



جامعة أبو بكر بلقايد - تلمسان

Université Abou Bakr Belkaïd de Tlemcen

Faculté de Technologie

Département de Génie Biomédical

Laboratoire de Recherche de Génie Biomédical

**MEMOIRE DE PROJET DE FIN D'ETUDES**

pour l'obtention du Diplôme de

**MASTER en GENIE BIOMEDICAL**

**Spécialité : Imagerie Médicale**

présentée par : NEMOUCHI Maroua et MOKHTAR Hanane

---

**OPTIMISATION POUR LA RESOLUTION DU  
PROBLEME INVERSE EN TEP**

---

**Soutenu le 17 septembre 2017 devant le Jury**

|     |                              |            |                       |              |
|-----|------------------------------|------------|-----------------------|--------------|
| Mr  | DJEBBARI Abdelghani          | <i>MCA</i> | Université de Tlemcen | Président    |
| Mme | ILES Amel                    | <i>MCB</i> | Université de Tlemcen | Encadreur    |
| Mme | BAKAK YETTOU<br>Nour elhouda | <i>MCB</i> | Université de Tlemcen | Examinatrice |

**Année universitaire 2016-2017**

*La théorie,  
c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne.*

*La pratique,  
c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi.*

*Ici, sont réunies théorie et pratique :  
rien ne fonctionne ... et personne ne sait pourquoi !*

*Albert Einstein*

## Résumé

La tomographie d'émission de positons (TEP) est une technique d'imagerie nucléaire jouant un rôle important de nos jours. Les données acquises en TEP sont des projections mesurées tout autour du patient sur différents angles de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ , qui correspondent aux lieux d'annihilation de la distribution radioactive. Les projections d'une coupe de l'objet imagé incluent des informations rangées dans un sinogramme sous forme d'une matrice 2D. Lors du processus de l'acquisition s'accompagne un bruit de nature poissonnien qui se traduit au niveau des images par des variations aléatoires d'un pixel à l'autre. L'obtention d'images à partir de projections nécessite une étape de reconstruction qui consiste à trouver une estimation de l'objet imagé, qu'il s'agit d'un problème inverse. Dans notre projet, nous avons étudié la problématique de la reconstruction tomographique ; nous avons utilisé quelques algorithmes de reconstruction afin d'optimiser la résolution de problème inverse tomographique. Ces algorithmes sont divisés en deux grandes familles : l'une est analytique, nous nous sommes intéressés dans ce cadre par l'algorithme de référence FBP (Filtered Back-Projection), qui consiste à calculer analytiquement l'inverse de la transformée de Radon. L'autre est itérative plus particulièrement nous nous sommes intéressés par des méthodes statistiques, qui incluent différents algorithmes tel que l'algorithme : ML-EM (Maximum Likelihood-Expectation Maximisation), OS-EM (Ordered Subset-Expectation Maximisation) et PL-OS-EM (Penalized Likelihood-Ordered Subset-Expectation Maximisation). Ces derniers utilisent une formulation probabiliste de problème de reconstruction, qui permet d'obtenir des images très proches de l'objet étudié. Les résultats obtenus au cours de notre travail nous ont permis de valider les méthodes de reconstruction à l'aide de calcul des paramètres de performances. Les approches itératives donnent de meilleurs résultats en termes de qualité et de temps de calcul, et plus particulièrement la méthode PL-OS-EM.

**Mots clés :** Tomographie par émission de positons, approche analytique, transformée de Radon, approche itérative, FBP, ML-EM, OS-EM, PL-OS-EM.

## **Abstract**

The Positron Emission Tomography (PET) is a nuclear imaging technique that plays an important role nowadays. The PET acquired data are measured projections around the patient on different angles from  $0^\circ$  to  $360^\circ$ , which corresponds to the sites of annihilation of the radioactive distribution. Projections of a section of the imaged object include information stored in a sinogram in the form of a 2D matrix. During the acquisition process, there is a noise of a poisonous nature which is translated in images by random variations from one pixel to another. Obtaining images from projections consists to find an estimate of the imaged object that is in reality an opposite problem. In our project, we studied the problem of tomographic reconstruction; we used some reconstruction algorithms in order to optimize tomographic inverse problem resolution. These algorithms are divided into two main categories: One is analytical; we were interested in this framework by the algorithm referenced by FBP (Filtered Back-Projection), which consists to calculate analytically the inverse of the Radon transform. The other is iterative; in particular we were interested in statistical methods, which include different algorithms such as the algorithm ML-EM (Maximum Likelihood-Expectation Maximization), OS-EM (Ordered Subset-Expectation Maximization) and PL-OS-EM (Penalized Likelihood-Ordered Subset-Expectation Maximization). The latest use a probabilistic formulation of reconstruction problems, which makes it possible to obtain very close images to the object studied. Results obtained during our work allowed us to validate reconstruction methods by using performance parameters calculation. Iterative approaches give better results in terms of quality and computation time; more particularly the PL-OS-EM method.

**Keywords:** Positron emission tomography, analytical approach, transformed by Radon, iterative approach, FBP, ML-EM, OS-EM, PL-OS-EM.

## **Remerciements**

*En préambule à ce mémoire nous remerciant ALLAH qui nous aide et nous donne la patience et le courage durant ces longues années d'étude, et la force d'accomplir ce Modeste travail. Nous exprimons toutes nos reconnaissances et gratitude à l'ensemble du corps enseignant et de la Faculté (Abou Bekr Belkaïd de Tlemcen) de Technologie, pour la richesse et la qualité de leur enseignement et qui déploient de grands efforts pour assurer à leurs étudiants une formation actualisée, et garantir la continuité et l'aboutissement de ce programme de Master.*

*Nous tenons d'abord à remercier très chaleureusement Madame, Maitre de Conférence ILLES qui nous a permis de bénéficier de son encadrement. Les conseils qu'elle nous a prodigué, l'orientation ficelée tout au long de notre recherche, la confiance, la patience qui ont constitué un apport considérable sans lequel ce travail n'aurait pas pu être mené au bon port. Qu'elle trouve dans ce travail un hommage vivant à sa haute personnalité. Elle est toujours montrée à l'écoute et très disponible tout au long de la réalisation de ce mémoire, ainsi pour l'inspiration, l'aide et le temps qu'elle a bien voulu nous consacrer et sans qui ce mémoire n'aurait jamais vu le jour.*

*Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury Monsieur le président DJEBBARI Abdelghani et Madame l'examinatrice BAAKEK YETTOU Nour elhouda pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail.*

*On n'oublie pas nos parents pour leur contribution, leur soutien et leur patience. Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

*Merci à tous et à toutes.*

## **Dédicace**

*À la plus belle créature, que ALLAH a créée sur terre,,,*

*À cet source de tendresse, de patience et de générosité,,,*

*Au meilleur des pères*

*À ma très chère maman*

*Qu'ils trouvent en moi la source de leur fierté*

*À qui je dois tout*

*Je vous dédie ce travail en témoignage de mon profond amour. Puisse ALLAH, le tout puissant, vous préserver et vous accorder santé, long vie et bonheur.*

*À mon frère et mes sœurs*

*Mohamed-El-Amine, Abba et Nabila*

*À qui je souhaite un avenir plein de joie, de bonheur, de réussite de sérénité.*

*À tous les membres de ma famille, petits et grands.*

*À mes chers amis*

*Abdelhak-Anes, Elhadj Bakhadda Tayeb, Yamina, Fatima-Zohra.*

*Je ne peux trouver les mots justes et sincères pour vous exprimer mon affection et mes pensées, vous êtes pour moi des frères, sœurs et des amis sur qui je peux compter. En témoignage de l'amitié qui nous uni et des souvenirs de tous les moments que nous avons passé ensemble, je vous dédie ce travail et je vous souhaite une vie pleine de santé, de bonheur et de réussite.*

*À tous les étudiants de la promotion 2016/2017*

*Option : Imagerie Médicale*

*À tous ceux qui me tout chers*

*À tous ceux qui, par un mot, m'ont donné la force de continuer... .*

*(Hanane MOKHTAR)*

## *Dédicace*

*A la fin de ce travail et avant tout, je tiens à remercier ALLAH le tout puissant de m'avoir donné la foi et de m'avoir permis d'en arriver là.*

*Je dédie ce mémoire :*

*A mes très chers parents de ses précieux conseils, de tous les sacrifices qu'ils ont consentis pour me permettre de suivre mes études dans les meilleures conditions possibles et de m'avoir toujours entourés et motivés à sans cesse devenir meilleure.*

*A mes frères Aymen, Fadi et Alla eddine, en leurs souhaitant la réussite et le succès dans ses études.*

*A mes Oncles, mes tantes, mes cousins et mes cousines sans exception.*

*A mon binôme Hanane et mes chères copines Safae, Warda, Halima et Amina.*

*A toutes les personnes qui m'ont aidé de près et de loin par le fruit de leurs connaissances pendant mes années d'étude.*

*Maroua Nemouchi*

## Table des matières

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| Résumé .....               | ii  |
| Abstract .....             | iii |
| Remerciements .....        | iv  |
| Dédicaces .....            | v   |
| Table des matières .....   | vii |
| Liste des figures .....    | xi  |
| Liste des tableaux .....   | xv  |
| Introduction générale..... | 1   |

## I Généralité de la technique d'imagerie nucléaire TEP

|   |    |
|---|----|
| Introduction.....   | 5  |
| I.1 Définition de la Tomographie par Emission de Positrons « TEP »..... | 5  |
| I.2 Principe de fonctionnement .....                                    | 6  |
| I.3 Principes physiques.....  | 7  |
| I.3.1 Désintégration $\beta^+$ et émission du positon .....             | 7  |
| I.3.2 Production des radionucléides.....                                | 8  |
| I.3.3 Différents radio-traceurs utilisés en TEP .....                   | 9  |
| I.3.3.1 $^{18}\text{F}$ FDG (Fluoro-désoxyglucose) .....                | 9  |
| I.3.3.2 [ $^{18}\text{F}$ ] Fluoro-DOPA .....                           | 9  |
| I.3.3.3 [ $^{11}\text{C}$ ] Méthionine .....                            | 10 |
| I.3.3.4 [ $^{18}\text{F}$ ] NaF .....                                   | 10 |
| I.3.3.5 [ $^{11}\text{C}$ ] Raclopride .....                            | 10 |
| I.3.3.6 [ $^{15}\text{O}$ ] H <sub>2</sub> O.....                       | 11 |
| I.3.3.7 [ $^{13}\text{N}$ ] NH <sub>3</sub> .....                       | 11 |
| I.3.3.8 [ $^{18}\text{F}$ ] Fluoro-choline .....                        | 11 |
| I.3.4 Annihilation des positons .....                                   | 11 |
| I.3.5 Système de détection en TEP .....                                 | 13 |
| I.3.5.1 Effet photoélectrique .....                                     | 13 |
| I.3.5.2 Diffusion Compton (inélastique) .....                           | 14 |

## Table des matières

---

|   |   |    |
|---|---|----|
| I.3.5.3   | Diffusion Rayleigh (élastique) .....                | 15 |
| I.3.5.4   | Production de paires .....                          | 16 |
| I.3.6   | Chaîne de détection des photons d'annihilation..... | 16 |
| I.3.6.1   | Cristal scintillateur .....                         | 17 |
| I.3.6.1.1   | Choix du scintillateur .....                        | 17 |
| I.3.6.1.2   | Analyse des principaux cristaux disponibles .....   | 19 |
| I.3.6.2   | Guide de lumière .....                              | 20 |
| I.3.6.3   | Tubes photomultiplicateurs (TPM) .....              | 20 |
| I.3.6.4   | Détection en coïncidence .....                      | 21 |
| I.4   | Limitations des systèmes TEP .....                  | 22 |
| I.4.1   | Parcours du positon .....                           | 23 |
| I.4.2   | Acolinéarité des photons $\gamma$ émis.....         | 23 |
| I.4.3   | Types de coïncidence .....                          | 23 |
| I.4.3.1   | Coïncidences vraies .....                           | 24 |
| I.4.3.2   | Coïncidences diffusées .....                        | 25 |
| I.4.3.3   | Coïncidences fortuites .....                        | 26 |
| I.4.4   | Atténuation des photons $\gamma$ .....              | 27 |
| I.4.5   | Profondeur d'interaction.....                       | 28 |
| I.4.6   | Diffusion des photons dans le cristal.....          | 29 |
| I.4.7   | Bruit de mesure .....                               | 30 |
| I.4.8   | Temps mort .....                                    | 30 |
| I.5   | Conclusion .....                                    | 30 |
| <br>  |   |    |
| <b>II Etat de l'art de la reconstruction des images TEP</b> |   |    |
|   | Introduction .....                                  | 32 |
| II.1  | Acquisition des données .....                       | 32 |
| II.1.1  | Stockage des évènements .....                       | 35 |
| II.1.1.1  | Mode liste.....                                     | 35 |
| II.1.1.2  | Histogramme brute.....                              | 35 |
| II.1.1.3  | Sinogramme.....                                     | 35 |
| II.1.2  | Inversion de la transformée de Radon .....          | 37 |
| II.2  | Problématique de la reconstruction en TEP.....      | 37 |
| II.2.1  | Problème inverse .....                              | 38 |

## Table des matières

---

|          |  |    |
|----------|--|----|
| II.2.2   | Modélisation statistique .....   | 38 |
| II.3     | Résolution de problème inverse.....                                    | 41 |
| II.3.1   | Méthodes de reconstruction analytiques .....                           | 41 |
| II.3.1.1 | Rétroprojection filtrée (FBP) .....                                    | 41 |
| II.3.2   | Méthodes de reconstruction itératives .....                            | 46 |
| II.3.2.1 | Méthode ML-EM.....   | 51 |
| II.3.2.2 | Méthode OS-EM.....   | 54 |
| II.3.2.3 | Méthode PL-OS-EM.....  | 57 |
| II.4     | Avantages et inconvénients des méthodes analytiques et itératives..... | 58 |
| II.5     | Conclusion .....   | 60 |

## III Résultats et discussions

|           |   |    |
|-----------|---|----|
|           | Introduction .....  | 62 |
| III.1     | Évaluation de performances .....  | 63 |
| III.1.1   | Erreur quadratique moyenne (MSE) .....  | 63 |
| III.1.2   | Rapport signal sur bruit crête (PSNR) .....   | 63 |
| III.1.3   | Corrélation-croisée normalisée (NCC) .....  | 63 |
| III.1.4   | Erreur absolue normalisé (NAE) .....  | 64 |
| III.2     | Résultats et discussions de la reconstruction en TEP.....   | 64 |
| III.2.1   | Résultats et discussions des approches analytiques .....  | 65 |
| III.2.1.1 | Rétroprojection filtrée (FBP) .....   | 65 |
| III.2.2   | Résultats et discussions des approches itératives.....  | 70 |
| III.2.2.1 | Maximisation expectative du maximum de vraisemblance (ML-EM:<br>Maximum Likelihood Expectation Maximization (en anglais)) .....   | 70 |
| III.2.2.2 | Maximisation expectative du sous-ensemble rangé (OS-EM : Ordered<br>Subset Expectation Maximization (en anglais)) .....   | 74 |
| III.2.2.3 | Vraisemblance pénalisée de la maximisation expectative du sous<br>ensemble rangé (PL-OS-EM : Penalizedlikelihood_OrderedSubsetExpectation<br>Maximization (en anglais)) ..... | 78 |
| III.2.3   | Comparaison des méthodes analytiques et itératives .....  | 82 |
| III.3     | Développement d'une interface graphique appliquée à l'optimisation pour la résolution<br>du problème inverse en TEP .....   | 84 |
| III.3.1   | Description de l'interface .....  | 84 |

## Table des matières

---

|                           |    |
|---------------------------|----|
| III.3.2 Application ..... | 88 |
| III.4 Conclusion.....     | 90 |
| Conclusion générale ..... | 91 |
| Bibliographie .....       | 92 |

## Listes des figures

|      |   |    |
|------|---|----|
| I.1  | Vue générale d'un TEP.....  | 6  |
| I.2  | Schéma du processus d'acquisition.....  | 7  |
| I.3  | Synthèse chimique de la molécule [ <sup>18</sup> F] FDG.....  | 9  |
| I.4  | Synthèse chimique de la molécule [ <sup>18</sup> F] Fluoro-DOPA.....  | 10 |
| I.5  | Synthèse chimique de la molécule [ <sup>11</sup> C] Méthionine.....   | 10 |
| I.6  | Synthèse chimique de la molécule [ <sup>11</sup> C] Raclopride.....   | 11 |
| I.7  | Phénomène d'annihilation de la paire positon-électron.....  | 12 |
| I.8  | Phénomène d'annihilation et l'acolinéarité.....   | 12 |
| I.9  | Principe de l'effet Photoélectrique.....  | 14 |
| I.10 | Principe de la diffusion Compton.....   | 15 |
| I.11 | Principe de la diffusion Rayleigh.....  | 15 |
| I.12 | Principe de la production de paires.....  | 16 |
| I.13 | Bloc de cristaux couplés à un photomultiplicateur.....  | 17 |
| I.14 | Schéma d'un détecteur élémentaire à scintillation.....  | 21 |
| I.15 | Détection en coïncidence des photons en TEP.....  | 22 |
| I.16 | Acolinéarité des photons d'annihilation.....  | 23 |
| I.17 | Types de coïncidences.....  | 24 |
| I.18 | Coïncidences vraies.....  | 25 |
| I.19 | Coïncidences diffusées.....   | 25 |
| I.20 | Coïncidences fortuites.....   | 26 |
| I.21 | Phénomène d'atténuation en TEP.....   | 27 |
| I.22 | Erreur maximale sur la localisation de LDR.....   | 29 |
| I.23 | Erreur de positionnement due aux interactions Compton du photon $\gamma$ dans les cristaux du détecteur.....  | 29 |
| II.1 | (A gauche) Illustration d'une acquisition 2D pour laquelle seuls les plans droits et croisés peuvent former des coïncidences, les paires de photons ayant un angle copolaire élevé sont arrêtées par les septa. (A droite) Illustration de la reconstruction 2D à partir des plans droits et plans croisés pour former l'image..... | 33 |
| II.2 | Projection tomographique d'un objet $f(x,y)$ selon un angle $\Phi$ .....  | 34 |
| II.3 | Un sinogramme contient ensemble des éléments de projection.....   | 36 |

## Liste des figures

---

|   |    |
|---|----|
| II.4 Bruit poissonien en fonction du nombre de photons détectés .....   | 39 |
| II.5 Rétroprojection en fonction du nombre de projections. L'image A représente l'image originale et les images B à G représentent l'image reconstruite en fonction du nombre de projections respectivement, 1, 3, 4, 16, 32 et 64 projections sur 360° .....                           | 42 |
| II. 6 Rétroprojection simple (a) et rétroprojection filtrée (b). .....  | 42 |
| II. 7 Principe du théorème de la coupe centrale. ....   | 44 |
| II.8 Courbe du filtre rampe.....  | 45 |
| II.9 Algorithme de rétroprojection filtrée.....   | 45 |
| II.10 Explication du problème de la reconstruction tomographique par: image de 4 pixels (2×2) et deux directions de projection soit un total de 4 raies de projections. Chaque valeur projetée $p_i$ est une combinaison linéaire des valeurs des pixels de l'image à reconstruire..... | 49 |
| II.11 Modélisation de la géométrie de détection, (a) parallèle, (b) en éventail.....  | 48 |
| II.12 Modèles de distribution de l'intensité des pixels.....  | 48 |
| II.13 Principe des méthodes itératives.....   | 50 |
| II.14 Processus de la méthode ML-EM.....  | 53 |
| II.15 Tri des projections en sous-ensembles .....   | 57 |
| II.16 Propriétés de convergence de la méthode OS-EM pour différentes itérations et différents nombres de sous-ensembles. Cette méthode est semblable à la méthode ML-EM et est beaucoup plus rapide mais ne garantit pas une convergence vers la solution ML-EM .....                   | 56 |
| III.1 Organigramme résume la reconstruction des images TEP.....   | 62 |
| III.2 (a) « image fantôme TEP » de taille (64×60), (b) le sinogramme de 90 projections correspondant à cette image. ....  | 64 |
| III.3 Sinogramme bruité par un bruit de poisson .....   | 65 |
| III.4 Représentation de l'espace entre les rayons d'incidences.....   | 66 |
| III.5 Images reconstruites par la méthode FBP en utilisant un espace de: b) 1, c) 4, d) 8, e) 12, f) 16 et g) 20 entre les rayons d'incidence. Avec a) Image de référence .....   | 67 |
| III.6 Variation des critères d'évaluation en fonction de l'espace entre les rayons d'incidence pour la méthode FBP : a)MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE .....   | 68 |
| III.7 Images résultantes par la méthode FBP en utilisant : b) 4, c) 10, d) 60, e) 90, f) 150 et g) 180 projections. Avec a) Image de référence .....  | 69 |
| III.8 Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode FBP : a)MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE .....   | 70 |

## Liste des figures

---

|   |    |
|---|----|
| III.9 Images résultantes par la méthode ML-EM en utilisant : b) 4, c) 10, d) 60, e) 90, f) 150 et g) 180 projections. Avec a) Image de référence.....   | 71 |
| III.10 Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode ML-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE .....   | 72 |
| III.11 Images reconstruites par la méthode ML-EM en utilisant : b) 1, c) 2, d) 4, e) 8, f) 10 et g) 14 itérations. Avec a) Image de référence.....  | 73 |
| III.12 Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre d'itérations pour la méthode ML-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE .....   | 74 |
| III.13 Images résultantes par la méthode OS-EM en utilisant : b) 2, c) 50, d) 60, e) 80, f) 90, g) 180 projections et 8 sous-ensembles. Avec a) Image de référence.....   | 75 |
| III.14 Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE .....   | 76 |
| III.15 Images résultantes par la méthode OS-EM en utilisant : b) 1, c) 2, d) 3, e) 4, f) 5, g) 6 itérations et 4 sous-ensembles. Avec a) image de référence .....   | 77 |
| III.16 Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre d'itérations pour la méthode OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.....  | 78 |
| III.17 Images résultantes par la méthode PL-OS-EM en utilisant : b) 10, c) 50, d) 70, e) 100, f) 150, g) 180 projections et 8 sous-ensembles. Avec a) image de référence.....                                   | 79 |
| III.18 Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode PL-OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE .....  | 80 |
| III.19 Images résultantes par la méthode PL-OS-EM en utilisant : b) 1, c) 2, d) 4, e) 8, f) 10, g) 14 itérations et 4 sous-ensembles. Avec a) Image de référence .....  | 81 |
| III.20 Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre d'itérations pour la méthode PL-OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.....   | 82 |
| III.21 Comparaison entre les différentes méthodes de reconstruction (FBP, ML-EM, OS-EM et PL-OS-EM) par les critères d'évaluation en fonction du nombre de projection : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE ..... | 83 |
| III.22 Interface graphique principale.....  | 85 |
| III.23 Interface de reconstruction par la méthode FBP .....   | 85 |
| III.24 Interface de reconstruction par la méthode ML-EM.....  | 86 |
| III.25 Interface de reconstruction par la méthode OS-EM.....  | 87 |
| III.26 Interface de reconstruction par la méthode PL-OS-EM.....   | 88 |
| III.27 Interface du résultat de la reconstruction par la méthode FBP.....   | 88 |

## Liste des figures

---

|        |  |    |
|--------|--|----|
| III.28 | Interface du résultat de la reconstruction par la méthode ML-EM .....    | 89 |
| III.29 | Interface du résultat de la reconstruction par la méthode OS-EM .....    | 89 |
| III.30 | Interface du résultat de la reconstruction par la méthode PL-OS-EM ..... | 90 |

## Liste des tableaux

|   |    |
|---|----|
| I.1 Principales caractéristiques des scintillateurs utilisés en TEP .....                           | 19 |
| III.1 Résultats de la reconstruction FBP en fonction de l'espace entre les rayons d'incidence ..... | 66 |
| III.2 Résultats de la reconstruction FBP en fonction de nombre de projections. ....                 | 68 |
| III.3 Résultats de la reconstruction ML-EM en fonction de nombre de projections.....                | 71 |
| III.4 Résultats de la reconstruction ML-EM en fonction de nombre d'itérations. ....                 | 73 |
| III.5 Résultats de la reconstruction OS-EM en fonction de nombre de projections.....                | 75 |
| III.6 Résultats de la reconstruction OS-EM en fonction de nombre d'itérations. ....                 | 77 |
| III.7 Résultats de la reconstruction PL-OS-EM en fonction de nombre de projections.....             | 79 |
| III.8 Résultats de la reconstruction PL-OS-EM en fonction de nombre d'itérations. ....              | 81 |

## Introduction générale

La Tomographie par Emission de Positons (TEP) est une méthode d'imagerie médicale fonctionnelle non invasive, appelée également métabolique par opposition aux techniques d'imagerie médicale conventionnelle, dites anatomiques (Radiologie, Scanner, IRM). Cette technique de médecine nucléaire consiste à représenter la concentration du radionucléide dans le corps du patient. Les domaines dans lesquels la tomographie par émission de positons apporte une contribution décisive sont la cancérologie (diagnostique, caractérisation de tumeurs, extension avant et après traitement, surveillance et évaluation d'efficacité thérapeutique), la cardiologie (essentiellement l'étude de la viabilité myocardique), la neurologie (maladie d'Alzheimer, épilepsie et pathologies vasculaires cérébrales) et d'autres domaines de recherche comme schizophrénie, autisme, infectiologie, étude des récepteurs et la détection précoce de certaines maladies vasculaire.

La TEP, est un mode de visualisation en coupe d'un objet quel qu'il soit, qui désigne un système ou une procédure qui permet d'imager l'intérieur d'un objet à partir de ses projections réparties tout autour de celui-ci. Cette technique consiste à injecter un traceur faiblement radioactif préalablement administré au patient par voie intraveineuse. Ce traceur est marqué par un atome radioactif (carbone, fluor, azote, oxygène...), ces atomes sont produit artificiellement dans des accélérateurs de types cyclotrons. Après le traceur s'associe à sa cible biologique, tel que chaque traceur a un comportement particulier dans l'organisme du patient, suivant une fonction physiologique particulière, ce qui permet d'observer des fonctionnements divers de l'organisme. Le marqueur le plus souvent utilisé est le fluor-18 ( $^{18}\text{F}$ ) incorporé dans une molécule de glucose formant le  $^{18}\text{F}$ -fluoro-désoxyglucose ( $^{18}\text{F}$ -FDG).

L'atome radioactif se désintègre en émettant un positon. Celui-ci va s'annihiler avec un électron du milieu, cette annihilation produit deux photons gamma de 511 keV qui partent sur une même direction mais dans un sens opposé, provoquant la transformation de la matière en énergie. Ces paires de photons sont détectées en coïncidence à l'extérieur du patient à l'aide d'un système de détection, mais ce dernier provoque quelques limites qui dégradent la qualité d'images tomographique ; tel que les différents types de coïncidences, l'atténuation des photons gamma. Les coïncidences détectées lors d'une acquisition sont enregistrées sous format : mode-liste, histogramme brut ou sinogramme, elles sont reconstruites à l'aide d'un algorithme de reconstruction afin de fournir une estimation de la distribution bidimensionnelle du radio-traceur dans l'organisme.

C'est sur l'étape de reconstruction des images TEP qu'est centré ce travail. La reconstruction tomographique est qualifiée de problème inverse car elle consiste à retrouver une estimation de l'objet imagé le plus proche possible des projections, par le biais des observations acquises, ces observations sont la plupart du temps dégradées par un opérateur linéaire et/ou bruitées (opérateur de projection + bruit de Poisson).

Notre travail de mémoire se situe dans ce contexte, il a pour objectif de résoudre cette problématique en utilisant deux approches qui se divisent en deux grandes familles : les méthodes analytiques et les méthodes itératives.

Les méthodes analytiques reposent sur l'inversion de la transformée de Radon, qui expriment le problème de reconstruction de façon continue. Dans cette famille nous citons la méthode de rétroprojection filtrée (FBP) qui s'appuie sur le théorème de la coupe centrale, elle est considérée comme une méthode de référence.

Par contre, les méthodes itératives spécifiquement statistiques expriment le problème comme un système d'équation linéaire discrète, sous forme matricielle. Nous citons quelques exemples d'algorithmes statistiques de reconstruction les plus courants tels que la méthode ML-EM, sa version accélérée OS-EM, et sa version régularisée PL-OS-EM. Cette approche s'appuie sur une interprétation probabiliste de problème de reconstruction, afin de trouver une solution qui maximise une fonction de vraisemblance.

Nous utilisons ces deux approches pour optimiser la résolution de problème inverse des images tomographiques et améliorer la qualité des images reconstruites.

Ce manuscrit se décompose en trois chapitres comme suit :

- Chapitre I : présente une description de l'appareillage tomographique et son principe de fonctionnement. Plus particulièrement, nous nous intéressons aux phénomènes physiques mis en jeu, au système complet de détection, ce dernier engendre des limites physiques fondamentales dégradant la qualité d'image.

- Chapitre II : décrit l'acquisition des données et reconstruction tomographique, puis expose le problème de reconstruction tomographique sous forme mathématique, on présente dans un premier temps le principe général puis les différentes méthodes de reconstruction utilisées en TEP résolvant ce problème, qui sont les méthodes analytiques et les méthodes itératives de type statistiques. Pour finir on cite quelques avantages et inconvénients des deux approches utilisées dans ce travail.

- Chapitre III : consacré à une description des résultats obtenus par les algorithmes de reconstruction appliqués à une image TEP ; qui sont décrites dans le Chapitre II. Quatre critères d'évaluation ont été utilisés.

## **Chapitre I**

### **Généralité de la technique d'imagerie nucléaire TEP**

### Introduction

La Tomographie par Emission de Positons, mieux connue sous son acronyme de TEP certainement de PET Scan (en anglais), est une technique qui relève de la scintigraphie. C'est un examen à viser diagnostique, reposant sur la détection de positons produits par une substance radioactive administrée au patient par voie intraveineuse. La TEP fournit une image précise de l'activité cellulaire à l'intérieur du tissu observé.

A travers ce chapitre, nous allons détailler plusieurs étapes afin de mieux comprendre cette technique d'imagerie fonctionnelle. Nous commençons par une brève définition de l'appareil TEP en décrivant son principe de fonctionnement. Ensuite, nous détaillons le contexte physique dans lequel se base cette technique ; enfin nous exposons les limites des systèmes TEP.

### I.1 Définition de la Tomographie par Emission de Positons « TEP »

Le mot *tomographie* se décompose en deux parties : *tomo* et *graphie*. La racine *tomo* provient du grec ancien et signifie couper. La racine *graphie* provient du grec ancien puis du latin et signifie écrire. La *tomographie par émission de positons TEP*, est une méthode d'imagerie médicale pratiquée par les spécialistes en médecine nucléaire qui permet de mesurer en trois dimensions une activité métabolique ou moléculaire d'un organe.

Elle consiste donc à reconstruire le volume d'un objet par coupes à partir de mesures externes. Ensuite, comme son nom l'indique, la *TEP* repose sur l'émission de positons issus d'un produit radioactif injecté préalablement. Ceux-ci sont émis par désintégration d'isotopes radioactifs spécifiques, qui donnent lieu, à la création de deux photons gamma ( $\gamma$ ) dans deux directions opposées.

Cette paire de photons est recueillie par la couronne de détecteurs de la caméra à positons située autour du patient (voir figure.I.1).



Figure I.1 - Représentation d'un appareil TEP.

### I.2 Principe de fonctionnement

La TEP repose sur le principe général de la scintigraphie qui consiste à injecter un traceur dont on connaît le comportement et les propriétés biologiques pour obtenir une image du fonctionnement d'un organe ou la présence d'une cible moléculaire.

La *scintigraphie en TEP* est obtenue par injection d'un traceur faiblement radioactif par voie intraveineuse. Ce traceur est marqué par un atome radioactif (carbone, fluor, azote, oxygène,...), après il s'associe à sa cible biologique.

Le marqueur le plus souvent utilisé est le fluor-18 ( $^{18}F$ ) incorporé dans une molécule de glucose formant le  $^{18}F$ -fluoro-désoxyglucose ( $^{18}F$ -FDG). Le traceur est semblable au glucose, il se fixe au niveau des tissus qui consomment de grandes quantités de sucre, comme les tissus cancéreux, le muscle cardiaque ou encore le cerveau.

L'atome radioactif (exemple le  $^{18}F$ ) se désintègre en émettant un positon. Celui-ci va s'annihiler avec un électron du milieu, après un très court parcours de l'ordre du millimètre (environ 0,6 mm). Cette annihilation produit deux photons gamma de 511 keV qui partent sur une même direction mais dans un sens opposé, ce qui rend possible le traitement tomographique des données. En effet, les capteurs situés tout autour du patient détectent les photons d'annihilation en coïncidence (c.-à-d. ceux qui arrivent en même temps), ce qui permet d'identifier la ligne sur laquelle se situe l'émission des photons.

L'examen se poursuit quelques dizaines de minutes, pendant lesquelles plusieurs dizaines ou centaines de millions de coïncidences sont détectées et enregistrées. À partir de la liste des

coïncidences détectées, un système informatique reconstitue ensuite à l'aide d'un algorithme de reconstruction les images de la répartition du traceur au niveau d'une partie ou de la totalité du corps sous la forme d'une image 2D ou d'un objet 3D.

Les images ainsi obtenues sont dites « d'émission » (la radioactivité provient du traceur injecté au patient). La résolution spatiale de l'image ainsi obtenue est comprise entre 4 et 7 mm en imagerie clinique. Le déroulement de l'examen et les différentes étapes du fonctionnement sont illustrés dans la figure.I.2.

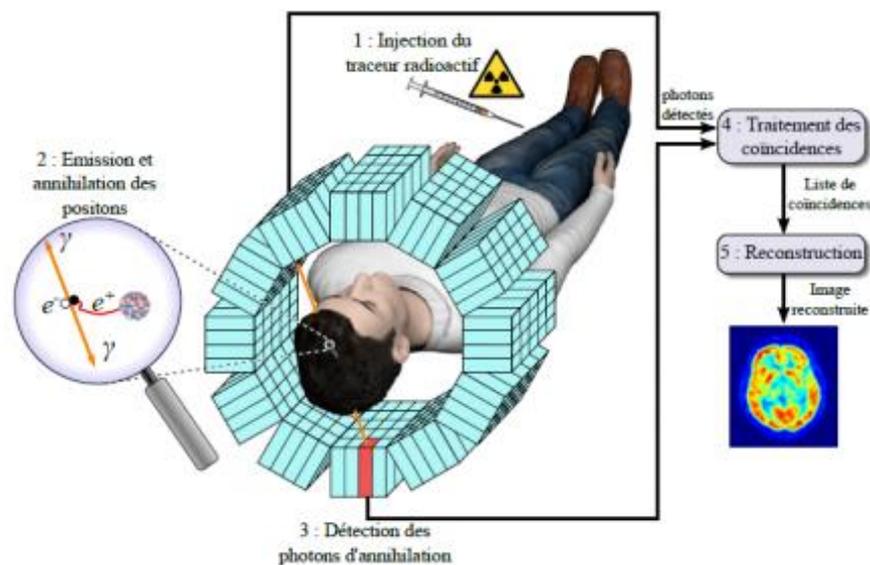


Figure I.2 - Schéma du processus d'acquisition.

Après cette description, nous décrivons maintenant de façon détaillée, toutes les étapes permettant d'obtenir des images tomographiques.

### 1.3 Principes physiques

L'imagerie TEP repose sur plusieurs principes physiques qui incluent dans le domaine de la physique des particules. Dans la partie suivante nous décrivons les principes fondamentaux ayant directement trait à cette modalité d'imagerie.

#### 1.3.1 Désintégration $\beta^+$ et émission du positon

La TEP repose sur le principe de l'émission de positons. Certains radioéléments émetteurs de positons sont des isotopes instables des éléments connus.

Pour retourner dans un état stable, ces isotopes subissent une désintégration  $\beta^+$  qui présente un excès de protons. Dans ce cas un proton est converti en neutron par l'intermédiaire de l'interaction faible, émettant un positon ( $e^+$ ) et un neutrino ( $\nu$ ) (équation **I.1**).



A titre d'exemple, voici l'équation (**I.2**) de désintégration du  ${}^{18}\text{F}$  :



Environ 40% des atomes ont des isotopes émetteurs de positons qui n'existent pas à l'état naturel et sont produits artificiellement dans des cyclotrons ou des générateurs.

### I.3.2 Production des radionucléides

Les principaux radionucléides émetteurs de positons les plus utilisés en TEP sont :

- Les isotopes : le carbone-11 ( ${}^{11}\text{C}$ ), l'azote-13 ( ${}^{13}\text{N}$ ) et de l'oxygène-15 ( ${}^{15}\text{O}$ ) qui constituent trois des quatre atomes fondamentaux de la matière vivante.
- Certains halogènes comme le fluor-18 ( ${}^{18}\text{F}$ ) qui peuvent facilement marquer certains composés biologiques.

Ils sont caractérisés par une durée de demi-vie  $t_{1/2}$ , jusqu'à 110 minutes pour le ( ${}^{18}\text{F}$ ), définie comme le temps nécessaire pour que la moitié des isotopes radioactifs soient revenus dans un état stable.

Ces isotopes de courte durée nécessitent pour leur production des accélérateurs de type cyclotron via des réactions nucléaires.

Le principe de base des cyclotrons consiste à accélérer des particules chargées (protons ou deutéron (proton + neutron)) dans une trajectoire circulaire autour de l'axe du cyclotron, par la combinaison de champ magnétique et champ électrique qui donnent un faisceau de particules possédant une énergie cinétique élevée. Les particules qui ont atteint l'énergie adéquate touchent ensuite une cible qui sert de matière première, avec la particule incidente, a la réaction nucléaire souhaitée. La particule incidente frappe le noyau de la cible et donne lui toute son énergie. Dans la cible a lieu la réaction nucléaire productrice de l'isotope émetteur de positons.

### I.3.3 Différents radio-traceurs utilisés en TEP

Le produit injecté au patient avant l'examen contient un traceur qui est composé d'une molécule dont au moins un de ses atomes est substitué par un isotope instable émetteur de particules  $\beta^+$ .

Ce produit permet d'étudier la distribution d'activité métabolique, en fonction de sa formule chimique, le traceur est impliqué dans des métabolismes spécifiques. Les radio-traceurs disponibles en TEP sont [1] [2] :

#### I.3.3.1 $^{18}\text{F}$ FDG (Fluoro-désoxyglucose)

C'est un radio-traceur très utilisé en routine clinique pour le diagnostic en cancérologie. C'est un analogue du glucose, c.-à-d. il possède la même formule chimique à l'exception d'un groupement hydroxyle qui a été remplacé par un atome de fluor-18 ( $^{18}\text{F}$ ) (voir figure.I.3).

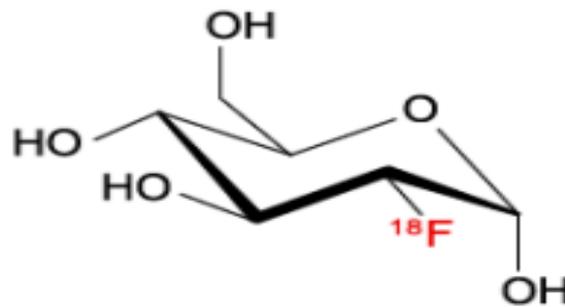


Figure I.3 – Synthèse chimique de la molécule  $^{18}\text{F}$ -FDG.

La variation de concentration de cette molécule dans les tissus du patient est proportionnelle à la consommation en glucose. Les tumeurs sont révélées par une consommation anormalement élevée en glucose.

Donc, le [ $^{18}\text{F}$ ] FDG est la molécule la plus utilisée dans les centres TEP pour suivre le métabolisme du glucose dans des pathologies comme l'épilepsie, les tumeurs cancéreuses, les dégénérescences ou les atteintes cardiaques.

#### I.3.3.2 [ $^{18}\text{F}$ ] Fluoro-DOPA

La fluoro-dihydroxyphénylalanine [ $^{18}\text{F}$ ] Fluoro-DOPA (voir figure.I.4) permet de suivre la synthèse de dopamine dans les noyaux cérébraux qui contrôlent le mouvement, il est très utilisé dans les études de la maladie de Parkinson ou encore en oncologie pour le diagnostic de tumeurs neuroendocrines digestives.

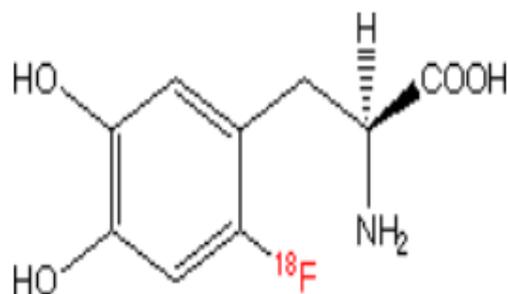


Figure I.4 – Synthèse chimique la molécule [ $^{18}\text{F}$ ] Fluoro-DOPA.

### I.3.3.3 [ $^{11}\text{C}$ ] Méthionine

Le radio-traceur [ $^{11}\text{C}$ ] Méthionine est un acide aminé indicateur de la synthèse protéique, utilisé pour évaluer l'efficacité des chimiothérapies sur des tumeurs cérébrales (voir figure.I.5).

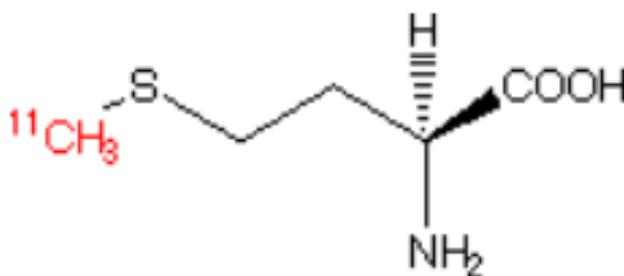


Figure I.5 – Synthèse chimique de la molécule [ $^{11}\text{C}$ ] Méthionine.

### I.3.3.4 [ $^{18}\text{F}$ ] NaF

Le Fluorure de sodium [ $^{18}\text{F}$ ] NaF est un radio-traceur utilisé pour détecter les tumeurs osseuses et les métastases osseuses de différents cancers.

### I.3.3.5 [ $^{11}\text{C}$ ] Raclopride

Le [ $^{11}\text{C}$ ] Raclopride (voir figure.I.6) est un ligand antagoniste des récepteurs post-synaptiques dopaminergiques D2, utilisé dans l'étude des mécanismes très spécifiques de l'activité cérébrale, par exemple la maladie de Parkinson.

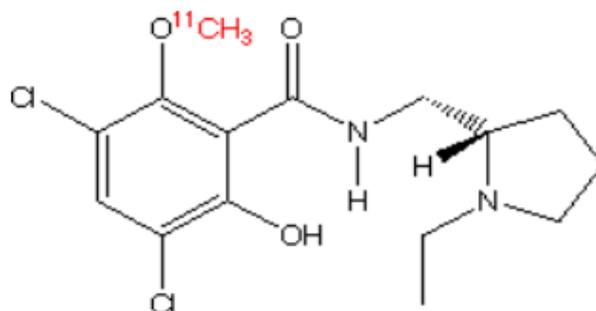


Figure I.6 – Synthèse chimique de la molécule [ $^{11}\text{C}$ ] Raclopride.

### I.3.3.6 [ $^{15}\text{O}$ ] $\text{H}_2\text{O}$

Le [ $^{15}\text{O}$ ]  $\text{H}_2\text{O}$ , eau marqué à l'oxygène, est un radio-traceur utilisé en neurologie. Il permet d'apprécier la perfusion sanguine.

### I.3.3.7 [ $^{13}\text{N}$ ] $\text{NH}_3$

[ $^{13}\text{N}$ ]  $\text{NH}_3$ , l'ammoniaque est un radio-traceur utilisé en cardiologie qui est capté par le myocarde pour étudier le débit du flux sanguin.

### I.3.3.8 [ $^{18}\text{F}$ ] Fluoro-choline

[ $^{18}\text{F}$ ]-fluorocholine, est en cours d'évaluation pour les bilans d'extension et les récurrences occultes des cancers de prostate.

La fixation de ces traceurs est possible grâce à la détection des photons rayonnants du patient. Ces photons sont émis indirectement par le traceur radioactif, ils viennent de l'annihilation des positons émis lors de la désintégration  $\beta^+$  du noyau de l'isotope instable.

## I.3.4 Annihilation des positons

Le positon émis suite à une désintégration  $\beta^+$  va interagir avec la matière environnante, en subissant des interactions diffusantes avec des électrons de la matière.

Il va parcourir quelques millimètres dans les tissus durant lesquelles il perd toute son énergie cinétique, lorsqu'il est au repos, il va interagir avec un électron libre du milieu par une réaction d'annihilation au cours de laquelle la masse des deux particules se transforme en deux photons  $\gamma$  qui partent dans la même direction au sens opposé avec une énergie égale à 511 KeV pour chacun (voir figure.I.7).

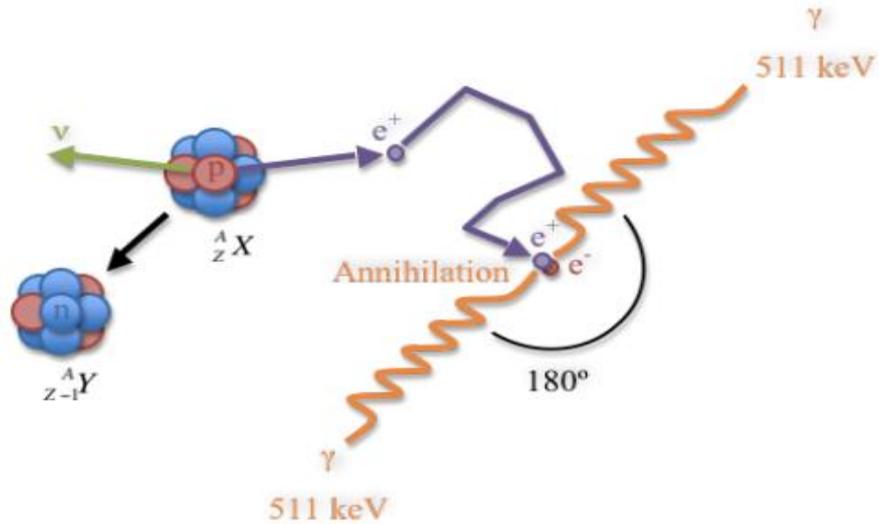


Figure I.7 – Phénomène d'annihilation de la paire positon-électron.

La ligne formée par les deux photons  $\gamma$  est appelée ligne de réponse (LDR). Chaque annihilation est donc caractérisée par une LDR dont la détection constitue le signal utile. En réalité, les composantes perpendiculaires du moment relatif de la paire positon-électron sont non nulles, à cause du mouvement orbital de l'électron du cortège atomique. Ces photons d'annihilation sont donc émis de manière isotrope avec une certaine acolinéarité (voir figure I.8) dont la distribution gaussienne (centrée sur zéro) présente une largeur à mi-hauteur de l'ordre de  $0,5^\circ$  [3].

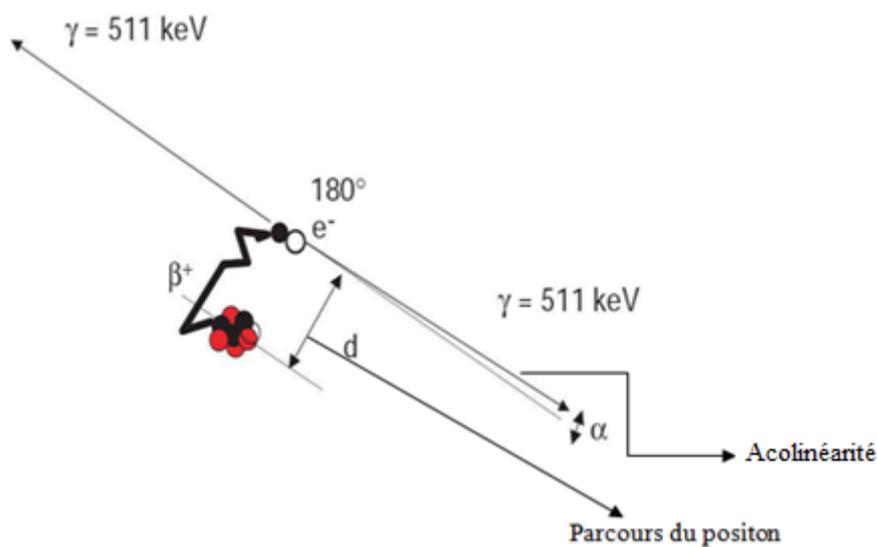


Figure I.8 – Phénomène d'annihilation et l'acolinéarité.

L'imagerie TEP repose sur la détection en coïncidence de deux photons de 511 keV issus d'une même annihilation entre un positon et un électron du milieu.

### I.3.5 Système de détection en TEP

L'effet des rayons gamma est très différent de celui de particules chargées (exemple les rayons alpha  $\alpha$  et bêta  $\beta$  qui déposent leurs énergies progressivement). Les photons gamma procèdent par tout ou rien, ils ne produisent aucun effet avant d'interagir avec un noyau ou un électron. Quand ils interagissent, ils mettent en mouvement des particules chargées. Ce sont elles qui déposeront l'énergie dans la matière [4] [5].

Les photons  $\gamma$  atténuent dans les détecteurs par les interactions suivantes :

- L'effet photoélectrique.
- La diffusion Compton (inélastique).
- La diffusion Rayleigh (élastique).
- La production de paires dans un champ coulombien.

Ces interactions conduisent à une perte d'énergie selon loi d'absorption dans la matière est exponentielle :

$$I=I_0e^{-\int_0^x \mu(x)dx} \quad (\text{I.3})$$

$I_0$  et  $I$  représentent respectivement les flux de photons incidents et transmis,  $x$  étant la profondeur dans le milieu et  $\mu$  étant le coefficient d'atténuation linéique.

#### I.3.5.1 Effet photoélectrique

L'effet photoélectrique constitue le mode d'interaction dominant quand l'énergie du gamma  $E_\gamma=h\nu_0$  est de l'ordre des énergies de liaison des électrons des atomes rencontrés.

Le gamma arrache un électron à sa couche atomique la plus interne K (voir figure.I.9). Ensuite l'atome qui a perdu un de ses électrons internes se trouve dans un état excité. Un électron d'une couche plus externe (L) vient occuper la lacune laissée par l'électron éjecté. Celui-ci va partager son énergie entre l'électron arraché et l'atome excité. Ce dernier se débarrasse ensuite de son énergie d'excitation en émettant des photons avec une énergie cinétique donnée par :

$$\left[\frac{1}{2}m_e v^2\right] = h\nu_0 - E_l \quad (\text{I.4})$$

Où  $E_l$  est l'énergie de liaison de l'électron dans l'atome.

Ces photons sont dits de fluorescence (généralement des rayons X) ou d'électron Auger qui arrache l'énergie d'excitation.

Dans le premier cas, la transition d'un électron d'une couche vers une autre plus profonde s'accompagne de l'émission d'un photon X de fluorescence dont l'énergie est caractéristique. Dans le second, l'énergie disponible est transférée à un électron de la couche périphérique, émis avec une énergie cinétique donnée (électron Auger) [2].

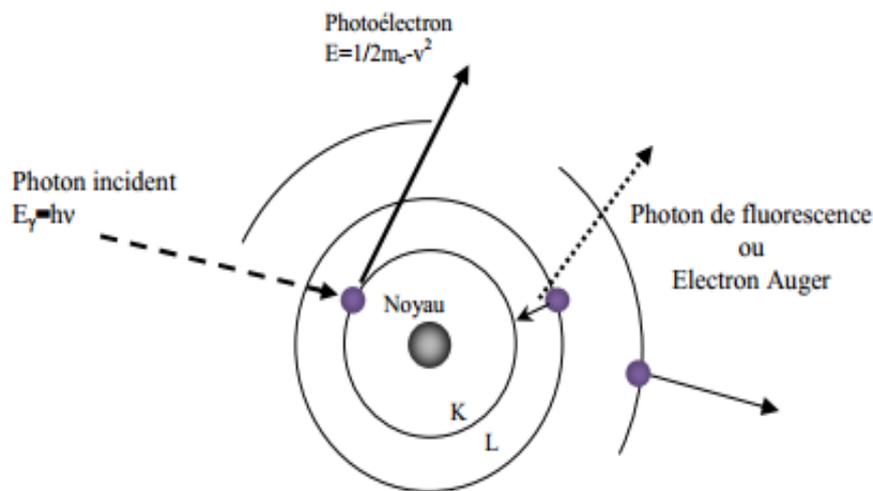


Figure I.9 – Principe de l'effet Photoélectrique.

### I.3.5.2 Diffusion Compton (inélastique)

Mode d'interaction privilégié avec la matière pour des photons gamma d'énergie moyenne. Ce processus correspond à la diffusion inélastique d'un photon  $\gamma$ , qui va libérer une partie de son énergie sur un électron (libre ou lié) du cortège atomique. On va voir donc, l'apparition d'un nouveau photon émis dans une direction  $\theta$  (voir figure.I.10).

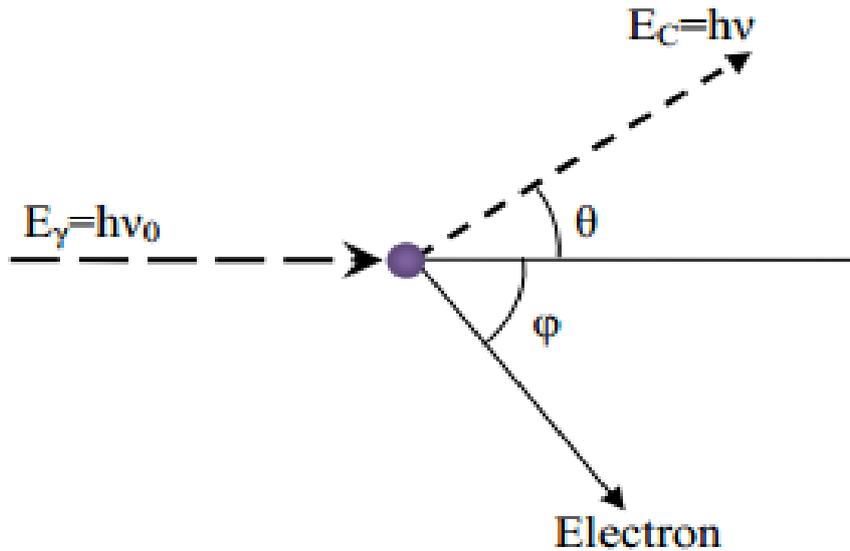


Figure I.10 – Principe de la diffusion Compton.

### I.3.5.3 Diffusion Rayleigh (élastique)

Cette diffusion est dite élastique ou encore cohérente qui consiste à dévier la trajectoire d'un photon de faible énergie tout en passant à côté d'un électron fortement lié à un atome. Le transfert d'énergie du photon à l'atome est considéré comme négligeable (voir figure.I.11). La diffusion Rayleigh est souvent négligée en TEP : par exemple, dans le Cérium dopé oxyorthosilicate de Gadolinium (GSO) et pour une énergie de 511 keV, l'effet Rayleigh représente seulement 2% des interactions dans le cristal, ce qui est négligeable face à l'effet photoélectrique et la diffusion Compton [6].

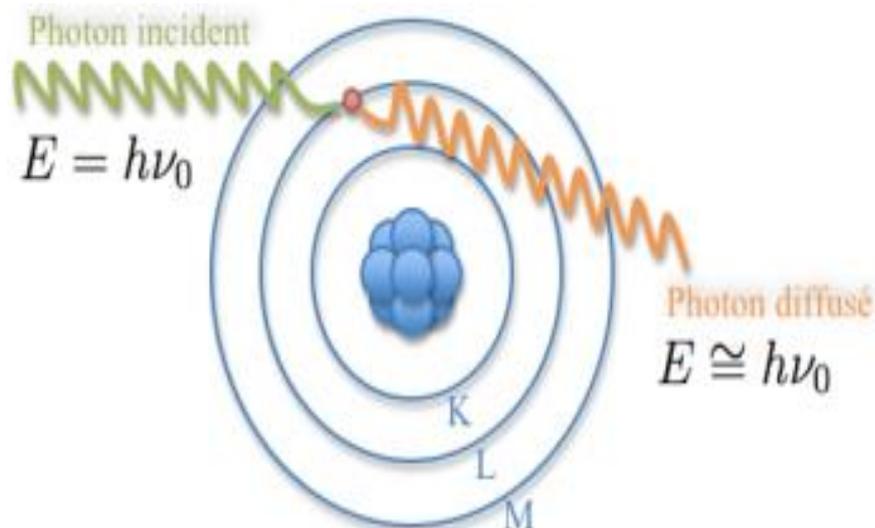


Figure I.11 – Principe de la diffusion Rayleigh.

### I.3.5.4 Production de paires

C'est un processus d'interaction des photons gamma qui va induire la création d'une paire de particules, un électron et un positon. Cette production ne s'observe qu'au-dessus d'une énergie seuil de 1,022 MeV, énergie nécessaire pour créer la masse d'un électron et d'un positon. La plupart des photons gamma issus des désintégrations radioactives n'atteignant pas cette énergie seuil, la production de paires ne concerne que la tranche des gammas les plus énergétiques.

Le positon émis au cours de ce processus va rencontrer un électron atomique qui va s'annihiler avec lui afin de produire deux photons gamma de 511 KeV qui partent dans la même direction au sens opposé (voir figure. I.12).

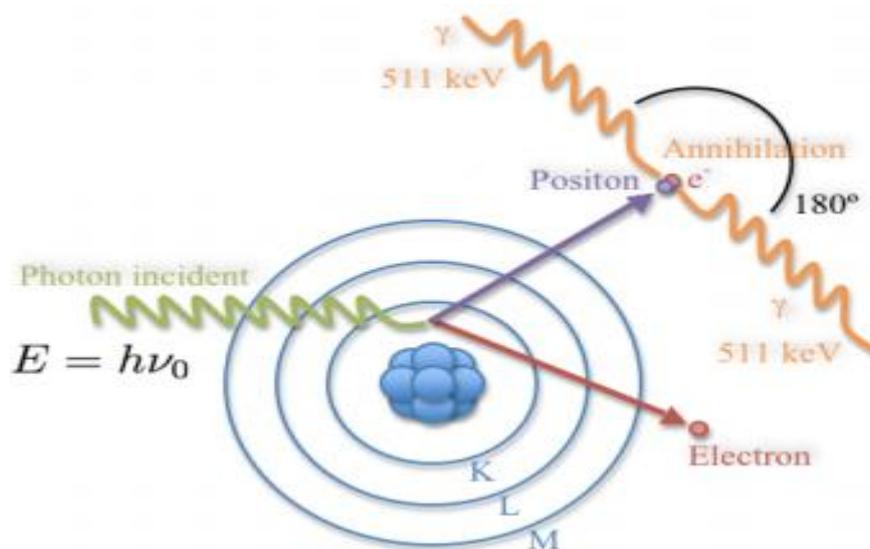


Figure I.12 – Principe de la production de paires.

Après ces différentes façons d'interactions des photons  $\gamma$  avec la matière, ces photons vont diffuser, se faire absorber ou sortir de la matière sans interaction. Par la suite, ce sont ces photons que l'on détecte à travers une caméra TEP.

### I.3.6 Chaîne de détection des photons d'annihilation

Les tomographes à émission de positon permettent de mesurer la bio-distribution d'un radio-traceur, à l'aide des détecteurs individuels (capteurs) de la caméra TEP disposés en anneau qui sont situés tout autour du patient détectent les photons d'annihilation en coïncidence (c.-à-d. ceux qui arrivent en même temps), ce qui permet d'identifier la ligne sur laquelle se trouve l'émission des photons. Il s'agit donc, d'un système constitué de plusieurs

cristaux scintillateurs couplés à un ou plusieurs tubes photomultiplicateurs (TPMs) (voir figure.I.13).

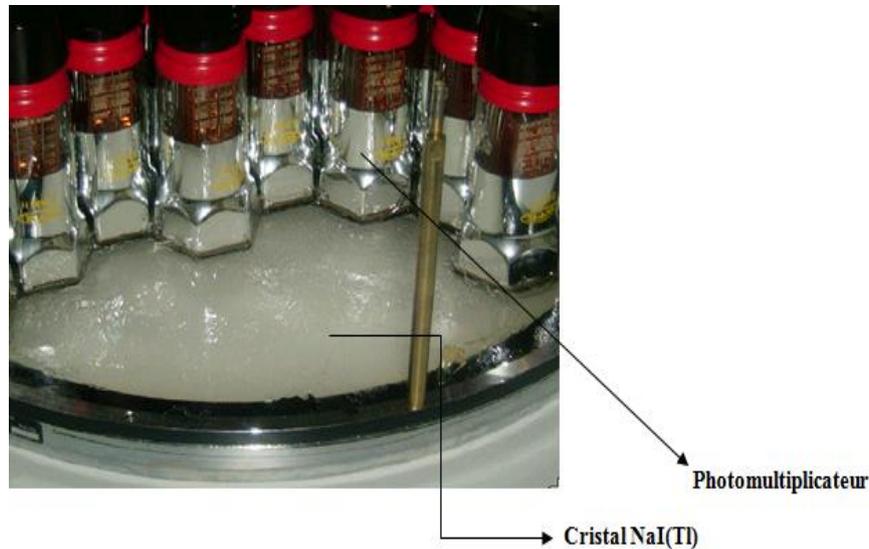


Figure I.13 – Bloc de cristaux couplés à un photomultiplicateur.

Le détecteur à scintillation émet un signal lumineux suite à l'absorption d'un rayonnement  $\gamma$ , et le tube photomultiplicateur permet de convertir ce signal à une grandeur électrique mesurable proportionnelle à l'énergie déposée par le rayon dans le scintillateur.

### I.3.6.1 Cristal scintillateur

Le scintillateur est un milieu transparent de petites dimensions qui permet d'émettre une petite quantité de lumière (scintillation: généralement des photons Ultra-violet) après avoir été excité par une particule ou photons  $\gamma$  afin de céder son énergie au scintillateur, soit en totalité par interaction effet photoélectrique, soit en portion par interaction effet Compton. Ces événements vont exciter encore une fois des électrons du réseau cristallin, ce dernier a pour rôle de rendre le rayonnement et d'amplifier le signal lumineux. Il est noté que le nombre de photons lumineux générés est proportionnel à l'énergie déposée dans le cristal.

#### I.3.6.1.1 Choix du scintillateur

Toutes les interactions entre les photons et la matière pouvant avoir lieu dans un scintillateur, seul l'effet photoélectrique qui conduit indirectement à l'absorption totale de l'énergie du photon incident, sous forme d'énergie cinétique des électrons incidents.

Par contre la diffusion Compton conduit à la perte de la fraction de l'énergie du photon incident et à la diffusion de photons secondaires, qui peuvent interagir à leur tour à une distance de plusieurs centimètres ou encore de s'échapper du matériau.

Pour cette raison, on cherchera à maximiser la fraction du rayonnement qui sera absorbée par effet photoélectrique.

Plusieurs matériaux sont connus pour avoir des propriétés des cristaux scintillants. Alors, pour obtenir et bien choisir un scintillateur idéal en TEP il doit être caractérisé par [7] [8]:

- Pouvoir d'arrêt élevé couple à une photo fraction élevée (est le pourcentage d'effet photoélectrique par rapport aux interactions des photons de 511 keV dans le scintillateur), d'où un nombre atomique effectif élevé et une haute densité.

- Une efficacité de conversion lumineuse importante, c.-à-d. un nombre de photons de scintillation important par rayonnement  $\gamma$  détecté (photons/keV). Ce paramètre influe directement sur la résolution en énergie du scintillateur et donc sur le taux de coïncidences diffusées.

- Emission rapide c.-à-d. une faible constante de décroissance (l'émission d'un grand nombre de photons lumineux par unité de temps), qu'elle conditionne la résolution temporelle du système de détection et diminue le temps mort relatif à chaque mesure.

- Une bonne transparence par rapport aux photons de scintillation, afin que ceux-ci ne soient pas atténués dans le milieu avant la surface d'entrée du TPM. Par ailleurs, le spectre d'émission des photons de scintillation doit être compatible avec la réponse spectrale de la photocathode du TPM.

- Des propriétés physiques favorables et, en particulier, il est préférable que les scintillateurs soient non hygroscopiques, insensibles à la température et facilement produits et usinés. Par ailleurs, le coût des matériaux influe directement sur le prix des appareils.

Le Tableau I.1 présente les principales caractéristiques des scintillateurs utilisés en TEP

| <b>Cristal</b>                      | <b>NaI<sup>1</sup></b> | <b>BGO<sup>2</sup></b> | <b>GSO<sup>3</sup></b> | <b>LSO<sup>4</sup></b> | <b>LuAP<sup>5</sup></b> | <b>LaBr<sub>3</sub><sup>6</sup></b> |
|-------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| Densité (g.cm <sup>-3</sup> )       | 3.67                   | 7.13                   | 6.71                   | 7.35                   | 8.34                    | 5.29                                |
| Z effectif                          | 50                     | 73                     | 58                     | 65                     | 65                      | 47                                  |
| μ à 511Kev                          | 0.38                   | 0.90                   | 0.67                   | 0.80                   | 0.91                    | 0.45                                |
| Photo fraction (%)                  | 18                     | 42                     | 26                     | 33                     | 32                      | 14                                  |
| λ d'émission max (nm)               | 415                    | 480                    | 440                    | 420                    | 365                     | 370                                 |
| Hygroscopique                       | OUI                    | NON                    | NON                    | NON                    | NON                     | NON                                 |
| Rendement lumineux<br>(photons/Mev) | 100                    | 22                     | 20                     | 75                     | 25                      | 160                                 |

Table I.1 – Principales caractéristiques des scintillateurs utilisés en TEP.

<sup>1</sup>Iodure de sodium dopé au thallium, **NaI:Tl**

<sup>2</sup>Germanate de bismuth, **Bi<sub>4</sub>(GeO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>**

<sup>3</sup>Oxyorthosilicate de gadolinium dopé au cérium, **Gd<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>: Ce**

<sup>4</sup>Oxyorthosilicate de lutétium dopé au cérium, **Lu<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>: Ce**

<sup>5</sup>Orthoaluminate de lutécium dopé au cérium, **LuAlO<sub>3</sub>: Ce**

<sup>6</sup>Bromure de lanthane dopé au cérium, **LaBr<sub>3</sub>: Ce**

### I.3.6.1.2 Analyse des principaux cristaux disponibles

Parmi les différents scintillateurs utilisés en TEP, le *germanate de bismuth (BGO)* est un des matériaux qui possède la plus grande densité d'électrons estimée par le numéro atomique  $Z_{\text{effectif}}$ . L'*orthosilicate de lutétium (LSO)* et l'*orthosilicate de gadolinium (GSO)* sont légèrement moins denses que le **BGO**. L'*iodure de sodium dopé au thallium (Na [Tl])* est le scintillateur le moins dense, il est cependant utilisé pour certaines caméras TEP en raison de son faible coût de production. Le *lutetium aluminium perovskite (LuAp)* est un scintillateur en développement, prometteur puisqu'il est caractérisé notamment par une densité élevée.

Le principal avantage du Na (Tl) réside dans sa bonne résolution en énergie, qui est de l'ordre de 10 %. Le BGO est caractérisé par une résolution en énergie relativement médiocre de l'ordre de 16 %. Le LSO et le GSO ont des caractéristiques en termes de résolution en énergie intermédiaires entre le Na(Tl) et le BGO.

Actuellement, le BGO équipe plus de la moitié des caméras TEPs installées, essentiellement en raison de sa densité élevée, mais ce scintillateur est caractérisé par une constante de décroissance lente et une résolution en énergie médiocre.

La recherche de nouveaux scintillateurs ayant des caractéristiques plus favorables pour la TEP permet déjà l'utilisation du LSO et du GSO au sein de TEP commercialisés. Le LuAp, ainsi que d'autres matériaux sont étudiés en laboratoire afin d'améliorer encore les performances des machines de nouvelle génération [9].

Donc, on résulte que le choix du scintillateur utilisé est plus important. C'est pour ça, il faut s'intéresser aux propriétés des cristaux scintillateurs, afin d'obtenir une qualité de mesure très fiable en terme de médecine nucléaire.

A la sortie du cristal scintillateur, le signal lumineux amplifié est dirigé vers le photodétecteur du tube photomultiplicateur au travers d'un guide de lumière.

### **I.3.6.2 Guide de lumière**

Un guide de lumière assure le couplage optique entre le cristal du scintillateur et la fenêtre d'entrée de la photocathode du tube photomultiplicateur (TPM), il s'agit d'un matériau en verre ou en quartz (transparente).

Sa forme et son épaisseur sont adaptées à la forme de la photocathode du TPM, dont le rôle est d'adapter les indices de réfraction pour optimiser le transport de l'énergie lumineuse vers les TPMs c.-à-d. réduire la perte de lumière générée par les espaces morts que ne couvrent pas à la face d'entrée des TPMs et la guide vers la photocathode du TPM.

### **I.3.6.3 Tube photomultiplicateur (TPM)**

Le tube photomultiplicateur est un photo-détecteur, contenant une photocathode, plusieurs dynodes, et une anode. C'est un tube à vide dont la face interne de la fenêtre d'entrée une fine couche (photocathode) d'une mince feuille métallique (bi-alcaline) capable de convertir le signal lumineux en une grandeur électrique mesurable.

Par effet photoélectrique, la photocathode arrache des électrons à partir des photons de scintillation. Ces électrons sont attirés vers une première dynode, grâce à une haute tension qui est appliquée entre celle-ci (chargée positivement) et la photocathode ; l'accélération ainsi imprimée aux électrons fait que ceux-ci va en arracher un bien plus grand nombre à la

dynode. La quantité d'électrons arrachés à la photocathode est proportionnelle à l'énergie lumineuse qui atteint celle-ci.

On trouve ensuite plusieurs dynodes en cascade, sur lesquelles le même phénomène se répète, les dynodes successives étant placées à des potentiels de plus en plus grands. Tel que de dynode en dynode, on obtient donc une cascade d'électrons de plus en plus intense (phénomène d'amplification), qui aboutit finalement à un courant électrique mesurable.

Ce courant est collecté par le dernier élément qui est l'anode, on dispose alors d'un véritable signal électrique (voir figure **I.14**).

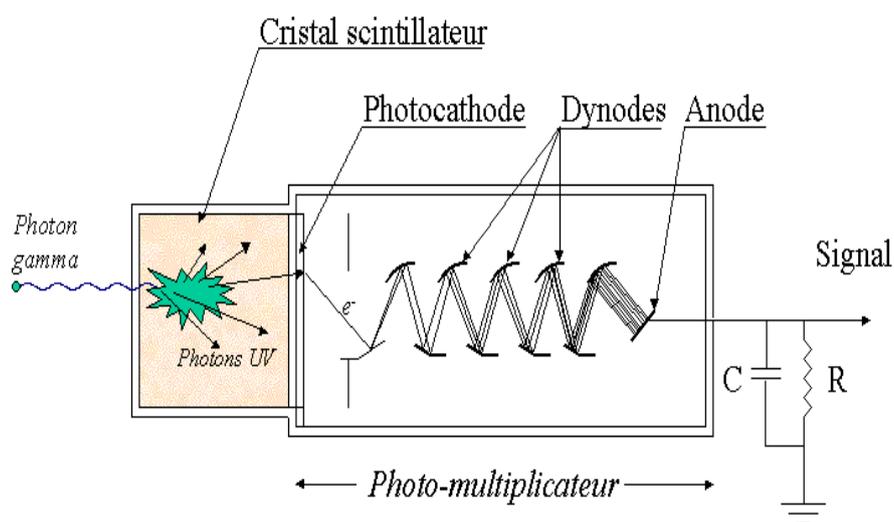


Figure I.14 – Schéma d'un détecteur élémentaire à scintillation.

Les signaux électriques obtenus en sortie de TPM entrent dans un circuit électronique (circuit de coïncidence) où ils sont analysés.

### I.3.6.4 Détection en coïncidence

Les deux rayons gamma, émis dos à dos lors de l'annihilation du positon, sont détectés pratiquement en même temps par les deux détecteurs qu'ils frappent, ceux-ci délivrent une brève impulsion électrique signée en temps.

Cette coïncidence détecte seulement l'arrivée des photons de 511 keV selon deux fenêtres: une fenêtre temporelle de temps  $\tau$  donnée, de l'ordre de quelques nanosecondes et une fenêtre en énergie. Ce système mesure les coïncidences vraies.

Dans la figure (**I.15**) si deux signaux définissent le moment de départ  $t_0$  et  $t_1$  respectivement arrivés dans les détecteurs A et B tel que  $(t_1 - t_0 < \tau)$ , donc le circuit délivre une impulsion dite

de coïncidence. La ligne connectant les centres des détecteurs A et B constitue une ligne de réponse (LDR).

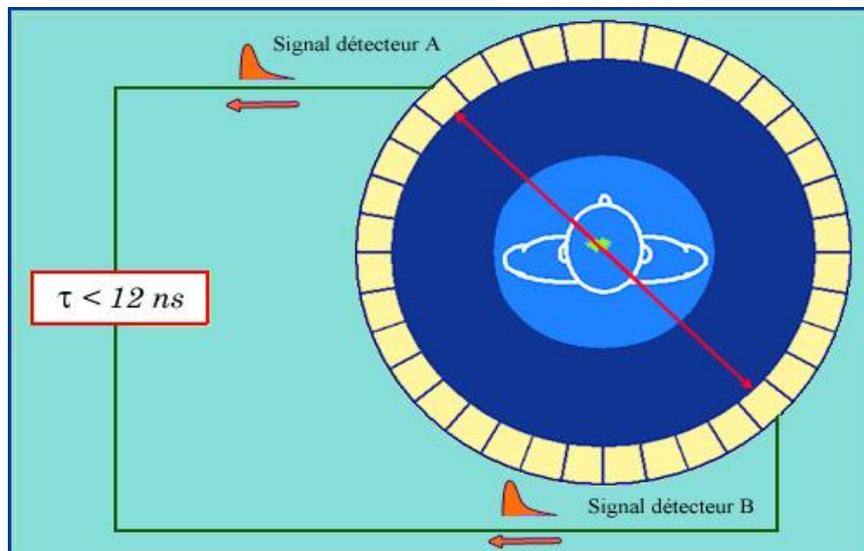


Figure I.15 - Détection en coïncidence des photons en TEP.

Ce circuit est suivi d'un ordinateur qui va traiter les informations obtenues et les stocker dans des fichiers appelés « sinogrammes ». Ou bien l'enregistrement de la liste des paires de photons détectés en coïncidence sous un format séquentiel appelé « le mode liste », pour former tomographiquement en déterminant le lieu d'annihilation. Cette partie sera détaillée dans le Chapitre II.

### I.4 Limitations des systèmes TEP

En TEP, la fiabilité de la quantification est affectée par deux composantes : le détecteur qui sert à acquérir les données, et les méthodes qui servent à traiter les données pour en extraire des paramètres quantitatifs.

Un des critères essentiels de l'analyse qualitative en TEP est la résolution spatiale, qui sera dégradée par deux facteurs essentiels liés à l'émission du positron (parcours du positron) et à la détection des photons d'annihilation (non colinéarité).

En outre, il y a d'autres phénomènes biaisant les données à partir desquelles sont estimés des paramètres quantitatifs sont: les différents types de coïncidences, l'atténuation des photons gammas, la profondeur d'interaction, la diffusion des photons dans le cristal, bruit de mesure et le temps mort. Tous ces événements influençant sont constitués des limites physiques fondamentales.

### I.4.1 Parcours du positon

Le signal délivré suite de la détection des photons  $\gamma$  fournit une information sur le lieu d'annihilation du positon, mais on cherche le lieu d'émission du positon et la localisation du radio-traceur.

Tel que la distance qui sépare le point d'émission du positon et le point de son annihilation, s'appelle « distance de vol de positon », par conséquent est un facteur qui dégrade la résolution spatiale en TEP. Ce parcours dépend essentiellement de l'énergie du positon et de la densité électronique du milieu.

### I.4.2 Acolinéarité des photons $\gamma$ émis

On a été décrit auparavant, les deux photons d'annihilation ne sont pas émis exactement à  $180^\circ$ , mais avec une certaine acolinéarité dont la distribution gaussienne présente une largeur de l'ordre de  $0,5^\circ$ . Ce facteur limitant génère un biais dans la reconstruction de la ligne de réponse dégradant aussi la résolution spatiale (voir figure. I.16).

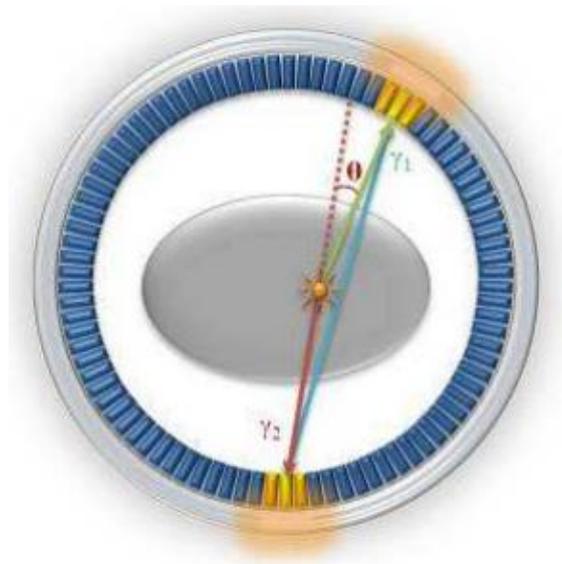


Figure I.16 – *Acolinéarité des photons d'annihilation*

### I.4.3 Types de coïncidence

La signature des désintégrations  $\beta^+$  est l'émission simultanée et absolument opposée ( $\sim 180^\circ$ ) de deux photons  $\gamma$  de 511 keV, suite à l'annihilation du positon et électron. lorsqu'une paire de photons  $\gamma$  issue de la même annihilation et de direction opposée est détectée, on compte une vraie coïncidence constituant véritablement le signal utile en TEP.

Néanmoins, l'acquisition faite contient une grande proportion de coïncidences erronées (sources de bruit) par rapport aux coïncidences vraies (les coïncidences diffusées et les coïncidences fortuites).

On va décrire les trois types de coïncidence dans les paragraphes suivants qui sont illustrés dans la figure **I.17**.

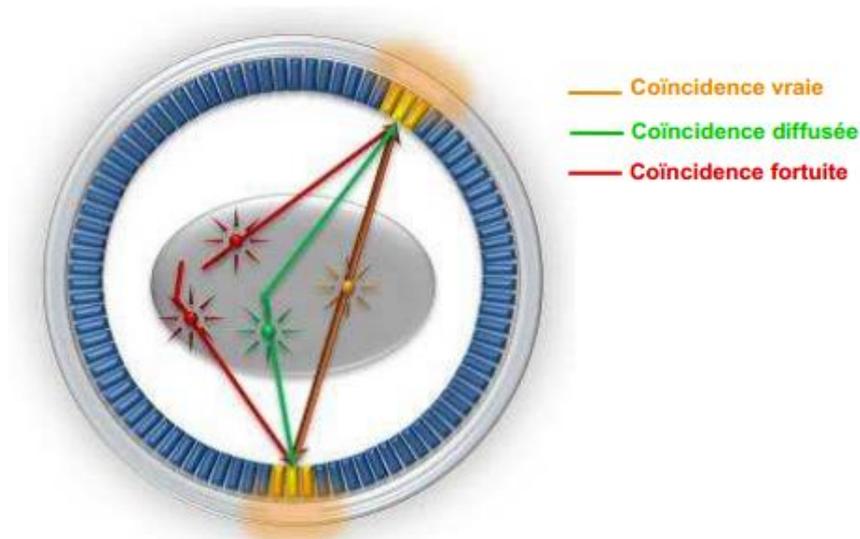


Figure I.17 – *Trois types de coïncidence.*

### **I.4.3.1 Coïncidences vraies**

Une coïncidence vraie résulte de deux photons d'annihilation provenant de la même désintégration et qui sont bien localisée sur la ligne de projection (voir figure. **I.18**). L'ensemble de coïncidences vraies constituent le signal qui contient l'information utile sur la distribution radioactive du traceur.

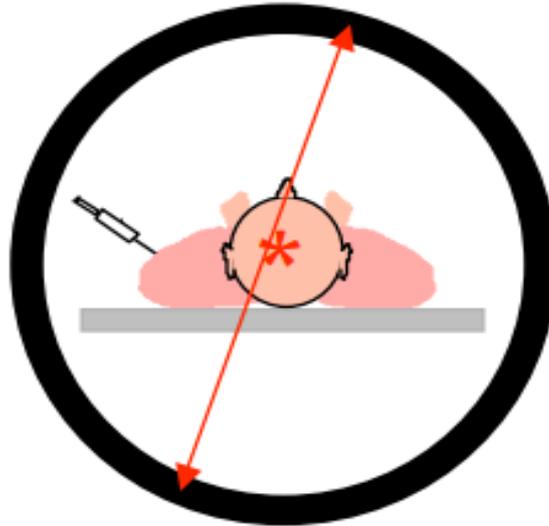


Figure I.18 – *Coïncidences vraies.*

#### I.4.3.2 Coïncidences diffusées

Une coïncidence diffusée résulte de deux photons ont une énergie inférieure à 511 keV, provenant d'une désintégration ayant subi une ou plusieurs interactions Compton dans le tissus biologique avant d'être détectés.

Alors la colinéarité des photons est brisée, et la LDR présente une direction erronée (voir figure. I.19).

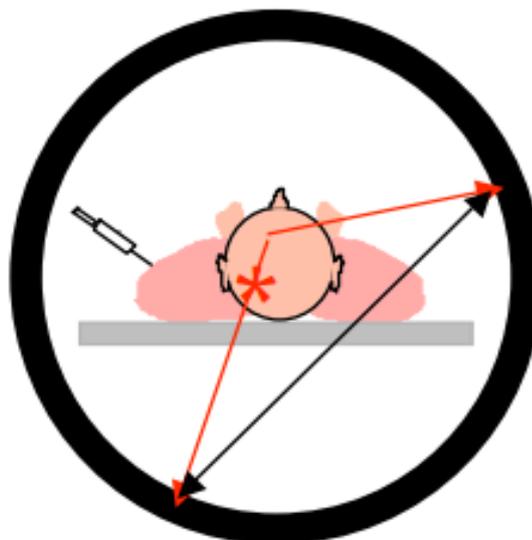


Figure I.19 – *Coïncidences diffusées.*

L'importance du problème dépend du détecteur, et plus exactement de la capacité du détecteur à rejeter les photons diffusés à l'acquisition. L'efficacité de l'exclusion des photons diffusés à l'acquisition dépend de deux composantes du détecteur :

- Sa géométrie de collimateur qui placé immédiatement devant le cristal, a pour fonction de sélectionner les photons dans une seule direction.
- Sa résolution en énergie, puisque c'est l'énergie de détection de chaque photon qui donne une information sur la probabilité que le photon ait été diffusé.

Tous les détecteurs ne sont donc pas égaux face au problème de diffusion, puisque la géométrie de collimation des détecteurs et leur résolution en énergie varient.

Plusieurs méthodes ont été développées pour la correction de cet effet [1]:

- L'utilisation de plusieurs fenêtres en énergie.
- L'utilisation des méthodes de déconvolution.
- Le calcul de la distribution des coïncidences diffusées.

### I.4.3.3 Coïncidences fortuites

Il arrive que deux photons  $\gamma$  détectés en coïncidence proviennent de deux annihilations différentes au niveau des détecteurs (voir figure. I.20).

Ce phénomène dégrade la qualité d'image et diminue son contraste c.-à-d. une mauvaise concentration radioactive au niveau de la zone d'intérêt.

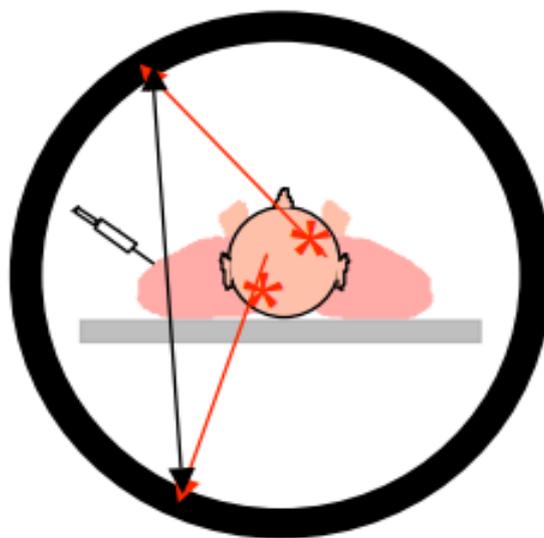


Figure I.20 – Coïncidences fortuites.

Par conséquent, juste les coïncidences vraies reconstruisent une cartographie de positionnement de distribution de dose la plus fidèle possible à la réalité. Par contre les coïncidences diffusées et fortuites contribuent à la dégradation de la résolution spatiale des images reconstruites.

### I.4.4 Atténuation des photons $\gamma$

Les photons  $\gamma$  sont atténués par les tissus du patient examiné à travers les différentes interactions. Ce phénomène limitant la qualité des événements en TEP, tel que la mesure de la distribution radioactive décroît exponentiellement avec l'épaisseur et la nature des tissus de sujet examiné qu'il traverse.

Soit  $P_1$  et  $P_2$  les probabilités des photons  $\gamma_1, \gamma_2$  détectés respectivement (voir figure. I.21):

$$P_1 = N_1 e^{-\int_0^x \mu(x) dx} \quad \text{et} \quad P_2 = N_2 e^{-\int_x^L \mu(x) dx} \quad (\text{I.5})$$

La probabilité de détecter les deux photons en coïncidence est donnée par :

$$P = P_1 \times P_2 = N_1 N_2 e^{-\int_0^L \mu(x) dx} \quad (\text{I.6})$$

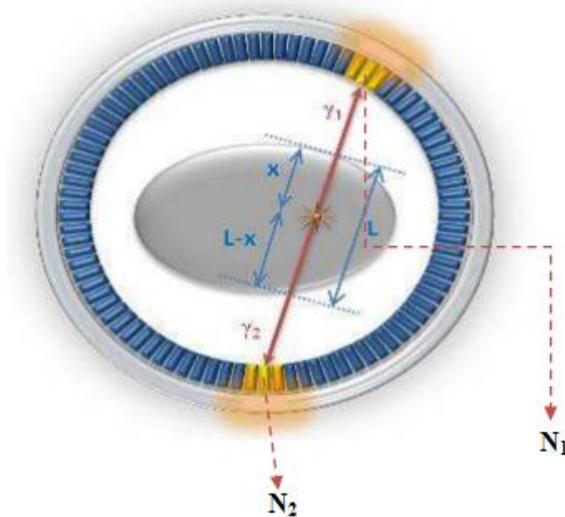


Figure I.21 – Phénomène d'atténuation en TEP.

On constate que la probabilité de détection  $P$  ne dépend pas de la profondeur à laquelle se sont produites l'annihilation et l'émission des deux photons (détecteur) mais dépend uniquement de l'objet.

La correction d'atténuation s'effectue par une mesure de transmission, réalisée avec une source externe, permet de connaître la distribution des coefficients d'atténuation pour une énergie de 511 keV au sein du patient. Pour limiter la durée d'examen et éviter des problèmes de repositionnement, il est préférable d'effectuer la mesure de transmission au moment de la mesure des images d'émission, c'est la raison pour laquelle apparait le couplage de deux modalités d'imagerie TEP-TDM. Il y'a aussi plusieurs méthodes qui sont employées pour réaliser des mesures de transmission, elles utilisent des sources de *Germanium-68* ( $^{68}\text{Ge}$ ), de *Césium-137* ( $^{137}\text{Cs}$ ) ou des rayons X.

### I.4.5 Profondeur d'interaction

Le photon  $\gamma$  détecté par la caméra TEP dépose son énergie dans le cristal, ensuite un signal lumineux est délivré. Cette lumière traverse la chaîne de détection afin de localiser les positions transversales de l'interaction dans le cristal, sans aucune information concernant la profondeur de l'interaction dans le cristal, ce qui induit une dégradation de la résolution spatiale du système (voir figure. I.22).

Actuellement, la majorité des détecteurs à scintillation ne permet pas la mesure de la profondeur d'interaction des particules dans le scintillateur, ce qui introduit une erreur significative à la position réelle du point d'interaction qui est proportionnelle à la taille des cristaux, inversement proportionnelle au rayon du système, elle est exprimée par la relation suivante :

$$Er_{max} = l \times d / r \quad (\text{I.7})$$

Où  $Er_{max}$  est l'erreur maximale,  $l$  est la longueur des cristaux,  $d$  est la distance qui sépare le point d'annihilation du l'axe du système et  $r$  est le rayon interne d'une caméra TEP.

Lorsqu'on s'éloigne du centre de la caméra, l'obliquité des particules peut les conduire à traverser plusieurs cristaux adjacents avant de déposer définitivement leur énergie.

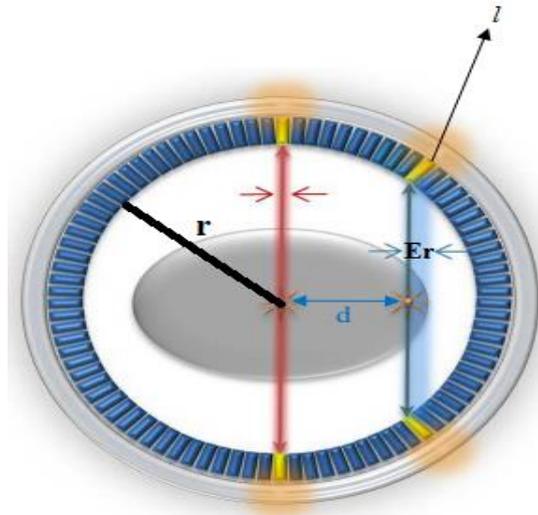


Figure I.22 – Erreur maximale sur la localisation de LDR.

#### I.4.6 Diffusion des photons dans le cristal

Lorsqu'un photon  $\gamma$  arrive dans le scintillateur, il interagit avec ce dernier par effet photoélectrique ou par effet Compton.

Si ce photon subit une interaction Compton, comme première interaction dans le cristal, il perd une partie de son énergie avant de changer la direction et de déposer une partie ou toute son énergie, à une autre point du même ou d'un autre cristal. Ce qui induit une erreur de positionnement de la LDR (voir figure. I.23).

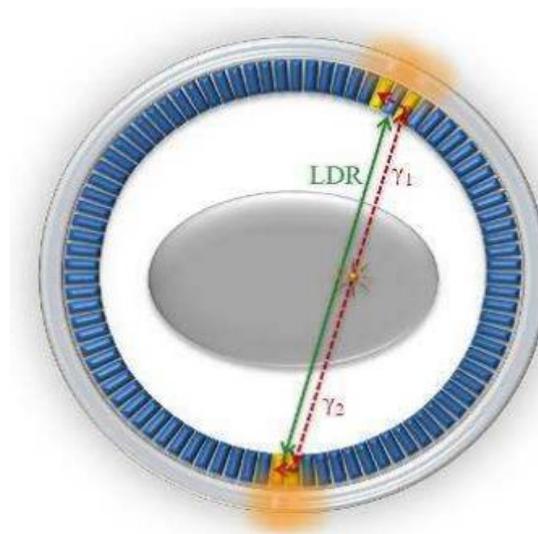


Figure I.23 – Erreur de positionnement due aux interactions Compton du photon  $\gamma$  dans les cristaux du détecteur.

### I.4.7 Bruit de mesure

Le bruit correspond à un mouvement statistique se associant au signal et pouvant provenir du détecteur (bruit d'émission,...) ou de la reconstruction.

Au cours de processus de la chaîne de détection, il contient les évènements suivants : l'émission radioactive des photons, la création des photoélectrons dans le cristal, leur conversion en électrons par la photocathode, des processus de nature stochastique ont lieu et suivent une *loi de Poisson*.

La présence d'un bruit de nature poissonnienne introduit des erreurs et influence le rapport signal-sur-bruit. Ce parasite superpose au niveau des projections peut être traité par les algorithmes de reconstruction tomographique, comme nous le verrons dans le Chapitre II.

### I.4.8 Temps mort

Les cristaux ayant un temps de réponse non nul et les détecteurs présentent des temps morts. Ces temps morts existent en général au niveau de chaque TPM, ce sont des phénomènes qui se caractérisent par la présence d'une haute concentration radioactive, la chaîne de détection sera saturée, ce qui engendre des pertes d'évènements.

Plusieurs sources de temps mort ont pu être relevées :

- La durée d'intégration du signal est nécessaire pour la détection d'un évènement, c.-à-d. le délai entre l'arrivée du photon dans le cristal scintillant, et le signal électrique qui en résulte à la sortie du photomultiplicateur.
- Le temps de réinitialisation du système, après avoir traité une coïncidence. Il existe un délai pendant lequel le système n'est pas capable de traiter d'autre signal.
- Les multiples coïncidences, c.-à-d. celles arrivant durant une même fenêtre temporelle de coïncidence.

## I.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les principes physiques sur lesquelles s'appuie la tomographie par émission de positons, et nous avons présenté les limites des systèmes TEP afin de mieux comprendre, corriger et optimiser les différentes résolutions du problème de la reconstruction en imagerie TEP présentées dans le chapitre suivant.

## **Chapitre II**

### **Etat de l'art des méthodes de reconstruction des images TEP**

### Introduction

La tomographie est une technique de création d'image par coupe. Elle permet de reconstruire des images 2D et 3D et de visualiser la structure interne d'un objet sans le découper matériellement. La complexité de la tomographie apparaît, en grande partie, dans le fait qu'il s'agit d'un problème inverse mal posé dont la résolution exacte et directe est impossible. Le principal problème de la reconstruction tomographique est d'inverser la Transformée de Radon c.-à-d. estimer l'objet à partir de ses projections. Ce problème est rendu très complexe par le manque d'information des données.

Ce chapitre sera consacré à l'état de l'art des méthodes de reconstruction les plus utilisées en TEP, afin d'optimiser la qualité des images tomographiques. Nous allons présenter tout d'abord l'acquisition des données et reconstruction tomographique, par la suite nous allons exposer le problème de reconstruction sous forme mathématique ainsi qu'à la description détaillée des deux types de méthodes qui nous s'intéressent: les méthodes analytiques et les méthodes itératives pour résoudre le problème de la reconstruction tomographique qui se manifeste comme un problème inverse.

### II.1 Acquisition des données et reconstruction tomographique

Une TEP étant constituée de plusieurs couronnes de détection, l'acquisition consiste à enregistrer le nombre de coïncidences sur chaque paire de détecteurs interceptant le champ de vue. Théoriquement ces mesures sont proportionnelles à l'intégrale de l'activité le long des lignes de réponse correspondantes, elles permettent donc de former un ensemble de projections parallèles sous différents angles d'incidence.

L'acquisition des données 2D ne valide que les événements coïncidents formés entre deux cristaux appartenant au même anneau, correspond à des lignes de réponse entre des détecteurs situés sur une même couronne (plan droit) ou à deux anneaux voisins correspond à des lignes de réponse entre des détecteurs situés sur des couronnes adjacentes (plan croisé). Pour cela, le tomographe est équipé de *Septa* entre les anneaux de détection pour arrêter les photons d'annihilation dont la direction correspondait à un angle copolaire élevé (l'angle qui sépare le plan transverse de la ligne de réponse) (voir figure. II.1).

La reconstruction se fait en 2D pour chacun des  $2N-1$  plans (si  $N$  est le nombre d'anneaux, il y a  $N$  plans droits et  $N-1$  plans croisés). Les images 2D sont ensuite concaténées, ou réarrangées pour former un volume composé de  $2N-1$  coupes ou moins.

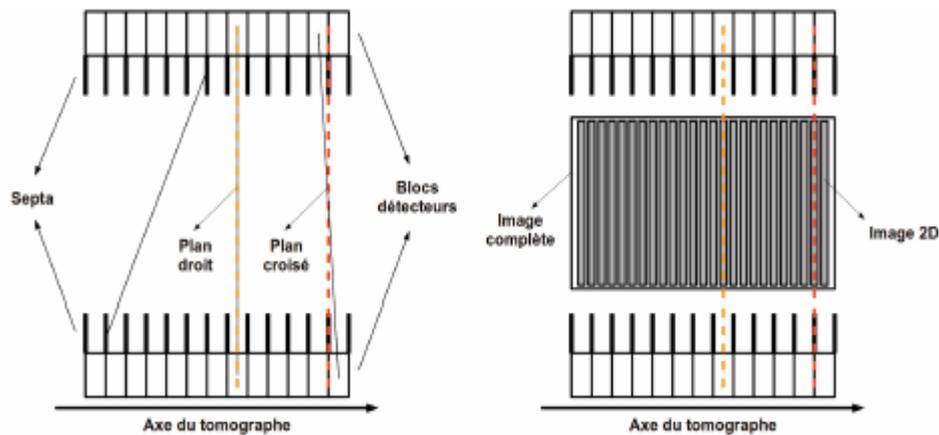


Figure II.1 - (A gauche) Illustration d'une acquisition 2D pour laquelle seuls les plans droits et croisés peuvent former des coïncidences, les paires de photons ayant un angle copolaire élevé sont arrêtées par les septa. (A droite) Illustration de la reconstruction 2D à partir des plans droits et plans croisés pour former l'image.

Les données acquises en tomographie, correspondent à la projection de l'objet à reconstruire sur un détecteur qui a au plus deux dimensions, pour reconstituer des coupes de l'objet imagé à partir de l'ensemble de ses projections. Les principes mathématiques de base de la reconstruction tomographique ont été pour la première fois énoncés par J. Radon en 1917 suite à ses travaux sur la détermination d'une fonction à partir de ses intégrales.

Dans notre cas, la distribution de la concentration du radionucléide est représentée par une fonction  $f(x,y)$  qui constitue l'objet étudié donnant sa valeur en tout point de coordonnées  $(x,y)$  dans le plan transverse considéré .

La figure (II.2) représente cette fonction de distribution dans un repère cartésien  $(x,y)$  fixe ainsi que dans un repère  $(u,v)$  tournant qui forme un angle  $\Phi$  avec le repère fixe. Ce repère tournant est associé au détecteur qui, à chaque pas d'acquisition, enregistre une projection faisant un angle  $\Phi$  par rapport à l'objet.

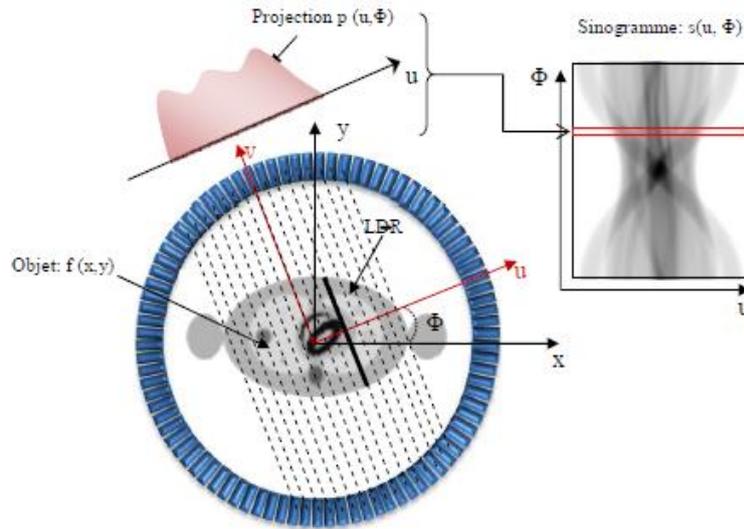


Figure II.2 - Projection tomographique d'un objet  $f(x,y)$  selon un angle  $\Phi$ .

Les axes  $x$  et  $y$  définissent les axes du repère cartésien dans lequel doit être reconstruit le plan de coupe, leurs coordonnées sont définies par la matrice de rotation suivante :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Phi & -\sin\Phi \\ \sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Chaque rayon de projection est considéré comme une intégrale de la fonction  $f(x,y)$  le long d'une ligne repérée  $u$  faisant un angle  $\Phi$  avec l'axe  $x$ . Cette intégrale de ligne  $p(u, \Phi)$  exprime le passage de la fonction  $f(x,y)$  a deux dimensions rencontrée le long d'un axe  $v$  perpendiculaire à  $u$ . L'opération de projection est donnée par la formule mathématique suivante :

$$p(u, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dv \quad (\text{II.2})$$

L'ensemble des projections  $p(u, \Phi)$  d'un objet  $f(x,y)$ , le long de l'axe  $x$  pour des angles  $\Phi = [0, \pi]$  s'appelle la transformée de Radon de la fonction  $f(x,y)$ , exprimée par l'équation suivante :

$$p(u, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u \cos\Phi - v \sin\Phi, u \sin\Phi + v \cos\Phi) \quad (\text{II.3})$$

De manière plus précise, la transformée de Radon de l'objet  $f$  notée  $(R_\Phi f)$  est définie par la relation suivante :

$$p(u, \Phi) = (R_\Phi f)(u) \quad (\text{II.4})$$

Où  $R$  désigne l'opérateur de la transformée de Radon.

### II.1.1 Stockage des évènements

Les coïncidences détectées lors d'une acquisition doivent être enregistrées pour pouvoir être utilisées par la suite. En pratique, un ordinateur s'occupe de recevoir les informations du tomographe et de les stocker en format binaire. Il existe trois types de stockage, du plus intuitif au plus complexe.

#### II.1.1.1 Mode liste (format événementiel)

Ce format de données est moins classique, il consiste à enregistrer les événements détectés en coïncidence les uns à la suite des autres, jusqu'à la fin de l'acquisition. En pratique, l'information temporelle, l'énergie et les index de deux cristaux de détection sont stockés. Le fichier mode liste résultant nécessite un volume de stockage plus important, qui augmente avec un nombre croissant de détections. Ce format présente de nombreux avantages en termes de disponibilité et de flexibilité des informations captées.

#### II.1.1.2 Histogramme brut

Ce format permet seulement de compter le nombre de coïncidences détectées par LDR pendant l'acquisition. Un tableau contenant de cases que de LDRs possibles contient ces valeurs. Ce tableau est stocké dans un fichier de taille fixe, puisque même si une LDR ne reçoit pas de coïncidence, elle contient le nombre 0.

#### II.1.1.3 Sinogramme

Le format en mode sinogramme est le seul permettant une visualisation de l'ensemble des coïncidences. Le sinogramme consiste à échantillonner l'espace de façon régulière, il est représenté par des lignes de projections acquises qui peuvent être disposées les unes au-dessous des autres en fonction de l'angle (voir figure. II.3).

Les sinogrammes et les projections contiennent les mêmes informations, ils ne diffèrent que par l'organisation avec laquelle les informations sont représentées.

Un sinogramme contient toute l'information relative à une coupe, pour tous les angles de projection, chaque ligne de matrice de sinogramme correspond à la projection monodimensionnelle de la coupe pour un angle  $\Phi$  particulier.

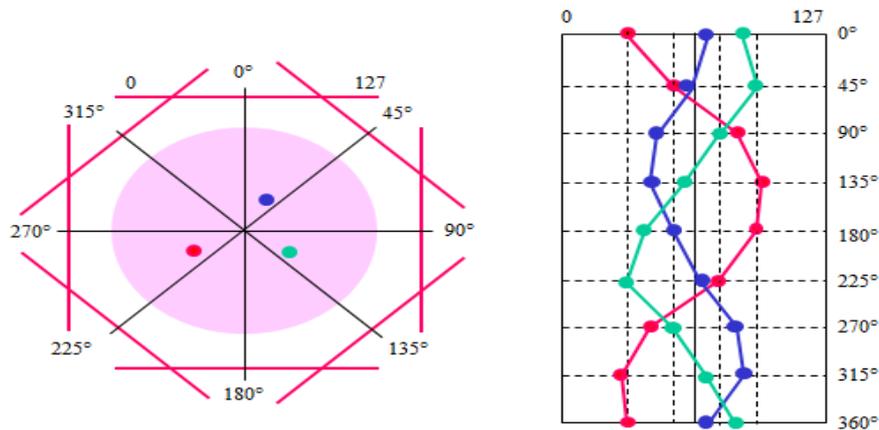


Figure II.3 - Un sinogramme contient ensemble des éléments de projection (courbe sinusoïdale).

En pratique, le stockage sous forme de sinogramme est le plus répandu, car compact et permettant une visualisation relativement aisée des données et une implémentation facile de la reconstruction. Sa taille en mémoire est fixe et plus petite qu'un histogramme brut, ce dernier est plus précis qu'un sinogramme quelconque (car les LDRs sont définies par rapport à la géométrie au tomographe et ne sont pas réduites en nombre) mais nécessite un peu plus de place en mémoire. L'histogramme brut n'est pas utilisé en clinique.

Le mode-liste est le seul à pouvoir stocker un nombre illimité d'informations relatives à chaque coïncidence détectée, il est plus utilisé que l'histogramme, mais bien moins que le sinogramme. Lorsqu'un tomographe possède un très grand nombre de LDRs, le nombre de coïncidences enregistrées au cours d'une acquisition peut être inférieur à ce dernier, dans ce cas le stockage en mode-liste est préférable car plus compact.

Il est aisé de passer de mode-liste en histogramme brut, mais l'inverse n'est toutefois possible qu'en perdant toute information autre que la position de chaque LDR, ainsi que l'ordre de détection des coïncidences. Il est aussi aisé de passer d'histogramme brut en sinogramme, il suffit de distribuer les LDRs de l'histogramme dans les éléments correspondants du sinogramme. L'inverse génèrera par contre une sorte de flou car on passe d'un espace échantillonné de façon moins précise à un plus précis. On partagera donc certaines LDRs du sinogramme entre plusieurs LDRs de l'histogramme [10].

Les projections obtenues sont situées dans ce que l'on appelle l'espace de Radon, le problème de la reconstruction tomographique consiste à passer de l'espace de Radon vers le domaine spatial, c-à-d estimer l'objet  $f(x,y)$  à partir de leur projections  $p(u, \Phi)$ .

Ce problème est rendu très complexe par le manque d'information des données.

### II.1.2 Inversion de la transformée de Radon

Une fois l'acquisition effectuée de l'ensemble des projections, il s'agit maintenant d'inverser la transformée de Radon afin de remonter à l'objet qui est à l'origine du sinogramme obtenu.

La méthode la plus simple pour reconstruire un objet à partir de ses projections est de projeter en sens inverse *rétro-projeter* la valeur de chaque projection  $p(u, \Phi)$  sur le plan de reconstruction. La superposition linéaire de toutes les rétroprojections forme l'image reconstruite.

L'opération de rétroprojection peut être formalisée selon l'équation (II.5) où  $\hat{f}(x,y)$  constitue la fonction de distribution reconstruite après rétroprojection:

$$\hat{f}(x,y) = \int_0^\pi p(u, \Phi) d\Phi \quad (\text{II.5})$$

Il faut cependant faire attention à ne pas confondre rétroprojection et inversion de la transformée de Radon, ce sont deux opérations bien distinctes.

En effet, la rétroprojection ne donne pas la solution exacte à l'inversion de la transformée de Radon. L'image obtenue après rétroprojection n'est pas exactement l'image recherchée puisque elle s'accompagne d'un flou alors que l'inversion de la transformée de Radon qualifierait à une image exacte (l'infinité de projections). Ces conditions (l'infinité de projections) ne sont évidemment pas réalisées en pratique, car les systèmes d'acquisition permettent d'obtenir des projections pour un nombre fini d'angles (nombre fini de projection), donc l'image obtenue n'est pas la solution mathématiquement exacte du problème d'inversion, mais seulement une approximation de la fonction  $f(x,y)$  [11].

## II.2 Problématique de la reconstruction en TEP

En imagerie, on utilise le terme de problème inverse dans de nombreuses applications, comme la tomographie par émission de positrons. La reconstruction tomographique est qualifiée de problème inverse car elle consiste à retrouver une estimation de l'objet imagé le plus proche possible des projections, par le biais des observations acquises.

En raison du mode d'acquisition et de l'imperfection des détecteurs, ces observations sont la plupart du temps dégradées par un opérateur linéaire et/ou bruitées (opérateur de projection + bruit de Poisson).

### II.2.1 Problème inverse

Le problème de reconstruction d'image sous-jacente peut être considéré comme inverse, c'est un problème mal posé de la forme :

$$p = R \times f \quad (\text{II.6})$$

Où  $R$  est un opérateur linéaire et compact,  $f$  sont les données exactes (image désiré) et  $p$  sont les données mesurées et bruyantes. En raison de la compacité de  $R$ , certaines conditions doivent être vérifiées pour que l'estimation de  $f$  à partir de  $p$  soit acceptable, ces conditions sont appelées conditions de Hadamard [12]. Un problème est dit bien posé au sens de Hadamard que lorsque les trois conditions suivantes sont satisfaites :

- La solution doit être existée pour tout  $p$ .
- La solution doit être unique.
- La solution doit être stable c.-à-d. une petite différence sur les projections  $p$  peut conduire à des coupes reconstruites  $f$  très différentes ( $f$  dépend continûment de  $p$ ).

Par conséquent, un problème est dit mal posé lorsqu'une (ou plusieurs) de ces trois conditions n'est pas respectée.

En appliquant ce problème général aux données TEP telle que  $f$  représente l'inconnu de la distribution du traceur à l'intérieur du corps.

Pour obtenir un modèle mathématique complet, on a besoin d'un modèle pour la probabilité de densité du bruit, alors qu'on mesure les données  $p$  bruitées [13].

### II.2.2 Modélisation statistique de bruit poissonien

En TEP, le bruit peut être modélisé comme un processus aléatoire, statistique de *Poisson* en raison de la désintégration radioactive de traceur, ainsi que le comptage des coïncidences des photons. Ce qui se traduit au niveau des images par des variations aléatoires d'un pixel à l'autre. Ces variations suivent une loi précise en fonction de l'activité moyenne, appelée loi de Poisson ou le bruit de comptage des photons. Plus le nombre de photons détectés est faible, plus le bruit est important (voir figure **II.4**).

En principe, il faut essayer de détecter le plus possible de photons. Mais le nombre de photons détectés dépend de nombreux facteurs qu'il n'est pas toujours facile d'optimiser. Il s'agit notamment de l'activité administrée au patient (qui ne doit pas dépasser un certain seuil pour limiter l'irradiation du patient), de la durée de l'acquisition (limitée par l'inconfort du patient pouvant entraîner une perte de l'immobilité requise pendant l'examen), de l'efficacité géométrique du collimateur (limitée par la nécessité d'avoir une résolution spatiale correcte), mais aussi de la spécificité du radio-pharmaceutique, et de l'atténuation des tissus (liée à la obésité du patient) [14].

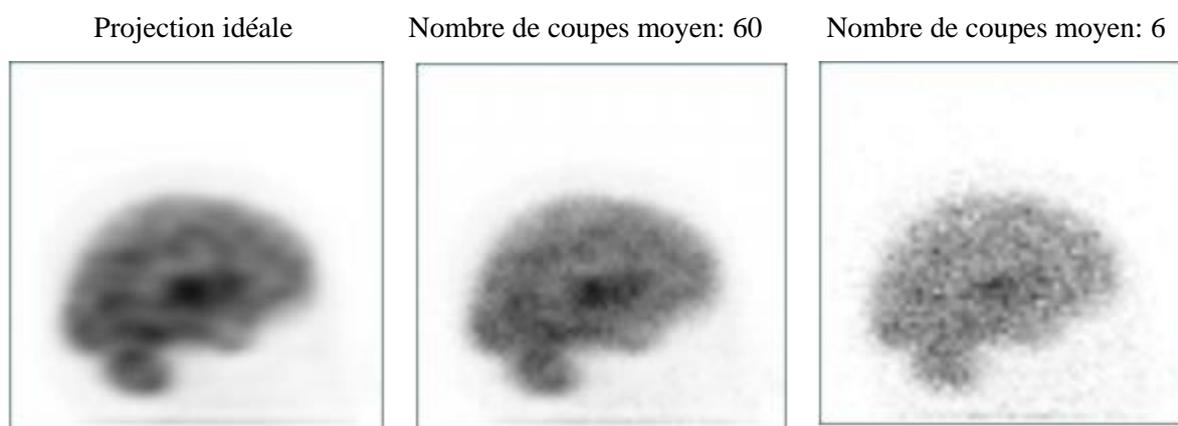


Figure II. 4 - Bruit Poissonien en fonction du nombre de photons détectés.

Pour obtenir la probabilité souhaitée de densité  $\text{prob}(p/f)$ , une densité de probabilité conditionnelle des données bruyantes  $p$  donne une image  $f$ . On utilise les hypothèses suivantes:

- Les valeurs mesurées  $p_i$  sont des réalisations de variables aléatoires  $P_i$ , car le bruit hasard est causé par le système de détection,

- Les variables aléatoires  $P_i$  sont Poisson répartis avec les valeurs attendues  $(R \times f)_i$  et indépendant et distribuer d'une manière identique.

Appliquant ces déclarations sur la distribution Poissonnière commune avec la moyenne et l'écart norme  $\mu$ , tel que :

$$\text{prob}(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu} \quad (\text{II.7})$$

Conduit à la densité de probabilité :

$$\text{prob}(p/f) = \prod_{i=1}^N \frac{(Rf)_i^{p_i}}{p_i!} e^{-(Rf)_i} \quad (\text{II.8})$$

Le théorème de Bayes, dit que la densité de probabilité a-postérieure des données inconnues  $f$  pour les valeurs mesurées  $p$  est donné par l'équation suivante :

$$\text{prob}(f/p) = \frac{\text{prob}(p/f) \text{prob}(f)}{\text{prob}(p)} \quad (\text{II.9})$$

Ainsi, pour maximiser la probabilité que l'image souhaitée  $f$  soit donnée  $p$ , le maximum l'estimation a-posteriori (MAP) est utilisée, où  $\log \text{prob}(p)$  est négligeable car il est indépendant de  $f$ :

$$\bar{f} = \text{arg}_f \max \{ \text{prob}(f/p) \} = \text{arg}_f \min \{ -\log \text{prob}(f/p) \} = \text{arg}_f \min \{ -\log \text{prob}(p/f) - \log \text{prob}(f) \} \quad (\text{II.10})$$

On note que maximiser  $\text{prob}(f/p)$  équivaut à minimiser  $-\log \text{prob}(f/p)$ . À ce point, des informations préalables sur les données inconnue  $f$ , qui peut être assimilé au moyen du choix d'une densité a-priori appropriée  $\text{prob}(f)$ . Les fonctions Gibbs sont principalement utilisées:

$$\text{prob}(f) \sim e^{-aK(f)} \quad (\text{II.11})$$

Avec un paramètre positif  $a$  et une fonction conviviale  $K$ . On insère la densité a-priori de Gibbs (II.11) et la densité de probabilité (II.8) dans l'estimation MAP (II.10), simplifiant et supprimant les termes indépendants de  $f$  délivre la forme suivante du problème de minimisation:

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \text{arg}_f \min \{ -\log \text{prob}(p/f) + a K(f) \} \\ &= \text{arg}_f \min \left\{ -\sum_{i=1}^N \log \left( \frac{(Rf)_i^{p_i}}{p_i!} e^{-(Rf)_i} \right) + a K(f) \right\} \\ &= \text{arg}_f \min \left\{ \sum_{i=1}^N \left( -\log (Rf)_i^{p_i} + \log p_i! - \log e^{-(Rf)_i} \right) + a K(f) \right\} \\ &= \text{arg}_f \min \left\{ -\sum_{i=1}^N \left( (Rf)_i - p_i \log (Rf)_i \right) + a K(f) \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

En passant du cas discret au cas continu, on obtient un problème de variation qui on va minimiser numériquement.

$$\min_{f \geq 0} \int (Rf - p \log Rf) dx + a K(a) \quad (\text{II.13})$$

Ici, le premier terme pénalise la différence de l'équation  $R \times f = p$  et il est donc appelé terme de délit de données, alors que le deuxième terme, la *régularisation fonctionnelle*, qui assure une certaine suavité de l'image souhaitée  $f$ . Pour équilibrer les deux termes sur la solution,

$a \geq 0$  agit comme un paramètre de pondération [15].

### II.3 Résolution de problème inverse

La résolution de problème de reconstruction tomographique se fait par deux types d'approches l'une est analytique et l'autre est algébrique, qui sont traitent par différents algorithmes, de façon assez différente. Tel que, la présence de bruit dans les projections, soit en appliquant des filtres, soit en prenant en compte directement la présence du bruit durant la phase de reconstruction.

#### II.3.1 Méthodes de reconstruction analytiques

Cette catégorie de méthodes consiste à calculer analytiquement l'inversion de la transformée de Radon. Le problème de reconstruction s'exprime ici de façon continue, par contre pour la réalisation des calculs, les formules d'inversion sont discrétisées.

Dans ce contexte, nous s'expliquons la méthode la plus courante utilisée par la plupart des tomographes pour la reconstruction 2D qui est la reconstruction par rétroprojection filtrée.

##### II.3.1.1 Rétroprojection filtrée (FBP)

La solution la plus simple pour reconstituer la coupe tomographique à partir de ses projections est la rétroprojection qui est un épandage des valeurs de la projection sur un plan considéré. Ce processus d'épandage est effectué pour chaque angle de projection successivement.

La figure. II.5 montre l'influence du nombre de projections récoltées sur la qualité de l'image rétro-projetée. Pour 1, 3 et 4 projections, les images de la figure. II.5 b, c et d respectivement montrent une perte d'informations. Pour 16 et 32 projections, les images de la figure. II.5 e et f respectivement possèdent des artefacts en forme d'étoile. A 64 projections, l'image est semblable mais souffre d'une perte de contraste.

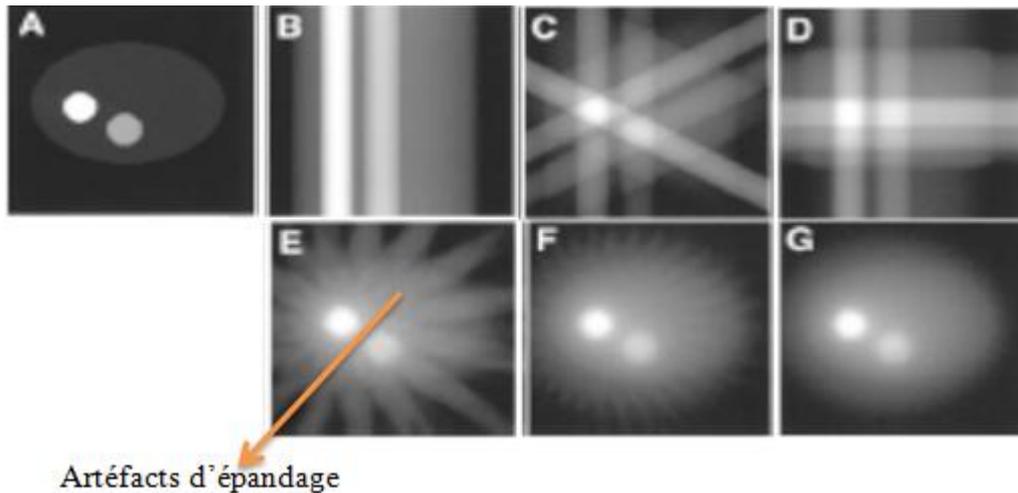


Figure II.5 - Exemple de reconstruction par rétroprojection en fonction du nombre de projections. L'image originale A est rétroprojeté, et les images B à G représentent l'image reconstruite en fonction du nombre de projections respectivement, 1, 3, 4, 16, 32 et 64 projections sur 360°.

Ces artefacts de reconstruction (artefacts d'épandage) sont connus sous le nom « d'artefacts en étoile », ils dégradent fortement les contrastes de l'image.

Il n'est donc pas possible d'obtenir un résultat correct et contrasté (sans flou) par simple rétroprojection. Ces effets indésirables peuvent être en grande partie éliminés en filtrant les projections avant la reconstruction, cette approche dite une rétroprojection filtrée (FBP : Filtered Back-Projection) qui s'appuie sur le théorème de la coupe centrale.

La figure. II.6 compare schématiquement la rétroprojection simple (a) et la rétroprojection filtrée (b), en filtrant judicieusement les projections, on limite l'effet d'artefact autour de la zone d'intérêt.

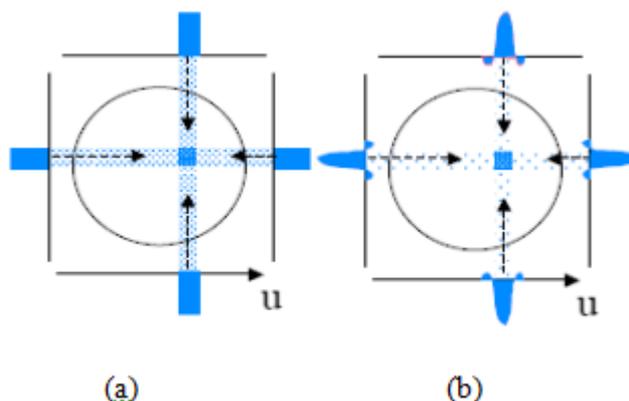


Figure II. 6 - Rétroprojection simple (a) et rétroprojection filtrée (b).

Dans cette section, nous allons décrire la méthode de rétroprojection filtrée.

Nous avons vu qu'une projection peut s'écrire :

$$p(u, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dv \quad (\text{II.14})$$

Si nous calculons la transformée de FOURIER (1D) de cette projection, nous obtenons :

$$P(k, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(u, \Phi) e^{-i2\pi ku} du \quad (\text{II.15})$$

En remplaçant  $p(u, \Phi)$  par sa valeur donnée par l'équation (II.14), nous avons:

$$P(k, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dv \right] e^{-i2\pi ku} du \quad (\text{II.16})$$

Les formules de transformations des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires nous donnent :

$$k.u = k(x.\cos \Phi + y.\sin \Phi) = x(k.\cos \Phi) + y(k.\sin \Phi) = x.k_x + y.k_y \quad (\text{II.17})$$

Et comme on a  $du.dv = dx.dy$ , donc:

$$P(k, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(x.k_x + y.k_y)} dx dy \quad (\text{II.18})$$

Cette intégrale double représente la TF 2D de la distribution d'activité à estimer  $f(x, y)$  :

$$P(k, \Phi) = F(k_x, k_y) \quad (\text{II.19})$$

Nous venons de démontrer le théorème de la coupe centrale qui s'énonce : « *La transformée de FOURIER d'une projection correspond à une ligne de la transformée de FOURIER de l'image qui passe par l'origine et fait un angle  $\Phi$  avec l'axe des abscisses* ».

Cette méthode permet théoriquement de reconstruire la coupe tomographique. On calcule la transformée de FOURIER de chaque projection ; on reporte les valeurs dans le plan fréquentiel et une transformée de FOURIER inverse donne la coupe tomographique (voir figure. II.7).

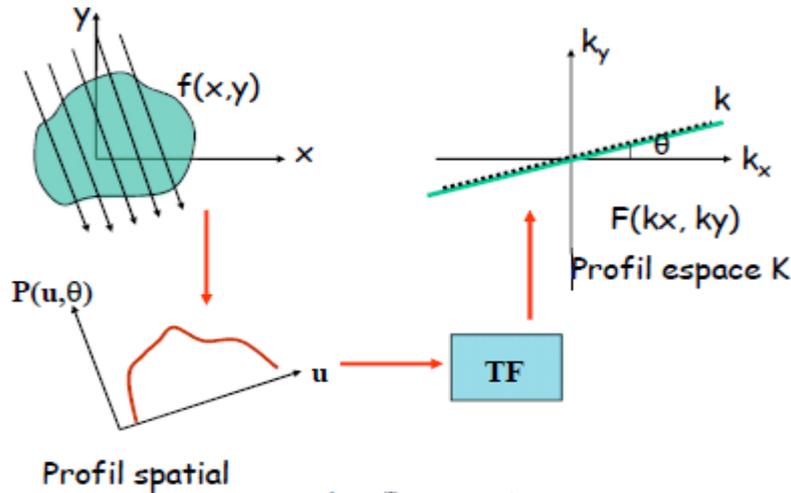


Figure II. 7 - Principe du théorème de la coupe centrale.

La transformée de FOURIER inverse permettant d'estimer  $f(x,y)$  à partir de  $F(kx, ky)$  :

$$f(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k_x, k_y) e^{+i2\pi(xk_x + yk_y)} dk_x dk_y \quad (\text{II.20})$$

Comme  $F(kx, ky) = P(k, \Phi)$  :

$$f(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(k, \Phi) e^{+i2\pi(xk_x + yk_y)} dk_x dk_y \quad (\text{II.21})$$

En remplaçant  $dk_x dk_y$  par  $k dk d\Phi$  :

$$f(x,y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} P(k, \Phi) |k| e^{i2\pi k u} dk d\Phi \quad (\text{II.22})$$

L'intégrale interne représente la transformée de FOURIER inverse de la transformée de FOURIER de la projection, multipliée par la valeur absolue de  $k$  : cette intégrale interne est une projection filtrée  $\hat{p}(u, \Phi)$  :

$$\hat{p}(u, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(u, \Phi) |k| e^{i2\pi k u} dk \quad (\text{II.23})$$

Il est donc possible de reconstruire  $f(x,y)$  par :

$$f(x,y) = \int_0^\pi \hat{p}(u, \Phi) d\Phi \quad (\text{II.24})$$

C'est la rétroprojection des projections filtrées. Les projections sont filtrées à l'aide du filtre rampe, noté  $|k|$  dans l'équation (II.22), il amplifie linéairement les hautes fréquences (voir figure. II.8).

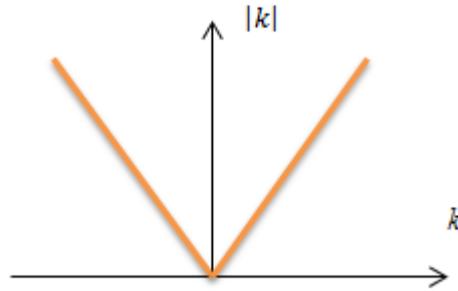


Figure II.8 - Courbe du filtre rampe.

En résumé, les étapes de l'algorithme de rétroprojection filtrée par la figure II.9 suivante :

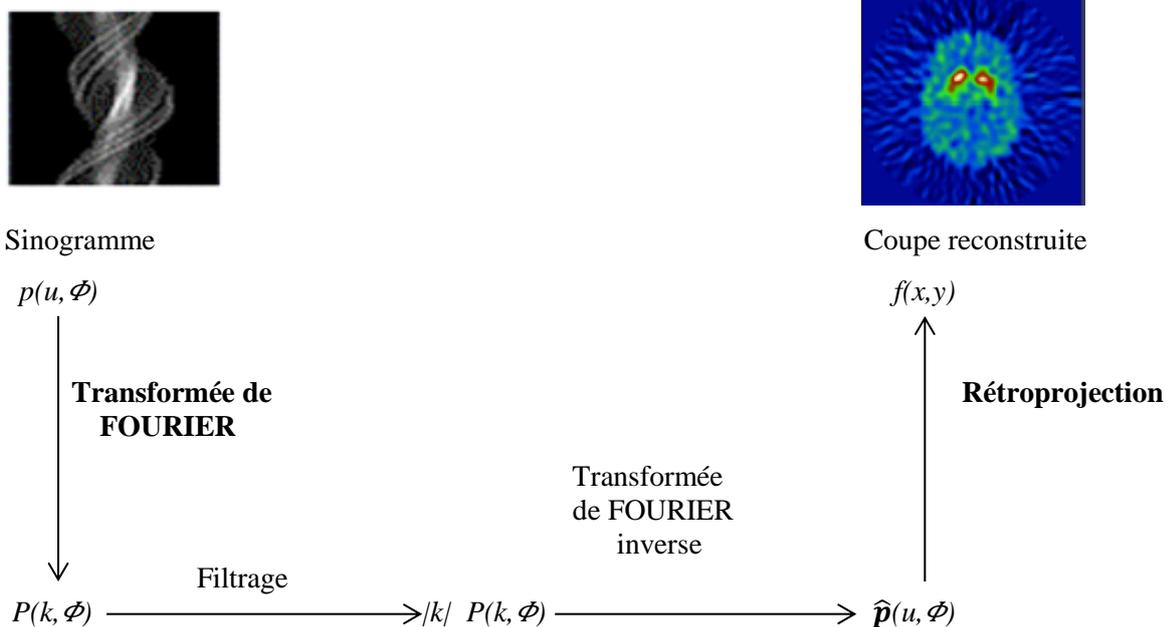


Figure II.9 - Algorithme de rétroprojection filtrée.

Comme le filtre rampe a pour inconvénient d'amplifier linéairement le spectre en fréquence de l'objet, les hautes fréquences contiennent l'information sur les détails et les forts contrastes de l'objet. Parmi lesquelles dominant les composantes liées au bruit statistique, donc le filtre rampe amplifie le bruit.

Pour limiter ce phénomène, en associant une fenêtre d'apodisation à ce filtre rampe. Cela signifie que dans l'espace de Fourier, nous allons multiplier le filtre rampe  $|k|$  par un autre filtre passe-bas  $w(k)$ , qui dépend de la fréquence de coupure.

Ce filtre additionnel permet de compenser l'amplification des hautes fréquences qui entraîne la perte des détails de l'objet par la propagation du bruit. En fonction de la fréquence de

coupure choisie, le filtre additionnel préservera plus ou moins les détails « hautes fréquences », le lissage sera plus ou moins fort.

Il existe de nombreux filtres passe-bas, dont les plus connus sont les filtres de Hamming, Hann, Butterworth et Gauss. Ils dépendent tous d'un paramètre important : leur fréquence de coupure. Toutes les fréquences au-dessus de cette fréquence seront éliminées, il convient donc de rigoureusement la choisir.

Nous avons expliqué le principe d'une résolution du problème de reconstruction tomographique par l'approche analytique. La seconde approche consiste à approcher le problème de manière itérative puisque dans ce contexte l'ensemble de projection est décrit de manière discrète.

### II.3.2 Méthodes de reconstruction itératives

Cette catégorie de méthodes procède par itération à partir d'une représentation matricielle unifiée, y compris l'équation de projection qui ne fait plus référence à la transformée de Radon mais qui est représentée comme un système d'équations linéaires.

Cette approche s'appuie sur une interprétation probabiliste de la détection (modèle statistique) et permet de prendre en compte un certain nombre de corrections au moment de la reconstruction.

L'image à reconstruire est représentée comme une matrice formée de pixels dont les valeurs sont inconnues. La reconstruction tomographique itérative consiste donc à retrouver les valeurs de chacun de ces pixels, à partir des projections. Ces dernières sont elles aussi discrètes dont les valeurs sont connues puisqu'elles correspondent aux mesures dans chaque raie de projection.

L'hypothèse qui est faite est simplement que chacune des valeurs détectées est une combinaison linéaire des valeurs des pixels à reconstruire, ceci signifie physiquement que chaque pixel contribue (éventuellement avec un coefficient nul) à chaque raie de projection. On a ainsi un vaste système d'équations (autant d'équations que de raies de projection : soit, par exemple, 7 680 pour 60 projections échantillonnées sur 128 pixels) avec autant d'inconnues que de pixels à reconstruire (typiquement 16 384 pour une image 128x128).

On a recours à un formalisme matriciel pour faciliter l'écriture de ces systèmes volumineux [16] (voir figure. **II.10**).

Considérons :

$p$ : un vecteur de dimension ( $T$ ) qui représente l'ensemble des projections acquises expérimentalement.

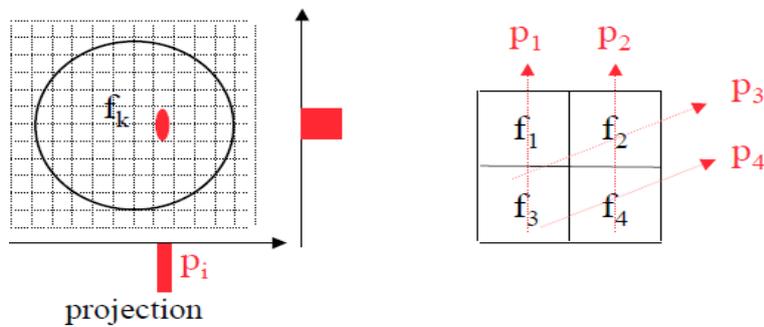
$R$ : une matrice de dimension ( $T \times N^2$ ) ( $N^2 = N \times N$  le nombre de pixels de la matrice objet) qui représente l'opérateur de projection, il donne la contribution de chaque pixel de la matrice objet dans les projections.

$f$ : un vecteur de dimension ( $N^2$ ) qui représente l'ensemble des pixels de la matrice objet à reconstruire sous forme de vecteur.

L'expression matricielle du problème de reconstruction s'écrit  $p = R \times f$ , ou encore :

$$p_i = \sum_{j=1}^{N^2} r_{ij} f_j \Leftrightarrow \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1N^2} \\ r_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r_{T1} & \dots & \dots & r_{TN^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{N^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

Les coefficients  $r_{ij}$  caractérisent la contribution de chaque pixel à chaque raie de projection peuvent être déterminés et sont stockés dans une matrice  $R$ . Ils modélisent en effet le processus de projection dont sont issues les données de l'acquisition.



$$\begin{aligned} p_1 &= r_{11} f_1 + r_{12} f_2 + r_{13} f_3 + r_{14} f_4 \\ p_2 &= r_{21} f_1 + r_{22} f_2 + r_{23} f_3 + r_{24} f_4 \\ p_3 &= r_{31} f_1 + r_{32} f_2 + r_{33} f_3 + r_{34} f_4 \\ p_4 &= r_{41} f_1 + r_{42} f_2 + r_{43} f_3 + r_{44} f_4 \end{aligned}$$

Figure II.10 - Explication du problème de la reconstruction tomographique par: image de 4 pixels ( $2 \times 2$ ) et deux directions de projection soit un total de 4 raies de projections. Chaque valeur projetée  $p_i$  est une combinaison linéaire des valeurs des pixels de l'image à reconstruire.

A travers cet opérateur  $R$ , il est possible de modéliser plusieurs considérations géométriques du problème de reconstruction. En effet, on peut inclure dans l'opérateur la géométrie de détection qui peut être une géométrie parallèle (voir figure. **II.11(a)**), en éventail (fan-beam) (voir figure. **II.11(b)**), ou bien conique (cone-beam).

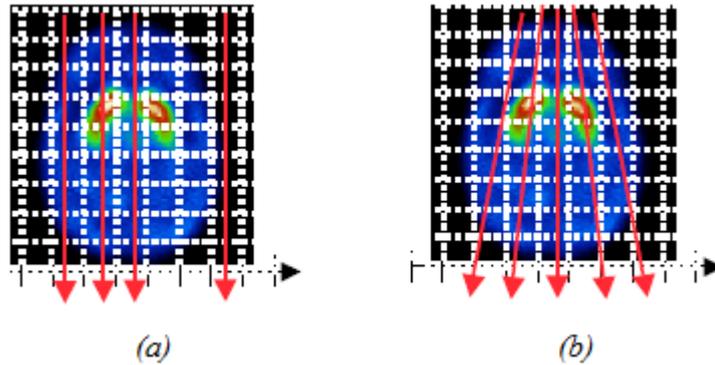


Figure II.11 - Modélisation de la géométrie de détection, (a) parallèle, (b) en éventail.

Il est aussi possible de choisir le modèle de distribution de l'intensité des pixels constituant la matrice objet, on peut choisir un modèle uniforme qui est le plus proche de la réalité, pour lequel on considère que l'intensité est uniformément distribuée dans tout le pixel et pour lequel la contribution correspond à la surface traversée du pixel par la raie de projection . D'autres types de distribution de l'intensité sont basés soit sur un modèle de Dirac, soit encore sur un modèle de longueur de raie (voir figure **II.12**).

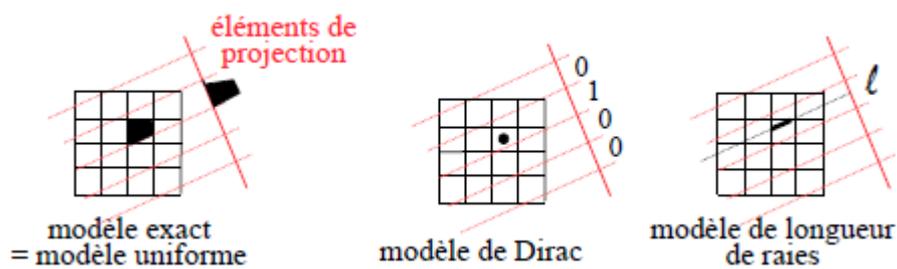


Figure II.12 - Modèles de distribution de l'intensité des pixels.

L'opérateur de projection peut aussi inclure des modélisations de la physique de détection telle que les phénomènes d'atténuation, de diffusion ou bien la fonction de réponse du détecteur. La prise en compte de ces phénomènes physiques est très intéressante pour des

applications médicales de la tomographie, on peut ainsi tenir compte des phénomènes d'interactions des rayonnements ionisants avec le corps humain [17].

Une fois le calcul de l'opérateur de projection effectué toute la problématique de la reconstruction consiste à déterminer l'image  $f$ , connaissant  $p$  et  $R$ . Par inversion directe du projecteur  $R$ , on obtiendrait donc l'image recherchée:

$$p = R \times f \Leftrightarrow f = R^{-1} \times p \quad (\text{II.26})$$

Pour rendre cette méthode de résolution efficace, il est possible que la matrice inverse  $R^{-1}$  n'existe pas ou soit mal posée, ce qui est presque toujours le cas à cause du bruit qui dégrade les données de projections. Ceci rend donc le calcul de l'inverse  $R^{-1}$  de la matrice de projection impossible.

Pour diminuer cet inconvénient, le processus itératif de résolution consiste une initialisation  $f^0$  de la distribution de la grandeur physique  $f$  que l'on cherche à déterminer par reconstruction tomographique.

Ensuite, il consiste à corriger itérativement cette fonction  $f$ , à partir de sa valeur initiale  $f^0$ , de façon à se rapprocher au maximum de la réalité de l'objet.

Ainsi, à chaque itération  $n$ , on calcule les projections  $p^n$  à partir des valeurs estimées  $f^n$  de la grandeur physique, puis on les compare avec les projections mesurées  $p$  donnant ainsi un facteur de correction  $c^n$  qui peut être additif ou multiplicatif converge ainsi vers la solution. À  $f^n$  donnant ainsi une nouvelle estimation  $f^{n+1}$  de la grandeur recherchée. On réalise ainsi une mise à jour itérative des valeurs estimées de l'objet.

L'ensemble du processus itératif de reconstruction est schématisé sur la figure(II.13).

Estimée initiale de l'objet à

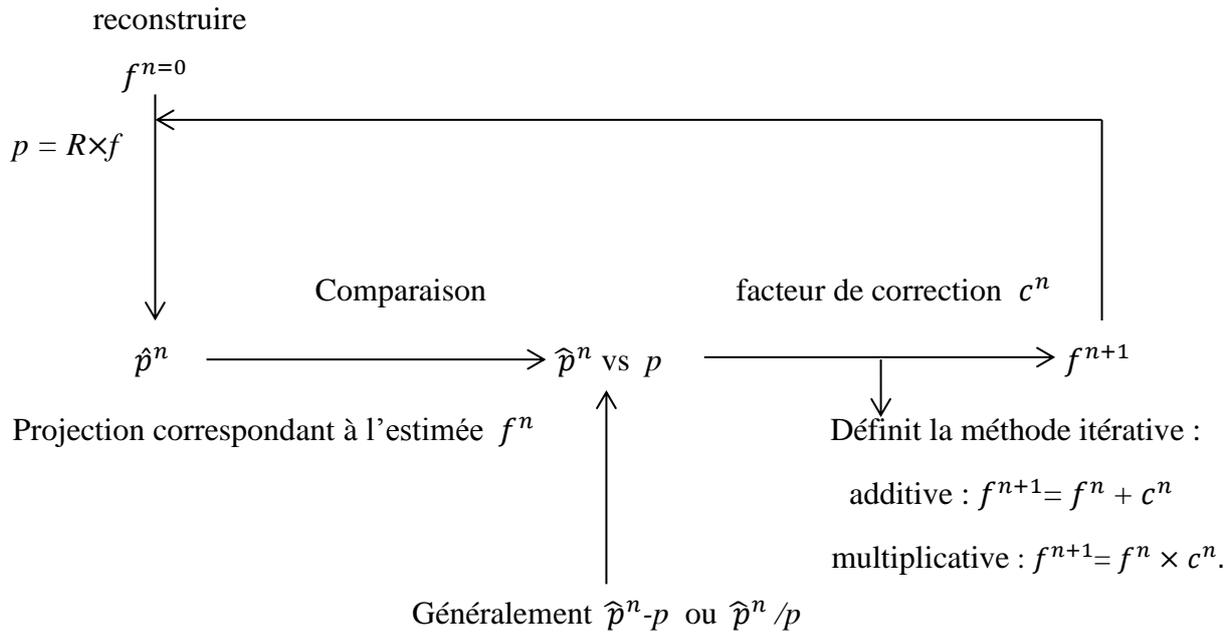


Figure II.13 - Principe des méthodes itératives.

Il existe principalement 2 classes de méthodes discrètes itératives :

- Les méthodes dites **algébriques** sont des méthodes itératives conventionnelles résolvant un système d'équations linéaires dont l'objectif est de trouver une solution qui minimise une distance  $\|p - R \times f\|^2$ . Parmi les méthodes algébriques les plus connues, on peut citer : LS (*Least Square*), ART (*Algebraic Reconstruction Technique*), SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*), SART ... [18].

- Les méthodes dites **statistiques** utilisent une formulation probabiliste du problème de reconstruction, l'objectif est de trouver une solution qui maximise une fonction de vraisemblance  $prob(p/f)$ , par rapport au modèle probabiliste choisi (modèle poissonien). Dans notre travail nous nous sommes intéressés plus particulièrement à des algorithmes les plus connus, qui sont ML-EM (*Maximum Likelihood-Expectation Maximisation*), sa version accélérée OS-EM (*Ordered Subset-Expectation Maximisation*) et la méthode PL-OS-EM (*Penalized Likelihood-Ordered Subset-Expectation Maximisation*) version régularisée minimisant l'erreur liée aux bruits d'acquisition. Ces méthodes sont les plus utilisées en TEP clinique et seront détaillées ci-dessous.

### II.3.2.1 Méthode ML-EM

La méthode ML-EM a été proposée initialement par Dempster (1977) [19]. Cet algorithme converge vers une solution au sens du maximum de vraisemblance.

L'algorithme EM (Expectation-Maximization) par maximisation de l'espérance permet de déterminer une estimée de la distribution radioactive qui maximise la vraisemblance ML (Maximum Likelihood) d'observer les données mesurées.

Cet algorithme utilise des données dites cachées qui complètent les mesures et ainsi facilitent la recherche de la solution ML de nombreux problèmes statistiques. L'algorithme EM effectue en alternance jusqu'à la convergence, il se divise en deux parties une étape E (Expectation) de calcul de l'espérance de la vraisemblance exprimée à l'aide des données complètes, puis une étape M (Maximisation) de maximisation de cette espérance.

Cette méthode utilise une formulation probabiliste du problème de reconstruction, elle suppose que les données mesurées (sinogrammes ou projections) obéissent à une statistique de Poisson incluant le bruit d'émission radioactive et le bruit de mesure (ou de détection).

En effet, en TEP, on considère que les données mesurées  $p_i$  suivent la loi de Poisson d'espérance  $\sum_j R_{ij}f_j$  :

$$\text{prob}(p_i | \sum_j R_{ij}f_j) = \frac{e^{-\sum_j R_{ij}f_j} (\sum_j R_{ij}f_j)^{p_i}}{p_i!} \quad (\text{II.27})$$

Où  $f_j$  est l'estimée du pixel  $j$  de l'image  $f$ ,  $p_i$  la projection  $i$  et  $R_{ij}$  l'élément du projecteur du pixel  $j$  de l'image à la projection  $i$ , en tenant compte de la nature poissonnienne de la statistique dans les données de projection.

L'objectif de cette méthode est de déterminer la meilleure image solution au sens du maximum de vraisemblance par l'équation (II.28) :

$$V(f) = \ln \left\{ \prod_i \text{prob}(p_i | \sum_j R_{ij}f_j) \right\} = \sum_i \{ p_i \ln(\sum_j R_{ij}f_j) - \sum_j R_{ij}f_j - \ln(p_i!) \} \quad (\text{II.28})$$

Afin de trouver le maximum, la dérivée partielle par rapport à chaque inconnue  $f_j$  doit être annulée:

$$\frac{\partial}{\partial f_j} \ln(\text{prob}(p_i | \sum_j R_{ij}f_j)) = \sum_j \left\{ -R_{ij} + \frac{p_i}{\sum_j R_{ij}f_j} R_{ij} \right\} \quad (\text{II.29})$$

Après réarrangement, on a :

$$\frac{1}{\sum_j R_{ij}} \sum_j \frac{p_i}{\sum_j R_{ij}f_j} R_{ij} = 1 \quad (\text{II.30})$$

Pour finir, on multiplie de chaque côté par  $f_j$  :

$$f_j = \frac{f_j}{\sum_j R_{ij}} \sum_j \frac{p_i}{\sum_j R_{ij} f_j} R_{ij} \quad (\text{II.31})$$

On obtient un algorithme itératif en remplaçant  $f_j$  par une succession d'estimées  $f_j^n$  :

$$f_j^{n+1} = \frac{f_j^n}{\sum_j R_{ij}} \sum_j R_{ij} \frac{p_i}{\sum_j R_{ij} f_j^n}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (\text{II.32})$$

L'estimée  $f_j^{n+1}$  est donc obtenue à partir de l'estimée  $f_j^n$  corrigée par un facteur multiplicatif qui correspond à la rétroprojection du rapport des projections mesurées sur les projections estimées par le processus de projection. Il y a donc deux étapes pendant la reconstruction avec ML-EM :

- L'opération de projection « forward projection » :  $(\sum_j R_{ij} f_j^n)$ .
- L'opération de rétroprojection « back-projection » :  $(\sum_j R_{ij} \frac{p_i}{\text{projection}_j})$

En effet, on emploie souvent le terme de pair projecteur rétroprojecteur ou opérateur de projection-rétroprojection.

L'algorithme ML-EM présente une structure itérative semblable au schéma général des méthodes itératives (voir figure. **II.14**), en commençant par une estimation d'image initiale  $f^0$ , qui peut être une image entière à une valeur constante.

La première étape (1) consiste à projeter l'image dans l'espace des projections, ensuite (2) ces projections sont comparées aux vraies mesures pour calculer une erreur contenue dans l'espace de projection. Cela constitue un facteur de correction multiplicatif pour chaque projection, qui est alors (3) rétro-projeté dans l'espace de l'image pour obtenir un facteur de correction pour l'estimation initiale de l'image. Ce facteur de correction d'espace image est encore (4) multiplié par l'estimation de l'image courante et divisé par un terme de pondération basé sur le modèle du système pour appliquer la force souhaitée de chaque correction d'image facteur. La nouvelle estimation d'image est maintenant réentrée dans l'algorithme comme image suivante; l'algorithme se répète alors que l'estimation s'approche de la solution de vraisemblance maximale.

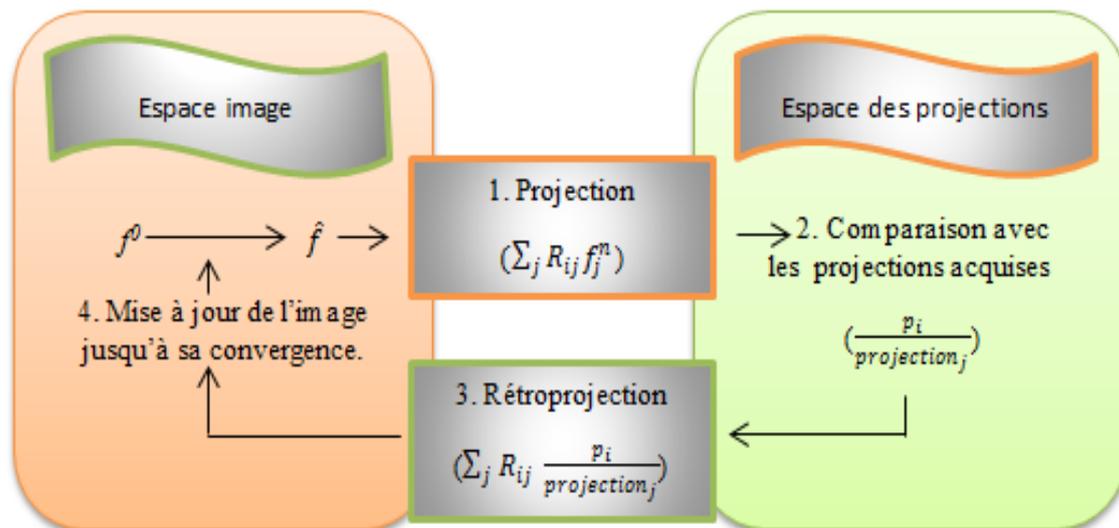


Figure II.14 – Processus de la méthode ML-EM.

Les propriétés de l'algorithme ML-EM sont :

- Il modélise explicitement le bruit dans les données.
- La solution toujours positive ou nulle, en effet, si l'image à l'itération  $f^0$  est une distribution positive, alors toutes les images aux itérations suivantes ont une distribution positive et si un pixel à une valeur nulle à l'initialisation, cette valeur reste nulle. Il oblige cependant à avoir des projections strictement positives (modèle poissonien).
- Le nombre d'événements est conservé au fil des itérations.
- La convergence de cet algorithme vers la solution reste lente et le nombre d'itérations nécessaires pour reconstruire la densité  $f$  est important.
- La présence des biais dans les régions à très faible signal.

L'inconvénient majeur associé à l'emploi de ML-EM est son instabilité après un grand nombre d'itérations dans le cas de données bruitées, ce qui entraîne l'apparition d'artefacts de bord et l'amplification des hautes fréquences (bruit de calcul).

La solution la plus simple consiste à arrêter les itérations avant l'amplification du bruit de mesure n'est pas possible car on risque d'arrêter l'algorithme avant sa convergence.

Pour cela on met en œuvre des méthodes de régularisation: il s'agit de méthodes reposant sur l'introduction de contraintes (spatiales, probabilistes) sur la distribution radioactive recherchée, qui permettent de stabiliser les distributions estimées.

Nous allons maintenant nous intéresser aux techniques permettant d'accélérer cet algorithme.

### II.3.2.2 Méthode OS-EM

Cet algorithme est le plus souvent utilisé avec l'algorithme de maximisation de l'espérance (EM). Ainsi groupé, il est appelé OS-EM (Ordered Subset Expectation Maximization).

Cette méthode a été introduite par Hudson (1994), afin d'améliorer la convergence de l'algorithme ML-EM (une version accélérée de la méthode ML-EM). Elle consiste à décomposer chaque itération de l'algorithme ML-EM en sous itérations dans lesquelles le calcul itératif ne porte plus sur l'ensemble des projections mais sur un ensemble restreint d'angles de projections.

Tel que, le sinogramme est découpé en plusieurs ensembles, chaque ensemble contient une série de projections choisies comme étant les moins corrélées entre-elles. C'est en ce sens qu'on parle d'ensembles ordonnés *OS* (Ordered Subset).

Par exemple l'ensemble des quatre projections  $\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\}$  peut être décomposée en deux sous-ensembles de deux projections  $S1 = \{0, \frac{\pi}{2}\}$  et  $S2 = \{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$ . Chaque itération principale est alors composée de 2 sous-itérations, la première utilisant uniquement les projections de  $S1$  et la seconde celles de  $S2$  (voir figure II.15).

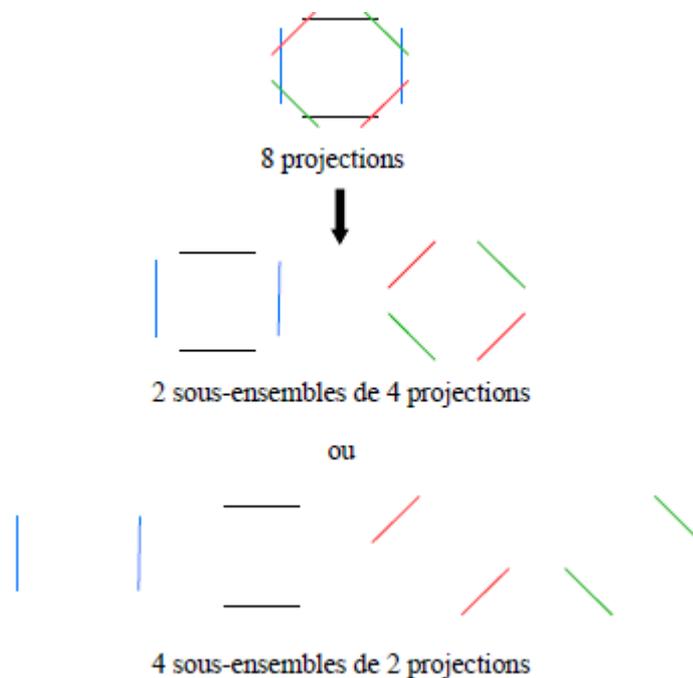


Figure II.15 - Tri des projections en sous-ensembles.

Il faut noter qu'on utilise au moins 4 projections par sous-ensemble, car ce dernier est organisé de telle façon qu'il contienne un maximum d'informations suivant l'angle  $\Phi$  de la LDR ou bien suivant l'angle  $\theta$  avec l'axe du tomographe.

L'algorithme ML-EM est tout d'abord appliqué au premier sous-ensemble  $OS$  et corrige l'image. Le sous-ensemble suivant est ensuite utilisé pour raffiner l'estimation, et ainsi de suite jusqu'à l'itération suivante.

Cela peut s'écrire de la manière suivante, en supposant que l'on définisse  $S$  sous-ensembles (facteur d'accélération):

$$f_j^{n,s+1} = \frac{f_j^{n,s}}{\sum_{i \in OS} R_{ij}} \sum_j R_{ij} \frac{p_i}{\sum_j R_{ij} f_j^{n,s}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad s \in \mathbb{N}, \quad s < S-1$$

$$f_j^{n+1,0} = \frac{f_j^{n,S}}{\sum_{i \in OS} R_{ij}} \sum_j R_{ij} \frac{p_i}{\sum_j R_{ij} f_j^{n,S}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad s \in \mathbb{N}, \quad s = S-1 \quad (\text{II.33})$$

Où, cette fois,  $i$  appartient au sous-ensemble  $OS$ .

- itération 1 :

➤ Estimation de  $f^1$  à partir de l'initialisation  $f^0$  et des projections  $p^1$  correspondant au sous-ensemble 1 :  $f^1 = f^0 \cdot R_{ij} [p / p^1]$

➤ Estimation de  $f^1$  à partir de  $f^1$  et des projections  $p^1$  correspondant au sous-ensemble 2 :  $f^1 = f^1 \cdot R_{ij} [p / p^1]$ .

- itération 2 :

➤ Estimation de  $f^2$  à partir de  $f^1$  et des projections  $p^2$  correspondant au sous-ensemble 1 :  $f^2 = f^1 \cdot R_{ij} [p / p^2]$

➤ Estimation de  $f^2$  à partir de  $f^2$  et des projections  $p^2$  correspondant au sous-ensemble 2 :  $f^2 = f^2 \cdot R_{ij} [p / p^2]$ , etc.

Cet algorithme suppose que tous les sous-ensembles reconstruits séparément conduisent à des solutions proches. Il est impossible de prouver que cet algorithme converge, contrairement à ML-EM. Cependant, si la définition des sous-ensembles ainsi que leur nombre sont rigoureusement choisis, il conduit à une solution proche de celle obtenue par ML-EM et d'autant plus vite qu'il y a de sous-ensembles.

Dans ce cas, la solution d'OS-EM avec  $n$  itérations considérant  $S$  sous-ensembles sera très proche de la solution de ML-EM après  $n \times S$  itérations mais  $S$  fois plus rapide. On peut noter enfin que l'algorithme OS-EM avec un seul sous-ensemble est strictement équivalent à l'algorithme ML-EM (voir figure. **II.16** [20]).

Concernant le choix des sous-ensembles, les auteurs de l'article [21] annoncent, que sous-ensembles doivent en quelques sortes contenir des informations relatives à l'ensemble de l'image. En d'autre terme, les LDRs contenues dans chaque sous-ensemble doivent couvrir de façon adéquate toutes les zones de l'image. Il existe deux techniques pour constituer ces sous-ensembles.

La première consiste à attribuer totalement au hasard un sous-ensemble à chaque LDR, le nombre de LDRs devant être beaucoup plus grand que le nombre de sous-ensembles.

La deuxième consiste à répartir les différents angles de projection dans chaque sous-ensemble. Dans ce cas, d'un sous-ensemble au suivant, il convient d'avoir une différence d'angle la plus grande possible ( $0^\circ$  étant la minimale et  $90^\circ$  la maximale).

Cette méthode de choix des sous-ensembles en fonction de l'angle est la plus utilisée en pratique.

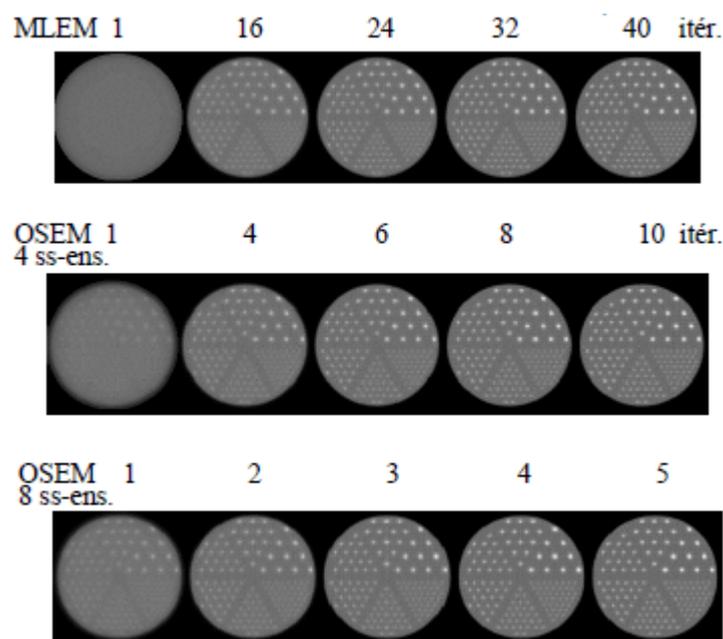


Figure II.16 - Propriétés de convergence de la méthode OS-EM pour différentes itérations et différents nombres de sous-ensembles. Cette méthode est semblable à la méthode ML-EM et est beaucoup plus rapide mais ne garantit pas une convergence vers la solution ML-EM.

Nous observons que la méthode OS-EM est particulièrement efficace, car elle donne une très bonne qualité de reconstruction, même lorsque le nombre de projections est faible, nous savons que cette méthode peut diverger très rapidement. En effet le nombre d'itérations est le paramètre fautif de cette méthode, ce qui la rend difficilement exploitable. Aussi, des

méthodes de régularisations ont été proposées pour atténuer l'effet du bruit (hautes fréquences) qui sont à l'origine de cette divergence. Pour cela, nous nous intéressons donc à l'effet de ces régularisations par l'évolution de la convergence de la solution avec OS-EM régularisée.

### II.3.2.3 Méthode PL-OS-EM

La méthode OS-EM s'est imposée comme un standard en tomographie, grâce à l'accélération de sa convergence. Lors des premières itérations, seules les régions homogènes sont reconstruites ; plus il y a d'itérations, plus on reconstruit les hautes fréquences. C'est ainsi que la solution converge au fur et à mesure des itérations. Mais elle peut aussi diverger lorsqu'on reconstruit les très hautes fréquences liées au bruit dans le sinogramme, OS-EM est arrêté tôt avant que le bruit ne devienne excessif.

Cependant, en raison des taux de convergence non uniformes dépendants de l'objet le compromis de résolution-bruit atteint par un OS-EM précoce n'est pas nécessairement optimal et il est difficile de déterminer un nombre optimal d'itérations.

Une alternative à OS-EM est la reconstitution d'image de vraisemblance pénalisée (PL), également appelée maximum a posteriori (MAP) dans un cadre bayésien. Cette méthode consiste à définir une information à priori sur l'image à reconstruire. Cette information à priori peut être introduite dans l'équation (II.9) en utilisant une probabilité d'image  $prob(f) \neq 1$ . Cette dernière fait office de régularisation, c.-à-d. qu'elle maintient le résultat au lieu de le faire diverger lorsqu'on commence à reconstruire les très hautes fréquences.

En repartant du théorème de Bayes, on obtient l'équation suivante :

$$prob(f|p) = prob(p|f) \times prob(f) \quad (\text{II.34})$$

tel que  $prob(f) \neq 1$ .

L'ajout de cette information a permis de mettre au point une série d'algorithmes régularisés, appelés méthodes PL (pour Penalized Likelihood). On peut citer PL-OS-EM (version régularisée de l'algorithme OS-EM).

Dans les versions régularisées, on ne cherche plus l'image  $I$  qui maximise  $\log prob(p|f)$  mais celle maximisant  $\log prob(p|f) + \log prob(f)$  où  $prob(f)$  est donné par un modèle d'image.

Ce dernier permet d'influencer la valeur d'un pixel en fonction de son voisinage. Généralement, on choisit un modèle gaussien pour conserver la cohérence des pixels voisins

et réduire les artefacts. Une distribution de Gibbs est une distribution qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$prob(f) = \frac{1}{Z} e^{-\beta U(f)} \quad (\text{II.35})$$

Où  $Z$  est une constante de normalisation,  $U(f)$  est la fonction d'énergie définie comme la somme des potentiels de chaque pixel en fonction de son voisinage et  $\beta$  est un paramètre contrôlant la souplesse de la reconstruction.

Lorsque  $\beta$  est faible, les images reconstruites sont bruitées mais les contours sont nets. Plus  $\beta$  augmente, moins les images sont bruitées, mais plus les contours sont flous. Quand  $\beta = 0$ , il n'y a pas de régularisation, on obtient l'algorithme OS-EM précédent [22].

Il s'agit donc de minimiser la dérivée partielle suivante :

$$\frac{\partial \log \text{prob}(f|p)}{\partial f} = \frac{\partial \log \text{prob}(p|f)}{\partial f} - \frac{\partial U(f)}{\partial f} \quad (\text{II.36})$$

Où  $U(f)$  est défini par l'équation suivante :

$$U(f) = \sum_i \sum_j [\sum_{(i_v j_v) \in V(i,j)} \varphi(f(i,j) - f(i_v j_v))] \quad (\text{II.37})$$

Où  $V(i,j)$  est la clique définissant les pixels voisins de  $(i,j)$  et la fonction  $\varphi(f(i,j) - f(i_v j_v))$  détermine la contribution des pixels voisins de  $(i,j)$  pour la régularisation.

On obtient alors la formule de mise à jour régularisée suivante (régularisation entre crochets) :

$$f_j^{n,s+1} = \frac{f_j^{n,k}}{\sum_{i \in OS} R_{ij}} \sum_j R_{ij} \frac{p_i}{\sum_j R_{ij} f_j^{n,k} + [\beta \sum_{(i_v j_v) \in V(i,j)} \frac{\partial \varphi(f(i,j) - f(i_v j_v))}{\partial f}]} \quad (\text{II.38})$$

Dans l'approche PL, une fonction de pénalité qui contrôle la qualité de l'image est incorporée dans une fonction objective et un algorithme numérique est exécuté pour optimiser la fonction d'objectif PL jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Contrairement à l'OS-EM, on peut souvent prédire les propriétés de bruit et de résolution dans les images reconstruites PL et les fonctions de pénalité de conception pour les propriétés souhaitées telles qu'une résolution spatiale uniforme ou pour des performances optimales dans des tâches spécifiques telles que la détection et la quantification.

### II.4 Avantages et inconvénients des méthodes analytiques et itératives

Les méthodes analytiques de reconstruction reposent, comme leur nom l'indique, sur une inversion analytique de la transformée de Radon. Elles supposent que les données sont

continué et que la valeur d'une projection est connue en chaque point  $(u, \Phi)$  du sinogramme. L'algorithme de reconstruction analytique le plus courant est la rétroprojection filtrée (FBP) : il est en effet rapide d'exécution et facile à utiliser en raison du faible nombre de paramètres que l'utilisateur a à fixer. Il équipe actuellement tous les dispositifs commercialisés (Scanner X, SPECT, TEP).

Toutefois, cette méthode ne permet pas de prendre en compte de manière satisfaisante une modélisation précise des phénomènes physiques intervenant dans l'acquisition des images, tel que la diffusion, l'atténuation et la fonction de réponse du détecteur.

Ensuite, l'opération de rétroprojection associe régulièrement l'apparition d'artefacts de raies dans l'image reconstruite ce qui impose une étape de filtrage additionnelle ajoutant le filtre rampe. Ce dernier à leur tour d'introduire des valeurs négatives dans les images. En plus, la FBP ne sera efficace que si le nombre d'angles de vue est élevé et réparti de façon quasi continue sur  $360^\circ$  autour de l'objet, elle consiste uniquement à résoudre un grand système d'équations linéaires.

Pour toutes ces raisons et particulièrement en raison de leur linéarité, de leur caractère non biaisé et de leur rapidité, les méthodes analytiques sont souvent considérées comme des méthodes de référence, en particulier pour ensuite effectuer des analyses compartimentales et paramétriques.

Par contre, les méthodes itératives qui discrétisent le problème, offrent la possibilité de compenser les phénomènes parasites via une modélisation adéquate dans le projecteur R.

Les méthodes itératives statistiques utilisées en TEP exploitent l'hypothèse que les données mesurées suivent une loi de Poisson.

A cause de la convergence lente de la méthode ML-EM, des algorithmes ont été modifiés pour accélérer la reconstruction, en classant par exemple les projections en sous-ensembles ordonnés (OS-EM). Cette dernière a pour inconvénient d'amplifier le bruit au fur et à mesure des itérations. Pour cela on introduit une autre version de régularisation PL, qui a pour objectif d'optimiser la fonction d'objectif jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

Malgré les avantages, la méthode PL n'a pas été largement adoptée dans le TEP clinique. Outre le coût de calcul et la complexité de la conception, peut-être la raison principale de l'utilisation limitée de PL dans le TEP clinique serait qu'il n'a pas été démontré de manière convaincante que les méthodes PL peuvent fournir une précision de quantification améliorée par rapport à OS-EM tout en conservant une qualité d'image visuelle cliniquement acceptable.

L'énorme avantage des algorithmes itératifs par rapport aux algorithmes analytiques est leur potentiel à corriger de façon essentielle les facteurs physiques dégradant la qualité de l'image et la précision quantitative. L'inconvénient majeur de ces méthodes est la quantité de calculs plus importante qui accroît considérablement les temps de reconstruction.

Finalement, les méthodes analytiques de reconstruction tomographique, grâce à leur rapidité sont essentiellement plus avantageuses puisqu'elles sont utilisées de façon fréquente en routine clinique pour l'imagerie médicale.

Les méthodes itératives de reconstruction tomographique, elles présentent aussi des intérêts liés aux multiples possibilités de modélisations physiques des phénomènes. Elles permettent, de représenter de la manière la plus réaliste possible l'objet étudié ainsi que le procédé d'imagerie utilisé. Par conséquent, et grâce aux diverses améliorations qui ont permis de diminuer les temps de calcul, les méthodes itératives sont de plus en plus utilisées quotidiennement pour la reconstruction tomographique des images médicales.

### II.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu que le problème de la reconstruction tomographique était un problème inverse mal posé. Deux approches ont été abordées pour essayer de le résoudre dans le cadre d'optimisation, on présente les algorithmes de reconstruction les plus utilisés, à savoir FBP, ML-EM, OS-EM et PL-OS-EM.

En premier temps nous avons exposé les méthodes analytiques (FBP) qui fondent sur une représentation continue des données, par la suite nous nous sommes intéressés plus particulièrement à des méthodes itératives statistiques qui sont basées sur une résolution itérative d'un système linéaire et celles s'appuyant sur une modélisation probabiliste. Nous avons détaillé des méthodes de formes multiplicatives (ML-EM). De plus, nous avons abordé des optimisations comme le découpage en sous-ensembles (OS-EM) et les régularisations (PL-OS-EM). La première a conduit à une convergence lente, la seconde a amené à une convergence plus rapide vers la solution, optimisant ainsi les temps de calculs et la dernière a permis de constater un maintien de la convergence autorisant un arrêt des itérations au moment le plus convenable et qui permet de rendre le problème mieux posé.

## **Chapitre III**

### **Résultats et discussions**

### Introduction

Dans ce dernier chapitre, nous allons présenter une description des résultats obtenus par les approches de reconstruction ; qui nous ont aidé pour la résolution du problème inverse et qui sont les suivantes: l'approche analytique (rétroprojection filtrée (FBP)) qui prend en compte que le sinogramme pour récupérer l'objet, et l'approche itérative qui consiste à exprimer le problème directement sous une forme discrète; cette dernière se divise en deux méthodes : algébrique et statistique.

La maximisation expectative du maximum de vraisemblance (ML-EM) est une méthode itérative, elle appartient aux approches statistiques, la maximisation expectative du sous-ensemble rangé (OS-EM) est une version accélérée de l'approche ML-EM et la vraisemblance pénalisée de la maximisation expectative du sous-ensemble rangé (PL-OS-EM) est sa version pénalisée. Nous allons étudier dans notre travail ces méthodes en utilisant des tableaux et des graphiques présentent la variation des critères d'évaluation comme : l'erreur quadratique moyenne (MSE), le rapport signal sur bruit crête (PSNR), la corrélation-croisée normalisée (NCC) et l'erreur absolue normalisé (NAE) en fonction de différents paramètres d'entrées comme le nombre de projection, le nombre d'itérations et le nombre de sous-ensemble.

Pour une bonne compréhension, la figure (III.1) représente un organigramme qui explique les différentes étapes ainsi que les différentes méthodes de reconstruction utilisées pour reconstruire une image TEP.

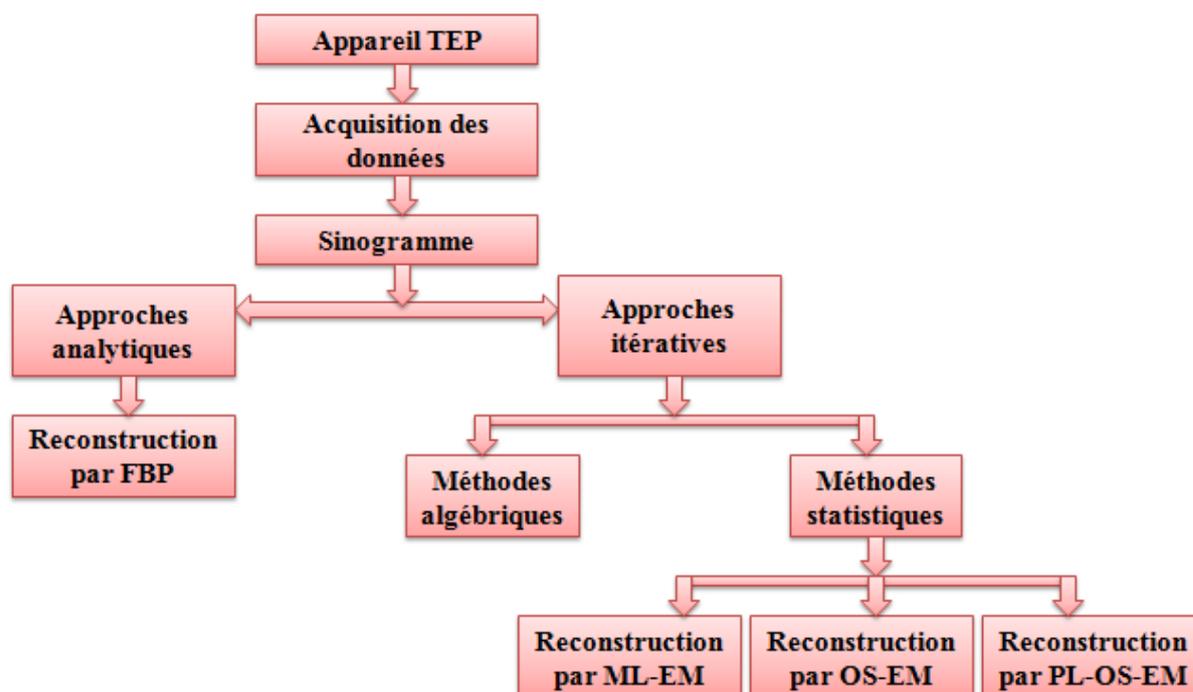


Figure III.1 - Organigramme résume la reconstruction des images TEP.

Le choix optimal des méthodes de reconstruction nécessite l'utilisation de différents critères d'évaluation de performances.

### III.1 Évaluation de performances

Dans nos simulations, tous les algorithmes ont été implémentés sur un PC en utilisant le langage de programmation Matlab (The Math Works, Inc., Natick, MA) (R2008b). Nous avons utilisé une image TEP qui représente une coupe axiale abdominale à l'entrée de chaque algorithme. Afin d'étudier la qualité des images reconstruite par chaque algorithme, nous avons évalué différents critères de mesures décrits comme suit :

#### III.1.1 Erreur quadratique moyenne (MSE)

L'erreur quadratique moyenne (MSE) est l'une des paramètres les plus utilisés pour mesurer la qualité d'image. Elle mesure la différence entre l'image de référence et l'image reconstruite, elle est définie comme suit :

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (f(i,j) - f'(i,j))^2 \quad (III.1)$$

Avec  $f(i,j)$  représente l'image originale,  $f'(i,j)$  représente l'image reconstruite, M et N sont le nombre de lignes et de colonnes respectivement.

#### III.1.2 Rapport signal sur bruit crête (PSNR)

Le PSNR est défini par la relation suivante :

$$PSNR = 10 \log \left( \frac{255}{\sqrt{MSE}} \right) \quad (III.2)$$

Où MSE représente l'erreur moyenne quadratique décrite ci-dessus. La faible valeur du PSNR signifie que l'image est de mauvaise qualité.

#### III.1.3 Corrélation-croisée normalisée (NCC)

NCC est une méthode utilisée pour l'appariement de modèle. Il est égal à la double somme de la valeur carrée d'une différence entre l'image originale et l'image reconstruite sur double somme de la valeur carrée de l'image originale. La corrélation-croisée normalisée est définie comme suit :

$$NCC = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (f(i,j) - f'(i,j))^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N f(i,j)^2} \quad (III.3)$$

Où  $f(i, j)$  représente l'image originale,  $f'(i, j)$  représente l'image reconstruite, M et N sont le nombre de lignes et de colonnes respectivement. Plus le NCC est petit plus l'image reconstruite est de bonne qualité.

### III.1.4 Erreur absolue normalisé (NAE)

L'erreur absolue normalisée est définie comme suit :

$$NAE = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |f(i, j) - f'(i, j)|}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |f(i, j)|} \quad (III.4)$$

Où  $f(i, j)$  représente l'image originale,  $f'(i, j)$  représente l'image reconstruite, M et N sont le nombre de lignes et de colonnes respectivement. La grande valeur de l'erreur absolue normalisée (NAE) signifie que l'image est de mauvaise qualité.

Notre travail a pour but d'optimiser les différentes méthodes de reconstruction permettant de résoudre le problème inverse en tomographie d'émission de positon. Nous avons besoin donc d'obtenir un ensemble de résultats qui nous permettra de choisir la méthode convenable et adéquate :

## III.2 Résultats et discussions de la reconstruction en TEP

Au cours de nos applications, nous avons utilisé les données d'une coupe d'une image fantôme TEP de taille (64×60) représentée par la figure (III.2 a). Les données brutes de cette coupe sont représentées par le sinogramme (projections) de la figure (III.2 b).

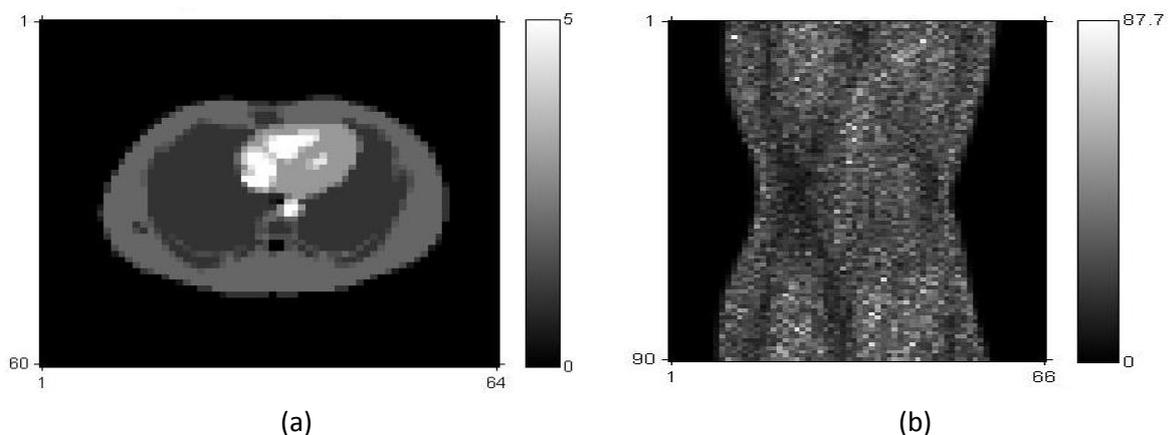


Figure III.2 - (a) « image fantôme TEP » de taille (64×60), (b) le sinogramme de 90 projections correspondant à cette image.

Avant de passer à l'étape de reconstruction, nous avons introduire un bruit de poisson (par l'utilisation de sa fonction citée dans le Chapitre II) sur les données afin de pouvoir optimiser la résolution du problème inverse. La figure (III.3) représente les projections bruitées par le bruit de poisson.

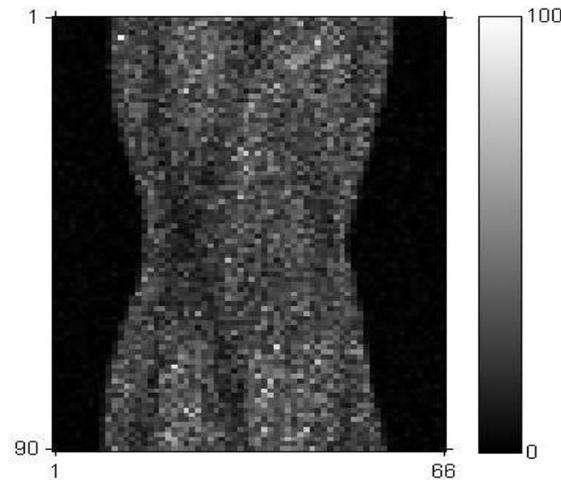


Figure III.3 - Sinogramme bruité par un bruit de poisson.

Nous avons effectué une étude comparative entre les approches de reconstruction analytiques basées sur la méthode FBP et les approches de reconstruction itératives, plus particulièrement les approches statistiques basées sur les méthodes ML-EM, OS-EM ou PL-OS-EM.

### III.2.1 Résultats et discussions des approches analytiques

En TEP, il existe plusieurs méthodes de reconstruction analytiques dans la littérature ; nous avons étudié dans notre travail la rétroprojection filtrée (FBP) parce qu'elle est très utilisée dans les applications médicale ; elle représente la méthode la plus courante pour éliminer l'artefact en étoile.

#### III.2.1.1 Rétroprojection filtrée(FBP)

La rétroprojection filtrée dépend de plusieurs paramètres ; les paramètres les plus importants sont : le nombre de projection et l'espace entre les rayons d'incidences représentés par la figure (III.4).

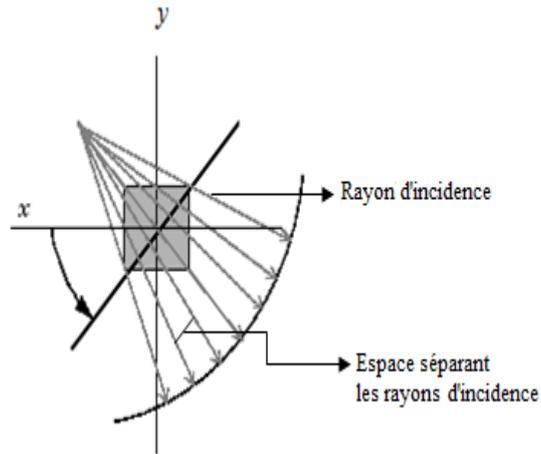


Figure III.4 - Représentation de l'espace entre les rayons d'incidences.

En jouant sur l'espace entre les rayons d'incidences, nous avons étudié quantitativement et qualitativement les résultats de la reconstruction FBP, en choisissant différentes valeurs de l'espace (distances) entre les rayons : 1, 4, 8, 12, 16 et 20. Nous avons étudié quantitativement certains paramètres de performances comme le MSE, PSNR, NCC et NAE.

Les résultats quantitatifs sont représentés par le tableau (III.1). La figure (III.5) représente les images reconstruites en utilisant les différentes valeurs de l'espace entre les rayons cités ci-dessus.

Tableau III.1 - Résultats de la reconstruction FBP en fonction de l'espace entre les rayons d'incidences.

| L'espace entre les rayons \ Critère | 1      | 4      | 8      | 12     | 16     | 20     |
|-------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                                 | 2.1090 | 0.7446 | 0.0928 | 0.1016 | 0.1334 | 0.1697 |
| PSNR                                | 44.89  | 49.41  | 58.46  | 58.06  | 56.88  | 55.83  |
| NCC                                 | 0.0458 | 0.0162 | 0.0020 | 0.0022 | 0.0029 | 0.0037 |
| NAE                                 | 1.0981 | 0.7054 | 0.2554 | 0.2678 | 0.3187 | 0.3728 |

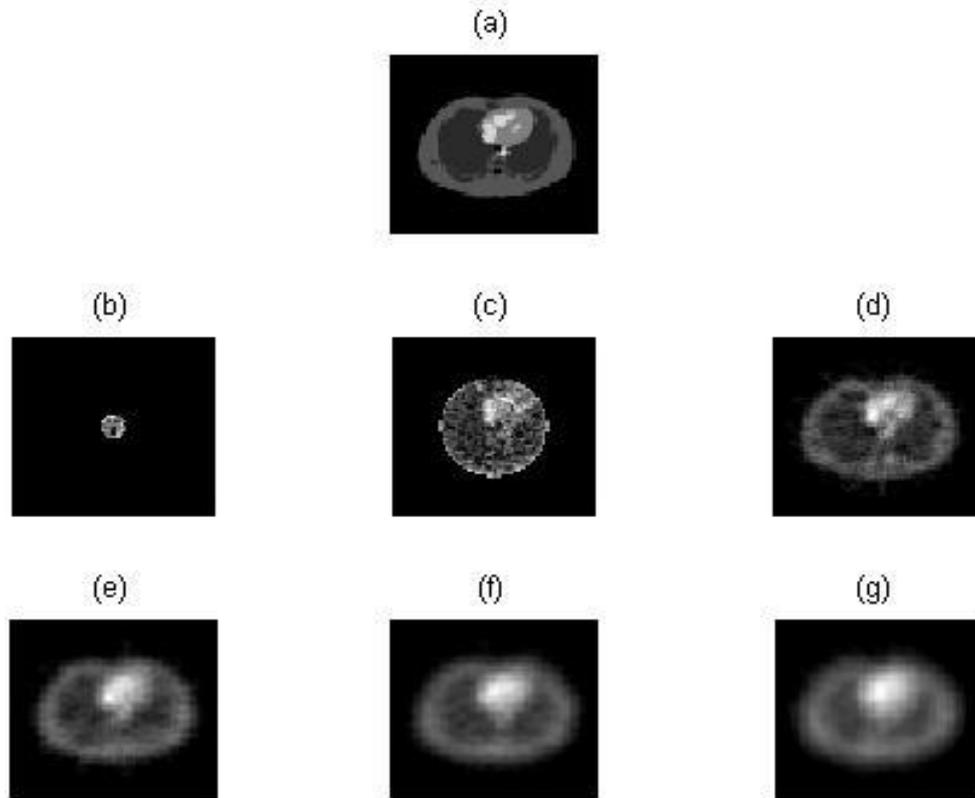


Figure III.5 - Images reconstruites par la méthode FBP en utilisant un espace de: b) 1, c) 4, d) 8, e) 12, f) 16 et g) 20 entre les rayons d'incidences. Avec a) Image de référence.

Les résultats du tableau (III.1) montrent clairement que lorsque la distance entre les rayons d'incidences est inférieure ou supérieure à 8 ; les paramètres d'évaluation (MSE, NCC et NAE) ont été élevés et le PSNR a régressé. De même, la figure (III.5) montre aussi que si on diminue la distance moins que 8 la qualité d'image est mauvaise, ou on l'augmente plus que 8, elle devient floue.

La figure (III.6) contient les graphiques des critères d'évaluations, pour les différentes valeurs de l'espace entre les rayons. Nous pouvons aisément remarquer que la valeur 8 est la valeur optimale entre les rayons d'incidences.

### Chapitre III. Résultats et discussions

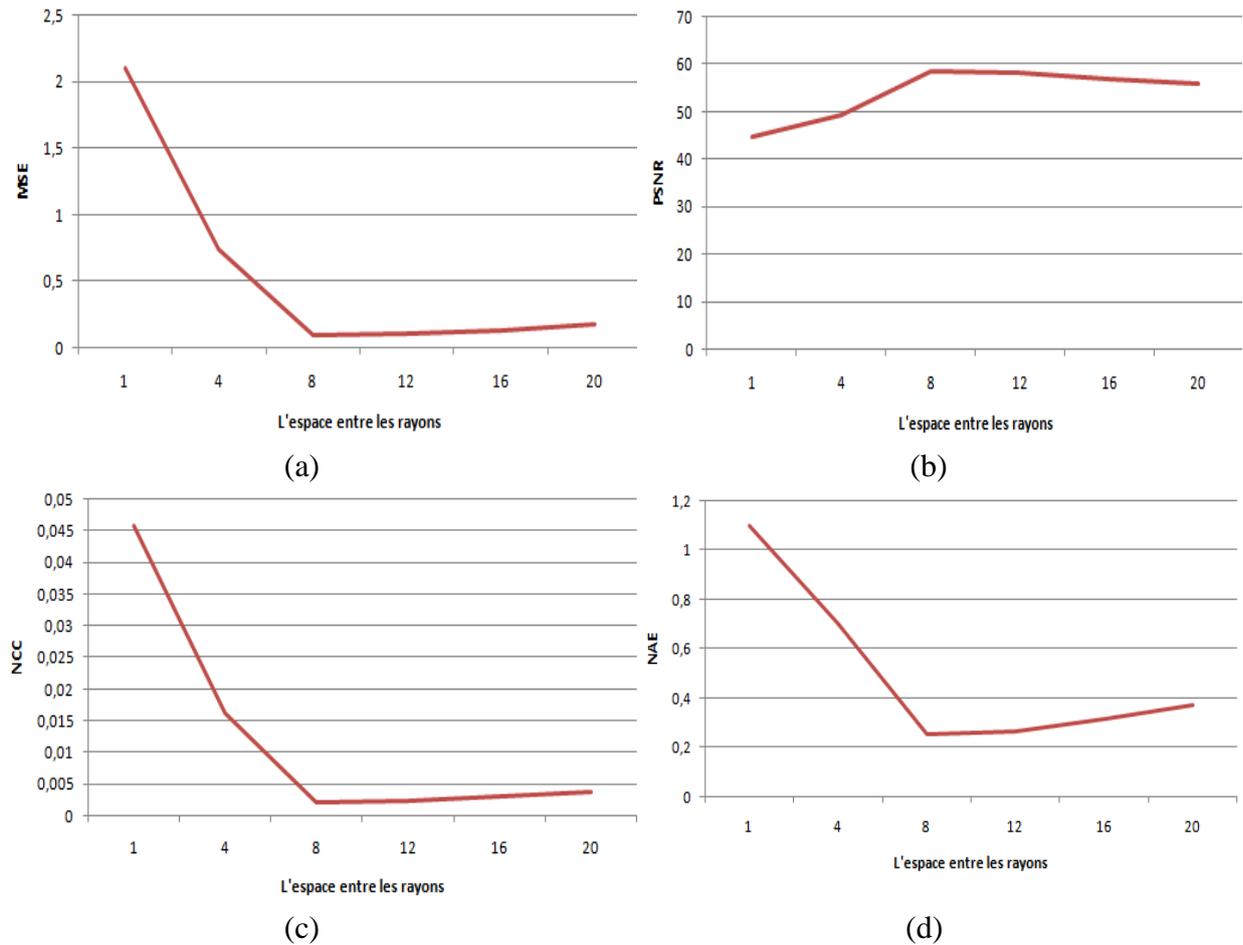


Figure III.6 - Variation des critères d'évaluation en fonction de l'espace entre les rayons d'incidence pour la méthode FBP : a)MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

Dans la suite de nos applications, nous avons fixé un espace de 8 entre les rayons. Nous avons essayé de changer par la suite le nombre de projections; nous avons choisi les valeurs suivantes :4, 10, 60, 90, 150 et 180. Les résultats quantitatifs et qualitatifs de la reconstruction (FBP) sont représentés dans le tableau (III.2) et la figure (III.7) respectivement :

Tableau III.2 - Résultats de la reconstruction FBP en fonction de nombre de projections.

| Projection \ Critère | 4      | 10     | 60     | 90     | 150    | 180    |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                  | 0.3244 | 0.1167 | 0.0911 | 0.0892 | 0.0857 | 0.0844 |
| PSNR                 | 53.02  | 57.46  | 58.54  | 58.63  | 58.8   | 58.87  |
| NCC                  | 0.007  | 0.0025 | 0.002  | 0.0019 | 0.0019 | 0.0018 |
| NAE                  | 0.4851 | 0.2957 | 0.2558 | 0.2511 | 0.2472 | 0.2438 |

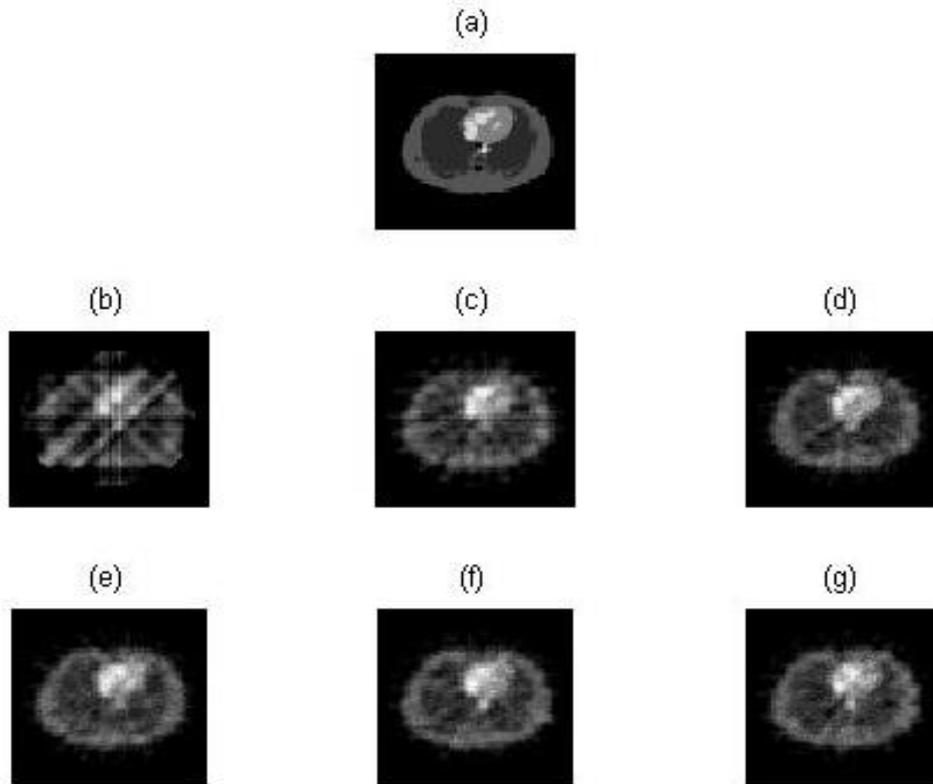
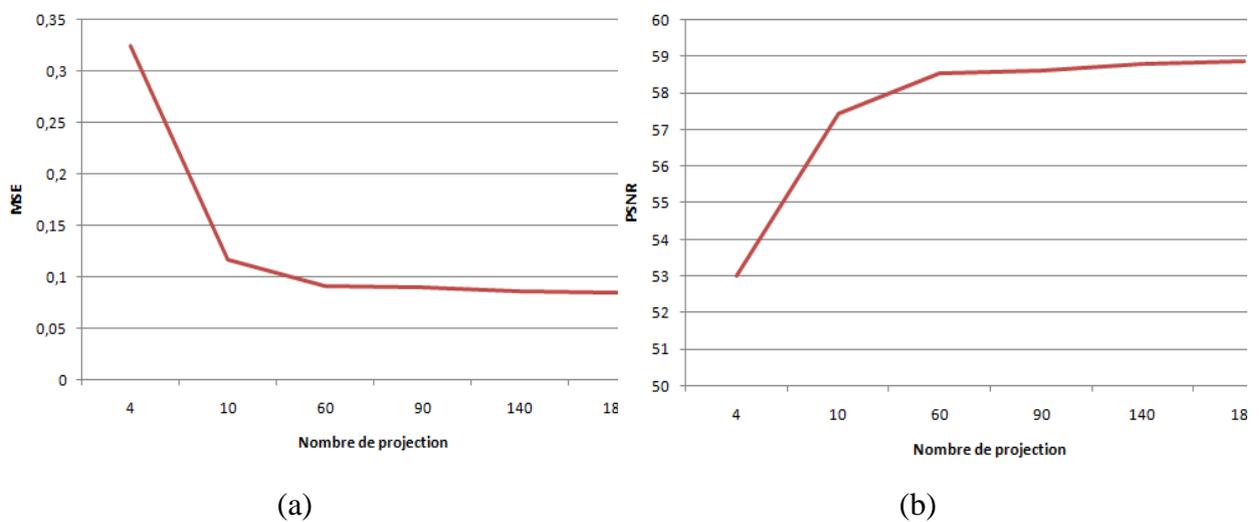


Figure III.7 - Images résultantes par la méthode FBP en utilisant : b) 4, c) 10, d) 60, e) 90, f) 150 et g) 180 projections. Avec a) Image de référence.

Le tableau (III.2) et la figure (III.7) montrent que la qualité des images reconstruites s'améliore avec l'augmentation du nombre de projections.

La qualité de la reconstruction a été évaluée par l'étude de la variation des critères de performance (MSE, PSNR, NCC et NAE) en fonction du nombre de projections de l'image reconstruite, qui est représentée par la figure (III.8) :



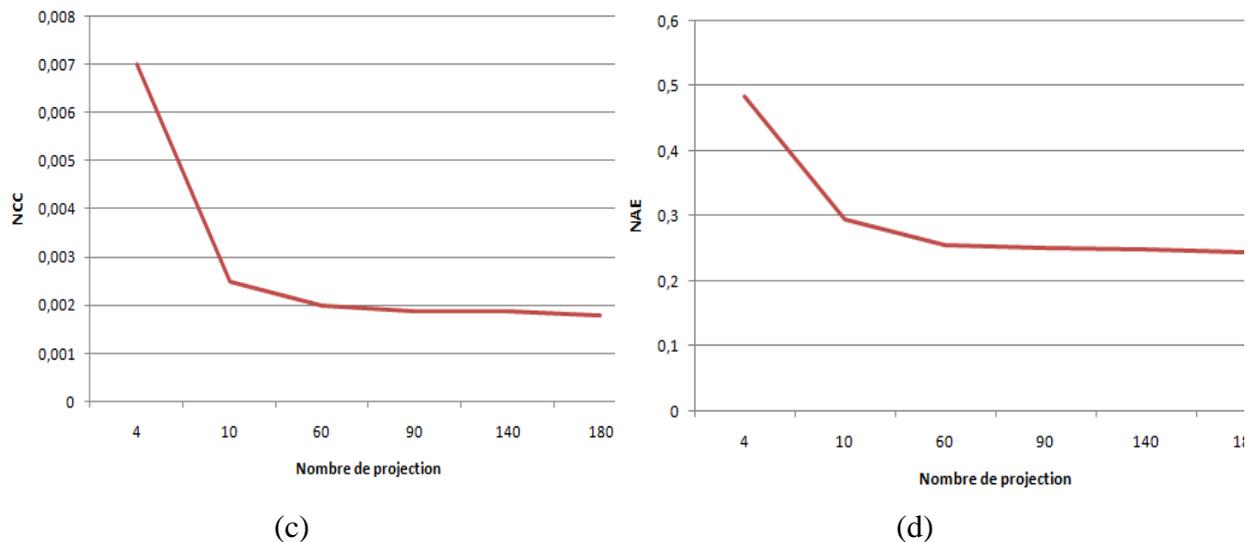


Figure III.8 - Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode FBP : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

Ces graphes montrent que les paramètres d'évaluation (MSE, NCC et NAE) diminuent rapidement et le PSNR augmente significativement quand le nombre de projections augmente jusqu'à 60 projections, nous avons après une légère variation jusqu'à 180 projections. Afin de réduire le temps d'acquisition, ces résultats indiquent qu'un nombre de projections de 60 suffira largement pour une reconstruction satisfaisante. La qualité de l'image reconstruite est plus proche de l'image originale grâce au filtrage qui élimine un effet de flou.

### III.2.2 Résultats et discussions des approches itératives

Les approches itératives se divisent en deux méthodes : algébriques et statistiques. Dans notre travail, nous avons étudié les méthodes statistiques parce qu'elles sont très utilisées dans les applications médicales.

Dans cette partie, nous avons présenté les résultats de reconstruction de la méthode statistique qui englobe la méthode ML-EM, sa version accélérée OS-EM et pénalisée PL-OS-EM.

Les paramètres d'évaluation de performance de la reconstruction sont calculés par rapport au nombre de projections et au nombre d'itérations en gardant un espace de 8 entre les rayons.

#### III.2.2.1 Maximisation expectative du maximum de vraisemblance (ML-EM: Maximum Likelihood-Expectation Maximization (en anglais))

La méthode MLEM est une méthode itérative ; dans un premier temps, nous avons fixé le nombre d'itération à 10 et nous avons essayé de faire varier le nombre de projections. Nous avons considéré les valeurs suivantes : 4, 10, 60, 90, 150 et 180 projections.

La figure (III.9) et le tableau (III.3) représentent les résultats quantitatifs et qualitatifs de la reconstruction ML-EM.

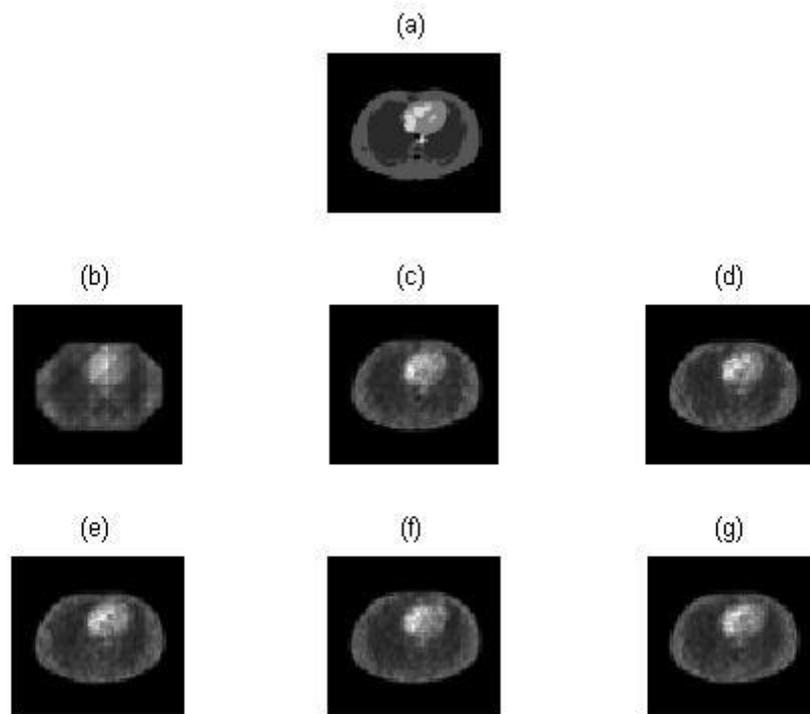


Figure III.9 - Images résultantes par la méthode ML-EM en utilisant : b) 4, c) 10, d) 60, e) 90, f) 150 et g) 180 projections. Avec a) Image de référence.

Tableau III.3 - Résultats de la reconstruction ML-EM en fonction de nombre de projections.

| Projection \ Critère | 4      | 10     | 60     | 90     | 150    | 180    |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                  | 0.1012 | 0.0674 | 0.0619 | 0.0592 | 0.059  | 0.06   |
| PSNR                 | 58.08  | 59.84  | 60.22  | 60.41  | 60.42  | 60.35  |
| NCC                  | 0.0022 | 0.0015 | 0.0013 | 0.0013 | 0.0013 | 0.0013 |
| NAE                  | 0.244  | 0.1906 | 0.1825 | 0.1753 | 0.179  | 0.1738 |

Les résultats obtenus montrent que l'augmentation du nombre de projection s'améliore la qualité d'image reconstruite et lorsque le nombre de projection est plus élevé ; elle est plus proche de l'image originale.

La variation des critères d'évaluation (MSE, PSNR, NCC et NAE) en fonction du nombre de projections de l'image reconstruite est illustrée par les graphes de la figure (III.10) :

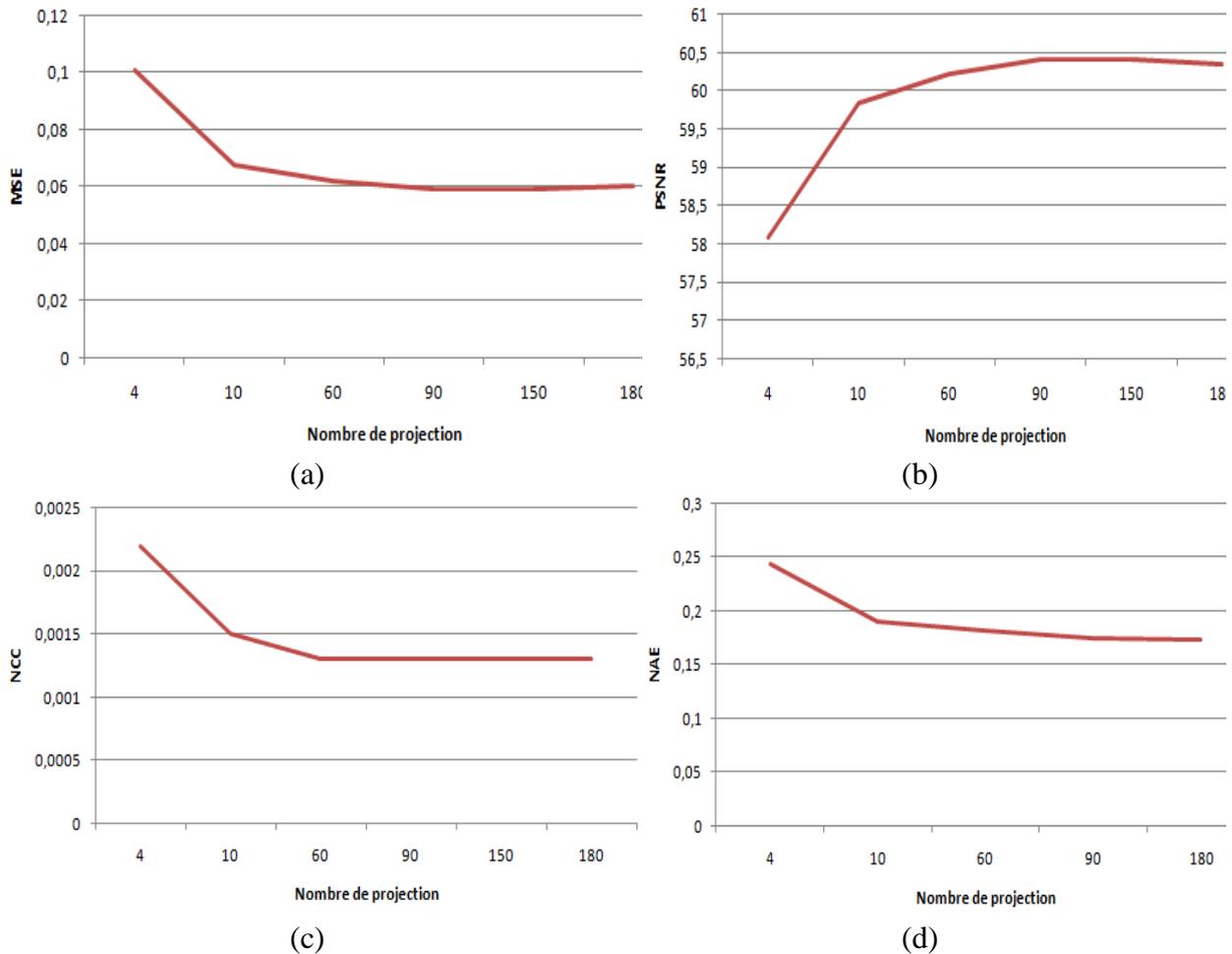


Figure III.10 - Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode ML-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

D'après ces graphes, on constate que lorsque le nombre de projections augmente, les paramètres d'évaluation (MSE, NCC et NAE) se décroissent rapidement jusqu'à 60 projections puis elles se stabilisent et le paramètre PSNR se croit avec l'augmentation du nombre de projections. La qualité de l'image reconstruite est plus proche de l'image originale lorsque le nombre de projection est plus élevé.

Dans cette section, nous avons fixé le nombre de projections à 90 et nous avons changé le nombre d'itérations. Nous avons pris les valeurs suivantes : 1, 2, 4, 8, 10 et 14 itérations. Les images reconstruites sont illustrées sur la figure (III.11) et les résultats quantitatifs sont représentés sur le tableau (III.4).

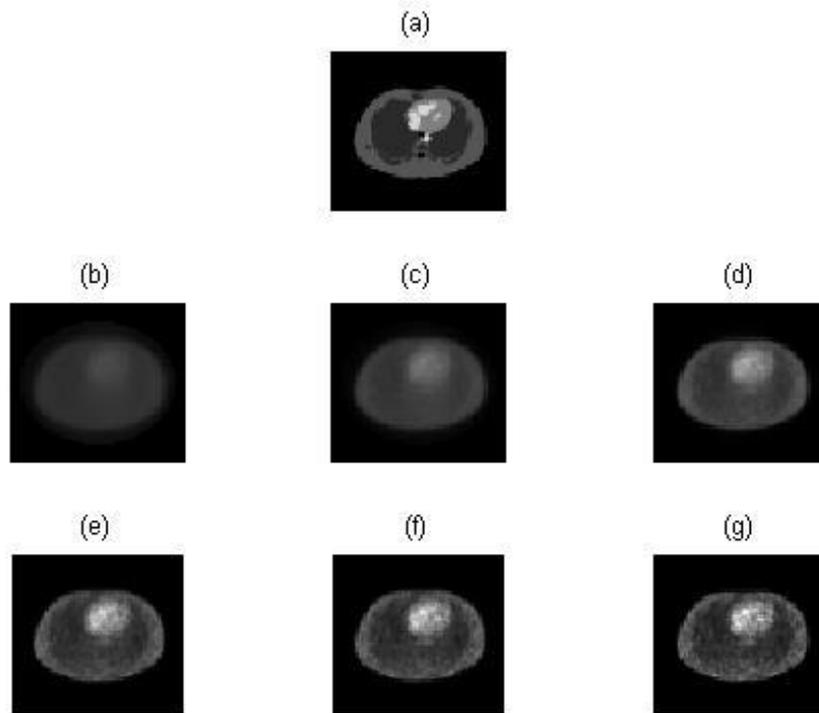


Figure III.11 - Images reconstruites par la méthode ML-EM en utilisant : b) 1, c) 2, d) 4, e) 8, f) 10 et g) 14 itérations. Avec a) Image de référence.

Tableau III.4 - Résultats de la reconstruction ML-EM en fonction de nombre d'itérations.

| Itération \ Critère | 1      | 2      | 4      | 8      | 10     | 14     |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                 | 0.359  | 0.1986 | 0.1007 | 0.0635 | 0.0599 | 0.0613 |
| PSNR                | 52.58  | 55.15  | 58.1   | 60.1   | 60.36  | 60.26  |
| NCC                 | 0.0078 | 0.0043 | 0.0022 | 0.0014 | 0.0013 | 0.0013 |
| NAE                 | 0.5126 | 0.3873 | 0.2583 | 0.1856 | 0.1771 | 0.1784 |

Les résultats montrent clairement que la qualité d'image est meilleure quand le nombre d'itération est compris entre 8 et 14 ; elle se dégrade quand le nombre d'itération diminue à une valeur inférieure à 8.

La figure (III.12) représente des graphiques des critères d'évaluation de performances (MSE, PSNR, NCC et NAE) en fonction du nombre d'itérations dont les résultats s'accordent avec ce que nous avons remarqué précédemment.

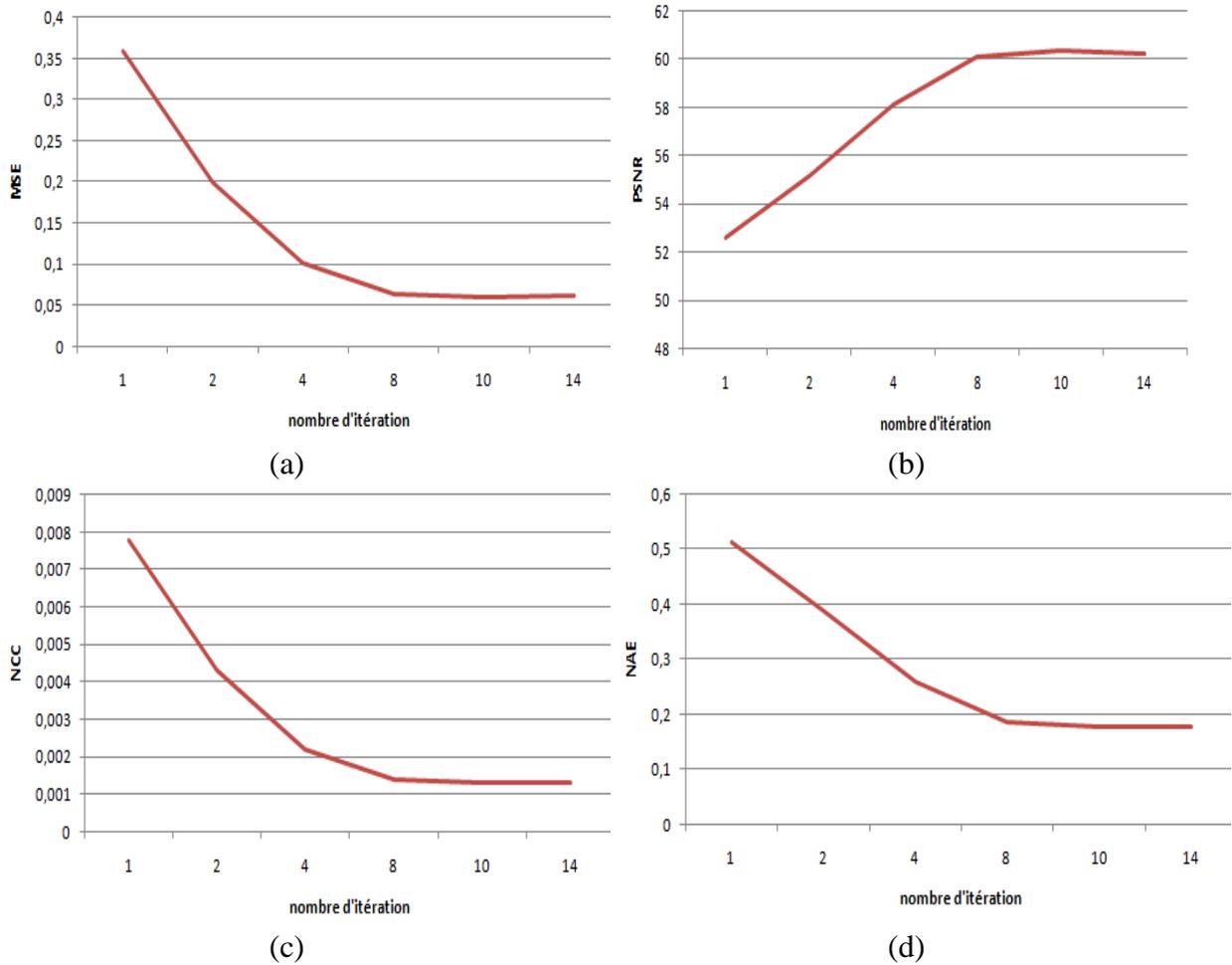


Figure III.12 - Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre d'itérations pour la méthode ML-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

Lorsque le nombre d'itérations augmente, nous constatons que l'algorithme ML-EM converge lentement, la raison pour laquelle nous avons choisi la méthode OS-EM décrite dans le Chapitre II.

### III.2.2.2 Maximisation expectative du sous-ensemble rangé (OS-EM : Ordered Subset-Expectation Maximization (en anglais))

Cet algorithme regroupe les projections en  $S$  sous-ensembles ordonnés pour la mesure des données avant de leur appliquer la méthode ML-EM dans le but d'accélérer la convergence. En choisissant un nombre d'itération de 5 et un nombre de sous-ensembles de 8, la figure (III.13) représente les images obtenues par la reconstruction OS-EM pour les différentes valeurs du nombre de projections : 2, 50, 60, 80, 90 et 180.

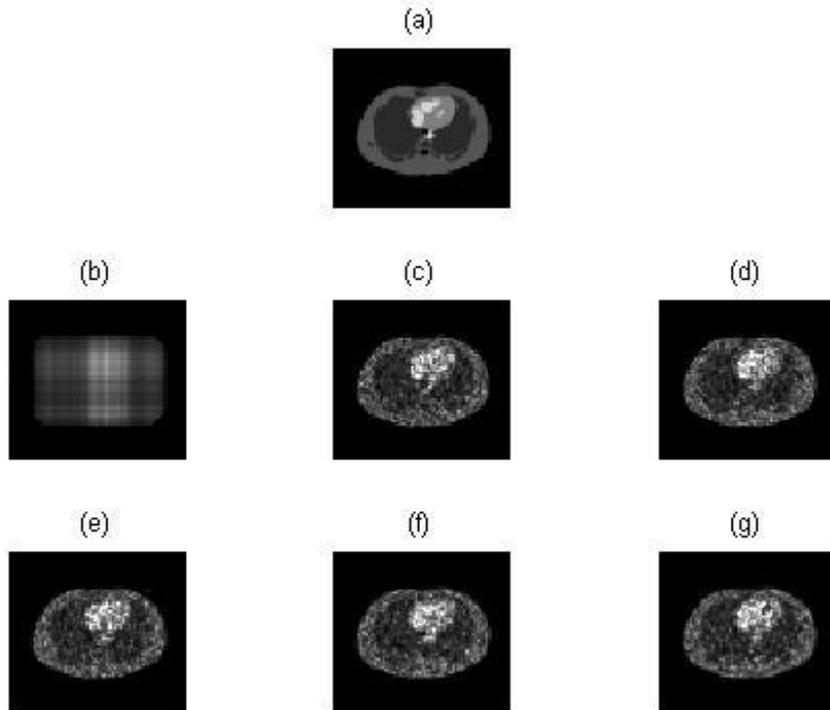


Figure III.13 - Images résultantes par la méthode OS-EM en utilisant : b) 2, c) 50, d) 60, e) 80, f) 90, g) 180 projections et 8 sous-ensembles. Avec a) Image de référence.

On constate que lorsqu'on augmente le nombre de projection, la qualité d'image s'améliore. Pour montrer cette amélioration on a établi les résultats de reconstruction quantitatifs donnés par le tableau (III.5) :

Tableau III.5 - Résultats de la reconstruction OS-EM en fonction de nombre de projections.

| Critère \ Projection | 2      | 50     | 60     | 80     | 90     | 180    |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                  | 0.2389 | 0.1834 | 0.1531 | 0.1506 | 0.1455 | 0.1432 |
| PSNR                 | 54.35  | 55.5   | 56.28  | 56.35  | 56.5   | 56.57  |
| NCC                  | 0.0052 | 0.004  | 0.0033 | 0.0033 | 0.0032 | 0.0031 |
| NAE                  | 0.425  | 0.3002 | 0.2835 | 0.2809 | 0.2807 | 0.2806 |

La variation des critères d'évaluation (MSE, PSNR, NCC et NAE) en fonction du nombre de projections de l'image reconstruite est représentée par les graphes de la figure (III.14):

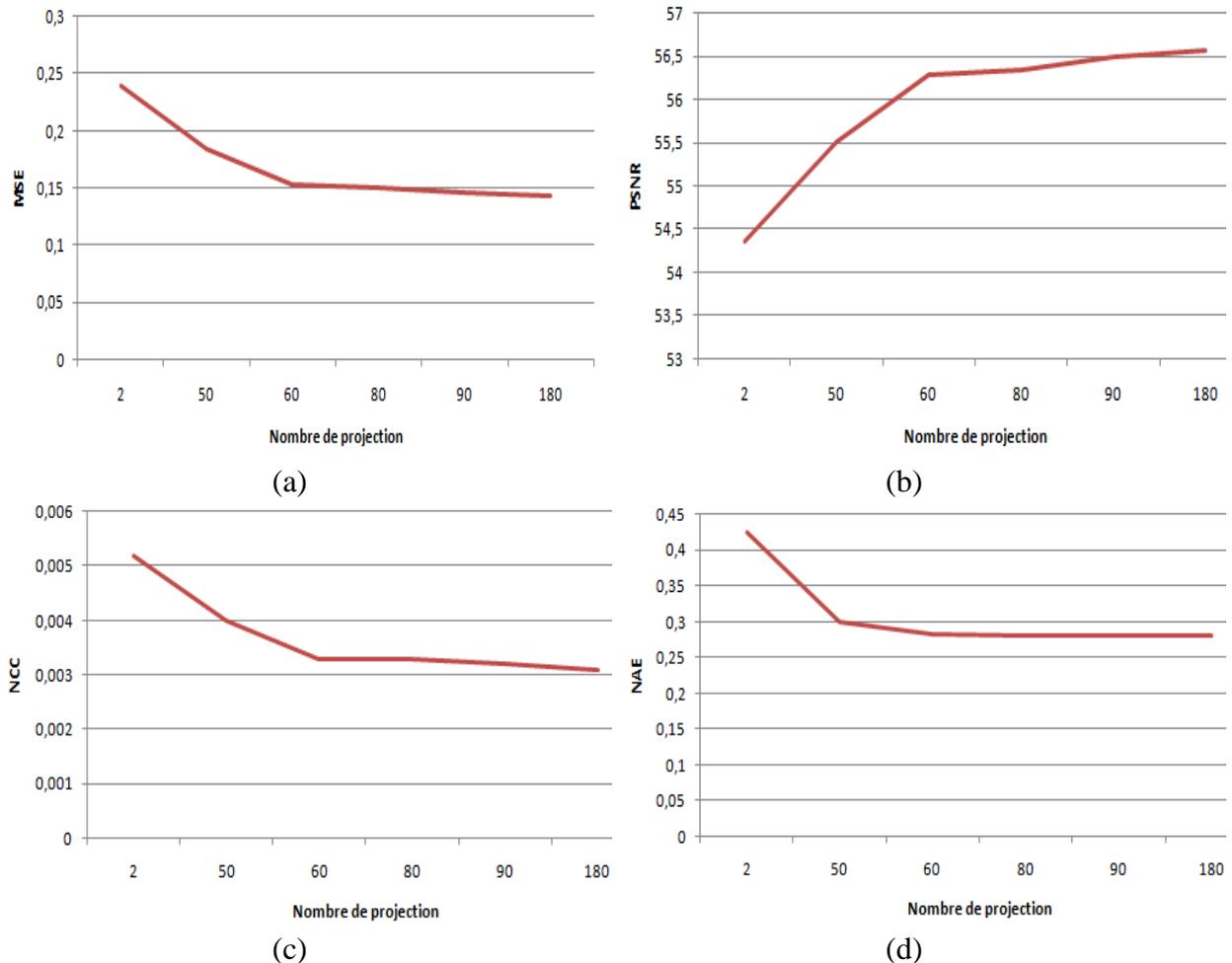


Figure III.14 - Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

D'après les résultats du tableau(III.5) et les graphiques de la figure (III.14), on peut visualiser sans difficulté que les valeurs des critères d'évaluation (MSE, NCC et NAE) se diminuent rapidement et du PSNR s'accroît lorsque le nombre de projection augmente jusqu'à 60 projections, puis elles se stabilisent jusqu'à 180 projections. Au-delà de 60 projections l'algorithme converge et devient stable.

Dans cette section, nous avons essayé de faire varier la valeur du nombre d'itérations ; nous avons choisi les valeurs suivantes : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. La figure (III.15) illustre les images reconstruites pour différentes nombre d'itérations. Les résultats quantitatifs sont représentés sur le tableau (III.6) avec un nombre de projection de 50 et un nombre de sous-ensembles de 4. La figure (III.16) représente les tracés des paramètres d'évaluation en fonction du nombre d'itération.

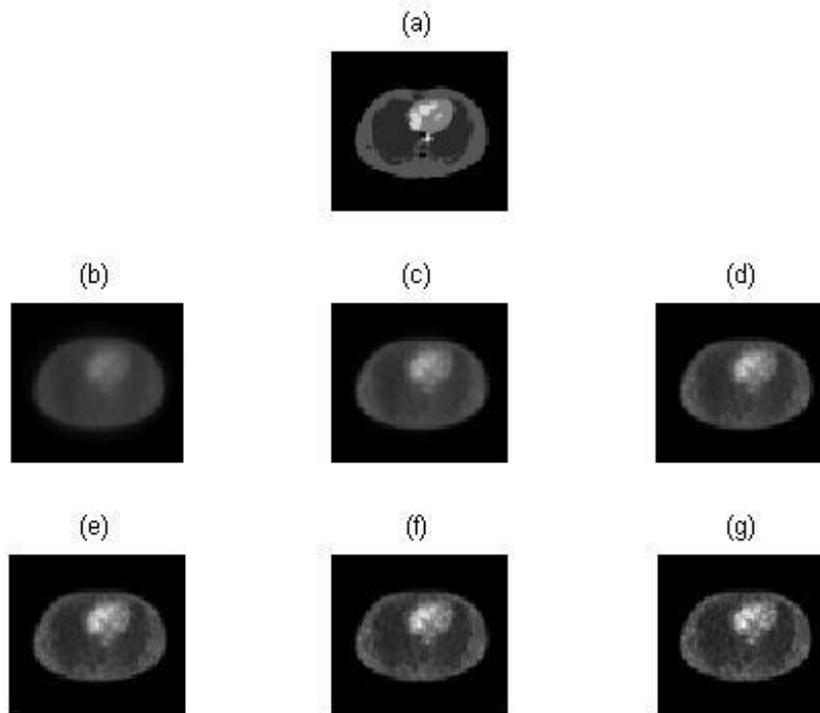
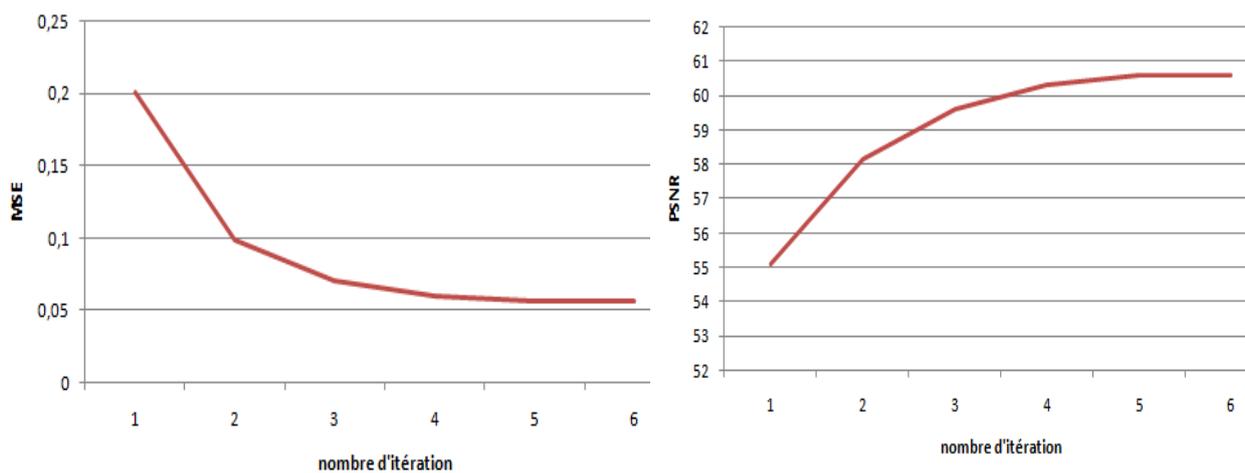


Figure III.15 - Images résultantes par la méthode OS-EM en utilisant : b) 1, c)2, d) 3, e)4, f) 5,g) 6 itérations et 4 sous-ensembles. Avec a) image de référence.

Tableau III.6 - Résultats de la reconstruction OS-EM en fonction de nombre d'itérations.

| Itération \ Critère | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                 | 0.2009 | 0.0994 | 0.071  | 0.0603 | 0.0566 | 0.566  |
| PSNR                | 55.1   | 58.16  | 59.62  | 60.33  | 60.6   | 60.6   |
| NCC                 | 0.0044 | 0.0022 | 0.0015 | 0.0013 | 0.0012 | 0.0012 |
| NAE                 | 0.3919 | 0.2622 | 0.2092 | 0.1851 | 0.1759 | 0.1747 |



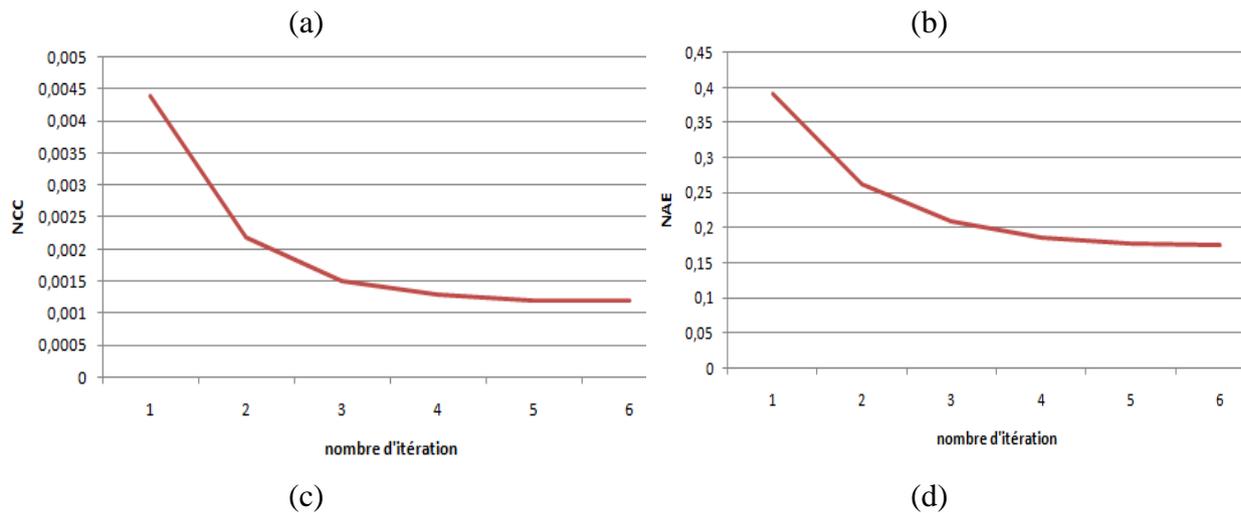


Figure III.16 - Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre d'itérations pour la méthode OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

On peut facilement remarquer d'après les résultats que la qualité d'image est meilleure quand le nombre d'itération augmente, et elle se dégrade quand le nombre d'itération régresse.

On constate aussi que lorsqu'on augmente le nombre d'itération l'algorithme OS-EM converge rapidement mais il y a une instabilité des résultats ce qui a entraîné l'apparition d'artéfact de bord et l'amplification des hautes fréquences.

Pour la résolution de ce problème, il faut mettre en œuvre des méthodes de régularisation pour stabiliser les distributions estimées et pour l'amélioration de la rapidité de convergence de la méthode OS-EM. La méthode OS-EM régularisée est appelée PL-OS-EM.

### III.2.2.3 Vraisemblance pénalisée de la maximisation expectative du sous-ensemble rangé (PL-OS-EM : Penalized likelihood-Ordered Subset-Expectation Maximization (en anglais))

Cet algorithme permet de régulariser la méthode OS-EM afin d'améliorer la rapidité de la convergence et la résolution spatiale de l'image reconstruite par la réduction du bruit et de la texture.

Dans cette application, nous avons fixé les paramètres d'entrées de l'algorithme, nous avons considéré un nombre d'itération de 5 et un sous-ensemble de 8; nous avons choisi différents nombre de projections (10, 50, 70, 100, 150 et 180); les images reconstruites ainsi que les résultats quantiques sont représentés par la figure (III.17) et le tableau (III.7) respectivement.

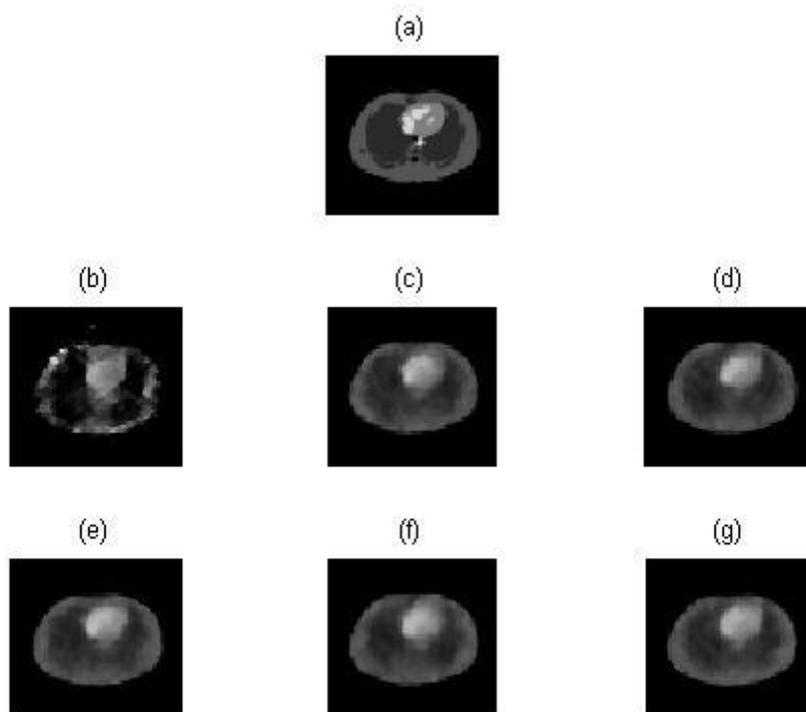


Figure III.17 - Images résultantes par la méthode PL-OS-EM en utilisant : b) 10, c) 50, d) 70, e) 100, f) 150, g) 180 projections et 8 sous-ensembles. Avec a) image de référence.

Tableau III.7 - Résultats de la reconstruction PL-OS-EM en fonction de nombre de projections.

| Projection \ Critère | 10     | 50     | 70     | 100    | 150    | 180    |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                  | 0.3511 | 0.063  | 0.0617 | 0.0577 | 0.0571 | 0.0539 |
| PSNR                 | 52.68  | 60.14  | 60.23  | 60.52  | 60.56  | 60.81  |
| NCC                  | 0.0076 | 0.0014 | 0.0013 | 0.0013 | 0.0012 | 0.0012 |
| NAE                  | 0.4814 | 0.1735 | 0.1715 | 0.1655 | 0.1582 | 0.1548 |

La figure (III.18) contient les graphes des critères d'évaluation.

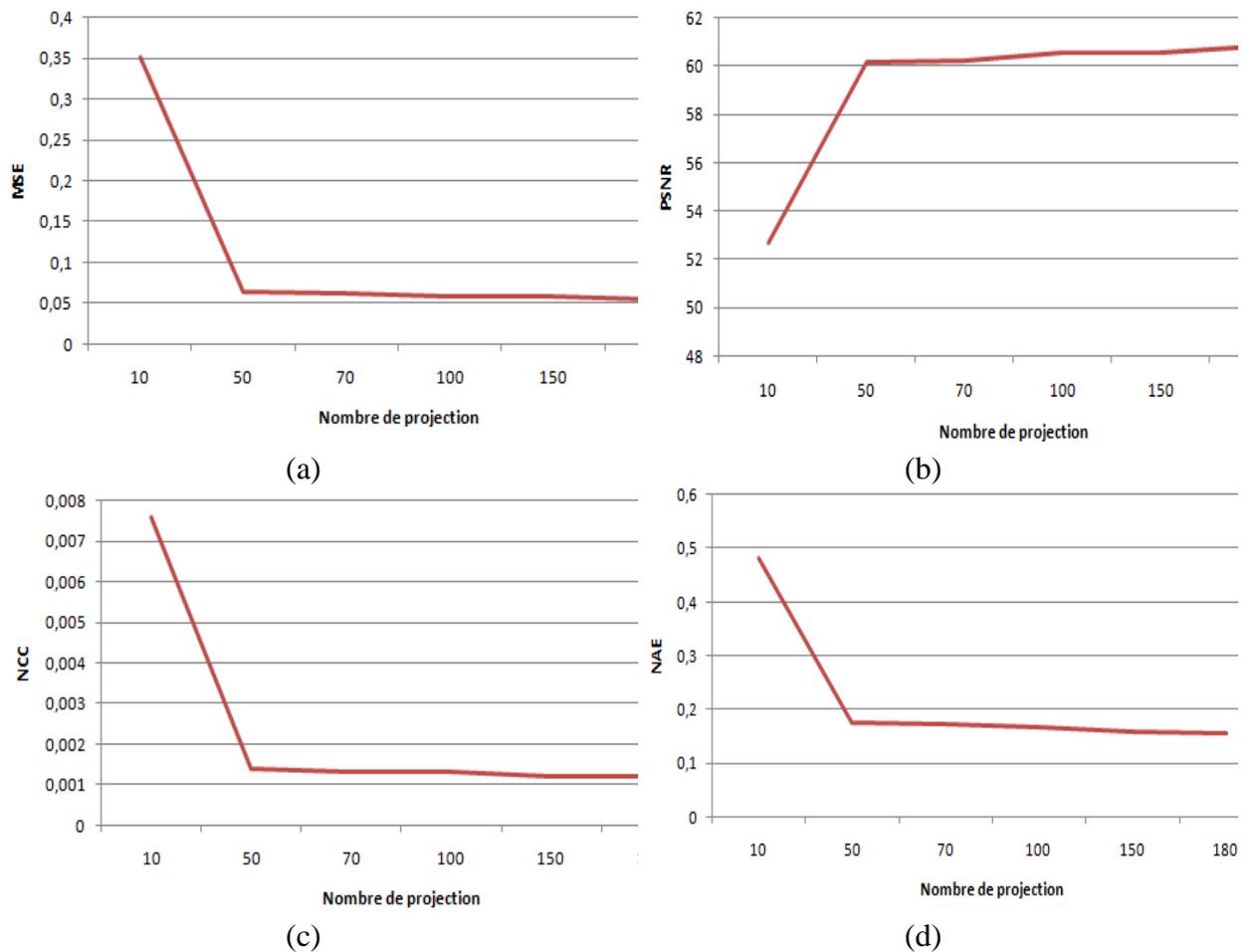


Figure III.18 - Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre de projections pour la méthode PL-OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

La figure (III.17) indique que la qualité des images reconstruites s'améliore avec l'augmentation du nombre de projections. D'après les graphes de la figure (III.18), on remarque que les valeurs des paramètres d'évaluation (MSE, NCC et NAE) diminuent rapidement et du PSNR augmentent quand le nombre de projections augmente jusqu'à 50 projections, après elles se stabilisent jusqu'à 180 projections. Quand le nombre de projections augmente, la qualité de l'image reconstruite est plus proche de l'image originale grâce à la réduction du bruit et le lissage fourni par l'algorithme PL-OS-EM.

En fixant le nombre de projection à 50, les sous-ensembles à 4 et en changeant le nombre d'itérations : 1, 2, 4, 8, 10 et 14, la figure (III.19) illustre les images résultantes par la reconstruction PL-OS-EM. Le tableau (III.8) donne les résultats quantiques obtenus.

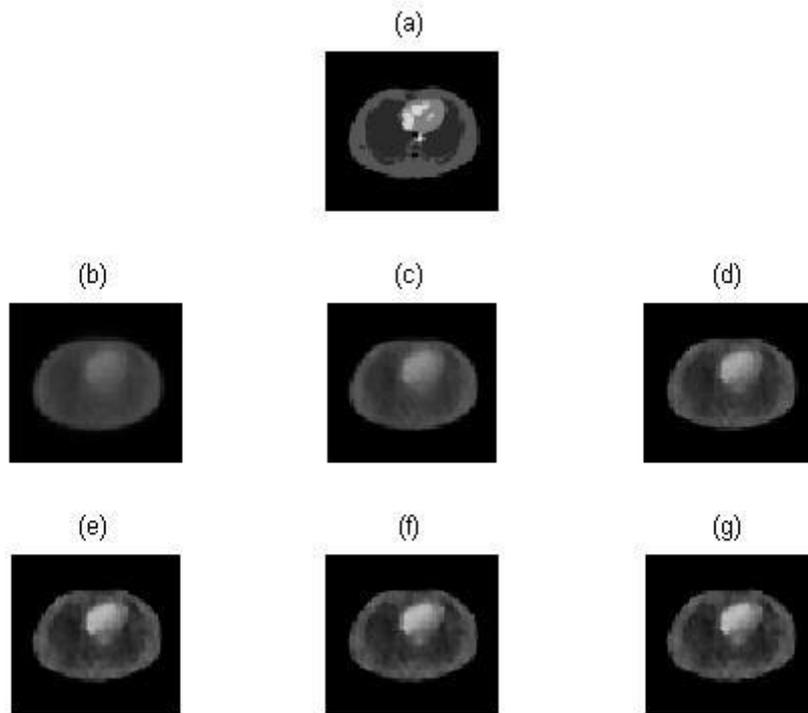


Figure III.19 - Images résultantes par la méthode *PL-OS-EM* en utilisant : b) 1, c) 2, d) 4, e) 8, f) 10, g) 14 itérations et 4 sous-ensembles. Avec a) Image de référence.

Tableau III.8 - Résultats de la reconstruction *PL-OS-EM* en fonction de nombre d'itérations.

| Itération \ Critère | 1      | 2      | 4      | 8      | 10     | 14     |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MSE                 | 0.176  | 0.1008 | 0.0648 | 0.055  | 0.0543 | 0.054  |
| PSNR                | 55.67  | 58.1   | 60.01  | 60.73  | 60.79  | 60.81  |
| NCC                 | 0.0038 | 0.0022 | 0.0014 | 0.0012 | 0.0012 | 0.0012 |
| NAE                 | 0.3287 | 0.2297 | 0.1771 | 0.1623 | 0.1614 | 0.1613 |

La variation des critères d'évaluation (MSE, PSNR, NCC et NAE) en fonction du nombre d'itération de l'image reconstruite est montrée par les graphes de la figure (III.20) :

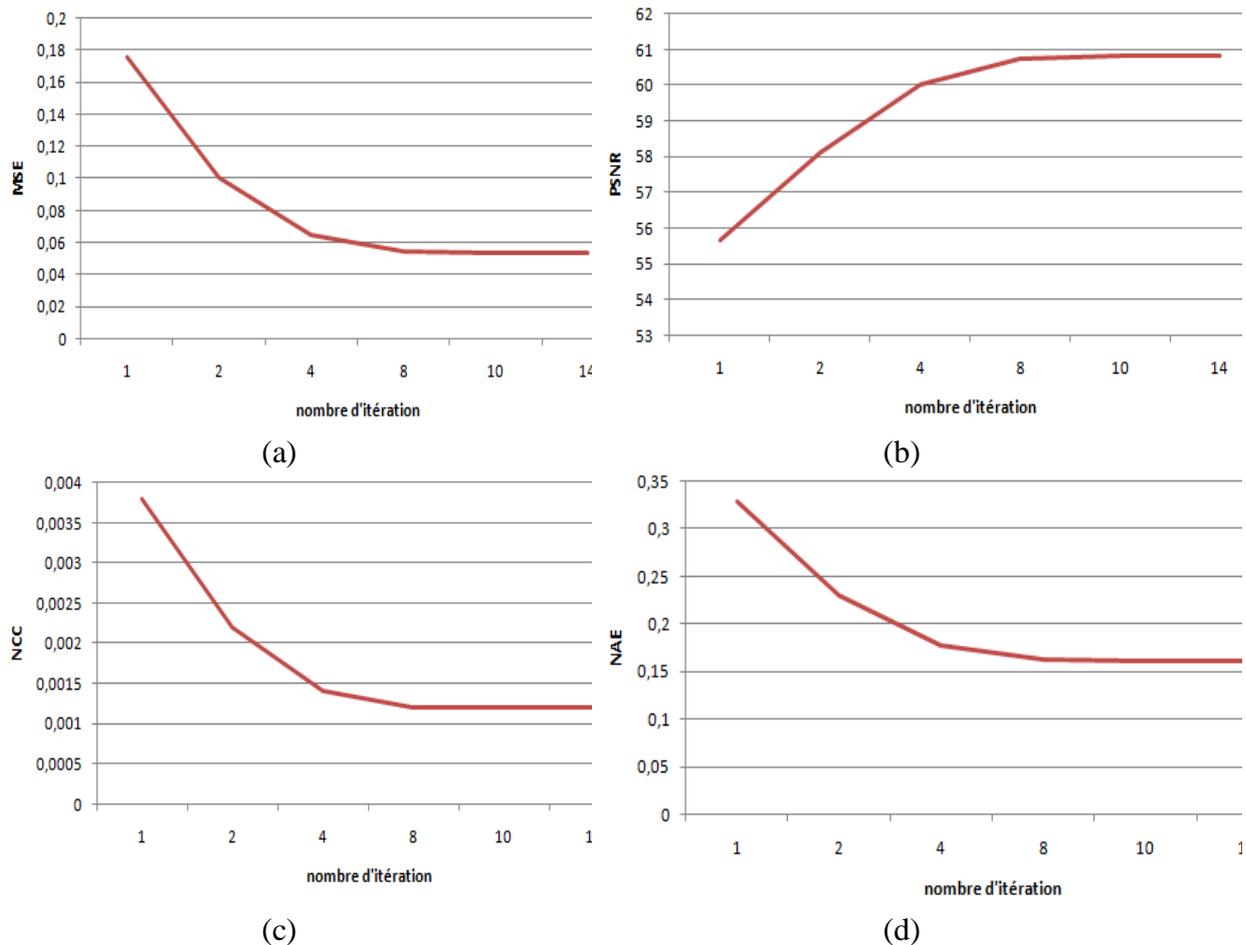


Figure III.20 - Variation des critères d'évaluation en fonction du nombre d'itérations pour la méthode PL-OS-EM : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

D'après les graphes de la figure (III.20) ; on constate que lorsque le nombre d'itération augmente, les paramètres d'évaluation (MSE, NCC et NAE) se décroissent rapidement jusqu'à 8 itération et au-delà de cette itération les paramètres se stabilisent. Le paramètre PSNR se croit brièvement avec l'augmentation du nombre de projections. La qualité de l'image reconstruite est meilleure grâce à la résolution spatiale et la réduction du bruit.

### III.2.3 Comparaison des méthodes analytiques et itératives

Dans cette partie, nous avons effectué une comparaison des résultats des algorithmes utilisés dans ce mémoire. Les graphiques représentés par la figure (III.21) englobent les paramètres de mesure de la qualité d'image obtenues par les approches analytiques et itératives. Ces paramètres sont en fonction de différent nombre de projections.

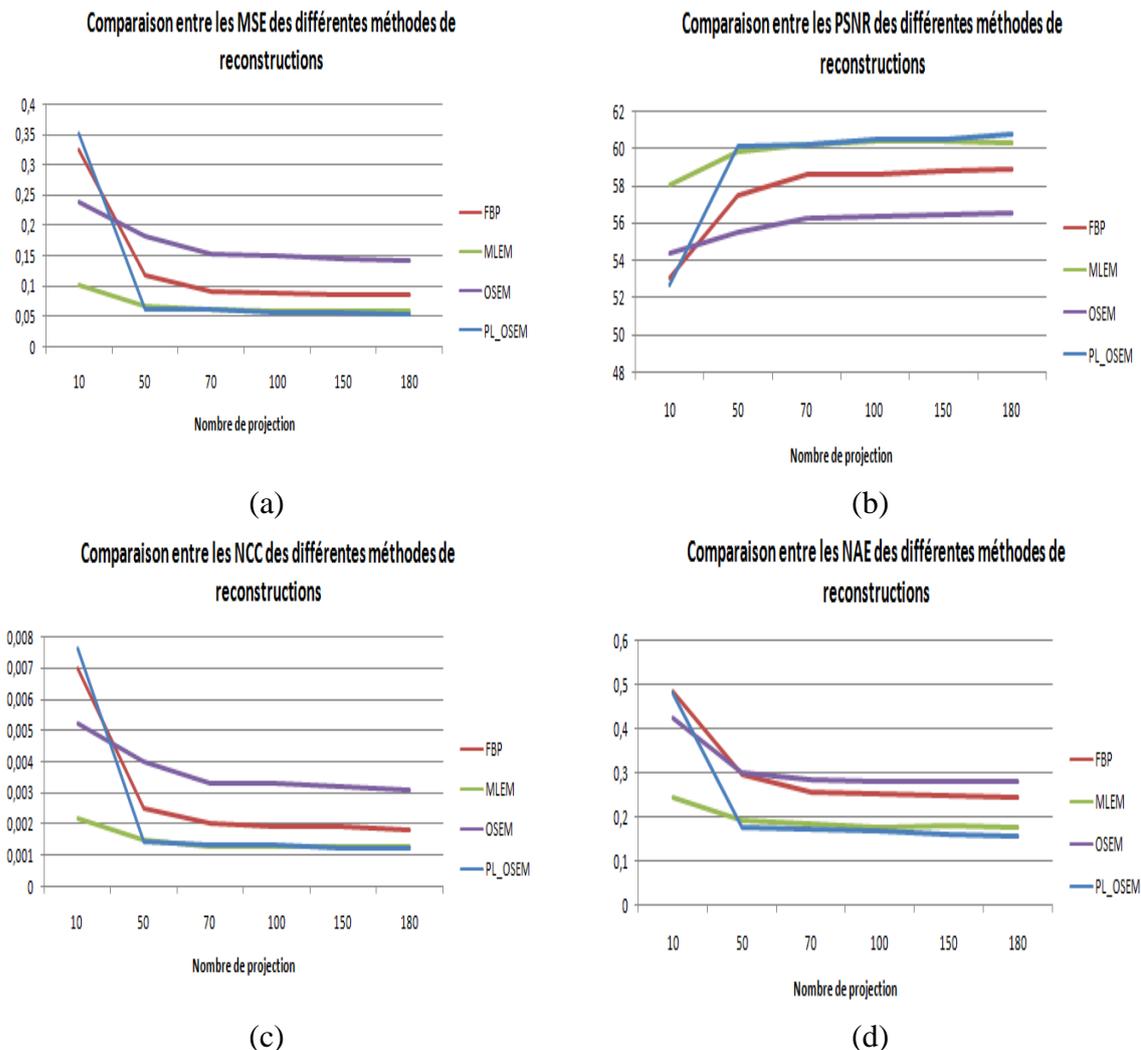


Figure III.21 - Comparaison entre les différentes méthodes de reconstruction (FBP, MLEM, OS-EM et PL-OS-EM) par les critères d'évaluation en fonction du nombre de projection : a) MSE, b) PSNR, c) NCC et d) NAE.

D'après ces résultats, on peut aisément visualiser que lorsque le nombre de projections augmente, la qualité de l'image reconstruite est parfaite pour les deux algorithmes analytique et itératif. Les erreurs MSE, NCC et NAE obtenues à partir des algorithmes itératifs (ML-EM et PL-OS-EM) sont inférieures à celles obtenues par les algorithmes analytiques (FBP). Une valeur élevée de PSNR est obtenue par les algorithmes itératifs.

On peut ainsi noter que la méthode de reconstruction itérative OS-EM possède malheureusement une texture bruitée, en raison de la statistique des données acquises et de la matrice de probabilité. On remarque que les images reconstruites par la méthode PL-OS-EM sont les préférables.

Afin de simplifier l'exécution des applications et pour mieux comprendre le mécanisme de reconstruction de l'image TEP ; on a réalisé une interface graphique sous Matlab R2008b qui réunit toutes les applications.

### **III.3 Développement d'une interface graphique appliquée à l'optimisation pour la résolution du problème inverse en TEP**

L'interface que nous l'avons développée dans ce mémoire nous permet de traiter le problème de reconstruction des images TEP. Cette interface permet de sélectionner différentes méthodes de reconstruction comme la méthode FBP, ML-EM, OS-EM ou PL-OS-EM. En chargeant les données brutes provenant de l'appareil TEP et en choisissant les différents paramètres d'entrées comme : l'espace entre les rayons, le nombre de projection, le nombre d'itération et le nombre de sous-ensemble, nous pouvons interroger la qualité de reconstruction par la mesure des paramètres d'évaluation de performance (MSE, PSNR, NCC et NAE).

#### **III.3.1 Description de l'interface**

Dans cette section, nous allons présenter les différentes parties élémentaires de l'interface graphique et nous allons montrer le fonctionnement de chaque partie ainsi que les résultats de chaque méthode.

La figure (III.22) représente l'interface d'accueil permettant de s'introduire aux différentes interfaces décrites par la suite ; celles-ci permettent la reconstruction TEP par les deux méthodes analytique (FBP) et itérative (ML-EM, OS-EM et PL-OS-EM). Elles permettent ainsi d'étudier la qualité des images reconstruites par l'évaluation des paramètres de performance.



Figure III.22 - Interface graphique principale.

L'interface la figure (III.23) permet de reconstruire l'image TEP par la méthode analytique (FBP).

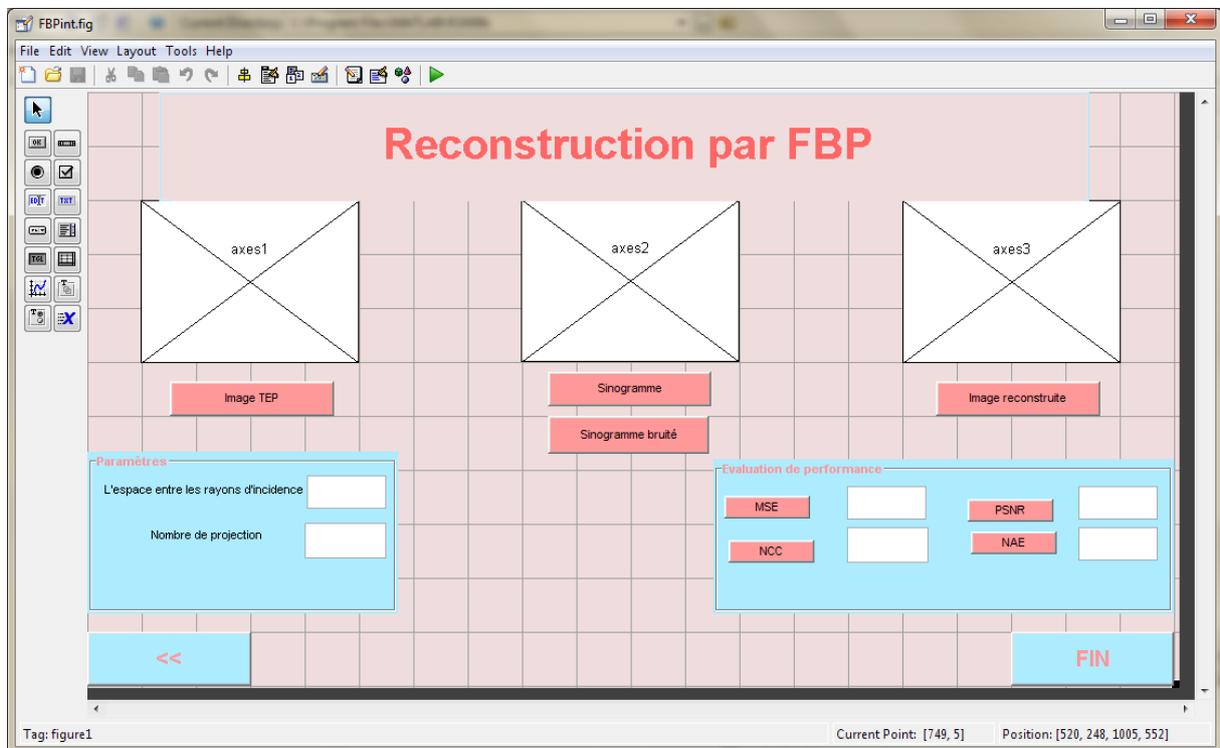


Figure III.23 - Interface de reconstruction par la méthode FBP.

## Chapitre III. Résultats et discussions

Le bouton **Image TEP** permet de charger l'image tomographique, l'interface permet d'introduire les paramètres d'entrées comme le choix de l'espace entre les rayons d'incidences et le nombre de projection, afin d'afficher le sinogramme en s'appuyant sur le bouton **Sinogramme**. Le bouton **Image reconstruite** permet de reconstruire notre image. Nous pouvons aussi s'appuyer sur les différents boutons d'**Evaluation de performance** (**MSE**, **PSNR**, **NCC** et **NAE**) pour évaluer la qualité d'image reconstruite.

Les figures (III.24), (III.25) et (III.26) représentent les interfaces permettant une reconstruction TEP par les méthodes itératives ML-EM, OS-EM et PL-OS-EM respectivement.

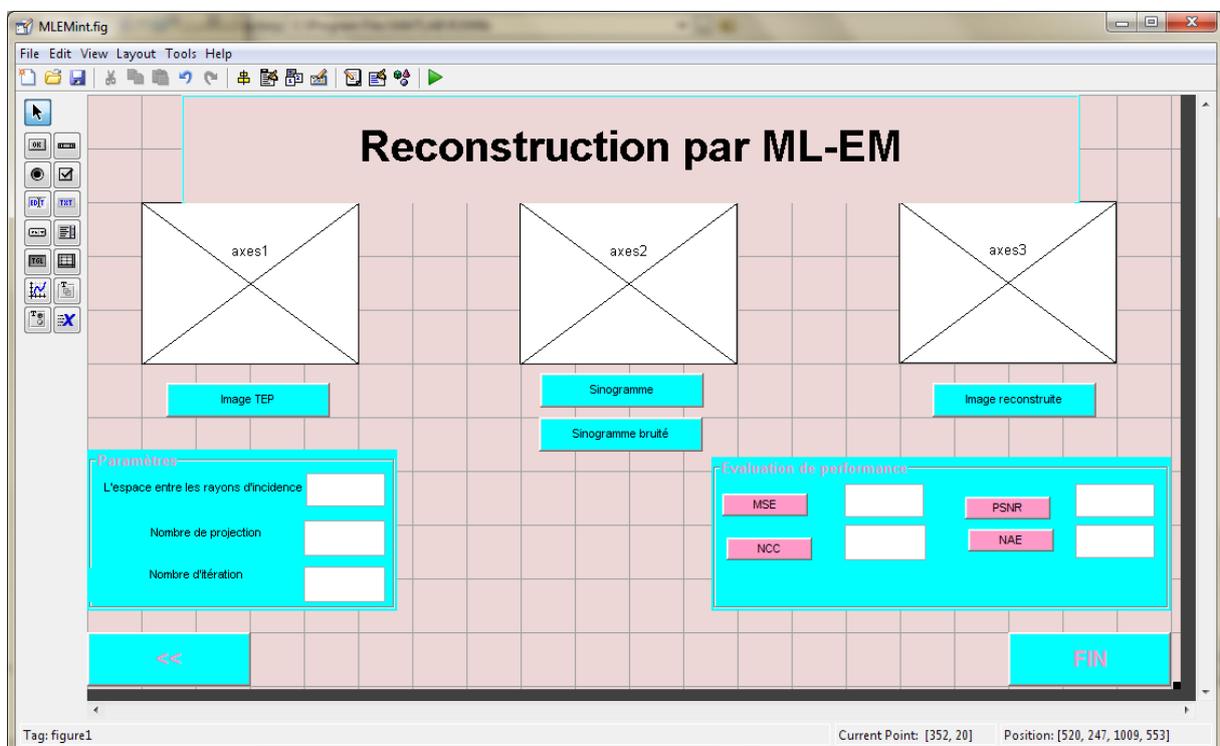


Figure III.24 - Interface de reconstruction par la méthode ML-EM.

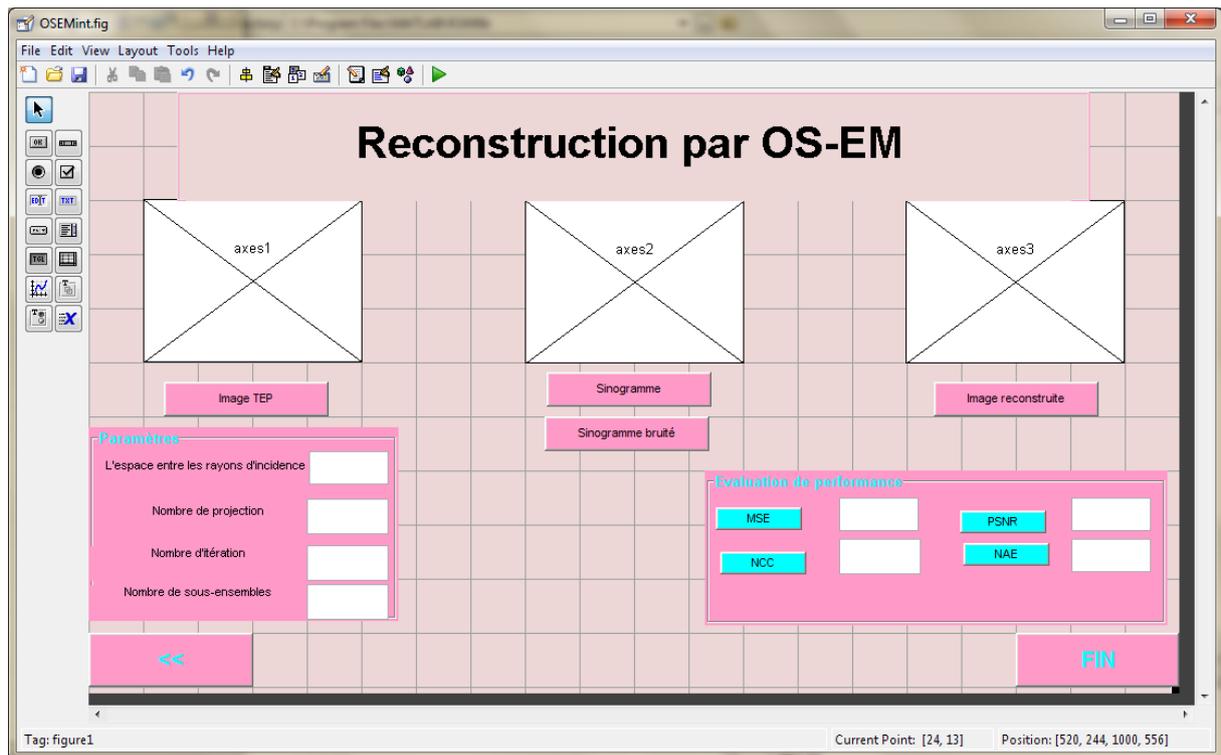


Figure III.25 - Interface de reconstruction par la méthode OS-EM.

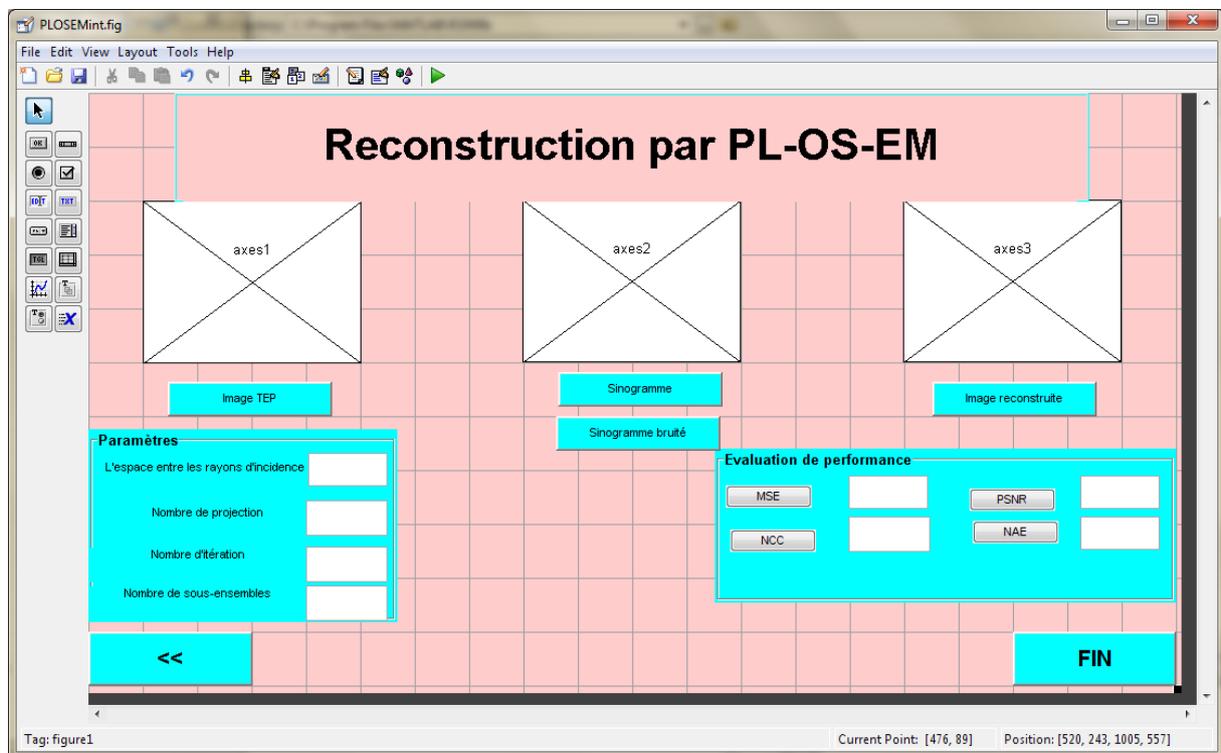


Figure III.26 - Interface de reconstruction par la méthode PL-OS-EM.

Pour charger l'image tomographique on effectue un simple clic sur le bouton **Image TEP**, on peut choisir les paramètres d'entrées : le choix de l'espace entre les rayons d'incidences, le nombre de projection, le nombre d'itération et le nombre de sous-ensemble (ce dernier pour les méthodes OS-EM et PL-OS-EM seulement) ; afin d'afficher le sinogramme en s'appuyant sur le bouton **Sinogramme** et de reconstruire notre image en cliquant sur le bouton **Image reconstruite**. On peut s'appuyer sur les différents boutons d'**Évaluation de performance** (**MSE**, **PSNR**, **NCC** et **NAE**) pour évaluer la qualité d'image reconstruite.

### III.3.2 Application

Dans cette partie, nous allons présenter les applications effectuées dans notre travail par la figure (III.27) qui représente les résultats de la reconstruction analytique (FBP), les figures (III.28), (III.29) et (III.30) qui montrent respectivement les résultats de la reconstruction itérative par les méthodes ML-EM, OS-EM et PL-OS-EM.

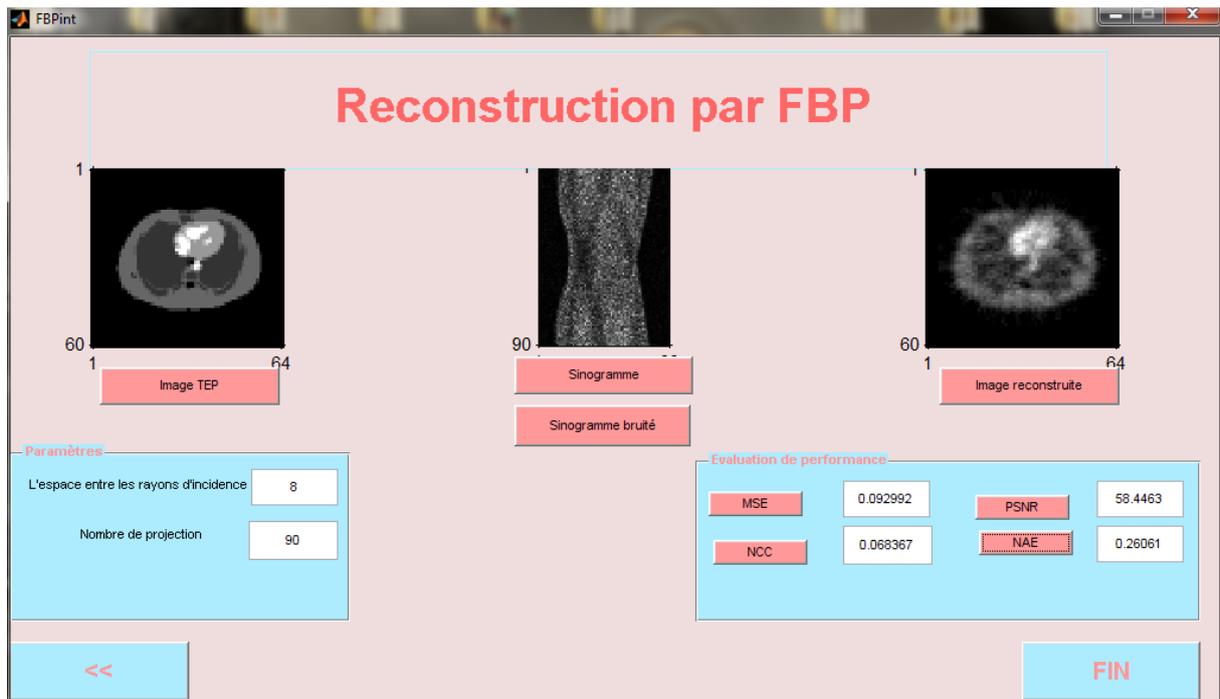


Figure III.27 - Interface du résultat de la reconstruction par la méthode FBP.

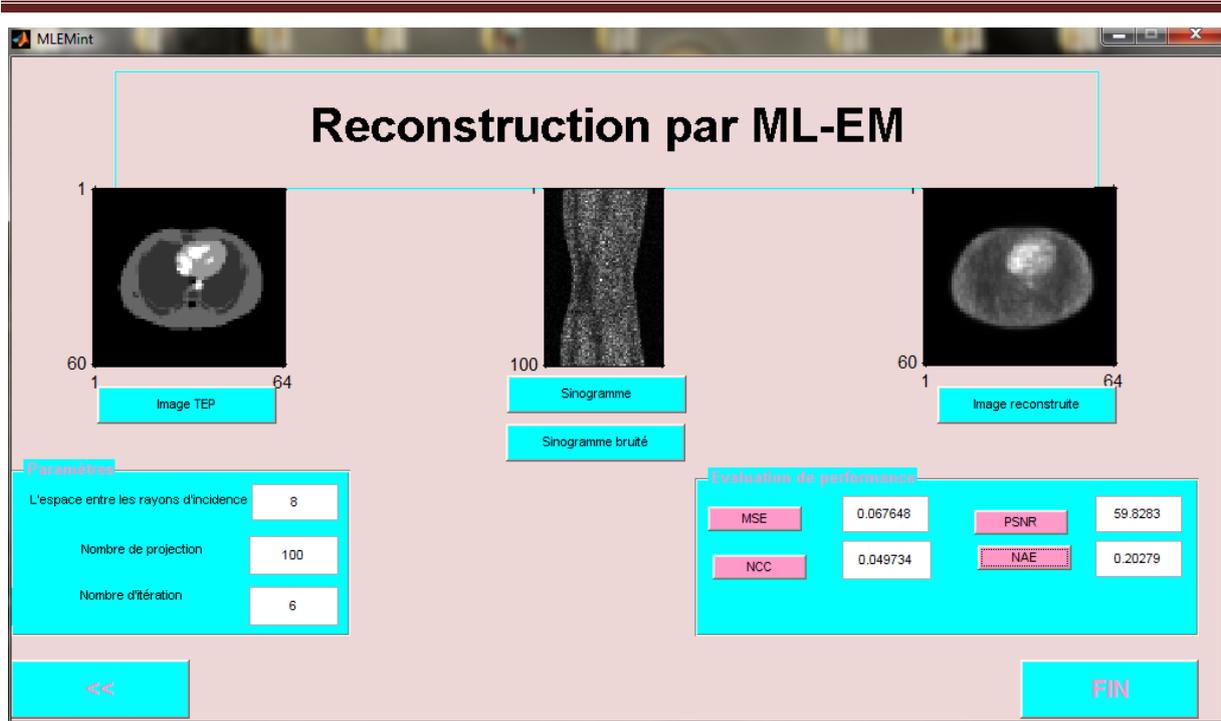


Figure III.28 - Interface du résultat de la reconstruction par la méthode ML-EM.

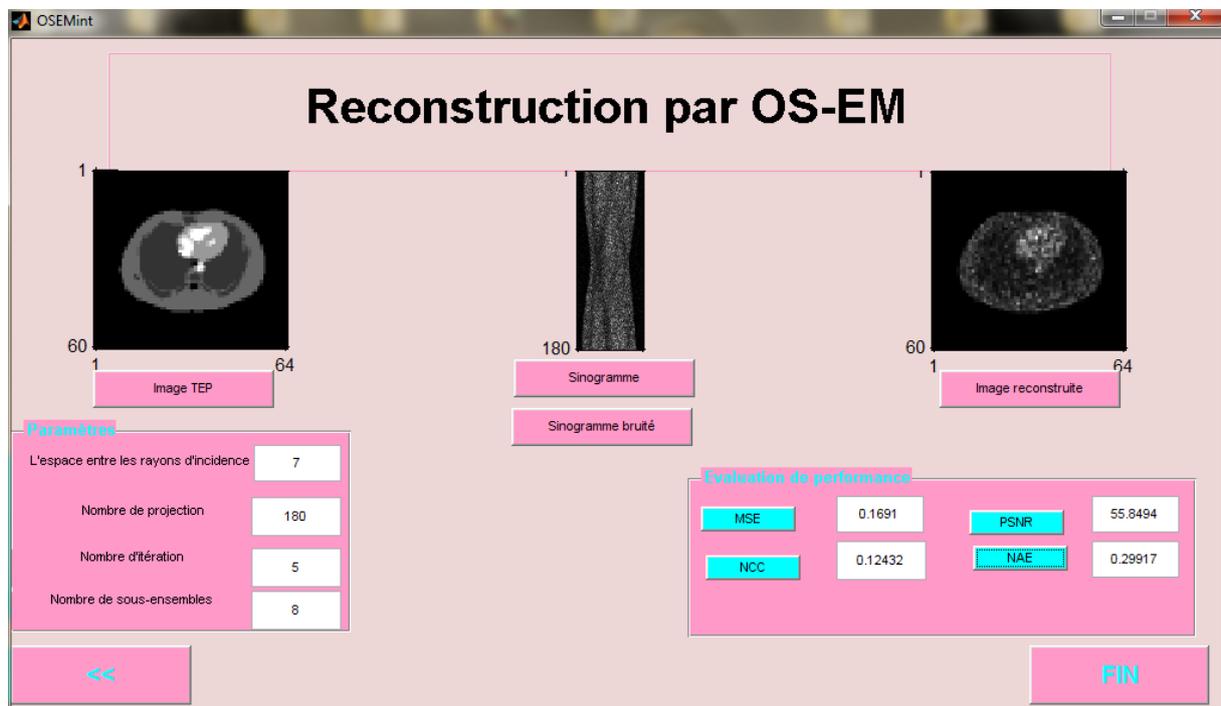


Figure III.29 - Interface du résultat de la reconstruction par la méthode OS-EM.

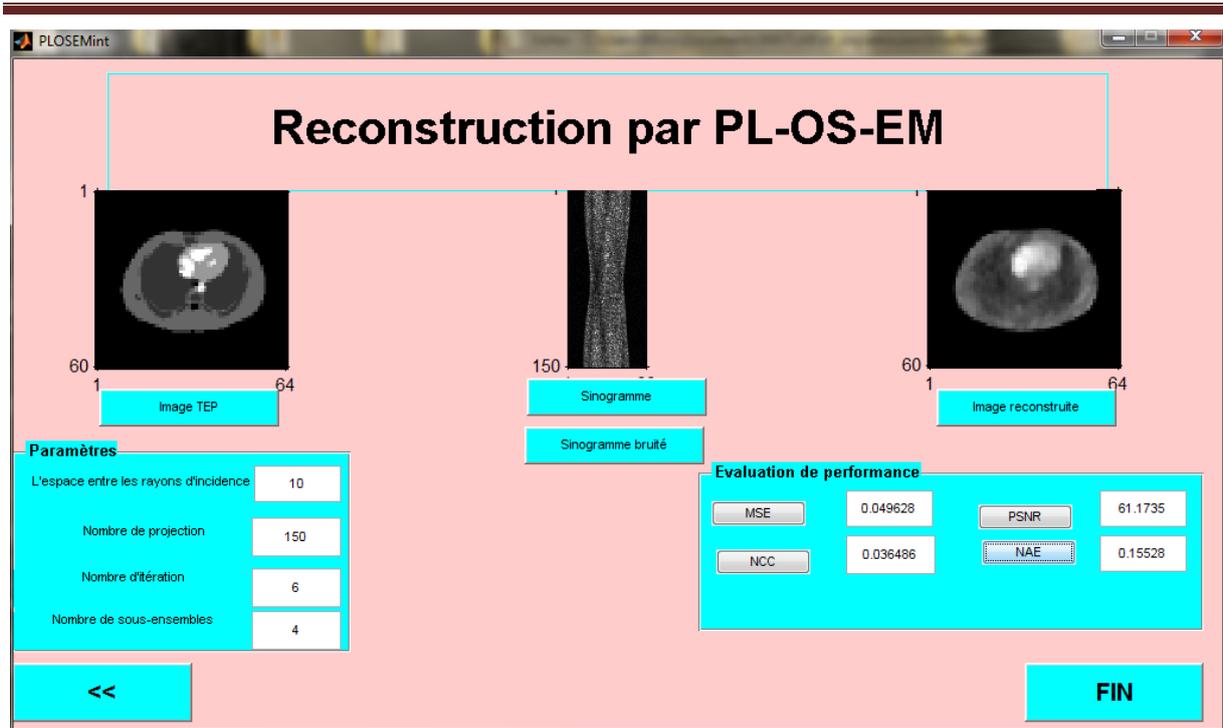


Figure III.30 - Interface du résultat de la reconstruction par la méthode PL-OS-EM.

### III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté une étude comparative quantitative et qualitative des techniques de la reconstruction des images TEP. Les paramètres de performance sont utilisés pour évaluer la qualité de l'image reconstruite (MSE, PSNR, NCC et NAE). D'après les résultats obtenus, nous pouvons dire que les approches itératives donnent de bons résultats et une qualité d'image préférable que les approches analytiques lorsque le nombre d'itérations augmente. L'algorithme PL-OS-EM montre une amélioration de la qualité d'image résultante par reconstruction par rapport aux autres algorithmes analytique (FBP) ou itératifs (ML-EM et OS-EM).

Nous avons aussi réalisé une interface graphique développée sous Matlab afin de simuler la reconstruction des images TEP et pour mieux comprendre le mécanisme qui se déroule pour la reconstruction tomographique.

## Conclusion générale

Durant ce travail, nous avons établi les différentes méthodes de reconstruction en tomographie par émission de positron dans le but d'effectuer une optimisation pour la résolution du problème inverse.

L'objectif de cette étude que nous avons présenté dans ce mémoire est l'amélioration qualitative et quantitative des images reconstruites après acquisition par la machine TEP.

Le principe d'acquisition des données TEP est basé sur la mesure des projections provenant du phénomène d'annihilation qui est lié à la distribution du radio-traceur injecté au patient. Les projections d'une coupe sont représentées par le sinogramme qui correspond à toutes les informations relatives aux différentes coupes obtenues pour tous les angles de projections.

Il existe deux méthodes de reconstruction tomographiques : les méthodes analytiques et itératives ; les premières sont basées sur l'inversion de la transformée de Radon, donc elles prennent en compte que le sinogramme pour récupérer l'objet. Les deuxièmes ; consistent à exprimer le problème directement sous une forme discrète et elles ont été dotées par deux approches : algébriques et statistiques. Le bruit demeure le principal problème de ces approches mais pourra être minimisé par une opération d'amélioration.

On a abordé celles qui sont statistiques pour aller à la reconstruction tomographique en termes d'optimisation de la qualité des images TEP. On a aussi effectué des simulations par ordinateur pour pouvoir étudier les performances des méthodes de reconstruction analytiques (FBP) et itératives (ML-EM, OS-EM et PL-OS-EM). L'évaluation de performances de la qualité d'image reconstruite consiste à calculer les paramètres suivants : MSE, PSNR, NCC et NAE. On a constaté que les méthodes itératives montrent un grand PSNR et un faible MSE, NCC et NAE par rapport aux méthodes analytiques.

La méthode de reconstruction la plus adéquate et qui sert à résoudre tant mieux le problème inverse en TEP est la méthode statistique PL-OS-EM.

## Bibliographies

- [1] M. Charbel MERHEB. *Optimisation de la reconstruction complète 3D en tomographie par émission de positons du petit animal par modélisation monte-carlo de la matrice système*, Université paris xi faculté de médecine paris sud, 2007.
- [2] Stan NICOL. *Étude et construction d'un tomographe TEP/TDM pour petits animaux, combinant modules phoswich à scintillateurs et détecteur à pixels hybrides*, Université de la méditerranée, aix-marseille II faculté des sciences de luminy, 2010.
- [3] John L et al., *From PET detectors to PET scanners*, Eur J Nucl Med Mol Imaging, p 1575-1576, 2003.
- [4] <http://LaRadioactivité.com>
- [5] <http://res-nlp.univ-lemans.fr>
- [6] <http://Physiquepourlamédecine/Physiquenucléaire.htm>
- [7] Melcher CL, *Scintillation Crystals for PET*. J Nucl Med, p 1051 – 1055, 2000.
- [8] C. Seffar. *Étude de la Tomographie à Émission de Positon (TEP) pour le contrôle de dose en hadronthérapie et simulations avec le Logiciel GATE*, Université Blaise Pascal, Laboratoire de Physique Corpusculaire - IN2P3, (AVIRM) Clermont-Ferrand, 2010.
- [9] O.de Dreuille et al., *Principe et technique de la tomographie par émission de positons (TEP)*, Hôpital d'instruction des armées du Val de Grâce, service de médecine nucléaire, France, p 8, 2003.
- [10] Simon STUTE, *Modélisation avancée en simulations Monte Carlo de tomographie par Emission de positons pour l'amélioration de la reconstruction et de la quantification*, Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes », 2010.
- [11] Chetih N et al., *La Méthode Descente De Gradient Pour La Reconstruction Tomographique Des Images 2D A Rayon-X*. Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Alger, Algérie, p 41, 2014.
- [12] C. CHARLE, *Introduction aux problèmes inverses*, Université de Liège – Gembloux Agro-Bio-ingénierie Tech (Belgique), 2014.
- [13] Sabrina Dill, *Reconstruction Methods for Positron Emission Tomography with Short Scan Time*, Westfälische Wilhelms-Universität Münster Fachbereich Mathematik und

- Informatik Institut für Numerische und Angewandte Mathematik, 2013.
- [14] Guillaume VIGUIE, *Apport de la programmation graphique pour la reconstruction rapide d'images 3d en tomographie par émission monophotonique*, l'Université Toulouse III - Paul Sabatier, Spécialité : Radiophysique et Imagerie Médicales, 2008.
- [15] Jing Tang et al., *Bayesian pet image reconstruction incorporating anatomic-functional joint entropy*, IEEE The Johns Hopkins University, Baltimore, USA, p 1043- 1044, 2008.
- [16] Darcourt J et al., *Méthodes itératives de reconstruction*, Laboratoire de Biophysique et Traitement de l'Image - Université de Nice-Sophia Antipolis Faculté de Médecine – Service de Médecine Nucléaire, p100-102, 1998.
- [17] Julie BENECH, *Spécificité de la mise en oeuvre de la tomographie dans le domaine de l'arc électrique – validité en imagerie médicale*, Université de Toulouse III – Paul Sabatier, 2008.
- [18] Ben-khalf allah Amel, Houria Latifa, *Imagerie hybride IRM-TEP*, Université Abou Bekr Belkaid - Tlemcen, 2016.
- [19] Dempster et al., *Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm* Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 39, No. 1. pp. 1-38, 1977.
- [20] Irène Buvat, *Reconstruction tomographique*, IMNC - UMR 8165 CNRS Orsay, p 109, 2011.
- [21] Hudson H M et al., *Accelerated Image Reconstruction using Ordered Subsets of Projection Data* IEEE TRANSACTIONS ON MEDICAL IMAGING , p 100-108, 1994.
- [22] Benoît RECUR, *Précision et Qualité en Reconstruction Tomographique : Algorithmes Et Applications*, L'université bordeaux I école doctorale de mathématiques et informatique, 2010.