

### III.1 Intensité d'une raie spectrale émise d'un plasma peu dense :

Intensité d'une raie spectrale due à la transition à partir d'un niveau  $j$  vers le niveau inférieur  $i$  dans un ion  $X^{Z+}$  est donnée par :

$$I_{ji} = N_j(X^{Z+}) A_{ji} h\nu_{ji} \quad \text{eVs}^{-1}\text{cm}^{-3} \quad (\text{III-1})$$

où  $N_j(X^{Z+})$  est la densité des ions  $X^{Z+}$  se trouvant dans le niveau supérieur  $j$  (en  $\text{cm}^{-3}$ ),  $A_{ji}$  est la probabilité de transition radiative spontanée du niveau  $j$  vers le niveau  $i$  (en  $\text{s}^{-1}$ ) et  $h\nu_{ji}$  est l'énergie du photon émis lors de la transition (en eV).

La probabilité  $A_{ji}$  est une constante caractéristique de l'ion et est indépendante des conditions du plasma. Quant aux densités de population  $N_j(X^{Z+})$  des niveaux excités, elles sont par contre dépendantes des processus radiatifs et collisionnels qui ont lieu dans le plasma. En écrivant l'équation (III-1), il a été supposé que le plasma est optiquement mince, c'est-à-dire que tout photon émis s'échappe librement du plasma sans être absorbé. Cette hypothèse est toujours valable dans le domaine XUV pour des plasmas chauds de densité faible ou modérément élevée (densité des électrons inférieure à  $\sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ), qui nous intéressent dans ce travail. Mentionnons que ces plasmas, du fait de leur densité relativement faible, ne peuvent être en équilibre thermodynamique local, c'est-à-dire que la distribution de Boltzmann régissant les densités de population des divers niveaux d'un ion selon la formule

$$\frac{N_j}{N_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-(E_j - E_i)/kT_e} \quad (\text{III-2})$$

n'est pas valable. Précisons que dans l'équation (III-2),  $g_j$  et  $g_i$  désignent les poids statiques (degrés de dégénérescence) des niveaux  $j$  et  $i$ , et  $T_e$  est la température électronique.

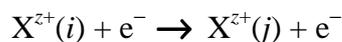
L'étude des raies XUV émises par un plasma chaud présente un grand intérêt non seulement, parce que tel type de rayonnement contribue appréciablement aux pertes d'énergie du plasma mais aussi, parce que leurs intensités et profils peuvent être utilisés en vue de diagnostiquer l'état du plasma. Bien que les probabilités des transitions radiatives permises (dipolaires électriques) soient énormément élevée que les probabilités radiatives des transitions interdites (dipolaires magnétiques et quadrupolaires électriques et magnétiques), les raies correspondantes à ces différents types de transitions peuvent avoir des intensités tout a fait comparables, surtout pour les plasmas de faibles densités où le dépeuplement des niveaux excités s'effectue essentiellement par déclin radiatif spontané. Les raies interdites ont d'autant plus d'importance que les ions émissifs considérés sont

hautement chargés puisque les probabilités de transition croissent comme  $Z^{10}$  pour les dipôles magnétiques,  $Z^8$  pour les quadripôles magnétiques et seulement comme  $Z^4$  pour les dipôles électriques [18]. Pour déterminer la densité de population  $N_j(X^{z+})$  qui intervient dans l'équation (III-1), il est nécessaire de faire le bilan détaillé des différents processus de peuplement et de dépeuplement de chaque niveau de l'ion  $X^{z+}$ . Il y a lieu en principe d'inclure tout les niveaux de l'ion émetteur ainsi que tout les degrés d'ionisation de l'élément X.

Souvent, les processus de peuplement et de dépeuplement des niveaux des ions dans les plasmas par voie d'excitation, d'ionisation et de recombinaison sont dus aux collisions par des électrons libres. A cause de la forte répulsion Coulombienne, les collisions des ions avec les particules lourdes (protons ou autres ions) ne jouent un rôle important que pour les transitions entre des niveaux très proches en énergie [19]. Dans les conditions de température et de densité qui nous intéressent ici, le seules important sont les processus d'excitation par collision à partir du niveau fondamentale ou d'un niveau métastable et les processus de désexcitation radiative spontanée. Rappelons qu'un niveau métastable est un niveau excité dont la durée de vie radiative est longue par rapport à celle des autres niveaux excités. Avant de donner l'équation qui régit les densités de population des niveaux des ions, il serait utile de décrire le processus d'excitation ou désexcitation par collisions d'électrons ainsi que le processus de désexcitation radiative spontanée.

### III.2 Excitation et désexcitation collisionnelle :

La collision d'un électron projectile, d'énergie cinétique  $e_i$ , avec un ion cible  $X^{z+}$  de charge  $z$ , initialement dans le niveau  $i$  d'énergie  $E_i$ , peut conduire à une excitation (ou une désexcitation) de l'ion qui effectuera une transition vers un niveau final  $j$  d'énergie  $E_j$  tel que  $E_j > E_i$  ( $E_j < E_i$ ) :



L'électron diffusé lors de ce choc possède l'énergie cinétique  $e_j$  vérifiant l'équation :

$$e_j = e_i - \Delta E_{ij}$$

où  $\Delta E = E_j - E_i$  est l'énergie de la transition  $i \rightarrow j$  ( $\Delta E_{ij} > 0$  si excitation et  $\Delta E_{ij} < 0$  si désexcitation). Contrairement aux transitions radiatives, les transitions causées par collisions électroniques peuvent concerner n'importe quel couple de niveaux, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de règles de sélection régissant les transitions collisionnelles. L'excitation (ou la désexcitation) par collisions électroniques est caractérisée par une section efficace  $\sigma(i \rightarrow j)$  ayant la dimension d'une surface, et représentant la

probabilité pour que l'ion cible  $X^{z+}$  soit porté au niveau  $j$  à partir du niveau  $i$ . Cette section efficace dépendra du type de la transition  $i \rightarrow j$  (c-à-d les différents nombres quantiques caractérisant les deux niveaux de la transition) ainsi que de l'énergie  $e_i$  de l'électron incident. Le nombre d'excitation (ou de désexcitations)  $i \rightarrow j$  subies par un ion par seconde sous l'action de tous les électrons du plasma ayant une distribution de vitesses  $f(v_i)$  s'écrit comme le produit de la densité des électrons,  $N_e$  par le coefficient de taux d'excitation (ou de désexcitation)  $C_{ij}$  :

$$W_{ij} = N_e C_{ij} \quad (\text{III-3})$$

avec  $C_{ij}$  défini par :

$$C_{ij} = \langle v_i \sigma(i \rightarrow j) \rangle = \int_a^{\infty} v_i \sigma(i \rightarrow j) f(v_i) dv_i \quad (\text{III-4})$$

Dans l'équation (III-4), l'intégration sur la vitesse  $v_i$  ( $v_i = \sqrt{2e_i/m_e}$ ) s'effectue de  $a = \sqrt{2\Delta E_{ij}/m_e}$  à l'infini pour l'excitation ( $\Delta E_{ij}$  représente l'énergie du seuil d'excitation) et de  $a = 0$  à l'infini pour la désexcitation.

Il convient souvent d'utiliser la force de collision  $\Omega$  plutôt que la section efficace  $\sigma$ . L'intérêt d'utiliser  $\Omega$  réside dans le fait que c'est une quantité sans dimension et qu'elle est symétrique, c'est-à-dire  $\Omega(i \rightarrow j) = \Omega(j \rightarrow i)$ . La relation entre la force de collision et la section efficace d'excitation (ou de désexcitation) s'écrit :

$$\sigma(i \rightarrow j) = \frac{\pi a_0^2}{g_i e_i} \Omega(i \rightarrow j) \quad (\text{III-5})$$

où  $g_i$  est le poids statistique du niveau initial  $i$  ( $g_i = 2J_i + 1$ ,  $J_i$  étant le moment angulaire total), l'énergie cinétique  $e_i$  de l'électron incident est en Rydberg ( $1 \text{ Ry} = 13.605 \text{ eV}$ ), et  $a_0$  désigne le rayon de Bohr. Les valeurs des forces de collision sont déterminées théoriquement à l'aide de programmes élaborés qui sont basés sur des méthodes quantiques.

Souvent, les électrons libres dans les plasmas peuvent être décrits par la fonction de distribution de vitesses de Maxwell qui a la forme :

$$f(v_i) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{m_e}{kT_e} \right)^{3/2} v_i^2 e^{-\frac{m_e v_i^2}{2kT_e}} \quad (\text{III-6})$$

où  $T_e$  est la température électronique et  $k$  la constante de Boltzmann. Cette distribution de Maxwell (III-6) est choisie normalisée, c'est-à-dire

$$\int_0^{\infty} f(v_i) dv_i = 1 \quad (\text{III-7})$$

En substituant les équations (III-5) et (III-6) dans (III-4), on obtient pour le coefficient de taux d'excitation :

$$C_{ij} = \frac{\pi a_0^2}{g_i} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{m_e}{kT_e} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{v_i^3}{e_i} \Omega(i \rightarrow j) e^{-\frac{m_e v_i^2}{2kT_e}} dv_i \quad (\text{III-8})$$

Sachant que  $e_i = \frac{1}{2} m_e v_i^2 = e_j + \Delta E_{ij}$  avec  $\Delta E_{ij} = E_j - E_i > 0$  qui est l'énergie de transition, on peut effectuer le changement de variable  $v_i \rightarrow e_j$  et l'équation (III-8) peut s'écrire alors :

$$C_{ij} = \frac{8.63 \times 10^{-6}}{g_i T_e^{1/2}} e^{-\frac{\Delta E_{ij}}{kT_e}} \int_0^{\infty} \Omega(i \rightarrow j) e^{-\frac{e_j}{kT_e}} d\left(\frac{e_j}{kT_e}\right) \quad (\text{III-9})$$

où  $T_e$  est exprimé en K. En faisant un deuxième changement de variable tel que  $x = \frac{e_j}{\Delta E_{ij}}$  ce qui

implique  $de_j = \Delta E_{ij} dx$ , nous obtenons finalement comme expression pour le coefficient de taux d'excitation de  $i$  vers  $j$  ( $\Delta E_{ij} > 0$ ) en  $\text{cm}^3/\text{s}$  :

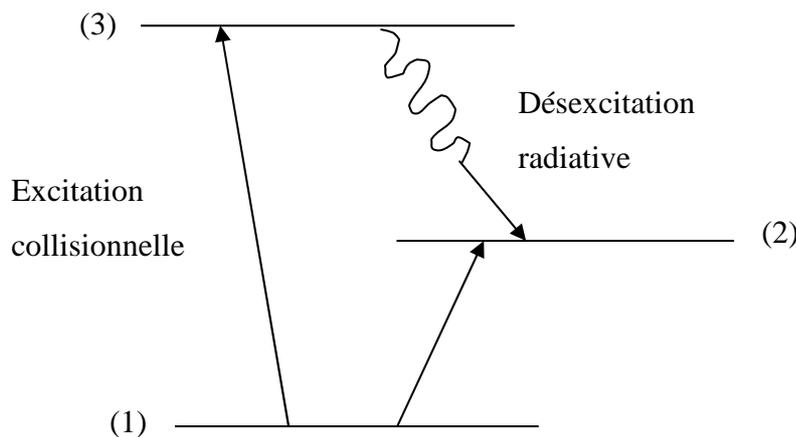
$$C_{ij} = \frac{8.63 \times 10^{-6}}{g_i T_e^{1/2}} \left( \frac{\Delta E_{ij}}{kT_e} \right) \int_1^{\infty} \Omega(i \rightarrow j) e^{-\frac{\Delta E_{ij}}{kT_e} x} dx \quad (\text{III-10})$$

### III.3 Désexcitation radiative spontanée :

En générale, un niveau excité a toujours tendance à se désexciter par émission spontanée vers plusieurs niveaux inférieurs. La désexcitation radiative spontanée vers un niveau inférieur spécifique est caractérisée par une probabilité de transition exprimée en  $\text{s}^{-1}$ . La probabilité de transition radiative spontanée dépend du type de transition vers le niveau inférieur selon qu'il s'agit

d'une transition de type dipolaire électrique ou de type quadrupolaire électrique, dipolaire et quadrupolaire magnétique. Du point de vue peuplement d'un niveau excité, des transitions radiatives spontanées à partir de niveaux d'énergies supérieures peuvent y contribuer, outre celui dû à des excitations collisionnelles directes. A titre d'exemple, la figure ci-dessous montre que le niveau (2) est peuplé par excitation collisionnelle à partir du niveau (1) et par désexcitation radiative spontanée à partir du niveau (3) qui est lui-même peuplé par excitation collisionnelle à partir du niveau (1). Il est utile de mentionner que la contribution au peuplement du niveau (2) provenant de la cascade radiative du niveau (3) dépend du rapport de branchement associé à la transition (3) →(2), c'est-à-dire du rapport de la probabilité  $A_{32}$  sur la somme des probabilités à

$$\text{partir du niveau (3)} : R_{32} = \frac{A_{32}}{A_{32} + A_{31}}$$



**Figure (III-1) :** Schéma représentatif du peuplement d'un niveau par excitation collisionnelle directe et par cascades radiatives.

#### III.4 Populations des niveaux ioniques. Modèle collisionnel-radiatif :

Selon la densité des électrons présents dans un plasma, il existe trois modèles pour déterminer les populations de niveaux excités d'ion. Il y a en premier, le modèle coronal qui s'applique lorsque la densité est faible et, en second le modèle d'équilibre thermodynamique local (ETL) qui est valable lorsque la densité est très élevée. Aux densités qui ne sont pas trop élevées, les populations

des niveaux excités d'un ion dépendent du bilan de tous les processus collisionnels et radiatifs entrant en compétition.

Le processus d'excitations dans un ion est habituellement beaucoup plus rapide que les échelles de temps d'ionisations et de recombinaison, notamment lorsqu'on est proche de l'équilibre d'ionisation. Il en résulte alors que l'excitation peut être découplée de l'ionisation et de la recombinaison dans la formation d'un état excité. Dans ce cas, les densités de population peuvent être déterminées en tenant compte seulement des processus d'excitation et de désexcitation dus aux collisions et des processus d'émission radiative spontanée et en négligeant les processus d'ionisation et de recombinaison. On peut alors écrire pour un état excité  $j$  quelconque de l'ion dans l'hypothèse de la stationnarité des états ( $dN_j/dt=0$ ) :

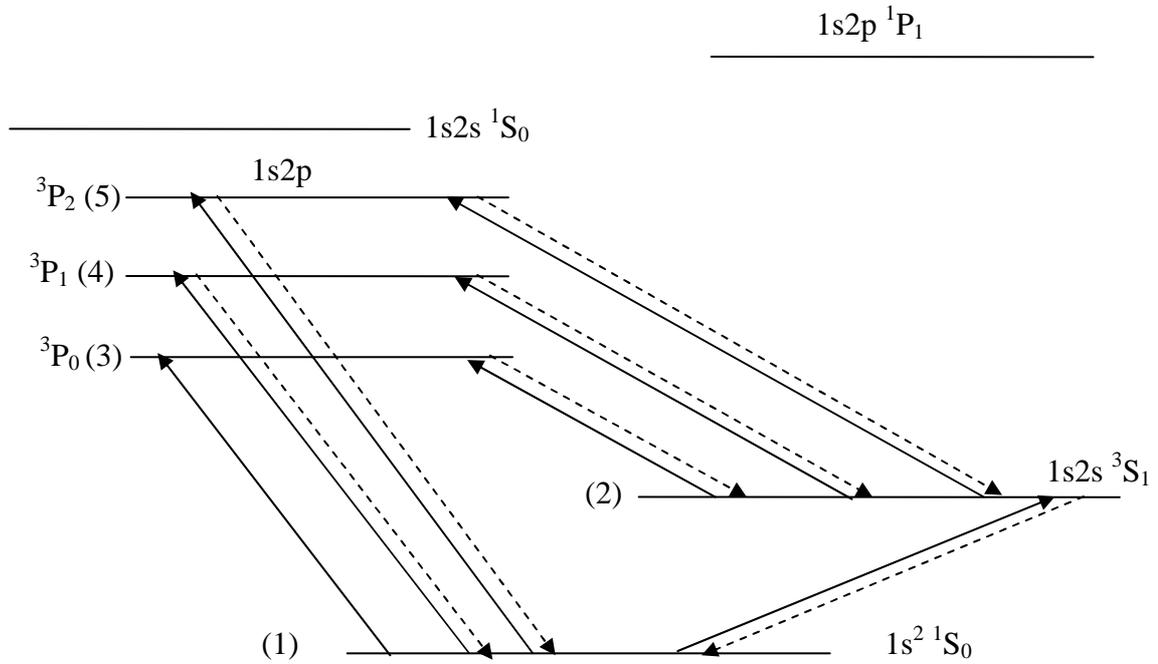
$$N_j \left( \sum_{i \langle j} A_{ji} + N_e \sum_{i \rangle j} C_{ji}^e + N_e \sum_{i \langle j} C_{ji}^d \right) = N_e \sum_{i \langle j} N_i C_{ij}^e + N_e \sum_{i \rangle j} N_i C_{ij}^d + \sum_{i \rangle j} N_i A_{ij} \quad (\text{III-11})$$

Où  $C^e$  ( $C^d$ ) sont les coefficients de taux d'excitation (désexcitation). Cette hypothèse de la stationnarité est valable lorsque le temps caractéristique d'évolution du plasma étudié est grand par rapport au temps caractéristique des processus atomiques qui se produisent dans le plasma.

### III.5 Rapport d'intensité des raies y et z :

Nous allons maintenant appliquer le modèle collisionnel-radiatif pour établir des expressions pour les populations des niveaux supérieurs des raies z (raie interdite  $1s2s \ ^3S_1 \rightarrow 1s^2 \ ^1S_0$ ) et y (raie d'intercombinaison  $1s2p \ ^3P_1 \rightarrow 1s^2 \ ^1S_0$ ) et déduire une expression pour le rapport d'intensité. Si on se limite aux seuls sept niveaux des configurations  $1s^2$ ,  $1s2s$  et  $1s2p$ , le niveau  $1s2p \ ^3P_1$  (niveau noté 4) peut être peuplé par excitation collisionnelle directe à partir du niveau fondamental  $1s^2 \ ^1S_0$  (noté 1) et également à partir du niveau métastable  $1s2s \ ^3S_1$  (noté 2) lorsque la densité des électrons est suffisamment élevée. Le dépeuplement du niveau  $1s2p \ ^3P_1$  se produit essentiellement par émission spontanée vers le niveau fondamental et le niveau métastable. Ce dernier peut être peuplé, en plus de l'excitation directe à partir du niveau fondamental, par cascades radiatives à partir surtout des deux niveaux supérieurs  $1s2p \ ^3P_{0,2}$  (notés 3 et 5) et dans une moindre importance à partir du niveau  $1s2p \ ^3P_1$  à cause du faible rapport de branchement. Le dépeuplement par collisions du niveau  $1s2s \ ^3S_1$  vers les trois niveaux supérieurs  $1s2p \ ^3P_{0,1,2}$  peut devenir compétitif avec le dépeuplement par émission spontanée vers le niveau fondamental lorsque la densité des électrons est suffisamment grande. Le plasma est supposé être dans un état stationnaire, c'est-à-dire que le nombre de

transitions peuplant un niveau d'un ion est au nombre de transition le dépeuplant. Nous écrivons alors en tenant compte à la fois des processus dus aux collisions et des processus dus au rayonnement mentionnés explicitement plus haut :



**Figure (III-2) :** Diagramme des premiers niveaux d'énergie d'un ion héliumuide

Nous écrivons alors en tenant compte à la fois des processus dus aux collisions et des processus dus au rayonnement mentionnés explicitement plus haut :

$$N_2 \left( A_{21} + N_e \sum_{i=3}^5 C_{2i} \right) = N_1 N_e C_{12} + N_3 A_{32} + N_4 A_{42} + N_5 A_{52} \tag{III-12}$$

$$N_3 A_{32} = N_1 N_e C_{13} + N_2 N_e C_{23} \tag{III-13}$$

$$N_4 (A_{41} + A_{42}) = N_1 N_e C_{14} + N_2 N_e C_{24} \tag{III-14}$$

$$N_5 (A_{51} + A_{52}) = N_1 N_e C_{15} + N_2 N_e C_{25} \tag{III-15}$$

Pour déterminer les populations  $N_2$  et  $N_4$  des niveaux 2 et 4, nous avons procédé à la résolution du système des 4 équations écrites précédemment plus une cinquième équation :  $\sum_i^5 N_i = 1$  qui est la relation de normalisation des populations. En substituant les équations (III-13), (III-14) et (III-15) dans (III-12), il est aisé d'obtenir :

$$N_2 (A_{21} + N_e C_{24} R_{41} + N_e C_{25} R_{51}) = N_1 N_e (C_{12} + C_{13} + C_{14} R_{42} + C_{15} R_{52}) \quad (\text{III-16})$$

Avec  $R_{41} = \frac{A_{41}}{A_{41} + A_{42}} = 1 - R_{42}$  et  $R_{51} = \frac{A_{51}}{A_{51} + A_{52}} = 1 - R_{52}$  sont les rapports de branchement pour les transitions radiatives  $4 \rightarrow 1$  et  $5 \rightarrow 1$ , respectivement. A partir de l'équation (III-16) on peut donc écrire :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{N_e (C_{12} + C_{13} + C_{14} R_{42} + C_{15} R_{52})}{A_{21} + N_e C_{24} R_{41} + N_e C_{25} R_{51}} \quad (\text{III-17})$$

En remplaçant l'équation (III-17) dans (III-14), le rapport de population  $\frac{N_4}{N_1}$  s'écrit comme :

$$\frac{N_4}{N_1} = \frac{N_e \left( C_{14} + \frac{N_e (C_{12} + C_{13} + R_{42} C_{14} + C_{15})}{A_{21} + N_e C_{24} R_{41}} \right)}{A_{41} + A_{42}} \quad (\text{III-18})$$

En supposant que les deux raies y et z sont formées dans la même région du plasma et que cette région est homogène en densité et en température, le rapport d'intensité  $\rho$  des deux raies est donné par :

$$\rho = \frac{I_z}{I_y} = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{N_2 A_{21}}{N_4 A_{41}} \quad (\text{III-19})$$

En substituant les équations (III-17) et (III-18) dans (III-19), on obtient l'expression suivante pour  $\rho$  :

$$\rho = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{(C_{12} + C_{13} + C_{14} R_{42} + C_{15} R_{52}) A_{21}}{(A_{21} C_{14} R_{41} + N_e R_{41} (C_{14} C_{25} R_{51} + C_{24} (C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15} R_{52})))} \quad (\text{III-20})$$

On peut voir dans cette expression que  $\rho$  dépend clairement de  $N_e$ . La dépendance de  $\rho$  en  $T_e$  est contenue au niveau des coefficients de taux d'excitation  $C_{ij}$ . Dans le cas des ions héliumoïdes de numéro atomique  $Z$  petit, comme l'ion  $\text{Ne}^{8+}$  considéré ici, l'expression générale  $\rho$  donnée par (III-20) peut être légèrement simplifiée dans la mesure où la probabilité quadrupolaire magnétique associée à la transition  $1s2p\ ^3P_2 \rightarrow 1s2p\ ^1S_0$  est très faible devant celle dipolaire électrique associée à la transition  $1s2p\ ^3P_2 \rightarrow 1s2p\ ^3S_1$ . De ce fait, le rapport de branchement  $R_{52}$  peut être pris égale à l'unité et, bien sûr,  $R_{51}$  est pris nul. Par conséquent, l'équation (III-20) prend la forme simplifiée

$$\rho = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{(C_{12} + C_{13} + C_{14}R_{42} + C_{15})A_{21}}{A_{21}C_{14} + N_e C_{24}(C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15})} \frac{1}{R_{41}} \quad (\text{III-21})$$

Dans la limite des très basses densités pour lesquelles le niveau métastable 2 se dépeuple principalement par transition radiative spontanée vers le niveau fondamental 1, le rapport d'intensité devient indépendant de  $N_e$  et s'écrit comme :

$$\rho = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{C_{12} + C_{13} + C_{14}R_{42} + C_{15}}{C_{14}R_{41}} \quad (\text{III-22})$$

Par contre, dans la limite des très hautes densités où le niveau 2 se désexcite principalement par collisions vers les niveaux 3, 4 et 5 (c'est-à-dire que le processus de désexcitation radiative du niveau 2 est extrêmement inefficace),  $\rho$  peut être approximé par :

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{A_{21}}{N_e C_{24} R_{41}} \frac{C_{12} + C_{13} + C_{14}R_{42} + C_{15}}{C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15}} \\ &= \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{A_{21}}{N_e C_{24} R_{41}} \left( 1 - \frac{C_{14}R_{41}}{C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15}} \right) \end{aligned} \quad (\text{III-23})$$

On remarque que dans ce cas  $\rho$  varie selon  $N_e^{-1}$ . Cependant, mentionnons que plus  $N_e$  est élevé plus  $I_z$  sera faible et  $\rho$  également.