

## Chapitre II

### Spectroscopie de réflexion d'onde sur une interface

#### II-1 : Introduction

L'étude de l'interaction d'un champ électromagnétique avec les atomes repose essentiellement sur l'exploit du champ électrique réfléchi au voisinage d'une interface délimitant deux milieux homogènes d'indices respectifs  $n_d$  et  $n_v$

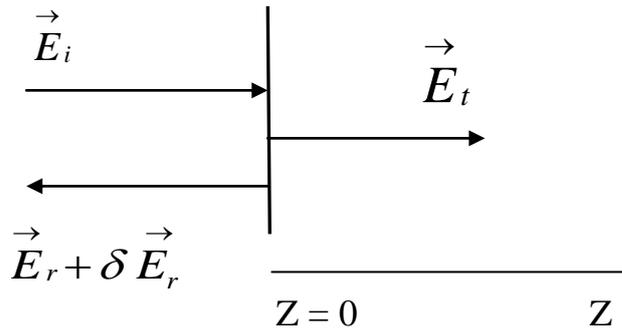
L'indice  $n_v$  étant une quantité complexe qui varie avec la fréquence du champ d'irradiation (cas d'une vapeur atomique diluée).

Considérons une onde plane monochromatique d'amplitude  $E_0$  de fréquence  $\omega$  et de vecteur d'onde  $nk$  en incidence normal sur une interface diélectrique d'indice,  $n_d$  et une vapeur atomique (gaz neutre) d'indice  $n_v$ . Cette onde est en partie réfléchie définie par le champ électrique  $\vec{E}_i$ , dans le diélectrique, et en partie réfractée dans la vapeur définie par le champ électrique  $\vec{E}_t$ . Ce dernier induit des dipôles atomiques dans la vapeur, tel que le rayonnement induit par ces dipôles interférents de façon constructive pour contribuer (à leurs tours) au champ électrique réfléchi dans le diélectrique. Cependant, le principe de calcul de la contribution globale résonnante (des atomes) s'effectue en sommant le champ de tous les dipôles induits (ou réémis à priori chacun avec sa propre phase) à l'interface  $z=0$ .

## II-2 : Approche théorique de la réflexion résonnante.

### II-2-1 : Géométrie des champs électriques

Sur l'interface diélectrique / vapeur atomique résonnante la propagation d'une onde électromagnétique obéit aux lois de réflexion et réfraction selon la figure. I.



**Fig. II-1** : propagation des champs électrique (incident, réfléchi et transmis) l'interface dans la direction  $z$ .

**Note** : Les atomes dans la vapeur sont soumis au champ électrique  $E_t + \Delta E_r$ , où  $\Delta E_r$  est le champ électrique réémis par les dipôles induits.

Ainsi, nous exprimons les champs électriques de propagation à travers la configuration précédente par :

$$\vec{E}_i(z, t) = \hat{e} E_0 e^{i(n_d k z - \omega t)} + c. c \quad (\text{II-1})$$

$$\vec{E}_r(z, t) = \hat{e} E_r e^{i(-n_d k z - \omega t)} + c. c \quad (\text{II-2})$$

$$\vec{E}_t(z, t) = \hat{e} E_t e^{i(n_d k z - \omega t)} + c. c \quad (\text{II-3})$$

avec  $k = \omega/c$ ,  $e$  est la polarisation du champ. Une dépendance en  $z$  de l'amplitude du champ est introduite et qui est due à la contribution résonnante de  $\Delta E_r$  qui seule varie à résonance.

Pour déduire l'expression du champ électrique réfléchi lors de la radiation quasi-résonnante avec le système atomique, il faudrait connaître la contribution des dipôles atomique induits dans la vapeur à la réflexion qui s'ajoute au terme décrit par les lois de Fresnel en l'absence de ces dipôles (de la vapeur).

Aux équations (II. 1-3), il est associé la polarisation macroscopique  $P(z, t)$  induite par la présence de  $E_t$  dans la vapeur :

$$P(z, t) = ep(z) \exp(i(\omega t - kz)) + c. c \quad (\text{II. 4})$$

Quand on attribue à la vapeur un indice  $n_v(\omega) = 1 + \delta n_v(\omega)$ , nous écrivons pour  $E_t$  et  $P$  les expressions :

$$E_t(z, t) = e E \exp(i(\omega t - n_v(\omega)kz)) + c. c \quad (\text{II. 5})$$

$$P(z, t) = e P \exp(-i\delta n_v k z) + c. c \quad (\text{II. 6})$$

dont leurs amplitudes spatiales respectives s'écrivent :

$$E(z) = E \exp(-i\delta n_v k z) + c. c \quad (\text{II-6a})$$

$$P(z) = P \exp(-i\delta n_v k z) + c. c \quad (\text{II-6b})$$

La considération des amplitudes complexes  $E(z)$  et  $P(z)$  équivaut à traiter le problème dans le cas général sans forcément attribuer à la vapeur un indice résonnant.

Dans le cas d'un gaz résonnant, il est important de déduire cette contribution au champ réfléchi due aux polarisations induites sur les atomes par le champ réfracté  $\vec{E}_t$ . Pour effectuer le calcul de la polarisation induite en tenant compte de la dynamique des atomes décrite par la fonction de distribution  $w(\vec{v})$  des vitesses, nous considérons le cas d'un système atomique (Cf. Fig. II. 2) à deux états d'énergie (état fondamental) et (état excité). La transition est irradiée par un champ électromagnétique de fréquence variable autour de la fréquence de

résonance  $\omega_0$ . Nous prenons à titre d'exemple l'étude de la résonance  $D_2$  du Cesium pour laquelle la littérature [E. Arimondo] fournit les données suivantes :

Cs(  $I = 7/2$ ), de transition optique:  $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ ,  $\lambda = 852.1\text{nm}$ , fréquence angulaire  $\omega_0 = 3.5 \times 10^{14}\text{Hz}$ . Le couplage du moment angulaire électronique  $J$  avec le spin nucléaire  $I = 7/2$ , lève la dégénérescence hyperfine de ces niveaux, et les niveaux hyperfins sont caractérisés par le moment angulaire total  $F = J + I$  (Cf.fig. II. 2), le spectre typique de la structure hyperfine de la raie  $D_2$  du Cs. La durée de vie du niveau excité,  $6P_{3/2}$  est  $\tau = 30\text{ns}$  correspondant à une largeur naturelle  $\gamma = 5.3\text{MHz}$ . La largeur Doppler pour la transition caractérisée par la quantité  $ku$  (ou  $u = 200\text{m/s}$ , note la vitesse thermique la plus probable) vaut  $224\text{MHz}$  à température ambiante ( $300^\circ\text{K}$ ). Pour le côté expérimentale, toutes ces données atomiques sont indispensables à l'étude du profil spectral de la réflexion résonnante.

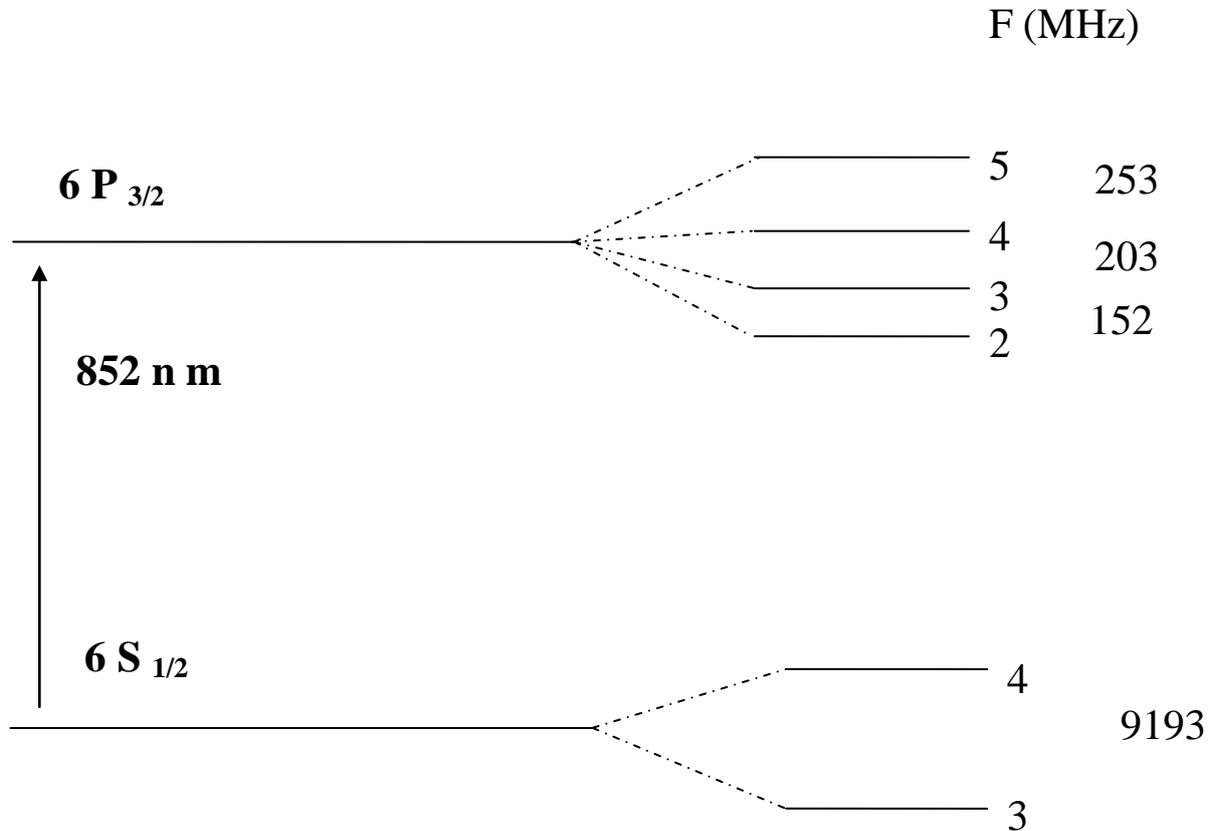


Fig. II-2: Schéma des niveaux hyperfins de la transition  $D_2$  résonnante du césium.

### II-2-2 : Calcul du champ électrique contribuant à la réflexion

Nous rappelons que le champ électrique transmis  $\vec{E}_t$  dans la vapeur et la polarisation macroscopique  $P(z, t)$  sont régis par l'équation de propagation de Maxwell de la forme :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (\text{II-7})$$

d'où nous pouvons exprimer la variation résonnante du électrique réfléchi en tenant compte des conditions de continuité des champs électrique  $\vec{E}_i + \vec{E}_r = \vec{E}_t$  à l'interface  $z = 0$  (fig. II-1). Soit :

$$\delta E_r = - \frac{i}{k(n_d + 1)} \left( \frac{\partial E_t(z)}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (\text{II-8})$$

Par l'emploi de la théorie d'indice qui n'est pas reportée dans ce mémoire, la variation de la réflexion résonnante est exprimée par :

$$\delta R = - \frac{2i E_r^{NR}}{k(n+1)E_0} \left( \frac{\partial E(z)}{\partial z} \right) \text{ à } z = 0 \quad (\text{II. 9})$$

déterminée depuis la relation donnant le coefficient de Fresnel, et où  $E_0$ ,  $E_r^{NR}$  désignent les amplitudes du champ incident et du champ réfléchi non résonnant.

### II-3 : La polarisation dipolaire induite:

Avec ces hypothèses, la polarisation dipolaire macroscopique induite par le champ transmis dans la vapeur s'écrit:

$$\vec{P}(z, t) = \hat{e} p(z) e^{i(kz - \omega t)} + c. c \quad (\text{II-10})$$

où l'amplitude spatiale  $p(z)$  n'est fonction que de la coordonnée  $z$  et cela à cause de la translation invariable selon  $x$ . comme il sera discuté dans la suite, le caractère d'inhomogénéité spatiale de la réponse des atomes résulte de plusieurs raisons: de la dispersion spatiale, décalage Doppler, ou de l'inhomogénéité de la densité atomique due à la présence de la surface (effets de paroi, c'est-à-dire l'interaction de surface responsable du profil de la réflexion résonante).

En anticipant les propriétés observées sur de tel profil de réflexion résonnante, les conséquences spectroscopiques éventuelles des effets de paroi sont: des déplacements en fréquence, vers le bleu ou vers le rouge (bande spectrale) du centre du profil relativement à fréquence de résonance atomique, et des formes asymétriques.

En résolvant l'équation de Maxwell pour une polarisation décrite par  $p(z, t)$ , on montre que le champ électrique réfléchi induit est proportionnel à cette polarisation.

En considérant la vapeur comme un ensemble d'atomes à deux états d'énergie, de fréquence  $\omega_0 = (E_e - E_g)/\hbar$ , décrite par une matrice densité  $\sigma_{eg}(z, \nu_z)$  et un moment dipolaire  $\mu$  associé à cette transition e – g et où N la est la densité des atomes, on écrit :

$$p(z) = N\mu \int_0^{+\infty} w(\nu) \sigma_{eg}(z, \nu) d\nu \quad (\text{II-11})$$

$W(\nu)$  est la fonction de distribution.

Soit pour un champ électrique et une polarisation donnés, en introduisant les équations (II-1) et (II-6) dans l'équation (II-4), nous écrivons la solution générale de l'évolution de l'amplitude du champ réfléchi de la forme:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\mu_0 w^2 e^{-2ikz} \int_{z_0}^z p(z') e^{2ikz'} dz' \quad (\text{II-12})$$

La variation résonnante du champ réfléchi correspond donc aux seules variations rapides de la polarisation sur une distance  $z < \lambda$ . Nous pouvons ainsi déduire qu'en réflexion résonnante, il est sondé essentiellement des atomes qui se trouvent à des distances de l'ordre de la longueur d'onde à la paroi.

#### II-4 : Indice et susceptibilité du système atomique :

Pour effectuer ce calcul qui précède (eq,II-7) considérons alors la propagation d'une onde plane monochromatique, de vecteur, d'onde  $K$ , en incidence normale à une interface diélectrique d'indice réel  $n_b$ , et une vapeur atomique d'indice de réfraction effectif :

$$n_v = 1 + \frac{\bar{x}}{2} \quad (\text{II-13})$$

Où  $X$  est la susceptibilité effective de la vapeur.

Du côté de la vapeur  $n_d$  l'amplitude spatiale du champ électrique transmis est :

$$E(z) = E_{0t} e^{ikz \frac{\bar{x}}{2}} \quad (\text{II-14})$$

Dans ces conditions, et sachant que l'amplitude du champ électrique total réfléchi à l'interface en  $z=0$

$$E_r = \frac{n_d - 1}{n_d + 1} E_0 - \frac{1}{ik(n_d + 1)} \frac{\delta E(z=0)}{\delta z} \quad (\text{II-15})$$

La réflectivité s'écrit alors :

$$\partial E_r = - \frac{\bar{x}}{2(n_d + 1)} E_{0t} \quad (\text{II-16})$$

### II-5 : Calcul de la polarisation des atomes à deux états d'énergie :

Le premier terme de l'éq. (II-15) correspond au champ réfléchi  $E_r^0$  hors résonance (indice de la vapeur égale à 1) deuxième terme correspond à la contribution  $\delta E_r$

De la polarisation atomique, au champ électrique réfléchi. La résolution de l'équation de Maxwell à laquelle obéit la polarisation macroscopique  $P(z,t)$  induit dans la vapeur par le champ électrique transmis  $E_t$  ainsi que le champ électrique total  $E = E_t + \delta E$ , ( $\delta E$  est le champ réémis par les dipôles induit) détermine la variation résonnante du champ réfléchi :

$$\delta E_r = \frac{ik}{\varepsilon_0(n_d + 1)} \int_0^{+\infty} p(z) e^{2ikz} dz \quad (\text{II-17})$$

En comparant les relations (II-12) et (II-13), on trouve finalement pour la susceptibilité effective de la vapeur.

$$\bar{x} = - \frac{2ikz}{\varepsilon_0 E_{0t}} \int_0^{+\infty} p(z) e^{2ikz} dz \quad (\text{II-18})$$

La susceptibilité introduite dans l'équation (II-18) s'exprime comme un moyen nage sur la position des dipôles contribuant au électrique réfléchi.

Elle correspond à la susceptibilité d'un milieu fictif dans lequel la polarisation induite par le champ réfracté  $E_t$  :  $p_0 = \varepsilon_0 \bar{\chi} E_{0t}$

donnerait la même contribution  $\delta E_r$  au champ réfléchi dans le milieu diélectrique.

La polarisation macroscopique  $p(z)$  est enfin obtenue en sommant tous les moments dipolaires atomique  $p(z, \vec{v})$  sur la distribution de vitesses  $W(\vec{v})$  des atomes. Quand on considère que la vapeur atomique est un système à deux niveaux d'énergie, l'amplitude de la polarisation macroscopique  $p(z)$  pour tous les dipôles atomiques peut s'écrire :

$$p(z) = N \int_{-\infty}^{+\infty} w(v_z) \mu^{eg} \sigma_{eg}(z, v_z) dv_z \quad (\text{II-19})$$

Où  $\mu^{eg} = \langle g | \mu | e \rangle$  est le moment dipolaire électrique associé à la transition e-g et  $\sigma_{eg}(z, v_z)$ , la matrice densité locale des atomes se déplaçant la vitesse  $v_z$ . Les relations (II-17) et (II-19) donnent :

$$\bar{\chi} = \frac{-2ikN\mu}{\varepsilon_0 E_t} \int_{-\infty}^{+\infty} w(v_z) dv_z \int_0^{+\infty} \sigma_{eg}(z, v_z) e^{2ikz} dz \quad (\text{II-20})$$

A partir de cette équation (II-15), on peut exprimer une susceptibilité effective  $X(v_z)$  par atome de vitesse  $v_z$  qu'il faudra moyenner sur la distribution des vitesses pour obtenir la susceptibilité effective totale, soit :

$$\bar{\chi} = N \int_{-\infty}^{+\infty} w(v_z) \bar{\chi}(v_z) dv_z \quad (\text{II-21})$$

avec

$$\bar{\chi}(v_z) = \frac{-2ik\mu}{\varepsilon_0 E_t} \int_0^{+\infty} \sigma_{eg}(z, v_z) e^{2ikz} dz \quad (\text{II-22})$$

Ainsi, il est attribué à la vapeur une susceptibilité diélectrique qui dépend des éléments de sa matrice densité.

### II-5-1 : Matrice densité:

Dans ce qui suit, on suppose que le champ électrique du faisceau incident est faible, cela revient à traiter la réponse linéaire des atomes. En supposant l'approximation des ondes tournantes (RWA) et le champ incident au premier

ordre, l'évolution de la matrice densité associée à la cohérence optique, est décrite

$$\frac{d}{dt} \sigma_{eg} = - \left[ \frac{\gamma}{2} - i \{ \omega_0 - \omega(z) - \vec{k} \cdot \vec{v} \} \right] \sigma_{eg} + i \frac{\Omega}{2} \quad (\text{II-23})$$

dans laquelle :

$\vec{k} \cdot \vec{v} = \alpha k v_x + \beta k v_z$  exprime le décalage Doppler.

$\Omega = 2\mu E_t / \hbar$ : définie est la fréquence de Rabi caractérisant l'interaction de l'atome avec le champ électrique réfracté  $E_t$ .

A cause des interactions à longue portée décrites par la suite, on suppose l'hypothèse de dépendance en  $z$  (position atome-surface) de la largeur de transition et de la fréquence  $\omega$ . Par conséquent l'invariance dans le plan  $xy$  implique que la relation (II-19) se réduit à:

$$v_z \frac{\partial \sigma_{eg}}{\partial z} = - \left[ \frac{\gamma(z)}{2} - i \{ \omega_0 - \omega(z) - k v_z \} \right] \sigma_{eg} + i \frac{\Omega}{2} \quad (\text{II-24})$$

dont la solution générale s'obtient aisément en introduisant la fonction  $I_0(z)$  qui admet comme intégrale l'expression:  $\frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0)$ . Soit

$$\frac{d}{dz} I_0 = \frac{1}{2} \gamma(z) + i [w_0(z) - w] \quad (\text{II-25})$$

Cependant, la solution générale de l'équation d'évolution de la matrice densité est donnée par:

$$\sigma_{eg}(z, v) = i \frac{\Omega}{2v_z} \int_{z_0}^z dz' e^{[L(z') - L(z)]/v_z} \quad (\text{II-26})$$

Où  $u$ : exprime la vitesse moyenne thermique la plus probable des atomes, et avec

$$L(z) = L_0(z) + iz \vec{k} \cdot \vec{v} = I_0(z) + ikz(\alpha v_x + \beta v_z) \quad (\text{II-27})$$

Dans l'équation (II-26), la constante d'intégration  $z_0$  ( $z_0 = \lambda/4\pi$ ) représente la distance de séparation entre l'atome et la surface à laquelle il y a une cohérence optique. La solution dépend de  $v_z$ , il faut alors traiter séparément le cas des atomes qui reviennent vers la paroi, les atomes qui quittent la paroi et en particulier les atomes au voisinage de la paroi de vitesse nulle ( $v_z=0$ ). c'est avec ce dernier cas que l'on peut dégager les effets d'interactions sur la réflexion résonnante exprimée en termes de susceptibilité de la vapeur.

Dans la relation (II-20), on a tenu compte d'une variation éventuelle du centre de la transition  $\omega_0$  et de la largeur  $\gamma$  avec la distance  $z$  à l'interface.

Quand on néglige les interactions de surface  $\gamma$  et  $\omega_0$  sont des constantes indépendantes de  $z$ . Ce résultat remarquable a déjà été mentionné par Schuurman, et étendu par Nienhuis à une incidence quelconque.

$v_z < 0$  (les atomes se rapprochent de la paroi) s'écrit alors :

$$\sigma_{eg}(z, v_z < 0) = -\frac{\Omega}{[\omega_0 - \omega(z) - kv_z] + i\frac{\gamma}{2}} \quad (\text{II-28})$$

En tenant compte du fait que les atomes de vitesses  $v_z$  et  $-v_z$  contribuent de la même façon au signal de réflexion sélective [8]. Les relations (II-10), (II-11) et (II-12) donnent la variation d'intensité détectée expérimentalement ; proportionnelle et en phase avec l'amplitude  $E$  (prise comme réelle à l'interface ( $z=0$ )) du champ réfléchi ; en faisant l'hypothèse  $\delta E_r \ll E$  :

$$\Delta I \cong 2E_r^0 \mathcal{R}e[\delta E_t]$$

Soit :

$$\Delta I = -\frac{E_r^0 E_t}{(n_d + 1)} \mathcal{R}e(\bar{x}) \quad (\text{II-29})$$

Soit en utilisation la relation (II-14) : on écrit

$$\Delta I = \frac{2E_r^0 N\mu\Omega}{(n_d + 1)\varepsilon_0} F(v_z) \quad (\text{II-30})$$

$$F(v_z) = \int_0^{+\infty} \frac{W(v_z)(\omega_0 - \omega - kv_z)}{[(\omega_0 - \omega - kv_z)^2 + \gamma^2/4]} dv_z \quad (\text{II-31})$$

Le modèle précédent conduit à l'expression de la susceptibilité effective totale :

$$\bar{\chi} = N \int_0^{+\infty} [w(v_z) + w(-v_z)] \bar{\chi}(-|v_z|) dv_z \quad (\text{II-32})$$

Soit avec:

$$\bar{\chi}(-|v_z|) = \frac{i\mu^2}{\hbar\epsilon_0} \frac{1}{\left\{\frac{\gamma}{2} - i(\omega_0 - \omega + k|v_z|)\right\}} \quad (\text{II-33})$$

$$\bar{\chi} = \frac{i\mu^2 N}{\hbar\epsilon_0} \int_0^{+\infty} \frac{[W(v_z) + W(-v_z)]}{\left\{\frac{\gamma}{2} - i(\omega_0 - \omega + kv_z)\right\}} dv_z \quad (\text{II-34})$$

C'est à partir de l'étude numérique de cette relation que nous allons prévoir le profil spectral de raies (symétrie, élargissement spectrale) avec l'hypothèse d'absence de l'interaction (atome – surface) et sans modulation de fréquence.

### Discussions:

Sachant que la cohérence optique ainsi que la fonction de distribution dépendent de la dynamique aléatoire des atomes par rapport à la paroi, on peut distinguer alors trois types de classes des vitesses:

i) Soit le cas  $v_z < 0$ ; c'est-à-dire la classe des vitesses pour les atomes qui se rapprochent de la paroi, depuis  $z \rightarrow +\infty$ , sans être excités. En posant  $z_0 \rightarrow +\infty$ , la solution sur la cohérence optique s'écrit:

$$\sigma_{eg}(z, v_z < 0) = i \frac{\Omega}{2v_z} \int_{+\infty}^z dz' e^{[L(z') - L(z)]/v_z} \quad (\text{II-a})$$

ii) pour le cas  $v_z > 0$ , les atomes quittent la paroi depuis un état fondamental, où ils ont perdu leur état de polarisation dipolaire (suite aux collisions). Ainsi,  $\sigma_{eg}=0$ , et cela conduit à la solution pour  $z_0=0$ :

$$\sigma_{eg}(z, v_z > 0) = i \frac{\Omega}{2v_z} \int_{+\infty}^z dz' e^{[L(z') - L(z)]/v_z} \quad (\text{II-b})$$

durée excédant largement la durée de vie de l'atome. En conséquence, l'atome en étant résorbé il quitte la paroi depuis un état fondamental.

iii) Et pour le cas de  $v_z=0$ , qui exprime la classe des vitesses d'atomes qui se déplacent parallèlement à la paroi, la solution immédiate déduite de l'équation d'évolution est:

$$\sigma_{eg}(z, v_z \rightarrow 0) = i \frac{\Omega}{2} \frac{1}{\frac{\gamma(z)}{2} - i\{w - w_0(z) - \vec{k} \cdot \vec{v}\}} \quad (\text{II-c})$$

Cette solution est aisément retrouvée par une continuité autour de la vitesse  $v_z \rightarrow 0$ , à partir de l'une des deux autres classes.

## II-6 :-Propriétés générales de la susceptibilité effective de la vapeur atomique

### II-6-1 : Susceptibilité de la vapeur et susceptibilité effective:

Dans le milieu vapeur, la dépendance par l'équation de Maxwell entre le champ transmis  $E_t$ , et la polarisation spatiale  $p(z)$  qu'il induit n'est pas locale. Ainsi, cette raison considérée permet d'introduire une susceptibilité effective  $\chi$  pour la vapeur. Elle correspond à la susceptibilité d'un milieu fictif dans lequel la polarisation induite par le champ réfracté donnerait la même contribution au champ électrique réfléchi dans le diélectrique. Soit:

$$\chi = - \frac{2ik \cos \theta_i}{\epsilon_0 E_t} \int_0^{+\infty} dz p(z) e^{2ikz \cos \theta_i} \quad (\text{II-35})$$

La susceptibilité effective s'exprime comme une sommation sur la position des dipôles contribuant au champ réfléchi, la polarisation macroscopique elle-même provenant d'un moyennage sur la vitesse des moments dipolaires atomiques. A partir des équations (II-7) et (II-31) nous écrivons pour la susceptibilité effective par atome de vitesse  $v$ ,  $\chi(v)$ :

$$\bar{\chi} = N \int_{-\infty}^{+\infty} dv W(v) \chi(v) \quad (\text{II-36})$$

Cette susceptibilité effective par atome de vitesse  $v$ ,  $\chi(V_x, V_y, V_z)$ , permet la détermination des différentes contributions de classe des vitesses des atomes. En tenant compte des équations (II-7) et (II-31) on écrit:

$$\bar{\chi} = -\frac{2ikN\mu\beta}{\varepsilon_0 E_t} \int_{-\infty}^{+\infty} dW(V) \int_{-\infty}^{+\infty} dz \sigma_{eg}(z, V_z) e^{2ik\beta z} \quad (\text{II-37})$$

Où la matrice densité est décrite par l'une des équations (II-32).

La propriété qui découle de l'étude de cette susceptibilité est que c'est une fonction de  $v_z$  telle que  $\chi(V_x, V_y, V_z) = \chi(V_x, V_y, -V_z)$ . Cette parité signifie que les contributions au signal de réflexion résonnante des atomes quittant la paroi et ceux qui revient vers la paroi sont identiques. En effet, si on considère les atomes de vitesse  $v_z > 0$ , on a :

$$\chi(V_x, V_y, V_z > 0) = 2k\mu^2 \frac{\beta}{\varepsilon_0 \hbar V_z} \int_0^{+\infty} dz \int_0^z dz' e^{[l(z')-l(z)]/v} \exp(2ik\beta z) \quad (\text{II-38})$$

Sachant qu'on peut inverser l'ordre d'intégration sur les deux variables  $z$  et  $z'$  comme suit :

$$\int_0^{+\infty} dz \int_0^z dz' f(z, z') = \int_0^{+\infty} dz' \int_{z'}^z dz f(z, z') \quad (\text{II-39})$$

$$\int_0^{+\infty} dz \int_0^z dz' f(z, z') = \int_0^{+\infty} dz' \int_{z'}^{+\infty} dz f(z, z') \quad (\text{II-40})$$

On obtient par permutation entre  $z$  et  $z'$  la relation :

$$\chi(V_x, V_y, V_z > 0) = -2k\mu^2 \frac{\beta}{\varepsilon_0 \hbar V_z} \int_0^{+\infty} dz' \int_0^{z'} dz e^{[l(z')-l(z)]/v} \exp(2ik\beta z) \quad (\text{II-41})$$

De laquelle on peut voir que  $\chi(V_x, V_y, V_z) = \chi(V_x, V_y, -V_z)$ . Ce résultat a déjà été mentionné. Cette étude sur la classe des vitesses peut être étendue à celle des atomes libres qui ont interagi avec la surface ( $v_z=0$ ), ainsi, la susceptibilité effective par atome se mouvant parallèlement à la paroi, s'écrit simplement :

$$\chi(V_x, V_y, 0) = 2k\mu^2 \frac{\beta}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{e^{2i\beta k z}}{\left\{ \frac{\gamma}{2} - i(\omega - \omega_0 - \vec{k} \cdot \vec{V}) \right\}} \quad (\text{II-42})$$

Cette hypothèse sur la discrimination des vitesses conduit à décalage Doppler dépendant du produit  $\vec{k} \cdot \vec{V}$  ; donc d'une composante de vitesse :

$V_{\theta} = V_z \cos \theta + V_x \sin \theta$  ( $\theta$  est l'angle entre la direction du faisceau transmis dans la vapeur et la normale à la paroi) pour laquelle la discontinuité en  $v_z=0$  n'entraîne à priori plus de réponse singulière (sauf pour le cas de l'incidence normale).

En principe, le fait de sonder un système atomique en incidence quelconque revient à ajouter au fond dispersif Doppler non plus une contribution étroite (issue du moyennage sur les deux demi-distributions de vitesses  $W(V_z > 0)$  et  $W(V_z < 0)$  d'un moment dipolaire résonnant en  $\omega = \omega_0 + kV_z$  mais une contribution élargie par effet Doler selon l'axe parallèle à la surface.

En réflexion résonnante, cette contribution supplémentaire d'atomes ayant une vitesse non négligeable par rapport à la paroi est responsable d'une diminution de l'amplitude et d'un élargissement du signal (dérivée d'une fonction plus large) par rapport à celui obtenu en incidence normale.