



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE ABOU-BEKR BELKAID - TLEMCCEN

MEMOIRE

Présenté à :

FACULTE DES SCIENCES – DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Pour l'obtention du diplôme de :

MASTER EN PHYSIQUE

Spécialité : Modélisation, Simulation et Applications de la Physique

Par :

M^{elle} BENMANSOUR Amel

Sur le thème

Modélisation et simulation de la propagation d'une onde Électromagnétique (EM) dans les cristaux photoniques

Soutenue publiquement le 20/06/2017 devant le jury composé de :

Mr Tayeb BENOUAZ	Professeur à l'Université de Tlemcen	Président
Mr Abdelhak CHIKHAOUI	MCA à l'Université de Tlemcen	Encadreur
Mr Nabil BRAHMI	MCB à l'Université de Tlemcen	Co-Encadreur
Mr Smaine BEKHECHI	Professeur à l'Université de Tlemcen	Examineur
Mr Nasr-Eddine CHABANE SARI	Professeur à l'Université de Tlemcen	Examineur
Mr Abdelkrim MERAD	Professeur à l'Université de Tlemcen	Examineur

*Laboratoire Automatique Tlemcen(LAT)
Tlemcen - Algérie*

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



◆-----◆

Dédicaces

Ce travail modeste est dédié:

*À mon cher papa qui est ma source d'inspiration et à ma chère
maman qui est ma fierté, ceux qui m'ont soutenue dans les joies et
les peines, en témoignage de ma reconnaissance envers le soutien, les
sacrifices et tous les efforts qu'ils ont fait pour mon éducation ainsi
que ma formation;*

À ma sœur Souad et Mes frères Mohamed, Lakhidar, Samir;

À mon grand père ;

À tous mes proches de la famille BENMANSOUR;

Sans oublier la famille BENSLIMANE ;

À mes meilleurs amis : Kotbi Amina, Hassani Nawel;

À mes collègues : Brahimi Asma, Benrazak Fatiha, Boursali wassila ;

À tous mes chers amis et mes collègues de l'Université de TLEMCEM;

AMEL.B



Remerciements

Nous remercions Dieu le tout puissant de nous avoir pourvu d'assez de volonté pour finir cette Mémoire.

Ce travail de mémoire a été réalisé au sein de l'équipe Approximation et Stabilité des Systèmes Non Linéaire du laboratoire d'Automatique de L'université Abou-Bekr-Belkaid-Tlemcen sous la direction de Monsieur le professeur Tayeb BENOUAZ.

J'adresse mes profonds remerciements à mon encadreur Monsieur Abdelhak CHIKHAOUI qui a toujours montré de l'enthousiasme pour mon travail et je suis très reconnaissant pour la confiance qu'elle m'a accordée, ses conseils judicieux, sa disponibilité et le soutien constant qu'il a prodigué au cours de l'élaboration de ce travail.

Je tiens à mes sincères gratitude à Mon co-encadreur Monsieur Nabil BRAHMI pour leurs conseils, orientations et surtout leur disponibilité, il a guidé mes travaux avec patience et sérieux tout le long de la préparation de ce mémoire.

Je remercie vivement Monsieur le professeur Tayeb BENOUAZ à l'université de Tlemcen qui il me fait l'honneur d'accepter la présidence du jury de ce mémoire, je lui exprime toute ma gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

Je suis reconnaissant à Monsieur le Professeur Smaine BEKHECHI à l'université de Tlemcen de m'avoir honoré de sa présence en étant membre de jury, je le remercie très respectueusement d'avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie également Monsieur le professeur Nasr-Eddine CHABANE SARI à l'université de Tlemcen pour le grand honneur d'avoir accepté d'examiner ce travail.

J'exprime ma gratitude envers Monsieur le professeur Abdelkrim MERAD à l'université de Tlemcen pour le grand honneur d'avoir accepté de juger ce travail.

Enfin je remercie à tous ceux qui m'ont aidé en particulière Madame Amal FEDAOUCHE, Mlle Fouzia BELARJBI.

AMEL .B

SOMMAIRE

LISTES DES FIGURES	i
LISTE DES ABREVIATIONS	v
INTRODUCTION GENERALE	2
1- NOTE HISTORIQUE	2
2- PROBLEMATIQUE	3
REFERENCE	5
CHAP I- GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES	7
I- DEFINITION DES CRISTAUX PHOTONIQUES	8
II- NOTION DE BANDES INTERDITES PHOTONIQUES	8
III- L'ANALOGIE PHOTON-ELECTRON	9
a- Étude électromagnétique	9
b- Etude électrique	11
IV- Les caractéristiques des cristaux photoniques	12
V- CLASSE DES CRISTAUX PHOTONIQUES	12
V-1 Cristal photonique à une dimension 1D	12
V-2 Cristal photonique à deux dimensions 2D	13
V-3 Cristal photonique à trois dimensions 3D	13
VI- DIAGRAMME DE BANDES	14
VI-1 Le réseau direct	14
VI-2 Le réseau réciproque	14
VI-3 La zone de Brillouin irréductible	15
VI-4 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 1D	17
VI-5 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 2D	18
VII- INDICE DE PHASE ET INDICE DE GROUPE	19
VII-1 Vitesses de phase et vitesse de groupe	19
a- La vitesse de phase	19
b- La vitesse de groupe	19
VII-2 L'indice de réfraction de groupe et de phase	20

VIII- MATERIAUX BIP A DEFAUT	20
VIII-1 La nature des défauts.....	20
a- Dimensions des motifs élémentaires	20
b- Distance entre motifs élémentaires	21
c- Valeur de la permittivité relative des motifs élémentaire	21
d- Défaut par vacuité.....	22
VIII-2 Les Défauts ponctuels	22
VIII-3 Défauts linéaires (guide d'ondes).....	23
CONCLUSION	23
RÉFÉRENCE	24
CHAP II - METHODES ET OUTILS NUMERIQUES	28
I- METHODE NUMERIQUES DE CALCUL	29
I-1 la méthode des matrices de transfert (TMM).....	29
I-2 la méthode des réseaux de diffraction	29
I-3 la méthode de propagation du faisceau (Beam propagation Method)(BPM)	29
I-4 la méthode d'élément fini (FEM).....	30
I-5 la méthode des ondes planes	30
I-6 Modélisation de la différence finie dans le domaine temporelle (FDTD).....	32
I-6-1 Principe.....	33
I-6-2 les équations de Maxwell dans l'espace cartésien	33
I-6-3 Réduction à deux dimensions	34
I-6-4 Algorithme de Yee	36
I-6-4-1 Les équations de Maxwell aux différences centrées	37
I-6-5 Conditions d'absorption aux limites	41
I-6-6 Conditions Bloch aux limites	41
I-6-7 Conditions de la Couche parfaitement adaptée (PML)	41
CONCLUSION	42
REFERENCE	43
CHAP III - Simulation de la propagation d'une onde EM dans un CP-Résultats et Interprétations	47
I- SIMULATION	48
II- DESCRIPTION DU LOGICIEL	48
III- LA PROPAGATION DES ONDES EM DE DEUX POLARISATION TE ET TM DANS UN CRISTAL PHOTONIQUE D'UNE STRUCTURE HEXAGONALE SANS DEFAUTS	50

IV- LA PROPAGATION DES ONDES EM DE DEUX POLARISATIONS TE ET TM DANS UN CRISTAL PHOTONIQUE D'UNE STRUCTURE HEXAGONALE AVEC DEFAUT	55
IV-1 Défauts ponctuel	55
IV-1-1 Cas de défaut lacunaire	55
IV-1-2 Cas de défaut par le changement de rayon des trous	61
IV-2 Défaut linéaire	66
CONCLUSION	72
REFERENCE	73
CONCLUSION GENERALE	75
ANNEXE	

LISTES DES FIGURES

Figure I-1 : Représentation schématique des cristaux photoniques 1D, 2D et 3D.

Figure I-2 : Schéma d'un cristal photonique 1D.

Figure I-3 : Cristal photonique bidimensionnel 2D.

Figure I-4 : Cristaux photoniques 3D (Yablonovite).

Figure I-5 : Réseau direct.

Figure I-6: Cristal photonique unidimensionnel et zone de Brillouin correspondante.

Figure I-7: Cristaux photoniques bidimensionnels à symétries (1) carrée, (2) rectangulaire et (3) triangulaire avec leurs zones de Brillouin irréductibles correspondantes.

Figure I -8: Diagrammes de bandes des cristaux photoniques 1D.

Figure I-9: Représentation des polarisations TE et TM dans un BIP 2D.

Figure I-10: Diagrammes de bandes du réseau carré de tiges diélectrique ($\epsilon=9$) dans l'air ($n=1$) le rayon de tiges est $r=0,2a$.

Figure I-11 : Défaut de dimension du motif élémentaire.

Figure I-12 : Défaut de distance entre motifs élémentaire.

Figure I-13 : Défaut sur la permittivité relative ϵ .

Figure I-14 : Défaut par vacuité.

Figure I-15 : Défauts ponctuels : (a) Défaut lacunaire, (b) et (c) Défauts de substitutions.

Figure I-16 : Défauts linéaires :a) Guide d'onde.

Figure II-1: Maille bidimensionnelle FDTD pour le cas de polarisation magnétique transversale montrant l'échelonnement des champs H_y , E_x et E_z .

Figure II-2: Espace de l'algorithme de Yee pour un exemple de propagation d'onde unidimensionnelle, les conditions initiales pour les champs électriques et magnétiques sont nulles partout dans la grille.

Figure II-3 : Une maille représente une discrétisation spéciale de FDTD.

Figure III-1 : *Organigramme de simulation de FDTD de logiciel OPTIFDTD.*

Figure III-2 : *Cristaux photonique à base de structure hexagonal (sans défauts).*

Figure III-3 : *Structure hexagonal à 2D en fonctions de l'indice de refraction dans un cristal photonique (sans défauts).*

Figure III-4: (a): *La propagation d'une onde dans un cristal photonique de polarisation TE (sans défauts)*

(b): *Evolution le E_y dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TE*

Figure III-5 : (a): *La propagation d'une onde dans un cristal photonique de polarisation TM (sans défauts).*

(b): *Evolution le E_z dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TM.*

Figure III-6 : *Diagramme de bande d'un réseau hexagonal avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TE (sans défauts).*

Figure III-7 : *Diagramme de bande d'un réseau hexagonal avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TM (sans défauts).*

Figure III-8 : *Cas de défaut ponctuel dans un cristal photonique à 2D à base de structure hexagonal.*

Figure III-9 : *Structure hexagonal à 2D en fonctions de l'indice de réfraction dans un cristal photonique avec l'absence d'un tige diélectrique (défaut lacunaire).*

Figure III-10 : (a): *Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut ponctuel de polarisation TE.*

(b): *Evolution de champ E_y dans un cristal photonique en fonction de X d'une structure hexagonal (cas de défaut ponctuel) de polarisation TE.*

Figure III-11: *Cas de défaut ponctuel dans un cristal photonique à 2D à base de structure hexagonal dans le cas de rapprochement de la source du défaut.*

Figure III-12: *Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut ponctuel (lacunaire) de polarisation TE dans le cas de rapprochement de la source du défaut.*

Figure III-13: *Carte dans le cas de rapprochement de la source du défaut.*

Figure III-14: (a): Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut lacunaire de polarisation TM.

(b): Evolution de champ E_z dans un cristal photonique en fonction de X d'une structure hexagonal (cas de défaut lacunaire) de polarisation TM.

Figure III-15: Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ de polarisation TE (défaut lacunaire).

Figure III-16: Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ de polarisation TM (défaut lacunaire).

Figure III-17: Cristal photonique à base d'une structure hexagonale (changement de rayon des trous).

Figure III-18: Structure hexagonal à 2D en fonctions de l'indice de réfraction dans des cristaux photoniques (cas de changement de rayon des trous).

Figure III-19: (a): Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de changement le rayon des trous de polarisation TE.

(b): Evolution de champs E_y dans un cristal photonique d'une structure hexagonal (cas de changement le rayon des trous) de polarisation TE.

Figure III-20: (a): Propagation de l'onde dans un cristal photonique dans le cas de changement le rayon des trous de polarisation TM.

(b): Evolution de champs E_z dans un cristal photonique d'une structure hexagonal (cas de changement le rayon des trous) de polarisation TM.

Figure III-21: Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ de polarisation TE (changement de rayon des trous).

Figure III-22: Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ de polarisation TM (changement de rayon des trous).

Figure III-23: Cristal photonique à base d'une structure hexagonale (défaut linéaire) de polarisations TE et TM.

Figure III-24: Structure hexagonal à 2D de l'indice de réfraction dans un cristal photonique (défaut linéaire où guide d'onde).

Figure III-25: (a): Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut linéaire de polarisation TE.

(b): Evolution de champs E_y dans un guide d'onde de cristal photonique d'une structure hexagonal (cas défaut linéaire) de polarisation TE.

Figure III-26: *Carte de propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut linéaire de polarisation TE.*

Figure III-27:(a): *Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut linéaire de polarisation TM*

(b): *Evolution de champs E_z dans un cristal photonique d'une structure hexagonal (cas défaut linéaire) de polarisation TM.*

Figure III-28: *Carte de propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut linéaire de polarisation TM.*

Figure III-29: *Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ de polarisation TE (défaut linéaire).*

Figure III-30: *Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ de polarisation TM (défaut linéaire).*

LISTE DES ABREVIATIONS

CP : Cristaux Photoniques.

BIP : Bande Interdite Photonique.

EM : ElectroMagnétique.

1D : Unidimensionnel.

2D : Bidimensionnel.

3D : Tridimensionnel.

\vec{E} : Champ électrique.

\vec{H} : Champ magnétique.

\vec{K} : Vecteur d'onde.

ω : Pulsation.

μ_0 : Perméabilité magnétique dans le vide.

$\mu(\vec{r})$: Perméabilité relative.

$\epsilon(\vec{r})$: Permittivité relative.

ϵ_0 : Permittivité diélectrique du vide.

n : L'indice de réfraction.

c : Célérité dans le vide.

$V(\mathbf{r})$: Le potentiel électrique.

h : La constante de Planck.

m : La masse de l'électron.

E : L'énergie de l'électron.

ψ : Fonction d'onde d'un électron dans un potentiel.

H : Hamiltonien.

BZ : Zone de Brillouin.

IBZ : Zone de Brillouin Irréductible.

TE : Transversal Electrique, **TM** : Transversal Magnétique.

FDTD : Finite Difference Time Domain Method (Méthode de Différence Finie dans le Domaine Temporelle).

FEM : Méthode des Eléments Finie.

ABC : Absorbing Boundary Conditions (Conditions d'absorption aux limite).

BPM : Beam Propagation Method (Méthode de propagation du faisceau).

TMM : Méthode des Matrices de Transfert.

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

1- Note historique

En 1922, *Bragg* a développé le miroir de Bragg, ce miroir est une succession de surfaces planes transparentes d'indices de réfraction différents, il permet de réfléchir les ondes, grâce aux phénomènes d'interférences [1].

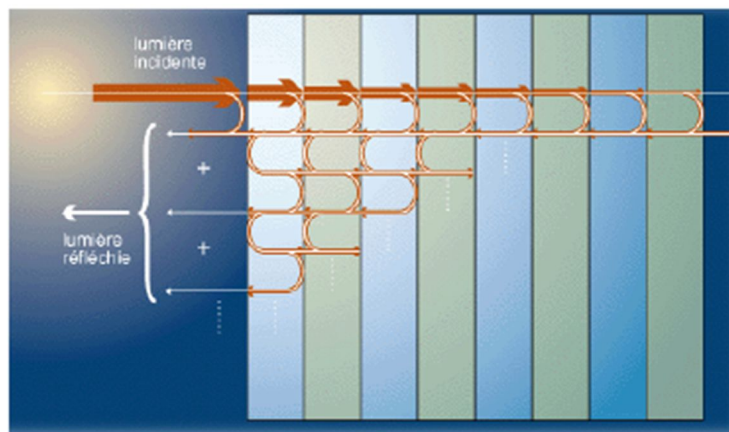


Figure1:

Miroir de Bragg [2].

La notion des cristaux photoniques à vu le jour en 1987 à partir des travaux dans le domaine de la localisation forte de la lumière [3]. Les cristaux photoniques (PC) sont des structures diélectriques périodiques qui peuvent être utilisées pour interdire, confiner, manipuler ou contrôler la propagation de la lumière dans une bande de longueur d'onde spécifique (connue sous le nom *de bande interdite photonique*) [4]. En 1987 *E. Yablonovitch* propose la réalisation de tels matériaux ainsi les concepts de bandes interdites photoniques (BIP) [5], ces matériaux peuvent fortement moduler la lumière et avec un contraste diélectrique important et une géométrie appropriée peuvent présenter une bande interdite photonique [1]. Les photons se propagent à travers cette structure, les longueurs d'onde de la lumière autorisée à circuler sont connues sous le nom de mode, les groupes de modes autorisées forment des bandes [6].

En 1991 *E. Yablonovitch* avait démontré le premier trou de bande photonique tridimensionnel dans le régime des micro-ondes. En 1996, *Thomas Krauss* a fait la première démonstration d'un cristal photonique bidimensionnel aux longueurs d'onde optiques [6].

Par analogie avec les semi-conducteurs, on trouve des propriétés intéressantes en brisant la périodicité d'un cristal photonique par l'introduction d'un défaut. L'insertion de défauts va, en effet, permettre d'introduire des résonateurs, des guides d'onde optiques au sein des cristaux photoniques et d'améliorer les performances des miroirs diélectriques [1].

2- Problématique

Le travail présenté dans ce mémoire s'appuie sur la modélisation et la simulation d'une onde électromagnétique de deux polarisations *TE* et *TM* dans un cristal photonique à deux dimensions de structure hexagonale sans défauts (*cristal photonique parfait*) et avec défauts. Nous allons étudier le modèle des équations de *Maxwell*, la résolution de ces équations se réduit à deux équations appelées équations de propagation déduites à partir des deux équations (*Maxwell Ampère* et *Maxwell Faraday*) qui sont :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) = 0 \\ \nabla \cdot \nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}) - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) = 0 \end{cases} \quad (0-1)$$

La résolution analytique de ces équations n'est pas évidente. Donc il devient nécessaire de passer à des méthodes numériques. Parmi ces méthodes nous allons utiliser FDTD pour obtenir les solutions de temps et l'espace des équations différentielles de *Maxwell*, cette méthode reproduit numériquement la propagation des ondes EM dans les cristaux photoniques. Une deuxième méthode est utilisée, il s'agit de la méthode des ondes planes qui est bien adaptée pour étudier les diagrammes de bandes.

Ce mémoire s'organise en trois chapitres :

Après une introduction générale

Le premier chapitre : est consacré à des définitions et des concepts généraux sur les cristaux photoniques, Nous présenterons une analogie qui existe entre le photon et l'électron, ainsi nous verrons les caractéristiques principales des cristaux photoniques ensuite les différents types des cristaux photoniques (1D, 2D, et 3D) puis les diagrammes de bandes 1D et 2D.

Le deuxième chapitre : en s'intéressant à un cristal photonique bidimensionnel, nous rappelons les différentes méthodes numériques parmi ces méthodes nous détaillerons l'outil

numérique qui est le plus utilisé dans notre étude c'est la méthode (*FDTD*) et la méthode des ondes planes (*PWM*).

Le troisième chapitre : présente les simulations et les interprétations des résultats de propagation d'une onde EM de deux polarisations *TE* et *TM* dans un cristal photonique à deux dimensions de structure hexagonale de matériaux Silicium dans l'air sans défauts et avec défauts et leurs diagrammes de bandes.

En termine notre travail par une conclusion générale.

RÉFÉRENCES

[1] **ZAGHDOUDI Jihene.** *Étude des effets des défauts dans les cristaux photoniques unidimensionnels périodiques et quasi périodiques.* Editions Edilivre, (2015).

[3] **ZOLLA Frédéric, RENVERSEZ Gilles, NICOLET André, et al.** *Foundations of photonic crystal fibres.* World Scientific, 2èmeEdition, (2005).

[4] **BALAMURUGAN Rathinam et LIU Jui-Hsiang.** *A review of the fabrication of photonic band gap materials based on cholesteric liquid crystals.* *Reactive and Functional Polymers*, vol. 105, p. 9-34, (2016).

[5] **BRAUN Paul V., RINNE Stephanie A., et GARCÍA-SANTAMARÍA Florencio.** *Introducing defects in 3D photonic crystals: state of the art.* *Advanced Materials*, vol. 18, no 20, p. 2665-2678, (2006).

RÉFÉRENCES WEB

[2] http://phyexpdoc.script.univ-paris-diderot.fr/projets_/sites_03_04_1/photoniq/index.htm

[6] http://www.phys.ubbcluj.ro/~emil.vinteler/nanofotonica/TTM/Modul1_TTM

CHAPITRE I
GENERALITES SUR
LES CRISTAUX PHOTONIQUES

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES

Au cours des 30 dernières années, les cristaux photoniques ont fait l'objet d'études offrant la possibilité de contrôler le flux de lumière [1], les cristaux photoniques sont des matériaux qui possèdent une périodicité spatiale dans leurs constante diélectrique de l'ordre de la longueur d'onde λ de la lumière, ces matériaux peuvent moduler fortement la lumière et avec un contraste diélectrique suffisant et une géométrie appropriée, peuvent présenter une bande interdite photonique (*BIP*), les *CPs* sont naturellement classer par la dimensionnalité de leur périodicité et pour empêcher rigoureusement la propagation des fréquences *BIP* dans toutes les directions[2]. Nous allons aborder dans ce chapitre des généralités sur les cristaux photoniques qui présentent une étude progressive des différents types de structures permettant d'obtenir les bandes interdites photoniques, aussi nous allons introduire la notion de bandes interdites photoniques et l'analogie entre photon et l'électron qui se distingue les similitudes entre les équations de *Maxwell* et l'équation de *Schrödinger* et aussi en introduit les diagrammes de bandes pour une dimension et deux dimensions et les différents types des défauts dans les cristaux photoniques.

I- Définition des cristaux photoniques

Les cristaux photoniques sont des matériaux structurés avec une périodicité en constante diélectrique, ce qui peut créer une gamme de fréquences "interdites" appelées bandes photoniques interdites [3].

Les cristaux photoniques où matériaux à bandes interdites photoniques ont un très grand intérêt depuis leur invention par *E. Yabllonovitch* et *S. John* en 1987, ces matériaux sont des structures artificielles dans lequel la permittivité diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde sur une, deux où trois directions de l'espace, cette variation périodique suivant les trois directions peut entraîner l'apparition de gamme de fréquence pour lesquelles la lumière ne se propage pas [4], comme il existe pour les électrons des bandes d'énergie permises et des bandes d'énergie interdites, il existe des bandes photoniques permises et des bandes photoniques interdites, une bande photonique correspond à un mode qui se propage dans le cristal photonique, et une bande interdite photonique (*BIP*) correspond à un intervalle d'énergie où la propagation de la lumière est interdite dans certaines directions [5].

II -Notion de bandes interdites photoniques (*BIP*)

Les matériaux à bande interdite photonique (*BIP*) sont des structures modifiant la propagation des ondes électromagnétiques. Il existe trois formes qui sont caractérisées par le nombre de directions de la périodicité de l'indice optique:

1. *cristal photonique 1D* (ou *miroir de Bragg*) : la Périodicité dans une seule direction de l'espace.
2. *cristal photonique 2D* : la Périodicité dans deux directions de l'espace.
3. *cristal photonique 3D* : la Périodicité dans toutes les directions de l'espace.

La propriété la plus intéressante et la plus utilisée lorsqu'on parle des cristaux photoniques c'est *la notion de bande interdite photonique*. En effet, à cause de la périodicité des indices optiques des matériaux qui les constituent, ces cristaux peuvent empêcher la propagation de la lumière pour certaines gammes de longueur d'onde, ces gammes sont appelées bandes interdites photoniques. La figure (I-1) montre que les différentes couleurs de cristaux photoniques 1D, 2D et 3D correspondent à une différence d'indice de réfraction [6].

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{H} = 0 & \text{Maxwell Gauss magnétique} \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho & \text{Maxwell Gauss électrique} \\ \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 & \text{Maxwell Faraday} \\ \operatorname{rot} \vec{H} - J - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0 & \text{Maxwell Ampère} \end{cases} \quad (\text{I-1})$$

avec : \vec{E} et \vec{H} sont des champs électriques et magnétiques macroscopiques respectivement, \vec{D} et \vec{B} sont les inductions électrique et magnétique, ρ et J sont la densité de charge libre et la densité de courant respectivement, tels que on définit \vec{D} et \vec{B} comme suite :

$$\begin{cases} D(\vec{r}) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon(\vec{r}) \cdot E(\vec{r}) \\ B(\vec{r}) = \mu_0 \cdot \mu(\vec{r}) \cdot H(\vec{r}) \end{cases} \quad (\text{I-2})$$

avec : $n = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu}$ et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

On remplace (I-2) dans (I-1) et on considère que le milieu est sans sources (sans charge et sans courants) les équations de *Maxwell* devient :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{H} = 0 & \operatorname{rot} \vec{E} + \mu_0 \cdot \mu(\vec{r}) \frac{\partial H(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{E} = 0 & \operatorname{rot} \vec{H} - \varepsilon_0 \varepsilon_r(\vec{r}) \frac{\partial E(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

À partir des équations de *Maxwell Faraday* et *Maxwell Ampère* on détermine les équations de propagation du champ électrique et induction magnétique:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r})) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon(\vec{r}) \times \vec{E}(\vec{r}) \quad (\text{I-4})$$

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \times \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r})\right) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \times \vec{H}(\vec{r}) \quad (\text{I-5})$$

avec

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \times \mu_0}} \quad (\text{I-6})$$

Nous avons identifié $\bar{\theta}$ comme l'opérateur différentiel qui est donné par:

$$\bar{\theta} \times \vec{H}(\vec{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \times \vec{H}(\vec{r}) \quad (\text{I-7})$$

avec:

$$\bar{\theta} = \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \times \vec{\nabla}\right) \quad (\text{I-8})$$

Ainsi le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} peuvent s'écrire sous la forme exponentielle et peut être exprimé par [11]:

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t} \quad (\text{I-9})$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E(\vec{r})e^{i\omega t} \quad (\text{I-10})$$

b- Etude électrique

L'équation de *Schrödinger* est une équation au dérivées partielles, c'est une loi fondamentale de la mécanique quantique qui décrit l'évolution de l'onde d'un électron en régime stationnaire dans un potentiel $V(r)$ et peut être exprimé par :

$$H\Psi = E\Psi \quad (\text{I-11})$$

avec:

$$H = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(r) \quad (\text{I-12})$$

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(r) \quad (\text{I-13})$$

À partir des équations (I-11), (I-12) et (I-13) on trouve l'équation fondamentale de la mécanique quantique :

$$\Delta\Psi(r) + \frac{2m(E-V(r))}{\hbar^2}\Psi(r) = 0 \quad (\text{I-14})$$

avec:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (\text{I-15})$$

Les équations (I-7) et (I-11) sont deux équations aux valeurs propres, et l'équation (I-14) définit les valeurs possibles de l'énergie d'un électron se propageant librement dans un potentiel et les fonctions d'onde associées [10]. Le tableau (I-1) résume ces deux types d'équations :

	<i>Mécanique quantique</i>	<i>Electromagnétique</i>
Grandeur caractéristique	$V(\vec{r})$	$\varepsilon(\vec{r})$
Champ	$\vec{\Psi}(\vec{r}, t) = \vec{\Psi}(\vec{r})e^{i\omega t}$	$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$
Operateur hermitien	$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})$	$\bar{\theta} = \nabla \times \frac{1}{\varepsilon(r)} \times \nabla$
Equations aux valeurs Propres	$H\Psi = E\Psi$	$\bar{\theta}H = \left(\frac{W}{c}\right)^2 \times H$

Tableau I-1 :
Analogie entre Photon et Electron [11].

IV-Les caractéristiques des cristaux photoniques

Les cristaux photoniques comprennent un ensemble des caractéristiques :

- *La dimensionnalité :*

Elle est déterminée par la périodicité de l'indice de réfraction, la périodicité d'un cristal photonique peut s'étendre à une, deux ou trois dimensions [12].

- *La symétrie :*

La position des éléments d'un cristal photonique détermine la symétrie du réseau, par exemple une symétrie cubique.

- *Paramètre du réseau :*

Se définit comme une distance fondamentale entre deux éléments constitutifs, il détermine la région spectrale où le cristal photonique interagit avec l'onde électromagnétique [12].

- *Le contraste d'indice de réfraction :*

Ce paramètre est défini comme le rapport $\frac{n_1}{n_2}$ entre les indices de réfraction des éléments et de la matrice diélectrique, il donne une idée générale de la force de diffusion des deux matériaux composants du cristal photonique [12].

V -Classe des cristaux photoniques

On peut classer les cristaux photoniques en trois types selon leurs dimensionnalités en fonction du nombre d'axes de périodicité, à une dimension (exemple: *miroir de Bragg*) et cristal photonique à deux dimensions *2D* et cristal photonique à trois dimensions *3D*.

V-1 Cristal photonique à une dimension 1D

Le dispositif le plus simple utilisant les principes des cristaux photoniques, est le cristal photonique unidimensionnel, bien connu sous le nom de «*Miroir de Bragg*» ou «*réflecteur multicouches*», il consiste en un empilement périodique de deux couches diélectriques, ϵ_1 , ϵ_2 , alternées [13], le terme unidimensionnel est utilisé car la fonction diélectrique $\epsilon(z)$ ne varie que selon une direction (z) et les deux autres directions sont uniformes (la figure (I-2)). [11].

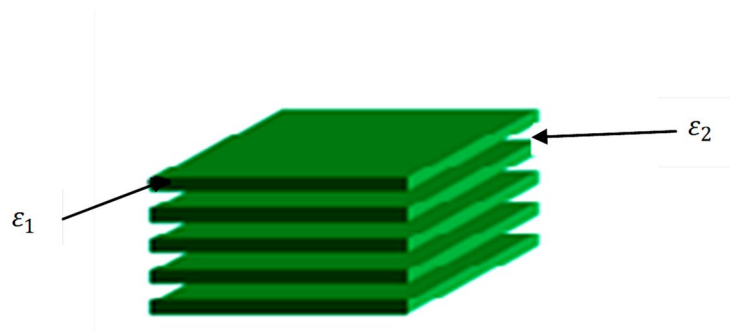


Figure I-2 :
Schéma d'un cristal photonique 1D [14].

V-2 Cristal photonique à deux dimensions 2D

Un cristal photonique 2D est périodique le long de deux axes et homogène dans la troisième, il peut présenter un intervalle de bande photonique pour tout angle d'incidence possible de la lumière se propageant dans le plan de périodicité. Une caractéristique importante des cristaux photoniques 2D est le découplage du champ électrique vectoriel en deux champs scalaires pour chaque polarisations (TE ou TM), à 2D peut être utilisé pour obtenir des effets dépendants de la polarisation, la fabrication des cristaux photoniques 2D est plus difficile que celle des cristaux photoniques 1D [15].

La figure (I-3) montre un cristal photonique bidimensionnel, ce matériau est un réseau carré de colonnes diélectriques, avec rayon r et constante diélectrique ϵ , le matériau est homogène le long de la direction z (nous imaginons que le cylindre est très grand) et périodique le long de x et y avec la constante de réseau a , on remarque dans la partie gauche de cette figure le réseau carré avec la cellule unité encadrée en rouge [11].

Il existe deux types de structures périodiques diélectriques :

- Les structures dites « connectées » dont les motifs élémentaires sont d'indice n_1 inférieur à l'indice n_2 , par exemple les trous d'air dans la matrice diélectrique [8].
- Les structures dites « déconnectées » dont les motifs élémentaires sont d'indice n_1 supérieur à l'indice n_2 de l'espace inter motifs. Elles se composent de tiges diélectriques ou métalliques alignées périodiquement dans l'air [8].

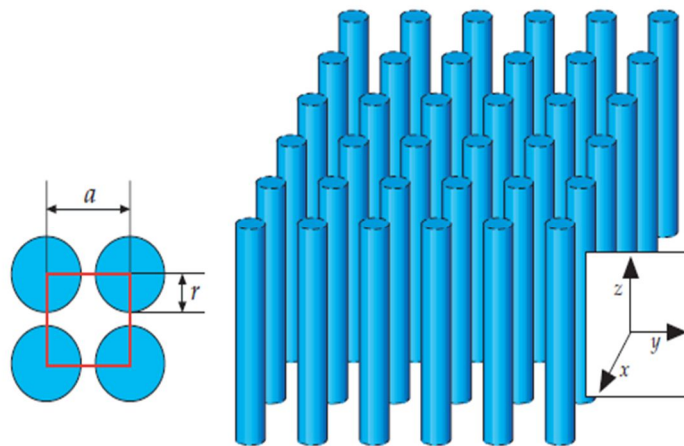


Figure I-3:
Cristal photonique bidimensionnel 2D [11].

V-3 Cristal photonique à trois dimensions 3D

Le cristal photonique à 3D sont périodiques dans les trois axes et créent un intervalle de bande pour toute direction de propagation [15], le premier cristal périodique tridimensionnel 3D possédant un intervalle de bande complet a été fabriqué par *E. Yablonovitch* en 1991 [3].

La figure (I-4) montre un cristal comme étant un bloc de plexiglas percé de trous régulièrement espacés formant une maille 3D de type diamant, ce cristal présentait une bande interdite dans la gamme des micro-ondes [16].

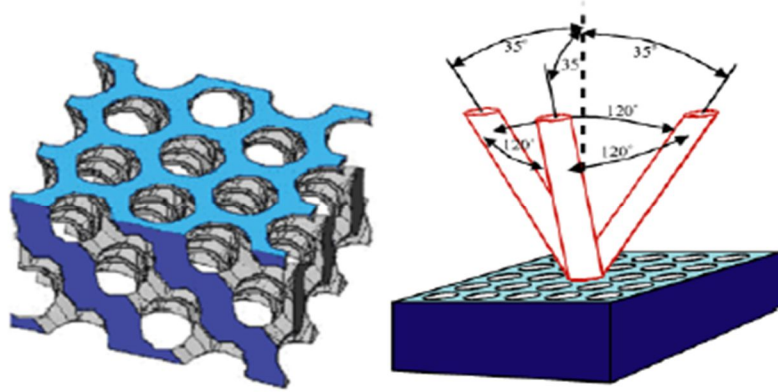


Figure I-4 :
Cristaux photoniques 3D (Yablonovite).

VI-Diagramme de bandes

Le diagramme de bandes synthétise l'ensemble des diagrammes de dispersion $\omega(\vec{k})$ du cristal photonique, que l'on peut calculer par la méthode d'ondes planes. On montre que certaines symétries du cristal existent, on peut limiter l'étude aux vecteurs \vec{k} situés à l'intérieur d'une zone restreinte appelée *zone de Brillouin irréductible* [17]. Le vecteur \vec{k} varie le long des directions de hautes symétries de cette zone qui fait partie du réseau réciproque [18].

VI-1 Le réseau direct

Nous avons vu que le milieu cristallin se caractérise par sa périodicité dans trois directions, il est déterminé à partir d'un motif cristallin formé d'un ensemble bien défini d'atomes, qui se répète par des translations périodiques dans trois directions non-coplanaires. On peut ainsi définir le cristal par son motif et son réseau qu'on qualifie de direct [19].

VI-2 Le réseau réciproque

Le réseau réciproque est défini directement à partir du vecteur de base du réseau direct, c'est la définition la plus courante des vecteurs de base du réseau réciproque [19].

Nous construisons les axes vectoriels b_1, b_2, b_3 de réseau réciproque :

$$\begin{cases} b_1 = 2\pi \left(\frac{a_2 \times a_3}{a_1 \cdot a_2 \times a_3} \right) \\ b_2 = 2\pi \left(\frac{a_3 \times a_1}{a_1 \cdot a_2 \times a_3} \right) \\ b_3 = 2\pi \left(\frac{a_1 \times a_2}{a_1 \cdot a_2 \times a_3} \right) \end{cases} \quad (\text{I-16})$$

Si a_1, a_2, a_3 sont les vecteurs primitifs du réseau direct ; b_1, b_2, b_3 sont les vecteurs primitifs du réseau réciproque, chaque vecteur défini par $\mathbf{1}$ est orthogonal à deux vecteurs de réseau cristallin [20].

$$b_i a_j = 2\pi S_{ij} \quad (\text{I-17})$$

Où $a_j b_i$ sont des vecteurs des réseaux direct et réciproque respectivement et S_{ij} est le symbole de *Kronecker*.

$$S_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (\text{I-18})$$

Nous considérons une structure périodique à deux dimensions représentées dans la figure (I-5) qui est sous forme de neuf mailles élémentaires, l'ensemble de ces mailles construit un réseau direct (la figure (I-5)) [18].

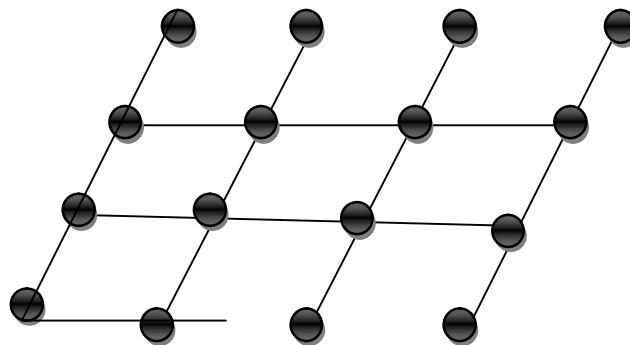


Figure I-5 :
Réseau direct.

VI-3 La zone de Brillouin irréductible

La première zone de *Brillouin* est la cellule élémentaire de l'espace réciproque où les points sont plus proches de l'origine que de tous les autres nœuds du réseau périodique, les figures (I-6) et (I-7) montrent les différents exemples de cristaux photoniques et les zones de Brillouin ainsi que la zones de *Brillouin* irréductibles correspondantes dans les cas 1D et 2D [17]:



Figure I-6 :

Cristal photonique unidimensionnel (à gauche) et zone de Brillouin correspondante (à droite). L'intervalle $[-\frac{\pi}{a}; +\frac{\pi}{a}]$ est la première zone de Brillouin et $[0; +\frac{\pi}{a}]$ la zone de Brillouin irréductible [21].

On définit la zone de Brillouin (*BZ*) qui représente la symétrie complète du réseau dans l'espace réciproque. On appelle aussi *Zone de Brillouin Irréductible (IBZ)* est la plus petite région au sein de la *BZ* pour laquelle les caractéristiques de dispersion du réseau ne sont pas liées par symétrie [22].

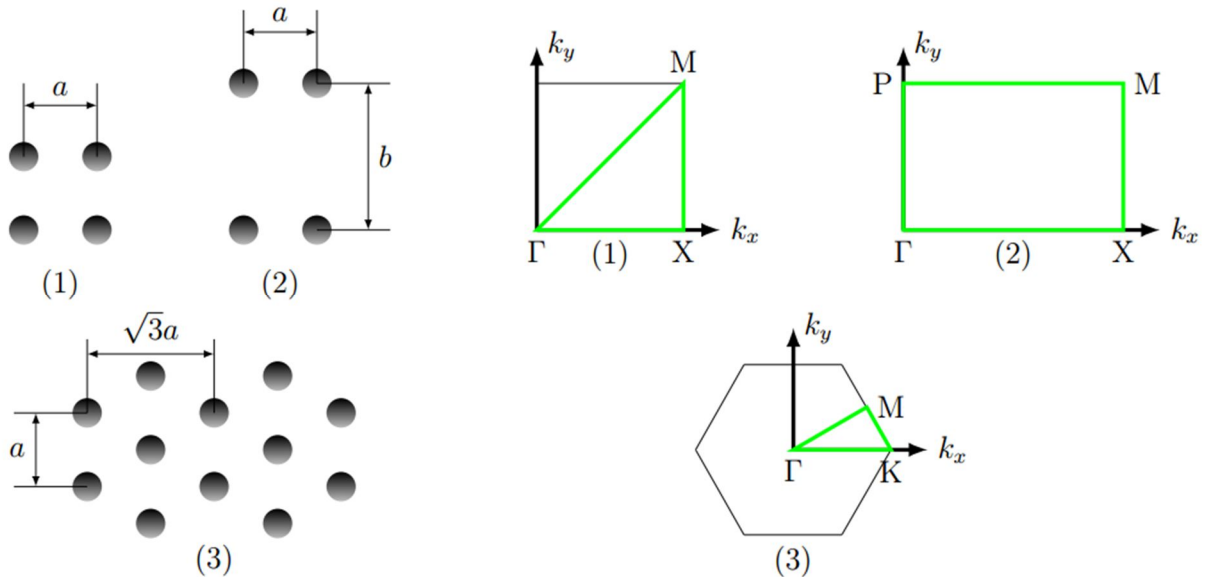


Figure I-7:

Cristaux photoniques bidimensionnels à symétries (1) carrée, (2) rectangulaire et (3) triangulaire avec leurs zones de Brillouin irréductibles correspondantes (en trait vert) [21].

La première zone de Brillouin s'obtient en traçant les médiatrices (cas *D1* et *D2*) du segment joignant l'origine aux nœuds les plus proches du réseau réciproque à partir du domaine ainsi délimité. On peut couvrir tout l'espace réciproque grâce aux translations de vecteurs $\mathbf{G} \in G$ autrement dit, il suffit de faire évoluer k dans ce domaine pour représenter l'ensemble des courbes de dispersion du cristal. Ce domaine d'évolution de k peut encore être réduit en mettant à profit les symétries du cristal.

- Dans le cas 1D la symétrie du cristal par rapport à l'origine a pour conséquence évidente que si une onde de vecteur k et de fréquence w est la solution du problème, alors l'onde se propageant en sens opposé de vecteur $-k$ et de même fréquence, on peut aussi restreindre l'intervalle d'étude à $\left[0, +\frac{\pi}{a}\right]$ au lieu de $\left[-\frac{\pi}{a}, +\frac{\pi}{a}\right]$ [17].
- Le cristal bidimensionnel à symétrie carré de la figure (I-7), cette structure réalisée à partir des tiges diélectriques supposées infinies, comporte quatre axes de symétrie qui

se déduisent les uns des autres, le réseau réciproque est aussi un réseau carré et la première zone de Brillouin est définie par [17] : $-\frac{\pi}{a} \leq k_x \leq \frac{\pi}{a}$; $-\frac{\pi}{a} \leq k_y \leq \frac{\pi}{a}$.

- Dans le cas d'un cristal bidimensionnel à symétrie rectangulaire de longueur a et de largeur b , le réseau réciproque est également un réseau rectangulaire et la première zone de Brillouin est un rectangle dont la longueur est de $\frac{\pi}{a}$ et la largeur $\frac{\pi}{b}$, les sommets sont habituellement désignés par $\Gamma(0; 0)$, $X(\frac{\pi}{a}; 0)$, $M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{b})$ et $(0; \frac{\pi}{b})$.
- Dans le cas d'un cristal bidimensionnel à symétrie hexagonale, le réseau réciproque est aussi un réseau hexagonal et la première zone de Brillouin est un hexagone, dans ce cas, on a six axes de symétrie qui se déduisent les uns des autres par des rotations de $\frac{\pi}{6}$ avec une invariance par rotation de $\frac{\pi}{3}$. On montre que la zone de Brillouin irréductible est demi-triangle équilatéral dont les sommets sont habituellement désignés par Γ , K et M [21].

VI-4 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 1D

Les cristaux photoniques à une dimension sont traditionnellement obtenus par un empilement de couches diélectriques de permittivités différentes, on parle d'empilements de *Bragg* ou de *miroirs de Bragg* [17].

La figure (I-8) représente les diagrammes de bandes d'un cristal 1D obtenu par une modulation sinusoïdale de la permittivité diélectrique.

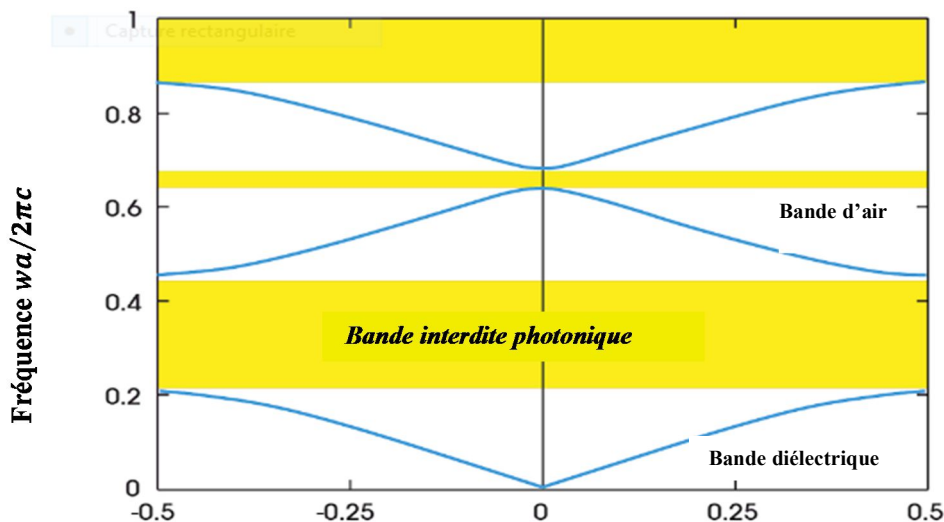


Figure I-8:
Diagrammes de bandes des cristaux photoniques 1D [11].

VI-5 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 2D

Nous considérons deux directions de propagations dans le cas des cristaux photoniques bidimensionnel, les aspects de polarisation de l'onde jouent un rôle important à prendre en considération, et les principales polarisations sont (*TE* et *TM*). Nous présenterons les diagrammes de bandes de structures 2D de symétrie croissante dans le cas de réseau carré.

- **Le réseau carré**

Le réseau carré a déjà été abordé précédemment (figure (I-7)), la zone de Brillouin irréductible a la forme d'un triangle isocèle rectangle ΓXM dont *TM* est dirigée suivant la diagonale de la maille carrée [17].

La figure (I-10) représente le diagramme de bandes calculé pour un réseau carré de tiges diélectriques cylindriques de permittivité ($\epsilon=9$) dans l'air ($\epsilon=1$), les polarisations *TM* et *TE* se distinguant par des traits différents, la première bande interdite pour la polarisation *TM* (point X) se situe à la fréquence normalisée ($\omega a/2\pi c$) ≈ 0.25 , il existe une bande interdite de propagation dans toutes les directions du plan pour les modes *TM*, et pour *TE* les bandes interdites ne se recouvrent pas, la conséquence évidente est qu'il n'y a pas de bandes interdites complètes pour le réseau carré [17].

En polarisation *TM*, le champ électrique est parallèle aux axes des cylindres et se conserve à la traversée du diélectrique, et le champ électrique est perpendiculaire aux deux axes de symétrie (x, y).

En polarisation *TE*, le champ électrique se trouve dans le plan de propagation, perpendiculaire aux tiges cylindriques, et le champ magnétique parallèle au plan (x, z) (figure (I-9)).

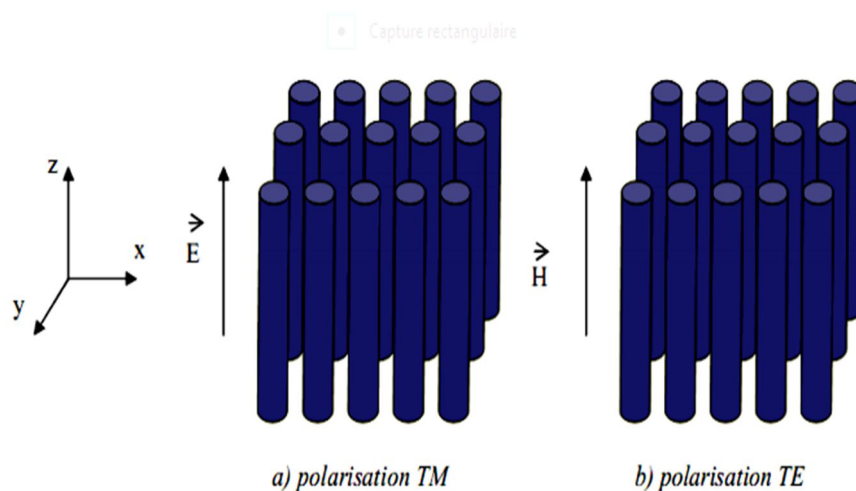


Figure I-9:
Représentation des polarisations *TE* et *TM* dans un BIP 2D [23].

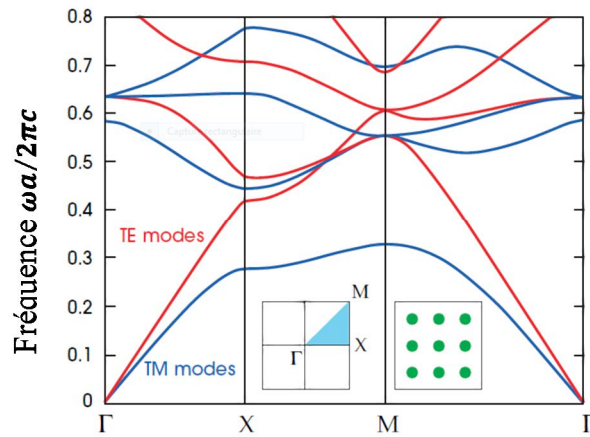


Figure I-10:

Diagrammes de bandes du réseau carré de tiges diélectrique ($\epsilon=9$) dans l'air ($\epsilon=1$) le rayon de tiges est $r=0,2a$ [11].

VII-Indice de phase et indice de groupe

Dans cette partie on doit définir les vitesses de phase et de groupe, ainsi l'indice de réfraction de groupe et de phase.

VII-1 vitesses de phase et vitesse de groupe

a) La vitesse de phase

La propagation d'une onde monochromatique dans un milieu linéaire, isotrope et homogène est conditionnée par l'équation d'onde (I-4), les solutions les plus élémentaires de cette équation sont des ondes monochromatiques planes dont la distribution de champ est sinusoïdale dans le temps et dans l'espace. La vitesse de propagation d'une telle onde est appelée « *vitesse de phase* », pour une phase s'exprime par [17] :

$$\Phi(x, t) = \omega t - kx + \Phi_0 \quad (\text{I-19})$$

Donc la vitesse de phase est

$$V_\Phi = dx/dt = \omega/k \quad (\text{I-20})$$

Avec ω est la pulsation de phase et k est le nombre d'onde

b) La vitesse de groupe

La vitesse de propagation du plan d'amplitude maximum doit être c'est la vitesse de groupe, elle est une vitesse de l'ensemble du paquet d'ondes [24], et elle est en général différente de la vitesse de phase ondes monochromatiques qui forment le paquet [25] peut être exprimée par :

$$V_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (\text{I-21})$$

VII-2 L'indice de réfraction de groupe et de phase

Les indices de réfraction de phase et de groupe se déduisent respectivement à partir des vitesses de phase et de groupe par les relations suivantes [17] :

$$n_{\phi} = \frac{c}{v_{\phi}} \quad (\text{I-22})$$

$$n_g = \frac{c}{v_g} \approx n_{\phi} = -\lambda \frac{\partial n_{\phi}}{\partial \lambda} \quad (\text{I-23})$$

Avec c est célérité de la lumière dans le vide.

VIII-Matériaux BIP à défaut

Les défauts dans les cristaux photoniques sont créés par la rupture de la périodicité de la constante diélectrique ϵ .

VIII-1 La nature des défauts

a-Dimensions des motifs élémentaires

Pour créer une rupture de la périodicité d'une structure *BIP* on peut changer la taille du motif élémentaire qui compose le cristal photonique comme montre dans la figure (I-11) [26].

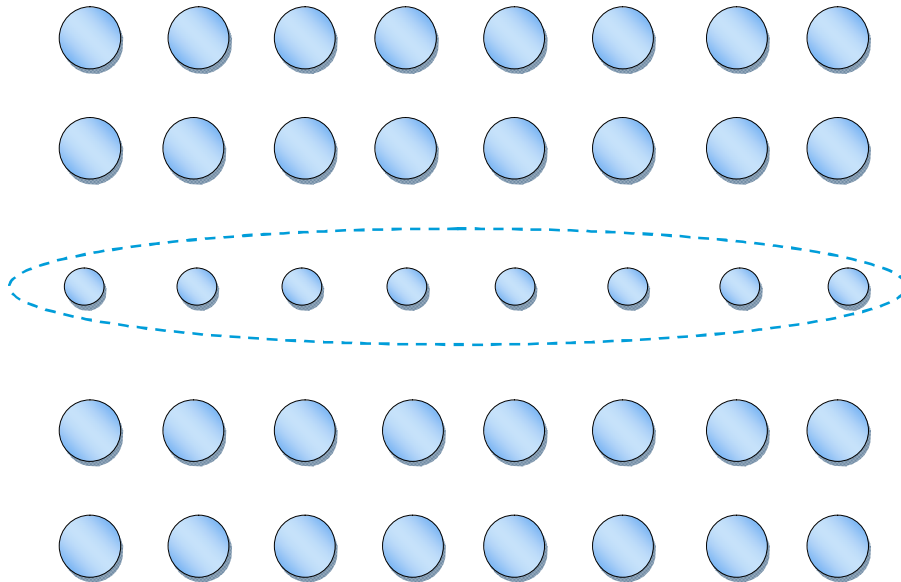


Figure I-11 :
Défaut de dimension du motif élémentaire.

b-Distance entre motifs élémentaires

On peut modifier la distance entre les motifs élémentaires qui compose le cristal photonique.

Comme le montre dans la figure (I-12) [26].

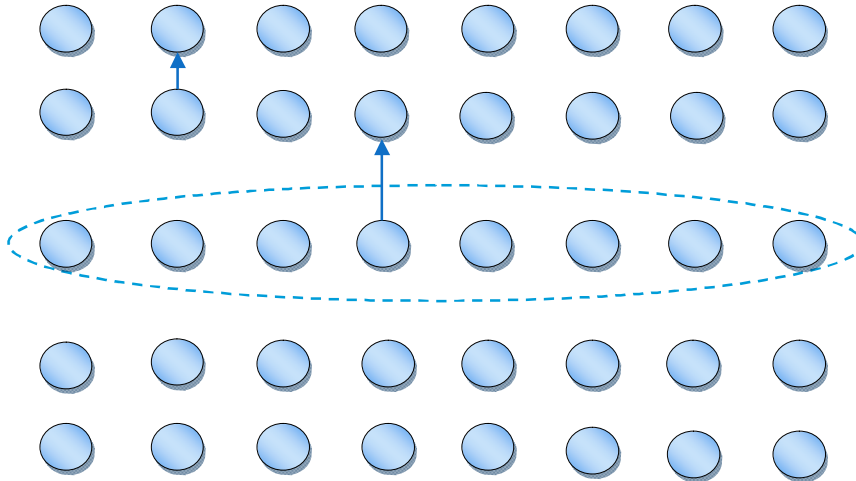


Figure I-12 :

Défaut de distance entre motifs élémentaire.

c-Valeur de la permittivité relative des motifs élémentaire

Il est possible de changer localement la nature de matériaux c'est-à-dire, la permittivité des motifs élémentaires de la rangée du milieu a été changer (figure (I-13)) [27].

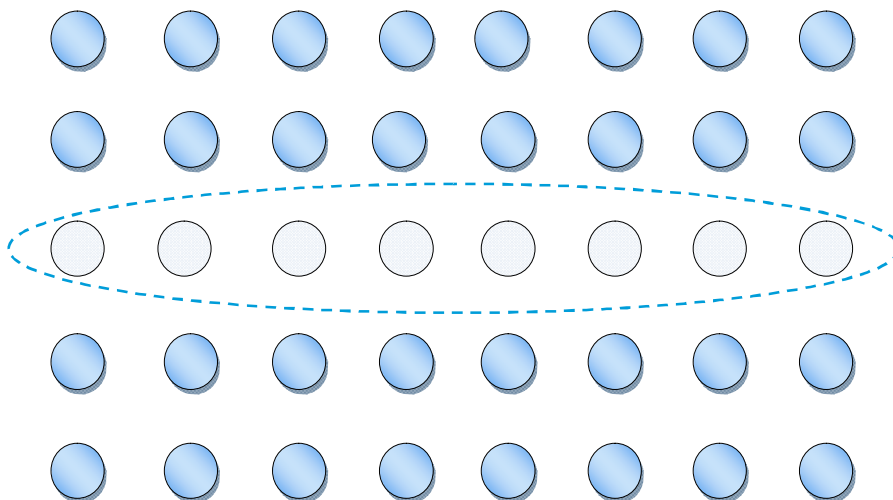


Figure I-13 :

Défaut sur la permittivité relative ϵ .

d-Défaut par vacuité

Le défaut par vacuité est produit par l'élimination de motifs élémentaire qui se trouvent remplacés par la permittivité de substrat (figure I-14) [27].

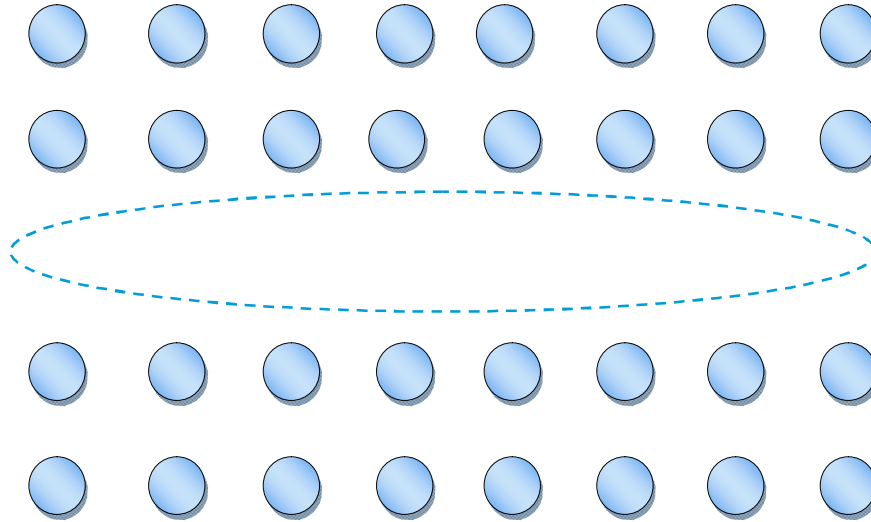


Figure I-14 :
Défaut par vacuité.

VIII-2 Les Défauts ponctuels

Un défaut ponctuel résulte de la modification locale de l'indice de réfraction, la constante diélectrique ou, ce qui revient au même, du changement d'épaisseur de l'une des couches du cristal photonique dans le cas unidimensionnel. Ce défaut revient à créer une cavité optique, selon la modification d'indice introduite ou la taille de la cavité et ces modifications reste valable dans le cas des cristaux 2D et 3D [17]. Par exemple dans le cas de 2D on peut réaliser les défauts lacunaire et substitutions comme le montre la figure (I-14)

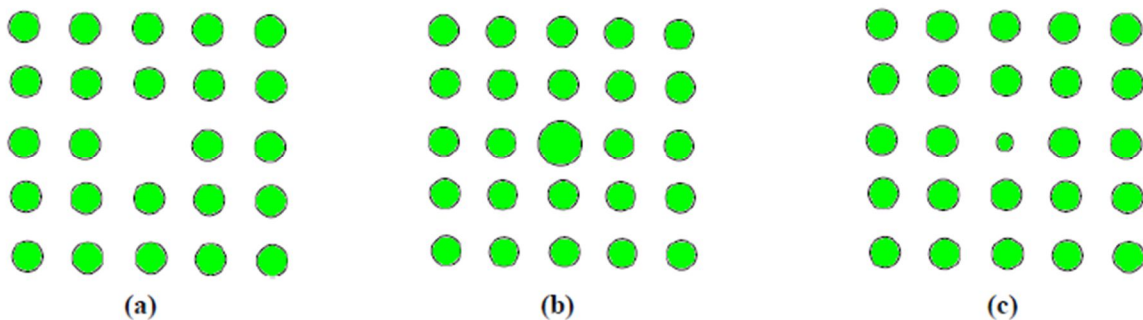


Figure I-15 :
Défauts ponctuels : (a) Défaut lacunaire, (b) et (c) Défauts de substitutions [28].

VIII-3 Défauts linéaires (*guide d'ondes*)

Nous pouvons utiliser des défauts ponctuels dans le cristal photonique pour piéger la lumière. En utilisant le défaut linéaire, nous allons également guider la lumière d'un endroit vers un autre, l'idée de base est de découper un guide d'onde à partir d'un cristal photonique autrement parfait en modifiant un linéaire de cellules unitaires. La lumière qui se propage dans le guide d'onde avec une fréquence dans l'espace de bande du cristal est confinée au défaut et peut être dirigée le long du défaut [11]. Comme le montre dans la figure (I-16).

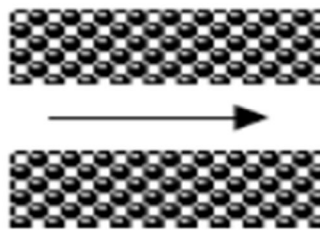


Figure I-16 :
Défauts linéaires (*Guide d'onde*) [29].

Conclusion

Les cristaux photoniques sont des matériaux structurés avec une périodicité en constante diélectrique dans lequel varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde dans une, deux ou trois dimensions. On conclut qu'il y a une analogie entre le photon qui se propage dans un cristal photonique et l'électron dans un semi-conducteur. Le diagramme de bandes synthétise l'ensemble de diagrammes de dispersions du cristal photonique. Les méthodes de détermination de ces bandes et la résolution des équations de Maxwell font l'objet de chapitre II.

RÉFÉRENCES

- [1] REYES-AVENDAÑO J. A., ALGREDO-BADILLO U., HALEVI P., et al. *From photonic crystals to metamaterials: the bianisotropic response. New Journal of Physics*, vol. 13, no 7, p. 073041, (2011).
- [2] BRAUN Paul V., RINNE Stephanie A., et GARCÍA-SANTAMARÍA. Florencio. *Introducing defects in 3D photonic crystals: state of the art. Advanced Materials*”, vol. 18, no 20, p. 2665-2678, (2006).
- [3] JOANNOPOULOS John D., VILLENEUVE Pierre R., et FAN Shanhui. *Photonic crystals: putting a new twist on light. Nature*, vol. 386, no 6621, p. 143, (1997).
- [4] LABBANI Amel, SAOUDI Rachida, et BENGHALIA Abdelmadjid. *Etude et Analyse des Diagrammes de Bandes des Cristaux Photoniques à Base de Nanoparticules CdS dans une Matrice de Verre. In : 5 the International Conference: Science of Electronic, Technologies of Information and Telecommunication, Tunisia. p. 86, (2009).*
- [5] BENMERKHI Ahlem. *Optimisation du confinement de la lumière dans des cavités a cristaux photoniques. Thèse de doctorat .Université de Mentouri – Constantine, (2012).*
- [6] EL ABDELLAOUI Youssra et MEUNIER Thomas. *Fabrication de cristaux photoniques 3d: « bande interdite ».* Rapport de Projet Tuteuré, (2014).
- [7] BERGER V. et LOURTIOZ J. M., *Les matériaux à bandes interdites photoniques.* Images de la physique, (1998).
- [8] ZAGHDOUDI Jihene. *Étude des effets des défauts dans les cristaux photoniques unidimensionnels périodiques et quasi périodiques.* Editions Edilivre, (2015).
- [9] MASSÉ Pascal. *Cristaux photoniques colloïdaux d'architecture contrôlée.* Thèse de doctorat. Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, (2007).
- [10] BENACHOUR Yassine. *Optimisation de cristaux photoniques pour l'optique non linéaire.* Thèse de doctorat. Université Paris Sud-Paris XI, (2008).
- [11] JOANNOPOULOS John D., JOHNSON Steven G., WINN Joshua N., et al. *Photonic crystals: molding the flow of light.* Princeton university press, second édition, (2008).
- [12] DEKHIRA Azzeddine. *Etude théorique et simulation des cristaux photoniques et leurs applications en chimie et biochimie.* Mémoire de magister. Université des Sciences Technologie Houari Boumediene, (2010).

- [13] **RENVERSEZ Gilles, KUHLMEY Boris, FELBACQ Didier et al.** *Foundations of Photonic Crystal Fibres*. World Scientific Publishing Co Inc, (2012).
- [15] **ANDREONE Antonello.** *Selected topics in photonic crystals and metamaterials*. World Scientific, (2011).
- [16] **BONNEFOIS Jean-Jacques.** *Modélisation d'effets non linéaires dans les cristaux photoniques, application à la limitation optique*. Thèse de doctorat. Université de Nanterre-Paris X., (2006).
- [17] **LOURTIOZ Jean-Michel et BENISTY Henri.** *Les cristaux photoniques ou la lumière en cage*. Hermes-Science, (2003).
- [18] **LABBANI Amel.** *Matériaux BIP à base de nanoparticules métalliques et semi conductrices: étude des propriétés optiques par FDTD*. Thèse de doctorat. Saint-Etienne, (2009).
- [19] **LEFAUCHEUX Françoise, CECILE Malgrange, CHRISTIAN Ricolleau,** *Symétrie et propriétés physiques des cristaux*, (2011).
- [20] **KITTE Charles.** *Introduction to solid state*. John Wiley & Sons, Eighth édition, (2005).
- [21] **GAUFILLET Fabian.** *Cristaux photoniques à gradient: dispositifs et applications*. Thèse de doctorat. Université Paris Sud, (2014).
- [22] **WAGHMARE Madhavi H. et REDDY K. T. V.** Analysis of Photonic bandgap structure in 2-D hexagonal and square lattice structure of photonic crystal. In :*Advances in Communication and Computing Technologies (ICACACT), International Conference on*. IEEE, 2014. p. 1-4, (2014).
- [23] **BENAISSA Fatima.** *Etude et Simulation des Ondes Electromagnétiques dans les guides d'Ondes à Cristaux Photoniques-Application aux Fibres Optiques*. Mémoire de magister. Université de Abou-BakrBelkaid-Tlemcen, (2013).
- [24] **GREINER Walter.** *Mécanique quantique. Une introduction*. Springer Science & Business Media, (1999).
- [25] **BASDEVANT Jean-Louis, DALIBARD Jean, et JOFFRE Manuel.** *Mécanique quantique*. Editions Ecole Polytechnique, (2008).
- [26] **YANNICK Merie.** *Etude de la dispersion électromagnétique dans les matériaux périodiques diélectriques bidimensionnels*. Thèse de doctorat. Université de Limoges, (2003).
- [27] **BOUGRIOU Feida.** *Etude des guides d'ondes à cristaux photoniques bidimensionnels*. Mémoire de magister. Université de Mentouri Constantine, (2008).

[28] **OTMANI Hamza.** *Etude théorique des propriétés magnéto-optiques de cristaux magnéto photoniques à structure ferrite grenat de bismuth (big)*, Thèse de doctorat, Université Constantine 1, (2014).

[29] **BOUKERZAZA Loubna.** *Influences des paramètres physiques sur la bande interdite photonique d'un cristal photonique bidimensionnel à réseaux hexagonal.* Mémoire de Magister, Mentouri Constantine, (2008).

Référence Web

[14] <http://physique.unice.fr/sem62013-2014/Pages/WebPTCristauxCaracteristiques.ht>

CHAPITRE II

METHODES ET OUTILS NUMERIQUES

CHAPITRE II

METHODES ET OUTILS NUMERIQUES

Dans ce chapitre nous allons présenter les différentes méthodes numériques utilisées pour l'analyse et le développement des équations de *Maxwell* dans un milieu homogène et isotrope, des problèmes de propagation d'une onde électromagnétique dans le cristal photonique. Parmi ces méthodes on a la méthode des matrices de transfert (*TMM*) utilisé pour déterminer les coefficients de transmission et de réflexion des ondes EM, la méthode d'élément fini (*FEM*) permettant de traiter une grande classe d'équations aux dérivées partielles, comprenant des problèmes non linéaires; ensuite la méthode des ondes planes qui est une onde monochromatique bien adaptée à l'étude du diagramme de bandes d'un *BIP*. Enfin nous détaillons la méthode *FDTD* que nous allons l'utilisée dans le cadre de notre travail, il y a lieu de noter qu'elle est largement utilisée pour la simulation électromagnétique.

I- Méthode numériques de calcul

Il existe plusieurs méthodes permettant de résoudre les problèmes électromagnétiques parmi ces méthodes:

I-1 méthode des matrices de transfert (TMM)

La méthode des matrices de transfert est utilisée pour calculer les propriétés de transmission et de réflexion des ondes EM pour différentes interfaces, les interfaces examinées étant un matériau diélectrique à diélectrique, diélectrique à métal, comme elle peut être aussi utilisée pour l'analyse de la propagation des ondes dans les systèmes unidimensionnels [1]. Cette méthode a été introduite par *Pendry* et *Mackinnon* [*pendry1992*], *TMM* est basée sur la représentation de l'équation de *Maxwell* sur un réseau discret du point spatial réel, les équations discrètes qui en résultent sont refondues dans la matrice de transfert, qui relie le champ électrique et le champ magnétique dans une couche de points de réseau, à ceux de la couche suivante, en prenant des produits de matrices de transfert, on peut trouver le champ à chaque point du domaine. Mais il est bien connu que la multiplication des matrices de transfert peut souffrir d'instabilités numériques graves. La *TMM* donne directement le spectre de transmission, utilise une grille cartésienne uniforme, mais elle peut être mieux adaptée par la transformation des coordonnées [2], *Pendry* a suggéré une méthode approximative des éléments finis *FEM* pour résoudre les équations de *Maxwell*, d'une maille des points, discrète dans un réseau cubique simple, pour une fréquence fixe [3].

I-2 méthode des réseaux de diffraction

Très utilisée en optique, les réseaux de diffraction se présentent sous la forme des motifs géométriques périodique, ce motif périodique peut prendre la forme de l'indice variant périodiquement d'une couche transparente [4], cette méthode est basée sur une description du cristal photonique comme un ensemble de réseaux de diffraction successifs, les champs sont décomposés dans chaque région séparant, ces réseaux et la théorie des réseaux est appliquée pour relier les coefficients de cette décomposition d'une région à l'autre, l'intérêt de cette méthode est qu'elle donne non seulement les modes guidés et les résonances, mais aussi les pertes intrinsèques de ceux-ci [5].

I-3 méthode de propagation du faisceau (Beam propagation Method)(BPM)

La méthode de la propagation du faisceau est la plus largement utilisée pour la modélisation des dispositifs de l'optique intégrée, la *BPM* est conceptuellement simple, et aussi est une méthode très efficace et sa complexité de calcul peut dans la plupart des cas être optimale, c'est-à-dire le calcul est directement proportionnel au nombre des points de la grille utilisée dans la simulation numérique. *BPM* est caractérisée par l'approche facilement appliquée à des

géométries complexes [6], c'est une méthode approximative pour la simulation de la propagation du champ électromagnétique dans la photonique, la simulation numérique de la propagation du champ (onde) à travers la structure géométrique et diélectrique est préférable à la solution analytique [7], *BPM* introduite par *Feit et Fleck* en 1978, basée sur la méthode des éléments finis, il s'agit d'une méthode qui à partir d'un champ électromagnétique incident permet de calculer le champ à l'intérieur d'une structure complexe, ce calcul est effectué en divisant la structure en tranches espacées de Δz [8].

I-4 méthode d'élément fini (FEM)

La méthode des éléments finis est une méthode numérique pour résoudre les équations de *Maxwell*, dans diverses formulations ou d'autres équations aux dérivées partielles, les principaux avantages des méthodes à éléments finis, sont la représentation exacte des caractéristiques géométriques complexes présentes dans les applications réelles, les très bonnes propriétés de convergence qui permettent des résultats très précis en temps de calcul relativement court et la stabilité, l'applicabilité générale de la méthode aux différents paramètres de simulation [9], *FEM* utilise un maillage non structuré pour représenter le domaine, qui se décompose en nombreux éléments de forme simple, de taille et d'orientation différentes, les équations de *Maxwell* sont exprimées en un ensemble d'équations linéaires qui se rapprochent du champ sur un élément, une fonction d'interpolation est choisie et ses coefficients sont calculés pour chaque élément et stockés sous forme de matrices élémentaires; Ces matrices sont ensuite assemblées en matrices globales qui forment un problème de valeur propre dont la dimension dépend du nombre d'éléments [2]. La méthode des éléments finis a été publiée par *Turner* en 1959, étant confinée à la communauté de la mécanique des structures et à l'industrie aérospatiale, par définition, cette méthode pourrait indiquer qu'il s'agit simplement d'une technique numérique pour obtenir des solutions approximatives aux équations différentielles particulières [10].

I-5 la méthode des ondes planes

La méthode des ondes planes est une méthode utilisée en électromagnétique pour résoudre les équations de *Maxwell*, qu'elle a fait de transformer ces équations en un problème aux valeurs propres. D'après la notation complexe, une onde plane monochromatique de fréquence circulaire ω et de vecteur d'onde k s'écrit :

$$E = E_0 \exp[i(kr - \omega t)] \quad (\text{II-1})$$

$$B = B_0 \exp[i(kr - \omega t)] \quad (\text{II-2})$$

Appliquée à une onde plane l'équation de *Helmholtz* conduit à l'équation de dispersion qui relie le vecteur d'onde à la pulsation [11]:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \quad (\text{II-3})$$

avec

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{II-4})$$

L'équation d'onde (II-5) d'un champ électrique $\vec{E}(\vec{r})$ permanent dans un milieu sans perte de permittivité diélectrique relative $\varepsilon(\vec{r})$ peut être exprimée comme suit :

$$\nabla \cdot \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) \quad (\text{II-5})$$

$$\nabla \cdot \nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) \quad (\text{II-6})$$

Compte tenu de la périodicité de $\varepsilon(\vec{r})$, d'après le théorème de *Bloch* l'équation (II-5) et (II-6) se résout en décomposant $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{H}(\vec{r})$ et $\varepsilon(\vec{r})$ sous la forme d'ondes planes :

$$\vec{E}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (\text{II-7})$$

et

$$\vec{H}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (\text{II-8})$$

D'où:

$u_{\vec{k}}(\vec{r})$ et $v_{\vec{k}}(\vec{r})$ sont des fonctions qui possèdent toutes les périodicités du milieu. On peut développer $\varepsilon(\vec{r})$ et $\vec{E}(\vec{r})$ et $\vec{H}(\vec{r})$ en série de Fourier comme suite :

$$\varepsilon(\vec{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \varepsilon_r(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\vec{r}} \quad (\text{II-9})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{\mathbf{G}} u_{\vec{k}}(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\vec{r}} \quad (\text{II-10})$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{\mathbf{G}} v_{\vec{k}}(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\vec{r}} \quad (\text{II-11})$$

Donc par l'identification des équations (II-7) et (II-8) avec (II-10) et (II-11) on obtient:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{\mathbf{G}} u_{\vec{k}}(\vec{G}) \exp[i(\vec{G} + \vec{k})\vec{r}] \quad (\text{II-12})$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{\mathbf{G}} v_{\vec{k}}(\vec{G}) \exp[i(\vec{G} + \vec{k})\vec{r}] \quad (\text{II-13})$$

Où \vec{k} est le vecteur d'onde et \vec{G} est un vecteur du réseau réciproque et $\varepsilon_r(\vec{G})$, $u_{\vec{k}}(\vec{G})$ et $v_{\vec{k}}(\vec{G})$ sont les composantes dans l'espace réciproque.

Donc d'après la transformation de Fourier l'équation (II-5) s'écrit [12] :

$$-(\vec{G} + \vec{k}) \cdot (\vec{G} + \vec{k}) \cdot u_{\vec{k}}(\vec{G}) = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \varepsilon_r(\vec{G} - \vec{G}') \cdot u_{\vec{k}}(\vec{G}') \quad (\text{II-14})$$

$$-(\vec{G} + \vec{k}) \cdot (\vec{G} + \vec{k}) \cdot v_{\vec{k}}(\vec{G}) = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \varepsilon_r(\vec{G} - \vec{G}') \cdot v_{\vec{k}}(\vec{G}') \quad (\text{II-15})$$

Une fois développée, c'est une équation aux valeurs propres $\frac{\omega^2}{c^2}$ et de vecteur propre \vec{E} , $u_{\vec{k}}$ et $v_{\vec{k}}$, la méthode des ondes planes décrite ci-dessus est bien adaptée à l'étude du diagramme des bandes d'un BIP infini [12], l'équation (II-14) est une équation fondamentale qui doit être résolue, l'équation est transformée en un problème fini en étendant le champ magnétique dans une base finie d'ondes planes simples. Différentes approches peuvent être explorées pour discrétiser. Le résultat de la résolution des problèmes est la relation de dispersion entre les fréquences des modes et du vecteur d'onde \vec{k} , habituellement représentés sous forme d'un diagramme de bande. Dans le domaine des cristaux photoniques, le but de la méthode est de déterminer les fréquences pour un vecteur d'onde donné \vec{k} [13].

I-6 Modélisation de la différence finie dans le domaine temporelle (FDTD)

La méthode *FDTD* a été proposée à l'origine par *Kane S.Yee* en 1966, où il dérive une formulation tridimensionnelle complète, et il a validé la méthode avec des problèmes bidimensionnels. La méthode de *Yee* a été principalement non-remarquée pendant près d'une décennie. Enfin, en 1975, *Taflove* et *Brodwin* ont appliqué la méthode de *Yee* pour simuler la diffusion par des cylindres diélectriques [14]. La méthode *FDTD* est largement utilisée pour les simulations électromagnétiques, elle a conduit à des solutions de temps et d'espace des équations de différence converties à partir de la forme différentielle des équations de *Maxwell*. Bien que la propriété de discrétisation spatiale provoque un long temps de simulation et une grande exigence de domaine de calcul, les propriétés polyvalentes et intuitives de *FDTD* donnent lieu à de nombreux logiciels de simulation commerciaux ou non

commerciaux implémentant la méthode *FDTD* [15], cette technique est une solution basée sur le volume pour les équations différentielles de *Maxwell*. Le volume entier de l'espace entourant l'objet à modéliser doit être une grille, et chaque emplacement de grille est identifié comme étant le métal, l'air ou tout autre matériau souhaité [16]. Le *FDTD* a été largement utilisé pour calculer les propriétés rayonnantes de cristaux photoniques de taille finie et leurs spectres de transmission. De plus, le *FDTD* a été combiné avec les conditions limites de *Bloch* pour le calcul de la structure de bande d'un cristal photonique. L'implémentation la plus courante de *FDTD* est l'algorithme de *Yee*. Les composantes de champ \vec{E} et \vec{H} sont entrelacées à intervalles de $\frac{1}{2}\Delta h$ dans l'espace et $\frac{1}{2}\Delta t$ dans le temps (Δh et Δt sont le côté de la grille et l'intervalle de temps, respectivement). Chaque composante \vec{E} est entourée par un composant \vec{H} circulant et vice versa. Les dérivées spatiales et temporelles sont exprimées par des différences centrées [2].

1-6-1 Principe

La méthode *FDTD* est basée sur le volume nécessitant de diviser l'espace de la solution en un maillage uniforme composé de cellules. Sur chaque cellule, les composantes des champs \vec{E} et \vec{H} seront définies. Cet aspect de la méthode *FDTD* est identique au *FEM*. Cependant, dans le *FEM*, une équation matricielle est développée, qui peut alors être résolue de diverses manières. Dans la méthode *FDTD* aucune solution matricielle n'est nécessaire. En d'autres termes, à mesure que le temps évolue, la solution pour chaque composante de champ est déterminée pour cet instant particulier dans le temps puis stockée en mémoire, le développement de la *FDTD* ici sera basé sur la cellule *Yee*. La particularité de la cellule *Yee* est que les composantes des champs \vec{E} et \vec{H} sont décalées d'une demi-cellule spatiale, ce qui facilite les schémas de différenciation qui sont suffisamment précis [16]. La *FDTD* est l'une des méthodes les plus utilisées car elle peut fournir une réponse à large bande dans une seule simulation [17].

1-6-2 Les équations de Maxwell dans l'espace cartésien

La méthode des différences finies dans le domaine temporelles est basée sur une résolution directe des équations de *Maxwell* sous leur forme différentielle. Dans le cas d'un matériau isotrope, non dispersif, sans source et supposé homogène, deux de ces équations s'écrivent [18]:

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{II-16})$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II-17})$$

Les deux équations de *Maxwell* (*Faraday* et *Ampère* respectivement) sont écrites sous forme de coordonnée cartésienne [19]:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (\text{II-18})$$

Le système de six équations aux dérivées partielles couplées forme la base de l'algorithme numérique FDTD pour les interactions d'ondes électromagnétiques [20].

I-6-3 Réduction à deux dimensions

La réduction des équations de *Maxwell* à l'espace bidimensionnel est utile pour obtenir les solutions de nombreux problèmes. Il est très probable que les équations bidimensionnelles sont utilisées lorsque l'hypothèse est que le champ est invariant dans l'une des trois dimensions spatiales [16].

Le système (II-18) est découpé en deux sous-systèmes indépendants, le premier est nommé *TM* (*Transversal Magnétique*) et le deuxième est nommé *TE* (*Transversal Electrique*).

Le système des deux équations de *Maxwell*. (II-18) se réduit à:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (\text{II-19})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (\text{II-20})$$

Il ya deux ensembles de polarisations qui sont différents, le premier ensemble est le mode transversal magnétique (*TM*) son composantes des champs E_x , E_z et H_y sont non nulles et la

seconde ensemble est le mode transversal électrique (*TE*) avec les composantes H_x , H_z et E_y sont non nulles [21].

a- Polarisation TM

Nous considérons le regroupement (II-19) et (II-20) en fonction des composantes des champs électriques et magnétiques.

Le mode *TM* est défini par [22]:

$$\begin{cases} H_x = H_z = E_y = 0 \\ E_x, E_z, H_y \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

Donc à partir de cette définition on peut définir le premier système de transverse magnétique:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{II-22})$$

b- Polarisation TE

Le mode *TE* de deux dimensions est défini à partir des systèmes (II-19) et (II-20) et ce mode est caractérisé par [22]:

$$\begin{cases} E_x = E_z = H_y = 0 \\ H_x, H_z, E_y \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II-23})$$

Et donc les deux équations de *Maxwell* dans le transverse électrique se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (\text{II-24})$$

Les modes *TM* et *TE* constituent les deux manières possibles d'établir des problèmes bidimensionnels d'interception d'ondes électromagnétiques pour le cas de dérivées partielles nulles dans la direction y . Les phénomènes physiques associés à ces deux modes peuvent être différents, ceci est dû à l'orientation des lignes des champs \vec{E} et \vec{H} par rapport à la surface de la structure en cours de modélisation [23].

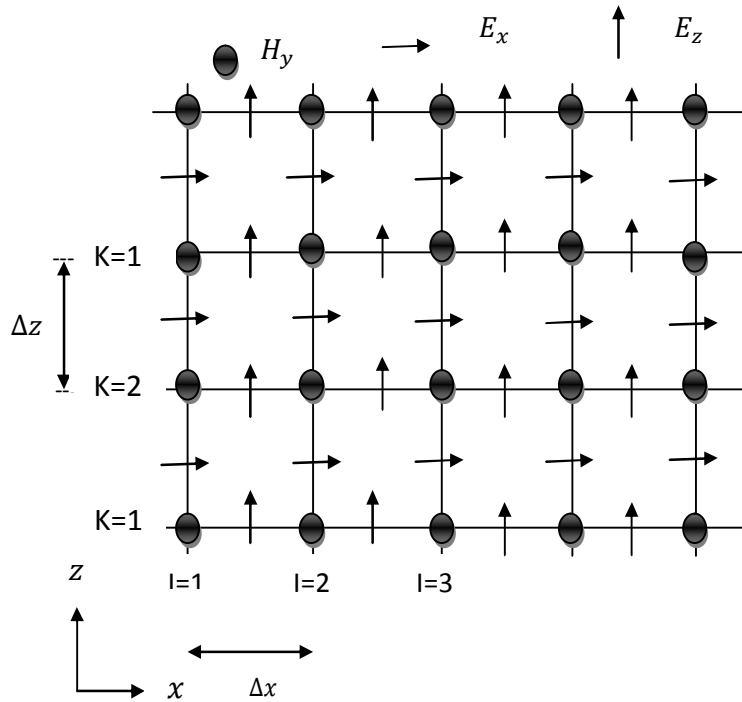


Figure II-1:

Maille bidimensionnelle FDTD pour le cas de polarisation transversale magnétique montrant l'échelonnement des champs H_y , E_x et E_z .

I-6-4 Algorithme de Yee

En 1966, *Kane S. Yee* a obtenu une solution simple et satisfaisante, en fonction du temps, des équations de *Maxwell* sur la base de leur forme différentielle, en utilisant des approximations de différences centré de l'espace et des dérivées du temps, la formulation est basée sur la discrétisation du domaine de volume avec une grille rectangulaire régulière, structurée. Considérons une grille rectangulaire uniformément espacée en trois dimensions. Chaque cellule de grille a des dimensions Δx et Δy et Δz selon chaque axe cartésien, la coordonnée d'un nœud de la grille peut être exprimée sous forme discrète [17] :

$$(x, y, z)_{i,j,k} = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z).$$

D'où : i, j et k Sont des nombres entiers.

$\Delta x, \Delta y$ et Δz Sont les pas d'espace.

De même, le temps est discrétisé uniformément $t = n\Delta t$.

Où : Δt est le pas de temps,

n : nombre entier positif.

Une fonction arbitraire $f(x, y, z, t)$ peut être exprimée à n'importe quel nœud dans l'espace discret en utilisant la notation suivante [17] :

$$f(x, y, z, t) = f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = f_{i,j,k}^n$$

- Un exemple sur une maille unidimensionnelle de l'algorithme de Yee

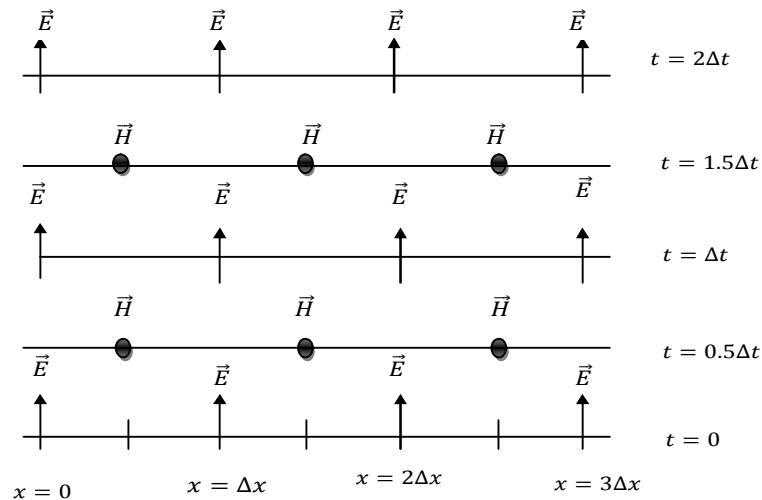


Figure II-2

Espace de l'algorithme de Yee pour un exemple de propagation d'onde unidimensionnelle, les conditions initiales pour les champs électriques et magnétiques sont nulles partout dans la grille.

I-6-4-1 Les équations de Maxwell aux différences centrées

a- Cas bidimensionnel de FDTD

Dans ce cas on va discrétiser les équations de Modes *TE* et *TM*. On va utiliser la maille suivante:

- Mode TM

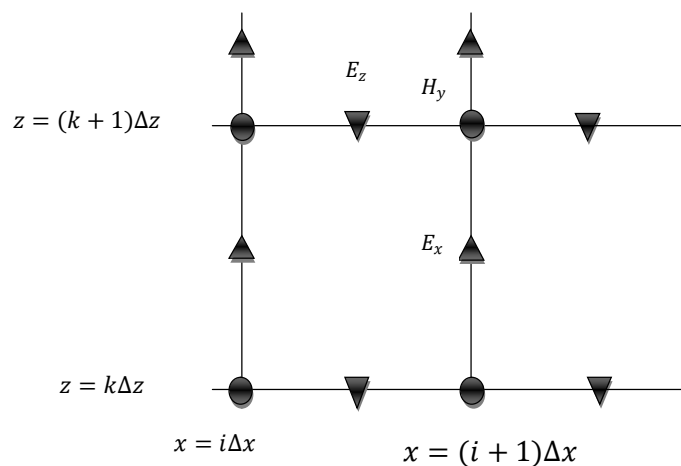


Figure II-3:

Une maille représente une discrétisation spéciale de FDTD.

D'après la figure (II-3), les trois composantes des champs sont calculées à des positions spatiales précises et définies par:

$$*[x = i\Delta x \text{ et } z = k\Delta z] \text{ pour } H_y \text{ avec } i, k \text{ étant des nombres entiers.}$$

$$*[x = i\Delta x \text{ et } z = (k + \frac{1}{2})\Delta z] \text{ pour } E_x.$$

$$*[x = (i + \frac{1}{2})\Delta x \text{ et } z = k\Delta z] \text{ pour } E_z.$$

La composante H_y du champ magnétique est calculée aux instants $t = n\Delta t$ alors les deux composantes du champ électrique sont calculées aux instants $t = (n + \frac{1}{2})\Delta t$ [24].

À l'instant $n\Delta t$, H_y s'écrit : $H_{y,i,k}^n$

On utilise une approximation de différence finie:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\vec{E}(t+\frac{\Delta t}{2}) - \vec{E}(t-\frac{\Delta t}{2})}{\Delta t} \quad (\text{II-24})$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\vec{H}(t+\Delta t) - \vec{H}(t)}{\Delta t} \quad (\text{II-25})$$

$$H_{y,i,k}^{n+1} = H_{y,i,k}^n + \frac{\Delta t}{\mu_{i,k}} \left[\frac{\left(E_{z,i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - E_{z,i-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta x} - \frac{\left(E_{x,i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - E_{x,i,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-26})$$

$$E_{x,i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = E_{x,i,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,k+\frac{1}{2}}} \left[\frac{(H_{y,i,k+1}^n - H_{y,i,k}^n)}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-27})$$

$$E_{z,i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = E_{z,i+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i+\frac{1}{2},k}} \left[\frac{(H_{y,i+1,k}^n - H_{y,i,k}^n)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-28})$$

- Mode TE

La composante E_y du champ électrique est calculée aux instants $t = n\Delta t$ alors les deux composantes du champ magnétique sont calculées aux instants $t = (n + \frac{1}{2})\Delta t$ [24].

$$E_{y,i,k}^n = E_{y,i,k}^{n-1} + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,k}} \left[\frac{\left(H_{x,i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x,i,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta z} - \frac{\left(H_{z,i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z,i-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-29})$$

$$H_{x,i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{x,i,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,k+\frac{1}{2}}} \left[\frac{(E_{y,i,k+1}^n - E_{y,i,k}^n)}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-30})$$

$$H_{z,i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = H_{z,i+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu_{i+\frac{1}{2},k}} \left[\frac{(E_{y,i+1,k}^n - E_{y,i,k}^n)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-31})$$

b- Cas tridimensionnel de FDTD

Yee utilise les schémas des dérivées spatiales et temporelles par des différences finies centrées.

Les composantes du champ électrique \vec{E} sont calculées aux instants $t = n\Delta t$, alors les composantes des champs magnétiques \vec{H} sont calculées aux instants $t = (n + \frac{1}{2})\Delta t$ [24].

$$\text{Où } \begin{cases} E(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = E_{i,j,k}^n \\ H(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, (n + \frac{1}{2})\Delta t) = H_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \end{cases}$$

Considérons l'expression de Yee pour E par la différence finie centrée pour la première dérivée spatiale partielle dans la direction x , évaluée au temps fixe $t = n\Delta t$ est donnée par [23]:

$$\frac{\partial E}{\partial x}(x, y, z, t) = \frac{E_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (\text{II-32})$$

On note l'incrément $\pm \frac{1}{2}$ dans l'indice i de (coordonnée x) de E désignant une différence finie sur $\pm \frac{1}{2} \Delta x$. Yee a choisi cette notation parce qu'il souhaitait entrelacer ses composantes \vec{E} et \vec{H} dans le réseau spatial à des intervalles de $\frac{\Delta x}{2}$, par exemple, la différence de deux composantes adjacentes, séparées par Δx et situées à $\pm \frac{1}{2} \Delta x$ de chaque côté d'un composant \vec{H} , serait utilisée, pour fournir une approximation numérique $\frac{\partial E}{\partial x}$ [23].

L'expression de Y_{ee} pour la première dérivée partielle temporelle de H et E sont évaluées au point d'espace fixe (i, j, k) est donnée par :

$$\frac{\partial H}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, (n + \frac{1}{2})\Delta t) = \frac{H_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + O(\Delta x)^2 \quad (\text{II-33})$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{E_{i,j,k}^{n+1} - E_{i,j,k}^n}{\Delta t} + O(\Delta x)^2 \quad (\text{II-34})$$

Maintenant on incrémente le $\pm \frac{1}{2}$ dans l'indice n (coordonnée de temps) de H , dénotant une différence finie de temps sur $\pm \frac{1}{2}\Delta t$, Yee a choisi cette notation parce qu'il a souhaité intercaler ses composants \vec{E} et \vec{H} dans le temps à des intervalles $\pm \frac{1}{2}\Delta t$ [23].

Alors on va entamer la discrétisation de système couplée de six équations différentielles partielles de l'équation (II-16):

$$H_{x,i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_{x,i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left[\frac{(E_{y,i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_{y,i,j,k-\frac{1}{2}}^n)}{\Delta z} - \frac{(E_{z,i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_{z,i,j-\frac{1}{2},k}^n)}{\Delta y} \right] \quad (\text{II-35})$$

$$H_{y,i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_{y,i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left[\frac{(E_{z,i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_{z,i-\frac{1}{2},j,k}^n)}{\Delta x} - \frac{(E_{x,i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_{x,i,j,k-\frac{1}{2}}^n)}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-36})$$

$$H_{z,i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_{z,i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left[\frac{(E_{x,i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_{x,i,j-\frac{1}{2},k}^n)}{\Delta y} - \frac{(E_{y,i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_{y,i-\frac{1}{2},j,k}^n)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-37})$$

$$E_{x,i,j,k}^{n+1} = E_{x,i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left[\frac{(H_{z,i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z,i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}})}{\Delta y} - \frac{(H_{y,i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-38})$$

$$E_{y,i,j,k}^{n+1} = E_{y,i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left[\frac{\left(H_x^{n+\frac{1}{2}}{}_{i,j,k+\frac{1}{2}} - H_x^{n+\frac{1}{2}}{}_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right)}{\Delta z} - \frac{\left(H_z^{n+\frac{1}{2}}{}_{i+\frac{1}{2},j,k} - H_z^{n+\frac{1}{2}}{}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-39})$$

$$E_{z,i,j,k}^{n+1} = E_{z,i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left[\frac{\left(H_y^{n+\frac{1}{2}}{}_{i+\frac{1}{2},j,k} - H_y^{n+\frac{1}{2}}{}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right)}{\Delta x} - \frac{\left(H_x^{n+\frac{1}{2}}{}_{i,j+\frac{1}{2},k} - H_x^{n+\frac{1}{2}}{}_{i,j-\frac{1}{2},k} \right)}{\Delta y} \right] \quad [25] \quad (\text{II-40})$$

Où $\mu_{i,j,k}$ et $\varepsilon_{i,j,k}$ sont la perméabilité et la permittivité respectivement de chaque cellule dans le maillage.

I-6-5 Conditions d'absorption aux limites

Il est nécessaire d'appliquer les conditions de frontière absorbante dites *Absorbing Boundary Condition (ABC)* qui permettent de restreindre le domaine de calcul, il s'agit de conditions qui imposent une contrainte de non-réflexion des ondes incidentes au-delà d'une frontière artificielle définie dans la modélisation. En général, une condition *ABC* peut être déduite à partir des équations différentielles du problème analysé en fixant une solution qui permet seulement des ondes incidentes, ou elle peut être imposée par l'utilisation d'un matériau absorbant fictif qui élimine l'onde comme si elle se propageait dans un milieu absorbant [26].

I-6-6 Conditions Bloch aux limites

La méthode *FDTD* est utilisée en combinaison avec des conditions aux limites *Bloch* et des conditions limites absorbantes pour calculer la structure de bande, par un nombre fini de couches de matériau de bande interdite photonique.

Dans les cristaux photoniques, les conditions aux limites de *Bloch* est une condition périodique dans le domaine temporel est exprimée par [27] :

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r} + \vec{a}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) e^{i\vec{k}\vec{a}} \\ \vec{H}(\vec{r} + \vec{a}, t) = \vec{H}(\vec{r}, t) e^{i\vec{k}\vec{a}} \end{cases} \quad (\text{II-41})$$

Où \vec{a} est la période du réseau.

I-6-7 Conditions de la Couche parfaitement adaptée (PML)

La condition de *PML (Perfectly Matched Layer)* est introduite par *Berenger* est basée sur la séparation du champ électrique ou magnétique (suivant la polarisation) à l'intérieur d'une zone d'absorption où il est possible d'attribuer des pertes aux composantes de champs ainsi

séparées[28]. Cette condition est aussi utilisée pour l'absorption des ondes électromagnétiques.

Conclusion

Les six méthodes sont des méthodes numériques permettant d'étudier la simulation de propriétés des cristaux, ces méthodes sont des méthodes approximatives, cherchant à obtenir les structures de bandes à partir de la discrétisation des composantes des champs électrique et magnétique de l'équation des ondes, et la propagation des champs dans les cristaux photoniques.

Dans notre travail on a choisi deux méthodes, la première est la méthode *FDTD* qui est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temporel, dans le cas d'un cristal photonique 2D, la deuxième est la méthode des ondes planes pour tracer les diagrammes de bandes.

RÉFÉRENCES

- [1] **MARKOS Peter et SOUKOULIS Costas M.**, *Wave propagation: from electrons to photonic crystals and left-handed materials*. Princeton University Press, (2008).
- [2] **BOSTAN Cazimir Gabriel**. *Design and fabrication of quasi-2D photonic crystal components based on silicon-on-insulator technology*. Thèse de doctorat. University of Twente, (2005).
- [4] **LECOY Pierre**. «*Communications sur fibres optiques* », 4ème édition, (2014).
- [5] **DRISS Imad-Eddine**. «*Simulation et optimisation d'un diviseur 1x8 à base de cristaux photoniques bidimensionnels. Modélisation par la méthode fdt-d-2d* ». Mémoire de Master. Université Abou-Bakr Belkaid de Tlemcen, (2014).
- [6] **OTMANI Hamza**. «*Etude théorique des propriétés magnéto-optiques de cristaux magnéto photoniques à structure ferrite grenat de bismuth (BIG)* ». Thèse de doctorat. Université de Constantine, (2014).
- [8] **BENYAHIA Hayat**. «*Etude et simulation de la propagation de la lumière dans une microsonde optique par la méthode dite BPM (Beam Propagation Method)* ». Mémoire de Magister. Université Abou-Bakr-Belkaid de Tlemcen, (2011).
- [9] **MAES Bjorn, PETRÁČEK Jiří, BURGER Sven, et al.** «*Simulations of high-Q optical nanocavities with a gradual 1D bandgap*. *Optics express*, vol. 21, no 6, p. 6794-6806, (2013).
- [10] **GOSZ Michael R.**, *Finite element method: applications in solids, structures, and heat transfer*. CRC Press, (2005).
- [11] **COURJON Daniel et BAINIER Claudine**. «*Le champ proche optique: Théorie et applications* ». Springer Science & Business Media, (2001).
- [12] **BERGER V. et LOURTIOZ J. M.**, *Les matériaux à bandes interdites photoniques*. Images de la physiques, (1998).
- [13] **WAGHMARE Madhavi H. et REDDY K. T. V.**, *Analysis of Photonic bandgap structure in 2-D hexagonal and square lattice structure of photonic crystal*. In : *Advances in Communication and Computing Technologies (ICACACT), International Conference on*. IEEE. p. 1-4, (2014).
- [14] **GEDNEY Stephen D.**, *Introduction to the finite-difference time-domain (FDTD) method for electromagnetics*. *Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics*, vol. 6, no 1, p. 1-250, (2011).

- [15] **CHUN Kyungwon, KIM Huioon, HONG Hyunpyo, et al.** *Object-Oriented Implementation of the Finite-Difference Time-Domain Method in Parallel Computing Environment*. In : *Future Application and Middleware Technology on e-Science*. Springer US, p. 137-145, (2010).
- [16] **RAMAHI Omar M., BRENCH Colin, et al.** *EMI/EMC computational modeling handbook*. Springer Science & Business Media, (1998).
- [17] **SAGOR Rakibul Hasan, SHAHRIAR Kh Arif, SABER Md Ghulam, et al.** *Modeling of Dispersive Materials Using Dispersion Models for FDTD Application*. *Silicon*, vol. 8, no 2, p. 251-275, (2016).
- [18] **RIAD Beghoul Mahmoud.** « *Contribution à la réalisation de fonctions optoélectroniques à base de cristaux photoniques pour les télécommunications* ». Thèse de doctorat. Université de Mentouri-Constantine, (2008).
- [19] **ARAR Ouiza.** « *Modélisation par FDTD des systèmes électromagnétiques: cas des matériaux anisotropes* ». Thèse de doctorat. Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, (2013).
- [20] **TAFLOVE Allen.** *Computational electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain*, (1995).
- [21] **MAIER Stefan Alexander.** *Plasmonics: fundamentals and applications*. Springer Science & Business Media, (2007).
- [22] **MICKENS Ronald E.** (ed.). *Advances in the applications of nonstandard finite difference schemes*. World Scientific, (2005).
- [23] **TAFLOVE Allen et HAGNESS Susan C.** *Computational electrodynamics :the Finite-Difference Time-Domain Method*, Second Edition, (2000).
- [24] **LOURTIOZ J. M., BENISTY H., BERGER V., et al.** *Les cristaux photoniques ou la lumière en cage (coll. technique et scientifique des télécommunications)*. Hermes Science publication, (2003).
- [25] **BENAISSA Fatima.** « *Etude et Simulation des Ondes Electromagnétiques dans les guides d'Ondes à Cristaux Photoniques-Application aux Fibres Optiques* »Mémoire de magister. Université de Abou-BakrBelkaid-Tlemcen, (2013).
- [26] **KAFUI AMEDIN Celse, ATALLA Noureddine, SGARD Frenck,** « *Méthodes de simulation temporelles pour résoudre des problématiques de bruit et vibrations* ». *Revue de littérature*, R.806, P.1-44, (2014).

[27] **PRATHER Dennis W., SHARKAWY Ahmed, SHI Shouyuan, MURAKOWSKI Janusz, SCHNEIDER Garrett.** *Photonic crystals, theory applications and fabrication physics*, Wiley, (2009).

[28] **GAUFILLET Fabian.** « *Cristaux photoniques à gradient: dispositifs et applications* ». Thèse de doctorat. Université Paris Sud, (2014).

REFERENCE WEB

[3] http://www.phys.ubbcluj.ro/~emil.vinteler/nanofotonica/TTM/Modul1_TTM

[7] <http://www.vti.mod.gov.rs/nti/nti/nti/fl0-1.htm>

CHAPITRE III

Simulation de la Propagation d'une Onde EM dans le Cristal Photonique Résultats et Interprétations

CHAPITRE III

Simulation de la propagation d'une onde EM dans un CP- Résultats et Interprétations

Ce chapitre est consacré à la simulation de la propagation d'une onde électromagnétique de deux polarisations TE et TM pour connaître le comportement des structures BIP dans leurs globalité, dans un cristal photonique formé d'un réseau hexagonal sans défauts et avec défauts, des tiges diélectriques suspendues dans l'air. Nous allons utiliser deux méthodes, la méthode différence finie dans le domaine temporelle ($FDTD$) et la méthode des ondes planes.

I- Simulation

La simulation numérique peut reproduire les phénomènes physiques complexes et réelles, dont la description repose sur un modèle mathématique comportant des équations aux dérivées partielles, dans ce travail nous nous intéressons à deux méthodes *FDTD* et la méthode des ondes planes pour la résolution directe des équations de Maxwell sous leur forme différentielle, ces méthodes existent dans la base de données OPTIWAVE. D'où on va étudier :

- ✓ La propagation d'une onde EM dans un cristal photonique sans défauts et les diagrammes de bandes associant de deux polarisations (*TE* et *TM*).
- ✓ La propagation d'une onde EM dans un cristal photonique avec défauts et leurs diagrammes de bandes associant de deux polarisations (*TE* et *TM*).

Pour la simulation nous utilisons un cristal photonique à base de structure hexagonale de Silicium dont l'indice de réfraction $n = 3.42$ suspendues dans l'air $n = 1$, le paramètre de maille $a = 620\text{nm}$ et les rayons des trous $r = 112\text{nm}$ et $r_1 = 250\text{nm}$ et la longueur d'onde $\lambda = 1.55\ \mu\text{m}$, le facteur de remplissage en air, $f = \frac{r}{a} = 18\%$ [1].

II- Description du logiciel

Optiwave est un logiciel de conception pour photonique, *OptiFDTD* est un logiciel puissant hautement intégré basé sur la méthode de *FDTD*, ce logiciel est établi pour la simulation des dispositifs optiques intégrés, une séquence de conception de simulation *FDTD* typique peut être définie comme suit : définir les matériaux et les profils à utiliser dans la simulation puis créer les objets, les sources de la lumière enfin analyser les résultats [2].

La structure du logiciel globale est définie dans l'organigramme suivant :

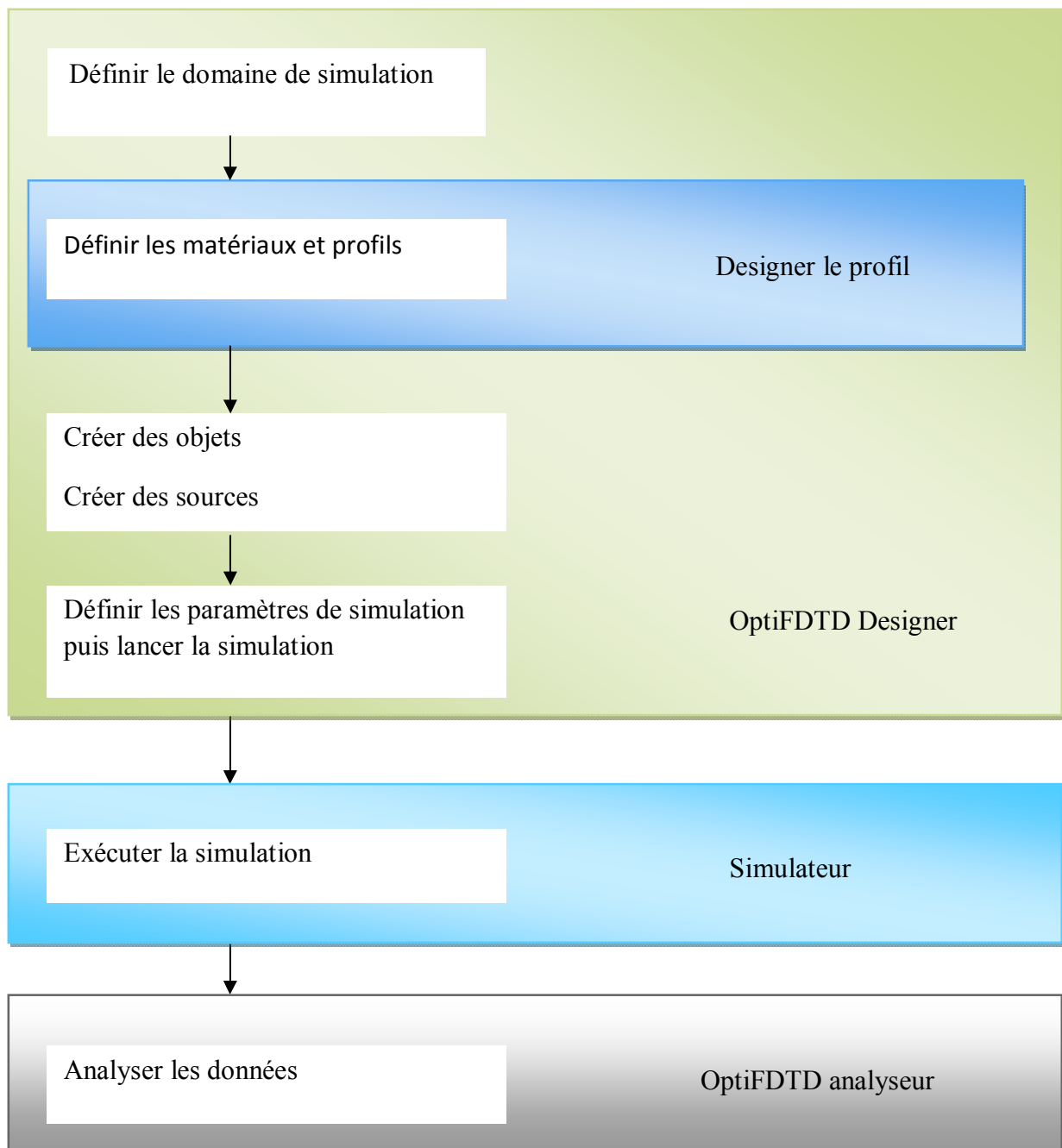


Figure III-1:
L'organigramme de simulation de FDTD du logiciel OPTIFDTD.

III- La propagation d'une onde EM de deux polarisations TE et TM dans un cristal photonique d'une structure hexagonale sans défauts :

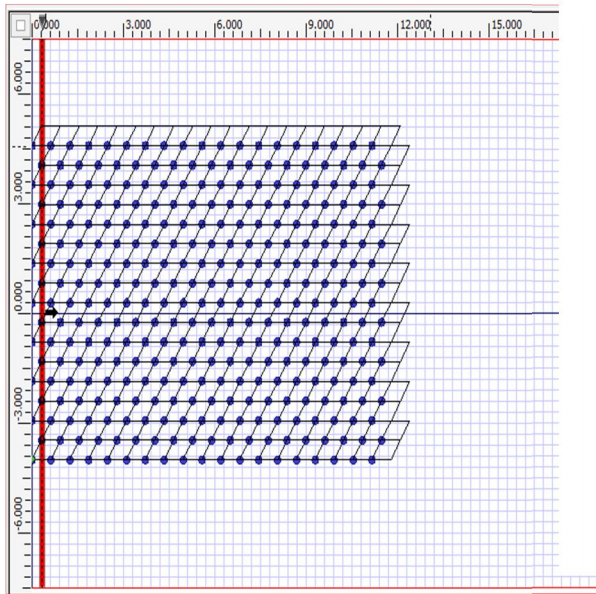


Figure III-2:
Cristal photonique à base de structure hexagonale (sans défauts).

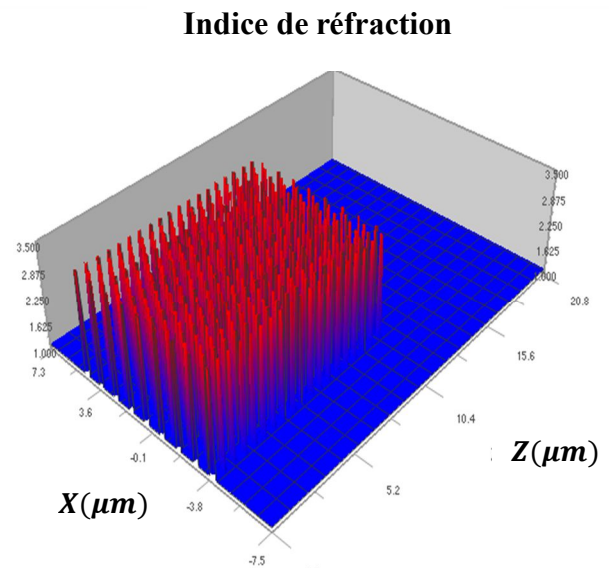
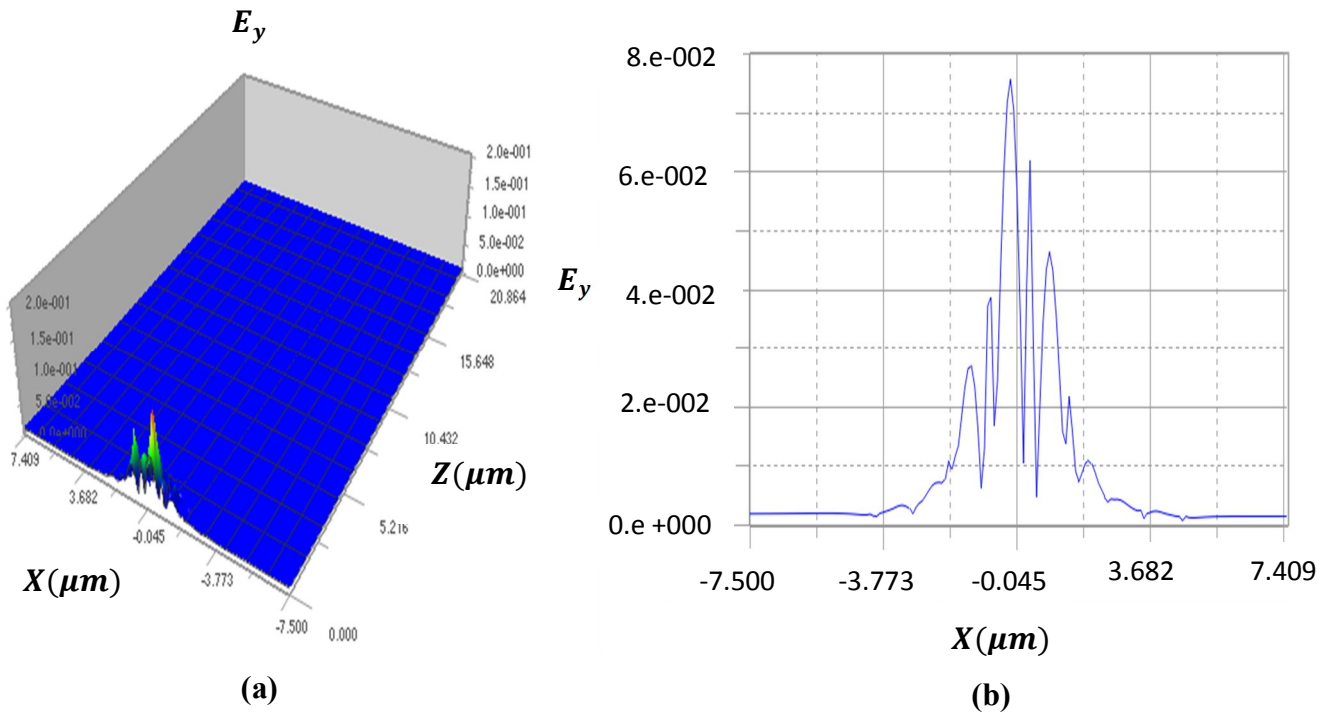


Figure III-3:
Structure hexagonale à 2D de l'indice de réfraction dans un cristal photonique (sans défauts).

La figure (III-2) illustre un cristal photonique à base d'une structure hexagonale de deux dimensions (2D), qui est définie par un arrangement périodique de matériaux diélectriques de rayon $r=0.112 \mu m$ et de paramètre de maille $a=0.62 \mu m$ dans un plan (x, z) .

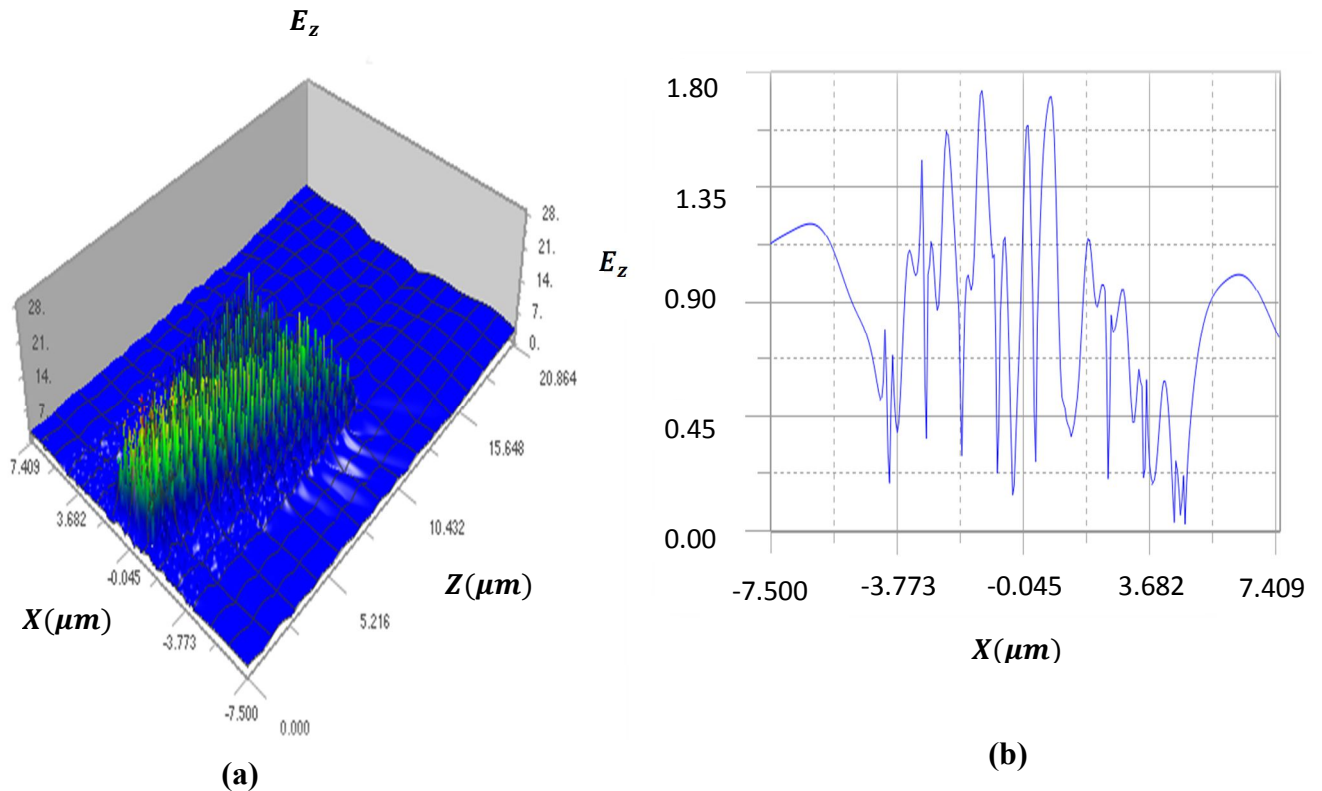
La figure (III-3) montre un réseau hexagonal des tiges diélectriques de matériau Silicium d'indice de réfraction ($n=3.42$) suspendues dans l'air ($n=1$).

**Figure III-4:**

- (a):** La propagation d'une onde dans un cristal photonique de polarisation TE (sans défauts).
- (b):** Evolution de l'amplitude E_y du champ électrique dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TE .

La propagation d'une onde EM dans un cristal photonique à base de structure hexagonal dépend de la polarisation TE , cette propagation est plus claire dans le plan tridimensionnelle comme il est illustré sur la figure (III-4-a), d'où on observe que l'intensité du champ électrique de l'onde EM est important à l'entrer du cristal par ce que le champ électrique E_y est perpendiculaire aux tiges diélectriques suivant le plan (x, z) et elle est confinée par le contraste d'indice de réfraction dans la direction y .

La figure (III-4-b) déduite de la figure (III-4-a), qui décrit l'évolution de champ E_y en fonction de X de polarisation TE , on remarque qu'il ya une augmentation de champ jusqu'à $7.5e-002$ ce qui indique que son énergie est nettement élevée, l'onde est plus intense dans l'intervalle $\approx [-1.443, 0.047] \mu m$, tandis qu'elle diminue dans les deux intervalles $\approx [-1.443, -3.773] \mu m$ et $\approx [0.047, 2.555] \mu m$. A partir de $-3.773 \mu m$ et $2.555 \mu m$, le flux de l'onde est exténuée le long de la direction de propagation z .

**Figure III-5:**

- (a):** La propagation de l'onde dans un cristal photonique de polarisation TM (sans défauts).
- (b):** Evolution le E_z dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TM .

Pour la polarisation TM représentée dans la figure (III-5-a), on remarque que le champ électrique E_z est distribué suivant la direction z dans un cristal photonique car ce champ est parallèle aux tiges diélectrique, en plus la structure est déconnecté c'est-à-dire le mode TM est favorisée ($n_{Si} > n_{air}$). Ce cristal est caractérisé par une permittivité diélectrique ϵ périodique dans les deux directions x et z de l'ordre de la longueur d'onde λ de la lumière, avec un contraste diélectrique suffisant peuvent présenter une bande interdite photonique dans toutes les directions du plan de périodicité (x, z) , ce qui favorise le contrôle spatial des photons dans ce plan.

L'évolution de ce champ est bien claire dans la figure (III-5-b). Il ya plusieurs pics (modes) attribués, l'onde est plus intense et plus forte dans l'intervalle $\approx[-3.775, 3.900] \mu m$ comme il est illustrés dans la figure (III-5-a), par contre l'évolution du champ dans les intervalles $\approx[3.775, -7.500] \mu m$ et $\approx[3.900, 7.409] \mu m$ est faible.

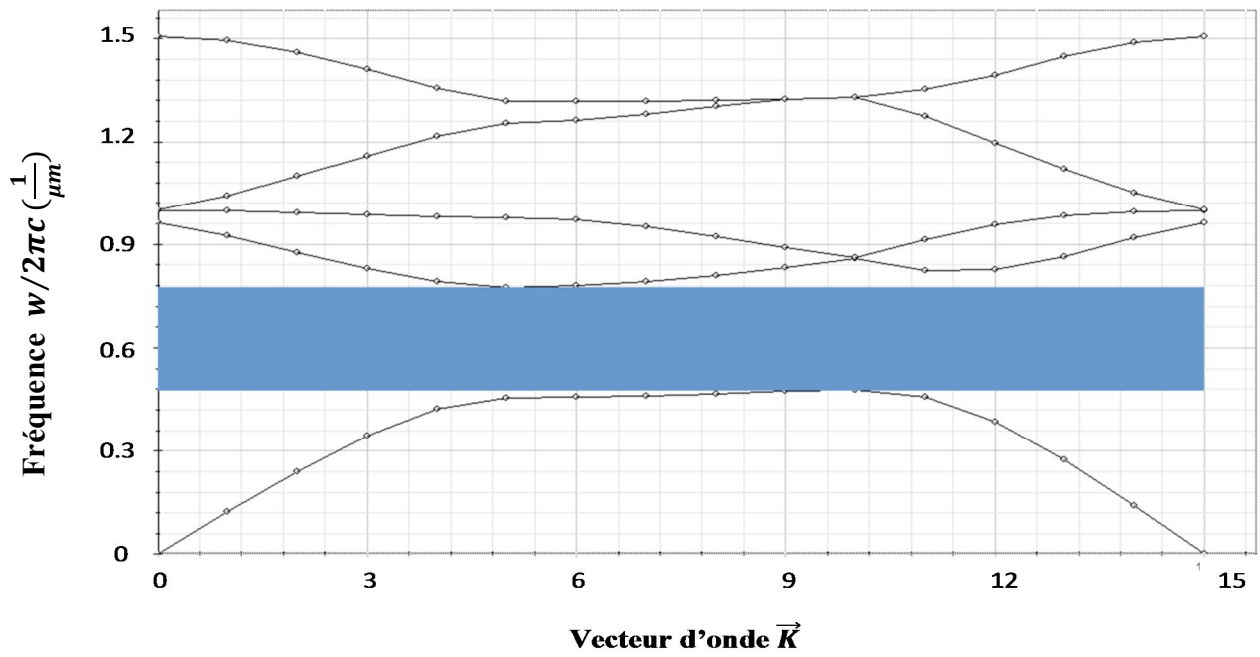


Figure III-6:
 Diagramme de bande d'un réseau hexagonal avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TE (sans défauts).

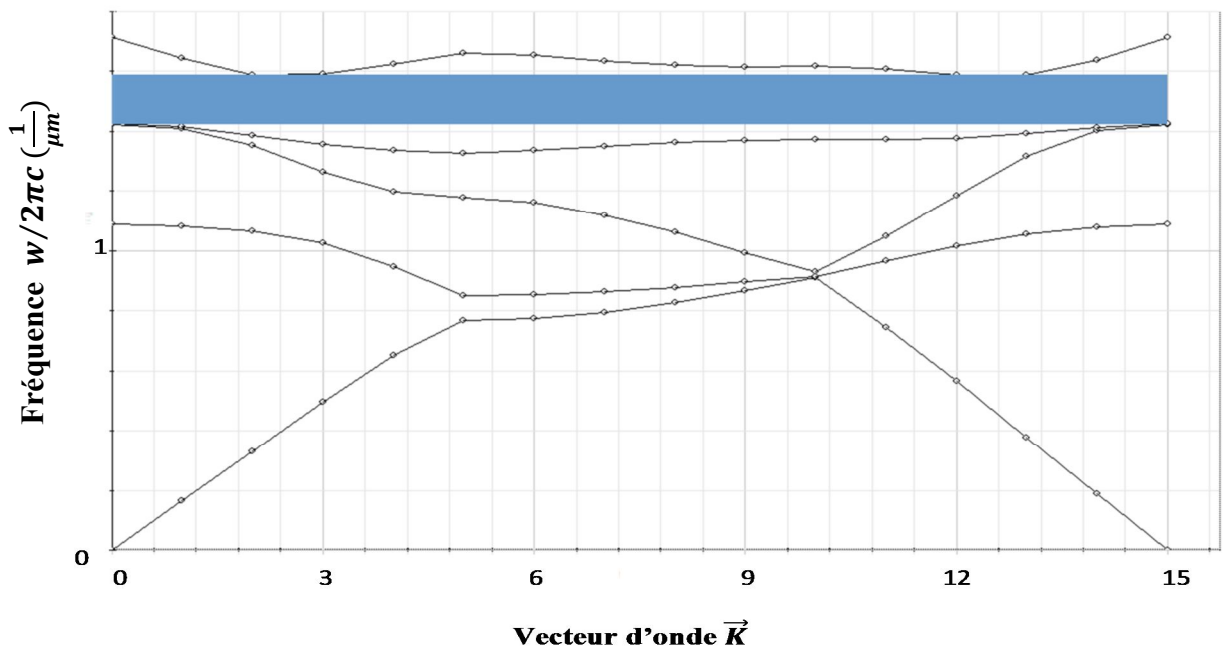


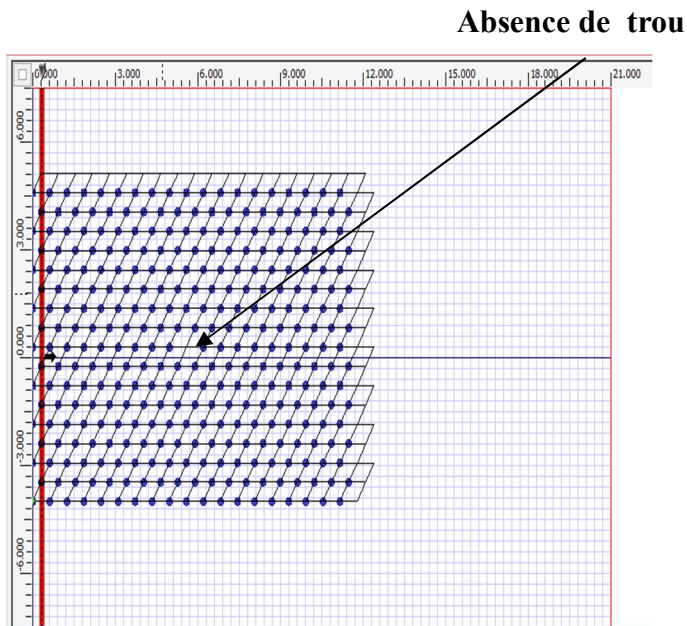
Figure III-7:
 Diagramme de bande d'un réseau hexagonal avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TM (sans défauts).

Les figures (III-6) et (III-7) représentent les diagrammes de bandes de polarisations TE et TM dans un réseau hexagonal bidimensionnel qui est aussi un réseau réciproque, ces diagrammes de bandes sont déterminés à partir de la méthode des ondes planes, qui permet de résoudre les équations de *Maxwell* dans le domaine des fréquences en fonction de vecteur d'onde \vec{K} sur la Zone de Brillouin Irréductible, dans un matériau de Silicium d'indice de réfraction ($n=3.42$) des tiges diélectriques percé périodiquement dans l'air ($n=1$). Il existe une bande interdite photonique pour les deux polarisations TE et TM pour toute les directions de plan (x, z) , on remarque que la bande interdite photonique de polarisation TE est plus large à cause de contraste d'indice qui est important, la distribution d'énergie des modes consécutifs est responsable de l'élargissement de la bande interdites photoniques , la gamme de fréquence est d'environ $\omega/2\pi c = [0.476633, 0.774998] (\frac{1}{\mu m})$ avec un gap de fréquence égale $0.298365 (\frac{1}{\mu m})$ pour une longueur d'onde $\lambda=1.55\mu m$. La bande interdite photonique de polarisation TM est étroite car $n_{Si} > n_{air}$, et sa fréquence est d'environ $\omega/2\pi c = [1.42581, 1.58649] (\frac{1}{\mu m})$ avec un gap de fréquence égale à $0.16068 (\frac{1}{\mu m})$ pour une longueur d'onde $\lambda=1.55\mu m$. Cela veut dire que l'énergie en mode TE est plus importante qu'en mode TM comme le montre clairement dans les figures (III-6) et (III-7), alors on peut conclure que les photons ne se propagent pas dans ces bandes, et que cette structure ne renferme pas une bande interdite complète.

IV- la propagation d'une onde EM dans un cristal photonique de deux polarisations *TE* et *TM* d'une structure hexagonale avec défaut.

IV-1 Défauts ponctuel

IV-1-1 Cas de défaut lacunaire



Cas de défaut ponctuel dans un cristal photonique à 2D à base de structure hexagonal.

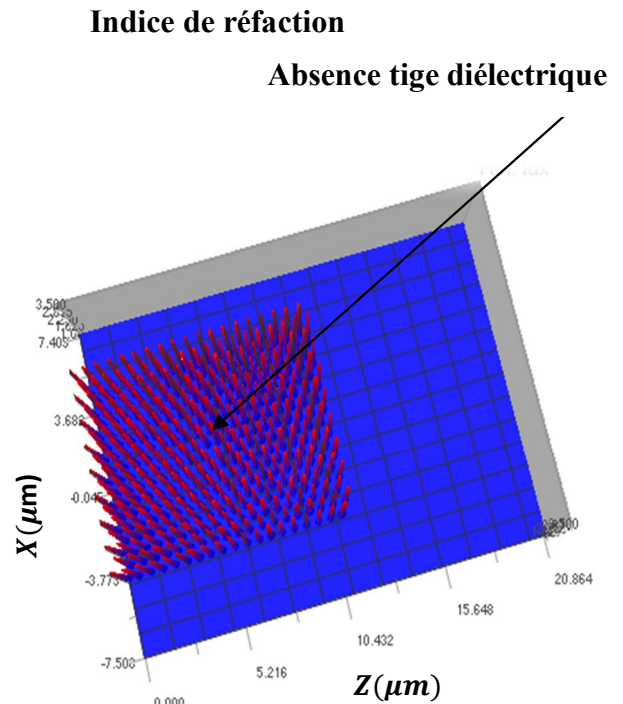
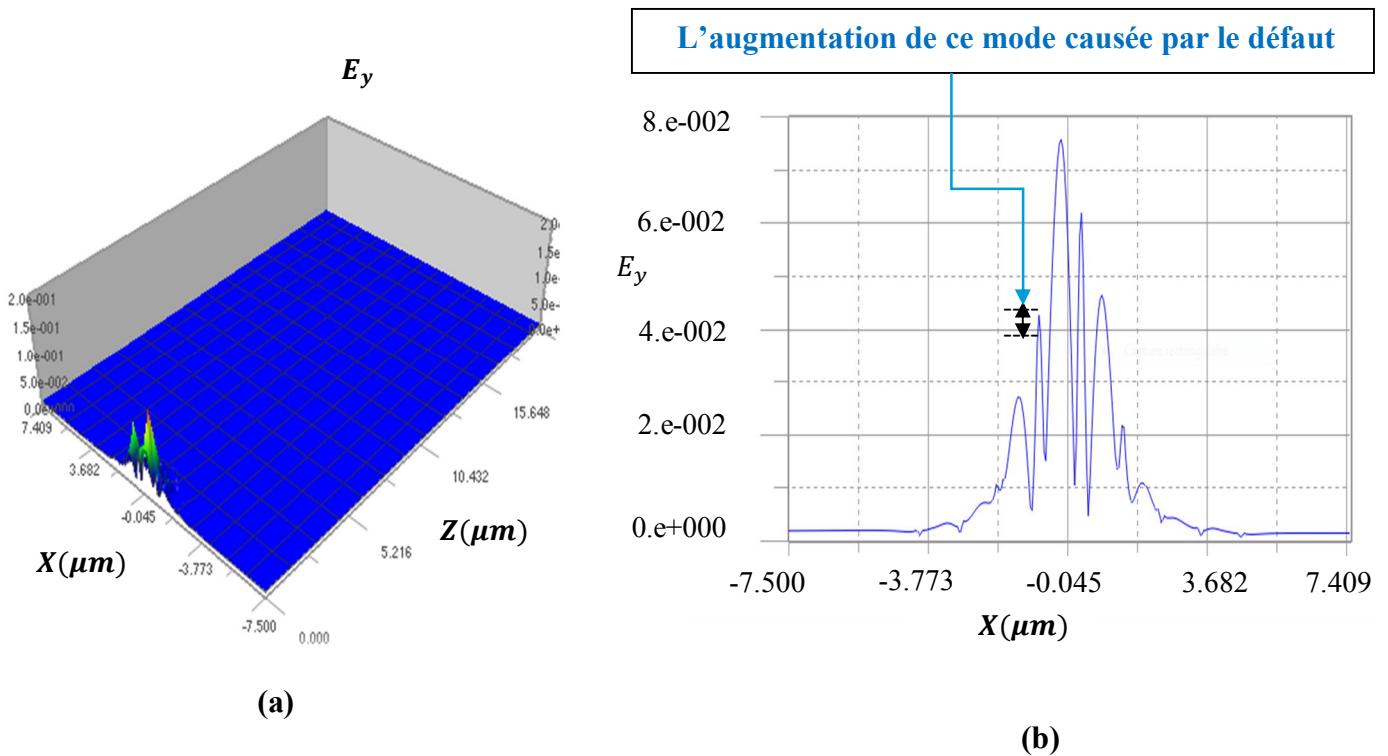


Figure III-9:
Structure hexagonal à 2D en fonctions de l'indice de réfraction dans un cristal photonique avec l'absence d'un tige diélectrique (défaut lacunaire).

La figure (III-8) montre une structure hexagonal bidimensionnelle dans le plan (x, z), dans le cas de défaut ponctuel (*lacunaire appelée aussi cavité*) qui apparue par l'absence de trou d'indice $n=3.42$ suspendu dans l'air $n=1$, la création de défaut permet de briser la périodicité locale du cristal photonique, ce défaut est traduit par la présence de mode électromagnétique à des fréquences discrètes, l'introduction de défaut ponctuel revient à créer un vide dans la structure.

La figure (III-9) représente la distribution de champ dans un réseau hexagonal bidimensionnel de tige diélectrique ($\epsilon=11.6964$, $n=3.42$) dans l'air ($\epsilon=1$, $n=1$), le défaut ici obtenu par l'absence de l'une de ces tiges diélectriques.

**Figure III-10:**

- (a):** Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut lacunaire de polarisation TE.
- (b):** Evolution de champ E_y dans un cristal photonique en fonction de X d'une structure hexagonale (cas de défaut lacunaire) de polarisation TE.

La figure (III-10-a) représente la propagation d'une onde EM de polarisation TE, dans un cristal photonique bidimensionnel à base de structure hexagonale dans le cas de défaut ponctuel. On observe que l'intensité du champ E_y est plus importante à l'entrée qu'au reste du guide le long de la direction z de réseau hexagonal, car le champ E_y est perpendiculaire aux tiges diélectriques, et l'indice de réfraction de Silicium est supérieur à l'indice de réfraction de l'air.

La figure (III-10-b) montre l'évolution de champ électrique E_y en fonction de X dans le cas de défaut ponctuel. On observe que cette courbe est la même que celle dans la figure (III-4-b) sans défaut (*cas de cristal photonique parfait*), la seule différence est l'augmentation de la longueur de l'un des pics qui représente un mode localisé tels qu'il est illustré sur la figure (III-15-b).

Si on injecte le champ proche du défaut nous observons que l'onde est confinée sur le défaut (voir les figures (III-11), (III-12)), ce qui indique que le défaut ponctuel permet de traduire un mode localisée tant que sa fréquence fait partie de la BIP.

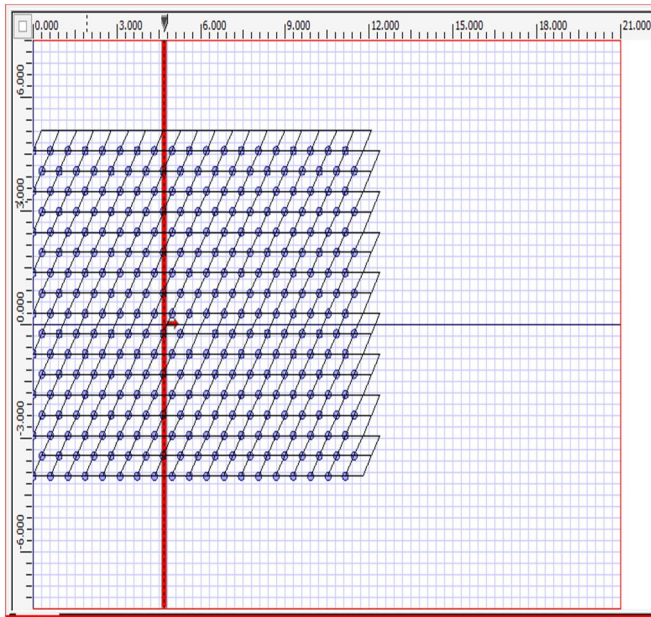


Figure III-11:

Cas de défaut ponctuel dans un cristal photonique à 2D à base de structure hexagonal dans le cas de rapprochement de la source du défaut.

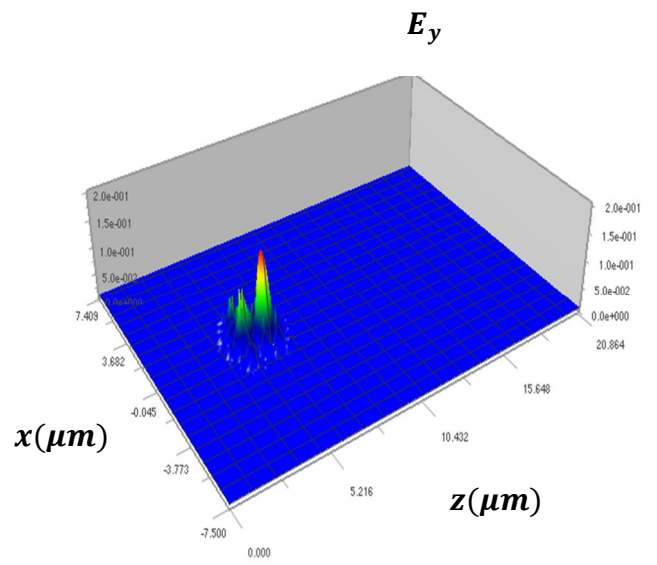


Figure III-12:

Propagation d'onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut ponctuel (lacunaire) de polarisation TE dans le cas de rapprochement de la source du défaut.

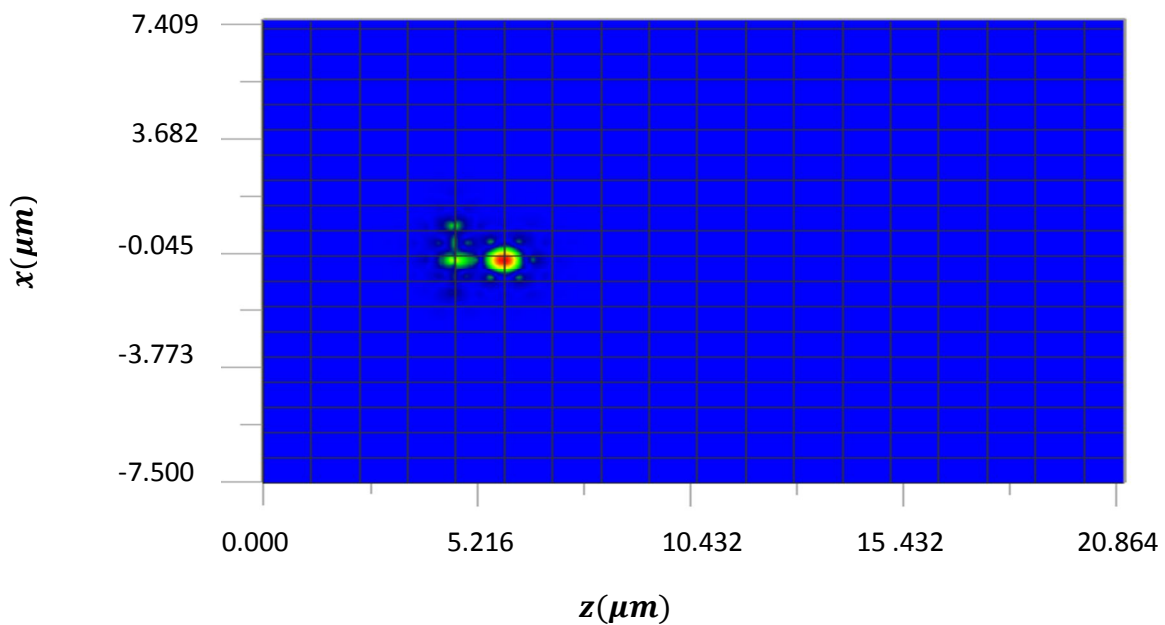
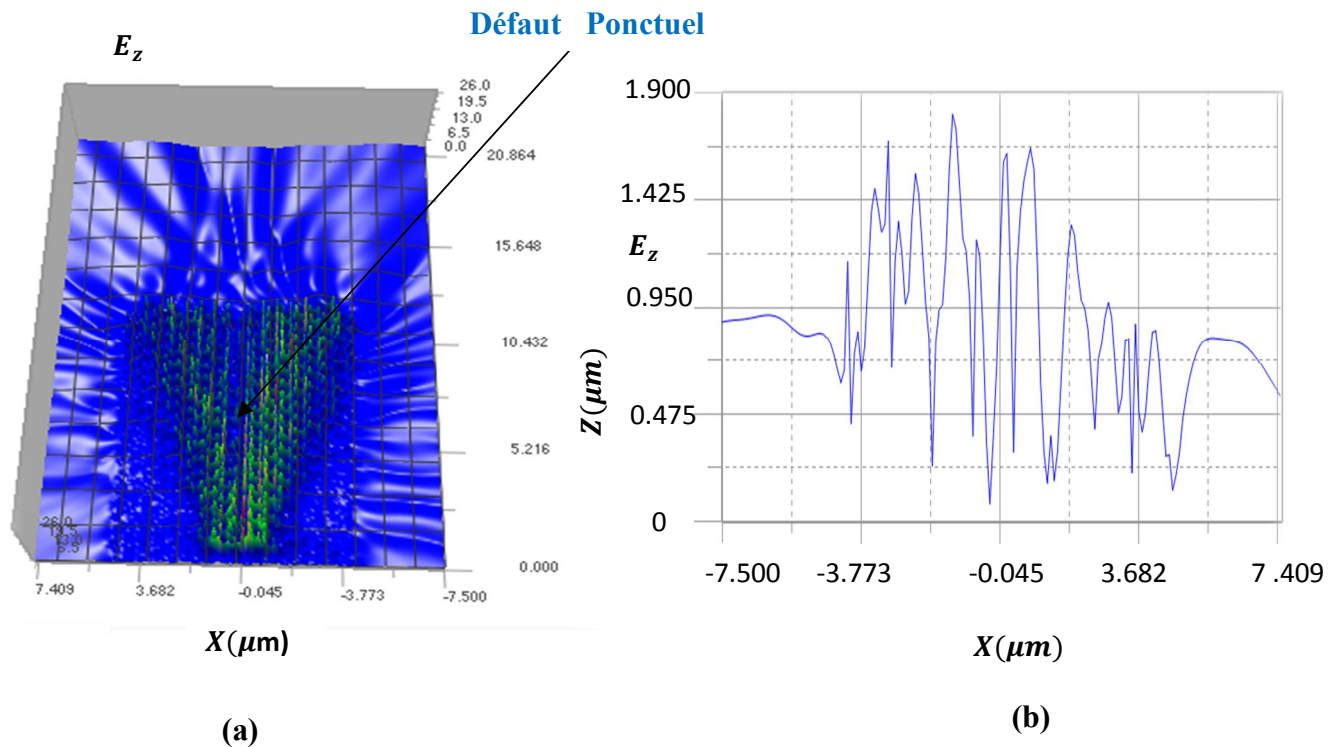


Figure III-13:

Carte dans le cas de rapprochement de la source du défaut.

**Figure III-14:**

- (a):** Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut lacunaire de polarisation *TM*.
- (b):** Evolution de champ E_z dans un cristal photonique en fonction de X d'une structure hexagonal (cas de défaut lacunaire) de polarisation *TM*.

La figure (III-14-a) présente la distribution du champ dans un cristal photonique à deux dimensions qui est périodique le long de deux axes (x, z) de polarisation *TM*, d'après cette figure on observe que l'onde se propage le long de la structure sauf au niveau du défaut ponctuel, c'est-à-dire l'absence du champ E_z , et l'intensité de ce champ aux l'extrémité de ce défaut ponctuel est élevé.

La figure (III-14-b) montre l'évolution d'une onde de polarisation *TM* dans le cas de défaut ponctuel par rapport à la figure (III-5-b), on remarque un changement total aux niveaux des pics, ces derniers appelés dans le cas des défauts « *les modes électromagnétiques* », ce qui indique que le défaut ponctuel à un effet important sur la structure périodique traduit par la création des modes localisés et la modification de la symétrie du réseau.

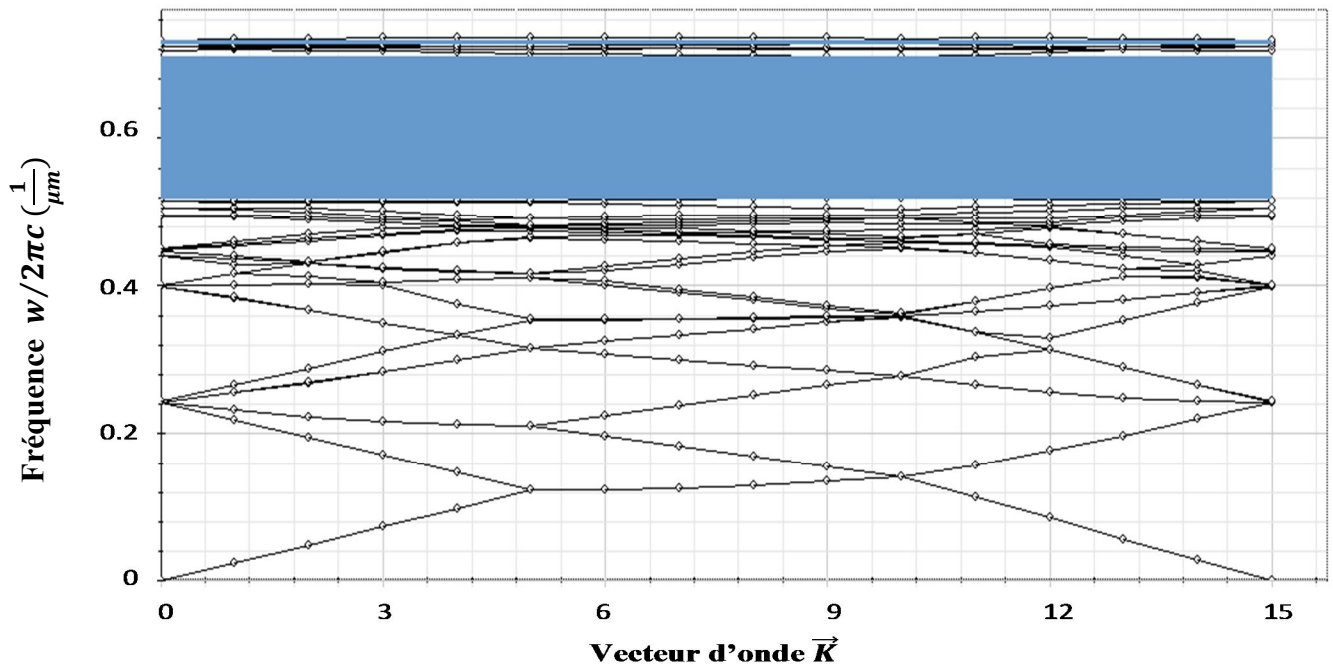


Figure III-15:

Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TE (défaut lacunaire).

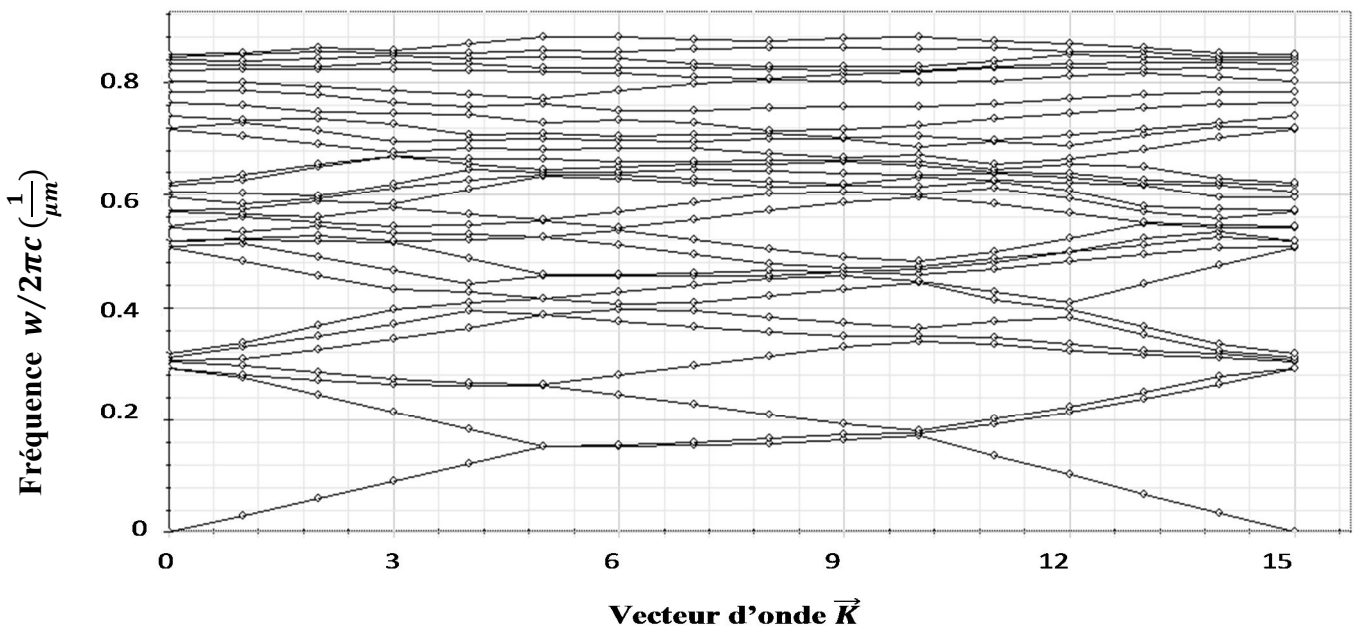


Figure III-16:

Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TM (défaut lacunaire).

Les figures (III-15) et (III-16) représentent les diagrammes de bandes de polarisations TE et TM , des fréquences $\omega/2\pi c$ en fonction de vecteur d'onde \vec{k} dans le cas de défaut ponctuel, ces diagrammes de bandes avec défaut sont calculés par la méthode de super-cellule, ce défaut est placé au centre d'une cellule de réseau qui contient plusieurs rangées des tiges diélectriques, cette super-cellule est répétée suivant les directions de l'espace pour organiser la structure hexagonal d'origine. Dans la polarisation TE il existe deux bandes interdites photoniques, la première est importante à cause de la grandeur de permittivité de tige diélectrique par rapport à celle de l'air tels que sa gamme de fréquence est de $\omega/2\pi c = [0.563818, 0.70954] (\frac{1}{\mu m})$ et de gap de fréquence égale à $0.145722 (\frac{1}{\mu m})$ et la deuxième bande est étroite $\omega/2\pi c = [0.726753, 0.731595] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence égale à $0.004842 (\frac{1}{\mu m})$. Cette dernière est une mode localisé qui apparait à partir de ce défaut. Les bandes interdites photoniques dépendent de la contraste d'indice de réfraction n , la période a et le facteur de remplissage en air $f = \frac{r}{a}$.

Pour la polarisation TM il n'y a pas une bande interdite photonique à cause de la perturbation du réseau.

IV-1-2 Cas de défaut par le changement de rayon des trous avec $r_1=0.25\mu\text{m}$.

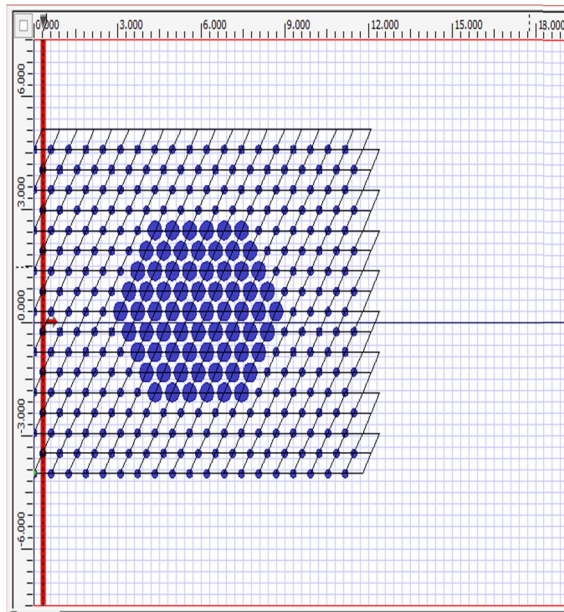


Figure III-17:
Cristal photonique à base d'une structure hexagonale (changement de rayon des trous).

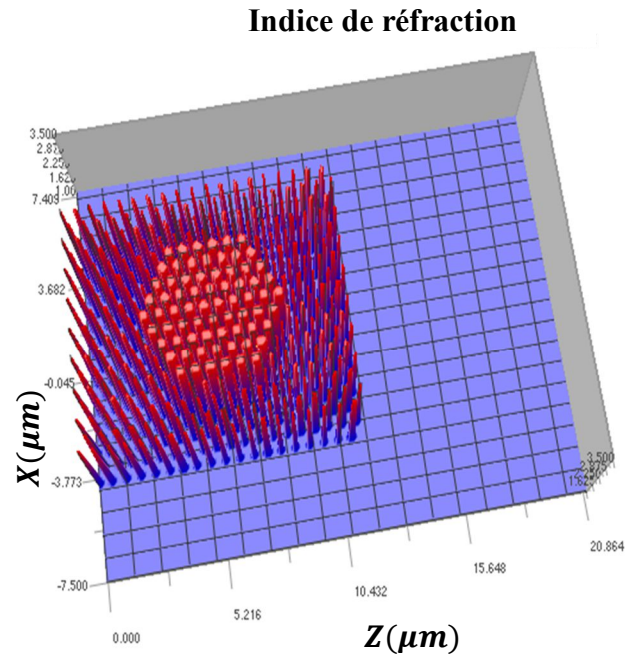
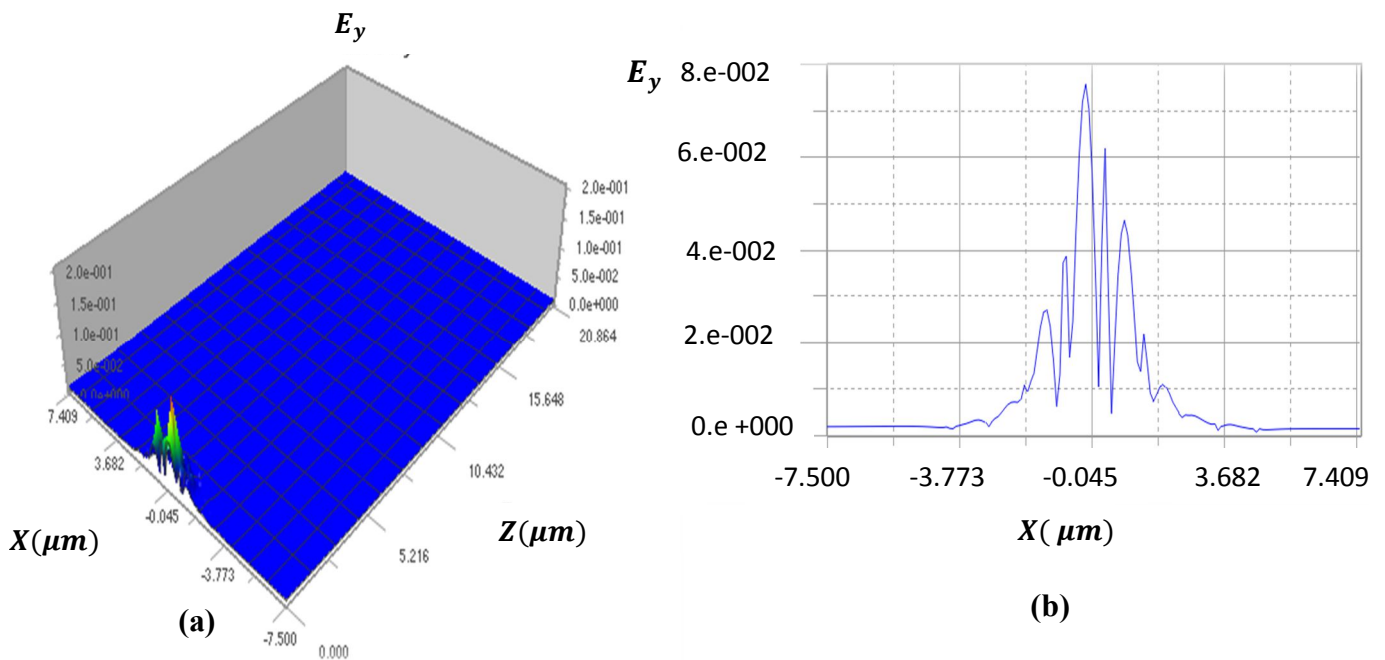


Figure III-18:
Structure hexagonale à 2D en fonctions de l'indice de réfraction dans des cristaux photoniques (cas changement de rayon des trous).

La figure (III-17) représente un cristal photonique à base de structure hexagonale à deux dimensions de Silicium ($\epsilon=11.6964$) dans l'air ($\epsilon=1$), nous allons augmenter le rayons des trous à l'intérieur de cette structure sans changer la période a et l'indice de réfraction n du milieu.

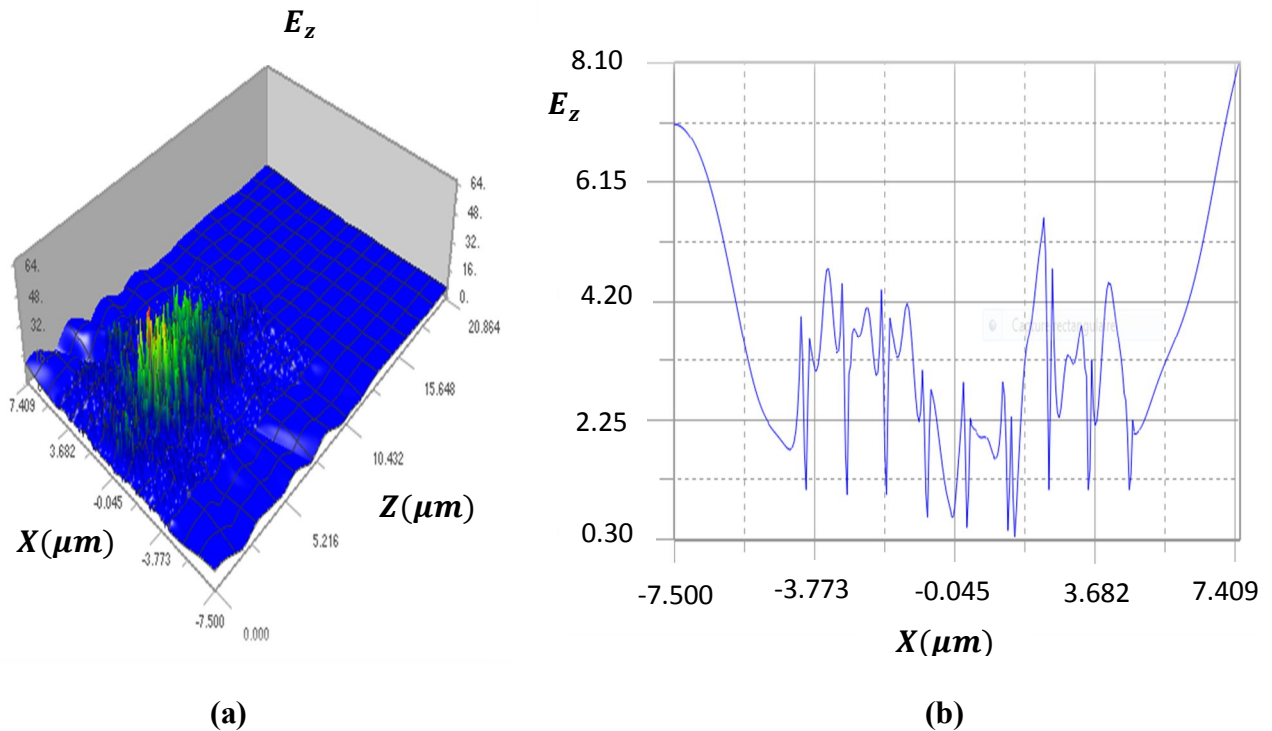
La figure (III-18) montre qu'en fonction de l'indice de réfraction, le défaut est beaucoup plus visible au centre de ce cristal photonique.

**Figure III-19:**

- (a):** Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de changement le rayon des trous de polarisation *TE*.
- (b):** Evolution de champs E_y dans un cristal photonique d'une structure hexagonale (cas de changement le rayon des trous) de polarisation *TE*.

La figure (III-19-a) représente la propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal photonique avec défaut, nous observons que l'onde se propage seulement à l'entrée de ce cristal dans le plan (x, z) et elle s'atténue par la suite, elle est confinée dans la direction y , en plus cette structure est dite déconnectée pour l'indice de réfraction de Silicium supérieur à l'indice de réfraction de l'air, nous remarquons aussi que cette figure est similaire au des deux figures (III-10-a) et (III-4-b).

Il y a une similitude entre la figure (III-19-b) et la figure (III-4-b) ce qui indique que ce défaut n'influence pas sur ce cristal dans le cas de polarisation *TE*.

**Figure III-20:**

(a): Propagation de l'onde dans un cristal photonique dans le cas de changement le rayon des trous de polarisation *TM*.

(b): Evolution de champs E_z dans un cristal photonique d'une structure hexagonale (cas de changement le rayon des trous) de polarisation *TM*.

La figure (III-20-a) montre la distribution de champ électrique E_z le long de la direction z de polarisation *TM*, on remarque que la lumière est plus intense (flux d'onde important) au centre de la structure au niveau du défaut dans le plan (x, z) , en indiquant des valeurs élevées du champ, alors le champ est confinée pour la polarisation *TM* avec une création de zones de résonances ainsi que tout les modes décroît exponentiellement hors des défauts (voir figure (III-20-a)), plus le rayon de trous augmente plus le défaut apparait nettement, c'est-à-dire le rayon de trous joue un rôle très important dans le cristal photonique.

L'évolution graphique de ce champ illustré dans la figure (III-20-b), montre qu'il y a plusieurs modes concentrent leurs énergie dans le défaut au centre de la figure ce qui implique que l'onde a une énergie plus forte, on remarque à l'extrémité de ces modes un affaiblissement de l'énergie de l'onde.

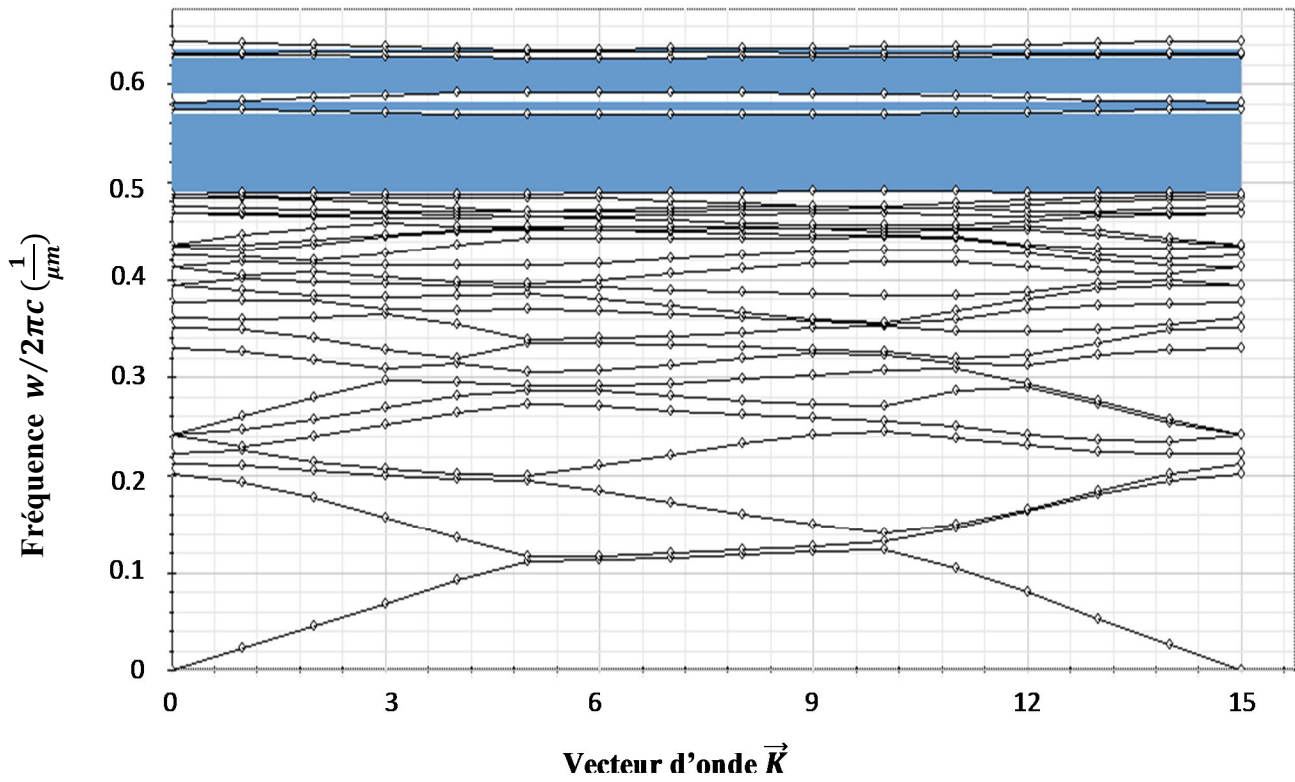


Figure III-21:
 Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TE
 (changement de rayon des trous).

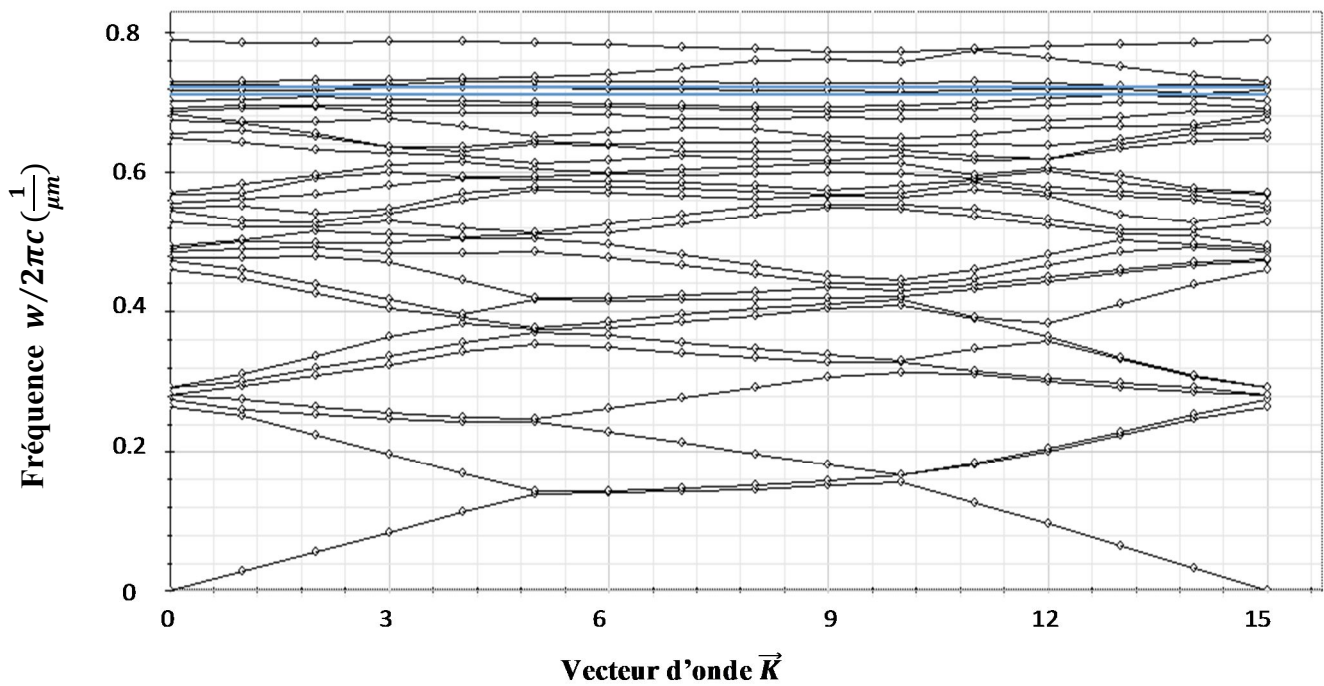


Figure III-22:
 Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TM
 (changement de rayon des trous).

Les figures (III-21) et (III-22) montrent les diagrammes de bandes de la fréquence $\omega/2\pi c$ en fonction de vecteur d'onde \vec{K} du réseau hexagonal dans le cristal photonique dans le cas de défaut (*changement de rayon des trous*), ces diagrammes de bandes à deux dimensions dépendent de la polarisation de la lumière c'est-à-dire on sépare le champ EM en deux modes (*TE* et *TM*), la structure étudiée correspond à des tiges diélectriques de Silicium ($n=3.42$) dans l'air ($n=1$), l'intérêt de calcul de ces diagrammes de bandes est de voir la position et la largeur de la bande interdite photonique de deux polarisations comme il est clairement montrée sur les figures (III-21) et (III-22). Pour la polarisation *TE* on voit apparaitre quatre bandes interdites photoniques qui sont :

1. $\omega/2\pi c = [0.490583, 0.569181] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.078598 (\frac{1}{\mu m})$.
2. $\omega/2\pi c = [0.575008, 0.581570] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.006562 (\frac{1}{\mu m})$.
3. $\omega/2\pi c = [0.592026, 0.627124] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.035098 (\frac{1}{\mu m})$.
4. $\omega/2\pi c = [0.634027, 0.635481] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.001454 (\frac{1}{\mu m})$.

Et pour la polarisation *TM* il y a deux bandes interdites photoniques qui sont :

1. $\omega/2\pi c = [0.710078, 0.71358] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.003502 (\frac{1}{\mu m})$.
2. $\omega/2\pi c = [0.720909, 0.723471] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.002562 (\frac{1}{\mu m})$.

En résumé dans *TE* il ya deux bandes étroite à l'intérieur de la largeur de bande interdite photonique et une seul bande étroite à l'extérieur de cette bande, ces bandes étroites ont été obtenu par ce défaut. Pour *TM* il existe deux bandes sont étroites qui sont apparus à cause de ce défaut.

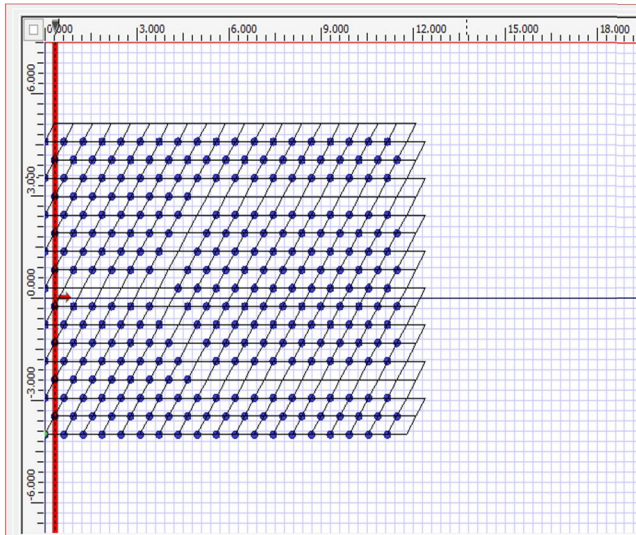
IV-2 Défaut linéaire

Figure III-23:
Cristal photonique à base d'une structure hexagonale (défaut linéaire) de polarisations TE et TM.

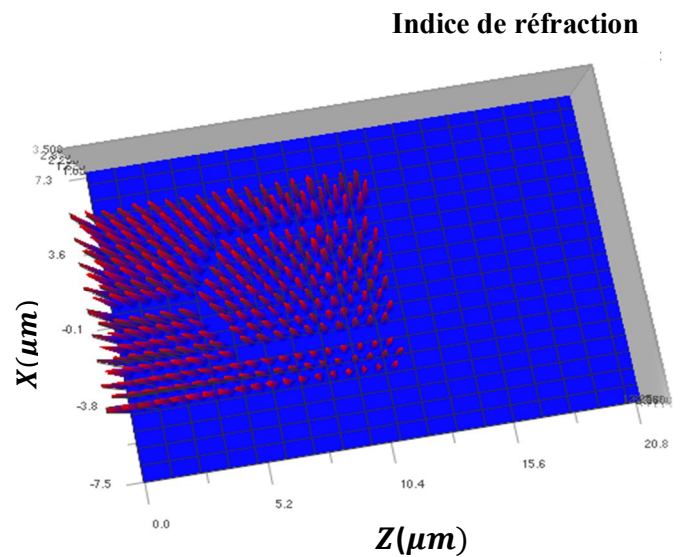
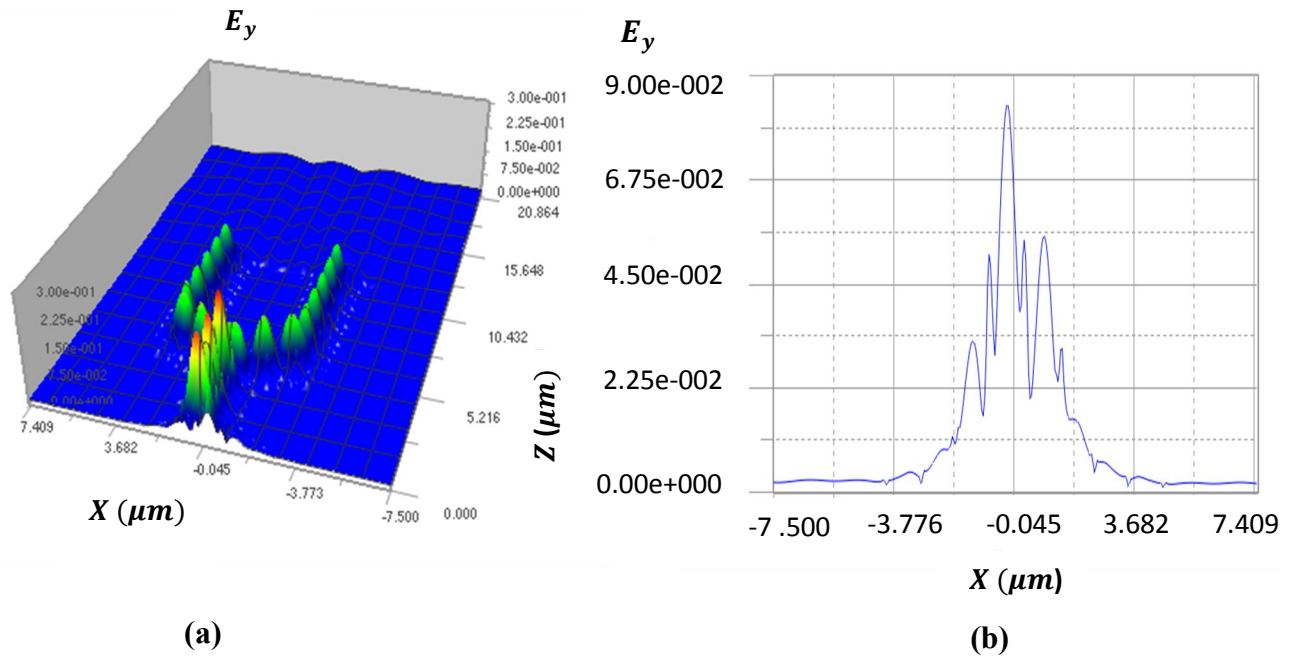


Figure III-24:
Structure hexagonal à 2D de l'indice de réfraction dans un cristal photonique (défaut linéaire où guide d'onde).

Les défauts linéaires (*guide d'onde*) peuvent être obtenus si on enlève plusieurs rangées de trous du cristal photonique. En rapprochant les défauts ponctuels, on voit apparaître (figure (III-23)).

La figure (III-24) représente un guide d'onde dans la structure hexagonale qui apparaît à partir de l'absence de l'ensemble des tiges diélectriques de matériau Silicium ($n=3.42$, $\epsilon=11.98$) dans l'air ($n=1$, $\epsilon=1$).

A partir des figures (III-8), (III-9), (III-17), (III-18), (III-23) et (III-24), on conclut que les défauts changent localement la géométrie du cristal.

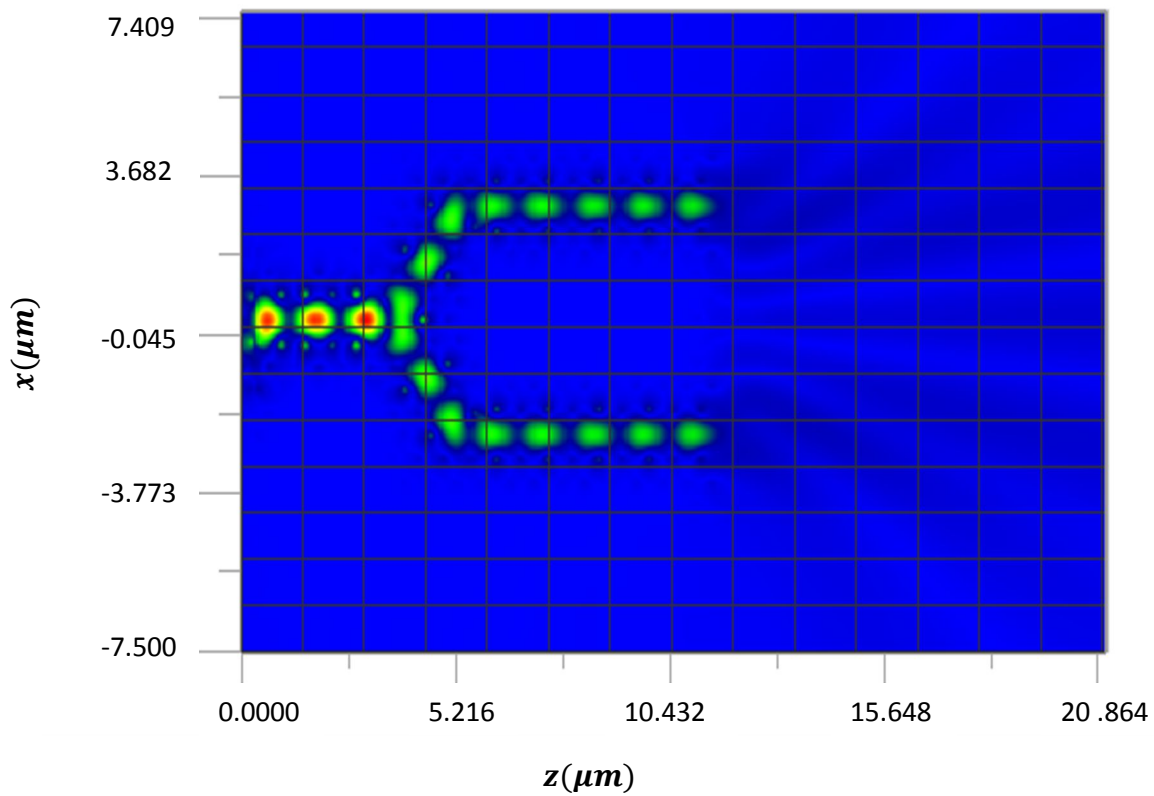
**Figure III-25:**

(a): Propagation d'onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut linéaire de polarisation TE .

(b): Evolution de champs E_y dans un guide d'onde de cristal photonique d'une structure hexagonale (cas défaut linéaire) de polarisation TE .

La figure (III-25-a) représente la propagation d'une onde dans un cristal photonique de polarisation TE , nous observons que l'onde se propage le long de défaut (*guide d'onde*), ce qui indique que le guide d'onde permet d'orienter et guider la lumière c'est-à-dire les photons sont confinés dans ce guide, et il est sous la forme de Y c'est à dire il y a une seule entrée et deux sorties, d'où il y a une forte puissance électromagnétique à l'entrée de ce guide qui se divise en puissance égale aux deux sorties (droite et gauche), qui est bien claire sur la figure (III-26).

L'évolution de champ E_y dans un cristal photonique à deux dimensions de polarisation TE est bien claire dans la figure (III-25-b), nous remarquons par rapport à la figure (III-4-b) (*sans défaut*) il y a une variation sur les longueurs des modes, tel que ce champ associé à ces derniers est localisé sur les défauts.

**Figure III-26:**

Carte de propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut Linéaire de polarisation TE.

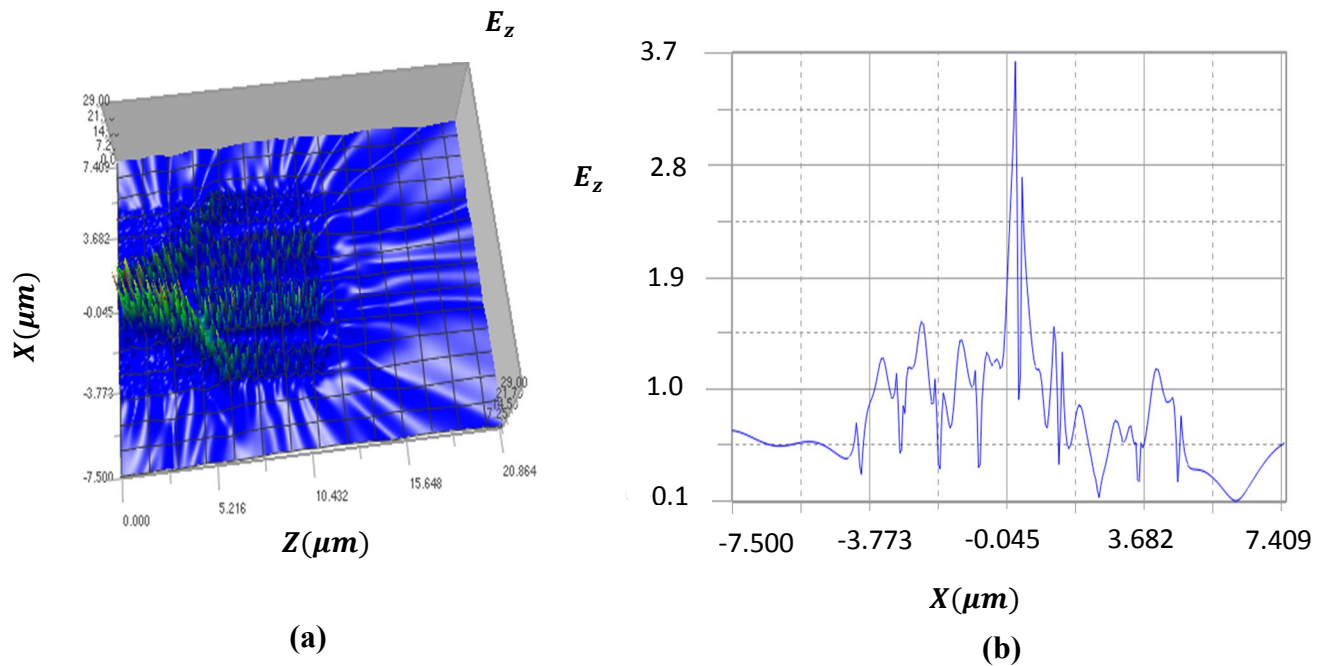


Figure III-27:

- (a):** Propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut linéaire de polarisation TM .
- (b):** Evolution de champs E_z dans un cristal photonique d'une structure hexagonale (cas défaut linéaire) de polarisation TM .

La propagation d'une onde EM dans un réseau hexagonal bidimensionnelle de polarisation TM dans le cas de défaut linéaire (figure (III-27-a)), montre qu'il y a une distribution de champ de forte intensité à l'entrée du cristal et à partir d'une certaine distance il y a une atténuation de l'intensité de ce champ, nous remarquons que l'onde ne se propage pas dans le guide qui est bien claire dans la figure (III-28) contrairement au polarisation TE (figure (III-25-a)) grâce au substrats de cristal photonique, tandis que pour la polarisations TM , l'onde ne se propage pas dans un milieu de faible indice de réfraction (l'air)(de faible constante diélectrique ϵ), (figure III-14-a, figure III-27-a).

La figure (III-27-b) représente l'évolution de champ E_z dans un cristal photonique à deux dimensions des tiges diélectriques suspendues dans l'air de polarisation TM . Il existe deux pics très long qui sont trouvées au centre de cette figure désigne que l'onde est lumineuse, nous remarquons qu'il n'y a pas une symétrie dans ce réseau.

On peut conclure que le nombre de pics sont reliés aux positions des défauts.

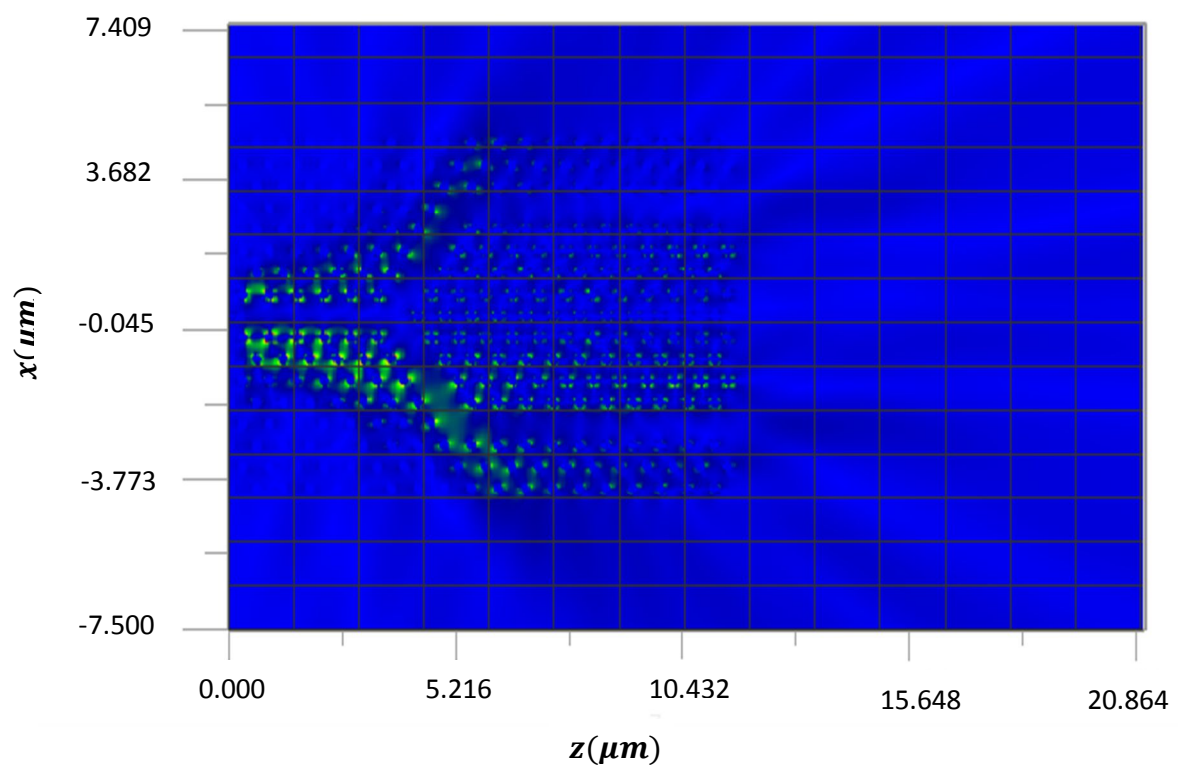


Figure III-28:
Carte de propagation d'une onde dans un cristal photonique dans le cas de défaut linéaire de polarisation TM.

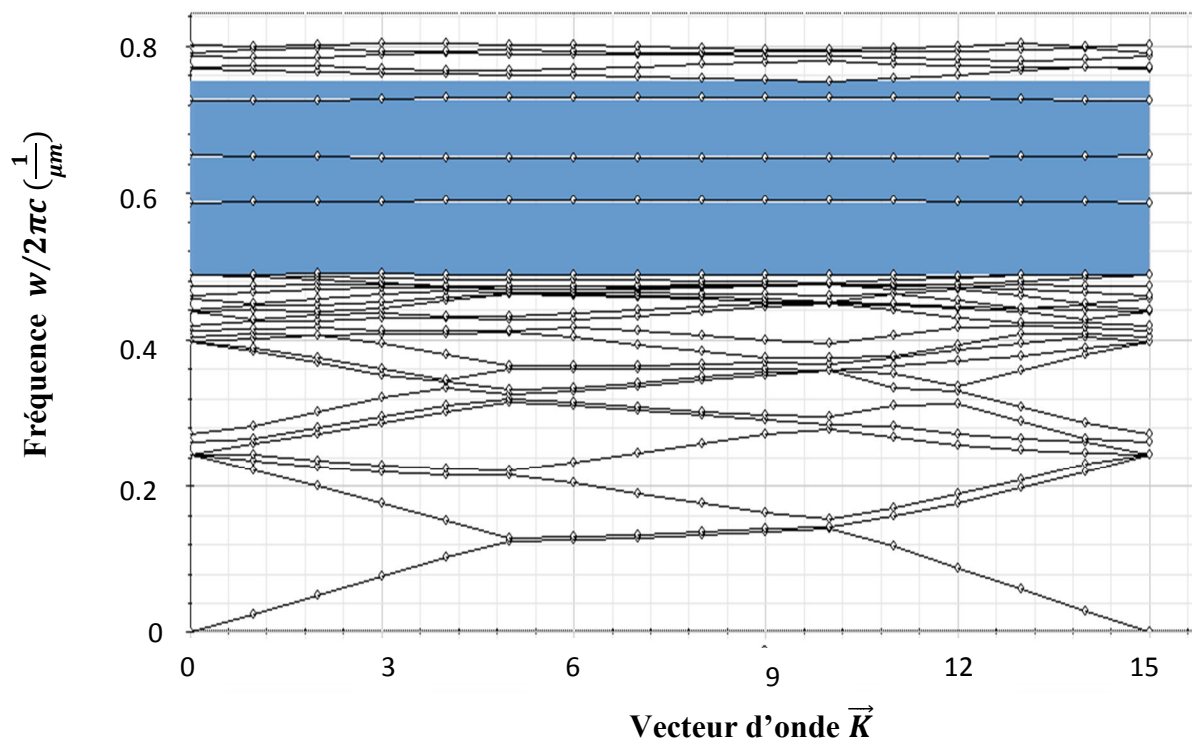


Figure III-29:
 Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TE (défaut linéaire).

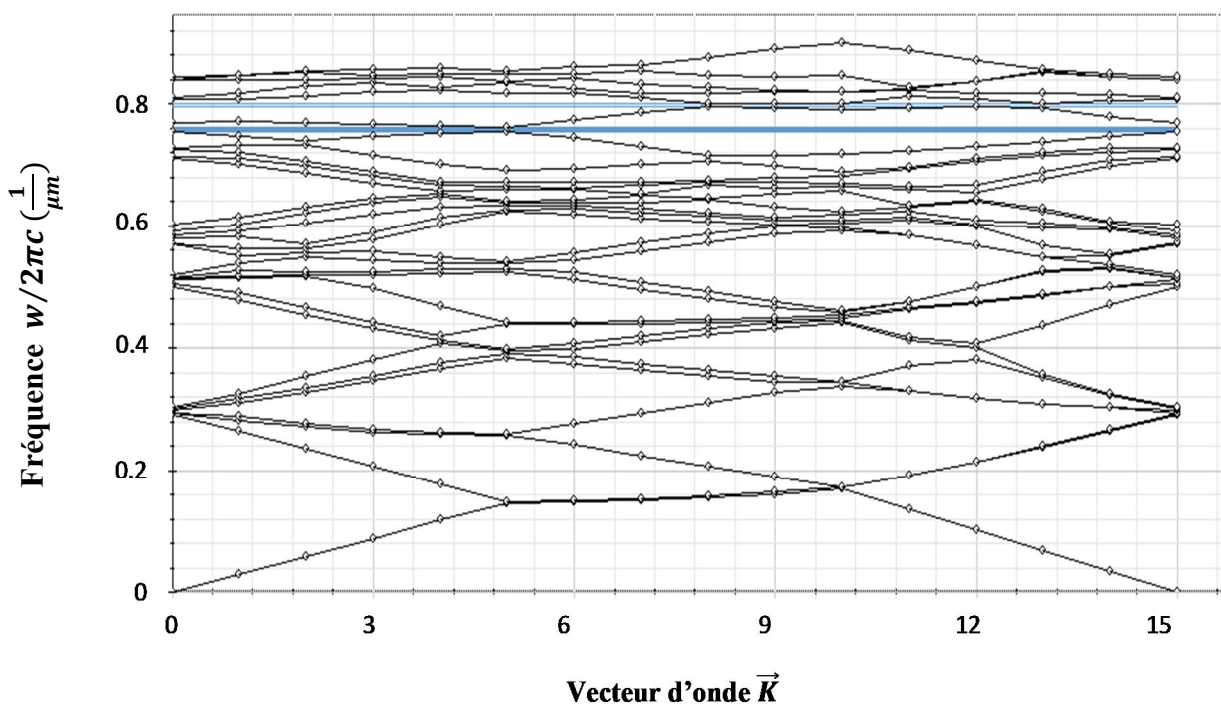


Figure III-30:
 Diagramme de bande d'un réseau hexagonal 2D avec $\lambda=1.55\mu\text{m}$ de polarisation TM (défaut linéaire).

Les diagrammes de bandes de réseau hexagonal bidimensionnel des tiges diélectriques d'indice de réfraction ($n=3.42$) de Silicium dans l'air ($n=1$) en polarisations TE et TM dans le cas de défaut linéaire (figures (III-29) et (III-30)), pour interpréter ces diagrammes on prend en compte l'influence de la polarisation de la lumière. Dans la polarisation TE il y a quatre bandes interdites photoniques qui sont :

- 1- $w/2\pi c = [0.489274, 0.586208] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.096934 (\frac{1}{\mu m})$.
- 2- $w/2\pi c = [0.589647, 0.647008] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.057361 (\frac{1}{\mu m})$.
- 3- $w/2\pi c = [0.651372, 0.725002] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.07363 (\frac{1}{\mu m})$.
- 4- $w/2\pi c = [0.730886, 0.752795] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.021909 (\frac{1}{\mu m})$.

Et pour la polarisation TM il y a deux bandes qui sont :

- 1- $w/2\pi c = [0.710078, 0.71358] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.003502 (\frac{1}{\mu m})$.
- 2- $w/2\pi c = [0.720909, 0.723471] (\frac{1}{\mu m})$ de gap de fréquence = $0.002562 (\frac{1}{\mu m})$.

On conclut que dans la polarisation TE il existe trois modes localisés (*bandes étroites*) à l'intérieur de bande interdite photonique, et dans la polarisation TM il existe deux bandes étroites, ces modes apparaissent à partir de défaut linéaire.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la propagation d'une onde électromagnétique de deux polarisations dans un cristal photonique à base de structure hexagonale à deux dimensions, nous avons traité deux cas, sans défaut (sont ceux qui contiennent tous leurs motifs « trous ») et avec défauts (ponctuels et linéaire), après la simulation : On conclut que les défauts ont des effets sur les cristaux photoniques par exemples : la modification de la symétrie du réseau, la rupture de la périodicité du cristal. Ces défauts permettent de créer des modes localisés, dont leurs fréquences peuvent se situer à l'intérieur de la bande interdite photonique et à l'extérieur. L'avantage de ces défauts est:

- Défaut linéaire permet de réaliser un guide d'onde où l'onde se propage le long de ce guide avec une longueur d'onde associée.
- Défaut ponctuel s'interprète par la présence des modes électromagnétiques à des fréquences discrètes.
- Dans le cas de défauts ponctuels et linéaire, pour la polarisation TM l'onde ne se propage pas par contre dans le cas du changement d'épaisseur des tiges, le flux du champ électrique se concentre à l'intérieur du défaut.

RÉFÉRENCES

[1] ZAHEDNAMAZI Mona, ALIKHANI Alireza, et HAMIDI Seyedeh Mehri. *Photonic crystal power combiner based on hexagonal waveguides*. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 127, no 20, p. 8600-8603, (2016).

RÉFÉRENCE WEB

[2] https://optiwave.com/wp-content/uploads/2014/09/OptiFDTD_Getting_Started.pdf

Conclusion Générale

CONCLUSION GENERALE

Les quarts équations de Maxwell sont des équations linéaires fondamentales de l'électromagnétique permettent de relier les deux champs \vec{E} et \vec{B} à leurs densités de courant et de charge et à leurs sources. Ces équations se réduisent dans le cas d'un milieu dont la constante diélectrique $\varepsilon(r)$ varie de façon périodique à une équation aux valeurs propre. Cette variation périodique permet d'ouvrir une plage d'énergie pour lesquels les photons ne se propagent pas. Les cristaux photoniques accordent la possibilité de contrôler la propagation de la lumière.

Le travail présenté dans ce mémoire est consacré à la modélisation et la simulation de la propagation d'une onde électromagnétique de deux polarisations (*TE* et *TM*) dans un cristal photonique à deux dimensions à base de structure hexagonal sans défauts et avec défauts et leurs diagrammes de bandes, en utilisant deux méthodes *FDTD* et l'*onde plane*.

Cette étude nous à permit de conclure que :

- Les rayons de cylindre et le paramètre de maille et le facteur de remplissage ont une influence sur le gap qui est traduit par l'apparition de la bande interdite photonique.
- La largeur de la bande interdite photonique de polarisations (*TE* ou *TM*) dépend de contraste d'indice de réfractions.
- Les défauts dans les cristaux photoniques permettent la rupture de la périodicité du réseau, traduite par la création les modes localisé, et permettant de modifier localement la géométrie du cristal.
- Le défaut ponctuel à un effet important sur la structure périodique, permet de modifier la symétrie de réseau. Ce défaut est interprété par l'existence des modes électromagnétiques.
- Les défauts linéaires dans les cristaux photoniques admettent de guider l'onde selon une direction choisie. Ceci ouvre plusieurs champs d'applications des cristaux photoniques : Télécommunication optique, capteur, diviseur, l'optique intégrée.

En conclusion les défauts jouent un rôle très important pour l'exploitation des propriétés des caractéristiques des cristaux photoniques.

Le travail entrepris dans ce mémoire de master ouvre des perspectives qui méritent d'être étudiées en occurrence :

- L'étude des cristaux photoniques à hétéro-structure.
- l'exploitation de ce travail pour l'étude d'un capteur à base des cristaux photoniques.
- le Fibre optique à cristaux photoniques PCF (fibre micro-structurée).
- interconnexion optique.

Annexe

ANNEXE

1-Théorème de Bloch

Bloch a prouvé que les ondes dans un tel milieu peuvent se propager sans dispersion, leur comportement étant régi par une fonction périodique multipliée par une onde plane [1], les solutions de l'équation de *Schrödinger* sont des fonctions dites de *Bloch*, ces équations sont analogue à les équations de *Maxwell*.

Si nous mettons :

$$u(r) = \exp(-ikr) E(r) \quad (1.1)$$

Alors une fonction vectorielle $u(r)$ est prouvée avoir la même périodicité car :

$$\begin{aligned} u(r + R) &= \exp(-ik \cdot (r + R)) E(r + R) \\ &= \exp(-ikr) E(r) = u(r) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Ainsi $E(r)$ est exprimé comme suit :

$$E(r) = u(r) \cdot \exp(ikr) \quad (1.3)$$

C'est une expression de théorème de *Bloch*, le champ électrique $E(r)$ est exprimé par le produit entre une onde plane ($\exp(ikr)$) et une fonction périodique $u(r)$.

Enfin, on développe la fonction $u(r)$ en terme vecteurs réciproques de cristal photonique comme :

$$u(r) = \sum_G u_G \exp(iGr) \quad (1.4)$$

Puis, en l'insérant équation (1.4) dans équations (1.3) on obtient :

$$\begin{aligned} E(r) &= u(r) \exp(ikr) \\ &= \sum_G \vec{u}_G \exp(i(k + G) \cdot r) \end{aligned} \quad (1.5)$$

qui est une autre expression du théorème de Bloch [2].

2-Série de Fourier

On définit la série de Fourier [Ref.chap I[11]] :

$$u_k(x) = \sum_{(n=-\infty)}^{\infty} c_n(k) e^{\frac{i2\pi n}{a}x} \quad (2.1)$$

Pour le coefficient de la série fourrier :

$$c_n(k) = \frac{1}{a} \int_0^a dx e^{-\frac{2\pi ni}{a}x} u_k(x) \quad (2.2)$$

Notez que chaque terme dans la somme est une fonction périodique avec période a.

RÉFÉRENCE

[1] **JOHNSON Steven G. et JOANNOPOULOS John D.**, *Introduction to photonic crystals: Bloch's theorem, band diagrams, and gaps (but no defects)*. *Photonic Crystal Tutorial*, p. 1-16, (2003).

[2] **KINOSHITA Shuichi**. *Bionanophotonics: an introductory textbook*. CRC Press, (2013).

Résumé

Les cristaux photoniques sont des structures constituées d'un arrangement périodique de matériaux diélectrique, ces cristaux possèdent une périodicité spatiale dans leur constante diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde sur une, deux ou trois direction de l'espace, cette variation périodique suivant les trois directions peut entraîner l'apparition de gamme de fréquence (aussi appelle bande interdite photonique BIP) pour lesquelles la lumière ne se propage pas.

Le model théorique "*des équations de Maxwell*" est proposé pour décrire la propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal photonique et la variation de bande interdite photonique(BIP) de structure hexagonal (sans défauts et avec défauts), cette description est peut être calculé par différente méthodes parmi ces méthodes, la méthode de différence finie dans le domaine temporelle (FDTD) et méthode des ondes planes (PWM).

Mot clés

Cristaux photoniques-BIP-FDTD-PWM-OptiFDTD.

Abstract

The photonic crystals are structures constituted by a periodic arrangement of dielectric materials, these crystals possess a spatial periodicity because of their dielectric constant which varies periodically on the scale of the wavelength in one, two or three directions of space, This periodic variation in the three directions can lead to the appearance of a frequency range (also called a photonic band gap PBG) for which the light does not propagate.

The theoretical model from "Maxwell equations" is proposed to describe the propagation of an electromagnetic wave in a photonic crystal, and the photonic band gap variation (PBG) of hexagonal structure (with defects and Without defects), this description can be calculated by using two different method from all the method available, a Finite Difference in the Time Domain method (FDTD) and plane waves method (PWM).

Keywords

Photonic crystals -PBG-FDTD-PWM-OptiFDTD.

الملخص

البلورات الضوئية هي مركبات (أو بُنَيَات) تتكون من ترتيب دوري للمواد العازلة، هذه البلورات تتميز بثابت العزل الكهربائي الخاص بها، الذي يختلف بشكل دوري عبر الطول الموجي لأحادي أو ثنائي أو ثلاثي الإتجاه في الفضاء، هذا الإختلاف الدوري في الإتجاهات الثلاثة قد يؤدي إلى ظهور المجال الترددي (أو بما يسمى أيضا **فجوة الحزمة الضوئية**) مما يمنع إنتشار الضوء.

حيث يُقترح هنا النموذج النظري "معادلات ماكسويل" لوصف إنتشار الموجات الكهرومغناطيسية في البلورة الضوئية، وإختلاف فجوة الحزمة الضوئية (**ف ح ض**) في بنية سداسية (بالتشويه وبدون تشويه)، هذا الوصف يدرس بطرق مختلفة من بينها طريقة الفرق المحدود في المجال الزمني (FDTD) وطريقة الموجات المستوية (PWM).

الكلمات المفتاحية

FDTD: الفرق المحدود في المجال الزمني - PWM: طريقة الموجات المستوية- البلورات الفوتونية - فجوة الحزمة الضوئية.