



Présenté pour l'obtention du diplôme de MASTER

En: Télécommunications

Spécialité : Réseaux Mobiles et Services de Télécommunications

Par: BENADLA Ibrahim

Sujet

# Synthèse des Filtres Bi-bandes à base des CPs 1D pour les Applications Haut Débit

Soutenu publiquement, le 15 / 06 /2017, devant le jury composé de :

ABRI Mehadji Prof Univ. Tlemcen Président

ABRI née BADAOUI Hadjira MCA Univ. Tlemcen Directrice de mémoire

BAHRI Sidi Mohammed MCB Univ. Tlemcen Examinateur

#### Résumé

Ce travail entre dans le cadre de contributions dans les cristaux photoniques planaires unidimensionnels dans le domaine de l'optique intégrée. Un filtre sélectif de type CP-1D est optimisé afin d'obtenir un filtre multi-bandes faisant passer que les longueurs d'ondes désirées. Deux méthodes de synthèse sont utilisées, à savoir « le recuit simulé » ainsi que « l'algorithme génétique ». Celles-ci implémentées dans le logiciel de calcul MATLAB, permettent d'intervenir sur les épaisseurs des différentes couches qui forment le filtre sélectif. Le changement de ces dernières, influe sur la fréquence de résonnance du filtre sélectif. Egalement, pour une fréquence donnée, au moins deux résultats sont possibles, car pour une fréquence exigée fx, chaque méthode donne un résultat différent de l'autre.

D'autre part, une comparaison entre les deux méthodes citées auparavant et la fonction désirée est réalisée. L'algorithme génétique présente des résultats promoteurs.

**Mots clés** : Cristaux photoniques unidimensionnels, algorithme génétique, recuit simulé, filtres sélectifs en longueur d'ondes, optimisation.

### **Abstract**

This work is part of contributions in one-dimensional planar photonic crystals in the field of integrated optics. A CP-1D type selective filter is optimized in order to obtain a multi-band filter which causes the desired wavelengths. Two methods of synthesis are used, namely "simulated annealing" as well as "genetic algorithm". These methods are implemented in computational software "MATLAB" allowing to intervene on the thicknesses of the different layers which form the selective filter. The change of these influences the resonant frequency of the selective filter. Also, for a given frequency, at least two results are possible because, for a required frequency fx, each method gives a different result than the other.

On the other hand, a comparison between the two methods cited above and the desired function is carried out. The genetic algorithm presents promising results.

**Key words:** One - dimensional photonic crystals, genetic algorithm, simulated annealing, selective wavelength filters, optimization.

# ملخص

يدخل هذا المشروع في إطار المساهمة في دراسات البلورات الضوئية المستوية أحادية البعد في مجال البصريات المتكاملة.

مرشح انتقائي من نوع CP-1D هو المرشح الأمثل للحصول على مرشح متعدد المجال يسمح بتمرير الموجات ذات الأطوال المرغوبة.

في هذه الدراسة نستعمل طريقتان للتحسين وهما خوارزمية الجينية و محاكاة الصلب التي تنفد في برنامج MATLAB و تكون قادرة في التدخل في سمك مختلف الطبقات المكونة للمرشح. التغيرات الحاصلة فيها تؤثر على تردد الصدى و أيضا لتردد معين, يوجد على الأقل نتيجتين ممكنتين لان كل طريقة أعطت نتيجة مختلفة عن الأخرى لتردد محتم. من ناحية أخرى قمنا بمقارنة الطريقتين مع الدالة المرغوب حصول عليها. الخوارزمية الجينية أعطت نتائج مشجعة.

**كلمات مفتاحيه**: بلورات أحادية البعد الضوئي, الخوارزمية الجينية, محاكاة الصلب, المرشحات الانتقائية, طول الموجات, التحسين.

### Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire de Master plus particulièrement :

- A mes très chers parents, tout mon respect et affection en témoignage de leur soutien, sacrifice, patience, ainsi que pour leurs conseils et orientations dans ma vie.
- > A mes très chers sœurs et frères.
- > A toute ma famille.
- A tous mes amis et collègues.

# <u> Ibrahim</u>

### Remerciements

Je remercie ALLAH le Tout-puissant de m'avoir donné le courage, la volonté et la patience de mener à terme ce travail.

Cette étude a été effectuée au sein de l'université Abou Bekr Belkaïd-Tlemcen., sous la direction de Madame ABRI, Maitre de Conférences à l'Université Abou Bekr Belkaïd je lui exprime particulièrement toute ma reconnaissance pour m'avoir fait bénéficier de ces compétences scientifiques, ses qualités humaines ainsi que ses précieux conseils.

J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur ABRI Professeur à l'Université Abou Bekr Belkaïd-Tlemcen, de me faire l'honneur de présider ce jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur BAHRI d'avoir accepté d'examiner ce travail. Qu'il trouve ici ma sincère reconnaissance.

Je tiens à remercier tout particulièrement Madame Z.BENADLA, Maitre de Conférences à l'Université Abou Bekr Belkaïd pour son aide précieuse et son soutien moral.

Enfin, j'adresse mes vives reconnaissances à tous mes enseignants au département de télécommunication.

# Table des matières

Dédicaces						iv
Remercien	ients					······································
Introduction	n générale					
1. Con	texte					2
	blématique					
3. Plai	n du mémoire					
CHAPITRE	I					
I.Généralité						photonique
	oduction					
	inition					
	ion de bande i					
	ériaux à band					
I.4.1	Papillons					
I.4.2	Souris de mei					
I.4.3	Opales nature	_				
	logie entre l'é					
I.5.1	Etude électro		-			
	actéristiques o					
I.6.1	La dimension					
I.6.2	La symétrie					
I.6.3	La topologie.					
I.6.4	Le paramètre					
I.6.5	Le contraste					
	es de CPs					
I.7.1	Cristaux phot					
I.7.2	Cristaux phot					
I.7.3	Cristaux phot	oniaues uni	dimensior	nels (1D)		12
I.8 Rés	eau de Bragg .					
	ncipe de foncti					
I.9.1	Influence de l	'angle d'inci	dence du i	faisceau lum	ineux	14
I.10 C	arte de bande	_				
I.10.1	Diagramme	de dispersio	n			15
	éfauts	_				
I.11.1	Dimensions					
I.11.2	Distance ent					
I.11.3	Valeur de la	permittivité	relative d	es motifs élé	mentaires	18
I.11.4	Défaut par v					
I.12 A	pplications de					
I.12.1	Les VCSEL (V					
I.12.2	Interféromè		-	_	-	
I.12.3	Filtre de Lyo					
I.12.4	Filtre de SOI					
I.13 C	onclusion					22
Référenc	es bibliograph	niques de Cl	napitre I:			23
	II					
II.Méthode	s d'analyse		-	sation des		

II.1 In	itroduction	25
II.2 M	éthodes d'analyse des cristaux photoniques	25
II.2.1	Méthode de décomposition en ondes planes PWE	26
II.2.2	Méthode des différences finies dans le domaine temporel FDTD	27
II.2.3	Méthode des éléments finis FEM	27
II.2.4	Méthode rigoureuse des ondes couplées RCWA	29
II.2.5	Méthode de la ligne de transmission TLM	29
II.2.6	La méthode des matrices de transfert TTM	
	es méthodes de synthèse des CPs	
II.3.1	Les algorithmes génétiques	32
II.4 R	ecuit simulé (RS)	40
II.4.1	Caractéristiques du Recuit Simulé	
II.4.2	L'algorithme de BOLTZMANN (BA: Boltzmann Annealing)	
II.4.3	5 F 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1 C 1	
	onclusion	
	es bibliographiques de chapitre II	
	III	
	ation des Filtres Sélectifs BI-bandes à base des CPs 1D par l'Algori	
•	ecuit Simulé	
	troduction	
	escription du filtre bi-bandes étudié	
	rocédure d'optimisation	
	résentation des résultats de simulation	
III.4.1		
III.4.2	Optimisation des filtres longueurs d'onde 1.31 $\mu m$ et 1.55 $\mu m$	
III.4.3	Optimisation des filtres en longueurs d'onde 1.75 μm et 1.95 μm	
	perçu du filtre après optimisation	
III.6 C	onclusion	63
Conclusion	générale	64

# Liste des figures

# Chapitres I

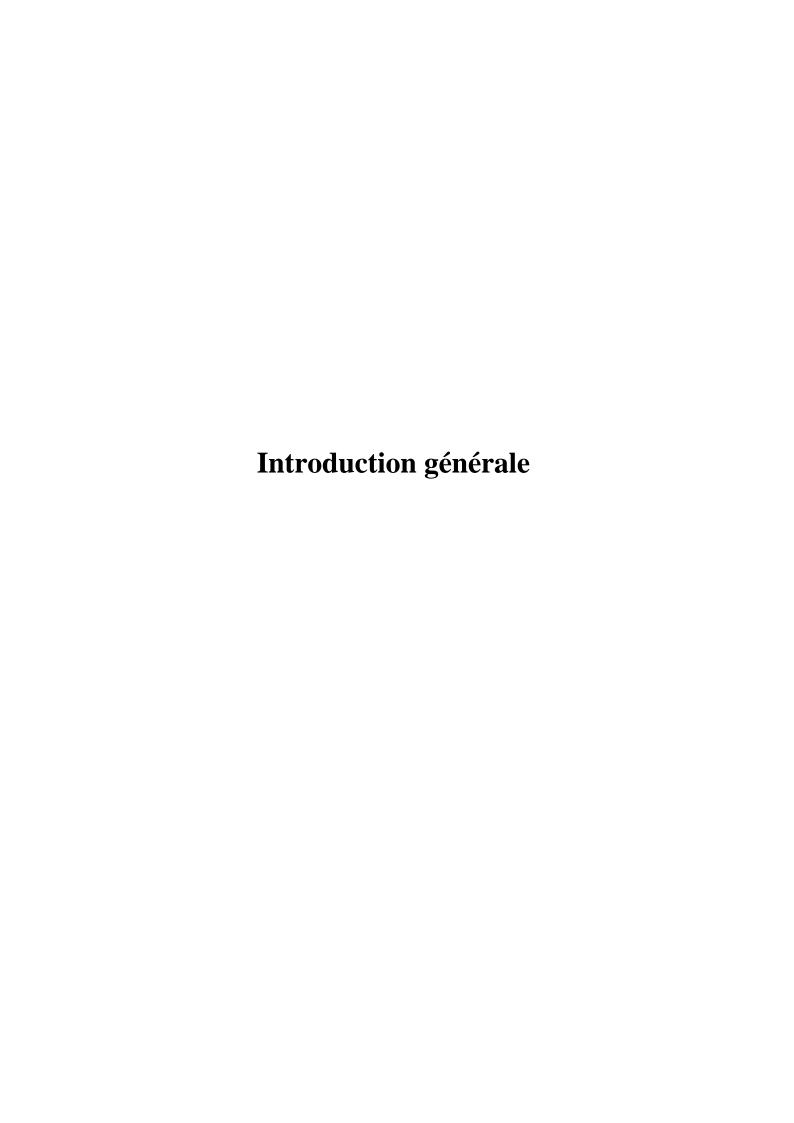
Figure I-1 : Agrandissement d'une aile de papillon. (Un arrangement périodique des é	écailles).
	7
Figure I-2 : Souris de mer (Aphrodita)	7
Figure I-3 : Image au microscope électronique d'une opale naturelle constituée d'un	réseau
quasi-périodique de billes de silice	8
Figure I-4 : Schéma de cristaux photoniques 1D, 2D ou 3D	11
Figure I-5 : Exemple d'une image MEB (Microscopie Electronique à Balayage) d'un cri	stal
photonique du type tas de bois.	11
Figure I-6 : Exemples de cristal photonique bidimensionnel imagé en microscopie	
électronique	12
Figure I-7 : Cristal photonique unidimensionnel (miroir de Bragg)	13
Figure I-8 : Influence de l'incidence du faisceau	14
Figure I-9: Propagation à incidence oblique à travers une structure 1D,	15
Figure I-10: Transmission en fonction de la fréquence pour un réseau de Bragg, à inc	idence
normale,	15
Figure I-11 : Onde incidente hors d'axe sur un empilement de Bragg	17
Figure I-12 : Diagramme de bande Modifié suivant l'angle d'incidence φ	17
Figure I-13: Défaut de dimension du motif élémentaire	18
Figure I-14 : Défaut de distance entre motifs élémentaires	18
Figure I-15 : Défaut sur la permittivité relative	19
Figure I-16: Défaut par vacuité	19
Figure I-17 : Schéma d'une structure VCSEL simple	20
Figure I-18 : Principe de l'interféromètre.	21
Chapitres II	
Figure II-1 : Exemple d'un diagramme de dispersion pour un cristal photonique	
tridimensionnel	26
Figure II-2 : Exemples de maillages adaptatifs utilisés en FEM	28

Figure II-3: Les différentes étapes de la méthode FEM	29
Figure II-4: Un exemple de la méthode TLM en 2D: une tension d'impulsion incidente est	
diffusée deux fois.	30
Figure II-5: Diagrammes de transmission calculés avec la méthode des matrices de transfert	į
(trait plein) et la méthode des éléments finis [12]	31
Figure II-6 : Les cinq niveaux d'organisation de l'algorithme génétique [13]	33
Figure II-7: Gène (paramètre du dispositif) codé par un entier long (16 bits)	34
Figure II-8 : Représentation schématique du croisement en 1 point	37
Figure II-9 : Représentation schématique du croisement en deux points	37
Figure II-10: Représentation schématique du croisement uniforme [13]	38
Figure II-11: Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome [13]	38
Figure II-12 : Principe de l'auto adaptation	39
Figure II-13 : Cycle complet d'un algorithme génétique [13]	10
Figure II-14 : Parcours de l'espace de recherche avec le recuit simulé [13]	11
Figure II-15 : Algorithme du recuit Simulé (Simulated Annealing)[13]	16
Chapitres III	
Figure III-1 : Structure du filtre sélectif à base d'un CP 1D en incidence normale	51
Figure III-2 : Spécification des fonctions, désirée et synthétisée	52
Figure III-3 : Réponse spectrale en transmission obtenue par le Recuit simulé et Algorithme	<u>:</u>
Génétique pour λ=1.10 μm et 1.25 μm	54
Figure III-4: l'évolution de l'erreur dans le cas du recuit simulé pour $\lambda$ =1.10 $\mu$ m et 1.25 $\mu$ m. 5	55
Figure III-5 : l'évolution de l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique pour $\lambda$ =1.10 $\mu$ m et	
1.25 μm.	55
Figure III-6 : La transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.31 $\mu m$ et 1.55 $\mu m$ 5	57
Figure III-7: l'évolution de l'erreur dans le cas du recuit simulé pour $\lambda$ =1.31 et 1.55 $\mu$ m 5	58
Figure III-8 : l'évolution de l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique $\lambda$ =1.31 et 1.55 $\mu$ m.	
	58
Figure III-9 : La transmission en fonction de la longueur d'onde pour $\lambda$ =1.75 $\mu m$ et 1.95 $\mu m$ .	
6	50
Figure III-10 : l'évolution de l'erreur dans le cas du recuit simulé pour $\lambda = 1.75$ et 1.95 um 6	51

Figure III-11: l'évolution de l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique pour $\lambda$ =1.75 $\mu m$ et	t
1.95μm6	<b>i</b> 1
Figure III-12 : Filtre CP-1D sélectif optimal en longueurs d'ondes	53

# Liste des tableaux

Tableau II-1: Lois de décroissance de température les plus utilisées	43
Tableau III-1: Paramètres de simulations	53
Tableau III-2: Dimensions du filtre optimisé pour λ=1.10 et 1.25 μm	56
Tableau III-3: Dimensions du filtre optimisé λ=1.31 et 1.55 μm	59
Tableau III-4 : Dimensions du filtre optimisé pour λ=1.75 et 1.95 μm	62



#### 1. Contexte

L'utilisation des matériaux classiques dans le domaine électronique a relativement atteint ses limites. Pour ce faire, les chercheurs se sont focalisés sur des matériaux plus innovants afin de miniaturiser les équipements électroniques. Parmi ces matériaux, nous citons les cristaux photoniques, ou matériaux à bande interdite photonique qui ont suscité un intérêt important dans la communauté scientifique. Ces dernières années, ces matériaux sont utilisés dans différents domaines, entre autres la télécommunication.

Ces matériaux sont des structures diélectriques périodiques qui permettent de contrôler la lumière en interdisant, par exemple, la propagation des photons dans certaines directions et pour certaines fréquences contenues dans ce que l'on appelle le gap photonique.

L'idée originale développée par Yablonovitch [1], a été d'utiliser cette structure BIP, pour inhiber l'émission spontanée en annihilant la densité d'états des photons. Ces cristaux photoniques réalisent en particulier une forme de miroir, par la périodicité des motifs diélectriques. Ceux-ci réfléchissent interférentiellement les ondes de longueur d'onde située dans la BIP.

### 2. Problématique

Les cristaux photoniques sont une succession de couches de semi-conducteur d'une certaine épaisseur (de l'ordre du µm). Leurs propriétés optiques permettent de manipuler la lumière à l'échelle de la longueur d'onde sur une, deux ou trois directions de l'espace. Afin de pouvoir utiliser ces cristaux dans les systèmes optoélectroniques d'une façon à optimiser les équipements miniaturisés, ces derniers doivent répondre à un certain cahier des charges. Pour se faire, lors de la phase de conception, les chercheurs doivent employer des méthodes développées pour résoudre des problèmes d'optimisation globales

Pour ceci, nous allons optimiser le filtre sélectif bi-bandes à base des cristaux photoniques unidimensionnel CD-1D en utilisant des Algorithmes, génétique et le Recuit simulé par le fixage de deux longueurs d'ondes que nous voulons faire passer, par le jeu des épaisseurs des couches du filtre.

#### 3. Plan du mémoire

Notre mémoire composé de 3 chapitres, est structuré comme suit :

Tout d'bord, nous commençons notre travail par une introduction générale.

Le premier chapitre présente des généralités sur les cristaux photoniques où nous allons aborder la notion de la bande interdite photonique (BIP) en premier lieu. Ensuite, nous allons voir quelques exemples de bande interdite photonique naturelle qui ont donné l'idée de réalisation des cristaux photoniques artificiels. Après quoi, nous définissons les différents types de cristaux photoniques artificiels existants, précisément les cristaux unidimensionnels. Enfin, les défauts et quelques applications de cristaux photoniques seront exposés.

Le deuxième chapitre est constitué de deux parties dont la première est consacrée aux méthodes d'analyse des cristaux photoniques. Nous allons exposer quelques méthodes parmi lesquelles, nous citons : la méthode de décomposition en ondes planes (PWE), méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD), méthode des éléments finis (FEM), méthode rigoureuse des ondes couplées (RCWA), méthode de la ligne de transmission (TLM), méthode des matrices de transfert (TTM). La seconde partie quant à elle, est consacrée aux méthodes de synthèse que nous allons utiliser à savoir, les Algorithmes Génétiques et le Recuit simulé.

Le troisième chapitre fera l'objet d'une optimisation d'un filtre bi-bandes en utilisant les méthodes de synthèses citées en deuxième chapitre. Une comparaison entre les deux techniques sera faite et l'ensemble des résultats trouvés seront exposés et interprétés.

Nous achevons notre travail par une conclusion générale.

#### Référence :

[1] E.YABLONOVITCH « *Inlibited Spontaneous emission in solid-state physics and electronics* », Phys. Rev, Lett, vol.58 n20, pp.20592026, 1987.

# **CHAPITRE I**

Généralités sur les cristaux photoniques

#### I.1 Introduction

Les cristaux photoniques (CPs) existent dans la nature à l'état minéral et biologique. Toutefois ceux qui constituent un domaine de recherche très dynamique sont souvent le résultat de synthèses artificielles.

Les progrès récents dans les techniques et les méthodes de fabrication des cristaux photoniques permettent à l'échelle du nanomètre, de réaliser des structures qui contrôlent la lumière visible et infrarouge et permettent ainsi d'envisager de nombreuses applications potentielles révolutionnaires.

#### I.2 Définition

Les cristaux photoniques, encore appelés matériaux à bandes interdites photoniques (BIP), sont des matériaux diélectriques, semi-conducteurs ou métalliques artificiellement ou naturellement structurés. Leur constant diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde selon une ou plusieurs directions de l'espace.

Par analogie avec la bande d'énergie interdite électronique caractérisant les réseaux cristallins atomiques, les structures photoniques possèdent une bande de fréquences interdites dans laquelle aucune onde électromagnétique ne peut se propager, indépendamment de la polarisation et de la direction de propagation.

Cette propriété intéressante offre aux cristaux photoniques la possibilité du contrôle de la propagation sans absorption des ondes électromagnétiques et permet ainsi des perspectives nouvelles pour la manipulation de la lumière.

# I.3 Notion de bande interdite photonique (BIP)

Dans un semi-conducteur, la variation périodique du potentiel d'interaction entre les électrons et les atomes fait que les électrons n'ont accès qu'à certains niveaux d'énergie, des bandes d'énergie permises, séparées entre elles par des bandes d'énergies interdites. Ce concept de bandes permises et interdites peut être étendu au comportement des photons dans un cristal photonique. A cause de la variation périodique de l'indice de réfraction dans un cristal photonique, l'énergie des photons est quantifiée en bandes permises et en bandes interdites, appelées aussi gaps photoniques.

Les bandes permises et interdites d'un CP se regroupent dans un diagramme de bandes photoniques, qui est une représentation des fréquences possibles pour l'onde électromagnétique au sein du CP en fonction de son vecteur d'onde. Cette dernière est appelée aussi par le diagramme de dispersion d'un cristal photonique.

#### I.4 Matériaux à bandes interdites photoniques naturels

La nature dispose de nombreux moyens pour produire des effets optiques impressionnants. Il est intuitif d'attribuer les couleurs du monde animal, végétal, minéral à l'absorption sélective de la lumière due à la présence de pigments. Ainsi, en absorbant la lumière rouge et bleue, la chlorophylle donne leur couleur verte aux végétaux. En revanche, certaines couleurs ne peuvent pas être expliquées simplement par un phénomène d'absorption de la lumière.

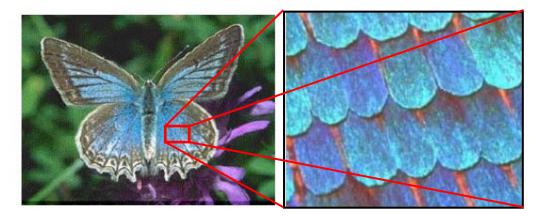
Il existe des structures naturelles qui peuvent avoir des propriétés ayant les mêmes caractéristiques que les cristaux photoniques artificiels. En effet, les colorations vives de certaines espèces sont parfois dues à la présence de structures très complexes, à caractère périodique. Nous allons présenter brièvement certains de ces matériaux.

#### I.4.1 Papillons

Les papillons comptent parmi les insectes les plus colorés que nous retrouvons dans la nature. Ils sont en fait très largement tributaires de la lumière et équipés d'un arsenal impressionnant pour gérer cette interaction avec les ondes électromagnétiques [1].

Si on effectue une analyse microscopique des ailes, on découvre que celles-ci sont constituées des écailles qui ont des structures géométriques dans lesquelles un des paramètres varie en continu.

Sur la Figure I-1 apparaît un papillon et la coupe d'une aile. Sur cette coupe observée au microscope électronique, apparaît une structure qui a un comportement de matériau à bande photonique interdite. C'est elle qui donne à certains papillons des couleurs iridescentes. En effet, ce réseau réfléchit la lumière pour certaines longueurs d'onde dans des directions différentes en fonction de la longueur d'onde.



**Figure I-1 :** Agrandissement d'une aile de papillon. (Un arrangement périodique des écailles).

#### I.4.2 Souris de mer « Aphrodita »

Des scientifiques australiens et britanniques des universités de Sydney et d'Oxford ont trouvé un ver marin possédant des épines qui constituent des cristaux photoniques plus efficaces que ceux fabriqués par l'homme jusqu'à présent [2]. Cet animal au nom charmant :Aphrodita est appelé « souris de mer » de l'anglais « seamouse » (Figure I-2.(a)).

Cet animal est partiellement recouvert d'épines irisées (Figure I-2.(b)), ellesmêmes constituées par un arrangement périodique de cylindres creux (Figure I-2.(c)). Chaque cylindre ayant un diamètre de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière visible. Cette dernière est diffractée par le réseau organisé de cylindres.

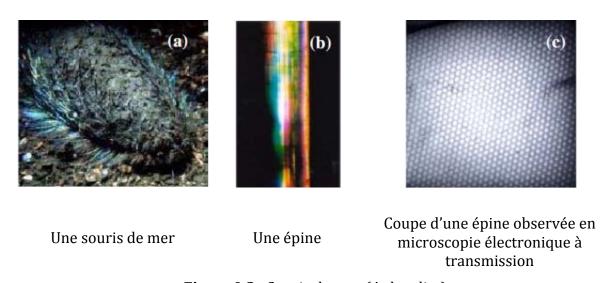
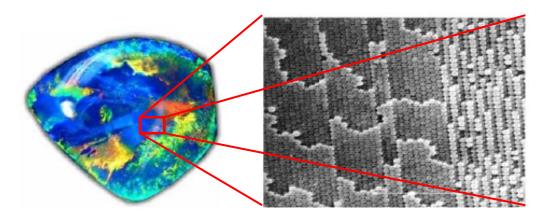


Figure I-2: Souris de mer (Aphrodita)

#### I.4.3 Opales naturelles

L'opale est un minéral typique d'origine sédimentaire. Elle se forme par dépôt chimique d'eaux très riches en silice et par accumulation de squelettes d'organismes marins. En effet, c'est un minéral colloïdal amorphe, ou micro cristallin. On la trouve en globules et en croûtes de coloris variés toujours magnifiquement iridescents (Figure I-3). Elle contient de la silice et de l'oxygène, dans un rapport de un à deux (comme le quartz) ainsi que de l'eau.



**Figure I-3 :** Image au microscope électronique d'une opale naturelle constituée d'un réseau quasi-périodique de billes de silice

Son étude au microscope électronique a permis de mettre en évidence sa structure. Elle est formée de petites sphères de silice environnées d'espaces vides, équidistants entre eux. Face aux ultraviolets, elle a souvent une fluorescence jaune ou verte. De même, les microbilles de silice peuvent être considérées comme un réseau de diffraction de la lumière incidente. Même si le contraste d'indice entre l'air et la silice (n = 1.5) est faible, on peut utiliser ce genre de structures avec un contraste d'indice important pour réaliser des structures à bande interdite photonique [3]

### I.5 Analogie entre l'électron et le photon

L'analogie entre les équations de propagation de l'électromagnétisme et l'équation fondamentale de la mécanique quantique [4] rend aisée son étude dans le domaine optique ou dans celui des ondes millimétriques [5]. Cette analogie permet de comprendre les diverses propriétés optiques des matériaux et notamment les cristaux photoniques des différentes dimensions.

#### I.5.1 Etude électromagnétique

Dans un milieu sans sources (ni charges, ni courants) de constantes diélectrique  $\epsilon(r)$ , les évolutions temporelles et spatiales du champ électrique et magnétique sont données par:

$$\overrightarrow{rot} \, \overrightarrow{E} = -\mu \, \frac{\partial \overrightarrow{H}}{\partial t} \tag{I.1}$$

$$\overrightarrow{rot} \, \overrightarrow{H} = \varepsilon \, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{I.2}$$

$$div \vec{E} = 0 \tag{I.3}$$

$$div \vec{H} = 0 ag{I.4}$$

Les équations gouvernant la propagation de la lumière dans un matériau périodique de permittivité diélectrique  $\epsilon(r)$ , sont les équations de Maxwell. Ces dernières amènent à une équation d'onde qui, dans un milieu homogène, isotrope, non magnétique et en absence de charges s'écrit de la manière suivante :

$$\vec{\nabla}X\left(\vec{\nabla}X\vec{E}(\vec{r})\right) = \frac{w^2}{c^2} \,\varepsilon_r(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) \tag{I.5}$$

$$\vec{\nabla}X\left[\frac{1}{\varepsilon_r(\vec{r})}\vec{\nabla}X\vec{H}(\vec{r})\right] = \frac{w^2}{c^2}\cdot\vec{H}(\vec{r}) \tag{I.6}$$

Avec : $\vec{E}$  : champ électrique ;

H: champ magnétique ; c : célérité dans le vide ;

 $\varepsilon$  (r) : permittivité diélectrique.

Dans l'équation (I.6), l'opérateur apparaissant dans le membre de gauche est hermitien. De plus,  $\varepsilon(r)$  étant périodique, l'équation (I.9) est l'analogue formelle de l'équation de Schrödinger décrivant le mouvement des électrons dans le potentiel périodique d'un cristal et qui s'écrit sous la forme:

$$H\Psi = E\Psi \tag{I.7}$$

$$H = \frac{h^2 \nabla^2}{2m} + U(r) \tag{I.8}$$

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) = -\frac{2m}{h^2} \left( E - V(r) \right) \Psi(\mathbf{r}) \tag{I.9}$$

Avec : V(r) : potentiel atomique.

h: constante de Planck divisée par  $2\pi$ .

m: masse de l'électron.

#### I.6 Caractéristiques des cristaux photoniques

#### I.6.1 La dimensionnalité

Elle est déterminée par la périodicité de l'indice de réfraction. La périodicité d'un cristal photonique peut s'étendre à une, deux ou trois dimensions.

#### I.6.2 La symétrie

La position des éléments d'un CP détermine la symétrie du réseau. Par exemple, pour un CP3D de particules sphériques, une symétrie cubique, hexagonale compacte (hc) ou cubique à face centrée (cfc) peut être obtenue.

#### I.6.3 La topologie

La topologie rend compte de l'architecture, de la compacité du matériau. Un réseau d'une symétrie donnée peut présenter des topologies différentes (cas de briques constitutives interpénétrées, en contact ou isolées).

#### I.6.4 Le paramètre du réseau

C'est la distance fondamentale entre deux éléments constitutifs. Il détermine la région spectrale où le CP interagit avec l'onde électromagnétique.

#### I.6.5 Le contraste d'indice de réfraction

Ce paramètre est défini comme le rapport  $\mathbf{n_1/n_2}$  entre les indices de réfraction des éléments et de la matrice. Il offre une idée générale de la force de diffusion des deux matériaux composants du cristal photonique.

### I.7 Types de CPs

Il existe différents types de cristaux photoniques, à classer selon leur dimensionnalité. A une dimension (1D), on retrouve les biens connus miroirs de Bragg (Figure I-4.(a)) formés d'une alternance de couches de bas et haut indice. Le principe

des miroirs de Bragg peut être généralisé à 2 ou 3 dimensions, constituant des cristaux photoniques bidimensionnels (Figure I-4.(b)) ou tridimensionnels (Figure I-4.(c)).

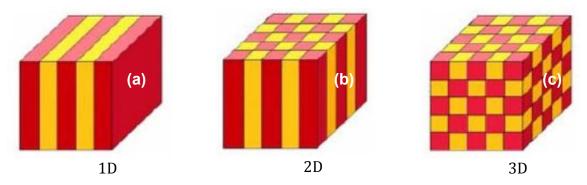
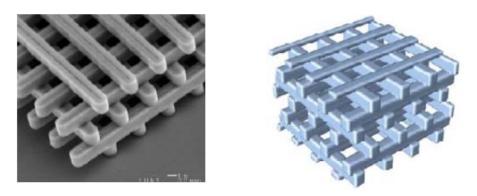


Figure I-4: Schéma de cristaux photoniques 1D, 2D ou 3D.

#### I.7.1 Cristaux photoniques tridimensionnels (3D)

Les cristaux photoniques 3D ont attiré et attirent toujours de nombreux efforts de recherche. Ils constituent la seule structure qui permet d'obtenir une bande d'énergie interdite dans toutes les directions de l'espace. Le premier cristal photonique 3D a été fabriqué par K.M Ho et al. [6]. Il était formé de sphères de silicium arrangées sur une structure diamant. Mais l'histoire retient généralement la célèbre Yablonovite, structure 3D pour les microondes fabriquée en 1993 par E. Yablonovitch[11].

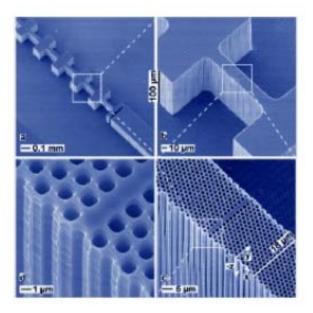


**Figure I-5 :** Exemple d'une image MEB (Microscopie Electronique à Balayage) d'un cristal photonique du type tas de bois.

#### I.7.2 Cristaux photoniques bidimensionnels (2D)

Les difficultés de fabrication des structures 3D ont conduit à envisager la réalisation et l'étude de structures 2D. Un cristal photonique 2D parfait est périodique dans le plan (Oxy) et infiniment long dans la direction (Oz). Il possède une bande

interdite dans le plan (Oxy). Ces systèmes n'existent pas dans la réalité mais de bonnes approximations peuvent être obtenues.



**Figure I-6 :** Exemples de cristal photonique bidimensionnel imagé en microscopie électronique

### I.7.3 Cristaux photoniques unidimensionnels (1D)

Les cristaux photoniques 1D sont les plus simples à réaliser. Ils sont obtenus en empilant périodiquement des couches planes de diélectriques d'indices de réfraction différents (Figure I-7 (a)). A chaque interface entre deux couches, la lumière est partiellement réfléchie et transmise. Selon la valeur des déphasages (qui eux-mêmes dépendent de la longueur d'onde), on obtient des interférences destructives ou constructives. Les interférences constructives des ondes réfléchies entraînent une réflexion totale. Ainsi, pour certaines longueurs d'onde, la structure multicouche se comporte comme un miroir.

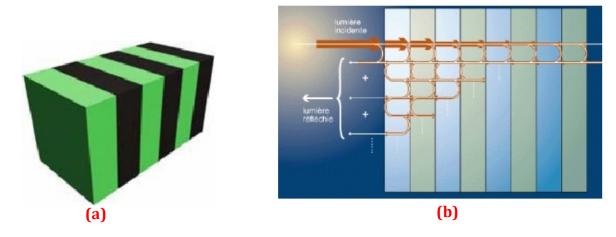


Figure I-7 (a): Cristal photonique unidimensionnel (miroir de Bragg)

(b): Représentation schématique de l'interférence des ondes réfléchies dans un CP 1D

Cette réflectivité est la manifestation d'une bande interdite photonique. Cependant, dans les cristaux photoniques 1D la lumière monochromatique n'est réfléchie que lorsqu'elle se propage dans une direction proche de la normale à la structure multicouche. (Figure I-7 (b))

#### I.8 Réseau de Bragg

Les structures 1D sont couramment utilisées sous le nom de réseau de Bragg. Elles sont généralement réalisées par un empilement de couches d'indice de réfraction différent et d'épaisseur optique  $\lambda$  /4,  $\lambda$  étant la longueur d'onde guidée autour de laquelle le matériau doit interdire la propagation des ondes électromagnétiques sous incidence normale.

# I.9 Principe de fonctionnement des réseaux de Bragg

Comme le montre Figure I-7 (b) une onde qui se propage dans le système multicouche, subit une réflexion à chaque interface. Cette réflexion s'accompagne d'un changement de phase ( $\Pi$ ) si l'onde va d'un milieu de faible indice vers un milieu de fort indice.

Elle s'effectue sans changement de phase dans le cas contraire [7]. Lorsque l'épaisseur optique totale des alternances est de  $\lambda/2$ , l'onde réfléchie par l'interface (1) est en phase avec celles réfléchies par les interfaces (3), (5), (7)...Par suite de ces interférences constructives, on finit ainsi par aboutir à une réflexion totale, ce qui revient à dire que l'onde ne peut se propager et que l'on est en présence d'une bande interdite photonique ou BIP [8].

#### I.9.1 Influence de l'angle d'incidence du faisceau lumineux

A une incidence normale, aucune onde de Bloch à  $\omega 0$  (centre de la bande interdite) ne se propage dans la structure. Cependant, un faisceau ayant un angle d'incidence possède un chemin optique plus grand entre chaque interface. L'onde voit une période de a cos  $\phi$  au lieu de a (Figure I-8). La résonance aura donc lieu à une longueur d'onde plus petite et la position spectrale de la bande interdite sera en fonction de cet angle.

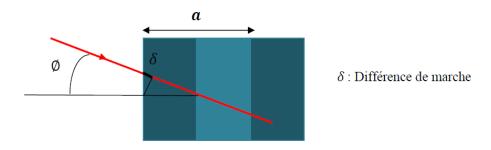


Figure I-8 : Influence de l'incidence du faisceau

L'ouverture de la bande interdite se décentre donc à une énergie  $\omega(\phi) \neq \omega_0$ . Tant que l'incidence est faible,  $\omega(\phi)$  est proche de  $\omega_0$  et  $\omega(\phi)$  est encore comprise dans la largeur de la bande interdite. Cependant, lorsque l'angle d'incidence augmente au-delà d'un certain angle critique  $\phi_{BIP}$ , la différence d'énergie  $\Delta\omega$  est supérieure à la largeur de la bande interdite donc les ondes de Bloch à  $\omega_0$  peuvent à nouveau se propager à travers la structure.

Le cône d'angle au sommet de  $\phi_{BIP}$ , est l'ouverture angulaire de la bande interdite unidimensionnelle : à l'intérieur de ce cône, aucune onde de Bloch ne peut se propager à  $\omega_0$  (Figure I-9) [8].

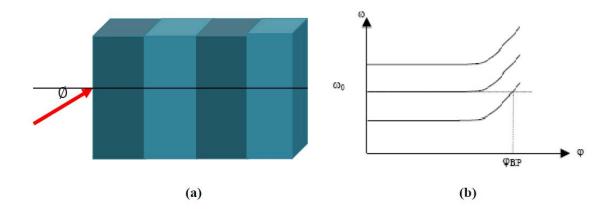


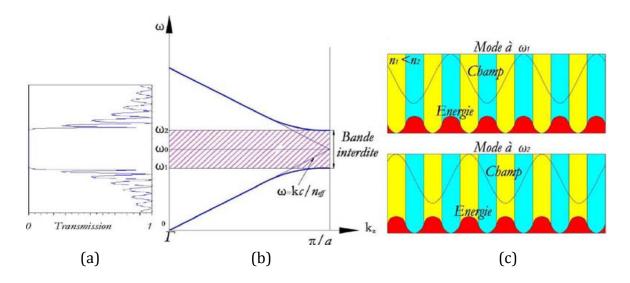
Figure I-9: (a) Propagation à incidence oblique à travers une structure 1D,

(b) Evolution de la bande interdite en fonction de l'angle d'incidence

#### I.10 Carte de bande

#### I.10.1 Diagramme de dispersion

La résolution des équations de Maxwell conduit au diagramme de dispersion,  $\omega(k)$ , qui relie la fréquence d'une onde électromagnétique à son vecteur d'onde (Figure I-10).



**Figure I-10:** (a) Transmission en fonction de la fréquence pour un réseau de Bragg, à incidence normale,

- (b) Diagramme de dispersion pour une onde incidente normale et ouverture d'une bande interdite photonique entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$ ,
- (c) Représentation du champ électrique et de l'énergie locale pour les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$

L'ensemble des relations de dispersion forme le diagramme des bandes. Il exprime la fréquence en fonction du vecteur d'onde. En pratique, un ensemble bien choisi de relations de dispersion, suivant un segment de l'espace réciproque, repliées dans la première zone de Brillouin. Le diagramme de bandes d'un réseau de Bragg en incidence normale est présenté à la Figure I-10.(b). On remarque que, pour de faibles fréquences, la relation de dispersion est celle du photon libre  $\omega = kc / n_{\it eff}$ 

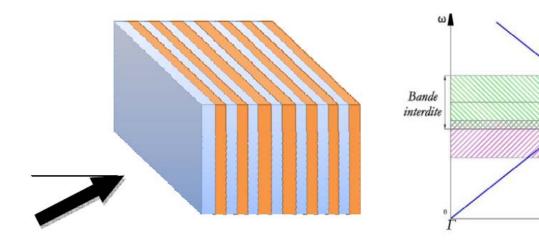
A des longueurs d'onde proche de la période a, la relation de dispersion s'écarte de celle du photon libre, et il y a ouverture d'une bande interdite photonique au seuil de la zone de Brillouin  $k=\pi/a$ , correspondant a une région de transmission nulle.

La largueur de la bande interdite photonique est proportionnelle au contraste d'indice des deux milieux, elle suit la relation suivante :  $\frac{\Delta\omega}{\omega} \sim \frac{2}{\pi} \frac{\Delta n}{n}$ 

Considérons maintenant les champs pour les fréquences  $\omega_l$  et  $\omega_2$  situées de part et d'autre de la bande interdite photonique rapportés sur la Figure I-10.(c). Ainsi, à petite fréquence par rapport a la période a, le champ n'est pas perturbé par le milieu périodique parce que l'onde électromagnétique voit un milieu effectif dont l'indice de réfraction  $n_{eff}$ , est une moyenne des deux couches [9].

Plus on se rapproche de la bande interdite, plus le profil du champ est modifié par le milieu périodique, car l'onde voit une succession d'interfaces entre des milieux d'indices optiques différents. On remarque que les extrema de champ et les maxima d'énergie se trouvent soient dans la couche de haut indice  $n_2$  pour  $\omega_1$ , soient dans la couche de bas indice  $n_1$  pour  $\omega_2$ .

Entre les deux cas précédents, c'est-à-dire dans la bande interdite photonique, la lumière subite fortement l'influence du milieu périodique et les ondes réfléchies aux différentes interfaces sont en phase, alors l'onde est complètement réfléchie.



**Figure I-11 :** Onde incidente hors d'axe sur un empilement de Bragg

**Figure I-12 :** Diagramme de bande Modifié suivant l'angle d'incidence φ

 $\pi/a(\cos\varphi)$ 

Bande interdite pour

#### I.11 Défauts

Il existe deux principaux types de défauts : les défauts ponctuels et les défauts étendus. Les premiers, associés à une rupture locale de périodicité, se traduisent par la présence de modes électromagnétiques à des fréquences discrètes, analogues aux défauts électroniques. Les seconds, que l'on peut considérer comme analogues aux dislocations, peuvent donner lieu à des bandes permises de propagation, là où se trouve une bande interdite dans le cristal idéal. [10]

L'insertion de défauts dans les cristaux photoniques nécessite une modification contrôlée d'un ou plusieurs paramètres au cours du processus de fabrication. Les paramètres les plus considérés pour cette opération sont les suivants :

#### I.11.1 Dimensions des motifs élémentaires

Pour rompre la périodicité d'une structure BIP, on peut modifier la taille du motif élémentaire (Figure I-13) qui compose le cristal photonique.

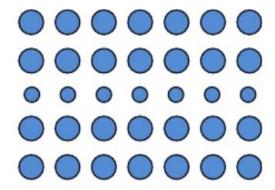


Figure I-13: Défaut de dimension du motif élémentaire

#### I.11.2 Distance entre motifs élémentaires

On peut aussi jouer sur l'espace qui existe entre les motifs élémentaires des réseaux cristallins (Figure I-14).

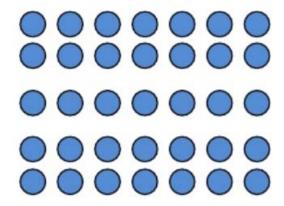


Figure I-14 : Défaut de distance entre motifs élémentaires

#### I.11.3 Valeur de la permittivité relative des motifs élémentaires

Il est possible de changer localement la nature du matériau et plus concrètement, changer la valeur de la permittivité relative (Figure I-15).

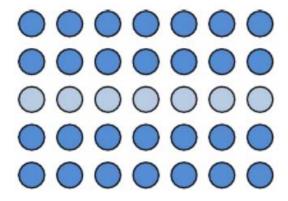


Figure I-15 : Défaut sur la permittivité relative

#### I.11.4 Défaut par vacuité

Le défaut par vacuité correspond à l'élimination de motifs élémentaires qui se trouvent remplacés par la permittivité de fond (Figure I-16).

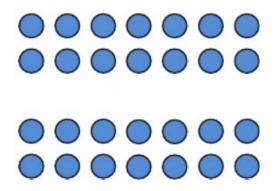


Figure I-16: Défaut par vacuité

### I.12 Applications des CPs

#### I.12.1 Les VCSEL (Vertical Cavity Surface Emitting Laser)

Une diode laser à cavité verticale émettant par la surface, ou VCSEL (pour l'anglais vertical-cavity surface-emitting laser) est un type de diode laser à semi-conducteur émettant un rayon laser perpendiculairement à la surface, contrairement aux lasers conventionnels à semi-conducteur émettant par la tranche.

Les diodes VCSEL présentent de nombreux avantages sur les lasers émettant par la tranche, en particulier en ce qui concerne le procédé de fabrication.

Les semi-conducteurs émettant par la tranche ne peuvent pas être testés au cours du processus de fabrication puisqu'il faut découper la galette puis monter la partie ainsi découpée, de sorte que si en définitive la diode ne fonctionne pas, par exemple à cause d'un mauvais contact ou des matériaux défectueux, le temps et les matériaux mis en œuvre pour la fabrication sont gâchés ; à l'inverse, dans le cas des VCSEL, on peut tester la galette en cours de fabrication et donc ne retenir que les portions de surface opérationnels ;

Les VCSEL émettant par la couche supérieure, plusieurs dizaines de milliers de diodes peuvent être fabriquées en même temps sur une couche de GaAs de 7,6 cm (3 pouces);

Même si la fabrication des VCSEL est plus longue et plus coûteuse, le processus de fabrication étant plus facilement contrôlable, le rendement s'en trouve amélioré.

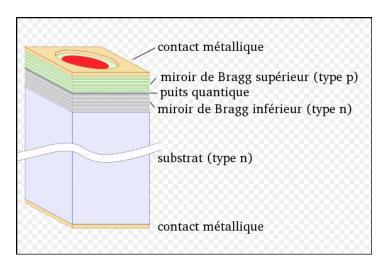


Figure I-17 : Schéma d'une structure VCSEL simple

### I.12.2 Interféromètre de Fabry-Perot

L'interféromètre de Fabry-Perot est un interféromètre optique constitué de deux miroirs semi-réfléchissants plans et parallèles à hauts coefficients de réflexion. Il doit son appellation à Charles Fabry et Alfred Perot [12].

La lumière entrante effectue de multiples aller-retour à l'intérieur de cette cavité optique et ressort partiellement à chaque réflexion. Les rayons sortants interfèrent entre eux et produisent des anneaux d'interférence localisés à l'infini.

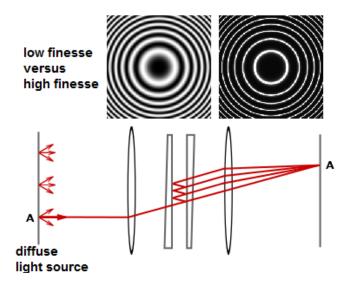


Figure I-18 : Principe de l'interféromètre.

#### I.12.3 Filtre de Lyot

Filtre de Lyot, appelé pour son inventeur Bernard Lyot, est un type de filtre optique ces utilisations biréfringence pour produire un étroit passe band de transmis longueurs d'onde. Des filtres de Lyot sont souvent utilisés dedans astronomie, en particulier pour solaire astronomie.

Un filtre de Lyot est fait à partir d'un ou plusieurs plats biréfringents (habituellement quartz), avec (dans des filtres de multi-plat) chaque plat étant moitié de l'épaisseur de la précédente. Puisque les plats sont biréfringents, le déplacement léger par eux est coupé en deux rayons (ordinaire et extraordinaire rayons), chacun experencing un différent indice de réfraction et de ce fait ayant une différente vitesse de phase.

Seulement longueurs d'onde auxquelles les rayons ordinaires et extraordinaires ont longueurs de chemin optiques égale à un multiple de nombre entier de la sortie de longueur d'onde les plats dans la même chose polarisation état comme ils sont entrés dans les plats. Si les plats sont entourés près polariseurs, ceci produit un filtre avec une fonction de transmission avec un peigne des crêtes. La rotation des plats décale les longueurs d'onde des crêtes de transmission, permettant au filtre d'être accordé.

La séparation et l'étroitesse des crêtes de transmission dépend du nombre, épaisseurs, et orientation des plats.

Choisissez et des filtres de Lyot de multi-plat sont souvent utilisés à l'intérieur du cavité optique de lasers pour permettre l'accord du laser. Dans ce cas-ci, Brewster les pertes du plat et d'autres éléments d'intracavity sont habituellement suffisantes pour produire l'effet de polarisation et aucun polariseur additionnel n'est exigé.

#### I.12.4 Filtre de SOLC

Le filtre de SOLC est, comme le filtre de LYOT, un filtre monochromatique polarisant dont la bande passante peut descendre à 0.5 A. Son principe est basé sur l'interférence de l'onde ordinaire et de l'onde extraordinaire à la sortie d'un cristal biréfringent uniaxe, le spath (ou calcite CaCO3). Un filtre de SOLC est constitué, contrairement au filtre de LYOT, d'un seul étage, comportant de nombreux cristaux de spath entre deux polariseurs linéaires, cristaux dont les orientations (azimuths des axes rapide F et lent S) sont diverses. Un tel filtre fournit un spectre cannelé. Toutes les lames ont la même épaisseur. La cannelure utile est ensuite isolée par un filtre interférentiel étroit de l'ordre de 5 A de bande passante.

#### I.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini les cristaux photoniques. Il existe des CPs naturels et des CPs artificiels. La réalisation de ces derniers, est inspirée des cristaux naturels. Les caractéristiques des CPs sont également exposées. Ils son définis, entre autres par leur dimensionnalité (1D, 2D et 3D). Ils peuvent présenter des défauts au niveau de leur fabrication. L'insertion de ces défauts nécessite une modification contrôlée de certains paramètres relatifs aux motifs élémentaires.

Dans le chapitre suivant, nous allons voir les différentes méthodes utilisées afin de simuler ce type de structures.

### Références bibliographiques de Chapitre I:

- [1]. O. Graydon, Nature's nanosructures colour wings and stones, Opto Lser Europe, 51,pp.31-36 June 1998
- [2]. R. C. McPhedran, N. A. Nicorovici, D. R. McKenzie, L. C. Botten, A. R. Parker and G. W. Rouse, The Sea Mouse and the Photonic Crystal, Aust. J. Chem. 54, 241-244 (2001).
- [3]. Sanders, J.V.; Sanders, J. V.; Segnit, E. R. (1964). "Structure of Opal". Nature 204:1151
- [4]. Cohen-Tannoudji 73 C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, Mécanique quantique, Tome I (Hermann, Paris, 1973)
- [5]. Joannopoulos, R. D. Meade, J. N. Win, Photonic Crystal: Molding the Flow of Light, Princeton Univ. Press (1995)
- [6]. K. M. Ho, C. T. Chan, and C. M. Soukoulis, Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures, Phys. Rev. Lett. 65, 25 (1990).
- [7]. F.BOUGRIOU, « Etude des guides d'ondes a cristaux photoniques bidimensionnels »Thèse Magister, *Constantine*, 2008.
- [8]. L. BOUKERZAZA « Influence des paramètres physiques sur la bande interdite Photonique d'un cristal photonique bidimensionnel à réseau hexagonal », Thèse Magister, Constantine, 2008
- [9]. Joannopoulos J.D., Meade R. D., and Winn J. N., "Photonics Crystals, Molding the flow of light". Princton University Press, 1995.
- [10]. DEKHIRA .A, "Etude théorique et simulation des cristaux photoniques et leurs applications en chimie et biochimie". Thèse Magister, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2010.
- [11]. E.YABLONOVITCH « Inlibited Spontaneous emission in solid-state physics and electronics », Phys. Rev, Lett, vol.58 n20, pp.20592026, 1987.
- [12]. G. Hernandez, *Fabry-Perot Interferometers*, Cambridge, Cambridge University Press, 1986 (ISBN 0-521-32238-3)

# **CHAPITRE II**

Méthodes d'analyse et outils d'optimisation des cristaux photoniques

## **II.1 Introduction**

La complexité de la fabrication et de la caractérisation des cristaux photoniques aux fréquences optiques rend couteuses, en temps et argent, les études expérimentales systématiques sur les dispositifs des CPs. Le développement des méthodes de modélisation numériques précises et rapides reste donc primordial pour l'étude de ces structures.

Les calculs théoriques des CPs sont, en principe, exacts parce que les équations de Maxwell sont dérivées des premiers principes. Par conséquent, la puissance des calculs est comparable à celle des expériences dans la caractérisation des CPs.

Parmi les modèles théoriques traitant les cristaux photoniques, on peut distinguer des modèles qui dépendent de la taille des structures ainsi que ses dimensionnalités (1D, 2D ou 3D).

Dans ce chapitre, nous allons présenter, dans un premier temps, les méthodes numériques de résolution les plus répondues. Après quoi, deux méthodes d'optimisation seront développées. Il s'agit de l'algorithme génétique et le recuit simulé.

## II.2 Méthodes d'analyse des cristaux photoniques

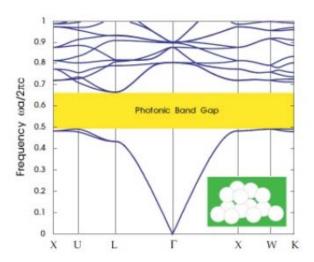
Les méthodes numériques de calcul sont les plus utilisées dans la plupart des cas d'études. Leur facilité de mise en œuvre demeure leur avantage majeur En revanche, pour des cas compliqués celles-ci demandent beaucoup de temps de calcul ainsi une grande capacité de stockage informatique. Parmi les méthodes numériques nous pouvons citer :

- Méthode de décomposition en ondes planes (PWE);
- Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD);
- Méthode des éléments finis (FEM);
- Méthode rigoureuse des ondes couplées (RCWA);
- Méthode de la ligne de transmission (TLM);
- Méthode des matrices de transfert (TTM).

Ces méthodes seront détaillées par la suite.

## II.2.1 Méthode de décomposition en ondes planes PWE

Cette méthode notée PWE (Plane Wave Expansion) est une méthode de résolution dans le domaine fréquentiel des équations de Maxwell. Elle est basée sur la décomposition en ondes planes du problème électromagnétique [1]. Elle est essentiellement utilisée pour analyser les propriétés dispersives des matériaux à bandes interdites photoniques et permet de déterminer la fréquence, la polarisation, la symétrie et la distribution du champ pour les modes d'une structure photonique [2]. Figure II-1 illustre un exemple d'un diagramme de bande d'un CP-3D obtenu par la méthode PWE, d'où l'apparition d'un gap photonique normalisé qui s'étale entre 0.49 et 0.65.



**Figure II-1 :** Exemple d'un diagramme de dispersion pour un cristal photonique tridimensionnel.

## II.2.1.1 Avantages de la méthode PWE

- Son avantage principal est sa performance. En effet, pour des simples structures, le calcul se fait rapidement et ne demande pas de ressources informatiques énormes.
- ❖ La méthode PWE permet de calculer la structure de bandes non seulement pour les cristaux photoniques les plus simples comme les structures périodiques infinies, mais aussi pour des structures plus compliquées telles que les structures avec défauts ponctuels.
- Elle permet aussi de calculer la distribution de champ pour chacun des états propres du cristal photonique.

#### II.2.1.2 Limitations de la méthode PWE

- Elle est incapable de traiter les milieux dissipatifs. L'opérateur différentiel dans l'équation de Helmholtz est hermitien seulement en cas de milieu sans pertes.
- L'algorithme standard (sans amélioration) de cette méthode ne peut pas traiter les matériaux dispersifs.

## II.2.2 Méthode des différences finies dans le domaine temporel FDTD

La méthode des différences finies dans le domaine temporel notée FDTD « Finite Difference Time Domain » a été initialement proposée par Kane S. Yee en 1966 [3] afin de résoudre les problèmes impliquant les équations de Maxwell dans les milieux isotropes avec les conditions aux limites. Celui-ci a développé les premiers algorithmes de calcul concernant l'approche temporelle. Ensuite, la méthode FDTD à été appliquée aux cristaux photoniques [4].

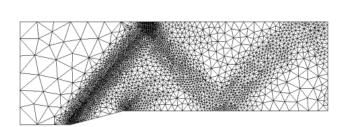
## II.2.2.1 Avantages et inconvénients de la FDTD

- Sa versatilité permet de simuler la plupart des systèmes.
- Cette méthode est particulièrement intéressante pour connaître la réponse spectrale d'un système non nécessairement périodique et pour calculer les distributions de champ dans des structures de dimensions finies [5].
- ❖ La FDTD permet non seulement de calculer les diagrammes de bandes mais aussi de simuler l'évolution temporelle du champ électromagnétique dans les cristaux photoniques, ce qui permet d'avoir des informations sur de nombreuses autres grandeurs comme le vecteur de Poynting ou l'énergie électromagnétique stockée [15].
- Le principal inconvénient de la FDTD est qu'elle nécessite de longs temps de calculs et un espace mémoire important.

## II.2.3 Méthode des éléments finis FEM

La méthode des éléments finis notée FEM (Finite Elements Method) a été élaborée par A. Hrennikoff et R. en 1940 afin de résoudre des problèmes de mécanique de structures [6]. Quelques années plus tard, elle a été introduite en électromagnétisme pour résoudre les équations de Maxwell. Cette méthode repose sur un découpage de

l'espace sous forme de maillage épousant la forme du domaine traité. D'habitude en 3D, un maillage tétraédrique est préférablement choisi, car il s'adapte facilement aux structures complexes. Ceci dit, rien n'empêche de le modifier suivant la géométrie du domaine et de mailler plus finement certains endroits que d'autres (Figure II-2). La résolution de l'équation aux dérivées partielles sur chaque nœud du réseau des éléments finis donne une solution approximée par des fonctions d'interpolation.



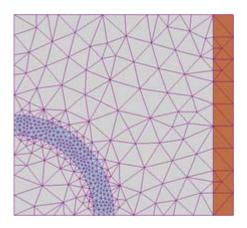


Figure II-2 : Exemples de maillages adaptatifs utilisés en FEM.

L'équation aux dérivées partielles ne peut pas être résolue directement dans le maillage. Elle doit pour cela être écrite sous une forme variationnelle. Cette forme contient les informations de l'équation aux dérivées partielles et les conditions aux limites. Le principe consiste à minimiser ou maximiser l'énergie autour de la solution réelle. Parallèlement, la solution est approximée sur un élément par des fonctions d'interpolation «  $\alpha_i$  ». La même base de fonctions d'interpolation est utilisée pour tous les éléments qui sont très souvent une famille de fonctions polynômes. La somme de ces fonctions pondérées par des coefficients «  $\psi_i$  » nous donne la solution sur un élément :

$$u_{\acute{e}l\acute{e}ment} = \sum_{i=1}^{N} \psi_i \alpha_i \tag{II.1}$$

Cette méthode est largement employée dans l'étude des cristaux photoniques. Elle permet d'avoir accès aux coefficients de réflexion et de transmission des matériaux BIP, à des cartes de champ et aux diagrammes de rayonnements. Enfin, la solution « u » est remplacée dans la formulation variationnelle par la solution approximée. Un système d'équations dont les variables sont les coefficients «  $\psi_i$  » de chaque élément est obtenu et la solution finale en est extraite.

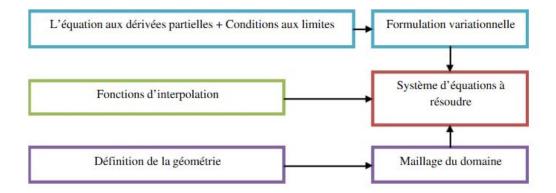


Figure II-3: Les différentes étapes de la méthode FEM

## II.2.4 Méthode rigoureuse des ondes couplées RCWA

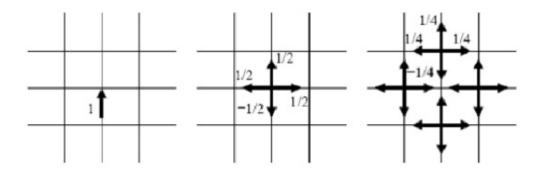
Cette méthode, notée (Rigorous Coupled Wave Analysis, RCWA) est une méthode différentielle de diffraction par les réseaux. Elle a été décrite pour la première fois en 1981 par Moharam et Gaylord pour des réseaux plans diélectriques ou métalliques modulés sinusoïdalement [7]. Elle fut généralisée aux réseaux présentant des reliefs de surface puis au cas tridimensionnel d'incidence conique. La méthode a également été étendue aux cas de réseaux anisotropes. Elle fut rigoureusement formulée un peu plus tard [8]. La méthode RCWA est basée sur la décomposition du champ électromagnétique et de la permittivité diélectrique en séries de Fourier. Pour cette raison, elle est appelée « méthode modale par expansion de Fourier ». Cette méthode est rigoureuse car elle résout les équations de Maxwell dans toute leur généralité sans recourir à des approximations.

#### II.2.5 Méthode de la ligne de transmission TLM

La méthode de la ligne de transmission (Transmission Line Matrix, TLM) a été inventée en 1971 par Peter B. Johns associé à Raymond L. Beurle [9], et constitue une approche cousine de l'algorithme FDTD. Elle résout les équations de Maxwell dans le domaine temporel. L'approche de base de la méthode TLM est d'obtenir un modèle discret, résolu ensuite exactement par des moyens numériques; les approximations ne sont introduites qu'au stade de la discrétisation. Cela contraste avec l'approche traditionnelle dans laquelle un modèle continu idéalisé est d'abord obtenu, ensuite résolu par approximations.

L'algorithme TLM est basé sur une analogie simple entre la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu et la propagation des tensions et des courants dans un réseau de lignes de transmission. Cette analogie est naturelle si nous considérons la ressemblance frappante des équations de Maxwell et de l'équation du télégraphiste. Il suffit alors de simuler la propagation des tensions et courants dans un réseau de lignes de transmission adéquat pour en déduire celle des ondes électromagnétiques dans un environnement donné. Pour les systèmes électromagnétiques, le modèle discret est formé par le remplissage du domaine de calcul par un réseau de lignes de transmission de manière à ce que la tension et le courant donnent des informations sur les champs électriques et magnétiques.

Par conséquent, elle considère le domaine de calcul comme un maillage de ligne de transmissions. Le point où les lignes de transmission se croisent est considéré comme un nœud. A chaque pas de temps, les impulsions de tension arrivent sur chaque nœud de la ligne de transmission. Ces impulsions sont ensuite dispersées pour produire une nouvelle série d'impulsions qui deviennent des nœuds adjacents incidents lors du prochain pas de temps. La relation entre les impulsions incidentes et dispersées est déterminée par la matrice de diffusion, qui doit être compatible avec les équations de Maxwell. La Figure II-4 considère un exemple simple du maillage à deux dimensions de la méthode avec une tension d'impulsion partant du nœud central. Cette impulsion sera partiellement réfléchie et transmise telle que la théorie de la ligne de transmission le décrit.



**Figure II-4:** Un exemple de la méthode TLM en 2D: une tension d'impulsion incidente est diffusée deux fois.

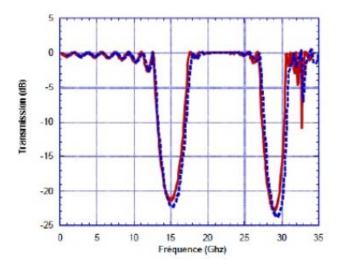
#### II.2.6 La méthode des matrices de transfert TTM

La méthode des matrices de transfert (Transfer Matrix Method, TTM) est souvent utilisée pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission des empilements unidimensionnels [10].

La structure est divisée en une succession de couches et une matrice de transfert permet de relier les champs dans une couche à ceux de la couche précédente [11].

Par cette méthode, il est possible de remonter à la structure de bande puisque l'on calcule les éventuels vecteurs d'onde de propagation en fonction de la fréquence. De plus, l'éventuelle dépendance en fréquence du constant diélectrique sera plus facilement prise en compte.

La Figure II-5 présente le coefficient de transmission en dB d'un CP-1D obtenu par la TMM et la FEM.



**Figure II-5:** Diagrammes de transmission calculés avec la méthode des matrices de transfert (trait plein) et la méthode des éléments finis [12]

## II.3 Les méthodes de synthèse des CPs

Dans cette partie, nous allons exposer deux méthodes de synthèse. Celles-ci seront utilisées dans le développement du programme de simulation, qui fera l'objet du chapitre III.

## II.3.1 Les algorithmes génétiques

Ce sont des méthodes d'optimisation de fonctions. Ces algorithmes s'inspirent de l'évolution génétique des espèces. Schématiquement, ils copient de façon extrêmement simplifiée certains comportements des populations naturelles. Ainsi, ces techniques reposent toutes sur l'évolution d'une population de solutions qui, sous l'action de règles précises, optimisent un comportement donné.

## II.3.1.1 Principes de l'algorithme génétique

Les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation basés sur les mécanismes de la sélection naturelle. Ils ont été conçus, à l'origine, pour résoudre des problèmes traitant l'adaptation des individus à leur environnement, ce qui a amené les chercheurs à tenter de reproduire certains phénomènes naturels [13].

John Holland a débuté ses recherches dans les années 70. Il s'est directement inspiré du modèle des lois de Darwin de la nature, modèle basé sur la survie des espèces les plus fortes. Tout comme dans la nature où les spécimens se reproduisent, dans le modèle des AG les spécimens se reproduisent aussi; en particulier, ceux jugés plus forts se reproduiront à un rythme plus rapide [13].

La première étape dans un algorithme génétique est de définir « **une génération** » initiale constituée par un ensemble d'individu, codés chacun par une chaîne binaire appelée génotype.

Ces individus sont soit définis au départ, soit choisis de manière purement aléatoire. On opte le plus souvent pour la seconde possibilité à cause de la simplicité de sa réalisation. On aboutit à une structure globale à cinq niveaux d'organisation (Figure II-6), d'où résulte le comportement complexe des algorithmes génétiques.

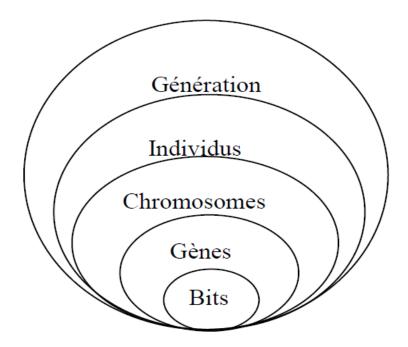


Figure II-6 : Les cinq niveaux d'organisation de l'algorithme génétique [13].

## II.3.1.2 Caractéristiques des algorithmes génétiques

Pour trouver une solution à un problème, les algorithmes génétiques utilisent une part du hasard. En effet, les candidats à la reproduction sont choisis de façon probabiliste. Les gènes de chaque parent sont croisés de façon aléatoire dans la progéniture. En croisant ainsi des générations en générations parmi les candidats jugés performants, on cherche à obtenir une progéniture plus performante que celle de la génération précédente, s'approchant ainsi de la solution optimale [13].

Les algorithmes génétiques, en tant qu'approche de résolution de problèmes, se caractérisent par un certain nombre d'aspects qui sont :

- Les AG possèdent une représentation codée et cherchent une représentation dans l'espace des solutions et non pas directement dans le domaine original.
- Les AG travaillent sur une population de points, au lieu d'un point unique.
- Les AG n'utilisent que les valeurs de la fonction étudiée, et non sa dérivée, ou une autre fonction auxiliaire.
- Les AG utilisent des règles de transmission probabilistes et non déterministes.

#### II.3.1.3 Codage des paramètres

Les algorithmes génétiques manipulent le codage de l'ensemble des paramètres plutôt que les paramètres eux-mêmes. Avec l'approche de l'algorithme génétique, les paramètres sont codés sous forme de chaînes de longueur finie, à partir d'un alphabet fini. C'est grâce aux codes et aux similitudes de ces codes, que nous arrivons à trouver une solution satisfaisante à notre problème.

Le codage le plus fréquemment utilisé est le codage binaire. A chaque variable d'optimisation  $x_i$  (à chaque paramètre du dispositif), nous faisons correspondre un gène codé en une série de « 0 » et de « 1 ». Rappelons que dans cette étude les « n » variables sont supposées réels. Nous considérons un espace de recherche fini :

$$X_{i_{min}} \le X_i \le X_{i_{max}} \qquad \forall i \in [1, n]$$
 (II.2)

Afin de coder nos variables réelles en binaires, nous discrétisons l'espace de recherche. Ainsi un codage sur 16 bits implique une discrétisation des intervalles en :

 $g_{max} = 2^{16} - 1 = 65535$  valeurs discrètes.

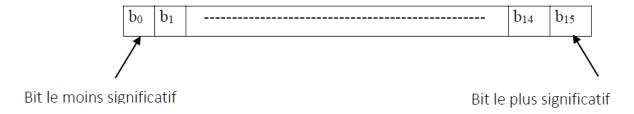


Figure II-7: Gène (paramètre du dispositif) codé par un entier long (16 bits).

A chaque variable réelle «  $X_i$  » on associe donc un entier de longueur  $g_i$ :

$$0 \le g_i \le g_{max} \qquad \text{avec} \qquad g_i = \sum_{i=1}^n b_i 2^i$$
 (II.3)

Les formules de codage et décodage sont alors les suivantes :

$$g_i = \frac{x_i - x_{imin}}{x_{imax} - x_{imin}} \tag{II.4}$$

$$x_i = x_{imin} | (x_{imax} \quad x_{imin}) \frac{g_i}{g_{max}}$$
 (II.5)

## II.3.1.4 Fonction d'évaluation (Fitness)

La fonction d'évaluation f(x) (ou fonction Fitness) est une fonction qui associe à chaque individu une valeur d'adaptation, afin de déterminer le nombre de fois que cet

individu sera sélectionné pour la reproduction. Les algorithmes génétiques utilisent cette fonction pour entreprendre une recherche efficace des structures plus performantes. Ils ne requièrent que des valeurs des fonctions d'évaluation associées aux chaînes individuelles. Les valeurs de la fonction « fitness » serviront au processus de sélection des candidats « aptes » à la reproduction et au processus de survie de certaines espèces. Cette fonction représente également le lien entre le problème physique à résoudre et l'algorithme génétique.

Les AG sont des maximiseurs par défaut. Le problème posé doit être transformé en un problème de minimisation d'une fonction numérique à valeurs positives sur son domaine de définition. Pour résoudre le problème de minimisation, il suffit d'appliquer l'équation suivante :

$$Fitness = Max - f(x)$$
 (II.6)

Où : *Max r*eprésente la valeur maximale de la fonction d'évaluation.

#### II.3.1.5 Création de la population initiale

La première étape de l'algorithme génétique est la genèse de la population, c'est-àdire le choix des dispositifs de départ que nous allons faire évoluer. On pourrait prendre des individus régulièrement répartis dans l'espace. Néanmoins, une initialisation aléatoire est plus simple à réaliser : les valeurs gi des gènes sont tirées au hasard selon une distribution uniforme [13].

Nous discuterons plus loin de la taille N de cette population, mais nous pouvons déjà dire qu'elle résultera d'un compromis entre le temps de calcul et la qualité de la solution. Une population trop petite évoluera probablement vers un optimum local peu intéressant. Une population trop grande sera inutile car le temps de convergence sera excessif. La taille de la population doit être choisie à réaliser un bon compromis entre le temps de calcul et la qualité du résultat.

#### II.3.1.6 **Opérateurs de l'AG**

Les opérateurs génétiques sont appliqués à une population initiale de façon à réduire dans le temps, des populations successives de qualité. Nous étudions dans cette section les trois opérateurs génétiques de base : la sélection, le croisement et la mutation.

## a) Sélection

La sélection est le processus selon lequel des chaînes de la population globale sont choisis suivant la valeur de leur fonction fitness, qu'on désire maximiser. Plus la valeur de la fonction d'évaluation d'une chaîne est élevée, plus cette chaîne à des chances d'être choisie pour la reproduction. Une partie des chaînes choisies contribuera à une solution chromosome dans les générations futures.

Il existe plusieurs techniques pour la sélection des chromosomes à reproduire. Les plus utilisées sont :

- la sélection par décimation ;
- la sélection proportionnelle ;
- la sélection par tournois.

La fonction d'évaluation est l'arbitre qui a le droit de vie ou de mort sur les chaînes. Si une chaîne n'a pas une valeur de fonction fitness élevée, elle a peu de chance d'être choisie pour la reproduction. Ainsi, elle mourra d'une certaine manière, puisque ses gènes ne se retrouveront pas dans la prochaine génération. Une fois qu'une génération est choisie, une réplique exacte de celle-ci est réalisée puis intégrée à une poule d'accouplement.

#### b) Croisement

Les individus survivants à la phase de sélection sont appariés aléatoirement et chaque paire formée va subir le croisement avec une probabilité Pcross, les paires croisées sont remplacées dans la population par leurs descendances. Différentes types de croisement existent.

#### > Croisement en un point

On choisit au hasard un point de croisement identique sur les deux chromosomes, puis on effectue une coupure des deux chromosomes et on échange les deux fragments situés à droite (Figure II-8).

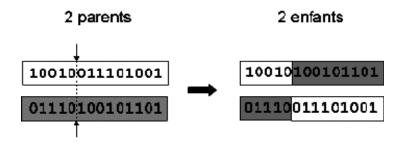


Figure II-8: Représentation schématique du croisement en 1 point.

Notons que le croisement s'effectue directement au niveau binaire, et non pas au niveau des gènes. Un chromosome peut donc être coupé au milieu d'un gène.

## Croisement en deux points

Le même principe que le croisement en un point sauf qu'on choisit au hasard deux points de croisement (Figure II-9).

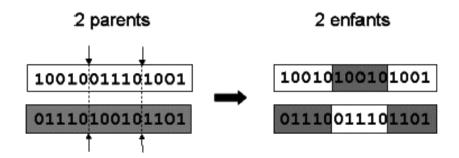


Figure II-9: Représentation schématique du croisement en deux points.

Notons que d'autres formes de croisement existent, du croisement en K points jusqu'au cas limite du croisement uniforme.

#### > Croisement uniforme

Dans ce cas, un masque de croisement (mot binaire de même longueur que les chromosomes) est utilisé. Un "0" à la nième position du masque laisse inchangé les symboles à la nième position des chromosomes. Tandis qu'un "1" déclenche un échange des symboles correspondants (Figure II-10). Le masque est réalisé de façon aléatoire pour chaque couple d'individus.

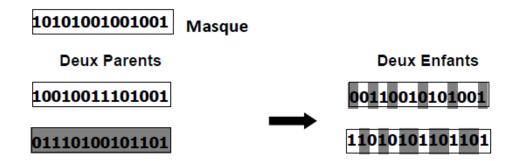


Figure II-10: Représentation schématique du croisement uniforme [13].

## c) Mutation

Nous définissons une mutation comme étant l'inversion d'un bit dans un chromosome (Figure II-11). Cela revient à modifier aléatoirement la valeur d'un paramètre du dispositif. Les mutations jouent le rôle de bruit et empêchent l'évolution de se figer. Elles permettent d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre des bits mutés. De plus, elles garantissent mathématiquement que l'optimum global peut être atteint.

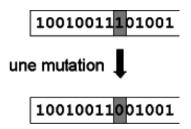


Figure II-11: Représentation schématique d'une mutation dans un chromosome [13].

D'autre part, une population trop petite peut s'homogénéiser à cause des erreurs stochastiques : les gènes favorisés par le hasard peuvent se répandre au détriment des autres. Cet autre mécanisme de l'évolution, qui existe même en l'absence de sélection, est connu sous le nom de dérive génétique. Du point de vue du dispositif, cela signifie que l'on risque alors d'aboutir à des dispositifs qui ne seront pas forcément optimaux. Les mutations permettent de contrebalancer cet effet en introduisant constamment de nouveaux gènes dans la population.

De nombreuses méthodes existent. Souvent la probabilité de mutation  $P_m$  par bit et par génération est fixée entre 0,01 et 0,1. On peut prendre également  $P_m=1/L$  où L est le

nombre de bits composant un chromosome. Il est possible d'associer une probabilité différente à chaque gène, et ces probabilités peuvent être fixes ou évoluer dans le temps.

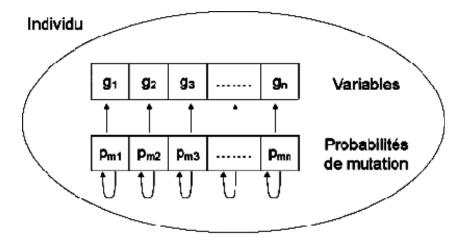


Figure II-12: Principe de l'auto adaptation.

A chaque variable est associée sa propre probabilité de mutation, qui est ellemême soumise au processus d'évolution. L'individu possède donc un second chromosome codant ces probabilités.

## II.3.1.7 Cycle de l'AG

La procédure de l'algorithme génétique fait intervenir toutes les entités précitées : la fonction d'évaluation, la sélection, le croisement et la mutation.

Pour résoudre un problème d'optimisation à l'aide de l'AG, il suffit de choisir une représentation binaire des solutions éventuelles qui va subir une évolution dans le temps, comme la montre la Figure II-13.

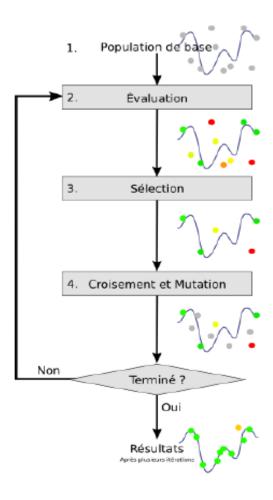


Figure II-13: Cycle complet d'un algorithme génétique [13].

## II.4 Recuit simulé (RS)

Le recuit simulé est une version améliorée de la méthode d'amélioration itérative. Il a été mis au point par trois chercheurs de la société IBM, S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt et M.P. Vecchi en 1983, et indépendamment par V. Černy en 1985 [13]. Pour la résolution d'un problème de placement en VLSI (Very Large Scale Integration). La méthode est inspirée du principe thermodynamique dans lequel les déplacements dans l'espace de recherche sont basés sur la distribution de Boltzmann.

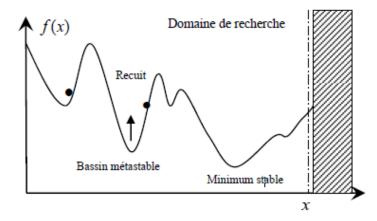
La probabilité de Boltzmann, notée  $\Pi_i$  mesure la probabilité de trouver un système dans une configuration Ci d'énergie E(Ci), à une certaine température T donnée, dans l'espace de configurations U et elle est définie par :

$$\prod_{i_{i \in U}} = \frac{Exp\left(\frac{-E(c_i)}{kT}\right)}{\sum_{j \in U} Exp\left(\frac{-E(c_j)}{kT}\right)}$$
(II.7)

Où : k est appelé la constante de Boltzmann.

Dans cette expression, le facteur k.T montre que lorsque la température est très élevée, tous les états sont à peu près équiprobables, c'est-à-dire un grand nombre de configurations sont accessibles. Au contraire quand la température est basse, les états à haute énergie deviennent peu probables par rapport à ceux de faible énergie.

Pour appliquer ce principe au problème de minimisation de coût, le processus de recherche peut être assimilé à un processus de recuit comme en métallurgie. Quand on chauffe un métal à une température très élevée, le métal devient liquide et peut occuper toute configuration. Quand la température décroît, le métal va se figer peu à peu dans une configuration qu'il est de plus en plus difficile à déformer (on dit qu'il est refroidi). A moins de le réchauffer (recuit), le métal peut être retravaillé de nouveau pour lui donner la forme désirée. L'algorithme de Kirkpatrick simule ce processus en combinant dans l'algorithme les mécanismes de refroidissement et de recuit (Figure II-14).



**Figure II-14**: Parcours de l'espace de recherche avec le recuit simulé [13].

Cependant, le concept de température d'un système physique n'a pas d'équivalent direct avec le problème à optimiser.

Le principe de "recuit" qui se traduit par une augmentation du niveau d'énergie, permet de sortir des minima locaux.

Ainsi, dans l'algorithme de recuit simulé, la probabilité de Boltzmann n'est pas directement appliquée, mais le critère de Metropolis est utilisé. Celui-ci permet de décider si une nouvelle configuration générée présente une variation de coût acceptable.

## II.4.1 Caractéristiques du Recuit Simulé

## II.4.1.1 **Température**

La température est un paramètre de contrôle. Le but est d'avoir une température assez haute pour sauter les barrières et suffisamment basse pour être malgré tout attiré vers le minimum le plus profond. En diminuant lentement la température, on permet au système de rechercher les "bassins d'attraction" dont la préférence est toujours donnée à celui dont le coût est minimal. La loi selon laquelle la température décroît est également importante pour l'efficacité de l'algorithme, puisqu'elle doit aussi laisser le temps au système de tester le maximum de configurations pour être sûr d'obtenir le minimum global. Aussi, la température initiale doit-elle être suffisamment élevée pour que la descente en température soit aussi lente que possible.

## II.4.1.2 **Température Initiale T0**

Sachant que les températures élevées favorisent le désordre, la valeur de la température initiale  $T_0$  doit être choisie élevée. Elle est déterminée, sinon fixée arbitrairement, lors d'une phase de prétraitement avec une exploration initiale partielle de l'espace de configurations. D'après Kirkpatrick et Al,  $T_0$  doit être choisie de sorte que la probabilité d'acceptation de la plus mauvaise solution soit environ 80% (i.e. Pr = 0.8).

Ensuite, dans l'expression de H, l'utilisateur doit fixer l'accroissement maximal acceptable de la fonction objectif, noté  $\Delta E^+$ , pour en déduire la valeur de  $T_0$ . On obtient alors l'expression suivante :

$$T_0 = \frac{\Delta E^+}{\ln(P_r)} \tag{II.8}$$

Cette relation peut être déduite de la probabilité de Boltzmann selon l'application. Par exemple, on génère aléatoirement un certain nombre de configurations initiales. Puis on calcule la température initiale de façon à pouvoir accepter dans la suite de l'algorithme, les configurations dont le coût est  $3\sigma$  fois moins bon que la valeur moyenne des coûts connus, avec  $\sigma$  l'écart type du nombre de valeurs initiales de la fonction coût. La probabilité d'acceptation  $P_r$  est réglée à 0.01 pour avoir une température initiale suffisamment élevée. Ainsi, la température initiale vaut:

$$T_0 = \frac{-3\sigma}{\ln(P_r)} \tag{II.9}$$

La définition de T<sub>0</sub>est basée sur le taux de configurations acceptées par rapport aux configurations générées.

## II.4.1.3 Décroissance de la température

Le changement de température  $T_k$  vers  $T_{k+1}$ est déterminé par le moment où l'on a détecté l'équilibre statistique (ou l'état de quasi-équilibre) à la température  $T_k$ . La recherche de cet état s'effectue en réitérant la chaîne de Markov qui correspond à peu près au nombre de configurations testées. La variation de température se fait donc par "palier" suivant la fonction de décroissance utilisée. Les fonctions les plus couramment rencontrées dans la littérature sont les fonctions linéaires, discrètes ou exponentielles.

Туре	Fonctions	Paramètres
Linéaire	$T_{k+1} = \alpha.T_k$	$\alpha \leq 1$
Discrète	$T_{k+1} = T_k - \Delta T$	$\Delta T > 0$ , pour la descente $\Delta T < 0$ , pour le recuit
Exponentielle	$T_{k+1} = T_k \cdot Exp(\frac{T_k}{\sigma_k})$ $0 \le \frac{T_{k+1}}{T_k} \le 1$	<ul> <li>σ<sub>k</sub>: Ecart type des coûts des configurations acceptées sous la température T<sub>k</sub>,</li> <li>l: Paramètre de réglage fixé par l'utilisateur</li> </ul>

**Tableau II-1:** Lois de décroissance de température les plus utilisées.

La loi la plus utilisée est la loi linéaire, qui permet d'avoir une décroissance ni trop rapide (discrète) ni trop lente (exponentielle). La décroissance est donc dynamique et adaptative.

Pour la fonction discrète, la décroissance est indépendante de la valeur de l'état précédent du système et dépend uniquement de la valeur de la différence  $\Delta T$ . Cette fonction peut être utilisée lorsque le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre un état d'équilibre peut être évalué avec une assez bonne précision. Le nombre d'itérations à chaque étape de température est déterminé par la longueur de la "chaîne de Markov".

#### II.4.1.4 Chaîne de Markov

La chaîne de Markov est l'ensemble des états finis aléatoires constitué d'une suite des probabilités associées à chaque configuration visitée à la température  $T_k$ . Lorsque  $T_k$  est constante, la probabilité est homogène et si le nombre de transitions tend vers l'infini, l'état le plus probable apparaît plus souvent et on obtient alors l'équilibre statistique à cette température.

Théoriquement, on montre que si l'on fait tendre la longueur de la chaîne de Markov vers l'infini, on peut obtenir la convergence asymptotique de l'algorithme.

En pratique, il n'est pas toujours possible de connaître à priori le nombre exact d'itérations nécessaire et le temps de calcul est limité, si bien que la convergence asymptotique ne peut être qu'approchée.

A cause de cette approximation, l'algorithme de recuit simulé ne peut garantir d'atteindre le minimum global avec une probabilité égale à 1. Ainsi, pour augmenter la chance d'obtenir une solution la plus proche du minimum global, il est important de trouver les valeurs de compromis entre les paramètres de contrôle de l'algorithme.

En résumé, le recuit simulé utilise un double dynamique :

- 1) Recherche de minima à température fixée avec la chaîne de Markov;
- 2) Diminution par étape de la température.

#### II.4.1.5 Critère de Metropolis

Après chaque passage d'un point  $\mathbf{x_0}$  à un autre point  $\mathbf{x_1}$ , on calcule la variation de la fonction de coût  $\Delta E = f(\mathbf{x_1}) - f(\mathbf{x_0})$ . La probabilité d'acceptation déterminée par une fonction  $\mathbf{H}$ , dépend de la température  $\mathbf{T}$  et de la différence entre les deux valeurs de la fonction. En se référant à la loi de Bolztmann, définie comme suit [14] :

$$H = exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) \tag{II.10}$$

Où E=f(x) représente l'énergie du système.

Lorsque la variation, l'exponentielle est supérieure ou égale à 1, le nouveau point doit être accepté, on lui affecte alors la probabilité maximale de 1.

Si  $\Delta E > 0$ , on compare H à un nombre aléatoire r dans [0,1]:

Si r < H le nouveau point x₁ est accepté;</p>

sinon il est rejeté et on essaie un autre point.

Les solutions ayant une forte augmentation en  $\Delta E$  sont donc moins probables pour une température donnée, d'autant moins que la température est faible.

Au début de l'algorithme, la température T est élevée, la probabilité H est proche de 1 et presque toutes les variations  $\Delta E$  sont acceptables. Au contraire, quand T diminue, les remontées sont de plus en plus difficiles, et seules de très faibles variations peuvent être acceptées. Quand la température est nulle, la probabilité de transition devient unitaire et l'algorithme de Metropolis est alors identique à un algorithme d'amélioration itérative, dans ce cas, on risque de finir piégé dans des minimums locaux.

En revanche, quand la température n'est pas nulle, l'algorithme peut choisir des points avec une valeur de la fonction plus élevée, ce qui permet d'éviter les minimums locaux en faveur d'un minimum global et la recherche continue avec celle-ci jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint.

#### II.4.1.6 Choix du nouveau point et décroissance de la température

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer la transformation élémentaire afin d'obtenir le nouveau point  $x_1$  à partir du point  $x_0$ .

On appelle  $\Delta x = x_1 - x_0$  la différence entre le nouveau point et le point courant, elle est généralement obtenue aléatoirement et respecte une densité de probabilité que l'on appelle  $g(\Delta x)$ .

Sur la Figure II-15, nous allons représenter la structure en bloc de l'algorithme du recuit simulé.

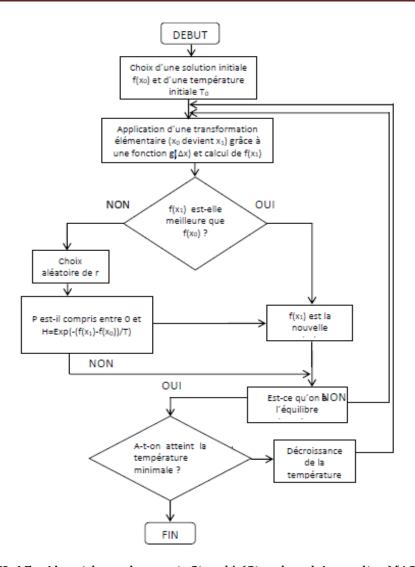


Figure II-15: Algorithme du recuit Simulé (Simulated Annealing)[13].

## II.4.2 L'algorithme de BOLTZMANN (BA: Boltzmann Annealing)

La première fonction  $g(\Delta x)$  est connue sous le nom de la fonction génératrice de recuit de Boltzmann. Elle a été employée par de nombreux utilisateurs de recuit simulé car elle permet une réduction de la zone de recherche. L'algorithme de Boltzmann permet de choisir aléatoirement des valeurs  $\Delta x$  qui satisfont à la densité de probabilité gaussienne suivante :

$$g(\Delta x) = (2\pi T)^{-\left(\frac{D}{2}\right)} exp\left(-\left(\frac{\Delta x^2}{2T}\right)\right)$$
 (II.11)

Où **T** est la température du système et **D** la dimension de l'espace de travail.

Le système peut alors trouver un minimum global à la fonction f(x), si la température du recuit  $T(k)=T_0/\text{Ln}(k)$  a diminuée lentement pour tendre vers la température nulle. K est alors le pas du recuit simulé

## II.4.3 Recuit Rapide (FA: Fast Annealing)

Un algorithme plus rapide peut être obtenu en utilisant une distribution de Cauchy, elle s'est révélée souvent supérieure à la méthode du type BA et elle est définie comme suit :

$$g(\Delta x) = \frac{1}{(\Delta x^2 + T^2)^{(D+1)/2}}$$
 (II.12)

Pour garantir que le système trouve statistiquement le minimum global, la procédure de refroidissement pour la distribution de Cauchy est de la forme :

$$T = \frac{T_0}{K^{1/D}} \tag{II.13}$$

## **II.5** Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre, une revue sur les différentes méthodes de résolution et d'optimisation des cristaux photoniques. Les méthodes numériques présentées, permettent de calculer la réponse spectrale d'un dispositif optique, ainsi que les propriétés de réflexion et de transmission de la difractions par le réseau du cristal photonique. Ces méthodes demeurent très accessibles, faciles à mettre en œuvre mais elles deviennent très couteuses en termes de temps de calcul et capacité informatique pour des structures complexes. Quant aux méthodes de synthèses, elles servent à optimiser les caractéristiques des matériaux à bande interdite photonique. Les deux méthodes exposées feront l'objet de calcul utilisé dans le chapitre III.

## Références bibliographiques de chapitre II

- [1]. K. M. Ho, C. T. Chan, et M. Soukoulis, Existence of a photonic gap in periodicstructures, Phys. Rev. Lett., vol. 65, p. 3152, 1990.
- [2]. S. G. Johnson, S. Fan, P. R. Villeneuve, J. D. Joannopoulos, et L. A. Kolodziejski, Guided modes in photonic crystal slabs, Phys. Rev. B, vol. 60, pp. 5751-5758, 1999.
- [3]. S. K. Yee, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. IEEE Trans. Antennas and propagation, Vol. 14, pp 302-307, (1966).
- [4]. Taflove, A. and S.C. Hagness, Computational electrodynamics: the finite-differencetime-domain method. 2000: Artech House, Boston.
- [5]. C. T. Chan, Q. L. Yu et K. M. Ho, Order N spectral method for electromagnetic waves, Physical Review B 51, p. 16635 (1995).
- [6]. R. L. Courant, Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibration, Bulletin of the American Mathematical Society 49: 1-23., 1943.
- [7]. M. G. Moharam et T. K. Gaylord, Rigorous coupled-wave analysis of planar grating diffraction, Journal of the Optical Society of America 71, 811 (1981).
- [8]. L. Li et C. W. Haggans, Convergence of the coupled-wave method for metalliclamellar diffraction gratings, Journal of the Optical Society of America A 10, 1184(1993).
- [9]. P. B. Johns et R. L. Beurle, Numerical solution of 2-dimensional scattering problemsusing a transmission-line matrix, Proceedings IEE, vol. 118, p. 1203–1208, sept. 1971.
- [10]. P. Yeh, Optical Waves in Layered Media, Wiley, New York (1988).
- [11]. D. Cassagne, Matériaux à bandes interdites photoniques. Ann. Phys. Fr. 23, n°4 (1998).
- [12]. DEKHIRA .A, "Etude théorique et simulation des cristaux photoniques et leurs applications en chimie et biochimie". Thèse Magister, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2010.

- [13]. BENDIABDALLAH Mohamed Youssef, Optimisation des filtres sélectifs en longueur d'ondes à base des cristaux photoniques unidimensionnels .Master, Université de ABOU BEKR BELKAID TLEMCEN,2013.
- [14]. ABRI. M, Boukli-hacene. N & Bendimerad. F. T., « *Application of the genetic algorithm to the ring printed antennas arrays synthesis* »., International Journal of Modelling and Simulation. ACTA press. Volume 28, Number 2, pp. 174–181, 2008. DOI: 10.2316/Journal.205.2008.2.205-4576.
- [15]. H. ABRI née BADAOUI « Etude ET Conception Des Micro Composants a Base Des Cristaux Photoniques Bidimensionnels », thèse doctorat, Université de Tlemcen, 2012.

# **CHAPITRE III**

Optimisation des Filtres Sélectifs BI-bandes à base des CPs 1D par l'Algorithme Génétique et le Recuit Simulé

## **III.1 Introduction**

Dans ce chapitre, une optimisation sera effectuée en employant deux méthodes d'optimisation pour la conception d'un filtre sélectif en longueurs d'ondes pour des longueurs d'onde données à base d'un CP-1D. Les méthodes utilisées sont « le recuit simulé » et « l'algorithme génétique ». Ces dernières nous ont parus efficaces et très adaptées à une telle problématique qui consiste bien entendu à la conception des filtres sélectifs bi-bandes.

# III.2 Description du filtre bi-bandes étudié

Notre filtre se compose d'un empilement périodique de deux diélectriques de constantes respectives  $\varepsilon_1=12.25$  (silicium) et  $\varepsilon_2=1$  (l'air). Il s'agit des matériaux à fort contraste d'indice, capable de créer un gap photonique large. En plus, notre miroir Bragg est de taille finie L=N.a où « N » est le nombre de périodes et « a » est la période (Figure III-1).

Figure III-1: Structure du filtre sélectif à base d'un CP 1D en incidence normale.

# III.3 Procédure d'optimisation

L'objectif consiste à rechercher l'épaisseur optique optimale de chaque couche du filtre pour que la transmission synthétisée se compare à une transmission désirée, tout en éliminant les transmissions parasites intervenant à des longueurs d'ondes voisines.

Figure III-2 : Spécification des fonctions, désirée et synthétisée.

Le problème de synthèse consiste à approcher le spectre de transmission synthétisé du filtre à CP  $F_s(\lambda)$  à une fonction Gaussienne désirée  $F_d(\lambda i)$  représentée par l'équation (III. 1) imposée préalablement par l'utilisateur, comme c'est montrée dans la Figure III-2.

$$Fd(\lambda i) = e^{-(\frac{80(\lambda i - \lambda 0)^2}{10^{-2}})} + e^{-(\frac{80(\lambda i - \lambda 1)^2}{10^{-2}})}$$
(III-1)

L'erreur commise entre les deux fonctions s'écrit alors :

$$\delta (\lambda, d, N) = |F_s(\lambda, d, N) - F_d(\lambda, d, N)|$$
 (III-2)

Le problème d'optimisation consiste ensuite à minimiser l'erreur quadratique  $G(\lambda, n)$ :

$$G(\lambda) = \sum_{\lambda} \lambda^{2}(\lambda, d, N)$$
 (III-3)

## III.4 Présentation des résultats de simulation

Pour l'étude de notre filtre, nous avons choisi d'exploiter une plage en longueur d'onde très utilisée en télécommunications optique comprise entre 1  $\mu m$  et 2  $\mu m$ . Il suffira alors de lancer l'opération de simulation à l'aide du logiciel de calcul MATLAB et de balayer la plage des fréquences à partir de 1.10  $\mu m$  - 1.25  $\mu m$  ensuite 1.31  $\mu m$  - 1.55  $\mu m$  et enfin 1.75  $\mu m$  - 1.95  $\mu m$ . Et ceci, en intervenant directement dans les programmes des algorithmes.

Au départ, le filtre en question ne peut pas encore filtrer. On doit passer par l'étape de l'optimisation, qui va appliquer des changements au niveau de l'épaisseur de chaque couche afin de ne laisser passer que deux longueurs d'ondes, et donc deux fréquences.

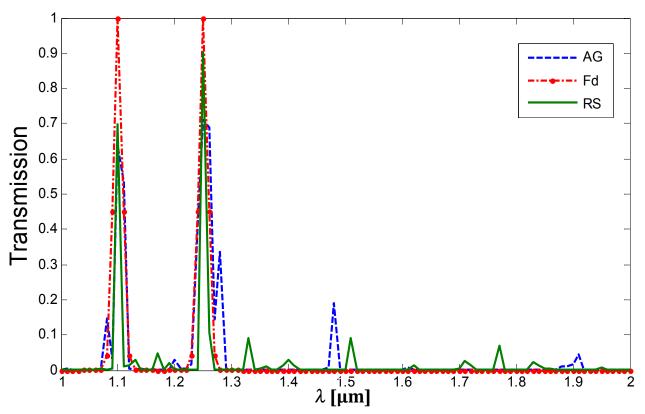
Pour le bon déroulement de notre simulation, nous avons introduit les paramètres requis pour chacun des deux algorithmes :

Algorithmes	Les paramètres	
Recuit simulé	<ul> <li>Température=2.</li> <li>Décroissance de température linéaire (T<sub>k+1</sub>= α T<sub>k</sub>) avec α=0.1</li> </ul>	
Algorithme Génétique	<ul> <li>N (nombre de couches)=19</li> <li>Génération=100. (itérations)</li> <li>Population=100.</li> <li>Codage sur 16 bits</li> </ul>	

Tableau III-1: Paramètres de simulations

## III.4.1 Optimisation des filtres en longueurs d'onde 1.10 $\mu$ m et 1.25 $\mu$ m

Après lancement de la simulation en utilisant les deux méthodes citées auparavant, nous obtenons les résultats suivants :



**Figure III-3 :** Réponse spectrale en transmission obtenue par le Recuit simulé et Algorithme Génétique pour  $\lambda = 1.10 \, \mu m$  et 1.25  $\mu m$ .

D'après la Figure III-3, nous constatons que le résultat de l'optimisation qui découle du recuit simulé (RS) ainsi que celui obtenu par l'algorithme génétique (AG) sont très proches de la fonction désirée (Fd).

Afin de minimiser l'erreur entre la fonction désirée et celle obtenue par les deux méthodes, nous allons analyser l'évolution de l'erreur de chaque algorithme. La Figure III-4 représente l'erreur dans le cas du recuit simulé et la Figure III-5 représente l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique. Nous remarquons que dans la première figure l'erreur décroit d'une valeur de 3,02784 à une valeur de 0.84448. Quant à la seconde figure, l'erreur varie entre 2.5 et moins de 0.5. Les valeurs trouvées sont du même ordre. La différence se creuse dans le nombre d'itérations réalisées, La première méthode nécessite plus de 4000 itérations afin d'atteindre l'optimisation désirée, alors que pour la seconde méthode seule 100 itérations sont suffisantes, ce qui représente que 4% de la première simulation.

Les résultats des différentes épaisseurs trouvées après simulation, sont résumés dans le Tableau III-2.

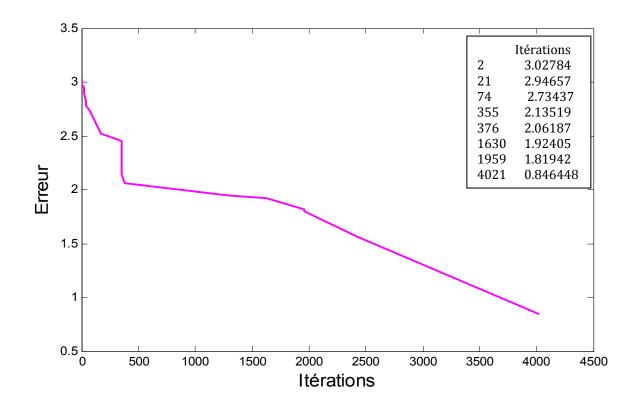
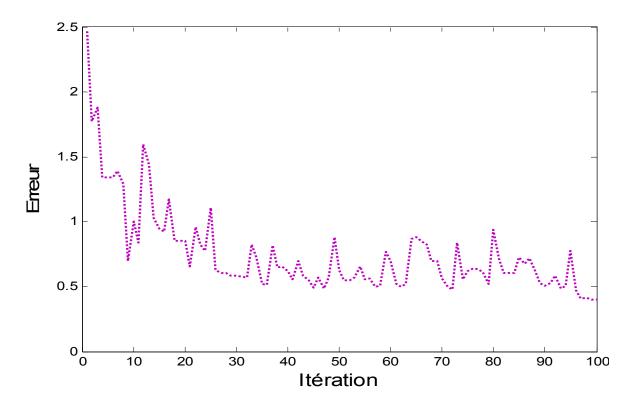


Figure III-4: l'évolution de l'erreur dans le cas du recuit simulé pour  $\,\lambda$  =1.10  $\mu$ m et 1.25  $\mu$ m.



**Figure III-5 :** l'évolution de l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique pour  $\lambda$  =1.10 µm et 1.25 µm.

Épaisseur des couches di [μm]	Recuit Simulé	Algorithme Génétique
d <sub>1</sub>	0.6516	0.4481
$\mathbf{d}_2$	0.5337	0.9675
$\mathbf{d}_3$	0.6221	0.1755
d <sub>4</sub>	0.4166	0.8957
<b>d</b> <sub>5</sub>	0.7403	0.1369
<b>d</b> <sub>6</sub>	0.5933	0.4596
$\mathbf{d}_7$	0.4953	0.4059
$\mathbf{d_8}$	0.6375	0.6138
d <sub>9</sub>	0.5359	0.6731
d <sub>10</sub>	0.6559	0.2183
d <sub>11</sub>	0.1982	0.3091
d <sub>12</sub>	0.8712	0.4685
d <sub>13</sub>	0.7849	0.3234
d <sub>14</sub>	0.8922	0.4026
<b>d</b> <sub>15</sub>	0.5262	0.7163
d <sub>16</sub>	0.5090	0.6904
d <sub>17</sub>	0.9914	0.8130
d <sub>18</sub>	0.8511	0.1336
<b>d</b> <sub>19</sub>	0.9384	0.7342

**Tableau III-2**: Dimensions du filtre optimisé pour  $\lambda$  =1.10 et 1.25 µm

## III.4.2 Optimisation des filtres longueurs d'onde 1.31 $\mu m$ et 1.55 $\mu m$

Nous considérons à présent les deux longueurs d'onde 1,31  $\mu m$  et 1,55  $\mu m$ , la simulation par les deux techniques permet d'avoir les résultats suivants :

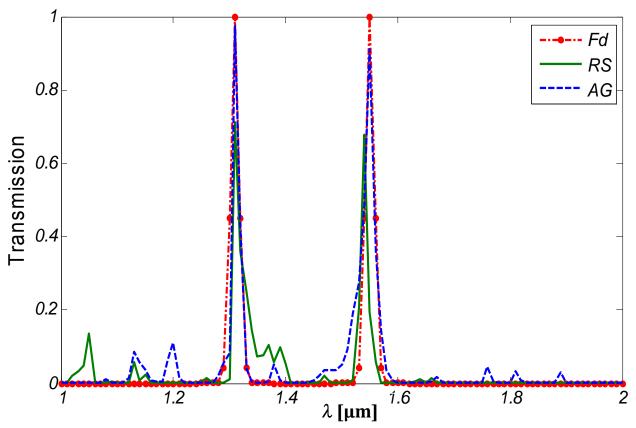
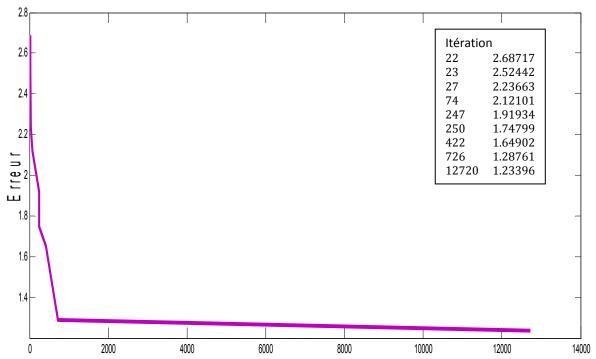


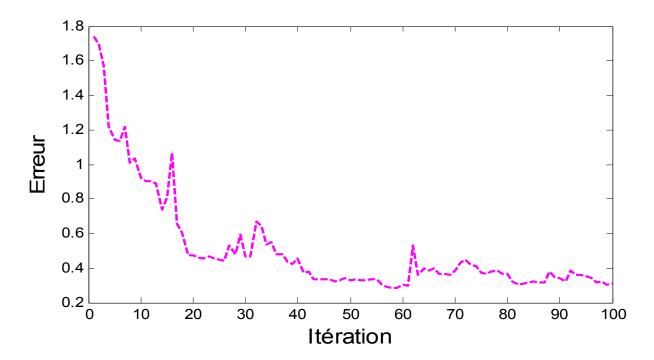
Figure III-6 : La transmission en fonction de la longueur d'onde pour 1.31  $\mu m$  et 1.55  $\mu m$ .

Selon la Figure III-6, nous pouvons remarquer que le résultat de l'optimisation qui découle du recuit simulé ainsi que celui obtenu par l'algorithme génétique sont comparables et coïncident bien avec la fonction désirée.

Pour la minimisation de l'erreur entre la fonction désirée et celle obtenue par les deux simulations, nous allons analyser l'évolution de l'erreur de chaque algorithme. La Figure III-7 représente l'erreur dans le cas du recuit simulé et la Figure III-8 représente l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique.



**Figure III-7:** l'évolution de l'erreur dans le cas du recuit simulé pour  $\lambda$  =1.31 et 1.55 µm.



**Figure III-8**: l'évolution de l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique  $\lambda$  =1.31 et 1.55 µm.

Dans le cas du recuit simulé, le nombre d'itérations réalisées dépassent les 12700 itérations et l'erreur est de l'ordre 1. En revanche, dans le cas de l'algorithme génétique le nombre d'itérations n'est que de 100 itérations avec une erreur de l'ordre de 0. Dans

cette dernière, le nombre d'itérations représente pratiquement 1% que celles obtenues dans la première. Ce qui veut dire que la méthode de l'algorithme génétique représente un gain dans le temps de calcul ainsi une meilleure qualité de résultats.

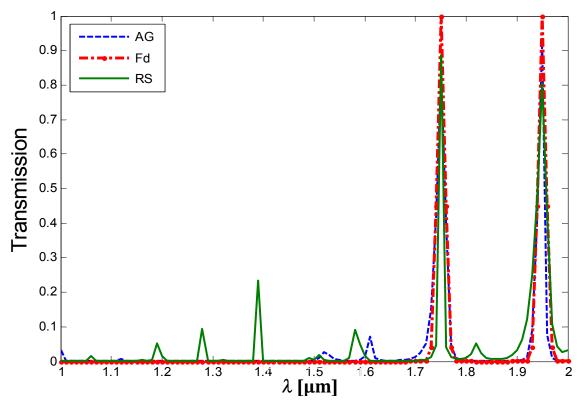
Les résultats numériques obtenus sont résumés dans le tableau III-2 :

Épaisseur des couches di [µm]	Recuit Simulé	Algorithme Génétique
$d_1$	0.3695	0.8467
$d_2$	0.5909	0.6577
$\mathbf{d}_3$	0.8976	0.4143
d <sub>4</sub>	0.8872	0.6751
$\mathbf{d}_5$	0.9376	0.2113
d <sub>6</sub>	0.5555	0.4189
<b>d</b> <sub>7</sub>	0.7721	0.7374
d <sub>8</sub>	0.2851	0.9781
d <sub>9</sub>	0.6591	0.3095
d <sub>10</sub>	0.0602	0.1815
<b>d</b> <sub>11</sub>	0.1957	0.0556
d <sub>12</sub>	0.6307	0.8168
d <sub>13</sub>	0.8548	0.5577
d <sub>14</sub>	0.8061	0.7685
<b>d</b> <sub>15</sub>	0.5524	0.7148
d <sub>16</sub>	0.5891	0.1078
d <sub>17</sub>	0.9138	0.5608
d <sub>18</sub>	0.8063	0.4067
d <sub>19</sub>	0.5888	0.7960

**Tableau III-3:** Dimensions du filtre optimisé  $\lambda$  =1.31 et 1.55 µm

## III.4.3 Optimisation des filtres en longueurs d'onde 1.75 $\mu m$ et 1.95 $\mu m$

Enfin, pour des longueurs d'onde 1,75  $\mu m$  et 1,95  $\mu m$ , les résultats de la simulation par les deux algorithmes sont résumés par la suite :

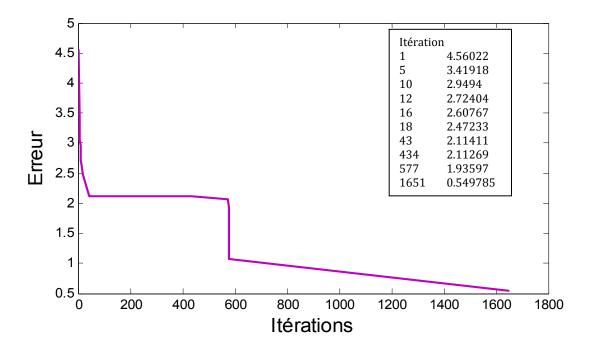


**Figure III-9 :** La transmission en fonction de la longueur d'onde pour  $\,\lambda$  =1.75 µm et 1.95 µm.

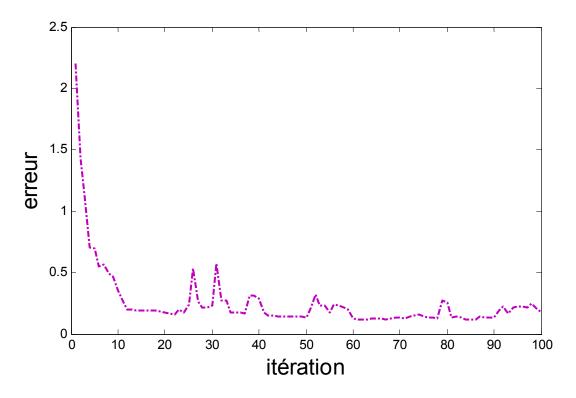
Selon la Figure III-9, nous remarquons que l'optimisation due au recuit simulé ainsi que celle obtenue par l'algorithme génétique sont parfaitement en adéquation avec la fonction désirée.

Les deux figures III-10 et III-11 représentent la minimisation de l'erreur entre la fonction désirée et celle obtenue par le recuit simulé et l'algorithme génétique respectivement.

Dans le cas du recuit simulé, le nombre d'itérations réalisées dépassent les 1600 itérations et l'erreur décroit de 4.56 à 0.55, alors que dans le cas de l'algorithme génétique le nombre d'itérations n'est que de 100 itérations avec une erreur variant de 2.25 et 0.25. Dans cette dernière, le nombre d'itérations représente pratiquement 6% que celles obtenues dans la première. Ce qui veut dire que la méthode de l'algorithme génétique représente un gain dans le temps de calcul. Quant aux résultats de l'erreur, la variation entre les deux méthodes est modeste. Les valeurs restent de la même dimension.



**Figure III-10 :** l'évolution de l'erreur dans le cas du recuit simulé pour  $\,\lambda$  =1.75 et 1.95  $\mu$ m.



**Figure III-11:** l'évolution de l'erreur dans le cas de l'algorithme génétique pour  $\lambda = 1.75 \ \mu m$  et  $1.95 \mu m$ .

Les résultats des différentes épaisseurs trouvées par la simulation dans le cas des longueurs d'onde 1.75  $\mu m$  et 1.95  $\mu m$ , sont résumés dans le Tableau III-4 suivant :

Épaisseur des couches di [μm]	Recuit Simulé	Algorithme Génétique
$d_1$	0.3148	0.1948
$d_2$	0.0592	0.5193
$\mathbf{d}_3$	0.1616	0.9729
d <sub>4</sub>	0.8966	0.0057
<b>d</b> <sub>5</sub>	0.6703	0.7785
<b>d</b> <sub>6</sub>	0.2722	0.9719
<b>d</b> <sub>7</sub>	0.5624	0.4787
d <sub>8</sub>	0.6149	0.3469
<b>d</b> 9	0.9051	0.3794
d <sub>10</sub>	0.9262	0.3965
d <sub>11</sub>	0.5280	0.0690
d <sub>12</sub>	0.7534	0.1839
<b>d</b> <sub>13</sub>	0.5989	0.0568
d <sub>14</sub>	0.2255	0.3219
d <sub>15</sub>	0.8004	0.1230
d <sub>16</sub>	0.8077	0.9219
d <sub>17</sub>	0.7636	0.4831
d <sub>18</sub>	0.6362	0.1815
d <sub>19</sub>	0.7298	0.5050

**Tableau III-4**: Dimensions du filtre optimisé pour  $\lambda$  =1.75 et 1.95 μm

# III.5 Aperçu du filtre après optimisation

Dans cette optimisation, nous avons fait varier l'épaisseur de chaque couche constituant le filtre dans le but d'injecter une plage de fréquences en entrée, et de ne retenir en sortie que deux ou plus.

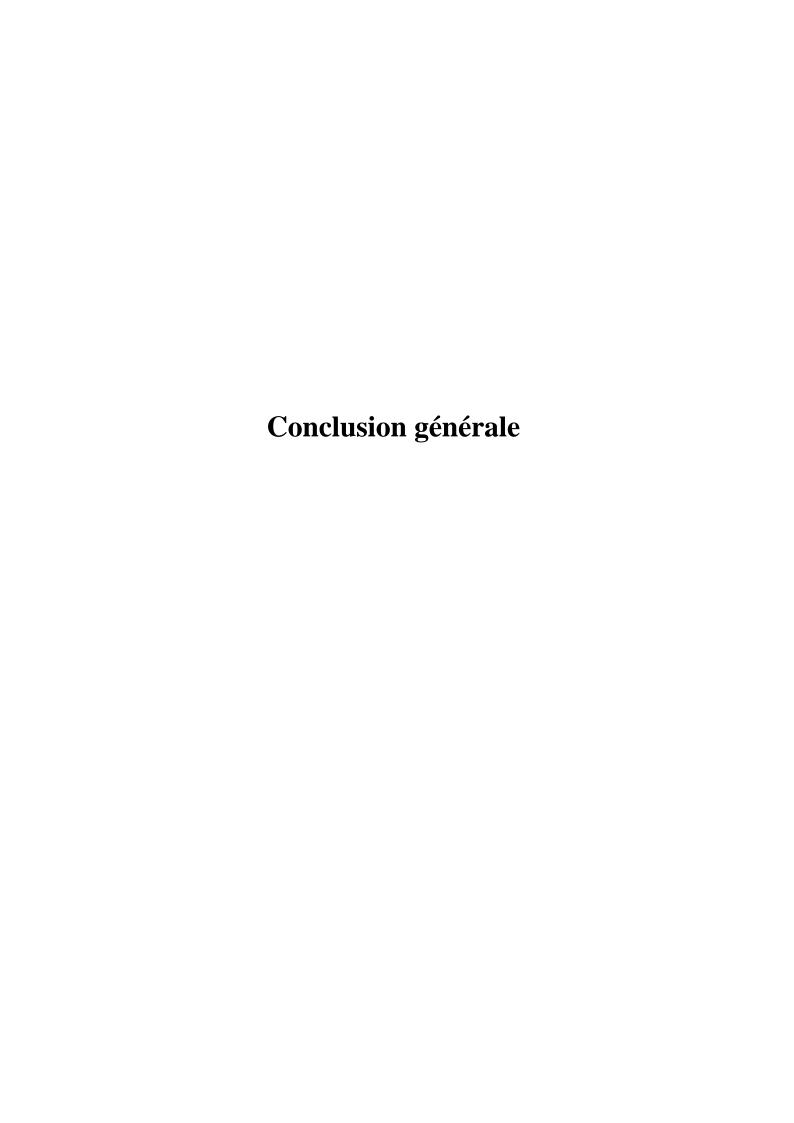
Dans la Figure III-12 nous allons exposer un aperçu sur le filtre obtenu après optimisation par les deux méthodes.

Figure III-12: Filtre CP-1D sélectif optimal en longueurs d'ondes

## **III.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons simulé trois filtres bi-bandes à base des CPs-1D transparents en longueurs d'onde (1.10  $\mu$ m, 1.25  $\mu$ m), (1.31  $\mu$ m ,1.55  $\mu$ m) et (1.75  $\mu$ m, 1.95  $\mu$ m) utilisant deux méthodes d'optimisation dite le Recuit Simulé et l'Algorithme Génétique. Les résultats trouvés montrent que l'utilisation de l'algorithme génétique donne de meilleurs résultats par rapport au recuit simulé en terme de rejection des harmoniques et en temps, de calcul.

Nous avons montré également qu'il est possible de concevoir des filtres bi-bande en agissant sur les épaisseurs optiques via ces algorithmes évolutionnaires.



Dans ce travail, une étude de l'influence des paramètres géométriques sur le filtrage sélectif de la lumière grâce aux cristaux photoniques planaires a été réalisée. Celle-ci s'est basée sur un filtre sélectif en longueur d'onde à base de CP à une dimension dont nous avons simulé son comportement via le logiciel de calcul MATLAB.

Le filtre est constitué d'une succession de deux couches diélectriques ayant deux permittivités différentes. Notre étude s'est orientée vers l'influence que peut avoir les dimensions des différentes couches, qui forment ce filtre, sur la réponse en sortie.

A cet effet, nous avons fait une optimisation des réponses spectrales en termes de transmission en employant deux méthodes de synthèse, très utilisées actuellement dans le domaine. A savoir le Recuit simulé et l'Algorithme Génétique.

Ces deux algorithmes implémentés dans MATLAB ont montré qu'il est possible de concevoir un filtre bi-bande en longueurs d'onde à basse de CP-1D pour un certain nombre de couche N.

Pour montrer la similitude des résultats, nous avons donc tracé pour deux longueurs d'ondes données, les courbes fournies par les deux programmes et nous les avons comparés à la fréquence désirée  $f_d(x)$ , les résultats sont comparables. Néanmoins, ces résultats montrent que l'utilisation de l'algorithme génétique donne de meilleurs résultats vis-à-vis du recuit simulé. En effet, un gain remarquable en termes de temps de calcul et en qualité de résultats a été constaté.

Le présent travail nous a permis de mieux comprendre l'utilisation des cristaux photoniques dans le domaine de transmission lumineuse. Ces matériaux innovants représentent un sujet d'actualité pour les systèmes de transmission.

Dans la présente étude un filtre bi-bandes à deux longueurs d'ondes a été traité. Nous suggérons pour de futures études, d'utiliser des filtres multi-bandes à trois longueurs d'ondes ou plus. Ainsi, exploiter d'autres méthodes de calcul citées dans le chapitre 2. Le modèle que nous avons utilisé est un modèle CP-1D, ça serait souhaitable d'aborder des modèles plus compliqués, à savoir les CP-2D ou 3D.