

CHAPITRE II

Géométrie d'excitation des ondes de surface par spectroscopie en champ lointain

Tables des matières

1. Calcul du vecteur d'onde	16
2. Cas d'une structure à une interface.....	17
2.1 Expressions des champs électromagnétiques.....	18
2.2 Relation de Fresnel.....	19
2.3 Energie réfléchie et transmise.....	20
2.4 Facteurs d'exaltation.....	21
3. Cas d'une structure à deux interfaces matériaux /diélectriques.....	22
3.1 Expressions des champs électromagnétiques et calcul des réflectivités d'interfaces.....	23
3.2 Relation de dispersion.....	25
3.3 Facteurs d'exaltation.....	26
4. Structure à trois interfaces intérieurs /matériaux /diélectriques.....	27
4.1 Expressions des champs électromagnétiques et calcul des réflectivités d'interfaces.....	28
4.2 Facteurs d'exaltation.....	30
5. Structure à trois interfaces matériaux /intérieurs /diélectriques.....	31
• Calcul des réflectivités d'interfaces.....	31

1. Calcul du vecteur d'onde

l'équation de propagation se réduit à une équation d'Helmholtz :

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad \text{avec } (\sigma=0) \quad (\text{Voir Annexe I})$$

$$\Delta = \nabla^2 = -k^2 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2 \quad (\text{Voir Annexe I})$$

On obtient $k^2 = \varepsilon \mu \omega^2$ (II.1)

Etant donné que la **vitesse de propagation** v d'une onde électromagnétique dans un matériau isotrope est reliée à la permittivité diélectrique ε et à la perméabilité magnétique μ par la formule :

$$\varepsilon \mu v^2 = 1 \quad (\text{ II.2 })$$

L'**indice de réfraction** d'un milieu déterminé pour une radiation monochromatique donnée est égale au rapport de la vitesse de la lumière c dans le vide, à la vitesse de phase v de cette radiation dans ce milieu :

$$n = \frac{c}{v} \quad (\text{ II.3 })$$

l'indice de réfraction est relié aux valeurs **relatives** : $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ (II.4)

Pour un milieu **isotrope** non magnétique ($\mu_r = 1$): $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ (II.5)

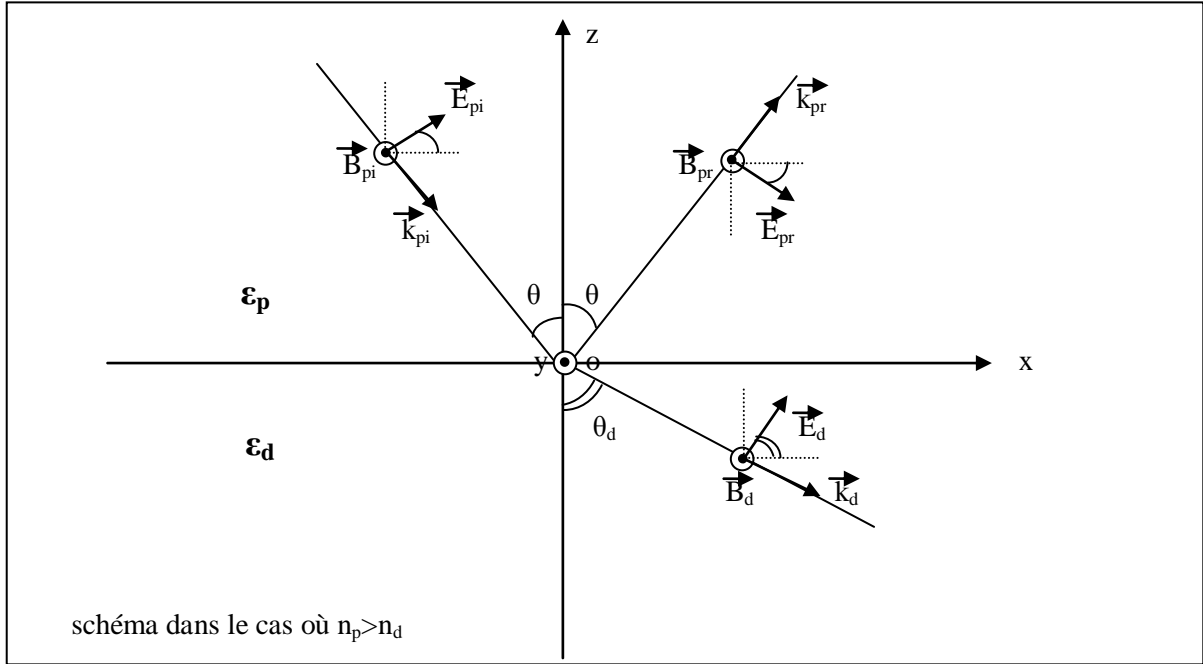
Ces relations sont également valables pour des valeurs complexes $\mathbf{n}_r + i\mathbf{n}_i$ et $\varepsilon^r + i\varepsilon^i$, qui permettent de prendre en compte l'atténuation des ondes dans les milieux absorbants ou métalliques. La partie imaginaire de l'indice est appelée coefficient d'extinction. Il est à noter que dans le cas où on choisit une dépendance temporelle $e^{i\omega t}$ au lieu de $e^{-i\omega t}$, l'indice complexe prend la forme $\mathbf{n}_r - i\mathbf{n}_i$.

A partir des équations (II.1), (II.2), (II.3) et (II.5) on peut calculer la vecteur d'onde :

$$k = \frac{\omega}{c} n = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r} \quad (\text{ II.6 })$$

2. Cas d'une structure à une interface

C'est en appliquant les relations de passage que l'on peut établir les relations de Fresnel. Lorsque **le champ électrique est polarisé dans le plan d'incidence** il existe un angle d'incidence particulier pour lequel la réflexion de l'onde est impossible .



Fig(II.1) Onde électromagnétique incidente à une interface entre deux milieux. Les angles θ , θ et θ_d sont respectivement l'angle d'incidence, de réflexion et de transmission.

Ces ondes étant planes ,nous avons :

la relation de Fresnel :
$$\sqrt{\varepsilon_p} \sin \theta = \sqrt{\varepsilon_d} \sin \theta_d \quad (\text{II.7})$$

$$\vec{k} = k_x \vec{i} + k_z \vec{k} \quad , \quad (k_{yp}=0 \quad , \quad k_{yd}=0) \quad , \quad (k_x = k_{xp} = k_{xd})$$

k_x :le vecteur d'onde du plasmon (des photons) parallèle a l'interface est

conservé. où
$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_p} \sin \theta \quad (\text{II.8a})$$

le milieu prisme
$$k_{zp} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_p} \cos \theta \quad (\text{II.8b})$$

le milieu diélectrique
$$k_{zd} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_d} \cos \theta_d = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_d - \varepsilon_p \sin^2 \theta} \quad (\text{II.8c})$$

2.1 Expressions des champs électromagnétiques

Les champs électriques incident, réfléchi et transmis sont tous ondes polarisées dans le plan d'incidence (xoz) .

Dans le milieu p ($z \geq 0$) :

$$\vec{E}_p = \vec{E}_i + \vec{E}_r$$

$$\vec{E}_p = [\vec{E}_{pi} \exp(i \vec{k}_i \cdot \vec{r}) + \vec{E}_{pr} \exp(i \vec{k}_r \cdot \vec{r})] e^{-i\omega t}$$

$$\vec{E}_p = [\vec{E}_{pi} \exp(i(k_x x - k_{zp} z)) + \vec{E}_{pr} \exp(i(k_x x + k_{zp} z))] e^{-i\omega t} \quad (\text{II.9a})$$

$$\text{avec: } \begin{cases} \vec{E}_{pi} = E_{pi} (\cos\theta, 0, \sin\theta) \\ \vec{E}_{pr} = E_{pr} (\cos\theta, 0, -\sin\theta) \end{cases} \quad (\text{II.9b})$$

Dans le diélectrique ($z \leq 0$) :

$$\vec{E}_d = [\vec{E}_{dt} \exp(i \vec{k}_t \cdot \vec{r})] e^{-i\omega t} = E_{dt} \exp(i(k_x x - k_{zd} z)) e^{-i\omega t} \quad (\text{II.10a})$$

$$\text{avec: } \vec{E}_{dt} = E_{dt} (\cos\theta_d, 0, \sin\theta_d) \quad (\text{II.10b})$$

Les champs magnétiques incident, réfléchi et transmis sont tous ondes polarisées dans la direction oy .

$$\vec{B}_p = [\vec{B}_{pi} \exp(i \vec{k}_i \cdot \vec{r}) + \vec{B}_{pr} \exp(i \vec{k}_r \cdot \vec{r})] e^{-i\omega t}$$

$$\vec{B}_p = [\vec{B}_{pi} \exp(i(k_x x - k_{zp} z)) + \vec{B}_{pr} \exp(i(k_x x + k_{zp} z))] e^{-i\omega t}$$

$$\vec{B}_d = [\vec{B}_{dt} \exp(i \vec{k}_t \cdot \vec{r})] e^{-i\omega t} = \vec{B}_{dt} \exp(i(k_x x - k_{zd} z)) e^{-i\omega t}$$

$$\begin{cases} \text{où } \vec{B} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \wedge \vec{E} \\ \text{et } \vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n} \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \vec{B} = (\pm) \frac{n}{c} \vec{E} \vec{j} \quad (\text{II.11})$$

On obtient

$$\vec{B}_p = \frac{n_p}{c} [E_{pi} \exp i(k_x x - k_{zp} z) - E_{pr} \exp i(k_x x + k_{zp} z)] \vec{j} e^{-i\omega t} \quad (\text{II.12})$$

$$\vec{B}_d = \frac{n_d}{c} [E_{dt} \exp i(k_x x - k_{zp} z)] \vec{j} e^{-i\omega t} \quad (\text{II.13})$$

- Les conditions de continuité

Ecrivons les conditions de continuité de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E} et du champ magnétique \vec{B} respectivement aux interfaces :

- milieu p- diélectrique : $\vec{E}_p |_{z=0} = \vec{E}_d |_{z=0}$
 $(E_{pi} + E_{pr}) \cos\theta = E_{dt} \cos\theta_d$ (II.14)

- milieu p- diélectrique : $\vec{B}_p |_{z=0} = \vec{B}_d |_{z=0}$
 $(E_{pi} - E_{pr}) n_p = E_{dt} n_d$ (II.15)

2.2 Relation de Fresnel

A partir des équations (II.14) et (II.15) on peut calculer les coefficients de réflexion r_p et de transmission t_p .

En divisant les membres de chaque équation par E_{pi} et en posant:

$$r_p = \frac{E_{pr}}{E_{pi}} \quad et \quad t_p = \frac{E_{dt}}{E_{pi}} \quad (II.16)$$

On obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{n_p \cos\theta_d - n_d \cos\theta}{n_p \cos\theta_d + n_d \cos\theta} \\ t_p = \frac{2n_p \cos\theta}{n_p \cos\theta_d + n_d \cos\theta} \end{array} \right. \quad (II.17)$$

En remplaçant les équations (II.5) , (II.8b) et (II.8c) dans (II.17)

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{\varepsilon_p k_{zd} - \varepsilon_d k_{zp}}{\varepsilon_p k_{zd} + \varepsilon_d k_{zp}} \\ t_p = \frac{2\varepsilon_p k_{zp}}{\varepsilon_p k_{zd} + \varepsilon_d k_{zp}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{|c|} \hline \varepsilon_p \\ \hline \varepsilon_d \\ \hline \end{array} \quad (II.18)$$

2.3 Energie réfléchie et transmise

On appelle pouvoir réflecteur \mathbf{R} , le rapport entre l'énergie réfléchie et l'énergie incidente . [Françoise 2000] [Faget]

on pourra alors calculer **la réflectivité** du système définie par :

$$R = \frac{E_{pr}^2}{E_{pi}^2} = |r_p|^2 \quad (\text{II.19})$$

On appelle pouvoir de transmission \mathbf{T} , le rapport entre l'énergie transmise et l'énergie incidente.

$$T = \frac{n_d \cos\theta_d E_{dt}^2}{n_p \cos\theta E_{pi}^2} = \frac{n_d \cos\theta_d}{n_p \cos\theta} |t_p|^2 \quad (\text{II.20})$$

- la conservation de l'énergie s'exprime par

$$\mathbf{R+T=1} \quad (\text{II.21})$$

Il existe donc entre $\mathbf{r_p^2}$ et $\mathbf{t_p^2}$ la relation

$$r_p^2 + \frac{n_d \cos\theta_d}{n_p \cos\theta} t_p^2 = 1$$

- En incidence normale

Dans ce cas $\theta=0$. L'équation $\mathbf{n_p \sin\theta = n_d \sin\theta_d}$ montre que $\theta_d=0$.

Les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude deviennent:

$$r_p = \frac{n_p - n_d}{n_p + n_d} \quad \text{et} \quad t_p = \frac{2n_p}{n_p + n_d}$$

On retrouve la relation précédente

$$r_p^2 + \frac{n_d}{n_p} t_p^2 = 1$$

Le réflecteur \mathbf{R} et la transmission \mathbf{T}

$$R = \left(\frac{n_p - n_d}{n_p + n_d} \right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{4n_p n_d}{(n_p + n_d)^2}$$

2.4 Facteurs d'exaltation

les champs électriques incident et transmis respectivement aux interfaces dans le milieu de permittivité ϵ_p et le milieu de permittivité ϵ_d (cf **Fig(II.1)** et relations (**II.9**),(**II.10**)), s'écrit :

$$\begin{cases} \vec{E}_i = E_{pi}(\cos\theta, 0, \sin\theta)e^{i(k_x x - k_{zp} z - \omega t)} \\ \vec{E}_d = E_{dt}(\cos\theta_d, 0, \sin\theta_d)e^{i(k_x x - k_{zd} z - \omega t)} \end{cases}$$

$$\text{En posant: } \begin{cases} E_{pi} \cos\theta = E_{px} \\ E_{pr} \cos\theta = -r_p E_{px} \\ E_{dt} \cos\theta_d = E_{dx} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} E_{pi} \sin\theta = E_{px} k_x / k_{zp} \\ E_{pr} \sin\theta = -r_p E_{px} k_x / k_{zp} \\ E_{dt} \sin\theta_d = E_{dx} k_x / k_{zd} \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

On obtient

$$\begin{cases} \vec{E}_i = E_{px}(1, 0, k_x / k_{zp})e^{i(k_x x - k_{zp} z - \omega t)} & (\text{II.23a}) \\ \vec{E}_d = E_{dx}(1, 0, k_x / k_{zd})e^{i(k_x x - k_{zd} z - \omega t)} & (\text{II.23b}) \end{cases}$$

Nous considérons dans ce cas que les grandeurs E_{px} , k_x et k_{zp} sont réelles .La combinaison des relations (**II.14**) et (**II.22**) donne :

$$(1-r_p)E_{px} = E_{dx} \quad (\text{II.24})$$

Nous définissons à présent deux termes que nous appelons facteurs d'exaltation : $t_{//}$ et t_{\perp}

$$t_{//} = \frac{|\vec{E}_d \cdot \vec{u}_x|_{(z=0)}}{|\vec{E}_i \cdot \vec{u}_x|_{(z=0)}} \quad ; \quad t_{\perp} = \frac{|\vec{E}_d \cdot \vec{u}_z|_{(z=0)}}{|\vec{E}_i \cdot \vec{u}_z|_{(z=0)}} \quad (\text{II.25})$$

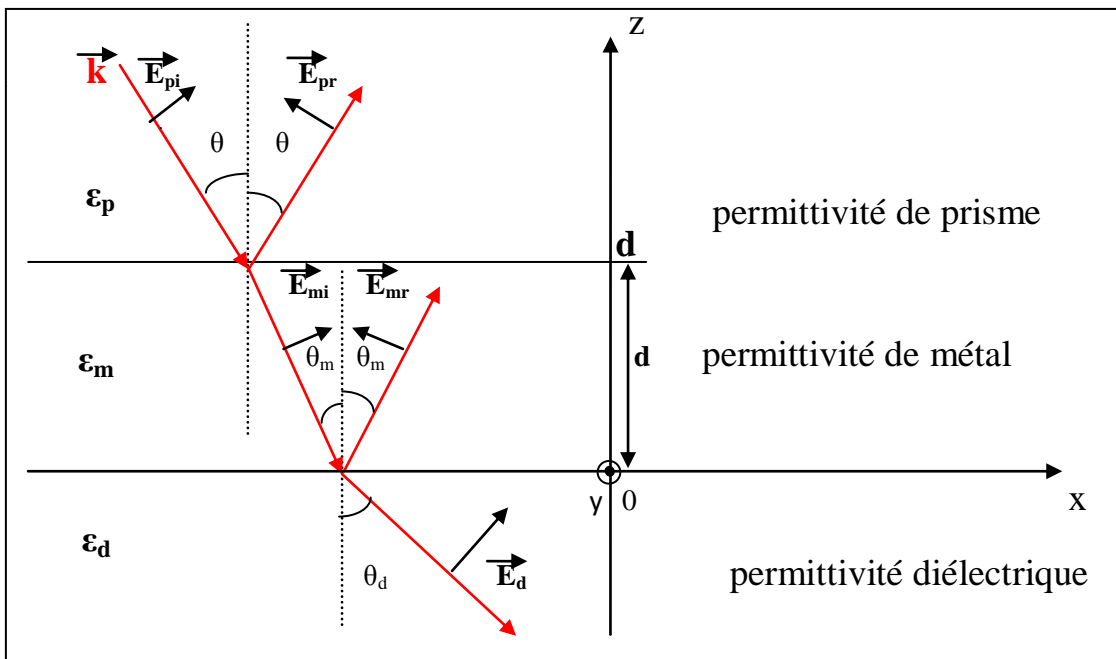
Les relations (**II.23**), (**II.24**) et (**II.25**) donnent :

$$t_{//} = \frac{E_{dx}}{E_{px}} = |1 - r_p| \quad ; \quad t_{\perp} = \frac{E_{dx}}{E_{px}} \frac{K_{zp}}{K_{zd}} = |1 - r_p| \frac{K_{zp}}{K_{zd}} \quad (\text{II.26})$$

3. Cas d'une structure à deux interfaces matériaux /diélectriques

Nous avons choisi le modèle de Kretschmann pour exciter les ondes électromagnétique de surface, qui se caractérise par un empilement de trois milieux (3 couches) **Fig(II.2)** .

Dans la Configuration Kretschmann [*Kretschmann 1968*], une couche fine de métal de quelques dizaines de nanomètres d'épaisseur est directement en contact avec la base du prisme. Lors de la réflexion de la lumière sur la couche métallique à l'intérieur du prisme, l'excitation du plasmon métal-milieu d'indice n n'est pas possible. Le champ évanescent s'étend dans le métal et se couple avec le plasmon de surface sur la deuxième face de la couche métallique, à l'interface entre le métal et l'air.



Fig(II.2) Géométrie de Kretschmann

Ces ondes étant planes ,nous avons :

$$\vec{k} = k_x \vec{i} + k_z \vec{k} \quad , \quad (k_{yp}=0, k_{ym}=0, k_{yd}=0) \quad , \quad (k_x = k_{xp} = k_{xm} = k_{xd})$$

$$\sqrt{\varepsilon_p} \sin \theta = \sqrt{\varepsilon_m} \sin \theta_m = \sqrt{\varepsilon_d} \sin \theta_d$$

k_x :le vecteur d'onde du plasmon parallèle a l'interface est conservé.

$$\text{où} \quad k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_p} \sin \theta$$

$$\begin{aligned}
\text{le milieu prisme} \quad k_{zp} &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_p} \cos \theta \\
\text{le milieu métallique :} \quad k_{zm} &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_m = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_m - \varepsilon_p \sin^2 \theta} \\
\text{le milieu diélectrique} \quad k_{zd} &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_d} \cos \theta_d = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_d - \varepsilon_p \sin^2 \theta}
\end{aligned} \tag{II.27}$$

3.1 Expressions des champs électromagnétiques et calcul des réflectivités des interfaces

Nous considérons une onde électromagnétique incidente, monochromatique de pulsation ω , polarisée transverse magnétique faisant un angle θ avec l'axe \mathbf{z} . L'onde se propage, et subit une réflexion à l'interface $\mathbf{z} = \mathbf{d}$, le reste pénètre dans le métal puis se réfléchit sur l'interface $\mathbf{z} = \mathbf{0}$, ou une partie est transmise dans le milieu diélectrique (permittivité ε_d).

Nous allons écrire le champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ dans les trois milieux, en tenant compte des conditions de continuité aux interfaces, pour obtenir la condition d'existence d'un plasmon à l'interface métal - diélectrique dans ce modèle à trois couches.

Dans le milieu $p(z \geq d)$:

$$\vec{\mathbf{E}}_p = \vec{\mathbf{E}}_i + \vec{\mathbf{E}}_r$$

$$\vec{\mathbf{E}}_p = (\vec{\mathbf{E}}_{pi} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} + \vec{\mathbf{E}}_{pr} e^{i(\vec{k}' \cdot \vec{r})}) e^{-i\omega t}$$

$$\text{avec: } \vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x - k_{zp} (z - d) \quad \text{et} \quad \vec{k}' \cdot \vec{r} = k_x x + k_{zp} (z - d)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_p = (\vec{\mathbf{E}}_{pi} e^{i(k_x x - k_{zp} (z - d))} + \vec{\mathbf{E}}_{pr} e^{i(k_x x + k_{zp} (z - d))}) e^{-i\omega t} \tag{II.28a}$$

$$\text{avec: } \begin{cases} \vec{\mathbf{E}}_{pi} = E_{px} (1, 0, k_x / k_{zp}) \\ \vec{\mathbf{E}}_{pr} = r_p E_{px} (-1, 0, k_x / k_{zp}) \end{cases} \tag{II.28b}$$

Dans le milieu métallique ($0 \leq z \leq d$) :

$$\vec{E}_m = (\vec{E}_{mi} e^{i(k_x x - k_{zm} z)} + \vec{E}_{mr} e^{i(k_x x + k_{zm} z)}) e^{-i\omega t} \quad (\text{II.29a})$$

$$\text{avec: } \begin{cases} \vec{E}_{mi} = E_{mx} (1, 0, k_x / k_{zm}) \\ \vec{E}_{mr} = r_m E_{mx} (-1, 0, k_x / k_{zm}) \end{cases} \quad (\text{II.29b})$$

Dans le diélectrique ($z \leq 0$) :

$$\vec{E}_d = \vec{E}_{dt} e^{i(k_x x - k_{zd} z)} e^{-i\omega t} \quad \text{avec: } \vec{E}_{dt} = E_{dx} (1, 0, k_x / k_{zd}) \quad (\text{II.30})$$

les conditions de continuité :

Ecrivons les conditions de continuité de la composante tangentielle de \vec{E} et de la composante normale de \vec{D} ($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$) respectivement aux interfaces :

- milieu p-métal : $\vec{E}_p \Big|_{z=d} = \vec{E}_m \Big|_{z=d} ; \quad \vec{D}_p \Big|_{z=d} = \vec{D}_m \Big|_{z=d}$

$$\begin{cases} (1-r_p)E_{px} = E_{mx} (\exp(-ik_{zm}d) - r_m \exp(ik_{zm}d)) \\ (1+r_p)E_{px} \epsilon_p k_{zm} = E_{mx} \epsilon_m k_{zp} (\exp(-ik_{zm}d) + r_m \exp(ik_{zm}d)) \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

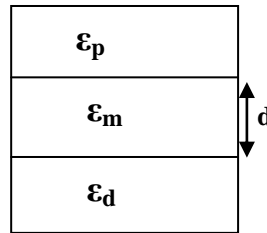
- milieu métal- diélectrique: $\vec{E}_m \Big|_{z=0} = \vec{E}_d \Big|_{z=0} ; \quad \vec{D}_m \Big|_{z=0} = \vec{D}_d \Big|_{z=0}$

$$\begin{cases} (1-r_m)E_{mx} = E_{dx} \\ (1+r_m)E_{mx} \epsilon_m k_{zd} = E_{dx} \epsilon_d k_{zm} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

A partir des équations (II.31) et (II.32) on peut calculer les coefficients

de réflexion r_p, r_m :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{\epsilon_m k_{zp} (1+A) - \epsilon_p k_{zm} (1-A)}{\epsilon_m k_{zp} (1+A) + \epsilon_p k_{zm} (1-A)} \\ r_m = \frac{\epsilon_d k_{zm} - \epsilon_m k_{zd}}{\epsilon_d k_{zm} + \epsilon_m k_{zd}} \end{array} \right. \quad (\text{II.33})$$



avec: $A = r_m \exp(2ik_{zm}d)$

on pourra alors calculer la réflectivité du système définie par : $R = |r_p|^2$ (II.34)

3.2 Relation de dispersion

A la présence de l'onde de surface dont la direction de propagation est définie par le vecteur d'onde $k=k_x$, l'énergie de l'onde réfléchie est compensée dans la transmission .c'est-à-dire, l'énergie de l'onde dans la réflexion est totalement nulle soit $r_m=0$.

$$\begin{aligned} r_m=0 \longrightarrow \varepsilon_d k_{zm} - \varepsilon_m k_{zd} = 0 &\longrightarrow \varepsilon_d k_{zm} = \varepsilon_m k_{zd} \\ &\longrightarrow \varepsilon_d^2 k_{zm}^2 = \varepsilon_m^2 k_{zd}^2 \end{aligned}$$

A partir des équations (II.8c) (II.27), on trouve :

$$\varepsilon_d^2 (\varepsilon_m - \varepsilon_p \sin^2 \theta) = \varepsilon_m^2 (\varepsilon_d - \varepsilon_p \sin^2 \theta)$$

$$\varepsilon_p \sin^2 \theta (\varepsilon_m^2 - \varepsilon_d^2) = \varepsilon_m \varepsilon_d (\varepsilon_m - \varepsilon_d)$$

$$\varepsilon_p \sin^2 \theta = \varepsilon_m \varepsilon_d / (\varepsilon_m + \varepsilon_d)$$

$$\sqrt{\varepsilon_p} \sin \theta = \sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_d}{(\varepsilon_m + \varepsilon_d)}}$$

A partir de l'équation (II.8a) on peut définir alors la relation de dispersion :

$$k_{xp} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_m \varepsilon_d}{(\varepsilon_m + \varepsilon_d)}} \quad (\text{II.35})$$

Ici, K_x est la composante tangentielle du vecteur d'onde: ε_m est la constante diélectrique du métal, ε_d est la constante diélectrique du diélectrique, ω est la fréquence de la lumière incidente, et c est la vitesse de la lumière. Pour la plupart des métaux la partie réel ε_m est inférieure à -1 dans le domaine visible du spectre, et nous voyons que K_x est plus grand que le vecteur d'onde d'une onde électromagnétique dans le diélectrique à la même ω . Les ondes SP peut être excité qu'avec des ondes évanescentes et donc classé comme non rayonnante. Afin de générer des ondes SP optique, ils doivent être couplés à des modes radiatifs. Cela peut être accompli en utilisant prisme de couplage avec la géométrie proposée par Kretschmann [Yu Wang 2005].

3.3 Facteurs d'exaltation

les champs électriques incidents et transmis respectivement aux interfaces dans le milieu de permittivité ϵ_p et le milieu de permittivité ϵ_d (cf **Fig(II.2)** , les relations (**II.28**) et (**II.30**) , s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_i = E_{px} \left(\vec{u}_x + \frac{k_x}{k_{zp}} \vec{u}_z \right) e^{i(k_x x - k_{zp}(z-d) - \omega t)} \\ \vec{E}_d = E_{dx} \left(\vec{u}_x + \frac{k_x}{k_{zd}} \vec{u}_z \right) e^{i(k_x x - k_{zd} z - \omega t)} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.36a)} \\ \text{(II.36b)} \end{array}$$

Nous considérons dans ce cas que les grandeurs E_{px} , k_x et k_{zp} sont réelles. La combinaison des relations (**II.31**) et (**II.32**) donne :

$$\frac{E_{dx}}{E_{px}} = \frac{(1-r_m)(1-r_p)}{(\exp(-ik_{zm}d) - r_m \exp(ik_{zm}d))} \quad \text{(II.37)}$$

Nous posons:
$$Y = \frac{(1-r_m)(1-r_p)}{(\exp(-ik_{zm}d) - r_m \exp(ik_{zm}d))}$$

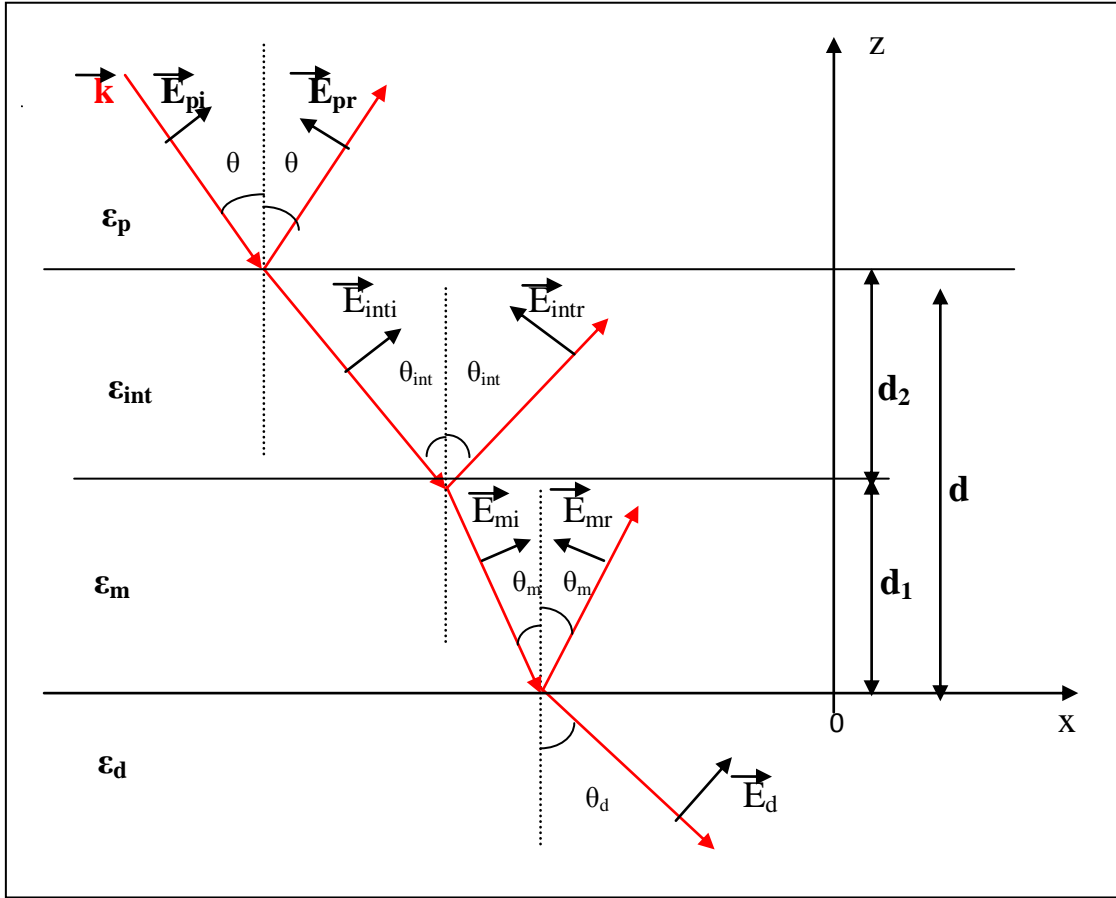
Nous définissons à présent deux termes que nous appelons facteurs d'exaltation : $t_{//}$ et t_{\perp}

$$t_{//} = \frac{|\vec{E}_d \cdot \vec{u}_x|_{(z=0)}}{|\vec{E}_i \cdot \vec{u}_x|_{(z=d)}} \quad ; \quad t_{\perp} = \frac{|\vec{E}_d \cdot \vec{u}_z|_{(z=0)}}{|\vec{E}_i \cdot \vec{u}_z|_{(z=d)}} \quad \text{(II.38)}$$

Les relations (**II.36**), (**II.37**) et (**II.38**) donnent :

$$t_{//} = \frac{E_{dx}}{E_{px}} = |Y| \quad ; \quad t_{\perp} = \frac{E_{dx}}{E_{px}} \frac{K_{zp}}{K_{zd}} = |Y| \frac{K_{zp}}{K_{zd}} \quad \text{(II.39)}$$

4. Structure à trois interfaces intérieurs/matériaux/diélectriques



Fig(II.3) Géométrie de Kretschmann

Ces ondes étant planes ,nous avons :

$$\vec{k} = k_x \vec{i} + k_z \vec{k} \quad , \quad (k_{yp}=0, k_{ym}=0, k_{yd}=0) \quad , \quad (k_x = k_{xp} = k_{xint} = k_{xm} = k_{xd})$$

$$\sqrt{\epsilon_p} \sin \theta = \sqrt{\epsilon_{int}} \sin \theta_{int} = \sqrt{\epsilon_m} \sin \theta_m = \sqrt{\epsilon_d} \sin \theta_d$$

k_x :le vecteur d'onde du plasmon parallèle a l'interface est conservé.

$$\text{où} \quad k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_p} \sin \theta$$

$$\text{le milieu diélectrique} \quad k_{zint} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{int}} \cos \theta_{int} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{int} - \epsilon_p \sin^2 \theta} \quad (\text{II.40})$$

4.1 Expressions des champs électromagnétiques et calcul des réflectivités d'interfaces

Dans le milieu p ($z \geq d$) :

$$\vec{E}_p = \vec{E}_i + \vec{E}_r$$

$$\vec{E}_p = [\vec{E}_{pi} \expi(k_x x - k_{zp}(z-d)) + \vec{E}_{pr} \expi(k_x x + k_{zp}(z-d))] e^{-i\omega t} \quad (\text{II.41a})$$

$$\text{avec: } \begin{cases} \vec{E}_{pi} = E_{px} (1, 0, k_x/k_{zp}) \\ \vec{E}_{pr} = r_p E_{px}(-1, 0, k_x/k_{zp}) \end{cases} \quad (\text{II.41b})$$

Dans le milieu int ($d_1 \leq z \leq d$) :

$$\vec{E}_{int} = [\vec{E}_{inti} \expi(k_x x - k_{zint}(z-d_1)) + \vec{E}_{intr} \expi(k_x x + k_{zint}(z-d_1))] e^{-i\omega t}$$

$$\text{avec: } \begin{cases} \vec{E}_{inti} = E_{intx} (1, 0, k_x/k_{zp}) \\ \vec{E}_{intr} = r_{int} E_{intx}(-1, 0, k_x/k_{zp}) \end{cases}$$

Dans le milieu métallique ($0 \leq z \leq d_1$) :

$$\vec{E}_m = [\vec{E}_{mi} \expi(k_x x - k_{zm} z) + \vec{E}_{mr} \expi(k_x x + k_{zm} z)] e^{-i\omega t}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \vec{E}_{mi} = E_{mx} (1, 0, k_x/k_{zm}) \\ \vec{E}_{mr} = r_m E_{mx}(-1, 0, k_x/k_{zm}) \end{cases}$$

Dans le diélectrique ($z \leq 0$) :

$$\vec{E}_d = \vec{E}_{dt} \expi(k_x x - k_{zd} z) e^{-i\omega t} \quad (\text{II.42a})$$

$$\text{avec : } \vec{E}_{dt} = E_{dx} (1, 0, k_x/k_{zd}) \quad (\text{II.42b})$$

Ecrivons les conditions de continuité :

Ecrivons les conditions de continuité de la composante tangentielle de \vec{E} et de la composante normale de \vec{D} ($\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$) respectivement aux interfaces :

- milieu p- diélectrique (int) : $\vec{E}_p |_{z=d} = \vec{E}_{int} |_{z=d}$
 $\vec{D}_p |_{z=d} = \vec{D}_{int} |_{z=d}$

$$\begin{cases} (1-r_p)E_{px} = E_{intx} (\exp(-ik_{zint} (d-d_1)) - r_{int} \exp(ik_{zint} (d-d_1))) \\ (1+r_p)E_{px} \varepsilon_p k_{zint} = E_{intx} \varepsilon_{int} k_{zp} (\exp(-ik_{zint} (d-d_1)) + r_{int} \exp(ik_{zint} (d-d_1))) \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

- milieu diélectrique (int) -métal: $\vec{E}_{int} |_{z=d_1} = \vec{E}_m |_{z=d_1}$
 $\vec{D}_{int} |_{z=d_1} = \vec{D}_m |_{z=d_1}$

$$\begin{cases} (1-r_{int})E_{intx} = E_{mx} (\exp(-ik_{zm}d_1) - r_m \exp(ik_{zm}d_1)) \\ (1+r_{int})E_{intx} \varepsilon_{int} k_{zm} = E_{mx} \varepsilon_m k_{zint} (\exp(-ik_{zint}d_1) + r_m \exp(ik_{zm}d_1)) \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

- milieu métal- diélectrique: $\vec{E}_m |_{z=0} = \vec{E}_d |_{z=0}$
 $\vec{D}_m |_{z=0} = \vec{D}_d |_{z=0}$

$$\begin{cases} (1-r_m)E_{mx} = E_{dx} \\ (1+r_m)E_{mx} \varepsilon_m k_{zd} = E_{dx} \varepsilon_d k_{zm} \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

A partir des équations (II.43), (II.44) et (II.45) on peut calculer les coefficients de réflexion r_p, r_{int}, r_m :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{\varepsilon_{int} k_{zp} (1+B) - \varepsilon_p k_{zint} (1-B)}{\varepsilon_{int} k_{zp} (1+B) + \varepsilon_p k_{zint} (1-B)} \\ r_{int} = \frac{\varepsilon_m k_{zint} (1+G) - \varepsilon_{int} k_{zm} (1-G)}{\varepsilon_m k_{zint} (1+G) + \varepsilon_{int} k_{zm} (1-G)} \\ r_m = \frac{\varepsilon_d k_{zm} - \varepsilon_m k_{zd}}{\varepsilon_d k_{zm} + \varepsilon_m k_{zd}} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{c} \begin{array}{c} \varepsilon_p \\ \varepsilon_{int} \quad \updownarrow d_2 \\ \varepsilon_m \quad \updownarrow d_1 \\ \varepsilon_d \end{array} \\ \updownarrow d \end{array} \right\} \quad (\text{II.46})$$

avec: $B = r_{int} \exp(2ik_{zint}(d-d_1))$; $G = r_m \exp(2ik_{zm}d_1)$

on pourra alors calculer la réflectivité du système définie par : $R = |r_p|^2$

4.2 Facteurs d'exaltation

Dans l'intérêt de dégager la propriété remarquable d'exaltation de l'onde plasmon de surface, nous exprimons deux termes $\mathbf{T}_{//}$ et \mathbf{T}_{\perp} à partir des champs électriques se propageant à travers la structure. Les expressions de ces champs électriques incident et transmis respectivement aux interfaces dans les milieux de permittivité ε_p et le ε_d (cf **Fig(II.3)**, les relations (**II.41**) et (**II.42**)), s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_i = E_{px} \left(\vec{u}_x + \frac{k_x}{k_{zp}} \vec{u}_z \right) e^{i(k_x x - k_{zp}(z-d) - \omega t)} \end{array} \right. \quad (\text{II.47a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_d = E_{dx} \left(\vec{u}_x + \frac{k_x}{k_{zd}} \vec{u}_z \right) e^{i(k_x x - k_{zd} z - \omega t)} \end{array} \right. \quad (\text{II.47b})$$

Nous considérons dans ce cas que les grandeurs \mathbf{E}_{px} , \mathbf{k}_x et \mathbf{k}_{zp} sont réelles. La combinaison des relations (**II.43**), (**II.44**) et (**II.45**) donne :

$$\frac{E_{dx}}{E_{px}} = \frac{(1-r_m)(1-r_{\text{int}})(1-r_p)}{(\exp(-ik_{zm}d_1) - r_m \exp(ik_{zm}d_1))(\exp(-ik_{z\text{int}}(d-d_1)) - r_{\text{int}} \exp(ik_{z\text{int}}(d-d_1)))} \quad (\text{II.48})$$

Nous posons:
$$Y' = \frac{E_{dx}}{E_{px}}$$

Nous définissons à présent deux termes que nous appelons facteurs d'exaltation : $t_{//}$ et t_{\perp}

$$t_{//} = \frac{|\vec{E}_d \cdot \vec{u}_x|(z=0)}{|\vec{E}_i \cdot \vec{u}_x|(z=d)} \quad ; \quad t_{\perp} = \frac{|\vec{E}_d \cdot \vec{u}_z|(z=0)}{|\vec{E}_i \cdot \vec{u}_z|(z=d)} \quad (\text{II.49})$$

Les relations (**II.47**), (**II.48**) et (**II.49**) donnent :

$$t_{//} = \frac{E_{dx}}{E_{px}} = |Y'| \quad ; \quad t_{\perp} = \frac{E_{dx}}{E_{px}} \frac{K_{zp}}{K_{zd}} = |Y'| \frac{K_{zp}}{K_{zd}} \quad (\text{II.50})$$

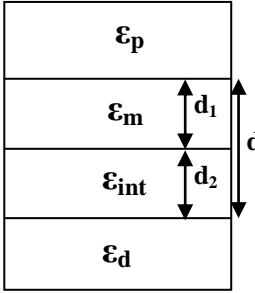
Les caractéristiques de ces termes sont décrites dans la partie numérique (chapitre III).

5. Structure à trois interfaces matériaux / intérieurs /diélectriques

• Calcul des réflectivités d'interfaces

Dans le même but qu'à la section 4.1 de ce chapitre, nous considérons la géométrie à trois interfaces pour laquelle nous allons décrire la résonance plasmonique. Dans ce cas la structure se trouve définie par trois termes de réflectivité qui sont explicités comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_p = \frac{\varepsilon_m k_{zp}(1+F) - \varepsilon_p k_{zm}(1-F)}{\varepsilon_m k_{zp}(1+F) + \varepsilon_p k_{zm}(1-F)} \\ r_m = \frac{\varepsilon_{\text{int}} k_{zm}(1+E) - \varepsilon_m k_{z\text{int}}(1-E)}{\varepsilon_{\text{int}} k_{zm}(1+E) + \varepsilon_m k_{z\text{int}}(1-E)} \\ r_{\text{int}} = \frac{\varepsilon_d k_{z\text{int}} - \varepsilon_{\text{int}} k_{zd}}{\varepsilon_d k_{z\text{int}} + \varepsilon_{\text{int}} k_{zd}} \\ \text{avec: } F = r_m \exp(2ik_{zm}d_1) \quad ; \quad E = r_{\text{int}} \exp(2ik_{z\text{int}}(d-d_1)) \end{array} \right. \quad (II.51)$$



pour en déduire finalement la réflectivité du système définie par : $R = |r_p|^2$

Dans le but de dégager l'influence des paramètres de la géométrie adoptée, le profil de la réflectivité est étudié numériquement en balayant l'angle d'incidence depuis la valeur critique déterminée par la relation de Fresnel. Les résultats numériques de ce profil sont décrits par la suite avec des détails concernant l'ordre des milieux constituant la configuration.