

République Algérienne démocratique et populaire e  
Ministere de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université AbouBakr Belkaid  
Faculté De Technologie  
Département de Génie Civil



Mémoire pour l'obtention du diplôme de Master en Génie Civil  
Spécialité : INGENIERIE DES STRUCTURES

**Thème :**  
**Effet d'échelle dans les constructions en béton**

**Présenté par :**

Mlle HOUCINE Naziha

Mlle LAREDJ Fatima Zohra

**Le: 23 Juin 2014**

**Devant le Jury composé de :**

**Mr A. MISSOUM**

**Président**

**Mr A.BEGHLI**

**Examineur**

**Mme N.MADDANE**

**Examinatrice**

**Mr M. MATALLAH**

**Encadreur**

**Mme S.GHEZALI**

**Co-encadreur**

## Table des matières

I.	Introduction générale .....	9
II.	Etude bibliographique .....	12
II.1	Introduction .....	13
II.2	Comportement expérimental du béton.....	14
II.2.1	Comportement uni-axial du béton .....	14
II.2.2	Sollicitation bi-axiale .....	17
II.2.3	Sollicitation tri-axiale .....	18
II.2.4	Conclusions .....	19
II.3	Les lois de comportement .....	19
II.3.1	Modèle de Fichant .....	19
II.3.2	Modèle de Mazars.....	22
II.4	Les différentes approches de fissuration.....	24
II.4.1	Introduction .....	24
I.3.2.	Les approches classiques de modélisation de la fissure .....	26
II.4.2	Echelles de modélisation.....	27
III.	Effet d'échelle.....	33
III.1	Introduction .....	34
III.2	Modèles pour reproduire les effets d'échelles .....	35
III.3	La théorie déterministe de Bazant .....	36
III.4	Plasticité .....	38
III.4.1	Modèles de plasticité .....	38
III.4.2	Plasticité et effet d'échelle .....	40
III.5	Mécanique linéaire élastique de la rupture .....	42
III.5.1	Les modes de rupture.....	42
III.5.2	Formules de la mécanique linéaire élastique de la rupture .....	42
III.6	Conclusion.....	44

IV.	Analyse expérimentale et numérique.....	45
IV.1	Introduction .....	46
IV.2	L'étude expérimentale.....	46
IV.2.1	Géométrie et chargement .....	46
IV.3	Simulation numérique .....	50
IV.3.1	Objectif de la simulation.....	50
IV.3.2	Approche macroscopique.....	50
IV.3.3	Approche mésoscopique .....	52
IV.3.4	Résultats .....	54
IV.3.5	Discussions des résultats :.....	56
IV.3.6	Comparaison –numérique-expérimentale-Bazant SEL.....	57
IV.4	Conclusion.....	61
V.	Conclusion générale.....	62
VI.	Bibliographie .....	64

## Table des figures

<b>Figure I.1:</b> Comportement fragile du béton en traction.....	9
<b>Figure I.2 :</b> Comportement cyclique fragile du béton en traction.....	10
<b>Figure 1.3 :</b> Comportement du béton en compression simple .....	11
<b>Figure I.4:</b> Comportement cyclique du béton en compression simple.....	12
<b>Figure I.5 :</b> Résistance du béton dans le cas d'une sollicitation bi-axiale.....	13
<b>Figure I.6 :</b> Essai de compression triaxiale.....	13
<b>Figure I.7 :</b> Comportement uni axial [la Borderie, 2003].....	15
<b>Figure I.8 :</b> modèle de Mazars [Mazars, 1984], comportement en traction et en compression.....	18
<b>Figure I.9 :</b> Mode I de fissuration .....	19
<b>Figure I.10:</b> Mode II de fissuration.....	20
<b>Figure I.11 :</b> Mode III de fissuration.....	20
<b>Figure I.12 :</b> Modélisation de béton numérique bi-phasique en 2D (a) et 3D (b) modélisation d'un squelette granulaire dans un cube (c).....	24
<b>Figure I.13 :</b> (a) génération d'un échantillon 3D, (b) modèle mésoscopique géométrique 3D avec des granulats ellipsoïdaux.....	25
<b>Figure I.14 :</b> Génération aléatoire des granulas.....	25
<b>Figure II.1 :</b> Variation de la résistance de flexion et de compression du béton selon la taille des éprouvettes.....	29

<b>Figure II.2.</b> Zones de relâchement des contraintes dans une éprouvette entaillée selon Bazant.....	30
<b>Figure II.3 :</b> Loi d'effet d'échelle proposée par Bazant [Bazant, 1984] pour des structures entaillées.....	31
<b>Figure II.4 :</b> Les structures géométriquement similaires sans et avec entaille.....	34
<b>Figure II.5 :</b> Les trois modes de rupture.....	36
<b>Figure III.1 :</b> Dispositif expérimental de l'essai de flexion trois points.....	40
<b>Figure III.2 :</b> Trois poutres avec des tailles géométriquement similaires.....	41
<b>Figure III. 3 :</b> Courbe granulométrique des deux mélanges.....	42
<b>Figure III.4 :</b> Procédure d'essai.....	43
<b>Figure III.5:</b> Le maillage de la poutre D1.....	43
<b>Figure III.6 :</b> Le maillage de la poutre D2.....	45
<b>Figure III.7 :</b> Le maillage de la poutre D3.....	45
<b>Figure III.8 :</b> Maillage mésoscopique de la poutre D1.....	45
<b>Figure III.9 :</b> Maillage mésoscopique de la poutre D2.....	46
<b>Figure III.10 :</b> Maillage mésoscopique de la poutre D3.....	47
<b>Figure III.11 :</b> courbes force-déplacement pour les poutres D1, D2 et D3.....	48
<b>Figure III.12 :</b> Courbes Force-Ouverture d'entaille pour les poutres D1, D2 et D3.....	48
<b>Figure III.13 :</b> Courbes force-déplacement pour les poutres D1, D2 et D3.....	49
<b>Figure III.14 :</b> Courbes Force-Ouverture d'entaille pour les poutres D1, D2 et D3.....	49
<b>Figure III.15 :</b> courbe représente la loi d'effet d'échelle.....	52
<b>Figure III.16 :</b> Courbe de régression linéaire.....	53

## Liste des tableaux

<b>III.1:</b> les dimensions des trois poutres.....	41
<b>III.2:</b> Compositions du béton.....	42
<b>III.4 :</b> Propriétés mécanique du béton.....	42
<b>III.5 :</b> Les paramètres du modèle macroscopique.....	46
<b>III.6 :</b> Les paramètres du modèle mésoscopique.....	47
<b>III.7 :</b> Résultats de la flexion en trois points d'Alam Yasir.....	51
<b>III.8:</b> les paramètres de calcul et les résultats de la contrainte nominale.....	52
<b>III.9 :</b> Les paramètres de ruptures du béton M1.....	55

## Résumé

Aujourd'hui, il est communément admis que les performances mécaniques du matériau béton à l'échelle de matériau ou de laboratoire (poteau/poutre) ne sont pas les mêmes que celles obtenues à l'échelle des ouvrages. De ce fait, le dimensionnement qui se fait à une échelle de structure réel doit prendre en compte le phénomène de changement d'échelle afin d'éviter les dommages et la fissuration. Dans le présent document, une étude numérique de l'effet d'échelle sur le processus de fissuration (ouverture des fissures, longueurs de fissures ...) est présentée. Les simulations numériques sont faites à l'échelle mésoscopique où le béton est considéré comme un matériau hétérogène avec deux phases : mortier et granulats. Le comportement des constituants du béton (mortier et granulats) est pris en compte par des lois de comportement spécifiques à chacun des constituants et à l'échelle macroscopique qui prend en considération le système multi phase dans son ensemble. Les résultats de simulation numériques sont comparés avec les données expérimentales issues de la corrélation d'image (Y.Alam [08]). La comparaison montre une bonne concordance entre les résultats numériques et expérimentaux. Aussi, il a été constaté que l'effet d'échelle est bien présent sur le processus de fissuration pour l'approche mésoscopique.

**Mots clés :** Béton, Effet d'échelle, longueur FPZ, Plasticité, Fissuration, Ouvertures de fissure, Energie de rupture ' $G_f$ ', Modélisation.

**Abstract :**

Today, it is commonly accepted that the mechanical performance of concrete material across material or laboratory (post / beam) are not the same as those obtained at the scale of the works. Thus, the dimensioning is done in a real scale structure must take into account the phenomenon of scaling in order to avoid cracking and damage. In this paper, a numerical study of the scale on the cracking process (opening cracks, crack lengths ...) effect is presented. Numerical simulations are made at the mesoscopic scale or concrete is considered a heterogeneous material with two phases: mortar and aggregates. The behavior of the constituents of concrete (mortar and aggregates) is taken into account by laws specific to each component behavior and the macroscopic scale that takes into account the multi-phase system as a whole. The results of numerical simulation are compared with experimental data from the image correlation (Y.Alam [08]). The comparison shows a good agreement between numerical and experimental results. Also, it was found that the scale effect is present on the cracking process for mesoscopic approach.

**Key words :**

Concrete, size effect, FPZ, plasticity, cracking, crack opening, energy break, modeling.



## الملخص

اليوم، ومن المتفق عليه عموماً أن الأداء الميكانيكي لمادة الخرسانة عبر المواد أو المختبر (عمود. رافدة) ليست نفسه في حجم الأعمال و لهذا عند دراسة تتم في الحجم الحقيقي يجب الأخذ بعين الاعتبار ظاهرة التحجيم من أجل تجنب الانشقاق والضرر . في هذا الملف دراسة عددية لقياس عملية تكسير (فتح الشقوق، الكراك أطوال ...). تتم المحاكاة العددية باستخدام النموذج الميزوسكوبي أين تعتبر الخرسانة مادة غير متجانسة مع مرحلتين: هاون والركام. يؤخذ سلوك المكونة من الخرسانة (هاون والركام) في الاعتبار القوانين الخاصة بكل عنصر. بالإضافة الى النموذج الماكروسكوبي اللذي يأخذ بعين الاعتبار نظام متعدد المراحل ككل. وتبين مقارنة نتائج المحاكاة العددية مع البيانات التجريبية من ارتباط جيد بين النتائج العددية والتجريبية. ، فقد وجد أن تأثير ظاهرة التحجيم على عملية التكسير يظهر جيداً باستخدام النموذج الميزوسكوبي.

## الكلمات المفتاحية

خرسانة تأثير الحجم منطقة الكسر اللدونة فتحة الكسر طاقة الكسر النمذجة

## **I. Introduction générale**

De nos jours, de nouvelles approches dans l'analyse de la résistance des structures en béton deviennent nécessaires pour augmenter la précision, la fiabilité, et la durabilité des ouvrages. L'objectif principal des nombreuses recherches dans les dernières années est l'obtention de modèles numériques avec une grande capacité prédictive pour fournir des réponses proches du comportement réelle du béton.

Le béton est un matériau hétérogène, qui a un comportement très complexe. Ce comportement est linéaire élastique au début du chargement et non linéaire juste avant le pic. Dans cette phase, des microfissures commencent à apparaître et continuent à se développer pour former des macro-fissures. Quand la charge maximale est atteinte ces macro-fissures propagent jusqu'à la rupture.

La contrainte du béton qui est censée être une caractéristique mécanique intrinsèque du matériau n'est pas, en réalité, constante et varie en fonction de la taille des échantillons testés. Elle diminue avec l'augmentation de la taille de la structure. Ceci provoque un comportement fragile pour les grands ouvrages (Barrages par exemple..). Expérimentalement, si on réalise un essai de flexion sur des poutres en béton de différentes tailles, on constate la diminution de la contrainte nominale avec l'augmentation des hauteurs des poutres.

Plusieurs théories ont été développées dans ce sens pour mieux comprendre cet effet tel que la théorie de Weibull et celle de Fractal et d'autres. La théorie la plus utilisée et la plus connue est celle de Bazant qui a développé une loi spécifique d'effet d'échelle pour les structures avec et sans entailles.

La simulation numérique du comportement du béton pour les structures entaillées sous la flexion peut montrer aussi l'effet d'échelle. Les résultats obtenus ; les réponses globales (force-déplacement) et les ouvertures des entailles peuvent montrer la différence dans la valeur de la contrainte nominale.

L'objectif de ce travail est d'étudier l'effet d'échelle analytiquement et numériquement. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux issus de l'expérimentation.

Le premier chapitre est une analyse du comportement expérimentale du béton sous les différentes sollicitations. Les lois de comportement ainsi que les approches de modélisation des fissures existantes sont également illustrées.

Le deuxième chapitre expose la théorie d'effet d'échelle qui est par définition l'influence de la taille de la structure sur les caractéristiques mécaniques du béton et la connaissance de ces effets permet de prédire la contrainte à la rupture de structures de tailles données.

Le troisième chapitre représente une description du travail expérimental et numérique réalisés sur trois poutres homothétique entaillées. Deux types d'approches ont été utilisées sa fin étudie numériquement l'effet d'échelle. La première approche est basée sur une modélisation macroscopique. La deuxième stratégie de modélisation est réalisée à l'échelle mésoscopique. Les résultats numériques des deux simulations sont comparés aux résultats issus de l'expérimentation. Les simulations sont effectuées en contrainte plane en utilisant le code aux éléments finis Cast3M, et au cours de cette simulation, nous présentons l'influence d l'effet d'échelle sur la réponse globale ainsi que sur les ouvertures des fissures.

Le travail est achevé par des conclusions et des perspectives.

## **II. Etude bibliographique**

## II.1 Introduction

L'emploi du béton comme matériau de construction est une des plus avancées technologiques du XXème siècle. A l'état actuel, le béton de structures fait l'objet d'un nombre important de travaux scientifiques. Il est connu comme un matériau capable de s'adapter aux différentes formes. A l'échelle microscopique, ce matériau composite est constitué : d'une matrice cimentaire (pâte), des granulats de différentes tailles et des pores. Chaque constituant présente un comportement individuel et montre une évolution aussi particulière.

L'étude du matériau "béton" nécessite une intention particulière puisque ce dernier est un matériau évolutif sujet à une dégradation chimique et mécanique, cet aspect couplé provoque une fragilité à la traction qui favorise la nucléation, le développement et la propagation des fissures sous différents modes de rupture.

Dans les milieux fragiles comme le béton, les mécanismes physiques responsables de la fissuration sont complexes et variés. L'ouverture des microfissures, le glissement et éventuellement l'écrasement des grains et l'espace poreux font en sorte que la déformation cesse d'être homogène pour évoluer plus au moins brutalement vers les modes de déformations non homogènes qui peuvent conduire à la formation d'une fracture macroscopique

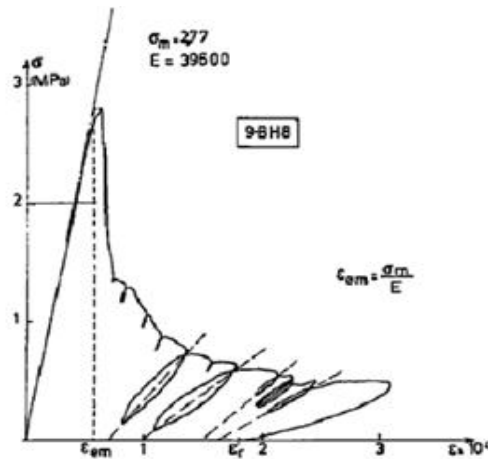
## II.2 Comportement expérimental du béton

### II.2.1 Comportement uni-axial du béton

Généralement la formulation principale du béton est schématisée par trois constituants : la pâte du ciment, les granulats, les cavités et microfissures. On peut démontrer facilement qu'une simple sollicitation unidirectionnelle de traction engendre un état complexe de contrainte au sein du matériau et notamment une concentration des contraintes dues principalement à la différence de rigidité entre les granulats et le ciment et à la présence des microfissures et cavités.

#### I.2.1.1. Traction directe

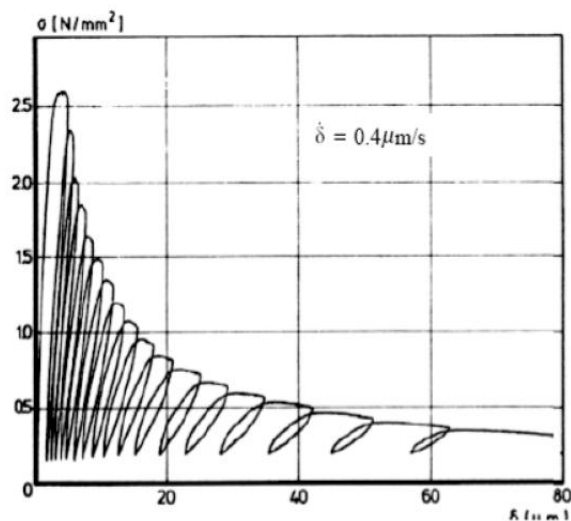
Bien que le béton soit principalement conçu pour résister à la compression, la connaissance de ses propriétés en traction est importante pour une description complète de son comportement matériel. La figure (I.1) représente la réponse d'un essai de traction. Au début du chargement (jusqu'à 50-60% de la résistance en traction ( $f_t$ )), le comportement est quasiment linéaire. Le module d'Young commence ensuite à diminuer lentement jusqu'au pic de contrainte. Une fois le pic atteint ( $\sigma = f_t$ ), la contrainte chute brutalement (on parle d'adoucissement) et les fissures s'orientent perpendiculairement au chargement. Comme la déformation à la rupture en traction est faible (0,2 %), il est courant de ne pas modéliser les déformations anélastiques. L'endommagement est alors défini à partir du module sécant mesuré sur la courbe de l'essai (Medjahed.A, 2012).



**Figure I.1:** Comportement fragile du béton en traction.

### I.2.1.2. Traction cyclique

La figure (I.2) montre que les boucles d'hystérésis sont très faibles. Ceci paraît logique si l'on admet qu'elles sont principalement dues à des phénomènes de frottement entre lèvres de microfissures (phénomènes peu importants dans ce type de sollicitation), ainsi l'essai de traction permet de confirmer que la dégradation des caractéristiques élastiques du matériau est due essentiellement au développement de la microfissuration (Medjahed.A, 2012).

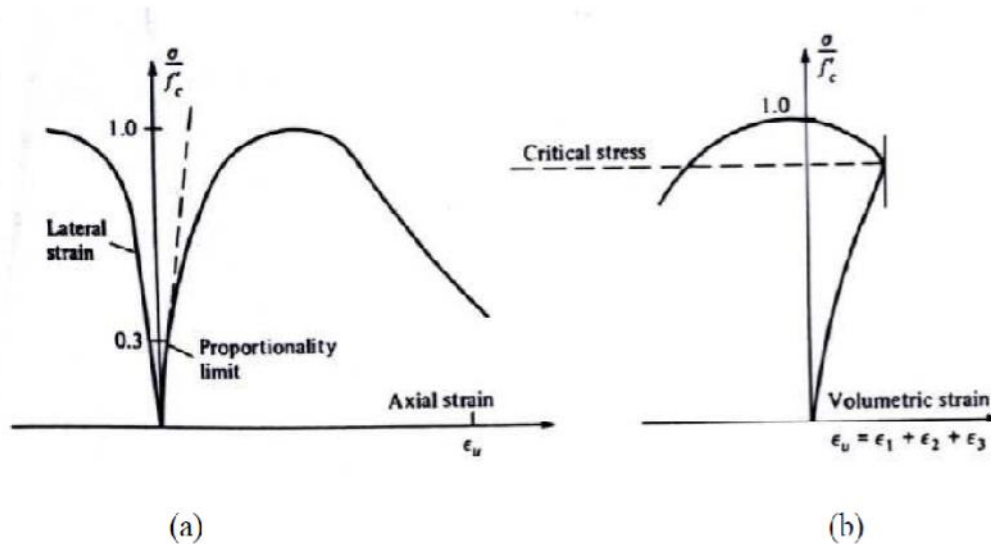


**Figure I.2 :** Comportement cyclique fragile du béton en traction.

### I.2.1.3. Compression simple



Le comportement en compression est obtenu plus facilement du fait de la plus grande ductilité du matériau. Les microfissures sont parallèles à l'axe de chargement jusqu'à la rupture complète de l'éprouvette. (a) (b)



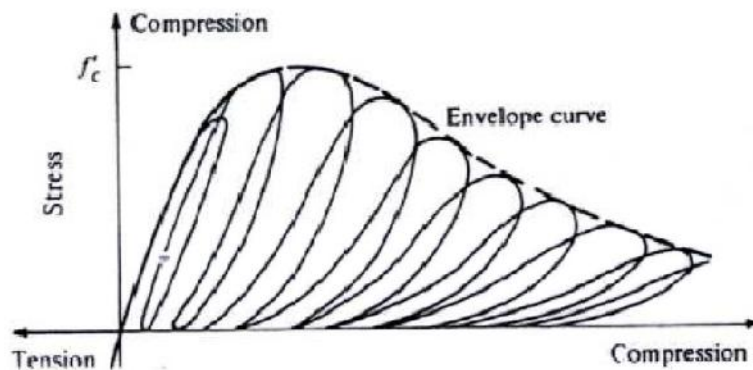
**Figure 1.3 :** Comportement du béton en compression simple.

Pour un essai de compression, l'allure générale de la courbe contrainte-déformation est donnée par la figure (1.3.) On observe principalement que la réponse est presque linéaire jusqu'à 30% de la limite en compression simple  $f_c$ . En dépassant ce point, la raideur décroît sensiblement, et on observe que la courbe devient de plus en plus non linéaire jusqu'à 75% de la limite en compression simple avec une diminution de volume de l'éprouvette. Puis, à partir de 85% de la résistance, la rupture devient inévitable même si l'accroissement de la charge reste nul. Les déformations latérales augmentent plus vite que les déformations longitudinales, le volume apparent de l'éprouvette augmente. Cette caractéristique est appelée dilatance. Les fissures se propagent progressivement dans la pâte de ciment sous la forme de macro-fissures, jusqu'à la rupture du matériau. Sur des tranches de matériaux pré-sollicités, des observations au microscope optique ont montré que les microfissures sont perpendiculaires aux directions d'extensions, créant dans un premier stade une anisotropie du comportement du béton, et dans un stade ultime des surfaces de rupture de même sens (Medjahed.A, 2012).

### II.2.1.1 Compression cyclique

L'essai cyclique en compression simple présenté sur la figure (1.4) permet de tirer d'autres explications sur le comportement du béton. D'une part les différences de diminution de

rigidité longitudinale et transversale mettent en évidence l'anisotropie induite par la fissuration orientée sur des plans parallèles au chargement, et d'autre part les imperfections des fissures empêchent leur complète refermeture après décharge générant des déformations irréversibles. Le frottement entre les lèvres de fissures rugueuses est en partie responsable de la boucle d'hystérésis au delà d'un certain niveau de chargement.



**Figure I.4:** Comportement cyclique du béton en compression simple

## II.2.2 Sollicitation bi-axiale

Dans le cas de la bi-compression, on constate une augmentation de la résistance par rapport à la résistance uni-axiale. La résistance devient maximale pour un rapport des contraintes égal à 0,5. Le gain de résistance pour des contraintes bi-axiales est d'environ 25%. De plus, on constate une augmentation de la ductilité du matériau. Dans le cas des contraintes de compression-traction (Figure.5), (Kupfer.H, 1973), on observe une diminution progressive (à peu près linéaire) de la résistance ultime en compression, lorsque la contrainte de traction augmente (figure1.5). De plus, le comportement du matériau devient de plus en plus fragile. Dans le cas d'un chargement de bi-traction, on n'observe pas de différence appréciable entre la résistance en traction bi-axiale et la résistance en traction uni-axiale (FigureI.5). On remarque alors que la surface de rupture est orthogonale à la direction de la contrainte principale maximale. Ce comportement suggère que les fissures orthogonales, induites par des chargements de traction, n'interagissent pas significativement.

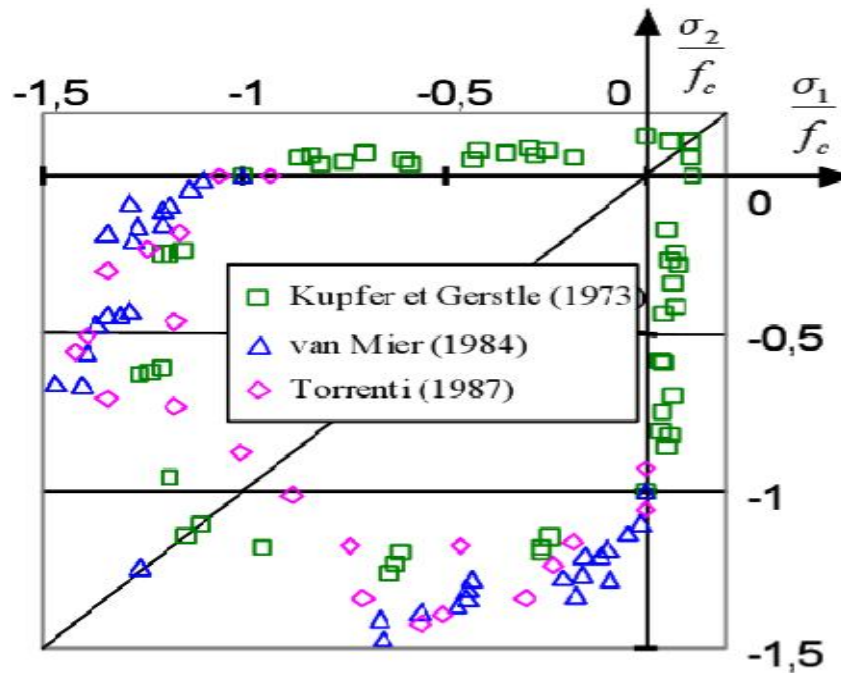


Figure I.5 : Résistance du béton dans le cas d'une sollicitation bi-axiale.

### II.2.3 Sollicitation tri-axiale

D'après la figure I.6 on constate que la réponse du béton est d'autant moins fragile si le confinement est important et on obtient un comportement ductile pour les très grands confinements. Ce gain de rigidité est lié à l'augmentation des contacts au sein de la microstructure du matériau béton qui est une conséquence de la destruction des pores (Ramtani, 1990).

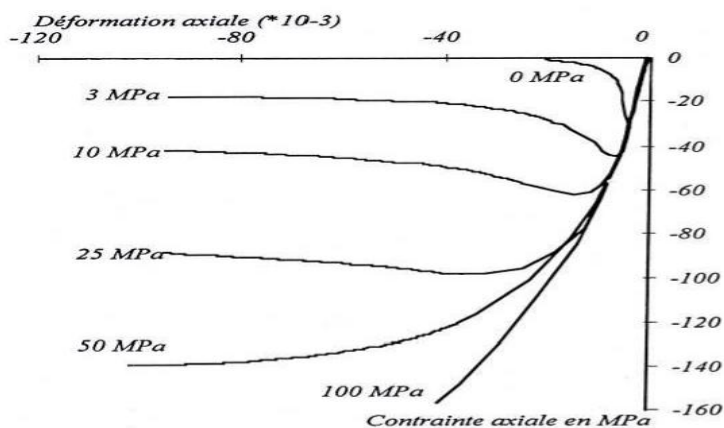


Figure I.6 : Essai de compression triaxiale.

## II.2.4 Conclusions

D'après cette étude bibliographique sur le comportement expérimental du béton on peut tirer les conclusions suivantes :

- ✓ Le comportement élastique initial du béton en traction comme en compression est linéaire ;
- ✓ Le comportement présente en post pic un caractère adoucissant aussi bien en traction qu'en compression ;
- ✓ La dissymétrie du comportement se constate aussi bien sur les contraintes pic (10 fois plus élevées en traction qu'en compression) que sur les déformations ;
- ✓ Le comportement non linéaire du béton a pour origine deux phénomènes distincts, qui s'interprètent comme étant de l'endommagement du fait de la perte de raideur constatée sur les décharges élastiques et l'existence de déformations anélastiques ;
- ✓ Des déformations permanentes apparaissent du fait de l'ouverture des microfissures. Ces déformations sont plus importantes en compression qu'en traction ;
- ✓ Restauration de la raideur lors de l'inversion du signe de la contrainte (chargement cyclique).

## II.3 Les lois de comportement

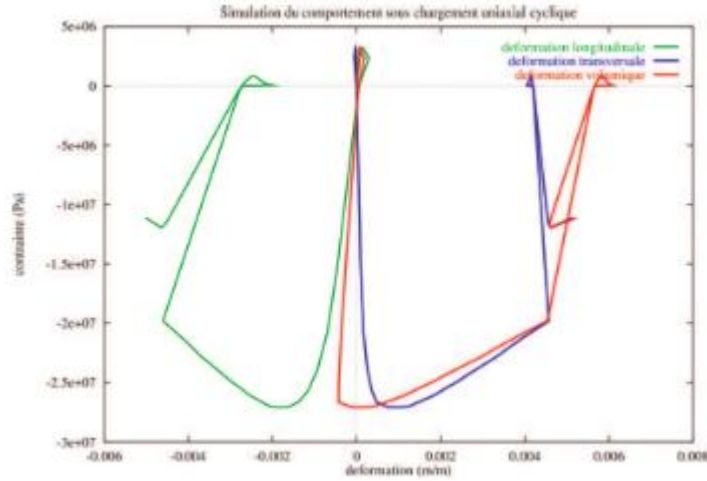
### II.3.1 Modèle de Fichant

Fichant et al (Fichant, 1996) ont développé une famille de modèles d'endommagement : un modèle d'endommagement isotrope et un modèle orthotrope pour résoudre les problèmes des chargements plus complexes et des matériaux anisotrope .dans les deux modèles ,le couplage est réalisé avec la plasticité et les effets unilatéraux sont pris en compte ( Figure I.7).

L'endommagement affecte la partie élastique du comportement à partir de la relation contrainte –déformation :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{endom} \varepsilon_{kl}^e \quad (I.1)$$

Ou  $C_{ijkl}^{endom}$  est la raideur du matériau endommagé  $\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{kl}^e$  sont respectivement les composantes du tenseur des contraintes et du tenseur des déformations élastiques.



**Figure I.7** : Comportement uni axial [la Borderie, 2003].

L'évolution de la déformation plastique est associée à la surface d'écoulement à partir du critère de Drucker-Prager. La variable d'écrouissage  $\omega$  est donnée par :

$$\omega = qp^{1/2} + \omega_0 \quad (I.2)$$

Ou  $q$  est le paramètre du modèle,  $\omega_0$  représente le domaine initial réversible dans l'espace des contraintes,  $p$  est la contrainte effective plastique.

Pour le modèle isotrope : la déformation équivalente calculée à partir des déformations élastiques  $\varepsilon^e$  de Mazars :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_1^e \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2^e \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3^e \rangle_+^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i^e \rangle_+^2} \quad (I.3)$$

La loi d'évolution de l'endommagement s'exprime comme suit :

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\tilde{\varepsilon}} \exp(B_t (\varepsilon_{d0} - \tilde{\varepsilon})), \dot{D} > 0 \quad (I.4)$$

Ou:  $\varepsilon_{d0}$  est le seuil en traction. Le paramètre  $B_t$  est calculé en fonction de l'énergie de fissuration  $G_f$  et de la taille de l'élément  $h$  (pour un maillage isotrope régulier :

$$h = \sqrt{\int_{\Omega_e} dx dy} \text{ (en 2D)} \text{ et } h = \sqrt[3]{\int_{\Omega_e} dx dy dz} \text{ (en 3D)} \quad (I.5)$$

Ou  $\Omega_e$  représente l'élément fini par l'équation suivante :

$$B_t = \frac{h f_t}{G_f} \quad (I.6)$$

Ou  $f_t$  est la contrainte de rupture du matériau en traction.

Pour le modèle orthotrope :

L'évolution des variables d'endommagement est contrôlée par une surface seuil :  $f$

$$f(\vec{n}) = \tilde{\varepsilon}(\vec{n}) - \varepsilon_{d0} - K(d(\vec{n})) \quad (I.7)$$

Les extensions dans la direction  $\vec{n}$  sont mesurées par :

$$\tilde{\varepsilon}(\vec{n}) = n_i \varepsilon_{ij}^e n_j \quad (I.8)$$

La loi d'évolution de l'endommagement définie par :

$$D_{ii} = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon_{ii}^e} \exp(B_t (\varepsilon_{d0} - \varepsilon_{ii}^e)), \dot{D}_{ii} > 0, \varepsilon_{ii}^e > \varepsilon_{d0} \quad (I.9)$$

Dans le modèle de Fichant, l'endommagement est décrit avec un minimum de paramètres (une variable scalaire d'endommagement pour le modèle isotrope et trois variables scalaires d'endommagement pour le modèle orthotrope). Lorsque les chargements sont radiaux, le modèle isotrope est suffisant ; lorsque les chargements sont non-proportionnels, le modèle orthotrope donne une meilleure réponse. Dans les deux cas, le couplage est réalisé avec la plasticité et les effets unilatéraux sont pris en compte. Ce modèle montre que l'anisotropie structurelle est suffisante pour représenter correctement le comportement à l'échelle de la structure. Par contre, l'anisotropie des déformations anélastiques (ou plastiques) est essentielle, ne serait-ce que pour représenter correctement un essai de compression. L'énergie de fissuration  $G_f$  n'est couplée qu'avec l'endommagement et est par conséquent mal maîtrisée lors de l'apparition de plasticité (Nguyen, 2010).

C'est le modèle d'endommagement isotrope unilatéral de Fichant que nous avons utilisé pour développer un modèle mésoscopique pour le béton .Ce modèle nous permet d'effectuer les simulations sur l'échantillon de béton numérique.

### II.3.2 Modèle de Mazars

Pour modéliser le comportement du béton, Mazars a proposé un modèle de comportement élastique endommageable isotrope (Masars.J, 1984) avec une seule variable scalaire d'endommagement .Ce modèle considère que les microfissures sont provoquées par les extensions suivant les directions principales du tenseur de déformation. Le modèle prend en compte la dissymétrie du comportement du béton .Cependant, ce modèle ne permet pas de rendre compte des autres phénomènes liés au comportement du béton comme l'irréversibilité de la déformation, l'anisotropie et l'effet unilatéral (Nguyen, 2010).

La fonction seuil du modèle de Mazars, s'écrit de la manière suivante :

$$f(\varepsilon, K) = \tilde{\varepsilon} - K(D) \quad (\text{I.10})$$

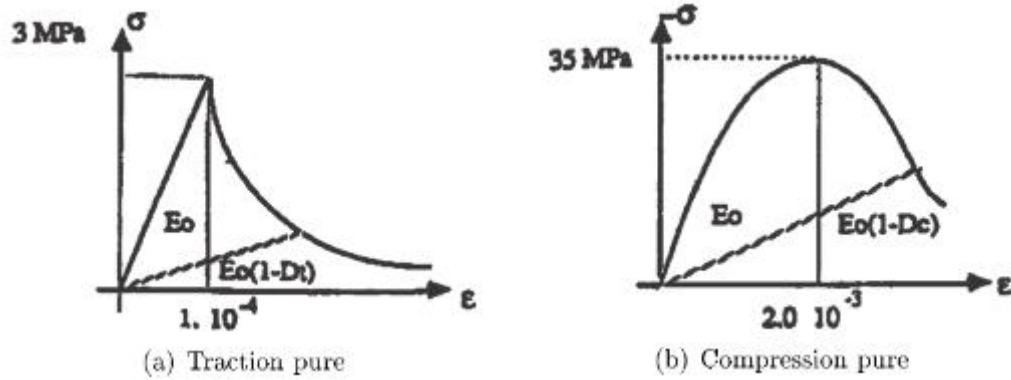
Ou :  $\tilde{\varepsilon}$  est la déformation équivalente définie par :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (\text{I.11})$$

Ou :  $\varepsilon_i$  sont les déformations principales ( $\langle x \rangle_+ = x$  si  $x > 0$  et  $\langle x \rangle_+ = 0$  sinon ).

L'endommagement est caractérisé par la variable d'endommagement D (variant de 0 à 1) quad le matériau évolue de l'état sain à l'état totalement endommagé. Pour pouvoir reproduire le comportement dissymétrique du béton, Mazars propose deux modes d' endommagement  $D_t$  de traction et  $D_c$  de compression .la combinaison linéaire de ces deux endommagements donne l'endommagement global isotrope :

$$D = \alpha_t D_t + (1 - \alpha_t) D_c \quad (\text{I.12})$$



**Figure I.8** : modèle de Mazars (Masars.J, 1984), comportement en traction et en compression.

La détermination de  $\alpha_t$  est effectuée en distinguant les extensions dues à des contraintes positives et celles dues à des contraintes négatives.

L'évolution de  $D_t$  et  $D_c$  s'écrit sous la forme :

$$D_{t,c} = 1 - \frac{\varepsilon_{d_0}(1-A_{t,c})}{\bar{\varepsilon}} - \frac{A_{t,c}}{\exp(B_{t,c}(\bar{\varepsilon} - \varepsilon_{d_0}))} \quad (\text{I.13})$$

Ou  $A_t, A_c, B_t$  et  $B_c$  sont à identifier en fonction du matériau,  $\varepsilon_{d_0}$  est le seuil d'endommagement.

Ce modèle basé sur la thermodynamique des processus irréversibles possède une surface seuil convexe. Malgré l'isotropie d'endommagement, ce modèle rend correctement compte d'un endommagement différent en traction et en compression. Cependant, ce modèle ne rend pas compte des déformations permanentes ni de l'effet unilatéral. Le fait de prendre  $\alpha_t$  constant limite le domaine d'application du modèle. Il n'est donc valable que dans les cas de chargement proportionnel (Nguyen, 2010).

De plus, le comportement adoucissant du matériau pose des problèmes numériques de localisation des déformations qui dépendent fortement du maillage et entraînent la dépendance du résultat du calcul au maillage des éléments finis ; le phénomène « snap-back »... Pour résoudre ces problèmes, diverses approches ont été développées depuis plusieurs années (Bazant. Z, 1987). Parmi celles-ci, distingue : l'approche non -locale qui consiste à moyennner les déformations équivalentes par une fonction poids de pondération au voisinage du point de calcul, et l'approche des gradients qui consiste à introduire le gradient des déformations comme une variable supplémentaire du modèle (Nadjar.B, 1995). Ces



techniques éliminent la dépendance du maillage, en augmentant toutefois les temps de calcul (Nguyen, 2010).

## II.4 Les différentes approches de fissuration

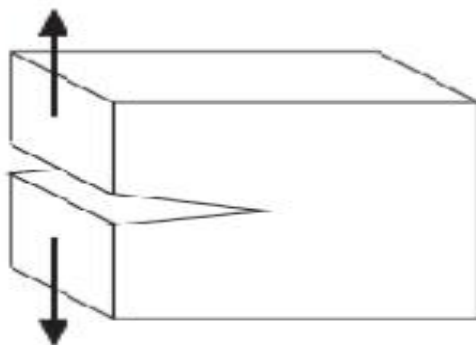
### II.4.1 Introduction

La théorie de la fissuration décrit le comportement des solides ou structures présentant des discontinuités géométriques macroscopiques à l'échelle de la structure, discontinuités linéiques dans les milieux considérés comme bidimensionnels (plaques, coques), discontinuités surfaciques dans les milieux tridimensionnels. Elle permet de prévoir l'apparition d'une fissure macroscopique et l'évolution de la fissure jusqu'à la rupture complète de la structure.

Dans les calculs de structures, ces discontinuités doivent être prises en compte car elles modifient les champs de contraintes, déformations et déplacements.

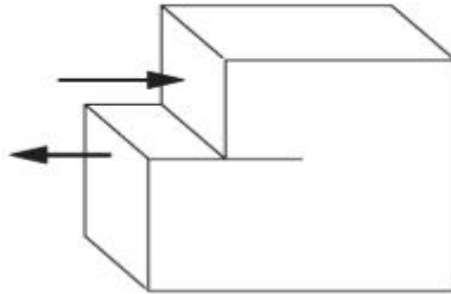
Toute fissuration peut être ramenée à l'un des trois modes simples ou à leur superposition. Il existe donc trois modes de fissuration :

**Mode I** : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.



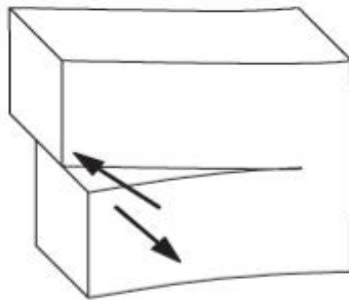
**Figure I.9** : Mode I

**Mode II:** mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.



**Figure I.10:** Mode II

**Mode III:** mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure (Truyen.T.T, 2008/2009).



**Figure I.11 :** Mode III

### **I.3.2. Les approches classiques de modélisation de la fissure**

Différentes approches classiques ont été adaptées pour modéliser la fissuration qui est une discontinuité géométrique, la modélisation de ces discontinuités peut être accomplie via trois approches :

#### **II.4.1.1 Approches continues**

Les approches continues permettent une modélisation du comportement non linéaire du béton, elle consiste à considérer ce matériau comme un milieu continu et à intégrer le comportement non linéaire du matériau dans la loi de comportement. Les dégradations sont prises en compte par l'intermédiaire de variables internes agissant sur les caractéristiques mécaniques ou sur les variables de base de la modélisation.

La fissure est alors représentée par une zone de matériau totalement dégradée, qui reste continue au sens de la mécanique des milieux continus. Ainsi, les redistributions des contraintes, qui résultent de la concentration des déformations et de l'évolution de la dégradation, auront lieu dans une région appelée zone de microfissuration ou FPZ (Fracture Process Zone).

L'évolution de la dégradation dans cette zone et l'évolution de son étendu déterminent la direction de propagation de la fissure. A titre d'exemple, nous pouvons citer, concernant ces approches, les modèles de fissuration diffus "smeared crack models" et les modèles d'endommagement (Masars.J, 1984) ou les modèles de plasticité.

Si des modèles utilisant la théorie des milieux continus sont capables de représenter le comportement mécanique du béton pendant différentes phases caractéristiques (élastique, écrouissage non linéaire positif et écrouissage non linéaire négatif), ils ne donnent aucune information sur l'évolution de la fissuration, son ouverture en particulier (Kryani.A, 2007).

Dans les modèles continus les discontinuités ne sont pas explicitement représentées, la contribution de la fissuration à la dégradation du béton est prise en compte en supposant une distribution uniforme des variables internes sur la surface(ou volume) d'un élément fini (Kryani.A, 2007).

### **II.4.1.2 Approches discontinues**

Dans les approches discontinues, la fissure est représentée explicitement par une discontinuité de déformation ou de déplacement, cette dernière peut être introduite au niveau de l'élément, au niveau des nœuds ou entre les éléments (Kryani.A, 2007).

### **II.4.1.3 Approches mixtes**

Les approches mixtes combinent à la fois les méthodes discontinues et continues. Mazars et Pijaudier-Cabot (1996) ont proposé une approche basée sur la combinaison entre le modèle d'endommagement (pour la phase de microfissuration diffuse) et la mécanique linéaire élastique de la rupture (pour traiter la macro-fissuration). Néanmoins, ce modèle a été validé seulement dans le cas où le chemin de fissuration est connu. Une autre approche mixte consiste à combiner les modèles continus et l'approche de type XFEM [Extended Finite Element Method], elle a été récemment proposée par Simone *et al.* (2003). Cette méthode est applicable jusqu'à présent seulement pour des cas tests bidimensionnels simples (Kryani.A, 2007).

## **II.4.2 Echelles de modélisation**

A ce jour, de nombreux modèles ont été développés pour répondre à la volonté d'obtenir des résultats proches de la réalité, chacun de ces modèles a contribué à une connaissance meilleure du comportement du béton.

### **II.4.2.1 Approche globale**

L'échelle globale décrit le comportement d'éléments complets de structure (assemblage, nœud, ...) au moyen de lois de fonctionnement reliant des quantités structurelles globales (moment, effort tranchant, rotation, déplacement). Ils se caractérisent par une souplesse de mise en œuvre et engendrent bien souvent un coût de calcul réduit. Toutefois, le point sensible de ces modèles réside dans l'identification de leurs paramètres et surtout dans leur validation pour des structures différentes de celles utilisées pour leur calage (Medjahed.A, 2012).

La plupart de ces modèles sont écrits de manière uni axiale et relient des grandeurs statiques et cinématiques. Ces lois peuvent être du type moment courbure pour des supports de type poutre ou encore force déplacement en tête pour des éléments de structures (mur, assemblages, ...).

### **II.4.2.2 Approche macroscopique**

La modélisation macroscopique du comportement mécanique du béton a beaucoup évolué et les modèles actuels permettent de prendre en compte des phénomènes de plus en plus complexes. Les modèles macroscopiques utilisés classiquement pour le béton possèdent généralement un nombre important de paramètres qui permettent de décrire la complexité du comportement du matériau sous diverses sollicitations.

Souvent l'approche macroscopique est basée sur la théorie de la thermodynamique qui constitue un cadre très précieux pour guider et limiter les choix de la modélisation phénoménologique. En effet, la thermodynamique permet d'associer à chaque phénomène sa variable et à chaque variable sa loi d'évolution. On postule l'existence de deux potentiels :

1. Potentiel thermodynamique : qui permet de définir des variables d'état en fonction des phénomènes à modéliser, et duquel dérivent les lois d'état.
2. Potentiel de dissipation : qui permet de décrire les lois d'évolution décrivant les processus irréversibles, comportements en traction compression, flexion ou encore cisaillement (Medjahed.A, 2012).

### **II.4.2.3 Approche semi-globale**

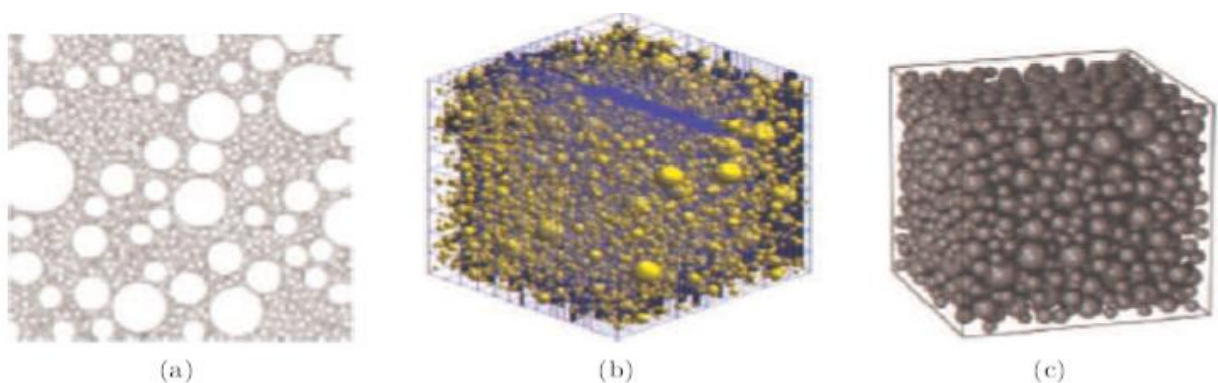
La discrétisation est la même que pour les approches globales. Des hypothèses permettent de calculer les variables cinématiques locales (déformations) en fonction des variables cinématiques globales (déplacements, rotations). Une loi de comportement permet de calculer les variables statiques locales (contraintes) qui sont ensuite intégrées pour déterminer les variables statiques généralisées (moments, efforts). Cette méthode est un bon compromis pour les structures à géométrie simple car elle est beaucoup moins coûteuse que les méthodes locales et permet d'accéder à un niveau d'informations intéressant compte tenu des restrictions imposées par les hypothèses (Medjahed.A, 2012).

#### II.4.2.4 Approche mésoscopique

Une partie de la complexité du comportement du béton réside a priori dans sa très forte hétérogénéité. Une représentation du matériau à l'échelle mésoscopique, permettant de modéliser naturellement le contraste des propriétés entre matrice et granulats, associé à un modèle de comportement simple et robuste, doit permettre de rendre compte de toute la complexité du comportement du béton. La nature de l'hétérogénéité du béton dépend essentiellement de l'échelle d'observation. Si on se place à l'échelle du grain de sable, on peut le considérer comme un matériau bi-phasique, avec des granulats de formes complexes, de tailles différentes répartis aléatoirement dans la pâte (Medjahed.A, 2012).

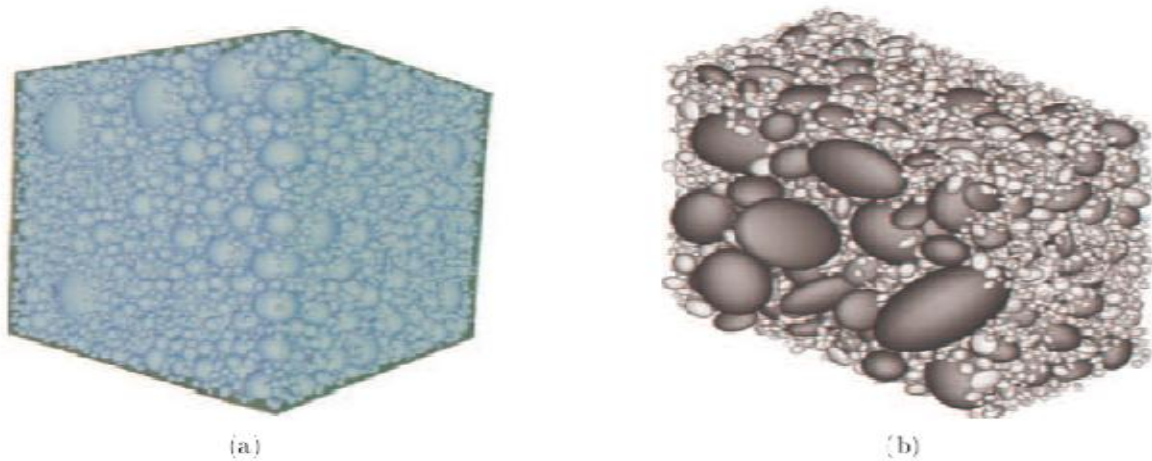
Les premières générations aléatoires de béton numérique envisagent les granulats comme parfaitement sphériques. On peut citer les modèles développés dans Bazant, Schlangen et Van Mier, ou Mounajed dans le code Symphonie du CSTB - Centre Scientifique et Technique du bâtiment.

La figure I.12 montre quelques exemples de modélisation de bétons numériques bi-phasique pâte-granulat en 2D et 3D. Les modèles en 2D échouent forcément à représenter des inclusions sphériques puisque soit on représente une fine tranche d'échantillon et les granulats sont des disques de l'épaisseur de l'échantillon, soit on veut représenter un volume, et les granulats sont alors cylindriques ou mêmes toriques si on utilise des conditions de symétrie axiale pour générer l'échantillon (Nguyen, 2010).

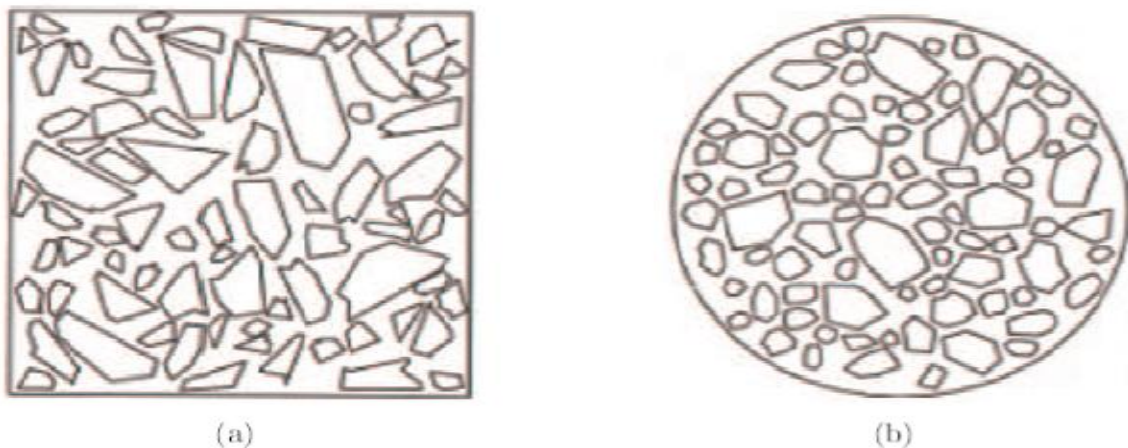


**Figure I.12** : Modélisation de béton numérique bi-phasique en 2D (a) et 3D (b) modélisation d'un squelette granulaire dans un cube (c).

D'autres modèles ont été développés pour des granulats sphériques ou ellipsoïdaux (Figure I.13). Mais malgré tout, ce sont des formes idéalisées de granulats, non réalistes. Wang a développé une procédure pour générer une structure aléatoire pour les granulats sphériques et angulaires (Figure I.14).



**Figure I.13** : (a) génération d'un échantillon 3D, (b) modèle mésoscopique géométrique 3D avec des granulats ellipsoïdaux.



**Figure I.14** : Génération aléatoire des granulas.

Il existe différentes techniques pour générer ces particules. La difficulté est de réussir à placer toutes les particules. La procédure de distribution devient un problème crucial lorsqu'on cherche à atteindre des taux volumiques de granulats importants (pourtant réalistes !), la difficulté étant augmentée par la large distribution des tailles des granulats.

On peut citer la méthode « take-and-place », cette méthode est couramment utilisée et consiste à placer les granulats un par un. Si un granulat en recouvre une autre, même partiellement, la méthode de placement aléatoire est utilisée pour trouver une autre place pour le granulat, et la méthode se poursuit jusqu'à ce que tous les granulats soient placés. La procédure pour générer le squelette granulaire est donc la suivante :

- ✓ production de particules : détermination de la taille et de la forme de toutes les particules afin de correspondre à la distribution de la taille des granulats ;
- ✓ répartition des particules dans l'espace 2D ou 3D.

Un algorithme stochastique-heuristique peut aussi être utilisé, comme avec le logiciel CEMHYD 3D développé par le NIST pour simuler l'hydratation du béton ou dans pour le comportement du béton. La grande différence avec la méthode de « take and place » est que la répartition des particules est effectuée successivement en commençant par les plus grands. Au départ, une position aléatoire de la particule est choisie. Si la particule est complètement à l'intérieur de l'échantillon et ne chevauche pas des particules précédemment placées, la position est fixée. Dans l'autre cas, éventuellement, la particule se déplace en translation ou en rotation afin de s'éloigner de la frontière de l'échantillon ou des particules qui se chevauchent. Si cette procédure ne résout pas le conflit, la procédure peut être répétée pour trouver un emplacement correct pour la particule. Zubelewicz et BaZant ont aussi rajouté à ces algorithmes le concept de Maximum Paste Thickness MPT. Cette zone d'influence représente la distance moyenne entre deux granulats, en considérant que chacun est entouré par une couche de pâte, dont l'épaisseur est proportionnelle au diamètre des granulats - cf. les travaux de De Larrard sur les empilements granulaires pour les bétons.

Il faut garder à l'esprit que quelque soit la procédure utilisée, la difficulté est d'atteindre la compacité granulaire du béton à représenter. D'après Jerier et al on ne peut atteindre une compacité granulaire de l'ordre de 60% que sur des granulométries étroites, ou sur une base géométrique semi-aléatoire. De toute façon, il faut choisir un rayon minimal des granulats à représenter en tant qu'inclusion : dans les modèles bi-phasique, les granulats sont en fait les inclusions de dimension supérieure à  $d_{min}$ , les particules plus fines font partie de la matrice. Avec la seconde famille d'algorithme, on connaît parfaitement la courbe granulaire effectivement représentée en tant qu'inclusions dans le modèle mésoscopique.



Un autre algorithme remarquable est celui développé par Vervuurt, il consiste à générer toutes les particules avec un générateur aléatoire d'abord. Ensuite, la chute des particules dans l'échantillon est simulée et chaque particule trouve une position qui conduit normalement à un empilement compact. Malheureusement, avec cet efficace algorithme, la structure obtenue au niveau mésoscopique est tout à fait différente de celle observée dans des échantillons réels de béton (Nguyen, 2010).

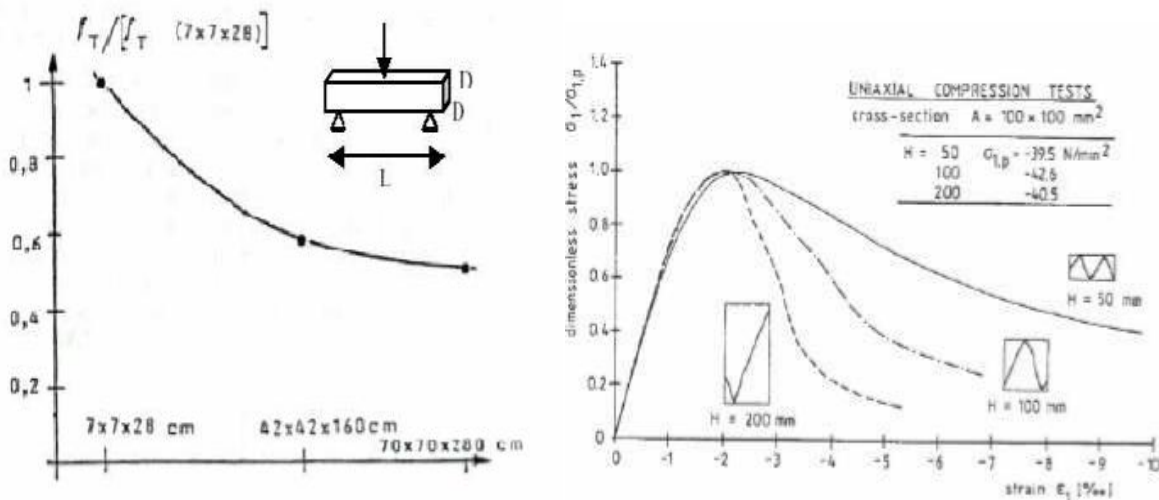
### **III. Effet d'échelle**

### III.1 Introduction

Dans les prochaines années, le dimensionnement vis-à-vis du comportement ultime des structures en béton va devoir évoluer pour permettre la limitation des dommages et de la fissuration. En effet, dans le but de construire des structures dites durables, toute analyse de conception qui se fait à l'échelle globale de la structure va désormais devoir intégrer les modifications qui se produisent à l'échelle du matériau et qui peuvent avoir des conséquences sur sa tenue dans le temps. Dans le cas du béton, qui est un matériau faisant partie des matériaux dits à nature quasi-fragile, une longueur caractéristique définissant la taille de la zone d'élaboration de la fissuration existe, cette longueur interne est liée à l'échelle à partir de laquelle le matériau peut être considéré comme homogène.

Depuis déjà de nombreuses années, plusieurs auteurs (Bazant 2000; Bazant 2002; Bazant et al. 1993; Bazant and Gettu 1992; Bazant and Oh 1983; Carpinteri et al. 2002; Carpinteri et al. 2003; Duan et al. 2002; Hu and Wittmann 2000; Wittmann et al. 1990) ont mis en évidence que l'existence de cette longueur interne avait des conséquences sur le comportement macroscopique des structures comme le fait que la résistance nominale est fonction de la taille du spécimen sur lequel celle-ci est estimée. En effet, les caractéristiques mécaniques mesurées sur des éléments de grande taille sont différentes de celles identifiées sur des spécimens de laboratoire. Le béton est en effet quasi-fragile à l'échelle des poutres et des poteaux et parfaitement fragile à l'échelle des barrages. Ce phénomène dont la cause essentielle est liée à l'énergie relâchée en front de fissure est bien connu sous le nom d'effet d'échelle.

Donc l'effet d'échelle constitue un élément fondamental de validation de modèles car, pour décrire correctement le comportement des matériaux quasi-fragiles, un modèle doit être capable de reproduire ce phénomène.



**Figure II.1** : Variation de la résistance de flexion et de compression du béton selon la taille des éprouvettes.

La figure (II.1) montre que les caractéristiques mécaniques du béton mesurées sur des éprouvettes de différentes tailles aux laboratoires diminuent quand la taille des éprouvettes augmente [04].

### III.2 Modèles pour reproduire les effets d'échelles

Plusieurs théories ont été proposées pour tenir compte de l'effet d'échelle. Jusqu'aux années 1980 environ, la plupart des effets d'échelle observés expérimentalement en mécanique du solide étaient attribués aux défauts initiaux dans les matériaux, et la théorie statistique de la distribution aléatoire des résistances locales de Weibull (Weibull, W, 1939) était utilisée mais ne permettait pas d'expliquer les effets d'échelle de structure dans les matériaux quasi-fragiles tels que les bétons, sauf pour des échelles si grandes que la taille des hétérogénéités de ces matériaux devient négligeable devant la taille de la structure et leur rupture devient fragile.

La théorie de Carpinteri (Carpinteri, A, 1994) concerne le caractère fractal des surfaces de rupture mais a été très critiquée, notamment par Bazant (Bazant, Z, 1995). La théorie largement étudiée et utilisée est celle proposée par Bazant à partir de 1984. Cette théorie, déterministe, suppose que l'effet d'échelle est dû à la propagation stable des fissures, conjuguée à une redistribution des contraintes et un relâchement de l'énergie emmagasinée engendrée par les fissures. Cette théorie fait une transition entre l'absence d'effet d'échelle en

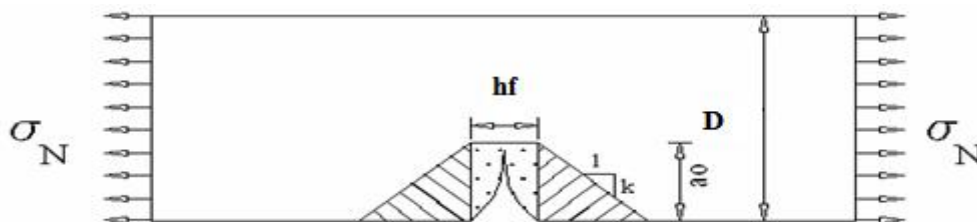
résistance des matériaux et l'effet d'échelle inhérent à la mécanique de la rupture connue depuis plus d'un siècle. Depuis, cette théorie a connu de très nombreux développements.

### III.3 La théorie déterministe de Bazant

Bazant (Bazant.Z, 1984) s'est basé sur la mécanique non linéaire de la rupture pour expliquer l'effet d'échelle de structure observé dans le matériau béton. L'effet d'échelle est étudié sur la contrainte nominale  $\sigma_N$ . La contrainte nominale pour une poutre de hauteur  $D$ , de portée  $S$ , d'épaisseur  $b$  pour une charge  $P$  est donnée par le calcul de la contrainte maximale dans une poutre en flexion trois points non entaillée par la théorie des poutres (Truyen.T.T, 2008/2009)

$$\sigma_N = \frac{3PS}{2bD^2} \quad (\text{II.1})$$

Pour identifier la loi de transition entre les deux comportements asymptotiques (grandes et petites échelles), Bazant a considéré dans son raisonnement une plaque rectangulaire qui est initialement dans un état de contrainte uniforme égale à la contrainte nominale  $\sigma_N$



**Figure II.2.** Zones de relâchement des contraintes dans une éprouvette entaillée selon Bazant.

Bazant suppose que la rupture est précédée par la formation d'une bande de fissuration d'épaisseur  $h_f$  dans la section centrale de la plaque. L'extension de cette bande d'une unité de longueur nécessite un certain taux d'énergie de fissuration  $G_f$ . La condition de conservation d'énergie consiste à écrire que l'énergie emmagasinée est égale à l'énergie nécessaire à la propagation de cette bande. Lorsque la bande de fissuration s'allonge de  $\Delta a$ , l'énergie additionnelle relâchée est causée par la partie densément hachurée. Ensuite, Bazant a

considéré deux plaques homothétiques ayant des modes de rupture géométriquement similaires. Ainsi, plus la plaque est large, plus la bande de fissure est longue à la rupture. En conséquence, plus la plaque est large, plus l'aire de la zone fortement hachurée est grande. Alors pour une même extension de la bande de fissuration, une quantité d'énergie plus importante est relâchée dans une structure de grande taille que dans une petite structure. Par conséquent, la petite structure aura une résistance plus grande, ce qui explique l'effet d'échelle de structure. En se basant sur ce raisonnement énergétique et moyennant un raccordement asymptotique, Bazant a aboutit à une loi d'effet d'échelle très simple, mais qui est valable uniquement pour le cas des structures pré fissurées ou renfermant une entaille initiale. Cette loi s'écrit sous la forme suivante (Truyen.T.T, 2008/2009) :

$$\sigma_N = \frac{B f_t}{\sqrt{1 + \frac{D}{D_0}}} \quad (\text{II.2})$$

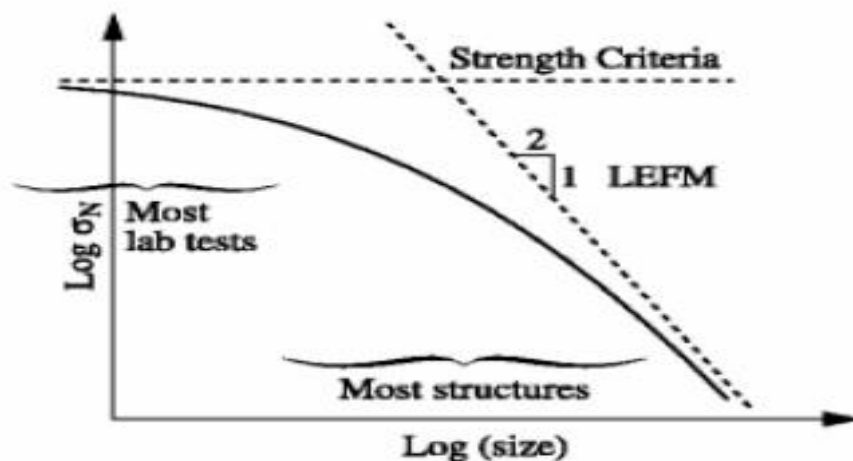
Telle que :

B est un paramètre dépendant de la géométrie de la structure,

$f_t$  est la résistance à la traction du béton,

D est la hauteur ou la longueur de l'éprouvette entaillée.

$D_0$  est une dimension caractéristique appelée « taille de transition ».



**Figure II.3** : Loi d'effet d'échelle proposée par Bazant (Bazant.Z, 1984) pour des structures entaillées.

Cette loi d'effet d'échelle met en évidence l'existence de trois cas:

- ✓ Lorsque la structure est de petite taille c'est-à-dire a une dimension caractéristique  $D$  inférieure à  $D_0$  qui est la taille correspondante au point d'intersection entre les deux comportements asymptotiques la contrainte nominale sera constante est égale à la contrainte maximale  $\sigma_{max} = Bf_t$ . Dans ce cas la zone de rupture (FPZ) occupera toute la structure donc l'effet d'échelle sera négligeable, c'est le cas de la plasticité.
- ✓ Lorsque  $D$  est supérieur à  $D_0$  ( $D \gg D_0$ ) la zone de processus de rupture sera petite par rapport à la taille de la structure donc l'effet d'échelle dans ce cas sera géré par la mécanique linéaire élastique de la rupture.
- ✓ Et la loi de Bazant notée précédemment sera appliquée pour les structures de taille moyenne c'est-à-dire lorsque  $D$  s'approche de  $D_0$ .

### III.4 Plasticité

Le comportement plastique est celui d'un corps solide qui prend des déformations permanentes sans se fissurer. On admet généralement que ces déformations se produisent au delà d'un seuil de contrainte appelé seuil de plasticité ou limite d'élasticité.

#### III.4.1 Modèles de plasticité

Plusieurs modèles de plasticité associés avec les autres phénomènes non linéaires ont été élaborés pour traiter les phénomènes liés au comportement complexe du béton.

On va citer quelques un :

##### III.4.1.1 Critère de Von Mises

Ce critère est l'une des fonctions seuils les plus simples à mettre en œuvre numériquement. Néanmoins, ce critère est indépendant de la pression hydrostatique qui est nécessaire pour prendre en compte les effets de confinement sous pression. La combinaison des premier et seconde invariants des contraintes conduit au critère de Drucker-Prager réside dans l'impossibilité de franchir le seuil de plasticité sous chargement hydrostatiques.

$$F = \sigma_{eq} - R - R_0 \quad (\text{II.3})$$

Où  $R$  est le paramètre d'écrouissage fonction de la déformation plastique cumulée  $\kappa$  et vaut initialement,  $R_0$  le seuil de plasticité et  $\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente de Von Mises. (Kryani.A, 2007)

### III.4.1.2 Le modèle de Drücker-Prager

Pour un géo matériau, il n'est pas réaliste d'imaginer un chargement hydrostatique sans que le matériau ne subisse aucune transformation. Pour cela, le critère de Von Mises a été modifié afin d'introduire une sensibilité à la pression hydrostatique. On obtient ainsi le critère de Drücker-Prager (Ghezali.S, 2011).

La surface seuil de plasticité s'écrit :

$$f = \sqrt{3J_2} + \alpha I_1 - K = 0 \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{3 - \sin \phi} : \text{L'angle de cohésion interne à identifier.}$$

$$K = \frac{2 \cos \phi}{3 - \sin \phi} : \text{Paramètre d'écrouissage du matériau.}$$

$\phi$  : L'angle de frottement interne.

$I_1 = \text{tr } \sigma$  : Le premier invariant du tenseur de contrainte.

$J_2$  : Le deuxième invariant du tenseur déviatorique.



### III.4.2 Plasticité et effet d'échelle

Si on prend deux structures géométriquement similaires sans ou avec entailles comme montre la figure (II.2) et supposons que les déplacements sont reliés avec la loi d'échelle on obtient :

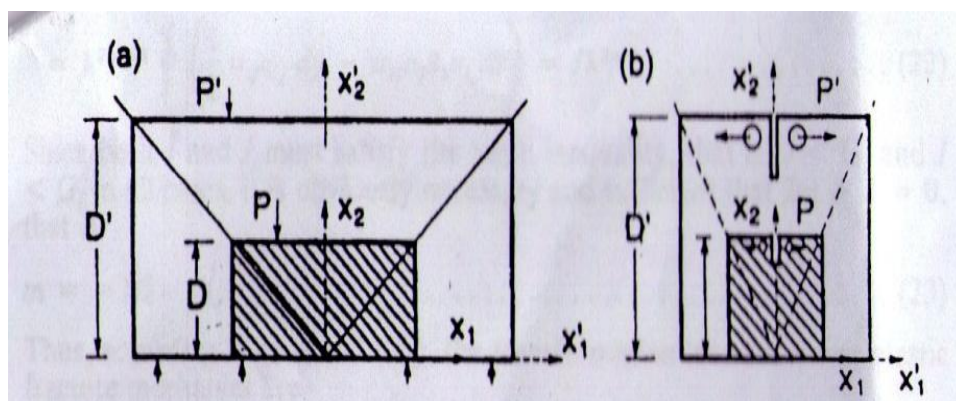


Figure II.4 : Les structures géométriquement similaires sans et avec entaille.

$$(II.5) \quad \tilde{u}_i = \lambda \quad \square \quad +1 \quad u_i$$

$$(II.6) \quad \tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} \lambda \quad \square$$

$$(II.7) \quad \tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} \lambda \quad \square$$

$$(II.8) \quad \tilde{\sigma}_N = \sigma_N \quad \lambda \quad \square$$

Avec :

$u_i$  : Les déplacements des points du matériau pour la structure de dimension caractéristique D.

$\tilde{u}_i$  : Les déplacements des points du matériau la structure de dimension caractéristique D'.

$\lambda$  : D'/D avec  $\lambda$  multiplicateur de plasticité.

m : exposant inconnu.

$\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{ij}$  : contraintes et déformations en coordonnées *cartésiennes*  $x_i$ .

$\sigma_N$  : la contrainte nominale.

La loi constitutive et la condition de la non défaillance a la forme générale suivante :

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\varepsilon_{km}) . \quad (\text{II.9})$$

$$\Phi(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) < \sigma_0 . \quad (\text{II.10})$$

Avec

$F_{ij}$  : Fonctionnelles d'une thèse tensorielle.

$\Phi$  : Fonction scalaire non linéaire d'arguments tensoriels.

$\sigma_0$  : Limite d'élasticité du matériau.

Après les transformations d'échelle elle devient sous la forme suivante :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \tilde{F}_{ij}(\tilde{\varepsilon}_{km}) . \quad (\text{II.11})$$

$$\Phi(\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{\varepsilon}_{ij}) < \sigma_0 . \quad (\text{II.12})$$

La fonction non linéaire F est présente et possible si et seulement  $\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}$  et  $\tilde{\varepsilon}_{km} = \varepsilon_{km}$  et ça veut dire que m=0.

Donc :

$$\tilde{u}_i = \lambda u_i . \quad (\text{II.13})$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij}. \quad (\text{II.14})$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}. \quad (\text{II.15})$$

$$\tilde{\sigma}_N = \sigma_N. \quad (\text{II.16})$$

Si la contrainte nominale a la rupture, elle ne dépend pas de la taille de la structure, dans ce cas on peut dire qu'il n'y a pas un effet d'échelle (Scaling Laws In Mechanics Of Fracture).

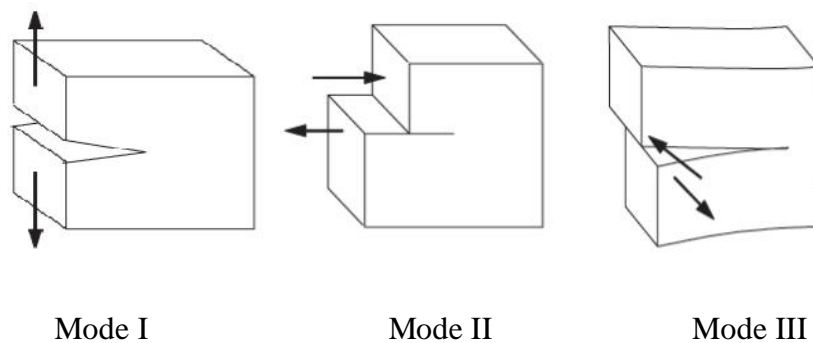
### III.5 Mécanique linéaire élastique de la rupture

#### III.5.1 Les modes de rupture

Mode I : mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode II: mode de cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

Mode III: mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.



**Figure II.5** : Les trois modes de rupture

#### III.5.2 Formules de la mécanique linéaire élastique de la rupture

Cette théorie a comme paramètres fondamentaux :

- ✓ Module d'élasticité : E.

- ✓ Coefficient Poisson :  $\nu$ .
- ✓ Paramètres de rupture critiques: KC ou GC.
- ✓ Résistance en compression et en traction:  $f_t$  et  $f_c$ .
- ✓ Le facteur d'intensité de contrainte  $k_i$  dans le béton est calculé selon la formule:

$$k_i = \sigma \sqrt{\pi a} Y \quad (a, D). \quad (II.17)$$

Où :

$a_0$  est la longueur de la fissure initiale.

D est la dimension caractéristique de la structure.

Y (a, W) est la fonction géométrique dépendant du ratio  $a = a_0 / D$ .

i = (I, II, III) sont les 3 modes de rupture du béton.

$\sigma$  est la contrainte de traction en place.

L'énergie de rupture  $G_i$  peut être calculée à partir du facteur d'intensité de contrainte ( $K_i$ ).

La loi de comportement et l'état de non-défaillance peut être écrite comme :

$$J = \int \left( \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d_y - \sigma_{ij} n_j \delta_i u_i d_s \right). \quad (II.18)$$

En utilisant les équations précédentes Kannien et Popelar(1985) ;Knott(1973) ont pu transformer J à  $\tilde{J}$  tel que :

$$\tilde{J} = \int \left[ \frac{1}{2} (\lambda^m \sigma_{ij}) (\lambda^m \varepsilon_{ij}) \lambda d_y - \lambda^m \sigma_{ij} n_j \lambda^{-1} \delta_i (\lambda^{m+1} u_i) \lambda d_s \right]. \quad (II.19)$$

$$\tilde{J} = \lambda^{2m+1} \int \left( \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d_y - \sigma_{ij} n_j \delta_i u_i d_s \right) = J \lambda^{2m+1}. \quad (II.20)$$

Puisque J et  $\tilde{J}$  doivent être égales donc  $2m+1=0$  donc  $m = -\frac{1}{2}$ .

$$\tilde{u}_i = u_i / \sqrt{\lambda}. \quad (II.21)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} / \sqrt{\lambda} \quad (II.22)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / \sqrt{\lambda}. \quad (II.23)$$

$$\tilde{\sigma}_N = \sigma_N / \sqrt{\lambda}. \quad (\text{II.24})$$

Avec  $\lambda = \check{D}/D$

Donc la contrainte nominale a la rupture dépend de la taille de la structure D (Scaling Laws In Mechanics Of Fracture).

$$\sigma_n \sim 1/\sqrt{D} \quad (\text{II.25})$$

$$\log \sigma_n = \text{cste} - \frac{1}{2} \log D. \quad (\text{II.26})$$

Et cela veut dire que l'effet d'échelle existe et suit la mécanique linéaire élastique de la rupture.

### III.6 Conclusion

Enfin ce qu'on peut conclure de ce chapitre est :

- ✓ L'effet d'échelle dans les petites structures n'existe pas et la contrainte nominale est indépendante de la taille de la structure ;
- ✓ Pour les structures de tailles moyennes l'effet d'échelle existe, il est géré par la loi de Bazant ;
- ✓ Pour les structures de grande taille l'effet d'échelle ne peut pas être négligé, il est géré par la loi de la mécanique linéaire élastique de la rupture.

#### **IV. Analyse expérimentale et numérique**

## **IV.1 Introduction**

Ce chapitre représente une description du travail expérimental et numérique appliqués sur trois poutres homothétique entaillées, dans la présente section deux types d'approches ont été utilisées afin d'étudier numériquement l'effet d'échelle. La première approche est basée sur une modélisation macroscopique, la deuxième stratégie de modélisation est réalisée à l'échelle mésoscopique. Les résultats numériques des deux simulations sont comparés aux résultats issus de l'expérimentation. Les simulations sont effectuées en contrainte plane en utilisant le code aux éléments finis Cast3M, et au cours de cette simulation, nous présentons l'influence de l'effet d'échelle sur la réponse globale ainsi que sur les ouvertures des fissures.

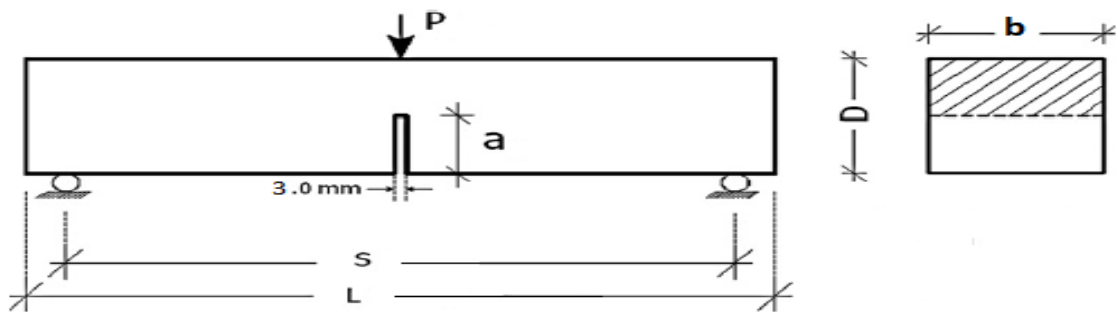
## **IV.2 L'étude expérimentale**

### **IV.2.1 Géométrie et chargement**

Les poutres étudiées ont été testées expérimentalement par Alam Yasir (Yasir, 2011), les trois ont une surface rectangulaire. Leur hauteur  $D$  est de 100, 200 et 400 mm respectivement, la troisième dimension est maintenue constante à 100 mm. Les trois présentent une entaille, d'une profondeur égale à 0,  $2*D$ , et d'une largeur de 3mm située au milieu (voir figure III.1).

Expérimentalement, l'entaille est créée en utilisant une surface rigide, non-adhérent en téflon de 3mm d'épaisseur, qui est placée dans le moule avant coulage du béton.

Les poutres sont classées en trois catégories selon leurs dimensions, et sont désignés comme D1, D2 et D3 pour les petites, moyennes et grandes tailles, respectivement.



**Figure III.1** : Dispositif expérimental de l'essai de flexion trois points.



**Figure III.2** : Trois poutres avec des tailles géométriquement similaires

Les dimensions des trois poutres sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Dimensions (mm)	L	S	D	b	A
<b>Poutre D1</b>	400	300	100	100	20
<b>Poutre D2</b>	800	600	200	100	40
<b>Poutre D3</b>	1600	1200	400	100	80

**Tableau III.1:** les dimensions des trois poutres



D'où :

L : La longueur de la poutre.

S : Distance entre appuis.

D : La hauteur de la poutre.

b : La largeur de la poutre.

a : profondeur de l'entaille.

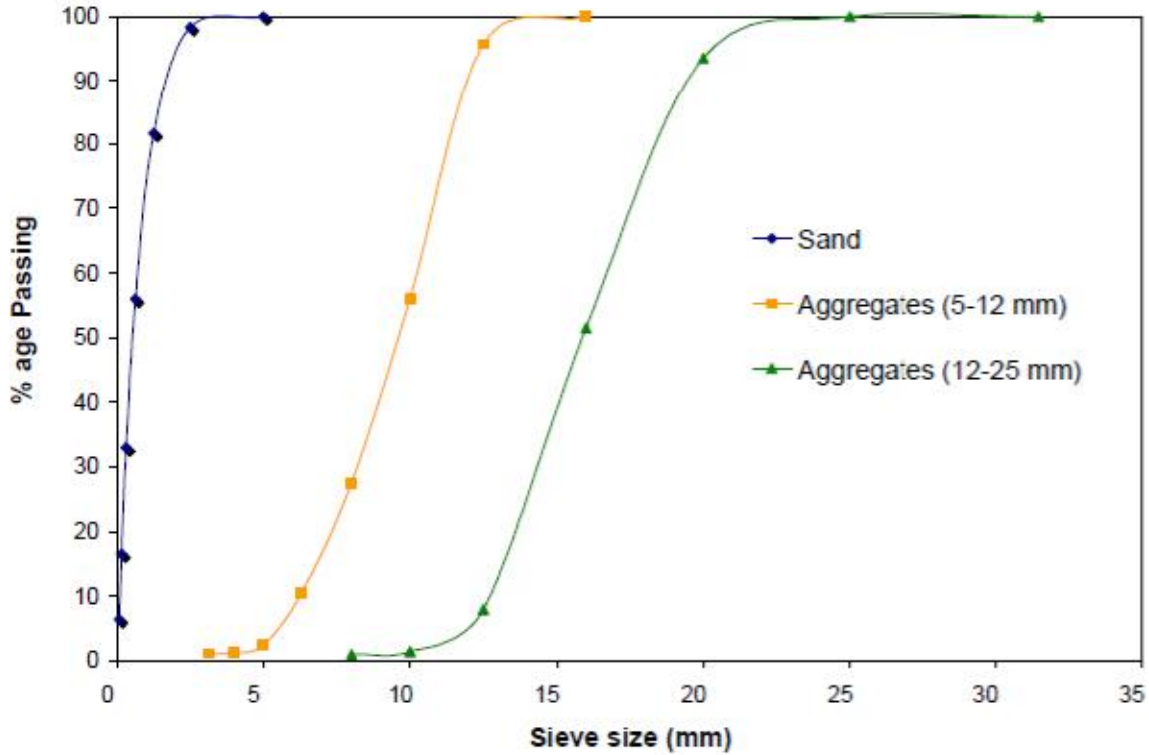
Deux types de mélanges de béton (M1 et M2) sont utilisés dans cette étude, dans la quelle la taille des agrégats varie de  $D_{max}=20\text{mm}$  et  $D_{max}=12\text{mm}$  respectivement, la composition du béton, les propriétés mécanique ainsi que la courbe granulométrique présentée sous dessous illustrent bien la répartition des différents espèces (composantes).

COMPOSANTES	M1 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	M2 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
Ciment	312	312
Sable	820	820
Agrégats (12.5-20mm)	784	-
Agrégats (5-12.5mm)	316	1100
Eau	190	190

**Tableau III.2:** Compositions du béton.

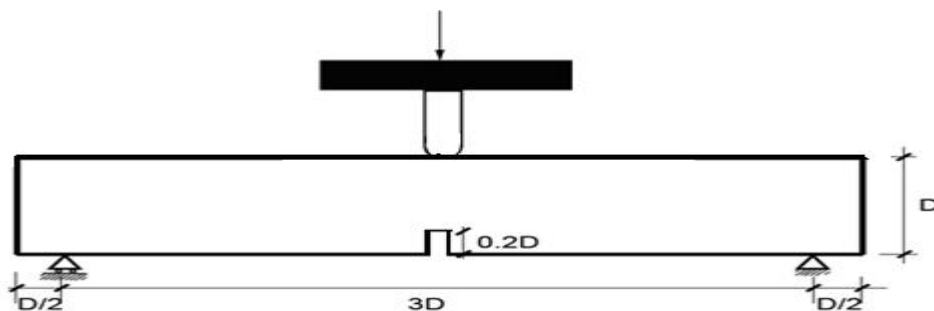
	M1	M2
Force moyenne à 28 jours	(Mpa)	(Mpa)
Force de compression	45	48
Module de Young	$38 \times 10^3$	$48 \times 10^3$
Coefficient de poisson	0.25	0.25

**Tableau III.4 :** Propriétés mécanique du béton.



**Figure III. 3 :** Courbe granulométrique des deux mélanges

Le cadre de chargement est réalisé d'une machine d'essai universelle de 160 KN , la charge est appliquée a l'aide d'un cric circulaire pour assurer une charge ponctuelle. Un tampon de caoutchous est placé entre la charge et le faisceau pour prendre soin de l'inégalité de la surface et d'éviter les dommages en vertu de la charge.



**Figure III.4 :** Procédure d'essai.

La technique de Corrélation d'Images Numériques (DIC) a été adoptée pour déterminer à la fois la longueur et l'ouverture de la fissure à différentes étapes de chargement. Cette méthode s'est révélée comme un outil robuste et de haute précision pour la mesure des paramètres caractérisant les fissures [08].

Les poutres étaient simplement appuyées sur deux supports circulaires, la distance entre les deux lèvres de la jauge est de 10 mm.

### **IV.3 Simulation numérique**

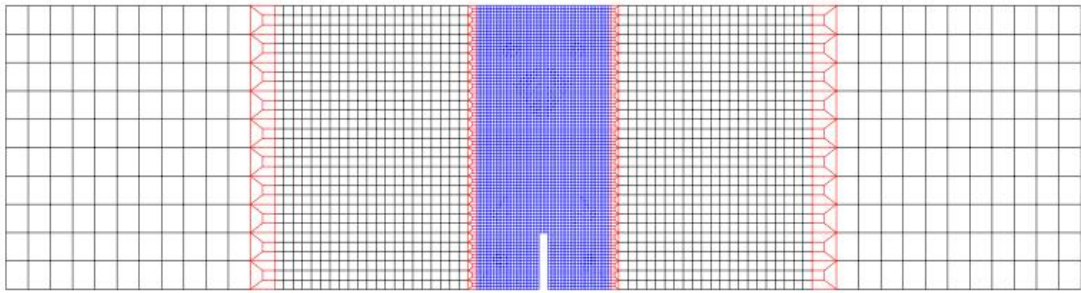
#### **IV.3.1 Objectif de la simulation**

L'étude du comportement de la fissuration du béton ne peut pas être séparée de l'effet d'échelle. Dans les matériaux quasi-fragiles comme le béton, une zone de microfissuration FPZ (Fracture Process Zone) est présente, qui consomme une quantité considérable d'énergie fournie par la charge appliquée pour surmonter ces mécanismes.

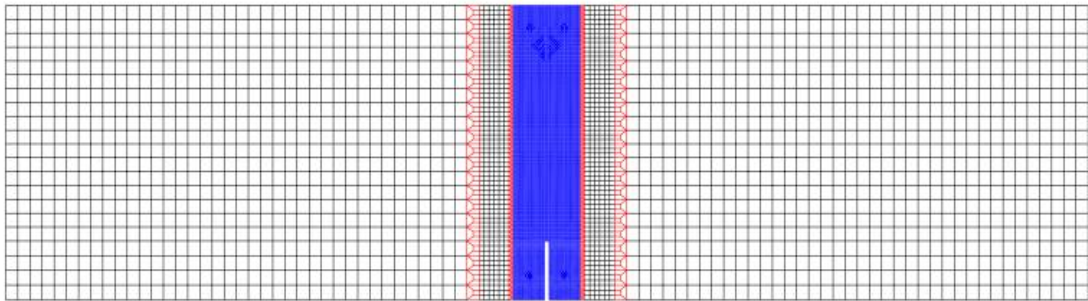
Dans la présente section deux types d'approches ont été utilisées afin d'étudier numériquement l'effet d'échelle. La première approche est basée sur une modélisation macroscopique, la deuxième stratégie de modélisation est réalisée à l'échelle mésoscopique. Les résultats numériques des deux simulations sont comparés aux résultats issus de l'expérimentation. Les simulations sont effectuées en contrainte plane en utilisant le code aux éléments finis Cast3M.

#### **IV.3.2 Approche macroscopique**

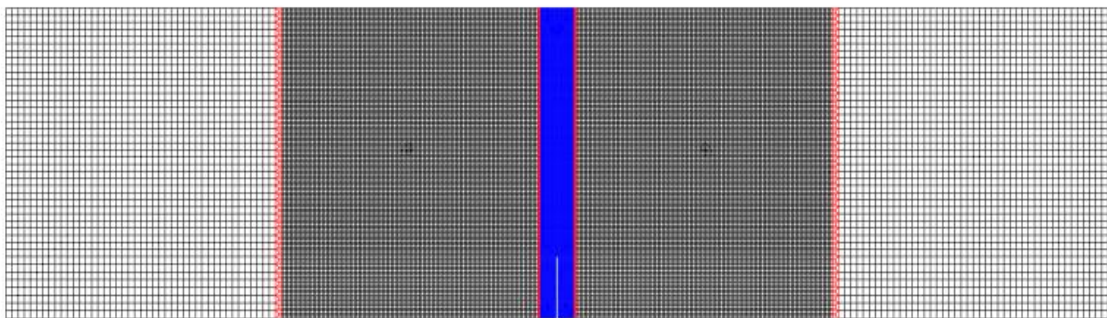
Les Figure 5, 6, et 7 montrent le maillage à l'échelle macroscopique des trois poutres respectivement. Le maillage est construit avec des éléments de tailles différentes. Les éléments sont de taille réduite dans la zone proche de l'entaille où l'endommagement est prévu de se produire. Un maillage progressif est considéré afin d'avoir une transition en douceur entre les différentes zones des poutres (Figure 5, 6, et 7). Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau III.5.



**Figure III.5:** Le maillage de la poutre D1.



**Figure III.6 :** Le maillage de la poutre D2.



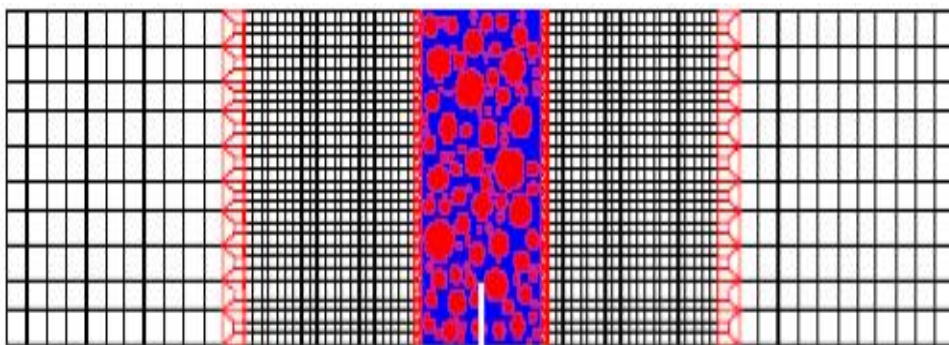
**Figure III.7 :** Le maillage de la poutre D3.

$f_t$ [MPa]	$G_f$ [N/m]	$E$ [GPa]
3	100	30

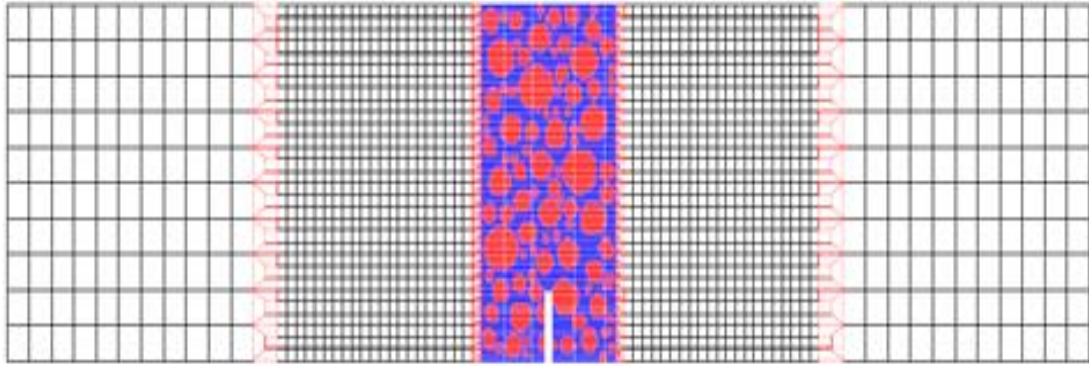
**Tableau III.5** : Les paramètres du modèle macroscopique.

### IV.3.3 Approche mésoscopique

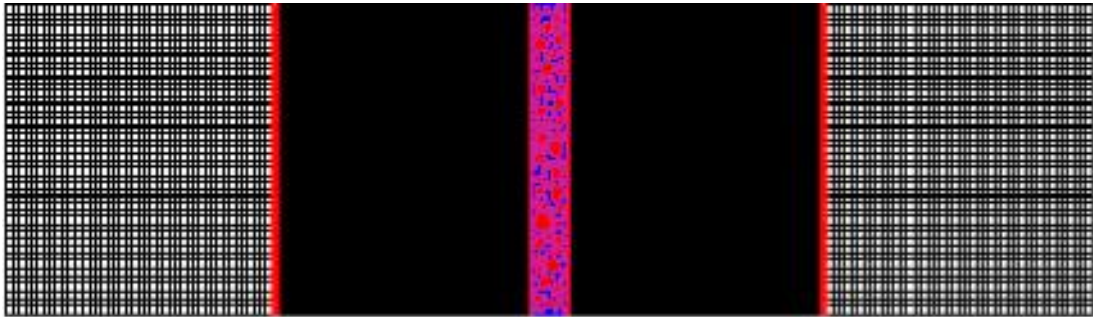
Depuis les travaux pionniers de Roelfstra et al. , la modélisation à l'échelle mésoscopique en utilisant un 'béton numérique' est apparue comme l'approche la plus efficace pour étudier l'influence des interactions entre les constituants du béton sur le comportement macroscopique. Cependant, l'inconvénient principal de cette approche reste le coût élevé du calcul numérique. Dans cette étude, le béton est considéré comme un matériau bi-phasique où la pâte de ciment et les granulats sont décrits avec leurs propres caractéristiques mécaniques. Au-delà de la phase de mortier, seuls les gros granulats sont représentés explicitement. Les petits granulats et autres composants sont supposés être mélangés avec la phase de mortier constituant ainsi la matrice de mortier. Les particules de granulats supposés être de forme sphérique, sont placées au hasard de sorte que chaque particule ne chevauche pas avec les autres particules et elles sont entièrement contenues dans le volume du béton. Le maillage mésoscopique est illustré dans les Figure (III.8, III.9 et III.10). Les paramètres utilisés dans la modélisation mésoscopique sont renseignés dans le Tableau III.6.



**Figure III.8** : Maillage mésoscopique de la poutre D1.



**Figure III.9** : Maillage mésoscopique de la poutre D2.



**Figure III.10** : Maillage mésoscopique de la poutre D3.

	$f_t$ [MPa]	$E$ [GPa]	$G_f$ [N/m]
<b>Mortier</b>	3	20	50
<b>Granulates</b>	6	60	80

**Tableau III.6** : Les paramètres du modèle mésoscopique.

## IV.3.4 Résultats

### IV.3.4.1 Approches macroscopique

a) les réponses globales

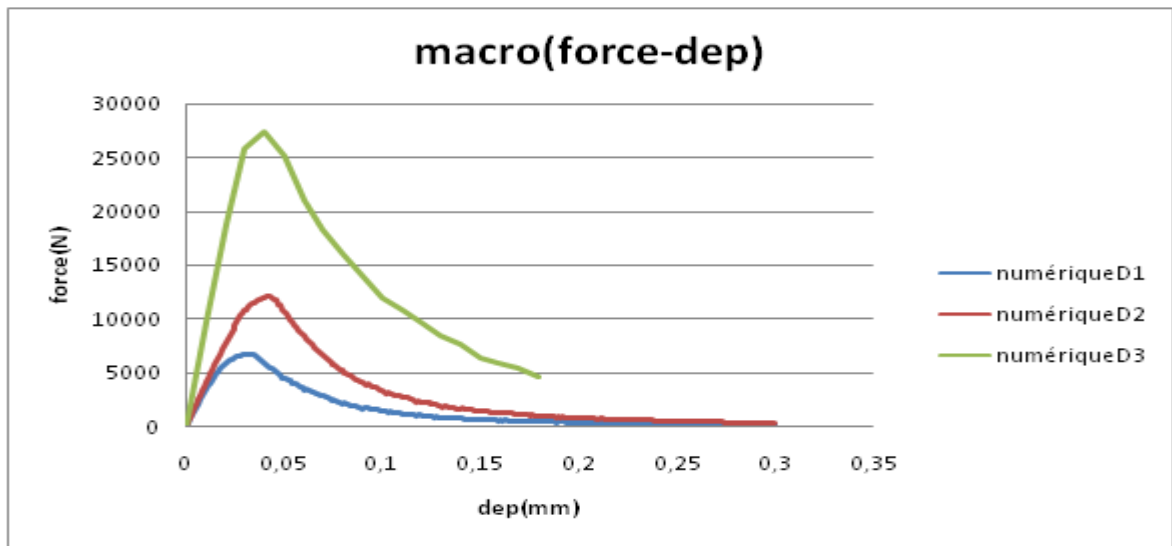


Figure III.11 : courbes force-déplacement pour les poutres D1, D2 et D3.

b) Force-ouverture d'entaille

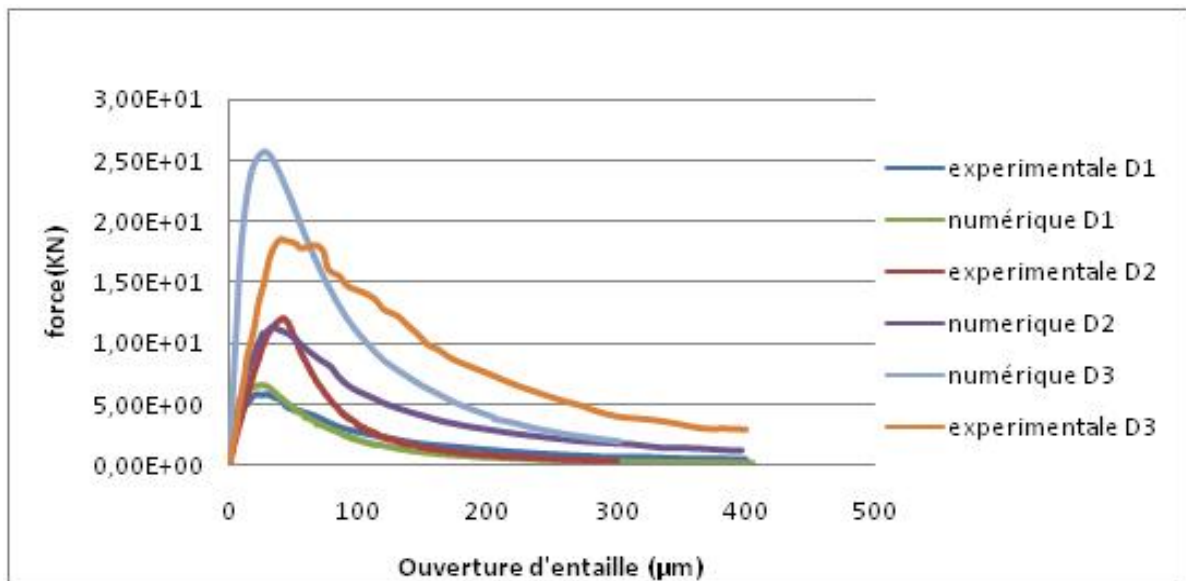


Figure III.12 : Courbes Force-Ouverture d'entaille pour les poutres D1, D2 et D3.

### IV.3.4.2 Approche mésoscopique

#### a) Réponses globales

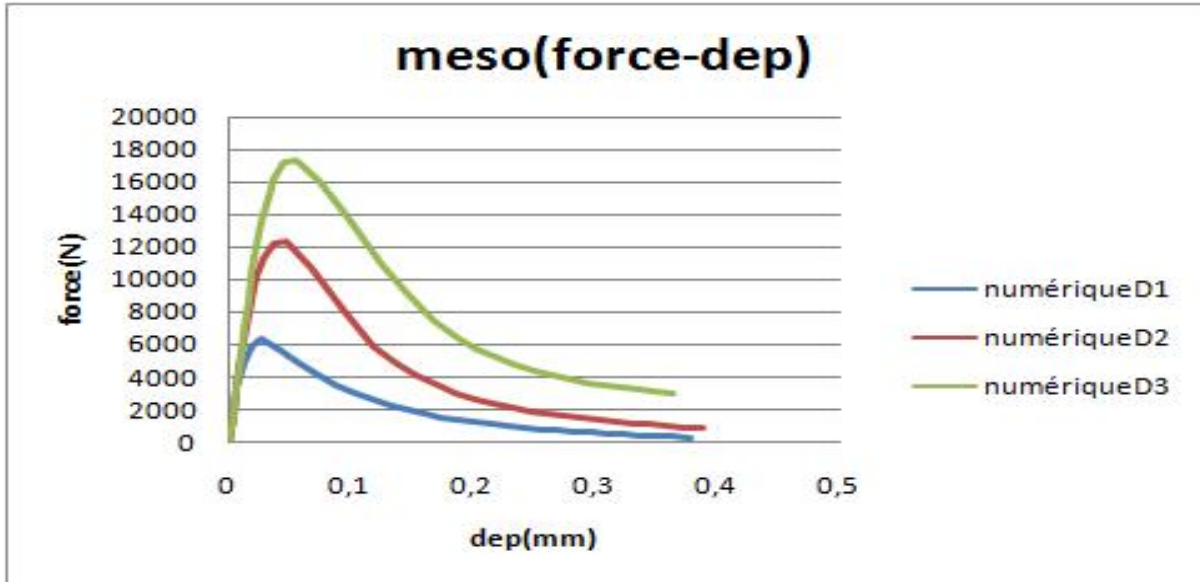


Figure III.13 : Courbes force-déplacement pour les poutres D1, D2 et D3.

#### b) Force-ouverture d'entaille

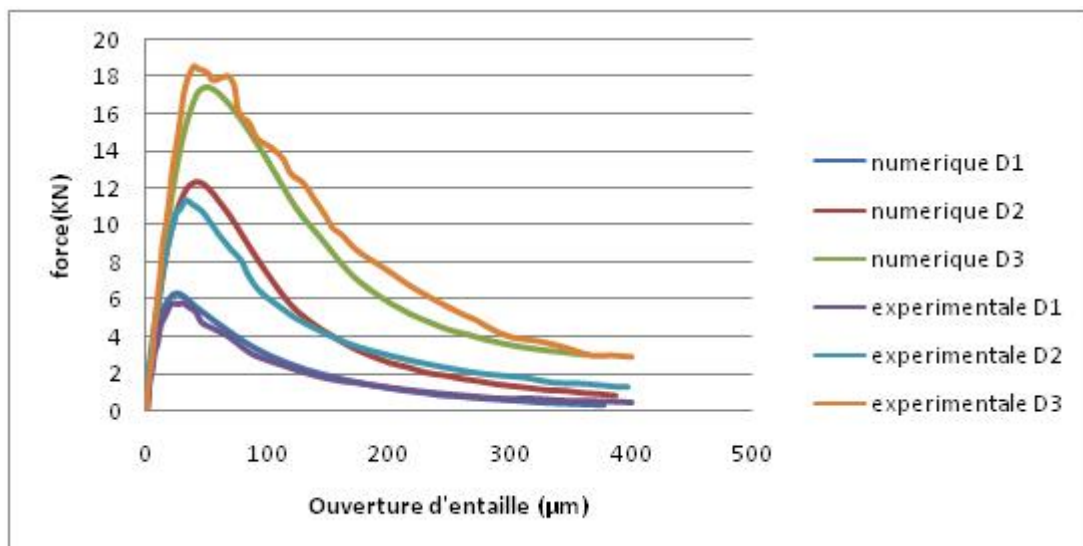


Figure III.14 : Courbes Force-Ouverture d'entaille pour les poutres D1, D2 et D3.



### **IV.3.5 Discussions des résultats :**

Dans ces courbes, la relation entre la force appliquée et le déplacement de l'ouverture de fissure est divisé en quatre parties. Dans la première partie, la relation est linéaire ie le matériau reste dans le domaine élastique. La deuxième partie commence dès que la courbe s'écarte de la linéarité ; l'ouverture de fissure commence à augmenter à un rythme plus rapide, indiquant l'apparition de lésions dans le matériau. Dans cette partie, la charge continue à augmenter encore jusqu'à une valeur de charge de pointe est atteinte et le matériau ne peut pas aller au-delà de cette capacité de chargement maximale.

Après la phase de charge de pointe, le déplacement d'ouverture continue à augmenter et la charge commence à diminuer. Il s'agit de la troisième partie de la courbe, ou une baisse de charge importante se produit. Un changement dans la relation déplacement-force est observé dans la queue de la courbe. Cette dernière partie de la courbe montre une augmentation considérable de l'ouverture de fissure alors que la charge diminue progressivement. Le déplacement d'ouverture continue à augmenter jusqu'à la rupture de l'échantillon.

On voit que les résultats des deux poutres D1 et D2 ne sont pas très loin de SEL de Bazant, mais la poutre D3 est très loin, les résultats mesoscopique sont plus proche par rapport aux résultats macroscopique, la loi de l'effet de taille de Bazant (équation 1) représente une transition en douceur entre D1, D2 et D3.

On remarque qu'une modélisation à l'échelle macroscopique ne permet pas de reproduire parfaitement l'effet d'échelle. Néanmoins, les résultats des poutres D1 et D2 sont globalement bien reproduits. Pour la poutre D3, en utilisant les mêmes paramètres du matériau, le modèle surestime l'effet d'échelle.

Pour la modélisation à l'échelle mésoscopique les efforts au pic obtenus numériquement sont similaires à ceux obtenus expérimentalement.

### IV.3.6 Comparaison –numérique-expérimentale-Bazant SEL

L'effet d'échelle constitue la dépendance de la résistance structurelle à la taille du spécimen sur lequel est estimée cette résistance. La résistance nominale est conventionnellement définie comme la valeur de la contrainte nominale pour une valeur maximale de la charge (voir courbe force-déplacement) et calculée avec la relation suivante :

$$\sigma_N = \frac{3P_i S_i}{2bD^2} \quad \text{avec } i=1 : 3. \quad (\text{III.1})$$

Telle que :

$P_i$ : Le chargement appliqué.

$S_i$  : La portée (distance entre appuis).

$b$  : La profondeur.

$D$  : Hauteur totale de la poutre.

La résistance nominale  $\sigma_{Nu}$  est calculée pour différentes tailles  $D$  (D1, D2 et D3) d'éprouvettes au pic de charge et le tableau III.7 illustre bien le résultat.

poutres	D [mm]	$f_t$ [MPa]	P [N]	$\sigma_N$ [MPa]
<b>D1</b>	100	3	58877	2.64
			5959	2.68
			5973	2.69
<b>D2</b>	200	3	10578	2.38
			11307	2.54
			12372	2.78
<b>D3</b>	400	3	18660	2.10
			19066	2.14
			19830	2.23

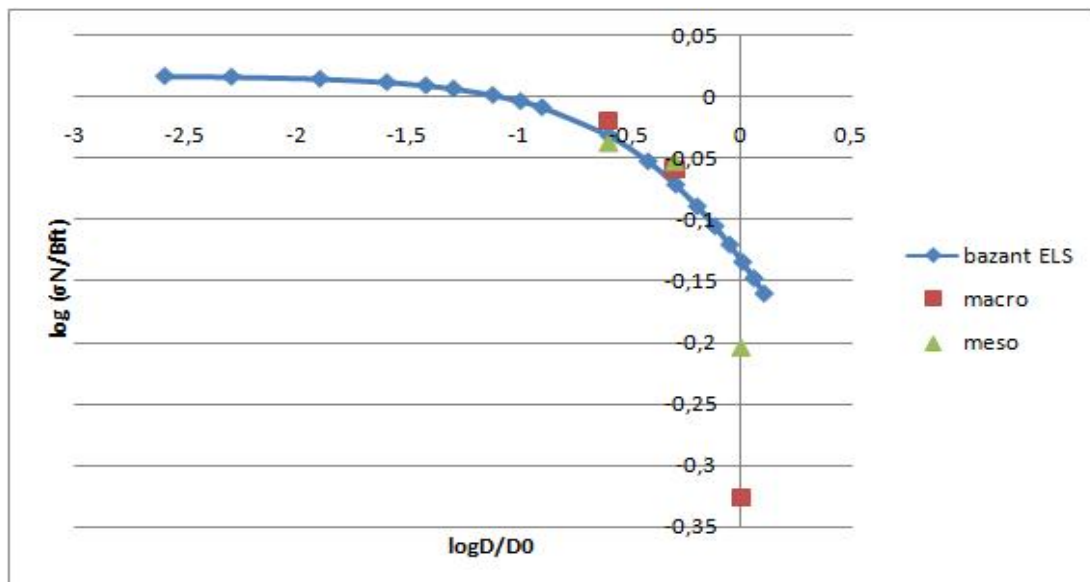
**Tableau III.7** : Résultats de la flexion en trois points d'Alam Yasir.

Dans la présente section deux types d'approches ont été utilisées afin d'étudier numériquement l'effet d'échelle. La première approche est basée sur une modélisation macroscopique, la

deuxième stratégie de modélisation est réalisée à l'échelle mésoscopique. Les résultats numériques des deux simulations sont comparés aux résultats issus de l'expérimentation. Les simulations sont effectuées en contrainte plane en utilisant le code aux éléments finis Cast3M. Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau III. 5, ainsi qu'on va les superposer avec la loi de Bazant déterministe S.E.L (figure III.15).

	D [mm]	S[mm]	b[mm]	$f_t$ [MPa]	macro		meso	
					P[N]	$\sigma_N$ [MPa]	P[N]	$\sigma_N$ [MPa]
<b>D1</b>	100	300	100	3	6642.8	2.98	6374.1	2.86
<b>D2</b>	200	600	100	3	12109	2.72	12282	2.76
<b>D3</b>	400	1200	100	3	27403	3.08	17343	1.95

**Tableau III.8:** les paramètres de calcul et les résultats de la contrainte nominale.



**Figure III.15 :** courbe représente la loi d'effet d'échelle.

On peut observer très clairement une dépendance de la résistance nominale avec la taille de l'éprouvette, une décroissance de la résistance apparente de la structure avec l'augmentation de sa taille : plus la structure est grande, moins elle est résistante.

La comparaison des résultats expérimentaux avec la loi d'effet d'échelle proposée par Bazant permet de déterminer les paramètres  $D_0$  et  $B$  de cette loi par une méthode de régression linéaire de la forme  $Y_i = AX_i + C$  (Figure III.16) telle que  $Y_i = (f_t/\sigma_N)^2$  et  $X_i = D_i$ .

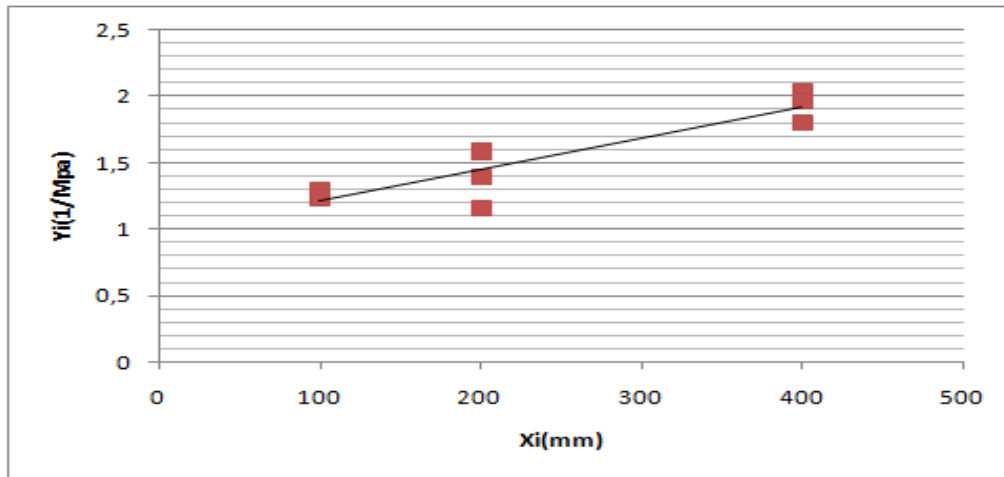


Figure III.16 : Courbe de régression linéaire.

Les valeurs de  $B$  et  $D_0$  sont respectivement **1,008** et **395,67 mm**.

Pour déterminer les paramètres de la rupture, on a utilisé les formules donné par Alam Yasir et elles sont exposées comme suit :

$$A = \frac{\sum \sum xy - \sum x \sum y}{\Delta} \quad , \quad C = \frac{\sum xx \sum y - \sum x \sum xy}{\Delta} \quad (\text{III.2})$$

Avec :

$$\Delta = \sum \sum xx - (\sum x)^2 \quad (\text{III.3})$$

$$\sum = \sum_{i=1}^3 1^i = 3, \quad \sum x = \sum_{i=1}^3 X_i, \quad \sum y = \sum_{i=1}^3 Y_i \quad (\text{III.4})$$

$$\sum xx = \sum_{k=1}^3 (X_i)^2, \quad \sum xy = \sum_{k=1}^3 X_i Y_i, \quad \sum yy = \sum_{k=1}^3 (Y_i)^2 \quad (\text{III.5})$$

Le facteur de forme pour S/D est calculé comme suit :

$$k_{S/D}(\alpha) = \sqrt{\alpha} \frac{k_{S/D}(\alpha)}{(1+2\alpha)(1-\alpha)^{2/3}} \quad , \quad p_{S/D}(\alpha) = p_{\infty}(\alpha) + \frac{4D}{5} [p_4(\alpha) - p_{\infty}(\alpha)] \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$$p_4(\alpha) = 1.900 - \alpha[-0.089 + 0.603(1 - \alpha) - 0.44(1 - \alpha)^2 + 1.223(1 - \alpha)^3] \quad (\text{III.7})$$

$$p_{\infty}(\alpha) = 1.989 - \alpha(1 - \alpha)[0.448 - 0.458(1 - \alpha) + 1.226(1 - \alpha)^2] \quad (\text{III.8})$$

$$\alpha = a/D \quad (\text{III.9})$$

Les paramètres de la rupture sont déterminés comme suit :

$$K_{IC} = k_0 \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (\text{III.10})$$

$$G_f = \frac{k_0^2}{E'} \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (\text{III.11})$$

$$c_f = \frac{k_0}{2(dk_0/da)} \frac{C}{A} \quad (\text{III.12})$$

$$I_{ch} = (K_{IC}/f_t)^2 \quad (\text{III.13})$$

avec :

$G_f$  : L'énergie de fissuration

$K_{IC}$  : L'Intensité de l'énergie de rupture.

$c_f$  : Longueur effective de FPZ.

$I_{ch}$  : Longueur caractéristique.

$f_t$  : Résistance à la traction du matériau.

Le tableau ci-dessous montre bien qu'il ya une compatibilité entre le résultat obtenue par Alam et nos résultats.

<b>Paramètre</b>	$D_0$ (mm)	<b>B</b>	$Bf_t$ (MPa)	$l_{ch}$ (mm)	$c_f$ (mm)	$G_f$ (N/m)	$K_{IC}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
<b>Alam Yasir</b>	423.3		3.02	250.2	77.5	60.2	1.51
<b>Notre travail</b>	428,17	1,008	3,02	253.34	77.11	56.06	1.51

**Tableau III.9** : Les paramètres de ruptures du béton M1.

#### IV.4 Conclusion

Le présent travail avait pour objective la comparaison de deux approches de modélisation (mesoscopique et macroscopique) dans le but d'étudier l'effet de changement d'échelle et a fin de montrer la capacité de chaque approche à le reproduire. A l'échelle macroscopique, l'effet d'échelle n'est que partiellement reproduit tandis qu'à l'échelle mésoscopique, l'effet d'échelle a été bien reproduit, les efforts au pic obtenus numériquement sont comparables à ceux issus de l'expérimentation ce qui indique que le comportement global est recommandé par l'énergie de rupture.

## **V. Conclusion générale**

L'étude du comportement de la fissuration du béton ne peut pas être séparée de l'effet d'échelle qui est le changement de la réponse d'un matériau en raison des changements géométriques dans ces dimensions. Ce mécanisme implique une redistribution des contraintes et la libération de l'énergie, cette dernière est consommée par la zone de microfissuration FPZ pour créer une nouvelle surface de fissure. Pour cela on a effectuée des simulations numériques sur des poutres en flexion trois points réalisés par Alam Yasir avec des spécimens géométriquement semblables pour différentes hauteurs D1, D2 et D3. Les résultats numérique et expérimentaux ont été interprétés à l'aide de loi d'effet d'échelle de Bazant pour d'écrire d'une manière convenable l'évolution de la résistance en fonction de la taille de la structure, l'effet d'échelle a été étudié à partir de la comparaison des résultats obtenus par deux approches, approche mésoscopique qui prend en compte la vraie structure (non-homogène) du milieu ou chaque espèce (pâte, granulats, liquide,...) est prise en compte séparément des autres et une approche macroscopique qui prend en considération le système multi phase dans son ensemble.

On a constaté que la modélisation à l'échelle macroscopique ne permet pas de reproduire parfaitement l'effet d'échelle. Néanmoins, les résultats des poutres D1 et D2 sont globalement bien reproduits. Pour la poutre D3, en utilisant les mêmes paramètres du matériau, le modèle surestime l'effet d'échelle, par contre la modélisation à l'échelle mésoscopique les efforts au pic obtenus numériquement sont similaires à ceux obtenus expérimentalement. Ainsi que pour renforcer nos résultats numérique, on a calculé les paramètres de la rupture (l'énergie de rupture et la longueur  $c_f$ ) et la comparer avec le résultat de Alam et on a trouvé une comparaison compatible (similaire).

Finalement on ne peut pas faire un calcul d'un ouvrage avec une contrainte calculé d'une poutre au laboratoire parce que les performances mécaniques des structures réelles ne sont pas forcément identiques à celles des éprouvettes de laboratoire. Le passage à l'échelle de la structure nécessite de prendre en compte les effets d'échelles. La connaissance de ces effets permet de prédire la contrainte à la rupture des structures de tailles donnée



## VI. Bibliographie

**Bazant, Zdenek. 2004.** *Introduction aux effets d'échelle sur la résistance des structures.* Paris : Hermès science publication, 2004. p. 255. ISBN 2-7462-0904-7.

**Bazant. Z, Pijaudier\_Cabot. 1987.** Mesurment of characteristic length of nonlocal continuum. *Center of concrete and geomaterials.* Evaston USA : s.n., 1987.

**Bazant.P. 1994.** Scaling laws mechanics of fracture . 1994.

**Bazant.Z. 1995.** Scaling of quasibrittle fracture and the fractal question. *ASME J. Technology.* 1995. Vol. 117, pp. 361-376.

—. **1984.** Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal. *ASCE. J. Eng. Mech.* 1984. Vol. 110, pp. 518-535.

**Borderie.C, Fichant. S., La. 1999.** Isotropic and Anisotropic description of damage in concrete structures. *Mechanics of Cohesive Frictional Material.* 1999. Vol. 4, 4, pp. 339-359.

**Capinteri.A. 1994.** Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties. *chapter Mech Mater.* 1994.

**Fichant, S. 1996.** Endommagement et Anisotropie Induite du Béton de Structure Modélisation Approchées. *Plid thésis.* Ecole Normale Supérieure de Cachan : s.n., 1996.

*From damage to fracture mechanics and conversely: a combined approach.* **Mazars. J, Pijautier-Cabot. 1996.** 1996, International journal of Solid and Structures, Vol. 33, pp. 3327-3342.

**Ghezali.S. 2011.** modélisation numérique de la fissuration des structures en béton armé: application à la simulation des enceintes de confinement. tlemcen : s.n., 2011.

**Kryani.A. 2007.** contributions à la modélisation non linéaire du comportement mécanique du béton. 2007.

**Kupfer.H, Gerstle.K.H. 1973.** Behavior of concrete under biaxial stresses. 1973. pp. 853-866.

**Mazars.J. 1984.** Application de la Mécanique de l'Endommagement au Comportement Non Linéaire et à la Rupture du Béton de Structures. *Doctorat d'état.* Université Paris 6 : s.n., 1984.

—. **1984.** Application de la mécanique d'endommagement au comportement non linéaire à la rupture du béton de structures. *Doctoret d'état.* Paris 6 : s.n., 1984.

**Medjahed.A. 2012.** approche semi\_globale 3d pour le calcul des structures en béton armé. 2012.

**Nadjar.B, Fremond.M. and. 1995.** Damage in concrete: the unilateral phenomene. *Nuclear Engineering and Design*. 1995. Vol. 156, pp. 323-335.

**Nguyen, The Dung. 2010.** Apport de la modelisation mésoscopique dans la prédiction des écoulements dans les ouvrages en béton fissuré en conditions d'accident grave. 2010.

**Ramtani, S. 1990.** contribution à la modélisation du béton endommagé avec description de l'effet unilatéral. *These de doctorat*. université Paris6 : s.n., 1990.

*Scaling Laws In Mechanics Of Fracture. Bazant. P, Fellow, ASCE.* pp. 1828-1835.

**Simone. A, Wells. G. N, Sluys. L. J. 2003.** From continuous to discontinuous failure in a gradient enhanced continuum damage model. *Methods Appl Mech Engrg*. 2003. Vol. 192.

**Truyen.T.T. 2008/2009.** contribution à l'étude du comportement mécanique et hydrolique du beton. 2008/2009.

**Weibul.W. 1939.** A statistical theory of the the strength of materials. *Proceeding royal swedish academy of engeering sciences*. 1939.

**Yasir, Alam Said. 2011.** experimental study and numerical analysis of crack opening in concrete. 2011.