

Introduction :

Les ondelettes sont, de nos jours, adoptées comme un outil prometteur pour des applications scientifiques variées. La transformée en ondelettes permet d'exprimer sans perte d'information un signal dans une base dans laquelle on obtient la contribution locale de chaque fréquence. Certains utilisent les ondelettes pour leur régularité, d'autres pour la simplicité et la rapidité du calcul. Certains aussi utilisent les ondelettes comme étant une nouvelle méthode spectrale pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP). Cet outil Ondelette fournit une décomposition multi échelle des fluctuations des signaux, qui contient en outre une information sur leurs localisations dans le domaine physique. Mallat et Meyer ont créé un environnement tout particulier : analyse multi résolution (AMR) qui permet de construire des bases d'ondelettes associées à une transformée discrète rapide. L'analyse multi résolution est l'un des exemples les plus flagrants de la possibilité d'interaction de différentes disciplines. Les développements des années 90 sont allés en direction de performances numériques, de l'étude et de la résolution à partir d'ondelettes des équations aux dérivées partielles (EDP). Cette notion de l'AMR implique l'introduction des espaces d'approximation.

D'autre part, les phénomènes de transport décrivent la réponse d'un système maintenu dans des conditions extérieures de déséquilibre. Ce déséquilibre est créé par des gradients de potentiel, de vitesse, de température, ... imposés au sein du système. Cette réponse fait intervenir des coefficients de transport. La famille des équations de transport est appelée généralement équations cinétiques. On parle parfois de façon générique de l'équation de Boltzmann faisant référence aux travaux de Ludwig Boltzmann (1844-1906) sur la cinétique des gaz.

Nous aurons l'occasion de résoudre l'équation de Boltzmann par une méthode dite Galerkin-ondelettes. Le principe de cette méthode est de faire le calcul des solutions dans l'espace des coefficients d'échelle et d'ondelette. On verra l'apparition des coefficients, appelés coefficients de connexion.

Nous suivrons un plan de travail constitué par quatre parties distinctes :

Dans un premier chapitre, nous présenterons l'aspect mathématique des ondelettes avec toutes les caractéristiques que donne cet outil. Nous commencerons par introduire les transformées de Fourier, son formalisme et les limites de son utilisation. Par suite nous arriverons à parler du besoin de trouver une autre théorie pour combler ce manque. Nous détaillerons comment est-ce que les ondelettes sont privilégiées des transformées de Fourier ordinaires et nous donnerons ensuite des exemples d'ondelettes et enfin un aperçu sur les filtres.

Dans une deuxième partie, nous présenterons une classification des équations de transport en fonction d'échelle temporelle. Au début, on donne une équation générale à base de fonctions de distribution à particules multiples. Nous verrons comment, par des transformations mathématiques, aboutir aux différentes équations de transport. C'est un travail qui a été fait en jouant sur une notion pertinente qui n'est que le temps qui varie en donnant à chaque instant une équation et un domaine d'application différent des autres.

Introduction :

Dans le troisième chapitre, on présentera quelques équations de transport avec des conditions initiales ; on donnera également ses conditions aux limites. On rappellera le domaine d'application. On détaillera l'équation de Boltzmann, qui sera dans une dernière partie, l'objet d'une application numérique. On donnera par la même occasion une description des collisions.

Dans une dernière partie, on passera à une application numérique en faisant intervenir des bases d'ondelettes pour résoudre l'équation de Boltzmann. Ceci ne nous sera permis qu'après une discrétisation spatiale et temporelle. Nous discuterons les résultats obtenus faisant la comparaison avec d'autres solutions analytiques trouvées dans d'autres travaux.