000000	1853797.
Y( DC CHLEF, ZC BELABBES)	1.000000	3290204.
Y( DC_BATNA, ZC_BATNA)	1.000000	21989.22
Y( DC_BATNA, ZC_BISKRA)	1.000000	1700610.
Y( DC BATNA, ZC CONSTANT)	1.000000	2123747.
Y( DC_BECHAR, ZC_BECHAR)	1.000000	7035.974
Y( DC_BLIDA, ZC_BLIDA)	1.000000	25091.04
Y( DC_BLIDA, ZC_ALGER)	1.000000	1529421.
Y( DC_BOUIRA, ZC_BOUIRA)	1.000000	14302.64
Y( DC_BOUIRA, ZC_TIZIOUZOU)	1.000000	1575387.
Y( DC_BOUIRA, ZC_DJELFA)	1.000000	4233568.
Y( DC_TEBESSA, ZC_TEBESSA)	1.000000	16200.53
Y( DC_TEBESSA, ZC_ANNABA)	1.000000	2478357.
Y( DC_SETIF, ZC_BEJAIA)	1.000000	1123513.
Y( DC_SETIF, ZC_JIJEL)	1.000000	2225511.
Y( DC_SETIF, ZC_SETIF)	1.000000	25937.83
Y( DC_OUARGLA, ZC_OUARGLA)	1.000000	11842.22
Y( DC_ORAN, ZC_TLEMCEN)	1.000000	1687094.
Y( DC_ORAN, ZC_ORAN)	1.000000	30324.54

**Figure 3. 12: Rapport d'affectation des zones de client aux entrepôts localisés (P=9)**

Le rapport ci-dessus nous donne les affectations des zones de client aux entrepôts localisés avec limitations de ces installations appropriés (P=9), la figure (3.13) représente clairement les entrepôts localisés et les affectations des zones de client.





**Figure 3. 13: Représentation géographique des entrepôts localisés et l'affectation des zones de client (cas P=9)**

D'après les rapports de localisation (figure (3.11)), d'affectation (figure (3.12)), et la représentation géographique (figure (3.13)), nous remarquons que malgré l'augmentation de nombre d'entrepôts localisés, l'emplacement de ces derniers est toujours là où il y a une concentration des zones de client sauf pour le cas de DC\_OUARGLA et DC\_BECHAR les deux entrepôts ne serviront qu'une seule zone de demande, parce que les flux de transports ont influencés sur la localisation, et les demandes affectées aux entrepôts localisés ne sont pas équilibrées on trouve des entrepôts avec une demande faible par exemple DC\_BECHAR 56 484 caisses/an et des entrepôts avec une demande forte par exemple DC\_BLIDA 446 988 caisses/an.

### 3.4.1.2 Les résultats sur OpenSolver

La représentation les données (coût fixe de localisation ( $F_j$ ), les demandes des zones de client ( $\mu_i$ ), la capacité de stockage des entrepôts, les distance entre les zones de clients et les entrepôts potentiels ( $d_{ij}$ ) et le coût unitaire de demande par unité de distance( $a$ )), sur Excel est sous forme des tableaux.

Pour introduit le modèle mathématique, nous avons créé une matrice (20x20) pour la variable de décision  $Y_{ij}$ , et un vecteur (20) pour la variable de décision  $X_j$ , et pour la fonction

### Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

objectif il faut tout d’abord calculer  $F_j * X_j$  pour chaque entrepôt potentiel, puis nous avons calculé la somme  $F_j * X_j$ , par la suite nous avons calculé  $\alpha \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \mu_i d_{ij} Y_{ij}$  en multipliant la demande de chaque zone de demande de client avec la distance qui le sépare des entrepôts potentiels a localisés après nous avons sommé entre les deux sommes, puis en multiple la matrice obtenue avec la matrice de la variable de décision  $Y_{ij}$  et finalement nous avons le résultat avec coût unitaire de demande par unité de distance ( $a$ ), après nous avons calculé  $\sum_{i \in I} u_i Y_{ij}$  en multipliant la demande de chaque zone de demande de client avec la matrice de la variable de décision  $Y_{ij}$ , les tableaux (3.7), (3.8), (3.9), (3.10),(3.11) résument les calculs qu’on a effectués :

Xj
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0

Tableau 3. 7: Variable de décision de localisation Xj

### Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

Yij	chlef	Batna	Béjaïa	Biskra	Béchar	Blida	Bouira	Tébessa	Tlemcen	Tiaret	Tizi Ouzou	Alger	Djelfa	Jijel	Sétif	Abbès	Annaba	Constantine	Ouargla	Oran
Chlef	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Batna	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Béjaïa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Biskra	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
Béchar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Blida	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Bouira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tébessa	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Tlemcen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tiaret	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tizi Ouzou	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Alger	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Djelfa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Jijel	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sétif	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
Sidi Bel Abbès	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Annaba	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Constantine	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ouargla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oran	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
<b><math>\sum \sum Y_{ij}</math></b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

**Tableau 3. 8: Variable de décision d'affectation Yij**

	$F_j * X_j$
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
	0
$\sum F_j * X_j$	0

**Tableau 3. 9: Coût de localisation multiplié par la variable de décision de localisations**



### Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

$\mu_i * Y_{ij} * D_{ij}$	Chlef	Batna	Béjaïa	Biskra	Blida	Bouira	Tébessa	Tlemcen	Tiaret	Tizi Ouzou	Alger	Djelfa	Jijel	Sétif	Bel abbès	Annaba	Constantine	Quargla	Oran		
Chlef	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Batna	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Béjaïa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Biskra	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Béchar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Blida	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bouira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tébessa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tlemcen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tiaret	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tizi Ouzou	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Alger	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Djelfa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Jijel	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sétif	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bel Abbès	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Annaba	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Constantine	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Quargla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oran	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\sum \sum Y_{ij} * \mu_i * D_{ij}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\sum \sum Y_{ij} * \mu_i * D_{ij}$	0																				
A	0,125																				
$a \sum \sum Y_{ij} * \mu_i * D_{ij}$	0																				

**Tableau 3. 10: Optimisation des flux de transport**

$Y_{ij} * \mu_i$	Chlef	Batna	Béjaïa	Biskra	Béchar	Blida	Bouira	Tébessa	Tlemcen	Tiaret	Tizi Ouzou	Alger	Djelfa	Jijel	Sétif	Bel Abbès	Annaba	Constantine	Quargla	Oran	$\sum \sum Y_{ij} * \mu_i$		
Chlef	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Batna	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Béjaïa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Biskra	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Béchar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Blida	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bouira	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tébessa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tlemcen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tiaret	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tizi Ouzou	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Alger	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Djelfa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Jijel	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sétif	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bel Abbès	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Annaba	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Constantine	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Quargla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oran	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tableau 3. 11: Matrice (demande des zones de client \* variable de décision d'affectation  $Y_{ij}$ )**

## Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

Nous avons créé aussi une cellule Excel pour la fonction objectif pour qu'elle nous permet visualiser la valeur de cette fonction après la résolution de programme, mais avant ça nous avons introduit toutes les contraintes dans la fonctionnalité d'Excel Solver figure (3.14), qui nous permet d'introduire les variables de décisions, les différentes contraintes, et aussi la fonction objectif, la figure (3.15) représente les paramètres d'OpenSolver.

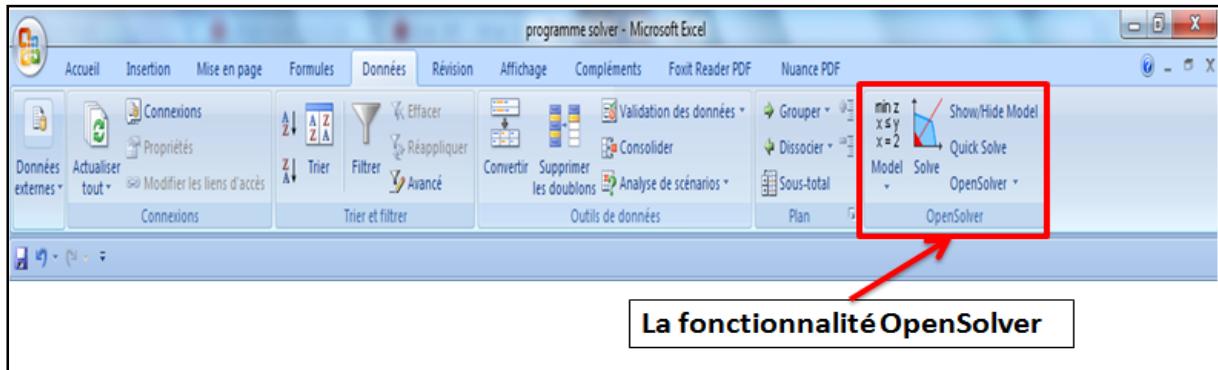


Figure 3. 14:La fonctionnalité OpenSolver

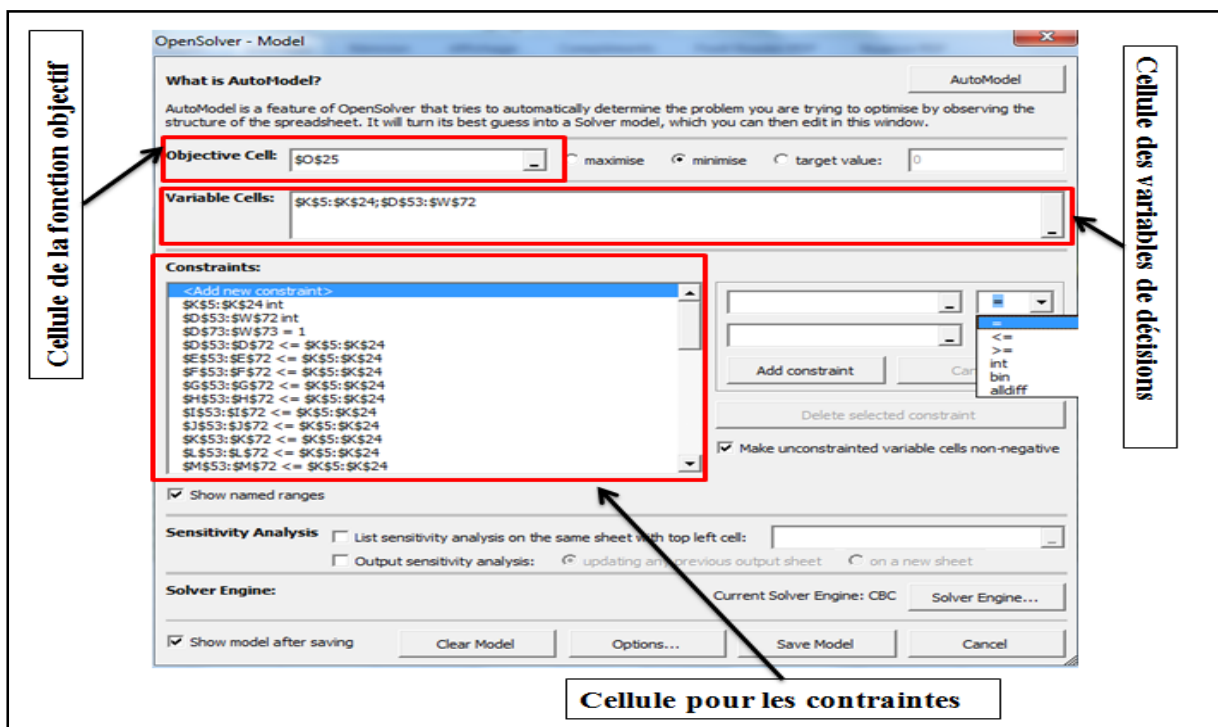


Figure 3. 15: Les paramètres d'OpenSolver

Après que nous avons introduit toutes les données des deux modèles CPLP et P-médian combiné avec CPLP (P=6 et P=9), nous avons obtenu les résultats résumés sur le tableau ci-dessus :

### Chapitre III : Problématique et analyse des résultats

	CPLP	P-média_CPLP	
		P=6	P=9
T(s)	20	13	25
La valeur de Fonction objectif/DA	94780875	94878495	102 710 930
Nombre d'entrepôts localisés	7	6	9
Les entrepôts localisés	DC_Chlef	DC_Chlef	DC_Chlef
	DC_Biskra	DC_Biskra	DC_Batna
	DC_Blida	DC_Blida	DC_Blida
	DC_Tébessa	DC_Bouira	DC_Tébessa
	DC_TiziOuzou	DC_Constantine	DC_Tizi Ouzou
	DC_Sétif	DC_Oran	DC_Djelfa
	DC_Oran		DC Setif DC Ouargla DC Oran
l'affectation des zones de demande client	<b>1. DC Chlef</b>	<b>1. DC Chlef</b>	<b>1.DC Chlef</b>
	ZC_Chlef	ZC_Chlef	ZC_Chlef
	ZC_Tiaret	ZC_Djelfa	ZC_BelAbbès
	ZC_BelAbbès	ZC_BelAbbès	ZC_Tiaret
	<b>2. DC Biskra</b>	<b>2. DC Biskra</b>	<b>2.DC Batna</b>
	ZC_Biskra	ZC_Biskra	ZC_Batna
	ZC_Batna	ZC_Béjaïa	ZC_Biskra
	ZC_Ouargla	ZC_Batna	ZC_Constantine
	ZC_Djelfa	ZC_Ouargla	<b>3.DC Blida</b>
	<b>3. DC Blida</b>	<b>3. DC Blida</b>	ZC_Blida
	ZC_Blida	ZC_Blida	ZC_Alger
	ZC_Alger	ZC_Alger	<b>4.DC Tébessa</b>
	<b>4. DC Tébessa</b>	<b>4. DC Bouira</b>	ZC_Tébessa
	ZC_Tébessa	ZC_Bouira	ZC_Annaba
	ZC_Annaba	ZC_TiziOuzou	<b>5.DC Tizi Ouzou</b>
	<b>5.DC TiziOuzou</b>	ZC_Sétif	ZC_TiziOuzou
	ZC_TiziOuzou	<b>5.DC Constantine</b>	ZC_Bouira
	ZC_Béjaïa	ZC_Constantine	<b>6.DC Djelfa</b>
	ZC_Bouira	ZC_Tébessa	ZC_Djelfa
	<b>6.DC Sétif</b>	ZC_Jijel	<b>7.DC Setif</b>
	ZC_Sétif	ZC_Annaba	ZC_Béjaïa
	ZC_Jijel	<b>6. DC Oran</b>	ZC_Jijel
	ZC_Constantine	ZC_Oran	ZC_Sétif
	<b>7.DC Oran</b>	ZC_Béchar	<b>8.DC Ouargla</b>
	ZC_Oran	ZC_Tlemcen	ZC_Ouargla
	ZC_Béchar		<b>9.DC Oran</b>
	ZC_Tlemcen	ZC_Tiaret	ZC_Oran ZC_Béchar ZC_Tlemcen
La méthode utilisée	<b>B-and-B</b>	<b>B-and-B</b>	<b>B-and-B</b>

Tableau 3. 12: Les résultats de la simulation OpenSolver

### 3.5 La comparaison entre les trois scénarios

Dans le cadre de cette étude, nous avons choisi trois scénarios, le premier est celui de CPLP (sans contrainte de limitation d'entrepôt à localiser) et le deuxième est celui de P-médian combiné avec CPLP avec  $P=6$ , le troisième est celui de P-médian combiné avec CPLP mais avec  $P=9$ , le choix de ces scénarios a pour objectif d'analyser la sensibilité de la valeur de la fonction objectif, et l'impact du nombre d'entrepôts localisés sur la variation de cette valeur, donc l'influence des coûts de localisation et des coûts de transport entre les zones de demande de client et les entrepôts localisés sur le changement de la valeur de la fonction objectif.

D'après les résultats obtenus dans les trois scénarios, nous remarquons :

- dans le premier cas : la résolution de modèle nous a donné une valeur optimale de la fonction objectif, en optimisant les coûts fixes de localisation et aussi les coûts de transports (distances optimales entre les entrepôts localisés et les zones de demande affectées vers eux),
- dans le deuxième scénario : la limitation du nombre d'entrepôts localisés influence sur la valeur de la fonction objectif, malgré que la limitation d'entrepôt à localiser nous permet de diminuer les coûts de localisation. La valeur de la fonction objectif a augmenté car les distances entre les entrepôts localisés et les zones de demande de client ont augmenté, en augmentant avec les coûts de transport entre les entrepôts localisés et les zones de demande affectées vers eux.
- Dans le troisième cas : l'augmentation du nombre d'entrepôts localisés a influencé sur la valeur de la fonction objectif, malgré que les distances entre les zones de demande de client et les entrepôts localisés ont diminué ce qui implique la diminution des coûts de transports.

L'écart entre les valeurs de la fonction objectif dans les trois scénarios est considérable surtout entre la valeur optimale celle du premier scénario et celle du troisième scénario, la figure ci-dessous représente la valeur de la fonction objectif :

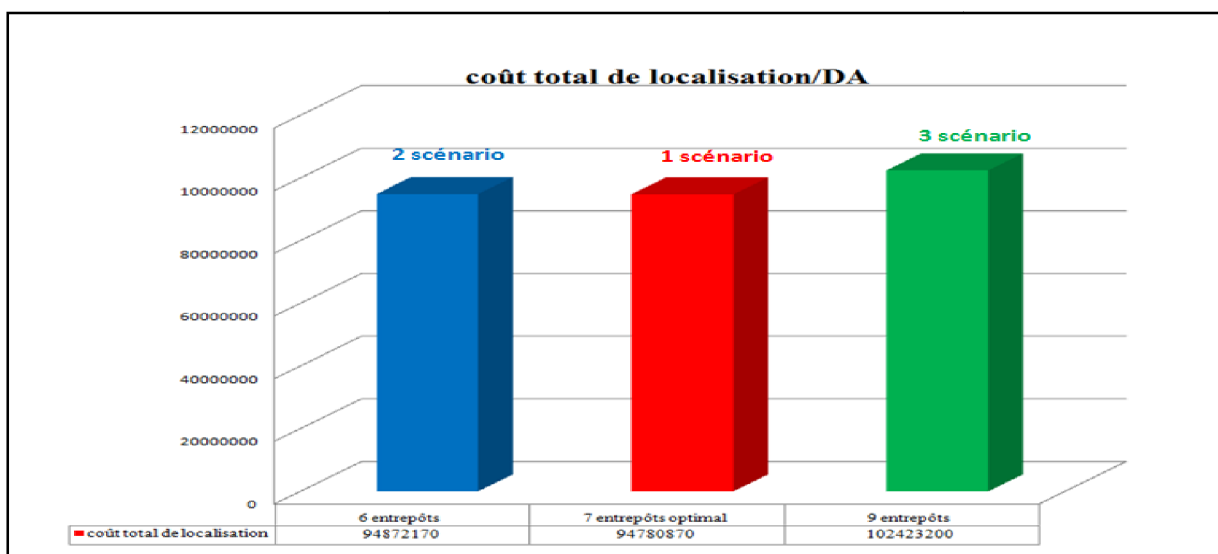


Figure 3. 16: Représentation graphique de la valeur de la fonction objectif (pour les trois scénarios)

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons adapté le problème P-médian et CPLP pour la résolution de problème de localisation-affectation de la chaîne logistique de l'entreprise Toudja. Dans un premier lieu nous avons commencé avec la collecte des données (transport, demande, capacité de stockage les distances entre les zones de demande et les entrepôts potentiels a localisés etc.). Nous avons également défini les entrepôts potentiels à localiser, les zones de demande de client sur les quelles nous basons pour construire la chaîne logistique de l'entreprise Toudja.

Deux outils ont été utilisés OpenSolver et Lingo, pour valider les résultats. Plusieurs scénarios ont été testés : CPLP, P-médian combiné avec CPLP (P=6 et P=9), l'analyse de sensibilité a démontré que la valeur réagie aux changements de nombre d'entrepôt à localiser.

## Conclusion générale et perspective

Plusieurs entreprises nationales et mondiales rencontrent des problèmes majeurs dans la distribution de leurs produits, ce qui induit des pertes des parts de marché et des frais supplémentaires. Pour faire face à ce problème, les entreprises développent leurs chaînes logistiques, en précisant les zones et les clients à couvrir.

Construire une chaîne logistique consiste principalement à déterminer les zones où doivent être localisés les usines, entrepôts, centres de distributions, ainsi que la gestion optimale du flux entre ces différentes installations.

Le but de ce mémoire était de répondre au problème concret soumis pas les dirigeants de l'entreprise Toudja, concernant la conception d'un réseau de distribution, pour remplacer le réseau actuel qui se base sur des intermédiaires pour desservir les clients de l'entreprise. Nous avons basé dans cette étude sur le modèle CPLP « capacitated plant location problem » et le modèle P-médian pour résoudre le problème de localisation-allocation, qui va permettre à l'entreprise de satisfaire ses clients avec un coût optimale et au délai. Afin de résoudre ce problème nous avons utilisé deux outils informatiques qui se basent sur l'une des méthodes exactes les plus utilisées par les chercheurs dans ce domaine, Branch-and-Bound. Par la suite plusieurs scénarios ont été étudiés de manière à observer l'effet du nombre d'entrepôts localisés et les coûts de transport sur les solutions obtenues. Ceux-ci ont aussi permis de présenter différents résultats qui seront utiles aux dirigeants de l'entreprise.

A la lumière des résultats obtenus, on constate que la limitation du nombre d'entrepôts localisés influence négativement sur les la valeur de la fonction objectif, pour le deuxième cas et le troisième cas le coût total de localisation a augmenté dans les deux scénarios. L'utilisation des deux logiciels OpenSolver et Lingo a pour objectif de confirmer les résultats obtenus.

Dans ce travail nous avons utilisé des modèles déterministes et comme nous avons cité déjà dans ce mémoire ses modèles ne représentent pas avec fidélité la réalité. Donc nous proposons comme future recherche la prise en compte de l'incertitude de certaine donnés (les demandes clients, délais d'approvisionnements, ... etc.)

# Bibliographie

- Ahmed, Mr Amirou. 2005.** *"Etude et Implémentation des Méthodes d'optimisation. Semi-infinie et Branch and Bound"*. UMMTO : Mémoire de magister, UMMTO, 2005..
- Al-Sultan et Fawazan, A. 1999.** *A tabu search approach to the uncapacitated facility location problem.* s.l. : annals of operations research, 1999. pp. 91-103.
- Armijo, L. 1966.** *Minimization of Functions Having Continuous Partial Derivatives.* s.l. : Pacific.J.Math, 1966. Vol. 16.
- Balinski, M.L. 1961.** *Fixed cost trasporation problem.* s.l. : naval research logistic quarterly, 1961. pp. 69-93. Vol. 25.
- Barahan, F et Jensen, D. 1998.** *plant location with minimum inventory.* s.l. : Mathematical programming, 1998. pp. 101-111. Vol. 83.
- Bean, J.C, Higle, J.L et Smith, R.L. 1992.** *Capacity expansion under stochastic demand.* s.l. : Operations Research, 1992. pp. 210-216.
- CARON, J.L. 2012.** *stratégie de livraison directe dans une chaine logistique .* Montreal : Université du quebec , 2012.
- Charkaoui, A. 2008.** Supply Chain Management (SCM) & le Management des Opérations. « *La logistique du commerce au Maroc* ». [En ligne] 2008. [Citation : 8 mai 2016.] <http://www.acharkaoui.com/une-nouvelle-plateforme-logistique-de-17-000-m%c2%b2-a-casablanca/feed/>.
- Church, R.L et Meadows, M.E. 1979.** *localisation modelling utilizing maximum services distance criteria.* s.l. : Geographical Analysis, 1979. pp. 358-373. Vol. 11.
- Daskin, M. 1995.** *Network et discrete location: Models, algorithms and formulation, solution alogorithms and application.* New York : John Wiley and Sons , 1995.
- Daskin, M, Coullard, C et Shen, S. 2001.** *An inventory-location model: formulation, solution algorithms and computational results.* s.l. : Annals of Opretations research, 2001. pp. 83-106.
- Ding, H. 2004.** *une aproche d'optimisation bassée sur la simulation pour la conception des chaine logistique: application dans les industries automoblie et textile.* s.l. : Universite de METZ, 2004. pp. 42-52. Vol. 1.
- Drezner, Z. 1995.** *Facility location: a survey of applications and methods .* s.l. : Springer Verlag, 1995.
- Efroymsen, M.A et Ray, T.L. 1966.** *A bronche-and-bound algorithm for planr location.* s.l. : operations research, 1966. pp. 361-368. Vol. 14.

- El filali, S. 2014.** *Méthode de génération de colonnes pour les problèmes de conception de réseaux.* Montréal : Université de Montréal, 2014. pp. 7-14.
- Fisher, M.L. 1981.** *The lagrangian relaxation method for solving integer programming problems.* s.l. : Management Science, 1981. pp. 1-18. Vol. 27.
- Francis, P.M et Luna, H.P.L. 1982.** *solving stochastic trnasportation-location problem by generalized benders decomposistion.* s.l. : Transportation Science, 1982. pp. 113-126. Vol. 16(2).
- Francis, R.L et White, J.A. 1974.** *Facility layout & location: an analytical approache .* s.l. : prentice hall, 1974.
- Fylstra, D, Lasdon, L et warden, A. 1998.** *Design and use of the Microsoft Excel solver.* Watson : s.n., 1998. pp. 29-55. Vol. 28.
- Galvao, RD. 1993.** *The Use of lagrangean Relaxation in the solution of uncapacitated facility localisation problem.* s.l. : location problem, 1993. pp. 57-79.
- Garey, M.R et Johnson, D.S. 1979.** 1979.
- **1979.** *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness.* San Francisco : W.H. Freeman and Co, 1979.
- Garfinkel, R.S et Nemhauser, G.L. 1972.** *Integer Programming.* s.l. : Jon Wiley& Sons, 1972. p. 427.
- Geoffrion, A.M et Graves, G.W. 1974.** *Multicommodity distribution systeme design by denders decomposition.* s.l. : Management Science, 1974. pp. 822-844. Vol. 20(5).
- Goldstein, A.A. 1965.** *On steepest descent.* s.l. : SIAM Journal on Control, 1965. pp. 147-151. Vol. 3.
- Guillaume, hamer-lavoie. 2002.** *conception de réseaux de distribution avec localisation, affectation et stocks.* Montreal : Ecole des houtes etudes commerciales, 2002.
- H.Stadtler. 2002.** *Supply chain management- an overview.* Berlin : s.n., 2002. pp. 7-28.
- **1964.** *Optimim location of switching centers and the absolute centres and medians of a graph.* s.l. : operation research, 1964.
- **1964.** *Optimim location of switching centers and the absolute centres and medians of a graph.* s.l. : operation research, 1964. pp. 450-459.
- Hakimi, S.L. 1965.** *Optimum distribution of Swiching centrs in a communication problem network and some related graph theoretic problems.* s.l. : Operations Research, 1965. pp. 462-475. Vol. 13.
- Kariv, O et Hakimi, S.L. 1979.** *An algorithmic approach to network location problem. the P-medians.* s.l. : SIAM Journal on applied mathematics, 1979. pp. 539-560.



- Lemaréchal, C et Sagastizabal, C. 1997.** *Variable metric bundle methods: form conceptual to implementable forms.* s.l. : Mathematical Programming, 1997. Vol. 76.
- M.Christopher. 1992.** *logistics and supply chain management: Strategies for reducing costs and improving services.* London : pit-man publishinge , 1992.
- Manne, A. 1964.** *Plant localisation under economy of scale: decentralisation and computation.* 11. s.l. : management Science, 1964. pp. 213-235.
- Mineaka, E. 1970.** *The m-Centre problem.* s.l. : SLAM Review, 1970. pp. 138-139. Vol. 12.
- Mirchandani, P.B et Francis, R.L. 1990.** *Discrete location theory.* s.l. : J.wiley & Sons, 1990.
- P.Fernie et M.Gourgand. 2004.** *la mesure de la performance industrielle: application à la supply chain.* Hemes : s.n., 2004. pp. 201-221.
- Pirard, Florence. 2005.** *une démarche hybride d'aide à la décision pour la reconfiguration et la planification stratégique des réseaux logistique des entreprises multi- sites.* s.l. : Facultés universitaires catholiques de Mons, 2005. p. 19.
- Polyak, B.T. 1967.** *Minisization of unsmooth functionals.* s.l. : Soviet Mathematics,, 1967. pp. 593-597. Vol. 8.
- **1969.** *Minisization of unsmooth functionals.* s.l. : USSR Computational Mathematics and Mathematics physics, 1969.
- Revelle, C.S et Church, R.L. 1976.** *theoretical and comutation links between the p6medain location set-convering and the maximal covenig an the maximal covering location problem.* s.l. : Geographical Analysis, 1976. pp. 30-42. Vol. 8.
- Ricciard, N, Tadei, R et Grosso, A. 2002.** *Optimal facility location with random throughput costs.* s.l. : Computers & Operations Research, 2002. pp. 593-607. Vol. 29.
- Saliha., Belahcene. 2005.** *"Résolution de problèmes de programmation Semi-infinie et Introduction à l'optimisation globale".* . UMMTO : Mémoire de magister, UMMTO, 2005.
- Shen, Z, Coullard, C et Daskin, M. 2003.** *A joint localisation-inventory model.* s.l. : Transportation Science, 2003. pp. 40-55.
- Spielberg, K. 1969.** *Algorithms for the simple plant location problems with some side constraints.* s.l. : Operations research, 1969. pp. 85-111. Vol. 17.
- Sridharan, S. 1995.** *A lagrangean heuristic for the capacited plant localisation probleme with the single sourcing constraints.* s.l. : European Journal of Operations research, 1995. pp. 305-312.
- Toregas, C, et al. 1971.** *the location of emergency service facilities.* s.l. : Operation Research 19, 1971. 1363-1373.

## <Bibliographie

---

**Weber. 1909.** *Weber's theory of the location of industries*, . 1909.

**Weber, Alfred. 1909.** *Über den Standort der Industrie*. Tübingen, T.C.B Mohr. Traduction anglaise: *The theory of the localisation of industries*. Chicago : University Press, 1909.

**Wolfe, P. 1971.** *Covergence condition for the ascent method*. s.l. : SIAM Review, 1971. pp. 185-188. Vol. 13.

**Wolfe, P et Crowder, H.D. 1974.** *Validation of subgradient optimisation*. s.l. : Mathematical Programming., 1974. pp. 62-88. Vol. 6.

**Zeinbou, Z. 2014.** *vers un système d'aide à la décision pour l'allocation des postes à quai dans un terminal à conteneurs*. HAVRE : Université du HAVRE, 2014.

# Résumé

Les problèmes de conception de chaîne logistique ont reçu une attention particulière et on été largement étudiés par leurs nombreuses applications dans différents domaines, tels que les transports et la livraison.

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire au problème de conception de réseaux de distribution de produit de l'entreprise Toudja, avec limitation de capacité de stockage. La distribution de produit de Toudja actuellement se fait par des intermédiaires qui ne respectent pas les délais de livraisons et avec un coût peut concurrentiel. Nous nous basons sur les deux modèles P-médian et CPLP « Capacitated Plant Location Problem ». Il s'agit de trouver une localisation optimale des centres de distribution, afin de satisfaire les clients et d'optimiser la valeur finale de la fonction objectif.

Nous avons envisagé une approche de résolution basée sur l'utilisation de deux outils informatiques, par la suite nous avons adapté les deux modèles CPLP et P-médian, et collecté les données nécessaires pour la résolution. Nous avons étudié trois scénarios afin de d'avoir l'influence de nombre d'entrepôt localisé sur le coût total de la conception de réseau de distribution, l'utilisation de deux outils a pour l'objectif de confirmer les résultats. Enfin les résultats obtenus sont très logiques et montrant l'importance des coûts de localisation et celui de transport.

## Abstract

Problems of supply chain design are having many attentions today, they have been widely studied for a large while, they have many applications in various fields, such as transport and delivery.

As for us, we are interested in that brief to the company's product distribution network design problem in TOUDJA Company especially the storage capacity limitation. The dispenser TOUDJA currently only have intermediaries and always overpass deadlines and competitive costs which are based on the two P-median problem and CPLP "capacitated Plant Location Problem". All this work is worth enough to find an optimal location of better distribution centers to satisfy customer thanks to our optimized and the final value of the objective function.

We considered a solving approach based on the use of two computers useful solutions, eventually we adapted both CPLP models and P-median, and collected the necessary data to the resolution. We studied three scenarios in order to have the influence numbers of warehouse locations on the total cost of the distribution network design; using those two useful solutions allows us to confirm the results. Finally the results were very logical and showed us the importance of localization costs even transports costs.

## ملخص

مشاكل تصميم سلسلة التوريد تلقت الاهتمام وتم دراستها على نطاق واسع في العديد من التطبيقات في مختلف المجالات، مثل النقل والتسليم. وقد كان اهتمامنا في هذه المذكرة مركز على مشكل تصميم شبكة توزيع منتج مصنع توجة، مع تحديد قدرة التخزين في مراكز التوزيع. حاليا تتم عملية توزيع منتج توجة بطرق غير عصرية، حيث لا يحترم المتحصلون على حقوق التوزيع، مواعيد التسليم و أسعار البيع وقد اعتمدنا في دراستنا هذه على نموذجين CPLP و P-médian، للحصول على امثل موقع لإنشاء مراكز التوزيع لإرضاء الزبائن ورفع هامش ربح المؤسسة.

واقترحنا حل، بحيث اعتمدنا فيه على برنامجين، وبعدها قمنا بمطابقة النموذجين CPLP و P-médian و جمع المعطيات الضرورية لحل المشكل، ووضعنا ثلاث سيناريوهات لدراسة تأثير عدد مراكز التوزيع المثبتة على التكلفة الكلية لإنشاء شبكة التوزيع النتائج المتحصل عليها واقعية بشكل كبير وتبين أهمية إنشاء مراكز التوزيع وتكلفة النقل.